QUELLES PRATIQUES ENSEIGNANTES POUR QUELLE FORMATION DES ELEVES EN RESOLUTION DE PROBLEMES ?

Annie CAMENISCH
Maitre de conférences en Sciences du langage
INSPE, Université de Strasbourg
annie.camenisch@unistra.fr

Serge PETIT
Professeur de mathématiques honoraire
IUFM d'Alsace, Université de Strasbourg
serge.labaroche@sfr.fr

Cette communication rend compte d'une recherche en cours, portant sur les problèmes additifs à énoncés verbaux. Cette recherche a débuté à l'automne 2019 et a été proposée dans plusieurs circonscriptions réparties sur tout le territoire hexagonal concernant plus de 220 enseignants et plus de 3000 élèves des cycles 2 et 3 durant l'année scolaire 2019-2020. Cette recherche propose aux enseignants concernés un protocole strict d'apprentissage de certains écrits intermédiaires au sens large (écrits, graphiques, schémas, etc.) et trouve ses fondements dans les travaux de Duval (1995), notamment pour ce qui concerne les difficultés inhérentes aux changements de registres de représentations proposés en résolution de problèmes. L'accent sera mis sur la formation continue des professeurs qui est induite par le « dispositif élèves » mis à leur disposition. L'effet de cette formation est notamment évalué par une analyse des progrès des élèves et par les difficultés qui subsistent à l'issue du travail proposé. Le « dispositif élèves » sera questionné à partir des résultats obtenus.

I - INTRODUCTION

Des énoncés de problèmes additifs inspirés des travaux de Vergnaud, ont été proposés à des publics variés lors de conférences données depuis une dizaine d'années. Le public était constitué de professeurs des écoles, conseillers pédagogiques, inspecteurs de l'éducation nationale, référents mathématiques, etc. La réussite de l'ordre de 5 % (arrondi à l'entier le plus proche) retournée par 1234 enseignants et cadres au problème suivant interroge :

Lundi à midi, Ali reçoit 145 euros. Lundi après-midi, il fait des courses. Le soir, quand il rentre à la maison, il constate qu'il a 67 euros de moins que le matin. Combien a-t-il dépensé lundi après-midi ?

Cet énoncé de problème ne présente aucune difficulté au niveau du lexique, pas davantage qu'au niveau syntaxique. Les situations décrites sont familières (*recevoir de l'argent, aller faire des courses, constater, dépenser de l'argent*). Voici le détail des réponses des enseignants arrondis au point le plus près :

Réponses	Non-réponses	Réponse juste (212)	78 (145 – 67)	67
Pourcentages	17 %	5 %	15 %	63 %

Figure 1. Résultats de 1234 professeurs et cadres à un problème additif

Pareils résultats ne peuvent qu'interroger sur la formation des enseignants et leur pratique en résolution de problèmes dans leurs classes ou en formation pour les formateurs concernés par ces résultats.

Il ne s'est pas agi de réponses recueillies par un quelconque logiciel de tests, mais bien de réponses rendues sous forme « papier », ce qui permet l'observation des traces écrites et d'éventuelles vérifications. Les traces écrites ne laissent apparaitre que très peu de schémas (moins d'une dizaine chez les enseignants), cinq ou six tentatives d'utilisation de diagrammes dits « en barres » et aucune trace de vérification. Les reformulations de l'énoncé n'apparaissent pas car, si certains enseignants en ont mobilisé, c'est vraisemblablement de manière mentale. Un bon nombre d'enseignants écrivent ou disent spontanément en rendant leur feuille « je ne suis pas sûr(e) », mais ne savent visiblement pas comment vérifier.

Il serait possible d'objecter que la résolution de ce problème a été donnée lors de conférences ou de formations et que les enseignants ou cadres concernés n'étaient pas dans leur milieu habituel. Certes, mais bon nombre d'entre eux ont échangé et la durée proposée était toujours suffisante.

Se pose donc très clairement la question de la représentation de la situation que se font les enseignants ou cadres à la lecture de l'énoncé. Des outils intermédiaires, soit langagiers (comme la reformulation), soit relevant des graphiques ou des schémas, visiblement insuffisamment mobilisés, pourraient sans doute concourir à améliorer les performances des enseignants et cadres et peut-être permettre de vérifier les résultats.

Ce constat et cette réflexion préalables ont conduit à proposer des dispositifs explicites et détaillés d'enseignement adaptés aux différents niveaux ciblés. Ces dispositifs portaient sur la résolution de problèmes additifs de natures diverses. Un tel travail méthodique des outils de représentation (y compris langagiers) que nous pensions pertinents en résolution de problèmes dits « additifs », problèmes portant sur des comparaisons, des transformations, ou plus complexes, mélangeant ces deux types de problèmes élémentaires, quel que soit l'état, la transformation ou la comparaison à déterminer.

Proposer un tel travail pour les élèves constituait indirectement aussi à nos yeux une action de formation à destination de leurs enseignants.

Trois protocoles de travail ont été proposés à des classes de professeurs volontaires, originaires de toutes régions de la France métropolitaine (un pour les CP, un pour les CE1 et CE2, un pour les CM1 et CM2).

II - METHODOLOGIE

1 Principe

Pour tous les niveaux, la méthodologie définie *a priori* était la même :

1. il serait fait appel à des professeurs volontaires à l'issue de conférences données par l'un ou l'autre des deux auteurs de cette communication,

2. un test initial serait proposé à l'ensemble des élèves de chacune des catégories retenues,

3. les résultats à ce test initial permettraient de former, par catégorie, deux groupes à résultats équivalents (un groupe témoin et un groupe test),

4. un protocole strict de travail serait proposé au groupe test, le groupe témoin poursuivant les apprentissages habituels

5. un test final serait proposé à la fois au groupe témoin et au groupe test

6. le groupe témoin serait invité à engager le protocole de manière différée et une évaluation finale, similaire à celle du groupe test, lui serait aussi proposée.

2 Matériel distribué aux professeurs

Afin que le protocole soit suivi de la même manière par l'ensemble des participants d'une catégorie donnée, des documents très détaillés ont été fournis aux professeurs participants :

1. consignes de passation strictes (élèves concernés, présentation du test initial, précision sur les dates de passation, anonymisation, modalités de retour des résultats, etc.),
2. protocole de passation et consignes item par item,
3. les points observés (en langue et en mathématiques),
4. les consignes précises de codage se rapportant aux points observés, tant pour les mathématiques que pour la langue,
5. le test initial.

Les enseignants corrigeaient eux-mêmes les tests et les encodaient selon les consignes spécifiées. Le test final accompagné de documents analogues n'est envoyé à l'enseignant qu'après réception des résultats (anonymisés) au test initial, une fois le travail d'enseignement réalisé. Les copies que nous avons reçues ne faisaient pas apparaitre de fortes déviations dans les corrections.

III - LE PROTOCOLE DE TRAVAIL EN CE (CE1 ET CE2)

Le même dispositif a été proposé aux élèves de CE1 (501 élèves) et de CE2 (424 élèves) portant sur un même objet d'apprentissage : la résolution de problèmes comparatifs et exclusivement ces problèmes. Le choix de proposer le même protocole à ces deux niveaux pourra se discuter au vu des résultats.

1 Test initial, descriptif sommaire

Le test initial comporte huit problèmes qui sont à résoudre par blocs de deux sur quatre jours d'une même semaine. Les quatre premiers énoncés portent uniquement sur des comparaisons, objet de l'enseignement prévu, alors que les quatre derniers, portant sur des transformations, constituent à la fois des distracteurs par rapport au travail qui sera engagé et des points de repères d'éventuels effets de transfert.

Les énoncés de problèmes comparatifs ont tous la même structure linguistique comprenant trois phrases : une phrase déclarative portant sur une comparaison, une phrase déclarative indiquant un état et une phrase interrogative. Les énoncés figurent dans le tableau suivant :

1. Anne a 2 billes de plus que Karim. Anne a 7 billes. Combien de billes a Karim ?	2. Lucie a 4 balles de plus que Pol. Pol a 5 balles. Combien de balles a Lucie ?
3. Karim a 2 billes de moins qu'Anne. Anne a 7 billes. Combien de billes a Karim ?	4. Pol a 4 balles de moins que Lucie. Pol a 5 balles. Combien de balles a Lucie ?

Figure 1. Quatre premiers énoncés du test CE1 et CE2

La résolution de ces problèmes peut présenter des degrés de difficultés variables, expliqués pour partie par le concept de congruence Duval (1995).

L'analyse de congruence prend en compte l'ordre d'apparition dans l'énoncé des unités signifiantes et l'ordre dans lequel ces unités signifiantes sont transposées dans l'égalité résolvante que nous appellerons « experte » c'est-à-dire une égalité qui n'est pas « à trou » (sans renier pour autant l'expertise des élèves qui mobilisent des égalités résolvantes à trou), et l'éventuelle opposition sémantique apparente entre des unités signifiantes elles-mêmes (« plus » et le signe « - ») par exemple (Petit & Camenisch, 2018). En effet, le comparatif « de plus » renvoie à un autre mot que le nom du signe « + », l'homonymie porte à confusion.

Dans le premier énoncé, les unités signifiantes sont dans l'ordre : **2** ; **de plus** ; **7**. Or, l'égalité experte permettant la résolution de ce problème est **7 – 2** =___. Dans ce cas, ni l'ordre, ni la correspondance sémantique ne sont respectés. Cet énoncé apparait donc comme « fortement non-congruent ». Nous retenons à priori quatre classes de congruence pour les énoncés proposés pour le test initial : fortement non-congruent (noté - -), non-congruent (noté -), congruent (noté +) et fortement congruent (noté ++) (Petit & Camenisch, 2018).

Les quatre problèmes à une comparaison présentent donc des degrés de congruence différents (Camenisch & Petit, 2018) et vont par paire. Les problèmes 1 et 3 font référence à une même situation que l'on peut décrire par « Anne a 7 billes. Karim a 5 billes », le problème 3 étant le pendant du problème 1 : « Karim a 2 billes de moins qu'Anne. Anne a 7 billes (fond tramé jaune du tableau, à gauche). Combien de billes a Karim ? » Les problèmes 2 et 4 font référence une même situation (fond tramé bleu, à droite) que l'on peut résumer par : « Lucie a 9 balles. Pol a 5 balles. »

Les problèmes 1 et 4 ont été donnés du CE1 au CM2, afin de rendre compte de la progression « naturelle » des résultats sur ce tronçon de la scolarité.

Les résultats des élèves sont analysés tant du point de vue de la réussite en mathématique qu'en langue. Les consignes d'encodage (voir exemple ci-après) ont été très explicites, en anticipant au maximum les erreurs des élèves. Elles peuvent aussi servir d'outil pour l'enseignant afin de distinguer les types d'erreurs commises par les élèves. Ainsi ce qui importe pour considérer la réponse comme juste n'est pas la capacité à réaliser un calcul, mais celle de poser une opération conduisant à ce calcul. Une égalité erronée conduisant à un résultat juste, comme 2 – 7 = 5, est considérée comme une erreur, à distinguer de l'erreur qui porte sur le mauvais choix de l'opération, comme mentionné dans le tableau des consignes ci-dessous :

M01[1] Premier item de mathématique (un item par problème qui évalue la qualité de la réponse mathématique et elle seule)

0	Aucune réponse
1	**L'élève a écrit 5, cinq** ou **7 – 2**, dans la partie calcul ou en réponse, avec ou sans phrase ou groupe nominal, avec ou sans calcul juste. Mais pas 5 = 2 – 7 (code 7)
7	**L'élève a répondu 5 en posant « l'égalité » 5 = 2 – 7 ou 2 – 7 = 5**
8	L'élève a répondu **9 ou 2 + 7 ou 7 + 2**, dans la partie calcul ou en réponse, avec ou sans phrase ou groupe nominal, que le calcul 2 + 7 soit juste ou non.
9	Autre réponse.

Figure 2. Consignes de codage du P 1 en mathématiques

Les écrits réalisés par les élèves ont aussi été analysés du point de vue de la langue. La consigne demandait explicitement aux élèves d'écrire une « phrase réponse ». Notre premier point d'observation porte donc sur la qualité syntaxique et sémantique de cette phrase réponse. Cette phrase répondait-elle à la question posée en utilisant la syntaxe appropriée, sachant que le modèle syntaxique de la phrase réponse figurait dans l'énoncé (*Anne a 7 billes*) ?

[1] M01 pour Mathématiques Item 1

F01[2] : Qualité syntaxique et sémantique de la phrase réponse

0	L'élève n'a écrit aucun mot, seulement un chiffre ou rien du tout.
1	L'élève a fait une **phrase**, **syntaxiquement et sémantiquement correcte**, quelle que soit sa qualité orthographique, quelle que soit la réponse mathématique, sans erreur ni oubli des marqueurs de phrase (Majuscule, point final). Accepter les phrases « Karim a X billes. » « Il a X billes. » « Il en a X. » (X écrit en chiffres ou en lettres) Refuser les phrases du type : « Il **y** a X billes » ou « Elle a X billes ».
2	L'élève a fait une **phrase**, **syntaxiquement et sémantiquement correcte**, quelle que soit sa qualité orthographique, avec oublis sur les marqueurs de phrases (Majuscule et/ou point final).
8	La réponse de l'élève contient un **groupe nominal juste**, (X **billes**), quelle que soit la valeur de x, quelle que soit l'orthographe de « billes » avec ou sans la marque de pluriel « s ».
9	Autre réponse.

Figure 3. Consignes de codage du P 1 en français, qualité sémantique de la phrase réponse

La qualité orthographique de la phrase réponse porte sur des faits de langue, qu'ils soient grammaticaux (verbe *avoir*, marque du pluriel en « s ») ou lexicaux (mots simples *balle* ou *bille* à copier de l'énoncé).

F02 Qualité orthographique lexicale et grammaticale de la phrase réponse

0	L'élève n'a écrit aucun mot, seulement un chiffre ou rien du tout.
1	L'élève a écrit les mots « **billes** » et **« a »**, sans erreur orthographique ni grammaticale.
2	L'élève a écrit « **a** » sans erreur et a remplacé **billes** par le pronom « **en** » dans une syntaxe juste.
7	L'élève a écrit **« à »,** au lieu de « a », sans aucune erreur sur **billes** (ou en utilisant **en**).
8	L'élève a écrit **bille**, sans la marque « -s » du pluriel, quelle que soit l'orthographe lexicale, sans erreur sur « **a** ».
9	Autre réponse.

Figure 4. Consignes de codage du P 1 en français, qualité orthographique de la phrase réponse

S'il est possible de répondre par « 5 » ou « cinq », comme on le fait couramment à l'oral à la question *Combien de billes a Karim ?* Ce n'est cependant pas possible dans tous les problèmes de comparaison, par exemple quand l'injonction est de la forme « *Compare…* », sans phrase interrogative.

2 Test initial, quelques résultats en CE

Nous observerons les résultats à un même niveau (CE1) pour l'ensemble des quatre items portant sur les comparaisons, puis pour les quatre niveaux du CE1 au CM1 pour l'énoncé 1 (P 1).

Test initial	P 1	P 4	P 3	P 2
Congruence	- -	-	+	++
Égalité résolvante	7 – 2 =	4 + 5 =	7 – 2 =	4 + 5 =
Déc. 2019 : 501 élèves	36,9 %	56,4 %	56,8 %	74,1 %
Élèves présents[3]	485	487	486	486

Figure 5. Degré de congruence et réussites aux problèmes 1 à 4 en CE1 (501 élèves)

Dans le tableau ci-dessus, les fonds tramés de même couleur renvoient aux mêmes situations. Pour chacune des situations, les distributions des réponses des élèves ne suivent pas la même loi au seuil de 1%. La valeur du khi² étant de 39,76 entre les items P1 et P3 et de 7,34 entre les items P2 et P4. Ces deux

[2] F01 pour Français Item 1

[3] Les pourcentages sont calculés sur le nombre de présents lors de la passation de l'item indiqué et pas sur le nombre total d'élèves ayant participé à l'une ou l'autre épreuve (501). Cette remarque vaut pour tous les tableaux.

indépendances sont constatées quelle que soit l'opération à effectuer (P1 et P3 se résolvant par une soustraction dans l'égalité résolvante que nous appelons « experte », P2 et P4 se résolvant tous deux par une addition). Les meilleurs résultats concernant P2 et P4 pourraient s'attribuer au fait que leur résolution mobilise l'addition, mais l'indépendance et au seuil de 1% dans les deux couples d'items (P1, P3) d'une part et (P2, P4) de l'autre est indépendante de l'opération à effectuer. Il convient donc d'en chercher les raisons ailleurs que du côté de l'opération à effectuer. L'analyse des énoncés, dans chacun des couples ci-dessus montre que P1 est moins congruent que P3 et que P4 est moins congruent que P2.

Nous émettons la conjecture que les différences de réussites aux problèmes relevant de la même situation peuvent être attribuées aux phénomènes de congruence, phénomènes inhérents à la construction même des énoncés de problèmes. Cette conjecture impose d'effectuer un travail portant sur la lecture et la compréhension d'énoncés, les élèves ne se représentant par la même situation sous-jacente de la même manière que l'énoncé soit ou non congruent[4].

Ces constats orientent vers un protocole de travail portant sur la représentation de la situation en langue à partir de situations concrètes. Ce choix, de travailler explicitement la langue en situation de résolution de problèmes, est rendu encore plus impérieux par l'observation des résultats portant sur la langue. Ainsi, les élèves échouent majoritairement dans l'écriture correcte d'une phrase réponse, syntaxiquement et sémantiquement correcte, avec un taux de réussite qui se situe entre 18% et 30%, pour les problèmes de comparaison.

	Qualité **syntaxique et sémantique** de la phrase réponse		Qualité **orthographique** de la phrase réponse	
P 1	F01	29,1 %	F02	40,4 %
P 2	F03	18,3 %	F04	42,1 %
P 3	F05	26,9 %	F06	44,2 %
P 4	F07	20,9 %	F08	39,0 %

Figure 6. Résultats des 501 élèves de CE1 portant sur la qualité de la phrase réponse au P 1 (test initial)

Les résultats en orthographe montrent que majoritairement les élèves ne portent pas beaucoup d'attention à la correction orthographique de la phrase produite. Pourquoi ne pas, dès lors, profiter des travaux en mathématiques pour contribuer à des apprentissages langagiers fondamentaux ? On peut aussi considérer que l'énonciation correcte de la phrase réponse constitue un bon indicateur de la compréhension de la partie injonctive de l'énoncé et fournit le cap à suivre. Le protocole intègre donc un travail explicite sur la langue afin de favoriser les transferts de connaissances linguistiques des élèves et développer leur attention à la langue.

3 Le protocole CE1 et CE2 (CE)

Les apprentissages proposés par le protocole portent exclusivement sur les problèmes de comparaison. Il a été explicitement demandé aux enseignants de ne procéder à aucun travail de résolution de problèmes à transformation, afin, d'une part, de mieux cibler le travail, et d'autre part, de pouvoir évaluer un éventuel effet de transfert vers les problèmes à une transformation du travail réalisé sur les problèmes de comparaison. Ces apprentissages se sont déroulés sur six semaines dont la dernière ne concernait que l'évaluation finale.

[4] Il convient de noter que notre analyse de congruence réalisée a priori est à remettre en cause, les problèmes P3 et P4 ne se distinguant pas statistiquement. Peut-être ne faudrait-il conserver que trois niveaux de congruence : fortement non congruent, moyennement congruent et fortement congruent. Cela reste à étudier de manière plus fine.

Nous résumons ci-dessous les séances et activités prévues semaine par semaine, à raison d'environ une heure et demie par semaine. Certains enseignants ont dépassé les durées préconisées sans que nous ne puissions évaluer l'amplitude de ces dépassements, d'autres les ont suivies très scrupuleusement.

Semaine 1 : Cette semaine est consacrée à la correction réflexive des problèmes du test initial afin de focaliser l'attention des élèves sur les erreurs commises par des associations du type (mot « plus »-addition ; mot « moins »-soustraction) donc de l'effet inducteur de certaines expressions. Un travail spécifique est dédié à la compréhension de la polysémie de ces mots. Une autre activité vise à bien distinguer *énoncé de problème* et *situation décrite* par l'énoncé, la situation se situant dans le monde réel ou fictif.

Semaine 2 : Tout énoncé de problème de comparaison repose sur une situation concrète sous-jacente ou une situation fictive. Le travail durant cette semaine vise à apprendre à chaque élève à se forger une représentation mentale ou langagière de la situation sous-jacente à un énoncé de problème de comparaison. Pour ce faire sont mises en œuvre des situations de manipulations, de jeux de scènes, de représentation de situations réelles vécues en classe. Ces situations sont ensuite représentées en langue orale puis en langue écrite selon plusieurs points de vue (celui de l'acteur, celui du spectateur notamment).

Semaine 3 : Afin de renforcer la représentation de situations de comparaison, deux situations de comparaison sont proposées aux élèves chaque jour. Dans la continuité du travail de la semaine 2, sont favorisées les manipulations, les mises en scène, l'oralisation, l'écriture selon plusieurs points de vue.

Semaine 4 : L'objectif de cette semaine est le développement de stratégies de compréhension d'énoncés de problèmes additifs à comparaison en prenant appui sur des outils intermédiaires comme la reformulation. Les activités portent sur la résolution de deux problèmes additifs à comparaison par jour. La stratégie portant sur la reformulation est exigée, comme l'est le fait d'écrire les phrases reformulées.
Donnons un exemple : l'énoncé étant « Anne a 2 billes de plus que Karim. Anne a 7 billes. Combien de billes a Karim ? » L'écriture, en début de recherche, de la phrase réponse à trou : « Karim a ___ billes. » conduit à chercher une phrase commençant par Karim. Une telle phrase s'obtient par reformulation de la première phrase de l'énoncé qui donne : « Karim a 3 billes de moins qu'Anne ». Cette reformulation, qui n'a rien d'évident pour un bon nombre d'élèves, transforme un énoncé non-congruent en un énoncé congruent assurant ainsi une meilleure réussite.
Cette stratégie d'ordre textuelle repose sur des variations sémiotiques à valeur sémantique égale[5].

Semaine 5 : Cette dernière semaine du protocole vise l'entrainement à la résolution de problèmes additifs à une comparaison. Aucune stratégie n'est imposée aux élèves qui doivent cependant expliciter leur stratégie, après confrontation et comparaison des résultats. Deux séances sont consacrées à la résolution de quatre problèmes par séance. Aucun problème à transformation n'est donné.

Semaine 6 : Passation du test final.

4 Test final, les résultats en CE1

Du fait de la pandémie, nous ne disposons des résultats que de 360 élèves de CE1 et 301 élèves de CE2. Il n'a par ailleurs pas été possible de choisir un groupe témoin comme initialement prévu. Les tableaux qui

[5] Cette stratégie se distingue des travaux de E. Sander puisqu'elle n'est guidée par aucune des trois analogies (intuitive, de substitution, ou de scénario).

suivent renvoient les résultats[6] aux tests, initial et final, des élèves ayant suivi l'ensemble du travail (test initial, enseignement, test final) et eux seulement.

Les problèmes du test final ont les mêmes structures que ceux du test initial, seules les données numériques et l'habillage (prénoms ; billes→ jetons ; balles → jouets, etc.) ont été modifiées.

	Problèmes de comparaison					Problèmes de transformation			
	Test initial	Congruence	Test final	Variation		Test initial	Congruence	Test final	Variation
P 1	36,5 %	– –	61,0 %	+ 67 %	P 5	27,0 %	–	54,8 %	+ 103 %
P 2	75,1 %	+ +	83,3 %	+ 11 %	P 6	55,2 %	– –	64,1 %	+ 16 %
P 3	58,0 %	+	65,8 %	+ 13 %	P 7	65,6 %	– –	68,0 %	+ 4 %
P 4	56,9 %	–	71,2 %	+ 25 %	P 8	40,5 %	– –	53,4 %	+ 32 %

Figure 7. Résultats en mathématiques des 360 élèves de CE1 aux tests initial et final

Résultats aux problèmes de comparaison

Le tableau ci-dessus nous enseigne que les élèves ont progressé dans le domaine des problèmes à une comparaison (de + 11 % à + 67 %), seuls problèmes travaillés durant les apprentissages proposés par le protocole. On constate que la progression est d'autant plus forte que le problème est moins congruent. L'ordre des énoncés à comparaison du moins congruent au plus congruent est P 1, P 4, P 3, P 2, l'ordre des progressions est le même : +67%, +25%, +13%, + 11%. Cela semble indiquer que le travail proposé qui consiste, à partir de manipulations, à travailler explicitement la langue écrite et orale en tenant compte des spécificités des problèmes à résoudre peut porter des fruits.

Le test initial retournait des couples de réponses à P1 et P3 d'une part, et à P2 et P4 d'autre part, indépendants au seuil de 1%. Le test final retourne des couples de réponses (P1, P3) [khi² = 0,4] et (P2, P4) [khi² = 2,06] dont on peut rejeter l'indépendance au seuil de 5%. La capacité des élèves à résoudre, relativement à une même situation, un énoncé fortement non congruent et un énoncé moyennement congruent ne se distingue plus statistiquement, de même que la capacité à résoudre un énoncé moyennement congruent et un énoncé fortement congruent.

Toutefois, les items P1 et P2, statistiquement indépendants au test initial au seuil de 1% (khi² = 31,29), le sont encore au seuil de 1% (khi² = 7,5) au test final et ce, malgré la progression des résultats des élèves de 67% à P1 et de 11% à P2. Ces deux items se caractérisent par le fait que P1 est fortement non congruent et que P2 est fortement congruent, même s'ils ne renvoient pas à la même situation. Certaines difficultés relatives à l'énonciation en lien avec le phénomène de non-congruence semblent résister, tout en diminuant (baisse marquée par la baisse du khi²). On peut s'interroger sur le biais induit par l'opération à effectuer, soustraction pour P1 et addition pour P2, cette dernière étant plus systématiquement mobilisée par les élèves de CE1.

Au seuil de 1%, on note une indépendance entre les résultats au test initial et au test final relatifs au problème P 3 [khi² = 14,98] avec une progression du taux de réussite de 67%. Un tel premier travail portant sur la langue en résolution de problèmes à ce niveau des enseignements semble, au vu des résultats, d'une importance capitale, notamment pour la résolution des problèmes à une comparaison fortement non-congruents.

[6] Les couleurs varient en fonction des taux de réussite des élèves (vert résultats supérieurs à 75 %, jaune entre 50% et 75%, orange entre 25% et à 50 %, rouge pour les résultats inférieurs à 25%). Elles n'ont aucune valeur statistique.

Résultats aux problèmes à transformation

Les résultats aux problèmes à transformation interrogent. En effet, les résultats au test initial à deux problèmes fortement non congruents (P 6 et P 7) sont bien meilleurs que ceux des problèmes 5 (moyennement congruent) et 8 (fortement non congruent). L'explication réside vraisemblablement dans le fait que, encore relativement tôt en CE1, certains élèves sont davantage habitués à effectuer des additions, opération qu'ils mobilisent de manière préférentielle. Cette procédure conduit automatiquement à de bons résultats aux P 6 et P 7 dont l'égalité résolvante « experte » mobilise l'addition. Statistiquement, on ne peut pas, au seuil de 5% distinguer les réponses des élèves à ces deux problèmes entre le test initial et le test final. Le comportement des élèves a changé entre le test initial et le test final pour le problème moyennement non-congruent P 5, comme le montre l'indépendance des résultats au seuil de 1 % (khi² = 23,68). Il en est de même pour le problème P 8, fortement non congruent au seuil de 5% (khi² = 4,3). Cette information croisée avec des augmentations du taux de réussite respectivement de 103% et 32% indique une évolution positive très nette des élèves.

Ces problèmes à transformation, non travaillés durant la période d'apprentissage, renvoient tous de meilleurs résultats au test final, cette information renforcée par l'indépendance statistique constatée pour les problèmes 5 et 8 montre clairement un effet de transfert du travail sur les problèmes de comparaison vers les problèmes à transformation (nous le rappelons : non travaillés).

À titre d'illustration, voici les énoncés du problème 5 aux deux tests.

P 5, test **initial** : « À midi, Zoé reçoit 4 images. Le soir, elle a 12 images. Combien d'images avait-elle le matin ? »
P 5, test **final** : « Dans la journée, Emma ramasse 5 coquillages. Le soir, elle a 14 coquillages. Combien de coquillages avait-elle le matin ? »

Le transfert dont il est question n'est pas un transfert d'une technique de résolution, mais bien plus vraisemblablement un transfert de posture devant les problèmes, qui se traduit par une attitude réflexive et une attitude de doute relativement au choix de l'opération notamment. L'évolution se trouve liée, en toute vraisemblance, à une meilleure capacité à comprendre l'énoncé et à se représenter la situation. Ce travail réalisé en mathématiques n'aurait-il pas été tout simplement un travail de lecture ? Agir pour comprendre, agir pour verbaliser et surtout, agir pour écrire afin de mieux comprendre les énoncés de problèmes additifs en général ?

Ces considérations nous invitent à observer rapidement les résultats obtenus en langue, résultats qui portent à la fois sur l'écriture d'une phrase réponse sémantiquement correcte, c'est-à-dire répondant à l'énoncé (que la réponse mathématique soit juste ou fausse) et sur la capacité à écrire une phrase correcte du double point de vue de la correction orthographique lexicale et grammaticale.

		Qualité sémantique et syntaxique de la phrase réponse				Qualité orthographique de la phrase réponse			
		Items	Test initial	Test final	Variation	Items	Test initial	Test final	Variation
Comparaisons	P 1	F01	29,1 %	74,7 %	+156 %	F02	40,4 %	84,4 %	+109 %
	P 2	F03	18,3 %	69,6 %	+ 280 %	F04	42,1 %	80,4 %	+ 91 %
	P 3	F05	26,9 %	71,5 %	+ 165 %	F06	44,2 %	83,9 %	+ 90 %
	P 4	F07	20,9 %	67,5 %	+ 223 %	F08	39,0 %	84,2 %	+ 116 %
Transformation	P 5	F09	16,3 %	33,0 %	+ 102 %	F10	32,7 %	48,0 %	+ 47 %
	P 6	F11	16,3 %	27,0 %	+ 66 %	F12	26,8 %	50,0 %	+ 87 %
	P 7	F13	18,7 %	35,7 %	+ 91 %	F14	27,1 %	48,9 %	+ 80 %
	P 8	F15	14,2 %	31,7 %	+ 123 %	F16	26,3 %	50,3 %	+ 91 %

Figure 8. Résultats en langue des 360 élèves de CE1 aux tests initial et final

Dans tous les domaines de la langue, qu'il s'agisse de l'un ou l'autre des deux types de problèmes (comparaison ou transformation), les résultats des élèves ont très nettement progressé. Cette progression n'est peut-être pas étrangère à l'accroissement des résultats sur le plan mathématique. On peut en effet penser, par exemple, qu'un élève qui doit écrire une phrase réponse « à trou » sémantiquement correcte aura davantage conscience de ce qu'il cherche puisqu'il va s'agir pour lui de combler ce trou numériquement après avoir réellement compris ce qui lui est demandé. Il a orienté sa boussole vers le bon cap. Il en est tout autrement d'élèves qui ne sont habitués, à ce niveau de la scolarité, qu'à compléter des phrases à trou déjà rédigées, activités, qui même réalisées au hasard, permettraient dans bien des cas d'obtenir un score voisin de la moyenne.

On doit aussi remarquer que la progression des résultats en langue est moins forte pour les problèmes de transformation, problèmes qui n'ont pas fait l'objet d'un travail spécifique explicite en langue. Au niveau de la correction de la phrase réponse, cela peut s'expliquer en particulier par des structures syntaxiques plus complexes dans ce type d'énoncé. Mais cela n'explique pas les erreurs d'accord ni les erreurs d'orthographe lexicale qui renvoient strictement aux mêmes connaissances et compétences. Ceci laisse à penser que certaines activités mathématiques nécessitent et justifient un travail en langue spécifique, adapté et intégré au travail mathématique. Un tel travail devrait non pas s'effectuer de manière très concentrée comme dans le cas de cette recherche, mais de manière continue, au cours de tous les apprentissages en mathématiques.

Les progressions des taux de réussites en mathématiques, pour ce qui concerne ces énoncés de problèmes à ce niveau des enseignements semble en effet être corrélées avec les progrès réalisés en langue, surtout en ce qui concerne l'adéquation sémantique entre la question et la phrase réponse. C'est le cas des problèmes de comparaison.

5 Test final, les résultats en CE2

Les résultats au test initial et au test final en mathématiques sont donnés dans le tableau ci-après qui concerne les 301 élèves qui ont suivi l'ensemble du travail. On constate que les CE2 répondent plus massivement de manière correcte aux questions mathématiques que les CE1.

Problème	Test Initial	Test Final	Congruence	Variation	Problème	Test Initial	Test Final	Congruence	Variation
P 1	66,0%	75,9%	– –	+ 15%	P 5	64,1%	74,5%	–	+ 16%
P 2	87,9%	90,4%	+ +	+ 3%	P 6	80,0%	76,6%	– –	- 4%
P 3	74,0%	80,7%	+	+ 9%	P 7	70,6%	77,2%	– –	+ 9%
P 4	63,0%	76,8%	–	+ 22%	P 8	66,4%	73,6%	– –	+ 11%

Figure 9. Résultats en mathématiques des 301 élèves de CE2 aux tests initial et final

S'il est possible de constater des progrès en mathématiques, ces progrès sont moins marquants que ceux observés en CE1 puisque les taux de réussites de départ sont supérieurs. Mais ce tableau met cependant en relief l'importance de la congruence. En effet, les quatre problèmes pour lesquels les progrès des élèves sont les plus nets sont des problèmes non-congruents. L'observation des taux de réussite au P 6 est intéressante. Elle fait en effet apparaitre une régression du taux de réussite entre le test initial et le test final. Ce point de vue est à relativiser puisque, comme on le sait, certains élèves avaient réussi en additionnant, comme par habitude, les deux données de l'énoncé. Cette apparente régression pourrait indiquer le fruit d'une réflexion des élèves qui ont réellement choisi entre les deux opérations possibles, en se trompant dans ce cas.

Ces résultats montrent que le test et le travail d'apprentissage n'étaient sans doute pas tout à fait adaptés aux élèves de CE2 en mathématiques. Le test CM l'aurait vraisemblablement été davantage et ce d'autant plus qu'il ne porte que sur des attendus de fin de Cycle 2 explicitement mentionnés dans les programmes.

Si ce travail semble peu pertinent en mathématiques, qu'en est-il en langue ? Le tableau suivant montre que les variations des taux de réussite en langue sont très nettement supérieures à ce qu'elles sont en mathématiques.

		Qualité sémantique et syntaxique de la phrase réponse				Qualité orthographique de la phrase réponse			
		Items	Test Initial	Test final	Variation	Items	Test Initial	Test final	Variation
Comparaisons	P 1	F01	55,3 %	88,3 %	+60 %	F02	60,5 %	92,6 %	+53 %
	P 2	F03	49,3 %	82,3 %	+ 67 %	F04	63,8 %	88,7 %	+ 39 %
	P 3	F05	55,1 %	83,9 %	+ 52 %	F06	62,7 %	91,1 %	+ 45 %
	P 4	F07	45,9 %	75,4 %	+ 64 %	F08	58,6 %	87,1 %	+ 49 %
Trans -formation	P 5	F09	48,6 %	56,8 %	+ 17 %	F10	50,7 %	66,5 %	+ 31 %
	P 6	F11	44,8 %	59,7 %	+ 33 %	F12	55,2 %	78,1 %	+ 41 %
	P 7	F13	51,7 %	60,9 %	+ 18 %	F14	52,8 %	72,1 %	+ 37 %
	P 8	F15	44,1 %	57,6 %	+ 31 %	F16	55,9 %	78,3 %	+ 32 %

Figure 10. Résultats en langue des 360 élèves de CE1 aux tests initial et final

Les progrès les plus nets réalisés concernent la qualité sémantique de la phrase réponse dans le domaine des problèmes de comparaison, les seuls travaillés. Comparativement, la relative faiblesse des progrès réalisés à propos de la qualité sémantique de la phrase réponse concernant les problèmes à transformation semble montrer la nécessité de développer des apprentissages langagiers sur les structures spécifiques à ce type d'énoncés (marqueurs temporels notamment).

La grande différence qui existe entre les résultats des élèves de CE1 et ceux des élèves de CE2 pourrait laisser penser que l'enseignement, sans prêter autant d'attention que celle portée dans ce travail d'apprentissage, suffit bien et que les résultats récoltés en cours d'année scolaire témoigneraient d'une réussite quasi-totale en fin de CE2.

L'étude diachronique des résultats à deux problèmes à une comparaison (les P 1 et P 4) prouve que non, comme le montre le tableau suivant qui reprend les résultats au test initial de l'ensemble des élèves.

Niveau	CE1[7]	CE2	CM1	CM2
Effectifs	501	424	463	813
P 1	36,9 %	63,2 %	80,3 %	84,4 %
P 4	56,4 %	61,7 %	71,4 %	76,1 %

Figure 11. Tableau « diachronique » des réussites test initial aux P 1 et P 4

Entre un sixième et un quart des élèves sont en effet en échec en résolution d'un problème additif à une comparaison en milieu de CM2 (P 1 et P 4 respectivement).

[7] Le score de réussite de 56,4 % en P4 des élèves de CE1 est surévalué (figure 11) par le fait que l'égalité résolvante « experte » mobilise une addition, il est de plus faussé par les 27 élèves qui répondent de manière constante par une addition à tous les items du test initial (contre 2 au test final), augmentant d'environ 4 points le pourcentage de réussite.

Pour le problème 4, problème non congruent, à l'issue du protocole, les résultats des élèves de CE2 au test final (76,8% de réussite) ne se distinguent pas de ceux des élèves de CM1 et CM2 au test initial et ce, au seuil de 5%. En quelques semaines, les élèves de CE2 ont rattrapé les élèves de cycle 3 (qui servent de fait de groupe témoin) pour ce type de problème. Concernant le problème 1, la différence des résultats entre le test final des CE2 (75,9 %) et le test initial des CM1 n'est pas non plus significative au seuil de 5 %. Les élèves de CE2 ont donc aussi progressé d'une année en suivant ce protocole.

Un travail spécifique portant sur la langue, analogue à celui que nous avons proposé dans le cadre du protocole CE pourrait vraisemblablement contribuer à améliorer les résultats en CM. Un tel travail est d'ailleurs préconisé par les programmes du cycle 2 revus en 2018 (p. 20) : « La pratique de la langue, orale et écrite, est constitutive de toutes les séances d'apprentissage et de tous les moments de vie collective. Par la répétition, elle permet un véritable entraînement. Les activités d'oral, de lecture, d'écriture sont quotidiennement intégrées dans l'ensemble des enseignements ».

IV - LE PROTOCOLE DE TRAVAIL EN CM (CM1 ET CM2)

Les premiers retours des évaluations des classes de CM, qui montraient un taux d'échec bien plus élevé qu'escompté, nous ont contraints à modifier le protocole initialement prévu. Le protocole de travail avec les classes de CM s'en est trouvé retardé, alourdi et réparti en deux séquences. Ce sont 463 élèves de CM1 et 813 élèves de CM2 provenant de l'ensemble du territoire national de la métropole qui ont participé au test initial. Ils provenaient de tous types de milieux scolaires.

1 Test initial, descriptif sommaire

Les documents remis aux enseignants et les consignes sont analogues à celles concernant les classes de CE. Le test initial comporte deux séries d'énoncés. Les quatre premiers problèmes relèvent des problèmes de comparaison. Les P 1 et P 4 sont identiques à ceux du test initial des classes de CE et ne comportent qu'une comparaison. Les P 2 et P 3 sont des problèmes à deux comparaisons pour en trouver une troisième.

P 2. Karim a 18 billes de plus que Pol. Sarah a 22 billes de moins que Karim. Compare le nombre de billes de Sarah et de Pol.	**P 3**. Pol a 18 billes de moins que Karim. Pol a 4 billes de plus que Sarah. Compare le nombre de billes de Karim et de Sarah.

Figure 12. Énoncés des problèmes 2 et 3, CM1 et CM2, Test initial

Les problèmes 5 à 8 sont des problèmes additifs à deux transformations, dits « complexes » car ils composent des problèmes élémentaires (problèmes à une transformation ou une comparaison). Les problèmes à deux transformations les plus faciles sont ceux où il est possible de dérouler les calculs en suivant l'ordre d'énonciation qui est à dans ce cas, l'ordre chronologique. Les problèmes proposés étaient tous non-congruents du point de vue de l'ordre chronologique.

	Problèmes	Nature du problème[8]
Problèmes de comparaison	P 1	Une comparaison (idem CE)
	P 2	Deux comparaisons sans état connu
	P 3	Deux comparaisons sans état connu
	P 4	Une comparaison (idem CE)
Problèmes de transformation et mixtes	P 5	Deux transformations : Ef, T1, T2, (Ei ?)
	P 6	Mixte : Comp. Ef-Ei, T1, (T2 ?)
	P 7	Deux transformations : T1, T2, Ef, (Ei ?)
	P 8	Mixte : T1, Comp. Ef-Ei, (T2 ?)

Figure 12. Énoncés des problèmes 5 à 8, CM1 et CM2, Test initial

Parmi les problèmes les plus difficiles figure le problème 8, massivement échoué par les enseignants eux-mêmes (introduction). La difficulté de ces énoncés suit un gradient que nous n'avons pas étudié.

2 Test initial, résultats en mathématiques

Les tableaux ci-dessous présentent les énoncés de problèmes en mathématiques en CM1 et en CM2 aux huit problèmes du test initial.

		CM1 / 483	CM2 / 813
Comparaisons	P 1	80,3 %	84,4 %
	P 2	8,6 %	16,2 %
	P 3	9,2 %	13,8 %
	P 4	71,4 %	76,1 %

		CM1 / 483	CM2 / 813
Mixtes	P 5	20, 2 %	31,7 %
	P 6	5,0 %	14,6 %
	P 7	21,2 %	38,3 %
	P 8	7,2 %	4,3 %

Figure 13. Tableau des résultats en mathématiques au test initial en CM1 et CM2

Les problèmes P 1 et P 4, problèmes simples mais non-congruents, proposés à tous les niveaux sont loin d'être réussis en CM1 et en CM2. Un travail portant sur la langue, analogue à celui proposé aux élèves de CE pourrait être également envisagé en CM.

Les problèmes P 2 et P 3, qui relèvent du cycle 2, renvoient un taux de réussite étonnamment faible (resp. 8,6% et 9,2% en CM1 ; 16,2 % et 13,8 % en CM2). Cet échec massif peut s'interpréter comme une difficulté pour l'élève à définir ce qu'il doit faire. L'injonction de faire qui se distingue ici d'une question nécessite de l'élève qu'il mobilise à la fois les éléments lexicaux et syntaxiques de la réponse. Il semble qu'il y ait là une difficulté majeure inhérente à la maitrise de la langue puisque les élèves ne parviennent pas à construire une phrase syntaxiquement et sémantiquement correcte (taux de réussite resp. de 8,6 % et 12,5 % en CM1 et de 16,2 % et 17,7 % en CM2) , que le résultat soit juste ou faux.

Les productions des élèves ne font quasiment pas apparaitre la mobilisation d'outils graphiques et ce, quel que soit le problème à résoudre, pas plus d'ailleurs qu'elles ne font apparaitre d'éventuelles reformulations qui constituent des outils puissants en résolution de problèmes.

[8] Ei ou Ef : état initial ou final, T1 : première transformation dans l'ordre chronologique, T2 : la deuxième, Comp.Ef-Ei : comparaison entre l'état final et l'état initial. L'objet de la question et sa place dans l'énoncé sont indiqués entre parenthèses.

Le protocole mis en place tient compte des constats ci-dessus. Il vise la mobilisation d'outils linguistiques, la rédaction de phrases réponses et la construction d'outils graphiques pertinents (diagrammes et schémas notamment), outils intermédiaires au sens de Goudy (2006), conversions de registres au sens de Duval (1995) et la vérification systématique des résultats par les élèves eux-mêmes.

3 Description sommaire du protocole

Le dispositif proposé (protocole) comprend deux séquences.

La séquence 1 (les dix premières séances) a pour objectif de permettre aux élèves de maitriser des outils de base pour la résolution de problèmes de comparaison (une ou deux comparaisons). Parmi ces outils, citons des diagrammes pour représenter les nombres (Petit & Camenisch, 2015).

La séquence 2 (les six dernières séances) a pour objectif de permettre aux élèves de maitriser, après l'avoir construit ensemble, un outil fondamental pour résoudre les problèmes additifs à une ou deux transformations, quelle que soit la donnée manquante, qu'il s'agisse d'un état (initial, intermédiaire ou final) ou d'une transformation, quelle que soit sa position, ou d'une composition de transformations et de schématiser ces différents outils. Ces outils constituent des écrits intermédiaires (Chabanne & Bucheton, 2002) qui accordent une place importante à la représentation de l'axe temporel ainsi qu'à la visualisation des variations de la variable de l'énoncé (Petit, 2018).

4 Résultats en mathématiques en CM au test final

Le fait que nous ayons dû, au vu des premiers résultats retournés, revoir le protocole de travail en CM a entrainé un retard à la mise en route du protocole, qui a débuté début janvier pour les premières classes. La crise sanitaire n'a ensuite pas permis de mettre en œuvre ce protocole dans la grande majorité des classes. Nous ne disposons donc que des résultats de 91 élèves répartis dans 5 classes provenant de zones géographiques différentes.

Le tableau ci-dessous présente les résultats[9] au test initial et les résultats au test final pour les seuls 91 élèves qui ont suivi le protocole décrit ci-dessus. Les problèmes qui ont fait l'objet d'un travail explicite sont les problèmes à deux comparaisons sans état connu (P 2 et 3) et les problèmes comprenant deux transformations (P 5 et 7). Pour ces deux derniers problèmes, la complexité résidait en particulier dans l'ordre d'énonciation des données, différent de l'ordre chronologique (*figure 13).* Les autres problèmes étaient soit plus faciles, supposément acquis au cycle 2 (P 1 et 4), soit au contraire plus difficiles, au-delà des compétences habituellement acquises au cycle 3 (P 6 et 8). Le problème 8 est le même qui a été proposé aux enseignants, formateurs et cadres (Introduction).

[9] Les pourcentages indiqués n'ont pas de véritable valeur étant donné la faiblesse des effectifs. Ils ne figurent dans le tableau que pour suggérer qu'il pourrait peut-être y avoir des augmentations significatives sur un grand effectif d'élèves, ce qui reste à démontrer.

	Items	Test Initial	Nature du problème	Test final	Variation
Problèmes de comparaison	P 1	91 %	Une comparaison (cf. CE)	95 %	+ 4 %
	P 2	12 %	Deux comparaisons sans état connu	75 %	+ 525 %
	P 3	10 %	Deux comparaisons sans état connu	72 %	+ 620 %
	P 4	82 %	Une comparaison (cf. CE)	87 %	+ 6 %
Problèmes de transformation et mixtes	P 5	34 %	Deux transformations : Ef, T1, T2, Ei (?)	75 %	+ 121 %
	P 6	16 %	Mixte : Comp. Ef-Ei, T1, T2 (?)	41 %	+ 156 %
	P 7	29 %	Deux transformations : T1, T2, Ef, Ei (?)	65 %	+ 124 %
	P 8	2,3 %	Mixte : T1, Comp. Ef-Ei, T2 (?)	26,7 %	+ 1060 %

Figure 14. Résultats en mathématiques en CM portant sur 91 élèves

Ces résultats, bien que reposant sur un effectif réduit, sont éloquents et semblent montrer la pertinence d'un tel dispositif qui demande à être renforcé par une reprise de ce travail de recherche sur un effectif plus consistant et si possible en référence à des groupes témoins.

V - CONCLUSION

Du point de vue de la formation des enseignants, il semblerait au vu des résultats de l'introduction que les enseignants disposent de peu d'outils pertinents en résolution de problème additifs ou, s'ils en possèdent, ne les mettent pas eux-mêmes en œuvre, pas davantage qu'ils ne vérifient leurs résultats. Les outils proposés doivent permettre d'effectuer ces vérifications et l'attention des enseignants devrait être portée à cette attitude de vérification systématique des résultats avancés, attitude qui contribue de plus à la construction de l'autonomie des élèves. Le processus de formation proposé aux enseignants par la mise à disposition de ces dispositifs pédagogiques devait se clore par un questionnaire pour évaluer les effets de ce travail sur leur propre formation et sur la manière dont ils anticipent leur enseignement après avoir contribué à cette recherche. L'interruption du travail par la situation sanitaire a empêché cette phase ultime du travail de recherche proposé. Cependant, une dizaine d'enseignants ont spontanément indiqué en retour des évaluations finales que ce dispositif a contribué à leur propre formation continue.

Plusieurs recherches parallèles s'intéressent à la résolution de problèmes additifs. Parmi ces recherches, on peut citer celle centrée sur *l'inhibition* (Houdé, 2019) qui part du principe que des élèves se sont construits des automatismes (*heuristiques*), des représentations initiales, dont certains sont préjudiciables à la bonne résolution de problèmes et qu'il convient d'*inhiber*. Ces automatismes sont connus depuis fort longtemps en didactique des mathématiques et pourraient, à notre avis, dans bien des cas être détruits dans l'œuf pour peu que l'on propose aux élèves très tôt et ce, dès la maternelle des énoncés de problèmes judicieusement choisis, énoncés par lesquels serait construite l'absence de lien entre le mot *moins* et le fait d'*enlever* ou le mot *plus* et le fait d'*ajouter*. Ce point rejoint le concept d'*analogie intuitive* développée par Sander (2020), dont les recherches mobilisent trois types d'analogies pouvant soit faciliter soit au contraire s'ériger en obstacle en résolution de problèmes. Ses recherches fondées sur ce qu'il appelle le *recodage sémantique*, concluent, après une expérimentation en situation d'enseignement, à de bien meilleures performances des élèves ayant été pris en charge par le dispositif proposé.

Notre recherche que l'on pourrait appeler, par analogie, *recodage sémiotique,* s'est davantage inscrite dans un temps court, relevant de la remédiation, que dans un dispositif d'enseignement s'inscrivant dans la durée. Elle semble également pouvoir conduire à une forte augmentation des performances des élèves. Elle mériterait d'être reproduite avec un groupe expérimental et un groupe témoin, et sur des effectifs plus importants, notamment au niveau du cycle 3. Elle pourrait être déclinée dans une version intégrée de manière naturelle aux apprentissages usuels en classe.

Un travail systématique et régulier sur les représentations sémiotiques, la construction d'outils graphiques, de schémas, avec les élèves, une attention permanente portée à la langue, la pratique d'activités langagières adaptées, ciblées, semblent permettre d'accroitre notablement les réussites des élèves en résolution de problèmes additifs de toutes natures.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Chabanne J.-C., Bucheton D. (2002), *Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire L'écrit et l'oral réflexif*. PUF.

Duval R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*. Peter Lang.

Goody J. (2006), La littératie, un chantier toujours ouvert, *Pratiques* (131-132), 69-75.

Houdé O. (2019), *Apprendre à résister pour l'école contre la terreur*, Le Pommier.

Sander E. (2020) *Le rôle des analogies dans la résolution de problèmes aux cycles 2 et 3,* ENS-IFÉ Lyon. http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/

Petit S., Camenisch A. (2015), *J'apprends à résoudre des problèmes*, *Cahier 2, Cycle 2*. Nathan.

Petit S., Camenisch A. (2018), *Congruence et résolution de problèmes de comparaison*, in 45e colloque de la COPIRELEM, Blois, 557-570.

Petit S. (2018), *Résolution de problèmes et représentations sémiotiques,* in colloque Académie des sciences, La main à la pâte, Irem. https://public.weconext.eu/academie-sciences/2018-12-12/video_id_004/index.htmlParis

Petit S. Camenisch A. (2019), *Je construis les maths avec les NuméRas, Cycle 2, Niveau 2*, Lea.fr Nathan.