HABILLE OU EPURE : LE MATERIEL DE MATHEMATIQUES EN QUESTION

Marie-Caroline CROSET
IREM de GRENOBLE
PRAG, INSPE Université Grenoble Alpes
Marie-Caroline.Croset@univ-grenoble-alpes.fr

Anne DIVISIA
IREM de GRENOBLE
CPD , DSDEN Grenoble
Anne.Divisia@ac-grenoble.fr

Fanny GIMBERT
IREM de GRENOBLE
MCF, LaRAC, INSPE Université Grenoble Alpes
Fanny.Gimbert@univ-grenoble-alpes.fr

Nicolas LE GAC
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Nicolas.Le-Gac@ac-grenoble.fr

Géraldine MASTROT
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Geraldine.Mastrot@ac-grenoble.fr

Hélène STOFFEL
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Helene.Stoffel@ac-grenoble.fr

Résumé
Notre groupe IREM a expérimenté un nouveau dispositif d'encadrement des mémoires des professeurs des écoles stagiaires du 1er degré. Notre questionnement s'est porté sur l'enseignement de la résolution de problèmes en classes de maternelle. Peut-on et doit-on enseigner la résolution de problèmes arithmétiques en maternelle ? Quel matériel utiliser ? Quelles précautions prendre ? Comment sensibiliser les enseignants stagiaires à cet enseignement ? Les travaux de recherche traitant de ces questions nous ont conduits à plusieurs constats comme la nécessité d'articuler la résolution de problèmes arithmétiques avec la construction du nombre (Fagnant, 2013; Fayol, 2018), la place du milieu matériel en maternelle (Margolinas & Laparra, 2017) et la nature perceptive du matériel qui pourrait agir sur l'efficacité des enseignements mathématiques (Carbonneau et al., 2013; Laski et al., 2015). C'est ainsi que la question « Le matériel de la classe peut-il détourner les élèves de maternelle de leurs apprentissages mathématiques, en particulier lors de problèmes arithmétiques verbaux ? » a été proposée à des professeurs des écoles stagiaires en classes de GS dans le cadre de leur mémoire. La méthodologie consiste en une démarche expérimentale où chaque professeur stagiaire a enseigné la résolution de problèmes arithmétiques soit avec un dispositif « épuré » (une boite et des jetons) soit avec un dispositif « habillé » (une maison, des souris et des graines). Dans cette communication, nous proposons de présenter, d'une part, le protocole expérimental et les résultats de cette recherche préliminaire et, d'autre part, les bénéfices que nous semblent apporter ce dispositif original comme outil de formation.

I - INTRODUCTION

Notre groupe IREM-Pégase est composé d'une enseignante INSPE, didacticienne des mathématiques, une conseillère pédagogique départementale et trois professeurs des écoles maîtres formateurs. Une seconde enseignante INSPE, chercheuse en cognition numérique a aussi participé ponctuellement aux réflexions. Une de nos actions a consisté à créer une ingénierie didactique d'enseignement du nombre à l'école maternelle dans laquelle la nature du matériel est une question centrale. Cette action s'inscrit dans le projet Pégase[1] dont l'objectif est de développer un partenariat enseignement-recherche-formation, en œuvrant pour la conception d'outils et de dispositifs efficaces pour l'enseignement. L'action phare du pôle Pégase consiste à tester l'efficacité d'un ensemble de propositions pédagogiques visant l'amélioration des apprentissages fondamentaux dont les mathématiques et la réduction des inégalités.

Alors que l'INSPE cherchait des encadrants de mémoires, l'idée est née que notre groupe IREM, avec ses différentes casquettes de formateurs, puisse co-encadrer un sujet de mémoire. Il s'agissait de proposer à plusieurs professeurs d'école stagiaires (PES) un sujet de mémoire avec une même problématique et un même protocole expérimental afin de mettre en commun les résultats obtenus pour les analyser et bénéficier ainsi d'un nombre important de données. L'originalité de ce travail de mémoire relève, entre-autres, de la complémentarité dans nos apports auprès des PES, alliée à une légitimité des interventions de chacun selon les besoins identifiés des stagiaires.

Dans le cadre du suivi des mémoires PES, huit séances de 2h30 ont été proposées et consacrées à du travail collectif qui sera détaillé dans la suite de l'article. Dès la seconde séance, nous avons annoncé aux PES ce que nous souhaitions leur apporter au travers de ce travail : se former à la recherche et par la recherche avec un recueil de données en milieu écologique. En dehors des séances, chacun d'entre nous suivait individuellement la rédaction du mémoire de plusieurs PES.

Notre communication traite à la fois de l'expérimentation autour de la résolution de problèmes en maternelle et de l'impact de la nature du matériel sur les apprentissages, mais également des spécificités de notre dispositif de formation : nous décrirons comment nous avons engagé des enseignants stagiaires dans la dynamique d'un protocole expérimental construit collectivement. Nous évoquerons ainsi comment nous avons réussi à transposer notre expérimentation aux PES et à les engager dans notre recherche.

Dans une première partie, nous ferons un point sur les recherches ayant nourri la problématique ; dans une seconde partie, nous présenterons l'expérimentation mise en place ; dans une troisième partie, les résultats obtenus avant de faire un bilan et de présenter des perspectives. Dans chaque partie, un paragraphe sera consacré à l'engagement des PES dans ce travail de recherche.

II - CONTEXTE THEORIQUE

1. La résolution de problèmes arithmétiques

Vergnaud (1991) définit le nombre comme un concept abstrait constitué de trois composantes : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept, l'ensemble des invariants opératoires et l'ensemble des formes langagières et symboliques. Dans les programmes de maternelle, les deux dernières composantes sont très présentes. Il est attendu des élèves de fin d'école maternelle qu'ils connaissent différentes représentations verbales, analogiques et symboliques des 10 premiers nombres ainsi que le passage d'une représentation à l'autre. Il est aussi attendu qu'ils acquièrent des techniques comme dénombrer, énumérer, connaître la suite orale des mots nombres jusqu'à 30, etc. Quant à la première composante, celle relative,

1 Le projet "Pôle éducation-recherche de l'Académie de Grenoble sur les apprentissages fondamentaux pour lutter contre les inégalités à l'école" (Pégase) est lauréat de l'appel à projets "Pôles pilotes de formation des enseignants et de recherche pour l'éducation", lancé dans le cadre de l'action "Territoires d'innovation pédagogique" du PIA 3.

entre-autres, aux problèmes ou situations, elle n'est apparue explicitement dans les programmes que depuis les récents réajustements de 2021[2].

Par ailleurs, Fagnant (2013) dénonce l'idée selon laquelle « les élèves doivent disposer d'une certaine maîtrise des techniques opératoires avant de résoudre les problèmes. Les recherches portant sur les stratégies informelles des enfants montrent qu'il n'en est rien et que les jeunes élèves développent spontanément des compétences importantes dans ce domaine avant tout enseignement spécifique en arithmétique ou en résolution de problèmes » (Fagnant, 2013, p.29). De plus, l'utilisation d'un symbolisme mathématique mal compris peut conduire au développement de stratégies superficielles en résolution de problèmes et à l'application de règles dont le sens reste obscur pour les élèves. Cet auteur souligne également que l'enseignement de la résolution de problèmes devrait arriver avant les symbolisations mathématiques formelles, sans attendre la maîtrise des techniques opératoires, les stratégies informelles des enfants servant, selon elle, à donner du sens aux opérations. Dans notre système français, cela signifierait que cet enseignement devrait avoir lieu avant l'enseignement des opérations qui arrive au cours de l'année de CP. Mais l'apprentissage de la résolution de problèmes numérique dès la maternelle est-il accessible aux élèves ?

En s'appuyant sur des résultats issus d'études en psychologie cognitive et du développement, Fayol (2018) déclare que les enfants perçoivent et comprennent très précocement les effets des transformations sur les quantités notamment sur des situations d'ajout ou de retrait. Il précise que la simulation d'abord physique puis ensuite mentale des situations favorise l'apprentissage des opérations arithmétiques et la compréhension des symboles.

Ces différents travaux de recherche s'accordent à dire que savoir résoudre des problèmes dès le cycle 1 permet de donner du sens aux symboles mathématiques. Or, travailler la résolution de problèmes avec des élèves de maternelle et évaluer expérimentalement l'efficacité de l'intervention proposée n'est pas une pratique encore très développée (voir les méta-analyses de Kroesbergen, & Van Luit (2003), de Nelson & McMaster (2019) et de Pellegrini et ses collègues (2021)). Notre groupe IREM a ainsi choisi d'aborder le nombre sous l'angle de la résolution de problèmes. Nous nous sommes appuyés notamment sur la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991) et sa classification des problèmes additifs. La situation de référence est « la boîte noire » tirée des Essentielles ERMEL (Argaud et al., 2016) qui sera détaillée dans la section 2.

2. La manipulation et le matériel

Pour résoudre des problèmes en maternelle, il convient de disposer d'un matériel qui illustre les quantités et qui porte la représentation analogique des nombres. Nous nous sommes donc interrogés sur cette question du matériel. Ce questionnement est depuis plusieurs années au cœur du travail de notre groupe IREM. Dans nos précédents travaux, nous nous étions interrogés sur l'usage d'un matériel de référence pour construire la numération au cycle 2 dans le cadre d'un rituel (Divisia et al., 2019).

Par nos missions de formateur d'enseignants, nous avons observé une grande diversité de matériel en maternelle et une diversité de situations qui nous interrogent : parmi cette diversité, y a-t-il des choix plus favorables à un ancrage des apprentissages ? Cette diversité est-elle un atout pour les apprentissages ? Quel matériel favoriser pour quelle situation ?

Ce questionnement n'est pas nouveau et intéresse les différents acteurs de l'éducation ainsi que les chercheurs depuis de nombreuses années. Par exemple, la pédagogie Montessori qui se développe en particulier dans les maternelles françaises[3] offre un matériel très sobre. Or, selon certaines études, cette pédagogie aurait des retombées positives sur les apprentissages mathématiques (Denervaud & Gentaz,

2 https://www.education.gouv.fr/bo/21/Hebdo25/MENE2116550A.htm

3 En attestent de nombreuses publications d'enseignants (par exemple, (Alvarez, 2016; Morin, 2017; Poussin, 2017).

2015; Lillard & Else-Quest, 2006)[4]. Certains auteurs avancent que cet effet positif reposerait sur des spécificités pédagogiques telles que les classes multi-âge ou la liberté de choisir son atelier (Marshall, 2017) ou encore des spécificités didactiques telles qu'une diversité restreinte de types de tâches (Croset & Gardes, 2019). Laski et ses collaborateurs (2015) mettent en avant la nature du matériel : la sobriété et l'adéquation entre le concept et les grandeurs physiques portées par le matériel. Cependant, bien que le matériel soit une des spécificités de cette pédagogie, il est difficile d'inférer l'impact possiblement positif de cette pédagogie à la nature du matériel.

Le travail de Carbonneau et son équipe (2013) porte, au contraire, spécifiquement sur l'impact de la manipulation concrète sur l'enseignement des mathématiques. Cette méta-analyse rassemble les résultats de cinquante-cinq travaux de recherche du « kindergarden » (5-6 ans) jusqu'à la première année d'université sur des domaines mathématiques très divers comme la géométrie, les fractions ou encore les opérations arithmétiques. Elle montre que l'utilisation d'un matériel concret en mathématique a un effet sur l'apprentissage des élèves et la nature du manipulatif[5] ou plus précisément sa qualité perceptive pourrait être un facteur influant.

La figure 1 ci-dessous illustre deux types de matériel. D'un côté de simples jetons d'une seule couleur : un matériel perceptivement pauvre qu'on qualifiera d'« épuré » et de l'autre côté une collection de nounours multicolores qui correspond à un matériel perceptivement riche dont on dira qu'il est « habillé », au sens où il porte une information autre que celui du concept visé. La dénomination « habillé » faisant référence à un contexte non mathématique qui « habille » le problème mathématique. La méta-analyse a identifié la richesse perceptive du matériel comme un élément qui pourrait être préjudiciable à l'apprentissage des élèves. Ceux-ci seraient distraits, auraient envie de jouer et s'éloigneraient de l'objectif d'apprentissage visé.

Figure 1. Le matériel peut être de deux natures : un matériel « épuré » à gauche, vs. « habillé » à droite

Toutefois on relève des limites à cette méta-analyse. Les résultats montrent des incohérences. Par exemple, en ce qui concerne les résultats d'apprentissage en résolution de problèmes, les études qui ont utilisé un matériel de manipulation perceptivement riche ont un impact plus faible que les études qui utilisaient du matériel épuré. En revanche, l'inverse est vrai lorsqu'on évalue des compétences de transfert : le matériel « habillé » peut améliorer l'apprentissage des élèves. Ces derniers résultats contredisent de précédentes recherches sur le sujet : Kaminski Sloutsky & Heckler (2008) montrent que la richesse perceptuelle de matériel inhibe le transfert de l'apprentissage. De plus, on ne relève que trois études postérieures à 2008, et seules six études se situent en Grade 1 (équivalent CP) et une seule en kindergarden (année pré-élémentaire dans le cursus scolaire Anglo-Saxon) qui portait, en 1977, sur un échantillon de 26 élèves (Paolini, 1979). Au vu de ces éléments, il nous a paru nécessaire de compléter les recherches sur la question du matériel en maternelle.

3. Des principes pédagogiques et didactiques

Dans le cadre de notre expérimentation, nous souhaitions engager les PES dans la construction d'une séquence et dans l'appropriation de gestes professionnels qui nous semblaient importants et reconnus dans la littérature.

4 Voir (Chisnall & Maher, 2007; Lillard, 2012; Mix et al., 2017) pour une vision alternative

5 Le terme « manipulatif » désigne un matériel tangible de manipulation utilisé pour l'apprentissage

Le premier type de gestes professionnels à mettre en œuvre dans la construction d'une séquence est d'identifier l'objectif en termes de « savoir » et de travailler son institutionnalisation. Les travaux de Brousseau (1998) ont guidé la construction de la séquence des PES. Margolinas et Laparra (2017) nous invitent à analyser ce qui se joue dans une situation d'enseignement et à distinguer connaissance et savoir. La connaissance se fait en contexte dans une situation d'apprentissage alors que le savoir correspond aux connaissances utiles qui sont en jeu. Le savoir est formulé, validé et accompagné par l'enseignant. Les auteurs précisent d'ailleurs que les objets du monde ne facilitent pas la lisibilité des objectifs visés par l'enseignant : le matériel importe des dimensions non contrôlables dans la situation d'apprentissage. En effet, les objets utilisés pour la manipulation sont issus du monde scolaire ou extra-scolaire, qui ont une utilisation autre que celle demandée par l'enseignant à un moment donné. Par exemple, les kapla peuvent servir à construire des tours à la maison mais peuvent être utilisés par l'enseignant pour dénombrer une collection, imiter des planches pour une commande… En les manipulant, les élèves peuvent évoquer d'autres usages, mobiliser d'autres affects que ceux attendus par l'enseignant. Le questionnement que notre groupe a autour du matériel et de sa nature est donc au cœur de la construction du savoir. En utilisant du matériel, l'élève mobilise des connaissances qu'il faut, selon les auteurs, dépersonnaliser, décontextualiser, détemporaliser. Selon les auteurs, le travail d'explicitation des procédures, d'institutionnalisation aiderait ce processus et devrait donc avoir une place importante dans la construction de séquence. Ainsi, la séquence se construit grâce à l'anticipation et la mise en œuvre d'une institutionnalisation adaptée ainsi que la verbalisation des procédures.

Le deuxième type de gestes professionnels porte sur la progressivité des connaissances en jeu. Lors de la construction d'une séquence, se posent aussi des questions de temporalité et de cadence des apprentissages. Sur ce point, nous nous sommes appuyés sur les travaux de psychologues en cognition numérique. Booth et son équipe (2017) relèvent des principes issus de ce domaine qui ont un impact sur l'apprentissage des mathématiques. Ils listent les études menées en laboratoire ou en milieu écologique soutenant ou non ces principes. Nous avons retenu deux grands principes pour structurer notre séquence. Le premier est l'un des plus robustes de la littérature : celui de la répétition espacée ou de la pratique distribuée qui repose sur l'idée de proposer des révisions à intervalles réguliers. D'autres auteurs soutiennent ce principe : en particulier, Eustache et Guillery-Girard (2016) qui recommandent de ritualiser les apprentissages pour améliorer la réceptivité des élèves. La répétition des épisodes d'apprentissage soutiendrait la formation de nouvelles connaissances pour compenser le faible empan de mémoire de travail de l'enfant. Elle favoriserait la mémorisation à long terme et permettrait d'effacer progressivement les souvenirs spécifiques pour ne conserver que le concept. Nous avons retenu un second principe énoncé dans la revue des travaux réalisée par Booth : celui de l'entrelacement (*interleaving*) ou de l'aspect spiralaire d'un apprentissage. S'exercer à résoudre différents types de problèmes dans un ordre mixte (plutôt que résoudre un même type de problèmes avant de passer à un autre type) a un effet positif sur les apprentissages à la résolution de problèmes. Cela aiderait les élèves à différencier les types de problèmes, à identifier les caractéristiques des problèmes et à leur associer des stratégies appropriées.

4. Problématique

Les éléments de la partie précédente nous ont amené à réfléchir à la question générale : **Quelles sont les conditions d'un enseignement efficace de la résolution de problèmes additifs en grande section ?** Plus précisément, l'apprentissage de problèmes additifs, reposant sur des principes pédagogiques et didactiques reconnus, est-il accessible à des élèves de grande section de maternelle ? La nature du matériel est-elle un élément clef, a-t-elle un impact sur les apprentissages ?

Des lectures précédentes ont émergé deux hypothèses :

Un enseignement des problèmes additifs reposant sur une verbalisation et institutionnalisation des procédures d'une part et une progressivité distribuée et spiralaire d'autre part, améliore l'apprentissage des élèves. Si cette hypothèse est validée, nous pourrons donc conclure quant à l'efficacité de notre intervention et à l'accessibilité de la résolution des problèmes additifs en maternelle.

En s'appuyant sur les résultats de la méta-analyse de Carbonneau (2013) montrant que la richesse perceptive du matériel de manipulation pouvait être néfaste aux apprentissages en mathématiques, nous avons formulé une seconde hypothèse : un matériel « épuré » plutôt qu'un matériel « habillé » favorise les apprentissages en résolution de problèmes.

5. Comment avons-nous engagé les PES ?

Nous faisons à présent un pas de côté pour nous pencher sur l'appropriation du cadre théorique par les PES. Pour guider la lecture des articles de recherche, dont la liste était donnée, les PES disposaient de questions visant à identifier les idées fortes mais aussi les difficultés de compréhension ou les questionnements associés. Ce questionnement a permis d'élaborer les contenus des premières séances. Nous nous sommes appuyés sur ces retours pour faire expliciter les points essentiels et conduire à leur appropriation par chacun. Les interactions au sein du groupe ont permis de motiver, d'enrichir, d'encourager la lecture et l'appropriation des articles de recherche.

Les PES ont pu s'approprier des connaissances dans le domaine de la méthodologie de recherche, avec notamment l'acquisition d'un lexique inhérent (biais de publication, significativité des résultats), des éléments de statistique descriptive (moyenne, écart type, taille de l'effet …), ou encore les conditions d'une expérimentation robuste (présence d'un groupe contrôle et d'un groupe expérimental…), dans le domaine de la didactique des mathématiques de la résolution de problèmes avec ses enjeux, les situations de référence et les procédures clés. Les étudiants ont aussi pris conscience que le choix du manipulatif n'est pas anodin et que tous les manipulatifs ne sont pas équivalents dans le lien qu'ils entretiennent avec le concept visé. En termes de gestes professionnels, le rôle de l'institutionnalisation et des procédures à expliciter est devenu essentiel dans leur pratique et leur réflexion.

Cependant, nous avons relevé une limite à cette bibliographie très cadrée. Celle-ci a peut-être empêché des lectures complémentaires plus spontanées lorsque le cadre est moins contraint. Le cheminement vers la problématique était parfois mal tracé dans les écrits des PES, ce qui pourrait attester d'un manque de compréhension des choix proposés par les formateurs ou d'appropriation.

III - EXPERIMENTATION

L'expérimentation s'est déroulée sur trois périodes : les pré-tests en période 2 (décembre), l'intervention en période 3 (janvier et février) et les post-tests en période 4 (mars).

1. Pré-tests et post-tests

Des tests identiques ont été réalisés pour les pré-tests et les post-tests (voir Annexe 2). Six problèmes à résoudre ont été donnés à l'oral, sans matériel, en passation individuelle.

Le choix s'est arrêté sur :

- deux problèmes de recherche de l'état final dans une transformation positive (Ef+), l'un avec un Ajout (A1), l'autre avec deux Ajouts (A2)

  Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ? (A1)

  Lyna a 2 billes. Elle en gagne 1. Puis elle en gagne encore 2. Combien de billes a-t-elle en tout ? (A2)
- deux problèmes de recherche de l'état final dans une transformation négative (Ef-), l'un avec un Retrait (R), l'autre avec deux Retraits (R2)

  Jean a 4 cerises. Il en mange 1. Combien de cerises lui reste-t-il ? (R1)

Lou a 6 billes. Elle en perd 1. Puis elle en perd encore 2. Combien de billes lui reste-t-il ? (R2)

– deux problèmes de recherche de l'état initial : un dans une transformation positive (Ei+), l'autre négative (Ei-).

  Au début, Léo a des billes. Il gagne 2 billes. A la fin, Léo a 6 billes. Combien en avait-il au début ? (Ei+)

  Julie a des œufs dans son panier. Elle en casse 3. Maintenant, il lui reste 2 œufs. Combien Julie avait-elle d'œufs dans son panier avant d'en casser ? (Ei-)

Chaque problème est évalué sur 2 points :

– Réponse erronée : 0 point
– Dans le cas où l'élève demande de répéter l'énoncé et répond correctement : 1 point
– Dans le cas où l'élève répond correcte sans répétition de l'énoncé : 2 points

2. Description des interventions

L'intervention s'est déroulée sur six semaines à raison d'un atelier par semaine avec quatre problèmes à résoudre par atelier (voir Annexe 1)

2.1 Les principes

Décrivons les principes que nous avons implémentés.

- Le premier principe est que nous avons fait le choix de travailler avec des problèmes de transformation qui portent sur l'état final qui sont les plus accessibles aux élèves (A1 et R1).
- Un second principe était de ne pas enfermer les PES dans une croyance que les problèmes arithmétiques se réduiraient aux problèmes à une étape ; c'est pourquoi, nous avons choisi de traiter des problèmes avec deux ajouts (A2) et même deux retraits (R2) successifs.
- Le troisième principe, osé en GS, est d'avoir introduit des problèmes de recherche de l'état initial qui se travaillent ordinairement en CE1 (Ei+ et Ei-). Ce choix est guidé d'une part, par la volonté d'observer comment un élève de GS aborde ce type de problèmes et de voir quels outils ou quelles procédures il va mobiliser. D'autre part, il est intéressant de regarder les résultats et d'identifier si un entraînement sur ce type de problèmes peut faire progresser les élèves.
- Le quatrième et dernier principe est de consacrer du temps à l'entraînement et à la révision, en lien avec notre première hypothèse et les principes issus de la cognition numérique rappelés en section 3. Pour cela, nous avons construit un entraînement distribué et spiralaire. En effet, chaque atelier est composé de quatre problèmes à résoudre : dans une même séance, un nouveau type de problème est introduit (en rouge sur le schéma suivant, figure 2) et entraîné deux fois puis les problèmes déjà rencontrés (en blanc) sont ré-entraînés deux fois également. De plus, en période 4, deux séances de révision pour se remémorer les différents types de problèmes rencontrés et les procédures utilisées sont organisées.

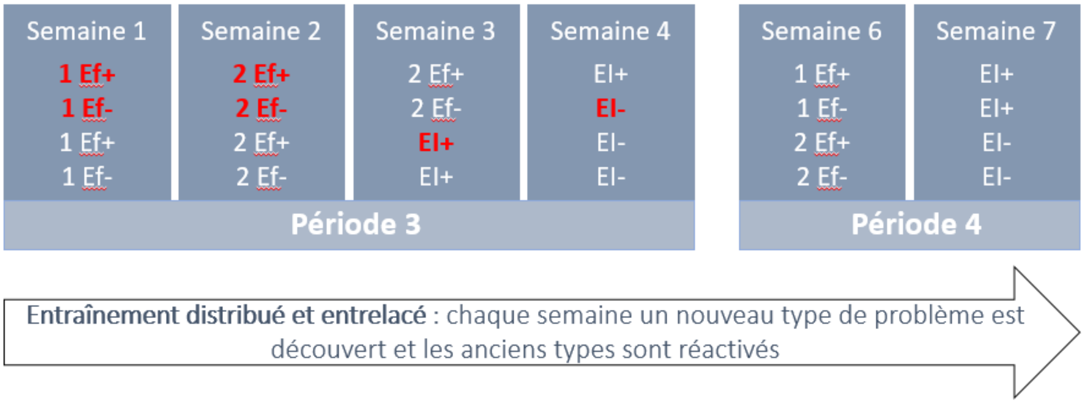


Figure 2. Planification de l'intervention : un atelier par semaine et quatre énoncés par atelier. En rouge, l'introduction d'un nouveau type de problèmes. En blanc, les problèmes déjà travaillés. Ef (resp. Ei) pour recherche sur l'état final (resp. initial). Le symbole « + » (resp. « - ») pour une transformation positive (resp. négative). Le symbole 1 (resp. 2) pour une étape (resp. deux étapes).

2.2 La mise en œuvre

Lors des séances, les enseignants prennent en charge des petits groupes d'élèves (six en moyenne), permettant un retour adapté, individuel et immédiat sur l'incompréhension ou l'erreur. Les séances s'organisent ainsi autour de six temps.

Dans un premier temps, l'enseignant présente l'atelier aux élèves. Il réactive les séances précédentes, présente le matériel, demande aux élèves de reformuler les consignes.

Lors du deuxième temps, le problème est joué devant les élèves :

> *« Dans ma boite il y a 2 jetons. Regardez, il y en a 2. Maintenant j'ajoute 2 jetons. Je ferme la boite. Combien y a-t-il de jetons maintenant ? Vous devez me dire combien il y a de jetons dans la boite ».*

Dans un troisième temps, les élèves résolvent les problèmes :

> *« Qui peut me raconter ce qui s'est passé dans la boite ? ».*

Le quatrième temps est celui des partages de connaissances et procédures. Les résultats sont partagés dans le petit groupe. Chaque élève propose son résultat à l'oreille de l'enseignant pour ne pas bloquer la proposition du camarade. Ce dernier sollicite l'un d'entre eux pour présenter son résultat et partager sa procédure :

> *« Vous allez expliquer aux autres comment vous avez fait pour trouver. Alors, Lucile, comment le sais-tu ? »*

L'enseignant observe les stratégies employées par les élèves et relève les connaissances mobilisées.

Le cinquième temps est celui de la validation par le matériel. A la suite du partage des résultats et de la confrontation des procédures, l'enseignant fait valider avec la boite :

> *« Maintenant nous allons vérifier avec la boite ».*

Les jetons sont sortis de la boite et alignés. Les élèves sont invités à raconter à nouveau l'histoire en identifiant les jetons et à réfléchir à chaque cas de figure (ajout, retrait, recherche de l'état initial) pour valider ou rejeter les propositions. Notons que c'est le seul moment où les élèves ont accès au matériel. Auparavant, seul l'enseignant manipulait devant eux.

Dans une dernière étape de l'atelier, l'enseignant propose une phase d'institutionnalisation. Les procédures mises en œuvre sont explicitées et entraînées. Une nouvelle procédure est institutionnalisée chaque semaine.

2.3 Les procédures

Les procédures préalablement sélectionnées par les formateurs et présentées aux professeurs d'école stagiaires sont les suivantes :

- Recomptage sur deux mains distinctes : je mets 3 doigts sur une main. Je mets 3 doigts sur une autre main. Je recompte tous les doigts : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Au total ça fait 6. Décomptage.
- Recomptage à la suite des doigts déjà levés : je mets 3 doigts sur une main. Je mets 2 (je continue sur la même main, à la suite des doigts déjà levés). Je recompte tous les doigts ou je vois que cela fait une main : 1, 2, 3, 4, 5. Au total ça fait 5.
- Surcomptage avec les doigts : je mets 4 dans ma tête, j'ajoute 3 avec les doigts : 5, 6, 7. Et encore 2 avec les doigts : 8, 9. Au total ça fait 9.
- Enfin, possibilité d'une procédure(s) mentale(s) à expliciter (connaissance du fait numérique ou jetons simulés dans sa tête)

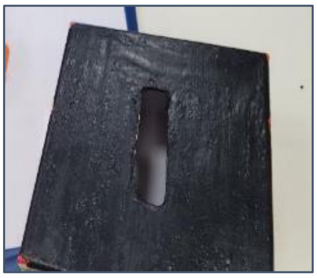
D'autres procédures, telle que la procédure de schématisation, ont été discutées puis écartées faute de temps au sein de l'expérimentation.

3. Présentation des conditions

Pour observer l'impact du matériel sur les apprentissages mathématiques des élèves, nous avons défini deux dispositifs pédagogiques mis en œuvre dans les classes des enseignants stagiaires : une partie des PES sera chargée de faire vivre l'intervention dans un dispositif épuré. L'autre partie conduira une intervention dans un dispositif habillé. Les énoncés mathématiques sont identiques dans les deux dispositifs. Seul le matériel et le discours diffèrent d'un dispositif à l'autre, différence que nous allons décrire ci-dessous.

3.1 Description du dispositif « épuré »

Il s'agit de « jouer » les problèmes avec une boite opaque (voir la « boite noire » des Essentielles ERMEL (Argaud et al., 2016)) et des jetons simples. Le discours tenu par l'enseignant est systématiquement le même :



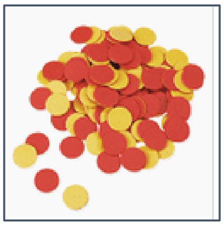


Figure 3. Matériel utilisé dans le dispositif "épuré" : une boite noire et des jetons

> *« Dans ma boite je mets n jetons. Regardez, il y en a n. Maintenant j'ajoute p autres jetons. Je ferme la boite. Vous devez me dire combien il y a de jetons maintenant dans la boite. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boite ».*

3.2 Description du dispositif « habillé »

Pour l'habillage, nous avons choisi de nous appuyer sur l'histoire de la famille Souris, tirée de l'album *La famille souris et le Potiron* (Iwamura & Bouvier, 1997).

Dans l'histoire, les membres de la famille Souris ont besoin de compter les graines de potiron récoltées et stockées dans le coffre familial. Les jetons sont devenus des graines de potiron, la boite un joli coffre, et des marionnettes de souris ont joué la scène. Le discours tenu par l'enseignant est le suivant :

> *« Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter ! C'est l'été, il fait beau et l'un de nos potirons est déjà mûr. Nous allons pouvoir le manger et mettre ses graines à l'abri dans notre coffre. Pour le moment, regardez, il y a n graines dans le coffre. Maintenant, Grand-père souris ajoute les p graines du potiron mûr. Vous devez me dire combien il y a de graines maintenant dans notre coffre. Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre ».*

Figure 4. Matériel utilisé dans le dispositif "habillé" : des souris, un coffre et des graines

3.3 Description du dispositif « sans intervention » : la condition contrôle

Pour contrôler l'effet des conditions « épuré » et « habillé » sur les progrès des élèves, nous avons constitué une condition contrôle avec deux classes de professeurs d'école titulaires. L'objectif est de pouvoir répondre à la première hypothèse et d'étudier si un enseignement structuré de la résolution de problème en cycle 1 améliore les connaissances dans le domaine (indépendamment de la nature du matériel). Les enseignants de la condition contrôle ont fait passer les mêmes pré-test et post-test que les groupes avec intervention, en s'engageant à ne pas mener l'intervention entre les tests et à ne pas programmer de séances de résolution de problèmes arithmétiques entre les deux non plus.

4. Participants

Au départ, dix-huit PES étaient engagés dans cette expérimentation. Les données de huit PES ont été écartées : quatre enseignaient en Moyenne Section et quatre autres ont été contraints de décaler l'expérimentation. En conséquence, seuls dix PES ont contribué à la récolte des données.

De plus, le choix a été d'exclure les élèves ayant fait l'objet d'une demande d'aide au RASED, les élèves allophones ou encore les élèves à Haut Potentiel avéré. Enfin, nous n'avons pas pris en compte les données d'élèves qui auraient été absents lors du pré-test ou du post-test, ainsi que les données d'élèves ayant manqué plus de deux séances d'entraînement. Au total, 108 élèves de grande section ont été inclus avec 46 filles et 62 garçons. Les élèves avaient entre 5 ans et 6 ans avec un âge moyen de 5 ans et 5 mois (ET = 0,31).

La répartition des enseignants et de leurs élèves dans une des trois conditions a été aléatoire. Au départ, avant exclusion des élèves, la répartition selon la condition habillée vs épurée était équilibrée. Les aléas des mises en œuvre ont créé, à posteriori, un déséquilibre dans la répartition (tableau 1).

Condition	*Nombre d'élève GS*	*Age moyen*
Contrôle	19 (4 filles, 15 garçons)	5,46
Epurée	38 (18 filles, 20 garçons)	5,45
Habillée	51 (24 filles, 27 garçons)	5,44

Tableau 1. Répartition des élèves inclus selon la condition

5. Comment avons-nous engagé les PES ?

Nous allons décrire maintenant comment les PES se sont appropriés les pré-tests et la mise en œuvre de l'intervention. Quatre éléments clefs ont structuré cette appropriation :

– Jouer la scène pour mieux se projeter

Nous avons proposé aux enseignants stagiaires un jeu de rôles. Il s'agissait de jouer le script de passation des pré-tests et des premières séances de l'intervention, certains PES jouant le rôle de l'enseignant, d'autres celui des élèves. Cela a permis aux PES de comprendre les choix des formateurs (choix des types de problèmes, des valeurs numériques, progressivité), de débattre des formulations des énoncés, de s'approprier les consignes, d'anticiper les réponses possibles des élèves puis d'affiner les rétroactions face à des réponses d'élèves, et enfin, de discuter de la posture de l'enseignant en situation atypique (face à face avec un élève lors des pré-tests, le reste de la classe étant en autonomie).

– Se questionner pour mieux construire

Nous avons suscité la réflexion par des questions précises auxquelles les PES devaient répondre par petits groupes selon les spécificités de leur classe : « comment allez-vous organiser votre classe pour vous rendre disponible pour un seul élève ? Que vont faire les autres ? A quel moment de la journée ? Comment mettre en confiance l'élève ? ». C'est grâce à ce questionnement que les PES ont pu identifier les spécificités et les points communs de leur classe et partager des solutions. En confrontant le dispositif de passation proposé avec la réalité de leur classe, les PES ont pu proposer des ajustements dans le script initial.

– Adapter pour mieux s'engager

L'adaptation du script de l'intervention du dispositif épuré au dispositif habillé a été confiée aux PES. Ils ont défini ensemble les éléments d'habillage (coffre-fort, décor, plateau, marionnettes, graines de potiron...). Ils ont adapté les consignes pour qu'elles soient littéralement intégrées à l'histoire de la famille Souris. Le principe était d'obtenir un script et un cadre commun qui fassent consensus.

– Anticiper des procédures pour mieux institutionnaliser et observer

Nous avons défini pour les stagiaires quelles procédures travailler (section 2.2) mais les PES ont été également force de propositions pertinentes comme la possibilité de s'appuyer sur la schématisation. Cette proposition était très intéressante mais nous avons décidé de l'écarter pour éviter l'éparpillement. Cette procédure aurait en effet nécessité des apports théoriques et une définition claire de sa mise en œuvre pédagogique dans l'atelier. Nous les avons engagés à approfondir cette idée à la suite de l'expérimentation. En outre, nous avons demandé aux PES de prévoir une phase d'institutionnalisation systématique dans chaque séance. Cette double contrainte (liste des procédures et phase d'institutionnalisation) a engagé les PES à devoir observer finement les procédures ainsi que le niveau de mobilisation de ces procédures par leurs élèves.

IV - RESULTATS

1. Analyses préliminaires : statistiques descriptives et progression des groupes

Lors des pré- et post-tests, les élèves ont six problèmes à résoudre, chaque problème est évalué sur 2 points. Les scores obtenus varient donc de 0 à 12. Les élèves des trois conditions, contrôle, épuré et habillé, ont passé les mêmes pré-tests et les mêmes post-tests. Comme représenté dans la figure 6 et indiqué dans le tableau 2, toutes conditions confondues, les scores des élèves passent de 4,7 (3,17) à 7,1 (3,26). Le groupe contrôle est passé d'une moyenne de 3,2 à 5. Le groupe « épuré » de 4,6 à 8. Enfin, le groupe « habillé » de 5,3 à 7,3. Des tests *t* de Student montrent que chaque groupe a progressé de manière significative entre le pré-test et le post-test (tableau 2).

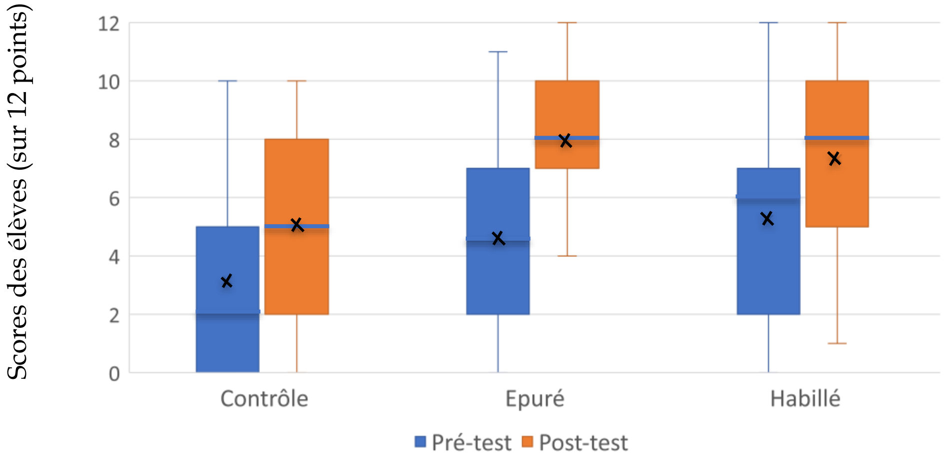


Figure 6. Scores des GS en résolution de problèmes aux pré-tests et post-tests selon les trois conditions. Le trait représente la médiane et la croix, la moyenne.

La progression des élèves de tous les groupe, même du groupe contrôle, peut s'expliquer ainsi :

– Un effet de l'âge : trois mois se sont écoulés entre les pré-tests et les post-tests.
– Un effet de transfert : les enseignants du groupe contrôle n'ont pas enseigné la résolution de problèmes du champ additif mais ont maintenu des séances sur la construction du nombre. Un transfert de ces connaissances a pu s'opérer pour résoudre les problèmes.
– Un effet d'apprentissage : le pré-test peut être une forme d'entraînement au post-test. En effet, le pré-test a constitué une première fréquentation des élèves avec les problèmes. On peut supposer que les conditions particulières d'une passation individuelle ont pu jouer le rôle de re-test.

Pour pouvoir déterminer si les interventions ont eu un effet sur les apprentissages des élèves, il nous faut déterminer si les élèves des conditions « habillé » et « épuré » ont significativement plus progressé que le groupe contrôle qui n'a reçu aucune intervention.

	Moyennes (ET)		Pré-test vs post-test	
Conditions	Pré-test	Post-test	*t*	*p*
épurée	4.63 (2.90)	7.92 (3.26)	-6.87	$2{,}46.10^{-8}$
habillée	5.25 (3.24)	7.33 (3.08)	-3.23	$5.38.10^{-7}$
contrôle	3.16 (3.13)	4.95 (2.91)	-5.57	0.0023

Tableau 2. Moyennes et écart-type (ET) en résolution de problèmes par condition ; comparaisons des scores en résolution de problèmes au pré-test et au post-test: t de Student et valeurs de p

2. Test de l'effet des interventions

Pour évaluer l'impact des interventions, nous avons mené une ANCOVA, avec comme variable indépendante la condition expérimentale, comportant 3 conditions (habillé, épuré, contrôle), comme covariants l'âge et les scores obtenus au pré-test, et comme variable dépendante les scores obtenus au post-test.

On obtient un effet significatif des scores aux pré-tests sur les scores aux post-tests, le seuil de 5% pour la p-valeur ayant été fixée a priori, $F(1, 103) = 64.23$, $p < 0.001$, $\eta^2 \approx 0.36$. Autrement dit, les élèves ayant bien réussi les pré-tests réussissent d'autant mieux les post-tests. En revanche, il n'y a pas d'effet significatif de l'âge sur les résultats au post-test, $F(1, 103) = 0.59$, $p \approx 0.44$, $\eta^2 \approx 0.003$.

Enfin, l'effet de la condition est significatif, $F(2, 103) = 4.66$, $p \approx 0.012$, $\eta^2 \approx 0.05$. Décomposer l'effet par l'utilisation de contrastes orthogonaux permet de comparer les différentes conditions et donc de répondre directement aux hypothèses formulées. Le contraste groupe « contrôle » vs. groupes « avec intervention » (habillé et épuré ensemble) donne un effet significatif, $t(103) = 2.50$, $p \approx 0.014$. C'est-à-dire que les élèves ayant eu une intervention sur la résolution de problèmes (indépendamment du matériel choisi) ont significativement plus progressé que ceux du groupe contrôle. Le contraste groupe « habillé » vs. groupe « épuré » présente un effet tendanciel, $t(103) = 1,85$, $p \approx 0,067$, c'est-à-dire juste sous le seuil de significativité. Les élèves du groupe « épuré » ont donc tendanciellement plus progressé que les élèves du groupe « habillé ».

V - DISCUSSION ET CONCLUSION

1. Retour sur les hypothèses

Cette étude avait pour objectif de tester deux hypothèses. La première hypothèse était qu'une intervention bien conçue pouvait permettre à des élèves de maternelle de progresser en résolution de problèmes. Les résultats montrent que les élèves des conditions habillée et épurée ont obtenu de meilleurs scores en résolution de problèmes au post-test que les élèves de la condition contrôle (âge et scores au pré-test contrôlés). Ce résultat répond en partie à la demande du projet Pégase de mener des interventions efficaces d'enseignement : un apprentissage de la résolution de problèmes arithmétiques semble accessible dès la grande section de maternelle. En étant accompagnés, les élèves de GS ont su mobiliser des procédures pour résoudre des problèmes arithmétiques et progresser dans ce domaine. Ce résultat répond aussi à la demande de chercheurs de confronter les élèves à la résolution de tels problèmes avant l'introduction d'une symbolisation formelle, enseignement qui arrivera en classe de CP. Cette intervention a eu lieu en milieu scolaire et intègre de nombreux choix pédagogiques et didactiques. Il est donc difficile d'attribuer son efficacité à un critère isolé. Il nous semble, cependant, que les résultats obtenus corroborent ceux déjà décrits dans la littérature et sur lesquels nous nous sommes appuyés pour l'élaboration de l'intervention, comme indiqué dans la première partie. Premièrement, nous notons l'importance d'avoir travaillé finement *l'analyse à priori* de la séquence, en particulier, le choix des types de problèmes, des valeurs numériques et des procédures. Ce travail repose sur une analyse didactique fin qui a aidé aussi au pilotage des séances de la part des PES. Deuxièmement, le travail mené autour de l'explicitation des stratégies des élèves et *l'institutionnalisation* de certaines stratégies et du savoir visé a été efficace. Enfin, une troisième explication est d'avoir veillé, a minima, à laisser du temps pour entraîner les élèves sur différents énoncés d'un même type de problèmes (*enseignement distribué*) sans se focaliser sur un seul et même type (*entrelacement* des types de problèmes).

La seconde hypothèse portait sur l'impact de la nature du matériel. Nos résultats révèlent un effet tendanciel en faveur du matériel « épuré » : il est donc probable que la nature du matériel ait eu un impact sur les apprentissages en résolution de problèmes mais ce résultat tendanciel ne nous permet pas de répondre avec certitude. Il rejoint cependant les résultats de la littérature. Nous retrouvons l'intérêt pour un matériel épuré mis en avant dans les études sur la pédagogie Montessori ainsi que l'intérêt à ne pas détourner les élèves de l'objectif visé par un matériel trop riche perceptivement. De plus, comme indiqué dans la première partie, peu de recherches avait eu lieu avec des élèves d'âge pré-élémentaire. Notre recherche pallie ce manque, avec toutes les limites de ces résultats préliminaires que nous décrivons plus loin.

2. Retour sur l'engagement des PES

Avec un peu de recul sur l'expérimentation, notre première réaction a été de regretter de ne pas avoir réussi à engager les PES plus fortement dans l'appropriation des enjeux de la progression. Pourtant, il ressort de la discussion avec ces derniers un certain nombre de points positifs. Premièrement, les échanges autour des procédures ont permis aux PES de se mettre dans une posture d'observation de leurs élèves. En ayant une idée précise des procédures attendues, ils ont pu identifier les élèves qui se les appropriaient sans difficulté et ceux qui avaient besoin d'aide. D'ailleurs, dans nos discussions, la procédure à entraîner pour le comptage à l'aide des doigts dans les problèmes de transformation avec recherche de l'état initial, n'a pas pu aboutir à un consensus clair, faute de temps. Il en est ressorti que les PES ont eu du mal à mener cette séance. Dans les mémoires, peu d'entre eux ont exposé les problèmes qu'ils avaient rencontrés pour faire réussir leurs élèves sur ce type de problème, préférant éluder la difficulté. Il s'agit là, pourtant, d'une étape importante de l'intervention, essentielle en vue de la construction d'une posture professionnelle efficace et surtout d'apprentissages sur un type de problèmes difficile. Deuxièmement, il est apparu rapidement que l'institutionnalisation est un moment clé de la séance. Les discussions ont essentiellement porté avec les PES sur la mise en œuvre de ce temps délicat à mener : petits groupes, grand groupe ? Quelle trace laisser ? Quelles procédures institutionnaliser ? Si les questions abordées nous ont paru plus « organisationnelles » que « didactiques », nous avons identifié pour une prochaine expérimentation, un questionnement qu'il faudra faire émerger chez les PES pour permettre à leurs élèves de progresser : identifier les procédures à institutionnaliser en fonction des besoins des élèves, des propositions des élèves, des procédures attendues sur le type de problème proposé. Ce chantier à venir s'avère riche tant pour les formateurs, les professeurs stagiaires que pour les élèves. Troisièmement, un certain nombre de PES ont témoigné en faveur de cet accompagnement « au plus près ». En effet, ils apprennent à construire des séquences d'apprentissages à l'INSPE ou aidés par un maitre-formateur, sur le papier, mais ont peu d'occasion de vivre « la construction de l'intérieur », avec ses questionnements. Cette expérience, même très guidée, fait émerger de façon explicite les étapes de la construction et les interrogations qui en découlent, les attendus en termes de compétence-élève et les gestes professionnels à intégrer.

3. Limites et perspectives

La validité des résultats sur l'impact de la nature du matériel et de l'efficacité de l'intervention est évidemment limitée. La première limite concerne la *taille* de l'échantillon (108 élèves) et le déséquilibre de répartition entre les différentes conditions (19 pour la condition contrôle, 38 pour la condition « épurée » et 51 pour la condition « habillée »). Il est nécessaire de reprendre l'étude menée sur une population plus importante. Les résultats sont aussi dépendants d'un *niveau scolaire* (celui de la GS). Qu'en aurait-il été à un autre niveau scolaire ? L'impact de la nature du matériel n'est peut-être pas le même chez un enfant de 3 ans et chez un enfant de 6 ans, la nature perceptive de l'objet pouvant être facteur à la fois de distraction mais aussi d'engagement dans l'apprentissage. Les résultats sont aussi dépendants de l'*objectif* visé, celui de la résolution de problèmes arithmétiques. Dans les problèmes proposés, une richesse perceptive du matériel n'apportait a priori, rien à l'apprentissage visé. Il était compréhensible qu'elle puisse avant tout détourner l'élève de l'objectif. En revanche, il existe des tâches où l'enrichissement perceptif du matériel répond à un objectif. Par exemple, lors d'une tâche de dénombrement, un enseignant peut proposer, dans un premier temps, un matériel « épuré » pour faciliter le travail de l'élève. Puis enrichir perceptivement le matériel (des ours de couleur et de taille différentes par exemple) dans le seul but d'observer si l'élève arrive à faire abstraction de ces distracteurs. Il est donc important de noter que la richesse perceptive peut évidemment avoir un intérêt didactique et doit être questionnée en fonction de l'objectif d'apprentissage. Enfin, ces résultats sont dépendants du choix *du type d'habillage*. Nous avons choisi l'album de la famille Souris et le potiron (Iwamura & Bouvier, 1997) qui propose un vocabulaire riche et élaboré ainsi que des phrases complexes. Ces éléments ont pu mettre en difficulté les élèves confrontés à cet album. Si l'étude avait été menée avec un matériel « habillé » d'un autre type, les résultats auraient pu être différents.

Une première perspective est donc de répliquer cette étude sur un échantillon plus important et de l'élargir au-delà des limites précédentes (un autre niveau scolaire, un autre objectif d'apprentissage, un autre type d'habillage).

Une deuxième perspective est de mesurer le temps dédié aux ateliers, dans chacune des conditions. En effet, le même nombre d'énoncés de problèmes a, bien sûr, été travaillé dans les deux conditions (« habillé » et « épuré ») mais nous n'avons pas exigé que la durée de l'atelier soit la même dans les deux conditions. La mise en œuvre de la condition « habillée » demandait plus de temps de *présentation ;* en restreignant à une même durée les ateliers des deux conditions, cela aurait impacté le contenu d'apprentissage. Cela n'a donc pas été notre choix. Nous avons contrôlé le contenu et non pas la durée. Or, pour un même contenu d'apprentissage, les résultats sont tendanciellement en faveur de la condition « épurée » qui requière moins de temps. En conséquence, dans un souci (ponctuel) d'efficacité de l'enseignement, il semble que le dispositif « épuré » soit plus indiqué : un temps d'enseignement plus court pour un apprentissage tendanciellement meilleur. De même, nous n'avons pas mesuré le temps de *préparation* des ateliers mais il est certain que la fabrication des marottes et de la maison est chronophage pour un enseignant. Le temps que l'enseignant passe dans cette préparation matérielle peut être au détriment d'un temps de préparation didactique.

Enfin, une troisième perspective serait de mesurer l'engagement et la motivation des élèves : l'engagement des élèves est-il dépendant de la nature du matériel ? Est-il, d'ailleurs, le même pour tous les élèves : la nature du matériel a-t-elle le même impact chez des élèves « fragiles » que chez des élèves « performants » ? L'impact sur l'engagement pourrait-il être aussi dépendant du moment de la rencontre de la notion ? Il pourrait être intéressant de proposer une séquence de résolution de problèmes en commençant par un dispositif « habillé » (dans un but de dévolution, pour engager tous les élèves) et qui glisserait ensuite vers un dispositif « épuré » (dans un souci d'abstraction et d'explicitation du savoir).

Enfin, une quatrième perspective serait d'élargir les ateliers proposés à un ensemble d'activités sur les mêmes connaissances : des rituels et des activités autonomes pourraient être proposés en parallèle pour renforcer le travail mené en atelier dirigé.

4. Conclusion

Cette communication avait un double objectif. Le premier était de présenter une recherche expérimentale de l'impact de la nature du matériel sur les apprentissages mathématiques et de la mise en œuvre d'une ingénierie didactique sur la résolution de problèmes arithmétiques. Ces résultats préliminaires permettent d'envisager une poursuite de ce travail afin de vérifier la tendance obtenue. L'obtention de tels résultats n'a pu avoir lieu que grâce à l'encadrement de plusieurs étudiants sur une même problématique. Ce dispositif d'encadrement a, en effet, permis de récolter suffisamment de données pour un traitement statistique, mais les résultats obtenus demanderaient à être confirmés par une expérimentation portant sur un nombre encore plus important d'élèves.

Le second objectif de cette communication était de partager la richesse d'un co-encadrement de plusieurs enseignants-stagiaires. Ces derniers ont exprimé avoir compris ce qu'était une démarche expérimentale en milieu écologique et à quel point il était nécessaire mais difficile de confronter une rigueur scientifique à une vraie réalité de classe. Le fait que le cadre ait été très contraint leur a permis de se concentrer sur des gestes professionnels : observer leurs élèves et comprendre les stratégies proposées, grâce à une forte analyse *a priori* menée en amont. Enfin, les PES ont osé faire de la résolution de problèmes arithmétiques, dans le cadre d'une séquence construite et progressive, avec une véritable ambition mathématique (en enseignant des problèmes avec un double ajout ou des problèmes avec des questions sur l'état initial). Quelques PES ont poursuivi ce travail au-delà de l'expérimentation, ce qui est signe, selon nous, d'un engagement de leur part. Certains ont ritualisé la résolution de problèmes avec la boite en période 5, alors que l'expérimentation était terminée. D'autres ont travaillé la schématisation par les élèves pour les aider à résoudre des problèmes avec recherche de l'état initial. Le nombre important de PES participant à cette expérimentation fut un atout précieux. Il a grandement favorisé l'émulation dans le groupe (interactions, coopérations, questionnements, confrontations des mises en œuvre pédagogiques...)

Cette recherche s'est nourrie d'une collaboration étroite entre enseignants débutants, enseignants expérimentés, formateurs et chercheurs. La rencontre entre sciences cognitives et didactique des mathématiques a été aussi l'occasion de créer du lien entre des enseignements qui sont parfois perçus par les PES comme cloisonnés voire contradictoires dans leur parcours formatif.

Nous retiendrons enfin que cette expérimentation nous a permis de tester sur le terrain une ingénierie de recherche et formation efficace qui pourrait présager l'action du pôle Pégase dans lequel notre groupe Irem est inscrit. A savoir la construction de propositions pédagogiques associées à des actions de recherche et de formation ayant pour objectif l'amélioration des apprentissages fondamentaux, dont les mathématiques, et la réduction des inégalités.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Alvarez, C. (2016). *Les Lois naturelles de l'enfant : La Révolution de l'éducation*. Les Arènes.

Argaud, H.-C., Douaire, J., Emprin, F., & Gerdil-Margueron, G. (2016). Les essentielles ERMEL CP : 15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul. In *Les essentielles ERMEL CP : 15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul*. Hatier.

Booth, J. L., McGinn, K. M., Barbieri, C., Begolli, K. N., Chang, B., Miller-Cotto, D., Young, L. K., & Davenport, J. L. (2017). Evidence for Cognitive Science Principles that Impact Learning in Mathematics. In *Acquisition of Complex Arithmetic Skills and Higher-Order Mathematics Concepts* (p. 297-325). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6.00013-8

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, *105*(2), 380.

Chisnall, N., & Maher, M. (2007). Montessori mathematics in early childhood education. *Curriculum Matters*, *3*, 6-29.

Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en didactique des mathématiques*.

Denervaud, S., & Gentaz, E. (2015). Les effets de la « méthode Montessori » sur le développement psychologique des enfants : Une synthèse des recherches scientifiques quantitatives. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, *27*(139), 593-598.

Divisia, A., Mastrot, G., Stoffel, H., & Croset, M.-C. (2019). Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? *Actes du XLVe colloque COPIRELEM*. Manipuler, représenter, communiquer : quelle est la place de la sémiotique dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ?, Blois.

Eustache, F., & Guillery-Girard, B. (2016). *La Neuroéducation : La mémoire au cø eur des apprentissages*. Odile Jacob.

Fagnant, A. (2013). Opérations arithmétiques et symbolisations variées. Partir des démarches informelles des élèves pour donner du sens aux apprentissages. *Education et Formation*, *01*, 23-38.

Fayol, M. (2018). *L'acquisition du nombre:«Que sais-je?» n° 3941*. Que sais-je.

Iwamura, K., & Bouvier, J.-C. (1997). *La famille Souris et le potiron*. L'Ecole des loisirs.

Kaminski, J. A., Sloutsky, V. M., & Heckler, A. F. (2008). Learning theory: The Advantage of Abstract Examples in Learning Math. *Science*, *320*(5875), 454-455. https://doi.org/10.1126/science.1154659

Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and special education*, *24*(2), 97-114.

Laski, E. V., Jordan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. K. (2015). What makes mathematics manipulatives effective ? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open*, *5*(2), 2158244015589588.

Lillard, A. (2012). Preschool children's development in classic Montessori, supplemented Montessori, and conventional programs. *Journal of School Psychology*, *50*(3), 379-401.

Lillard, A., & Else-Quest, N. (2006). The early years: Evaluating Montessori Education. *Science*, *313*(5795), 1893-1894. https://doi.org/10.1126/science.1132362

Margolinas, C., & Laparra, M. (2017). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe : Des liens entre énumération, oralité et littératie*. De Boeck (Pédagogie et Formation).

Mix, K. S., Smith, L. B., Stockton, J. D., Cheng, Y.-L., & Barterian, J. A. (2017). Grounding the symbols for place value : Evidence from training and long-term exposure to base-10 models. *Journal of Cognition and Development*, *18*(1), 129-151.

Morin, M. (2017). *La pédagogie Montessori en maternelle*. ESF Sciences Humaines.

Nelson, G., & McMaster, K. L. (2019). The effects of early numeracy interventions for students in preschool and early elementary : A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, *111*(6), 1001.

Paolini, M. W. (1979). *The use of manipulative materials versus non manipulative materials in a kindergarten mathematics program.* University of South Dakota.

Pellegrini, M., Lake, C., Neitzel, A., & Slavin, R. E. (2021). Effective Programs in Elementary Mathematics: A Meta-Analysis. *AERA Open*, *7*, 233285842098621. https://doi.org/10.1177/2332858420986211

Poussin, C. (2017). *La pédagogie Montessori*. Presses Universitaires de France.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10/2.3*, 133-170.

ANNEXE 1

Progression des types de problèmes pour l'intervention :

Période 3					Période 4	
S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	S 1	S 2
A1/R1	A2/R2	EI+	EI-		A1/R1/A2/R2/	EI+/EI-
A1 R1 A1 R1	A2 R2 A2 R2	A2 R2 EI+ EI+	EI+ EI- EI- EI-		A1 R1 A2 R2	EI+ EI+ EI- EI-
Enoncés de problèmes						
A1 : *dans la boite, il y a* **3** *jetons. J'en rajoute* **3**. *Combien y en a-t-il en tout ?* A1 : **2 + 4** R1 : *dans la boite il y a* **5** *jetons. J'en enlève* **3**. *Combien en reste-t-il dans la boite ?* R1 : *dans la boite il y a* **7** *jetons. J'en enlève* **3**. *Combien en reste-t-il ?* R1 : **6 - 5**	A2 : *dans la boite, il y a* **4** *jetons. J'en ajoute* **2** *et encore* **2**. *Combien y en a-t-il en tout ?* A2 : **3 + 3 + 2** R2 : *dans la boite il y a* **7** *jetons. J'en enlève* **2** *et encore* **2**. *Combien en reste-t-il ?* R2 : **8 – 4 – 2**	A2 : **4 + 3 + 2** R2 : **8 – 3 – 3** EI : *il y a des jetons dans la boite (mais on ne sait pas combien). J'en rajoute* **3**. *A la fin j'en ai* **5**. *Combien y en avait-il au début ?* EI : **? + 5 = 7**	EI : **? + 4 = 8** EI bis : *il y a des jetons dans la boite (mais on ne sait pas combien). J'en enlève* **4**. *Il en reste* **2**. *Combien en avait-il au début ?* EI bis : **? – 3 = 7** EI bis : **? – 2 = 5**		A1 : **6 + 3** R1 : **8 – 3** A2 : **3 + 5 + 1** R2 : **7 - 3 - 2**	EI : **? + 3 = 8** EI : **? + 6 = 9** EI Bis : **? – 6 = 3** EI Bis : **? – 4 = 7**

ANNEXE 2

Erreur ! Signet non défini.

Fiche élève pré-test et post-test GS

Nom prénom		N° Anonymat
Date de naissance		
Sexe		
Date de passation		
Heure de passation		

Compétence testée : Savoir résoudre des problèmes additifs
Matériel : Fiche élève, stylo, feuille de consigne
Durée : 3 minutes par problème

S'installer en face ou à côté de l'élève (selon le lieu). Faire en sorte que l'élève ne voit ni ce que vous notez ni les énoncés. Lui lire les problèmes dans l'ordre proposé.

La répétition d'un énoncé de problème est possible une seule fois, à la demande de l'élève ou s'il n'a manifestement pas été concentré à la première lecture. Dans ce cas, l'énoncé doit alors être re-présenté dans sa totalité. Inscrire X dans la colonne R.

Consignes de la passation

[Leur dire : "*Aujourd'hui, je vais te dire quelques petits problèmes. Tu dois essayer de les résoudre comme tu penses. Prends bien le temps de réfléchir avant de me donner ta réponse. Il y a des choses que tu sauras et des choses que tu ne sauras pas, c'est normal/ ce n'est pas grave.*".

Enoncé	Réponse correcte	R	Réponse de l'élève	Commentaire
A1- Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ?	4			
R1- Jean a 4 cerises. Il en mange 1. Combien de cerises lui reste-t-il ?	3			
A2- Lyna a 2 billes. Elle en gagne 1. Puis elle en gagne encore 2. Combien de billes a-t-elle en tout ?	5			
R2- Lou a 6 billes. Elle en perd 1. Puis elle en perd encore 2. Combien de billes lui reste-t-il ?	3			
EI- Au début, Léo a des billes. Il gagne 2 billes. A la fin, Léo a 6 billes. Combien en avait-il au début ?	4			
EI bis- Julie a des œufs dans son panier. Elle en casse 3. Maintenant, il lui reste 2 œufs. Combien Julie avait-elle d'œufs dans son panier avant d'en casser ?	5			

A Ajout – R Retrait – EI Etat Initial