

COMMUNICATION C15

UN EXEMPLE DE COLLABORATION ENTRE ENSEIGNANTS ET CHERCHEURS AUTOUR DE LA CONCEPTION DE RESSOURCES POUR DEVELOPPER LA PENSEE ALGEBRIQUE.

Sylvie COPPE

Université de Genève

Équipe DiMaGe

sylvie.coppe@unige.ch

Claire PIOLTI-LAMORTHE

Enseignante, Collège R. Dufy, Lyon

INSPE, Université Lyon 1

claire.piolti-lamorth@ac-lyon.fr

Sophie ROUBIN

Enseignante, Collège Ampère, Lyon

Institut Français de l'Éducation

Sophie.roubin@ac-lyon.fr

Jana TRGALOVA

INSPE, Université Lyon 1

S2HEP (UR4148)

jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Résumé

Notre communication présente différents aspects de la collaboration entre enseignants et chercheurs, acteurs du LéA Réseau écoles et collèges Ampère (IFÉ) et engagés dans le projet PREMATT (ICE) (Alturkmani et al., 2019).

Cette recherche s'intéresse à l'émergence de nouvelles pratiques enseignantes autour de la pensée algébrique au cycle 3 (Alves et al., 2013 ; Martin Dametto et al. 2013 ; Trgalova et al., 2020). Elle est orientée vers la conception de ressources qui sont expérimentées conjointement à l'école primaire et en classe de 6^e.

Le travail collaboratif entre enseignants se heurte à plusieurs difficultés : comment favoriser l'échange entre enseignants d'équipes qui se partagent le même cycle 3, mais d'établissements différents du 1^{er} et 2nd degré et de territoires géographiques différents ? Comment penser des formes de collaboration au sein d'un collectif élargi ? Et plus largement peut-on s'entendre sur une conception commune des mathématiques, et plus particulièrement de l'algèbre, et définir l'activité mathématique visant le développement de la pensée algébrique ?

Nous aborderons les leviers qui ont permis de travailler dans un groupe élargi où chacun a des habitudes de travail différentes et d'engager les acteurs dans la construction d'une culture commune. Cette communication est en lien avec l'atelier A24 « Conception collaborative de ressources : un exemple d'outils méthodologiques la favorisant ».

I - INTRODUCTION

Cette présentation s'appuie sur une histoire ancienne de travail collaboratif entre enseignants et chercheurs.

Le groupe de recherche SESAMES Algèbre (Fig. 1) a été créé en 2002 au sein du laboratoire ICAR (CNRS, Université de Lyon, ENS Lyon). Dès sa création, il a été soutenu par l'Institut français de l'éducation (IFÉ) et il a intégré, en 2011, le dispositif du réseau des Lieux d'éducation associés (LéA) en association avec le collège Ampère de Lyon pour la recherche « Ressources pour les enseignants et formateurs de mathématiques sur l'enseignement de l'algèbre au collège » (les LéA¹ associent pour 3 ans des lieux d'éducation avec une équipe de recherche autour d'une problématique commune).

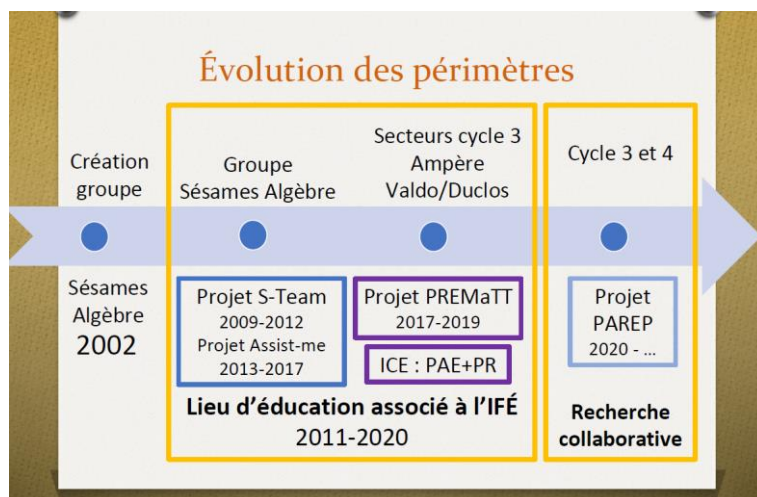


Figure 1. Élargissement du groupe SESAMES

L'objectif du travail du groupe SESAMES est la construction collaborative, par des professeurs de mathématiques et une chercheuse de l'UMR ICAR, de ressources pour les enseignants et les formateurs sur l'enseignement de l'algèbre au collège en France, et notamment sur les débuts de l'algèbre.

Les documents produits sont diffusés sur le site PEGAME (<http://pegame.ens-lyon.fr/>). Le site Web propose deux entrées nommées Enseignement et Formation. La première comprend des activités à proposer dans les classes (classées par niveau) et la seconde présente des documents qui devraient permettre aux enseignants de mieux comprendre les choix faits afin de permettre une utilisation plus cohérente en classe de ce que nous proposons (Alves et al., 2013).

De 2009 à 2017, le groupe SESAMES et le LéA réseau d'écoles et collèges Ampère ont participé à deux projets européens de recherche : S-TEAM (Science-Teacher Education Advanced Methods, 2009-2012) sur les démarches d'investigation et ASSIST-ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education, 2013-2017) sur l'influence des dispositifs d'évaluation (formative et sommative) sur les pratiques enseignantes et sur les apprentissages des élèves lors de la résolution de problèmes.

La participation au projet S-TEAM, recherche sur les pratiques enseignantes et sur les apprentissages des élèves en résolution de problèmes, a engagé une réflexion sur les contrats de classe et la mise en place d'une organisation s'appuyant sur des rituels que nous avons nommés Mise en TRAIN (MET). L'introduction des MET et des programmes de calcul² a permis de travailler sur les alternances dévolution / institutionnalisation (Coppé, 2013). La participation au projet ASSIST-ME a développé des pratiques

1 <http://ife.ens-lyon.fr/lea>

2 Un programme de calcul se présente sous forme d'un texte qui décrit un calcul à faire sur des nombres qui devrait aboutir à l'établissement d'une preuve. Exemple :

Je pense à un nombre, je le multiplie par 5 puis j'ajoute 3. Je multiplie le résultat par 2 et j'enlève 10 fois le nombre de départ. Fais quelques essais. Que constates-tu ? Est-ce toujours vrai ? Prouve-le.

d'évaluation plus tournées vers l'évaluation par les pairs et l'auto-évaluation (Coppé & Moulin, 2017 ; Coppé & Roubin, 2019).

En 2017, a débuté une collaboration avec des enseignants du primaire pour travailler sur des activités qui peuvent relever de l'Early Algebra (Radford, 2000, 2014). Le LéA Réseau d'écoles et collèges Ampère, a alors intégré PREMaTT³ (Penser les Ressources de l'Enseignement des Mathématiques dans un Temps de Transitions), un projet du réseau de l'Institut Carnot de l'Éducation, fruit de deux projets convergents (un porté par la recherche et un par les enseignants). Dans une logique de cycle, il s'agit d'accompagner les élèves tout au long du cycle 3 à l'entrée dans la pensée algébrique. Les activités nouvelles sont proposées en Mise En Train ce qui permet aux élèves, de façon régulière, à chaque séance, d'avoir des temps de recherche, d'expérimentation, d'argumentation et de mise en commun des résultats et ce qui aide l'enseignant à gérer l'hétérogénéité.

Le projet PREMaTT, dans sa dimension inter-établissements, a permis de passer à l'échelle de la circonscription et non plus seulement de l'établissement puisqu'il s'agit de travailler la liaison entre primaire et secondaire dans le cadre du cycle 3. L'extension a bénéficié d'une dynamique verticale au sein d'un secteur d'enseignement (Cycle 3, Cycle 4 et Lycée) et d'une dynamique horizontale de réseau collaboratif entre établissements liés au groupe SESAMES.

Actuellement le groupe continue la collaboration entre enseignants et chercheuse avec la recherche PAREP (Pensée algébrique : ressources et pratiques). L'idée est de déterminer quels types de problèmes pourraient être proposés aux élèves d'école primaire et de 6^e, dans le cadre des programmes actuels, pour travailler sur les continuités et ruptures entre arithmétique et algèbre ou numérique et algébrique. Pour le moment nous avons défini deux pistes de travail dont une sur les problèmes dits « de patterns ».

Dans cette présentation nous allons revenir sur le fonctionnement du groupe SESAMES et sur le changement d'échelle lors de son élargissement au groupe PREMaTT.

II - UN MODELE DE RECHERCHE COLLABORATIVE - LE GROUPE SESAMES ALGEBRE

Le groupe de recherche SESAMES Algèbre fonctionne selon le modèle de recherche collaborative entre chercheurs et enseignants de Desgagné (1997). Celui-ci part du constat de l'éloignement entre les pratiques enseignantes et des recherches universitaires sur les apprentissages ou l'enseignement, relevant de différents champs comme, pour ce qui nous intéresse, la didactique des mathématiques.

L'idée d'une collaboration entre chercheurs et praticiens, pour la construction des connaissances liées à la pratique enseignante, provient d'un constat d'éloignement entre le monde de la pratique professionnelle et celui de la recherche qui vise à l'éclairer. (Desgagné, 1997, p. 371)

Desgagné et al. (2001) mettent en avant qu'une caractéristique est le caractère fortement participatif des recherches collaboratives en distinguant faire de la recherche « sur les enseignants » de faire de la recherche « avec les enseignants ». Mais la collaboration ne suppose pas l'échange des rôles de chacun et Desgagné (1997) précise clairement que chacun garde certains questionnements spécifiques.

En fait, partant du pivot central que constitue la démarche de réflexion conjointe ou de co-construction

3 Alturkmani, M.-D., Roubin, S., Piolti-Lamorthé, C., Trouche, L., et al. (2019). Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions 2017-2019, programme de l'institut Carnot de l'éducation : rapport scientifique des composantes PR 03 et PAE 21. IFÉ-ENS Lyon ([en ligne](#))

réalisée dans l'interaction entre le chercheur et les praticiens, le projet va s'articuler, d'une part, comme un projet de perfectionnement pour des praticiens qui souhaitent questionner ou explorer un aspect de leur pratique professionnelle, d'autre part, comme un projet d'investigation pour un chercheur qui souhaite, de l'intérieur de la démarche de réflexion qu'il va encadrer, investiguer un objet de recherche qui le préoccupe. (Desgagné, 1997, p. 377)

Ainsi, au départ de notre travail, pour les enseignants, il s'agissait de trouver des activités qui motivent l'outil algèbre au début de son enseignement, de mieux comprendre les erreurs des élèves (voire d'y remédier), en s'appuyant sur les pratiques de chacun et sur des résultats de recherche et pour le chercheur, il y avait un autre axe de questionnement comme comprendre pourquoi et à quelles conditions des ingénieries didactiques à fort potentiel ne se diffusent pas dans les pratiques de classe et de déterminer quels éléments pouvaient permettre une meilleure diffusion.

Desgagné (1997) dégage trois critères qui caractérisent les recherches collaboratives que nous illustrons après pour analyser le fonctionnement du groupe.

- *RC1. La recherche collaborative suppose la co-construction d'un objet de connaissance entre un chercheur et des praticiens. (...)*
- *RC2. La recherche collaborative allie à la fois activités de production de connaissances et de développement professionnel. (...)*
- *RC3. La recherche collaborative vise une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique. (Desgagné, 1997, pp. 383-384)*

Le premier critère (RC1) est la co-construction d'un objet de connaissance commun. Nous avons partagé certains constats sur l'enseignement de l'algèbre et sur certaines difficultés des élèves et grâce à des résultats de recherche nous avons pu trouver des réponses (voir Coppé, 2020).

Pour nous, le consensus entre les partenaires a été matérialisé par la rédaction collective de sept principes (Fig. 2) qui ont toujours guidé notre travail, qui ont été régulièrement discutés mais toujours conservés notamment lorsque de nouveaux enseignants intégraient le groupe.

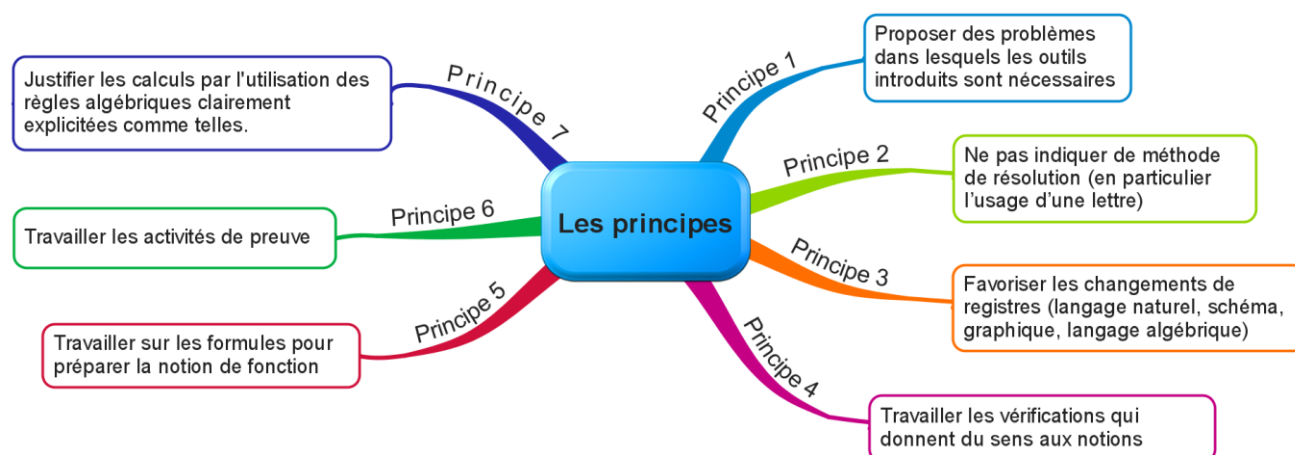


Figure 2. Les 7 principes tels qu'ils sont sur le site PEGAME

Pour le deuxième critère (RC2), nous donnons un exemple d'activité de production de connaissances qui s'est combiné avec un développement professionnel de trois enseignantes. Pour faciliter l'utilisation des programmes de calcul, les enseignantes ont adapté les modalités de travail qu'elles utilisaient pour faire du calcul mental comme il était conseillé à cette époque, en France. Ainsi, au début de chaque séance, est proposé aux élèves, dès leur entrée dans la classe, un travail de recherche de 10 à 20 minutes à partir d'un programme de calcul pour travailler sur un objectif d'apprentissage précis sur l'algèbre. Cette modalité

qui privilégie les apprentissages sur la durée, s'appuie sur des cycles dévolution / institutionnalisations locales / réinvestissements a été désignée par le terme de MET « mise en TRAIN » : Travail de Recherche ou d'Approfondissement avec prise d'Initiatives (Martin Dametto, Piolti Lamorthe & Roubin, 2013).

Pour cela il s'agit de restructurer les séances de cours en créant des temps qui imposent un rythme de travail, qui privilégient la mise en activité des élèves, qui permettent d'optimiser les moments délicats d'une séance et de réduire les temps consacrés à « professer ». (Martin Dametto et al, 2013, p. 13)

La mise en place des MET a été l'occasion, pour les enseignantes à l'origine de ce travail, de le conceptualiser, puis de le diffuser à plus grande échelle que celle de leurs établissements, et enfin de le transférer à d'autres thèmes mathématiques et, comme nous le verrons plus tard, au niveau de l'école primaire.

Enfin, concernant le troisième critère, si au début du travail, nous pouvions noter une séparation entre les activités réalisées par la chercheuse dans la communauté de recherche et celles pratiquées par les enseignants du groupe, au fur et à mesure du travail de collaboration, des passerelles ont été établies comme par exemple lors de formations continues co-animées ou bien lors de la participation aux deux projets européens de recherche, nous avons fait des présentations et des publications collectives.

Le groupe de recherche collaborative SESAMES a fonctionné ainsi pendant une quinzaine d'années en s'appuyant sur les principes élaborés de façon collective (Fig. 2). Seize enseignants et enseignantes ont participé, certains pendant de nombreuses années voire depuis le début, d'autres pendant deux ou trois ans. Notre objet de travail est resté le même (l'enseignement de l'algèbre au collège en France) mais il a subi de nombreuses évolutions suite aux changements de programmes, à la participation à des projets de recherche, à son intégration dans le dispositif des LéA (Fig. 1). En 2017, nous avons élargi notre périmètre à l'école primaire.

Dans la suite, nous montrons quelles adaptations de dispositif de recherche collaborative ont été nécessaires pour travailler conjointement à l'école primaire et en classe de 6^e. Le travail collaboratif entre enseignants s'est heurté à plusieurs difficultés : comment favoriser l'échange entre enseignants d'équipes qui se partagent le même cycle 3, mais d'établissements différents du 1^{er} et 2nd degré et de territoires géographiques différents ? Comment penser des formes de collaboration au sein d'un collectif élargi ? Et plus largement peut-on s'entendre sur une conception commune des mathématiques et définir l'activité mathématique ?

III - L'EXEMPLE DE LA RECHERCHE COLLABORATIVE DANS PREMATT

Le projet PREMaTT (Penser les Ressources de l'Enseignement des Mathématiques dans un Temps de Transitions, 2017-2019) s'est développé dans la continuité d'autres projets, en particulier le projet SESAMES et celui du Lieu d'éducation associé à l'IFÉ « Réseau d'écoles et collèges Ampère » (présentés plus haut).

Le projet s'est déroulé dans un moment critique lié aux changements de programme intervenus en septembre 2016 (Gueudet et al., 2017), touchant la structure des cycles (le cycle 3 regroupe les deux dernières classes de l'école primaire et la première classe du collège, conduisant ainsi à penser de nouvelles continuités de l'enseignement), le contenu des programmes (pour les mathématiques, l'introduction de la programmation et de l'algorithmique), et leur « esprit » (pensant davantage la progressivité des apprentissages, par exemple des apprentissages algébriques). La classe de 6^e, première année au collège, est devenue la dernière année du cycle 3. Ce cycle est donc commun à deux établissements : l'école primaire et le collège. Dans le cadre du projet PREMaTT, c'était une opportunité pour créer des liens entre enseignants du premier et du second degré, pour installer des pratiques harmonisées de gestion de classe et étudier dans sa globalité le cursus des élèves. Le projet a ainsi rassemblé comme acteurs principaux des

professeurs du premier degré, des professeurs de mathématiques du second degré, des chercheurs en didactique des mathématiques et en psychologie cognitive et un ingénieur pédagogique.

Organisé en trois chantiers, les objectifs principaux du projet étaient la conception de ressources pour l'enseignement des mathématiques, le développement du travail collaboratif et le développement professionnel des acteurs. Le premier chantier de conception participative de ressources pour développer la pensée algébrique et/ou la pensée algorithmique reposait sur un réseau de « fabriques » (voir plus loin), au cœur des établissements scolaires (écoles et collèges) engagés dans le projet. Le deuxième chantier de méthodes collaboratives a permis de développer et de mettre à l'épreuve des outils, des méthodes et des processus pour stimuler et entretenir la collaboration entre enseignants et chercheurs. Le troisième chantier d'analyse des pratiques et des ressources a concerné la réflexivité et l'étude des trajectoires de développement et des trajectoires documentaires des enseignants impliqués dans le projet. À travers ces trois chantiers, les interactions entre les acteurs ont été repensées, pour permettre un fonctionnement plus efficace du groupe.

Les acteurs du projet participaient en alternance dynamique à deux types de regroupement. Le premier type de regroupement est à l'échelle d'un ou plusieurs établissements ; c'est un fonctionnement sur site qui a été nommé « fabrique ». Chaque fabrique a été suivie plus particulièrement par un ou plusieurs chercheurs. Dans ces réunions, un travail a été fait autour des ressources et de leur adaptation, les expérimentations ont été préparées puis discutées et éventuellement améliorées. Le groupe PREMaTT a fonctionné avec trois fabriques : deux fabriques au sein de deux écoles primaires et une fabrique regroupant les anciens membres du groupe SESAMES et deux écoles primaires. Le second type de regroupement a été à l'échelle globale du projet où tous les acteurs du projet ont été présents, chercheurs et enseignants. Il s'agissait des temps de mutualisation autour de points de fonctionnement ou de frictions des différentes fabriques et sur l'état des différentes recherches associées au projet. Ces réunions ont eu lieu au LIPéN (Laboratoire d'Innovation Pédagogique et Numérique, Sanchez et al. 2015) et prenaient souvent la forme d'incubation, grâce à l'accompagnement collaboratif entre un ingénieur pédagogique et un ou plusieurs chercheurs, voire un ou plusieurs enseignants. Différentes méthodes ont été proposées par l'ingénieur pédagogique pour soutenir la collaboration et permettre à la fois le travail autour des ressources et un retour réflexif sur la collaboration. La *carte d'expérience* (Sperano et al., 2019) a permis par exemple de soutenir le travail collaboratif de conception de ressources et de réaliser des analyses collectives de ces ressources afin d'identifier de potentiels points de friction ou de blocage. Ces points ont ensuite été travaillés lors d'une incubation suivante sous forme d'un *world café* (Brown & Isaacs, 2005), où des solutions ont été cherchées en petits groupes mélangés (inter-degré, enseignants et chercheurs). Ces deux méthodes sont présentées dans le texte présentant l'atelier A24 - Conception collaborative de ressources : un exemple d'outils méthodologiques la favorisant.

Dans la suite, nous décrivons et analysons plus en détail quelques activités emblématiques qui illustrent comment les trois critères de recherche collaborative (RC) de Desgagné (1997), présentés dans la partie II, ont été pensés dans le projet PREMaTT.

1 Mise en relation des cultures (RC3)

Comme nous l'avons mentionné, le projet PREMaTT a conduit à un élargissement du groupe SESAMES aux écoles de secteur (Figure 3) pour concevoir des ressources développant la pensée algébrique. Des réunions de travail du groupe élargi ont été prévues en suivant le fonctionnement précédent du groupe SESAMES avec dans l'idée d'expérimenter dans les classes de CM1, CM2 et 6^e. Ainsi, les réunions du groupe SESAMES, avec des enseignants qui se connaissaient bien, qui ont participé à l'élaboration des principes que devaient suivre les activités conçues collectivement et qui partageaient les conceptions des temps de la recherche et de la production de ressources ont laissé la place à des réunions élargies avec des pairs, collègues de différents établissements, enseignant dans différents niveaux et différents contextes.

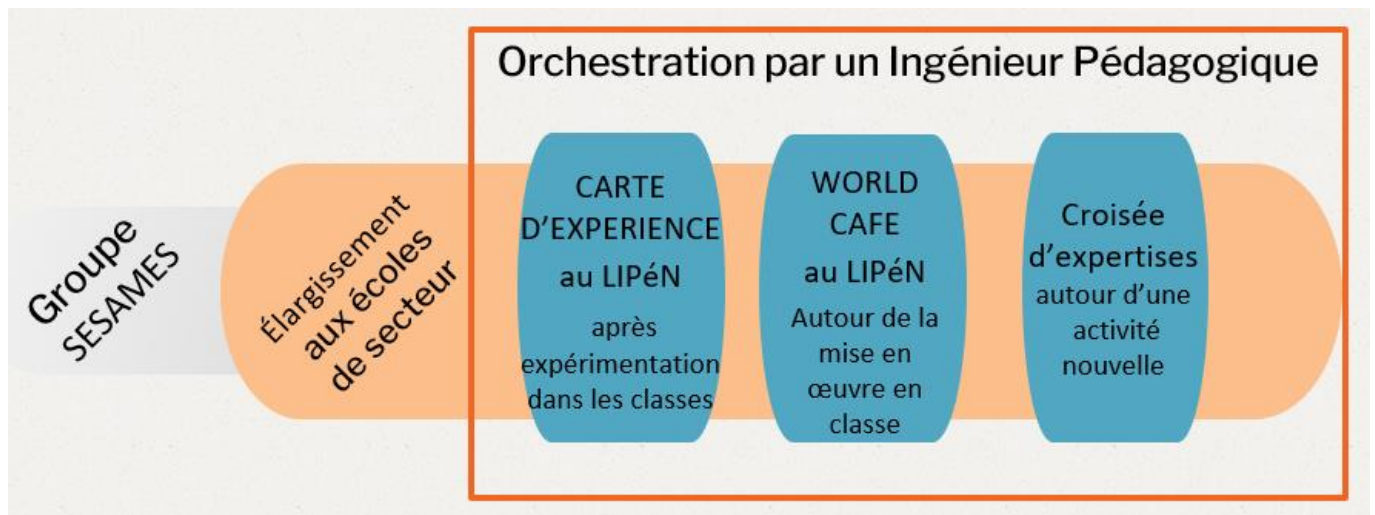


Figure 3. Organisation et fonctionnement du groupe PREMaTT

La problématique de mise en relation des cultures est apparue assez rapidement (dès les premières réunions), nous avons en effet besoin de clarifier les représentations de chacun concernant notre collaboration.

Dans le but de mieux comprendre les pratiques des uns et des autres et de construire des représentations partagées des enjeux du projet, un travail approfondi autour de l'activité nommée « allumettes » (Fig. 4) a été conduit par les membres du groupe.

Avec des allumettes, je construis des triangles selon le modèle ci-dessous

Étape 1 Étape 2 Étape 3

Combien faut-il d'allumettes :

- à la première étape pour construire 1 triangle ?
- à la 2ème étape (pour construire 2 triangles) ?
- à la 5ème étape (pour construire 5 triangles) ?
- à la 10ème étape (pour construire 10 triangles) ?
- à la 100ème étape (pour construire 100 triangles) ?
- à la 265ème étape (pour construire 265 triangles) ?

Trouver une façon de calculer le nombre d'allumettes nécessaires en fonction du nombre de triangles construits.

Figure 4. Activité « allumettes »

Cette activité, initialement conçue pour la classe de 5^e, propose un « pattern » figural à généraliser, ce qui conduit les élèves à chercher des régularités et proposer des formules qui permettent de prédire le nombre d'allumettes nécessaires à n'importe quelle étape. Ce type d'activités est proposé en général au cycle 4 pour amener les élèves à ressentir la nécessité d'introduire une lettre.

Cette activité a été adaptée aux classes du cycle 3 (CM1, CM2 et 6^e) et a été testée par les enseignants de toutes les fabriques. Le partage d'expériences lors d'une incubation au LIPÉN a déclenché les réflexions sur les patterns : ce qui est et ce qui n'est pas un pattern, et par conséquent ce qui relève et ce qui ne relève pas de la pré-algèbre. Les enseignants du primaire et du secondaire ont ainsi été engagés dans des

réflexions sur les objets manipulés (patterns, généralisation...) et sur les processus cognitifs en jeu dans la résolution des problèmes de pattern et leur lien avec la pensée algébrique. Les questions sur les étapes du développement de la pensée algébrique, en particulier comment la généralisation des patterns se manifeste chez les élèves du primaire non encore initiés au symbolisme algébrique, ont été soulevées, délimitant un espace de référence partagé.

2 Production de connaissances et développement professionnel (RC2)

Comme évoqué plus haut, l'organisation du travail du groupe PREMaTT reposait sur une alternance des temps en sous-groupes (fabriques) dans lesquelles des acteurs qui avaient davantage d'habitudes communes (mais qui pouvaient toutefois être inter-degré et réunir enseignants et chercheurs) construisaient localement des ressources adaptées au contexte des établissements, et des séances en grand groupe au LIPéN durant lesquelles ont été réalisées les analyses *a priori* et *a posteriori* des ressources produites et discutés des aspects intéressant toutes les fabriques, tels que la manière de relancer la recherche ou la gestion de mises en commun par exemple.

Pour illustrer ce processus, nous présentons le travail réalisé autour de la conception d'une ressource. La réflexion sur des activités de type pattern a conduit le groupe à réaliser que les exemples dont ils disposaient conduisaient tous à une généralisation par la formule du type $an + b$ (par exemple, le pattern de l'activité « allumettes » mène à la formule $3 + 2(n-1)$, où n est le numéro du rang de la figure). Par conséquent, ils ont cherché des patterns figuratifs menant à d'autres formules. Le pattern de la Figure 5 a ainsi été proposé et une incubation a été organisée pour étudier ce pattern et analyser ses différents potentiels (Georget, 2009).

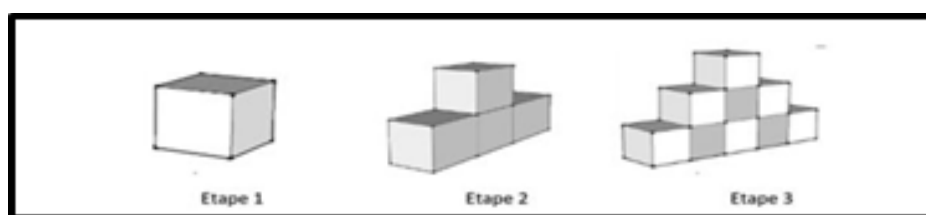


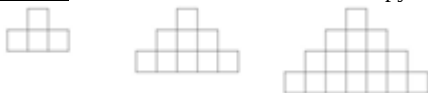
Figure 5. Pattern "pyramides"

Tandis que certaines fabriques reconnaissaient le potentiel du pattern à développer la pensée algébrique à travers l'activité de généralisation, d'autres anticipaient des difficultés liées à la formule (n^2) qui, pour être trouvée, suppose soit la décomposition de la pyramide et la recombinaison en un carré, soit le repérage de régularités entre les nombres de cubes dans les différentes figures du pattern. Les fabriques n'ont pas réussi à se mettre d'accord et au final, leurs avis divergents ont conduit à la conception de ressources différentes (Fig. 6) par les différentes fabriques, tenant compte de leur contexte. Face à cette impossibilité d'atteindre un consensus, l'acceptation de différentes façons de travailler s'est avérée essentielle pour le fonctionnement du projet.

Phase 1. Voici une pyramide à 4 étages. Trouve plusieurs méthodes pour calculer le nombre de cubes nécessaires pour la construire. Explique chaque méthode par un schéma, un texte ou un collage.



Phase 2. On veut construire une suite de pyramides.



1. Calcule le nombre de carrés pour une pyramide à 2 étages, à 3 étages, à 5 étages.

Phase 1. Combien de cubes y aura-t-il dans l'étape 4 ?



Etape 1



Etape 2



Etape 3

Phase 2. Une question parmi les suivantes est proposée à chaque binôme d'élèves en fonction des réussites à la phase 1.

- Construis l'étape 3 (va chercher ton matériel).
- Construis l'étape 4. Explique comment tu l'as construite à partir de l'étape 3.

2. A 10 étages. 3. A 100 étages. Pour chaque question, écris ton calcul. Explique ton raisonnement avec un schéma, un texte ou un collage.	- Combien y a-t-il de cubes à l'étape 5 ? - Combien y a-t-il de cubes à l'étape 6 ? - Trouve un moyen de calculer combien il y a de cubes à l'étape 10.
--	---

Figure 6. Deux ressources différentes conçues à partir du pattern « pyramides »

Cette façon de travailler sur des objets communs tout en respectant les différences des fabriques s'est avérée enrichissante et a conduit les membres du projet à interroger ce qui caractérise la pensée algébrique. Différentes voies vers la pensée algébrique ont été identifiées : à travers la construction de figures et la généralisation du pattern d'une part, et par le travail sur leur structure d'autre part qui permettrait d'envisager leur déconstruction et reconstruction d'autres figures. Par ailleurs, le rapport différent à la difficulté dans la résolution de problèmes a amené des choix de conceptions divers : d'un côté, des variables didactiques ont été fixées de sorte à guider progressivement les jeunes élèves vers la solution (numéros de rangs petits, permettant aux élèves de construire ou de représenter la figure⁴), de l'autre les variables ont été choisies de manière à ce que les élèves se heurtent à la difficulté afin de faire évoluer leurs stratégies de résolution (numéros de rangs grands pour qu'il soit coûteux, voire impossible de construire ou dessiner la figure). Ces temps de travail correspondent donc bien au critère RC2 de Desgagné puisque ces séances ont été à la fois l'occasion de développer différentes ressources et de contribuer au développement professionnel des enseignants engagés dans le projet et de produire des connaissances côté recherche.

3 Co-construction d'un objet de savoir : la pensée algébrique (RC1)

La question essentielle et le fil conducteur tout au long du projet PREMaTT était d'essayer de définir ce qu'est la pré-algèbre.

Au début du projet, la pré-algèbre était considérée comme propédeutique à l'algèbre. Les activités de type patterns conduisant à des généralisations au moyen de formules exprimées de diverses manières, pas nécessairement avec des lettres, ont été considérées comme propices au développement des compétences pré-algébriques.

La conception collaborative des ressources, et en particulier les sessions collaboratives rassemblant l'ensemble de la communauté PREMaTT au LIPÉn, ont fortement influencé ces représentations. Le travail collaboratif autour du pattern « pyramide » a été l'un des moments clés du projet, qui a enclenché l'évolution de l'idée de la pré-algèbre associée à la généralisation : d'une part, cette idée a été enrichie par la prise en compte des relations mathématiques entre les nombres plutôt que les calculs avec des nombres et, d'autre part, la notion même de pré-algèbre a cédé la place à celle de pensée algébrique, associée au raisonnement et à l'argumentation.

Au terme de près de deux ans de collaboration, une session collaborative a été organisée pour réfléchir à ce qu'est la pensée algébrique. À partir des expériences de toutes les fabriques, des groupes mêlant chercheurs et enseignants du primaire et du secondaire ont exprimé et partagé leurs idées. La communauté s'est entendue sur un certain nombre de principes qui délimitent la pensée algébrique et sur deux directions menant à son développement : (1) la généralisation des patterns (indépendante de l'écriture symbolique) nécessitant de modéliser la structure des éléments du pattern et permettant la prédiction, et (2) le travail sur les nombres : structure, équivalence, relations et propriétés. La Figure 7 montre le résultat de cette séance d'incubation.

⁴ Ce choix s'est avéré insuffisant pour faire évoluer les stratégies des élèves.

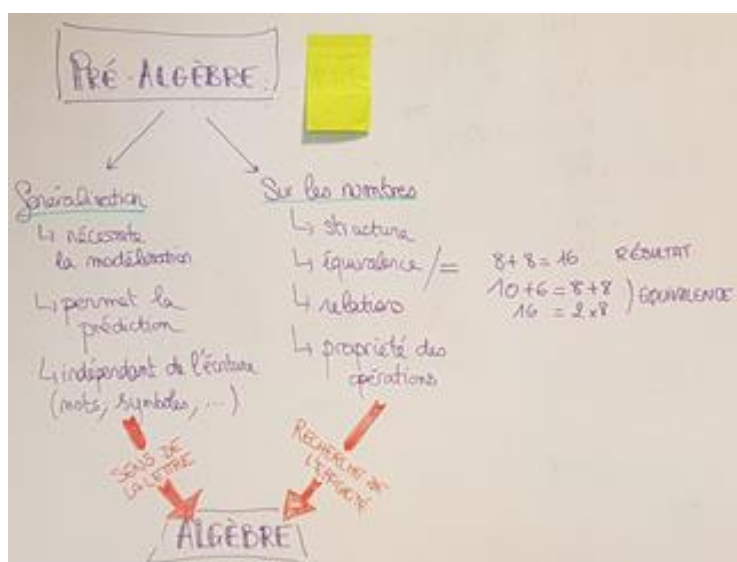


Figure 7. La pré-algèbre (ou pensée algébrique) définie par le groupe PREMaTT

IV - LES REUSSITES ET DIFFICULTES DU PROJET

Nous avons illustré le fonctionnement de notre groupe de recherche collaborative à l'aide des trois critères de Desgagné. Nous voulons conclure en nous focalisant sur le troisième critère qui indique que la recherche collaborative établit une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique. C'est cette mise en relation des cultures, qui avait été longuement construite dans le groupe SESAMES et régulièrement discutée au fil des années, qui a été la plus difficile à maintenir lors du passage au projet PREMaTT.

Il nous semble qu'en examinant la situation avec du recul, nous pouvons dire que tous les acteurs de la recherche n'avaient pas la même conception des recherches nécessitant une collaboration entre enseignants et chercheurs. Ainsi il est probable que les attentes et la perception des rôles et de la place de chacun des acteurs n'étaient pas partagées. Plusieurs questions sont restées en suspens, ce qui a empêché le bon déroulement du projet. Par exemple, celles sur le rôle des chercheurs : se situent-ils comme des experts de la question étudiée ou plutôt comme observateurs des pratiques enseignantes ? Du côté des enseignants, celles qui concernent leurs besoins et motivations : à expérimenter, à concevoir des ressources, ou à se former. De même des malentendus autour de la conception d'activités ont longtemps empêché le travail de collaboration : pour certains le temps de la conception est long et l'objectif est de construire une activité robuste du fait d'allers et retours entre conception et expérimentation, pour d'autres, l'important est de construire de très nombreuses activités.

Par ailleurs, élargir le groupe nécessite de s'entendre sur un vocabulaire commun. C'est ce qui nous amène, en cours d'année, à prendre le temps de bien s'entendre sur ce que nous mettons derrière travail de groupe, mise en commun, etc.

En conclusion, faire culture commune est long et difficile, le « contrat » de collaboration est à négocier car un contrat non suffisamment négocié amène de la frustration. Dans le projet PREMaTT, la réponse à ces questions a été d'organiser le travail en réseau de petites fabriques qui permettaient à chaque équipe de rester dans « sa culture », tout en s'enrichissant de la culture de l'autre. Cette organisation locale au sein des établissements alternait avec des temps de regroupement au LIPéN, un Laboratoire d'innovation pédagogique et numérique, autour du projet commun. Le modèle de collaboration en alternant petits groupes dans les établissements et grand groupe au LIPéN, travail ordinaire et incubation, a fortement engagé les acteurs et a assuré un fort potentiel de développement professionnel. Les méthodes agiles développées au sein du LIPéN sont utilisées dans les établissements des acteurs et dans les formations

qu'ils animent. Ce qui fait que même si le projet s'est terminé pour l'Institut Carnot de l'Éducation, et pour le LéA, les participants ont souhaité continuer le travail collaboratif dans la recherche PAREP (Pensée Algébrique : Ressources et Pratiques, cf. Figure 1) soutenue par l'Institut Français de l'Éducation.

V - BIBLIOGRAPHIE

Alturkmani, M.-D., Roubin, S., Piolti-Lamorthe, C., et Trouche, L. (2019). Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions 2017-2019. Programme de l'ICE : rapport scientifique des composantes PR 03 et PAE 21. IFÉ-ENS Lyon.

Alves, C., Coppé, S., Duval, V. et al. (2013). Utilisation des programmes de calcul pour introduire l'algèbre au collège. Repères IREM, 92, 9-30.

Bednarz, N. (2013). Regarder ensemble autrement : Ancrage et développement des recherches collaboratives en éducation au Québec. In N. Bednarz (Éd.), *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement* (pp. 13-30). Paris : L'Harmattan.

Brown, J., & Isaacs, D. (2005). The World Café: Shaping our futures through conversations that matter. In P. Holman, T. Devane, & S. Cady (Eds.), *The Change Handbook: The Definitive Resource on Today's Best Methods for Engaging Whole Systems* (2nd ed.) (pp. 179-194). San Francisco, CA: Berrett-Koehler Publishers.

Cherpin, A.S., Coppé, S., Goisard, A., Piolti Lamorthe, C., et Roubin, S (à paraître). Production de ressources pour l'enseignement de l'algèbre au collège. Le LéA réseau d'écoles et collèges Ampère. In R. Monod-Ansaldi, B. Gruson & C. Loisy, *Le réseau des lieux d'éducation associés à l'Institut français de l'éducation : Un instrument pour la recherche en éducation*. Rennes : PUR.

Coppé, S. (2020). Conception collaborative de ressources pour l'enseignement de l'algèbre élémentaire : une entrée par les programmes de calculs. In H. Squalli, I. Oliveira, A. Bronner & M. Larguier (dir.) *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherche et perspectives curriculaires*. Québec, Canada (pp. 21-43). Livres en ligne du CRIRES. https://lel.crires.ulaval.ca/sites/lel/files/le_developpement_de_la_pensee_algebrique_a_lecole_primaire_et_au_debut_du_secondaire.pdf

Coppé, S. & Roubin, S. (2020). Collaborative Design of Resources for Elementary Algebra Teaching. In H. Borko & D. Potari (eds) *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. ICMI Study 25 Conference proceeding* (pp. 286-294). Lisbon: University of Lisbon

Coppé, S. & Roubin, S. (à paraître). Conception de ressources sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire : un exemple de recherche collaborative entre enseignant.e.s et chercheuse. Actes du colloque international francophone sur les recherches participatives (Fribourg 28 et 29 novembre 2019).

Desgagné (1997). Le concept de recherche collaborative : L'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23(2), 371-393.

Desgagné, S., Bednarz, N., Lebus, P., Poirier, L. & Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, 27. 1, 33-64.

Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse de doctorat. Paris : IREM de Paris 7.

Loisy, C., Trgalova, J., Alturkmani, M. D., Bénech, P., Roubin, S., & Trouche, L. (à paraître). Collaboration entre et avec les acteurs de terrain et effets sur les ressources et le développement professionnel. Le cas du projet PREMaTT. In B. Meslin et al. (Dir), *L'institut Carnot de l'éducation Auvergne-Rhône-Alpes : une expérimentation visant à favoriser les partenariats entre chercheurs et praticiens*

Martin Dametto, S., Piolti Lamorthe, C. & Roubin S. (2013). TRAIN : Travail de Recherche ou d'Approfondissement avec prise d'Initiative, *Bulletin de l'APMEP*, 502.

Psycharis, G., Trgalová, J., Alturkmani, M. D., Kalogeria, E., Latsi, M., & Roubin, S. (2020). Studying primary and secondary teachers' collaborative design of resources for algebra. In H. Borko, & D. Potari (Eds.), *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. ICMI-Study 25 Conference Proceedings* (pp. 668-675). Lisbon: University of Lisbon

Sperano I., Roberge J., Bénech P., Trgalova J., Andruchow R. (2019) Exploring New Usages of Journey Maps: Introducing the Pedagogical and the Project Planning Journey Maps. In: Bagnara S., Tartaglia R., Albolino S., Alexander T., Fujita Y. (eds) *Proceedings of the 20th Congress of the International Ergonomics Association (IEA 2018)*. IEA 2018. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol 824. Springer, Cham.

Trgalová, J., Alturkmani, M., et Roubin, S. (2021). Toward a common view of algebraic thinking through design of resources by primary and secondary teachers. *ICME14*, Shanghai, 11th -18th July, 2020.