

« L'AIRE DE BAINNADE », LA MODÉLISATION AU CŒUR D'UNE LESSON STUDY ADAPTÉE

Sylvain DUTHIL

Référent Rep¹ Plus, Académie Normandie,

IREM de Rouen

sylvain.duthil@ac-normandie.fr

Blandine MASSELIN

Référente Mathématique Académique Normandie

IREM de Rouen

LDAR

blandine-lucie.masselin@ac-normandie.fr

Résumé

Une Lesson Study (LS) permet l'observation collective d'une séance conçue par un collectif d'enseignants et menée par l'un d'entre eux (Lewis & Hurd, 2011). La Lesson Study adaptée (Masselin, 2020), notée LSa ensuite, est une variante des LS japonaises adaptée au contexte français de formation (Masselin & Derouet, 2019). Les acteurs d'une LSa sont un collectif composé d'enseignants, de deux formateurs et d'un chercheur. Une des principales adaptations des LS japonaises est l'apport d'une situation par les formateurs, appelés facilitateurs (Masselin & al., 2022). Celle-ci permet alors une seconde adaptation, la possibilité de montrer des vidéos de classe à analyser. Après avoir résolu le problème proposé, l'aire de baignade, les participants de l'atelier construiront collectivement une feuille de route (énoncé, scénario, grille d'intervention de l'enseignant). Des vidéos de classe sur des blocages du travail des élèves alimenteront l'analyse *a priori* en lien avec la modélisation. Comment l'enseignant gère-t-il la pluralité des modèles lors d'un temps d'institutionnalisation ? Quelles interventions de l'enseignant et quelle part de modélisation laisser à la charge des élèves ? D'autres questions pourront émerger selon le souhait des participants de l'atelier en lien avec leur scénario et celui du collectif d'enseignants normands ayant mené une LSa sur la même situation.

¹ Rep : réseau d'éducation prioritaire

I - INTRODUCTION

L'enseignement de la modélisation est une problématique questionnée par le groupe « Activités » de l'IREM² de Rouen. Les participants de l'atelier ont travaillé à partir d'une ressource, *l'aire de baignade*, mise à l'épreuve sur plusieurs LSa dans l'académie de Normandie (Masselin & Derouet, 2019, Hartmann & Masselin, 2020).

Des éléments (extraits de scénario, productions d'élèves, extraits de vidéos de classe, etc...) d'une LSa de liaison Cycle 3 de l'académie de Normandie ont servi d'appui à cette réflexion menée dans l'atelier.

En ouverture d'atelier, nous avons décrit de façon assez générale le principe (fig.1) des LSa (Masselin, 2020 ; Masselin & al., 2022), nous focalisant sur la boucle correspondant à celle vécue par des enseignants. Nous avons également décrit le contexte de développement actuel des LSa en Normandie, liées en particulier à un parcours Lesson Study spécifique ouvert aux Référents Mathématiques de Circonscription du premier degré et inscrit dans le plan mathématique normand depuis 2020.

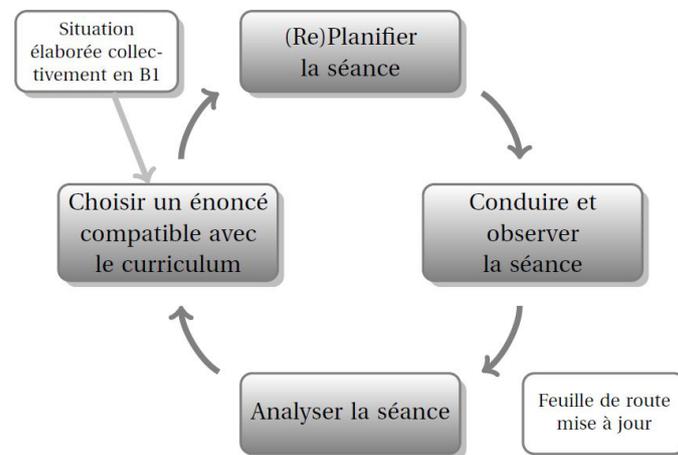


Figure 1. Boucle 2 du dispositif de Lesson Study adaptée (inspiré de Masselin, 2020 ; Masselin & al., 2022)

Dans la partie I, nous revenons sur l'objectif de cet atelier, à savoir l'ébauche collective d'un scénario de classe mettant l'accent sur la modélisation autour de la résolution du problème de *l'aire de baignade*. Dans la partie II, nous discutons d'éléments d'un scénario élaboré par un collectif d'enseignants de l'académie de Normandie composé de quatre professeurs des écoles et deux enseignants de mathématiques de collège lors d'une liaison Cycle 3. En partie III, nous revenons sur les potentialités de *l'aire de baignade* sur le plan de la modélisation. Nous exposerons les potentialités repérées par les collectifs normand et de l'atelier avant de présenter d'autres perspectives avant de conclure en partie IV.

² IREM : Institut de Recherche sur l'enseignement des mathématiques. Le groupe "Activités" à l'initiative du dispositif LSa se réorganise en 2022 en créant un nouveau groupe "Activités - Lesson Study" à l'IREM de Rouen.

II - L'AIRE DE BAINNADE

Dans cette section, nous présenterons la situation étudiée lors de l'atelier.

1 La situation Aire de baignade

L'énoncé de la situation de l'*aire de baignade* (fig.2) est la version soumise aux enseignants en L5a le premier jour de leur formation. Ces mêmes enseignants, comme il a été précisé lors de l'atelier, doivent s'approprier l'énoncé et ont donc le loisir de le modifier à souhait.

Les moniteurs d'une colonie de vacances souhaitent amener 120 enfants se baigner tous ensemble dans un lac. Pour délimiter une aire de baignade, ils disposent d'une ligne d'eau de longueur 25 m. La loi impose que le nombre de baigneurs ne doit pas dépasser 3 personnes pour 2 m². Pourront-ils respecter la loi ?

Figure 2 : énoncé « Aire de baignade »

Pour rendre la lecture plus fluide, nous avons fait le choix de présenter dans un tableau des questions et remarques qui ont pu émerger lors de l'atelier et des réponses et commentaires que nous avons faits ou souhaitons faire.

Questions / remarques de l'atelier	Réponses /commentaires
L'un des membres a remarqué que rien n'était mentionné quant au nombre de moniteurs encadrant la colonie d'enfants.	Nous avons relié cette première remarque avec un travail qui peut s'approcher d'un travail de modélisation puisque l'élève sera amené à effectuer des premières hypothèses.
Un autre membre a immédiatement reconnu l' <i>aire de baignade</i> comme une situation qu'il a menée en classe de lycée en tant que problème classique d'optimisation, évoquant alors l'optimisation de l'aire d'un rectangle.	Nous avons indiqué qu'une des richesses de cette ressource était justement de présenter la situation sans orientation préalable vers une forme géométrique particulière de zone de baignade. En ce sens, la situation plus ouverte que dans les manuels scolaires offre un réel travail sur la modélisation.

2 Éléments de résolution du problème par le collectif de l'atelier

Les participants de l'atelier ont eu un temps pour résoudre le problème. La figure 3 synthétise les diverses pistes de résolution de l'*aire de baignade* proposées lors de l'atelier. Cette étape de résolution individuelle est obligatoire pour ensuite pouvoir se lancer dans une véritable analyse *a priori*.

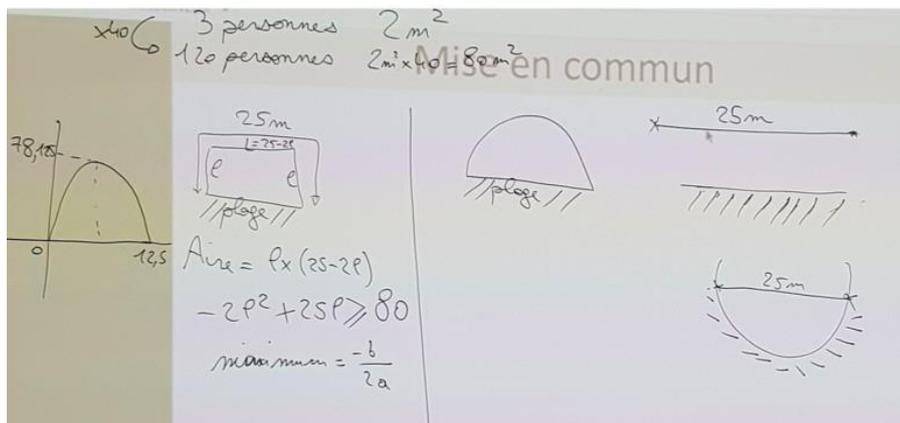


Figure 3 : Éléments de résolution partagés dans l'atelier

Plusieurs zones de baignade ont été envisagées, dont des rectangles, des demi-disques ou encore une zone non fermée avec la ligne d'eau située « parallèlement à la plage » (faisant référence à la ligne d'eau comme à la piscine).

Questions / remarques de l'atelier	Réponses /commentaires
Un débat a porté sur l'obtention des 80 m ² comme aire minimale à atteindre pour respecter la loi. La proportionnalité doit être considérée ici comme un choix de modèle non explicite auquel fait référence la loi indiquée dans l'énoncé	Le statut du 40 (voir fig.3) a été pointé à cette occasion. Que représente ce nombre ? A-t-il une unité ou est-ce un nombre sans unité ?
Un participant a ensuite questionné la forme de la plage : doit-on la considérer comme rectiligne ou pas ?	C'est une hypothèse de modélisation. Si nous ne faisons pas cette hypothèse, nous aurons des difficultés à produire des calculs. A moins que la plage ne soit considérée comme circulaire, avec un rayon fixé, par exemple. D'autres hypothèses seront faites : les formes envisagées seront suffisamment simples, les moniteurs ne seront pas comptés parmi les baigneurs, etc.
Le collectif a pointé également que l'absence de dimensions du lac dans l'énoncé pouvait faire obstacle à la modélisation.	Ce potentiel blocage a été relevé en LS lors d'une liaison collège-lycée. Nous renvoyons le lecteur intéressé vers une vidéo ³ qui a été montrée lors du 1 ^{er} Séminaire LS en mai 2020.

Après ces premières considérations liées à la modélisation, le collectif s'est arrêté sur le traitement de la situation en considérant initialement un premier modèle mathématique. La figure 3 (partie de gauche)

³ La vidéo est consultable sur le site de l'IREM de Rouen à l'adresse suivante : <https://irem.univ-rouen.fr/le-seminaire-en-videos#atelier14>

expose un modèle fonctionnel choisi pour traiter le cas d'une aire rectangulaire. Sur proposition d'un participant de l'atelier de poser l la largeur du rectangle, l'aire s'exprime comme $A(l) = l \times (25 - 2l)$ pour l compris entre 0 et 12,5. La fonction est alors représentée par une parabole (fig. 3) coupant l'axe des abscisses en 0 et 12,5. La représentation graphique admet comme axe de symétrie la droite d'équation $l = 6,25$. La fonction admet un maximum pour $l = 6,25$ car la parabole a ses branches « tournées vers le bas » puisque le coefficient de degré deux, ici -2 , est négatif. Ce maximum vaut alors 78,125 qui est inférieur à 80. Donc, avec un rectangle, la loi ne peut être respectée si tous veulent se baigner simultanément.

Questions / remarques de l'atelier	Réponses /commentaires
Le collectif a envisagé également un demi-disque (partie droite fig. 3) d'une première façon : avec une plage qui est rectiligne et dans ce cas, le rayon R se trouve en résolvant l'équation $\pi \cdot R = 25$	Nous avons évoqué la possibilité d'une plage supposée semi-circulaire et dans ce cas le rayon vaut 12,5 m. Nous précisons que dans le premier cas, l'aire est supérieure à 80 m ² (environ 99 m ²) et la loi est respectée.
Un disque a été évoqué rapidement comme zone de baignade avec l'idée qu'il faudrait atteindre cette zone de baignade au milieu du lac. Des questions de sécurité ont été alors soulevées pour des enfants ne sachant pas nager.	Les aspects de la modélisation sont multiples : l'interprétation de la loi, la forme du lac, la zone de baignade, et également la présence dans l'énoncé du 2 m ² (dont diverses représentations sont possibles).

3 Grille d'amorce d'analyse *a priori* : ébauche

Après avoir explicité le rôle de la grille d'amorce d'analyse *a priori*, nous avons exposé ses divers champs (connaissances mathématiques en jeu, dimension vie quotidienne ou modélisation, place(s) dans la(les) progression(s), dimension TICE ou matérielle, démarches possibles des élèves, et difficultés et erreurs possibles). Nous avons précisé lors de l'atelier que la grille d'amorce d'analyse *a priori* permet :

- de creuser l'analyse sur les aspects didactiques et mathématiques de la situation avec les enseignants ;
- d'initier une analyse avec les enseignants selon différents axes.

Le collectif a ensuite proposé une ébauche de grille dont un extrait est présenté en figure 4.

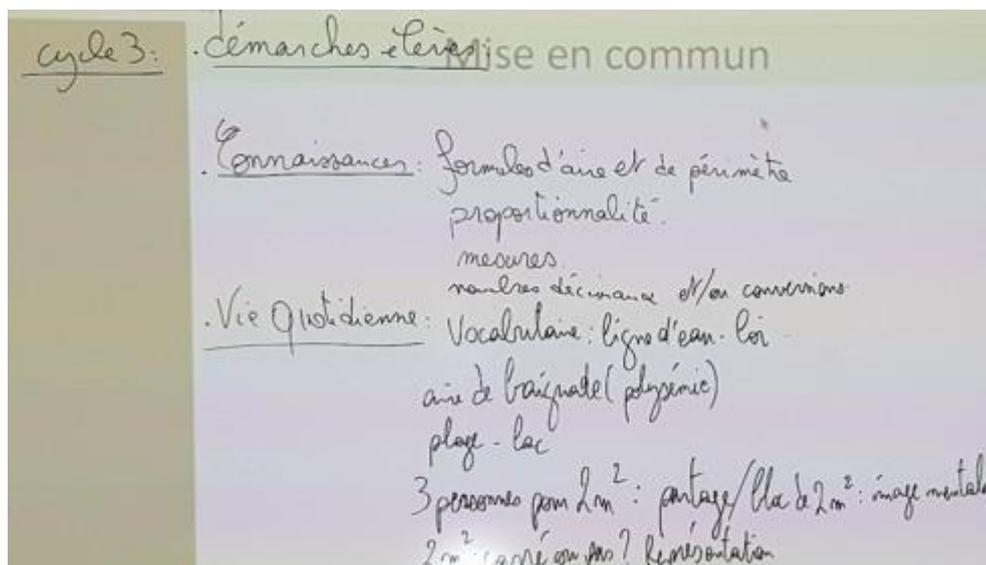


Figure 4: tableau de mise en commun d'éléments de la grille d'amorce d'analyse a priori

Questions / remarques de l'atelier	Réponses /commentaires
Selon une participante, commencer par envisager de trouver des démarches possibles d'élèves faciliterait ensuite le repérage des connaissances mathématiques en jeu, ce qui peut s'entendre.	Il y a bien entendu des allers-retours entre les items de la grille. Des éléments constitutifs de l'un des items entraînant par effet de rebond d'autres éléments dans d'autres items.
Une participante a discuté du fait de ne pouvoir envisager un retour à l'unité dans l'interprétation de la condition 3 personnes pour 2 m ² .	Nous avons partagé des retours d'expériences de classes : certains élèves engagent une procédure de type « 1,5 personnes pour 1 m ² » et se retrouvent bloqués ensuite dans leur tentative de représentation de la situation. Cette question soulève des difficultés dans la représentation des nombres mais aussi dans leur utilisation.

Pour enrichir la grille d'amorce d'analyse *a priori*, la vidéothèque⁴ est un outil spécifique de LSa qui vise à améliorer l'analyse didactique de la situation par le collectif d'enseignants. Un extrait-vidéo (décrit dans le tableau 1) de cette vidéothèque⁵ est visionné à titre d'exemple.

⁴ La vidéothèque rassemble plusieurs extraits vidéos réalisés par les facilitateurs en amont de la LSa. Ces extraits sont codés et classés dans une grille d'intervention du facilitateur. Cette grille permettra de montrer "à la volée" des extraits vidéos afin de faire réagir les enseignants du collectif.

⁵

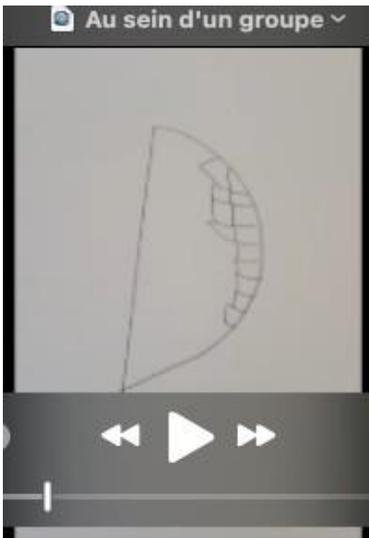
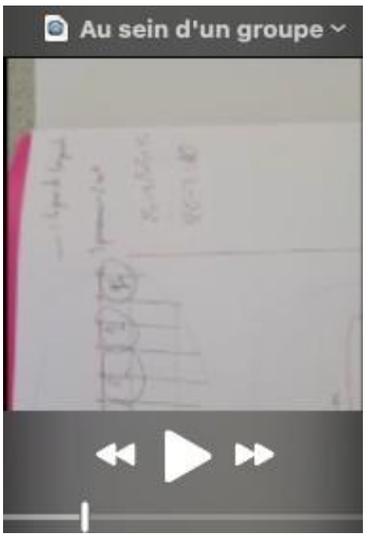
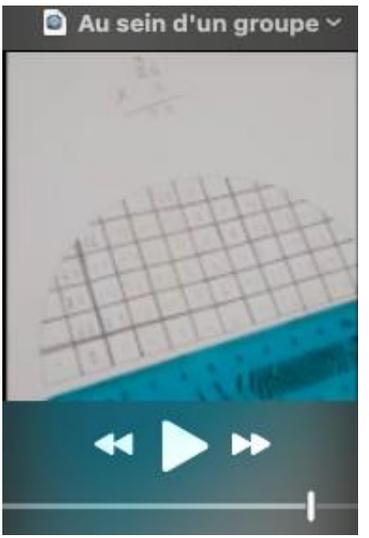
		
<p>Production d'une première élève : elle représente à main levée un demi-disque et débute son remplissage en zones.</p>	<p>Production d'une seconde élève : elle a identifié la nécessité de 40 zones de 2 m² et déclare qu'il faut faire des carrés de 2 m sur 2 m au groupe.</p>	<p>Production d'un troisième élève : il trace un demi-disque de rayon quelconque et le remplit avec des carrés tracés à la règle qu'il dénombre ensuite oralement.</p>

Tableau 1 : Extraits de la vidéo AuSeinDunGroupe.mp4 décrite dans le tableau 2

Le visionnage de cet extrait a fait réagir les participants de l'atelier.

Questions / remarques de l'atelier	Réponses /commentaires
<p>Les participants de l'atelier ont soulevé la question des supports de travail pour les élèves : Quel type de papier ? Quadrillé ou non ? Si oui, quel type de quadrillage ?</p> <p>La question de l'échelle (1 cm pour 1 m ou une autre échelle) a émergé également à l'issue du visionnage de la vidéo de classe.</p>	<p>Les intervenants ont alors partagé un point de vigilance lié à la rubrique « Matériel » qui doit être pensée pas seulement dans sa nature mais aussi dans son exploitation ou plutôt dans ses multiples exploitations. L'exemple d'un quadrillage réalisé avec de la laine, matériel déformable (voir annexe 3) a réinterrogé des choix qui avaient été faits lors des LSa dans l'académie de Normandie. Plus largement, le matériel est à préciser dans son type et son temps d'usage, au profit de quelle phase et de son(s) détenteur(s). Est-ce l'enseignant qui manipule sur une courte période du matériel pour montrer des zones de baignades variées ou l'élève qui manipule lui-même et pour quelle finalité ?</p>

Le travail de cette phase de l'atelier s'est achevé par le partage d'un scénario vécu où l'enseignant-expérimentateur, lors d'une phase de bilan intermédiaire, exposait aux élèves différentes zones de baignade avec la grande règle du tableau et une corde. Cela permettait d'illustrer cette question prégnante du matériel.

III - FEUILLE DE ROUTE : ÉBAUCHE ET COMPARAISON

1 Ébauche d'une feuille de route dans l'atelier

Notre discussion s'est amorcée sur les objectifs de la séance, sans envisager précisément, faute de temps, les phases du scénario comme c'est le cas en LSa. Nous avons mentionné le fait que prévoir la structuration du tableau dans le dispositif est essentiel et permet de recentrer le collectif sur des objectifs de séance.

Pour la partie *modus operandi* (voir annexe 1), en LSa, nous avons indiqué que le scénario comprendra obligatoirement l'intégration d'une phase de travail en groupe de 3 ou 4 élèves afin de faciliter l'observation du travail des élèves ensuite par les enseignants observateurs. Puisqu'une LSa est une formation d'enseignants, cela permet aussi de travailler la gestion du travail en groupe en résolution de problème. Nous insistons sur un point de vigilance : ne pas perdre trop de temps à discuter des types de groupes (hétérogènes ou pas). La focale privilégiée est ici celle des analyses didactique et mathématique de la leçon.

Dans l'atelier, nous avons évoqué les variables didactiques telles que la longueur de la ligne d'eau ou le nombre d'enfants ou encore les éléments de la loi. Toutes ces variables sont, rappelons-le, susceptibles d'être modifiées par le collectif d'enseignants.

Le collectif de l'atelier a décidé de situer leur préparation de séance au niveau CM1. Il a fixé comme objectifs de séance de travailler les notions de périmètre et d'aire et la proportionnalité. Il a imaginé une intervention de l'enseignant et discuté de ce qu'est un déclencheur d'intervention à partir des deux exemples suivants :

Déclencheur d'intervention	Descriptif de vidéo	Effet attendu
Le collectif n'imagine pas une zone de baignade semi-circulaire	AuSeinDunGroupe.mp4 4 élèves ont choisi une zone de baignade semi-circulaire. Une première élève fait un dessin à main levée, y ajoute des zones carrées. Une seconde élève dit qu'il faut 40 carrés de 2 m sur 2 m. Un troisième fait une figure aux instruments avec un quadrillage, mais sans échelle.	Prendre conscience de l'intérêt d'un support quadrillé proposé par l'enseignant. Prendre conscience que les élèves pour représenter 2 m ² vont tenter de réaliser des carrés de 2 m de côté. Prendre conscience qu'une échelle n'est pas innée.
Le collectif pense que le m ² est acquis, il n'envisage pas de créer une image mentale d'1 m ² .	Tissu.mp4 Un élève a calculé 25 m x 40=1000m ; il positionne les enfants le long de sa ligne d'eau. Il demande au professeur si 1000 m vaut 1 m ² . Le professeur manipule un tissu (1 m ² , puis 2 m ² , puis 4 m ²). L'élève	Interroger sur l'impact de l'intervention de l'enseignant. Faire anticiper le blocage et imaginer une alternative.

	représente alors la scène mais l'intervention du professeur n'a pas l'effet attendu.	
--	--	--

Tableau 2 : Extrait grille d'intervention du formateur, LSa « Aire de baignade », IREM de Rouen

Ce temps de l'atelier a permis un partage d'outils de facilitateurs spécifiques aux LSa : la vidéothèque et une grille d'intervention du formateur. D'autres extraits de la vidéothèque n'ont pas été présentés, faute de temps, mais peuvent permettre d'interroger la dialectique aire-longueur autour de la situation.

2 Partage d'éléments d'une LSa réalisée dans l'académie de Normandie

Nous avons précisé aux participants le contexte des données partagées. Il s'agit de données issues d'une LSa de liaison Cycle 3 avec comme problématique initiale des difficultés liées à l'enseignement des grandeurs. Six professeurs des écoles et deux enseignantes de collège ont participé à cette LSa cette année en mars, avril et juin.

2.1 Éléments partagés de la feuille de route

L'énoncé retenu par le collectif est identique à celui qui leur a été proposé (fig. 1). Les objectifs du collectif pour la séance de classe étaient « chercher un problème avec des grandeurs variées, chercher avec une notion de périmètre, chercher avec une notion d'aire et la proportionnalité. »

Concernant le matériel, le collectif avait prévu pour chaque table du papier blanc et quadrillé (petits carreaux et grands carreaux), une bobine de fil ou de la laine et des ciseaux. En réalité, le jour de la leçon, une enseignante a apporté uniquement des pelotes de laine (deux posées sur chaque table de groupe). La photo de l'annexe 3 partagée dans l'atelier montre un usage de la laine en séance qui a surpris le collectif d'enseignants. Ces derniers imaginaient que la laine pourrait aider à matérialiser la ligne d'eau mais ne s'attendaient pas à ce qu'un élève s'en empare pour matérialiser la zone de baignade.

Le scénario préparé contenait quatre phases (voir annexe 1), il a été partagé dans l'atelier avec des éléments en lien avec la modélisation mis en évidence. Dans la phase 3, est mentionnée : « définition d'une ligne d'eau, prise en charge de la modélisation de la plage (bord de l'eau) et en phase 5 de bilan :

- montrer différents rectangles avec les 25 m et des aires différentes ;
- écrire la définition d'un m^2 , de deux m^2 . Faire dessiner une surface d'aire un cm^2 et deux surfaces différentes de deux cm^2

Nous avons ensuite partagé des photos du tableau en fin de phase 3 qui correspond au bilan intermédiaire. Nous soulignons que le lac est représenté par un disque, la plage a été précisée par trois points sur le cercle, l'enseignante indiquant l'endroit de la plage. Puis l'enseignante a représenté (à droite du tableau) une aire de baignade rectangulaire en pointant (avec trois croix, fig. 5 à droite) l'endroit de la plage (rendue cette fois rectiligne).

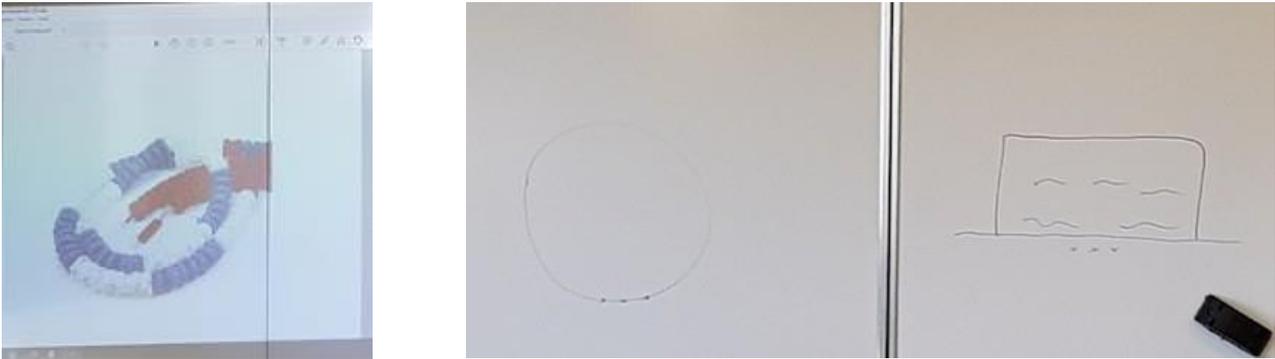


Figure 5 : photo de ligne d'eau projetée et état du tableau en fin de phase 3 du scénario

Les photos en fig.6 illustrent la fin du second bilan (phase 5). Celle de gauche montre la trace finale au tableau et celle de droite témoigne de la présentation finale d'un morceau de tissu de deux carrés de 1 m de côté accolés à toute la classe.



Figure 6 : photo du tableau et manipulation du tissus de $2m^2$ en fin de phase 5

2.2 Réflexions sur les choix faits dans l'académie de Normandie

La dernière journée de formation avec les enseignants ayant participé à cette LSa nous permet de revenir sur les choix faits par le collectif normand. Dans cet atelier, nous avons pu les évoquer.

Le vocabulaire « ligne d'eau » est une difficulté du fait de son double sens : objet et zone. Le collègue des élèves de la LS est situé à proximité d'une piscine. Pour un certain nombre de ces élèves, la ligne d'eau correspond au couloir de baignade. Cette réflexion a amené le collectif d'enseignants à faire les deux choix suivants : projeter une image de la ligne avec des flotteurs enroulés et faire verbaliser que la ligne d'eau sert à délimiter la zone de baignade. Le collectif a également choisi de déposer de la laine sur chaque table afin d'aider à matérialiser cette ligne d'eau. Cependant les élèves n'y ont pas spécialement prêté attention ou ne l'ont pas utilisé tel qu'imaginé par les enseignants.

Questions / remarques de l'atelier	Réponses /commentaires
Une idée partagée est que les élèves doivent être guidé dans les manipulations et que s'ils se voient suggérer du matériel, il est judicieux de prévoir en amont de les accompagner dans son utilisation.	La question du guidage est délicate, mais la laine a réservé des surprises au collectif d'enseignants. Le manque de rigidité d'un bout de laine a rendu sa manipulation difficile. Selon la tension exercée sur un bout de laine, sa longueur peut varier. En conséquence, on peut le penser, aucun élève n'a cherché à couper des morceaux de 25 cm de long.

2.3 Extraits d'apports autour de la modélisation par les facilitateurs

Nous avons ensuite exposé des éléments de recherche sur la modélisation apportée par les facilitateurs lors de la troisième journée de formation. Le principal apport est le cycle de modélisation de Blum et Leiss (2007). Pour une première appropriation de ce cycle (fig.7) il est demandé aux enseignants de mettre en relation une étape du cycle avec des productions d'élèves.

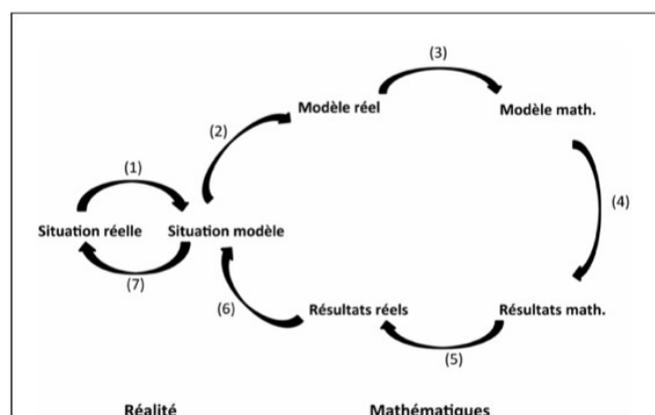


Figure 7 : Le cycle de modélisation de Blum & Leiss (2007) étapes traduites par Derouet.

Le tableau 3 présente un échantillon de ces apports didactiques insérés en LSa après avoir présenté le cycle de modélisation aux enseignants normands.

Dans cette situation, le groupe est passé de la situation modèle (SM) et à un modèle réel (MR)

Extrait Diaporama apports J3, LS "Aire de baignade", Normandie, 2022

(2) Situation modèle → Modèle réel

Ici, on passe, nous sommes dans le modèle mathématique (MM)

(3) Modèle réel → Modèle math.

1	2	3	4	5	6	7	8
x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x
9	10	11	12	13	14	15	16
x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x
17	18	19	20	21	22	23	24
x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x
25	26	27	28	29	30	31	32
x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x
33	34	35	36	37	38	39	40
x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x	x x x

Ce groupe est très bien passé du modèle mathématique (MM) aux Résultats mathématiques (RM).

(4) Modèle math. → Résultats math.

40 groupe

60 x 2 = 120 25 ÷ 2 = 12,5
 60 ÷ 2 = 30 ÷ 10 = 3 30 x 3 = 90

25 m = 250 cm
 2 m = 200 cm
 250 cm - 200 cm = 50 cm
 1,50 x 40 = 60

25 x 3 ÷ 2 = 37,5 x 3 = 112,5
 25 x 2 = 50
 31 x 2 = 62

Extrait Diaporama apports J3, LS "Aire de baignade", Normandie, 2022

Tableau 3 : Extrait diaporama d'apports didactiques en lien avec la modélisation

Les trois premières images ont été support d'identification par les enseignants d'étapes du cycle de modélisation, les aidant à mieux appréhender les enjeux de la modélisation.

La quatrième image montre qu'il faut prêter attention à des démarches qui mettent en avant le calcul sans que ceux-ci n'aient de sens concret. C'est un point important soulevé en LSa qui permet de réinterroger la pratique enseignante sur les attentes concernant la résolution de problème (pas seulement faire un calcul et une phrase réponse, mais une explication de procédure).

IV - POTENTIALITES DE L'AIRES DE BAINNADE SUR LE PLAN DE LA MODELISATION.

1 Questions autour de la modélisation

Nous sommes revenus sur deux questions initiales proposées dans l'atelier. La première était la suivante : *Comment l'enseignant gère-t-il la pluralité des modèles lors du temps d'institutionnalisation ?*

Sur cette question, l'atelier a collectivement réfléchi à ce que serait un scénario mettant l'accent sur la modélisation, relevant au passage que le scénario imaginé dans l'académie de Normandie s'était concentré sur le cas de zones de baignades rectangulaires. Les participants de l'atelier ont imaginé une première

séance s'achevant sur l'exposition d'une variété de modèles géométriques possibles. Ensuite une autre séance pourrait se concentrer sur un travail autour de zones de baignade rectangulaires par exemple. Si la contrainte de temps ne le permet pas, une alternative consisterait à traiter du demi-disque sur une séance ultérieure avec une estimation d'aire sans nécessité de formule connue.

La seconde question était : *Quelles interventions de l'enseignant et quelle part de modélisation laissée à la charge des élèves ?* Les participants de l'atelier complètent une grille d'intervention de l'enseignant de la façon suivante :

Phase	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
2-3	Un ou des élèves ont construit un seul rectangle, et n'ont pas 80 m ² . Ils concluent que ça ne marche pas.	Tu ne peux en faire un deuxième pour être sûr ? Pourquoi tu as tracé ça ? On montre un autre rectangle préparé par l'enseignant ou d'un autre élève	

Les participants ont ensuite pris connaissance de certaines des interventions anticipées par le collectif des enseignants de l'académie de Normandie (tableau 3).

Phase	Déclencheur d'intervention	Intervention	Effets attendus, buts
2-3	Qu'est-ce qu'une ligne d'eau ?	Photo papier à montrer au groupe Projeter une photo de ligne d'eau	
2-3	Qu'est-ce que le m avec un 2 dessus ?		
2	L'élève réalise une figure fermée	Pas d'intervention, on laisse poursuivre, Puis on utilise la ficelle pour montrer la ligne d'eau sur la table	Faire reconsidérer la zone fermée
2	Le groupe demande "Qu'est-ce qu'une aire de baignade ?"		
2	L'élève reste sur la notion de périmètre sans considérer l'aire : 3 enfants pour 2 m	Présenter un tissu de 2 m sur 1 m qu'on peut plier en deux	Rendre visible ce qu'est 1 m ² afin de passer de la longueur à l'aire

Tableau 3 : Extrait de la grille d'intervention de l'enseignant, LS « Aire de baignade », Normandie, 2022

Questions / remarques de l'atelier	Réponses /commentaires
Certains membres ont questionné les cases vides de cette grille d'interventions	Nous avons précisé que cette grille était celle réalisée en amont de la séance de classe, et qu'elle avait été complétée grâce à l'analyse collective <i>a</i>

posteriori. En cela, des difficultés d'élèves ont été mieux appréhendées au fil du dispositif.

2 Perspectives autour de la modélisation

Pour aller plus loin, nous partageons une réflexion du groupe « Activités - Lesson Study » qui, développe des LSa et avait initialement pour problématique l'enseignement de la modélisation dès sa participation à la co-écriture du document Ressource *Mathématiques et Quotidien* (MEN-DGESCO, 2016). Nous proposons des situations de modélisation et partageons des temps de rencontre avec des chercheurs en didactique, ce qui permet de partager des avancées de la recherche sur la modélisation. Ayant eu connaissance des concepts de mathématisation horizontale et verticale, de « fragments de réalité » de Yvain-Prébiski (2018), nous avons porté un nouveau regard sur l'enseignement des situations de modélisation en LSa. L'intérêt partagé est qu'une telle analyse didactique, par exemple de « l'aire de baignade », avec la double focale des mathématisations horizontale et verticale, semble permettre de mieux saisir les enjeux de la modélisation par les enseignants.

Une perspective de poursuite de l'atelier serait de s'intéresser à ces fragments de réalité décrits par le cycle de modélisation d'Yvain-Prébiski (2018) présenté en fig. 8 et de regarder l'aire de baignade sous la double focale de la mathématisation horizontale et la mathématisation verticale qui sont distinctes.

Pour la mathématisation horizontale, il s'agit d'identifier ou de décrire les mathématiques spécifiques dans un contexte général, de schématiser, formuler et visualiser un problème de différentes façons, de découvrir des relations, des régularités, ou encore de transférer un problème du monde réel à un problème mathématique. La mathématisation verticale comprend la formation d'un modèle mathématique (ou de plusieurs combinés entre eux) sa généralisation, son ajustement.

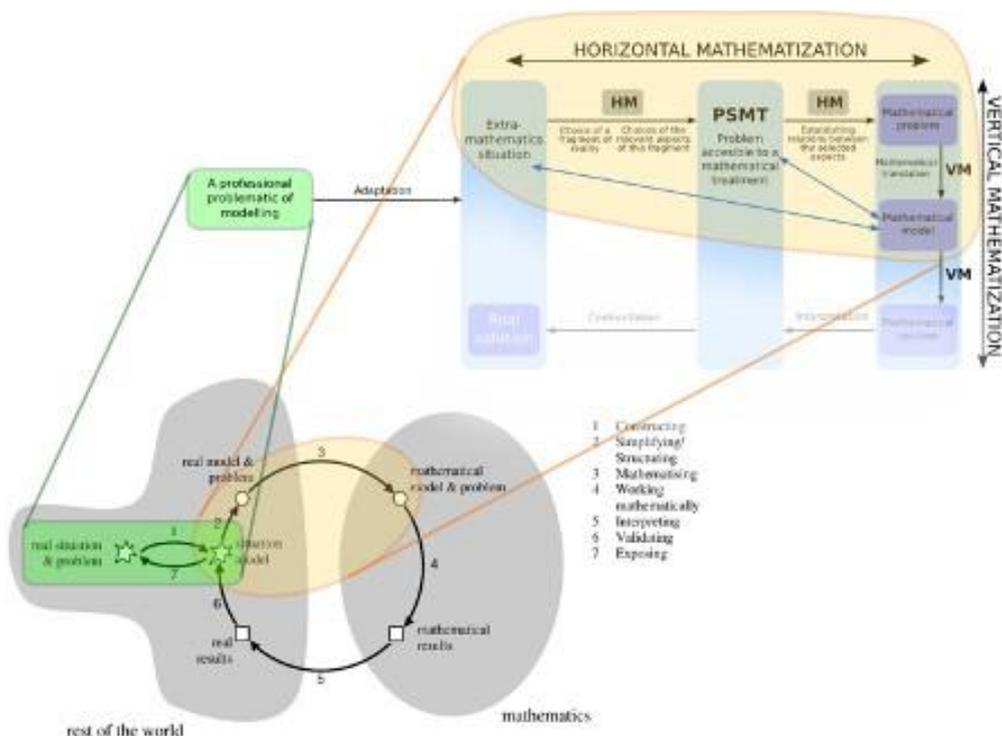


Figure 8 : Cycle de modélisation d'Yvain-Prébiski (2018)

Derouet et Yvain-Prébiski (accepté) ont dégagé des fragments de réalité de cette situation à considérer comme la ligne d'eau, la forme du lac... Nous avons resitué le cycle de Blum et Leiss (fig.6) présenté précédemment dans celui augmenté (fig. 8) d'Yvain-Prébiski (2018) en détaillant les éléments de la mathématisation horizontale (fig.9).

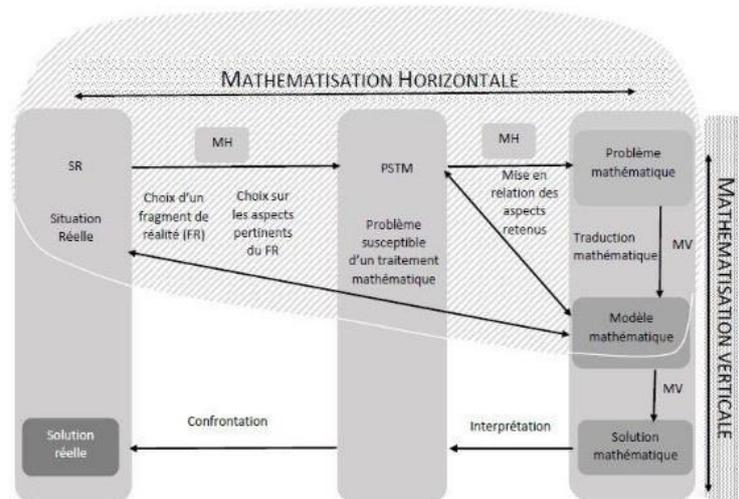


Figure 9 : Détail de la mathématisation horizontale, cycle de modélisation d'Yvain-Prébiski (2021)

Un projet de recherche LDAR-IREM de Rouen sur les « LSA et dynamiques de développement professionnel » s'intéresse en particulier à la place de la modélisation dans la formation des facilitateurs. Deux communications récentes à ETM7 (Derouet & Yvain-Prébiski, à paraître) et à ICTMA20 (Yvain-Prébiski & Masselin, accepté) s'appuient sur la situation *aire de baignade*. Nous renvoyons le lecteur aux premiers résultats de recherche dans les actes à paraître car ils permettent de creuser l'analyse présentée.

V - CONCLUSION SUR LES QUESTIONS

À travers le travail de l'atelier, les participants ont découvert (ou redécouvert pour certains) la situation de *l'aire de baignade*. Ils ont identifié collectivement des potentialités en termes de modélisation et de formation autour de la modélisation. L'ébauche d'élaboration collective d'une feuille de route puis sa confrontation à celle issue d'un collectif normand ont permis de questionner les choix réalisés. En particulier, la question du scénario et de modèles possibles et la nature d'interventions de l'enseignant quant à une pluralité de modèles ont été soulevées.

L'atelier a également permis aux participants de découvrir le dispositif LSA et quelques-uns de ses outils spécifiques et différents rôles de facilitateurs en LSA (Masselin & al., 2022). Nous avons par exemple partagé des rôles identifiés dans la première boucle :

- celui d'analyste didactique-mathématique qui consiste à analyser le déroulement du travail des élèves / de l'enseignant-expérimentateur à partir des données recueillies en classe.
- celui de passeur de connaissances didactiques.

Le problème de l'aire de baignade a été repéré comme un problème atypique selon la classification des problèmes par Houdement (2017).

Un participant de l'atelier a également posé la question suivante : « Qu'institutionnalise-t-on en LSA par exemple sur l'aire de baignade ? ».

Nous avons répondu à deux niveaux.

S'agissant du collectif des enseignants de l'académie de Normandie dont nous avons partagé des éléments dans l'atelier, le troisième jour, des apports ont eu lieu sur la dialectique entre grandeurs (aire-longueur), mais également sur des emprunts issus des deux guides fondamentaux (MENJS, 2022) pour enseigner « La résolution de problèmes mathématiques au collège » et « La résolution de problèmes au cours moyen ». Le collectif a rapproché le cycle de modélisation de Blum & Leiss (2007) du modèle en quatre phases présent dans le guide du cours moyen (fig.10).

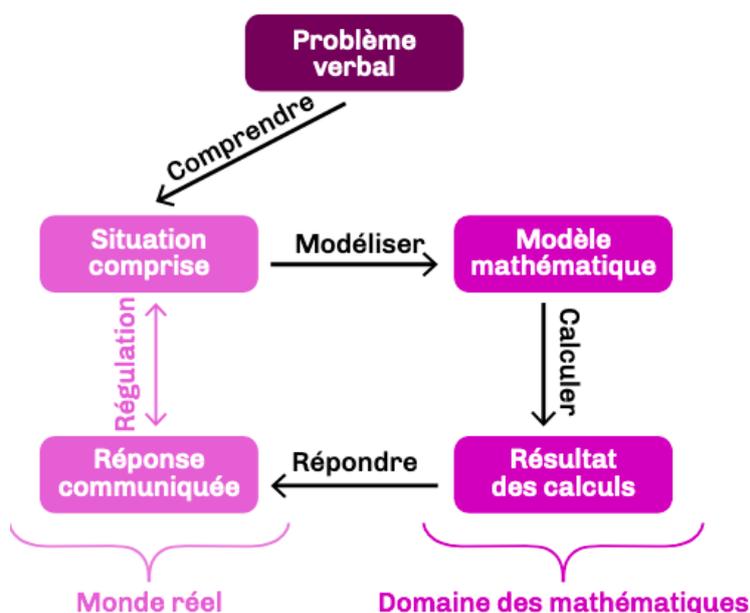


Figure 10 : Extrait du guide sur la résolution des problèmes au cours moyen (fig 4, p.44)

Nous avons mentionné que les enseignants de Cycle 3 ont plus largement partagé collectivement d'autres ressources qu'ils utilisent dans leurs propres classes (CM₁, CM₂ et 6^e). Ils ont également questionné leur propre progression sur les aires ou périmètres lors du troisième jour de la formation. Ils ont croisé, mutualisé des situations à insérer sur ces concepts avant de faire résoudre l'aire de baignade.

Concernant une LSA sur l'aire de baignade réalisée cette fois avec des Référents Mathématiques de Circonscription, ces derniers ont pris en charge la construction d'apports didactiques post-leçon de recherche pour des futures LSA en constellations. Ces apports seront partagés dans un cahier de LS co-écrit sur l'aire de baignade dont la parution est prévue à l'automne 2022.

L'atelier s'est achevé sur des échanges autour de deux ressources en lien avec les LSA :

- l'ouvrage « Ingénierie de formation de mathématiques de l'école au lycée » (Masselin, 2020) qui contient un vademécum avec des outils spécifiques (vidéothèque, diaporama d'apports mathématiques et didactiques) ainsi que quatre premiers cahiers de LS ;
- le site de l'IREM de Rouen précise une bibliographie, des vidéos du premier séminaire LS⁶ du 21 mai 2021 et les cahiers de LS⁷ sur d'autres situations en lien avec la modélisation.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Blum, W & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? The example « Sugarloaf » and the DISUM project, In C. Haines, P.L. Galbraith, W. Blum S. Khan (Dir.), *Mathematical modelling (ICTMA12)-Education, engineering and economics* (pp..222-231), Horwood.

Derouet, C. & Yvain-Prébiski, S., (à paraître). Vers la mathématisation de situations ancrées dans le réel : une proposition de grille d'analyse. In *Pré-actes du 7e Symposium sur les Espaces de Travail Mathématique, Strasbourg, juin 2022*.

Hartmann, F., & Masselin, B. (2020). Quand un collectif d'enseignants s'empare d'une situation issue du quotidien, retour sur une lesson study adaptée, au cycle 3 sur la situation de la caisse, In COPIRELEM (Ed.), *Actes du 45e colloque international des formateurs de professeurs des écoles, 2019, Lausanne (pp.121-128)*. <http://www.arpeme.fr/documents/Actes-Lausanne-e.pdf>

Houdement, C. (2017), Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

Lewis, C. & Hurd, J. (2011). *Lesson study step by step: How teacher learning communities improve instruction*, Portsmouth, Heinemann.

Masselin, B. (2020). *Ingénierie de formation en Mathématiques de l'école au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies*, Ed. Presses Universitaires de Rouen et du Havre, Rouen. <http://purh.univ-rouen.fr/node/1309>

Masselin, B., & Derouet, C. (2019). Sur la mise en évidence des effets d'une formation courte sur les pratiques d'enseignants autour de la simulation en probabilité en classe de troisième, In M. Abboud (Ed.), *Mathématiques en scènes, des ponts entre les disciplines. Actes du Colloque EMF 2018* (pp. 198-207). Paris : Éditions de l'IREM de Paris. https://emf2018.sciencesconf.org/data/actes_EMF2018.pdf

Masselin B., Hartmann, F., & Artigue, M., (2022). Étude du rôle des facilitateurs dans un dispositif de Lesson Study adapté, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Volume thématique numéro 1, 2022*.

MEN-DGESCO, (2016). « Mathématiques et quotidien », *Document Ressources Transversales*. <https://eduscol.education.fr/document/17206>

MENJS, (2022). La résolution de problèmes mathématiques au collège. Les guides fondamentaux pour enseigner. Eduscol <https://eduscol.education.fr/document/13132>

⁶ Lien IREM de Rouen <https://irem.univ-rouen.fr/presentationactivites>

⁷ Ensemble des cahiers de LS disponibles et à paraître, site de IREM de Rouen <https://irem.univ-rouen.fr/cahiers-de-ls>

MENJS, (2022). La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen. Les guides fondamentaux pour enseigner. Eduscol. <https://eduscol.education.fr/document/32206>

Yvain-Prébiski, S. (2018). *Étude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves* [Thèse de doctorat, Université de Montpellier]. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01956661v1>

Yvain-Prébiski, S., & Masselin, B. (accepté). Modeling from an extra-mathematical situation: from teacher training to implementation at the transition from primary school to secondary school, within lesson study adapted in French context. *ICTMA20, University of Wuerzburg, Germany, October 2022.*

VII - ANNEXE 1 : FEUILLE DE ROUTE NORMANDE « AIRE DE BAINNADE », EXTRAITS

Objectifs

Chercher un problème avec des grandeurs variées. Chercher avec une notion de périmètre, chercher avec la notion d'aire. Proportionnalité.

Modus Operandi

Travail en groupe de 3-4. Six groupes hétérogènes avec un moteur par groupe.

Prévoir du matériel sur chaque table : papier blanc, quadrillé

Petits et grands carreaux, une bobine de fil ou de la laine et des ciseaux.

On ne retient pas l'idée d'une table buffet pour éviter les déplacements.

Scénario

Phase 1 (2 minutes) : introduction de la séance

Présentation globale de la séance.

Distribution de l'énoncé. P : « Lire l'énoncé silencieusement-individuellement puis vous pourrez rechercher en groupe une réponse à cet exercice avec ou sans le matériel sur la table. La calculatrice est autorisée. Chaque groupe se mettra d'accord et devra rendre une feuille avec vos traces de recherche même si vous pensez ne pas avoir trouvé la solution. »

Phase 2 (10 minutes) : travail de groupe

Recherche avec le matériel mis à disposition

Phase 3 (...minutes) : bilan collectif

Répondre aux questions récoltées lors de la phase 2 de manière collective.

Définition d'une ligne d'eau, prise en charge de la modélisation de la plage (bord de l'eau)

Si la réponse sur la proportionnalité est trouvée, on la partage à la classe afin de les lancer sur la recherche de la forme.

Phase 4 (30 minutes) : retour en travail de groupe

A la fin on récupère le produit de groupe (à rappeler régulièrement dans la séance)

Pause : 15 min de récréation

Phase 5 (...minutes) : bilan

Montrer différents rectangles avec les 25 m et des aires différentes

Écrire la définition de ce qu'est un mètre carré, deux mètres carrés, Faire dessiner un centimètre carré et deux surfaces différentes de 2 cm².

À périmètre égal, aires différentes

VIII - ANNEXE 2 : REALISATION D'UN ELEVE DANS UN GROUPE

Dans un groupe observé en LSa en Normandie, un élève a découpé de la laine rose en plusieurs morceaux, ce qui n'était pas attendu par le collectif d'enseignants. Ce collectif avait projeté qu'un bout de laine matérialiserait la ligne d'eau de 25 m et non pas l'aire de baignade.

L'élève a réalisé un « quadrillage en laine » de 5 sur 8 zones supposées être carrées, afin d'obtenir 40 carrés dans lesquels il a ensuite placé trois minuscules morceaux de papier pour matérialiser trois baigneurs. La laine jaune, initialement absente de sa réalisation a été ajoutée pour matérialiser la ligne d'eau. Une intervention du chercheur durant la leçon de recherche a incité les trois autres élèves du groupe à réaliser une représentation de ce « maillage » mou.

Un obstacle non anticipé a été de choisir une échelle car une élève proposait 15 cm pour représenter 25 m de ligne d'eau. L'échelle 1 cm sur la feuille pour 1 m en réalité n'allait pas de soi dans le groupe d'élèves concerné.



IX - ANNEXE 3 : FEUILLE DE ROUTE DE L'ATELIER « AIRE DE BAINNADE »

Ceci est le travail réalisé autour de la feuille de route dans l'atelier. Nous précisons qu'ordinairement cette élaboration collective nécessite a minima trois heures de travail et que l'atelier n'y était pas entièrement consacré. Y figurent des choix barrés (en particulier concernant le niveau de classe) comme en L5a où nous laissons des traces de propositions émanant du collectif mais n'ayant pas obtenu l'adhésion totale. Des idées sont momentanément écartées, parfois par un vote au sein du collectif, pour le temps de la leçon de recherche. Les laisser visibles sur le projet collectif permet aux enseignants de reconsidérer ces choix autres pour les expérimentations dans leur propre classe.

Feuille de route de l'enseignant expérimentateur

Cette feuille de route sera complétée au fur et à mesure que les documents (énoncé, bilan, etc) arriveront.

Table des matières

Feuille de route de l'enseignant expérimentateur	1
Énoncé	1
Objectifs	1
Modus operandi	1
Scénario	1
Grille d'intervention	3
Répartition des rôles	4

Énoncé

<p>Aire de baignade</p> <p>Les moniteurs d'une colonie de vacances souhaitent amener 120 enfants se baigner tous ensemble dans un lac. Pour délimiter une aire de baignade, ils disposent d'une ligne d'eau de longueur 25 m. La loi impose que le nombre de baigneurs ne doit pas dépasser 3 personnes pour 2 m².</p> <p>Pourront-ils respecter la loi ?</p>

Objectifs : En cycle 3 : ~~fin de~~ CM2 ? ~~Fin de~~ CM1 ?

Modélisation – problème de recherche – problème à plusieurs étapes/atypique

Dénouer les deux grandeurs mises en jeu

Modus operandi

Scénario

Phase 1 (... minutes) : Description

Phase 2 (... minutes) : Description

Grille d'intervention de l'enseignant

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
	Les élèves ont construit un rectangle, on n'a pas 80 m ² , ça ne marche pas.	Tu ne peux pas en faire un deuxième pour être sûr ? Pourquoi tu as tracé ça ? On montre un autre rectangle du prof ou d'un autre élève.	

Ceci est le travail réalisé autour de la feuille de route dans l'atelier. Nous précisons qu'ordinairement cette élaboration collective nécessite a minima trois heures de travail et que l'atelier n'y était pas entièrement consacré. Y figurent des choix barrés (en particulier concernant le niveau de classe) comme en L5a où nous laissons des traces de propositions émanant du collectif mais n'ayant pas obtenu l'adhésion totale. Des idées sont momentanément écartées, parfois par un vote au sein du collectif, pour le temps de la leçon de recherche. Les laisser visibles sur le projet collectif permet aux enseignants de reconsidérer ces choix autres pour les expérimentations dans leur propre classe.