UNE INGÉNIERIE DE FORMATION INITIALE D'ENSEIGNANTS PRIMAIRES BASÉE SUR LA PÉDAGOGIE COOPÉRATIVE

Céline VENDEIRA
Chargée d'Enseignement,
Université de Genève, Equipe DiMaGe
Celine.Marechal@unige.ch

Marina DE SIMONE
Chargée d'Enseignement,
Université de Genève, Equipe DiMaGe
marina.desimone@unige.ch

Résumé
Dans la formation initiale des enseignants primaires, des contenus didactiques, mathématiques et professionnels doivent être abordés dans un temps relativement restreint (Coutat & Vendeira, 2017). Dès lors, des choix doivent s'opérer. La formation initiale genevoise ne propose pas de travail spécifique sur les contenus mathématiques. Toutefois, des bilans de connaissances mettent en évidence des lacunes. Dès lors, une ingénierie de formation basée sur les principes de la pédagogie coopérative (Buchs, 2011) visant une meilleure compréhension de certains contenus mathématiques chez des étudiants en formation initiale d'enseignement a été pensée. Quatre ressources sont proposées aux étudiants avec un scénario les obligeant à opérer des choix de manière coopérative afin que s'opère, entre pairs, le processus de médiation sémiotique souhaité (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Ces quatre ressources ont été analysées au préalable en mettant en lumière les aspects mathématiques et didactiques travaillés dans chacune de ces ressources. L'analyse de passages vidéo de formation ainsi que des traces produites par les étudiants permet de questionner le dispositif et de conclure sur des propositions de modifications et des perspectives.

I - INTRODUCTION ET CONTEXTE DE LA RECHERCHE

À Genève, les études pour devenir enseignant primaire se font sur quatre années d'université. Les étudiants suivent des unités obligatoires de didactique des mathématiques et des unités facultatives qui ne sont pas spécifiques à la formation des enseignants primaire. Le cours-séminaire dans lequel prend place notre ingénierie de formation est obligatoire et donné en troisième année de formation. Il se déroule sur un seul semestre avec neuf séances de deux heures, entrecoupées par deux fois deux semaines de terrain.

Afin de planifier leur enseignement mathématique, les enseignants primaires genevois s'appuient sur deux ressources principales et officielles : le plan d'étude romand (PER) et des moyens d'enseignement mathématiques uniques et distribués dans toutes les écoles primaires de la Suisse romande. Ces moyens d'enseignement sont conçus comme un recueil de problèmes où aucun élément de « cours » n'est donné. Cette ressource n'étant pas conçue pour être utilisée dans son intégralité, les enseignants doivent procéder à des choix de problèmes en fonction de leur projet pédagogique. Cela implique une participation des enseignants dans une étape supplémentaire du processus de transposition didactique (Ravel, 2003) qui d'ordinaire est prise en charge par les concepteurs des manuels avec des progressions pas à pas. Par conséquent, des apports spécifiques sur les contenus mathématiques et didactiques sont nécessaires et doivent être abordés en formation. Toutefois, compte tenu du temps restreint alloué à la formation à la didactique des mathématiques, le choix de mettre l'accent sur les théories et concepts de la cette discipline plutôt que sur les contenus mathématiques a été fait par les formateurs de l'université de Genève, depuis plusieurs années.

Le dispositif de formation présenté dans cet article se focalise ainsi surtout sur des aspects didactiques mais en s'appuyant sur des tâches impliquant des savoirs mathématiques identifiés comme problématiques pour les étudiants afin de tenter de réduire certaines lacunes.

Il est constitué de quatre ressources, conçues comme des artefacts, avec pour projet de faire construire aux étudiants des connaissances mathématiques et didactiques impliquant une médiation sémiotique (Maschietto & Bartolini Bussi, 2012) par les pairs, et non par le formateur universitaire, grâce à un dispositif collaboratif. D'un point de vue méthodologique, nous avons ainsi mis en place ce dispositif en s'appuyant sur les principes de la pédagogie coopérative (Buchs, 2011). Ce modèle d'enseignement vise à favoriser l'engagement et la motivation des étudiants en privilégiant les interactions entre pairs et le travail d'équipe.

Nous avons choisi la pédagogie coopérative afin de donner un rôle actif aux étudiants dans le processus de construction de leur apprentissage en particulier pendant la période de l'enseignement à distance, dû à la crise sanitaire de la Covid-19.

Cette étude vise à donner des éléments de réponse à la question de recherche suivante : « Est-ce que le processus de médiation sémiotique, se déroulant au sein d'un dispositif de formation basé sur les interactions entre pairs, permet aux étudiants de développer leurs connaissances mathématiques et didactiques autour de tâches impliquant des contenus mathématiques identifiés comme complexes ? ».

Dans cet article, nous présenterons en section 2 les aspects théoriques sur lesquels cette étude s'appuie. La section 3 décrit les quatre ressources constituant le dispositif de formation mis en œuvre. La section 4 constitue notre méthodologie suivie d'un exemple de l'analyse du potentiel sémiotique de l'une des quatre ressources. La section 5 est consacrée à l'analyse du processus de médiation sémiotique qui s'est déroulé au sein de quelques groupes d'étudiants impliqués dans la recherche. Nous concluons en section 6 en donnant des éléments de réponse à notre question de recherche, en évaluant l'efficacité du dispositif de formation et en envisageant des éventuelles alternatives à adopter pour le futur.

II - CADRAGE THEORIQUE

1 Les connaissances mathématiques et didactiques dans la formation initiale des enseignants à Genève

Comme cela a été mentionné en introduction, les enseignants suisses romands doivent effectuer des choix lorsqu'ils préparent leurs séances ou séquences d'enseignement. Cela nécessite de mobiliser des connaissances didactiques et mathématiques. Une étude genevoise montre que les connaissances mathématiques d'enseignants du primaire et du secondaire, qu'ils soient en formation ou en poste, se limitent aux mathématiques scolaires, c'est-à-dire les mathématiques qu'ils enseignent (pour les enseignants en poste), ou les mathématiques dont ils se souviennent de leur propre cursus (pour les futurs enseignants) (Cherix *et al.*, 2011). De plus, la recherche de Clivaz (2011) sur les connaissances mathématiques des enseignants romands pointe le fait que l'absence de certaines connaissances mathématiques spécifiques à un objet d'enseignement peut entrainer chez les enseignants des choix disharmonieux.

De son côté, Del Notaro (2015) met en évidence que l'appropriation de concepts didactiques ne semble pas immédiate chez les étudiants et enseignants débutants :

> « Ils [les étudiants] élaborent des séquences didactiques qui semblent cohérentes sur le papier, mais qui ont tôt fait de s'écrouler lors du passage à la contingence ». (p.8)

Ainsi, bien que la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) semble être un outil privilégié pour la formation initiale des enseignants, son appropriation par les enseignants semble difficile. Une étude a mis en évidence la difficulté qu'éprouvent les étudiants à s'emparer de la notion de variable didactique et surtout à en saisir l'utilité en vue de leur future pratique ou d'une compréhension réfléchie de la pratique d'autrui (Coutat & Vendeira, 2017).

2 Pédagogie coopérative

La pédagogie coopérative est un modèle d'enseignement qui vise à faire coopérer les élèves et à organiser le travail afin de leur permettre d'échanger de manière constructive autour d'une tâche donnée (Volpé et Buchs, 2019).

Comme nous l'avons abordé en introduction, nous nous sommes placées dans le cadre de ce modèle pour concevoir le dispositif de formation universitaire qui fait l'objet de cette étude.

En général, les dispositifs d'apprentissage coopératif prévoient « qu'un nombre limité d'apprenants (entre 2 et 5) travaille sur une tâche commune nécessitant un apport de l'ensemble des apprenants tout en renforçant les comportements coopératifs […] L'interdépendance des buts est essentielle pour que la coopération prenne place : les apprenants perçoivent qu'ils ne peuvent atteindre leur but que si les autres membres du groupe l'atteignent également. Par conséquent, les réalisations des buts individuels sont positivement corrélées » (Buchs, 2011, p. 84). De plus, dans l'optique de ce modèle d'enseignement, tous les membres d'un groupe d'apprenants évoluent ; pas seulement ceux qui ont des connaissances plus lacunaires. Afin de comprendre plus finement comment les interactions se déroulent au sein d'un dispositif coopératif, nous nous référons au schéma en Figure 1. Au sein d'un dispositif coopératif les interactions entre les apprenants peuvent être caractérisées par différents modes de prise de décision : la démission, la domination, l'accommodement, le compromis, la persuasion, la coopération.

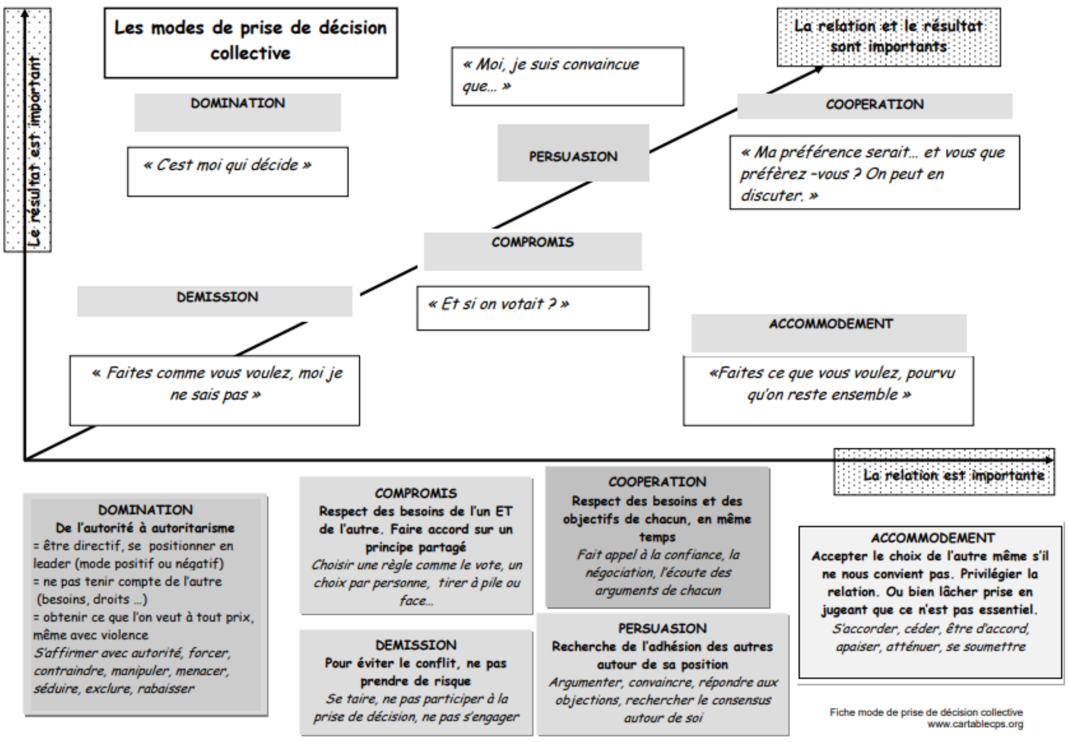


Figure 1 Modes de prise de décision collective tirés de l'activité de « l'île déserte[1] »

[1] IREPS. Activité l'île déserte. Le cartable des compétences psychosociales. Pays de la Loire. www.cartablecps.org/page-19-0-0.html

3 Le potentiel sémiotique dans la Théorie de la médiation sémiotique (TMS)

La théorie de la médiation sémiotique (TMS) permet de décrire et modéliser les processus d'enseignement et d'apprentissage reposant sur l'utilisation d'un artefact spécifique (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Un artefact (Rabardel, 1999) est un objet matériel faisant partie de la réalité. Un artefact devient instrument quand il est associé à des schèmes d'utilisation. Le processus de médiation sémiotique implique que l'utilisation de l'artefact par l'élève l'amène à s'approprier un contenu mathématique particulier. Pour ce faire, l'enseignant joue un rôle primordial. Sans une médiation sémiotique par le professeur, les élèves risquent de rester à des significations personnelles (signes artefacts) plutôt que de voir émerger des significations mathématiques (signes mathématiques), grâce à l'utilisation pertinente et orchestrée de l'artefact. Ainsi, dans la TMS, un artefact acquiert le statut d'instrument de médiation sémiotique lorsqu'il est consciemment impliqué dans un processus d'enseignement et d'apprentissage, qu'il est spécifiquement organisé et orchestré par l'enseignant et qu'il permet l'exploitation de son potentiel sémiotique. Dans notre recherche, nous transposons le processus d'enseignement et d'apprentissage au contexte de la formation universitaire impliquant des étudiants et leur formateur.

4 L'organisation mathématique dans la théorie anthropologique du didactique (TAD)

Pour étudier les praxéologies mises en place, la TAD propose d'examiner le travail du professeur d'après deux grandes composantes solidaires que sont les « organisations mathématiques » (OM) et les organisations didactiques (OD). Les OM permettent de rendre compte de la façon dont des mathématiques sont enseignées ou proposées dans des manuels/ressources et les OD à la manière dont les enseignants ou les manuels organisent l'OM.

Toute praxéologie se définit à l'aide du quadruplet suivant : $[T/\tau/\theta/\Theta]$. Ce groupement définit un système de type de tâches (T) à accomplir avec une technique (τ) devant être validée par une technologie (θ), qui elle-même requiert une justification par des théories (Θ). Le premier bloc $[T/\tau]$ définit un savoir-faire relevant de la pratique (praxis) alors que le second bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$ relève d'un discours raisonné (logos).

Concernant plus particulièrement l'étude des OM, plusieurs niveaux sont distingués dans la TAD : *ponctuel*, *local*, *régional* et *global*. Une organisation *globale* concerne tout un domaine d'étude comme « opérations, fonctions et linéarité » alors que la *régionale* correspond à un secteur des mathématiques « fonction linéaires ou non ». Une organisation *locale* regroupe quant à elle un ensemble de types de tâches dont « reconnaître une situation de proportionnalité » peut en être un exemple. L'organisation praxéologique *ponctuelle* est relative à un unique type de tâche et s'organise autour d'un complexe de techniques, de technologies et de théories relatives à ce type de tâche. Nous trouvons par exemple la tâche « utiliser la proportionnalité en situation ».

Dans notre recherche, nous souhaitons rendre compte de la façon dont des mathématiques sont proposées dans les quatre ressources proposées dans le dispositif de formation en réalisant une étude des OM *ponctuelles* et *locales* de ces dernières.

Les quatre ressources introduites dans le dispositif de formation ont ainsi été développées conjointement à une analyse de leurs organisations mathématiques. Celles-ci permettent de déterminer leur potentiel mathématique. Les ressources sont introduites dans le dispositif comme des artefacts au service du développement de connaissances mathématiques, bien qu'elles possèdent également des qualités didactiques. La formation prenant place à distance, un dispositif coopératif entre étudiants est développé. Dès lors, le pari est fait que ce dispositif permet d'engager un processus de médiation entre pairs plutôt que via le formateur universitaire. Cependant, en fonction du mode de fonctionnement adopté au sein des groupes d'étudiants (voir Figure 1), il se peut que le processus de médiation sémiotique ne s'amorce pas. Pour que cela fonctionne, nous faisons l'hypothèse qu'il faudrait à minima un mode de fonctionnement de type compromis, persuasion ou coopération. Toutefois bien que cela constituerait un atout, il n'est pas pour autant garanti que le processus de médiation sémiotique entre pairs s'opère.

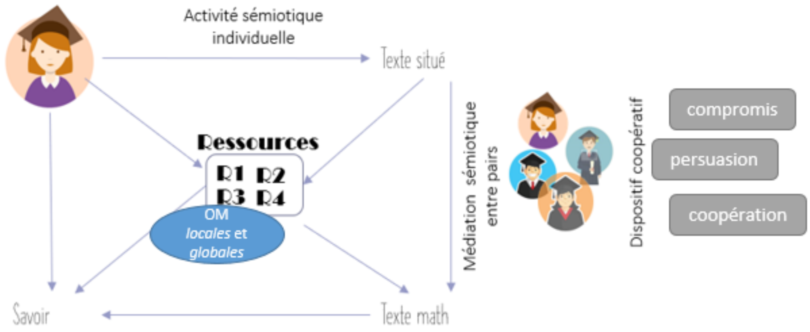


Figure 2. Schéma de la TMS du dispositif de formation

III - DISPOSITIF DE FORMATION

Le dispositif de formation élaboré s'inspire de l'activité de « l'île déserte » (IREPS) qui a pour but de travailler en groupe afin de résoudre un problème en identifiant les différents modes de prise de décision dans un groupe.

En particulier, nous avons fait travailler les étudiants sur la situation problème suivante : « Attention, nous avons eu écho d'un terrible événement. Les enseignants du monde entier ont perdu la mémoire de leurs années de formation en enseignement primaire. Les élèves sortent de classe avec plus de questions et d'incertitudes que s'ils n'étaient pas allés à l'école. Aujourd'hui, nous comptons sur vous pour sauver les élèves de cette situation délicate. Parmi les quatre ressources à disposition, si vous ne pouviez en proposer qu'une seule, laquelle donneriez-vous afin d'outiller les enseignants au mieux pour assurer les apprentissages des élèves ? Et pourquoi ? ».

Concernant les modalités de travail des étudiants afin de résoudre au mieux cette situation complexe, nous leur avons demandé de consulter et se positionner sur les quatre ressources dans un premier temps individuellement et dans un deuxième temps de confronter leur choix aux avis d'autres étudiants selon un dispositif coopératif réalisé via le logiciel de visioconférence « Zoom ». Cette discussion collective doit déboucher sur un choix partagé de la ressource à retenir et sur la réalisation d'un document pour justifier ce choix et convaincre encore d'autres étudiants.

Les quatre ressources sur lesquelles les étudiants ont travaillé portent sur différents thèmes mathématiques : la proportionnalité, les classifications des quadrilatères, les nombres rationnels et les concepts d'aire et périmètre. La ressource 1 (annexe 1a et b) porte sur le concept de la proportionnalité : il s'agit d'un assemblage de différentes parties du livre du maître de CM2 des moyens officiels suisses romands (Chastellain & Jaquet, 2001a et b) sur le thème « applications » et un texte sur les propriétés mathématiques de la proportionnalité à l'appui du tableau de proportionnalité (Charnay *et al.*, 2003). La ressource 2 (annexe 2) sur les quadrilatères est constituée par deux courtes vidéos sur les figures géométriques et deux représentations différentes de classifications des quadrilatères. La ressource 3 (annexe 3) commence par une activité sur les nombres rationnels proposée dans les moyens d'enseignement suisses romands avec trois réponses possibles et des questions adressées aux étudiants accompagnées par des réponses par QR codes. Les questions portent d'une part sur des contenus mathématiques concernant les différents ensembles des nombres et d'autre part sur des aspects didactiques visant à faire expliciter ce que les élèves apprennent au travers de cette activité. La ressource 4 (annexe 4) porte sur les concepts d'aire et de périmètre et elle est constituée d'une activité d'un manuel français (Peltier et al., 1996) sur la variation aire et périmètre avec des productions d'élèves et des questions aux étudiants avec réponses par QR codes. Les questions proposées ont pour but d'amener les étudiants à expliciter les conceptions erronées qui ressortent des productions des élèves et les éléments à institutionnaliser avec les élèves après avoir fait passer l'activité en classe.

IV - MÉTHODOLOGIE

Dans cette partie nous précisons notre recueil de données puis détaillons la procédure utilisée pour déterminer le potentiel sémiotique de nos quatre ressources.

1 Recueil de données

Le dispositif éprouvé concerne deux volées de 100 étudiants durant deux années consécutives (semestre de printemps 2020 et 2021). Le dispositif se déroule en différentes temps donnant lieu à des traces distinctes. La première étape est individuelle. Elle consiste à consulter les quatre ressources à disposition et à faire un choix en fonction la mise en situation décrite. Les étudiants doivent se préparer à argumenter leur choix afin de défendre la ressource choisie. Dans la deuxième étape, les étudiants se réunissent via zoom par groupes de cinq ou six, afin de mettre en commun leur réflexion et se mettre d'accord sur la ressource retenue pour le groupe. Cette étape donne lieu à un document commun à rédiger mettant en évidence la ressource retenue par le groupe et pour quelles raisons. La dernière étape consiste en un vote individuel des 100 étudiants afin d'évaluer le document le plus convainquant produit par les autres groupes.

Quelques groupes ont autorisé l'enregistrement de leur discussion. Nous avons ainsi une quinzaine d'enregistrement de quarante-cinq minutes à deux heures, la production d'un document de synthèse par l'ensemble des groupes et les résultats aux votes des deux volées d'étudiants.

2 Détermination du potentiel sémiotique des ressources

Nous allons maintenant présenter comment dégager le potentiel sémiotique des ressources. Pour ce faire, nous analysons chaque ressource proposée selon trois axes : les aspects didactiques, l'organisation générale de la ressource, l'organisation mathématique. La prise en compte de l'ensemble de ces éléments permet de déterminer le potentiel sémiotique de la ressource et donc de se faire une représentation de ce qu'elle permet de faire travailler aux étudiants en termes de mathématiques et didactiques.

2.1 Aspects didactiques et organisation générale de la ressource

Concernant les aspects didactiques, nous regardons si la ressource contient ou pas des éléments de dévolution, une institutionnalisation, des aspects d'analyse *a priori*, des éléments pour la mise en œuvre dans la classe, des exercices pour l'élève, des correctifs, des exemples de productions d'élèves, des pistes de régulation, des éventuels prolongements de l'activité, des propositions de relances, des exemples d'erreurs fréquentes chez les élèves. Ces différents aspects étant traités en formation, les étudiants devraient être en mesure de les mobiliser dans leurs discussions.

Pour chaque ressource, nous dégageons aussi des aspects généraux concernant les ressources comme le format de celle-ci (type de documents (schéma, tableau, vidéo, etc…), sa fonction (type de ressource (pédagogique, didactique, mathématique, etc.)), sa lisibilité, son aménagement, son destinataire (élève, enseignant ou mixte) et la présence de questions à l'attention des étudiants afin de leur permettre d'exercer un regard critique sur les ressources.

En annexe 5 figurent les deux typologies sur lesquelles nous basons nos analyses pour répertorier les aspects didactiques et relatifs à l'organisation générale de la ressource.

2.2 Organisations mathématiques des ressources

Pour définir les organisations mathématiques des ressources, nous dégageons les grands types de tâches associés au concept mathématique traité. Puis, pour chacun des types de tâches identifiés, nous renseignons les différentes techniques à employer pour accomplir les types de tâches.

Dans cette partie, nous proposons un exemple de l'analyse du potentiel sémiotique de la ressource sur la proportionnalité (Annexe 1), en mettant en évidence son organisation générale, ses aspects didactiques et son d'organisation mathématique. À partir de ces analyses, nous pouvons déterminer le potentiel sémiotique de la ressource.

3 Un exemple de l'analyse du potentiel sémiotique d'une ressource du dispositif

Dans cette partie, nous donnons l'exemple de l'analyse du potentiel sémiotique de la ressource 1 sur la proportionnalité en fonction des trois axes définis précédemment.

3.1 Analyse de l'organisation générale de la ressource :

Dans le tableau ci-dessous nous indiquons les cinq différentes entrées permettant de caractériser l'organisation générale de la ressource (colonne à gauche) ainsi que l'analyse que nous en faisons pour la ressource sur la proportionnalité (colonne à droite).

R1 Type de document (schéma, tableau, texte, vidéo, etc…)	La ressource contient beaucoup de texte. Seuls quelques tableaux de proportionnalité viennent rompre la continuité du texte. Il y a également certains contenus encadrés pour mettre en évidence les éléments importants à retenir
R2 Lisibilité / aménagement	La ressource est très dense et en noir et blanc. Il y a quelques titres ou mots importants en gras. Dans la première partie il n'est pas facile d'identifier une idée pour chaque paragraphe. Quelques puces organisent le texte dans la deuxième partie de la ressource. On trouve également dans cette deuxième partie des symboles mathématiques et la présence de nombres.
R3 Destinataire (élève – enseignant - mixte, etc.)	La ressource est destinée à des enseignants.
R4 Type de ressource (pédagogique, didactique, math, etc.)	Il s'agit d'une ressource didactique pour la première partie et mathématique pour la seconde. Dans la première partie on trouve par exemple la définition de « fonction », des aspects historiques, l'évolution du concept dans les programmes, les objectifs de cet enseignement, la suggestion de varier les situations proposées (entre situation linéaire ou non), l'explication de quelques propriétés de la linéarité. La seconde partie du document définit la proportionnalité et donne les propriétés des suites proportionnelles.
R5 Présence de question à l'attention du destinataire pour faire réfléchir	Non.

Figure 3 Tableau de l'analyse de l'organisation générale de la ressource sur la proportionnalité

3.2 Analyse des aspects didactiques en jeu

De la même manière que pour l'organisation générale de la ressource, nous procédons ci-dessous à l'analyse des aspects didactiques présents dans la ressource sur la proportionnalité.

D1 gestes professionnels D1.1 présence d'élément de dévolution – consigne D1.2 présence d'une institutionnalisation D1.3 présence d'une analyse *a priori*	La ressource suggère de varier les situations proposées (entre situation linéaire ou non).
D2 accompagnements D2.1 présence d'éléments pour la mise en œuvre D2.2 présence d'exercices / d'une tâche pour l'élève	Pointage de ce qui vient après le thème de la proportionnalité dans l'enseignement secondaire (aspects curriculaires).

D2.3 pointage de ce qui vient juste avant ou juste après (séance/séquence) D2.4 présence du correctif D2.5 présence d'exemples/pistes de régulation D2.6 présence de prolongement / questions de relance / pistes d'activités D2.7 quel document d'accompagnement pour l'élève/ quelle trace D2.8 la ressource peut être un support pour penser des activités, institutionnalisations, etc.	Lien avec les situations-problèmes du quotidien en lien avec ce thème.
D3 élèves D3.1 fausses conceptions élèves D3.2 Erreurs fréquentes/ obstacles D3.3 productions élèves	Référence à l'obstacle didactique de considérer toute situation comme une situation proportionnelle
D4 Autres D4.1 élèves actifs (participation) D4.2 manipulations	-

Figure 4 Tableau de l'analyse des aspects didactiques de la ressource sur la proportionnalité

3.3 Analyse de l'organisation mathématiques

Au sein de la ressource sur la proportionnalité, cohabitent plusieurs types de tâches, représentatifs d'une OM *local* de ce thème d'étude. Ces différents types de tâches se déclinent ensuite en différents sous types de tâches, représentatifs de l'OM *ponctuelle*. Pour chacun de ces sous types de tâches, nous identifions plusieurs techniques associées.

La particularité des contenus abordés dans la ressource sur la proportionnalité implique l'ajout d'un type de tâche représentatif d'une OM *global*. En effet, la question curriculaire de l'évolution du concept mathématique de la proportionnalité au fil des années scolaires dépendant d'un niveau de moins grande spécificité[2] que ceux impliquant les organisations mathématiques *locales* et *ponctuelles*.

T0 *global* : Évolution du concept au fil des années scolaires (questions curriculaires)	
T1 *local* : Reconnaître des situations de proportionnalité	
T1.1 Utiliser la proportionnalité en situation	τ Appui sur des situations emblématiques du quotidien
	τ Appui sur élément dans le texte (présence de mots inducteurs/schémas, tableaux)
	τ Par vérification de la linéarité avec les données du problèmes
T2 *local* : Résoudre des situations de proportionnalité	
T2.1 Modéliser une situation de proportionnalité	τ Utilisation de tableaux, écriture en ligne, produit en croix, flèches, graphique…
T2.2 Mobiliser les propriétés de la proportionnalité	τ Retour à l'unité, coefficient de proportionnalité, f(a+b) =f(a) + f(b), f(fa) = f
T3 Utiliser le lexique de la linéarité	

Figure 5 Tableau de l'analyse des OM de la ressource sur la proportionnalité

2 Il s'agit du niveau 2 de détermination du didactique dans l'échelle de co-détermination du didactique et du mathématique (Chevallard, 2002)), alors que les autres tâche et types de tâches définis appartiennent au niveaux 4 et 5.

3.4 Potentiel sémiotique de la ressource

A la suite de ces analyses, nous remarquons que la ressource sur la proportionnalité n'est pas organisée de manière à donner envie de la lire (dense et peu attractive). Les aspects didactiques ne sont pas très développés dans cette ressource. A l'inverse, les contenus mathématiques sont très présents et des aspects curriculaires sont également développés. Le potentiel sémiotique de cette ressource est donc avant tout mathématique. Toutefois, les quelques aspects didactiques abordés peuvent être source de discussions et de questionnement au sein des groupes.

V - ANALYSES

Nous proposons d'abord d'analyser les aspects mathématiques puis les aspects didactiques convoqués dans les quatre ressources, dans les quatre groupes d'étudiants enregistrés. Nous pouvons ainsi en déduire si le potentiel sémiotique des différentes ressources est exploité ou non. Dans un second temps, nous nous focalisons sur certains passages des enregistrements afin de percevoir si la médiation entre pairs opère par le biais du dispositif de formation proposé.

Si l'on se fie à nos analyses, nous constatons que deux groupes sur quatre parlent relativement peu des aspects mathématiques durant leur séance de groupe. Nous verrons dans l'analyse de quelques extraits que ces deux groupes vont passer très vite sur les deux ressources impliquant les contenus les plus problématiques, les nombres rationnels et la proportionnalité.

Un groupe n'aborde d'ailleurs pas du tout la ressource sur les nombres rationnels.

La ressource sur les quadrilatères est facilement accessible pour les étudiants d'un point de vue mathématique. Nos analyses montrent toutefois que les échanges se déroulent essentiellement autour des propriétés des figures présentes dans les vidéos et non pas sur leurs relations. Dans ce cas, les étudiants convoquent bien des contenus mathématiques, mais pas ceux souhaités, à savoir la classification des quadrilatères.

Pour la ressource sur l'aire et le périmètre, seuls deux groupes évoquent les contenus mathématiques attendus. Par ailleurs, nous constatons que de nombreux aspects didactiques sont abordés par l'ensemble des groupes. Nous faisons l'hypothèse que c'est le choix de la ressource qui en est la raison. En effet, celle-ci est très didactique. Elle comporte des exercices pour les élèves, des productions d'élèves, des questions aux étudiants sur les conceptions erronées des élèves, sur l'institutionnalisation possible et des réponses à ces questionnement via des QR codes.

En résumé, d'un point de vue mathématique, les ressources sur la proportionnalité et sur les nombres rationnels sont problématiques pour les étudiants qui tendent à les éviter. A l'inverse, les ressources sur les quadrilatères et l'aire et périmètre, bien qu'elles comportent des propriétés ou des relations pas toujours maitrisées par les étudiants, permettent d'aborder des contenus mathématiques (même si ce ne sont pas ceux attendus) ainsi que des contenus didactiques et sont de ce fait davantage investies. Par exemple, il est possible d'évoquer le périmètre d'une forme indépendamment de son aire associée.

Voici des échanges d'étudiants autours des ressources problématiques. Le premier extrait concerne la ressource sur la proportionnalité et le second sur les nombres rationnels :

> Étudiant 1: Moi j'ai trouvé que cette ressource elle était pas vraiment très pédagogique. Je trouve qu'elle expliquait des trucs du genre sur des contenus mathématiques mais pas sur de la didactique.
> Étudiant 2: Exactement pareille.
> Étudiant 1: J'ai même pas pigé en fait, genre j'ai même passé à la suite
> Étudiant 3: Il y a pas du tout de didactique quoi.

Plusieurs: Ouais
Étudiant 2: j'ai écrit un grand NON sur ma feuille de note en mode ça sert à rien!

Extrait 1.

Étudiant 1: Alors moi j'avoue que la j'ai un peu survolé car ça m'a pas, ça m'a pas parlé perso.
Etudiant 2: Moi ça m'a pas du tout parlé non plus
Plusieurs: Ouais

Extrait 2.

Dans ces deux extraits, nous constatons un mode de fonctionnement coopératif de type démission adopté par l'ensemble des membres du groupe. Ainsi, en ne s'engageant pas, aucun risque n'est pris. Toutefois, ce mode ne permet pas la dévolution et par conséquent le processus de médiation sémiotique n'a pas lieu.

Concernant les aspects didactiques, c'est sans surprise que la ressource sur la proportionnalité n'a laissé que peu de place à ces derniers dans les discussions étant donné la nature très « mathématique » du document. Concernant la ressource sur les quadrilatères, les étudiants ont souligné l'absence des contenus didactique dans la ressource proposée comme par exemple des éléments liés à la dévolution, à l'institutionnalisation et à l'analyse *a priori*. Cependant, ils mettent en avant la plus-value offerte par cette ressource car elle est directement exploitable en classe. Un autre groupe à l'inverse pointe à quelle point cette ressource n'est pas optimale étant donné qu'elle est très contextualisée et ne se transpose pas facilement à d'autres thèmes mathématiques. Tous les groupes ont toutefois abordé des éléments didactiques la concernant. Ils se sont en effet questionnés sur la manière d'utiliser efficacement ces vidéos en classe. Pour la ressource sur les nombres rationnels, un groupe sur quatre a investi cette ressource du point de vue didactique. En effet, deux groupes ne l'ont pas du tout investie et le dernier très peu.

Concernant les aspects généraux des ressources mis en avant par les étudiants, il est ressorti que la ressource sur la proportionnalité est « théorique », axée sur les contenus mathématiques et son format de texte est « trop lourd ». La ressource sur les quadrilatères quant à elle est plus « pédagogique » mais aussi « ludique » car elle contient des vidéos. Pour la ressource sur les nombres rationnels, il y a des groupes qui pensent qu'il s'agit d'une ressource didactique et d'autres mathématique. Par contre, pour la ressource sur les aires et périmètres, tous les groupes partagent l'idée qu'il s'agit d'une ressource didactique.

Nous développons maintenant un extrait d'une discussion où les étudiants mettent en avant les aspects mathématiques traités dans la ressource sur les nombres rationnels. Voici la première intervention d'un étudiant qui estime que la tâche qui y est proposée (placer 25/7 sur une droite graduée en essayant d'être le plus précis possible) permet de mettre du sens sur l'algorithme de la division :

> Étudiant 1 : Ce que j'aime bien dans cette tâche est qu'elle montre autrement l'algorithme de la division et pour moi ça permet de résoudre un problème dans l'enseignement, c'est que nos algorithmes multiplicatifs, celui de division c'est un peu de boîtes noires qu'on apprend aux élèves […] les élèves apprennent un truc mais ils ne comprennent pas ce qu'ils font, ils appliquent l'algorithme, ils ont par magie des résultats qui sortent, ça donne des résultats corrects s'ils ont appliqué correctement l'algorithme mais ils ne comprennent pas dans le système qu'est-ce qu'on fait quand on rajoute un zéro, pourquoi on rajoute un zéro, pourquoi on essaie de mettre le dénominateur dans le numérateur, etc. C'est un document qui me convenait beaucoup parce que ça permet d'aller contre ça en allant vers une compréhension de l'algorithme.

Dans cet extrait, nous observons comment pour cet étudiant la mise de sens sur les techniques opératoires est primordiale afin d'éviter les algorithmes de calculs comme des « boîtes noires ». Autrement dit, des réflexions d'ordre didactique (mise de sens sur les savoirs) et mathématiques s'imbriquent dans son discours et prennent tout leur sens grâce au fait que l'étudiant prend appui sur une pour élaborer l'autre et vice-versa.

Après l'intervention de cet étudiant, un autre membre du groupe prend la parole et il rajoute que cette ressource sert aussi à mettre du sens sur les différents ensembles des nombres (aspects didactiques). Il ne se limite pas à discuter la technique opératoire de division mais il va plus loin dans sa réflexion didactique :

> Étudiant 2 : Cette activité je la trouvais intéressante parce qu'elle permet d'aborder différentes dimensions du nombre, enfin ça parle autant du nombre je sais plus l'ordre de naturel à réel je crois et ça je trouvais super intéressant, c'est intéressant pour aborder l'algorithme de la division mais aussi pour parler je ne sais pas si on peut dire ça la nature de chaque nombre.

À ce moment de la discussion, l'étudiant qui avait lancé le débat reprend la parole et il résume les deux aspects mathématiques évoqués (la technique opératoire de la division et les différents ensembles des nombres) :

> Étudiant 1 : Oui je suis d'accord avec toi. Pour moi il y a clairement deux objectifs entre le travail sur les nombres rationnels au niveau de la division essayer de comprendre ce que c'est ce 25 sur 7 et puis après il y a cette autre partie et c'est la deuxième force que j'y vois clairement c'est que pour pouvoir travailler là-dessus avec les élèves ça demande de passer par le schéma du qr-code (schéma des ensembles des nombres). Toutes ces histoires de nombres naturels, nombres entiers etc. ça me parle parce que pendant toute ma scolarité on en a parlé, on les a vu passer dans les consignes d'évaluation et on savait pas ce que c'était.
>
> Ça fait partie des choses du curriculum caché qu'on n'enseigne pas explicitement parce qu'on se dit c'est trop compliqué […] J'ai compris à l'université cette histoire d'emboitement et on peut très bien le montrer aux élèves que tous les décimaux sont des rationnels mais que tous les rationnels ne sont pas des décimaux et ça c'est qu'on voit avec cette activité, c'est surtout entre rationnels et décimaux.

Pour cet étudiant, il est primordial de permettre aux élèves de réfléchir dès leur scolarité obligatoire sur l'idée d'«emboîtement des ensembles des nombres ».

L'échange que nous venons d'analyser constitue une claire illustration de ce que nous entendons par réussite du processus de médiation sémiotique. La discussion entre ces étudiants montre comment ils coopèrent entre eux : ils écoutent les arguments de chacun et ils les développent afin de pousser plus loin la réflexion. Nous pouvons ainsi affirmer que le processus de médiation sémiotique s'est opéré au sein de ce groupe de travail : la ressource sur les nombres rationnels s'est avérée adaptée pour que ces étudiants donnent du sens à des éléments mathématiques souvent écartés car peu maitrisés.

Pour finir et venir compléter nos analyses, nous revenons sur le choix des ressources sélectionnées par les groupes d'étudiants à la fin du processus coopératif. Il se trouve que, deux années consécutives, c'est la ressource sur aire et périmètre qui remporte le plus de vote avec onze et treize groupes qui l'ont choisie sur dix-sept. Puis, la seconde place est pour la ressource sur les quadrilatères. Pour finir, la troisième place est respectivement à la ressource sur la proportionnalité avec deux groupes sur dix-sept, en 2020 ; puis, à la ressource sur les nombres rationnels avec un groupe sur dix-sept, en 2021. Ce sont donc les ressources qui suscitent le moins « d'appréhensions mathématiques » qui remportent.

VI - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le constat le plus évident au terme de l'analyse de ce dispositif concerne les ressources impliquant des contenus mathématiques, plus problématiques pour les étudiants. Celles-ci semblent peu abordées, voire évitées dans les discussions. De plus, lorsqu' elles sont abordées, c'est surtout sur des aspects didactiques. Nous en avons l'exemple avec la ressource sur les nombres rationnels qui a par ailleurs un fort potentiel didactique.

Parmi les quatre groupes observés, deux choisissent de ne pas aborder (ou minimalement) les deux ressources identifiées comme problématiques et un autre ne l'aborde que par ses aspects didactiques. Seul avec le dernier groupe le pari semble gagné. Dans ce dernier groupe, alors que nous constatons encore des incompréhensions ou maladresses autour des échanges mathématiques, les étudiants s'engagent malgré tout. Le potentiel de l'artefact couplé au dispositif coopératif a permis de développer des connaissances et de passer d'un texte situé à un texte mathématique.

La question est donc de savoir quelle alchimie particulière a permis au processus de médiation sémiotique d'opérer entre pairs. Tout d'abord, ce processus de peut être amorcé que si la dévolution opère. Les analyses des extraits de deux groupes l'illustrent.

Sur quelles variables pouvons-nous jouer dès lors ? Nous pouvons questionner le nombre de ressource, leurs contenus, la nature de la mise en situation proposée et le dispositif de manière plus générale.

Nous constatons par exemple qu'un document trop « mathématique » ou avec trop de texte peut dissuader les étudiants, car perçu comme effrayant ou indigeste. L'organisation général de la ressource peut donc jouer un rôle primordial dans le processus de dévolution. Nous remarquons également que, même si le contenu mathématique est complexe mais que la ressource comporte des aspects didactiques, les étudiants peuvent s'en emparer et ne parler que de ces aspects-là. Dans ce cas, un glissement dans les enjeux du dispositif s'opère car seuls les aspects didactiques sont abordés.

Concernant d'éventuelles pistes à explorer, dans les ressources proposées, nous pouvons penser un meilleur équilibre entre la part de didactique et la part de mathématiques. Réduire les différences de complexité entre les ressources pour ne pas donner l'illusion que les mathématiques sont plus abordables dans l'une ou l'autre serait aussi un aspect à examiner. Devons-nous également réduire le nombre de ressources afin que les étudiants s'y plongent davantage et évitent de les survoler ou de les mettere de côté, si elles ne plaisent pas ?

Concernant la mise en situation, nous avons constaté qu'elle donnait lieu à des confusions. La question qui est majoritairement apparue concernait la perte de mémoire. Etait-ce la mémoire de la formation (aspects didactiques) ou des contenus mathématiques (même ceux de l'enfance). Cinq étudiants enregistrés ont d'ailleurs reformulé la situation afin de régler cette confusion au sein de leur groupe.

> « Au fait, c'est un peu comme si on demandait à ta copine avocate de reprendre ta classe. Elle ne serait pas trop comment s'y prendre et quoi faire. Tu lui donnerais quelle ressource pour l'aider? »

VII - BIBLIOGRAPHIE

Bartolini Bussi M.-G. & Mariotti M.-A. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English & al. (Eds.), Handbook of International. Research in Mathematics Education, second edition (pp. 746-783). New York and London: Routledge.

Buchs, C. (2011). Interactions dans des duos lors d'un travail coopératif sur des textes à l'université selon la distribution des informations : un zoom sur les confrontations de points de vue, 83-97.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La pensée sauvage.

Charnay, R., Mante, M., Douaire, J., Valentin, D., (2003). Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles - Tome 1, Hatier Concours.

Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001a). Mathématiques cinquième année. Méthodologie-Commentaires. Neuchâtel : COROME.

Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001b). Mathématiques sixième année. Méthodologie-Commentaires. Neuchâtel : COROME.

Cherix, P.-A., Conne, S., François, D., Daina, A., Dorier, J.-L. & Flückiger, A. (2011). Quand un prof rencontre un autre prof… pour faire des mathématiques. Recherches en didactiques. Les cahiers Théodile, 12, 7- 45.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en didactique des mathématiques. 12(1), 73-111.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 3. Ecologie & régulation. In J.-L Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Eds.). Actes de le 11e école d'été de didactique des mathématiques. (pp. 41-56). France : La Pensée sauvage.

Clivaz, S. (2011). Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Thèse de doctorat, Université de Genève.

Conférence intercantonale de l'instruction publique (2010). Neuchâtel : CIIP. Repéré à https://www.plandetudes.ch

Coutat, S. & Vendeira, C. (2017). Comment les théories et concepts de la didactique des mathématiques contribuent à la formation des futurs enseignants primaires genevois ? In A. Braconne-Michoux, P.Gibel & I. Oliveira. Etude de différentes dormes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants. Québec : CRIRES.

Del Notaro, C. (2015). Suivre le fil de la pensée des élèves ... Math-Ecole, 224, 8-10.

Maschietto, M., Bartolini Bussi, M. (2012). Des scénarios portant sur l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Actes du 39e Colloque de la COPIRELEM.

Peltier, M.-L., Clavié, C. & Gauch, A.-M. (1996). Le nouvel objectif calcul CM2. Paris : Hatier.

Rabardel, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. Actes de la Xème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques. Houlgate, vol I, pp.203-213.

Ravel, L. (2003). Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne, exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique. Thèse en didactique des mathématiques, Université Joseph Fournier – Grenoble I.

Volpé, Y. & Buchs, C. (2019). Pédagogie coopérative : pratiques déclarées et facteurs d'appropriation. *Swiss Journal of Educational Research*, *41*(1), 99-120.

ANNEXE 1 : RESSOURCE 1A ET B SUR LA PROPORTIONNALITE

Ressource 1a : assemblages de différentes parties du livre du maitre 7-8P des moyens d'enseignement officiels suisses romands (Chastellain, & Jaquet, 2001a et b)

A lire :

THÈME 7 – APPLICATIONS

3. APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE ET DIDACTIQUE

Par définition, une fonction est une relation entre deux ensembles de nombres qui, à tout élément du premier, fait correspondre un et un seul élément du second. Ce concept s'est développé en mathématiques depuis plus de 200 ans, pour en devenir aujourd'hui une des notions les plus fréquemment mises en œuvre.

Dans la langue française, des expressions comme «en fonction de» ou «être fonction de», qui indiquent une relation de dépendance, sont devenues très courantes, comme dans les exemples: «on décidera du programme définitif en fonction du temps qu'il fera», «l'offre est fonction de l'intérêt des clients», ... Si, dans les deux contextes, le terme «fonction» est lié à l'idée de **dépendance**, en mathématiques, les objets en relation sont définis plus précisément. Ce sont des nombres en général.

L'étude des fonctions est au programme de tout l'enseignement secondaire. Il se poursuit à l'université et dans les écoles supérieures, en mathématiques comme dans les autres disciplines scientifiques ou techniques. On apprend à les reconnaître, à les désigner, à en décrire les propriétés, à étudier leur «comportement» (croissance, tendances, ...) pour aboutir à l'un des chapitres clés des mathématiques, appelé aujourd'hui *Analyse* (limites, dérivation, intégration, ...).

Si le concept de fonction apparaît déjà en cinquième et en sixième année, dans le thème des *Applications*, c'est parce qu'il est présent dans l'environnement de l'élève confronté à la résolution de problèmes. C'est un outil d'organisation du réel, c'est un modèle pour expliciter les relations entre deux grandeurs, c'est une représentation efficace de variations entre deux séries de données dépendantes l'une de l'autre. Mais, à 11 ou 12 ans, ce concept s'esquisse seulement. Il va prendre corps, peu à peu, au travers de situations où l'élève aura l'occasion d'observer des relations numériques entre deux grandeurs correspondantes, où il cherchera à les mettre en évidence pour les utiliser dans ses calculs, où il organisera les données en tableaux, où il devra tirer des informations d'une représentation graphique. L'élève de sixième va ainsi peu à peu se constituer un répertoire dans lequel il pourra retrouver, au cours des années suivantes, des problèmes ou des situations de référence lors de l'étude des fonctions.

C'est dans cet esprit que doivent être abordées les activités du thème.

Linéarité et proportionnalité

Au sein du champ des applications, la linéarité[2] (ou proportionnalité) est essentielle dans la mesure où ce concept permet la modélisation de nombreuses situations issues de l'espace sensible de l'élève (problèmes relatifs à des relations entre grandeurs) ou dans le traitement de questions de la «vie courante» (relations entre quantités et prix, pourcentages, ...).

La linéarité recouvre des aspects divers: relation entre des grandeurs, relation entre des suites de nombres, raisonnements et techniques mis en œuvre pour traiter les problèmes de proportionnalité, ... La multiplication, la division, les pourcentages, les agrandissements, ... sont autant de thèmes qui entrent dans ce cadre.

Abordée dans le champ conceptuel de la multiplication, la linéarité apparaît dès la quatrième année d'école primaire, puis en cinquième et en sixième année, dans le thème des *Applications* et dans celui des *Mesures*. Cette longue durée de maturation laisse le temps à l'élève de construire progressivement le concept de linéarité avant d'en aborder les techniques, les algorithmes et les formalismes qui s'y rapportent au cours de l'école secondaire, dans le cadre de l'étude des fonctions.

Les fonctions non linéaires

On n'étudie pas de fonctions non linéaires avant les degrés 7 à 9 de l'école secondaire mais, paradoxalement, il faut en présenter de nombreuses à l'élève, afin qu'il puisse différencier une fonction linéaire d'une autre fonction qui ne l'est pas.

Si on ne le fait pas, on crée un obstacle didactique important : celui de construire une représentation des fonctions indissociable de la linéarité et, par conséquent, de mettre en œuvre systématiquement les procédures de «la somme» et du «produit» dans des situations où elles sont inopportunes.

Ressource 1b : Texte extrait de Charnay et al. (2003) sur le thème des applications

Apports théoriques

1. Suites de nombres proportionnelles

1.1. Définition

> **Deux suites de nombres réels (ayant le même nombre de termes) sont proportionnelles si on peut passer de chaque terme de la première suite au terme correspondant de la deuxième par un même opérateur multiplicatif.**

L'opérateur multiplicatif qui permet ainsi de passer de chaque terme de la première suite à chaque terme de la seconde est aussi appelé **coefficient de proportionnalité** entre la première suite et la deuxième.

On représente souvent la correspondance entre les deux suites par un tableau. Exemple :

× 3/4 (↓) ; × 4/3 (I) (↑)

6	10	14	20	26	34
4,5	7,5	10,5	15	19,5	25,5

Cas général :

$\times a$ (↓) ; $\times 1/a$ (II) (↑)

x_1	x_2	x_3	x_4	...	x_n
y_1	y_2	y_3	y_4	...	y_n

Le coefficient de proportionnalité entre la deuxième suite et la première est l'inverse du coefficient de proportionnalité entre la première suite et la deuxième.

1.2. Propriétés numériques des suites proportionnelles

Nous allons étudier ici cinq de ces propriétés.

- **Propriétés relatives à l'ordre**

Si deux suites proportionnelles sont formées de nombres positifs, l'ordre selon lequel sont rangés les nombres de la première suite est le même que celui selon lequel sont rangés les nombres de la deuxième suite.

On traduit cela en disant que, **pour les nombres positifs, la proportionnalité respecte l'ordre** ou encore que, dans R+, toute fonction linéaire est une fonction croissante.

Mais, attention… à **ne pas confondre croissance et proportionnalité** ! La taille d'un enfant croît avec son âge, et pourtant la taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

● **Propriétés de linéarité**

Reprenons le tableau (I). Deux types de remarques peuvent être faites, correspondant à deux propriétés.

Une propriété additive

+

×3/4 ↓							↑ ×4/3 (I)
	6	10	14	20	26	34	
	4,5	7,5	10,5	15	19,5	25,5	

+

Si deux suites sont proportionnelles, "l'image d'une somme est la somme des images", ce qui peut être traduit par : Quels que soient les nombres x_1, x_2 et y_1, y_2,

×a ↓

x_1	x_2	$x_1 + x_2$
y_1	y_2	$y_1 + y_2$

ou dans le langage des fonctions par : $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ (IV)

Une propriété multiplicative

×2

×3/4 ↓							↑ ×4/3 (I)
	6	10	14	20	26	34	
	4,5	7,5	10,5	15	19,5	25,5	

×2

Ainsi l'image du double, du triple, du produit par 3,4… d'un nombre est le double, le triple, le produit par 3,4… de l'image de ce nombre.

La propriété correspondant à cette remarque peut être traduite par :
Quels que soient les nombres x, y et k :

×a ↓

x	kx
y	ky

ou, dans le langage des fonctions par : $f(kx) = k\,f(x)$ (V)

Ces deux propriétés, dites propriétés de linéarité [1] sont caractéristiques de la proportionnalité et des fonctions linéaires. C'est-à-dire que deux suites qui vérifient ces propriétés pour tous les nombres sont des suites proportionnelles, et la fonction associée est une fonction linéaire.

A contrario, il suffit de trouver, parmi tous les nombres composant les deux suites, un seul exemple où l'une des propriétés de linéarité n'est pas vérifiée pour que les deux suites ne soient pas proportionnelles (cf. exemple 7 de l'Activité 2, où $11 = 4 + 7$ et $33 \neq 12 + 28$).

● **Propriété dite "du produit en croix"**

> À partir de l'égalité des rapports (VI), il est facile de déduire les égalités du type :
> $x_1 y_2 = x_2 y_1$ *ou* $x_2 y_5 = x_5 y_2$ *ou…*
> Deux suites proportionnelles vérifient donc cette propriété dite "du produit en croix".

On peut, en effet, illustrer cette propriété sur le tableau (I) par l'identification des produits égaux, à l'aide de croix :

$\times 3/4$ ↓

6	10	14	20	26	34
4,5	7,5	10,5	15	19,5	25,5

$\times 4/3$ (I) ↑

ANNEXE 2 : RESSOURCE 2 LES QUADRILATERES

Ressource 2

Visionner les vidéos et consulter les deux représentations de classification différentes de quadrilatères

Vidéo 1 :

https://www.dropbox.com/preview/Copirelem2020/ressources/VIDEOS_COPI/OUI1les-proprietes-du-carre.mp4?role=personal

Vidéo 2 : https://www.dropbox.com/preview/Copirelem2020/ressources/VIDEOS_COPI/OUI2reconnaitre-le-losange.mp4?role=personal

Deux représentations de classifications des quadrilatères :

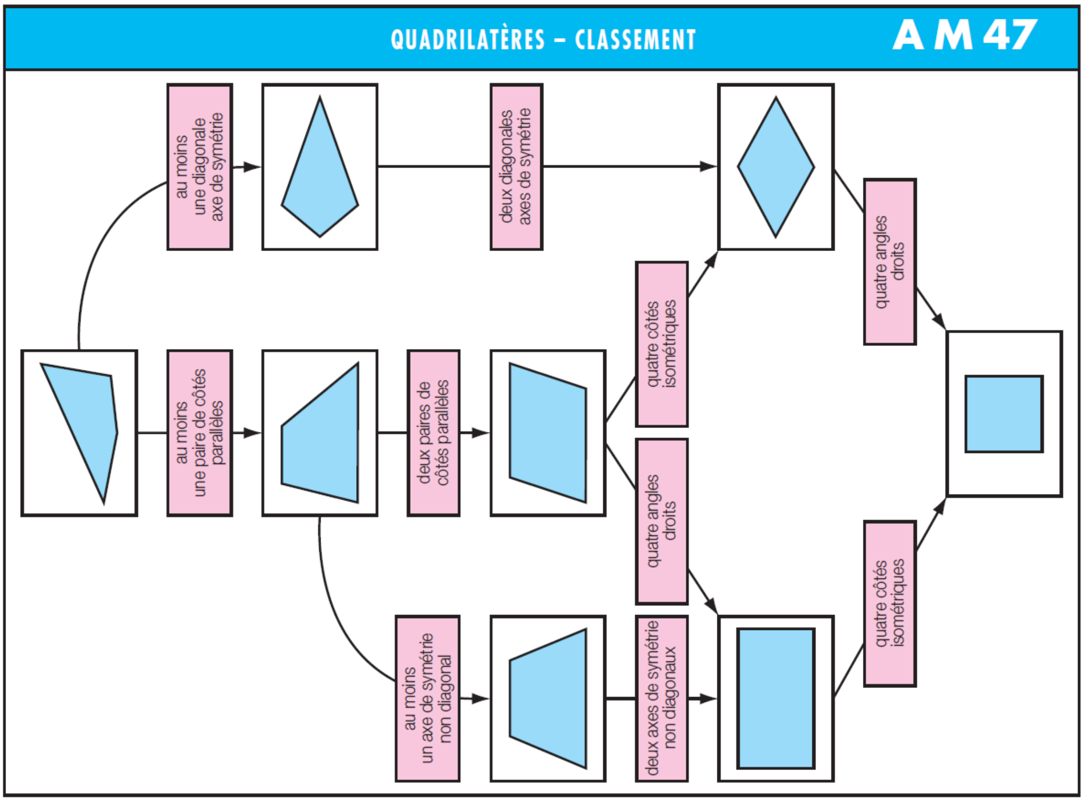


Image 1 : Dans l'aide-mémoire des moyens d'enseignement officiels romands 7-8P

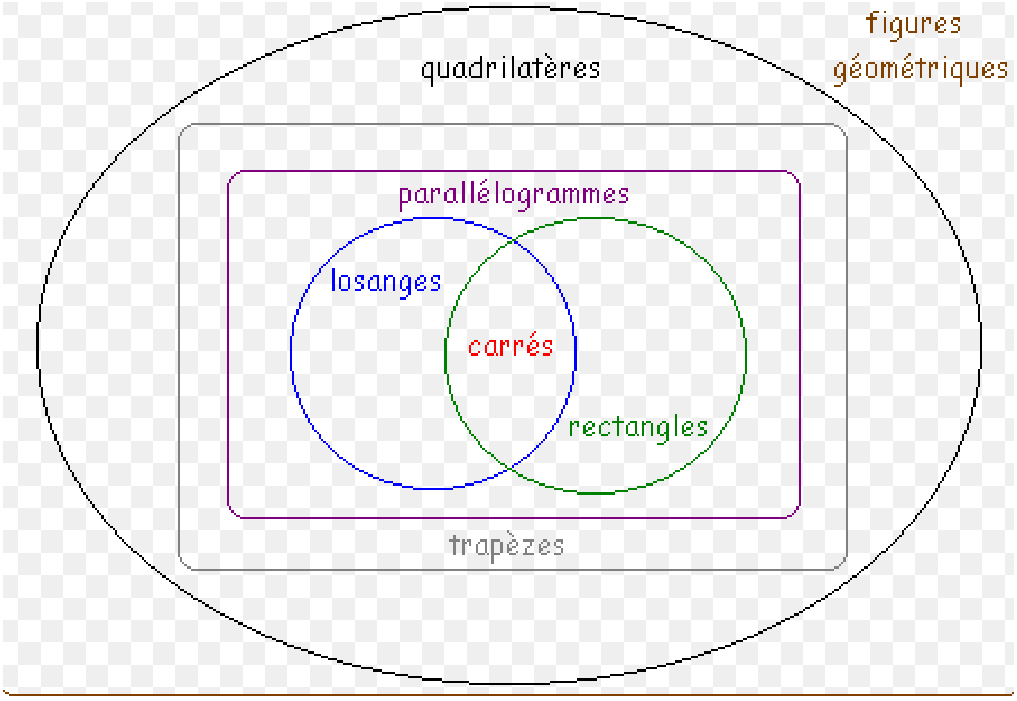


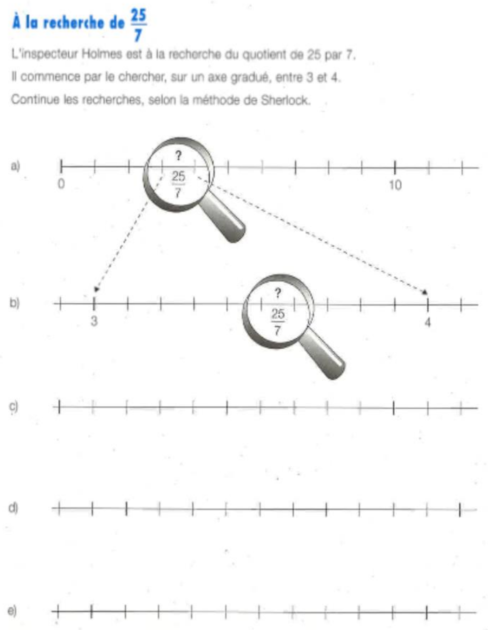
Image 2 : Représentation trouvée sur internet

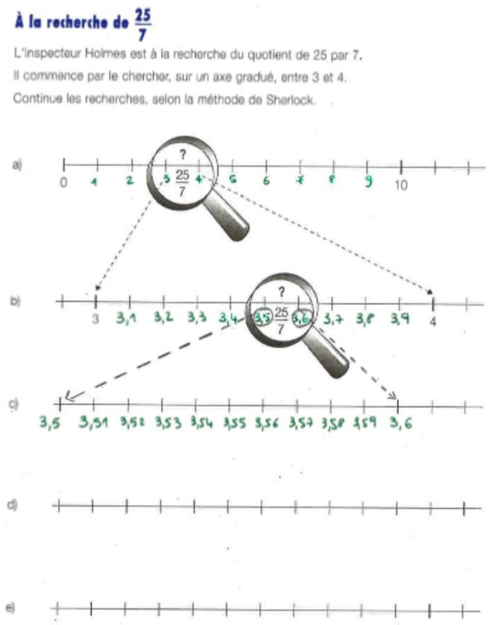
https://www.bing.com/images/search?view=detailV2&ccid=9S6t7l9X&id=8F7DD6F3BD300E32AF04CCC96348DA3446AFA3E1&thid=OIP.9S6t7l9XnFheBwra2IX6uQHaFE&mediaurl=http%3a%2f%2fwww.trigofacile.com%2fmaths%2feuclide%2flivre1%2fdefinitions%2fimages%2f1-def22-class.png&exph=314&expw=459&q=classification+des+quadrilat%c3%a8res&simid=607994393207439971&selectedIndex=1&ajaxhist=0

ANNEXE 3 : RESSOURCE 3 LES NOMBRES RATIONNELS

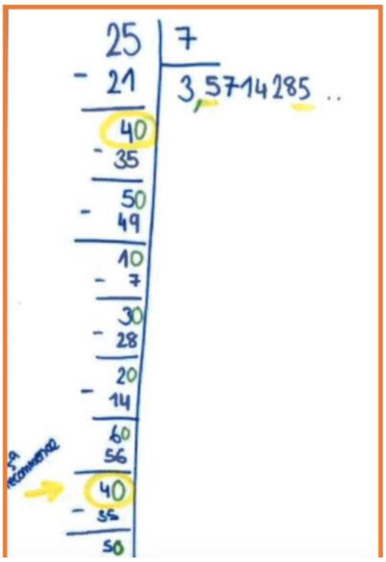
Ressource 3 : une activité des moyens d'enseignement officiels romands sur les nombres rationnels avec trois réponses possibles et des questions.

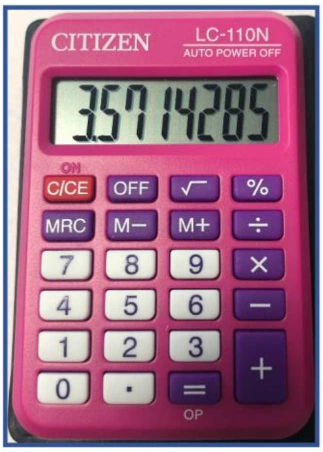
Voici, dans le document de gauche, l'énoncé d'une activité de 8P et, dans le document de droite, un début de résolution





Voici trois manières différentes de trouver le quotient de 25 par 7 : avec l'algorithme de la division posée, avec la calculatrice et avec un logiciel de calcul sur internet





3, 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857

Questions

1) A quel ensemble des nombres le quotient de 25 par 7 appartient-il (naturels (N), relatifs (Z), décimaux (D), rationnels (Q)) ?

2) Qu'est-ce qu'on apprend sur la calculatrice au regard du résultat qui s'y affiche ?

3) Au regard global de l'activité, qu'est-ce qu'on apprend sur les nombres rationnels (Q) :
   a) par rapport aux nombres naturels (N)?
   b) par rapport aux nombres décimaux (D) ?

4) Qu'est-ce que les élèves apprennent avec cette activité ?

Réponse 1)

Réponse 2)

Réponse 3)

Réponse 4)

ANNEXE 4 : RESSOURCE 4 AIRE ET PERIMETRE

Ressource 4 : une activité d'un manuel français sur aire et périmètre avec des productions d'élèves et des questions.

Dans une classe de 7P, le maître veut préparer une séance qu'il intitule « aire et périmètre ».

Pour mettre en place cette séance, il utilise l'activité de « Découverte » et l'exercice 1 ci-dessous (tirés de « Le nouvel objectif calcul » (1996), Hatier) :

73

Aires et périmètres

Distinguer aire et périmètre d'une figure plane. Identifier les cas de proportionnalité entre diverses grandeurs.

Découverte

1. Construis un rectangle d'aire 36 cm² sur du papier millimétré. Appelle x et y ses dimensions. Calcule son périmètre P.

2. Construis d'autres rectangles d'aire 36 cm². Les dimensions peuvent être des nombres décimaux.

3. Complète le tableau en utilisant les rectangles que tu as construits.

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3	
dimension x, en cm				
dimension y, en cm				
aire, en cm²				
périmètre, en cm				

Exercices et problèmes

1 a/ Sur du papier millimétré, construis plusieurs rectangles de périmètre 24 cm.

b/ Quelles sont les dimensions x et y pour chacun de ces rectangles ? Calcule leur aire.

c/ Complète le tableau.

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3	
dimension x, en cm				
dimension y, en cm				
aire, en cm²				
périmètre, en cm				

Questions :

1) Réaliser l'activité de « Découverte » et l'exercice 1 ci-dessus.
2) Consulter les productions d'élèves ci-dessous afin de répondre à la question 3 (*sous chaque production sont transcrites, de manière plus lisible, les observations des élèves*).
3) À partir de ces productions d'élèves :

a. Quelle serait une **conception erronée** des élèves relative aux concepts d'aire et de périmètre d'une figure ?
b. Au terme de cette séance quels principaux constats devraient figurer, selon vous, dans une **trace d'institutionnalisation** par rapport aux concepts d'aire et de périmètre d'une figure ?

Production d'élèves :

Amandine

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	12 cm	9 cm	10cm
dimension y, en cm	3cm	4cm	3,6cm
aire, en cm²	36 cm²	36 cm²	36 cm²
périmètre, en cm	30cm	26cm	27,2cm

tableau n° 1

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	7 cm	9 cm	8cm
dimension y, en cm	5 cm	3cm	4 cm
aire, en cm²	35 cm²	27 cm²	24 cm²
périmètre, en cm	24cm	24cm	24cm

tableau n° 2

Pour une aire fixe, plus la longueur augmente plus le périmètre augmente.
Pour un périmètre fixe, plus la longueur augmente plus l'aire diminue.

« Pour une aire fixe, plus la longueur augmente plus le périmètre augmente.
Pour un périmètre fixe, plus la longueur augmente plus l'aire diminue. »

Marthe

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	9 cm	12 cm	12 cm
dimension y, en cm	4 cm	3 cm	8 cm
aire, en cm²	36 cm².	36 cm²	36 cm²
périmètre, en cm	26 cm	30 cm	40 cm

tableau n° 1

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	6 cm	8 cm	12 cm
dimension y, en cm	4 cm	3 cm	2 cm
aire, en cm²	24 cm²	24 cm²	24 cm²
périmètre, en cm	20 cm	22 cm	28 cm

tableau n° 2

Même si l'aire est pareil il peut y avoir plusieurs longueurs, largeurs et aussi il peut y avoir des périmètres plus petits ou plus grands que l'aire.

« Même si l'aire est pareil il peut y avoir plusieurs longueurs, largeurs et aussi il peut y avoir des périmètres plus petits ou plus grands que l'aire. »

Alex

Des rectangles de même aire peuvent avoir des périmètres différents et des rectangles de même périmètres peuvent avoir des aires différentes.

« Des rectangles de même aire peuvent avoir des périmètres différents et des rectangles de même périmètres peuvent avoir des aires différentes. »

Étienne

Plusieurs rectangles ayant le même périmetre n'ont pas forcément la même aire : plus la longueur est grande plus l'aire est grande. Plus la longueur est petite plus l'aire est petite. Plus le périmètre est grand plus la longueur est grande. Plus le périmètre est petit plus la longueur est petite.

« Plusieurs rectangles ayant le même périmètre n'ont pas forcément la même aire : plus la longueur est grande plus l'aire est grande. Plus la longueur est petite plus l'aire est petite. Plus le périmètre est grand plus la longueur est grande. Plus le périmètre est petit plus la longueur est petite. »

Marine

Plus on approche du carré, plus le périmètre est petit

« Plus on approche du carré, plus le périmètre est petit. »

Élie

Deux rectangles d'une même aire n'ont pas toujours le même périmètre, pareil pour deux rectangles qui ont le même périmètre, ils n'auront pas la même aire.

« Deux rectangles d'une même aire n'ont pas toujours le même périmètre, pareil pour deux rectangles qui ont le même périmètre, ils n'auront pas la même aire. »

Réponse 1 :

Quelques pistes d'analyse des productions d'élèves (2) :

ANNEXE 5 : TYPOLOGIE D'ANALYSE DES ASPECTS DIDACTIQUES ET ORGANISATION GENERALE DE LA RESSOURCE

Typologie de tâches didactiques générale pour **ressource 1,2,3,4**

D1 gestes professionnels

- D1.1 présence d'élément de dévolution - consigne
- D1.2 présence d'une institutionnalisation
- D1.3 présence d'une analyse a priori

D2 accompagnements

- D2.1 présence d'éléments pour la mise en œuvre
- D2.2 présence d'exercices / d'une tâche pour l'élève
- D2.3 pointage de ce qui vient juste avant ou juste après (séance/séquence)
- D2.4 présence du correctif
- D2.5 présence d'exemples/pistes de régulation
- D2.6 présence de prolongement / questions de relance / pistes d'activités
- D2.7 quel document d'accompagnement pour l'élève/ quelle trace
- D2.8 La Ressource peut être un support pour penser des activités, institutionnalisations, etc.

D3 élèves

- D3.1 fausses conceptions élèves
- D3.2 Erreurs fréquentes/ obstacles
- D3.3 productions élèves
- Nature de lâche pour l'élève : application – recherche –

D4 Autres

- D4.1 élèves actifs (participation)
- D4.2 manipulation

D5 remise en question des variables choisie dans la ressource

Question autour de la ressource pour **ressource 1,2,3,4**

R1 Type de document (schéma, tableau, texte, vidéo, etc...)

R2 Lisibilité / aménagement

R3 Destinataire (élève – enseignant - mixte, etc.)

R4 Type de ressource (pédagogique, didactique, math, etc.)

R5 présence de question à l'attention des étudiants (enseignants ayant perdu la mémoire) pour faire réfléchir