

LEA 2 TERRITOIRES EN MATHÉMATIQUES : RESOUDRE DES PROBLÈMES COMPLEXES AU CYCLE 3, EXEMPLE D'UN DISPOSITIF DE TRAVAIL COLLABORATIF

Cécile Allard

MCF, LDAR

Cecile.allard@u-pec.fr

Chantal Moussy

Chercheure associée, LDAR

Chantal.moussy@u-pec.fr

Résumé

Nous décrivons le scénario de classe élaboré lors d'une recherche collaborative, dans un lieu d'éducation associé le « LéA 2 territoires en mathématiques » et qui est consacré à la résolution de problèmes complexes en cycle 3. A la suite de la mise en œuvre de ces séances dans deux territoires socialement contrastés (8 classes de REP + de l'académie de Créteil, et 6 classes ordinaires de l'académie de Versailles), nous avons recueilli les brouillons des élèves. L'atelier se divise en deux parties.

Nous présentons tout d'abord quelques références théoriques sur les différentes intentions des enseignants quand ils proposent des problèmes (Houdement, 2013), sur la représentation des problèmes (Julo, 1995) et sur les principes qui fondent notre travail collaboratif (Allard, Pilet et Horoks, à paraître).

Puis nous proposons aux participants un travail en groupe consistant à analyser des « brouillons » d'élèves et à questionner leur usage en formation. Nous concluons sur les effets du dispositif sur les institutionnalisations possibles relatives à la résolution de problèmes complexes.

I - INTRODUCTION

Cet atelier traite de la résolution de problèmes arithmétiques auprès d'élèves de 9-10 ans scolarisés en France. La place de la résolution de problèmes en mathématiques en cycle 3 a souvent été réaffirmée dans les programmes français. Déjà en 2002, par exemple, nous pouvions lire : « *la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques qui en garantit le sens* ». Malgré une volonté affirmée dans les programmes de rappeler l'importance de la résolution de problèmes en mathématiques, les effets de ces prescriptions sont discutables. L'introduction de notre exposé a pour objectif de présenter sans être exhaustif différents résultats d'enquêtes ou d'évaluations qui traitent des performances des élèves et des pratiques enseignantes en résolution de problèmes.

1 Des résultats des élèves de France en mathématiques préoccupants

Les dernières évaluations externes nationales Cèdre (DEPP, 2020a) et internationales (DEPP, 2020b ; Cnesco, 2021) montrent un effondrement des performances des élèves tant sur les tâches simples que sur les tâches complexes en particulier pour les élèves des classes défavorisées. L'un des résultats à la suite des évaluations externes nationales (DEPP, 2020a), montre qu'il existe des écarts importants des performances selon le profil social des écoles, mais contrairement aux autres enquêtes plus anciennes, cette baisse affecte également les établissements accueillant des élèves plus favorisés socialement. Enfin, les réponses apportées par les élèves interrogés dans cette enquête sur leur rapport aux mathématiques montrent une dégradation de l'attractivité des mathématiques et ce quels que soient les territoires.

2 Ce que nous apprend une enquête à grande échelle sur les pratiques en mathématiques des enseignants

L'enquête Praesco (Allard, Pilet et Horoks, à paraître) interroge un panel significatif de 1317 enseignants de CM2 sur leurs pratiques en mathématiques. Elle révèle une grande variété des choix, des contenus et de la place de la résolution de problèmes dans les déclarations des enseignants. Par ailleurs, certains domaines mathématiques paraissent plus ou moins faciles à enseigner. Ainsi les entiers et les techniques de calcul posé sont des contenus faciles à enseigner (à respectivement 87% et 85%) tandis que la résolution de problèmes et la proportionnalité sont considérés comme difficiles à enseigner (respectivement seuls 22% et 30% des enseignants interrogés les considèrent comme faciles).

3 Ce que nous retenons des échanges avec les enseignants du LéA 2 Tem (lieu d'Education Associé 2 territoires en mathématiques)

Nous avons recueilli les témoignages des enseignantes du LéA (Lieu d'éducation associé) pour savoir ce qui faisait difficulté dans leur classe lorsqu'elles animaient des séances dans lesquelles les élèves devaient résoudre des problèmes. Les enseignantes du LéA exercent pour la moitié d'entre elles (8) dans un Rep+ de l'académie de Créteil, les 7 autres exercent dans une zone banale dans l'académie de Versailles. Elles ont toutes à leur charge un cours double, le plus souvent un CM1-CM2.

Nous retrouvons dans leur propos, tenus en 2018, ce que montre l'enquête Praesco (DEPP, 2021) : une difficulté à animer des séances dans lesquelles il y a des problèmes à résoudre et à cerner les différentes intentions (et occasions) avec lesquelles elles peuvent proposer des problèmes.

A la création du LéA en 2018, nous les avons interrogées pour savoir ce qui, selon elles, posait des difficultés à leurs élèves et comment elles y remédiaient. Selon les enseignantes des deux territoires, la difficulté première citée par toutes est en relation avec la compréhension de l'énoncé (11 enseignants sur les 15 interrogés). En Rep+ ce constat est si fort qu'il apparaît même comme l'obstacle premier à toutes les difficultés des élèves. En réponse à ces difficultés, les enseignantes proposent à leurs élèves des aides dites méthodologiques telles que souligner les données utiles, entourer la question, identifier ce qu'il faut chercher en produisant une phrase du type « ce que je cherche... », produire un schéma ou un dessin (sans les distinguer) et nous expliquent que malgré ces aides méthodologiques, résoudre des problèmes reste toujours très difficile pour les élèves. Elles sont convaincues que les difficultés des élèves en résolution de problèmes s'expliquent par un manque voire une absence totale de méthodologie. Par conséquent, elles persistent à proposer ces aides tout en pointant leur manque d'efficacité, et partagent leur difficulté à trouver « une bonne méthode » (11 sur 15) pour que les élèves apprennent à chercher.

Alors que depuis plus de 20 ans la recherche a dénoncé le manque de pertinence de ces aides (Coppé et Houdement, 2002 ; Houdement, 1999) nous nous interrogeons sur la persistance à vouloir trouver une méthodologie générale pour résoudre des problèmes sans réellement questionner les effets de cette dernière.

Une autre difficulté soulevée par les enseignants concernait la relation des élèves aux mathématiques. Pour développer chez les élèves le goût de la recherche, les enseignantes proposaient des problèmes peu fréquentés à l'école comme les sudokus, ou des problèmes issus de rallyes mathématiques.

Nous avons alors investigué pour savoir ce qui est reconnu comme un problème chez les enseignantes. Le Problème 1 « *Trouve trois nombres qui se suivent dont la somme vaut 276* » n'est pas reconnu à l'unanimité comme un problème mais comme une énigme. Sans que nous sachions exactement déterminer la différence dans leurs propos entre énigme et problème. Alors que l'énoncé du Problème 2 « *Jean, Malik et Rose ont à eux trois 276 euros. Malik a un euro de plus que Jean et Rose a un euro de plus que Malik. Quelle somme d'argent possède Jean, Malik et Rose ?* » est identifié comme étant un problème. Pour certaines le premier dont l'énoncé est sans contexte est plus facile, pour d'autres c'est le deuxième car l'histoire serait une aide pour comprendre les relations entre les données.

Or les mathématiques à mettre en jeu pour les résoudre et les procédures à mobiliser sont identiques. Mais, il est vrai que dans l'énoncé sans contexte, la connaissance mathématique de ce que signifie « des nombres qui se suivent » doit être mobilisée par les élèves alors que dans l'énoncé de Jean Malik et Rose cette relation mathématique est suggérée. Nous nous rendons compte alors que dire si un énoncé est plus facilitant qu'un autre ne fait pas du tout l'unanimité et semble reposer sur la manière dont les enseignantes résolvent elles-mêmes plus aisément le problème 1 ou le problème 2.

Il apparaît donc au cours de nos discussions avec les enseignantes, que la résolution de problème est plutôt considérée par elles comme un domaine à part qui requiert des compétences fines en compréhension de texte et des compétences méthodologiques. Résoudre des problèmes n'est pas envisagé comme le moyen d'avoir une activité mathématique consistante mais plutôt comme un moyen d'exercer ce qui a été appris voire de « traduire par une écriture mathématique » un énoncé. Ce dernier point nous intéresse particulièrement. Julo (1995) souligne bien que résoudre un problème ce n'est pas traduire un énoncé d'une langue à une autre (avec les spécificités de ce que serait le langage mathématique). En ce qui concerne les problèmes arithmétiques et en particulier les problèmes complexes (Houdement, 2017) leur résolution implique de s'appuyer sur des connaissances mathématiques et de les adapter à la particularité de l'énoncé mais aussi de prendre en compte des relations entre des données du problème et l'inconnue. Or cette inconnue n'est pas nommée, ni identifiée. Par conséquent, on ne peut réduire la construction d'une représentation mentale à une traduction en symboles mathématiques.

Par ailleurs, nos échanges nous conduisent à penser qu'il est important de clarifier les intentions (Houdement, 2011, 2017) avec lesquels les problèmes sont proposés à l'école avant d'aborder ce qui peut « aider » à résoudre un problème. Autrement dit, les élèves de CM ont-ils besoin des mêmes aides pour résoudre le problème suivant : « *Théo pèse 25 kg. Il pèse 5 fois plus que son Chat Groot, combien pèse Groot ?* » que pour le problème 2 de « Jean Malik et Rose » cité plus haut.

Il nous semble alors illusoire de penser qu'il existe une méthodologie générale pour résoudre des problèmes. En revanche, en appui sur les écrits de Julo (2002), nous pensons que c'est en agissant sur l'aide à la construction de la représentation des problèmes que nous pouvons avoir des effets sur les activités des élèves au sens de Vygotky (1997).

Dans cet atelier à distance nous décrivons les effets d'un dispositif sur les traces laissées sur des brouillons par les élèves de 9-11 ans, lors d'une recherche d'un problème complexe, et nous montrons en quoi l'environnement spécifique mis en place constitue une aide dans le processus de construction d'une représentation mentale d'un problème.

Nous présentons tout d'abord quelques références théoriques sur les différentes intentions des enseignants quand ils proposent des problèmes (Houdement, 2011), sur ce que Julo (1995) appelle un environnement spécifique qui favorise la représentation des problèmes. Nous évoquons les principes du travail collaboratif (Allard, Pilet, Horoks, à paraître) et nous détaillons le scénario issu de ce travail collaboratif.

Puis nous proposons aux participants un travail en groupe consistant à analyser des « brouillons » d'élèves et à questionner leur usage en formation. Enfin, nous concluons sur les effets du dispositif sur les institutionnalisations possibles relatives à la résolution de problèmes complexes.

II - TYPOLOGIE DE PROBLEMES SELON HOUEMENT (2011, 2013, 2017)

Nous utilisons la typologie construite par Houdement. Cette chercheuse distingue les problèmes atypiques, basiques et complexes et tient compte des intentions en relation avec les procédures (automatisées ou à construire) et les raisonnements mis en œuvre.

Les problèmes **atypiques** peuvent être proposés en amont de la construction d'une connaissance ou hors des savoirs thématiques. Ces problèmes sont l'occasion de développer de nouvelles stratégies et nécessitent la construction d'un nouveau modèle mental de raisonnement (Houdement, 2013, p. 71). En amont d'une connaissance à construire, ils sont souvent appelés « situations problèmes » ou « activité de découverte », et ce de manière abusive car ils ne renvoient pas toujours aux caractéristiques décrites par Brousseau notamment en ce qui concerne leur potentiel a-didactique. D'autres problèmes entrent dans cette catégorie, les problèmes identifiés comme « ouverts » ou bien ceux rencontrés dans des « défis maths » sont également qualifiés d'atypiques. Leur résolution implique la création de nouvelles stratégies voire de raisonnements peu ou jamais éprouvés dans la scolarité de l'élève, sans enjeu de construction de connaissances ciblées. Ces derniers ne sont pas positionnés aussi clairement en aval ou en amont d'un apprentissage.

Les problèmes **basiques** se présentent sous la forme d'énoncés courts, dont la syntaxe est simple et ne comporte aucune information superflue. Ils se résolvent en utilisant deux données pour en produire une troisième. Les problèmes basiques sont inclus dans la typologie proposée par Vergnaud. D'après Houdement (2013) mais également Allard, Butlen et Masselot (2017), la fréquence de la résolution de ces problèmes basiques favorise l'automatisation de la reconnaissance des structures au regard de différents contextes. Houdement insiste sur le fait que l'automatisation est attendue à des niveaux de classes différents selon la structure en jeu. Ainsi un problème de partage peut être considéré comme un problème atypique en CE1, alors qu'il devrait être considéré comme un problème basique en CM1.

La troisième catégorie de problèmes est celle qui nous intéresse en particulier. Il s'agit des **problèmes complexes**. Ils sont décrits comme étant des agrégats de problèmes basiques qui ne sont pas uniquement juxtaposés. Ils nécessitent la planification en sous-problèmes basiques. Pour les résoudre la reconnaissance et la résolution des problèmes basiques semblent incontournables. De plus, leur résolution implique de connecter des informations. La complexité de ces problèmes peut venir en effet de la distance, dans l'énoncé, entre des informations qui devront être connectées pour la construction de la réponse. D'après Houdement, l'enseignement les a un peu délaissés au profit des problèmes atypiques. Par ailleurs, pour les enseignants, ces problèmes qu'ils identifient comme des problèmes à étapes, sont peu plébiscités car jugés difficiles à cause des données nombreuses fournies par les énoncés.

Nous qualifions la typologie de Houdement de dynamique dans le sens où un problème peut appartenir à une catégorie à un moment de la scolarité et à une autre catégorie à un autre niveau de la scolarité. Cette typologie ne cherche pas à classer les problèmes comme celle de Vergnaud. La classification de Vergnaud est fixe : un problème de comparaison multiplicative reste un problème de comparaison multiplicative du CP au CM2. Alors que le problème « *Théo pèse 25 kg. Il pèse 5 fois plus que son Chat Groot, combien pèse Groot ?* » serait classé comme un problème atypique en CE1 et un problème basique en CM2 dans la typologie de Houdement. Enfin, la typologie de Houdement comprend bien 3 catégories qui décrivent les intentions avec lesquelles un enseignant peut proposer des problèmes. Elle prend en compte également ce qu'elle appelle des intentions mathématiques (comme construire des nouvelles connaissances), des intentions sociales mathématiques (comme apprendre à argumenter, faire la preuve) ou des intentions sociales (apprendre à travailler avec les autres, à écouter).

Dans notre étude, nous ne traitons que des problèmes numériques à énoncés verbaux, ceux qui semblent le plus présents à l'école. Les énoncés que nous avons choisis ont un contexte qui peut agir comme une aide ou un frein à la représentation et à la mise en relation des données.

III - SE REPRESENTER ET METTRE EN RELATION LES DONNEES À PARTIR DE LA LECTURE D'UN ENONCE.

1 Se représenter un problème : quelques apports théoriques

Le constat partagé par différents chercheurs traitant de l'activité qui consiste à résoudre des problèmes est de la décrire comme un processus complexe (Julo, 1995 ; Verschaffel, Greer et De Corte 2000 ; Verschaffel et De Corte, 2008 ; Fagnant, 2018) qui ne se réduit pas strictement en une traduction d'un énoncé dans un système structuré par des symboles (Freudenthal, 1973 ; Julo, 1995).

L'enjeu principal de cette activité particulière de résolution consiste à « *découvrir soi-même une solution que l'on n'entrevoit pas dans un premier temps* » (Julo, 1995). Et par conséquent il est nécessaire de parvenir à se construire une représentation mentale du problème pour laquelle on ne peut « *séparer le travail de compréhension de l'énoncé de celui de construction d'une stratégie de résolution : car ce n'est pas " a priori " mais en faisant effectivement le problème que l'on va pouvoir trouver la ou les opérations pertinentes à utiliser* » (Julo, 1995). Nous adopterons le point de vue de Julo, qui analyse l'activité mentale concernant la construction d'une représentation en 3 processus simultanés qui interagissent, et où l'investissement personnel est déterminant.

Le processus de **sélection et d'interprétation** intervient dès la rencontre avec le problème. Il est fortement dépendant de nos connaissances antérieures et de notre interprétation du contexte sémantique. Certaines informations non pertinentes peuvent être à ce moment-là prises en compte dans la représentation, alors que d'autres pourtant essentielles peuvent être ignorées, ou mal interprétées.

Le processus de **structuration** consiste en une organisation de ces interprétations en un tout cohérent et relativement stable. La mémoire que nous avons des problèmes déjà rencontrés, a un rôle décisif dans la manière dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre, et participe à la structuration de sa représentation. Cependant certaines analogies entre les problèmes déjà rencontrés et celui à résoudre peuvent nous enfermer dans une représentation dont la stabilité sera alors un obstacle au changement de point de vue, un acte pourtant essentiel pour espérer atteindre la solution du problème.

Le processus **d'opérationnalisation** consiste à passer à l'action effective (commencer des calculs, tracés, schémas, tâtonner.) ou action mentale (faire des déductions, élaborer un plan...). Ce processus vise à mettre en œuvre une stratégie et à mobiliser entre autre des connaissances opératoires conditionnées par la représentation mentale construite. Ce processus d'opérationnalisation peut ne pas être atteint si la représentation mentale n'est pas suffisamment structurée. La difficulté que rencontrent certains élèves qui s'engagent dans de nombreux calculs, en effectuant toutes les opérations, espérant que l'une d'entre elles aboutisse à la solution du problème, ou bien qui n'entreprennent aucune démarche de résolution, et ne mettent en œuvre aucune stratégie, peut avoir comme origine une représentation du problème non suffisamment structurée pour mobiliser les outils de modélisation adaptés. « *En effet, si la maîtrise d'outils mathématiques est nécessaire à la résolution de problème elle n'est en tout cas pas à l'origine, ni la source de la compréhension du problème* » (Julo, 1995, p. 62).

Ce processus d'opérationnalisation est la partie la plus visible de la représentation, et est le point d'appui des enseignants pour aider les élèves. Cependant, les aides suggérées, comme l'emploi d'une procédure ou d'une opération qui relèvent souvent d'un apprentissage, risquent de « tuer le problème », et peuvent ne pas être en adéquation avec la représentation mentale du problème que l'élève s'est construite, et qui semble découler d'une démarche personnelle et individuelle, dont l'accès est difficile pour le chercheur, comme pour l'enseignant qui souhaite aider les élèves.

Nous utilisons bien l'expression « se représenter » en prenant en compte toutes les dimensions cognitives en jeu, et nous ne réduisons pas le terme à une représentation graphique (arbre de dénombrement, schémas conventionnels).

2 Lien entre les différentes manières de se représenter un problème selon les typologies de problèmes

Nous retenons la typologie de Houdement pour catégoriser les problèmes rencontrés à différents moments par les élèves. Houdement, pour les illustrer, propose souvent l'exemple suivant en formation. Il s'agit de proposer ces problèmes considérés comme basiques à des enseignants. En effet, ces derniers les résolvent rapidement car ils ont une reconnaissance immédiate des structures sous-jacentes et savent les reconnaître quel que soit le contexte.

Trouvez le nombre de tulipes.

- *Un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes.*
- *Un massif de 60 rangées de 15 tulipes.*
- *Un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles.*
- *60 tulipes disposées en 15 massifs réguliers.*

Pour des élèves de CM, cette automatiser, au moins pour les trois premiers, devrait être assurée. Ce qui pourrait empêcher un élève de les résoudre est en relation avec sa connaissance ou méconnaissance de ce que sont des jonquilles et des tulipes et de les catégoriser comme fleurs. L'absence de connaissances du monde est un frein réel à la représentation du problème. Par ailleurs, les élèves peuvent également se poser des questions sur la manière dont sont disposées les fleurs, parasitant celle du problème à résoudre. Se représenter le problème dans cet exemple apparaît, malgré tout, assez aisé une fois les questions de vocabulaires réglées.

En revanche, pour le problème suivant, choisi parce que son énoncé ne présente aucune difficulté de vocabulaire pour des élèves de CM2, des problèmes de représentations et de mise en relation des données apparaissent.

Dans l'école Jacques Prévert il y a deux classes de CM2. Dans la première classe ; il y a 13 filles et 15 garçons. Dans la deuxième classe, il y a 29 élèves. Il y a 32 garçons en tout en CM2. Quel est le nombre de filles dans la deuxième classe de CM2 ?

L'énoncé de ce problème comporte plus d'informations que celui des massifs de fleurs. C'est un problème complexe qui nécessite : la reconnaissance de trois problèmes basiques qui sont trois problèmes de réunion, une planification des tâches et une mobilisation des connaissances en calcul. La résolution de ce problème ne se réduit donc pas à l'application d'une opération. Et même si ce problème ne requiert pas de mobiliser des raisonnements jamais éprouvés, il nécessite de garder en mémoire certaines informations pour faciliter la mise en relation des différentes données et de deux inconnues.

Nous allons décrire dans le paragraphe suivant un scénario de classe couramment observé et que nous appellerons scénario « portrait-robot » d'une séance traitant de la résolution de problème.

IV - QUEL TEMPS CONSACRE A LA REPRESENTATION D'UN PROBLEME EN CLASSE ? COMMENT FAIRE ?

Dans un autre contexte que le LéA, lors d'une formation, le problème de Jacques Prévert (Allard et Cavelier, 2020) a été proposé par une de nos collègues référentes mathématiques de circonscription (RMC) aux enseignants de sa constellation. Les enseignants n'ont manifesté aucune résistance par rapport à l'énoncé. Le contexte du problème (l'école), le vocabulaire et les opérations en jeu ne présentaient à leurs avis aucun frein. La collègue RMC leur a alors demandé de proposer un scénario de classe pour ce

problème et de lui envoyer les fiches de préparation détaillant le déroulement prévu.-A partir de leurs propositions, nous avons gardé ce qui est commun afin de décrire un scénario « portrait-robot » d'une séance. A la lecture de leur préparation, nous émettons l'hypothèse que dans le scénario « portrait-robot », lors de certaines des phases, la grande autonomie laissée aux élèves sur la construction d'une représentation mentale du problème peut être à l'origine de certains « blocages ».

1 Scénario de classe proposé par les enseignants

Pour reconstituer un scénario « portrait-robot » d'une séance de résolution de problème, nous pointons ce qui revient le plus souvent dans les propositions des enseignants tout en ayant conscience d'être un peu caricaturales.

« Portrait-robot » d'un scénario de classe pour un problème complexe :

- Distribution et lecture de l'énoncé, (ou énoncé écrit au tableau, ou projeté).
- Lecture de l'énoncé par un élève et questionnement sur des mots de vocabulaire à expliquer.
- Indication aux élèves qu'ils ont le droit de chercher sur leur ardoise ou leur cahier de brouillon.
- Précision des règles : « je dois voir les opérations que vous avez faites, n'oubliez pas la phrase réponse, pour vous aider vous pouvez faire un dessin ou un schéma ».
- Une correction est parfois proposée, faite par un élève ou par l'enseignant.

Les modalités de travail dans ce scénario sont laissées plus ou moins libres : selon les enseignants, les élèves peuvent s'ils le souhaitent travailler seuls ou avec un camarade.

Nous notons qu'aucune institutionnalisation (Allard, 2015, 2018) n'est prévue si ce n'est de rappeler qu'il est important de faire un schéma et des essais pour trouver la bonne solution. Que ce soient pour les enseignants du LéA ou bien pour ceux de cette constellation, il semble également difficile d'identifier les enjeux mathématiques, ce qui les conduit malgré eux, à institutionnaliser des « aides méthodologiques ».

Les élèves sont alors libres d'organiser leurs recherches. Le poids des malentendus (Bautier et Rayou, 2013) est visible sur leurs brouillons : pour eux, un écrit doit être organisé, ils doivent communiquer un résultat et faire des opérations en ligne et rédiger une phrase réponse. Il y a un malentendu entre ce qu'est un écrit heuristique et un écrit pour communiquer. Il y a également une confusion entre mettre en relation les données et l'inconnue et le résultat qui désigne l'inconnue une fois le problème résolu.

Elève A

$$15 + 29 = 44$$

$$32 + 12 = 44$$

$$13 + 12 = 25$$

Il y a 25 fille dans l'école de Jacques Prévert en tout.

total 29

$$\begin{array}{r} + 15 \\ 14 \\ \hline 29 \end{array}$$

Elève B

Combien de fille a dans les classe de CM2?

Il y a 25 filles en CM2 dans l'école Jacques Prévert.

$$13 + 15 = 28 \quad 28 + 29 = 57$$

$$57 - 29 = 28 \quad 57 - 32 = 25 \quad 25 - 13 = 12$$

Il y a 12 filles dans 2^{ème} classe de l'école Jacques Prévert.

nombre d'élèves dans la 1^{ère} classe:

$$13 + 15 = 28 \text{ élèves}$$

nombre d'élèves en CM2 :

$$28 + 29 = 57 \text{ élèves}$$

nombre de fille dans l'école :

$$57 - 32 = 25 \text{ filles}$$

nombre de fille dans la 2^{ème} classe :

$$25 - 13 = 12 \text{ filles}$$

Figure 1. Extrait d'écrit d'élèves selon le scénario ci-dessus.

Avec un tel scénario, les écrits des élèves ressemblent à des écrits linéaires, sans dessin figuratif, avec une phrase réponse, des essais sans prise en compte des qualifications (Houdement, 2013), c'est-à-dire 15 « garçons » ajoutés à 29 « élèves » font 44 « élèves », 32 « garçons » pour aller à 44 « élèves » font 12 et 12+13 « filles » font 25. Pour l'élève A (voir Figure 1), il y a bien 12 filles dans la deuxième classe et 25 en tout mais le raisonnement n'est pas correct. Nous pensons que cet élève a entendu la réponse et a joué « au compte et bon » avec les données. Bien qu'il n'y ait aucune donnée dites inutile (à part le 2 de deux classes qui aurait pu être considéré comme un nombre à utiliser), les élèves s'égarent dans les calculs, faute de savoir correctement qualifier les données : ils perdent le fil de l'histoire !

Cet essai d'une collègue RMC, nous questionne sur l'importance de construire avec les enseignants et pour les élèves un espace sécurisant favorisant un environnement spécifique au sens de Julot, c'est à dire favorable à la représentation d'un problème soulagé de certains implicites quant aux attendus de ce qu'est une recherche sur un brouillon. En effet, les élèves ont finalement dans ce genre de scénario assez peu de temps pour se créer des images mentales, retenir certaines données, mettre à jour certains implicites (ici avoir compris certaines catégorisations comme 29 élèves signifiaient qu'il y avait des filles et des garçons). Alors quelles solutions pouvons-nous envisager ? Que savons-nous sur les processus représentationnels des élèves ? Comment d'un point de vue méthodologique accéder à la boîte noire dans laquelle se construit une représentation mentale du problème ?

2 Comment accéder au processus de représentation de l'élève ?

Nous identifions deux voies pour accéder au processus de représentation de l'élève : celle de l'oral et celle des écrits des élèves avant la résolution. En revanche il est toujours aussi difficile d'y accéder, nous essayons finalement d'accéder à une boîte noire en interprétant certains indices recueillis. D'autres chercheurs ont essayé de documenter ce processus en notant les limites de leurs méthodologies, c'est ce que nous illustrons dans les paragraphes suivants.

2.1 Voie 1 : L'oral

En recueillant la parole des élèves dans des d'entretiens individuels de type explicitation (Vermesch, 1994) à la suite de la résolution du problème, Houdement (2006), avait pu obtenir des « *explicitations de la pensée des élèves en amont de l'écriture* », qui lui permettaient d'identifier des éléments susceptibles d'être impliqués dans le traitement du problème.

Cependant, la verbalisation *a posteriori* est difficile à mener, d'autant plus que la vraie compréhension n'a pas de mémoire, et que « *la mise en œuvre d'un outil de modélisation nous permettant de traduire le problème et de le penser de manière plus abstraite à une étape déjà avancée du processus de résolution va occulter complètement les étapes précédentes, en particulier toutes celles qui relèvent des processus d'interprétation et de structuration* » (Julo, 1995, p. 74).

Par conséquent, même si ce type de démarche, qui permet de recueillir des observables différents de ceux renvoyés par les écrits, semble donner accès à la pensée individuelle qui a échappé à tout regard (Houdement 2006), il s'avère difficile pour les élèves, et encore plus pour les élèves en REP + pour qui l'utilisation du langage oral est loin d'être aisée. La nécessité de verbaliser, de justifier leur démarche après résolution, leur semble d'autant moins utile que la trace du résultat accompagnée d'une phrase réponse, correspond souvent à la tâche demandée par l'enseignant.

L'analyse des écrits est alors un autre chemin pour parvenir à attraper des éléments de la représentation que s'est construit l'élève.

2.2 Voie 2 : s'appuyer sur les écrits des élèves (avant la résolution)

Pour le chercheur, l'écrit constitue une trace de ce que l'élève a construit. Nous avons bien conscience qu'il n'est pas pour autant conçu comme un miroir de ce qui se passe dans la tête des élèves, mais au contraire comme un outil que les élèves peuvent utiliser pour construire ce qu'ils ont dans la tête, et soutenir la construction d'une représentation. Encore faut-il créer les conditions didactiques pour que les élèves comprennent ce rôle de l'écrit.

L'analyse des ostensifs graphiques mobilisés par les élèves peut éclairer sur la manière dont les élèves se construisent une représentation du problème, à condition que l'écrit soit utilisé avant la résolution du problème comme un outil de pensée et de fonctionnement langagier permettant de structurer nos actions (Alcorta, 2001), et ne soit pas réduit à un outil de communication du résultat.

Or l'école survalorise les produits finis au détriment d'espaces de construction privés et intermédiaires qui, comme le brouillon, pourraient offrir à l'élève la possibilité de se fabriquer ses propres outils de pensée : « *Le développement des fonctions mentales, que ce soit la mémoire l'attention, la pensée ne peut se faire indépendamment des instruments culturels et sociaux dont dispose une société, qui ont été élaborés historiquement et qu'elle met à disposition des jeunes générations* » (Alcorta, 2001).

C'est donc l'enseignant qui crée la nécessité du brouillon, comme un espace intermédiaire précédant le produit final. Instrumentaliser le brouillon requiert la mise en place de certaines conditions didactiques : nous le nommons « environnement spécifique » en empruntant le concept à Julo.

Deux hypothèses vont sous tendre notre travail avec les enseignants pour construire un environnement spécifique que nous décrirons dans le paragraphe suivant :

- « se représenter » passe par un temps long consacré à cela, pour favoriser la mémorisation et l'intériorisation de l'énoncé,
- L'instrumentalisation du brouillon (Rabardel, 1995), peut favoriser le processus représentationnel à condition que l'écrit devienne un « outil pour la pensée », et ne soit pas réduit à un outil de communication.

V - DISPOSITIF DE FORMATION, PROPOSITION D'UN ENVIRONNEMENT SPECIFIQUE ET MISE EN ŒUVRE.

1 Principes de mise en œuvre de notre dispositif de formation

Travailler sous le label Léa, signifie s'engager sur un temps long afin de mener une recherche avec des enseignants tout en contribuant à un potentiel enrichissement des pratiques. Quatre principes constituent notre mode de fonctionnement (Allard, Pilet et Horoks, à paraître), gages de certaines valeurs qui nous semblent indispensables pour travailler sur du temps long. Ces principes ont de nombreux points communs avec ceux développés dans les ingénieries coopératives de Sensevy, Forest, Quilio et Morales (2013) :

Principe 1 : co-construction d'une problématique commune qui conduit à l'identification d'une question à laquelle chercheurs et enseignants souhaitent répondre : dans ce cas précis « déterminer un environnement favorable au processus représentationnel ».

Principe 2 : produire ensemble. C'est-à-dire ici, co-construire, travailler ensemble : ici, co-construction d'une ressource à partir des propositions des enseignants (Cavelier et Allard, 2020)

Principe 3 : assumer l'asymétrie et la symétrie des acteurs. Les connaissances des différents acteurs sont de natures différentes et se complètent voire se confrontent. Certains acteurs testent plus en classe, d'autres organisent des réunions, les animent, font des hypothèses, relancent les discussions. De manière à comprendre les positions des uns et des autres, les chercheuses impliquées animent parfois la classe, offrant alors la possibilité aux enseignants d'être observateurs de leurs élèves et d'une autre pratique de classe. Ces situations de compagnonnage évitent des modèles de travail collaboratif que nous jugeons parfois trop descendants.

Principe 4 : Prise en compte des contraintes et du contexte d'exercice des enseignants afin de produire ensemble des scénarios viables dans leurs classes.

L'enrichissement des pratiques pour nous, n'est possible qu'à condition de permettre à l'enseignant d'exercer, tout en respectant un certain « confort », c'est-à-dire d'être dans sa zone proximale de développement professionnel. (Rogalski et Robert, 2015).

Respectant ces principes, nous avons organisé avec les enseignants cinq regroupements précédés d'observations filmées dans leurs classes. Les principaux points discutés concernaient l'instrumentalisation du brouillon et la hiérarchisation des écrits des élèves. Par ailleurs, l'analyse de courts extraits vidéos nous a permis d'arbitrer certains choix pour construire un environnement favorable au processus représentationnel.

2 Présentation de l'environnement spécifique co-construit

Pour favoriser la représentation du problème, nous allons nous reposer sur les deux voies que nous avons évoquées ci-dessus : l'oral et l'écrit. Notre dispositif comporte plusieurs phases prenant également en compte des temps collectifs et individuels. Détaillons ce dispositif :

Première consigne :

Nous avons convenu de la consigne suivante :

« Je vais lire un énoncé de problème. Je vais le lire deux fois. La première fois, vous allez écouter et essayer de comprendre cette courte histoire. La deuxième fois, vous noterez sur votre feuille de brouillon tout ce qui vous semble nécessaire pour pouvoir répondre à la question posée. Une fois ce travail réalisé, nous échangerons sur ce que vous avez écrit sur votre feuille de brouillon. »

Collectif : lecture orale de l'énoncé par l'enseignant, les élèves écoutent, ils n'ont pas le texte sous les yeux. L'objectif est de favoriser la création d'images mentales. Par ailleurs ils ne disposent ni de support papier ni de crayon. Ce qui permet de retarder le moment où ils se jettent dans les calculs.

Première mise en commun : Discussion collective sur le contexte, des questions sur le lexique. « Y a-t-il un mot dans cet énoncé que vous n'avez pas compris ? ». Cette première étape vise à régler les éventuelles incompréhensions lexicales. Pour autant, elle ne suffit pas à s'assurer d'une représentation mentale suffisamment opérationnelle au sens de Julio.

Nouvelle consigne :

« Je vais lire une deuxième fois l'énoncé. Vous allez prendre un stylo bleu. Attention, il ne s'agit pas d'une dictée donc ne cherchez pas à écrire tous les mots. A la fin, vous devrez être capables de « raconter l'histoire du problème » à partir de ce que vous avez écrit. »

Individuel : 2^{ème} lecture par l'enseignant et prise de notes individuelle (pas comme une dictée), l'enseignant circule et relève 3 brouillons qui se distinguent. Aucun de ces brouillons ne contient des démarches de résolution.

2^{ème} mise en commun : comparaison des brouillons et ajout des informations au stylo noir et surtout des liens manquants (qualification, matérialisation de l'inconnue, mise en relation inconnue et des autres données...). Les brouillons choisis permettent de raconter l'histoire, mais pas de fournir la « bonne opération » ou de « modéliser la réponse ».

Cette deuxième mise en commun a été décidée d'une part pour utiliser les écrits des élèves et d'autre part pour offrir une occasion supplémentaire de lever certains malentendus. En effet, Walid n'a pas demandé lors d'une des lectures de l'énoncé ce qu'était un saladier. Nous n'avions par ailleurs pas envisagé que ce mot soit inconnu des élèves de CM. Lors de la 2^{ème} mise en commun, le brouillon de Walid était toujours blanc, ce qui n'était pas dans son habitude. Nous lui avons alors demandé ce qui le « bloquait ». Walid alors timidement nous a expliqué qu'il ne comprenait pas pourquoi dans un saladier on y mettait des pommes et des bananes. Nous ne comprenions pas non plus ce qu'il nous disait et nous lui avons expliqué que c'était pour éviter que les pommes ne roulent. Walid ne saisissant toujours pas notre explication a fini par nous demander comment était-il possible que sur un arbre puissent pousser des bananes et des pommes. Pour lui un saladier était tout simplement un arbre à salades. Il ne pouvait pas dire lors la première mise en commun qu'il ne comprenait pas un mot, car finalement c'était le contexte qu'il ne comprenait pas et par conséquent il ne pouvait pas se créer une image mentale d'un arbre à salades sur lequel poussaient des pommes et des bananes.

Nous laissons ensuite un court temps individuel de manière à offrir une occasion supplémentaire aux élèves de revenir sur l'énoncé qui est alors distribué, et de noter des données manquantes ou encore de revisiter des relations qui n'étaient pas encore saisies. A ce stade du scénario, peu d'élèves relisent l'énoncé, ils ont déjà intériorisé l'histoire du problème et construisent les premières relations entre données et inconnues.

Individuel : court temps laissé pour compléter son brouillon et chercher la solution du problème.

Groupe : constitution des groupes selon des brouillons « proches » puis, pour les plus rapides écriture d'une affiche.

Cette étape est jugée comme étant la plus difficile pour les enseignants. La hiérarchisation des prises de notes et l'enrichissement des brouillons est une étape délicate.

Collectif vers l'institutionnalisation : aucune correction n'est proposée, il s'agit plutôt d'une présentation des affiches réalisées par les groupes les plus rapides puis d'une phase d'institutionnalisation selon trois axes :

- Sur l'usage du support (brouillon) : il est alors rappelé ce que l'on peut faire et à quoi sert un brouillon, qu'il ne faut pas effacer, qu'on a le droit de raturer ou de conserver les essais... Il s'agit bien d'un écrit privé qui n'est pas un écrit de communication.
- Sur les connaissances mathématiques : notamment les relations entre opération et opération inverse, le calcul des moitiés et les relations entre moitié, diviser par deux ou compléter une multiplication à trou dont l'un des facteurs est 2, sur l'importance des qualifications pour ne pas perdre le « fil de l'histoire » et pour pouvoir avancer des arguments pragmatiques - par exemple, soustraire un nombre de filles à un nombre de garçons n'est pas possible.
- Sur l'usage de l'écrit et des signes et symboles : trouver un signe pour étiqueter l'inconnue (? ou ..., ou une lettre, etc.) et trouver des symboles pour contribuer à enrichir le répertoire des usages de divers éléments graphiques et leur donner une signification (flèche, ligne fermée pour entourer, pour matérialiser les relations avec ces signes...).

Ce scénario de classe a été suivi deux années consécutives avec les mêmes élèves. Ainsi nous suivons plusieurs cohortes et sommes en mesure de comparer des brouillons.

VI - DEROULEMENT DE L'ATELIER ET CONCLUSIONS.

L'atelier s'est déroulé à distance par visioconférence. Les participants avaient à disposition les brouillons donnés en annexe et ont travaillé en groupes. Ils pouvaient utiliser un padlet pour déposer leurs réponses aux questions ce qui a facilité les échanges lors des discussions.

Pour que nos données soient le plus lisible possible, nous avons encadré en bleu la prise de notes effectuée par les élèves avant la deuxième mise en commun. C'est sur cette première prise de notes et l'analyse des signes mobilisés par les élèves pour mettre en relation les données que nous souhaitions échanger avec les participants.

Nous avons présenté aux participants de l'atelier des brouillons d'une cohorte d'élèves suivis sur deux ans (voir les brouillons en annexe) et nous leur avons demandé par groupe de répondre aux questions suivantes :

- Que pourriez-vous faire de ces brouillons en formation ?
- Quelles institutionnalisations ont été faites selon vous entre l'année 1 et l'année 2 ?
- Identifier les différentes significations des flèches.
- Lors des échanges, une discussion s'engage immédiatement sur les différentes significations des flèches.

De manière générale l'interprétation de l'utilisation des flèches a paru délicate et les sens donnés étaient variés pour tous les participants ; ils ont identifié différents sens : flèches d'assignation ; flèches de transformation - en lien avec un calcul, pour exprimer le tout, ou annoncer le résultat d'un calcul-, flèches de désignation soit d'une quantité soit d'un nom.

Pour répondre à la question : « quelles institutionnalisations ont été faites selon vous entre l'année 1 et l'année 2 ? », les participants ont pointé des différences dans les brouillons d'une année sur l'autre, et pensent que l'utilisation du signe « ? » a dû être travaillée lors de l'institutionnalisation et semble désigner chez les élèves les inconnues. Ce « ? » ne semble pas forcément représenter ce qu'on cherche, mais en tout

cas il peut désigner tout ce qu'on ne sait pas. Une discussion s'engage sur le fait que les enseignantes du LéA préfèrent garder le point d'interrogation pour ce que l'on ne sait pas, avec le risque possible de confusion lorsque plusieurs inconnues apparaissent dans le problème. D'où l'émergence lors de l'année 2 d'une qualification de ce point « ? ». Mais cela nécessite un temps long pour les enseignants d'interroger les choix qu'elles ont fait pour désigner l'inconnue.

Concernant la question de l'identification et matérialisation de l'inconnue à l'écrit est évoqué le cas de Rachel, pour qui le « ... » était plus performant que les « ? » car il semble plus facile pour cette élève de réécrire dessus les pointillés et ainsi de tester le résultat obtenu.

Au vu de l'évolution des brouillons les participants évoquent une institutionnalisation des qualifications. Les participants ont également mentionné qu'en deuxième année il y a moins d'écrit, mais plus de données numériques, une plus grande organisation spatiale du brouillon avec plus de « patates » et des débuts de tableaux - est-ce un effet de l'environnement ou de la maturité des élèves ? -, plus de qualifications des données, plus de schémas et moins de dessins figuratifs.

Pour les usages en formation de ces brouillons, les idées suivantes ont été repérées sur le padlet. Il semble intéressant aux participants d'utiliser les brouillons en formation pour amener les former à comprendre ce que les élèves ont voulu exprimer, analyser des procédures, et comparer des procédures, notamment la manière d'organiser les informations du problème. Ils mentionnent qu'observer l'évolution entre année 1 et année 2 n'est pas toujours évident. Montrer en formation les productions des élèves permet aussi de prendre conscience que ces productions ne correspondent pas en général aux attentes des enseignants qui peut-être s'attendent à trouver des schémas en barre. Il est proposé d'amener les formés à s'interroger sur les représentations que l'on serait tentés d'enseigner sans qu'elles aident vraiment les élèves pour un problème donné.

Questions des participants : Dans l'absolu doit-on apprendre à représenter un problème ? Y a-t-il nécessité d'apprendre à représenter des problèmes quand on sait déjà les résoudre ? Ou ne doit-on apprendre à représenter que ceux l'on ne sait pas résoudre ? Les participants se demandent également s'il n'est pas nécessaire de beaucoup plus différencier les problèmes donnés.

Réponse des intervenantes : Nous pensons qu'il y a confusion entre « représenter un problème » et « se construire une représentation » au sens de Julo. Actuellement dans les instructions officielles et le guide de la résolution de problème en CM (2022), « se représenter » consiste en une représentation graphique avec des mises en relations prises en charge par la compréhension des signes et symboles des modèles présentés. Nous cherchons à proposer un environnement alternant les moments collectifs et individuels pour aider à la construction d'une représentation mentale.

On n'enseigne pas des représentations graphiques mais on outille les élèves de signes graphiques pour mettre en relation des données sans figer les représentations. Nous pensons que selon les élèves telle ou telle représentation graphique proche de son cheminement cognitif est une aide à la représentation mentale du problème.

Pour répondre à une question d'un participant : Y a-t-il des codes communs qui ont été institutionnalisés dans toutes les classes ? Nous avons expliqué que ce qui était institutionnalisé, c'est ce qui ressort spontanément du questionnement des élèves. Les signes ont été adoptés par les élèves. Il y a eu consensus mais pas de représentations graphiques imposées. C'est ainsi que nous montrons que certains signes comme « ? », les flèches, la pensée tabulaire (Isnard, 2009 qui traduit les textes de Jack Goody) sont plus ou moins construits chez certains élèves. Le travail sur les brouillons a permis aux enseignantes de prendre aussi conscience des signes qu'elles pouvaient également elles-mêmes mobiliser lors des mises en commun.

Pour un participant, il y a une contradiction entre le travail d'explicitation de l'énoncé par l'enseignant et la volonté de rendre autonome les élèves. Nous rappelons que notre point de départ était les difficultés des enseignants qui déploraient qu'une grande partie de leurs élèves ne s'engageaient pas et attendaient les corrections. De plus, nous souhaitons investiguer sur les représentations graphiques spontanées des élèves et agir ensuite sur leur représentation mentale. Nous avons créé un environnement pour construire l'autonomie des élèves, nous ne pensons pas qu'ils peuvent devenir autonomes, surtout en Rep+ sans un accompagnement. L'accompagnement s'allège au fur et à mesure des séances. Cet environnement plus sécurisé a permis aux enseignants par exemple de proposer des problèmes de proportionnalité, ce qu'elles ne faisaient plus en CM1. Certes l'environnement peut paraître guidant, il s'agit de peser ce que l'on gagne et ce que l'on perd en termes d'engagement et d'apprentissage. Il n'était pas dans notre projet de laisser les élèves seuls devant leur feuille de brouillon ce qui risquait de les amener à solliciter de l'aide auprès des enseignants pour avoir des réponses et de réduire l'autonomie intellectuelle des élèves, en retombant dans le cercle vicieux décrit par Butlen, Masselot et Pezard (2004).

VII - CONCLUSION

1 Effet de l'environnement sur les deux territoires :

Les quatre principes ont eu les mêmes effets sur la dynamique des groupes dans les deux territoires. Les enseignantes sont force de propositions, elles enrichissent le répertoire des possibles en termes de pratique : elles hiérarchisent les procédures, elles questionnent les mathématiques en jeu. Ce n'est plus le contexte du problème qui motive leur choix des problèmes mais leur contenu mathématique. Ceci est plus important dans l'académie de Versailles où les élèves sont moins en difficulté que dans l'académie de Créteil.

2 Effets du dispositif chez les élèves :

Nous notons une évolution, dans la zone proximale de développement de chacun des élèves, de tous les brouillons déjà analysés. Les évolutions concernent différents axes :

- Abandon des essais erreurs au profit d'essais ajustements
- Plus faible utilisation des mots et des essais pour mettre en relation (partiellement)
- Une meilleure connaissance des propriétés des opérations, car dans les institutionnalisations réalisées des questions ont émergé sur les opérations et leurs inverses, et sur la pertinence de poser certains calculs (choix des techniques opératoires).

3 Des limites (en revanche les effets sont différenciés en fonction des Rep+ et hors Rep.)

Si hors Rep, on constate une véritable valeur ajoutée sur le travail individuel des élèves dont les résultats ont nettement progressé, en Rep+ les résultats sont plus nuancés. En effet en situation d'évaluation seuls face à leur copie, les élèves les plus faibles ont du mal à mobiliser l'écrit et retombent dans le cercle vicieux (faire des opérations avec les nombres et écrire une phrase réponse pour répondre à ce qu'ils pensent être un attendu de l'évaluation). Il ne faudrait pas que l'instrumentalisation de ce brouillon devienne une nouvelle « aide » méthodologique en dehors de l'environnement spécifique dans lequel il a été utilisé. Ce dispositif a donc pour objectif principal l'accompagnement des enseignants de terrain et des élèves dans le processus représentationnel.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Alcorta, M. (2001). Utilisation du brouillon et développement des capacités d'écrit. *Revue française de pédagogie*, volume 137, La pédagogie et les savoirs : éléments de débat, 95-103. <https://doi.org/10.3406/rfp.2001.2850>

Allard, C. (2015). *Etude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Doctorat de didactiques des mathématiques, Université Paris Diderot.

Allard, C. Butlen, D. et Masselot, P. (2017). Dispositif d'accompagnement en mathématiques des enseignants en Rep+: présentation et premières analyses. *Actes du 44^{ème} colloque international de la copirelem Epinal : ARPEME*.

Allard, C. (2018). Etude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques effectives de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions. *Actes du séminaire national de didactiques des mathématiques*. Lyon. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02421410/document>

Allard, C., Pilet, J. et Horoks, J. (à paraître). Principes de travail collaboratif entre chercheurs et enseignants : le cas du Léa RMG. *Education et didactiques, numéro spécial*.

Bautier, E. et Rayou, P. (2013). La littératie scolaire : exigences et malentendus. Les registres de travail des élèves. *Éducation et didactique*, 7(2), 29-46.

Butlen, D. Masselot, P. et Pezard, M. (2004). Peltier, M.-L.(Ed) *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble : la Pensée Sauvage.

Cavelier, S., Allard, C. (2020). *Maths en ateliers – résolution de problèmes CM1/CM2*. Paris : Nathan.

CNESCO. (2021). *Comprendre les résultats en mathématiques des élèves en France*. (note d'analyse le zoom du CNESCO #2).

Coppé, S et Houdement, C. (2002). Réflexion sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, 69, 53-62.

De Corte, E., Verschaffel, L. et Greer, B. (2000). Connecter la résolution de problèmes mathématiques au monde réel. *Actes de la Conférence internationale sur l'enseignement des mathématiques au 21^e siècle : Mathématiques pour vivre*, 66-73.

DEPP. (2020). *Cedre 2008-2017-2019 Mathématiques en fin d'école : des résultats en baisse*. (Note n°20.33).

DEPP. (2020). *TIMSS 2019 – évaluation internationale des élèves de CM1 en mathématiques et en sciences : les résultats de la France toujours en retrait*. (Note n°20.46).

DEPP. (2021). *Premiers résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques, Praesco, en classe de CM2 en 2019*. (Note n°21.10)

Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques, Paris*.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*, Dordrecht: Reidel.

Houdement, C. (1999). Le choix des problèmes pour la résolution de problèmes. *Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire*, IREM de Grenoble, 63, 59-76.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

Houdement, C. (2006). Trouver ou ne pas trouver : ce qui peut faire des différences entre élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques ordinaires en deuxième partie d'école élémentaire. *Cahier du DIDIREM n°54*.

Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Université Paris-Diderot - Paris VII.

Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Paris (IREM), 16, 67-96.

Isnard, E. (2009). Jack Goody, Pouvoirs et savoirs de l'écrit. *L'Homme*, 189, 274-277.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive*. PUR

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand N*, 69, 31-52.

Roditi, E. Allard, C. et Tempier, F. (à paraître). Effectuer une recherche quantitative à partir de recherches qualitatives. *Actes du colloque du séminaire national de didactiques des mathématiques ; 21-22 Janvier 2022 Paris*.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

Rogalski, J., et Robert, A. (2015). De l'analyse de l'activité de l'enseignant à la formation des formateurs. Le cas de l'enseignement de mathématiques dans le secondaire. *Analyse du travail et formation dans les métiers de l'éducation*, 95-113.

Vermesch, P. (1994). *L'entretien d'explicitation*, Paris : ESF

Vygotski, L.(1997) *Pensée et langage*, trad.F.Sève, Paris : La dispute.

Verschaffel, L., Greer, B. et De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse : Swets & Zeitlinger.

Verschaffel, L. et De Corte, E. (2008). La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (Eds). (2e édition). *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (153-176). Bruxelles : De Boeck.

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S. et Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM Mathematics Education*, 45 (7), 1031-1043.

Notes d'information sur <https://www.education.gouv.fr/les-notes-d-information-de-la-depp-89612>

IX - ANNEXE

Douniazad (Rep+)

ANNEE (1)

1 classe

2 classes

42 filles

45 garçons

32 garçons en CM2

combien a-t-elle de filles dans cette classe?

47 garçons

15

+ 47

62

47

23

20

15

40 + 2 = 42

47

+ 42

89

Document 2010-2019

ANNEE (2)

1ère 2ème

13 filles 6 ? 12

15 garçons 9 ? 17

R

32 garçons en tout

29 élèves dans la 2ème classe

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 15 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ + 17 \\ \hline 46 \end{array}$$

Il y a 46 élèves dans la 2ème classe.

Downloaded by You

Une seule couleur

Yaser (Rep+)

Année 1

$\frac{1}{1000}$
 $\frac{4}{15}$ 32 garçons 27 fille 12 = 22 fille 28 élèves au tout
 $\frac{29}{100}$ 29 élèves dans la deuxième classe
 Il y a 12 fille dans la deuxième classe. $\frac{12}{17}$
 $\frac{28}{100}$

Année 2

J'ai

(*en base*) 13 fille 15 garçon 2^e classe 29 élèves

1^{er} 2^e classe et dans les deux classe
y a ont tout 32 garçons. et dans la
2^e classe on a pas combien y a de filles

~~#18~~
~~+ #17~~
~~=~~

~~15~~
~~+ 17~~
~~-----~~
~~32~~

~~22 + 10 = 32~~

~~+ 15 - 35~~
~~+ 20 - 3~~
~~-----~~
~~35~~
~~32~~
~~-----~~
~~17~~

~~①~~
~~+ 17~~
~~+ 15~~
~~-----~~
~~32~~

~~②~~
~~+ 17~~
~~+ 15~~
~~-----~~
~~32~~

Rafael (Rep+)

11F) 15E
116) 1

29
-13
16F

Dans l'école Jacques Prévert, il y a deux classes de CM2.
Dans la première classe il y a 13 filles et 13 garçons.
Dans la deuxième classe, il y a 29 élèves.
Il y a 32 garçons en tout en CM2.
Quel est le nombre de filles dans la deuxième classe de CM2 ?

32
-15
17

29
-15
14

29
-17
12F

2019-2020

2 classes de cm2
1 classe 15e 13f
2 classe 29 élèves
32 garçons en tout

13F = 1F + 12F
15E = 1E + 14E
15 + 17 = 32
17 + 12 = 29
29 - 17 = 12

Il y a 12 filles dans la deuxième classe. Parce que 17 + 12 = 29 et 17 + 12 = 29.

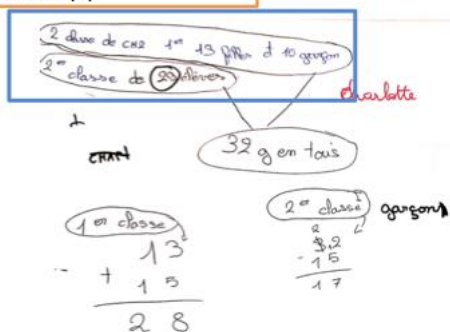
Donne Réponse

Dans l'école Jacques Prévert, il y a deux classes de CM2.
Dans la première classe il y a 13 filles et 13 garçons.
Dans la deuxième classe, il y a 29 élèves.
Il y a 32 garçons en tout en CM2.
Quel est le nombre de filles dans la deuxième classe de CM2 ?

Rafael CM2

2019-2020

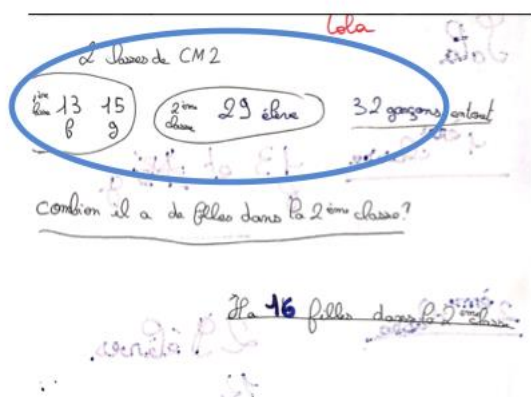
Année (1)



X

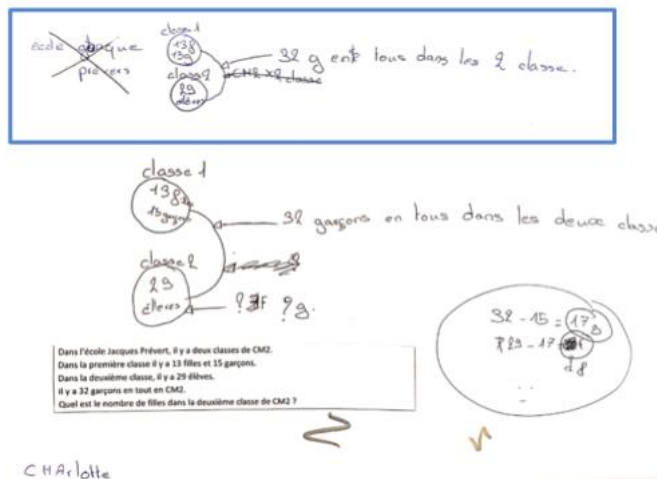
LOLA (Hors Rep/ REF)

Année (1)



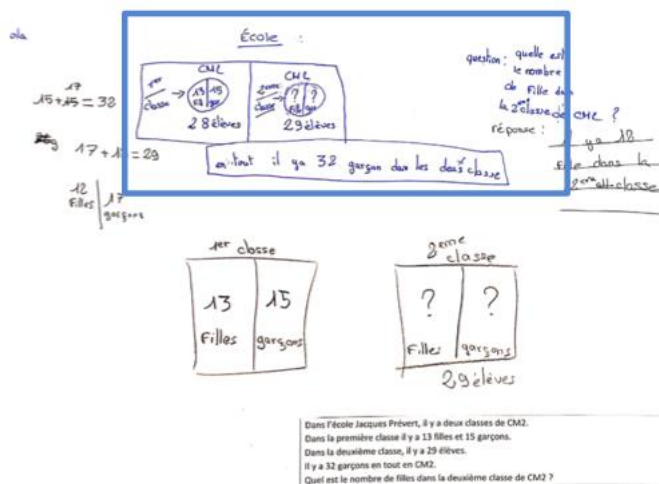
Année (2)

CHARLOTTE (REF)



Année (2)

Attention les points ? Ont été ajoutés après la première mise en commun



34

Année (1)

Année (2)

ARTHUR (REF)

ARTHUR

2 classe CM2
15

2 classes de CM2

dans 1^{ère} classe il y a 13 f et 15 g
dans 2^{ème} classe il y a 29 filles
en tout il y a 32 garçons
et il y a 17 f.

$$13 + 15 = 28$$

$$28 + 4 = 32$$

Arthur

1^{ère} classe CM2
13 f 15 g

2^{ème} classe CM2
29 filles

32 g en tout

Combien a-t-il de filles dans la deuxième classe?

Calcul : $32 - 15 = 17$ g

Vérification : $13 + 17 = 30$ f

Année (1)

Année (2)

LINA (REF)

Lina

2 classe de CM2

1^{ère} classe
13 f 15 g

2^{ème} classe
29 filles

32 garçons en tout

Combien y a-t-il de filles dans la deuxième classe?

Calcul : $32 - 15 = 17$ g

Vérification : $13 + 17 = 30$ f

Lina

2 classe de CM2

1^{ère} classe
13 f 15 g

2^{ème} classe
29 filles

32 garçons en tout

Combien y a-t-il de filles dans la deuxième classe?

Calcul : $32 - 15 = 17$ g

Vérification : $13 + 17 = 30$ f