

APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES AU CP ET AU CE1

Henri-Claude ARGAUD

Equipe ERMEL, Ifé – ENS Lyon

hargaud@gmail.com

Jacques DOUAIRE

Equipe ERMEL, Ifé – ENS Lyon

Jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN

Formateur en INSPE, Université de REIMS
CEREP EA 4692 – équipe ERMEL

Fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé

L'équipe ERMEL a mené une recherche sur les apprentissages géométriques et la résolution de problèmes spatiaux et géométriques de la GS au CE1. Cette recherche a conduit à analyser les potentialités des élèves, à expérimenter des problèmes susceptibles de développer leurs connaissances, à élaborer des dispositifs complets d'enseignement sur ce champ. Nous allons présenter les résultats de cette recherche ainsi que les questions de la mise en œuvre des activités proposées, des gestes professionnels nécessaires, qui sont publiés dans l'ouvrage ERMEL Géométrie (Douaire & al. 2020) à destination des enseignants et des formateurs.

I - PRÉSENTATION DE LA RECHERCHE DE L'ÉQUIPE ERMEL SUR LES APPRENTISSAGES SPATIAUX ET GÉOMÉTRIQUES DE LA GS AU CE1

La recherche de l'équipe ERMEL (Ifé-ENS-Lyon) sur les apprentissages spatiaux et les apprentissages géométriques de la Grande Section au CE1 poursuit deux buts

- D'une part, analyser les problématiques d'enseignement en prenant en compte les besoins des enseignants, en identifiant les composantes des apprentissages visés et en précisant les connaissances dont les élèves disposent initialement. Nous avons donc à expliciter des hypothèses sur les apprentissages, à construire et expérimenter des situations qui garantissent leur acquisition ainsi qu'à élaborer des progressions qui prennent en compte l'intégralité du programme. Les résultats de ces expérimentations, menées dans de nombreuses classes durant plusieurs années, nous ont conduit à remettre en cause des choix qui fondaient certains apprentissages mais aussi à modifier des progressions et des situations.

- D'autre part, produire des ressources pour les enseignants et les formateurs, leur proposant une vision cohérente des apprentissages spatiaux et géométriques tant au niveau des contenus abordés ou du rapport des élèves aux mathématiques que de l'ensemble des tâches que l'enseignant a à conduire.

1 Origine de la recherche

Cette recherche a plusieurs origines. Il y a d'abord les constats fréquemment formulés par des enseignants qu'ils ne disposent pas suffisamment de problèmes dans la résolution desquels les élèves s'investissent et que les activités sont un peu répétitives d'une année sur l'autre en début d'école élémentaire. Par ailleurs nous percevons une forte différence par rapport à des problématiques d'enseignement dans le domaine numérique : la réflexion sur les apprentissages proposés à cet âge, tant pour l'acquisition du nombre et de la numération que pour le calcul et la résolution des problèmes additifs, s'appuie en effet sur de nombreux travaux en didactique des mathématiques. Mais, pour les apprentissages géométriques à ces niveaux, les analyses analogues permettant de prendre en compte les différents aspects d'un concept ou l'état des connaissances des élèves restent plus rares.

Dans une recherche précédente de l'équipe ERMEL (Ifé) sur les apprentissages géométriques et la résolution de problèmes du CE2 au CM2, nous avons développé une progression privilégiant pour le CE2 et le CM1 une entrée dans les apprentissages par celui des relations (alignement, parallélisme, perpendicularité, distance, symétrie...) puis développant une synthèse sur les propriétés des objets au CM2. Cette approche, propose la résolution de problèmes spatiaux et géométriques dans le méso-espace, le micro-espace (Berthelot et Salin 1992) et notamment dans l'espace graphique ainsi que dans celui associé à l'usage de logiciels de géométrie dynamique (qui peut simuler les conditions des autres types d'espace comme le méso espace par exemple). Ce choix d'enseignement structuré en premier autour des relations permettait aussi de décentrer les enseignants d'un discours sur les figures géométriques, limité parfois à leur description ou à l'énoncé de leurs propriétés, pour privilégier la résolution de problèmes grâce auxquels les enseignants pouvaient identifier les connaissances que les élèves étaient réellement capables de mettre en œuvre.

Cette structuration autour des relations donnait une cohérence d'ensemble à des apprentissages, afin de, par exemple, expliciter les relations entre les objets du plan et ceux de l'espace, le rôle des problèmes dans ces apprentissages, l'importance des phases de mises en commun ..., cohérence dont nous avons, dans une certaine mesure, hérité pour notre recherche sur les apprentissages géométriques de la GS au CE1.

2 Présentation de la communication

Cette communication, en continuité avec les précédentes à la COPIRELEM, propose une explicitation des connaissances en jeu dans la résolution de problèmes en rapport avec les savoirs géométriques et du choix de la progression, en particulier pour l'étude des figures planes et celle des solides.

Nous analyserons successivement les situations « Identifier les solides » proposée au CP et « Carré et quasi-carrés », qui est la seule situation de notre progression proposée à la fois au CP et au CE1 avec des variantes selon ces niveaux. Nous y expliciterons une analyse des connaissances des élèves et des problèmes proposés ainsi que l'évolution des questions de recherche. Ensuite nous présenterons des éléments de synthèse sur la progression sur le thème des objets de l'espace et du plan. Dans notre ressource nous aborderons aussi la prise en compte des gestes professionnels de l'enseignant ainsi que la mise en œuvre de situations.

II - L'ÉVOLUTION DES CRITÈRES DE COMPARAISON DES SOLIDES

1 Constats et hypothèses

Avant les premiers apprentissages scolaires, les élèves de ces niveaux ont des connaissances initiales sur les objets, acquises grâce à leur perception (visuelle, tactile). Nous pensons qu'il est approprié de permettre aux élèves de les mobiliser pour résoudre les problèmes, en même temps que de les faire évoluer principalement :

- en les réutilisant dans des problèmes divers (autres contextes),
- en les explicitant dans des formes langagières adaptées à leur âge et en les décontextualisant peu à peu.

Les connaissances que les élèves ont alors acquises ont pour fondement des expériences variées de l'espace et des objets et constituent des outils pour la résolution des problèmes. Elles ne sont pas seulement des connaissances résultant de la fréquentation des objets de l'espace graphique.

Depuis l'école maternelle les objets de l'espace et du plan sont familiers aux élèves et leur reconnaissance est, en grande partie, fondée sur la perception visuelle de leur forme générale, avec, en conséquence, des confusions possibles entre objets voisins (un rectangle dont la longueur et la largeur sont proches étant souvent qualifié de carré par les élèves au début de l'école élémentaire). Pour que la connaissance des propriétés des figures et des solides ne se réduise pas à leur énoncé, formulé parfois sur commande de l'enseignant, elles doivent apparaître aux élèves comme des nécessités et non comme des conventions. Sans revenir cette fois sur l'historique de notre recherche, citons trois des hypothèses principales auxquelles elle a abouti.

La première hypothèse, qui ne nous est pas spécifique, est que l'étude des solides et celle des figures (carré, rectangle, losange) sont en interaction : la reconnaissance des solides conduit à identifier leurs faces et l'analyse des figures planes permet en retour d'approfondir la connaissance des solides.

La deuxième hypothèse est que, pour dépasser les ambiguïtés de la perception, il est préférable de faire émerger les propriétés nécessaires à la distinction d'objets voisins du plan ou de l'espace par les élèves eux-mêmes dans la résolution de problèmes de comparaison, plutôt que de constituer a priori une classification autour d'objets perceptivement différents. L'évolution de ces critères de jugement étant, ici aussi, un but de l'apprentissage.

La troisième hypothèse est que les gestes avec les objets de l'espace ou du plan (« faire glisser », « tourner », « retourner » ...), mis en œuvre par les élèves depuis l'école maternelle, communs à la résolution de divers problèmes, sont des actions finalisées dont l'élève peut constater la réussite ou l'échec. Ils sont porteurs de relations géométriques et constituent des procédures qui doivent pouvoir être explicitées et dont les effets sont analysés dans les situations.

2 Situation « Identifier un solide »

Les hypothèses fondant cet apprentissage sont celles exposées précédemment.

Les solides sont indifférenciés du point de vue du matériau (même matière et même couleur). Tous sauf deux sont des polyèdres (composés uniquement de faces planes) ; le cône et le cylindre, dans une certaine mesure, font figure d'intrus. Les polyèdres sont constitués en deux familles : les prismes et les pyramides. La connaissance de ces termes n'est ni un préalable ni un objectif.

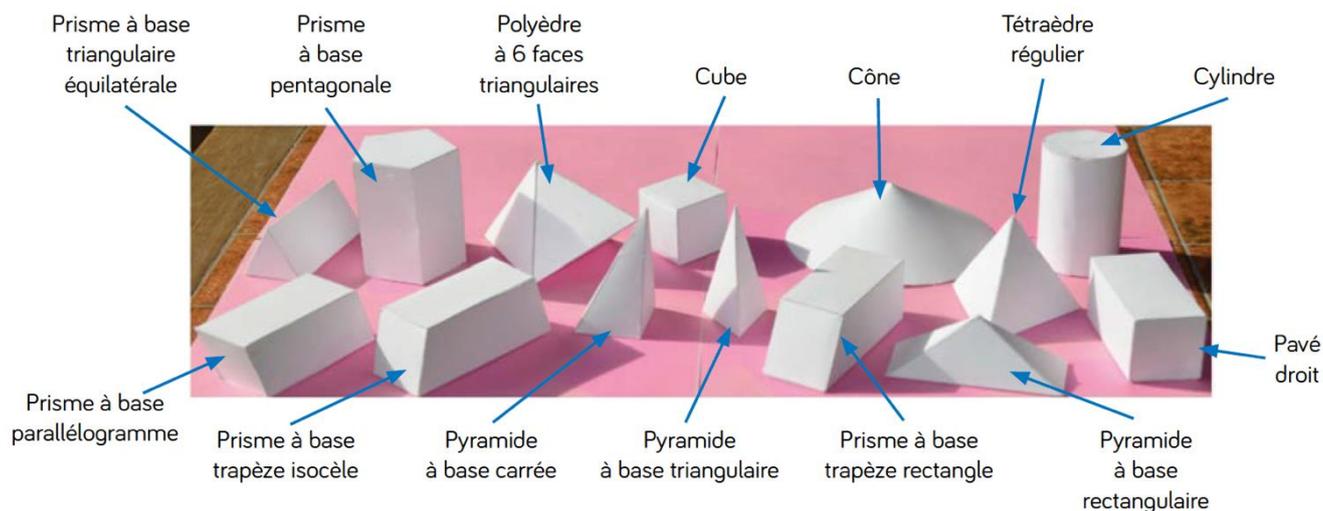


Figure 1. *Le lot de solides*

Deux problèmes successifs sont posés aux élèves. Pour ces deux problèmes les élèves vont faire une première sélection d'objets pour constituer des familles, par exemple en isolant des prismes (Figure 1), de façon à mener une recherche plus fine. Ces familles présentent des caractéristiques vraiment différentes mais contiennent chacune des objets perceptivement voisins.

Dans le premier problème les élèves ont à retrouver dans une collection (figure 1) un objet qu'ils ont vu et dans le second un objet qui était caché dans un sac qu'ils ne pouvaient examiner qu'avec leurs mains.

Pour le deuxième problème (identifier un solide après l'avoir touché) l'enseignant précise : « Je vais aller cacher un solide dans un sac... le même pour chaque équipe. Vous aurez le droit de toucher le solide mais sans le regarder. Il faudra donc discuter avec son co-équipier pour dire ce que l'on sent... Et après je remettrai le solide que j'ai caché sur le plateau, et vous, vous devrez dire quel est le solide caché... ». Ce problème est proposé successivement pour plusieurs solides (tétraèdre régulier - prisme à base trapèze isocèle, prisme à base pentagonale). Chaque recherche est individuelle puis les élèves échangent par groupe avant une mise en commun.

Lors des échanges par groupe, les élèves vont constituer des familles, par exemple en isolant des prismes (figure 2), de façon à mener une recherche plus fine ».



Figure 2. *Regroupement des solides*

Ensuite ils vont aller au-delà des questions de ressemblances, en comparant par exemple : « Là c'était penché. » (figure 3) et « Là ce n'était pas penché. » (figure 4).



Figure 3. Geste associé aux formulations



Figure 4. Autre geste associé aux formulations

Comme nous le voyons sur ces photos, les critères de reconnaissance portant sur les sommets ou les faces et leur nombre peuvent être accompagnés de gestes. Les élèves traduisent par exemple la forme du solide avec leurs mains pour indiquer une pyramide plus « ramassée ».

Cette situation permet une évolution des critères de comparaison qui passent successivement par des arguments privilégiant principalement :

- une perception globale : la forme est exprimée par une ressemblance avec un objet familier : « Elle a la forme d'une pizza. » ;
- la formulation d'une caractéristique spatiale locale qui permet la comparaison de deux solides « Là c'est plat, là c'est pointu. » (pyramide à base carrée), ou comme sur les images ci-dessus : « Là c'est plat... là c'est penché. » ;
- une analyse locale en des termes géométriques : « Là il y a 3 faces, là il y en a 4. » ;
- une analyse complète des caractéristiques géométriques : dénombrement des faces et des sommets et parfois des arêtes, caractéristiques des faces...

En fin de séance une synthèse permet d'explicitier cette évolution de critères : « Qu'est-ce qu'il faut dire à son coéquipier pour qu'il trouve ce solide du premier coup ? » On obtient des formulations du type : « Il a 5 faces. », « Il ne faut pas oublier la face de dessous quand il est posé dessus. », « Il a 5 sommets. », « Il a 8 arêtes. », « Il a 4 faces triangles et 1 face carrée. », « Quand on le pose sur la face carrée, il a une arête droite et d'autres arêtes penchées. », « C'est une pyramide. ».



Figure 5. Geste pour indiquer une pointe

III - UN APPRENTISSAGE DES FIGURES PLANES :

1 Constats et hypothèses

Les carrés, les rectangles et les losanges ont été rencontrés par les élèves depuis la maternelle. Mais, s'ils les reconnaissent, c'est parfois davantage selon leur forme générale ou leur position sur la feuille que selon des propriétés géométriques (un rectangle dont la longueur et la largeur sont proches pourra être appelé « carré », un carré « sur la pointe » sera identifié comme un losange). Aux trois hypothèses citées plus haut :

- 1- interaction de l'étude des solides et celle des figures ;
- 2- émergence des propriétés par la nécessité de distinguer des objets voisins pour dépasser les ambiguïtés de la perception plutôt que la constitution *a priori* d'une classification ;
- 3- importance des gestes ;

s'ajoute une quatrième : l'apprentissage des figures doit s'appuyer, non seulement sur la construction progressive de leurs propriétés géométriques, mais aussi sur l'analyse par l'élève de ses tracés et des causes de leurs imperfections ou erreurs éventuelles.

2 Situation « Carré et quasi-carrés »

Cette situation est la seule qui est proposée à la fois au CP et au CE1 (à la fin du 2^{ème} trimestre, avec des variantes toutefois selon le niveau). Le matériel est constitué de quatre types de quadrilatères : des carrés de côté 4 cm, des losanges de côté 4 cm (et dont le déport de l'inclinaison est de 2 mm) ainsi que de deux types de rectangles : des « petits » rectangles 4x3,7 cm et des « grands » rectangles 4x4,3 cm (figure 6).

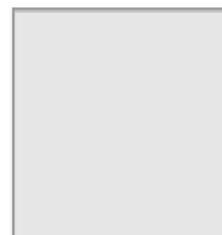
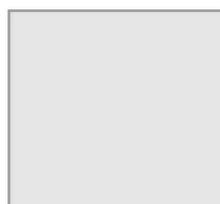


Figure 6. Carré, losange et rectangles

Les expérimentations ont montré que ces pièces sont trop voisines pour être distinguées deux à deux par des élèves de CP ou de CE1. L'hypothèse est que grâce à l'assemblage de ces formes différentes, les caractéristiques du carré, du losange et du rectangle vont pouvoir être identifiées. La situation comporte trois phases et associe les anticipations des actions sur les objets et le tracé de figures (carrés) :

- phase 1 : identifier les différences entre carré et losange ;
- phase 2 : identifier les différences entre carré et rectangle ;
- phase 3 : mettre en œuvre les propriétés du carré par son tracé.

3 Phase 1 : distinction carrée et losange

Le principe de cette situation est de mettre en échec des constats basés sur la perception (les pièces sont assez voisines pour que leurs différences d'angles puissent, pour beaucoup d'élèves, passer pour des imprécisions de découpage).

Dans un premier problème les élèves, par binôme, ont à produire un assemblage de quatre pièces, carrés ou losanges, (figure 7) parmi un lot de huit (quatre carrés et quatre losanges) puis à en garder la trace en dessinant le contour (figure 8).

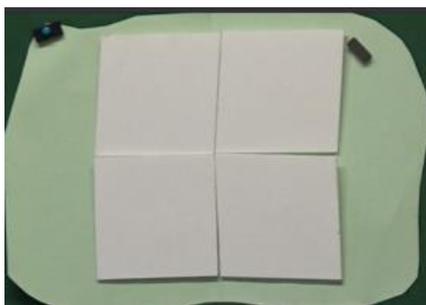


Figure 7. Assemblage et support

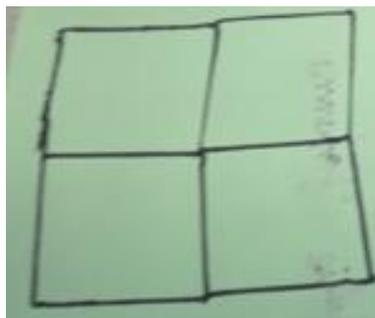


Figure 8. Un tracé d'assemblage

Dans un deuxième problème les élèves doivent chercher un assemblage avec trois carrés et un losange. Après plusieurs tentatives, ils constatent l'impossibilité d'en produire un. De nombreux élèves découvrent alors que les angles de ces losanges ne sont pas les mêmes, qu'ils diffèrent de ceux du carré et que, quand on « tourne » un carré, l'assemblage ne change pas, alors qu'avec le losange il se forme un trou ou une superposition.

4 Phase 2 : distinction carrée et rectangle

Pour amener les élèves à formuler des critères permettant de distinguer carré et rectangle, nous avons envisagé, dans une première expérimentation, le même dispositif (voir figure) mais nous avons constaté que les élèves considéraient les légères différences de dimensions comme liées à des imperfections des découpages.



Figure 9 Assemblage de carrés et de rectangles

Aussi nous avons élaboré une autre remise en cause des insuffisances de la perception basée sur un problème d'assemblage de longueurs.

Dans ce problème les élèves disposent :

- au CP de deux carrés, un « petit » rectangle, un « grand » rectangle ;
- Au CE1 de trois carrés, deux « petits » rectangles, deux « grands » rectangles.

Ils doivent aligner ces figures sur le bord replié d'une feuille en les calant, sans laisser d'espace pour produire un assemblage le plus long possible.

Lors de la mise en commun chaque binôme vient montrer sa proposition (avec des pièces agrandies 3 fois), en marquant, comme sur sa feuille, sa solution par un trait (figure 10).



Figure 10. Un assemblage de carrés et rectangles

Lors des mises en commun, les élèves sont donc conduits à exprimer des constats et des hypothèses sur la façon de produire la bande la plus longue (ou la plus courte possible) en relation avec les effets de leurs

actions sur les pièces : « Quand on le tourne, ça fait plus grand ; ça rallonge. » et leurs causes : « Il y a un côté où c'est long et un côté où c'est court. ».

Certains découvrent alors et formulent ce qui différencie un carré d'un rectangle : « Si on les tourne, (les carrés) ça fait toujours pareil. », « Le carré, ce n'est pas comme le rectangle, ça ne rallonge pas la ligne. », « Ils ont des côtés tous de la même taille. ». Cela permet d'explicitier que les côtés du carré sont de longueur égale et aussi, pour certains élèves du CP, de comprendre que l'ordre des pièces - orientées de façon identique - ne modifie pas la longueur de l'assemblage... À l'évidence, les élèves identifient des critères différenciant les figures à partir des actions qu'ils mènent. Ces connaissances servent de point d'appui à des connaissances à venir plus « géométriques » car moins contextualisées.

5 Phase 3 : construction d'un carré

Les élèves ont à terminer le tracé d'un carré dont seul un côté est tracé, à l'aide d'une règle rectangulaire non graduée dont la longueur (10 cm) mesure le côté du carré, ce qui décharge les élèves de la mesure de longueur. De nombreux élèves, même au CE1, placent approximativement un côté de la règle, au jugé, dans le prolongement du trait déjà tracé et non le long du trait lui-même (les angles ne sont donc pas droits). La mise en commun permet d'analyser cette erreur, par la vérification des angles droits avec la règle, mais aussi de distinguer cette erreur de simples maladresses de tracé. La reprise d'un nouveau tracé permet l'amélioration du positionnement de la règle et précède une institutionnalisation des propriétés du carré qui ont été formulées dans les mises en commun des phases précédentes : un carré à quatre côtés égaux (de même longueur) et quatre angles droits.

IV - ÉLÉMENTS DE SYNTHÈSE

1 La progression sur les objets de l'espace et du plan

Le tableau (figure 11) présente chronologiquement l'ensemble des huit situations du thème « Objets de l'espace et du plan », quatre relatives aux objets de l'espace (en noir, correspondant aux deux premières et deux dernières lignes) et quatre à ceux du plan (en bleu, les quatre lignes centrales).

Situation	Niveau/ Période	Problème	Notions institutionnalisées	Notions sollicitées
EMPREINTES	CP Période 1	Associer un solide à ses faces	Ensemble des faces d'un solide	Carrés, Rectangle Trapèze
IDENTIFIER UN SOLIDE	CP Période 2	Caractériser un solide par ses faces	Sommet, face, côté	Pyramides Prismes...
IDENTIFIER UNE FORME	CP Période 3	Caractériser une forme par ses côtés	Côtés droits, nombre de côtés d'un polygone	Triangles, Carrés, Rectangles Trapèze Polygones...
CARRÉ ET QUASI-CARRÉS	CP Période 5 CE1 Période 2	Distinguer le carré des quadrilatères proches Tracer des angles droits	Propriétés du carré Tracer des angles droits	Carrés, Rectangle Losange
PLIAGE ET SYMÉTRIE	CE1 Période 2	Identifier des figures symétriques par le tracé des axes	Figure symétrique Axe de symétrie	Milieu
FIGURES COURBES	CE1 Période 4	Analyser une figure	Cercle comme figure à courbure constante	Précision d'un tracé
CUBE ET QUASI-CUBES	CE1 Période 4	Distinguer le cube de solides proches	Propriétés du cube	Cube, Carré, Rectangle
EMBALLER UN SOLIDE	CE1 Période 5	Associer des faces à un solide	Enveloppe d'un solide	Cube, Pavé droit Prisme droit

Figure 11. Progression des activités du thème « Les objets de l'espace et du plan »

2 L'appropriation par la ressource des résultats de la recherche

La fiabilité de nos propositions d'enseignement dépend donc aussi de la possibilité pour les enseignants de se les approprier et de les mettre en œuvre. Elle suppose donc que les décisions de l'enseignant soient explicitées et que celui-ci dispose d'une progression justifiée par les expérimentations. Notre ressource comporte une description détaillée de situations et des réponses à des questions sur les apprentissages et l'enseignement que l'enseignant peut se poser après la mise en œuvre de ces situations. Elle présente aussi des activités d'entraînement, de stabilisation des connaissances et des éclairages complémentaires sur les savoirs et les processus d'apprentissage ou les choix d'enseignement.

Cette appropriation est favorisée par cinq caractéristiques :

1. La robustesse des situations : elle est fondée sur des résultats expérimentaux dans la mesure où nous sommes capables de garantir que les procédures décrites sont celles que les enseignants vont voir apparaître.
2. L'analyse des connaissances initiales des élèves : elle permet aux enseignants d'anticiper les procédures, les difficultés, les évolutions et ainsi de développer un regard curieux sur les potentialités de l'élève et sur son activité mathématique.
3. La description précise des interventions de l'enseignant aux différents moments de chaque situation : formulation de la consigne, accompagnement dans la recherche, gestion des échanges et finalités des mises en commun... apportant ainsi des indications sur les gestes professionnels qui assurent le bon déroulement de la situation et permettant de cette façon aux enseignants d'anticiper leurs décisions (voir Annexe 1).

4. La mise à disposition de l'ensemble du matériel (voir Annexe 2) : pour essayer de limiter au minimum la charge de travail de l'enseignant par rapport à la charge la préparation matérielle.
5. La mise à disposition de l'enseignant d'outils d'analyse de sa pratique et l'explicitation des enjeux didactiques sous forme de questions destinées aux enseignants et aux formateurs : pour faire de cet outil un outil de formation

3 La ressource

La publication « ERMEL Géométrie CP-CE1 » présente donc l'ensemble des résultats de la recherche, concernant l'intégralité des apprentissages spatiaux et géométriques structurés en trois thèmes :

1. thème 1 : tracés et usage de traits droits (quatre situations).
2. thème 2 : objets de l'espace et du plan, dont la progression est présentée à la figure 11.
3. thème 3 : repérages (trois situations).

Chaque situation est accompagnée d'une « Question sur », décrivant le plus souvent la variété des procédures, la gestion des échanges et, dans tous les cas, la contribution de la situation par rapport aux apprentissages visés. Chacun des thèmes est accompagné d'un éclairage spécifique des enjeux de son enseignement. Les principaux résultats de la recherche sont explicités en fin d'ouvrage, sous forme de réponses à des questions que peut se poser un enseignant ou un formateur.

Les pages de présentation de l'ouvrage, ainsi que la première situation du thème 1 (RAYURES) et la question sur « Les enjeux de la situation Rayures » sont consultables à l'adresse suivante :

<https://www.editions-hatier.fr/flip/flex/97822189988120?token=43e51085ff6aa79737712bc4507c88eb>

4 Les dispositifs

L'explicitation d'outils d'analyse, la formulation d'hypothèses et leur mise à l'épreuve, constituent des composantes de nos recherches présentes dans ces ressources. Le descriptif ci-dessous (ici la situation « PLIAGE ET SYMÉTRIE » du thème 2) comporte :

- un lien pour télécharger les documents numériques nécessaires à la situation ;
- un résumé du problème posé, des connaissances initiales et visées et de l'organisation possible en classe ;
- un descriptif détaillé, pour chacune des phases, du déroulement des activités, des consignes, des fonctions (présentation, recherche, mise en commun...) et des formes de travail (1^{ère} colonne) ;
- des commentaires didactiques et pédagogiques présentant les productions observées et les choix possibles de l'enseignant (2nde colonne).

Situation
CE1

PLIAGE ET SYMÉTRIE

Recherche pour la situation / Niveau : CE1/CE2/CE3

Le problème
Les élèves, sans effectuer le pliage, doivent déterminer si des formes planes ou des tracés de contours peuvent avoir été produits par pliage, et dans ce cas ils ont à déterminer où se situeraient les plis.




Forme plane Contour

Connaissances initiales
Dans des activités relevant de différents domaines depuis la maternelle, les élèves ont une pratique des pliages, des découpages voire de l'utilisation des pochoirs pour réaliser des formes. Souvent ils sont conduits plus à plier qu'à devoir anticiper l'amplissement du pli. Leurs jugements s'appuient davantage sur la régularité des formes que sur la mise en correspondance d'éléments singuliers symétriques par rapport au pli.

Connaissances visées
La situation vise à dépasser la perception globale des formes et à appréhender la symétrie par le pliage d'une figure ou le rabattement d'une moitié de celle-ci.

Résumé de la situation

- Dans la phase 1, les élèves produisent des formes planes symétriques par pliage et découpage et les analysent.
- Dans la phase 2, ils recherchent puis tracent les plis ayant permis de produire des formes planes symétriques.
- Dans la phase 3, ils recherchent les axes de symétrie de figures, dont soit le contour est tracé, et tracent ces axes, ou ils justifient pourquoi il ne peut pas y en avoir.

Organisation de la situation
Elle peut se dérouler en deux séances : une séance pour les phases 1 et 2 (jusqu'à l'étape 2), et une séance pour l'étape 3 de la phase 2 et la phase 3. Les figures qui n'auraient pas encore été étudiées peuvent être reprises en entraînement.

Articulation CP-CE1
Cette situation est destinée au CE1 (période 1).

Matériel général

- Des feuilles de papier-calque format A4 (phase 1) et A5 (phase 2) pouvant être pliées.

Matériel individuel

- La boîte à outils géométriques.

Objets de la situation

- Passer de la perception globale de formes à l'explicitation de leurs régularités et singularités, pour savoir si elles ont ou non un axe de symétrie.
- Associer le pliage et l'axe de symétrie.
- Utiliser un tracé pour anticiper la position du pli ou expliquer pourquoi un pliage ne peut pas exister sur une forme.

Phase 1 : Production de formes symétriques

Matériel individuel

- Une feuille de papier coloré de format A4 (prévoir des feuilles supplémentaires pour d'autres essais).

Présentation du pliage-découpage

Enseignant plie une feuille A4 en deux et découpe un motif simple de son choix. Son jeu « bossaïé » si possible, en partant de l'axe et en revenant vers l'axe. Il commente ce qu'il fait au fur et à mesure.

Objets de la phase 1

Elle vise à raviver le souvenir des effets du pliage et du découpage, et montrer que l'on peut retrouver un pli.

ERMEL Géométrie CP/CE1 ERMEL PLIAGE ET SYMÉTRIE

La description du déroulement (matériel, consignes, etc.) permet, dès sa première lecture, une mise en œuvre fiable.

Des informations générales (problème posé, connaissances en jeu, etc.) sont données d'emblée.

Les enjeux spécifiques et les modalités d'organisation de chaque phase sont détaillés.

Figure 12. Exemple de 1^{ère} page d'une situation

V - BIBLIOGRAPHIE

Berthelot, R., & Salin, M. H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire* (Thèse de doctorat, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I)

Coutat-Gousseau, S., & Vendaïra-Marechal, C. (2019). Reconnaissance de formes à l'école maternelle, un point de vue didactique et psychologique. In Coppé, S., Roditi, E. et al. (Ed.), *Nouvelles perspectives en didactique : Géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques*. (pp. 283-300). Grenoble : La pensée sauvage.

Douaire, J., Argaud, H.-C., Emprin, F., Frémin, M. (2020). *ERMEL géométrie CP-CE1*, Hatier

ERMEL (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes en CE2-CM1-CM2*, Hatier

Houdement, C. (2019). Le spatial et la géométrie : le yin et le yang de l'enseignement de la géométrie. (S. Coppé, E. Roditi, et al. coord.). *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques - XIXe école d'été de didactique des mathématiques 2017, Vol.1*, La pensée sauvage, éditions., pp.19-45. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03201021/document>

Mazeau, M., Pouhet, A. (2014). *Neuropsychologie et troubles des apprentissages chez l'enfant : du développement typique aux dys*, Elsevier Masson

Perrin-Glorian, M.-J., Salin M.-H. (2009). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* Didactique de la géométrie Peut-on commencer à faire le point ?, pp.47-81 <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAR/AAR10003/AAR10003.pdf>

Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C. et Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments , *Repères-IREM*, vol 90, pp.5-41

Petitfour, E. (2017), Enseignement de la géométrie à la fin du cycle 3 – Proposition d'un dispositif de travail en dyade, *Petit x*, vol.103, Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, Grenoble, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02268417/document>

Rabardel, P. (1995). Qu'est-ce qu'un instrument ? *Les dossiers de l'ingénierie éducative*, vol. 19, pp.61-65

VI - ANNEXE 1 : DISPOSITIFS D'ACCOMPAGNEMENT

1 Matériel prêt à être fabriqué :

Une pochette de matériel est disponible. Elle contient tous les patrons prédécoupés et toutes les formes utilisées dans les situations.

2 A télécharger sur <https://www.hatier-clic.fr/2512565>

Les enseignants disposent de tous les patrons de solides téléchargeables au format PDF.

Les fichiers pour impression 3D sont aussi mis à disposition. Les enseignants peuvent par exemple se rapprocher d'un fablab pour faire imprimer ou imprimer eux-mêmes les solides.

Découvrez la pochette de matériels
sur le site des éditions hatier :

<https://www.editions-hatier.fr/collection/ermel>

35 formes prédécoupées pour la situation
IDENTIFIER UNE FORME

16 formes prédécoupées à assembler
pour la situation FIGURES COURBES

12 formes prédécoupées pour la situation
CARRE ET QUASI-CARRES
Exemples : losanges, rectangles et carrés

14 patrons des solides ci-dessous pour la situation
IDENTIFIER UN SOLIDE

5 patrons de solides prédécoupés
pour la situation CUBE ET QUASI-CUBES
Exemple de 2 patrons

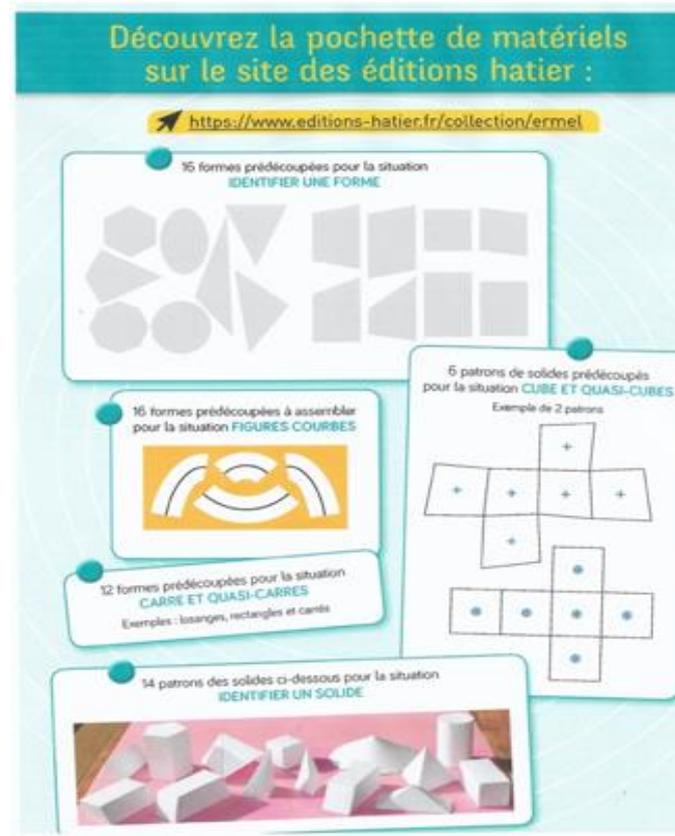
The image displays a collection of educational materials for geometry, organized into several sections. At the top, a teal banner contains the text 'Découvrez la pochette de matériels sur le site des éditions hatier :'. Below this, a yellow box provides the website URL: 'https://www.editions-hatier.fr/collection/ermel'. The materials are presented in four main categories, each with a title and a corresponding image: 1. '35 formes prédécoupées pour la situation IDENTIFIER UNE FORME' (35 pre-cut shapes for the situation IDENTIFY A SHAPE), showing various polygons and circles. 2. '16 formes prédécoupées à assembler pour la situation FIGURES COURBES' (16 pre-cut shapes to assemble for the situation CURVED FIGURES), showing curved shapes like arcs and semi-circles. 3. '12 formes prédécoupées pour la situation CARRE ET QUASI-CARRES' (12 pre-cut shapes for the situation SQUARE AND QUASI-SQUARES), with examples like rhombuses, rectangles, and squares. 4. '14 patrons des solides ci-dessous pour la situation IDENTIFIER UN SOLIDE' (14 nets of solids below for the situation IDENTIFY A SOLID), showing various nets of 3D shapes. Additionally, there is a section for '5 patrons de solides prédécoupés pour la situation CUBE ET QUASI-CUBES' (5 pre-cut nets of solids for the situation CUBE AND QUASI-CUBES), with an example of two nets for a cube. The bottom right of the image shows a collection of 3D white geometric solids on a pink surface.

Figure 13. *Présentation du matériel*