47e colloque de la copirelem

Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

15, 16 et 17 juin 2021



Actes du colloque

A Grenoble
en visio-conférence

copirelem
INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Grenoble
if INSTITUT FOURIER
maths à modeler
CABRILOG Réussir en Maths & Sciences
UGA Université Grenoble Alpes irem
http://www.copirelem.fr

47e colloque de la copirelem

Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

15, 16 et 17 juin 2021



ACTES DU COLLOQUE

A Grenoble
en visio-conférence

http://www.copirelem.fr

Sommaire

Comité Scientifique 4

Comité d'organisation 5

Bilan du comité scientifique 6

LES CONFERENCES 7

Lien vidéo Conférence Monica Panero & Gilles Aldon [15 juin 2021]
https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/20357-copirelem2021-conference-monica-panero-gilles-aldon/

Lien vidéo Conférence M-C Croset & M-L Gardes [16 juin 2021]
https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/20347-copirelem2021-conference-m-c-croset-m-l-gardes/

Lien vidéo Conférence Annie Savard [17 juin 2021]
https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/20346-copirelem2021-conference-annie-savard/

LES ATELIERS.....8

Résumés. 71

Textes complets..... 113

LES COMMUNICATIONS.....10

Résumés. 83

Textes complets..... 365

Comité scientifique

Sophie SOURY-LAVERGNE, Maître de Conférences, S2HEP, INSPE, Université Grenoble Alpes et Institut Français de l'Éducation ENS de Lyon, conseil scientifique des IREM, présidente du comité scientifique

Richard CABASSUT, Maître de Conférences, LISEC, INSPE, Université de Strasbourg, IREM de Strasbourg, COPIRELEM

Valentina CELI, Maître de Conférences, Lab-E3D, INSPE, Université de Bordeaux, IREM de Bordeaux, COPIRELEM

Marie-Caroline CROSET, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes, IREM de Grenoble

Fabien EMPRIN, Maître de Conférences, Laboratoire CEREP, INSPE, Université de Reims Champagne-Ardennes, directeur de l'IREM de Reims, COPIRELEM

Pierre EYSSERIC, Formateur, INSPE, Université d'Aix-Marseille, COPIRELEM

Michèle GANDIT, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes, directrice de l'IREM de Grenoble, Maths à Modeler

Marie-Line GARDES, Professeure, Didactique des mathématiques, Haute Ecole Pédagogique, Vaud, Suisse

Michela MASCHIETTO, Professeure-associée, Département d'Éducation et de Sciences Humaines, Université de Modena e Reggio Emilia, Italie

Édith PETITFOUR, Maître de Conférences, Laboratoire de Didactique André Revuz, INSPE, Université de Rouen Normandie, COPIRELEM

Jean-Pierre RABATEL, Chargé d'études à l'Institut Français de l'Éducation, ENS de Lyon

Hélène ZUCCHETTA, Formatrice, INSPE, Université de Lyon, IREM de Lyon, COPIRELEM.

Comité d'organisation

Marie-Hélène BIASINI, Responsable administrative et assistante de direction, IREM de Grenoble, Université Grenoble Alpes

Hamid CHAACHOUA, Professeur, LIG, INSPE, Université Grenoble Alpes, IREM de Grenoble

Grégoire CHARLOT, Maître de Conférences, Institut Fourier, Université Grenoble Alpes, IREM de Grenoble

Valérie CHORIER, Adjointe administrative, IREM de Grenoble, Université Grenoble Alpes

Marie-Caroline CROSET, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes, IREM de Grenoble

Mickaël DA RONCH, Professeur de mathématiques, collège Olympique, Grenoble, doctorant Institut Fourier

Michèle GANDIT, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes, directrice de l'IREM de Grenoble, Maths à Modeler

Daniela GUIOL, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes

Isabelle JACOLIN, Assistante de direction, INSPE, Université Grenoble Alpes

Delphine KURZEJA, Responsable administrative, site INSPE de Chambéry

Yann LARIVIERE, Chef du service Ressources, INSPE, Université Grenoble Alpes

Céline MULET-MARQUIS, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes

Sylvie PEREIRA, Adjointe administrative, IREM de Grenoble, Université Grenoble Alpes

Sophie SOURY-LAVERGNE, Maître de Conférences, S2HEP, INSPE, Université Grenoble Alpes et Institut Français de l'Éducation ENS de Lyon, conseil scientifique des IREM, présidente du comité scientifique

Emma TACCONELLI, Stagiaire en apprentissage, site INSPE de Chambéry

Sophie TEROUANNE, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes, IREM de Grenoble

Stéphanie WACHTEL, PRAG, Formatrice, INSPE, Université Grenoble Alpes, IREM de Grenoble

BILAN DU COMITE SCIENTIFIQUE

Par Sophie SOURY-LAVERGNE, présidente du Comité Scientifique

Le 47e colloque de la COPIRELEM qui s'est tenu en 2021 a été une édition tout à fait particulière à bien des égards.

Initialement prévu en 2020 pour se dérouler à Chambéry, il n'a finalement eu lieu qu'en 2021, à Grenoble et entièrement en ligne. Toute la communauté COPIRELEM des formateurs et des chercheurs en didactique, aguerrie à l'usage des outils de collaboration en ligne après des mois d'enseignement à distance, a répondu présent en s'inscrivant massivement et envoyant près d'une cinquantaine de propositions de contribution. Cette organisation chamboulée a pu être menée à bien grâce au dévouement de l'équipe de l'IREM de Grenoble et de l'INSPE sous la responsabilité efficace et bienveillante de Michèle Gandit. Elle a été au final un vrai succès. Les intervenants se sont adaptés aux contraintes du distanciel et les participants – 334 inscrits – n'ont pas déserté !

Au contraire, nous avons accueilli cette année de nouveaux participants, notamment des collègues enseignants et formateurs en académie. Ils ont soumis des propositions de contribution et ont pu suivre le programme du colloque sans avoir à s'absenter de leurs écoles ou circonscriptions. Cette modalité a donc permis d'ouvrir le colloque au-delà de la communauté habituelle. Nous espérons que ces nouveaux participants ont trouvé leur compte dans le programme et que nous les retrouverons pour les prochaines éditions du colloque.

A propos du programme scientifique, trois conférences, douze ateliers et trente-six communications ont été présentés. Ils ont principalement traité des questions de ressources, de travail collaboratif et de formation des enseignants, sujets au cœur du thème retenu pour ce 47e colloque, dans la continuité du précédent, et que nous avions intitulé : « dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ».

Plus de la moitié des ateliers et des communications ont concerné spécifiquement la formation des enseignants, une de nos préoccupations majeures. C'est pour répondre à cette attente que deux des trois conférences ont concerné la formation. Monica Panero et Gilles Aldon ont proposé un modèle théorique, la transposition méta-didactique, permettant de comprendre ce qui se joue en termes de formation dans l'interaction au sein d'un collectif d'enseignants et de chercheurs. Depuis le Québec, Annie Savard nous a présenté les enjeux et les limites d'un dispositif de formation en cascade mis en œuvre en République démocratique du Congo. Quant à la troisième conférence, celle de Marie-Caroline Croset et Marie-Line Garde, elle a présenté les résultats d'une étude des effets de la pédagogie Montessori sur les apprentissages mathématiques en maternelle. Si les effets ne sont pas significativement meilleurs qu'avec une pédagogie plus traditionnelle, l'intérêt de l'étude réside dans l'articulation de la didactique et des sciences cognitives pour expliquer les phénomènes observés.

Bien sûr, la réalisation à distance du colloque a été une source de frustration car elle nous a privé des interactions spontanées et inattendues, des retrouvailles et de la rencontre avec de nouveaux collègues. Une fois la session finie, nous nous sommes retrouvés seuls chacun dans notre bureau, chambre, salon… Cependant, au moment de finaliser ces actes, c'est une vraie satisfaction qui domine. Le travail du comité scientifique, que je remercie ici pour son implication, s'achève avec la mise à disposition d'un ensemble remarquable de textes, et de vidéos accessibles en ligne, qui alimenteront, je l'espère, nos travaux et nos réflexions au service de la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

LES CONFERENCES

CONFERENCE 1

UN CADRE THEORIQUE POUR PENSER ET ANALYSER DES DISPOSITIFS COLLABORATIFS

GILLES ALDON, INSTITUT FRANÇAIS DE L'EDUCATION, ENS LYON

MONICA PANERO, SUPSI SUISSE

Page 17

CONFERENCE 2

IMPACT DE LA PEDAGOGIE MONTESSORI SUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE A L'ECOLE MATERNELLE : APPROCHES COGNITIVE ET DIDACTIQUE

MARIE-CAROLINE CROSET, UNIVERSITE GRENOBLE-ALPES

MARIE-LINE GARDES, UNIVERSITE DE LYON, CRNL

Page 33

CONFERENCE 3

DISPOSITIFS DE FORMATION CONTINUE DES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE : PISTES DE REFLEXION AUTOUR DE LA FORMATION EN CASCADE

ANNIE SAVARD,PH.D. MCGILL UNIVERSITY

Page 52

LES ATELIERS

A1.1 Page 115	**UN PROGRAMME DE FORMATION DES PROFESSEURS DES ECOLES POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES ? CONTENUS, ENJEUX ET REPERES** Pierre EYSSERIC, Claire GUILLE-BIEL WINDER, Edith PETITFOUR, Arnaud SIMARD et Frédérick TEMPIER
A1.2 Page 146	**DISPOSITIFS D'ENSEIGNEMENT ET DE FORMATION UTILISANT LES REPRESENTATIONS EN BARRES : POUR QUELLE EFFICACITE ?** Richard CABASSUT
A1.3 Page 165	**UTILISATION DE L'HISTOIRE DES MATHEMATIQUES EN CYCLES 2 ET 3** Bernard YCART
A1.4 Page 181	**TRAVAIL COLLABORATIF ENTRE ENSEIGNANTS, FORMATEURS ET CHERCHEURS SUR LA RESOLUTION DE PROBLEMES NUMERIQUES EN CYCLE 3** Cécile ALLARD et Chantal MOUSSY
A1.5 Page 201	**UNE RESSOURCE DE FORMATION BASEE SUR UNE EXPLORATION DU HASARD AU CYCLE 3** Jannick TRUNKENWALD et Abderahim BOUTAHAR, Djalila BENYAHIA, Anissa IDJER, Slimane KADDOUR
A1.6 Page 221	**GRILLE D'INTERVENTION DU FACILITATEUR EN LESSON STUDY ADAPTEE, INTERACTION ENTRE DIFFERENTS COLLECTIFS** Blandine MASSELIN et Charlotte TABARANT
A2.1 Page 236	**ENSEIGNEMENT A DISTANCE : ECHANGES DE PRATIQUES** Fabien EMPRIN, Richard CABASSUT et Pierre EYSSERIC
A2.2 Page 249	**FORMATION A L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQU A L'ECOLE ET PREPARATION A L'EPREUVE ORALE DU NOUVEAU CRPE : UN QUESTIONNEMENT COMMUN EST-IL ENVISAGEABLE ?** Gwénaëlle VAY, Anne BILGOT, Christophe BILLY, Richard CABASSUT et Hélène ZUCCHETTA

A2.3 Page 294	**CREEZ VOS EXERCICES INTERACTIFS ET VOTRE MATERIEL VIRTUEL DE MANIPULATION** Colette et Pierre LABORDE, Ludivine HANSSEN
A2.4 Page 309	**CONCEPTION COLLABORATIVE DE RESSOURCES : UN EXEMPLE D'OUTILS METHODOLOGIQUES LA FAVORISANT** Sophie ROUBIN, Jana TRGALOVA, Mohammad Dames ALTURKMANI, Sylvie COPPE, Pierre BENECH, Claire PIOLTI-LAMORTHE et Denis ROCHE
A2.5 Page 327	**RESOUDRE DES PROBLEMES POUR CONSTRUIRE LE SENS DES OPERATIONS AU-DELA DES CONCEPTION INTUITIVES : QUELS ENONCES POUR QUELLES PROGRESSIONS D'APPRENTISSAGE ?** Emmanuel SANDER, Catherine RIVIER, Stéphanie NAUD
A2.6 Page 345	**REFLEXIONS SUR UNE SEANCE DE GROUPE EN DISTANCIEL SUR LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE LONGUEUR** Charlotte DEROUET, Catherine THOMAS, Tatiana BELIAEVA

LES COMMUNICATIONS

C1.1 Page 367	**ANIPPO : UN DISPOSITIF DE RESOLUTION DE PROBLEMES OUVERTS DANS UN ENVIRONNEMENT VIRTUEL 3D** Richard CABASSUT et Claude-Alexandre MAGOT
C1.2 Page 382	**FORMATION DES PE PAR L'ACCOMPAGNEMENT D'EQUIPES : LES CHANTIERS MATHS** Cécile BERROUILLER et Pierre EYSSERIC
C1.3 Page 389	**CE QUE NOUS DISENT LES PROFESSEURS DE CM2 DE LEURS PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES** Cécile ALLARD, Pascale MASSELOT, Marie-Lise PELTIER-BARBIER, Éric RODITI, et Frédérick TEMPIER
C1.4 Page 400	**MISE EN ŒUVRE D'UN COLLECTIF DE FORMATEURS AU SERVICE D'UNE FORMATION COLLABORATIVE, DES RMC ET DE CONSTELLATIONS DE PE, A LA RESOLUTION DE PROBLEMES** Christine CHOQUET, , Gaëlle CULLERIER, Aurore LEVACHER et Steve WINTER
C1.5 Page 414	**UN EXEMPLE DE COLLABORATION ENTRE ENSEIGNANTS ET CHERCHEURS AUTOUR DE LA CONCEPTION DE RESSOURCES POUR DEVELOPPER LA PENSEE ALGEBRIQUE** Sylvie COPPE, Sophie ROUBIN, Jana TRGALOVA
C1.6 Page 426	**LE SENTIMENT D'EFFICACITE AU SERVICE DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS EN RESOLUTION DE PROBLEMES OUVERTS AU CYCLE 2** Hélène DUROUX
C1.7 Page 453	**MIEUX COMPRENDRE COMMENT EVOLUENT LES CONNAISSANCES DES ENSEIGNANTS DANS UN DISPOSITIF DE LESSON STUDY PAR L'ANALYSE DES INTERACTIONS** Audrey DAINA & Luc-Olivier BÜNZLI
C1.8 Page 470	**LES CONCEPTS DIDACTIQUES COMME OUTILS DE CONCEPTION POUR L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE EN EDUCATION** Sophie TÉROUANNE, Marie-Caroline CROSET, Sophie SOURY- LAVERGNE

A1.7-C1 Page 486	**UNE EXPERIENCE DE CONCEPTION DE RESSOURCES NUMERIQUES INTERACTIVES POUR LE CYCLE 2** Colette LABORDE
A1.8-C1 Page 498	**HABILLE OU EPURE : LE MATERIEL EN QUESTION** Marie-Caroline CROZET, Anne DIVISIA, Fanny GIMBERT, Nicolas LE GAC, Géraldine MASTROT et Hélène STOFFEL
A1.8-C2 Page 517	**SAUVEZ LES ELEVES, LEURS ENSEIGNANTS ONT PERDU LA MEMOIRE ! UNE INGENIERIE DE FORMATION INITIALE D'ENSEIGNANTS PRIMAIRES BASEE SUR LA PEDAGOGIE COOPERATIVE** Marina DE SIMONE et Céline VENDEIRA
A2.7-C1 Page 544	**LA QUESTION DE L'INSTITUTIONNALISATION DANS L'ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS AU CYCLE 3 A PARTIR D'UN JEU (L'ATELIER DES POTIONS) ET D'UN MATERIEL (LES REGLETTES CUISENAIRE)** Michel KHAN
A2.7-C2 Page 563	**L'ATELIER DE GEOMETRIE DANS LA FORMATION INITIALE : QUESTIONS DE LA TAILLE DES ESPACES** Nicoletta LANCIANO
A2.8-C1 Page 575	**FORMATION AU REGARD DIDACTIQUE ET CONSTRUCTION DE PROBLEMES RELATIFS A L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES : UNE ETUDE DE CAS** Magali HERSANT
A2.8-C2 Page 584	**PRESENTATION D'UN JEU DE COOPERATION NECESSITANT LA MANIPULATION DE NOMBRES DECIMAUX** Serge LAGET
C2.1 Page 594	**LEARN-O : FORMER A L'ENSEIGNEMENT DES MATHS EN PRIMAIRE SANS TABLE NI CHAISE** Arnaud SIMARD
C2.2 Page 616	**LA COMMUNAUTE DE PRATIQUE COMME DISPOSITIF HORIZONTAL DE FORMATION : LE CAS DE LA COP- MATHS** Camille ANQUETIL, Caroline BULF

C2.3 Page 655	**RESOLUTION DE PROBLEMES NUMERIQUES : UNE FORMATION INNOVANTE POUR LA REUSSITE DES ELEVES DE CP ET DE CE1 DE L'EDUCATION PRIORITAIRE EN ISERE** Pauline BROIN, Anne DIVISIA et Yvonne SEMANAZ
C2.4 Page 672	**ANALYSE DES PRATIQUES ISSUES D'UN COLLECTIF D'ENSEIGNANTS EN LESSON STUDY SUR LE DÉVELOPPEMENT DES *LOGICAL THINKING* DANS UNE ÉCOLE PRIMAIRE JAPONAISE** Valérie BATTEAU
C2.5 Page 685	**PRATIQUES INCLUSIVES AU COLLEGE : ETUDE DES EFFETS POTENTIELS DE L'UTILISATION DE LA VIDEO DANS LE CADRE D'ENTRETIENS D'ANALYSE SIMPLE ET D'ANALYSE CROISEE** Frédéric DUPRE
C2.6 Page 700	**CODAGE ET ROBOTIQUE AU SERVICE DE LA CONSTRUCTION DU NOMBRE EN MATERNELLE** Arnaud GRANDADAM
C2.7 Page 709	**MATHEMATIQUES PAR L'HISTOIRE EN CM2** Sarah MAATI, Mathilde SCANDOLARI
C3.2 Page 724	**PRESENTATION D'UN PROJET ENGAGEANT UN COLLECTIF DE FORMATEURS : ETUDE DE L'IMPACT DE LA FORMATION INITIALE SUR LES PRATIQUES DE PROFESSEURS DES ECOLES DEBUTANTS CONCERNANT LA RESOLUTION DE PROBLEMES** Anne BILGOT, Chantal TUFFÉRY-ROCHDI
C3.4 Page 753	**APPRENTISSAGES GEOMETRIQUES AU CP ET AU CE1** Jacques DOUAIRE et Fabien EMPRIN
C3.7 Page 107	**PRESENTATION ET ANALYSE D'UN SCENARIO S'APPUYANT SUR DES PASSATIONS DE SEANCES ENTRE PAIRS, VISANT UNE ETUDE CONJOINTE DES CONTENUS, DES CHOIX DE GESTION ET DES PRATIQUES EMERGENTES DES ENSEIGNANTS DEBUTANTS** Stéphane GINOUILLAC
C4.1 Page 781	**UN DISPOSITIF DE FORMATION AUTOUR DU JEU DE GO** Antoine et Albert FENECH, Richard CABASSUT

C4.2 Page 794	**OBSERVER LES GESTES POUR ANALYSER LES HABILETES SPATIALES DES ELEVES AYANT UNE DEFICIENCE INTELLECTUELLE** Noémie LACOMBE
C4.3 Page 814	**CONDITIONS D'UNE VIGILANCE DIDACTIQUE CHEZ LES PROFESSEURS DES ECOLES STAGIAIRES** Sylvie GRAU
C4.5 Page 828	**QUELLES PRATIQUES ENSEIGNANTES POUR QUELLES FORMATIONS DES ELEVES EN RESOLUTION DE PROBLEMES ?** Annie CAMENISCH et Serge PETIT
C4.6 Page 844	**DES « ATELIERS MATHEMATIQUES » AU CYCLE 3 POUR CREER UNE LUDOTHEQUE MATHEMATIQUE. UNE ANALYSE DES CHOIX DES ATELIERS ET DES SEANCES EN CLASSE** Caroline POISARD, Philippe LE GUEN, Gwenaëlle RIOU-AZOU, Rozenn ROBIN et Françoise VALDIVIESO
A1.7-C2 Page 855	**APPORT COMBINE DE DEUX ALGORITHMES D'IA POUR L'OPTIMISATION DES PARCOURS D'APPRENTISSAGE DANS LE PROJET ADAPTIV'MATH** François BOUCHET et Didier ROY

CONFERENCES

UN CADRE THEORIQUE POUR PENSER ET ANALYSER DES DISPOSITIFS COLLABORATIFS

Gilles ALDON
IFÉ-ENS de Lyon
S2HEP
gilles.aldon@ens-lyon.fr

Monica PANERO
Dipartimento formazione apprendimento – SUPSI, Locarno
Centro competenze didattica della matematica
monica.panero@spusi.ch

Accès vidéo Conférence

https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/20357-copirelem2021-conference-monica-panero-gilles-aldon/

Résumé
Le modèle théorique de la transposition méta-didactique (Arzarello *et al*. 2014), né en Italie dans un contexte de formation des enseignants, a été le point de départ de recherches dont l'objectif était de proposer un cadre d'analyse visant à mieux comprendre les facteurs et processus en jeu dans les interactions entre acteurs de l'éducation et de la recherche. En nous appuyant sur les exemples issus de projets de recherche orientée par la conception en collaboration avec des enseignants du premier degré, en particulier provenant des expérimentations du projet FaSMEd (Formative Assessment in Science and Mathematics Education), de dispositifs de formation et d'enseignement des mathématiques à l'école primaire autour de la recherche de problèmes nous montrerons la portée de cette construction théorique.

I - INTRODUCTION

Dans le champ de la recherche en éducation et de la formation des enseignants, de nombreux travaux en France et à l'étranger sont conduits en utilisant des méthodologies de recherches collaboratives impliquant à la fois les chercheurs, les enseignants et les formateurs. Le paysage de telles recherches est vaste (Desgagné et Berdnaz, 2005, Vinatier et Morissette, 2015 ; Sanchez et Monod-Ansaldi, 2015 ; Brière et Simonet, 2021) et chaque paradigme de recherche s'appuie sur des buts plus ou moins explicites en tension d'une part, entre la création de nouvelles connaissances scientifiques et la volonté de modifier et d'améliorer le système éducatif, et d'autre part entre une explicitation de pratiques existantes et la volonté de concevoir des dispositifs pour l'enseignement. Mais toutes ces recherches proposent un travail *avec* les acteurs de l'éducation plutôt que *sur* les acteurs de l'éducation se plaçant ainsi dans une *philosophie pragmatique* (Dewey, 1916/2011) ou une approche ethnographique, au sens de Tillion (1907/2009, p.276) :

> *« Pour discourir sur les sciences humaines, l'érudition pure ne peut suffire, et une expérience vécue, profonde et diverse, constitue l'indispensable substrat de la connaissance authentique de notre espèce : [...] les événements vécus sont la clé des événements observés ».*

Des dispositifs comme les IREM en France ont construits leur notoriété sur le développement de recherches impliquant tous les acteurs comme déjà cité dans la charte de Chambéry[1] :

[1] https://www.apmep.fr/IMG/pdf/APMEP_-_charte_de_Chambery_-_1968.pdf

> *« Ils devraient viser à être des lieux privilégiés où se retrouveront tous ceux, quel que soit leur statut, qui directement ou indirectement ont à l'échelon régional des responsabilités concernant l'enseignement mathématique » (p.16)*

Mais aussi plus récemment le dispositif des Lieux d'Éducation Associés (LÉA) (Chabanne, Monod-Ansaldi et Loisy, 2016) ou à l'étranger, les « *Associate Teacher Programmes* » de l'Université de Nottingham, les groupes de recherche en Italie ou en Suisse proposent des recherches associant les apports théoriques et pragmatiques pour rendre compte plus fidèlement de la complexité des situations d'enseignement. La question de l'évaluation du travail réalisé se pose naturellement et repose sur l'analyse du travail et des interactions entre les protagonistes. Les cadres de l'analyse de l'activité (Engeström, 2001) ne permettent pas d'attraper finement ce qui se joue dans les collaborations que ce soit dans le cadre de formation ou de recherches participatives ou orientées par la conception (Sanchez et Monod-Ansaldi, 2016). Dans ce texte nous utiliserons le terme « collaboratif » dans son sens premier, « travailler avec » (*cum laborare*) sans faire de distinction entre la collaboration et la coopération (*cum operari,* dont la traduction peut aussi être « travailler avec »). Le développement de la théorie que nous présentons ici vient ainsi de la nécessité de comprendre ce qui se joue dans les interactions lorsque plusieurs communautés sont présentes ou, pour reprendre les termes de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) (Chevallard, 1988), lorsque les acteurs appartiennent à des institutions ayant des visées différentes. Dans ce texte, nous nous situons dans le cadre de la formation continue des enseignants et les exemples sur lesquels nous nous appuyons proviennent de travaux menés avec des enseignants du premier degré, dans le cadre de dispositifs conçus pour travailler un aspect particulier de l'enseignement des mathématiques. Parler des *dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques,* titre de cette conférence de la COPIRELEM, nous a amené naturellement à considérer tous les dispositifs permettant de faciliter un travail collectif et de proposer ce modèle dans le cadre très large de la formation en considérant comme formatif tout dispositif permettant de réfléchir aussi bien aux fondements épistémologiques, éthiques de son propre travail (enseignement, recherche, formation) qu'à l'analyse de ses pratiques. Nous faisons l'hypothèse que les collectifs et les travaux coopératifs, tout comme l'enseignement et l'apprentissage, sont intimement liés aux savoirs en jeu et ne peuvent être finement étudiés sans la mise en évidence de ce rapport au savoir, en l'occurrence, pour nous du rapport aux mathématiques.

Nous présentons le cadre théorique de la Transposition Méta-Didactique dans une première partie, en exemplifiant les concepts introduits sur des expériences menées dans des cadres variés ; puis, nous montrons comment il peut être mis à l'épreuve dans un contexte de recherche orientée par la conception pour finalement conclure en élargissant aux contextes de la formation qu'elle soit en ligne, hybride ou en présence.

II - PRESENTATION DU CADRE THEORIQUE

1 La Transposition Méta-Didactique

La Transposition Méta-Didactique (TMD par la suite) a été présentée dans le livre « *The Mathematics Teacher in the Digital Era* » (Clark-Wilson, Robutti et Sinclair, 2014 ; Arzarello *et al.*, 2014) après avoir été discutée dans un forum de la conférence PME (Psychology of Mathematics Education) en 2013 (Aldon *et al.*, 2013). C'est la schématisation de la Figure 1 qui résume le contenu du cadre initial, construit en Italie

dans le contexte d'une formation nationale des enseignants de mathématiques[2]. Il s'agissait de proposer un cadre d'analyse de cette formation qui elle-même avait été pensée et construite sur un modèle de travail coopératif d'enseignants, de formateurs (enseignants-chercheurs en Italie) et de chercheurs. Le processus en jeu dans cette formation était une transposition non pas seulement de savoirs mathématiques mais de réflexions didactiques sur ces savoirs ; cette double réflexion a conduit les auteurs à utiliser le terme *méta*. D'un point de vue strict de la TAD, ce phénomène est une transposition didactique mais nous souhaitons distinguer dans notre discours ce qui relève d'une transposition de savoirs à enseigner, que la TMD dénote par l'adjectif *didactique*, et ce qui relève de la transposition de savoirs professionnels ou théoriques, que la TMD appelle méta-didactique (Aldon et Panero, 2017). Le schéma de la Figure 1 illustre cette transposition à travers la confrontation et les modifications des praxéologies des acteurs des institutions concernées. Le phénomène d'internalisation décrit les dynamiques en jeu lorsque des composantes externes, c'est-à-dire ne faisant pas partie initialement des composantes des praxéologies au sein d'une institution, deviennent internes et augmentent les connaissances des acteurs tant d'un point de vue des techniques à mettre en œuvre pour résoudre un type de tâche que des justifications pragmatiques ou théoriques de ces techniques.

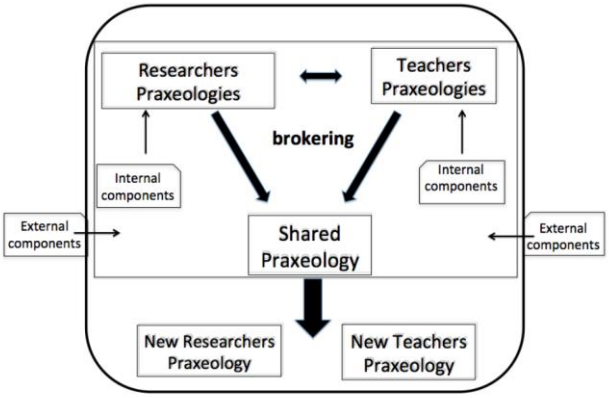


Figure 1. Schéma initial de la TMD (Aldon et al., 2013, p. 102)

Ainsi, l'étude des modifications des praxéologies ou au moins de certaines composantes des praxéologies modélise le processus de développement professionnel à travers ce phénomène d'internalisation. La dynamique des composantes praxéologiques de l'externe vers l'interne est à la base de l'évolution des praxéologies tant didactiques que méta-didactiques. L'internalisation est liée aux connaissances en jeu, qu'elles soient pratiques ou théoriques, et ne pourrait exister si les acteurs ne profitaient pas de leurs interactions pour modifier leurs systèmes de connaissances. Les interactions se situent aux deux niveaux, didactique et méta-didactique, et articulent les praxéologies dans une double dialectique entre les savoirs mathématiques à enseigner et le sens attribué par les élèves aux situations auxquels ils sont confrontés d'une part, et les savoirs didactiques théoriques et pragmatiques d'autre part. Ce partage des connaissances et des pratiques d'une communauté à l'autre, processus que Akkerman et Bakker (2011) dénomment *boundary crossing* (le franchissement de frontières), se réalise en s'appuyant sur des *objets frontières* qui à la fois ont du sens pour plusieurs communautés de pratique et satisfont aux exigences

[2] M@t.abel : https://fr.calameo.com/read/000271580388cd93855c1

informationnelles de chacune d'elles, même si les significations ou les modalités différent. Le concept de *broker* (courtier) désigne un acteur, chercheur, enseignant ou formateur, qui facilite, par ses actions, ce franchissement de frontières entre les différentes communautés.

Le modèle de la TMD met en évidence le processus par lequel des composantes praxéologiques initialement externes sont développées et utilisées par les enseignants, par exemple dans le cadre du développement professionnel, devenant ainsi internes. Il aide les chercheurs à mettre en évidence ce processus en termes de changements dans les composantes praxéologiques des enseignants. Mais réciproquement, la confrontation des praxéologies des chercheurs à celles des enseignants fait évoluer ces praxéologies en internalisant de la même façon des composantes externes pour les chercheurs.

2 Évolution du modèle théorique

Depuis son exposition et son utilisation pour l'analyse d'une formation hybride, le modèle de la TMD a évolué en affinant les différents concepts et en mettant en évidence les moteurs de la dynamique mais aussi en étant utilisé dans le cadre de recherches collaboratives (Sanchez et Monod-Ansaldi, 2015 ; Panero et Aldon, 2016 ; Cusi, Morselli et Sabena, 2017). Ce sont ces deux évolutions que nous présentons dans les paragraphes qui suivent.

II.2.1 La TMD dans les recherches orientées par la conception

Utiliser la TMD comme cadre d'analyse de recherches est le résultat d'une double volonté : d'une part, la volonté de fonder théoriquement les recherches en éducation construites sur une méthodologie de recherche orientée par la conception ou *Design-Based Research* (Cobb *et al.*, 2003 ; Sanchez et Monod-Ansaldi, 2015 ; Robutti, Prodromou et Aldon, 2020) et, d'autre part, la volonté de mieux comprendre ce qui se joue dans la collaboration et ce qui peut être considéré comme le résultat des recherches. C'est donc à la fois en ayant un regard épistémologique, éthique et méthodologique que le modèle a pu évoluer pour servir de cadre pour la conception et l'analyse de projets de recherches collaboratives aussi bien dans des équipes IREM que dans des LéA, si on se limite aux projets nationaux, mais aussi dans le cadre de projets européens, l'exemple de FaSMEd[3] étant tout particulièrement significatif (Cusi, Morselli et Sabena, 2017 ; Ruchniewicz et Barzel, 2019 ; Aldon et Panero, 2020) ; en effet, la méthodologie de *Design-Based Research* était constitutive de ce projet et chaque partenaire devait travailler avec un ensemble d'écoles pour l'élaboration d'une boîte à outils ayant comme but de permettre à des enseignants de disposer de matériels adéquats pour développer des stratégies d'évaluation formative utilisant des technologies. Dans chacun de ces contextes, le cadre de la TMD a ainsi pu être utilisé pour penser les groupes de recherche associant des chercheurs et des enseignants d'une école, d'un collège ou d'un lycée, puis pour analyser, au fur et à mesure de l'avancée du projet, les effets de cette collaboration. Dans les analyses réalisées, tant *a priori* pour penser la collaboration qu'*a posteriori* pour analyser ce qui s'était passé, les moteurs de la dynamique du travail collaboratif ont été mis à jour à partir de regards portés, d'une part, sur l'objet de travail et sur les actions menées par les acteurs pour le faire évoluer et, d'autre part, sur les motivations à porter son regard plus spécifiquement sur des composantes de cet objet de travail. Dans la suite nous développons ce double regard tout d'abord en décrivant et en utilisant le concept d'objet frontière et ensuite en examinant les motivations des acteurs à avoir ce regard particulier à travers le concept d'*agent*.

Le concept d'objet frontière, déjà évoqué dans la présentation initiale de la TMD, a pris une importance cruciale pour examiner les ressorts de la collaboration. En effet, au début d'un travail en commun, les

[3] *Formative Assessment in Science and Mathematics Education* : https://microsites.ncl.ac.uk/fasmedtoolkit/

acteurs venant de deux ou plusieurs institutions (typiquement des chercheurs et des enseignants) décident de travailler ensemble sur un objet. Cet objet a été choisi ou imposé (par la participation à un projet commun ou l'obligation à participer à une formation, etc.) mais, à un moment donné, a été accepté comme un objet de travail commun. La collaboration commence lorsque les acteurs agissent sur cet objet. C'est donc à partir du travail réalisé sur l'objet que la frontière, prise comme un espace commun, va devenir le lieu d'échanges et de contributions. L'objet de travail devient alors un *objet frontière* (Star et Griesemer, 1989), suffisamment flexible pour être appréhendé *a priori* par tous les acteurs. Il est important ici de noter que :

> *« […] boundary objects are at once temporal, based in action, subject to reflection and local tailoring, and distributed throughout all of these dimensions*[4]*. » (Star, 2010, p. 603)*

Ainsi, les objets frontières ne sont pas destinés à rester tels quels mais, au contraire, à évoluer tout au long du travail collectif qui en modifie la frontière en même temps qu'il permet de mieux le comprendre : un objet frontière vit et évolue si et seulement si les acteurs agissent sur lui. Cette évolution de l'objet frontière, ou plus précisément de la frontière considérée comme un espace à partager, est directement reliée à l'évolution des praxéologies et à la construction d'une praxéologie partagée entre les différentes communautés qui travaillent ensemble. Un autre aspect fondamental de l'objet frontière est qu'il possède une structure interne qui permet de distinguer des composantes constituantes de l'objet lui-même. Par exemple, lorsque des enseignants et des chercheurs travaillent sur l'évaluation formative (voir paragraphe III), le mode de recueil d'informations, le traitement de ces informations, les stratégies pensées et mises en œuvre, les outils utilisés, etc. sont autant de composantes de l'objet frontière. C'est à travers les interactions entre ces composantes que les contours de l'objet frontière s'éclairent et que la compréhension mutuelle de l'objet se construit collaborativement :

> *« what is important for boundary objects is how practices structure, and language emerge, for doing things together*[5] *» (Star, 2010, p. 602)*

Même l'absence d'évolution est un indice intéressant pour analyser une collaboration ratée, lorsque, par exemple, l'objet du travail n'est pas suffisamment présent dans une institution ou qu'il ne correspond pas à un besoin et que les praxéologies n'existent pas ou peu dans l'institution pour devenir une préoccupation partagée et un objectif de travail commun. Et c'est précisément lorsque cet objet devient sujet de réflexion pour tous les acteurs que la collaboration peut naître. Il y a donc un cheminement important entre l'objet de travail initial et l'objet frontière qui est déjà le résultat d'une somme de réflexions individuelles qui donne à l'objet ce rôle de support des réflexions collectives. C'est ainsi que, en examinant l'évolution de l'objet de travail en objet frontière, l'évolution des praxéologies peut être mise en évidence. Nous présentons dans le paragraphe suivant une illustration dans une recherche collaborative avec des enseignants de cycle 3.

---

4 « Les objets frontière sont à la fois temporels, fondés sur l'action, soumis à la réflexion et à l'adaptation locale, et répartis dans toutes ces dimensions » (traduit par nous).

5 « ce qui est important pour les objets frontières, c'est la façon dont les pratiques se structurent, et le langage émerge, pour faire les choses ensemble. » (Traduit par nous)

II.2.2 Exemplification

Le contexte de cette recherche est lié au groupe DREAM[6] dont l'objectif est d'analyser les apports des problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Ce groupe mixte IREM-INSPÉ-IFÉ[7] travaille depuis de nombreuses années avec des chercheurs en mathématiques et en didactique des mathématiques, des enseignants et des formateurs. En utilisant une méthodologie de recherche orientée par la conception, le groupe s'appuie sur l'ensemble des travaux développés autour du problème ouvert au sein de l'IREM de Lyon et poursuit un questionnement visant à approfondir le rôle et la place que peuvent tenir les problèmes de recherche dans l'enseignement des mathématiques depuis l'école primaire jusqu'à l'enseignement supérieur. Dans ce contexte, le projet dont il est question ici se déroulait dans une circonscription de Vénissieux, en banlieue lyonnaise. Il s'agissait de proposer à des classes de CM2 et de sixième des problèmes de recherche suffisamment robustes pour laisser les élèves chercher pendant plusieurs semaines, mais aussi suffisamment abordables pour que les élèves ne se découragent pas et explorent une petite partie des mathématiques en créant des résultats. Nous ne nous attarderons pas ici sur l'analyse du travail des élèves, que l'on peut trouver dans Aldon et Garreau (2017), mais plutôt sur le deuxième objectif de ce projet qui était de créer des situations d'apprentissage permettant aux enseignants un questionnement sur leurs pratiques pédagogiques en lien avec des situations didactiques de recherche de problèmes en mathématiques (Gardes, 2018). Les « problèmes » sont apparus très rapidement comme un objet frontière ; la frontière n'était pas *a priori* très large et si tous les participants à cette recherche pouvaient immédiatement définir ce qu'ils entendaient par « problème », les techniques permettant de proposer aux élèves des problèmes, les explicitations théoriques ou pragmatiques permettant de justifier l'utilisation de problèmes dans la classe, les fondements épistémologiques de l'usage des problèmes en mathématiques, les solutions elles-mêmes des problèmes n'étaient pas ou peu partagées. Chaque acteur pouvait expliciter sa ou ses praxéologies méta-didactiques répondant à la mise en œuvre de problèmes dans la classe de mathématiques et dans le contexte, ces praxéologies se trouvaient encapsulées dans des techniques méta dont les justifications pragmatiques et épistémologiques étaient en jeu dans le projet. Objet central dans les interactions entre enseignants et l'équipe de recherche, cet objet pouvait *a priori* être évoqué et structuré par tous les acteurs. C'est ce phénomène que Star et Griesemer (1989) appellent la *flexibilité interprétative*[8] ; la structuration de l'objet repose sur le fait que le concept de situation de recherche de problèmes est constitué à la fois de connaissances mathématiques, de connaissances didactiques, de connaissances pragmatiques de gestion de classe et directement lié aux praxéologies des acteurs. L'objet frontière possède ainsi une structure et chaque composante de cet objet peut être considérée à l'aune de l'institution dans laquelle elle vit. Du côté des enseignants, l'organisation de la classe, le lien avec les programmes, la gestion des débats constituaient les préoccupations premières de la mise en œuvre d'un problème « long » dans la classe. Du côté des chercheurs, le rôle de l'expérience et la nécessaire réflexion sur les résultats de l'expérience, les allers-retours entre expérience et la théorie mathématique sous-jacente

---

6 Démarches de Recherche pour l'Enseignement et l'Apprentissage des Mathématiques.

7 IREM de Lyon et INSPE de l'Académie de Lyon

8 « These objects may be abstraite or concrete. They have different meanings in different social worlds but their structure is common enough to more than one world to make them recognizable » (Star et Griesemer, 1989, p. 393) « Ces objets peuvent être abstraits ou concrèts. Ils ont des sens différents dans différents mondes sociaux mais leur structure est suffisamment commune dans ces mondes pour les rendre reconnaissables » (traduit par nous)

représentaient des composantes essentielles de l'objet frontière. La formation et le développement professionnel de tous les acteurs provient alors de la réflexion collective sur chacune de ces composantes, c'est-à-dire lorsque l'objet de travail accepté *a priori*, qui consistait à proposer un problème de mathématiques aux élèves, est devenu un objet frontière que les interactions ont permis de considérer. Des composantes *a priori* externes sont devenues internes à travers les actions des acteurs sur ces composantes. C'est l'ensemble de ces actions individuelles qui constituent l'activité collective sur l'objet frontière. Il est donc essentiel de mettre en évidence la nature de l'activité collective puisque c'est en effet à travers les analyses des actions sur l'objet frontière que ces phénomènes d'internalisation peuvent être décrits et compris. Nous reprenons, d'après Carlile (2004), la classification de l'activité sur un objet frontière selon les registres syntaxique, sémantique ou pragmatique des actions individuelles :

- un niveau syntaxique permettant aux acteurs de s'accorder sur les désignations des différentes composantes de l'objet frontière, que cette définition soit partagée collectivement ou non : « l'objet pour moi est... » ; c'est ce que Carlile (*ib.*) appelle le *transfert* ;

- un niveau sémantique, qui permet de s'accorder sur le sens donné aux différentes composantes de l'objet frontière favorisant la clarification du sens de l'usage de l'objet dans sa réalité, que ce sens soit mutuellement reconnu ou non : « je suis en train d'utiliser... » ; c'est ce que Carlile (*ib.*) appelle la *traduction* ;

- et un niveau pragmatique permettant d'intégrer des éléments de cet objet dans ses propres praxéologies afin de tendre vers des praxéologies partagées, en internalisant des composantes de praxéologies a priori externes ; ce registre est ainsi susceptible de produire de nouvelles connaissances, que cette perspective soit mutualisée ou non, ce que Carlile (*ib.*) appelle la *transformation* : « j'utilise cet objet pour… ».

Dans l'exemple développé, des phénomènes d'internalisation peuvent être mis en évidence à travers l'engagement des élèves et les connaissances acquises dans la recherche de problèmes par la mise en évidence par le professeur de ces apprentissages, mais aussi sur une vision transformée de ce que peuvent être les mathématiques : par exemple, dans l'activité des élèves, en développant une certaine forme de créativité. Et cette internalisation se retrouve aussi au niveau des enseignants et à un niveau méta-didactique sur une perception nouvelle de la discipline et sur les méthodes mises en œuvre dans la recherche de problèmes, bref en modifiant les praxéologies des acteurs. Au niveau des chercheurs, nous nous appuyons sur les témoignages et les entretiens faits avec les enseignants dans ce projet, pour dire que l'internalisation a également été perceptibles du côté des chercheurs qui en particulier ont intégré les contraintes des classes dans un contexte particulier.

Pour s'engager un peu plus dans l'analyse, c'est maintenant au niveau micro que nous allons porter notre regard en considérant le cadre de la TMD comme un outil d'analyse. Nous regardons alors les motivations des acteurs à considérer l'une ou l'autre des composantes de l'objet frontière en lien direct avec leurs propres buts.

III - PRESENTATION DE CAS D'INTERACTIONS

Nous faisons l'hypothèse que le développement professionnel des enseignants – vu comme l'évolution de leurs praxéologies – émerge des interactions sur les composantes de l'objet frontière en jeu dans la réflexion portée dans une formation ou dans un travail de recherche collaborative. Les différents agents qui motivent et permettent ces actions, qui peuvent être observés à un niveau micro, déterminent les perceptions des activités collectives par chaque acteur et les situent par rapport à ses propres objectifs.

Différentes approches apportent des vues complémentaires comme le concept de participation (Zask, 2011) qui permet d'approfondir la nature des actions menées sur l'objet frontière et des engagements dans le travail collectif (Aldon *et al.*, 2020) :

> *« Les bénéfices individuels peuvent [...] soutenir et nourrir les activités sur l'objet frontière, suscitant alors des bénéfices individuels pour d'autres membres du collectif, mais également des bénéfices partagés par tous comme l'émergence de composantes inattendues de l'objet frontière, ou encore de praxéologies partagées. » (p. 12)*

La participation s'articule autour de trois figures :

• prendre part, qui est une démarche individuelle d'engagement et qui peut être relier au concept de dévolution de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) ;

• apporter une part, qui consiste à s'investir en contribuant aux besoins du collectif et en participant à travers ses actions individuelles à l'activité collective ;

• recevoir une part, qui consiste à bénéficier en tant qu'individu de la collaboration et qui permet à chacun d'augmenter son intelligibilité de l'objet-frontière et son pouvoir d'agir avec cet objet, c'est-à-dire en internalisant des composantes des praxéologies issues des collaborations ; l'analyse des activités à la lumière de la participation permet alors de comprendre les processus en jeu dans la collaboration, dans une dialectique individu-collectif.

L'espace socio-cognitif construit autour de l'objet frontière se structure, s'apprécie et s'évalue tout au long des activités collectives menées par les acteurs. Le concept de *valuation* développé par Dewey (2008, 2011/1916) donne des clefs pour comprendre les mécanismes qui se jouent dans les interactions. Pour Dewey, dans les interactions, les protagonistes attribuent des valeurs aux propositions qui sont faites, en fonction de ses propres buts. Les valuations sont ainsi des déclencheurs ou des freins à l'engagement d'un acteur dans le travail collectif en favorisant ou non l'investissement personnel dans le collectif dans une chaîne continue de moyens et de fins. Les valuations peuvent ainsi être des indices qu'une activité de transfert, de traduction ou de transformation a lieu, ou au contraire que cette activité est empêchée ; lorsque chaque acteur attribue une valeur aux actions des autres acteurs, cette valeur, positive ou négative, se construit individuellement en lien avec les objectifs propres de chacun de façon à maintenir une cohérence du travail sur l'objet frontière (Nizet *et al.*, 2019).

Dans le cadre d'une recherche collaborative, l'analyse des interactions dans les dialogues peut bénéficier des travaux conduits autour du concept de *négociation* (Kerbrat-Orecchioni, 2001) pour mettre en évidence, lorsque des acteurs émettent des valuations contradictoires, les processus interactionnels pouvant conduire à des blocages ou au contraire permettant de stabiliser l'activité collective sur l'objet frontière (Monod-Ansaldi *et al.*, 2019). La négociation est ainsi un témoignage de l'engagement des acteurs au profit d'une compréhension mutuelle indispensable au travail collaboratif et participe au partage de praxéologies.

Les phénomènes de participation, de valuation, de négociation entretiennent entre eux des relations permettant de comprendre et d'analyser la dynamique des activités collectives sur l'objet frontière. Dans cette perspective, la mise en évidence des agents qui facilitent les interactions et façonnent les composantes praxéologiques du niveau macro permettent de comprendre les différentes interactions au niveau micro. Nous nous appuyons dans cette partie sur des échanges entre les protagonistes dans le cadre du projet

FaSMEd[9] déjà rapidement présenté. Le développement professionnel de tous les acteurs s'est produit dans la collaboration autour de « l'évaluation formative et les technologies » et plus particulièrement sur l'utilisation des technologies pour le développement de stratégies d'évaluation formative dans la classe de mathématiques. Les agents sur lesquels les interactions se bâtissaient étaient à la fois institutionnels, le projet européen dans le contexte de la classe et de l'école, méthodologiques et technologiques. En nous appuyant sur les travaux de FaSMEd, nous avons mené en parallèle une recherche sur la collaboration dans les différents clusters français organisés dans le cadre du projet européen. Afin de suivre les évolutions et apprécier les *transformations*, au sens de Carlile (2004), nous avons adopté une méthodologie de recueil systématique des données lors des interactions avec les enseignants : enregistrement des réunions, sauvegarde des messages échangés, transcription des observations dans les classes et bien sûr le recueil des données traitées par le logiciel associé aux boîtiers de vote. L'hypothèse fondamentale était en effet de considérer les évolutions des praxéologies sur un temps long (Figure 2) pour mettre en évidence des transformations. Nous ne discutons pas ici des résultats du projet qui peuvent être consultés sur les sites de FaSMEd[10] ou dans Aldon et Panero (2020). Ce qui nous intéresse dans la suite, ce sont plutôt les analyses qui peuvent être faites à l'aune de la TMD, pour mettre en évidence les transformations au sens de Carlile (2004), qui participent au développement professionnel des acteurs du projet.

En particulier, les agents ont constitué des loupes permettant de mettre en évidence des composantes de l'objet frontière suffisamment problématiques mais aussi suffisamment proches des préoccupations de tous les acteurs pour être discutées et travaillées collectivement.

Dans l'exemple qui est développé dans cette partie, les enseignants faisaient utiliser aux élèves des boîtiers de vote, associé à un logiciel qui permettait de recueillir les réponses de la classe et les présentait sous forme de tableau. Du point de vue de la recherche, les cadres théoriques de l'évaluation formative étaient ceux développés par Wiliam et Thompson (2007) et Black et Wiliam (2009) pour lesquels les élèves et l'enseignant « utilisent les preuves des apprentissages pour adapter l'enseignement et l'apprentissage afin de satisfaire des besoins immédiats quotidiennement » (Wiliam et Thompson, 2007).

2015		2016
Phase 1 Premières expérimentations de QCM à utiliser pour une évaluation formative avec les clickers. thème : fractions classe : CM2	**Phase 2** Deuxième année d'expérimentation des "QCM d'évaluation formative" avec les clickers thème : numération classe : CE1	**Phase 3** Réflexion sur le dispositif "QCM d'évaluation formative" avec les clickers.

Figure 2. Observations et recueil des données sur les deux années du projet

[9] Formative Assessment for Sciences and Maths Education

[10] https://microsites.ncl.ac.uk/fasmedtoolkit/ pour l'ensemble du projet européen et https://ife.ens-lyon.fr/fasmed/ pour la partie française.

Dans la première phase, nous avons mis en évidence les praxéologies méta-didactiques des enseignants faisant face à l'évaluation des acquis des élèves. Les techniques mises en œuvre reposaient sur des évaluations sommatives, essentiellement sous forme écrite. Les enseignants ont ainsi mobilisé des agents technologiques et méthodologiques en s'appuyant sur la forme du recueil d'informations et sur ce que ces informations peuvent apporter pour la compréhension des acquis ou des difficultés des élèves. L'extrait qui suit, issu d'une réunion qui s'est déroulé après quelques mois de travail, met en évidence ces différents niveaux de discours. Les protagonistes – des enseignants (PE), des conseillère pédagogique de circonscription (CPC)et des chercheurs (Ch) – discutent d'un questionnaire à choix multiples (QCM), préparé par les enseignants pour être passé avec les boîtiers de vote mais qu'elles souhaitent donner aussi par écrit en utilisant des questions ouvertes en accord avec leurs praxéologies.

1. Ch1 : Ca, ça peut être quelque chose à proposer, dans un deuxième temps, peut-être, ...
2. Ch2 : laisser ouverte quelques questions
3. Ch1 : laisser ouverte quelques questions
4. PE : et c'est vrai, c'est ce qu'on s'était dit et ce qui aurait pu être intéressant, c'est de leur faire faire par écrit, pour voir la différence... Est-ce que ça fait une différence, est-ce qu'on observe des différences ou pas […]
5. PE : Est-ce que la technologie, ça fait que ça induit des réponses différentes, c'est la question qu'on se posait.
6. Ch2 : Uhmm, uhmm
7. PE : juste pour avoir, ... pourquoi pas
8. Ch2 : là la différence c'est que c'est un QCM et une réponse ouverte
9. PE : oui... ou alors il faudrait le présenter...
10. CPC : il faudrait qu'ils aient mémorisé toutes les propositions pour pouvoir être en difficulté à l'écrit
11. Ch1 : non, c'est la même, c'est la question que tu posais, il y a une démarche différence entre une réponse ouverte et un choix entre trois réponses qu'il faut...
12. Ch2 : mais c'est pas dû à la technologie
13. Ch1: oui, c'est pas dû à la technologie
14. CPC : non, c'est autre chose
15. PE : c'est la modalité d'évaluation.
16. CPC : faut qu'on ait conscience qu'on leur demande pas la même chose
17. […]
18. Ch1 : Ce que j'aimerais mieux qu'on pense à regarder c'est comment on peut faire en sorte que les élèves qui n'ont pas réussi à certains endroits, comment on peut les amener à réussir.

Dans cet extrait, on peut distinguer des composantes de l'objet frontière, les QCM, les questions ouvertes, les boîtiers de vote, etc. A travers les agents méthodologiques (ici l'usage de QCM *versus* l'usage de

questions ouvertes) et les agents technologiques (ici l'usage de boîtiers de vote), les dialogues conduisent à modifier la perception de l'objet frontière en mettant en évidence des actions de transfert et de traduction. Dans la première partie (lignes 1 à 7), les actions permettent de fixer le vocabulaire et de distinguer ces agents ; il s'agit ici d'une action de transfert, à un niveau syntaxique, permettant à tous d'utiliser un vocabulaire partagé. Dans la deuxième partie du dialogue, c'est une action de traduction qui permet au niveau sémantique de s'accorder sur le sens du recueil des données lorsqu'il s'agit d'un QCM ou d'une question ouverte, en distinguant d'une part les modalités d'évaluation et d'autre part l'usage ou non des technologies. Il est bien sûr impossible de voir dans un extrait les effets de ces actions sur les praxéologies des acteurs et c'est uniquement en faisant un suivi sur toute la durée des interactions qu'il est possible de mettre en évidence des évolutions. Dans la dernière ligne de cet extrait, le chercheur amène l'attention du groupe de travail vers une idée d'évaluation formative, ce qui a pour conséquence de partager une praxéologie méta-didactique en agissant sur un agent méthodologique. Ainsi, dans la suite des leçons, qui portent sur les fractions, l'évaluation de la compréhension de cette notion, ce qui constitue un type de tâche au sens de Chevallard (1988), amène les enseignants à proposer des techniques qui consistent à créer des questions pour chaque objectif d'apprentissage repéré, à les proposer sous forme de QCM pour pouvoir créer des groupes de remédiation et re-proposer un nouveau QCM ciblé. Un peu plus tard, dans la même réunion, le dialogue montre que ces actions de transfert et de traduction permettent de mieux s'entendre et de construire ensemble une situation d'évaluation formative. Dans l'extrait qui suit, on voit les protagonistes se compléter mutuellement les phrases montrant ainsi l'accord et la compréhension des enjeux de la construction commune :

1. PE : Est-ce qu'on va leur reproposer quelque chose qui va les mettre dans une situation qui va les faire réussir la prochaine fois ?
2. Ch1 : Oui, oui. C'est ça, tout à fait.
3. CPC : [...] C'est pour ça que le choix des… J'ai essayé de varier, parce que tu vois par exemple.
4. PE : Mais ça c'est bien que du coup on va se retrouver avec… et que du coup on va se faire peut-être aussi nous-mêmes des allers-retours entre ce qu'on peut observer dans les exercices qui ont été échoués dans la globalité et qu'on se dise, ben, peut-être qu'on les a pas suffisamment confrontés à des situations…
5. Ch1 : qui leur permettent de comprendre cette...
6. CPC : Voilà.
7. PE : Cette représentation, ouais.

Le discours se déplace à un niveau pragmatique sans qu'on puisse encore parler de transformation puisqu'il s'agit encore non pas d'une mise en œuvre et d'une modification de praxéologies mais de déclarations qui montrent cependant une compréhension commune.

Pendant la deuxième année scolaire, les praxéologies didactiques sont effectivement mises en œuvre, comme l'ont montré les observations en classe. Devant le même type de tâche (évaluer les acquis des élèves) les techniques mises en œuvre ont évolué prenant en compte les cadres théoriques de l'évaluation formative et en particulier en proposant aux élèves de réfléchir à leurs propres apprentissages dans une démarche de développement métacognitif en profitant des fonctionnalités offertes par la technologie.

Le dialogue suivant se situe au début de la phase 2 (Figure 2). Les enseignants et les chercheurs se retrouvent sur les principes d'évaluation formative prenant en compte des agents motivationnels :

1. PE : et alors par contre c'est rigolo c'est que Mél. [*une élève de la classe*] me disait euh: « mais du coup j'ai pas eu besoin de calculer dans ma tête ». J'ai trouvé ça étonnant. Je lui dis « mais »
2. Ch2 : hum hum
3. PE : comme si le boîtier elle me disait « mais j'ai pas eu besoin » mais je lui dis « mais du coup comment est ce que tu as répondu »
4. Ch1 : c'est pas une calculatrice !
5. PE : c'est pas une calculatrice, c'est pas l'objet qui a calculé à ta place et du coup c'est, pour certains, c'est vrai que c'était étonnant parce que du coup ils avaient l'impression que ça avait un côté magique.

Ainsi, dans les praxéologies, se rajoutent des justifications des principes d'évaluation formative par l'utilisation des technologies qui se cristallisent à la fois dans une visée pragmatique et motivationnelle.

Enfin, ce dernier extrait se situe à la fin de la troisième phase (Figure 2) et, outre les protagonistes qui ont déjà été présents dans les extraits précédents, se rajoute le directeur de l'école (D) :

1. D : il y a une distance et un regard comme ça différent qui va t'amener à te dire ah ouais mais là peut être que l'échec il vient pas d'eux... ils savent pas compter c'est parce que en fait ce que tu leur as proposé c'est pas de, c'est pas de compter tu vois [...] parce que effectivement des fois nous on est dans notre truc, ils comprennent pas et en fait c'est parce que oui en fait c'est nous : on n'a pas proposé, posé la problématique de de de et c'est vrai !
2. Ch1 : oui et en même temps c'est vrai dans l'autre sens
3. D : ouais
4. Ch1 : parce que vous vous apportez plein de trucs qui sont la réalité [...] c'est pas simplement rêver l'enseignement sans élèves.
5. PE : oui qu'est ce que c'est effectivement praticable
6. Ch1 : qu'est ce qui est praticable qu'est ce qu'on peut vraiment faire...
7. PE : et comment on peut transposer des choses effectivement.

Tous les acteurs reconnaissent ici l'intérêt des regards différents et les agents méthodologiques et motivationnels permettent de mettre en évidence une transformation sur la durée du projet. Et c'est intéressant de lire (ligne 7) que c'est la PE qui utilise le terme « transposer » !

À travers les analyses de quelques extraits, nous avons pu montrer qu'un développement professionnel s'est produit en co-construisant sur un temps long une praxéologie partagée entre chercheurs et enseignants ; cette praxéologie est méthodologiquement fondée sur les principes d'évaluation formative et utilise efficacement la technologie pour implémenter les stratégies d'évaluation formative. Ces stratégies, effectivement praticables et mises en place dans les classes, ont permis de mieux cibler les difficultés des élèves et d'intervenir de façon plus efficace.

Afin que des dynamiques se produisent, il est nécessaire de travailler sur un objet frontière qui soit d'intérêt pour les deux communautés, même si c'est avec des objectifs différents.

Afin d'activer ces dynamiques, une stratégie efficace des formateurs peut être celle d'identifier les agents (méthodologiques, technologiques, motivationnels, …) en jeu et favoriser l'activation d'autres agents et leurs interactions.

IV - DISCUSSION ET CONCLUSION

Les phénomènes de collaboration, dans des dispositifs de formation ou de recherches collaboratives, sont complexes et ne peuvent être décrits ou analysés de façon simple. Tout au contraire, il y a une nécessité d'utiliser des cadres, des notions et des concepts issus de différents champs de la recherche tout comme il est nécessaire de tenir compte des techniques développées par des praticiens et des justifications qu'ils en donnent. Les phénomènes de transformation au sens de Carlile (2004) constituent des marqueurs importants de l'évolution de la compréhension et de l'utilisation des objets de travail en construisant et en expérimentant des praxéologies en accord avec l'institution dans lesquelles elles se déploient. Le partage de praxéologies, c'est-à-dire le résultat de l'internalisation, s'effectue en observant les actions sur l'objet frontière et les effets de ces actions sur l'appréhension de cet objet par les partenaires du travail collectif et son usage dans les institutions.

Le modèle d'analyse présenté ici a été utilisé, d'une part, pour comprendre et améliorer l'organisation méthodologique de recherches collaboratives et, d'autre part, pour mettre en place des formations (Robutti *et al.*, 2019) ou des recherches orientées pas la conception (Cusi *et al.*, 2017 ; Nizet *et al.*, 2019 ; Aldon et Panero, 2020). Les résultats qui ressortent de ces analyses nous encouragent à poursuivre ce travail.

D'une part, le cadre permet de mettre en évidence des éléments particulièrement utiles pour l'analyse d'un projet de recherche collaborative. L'exemple de FaSMEd montre que, dans un contexte particulier, où l'évaluation formative est l'objet frontière sur lequel les enseignants et les chercheurs ont travaillé ensemble, le travail collaboratif permet de mettre en évidence certaines propriétés de l'objet frontière qui n'auraient pas été mises en évidence par l'une ou l'autre communauté travaillant seule. En particulier, la fertilisation croisée d'un point de vue théorique, apporté par les chercheurs, et d'un point de vue professionnel, proposé par les enseignants, met en lumière la nécessaire prise de conscience des stratégies d'évaluation formative et des propriétés de la technologie utilisée. A travers les objets frontières mis en évidence dans la construction d'une séquence, le dialogue enrichit la perception de chacune des parties et modifie les praxéologies relatives à un type de tâche en internalisant des concepts ou des méthodes d'autres communautés.

D'autre part, ce cadre permet d'analyser et de justifier théoriquement la recherche orientée par la conception dans ce qu'elle propose comme développement professionnel et comme enrichissement théorique. Les équipes d'enseignants et de chercheurs, engagées dans un processus de recherche orientée par la conception, bénéficient d'un développement professionnel construit sur le travail collaboratif. Le cadre de la TMD peut montrer l'évolution des praxéologies et contribuer à la compréhension d'un niveau de méta-réflexion nécessaire pour une utilisation pragmatique des objets dans sa propre pratique. La double dialectique et l'internalisation des composantes ont eu un impact direct sur tous les acteurs

impliqués, mais plus généralement leur analyse donne des informations qui peuvent être utiles pour développer des situations de formation ou de recherche collaborative.

Dans cette description de la TMD, modèle théorique des processus de collaboration, nous avons mis en évidence que pour faire face à la complexité d'une situation, des concepts issus de différents champs de recherche étaient nécessaires. Ainsi, la question de la complémentarité des approches théoriques dans le champ de la didactique des mathématiques ouvrent un champ d'investigation qui ne devrait pas se limiter à la comparaison de cadres issus de la didactique mais s'inspirer, dans la mesure du possible, de concepts provenant d'autres champs de recherche en Sciences Humaines. Pour reprendre le cadre du « *networking of theories* », développé par Bikner-Ahsbahs et ses collègues (2020), la construction de ce cadre théorique relève d'une intégration locale rendue possible grâce à la cohérence épistémologique des concepts envisagés.

V - BIBLIOGRAPHIE

Akkerman, S., et Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. *Review of Educational research, 81*, 132-169.

Aldon, G., Arzarello, F., Cusi, A., Garuti, R., Martignone, F., Robutti, O., et Soury-Lavergne, S. (2013). The meta-didactical transposition: a model for analysing teachers education programs. In Lindmeier, A.M., Heinze, A. (eds.), *Proceedings of the 37th conference of the international group for the psychology of mathematics education. — Mathematics learning across the life span,* Juil 28-Aug 02, Vol. 1., 97-124, Kiel, Germany: PME.

Aldon, G., et Garreau, O. (2017). Un dispositif de recherche de problèmes de mathématiques au cycle 3, *Repères IREM, 108*, 26-40.

Aldon, G., et Panero, M. (2017). Quelques réflexions développées dans un travail collaboratif entre chercheurs et enseignants dans un contexte d'évaluation formative. In T. Barrier et C. Chambris (eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques Année 2017*, Paris.

Aldon, G., et Panero, M. (2020). Can digital technology change the way mathematics skills are assessed?. *ZDM Mathematics Education*, *52*, 1333–1348.

Aldon, G., Monod-Ansaldi, R., Nizet, I., Prieur, M. et Vincent, C. (2020). Modéliser les processus de collaboration entre acteurs de l'éducation et de la recherche pour la construction de savoirs. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 22*(3), 89–109. https://doi.org/10.7202/1081289ar

Arzarello, F., Robutti, O., Sabena, C. Cusi, A., Garuti, R., Malara, N., et Martignone, F. (2014). Meta-didactical transposition: A theoretical model for teacher education programmes. In A. Clark-Wilson, O. Robutti et N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era*. Dordrecht: Springer Science+Business Media.

Bikner-Ahsbahs, A. (2020). Networking of Theories reconsidered, in Barzel, B., Bebernik, R., Göbel, L., Pohl, M., Ruchniewicz, H., Schacht, F., et Thurm, D. (Eds.). *Proceedings of the 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14*. Essen, Germany, 22nd to 25th of July 2019. Essen: Universität Duisburg-Essen.

Black, P., et Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational assessment, Evaluation and Accountability, 21*(1), 5–31.

Brière, F., et Simonet, P. (2021). Développement professionnel et co-construction de savoirs de métier d'étudiants stagiaires dans l'activité conjointe avec le formateur-chercheur, *Éducation et didactique, 15*(1), 49-76

Brousseau, G. (1998). *Théories des situations didactiques*. La pensée Sauvage, Grenoble.

Carlile, P. R. (2004). Transferring, translating, and transforming: An integrative framework for managing knowledge across boundaries. *Organization Science 15*(5), 555-568.

Chabanne J.-C., Monod-Ansaldi, R. et Loisy, C. (2016). Faire le lien entre la pratique et la recherche pour transformer l'école ? Le dispositif LéA de l'IFE comme laboratoire de l'innovation en recherche-intervention-formation. Analyse du cas particulier d'un LéA impliquant une ESPE. Dans B. Marin et D. Berger (dir.), *Recherches en éducation, recherches sur la professionnalisation: consensus et dissensus*. Paris: Réseau national des ESPE.

Chevallard, Y. (1988). Esquisse d'une théorie formelle du didactique, Communication au premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique (CIRM, Marseille, 16-21 novembre 1986). Paru dans C. Laborde (dir.), *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, 97-106. Grenoble: La pensée sauvage.

Clark-Wilson, A., Robutti, O. et Sinclair, N. (2014). *The Mathematics Teacher in the Digital Era*. Dordrecht: Springer Science+Business Media.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., et Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher, 32*(1), 9-13.

Cusi, A., Morselli, F., et Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *ZDM Mathematics Education, 49*, 755–767.

Desgagné, S. et Bednarz, N. (2005). Médiation entre recherche et pratique en éducation: faire de la recherche «avec» plutôt que «sur» les praticiens. *Revue des sciences de l'éducation*, *31*(2), 245-258.

Dewey, J. (2008). La théorie de la valuation, Tracés. *Revue des sciences humaines, 15*(2), 217-228. Repéré à http://traces.revue.org/833

Dewey, J. (2011). *Démocratie et éducation [Democraty and education]*. Paris: Armand Colin. (Ouvrage original publié en 1916).

Engeström, Y. (2001). Expansive Learning at Work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work, 14*(1), 133-156.

Gardes, M.-L. (2018). Démarches d'investigation et problèmes de recherche. In G. Aldon, *Le Rallye mathématique, un jeu très sérieux !* (73-96). Canopé Editions.

Kerbrat-Orecchioni, C. (2001). L'analyse des interactions verbales: la notion de négociation conversationnelle, défense et illustration. *Lalies, 20*, 63-141.

Monod-Ansaldi, R., Aldon, G., et Vincent, C. (2019). Objets frontières et brokering dans les négociations en recherche orientée par la conception, *Education et Didactique. 13*(2), 61-84.

Nizet, I., Monod-Ansaldi, R., Aldon, G. Prieur, M., et Criquet, A. (2019). L'analyse de valuations dans une démarche collaborative de recherche. *La Revue LEeE, 1.* https://revue.leee.online/index.php/info/article/view/47

Panero, M., et Aldon, G. (2016). How teachers evolve their formative assessment practice when digital tools are involved in the classroom. *Digital Experience in Mathematics Education, 2,* 70–86.

Robutti, O., Prodromou, T., et Aldon, G. (2020). Teachers'involvement in Designing MERLO Items : Boundary Crossing, *Digital Experience in Mathematics Education*, *7*, 276–300, Published on line: https://rdcu.be/b7P5g

Robutti, O., Aldon, G., Cusi, A., Olsher, S., Panero, M., Cooper, J., Carante, P., et Prodromou, T. (2019). Boundary Objects in Mathematics Education and Their Role across Communities of Teachers and Researchers in Interaction. In G. M. Lloyd et O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher,* 2nd Edition. Volume 3: Participants in Mathematics Teacher Education, 211-240. Leiden, (The Netherlands): Brill-Sense.

Ruchniewicz, H., et Barzel, B. (2019). Technology supporting student self-assessment in the field of funcions. A design-based research study in G.Aldon et J. Trgalova (Eds.), *Technology in mathematics teaching,* 49-74, Springer Nature, Switzerland.

Sanchez, E., et Monod-Ansaldi, R. (2015). Recherche collaborative orientée par la conception. Un paradigme méthodologique pour prendre en compte la complexité des situations d'enseignement-apprentissage. *Éducation et didactique*, *9*(2), 73-94.

Star, S. L. et Grisemer, J. R. (1989). Institutional ecology, «translations» and boundary objects: Amateurs and professionals, Berkeley's Museum of Vertebrate Zoology, 19071939. *Social Studies of Science, 19(3),* 387420.

Star, S. L. (2010). This is not a boundary object: Reflections on the origin of a concept. Science, *Technology & Human Values, 35*(5), 601–617.

Tillion, G. (2009). *Fragments de vie*. Paris: Seuil. (Ouvrage original publié en 1907).

Vinatier, I., et Morissette, J. (2015). Les recherches collaboratives: enjeux et perspectives. Dans I. Vinatier et J.-L. Rinatier (dir.), *Rencontre entre chercheurs et praticiens: quels enjeux?* 135-168, Paris: Armand Colin.

Wiliam, D., et Thompson, M. (2007). Integrating assessment with instruction: What will it take to make it work? In C. A. Dwyer (Ed.) *The future of assessment: shaping teaching and learning* (53-82). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Zask, J. (2011). P*articiper. Essai sur les formes démocratiques de la participation*. Paris: Le Bord de l'eau.

IMPACT DE LA PEDAGOGIE MONTESSORI SUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE A L'ECOLE MATERNELLE EN FRANCE : APPROCHE COGNITIVE ET DIDACTIQUE

Accès vidéo Conférence

https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/20347-copirelem2021-conference-m-c-croset-m-l-gardes/

Marie-Caroline CROSET
Prag, UGA
marie-caroline.croset@univ-grenoble-alpes.fr

Marie-Line GARDES
Professeure ordinaire, HEP VAUD
marie-line.gardes@hepl.ch

Résumé
Actuellement en France, l'intérêt pour les pédagogies alternatives et en particulier pour la pédagogie Montessori ne cesse de se développer. En témoignent des rééditions ou traductions des ouvrages de Maria Montessori ou des publications d'enseignants (Morin, 2017; Poussin, 2017). Certains de ces auteurs avancent l'argument des mauvais résultats aux études internationales pour justifier ce regain d'intérêt, en particulier par les enseignants. Du côté de la recherche, peu d'études se sont intéressées aux effets de la pédagogie Montessori sur les apprentissages et certains résultats apparaissent contradictoires (pour une revue, voir (Courtier, 2019; Denervaud et Gentaz, 2015; Marshall, 2017). En 2015, notre équipe a débuté une recherche réunissant enseignants et chercheurs et ayant pour objectif général d'évaluer si l'utilisation de la méthode Montessori dans une école maternelle publique du REP + pouvait avoir des effets bénéfiques sur l'apprentissage des mathématiques. Dans cette conférence, nous présentons les résultats de cette étude. D'une part, nous présentons les analyses didactiques visant à comparer les attendus et les pratiques des deux institutions (Montessori et « conventionnelle »). D'autre part, nous détaillons les résultats de l'étude séquentielle du projet, qui montrent une absence de différences significatives entre les enfants des deux institutions concernant leurs compétences numériques. Nous terminons par des questions de formation des professeurs des écoles, et les apports mutuels des recherches en sciences cognitives et en didactique des mathématiques.

I - INTRODUCTION

En 2015, des enseignants d'une école maternelle de l'enseignement public français appliquant la pédagogie Montessori dans leurs classes sont venus solliciter notre équipe de recherche, Brain, Behavior and Learning[1], de l'Institut des Sciences Cognitives - Marc Jeannerod à Lyon. Soucieux d'évaluer à court et long terme les avantages cognitifs d'une telle pédagogie, ils souhaitaient construire et mettre en place un protocole de recherche pour évaluer les effets de leur enseignement sur les apprentissages. Pour répondre à cette demande, le projet Cogmont a été lancé. Ce projet étudie l'impact de la pédagogie Montessori sur des compétences des enfants français en fin de maternelle (6 ans) ayant suivi la pédagogie pendant toute leur scolarité de maternelle (de 3 à 6 ans).

[1] https://bbl-lab.fr/fr/

1 La pédagogie Montessori

La pédagogie Montessori a été développée dans la première moitié du 20e siècle par un médecin italien, Maria Montessori. Elle a étendu son travail sensori-moteur auprès d'enfants handicapés mentaux aux enfants qui se développaient normalement et qui provenaient de milieux défavorisés. À partir de ses observations, Maria Montessori a proposé des principes régissant le développement de l'enfant. Tout d'abord, l'enfant naît avec un « esprit absorbant » (Montessori, 1959) et une motivation à apprendre. Ensuite, l'enfant passe par des « périodes sensibles » (Montessori, 1936) où il est particulièrement attiré par certains apprentissages spécifiques. Il est réceptif pour les assimiler facilement et rapidement. Enfin, Maria Montessori fait valoir que tous les enfants ne progressent pas au même rythme. Il est donc nécessaire de permettre à ces derniers d'exploiter leurs périodes sensibles au moment opportun. Maria Montessori s'inspire de ces principes pour élaborer sa méthode d'enseignement.

En classe, ces principes impliquent plusieurs spécificités concernant l'environnement offert aux enfants et la posture de l'enseignant. Les classes sont mixtes en termes d'âge (enfants de 3 à 6 ans). Les enfants organisent leur propre emploi du temps quotidien en choisissant leurs activités, le temps qu'ils y consacrent, les personnes avec lesquelles ils travaillent et l'endroit où ils s'assoient. Ils peuvent répéter chaque activité autant de fois qu'ils le souhaitent pendant les trois années d'école. Le matériel utilisé dans ces activités fournit un retour d'information correctif et est en unique exemplaire dans la salle de classe. Ils sont présentés sur de petites étagères dans la classe, regroupés en domaines du programme scolaire, à savoir la vie pratique, les sciences sensorielles, le langage, les mathématiques, la géographie, la biologie, la musique et les arts visuels (Montessori, 1926). Ils sont organisés en fonction de leur niveau de difficulté. L'éducateur présente les activités aux enfants et s'assure que les élèves ne choisissent que des activités dont le niveau de difficulté est approprié. L'enseignant présente une activité en petits groupes ou individuellement à un élève.

Le matériel de mathématiques élaboré par Maria Montessori décompose les concepts en éléments simples et isolés les uns des autres. Chaque matériel est alors inséré dans une progressivité et ne peut être utilisé que si l'élément de concept travaillé précédemment est acquis. Par exemple (cf. Figure 1), le premier matériel, « les barres numériques (1) », permet d'appréhender la notion de quantité avec une grandeur continue, la longueur de la barre. Le second matériel dit des « chiffres rugueux » confronte l'enfant aux symboles de l'écriture chiffrée. Puis, le troisième, « les barres numériques (2) », demande à l'élève d'associer une quantité à un symbole. Ces matériels doivent être proposés dans cet ordre précis. Viennent ensuite des matériels sur la notion de quantité avec des collections discrètes.

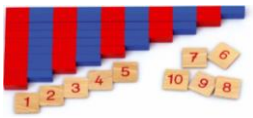
		
Les barres numériques (1)	Les chiffres rugueux	Les barres numériques (2)

Figure 1. Exemples du matériel de mathématiques Montessori

2 Présentation du projet Cogmont

Selon des études récentes (Courtier, 2019; Denervaud et Gentaz, 2015; Lillard, 2012; Marshall, 2017), les recherches sur l'impact de la pédagogie Montessori sur le développement et les apprentissages sont rares et la plupart ont été réalisées aux États-Unis. Parmi les quelques études existantes, certaines montrent que l'enseignement Montessori donne de meilleurs résultats que d'autres méthodes d'enseignement (par exemple, Besançon et Lubart, 2008; Lillard et al., 2017; Lillard et Else-Quest, 2006; Reed, 2008). D'autres

montrent des résultats similaires ou même en défaveur de l'enseignement Montessori (par exemple, Ansari et Winsler, 2014; Lopata et al., 2005). L'incohérence de ces résultats pourrait être due à des lacunes méthodologiques telles que des variations dans la qualité de la mise en œuvre de la pédagogie Montessori, des groupes contrôles imparfaits ou des échantillons de petite taille.

Le projet Cogmont se distingue des études antérieures pour plusieurs raisons. Tout d'abord, la plupart des recherches qui étudient l'impact de la pédagogie Montessori expliquent les résultats en s'interrogeant sur les spécificités pédagogiques de cette éducation. Le fait que les classes soient multi-âges ou que les enfants soient libres de leurs choix ou que le matériel proposé soit unique sont autant d'arguments régulièrement invoqués pour expliquer cette pédagogie (Marshall, 2017). Dans ce projet, notre volonté est d'expliquer les résultats, quels qu'ils soient, par un éclairage didactique. Notre équipe intègre des chercheurs en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques et cherche à s'enrichir de l'interaction de ces deux communautés. Un travail didactique approfondi a permis de comprendre quels étaient les contenus mathématiques à enseigner dans la pédagogie Montessori. Ce travail sera présenté en section 2 dans ces actes. Ce projet est aussi novateur car il se situe en France et se déroule dans une école publique, dans un environnement éducatif prioritaire. L'étude est de longue durée, les enfants suivant un même type d'enseignement pendant 3 ans. Le groupe témoin et le groupe expérimental sont dans la même école et les enfants ont été répartis au hasard. Cette méthodologie de recherche consiste en une étude transversale, randomisée et contrôlée sur un échantillon d'enfants dans une école maternelle publique de milieu défavorisé. L'ensemble de ces résultats est accessible dans Courtier (2019) et sera présenté dans ces actes en section 3. Enfin, dans un souci de communication pour la Copirelem, nous avons cherché à identifier les apports de notre recherche en formation des enseignants. Ces apports seront présentés en section 4. Nous précisons qu'une partie de cet article a déjà donné lieu à des publications (Courtier et al., 2021 ; Croset et Gardes, 2019, 2020 ; Gardes et Courtier, 2018).

II - ANALYSES DIDACTIQUES

L'objectif des analyses didactiques était de comparer les contenus à enseigner dans le domaine de la construction du nombre des deux institutions : nous distinguons d'une part l'institution « Montessori », et d'autre part l'institution « Conventionnelle ». L'idée est de caractériser ces contenus à enseigner pour comprendre les éventuelles différences des compétences numériques des élèves évalués dans le projet Cogmont.

1 La construction du nombre

Afin de décrire les contenus à enseigner, nous avons construit une organisation mathématique de référence (au sens de Bosch et Gascón, 2005) de la construction du nombre. Nous avons utilisé le modèle T4tel[2] développé par (Chaachoua, 2020; Chaachoua et Bessot, 2016). Chaachoua propose d'associer à un concept un ensemble de types de tâches génériques (*comparer des nombres*, ou *coder une quantité* par exemple), précisés par une liste de variables (*nature des nombres, représentation des nombres, …*). Chaque variable peut prendre différentes valeurs (la variable *nature des nombres* peut prendre les valeurs *nombres entiers/ décimaux/ rationnels*, la variable *représentation des nombres* les valeurs *code arabe/ code verbal*, …). L'élaboration de ce modèle de référence repose sur des travaux issus de la didactique des mathématiques (pour une synthèse, voir Margolinas et Wozniak, 2012) et de la psychologie cognitive (pour une synthèse, voir Fayol, 2012). L'objectif est de pouvoir cartographier ce qu'est l'apprentissage du nombre chez un

[2] « T4 » renvoie au quadruplet praxéologique (Type de tâches, Technique, Technologie, Théorie) issu de la TAD et l'acronyme « Tel » pour Technology Enhanced Learning.

enfant de 3 à 6 ans. Toute la démarche d'élaboration[3] de ce modèle de référence est accessible dans Croset et Gardes (2019, 2020) et nous proposons d'en décrire seulement les grandes lignes dans cet article.

Une première question se pose : qu'est-ce que le domaine[4] « de la construction du nombre » ? Le nombre permet d'exprimer à la fois une quantité d'une collection (3 cubes) et un rang dans une liste (le 3e cube). Cependant, le nombre peut être aussi présenté comme détaché de situations concrètes. C'est le cas lorsqu'on utilise le code symbolique du nombre que ce soit l'écriture chiffrée 3 ou le code verbal trwa. Adjiage (2007, p. 11) écrit sur ce sujet : « *Un objet mathématique […] est donc un objet « détaché » de l'éventuel contexte physico-empirique qui a pu lui donner naissance : par exemple en passant de 3 élèves, 3 bonbons, 3 images à 3.* ». Rencontrer le nombre sous sa forme décontextualisée peut aider à la construction du concept de nombre (Dillon et al., 2017). Toutefois, dans le domaine qui nous intéresse, même lorsque le nombre est présenté sous une forme « détachée » ou « décontextualisée », il n'y a pas d'enseignement explicite du système de numération : les élèves peuvent travailler différentes représentations du nombre mais il n'y a pas d'enseignement de la correspondance entre la position du chiffre et le nombre de groupements ni de la « grammaire » de l'écriture des nombres. La construction du concept de nombre précède donc les activités de groupements et d'échanges (Margolinas et Wozniak, 2012, p. 112). Ainsi, nous considérons que le domaine de la construction du nombre se décline en trois thèmes d'étude (Croset et Gardes, 2019) : le premier où le nombre permet de mesurer une quantité, le second où le nombre permet d'indiquer une position et le troisième où le nombre est détaché des grandeurs et des unités de mesure.

Le modèle de référence, présenté partiellement en Figure 2, se construit autour de ces trois thèmes d'étude.

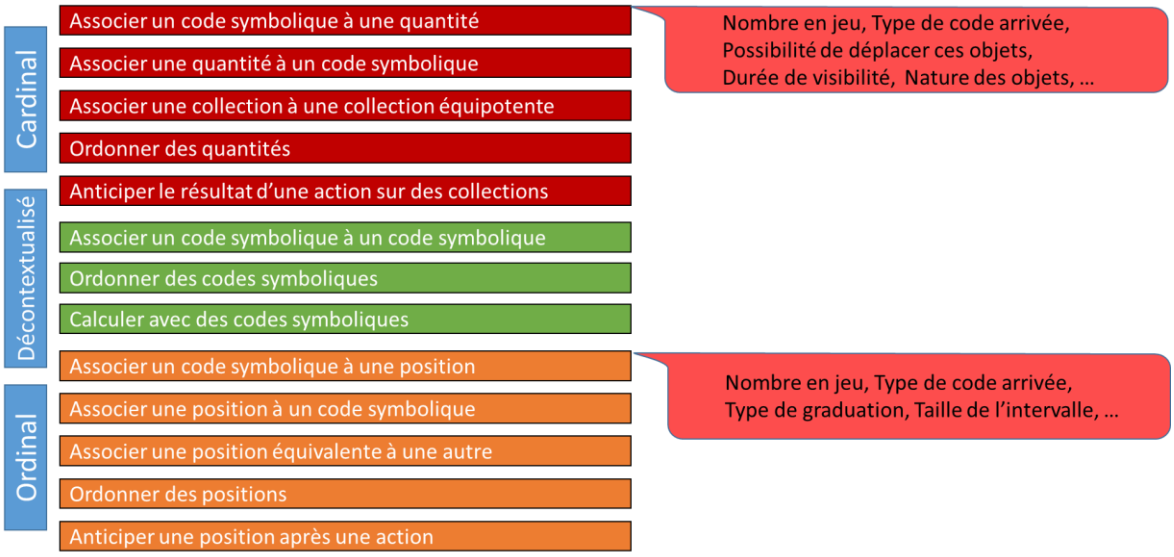


Figure 2. Carte de la construction du nombre (Croset et Gardes, 2020).
À gauche, les trois thèmes du nombre : l'usage cardinal, décontextualisé ou ordinal. Au centre, les treize types de tâches génériques. À droite, deux exemples de variables associées.

[3] L'élaboration d'un autre modèle de référence sur les mêmes principes est aussi présentée dans ces mêmes actes (Croset, Soury-Lavergne et Térouanne, 2021).

[4] Les termes de domaine et de thème d'étude font référence à l'échelle des niveaux de codétermination didactique des travaux de Chevallard mais peuvent aussi être pris au sens commun du terme. La discipline mathématique est divisée en domaine qui lui-même est divisé en secteurs.

À chaque thème sont associés des types de tâches génériques selon le modèle T4tel. Treize types de tâches ont été identifiés. Dans le thème de la quantité, on trouve par exemple le type de tâches qui consiste à associer un code à une quantité. Ce type de tâches regroupe des tâches très diverses telle que la tâche qui consiste à dire combien il y a de jetons dans une collection de 14 jetons alors que le temps d'exposition est illimité ou bien la tâche qui consiste à dire combien il y a de jetons dans cette même collection alors que cette fois-ci, le temps est limité. Dans le premier cas, on peut imaginer que l'élève est amené à dénombrer un par un le nombre de jetons présents. Dans le second cas, la contrainte de durée d'exposition amène l'élève à donner un ordre de grandeur du nombre de jetons. L'association d'un code symbolique à une quantité regroupe donc à la fois des tâches de dénombrement et des tâches d'approximation de quantité. Ces tâches se distingueront par la valeur que prendra la variable « durée de visibilité ». Donnons un autre exemple, celui de son analogue dans le thème « ordinal » : associer un code symbolique à une position. Ce type de tâches regroupe, par exemple, la tâche qui consiste à donner un code exprimant la position de la carte désignée par la flèche dans un ensemble de carte « ordonnées » (Figure 3, à gauche). Ou encore la tâche que l'on trouve actuellement dans les évaluations[5] de CP qui consiste à exprimer la position d'un carré blanc présent sur une ligne numérique (Figure 3, à droite).



Figure 3. Exemples de tâches relevant de l'association d'un code symbolique à une position. À gauche, l'élève doit donner un code exprimant la position de la carte désignée par la flèche (extrait de L'escargot caché, Maths à grand pas GS, édition Retz, pp.46-48). À droite, l'élève doit trouver le nombre exprimant la position du carré blanc sur la ligne numérique (extrait du site http://boutdegomme.fr/ateliers-ligne-numerique-cp-et-ce1).

Ces treize types de tâches caractérisent le domaine mathématique de la construction du nombre. Ils cartographient l'apprentissage de la construction du nombre chez l'enfant. Une fois que ce modèle a été élaboré, il a été exploité pour comparer des contenus à enseigner via des observables.

2 Comparaison des contenus à enseigner des deux institutions via des observables

2.1 Les observables retenus

Les observables disponibles dans chacune des institutions sont de nature différente. Pour l'institution Montessori, nous nous sommes appuyés sur les ateliers de première numération (disponibles sur le site de l'AMI France[6]) et sur un des livres de Maria Montessori (1934) qui explicite les objectifs mathématiques de ces ateliers[7]. Pour l'institution « conventionnelle », nous nous sommes appuyés sur les manuels « Vers les maths » (Duprey et al., 2015, 2016b, 2016a). D'une part, ce sont les documents principaux (au sens de Margolinas et Wozniak, 2009) des enseignants participants au projet Cogmont. D'autre part, ces manuels semblent être une ressource dominante chez les enseignants de maternelle en France. Un questionnaire a été soumis, en 2019, à 270 enseignants de maternelle[8] : 70% d'entre eux affirment que ce manuel est leur document principal pour préparer leurs séquences de mathématiques.

[5] Accessible sur cette page : https://eduscol.education.fr/2295/evaluations-des-acquis-et-besoins-des-eleves-au-cp

[6] file:///Users/p51237/Downloads/Charte%20Etablissements%20Montessori%20France.pdf

[7] Nous avons choisi d'introduire cette terminologie « atelier Montessori » pour distinguer le matériel des activités associées à ce matériel. Ces termes ne semblent cependant pas utilisés par les éducateurs et formateurs Montessori.

[8] Les enseignants étaient issus de différentes académies. Plus de 150 d'entre eux avaient au moins 10 ans d'ancienneté.

Ces documents sont les observables des institutions. Nous les avons analysés avec la praxéologie de référence présentée dans la partie précédente.

2.2 Résultats de la comparaison des contenus

Comparaison des types de tâches

Nous avons analysé chaque tâche proposée dans les observables des deux institutions : chaque tâche a été rattachée à un type de tâches générique et une liste de valeurs de variables lui a été associée. Cette modélisation (Figure 4) permet de répondre à différentes questions : quel type de tâches est privilégié par chacune des institutions ? Y a-t-il des types de tâches jamais proposés ? Un thème d'étude préférentiel ? Environ 10% des tâches relèvent de l'association d'un code à une quantité dans les deux institutions. L'association de quantité à un code est également présente dans les deux institutions (13%). Les observables de l'institution « Conventionnelle » se focalisent sur l'association d'une collection à une collection équipotente (21% des tâches proposées en relèvent) et l'anticipation d'un résultat après une action (26%) tandis que le type dominant dans l'institution « Montessori » est le calcul (près de 40% des tâches proposées aux élèves montessoriens travaillent le calcul). Aucune tâche d'association d'une collection à une collection équipotente n'est proposée dans l'institution « Montessori » et assez peu de tâches de comparaison sont proposées. Enfin, le thème du nombre comme position d'un rang est absent dans l'institution Montessori et peu présent dans les ressources « conventionnelles ».

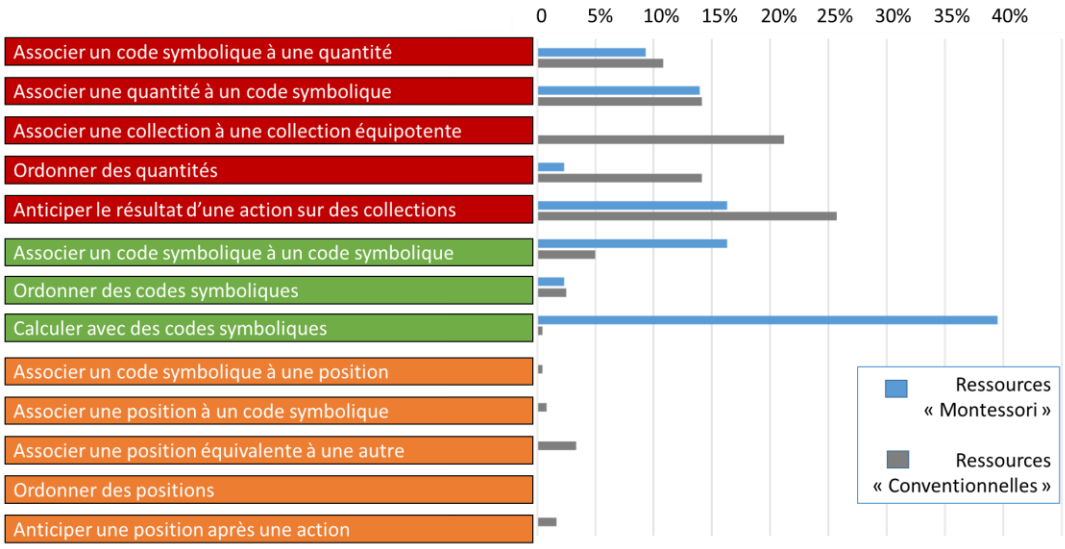


Figure 4. Comparaison praxéologique des observables des institutions « Montessori » et « conventionnelle »

Comparaison des valeurs de variables prises dans les deux institutions

Comme expliqué dans la section précédente, lors de l'élaboration de la praxéologie de référence, une liste de variables a été identifiée. Parfois, il y a des variables communes à différents types de tâches. Par exemple, la variable « nombre » revient systématiquement, ainsi que « représentation du nombre ». Nous pouvons donc étudier ces variables et les valeurs qu'elles prennent transversalement aux types de tâches. Ainsi, si l'on regarde la variable « nombre », une différence apparait entre les institutions : l'institution « conventionnelle » propose de travailler l'intervalle [1 ; 3] pendant plus de 5 périodes[9], puis l'intervalle [1 ; 5] puis tardivement, l'intervalle [1 ; 10]. Dans l'institution « Montessori », la majorité des ateliers

[9] Une période correspond à l'intervalle de temps d'enseignement entre deux vacances scolaires, en France. En moyenne, une période dure 6 semaines. L'année scolaire est découpée en 5 périodes.

travaillent l'ensemble [0 ; 10] (seulement quelques-uns portent sur l'intervalle [1 ;10]). Ainsi, contrairement à l'institution Montessori, les ressources « conventionnelles » proposent un découpage des valeurs numériques selon les années de l'école et ne proposent pas de travail spécifique sur le zéro (ni en lien avec la quantité nulle ni son code symbolique).

Une autre variable peut être étudiée : celle qui relève de la dialectique outil/objet (Douady, 1986). Dans les tâches proposées, le nombre est-il outil de résolution ou objet d'étude ? Comme illustré sur la Figure 5, l'institution « Conventionnelle » propose davantage le nombre dans sa dimension outil tandis que l'institution « Montessori » propose davantage le nombre dans sa dimension objet.

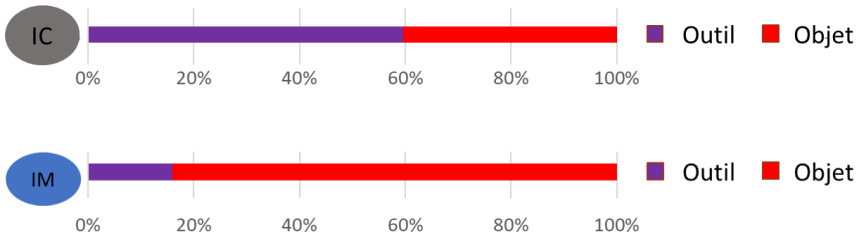


Figure 5. Répartition des tâches qui permettent de travailler le nombre comme outil de résolution et des tâches où le nombre est objet d'étude. IC pour institution conventionnelle et IM pour institution Montessori.

La carte des connaissances de la construction du nombre, notre modèle de référence, s'appuie sur des travaux issus de deux communautés complémentaires : celle de la didactique des mathématiques et celle des sciences cognitives. La superposition de ces travaux permet de mieux couvrir le domaine de la construction du nombre. Situer dans ce modèle les attendus des deux institutions identifie les manques et les points forts de ces institutions, comme nous venons de le présenter. Ce travail doit néanmoins être poursuivi pour déterminer les praxéologies complètes, en particulier, dans l'identification des technologies[10] : une tâche est accomplie par une technique qui se justifie, s'explique par une technologie. Or, la technologie peut être dépendante d'une institution (Chevallard, 1998). En étant à cheval sur deux communautés scientifiques, en essayant aussi de couvrir deux pédagogies distinctes, il se peut qu'on se confronte à un exercice difficile : celui d'expliciter les éléments technologiques d'une tâche. En effet ces éléments pourraient être distincts d'une communauté à une autre et d'une pédagogie à une autre. Cette difficulté doit être, cependant, surmonter pour lier connaissance visée et tâche réalisée, autrement dit qu'une tâche permette bien l'émergence ou l'évaluation de telle connaissance.

III - ETUDE RANDOMISEE

1 Etat de l'art des études d'impact de l'éducation Montessori sur les apprentissages mathématiques

À notre connaissance, trois études ont spécifiquement comparé les performances en mathématiques[11] des enfants de 3 à 6 ans suivant une éducation Montessori à celles des enfants de même âge suivant une éducation conventionnelle. Leurs résultats sont mitigés (Laski et al., 2016; Lillard et Else-Quest, 2006; Wexley et al., 1974). En 1974, Wexley et ses collègues ont comparé des enfants défavorisés de 3 à 5 ans

[10] Dans la Théorie Anthropologique du Didactique, la technologie est un discours rationnel sur la technique utilisée pour accomplir une tâche. Cette technologie justifie « rationnellement » la technique.

[11] D'autres études ont été menées mais les mathématiques ont été regroupées à d'autres compétences académiques lors des résultats et de leurs analyses, par exemple (Lillard et al., 2017).

dans un programme Montessori et dans un programme conventionnel de garderie, appariés en termes d'âge, de sexe, de race, de statut socio-économique et du nombre de parents vivant dans le ménage. Ils ont également comparé ces deux groupes à deux groupes témoins d'enfants sans enseignement scolaire, issus de quartiers défavorisés et favorisés. Ils ont utilisé le test arithmétique de l'échelle d'intelligence préscolaire de Wechsler (ainsi que d'autres tests évaluant d'autres aspects du développement cognitif). Cette étude a montré que les élèves montessoriens de la maternelle avaient de meilleurs résultats en arithmétique que le groupe contrôle, sans enseignement, de milieu défavorisé. En revanche, ils ne différaient pas des enfants du programme de garderie ni même du groupe contrôle, sans enseignement, de milieu favorisé. En 2006, Lillard et Else-Quest ont mené une évaluation de la méthode Montessori en utilisant un système de loterie scolaire. Tous les parents participant à cette loterie étaient volontaires pour que leur enfant suive un enseignement Montessori. Les familles qui n'étaient pas tirées au sort rejoignaient d'autres systèmes éducatifs et étaient affectés au groupe contrôle. Au total, 112 enfants américains de deux groupes d'âge - 5 et 12 ans - ont été comparés sur une série de mesures cognitives. Pour la mesure mathématique, ils ont utilisé le sous-test Applied Problems du Woodcock-Johnson III (Woodcock et al., 2001). Une différence significative en faveur du groupe Montessori a été constatée pour les enfants de 5 ans mais pas pour ceux de 12 ans. En 2008, Reed compare les performances en calcul et connaissance du système décimal chez des élèves de CP, CE1 et CE2 (élèves de 6 à 9 ans) en écoles Montessori ou conventionnelles. Sur les deux tâches portant sur le système décimal, les élèves en classes Montessori réussissaient mieux que les élèves en classes conventionnelles, en particulier au CP (71% de réussite chez les élèves Montessori, contre 13% de réussite chez les élèves en classes conventionnelles dans une des tâches). Dans les tâches d'additions à effectuer en ligne, les élèves des écoles Montessori présentaient des procédures plus sophistiquées, en particulier en CE2. Aucune différence significative n'a été obtenue sur les additions posées en colonne. L'auteure interprète ces résultats en invoquant une capacité à mobiliser des procédures d'ordre conceptuel plus importante chez les élèves ayant suivi une pédagogie Montessori. Plus récemment, Laski et ses collègues (2016) ont également obtenu des résultats relativement similaires. Ils ont réalisé une évaluation longitudinale des connaissances du système décimal et de l'arithmétique chez 150 enfants issus d'écoles Montessori et non Montessori. Les enfants ont été testés une première fois (temps 1) en fin de maternelle (5-6 ans), pour une première cohorte et en CP (6-7 ans), pour une seconde cohorte. Puis, ces mêmes élèves ont été testés deux ans plus tard (temps 2), soit en CE1 (7-8 ans) pour la première cohorte et en CE2 (8-9 ans) pour la seconde cohorte. Au temps 1, les élèves ont été testés sur leur compréhension du système décimal et leurs performances en calculs additifs tandis qu'au temps 2, ils ont été évalués sur des comparaisons de nombres en écriture chiffrée et en résolution de problèmes arithmétiques. Les auteurs ont constaté qu'au temps 1, les enfants des écoles Montessori avaient de meilleurs résultats sur la tâche de compréhension du système décimal, mais aucune différence n'a été constatée deux ans plus tard.

En conclusion, ces études semblent éventuellement montrer une supériorité de l'éducation Montessori par rapport à une éducation conventionnelle pour les compétences en mathématiques au début de l'école primaire. Toutefois, ces résultats doivent être interprétés avec prudence car ils sont peu nombreux et ils présentent plusieurs limites méthodologiques : par exemple, il n'y a pas d'affectation aléatoire des enfants dans les groupes expérimentaux et les groupes contrôles et/ou pas de scores de base ou encore, il n'y a pas eu de précision sur la fidélité d'application de la pédagogie Montessori dans les écoles participantes aux études. De plus, les discussions ont tendance à généraliser des résultats obtenus pourtant sur des mesures limitées de compétences en mathématiques. Nous reviendrons sur ce point dans la discussion.

2 Méthode

2.1 Participants et procédure

L'école est située dans un quartier défavorisé (REP+). Il y a deux types de classes dans l'école : trois classes Montessori triple niveau et six classes conventionnelles de niveau simple ou double. Les enfants ont été assignés au hasard à ces classes par les enseignants lors de leur inscription à l'école.

Pour l'étude transversale, nous avons évalué 131 enfants français de la même école maternelle publique : 53 enfants avaient suivi la pédagogie Montessori (dont 27 filles) et 78 enfants contrôles (dont 40 filles) avaient suivi une pédagogie conventionnelle. Ils ont été testés à la fin de l'école maternelle, après trois années d'un seul type d'enseignement (conventionnel vs. Montessori). Trois cohortes d'élèves ont contribué à cette étude : ceux sortant de l'école maternelle en 2017, en 2018 et en 2019 (Figure 6). Les élèves en classes Montessori avaient en moyenne 5,94 ans (Standard deviation, SD = 0,28) et les élèves en classes Conventionnelle en moyenne 5,98 ans (SD = 0,29).

Pour l'étude longitudinale, nous avons évalué 70 enfants français de la même école : 33 enfants avaient suivi la pédagogie Montessori (dont 19 filles) et 37 enfants contrôles (dont 20 filles) avaient suivi une pédagogie conventionnelle. Ils ont été testés à l'entrée et à la fin de l'école maternelle, après trois années d'un seul type d'enseignement (conventionnel vs. Montessori). Deux cohortes d'élèves ont contribué à cette étude : ceux entrant à l'école maternelle en septembre 2015 (et sortant en juin 2018) et ceux entrant en septembre 2016 (et sortant en juin 2019) (cf. Figure 6). Lors des expérimentations en début de PSM, les élèves en classes Montessori avaient en moyenne 3,34 ans (SD= 0,27) et les élèves en classes Conventionnelle avaient en moyenne 3,36 ans (SD= 0,34). Les deux groupes ne différaient donc pas en âge

Les élèves ont été testés individuellement. Les mêmes tests ont été utilisés à l'entrée à l'école maternelle, en PSM et à la sortie de l'école, en GSM (pour plus de détail, voir Courtier, 2019).

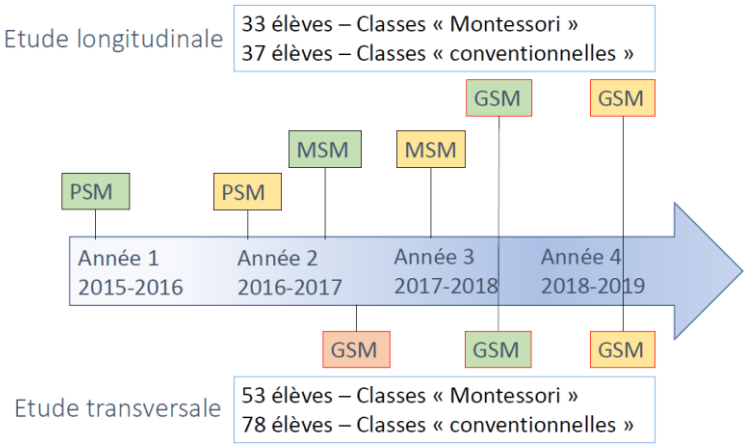


Figure 6. Participants à l'étude longitudinale et transversale. Deux cohortes ont contribué à l'étude longitudinale : les élèves entrant en 2015 et en 2016. Trois cohortes ont contribué à l'étude transversale : les élèves sortant en 2017, 2018 et 2019.

2.2 Mesures

Sur la base du modèle de référence des connaissances en jeu pour construire le nombre en maternelle (Figure 2), nous avons conçu un test, appelé *test diagnostique didactique en mathématiques*, pour évaluer les attendus de l'école maternelle publique. Une première tâche, prérequis du dénombrement, consistait à réciter la comptine numérique aussi loin que l'élève pouvait (T1). Cette tâche est une variable continue contrairement aux autres tâches présentées ci-dessous.

Sept autres types de tâches ont été choisis, parmi les treize présentés en Figure 2. Les types de tâches de comparaison et d'anticipation de positions ou de calculs de nombres décontextualisés n'ont pas été retenus, étant en dehors des attendus fixés par l'éducation nationale française (MEN, 2015). Les tâches de ce test sont des tâches concrètes, utilisant des jetons que les enfants peuvent manipuler. Nous les présentons ci-dessous en précisant entre crochets à quel élément de la praxéologie de référence, elles se réfèrent (Figure 2).

- Déterminer le cardinal d'une collection donnée (T2), Construire une collection d'un cardinal donné (T3) [Associer un code symbolique à une quantité, usage cardinal]
- Résoudre des problèmes arithmétiques simples (d'ajout et de retrait d'objets dans une collection) (T4) [Anticiper le résultat d'une action sur des quantités, usage cardinal]
- Construire une collection de même cardinal qu'une collection éloignée (T5) [Associer une quantité à un quantité de même cardinal, usage cardinal]
- Comparer le cardinal de deux collections (T6), [Ordonner des quantités, usage cardinal]
- Nommer les nombres écrits en chiffre (T7) [Associer un code symbolique à un code symbolique, usage décontextualisé]
- Nommer une position (T8) [Associer un code symbolique à une position, usage ordinal]
- Reproduire la position équivalente à celle donnée (T9) [Associer une position équivalente à une autre, usage ordinal]

Pour les tâches T2, T3, T4, T5, T6 et T9 nous avons proposé différents sous-tests avec des niveaux de difficulté croissants. Par exemple, pour T2, les enfants doivent d'abord reconnaître le cardinal d'une collection de 3 jetons, puis de 7 et enfin d'une collection de 11 jetons. À la fin de ces trois sous-tâches, le score des enfants pour T2 peut varier de 0 à 3 en fonction de leur réussite. Ce score a ensuite été ramené sur 1 pour chaque tâche. Au total, les enfants ont été testés sur 33 sous-tâches réparties en huit tâches, obtenant un score entre 0 et 8.

En plus de ce test conçu pour l'expérimentation, les élèves ont été évalués avec le sous-test Applied Problems, traduit en français, du Woodcock-Johnson III (WJ-III) (Woodcock et al., 2001). Ce test est composé de 63 items à difficulté croissante et avec un critère d'arrêt après six erreurs consécutives. Ce test a été choisi car il a été utilisé par Lillard et Else-Quest (2006). Un extrait est présenté en Figure 7. Il permet d'évaluer des compétences mathématiques, de l'école maternelle à la fin du secondaire. Dans les premiers items, sont évaluées principalement des compétences en dénombrement et en résolution de problèmes additifs et soustractifs.

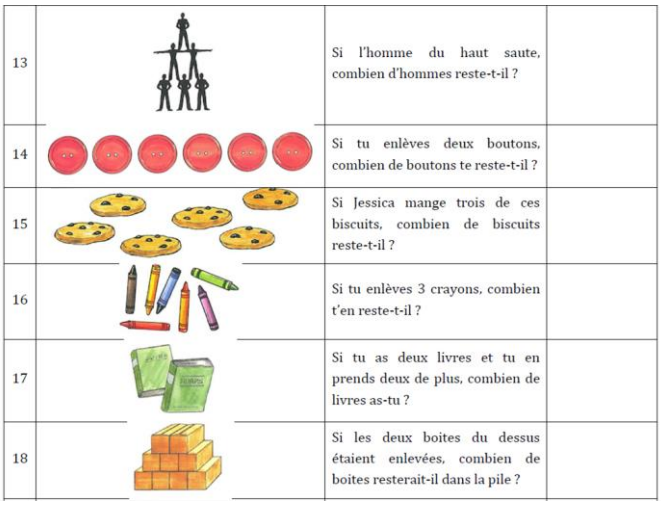


Figure 7. Sous-test Applied Problems du Woodcock-Johnson III (WJ-III) (Woodcock et al., 2001)

3 Résultats

3.1 Test Applied Problems

Pour l'étude longitudinale, 31 élèves en classes Montessori et 33 élèves en classes conventionnelles ont été testés avec le test Applied Problems (Figure 8). En PSM, les élèves du groupe Montessori ont obtenu un score moyen de 3,84 (SD= 3,21) et les élèves du groupe Conventionnel ont obtenus un score

moyen de 5 (SD = 3,67). En GSM, les élèves du groupe Montessori ont obtenu un score moyen de 17,16 (SD= 3,06) et les élèves du groupe Conventionnel ont obtenus un score moyen de 17,70 (SD = 3,72). L'analyse de l'interaction entre le type de pédagogie et le niveau a révélé un niveau de preuve anecdotique ne permettant pas de conclure en faveur de l'absence ou de la présence de différence de progrès entre les deux groupes, $F(2, 124)= 2,97$; $p= 0,06$; $\eta^2_p= 0,05$; $BF_{10}= 1,05$.

Pour l'étude transversale, 53 élèves en classes Montessori et 77 élèves en classes conventionnelles ont été testés avec le test Applied Problems. Les élèves suivant une pédagogie Montessori ont obtenu un score moyen de 16,74 (SD = 3,14) et les élèves suivant une pédagogie conventionnelle ont obtenu un score moyen de 16,66 (SD = 3,67). Le test t de Student a révélé un niveau de preuve modéré en faveur de l'absence de différence entre ces moyennes[12] $t(128) = 0,12$; $p = 0,91$; $d = 0,02$; $BF01 = 5,26$ (Figure 8).

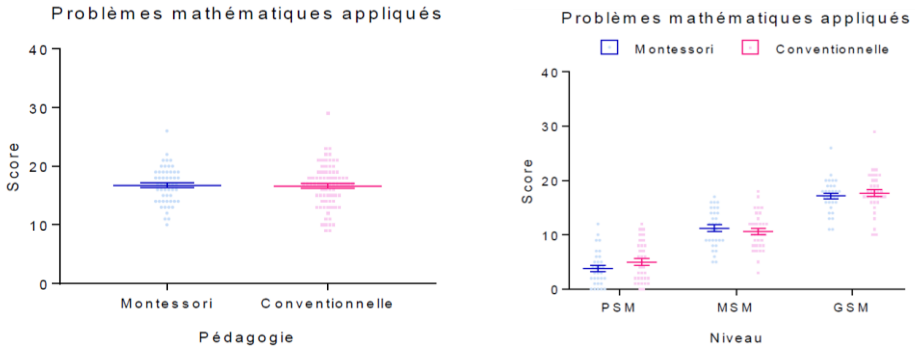


Figure 8. Score sur 63 au test Applied Problems pour chaque pédagogie. A gauche, les résultats de l'étude transversale. A droite, les résultats de l'étude longitudinale.

3.2 Test diagnostique didactique en mathématiques

En ce qui concerne l'étude longitudinale, 30 élèves en classes Montessori et 35 élèves en classes conventionnelles ont été testés avec le test didactique. En PSM, les élèves du groupe Montessori ont obtenu un score moyen de 1,26 (SD= 0,78) et les élèves du groupe Conventionnel ont obtenus un score moyen de 1,15 (SD = 0,96). En GSM, les élèves du groupe Montessori ont obtenu un score moyen de 6,38 (SD= 1,29) et les élèves du groupe Conventionnel ont obtenus un score moyen de 6,99 (SD = 1,14). L'analyse de l'interaction entre le type de pédagogie et le niveau a révélé, à nouveau, un niveau de preuve anecdotique ne permettant pas de conclure en faveur de l'absence ou de la présence de différence de progrès entre les deux groupes, $F(2, 126)= 3,73$; $p= 0,03$; $\eta^2_p= 0,06$; $BF_{10}= 1,44$ (Figure 9).

[12] Les données ont été analysées avec des statistiques fréquentistes (tests t ou χ^2) et bayésiennes. Les résultats des tests fréquentistes ont été interprétés comme étant significatifs lorsque la valeur du p était inférieure à 0,05. La taille de l'effet est quantifiée à l'aide de d de Cohen. Les statistiques bayésiennes permettent d'estimer la force de la preuve (i.e. le facteur Bayes, BF) en faveur de l'hypothèse alternative d'une différence entre les groupes (H1) par rapport à l'hypothèse nulle d'absence de différence entre les groupes (H0) pour chaque test. Pour plus de précisions sur les tests statistiques utilisés, voir (Howell, 2008).

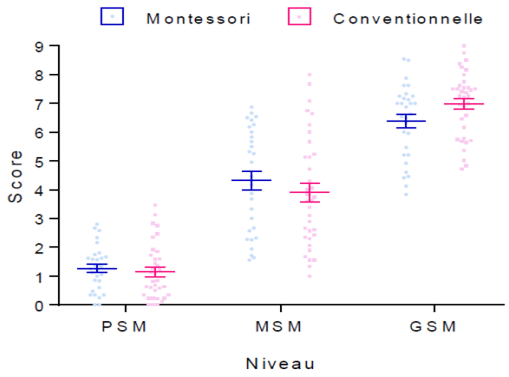


Figure 9. Scores obtenus sur l'étude longitudinale au test diagnostique didactique en mathématiques.

Pour l'étude transversale, 52 élèves en classes Montessori et 76 élèves en classes conventionnelles ont été testés avec le test diagnostique didactique en mathématiques. Concernant la tâche 1, évaluant le niveau de connaissance stable de la comptine numérique, la moyenne était 46,38 (SD = 44,73) pour les élèves du groupe Montessori et 50,08 (SD = 113,84) pour les élèves du groupe Conventionnel. Le test t de Student a révélé un niveau de preuve modéré en faveur de l'absence de différence entre les groupes t(126) = -0,22 ; p = 0,82 ; d = -0,04 ; BF01 = 5.

Concernant l'étude transversale, le total (sur 8) de réussite aux tâches 2 à 9, le groupe Montessori a obtenu un score moyen de 5,82 (SD = 1,17) tandis que le groupe conventionnel a obtenu un score moyen de 6,08 (SD = 1,11). Le test t de Student indique un niveau de preuve anecdotique qui ne permet donc pas de conclure à la présence ou l'absence d'une différence entre les deux groupes t(126) = -1,27 ; p = 0,07 ; d = -0,23 ; BF01 = 2,5.

Les résultats à chaque tâche ayant contribué au score total, c'est à dire les résultats aux tâches T2 à T9, sont présentés séparément dans la table ci-dessous (Figure 10).

Tâche	Moyenne		Test fréquentiste	BF
	Montessori	Conventionnel		
T2	0.79 (0.27)	0.78 (0.26)	t(126) = 0,30 ; p = 0,77 ; d = 0,05	BF01 = 5
T3	0.84 (0.29)	0.87 (0.26)	t(126) = -0,78 ; p = 0,44 ; d = -0,14	BF01 = 4
T4	0.73 (0.29)	0.71 (0.29)	t(126) = 0,32 ; p = 0,75 ; d = 0,06	BF01 = 5
T5	0.26 (0.36)	0.35 (0.38)	t(126) = -1,32 ; p = 0,19 ; d = -0,24	BF01 = 2,38
T6	0.95 (0.15)	0.97 (0.12)	t(126) = -0,62 ; p = 0,53 ; d = -0,11	BF01 = 4,35
T7	0,98 (0,12)	0,97 (0,10)	t(126) = 0,51 ; p = 0,61 ; d = 0,09	BF01 = 4,55
T8	81%	86%	χ^2(1 ; N = 128) = 0,51 ; p = 0,48	BF01 = 2,44
T9	0,46 (0,33)	0,57 (0,31)	t(126) = -1,92 ; p = 0,06 ; d = -0,35	BF10 = 1,01

Figure 10. Résultats tâche par tâche

En résumé, les tests t de Student ou de χ^2 ont révélé un niveau de preuve modéré en faveur de l'absence de différence entre ces moyennes pour les tâches 2, 3, 4, 6 et 7. En revanche, les tests t de Student ou de χ^2

indiquaient un niveau de preuve anecdotique qui ne permet donc pas de conclure à la présence ou l'absence d'une différence entre les deux groupes pour les tâches 5, 8 et 9.

4 Discussion

Les résultats de l'étude longitudinale et transversale montrent que les élèves des deux institutions réussissent aussi bien sur l'ensemble des compétences mathématiques évaluées. Il est intéressant de noter que les élèves de l'institution Montessori réussissent aussi bien que les élèves des classes conventionnelles sur des tâches qu'ils ne travaillent pas ou très peu (cf. section II), comme par exemple l'association d'une collection à une collection équipotente (T5) ou associer une position équivalente à une autre (T9). De plus, les élèves des deux institutions semblent en difficultés sur ces tâches (environ 35% de réussite pour T5 et environ 57% de réussite pour T9). Cela pose une question au niveau didactique : les enseignements sont différents et diffèrent *a priori* sur plusieurs types de tâches mathématiques mais cela n'aurait pas d'impact sur les apprentissages ?

Pour répondre à cette question, il semble nécessaire de poursuivre les recherches, notamment en prenant en compte certaines limites du projet Cogmont. Une première limite est celle des tests utilisés pour évaluer les compétences numériques des enfants. Le test diagnostique didactique des mathématiques permet de mesurer la réussite des élèves sur les compétences attendues à la fin de l'école maternelle mais ne permet pas d'évaluer des attendus qui relèveraient de l'école élémentaire. Or, dans l'institution Montessori, les analyses didactiques mettent en évidence une prédominance du genre de tâche *Calculer* (cf. Figure 4) qui n'était pas évalué avec ce test. De plus, un travail sur le système décimal est déjà engagé en maternelle dans les classes montessoriennes (Montessori, 1934), lui aussi non mesuré. Ainsi proposer un test qui mesure des compétences numériques au-delà des attendus de l'école maternelle serait pertinent et révèlerait peut-être des différences sur des types de tâches spécifiques de la pédagogie Montessori. Une seconde limite concerne le recueil limité de données qualitatives permettant d'avoir accès aux contenus mathématiques réellement enseignés en classe dans les deux institutions. Afin de nous assurer de la fidélité d'implémentation de la pédagogie Montessori dans les classes montessoriennes de l'étude (et inversement de la non implentation de cette pédagogie dans les classes conventionnelles), nous avons mené de nombreuses observations en classe. Pour cela, une grille d'évaluation de la fidélité de l'implémentation de la pédagogie Montessori (Courtier, 2019) a été construite et utilisée. Elle comporte quatre catégories d'éléments à observer : l'organisation du temps, l'organisation de l'espace, le matériel didactique disponible, le rôle de l'enseignant. De plus, les activités des élèves sont observées et décrites sur une période d'une dizaine de minutes. Ce recueil de données qualitatives nous a permis, par exemple, de confirmer que le type de tâche associer une collection à une collection équipotente est bien absente des apprentissages dans les classes montessoriennes (y compris dans les apprentissages plus informels comme le moment du dressage de la table pour le déjeuner). Cependant, nous n'avons pas suffisemment de données nous permettant de savoir si tous types de tâches sont réellement enseignés en classe et surtout comment ils sont enseignés. Il y a donc ici la nécessité d'aller observer les pratiques, dans ces deux institutions, sur de longues périodes d'enseignement afin d'affiner les analyses didactiques par l'analyse des contenus enseignés. Cela permettrait de mieux choisir et construire les tests pour les mesures d'une part, et de mieux comprendre et interpréter les résultats obtenus d'autre part.

IV - TRANSPOSITION DE CETTE RECHERCHE A LA FORMATION

Nous avons été amenées à exploiter ces résultats de recherche en formation et nous présentons ci-dessous la transposition de nos résultats de recherche à la formation. Trois grands apports se dégagent. L'un concerne la connaissance que nous avons acquise de la pédagogie Montessori en général, le second autour de l'utilisation de la carte des connaissances en jeu pour construire le nombre, le troisième autour des ressources analysées.

1 À propos de la pédagogie Montessori à l'école maternelle

Cette étude montre qu'il n'y a pas de différence significative entre les deux groupes d'élèves de fin de maternelle ayant suivi une pédagogie Montessori pour les uns et une pédagogie conventionnelle pour les autres. Les spécificités de cette recherche peuvent expliquer que les résultats ne soient pas en cohérence avec certaines recherches. En particulier, cette étude a l'originalité d'avoir été menée avec une répartition aléatoire des élèves dans les classes à l'entrée de la maternelle et dans une école publique française en milieu défavorisé. Face à l'engouement actuel pour les pédagogies alternatives, en particulier en France où certains éducateurs très médiatisés véhiculent l'idée d'une meilleure efficacité de la pédagogie Montessori pour les premiers apprentissages (De Cock, 2017), les résultats du projet Cogmont permettent de relativiser l'utilisation, parfois aveugle ou approximative, de cette pédagogie. À l'inverse, les résultats obtenus montrent aussi qu'il n'y a pas non plus de raison de proscrire cette pédagogie. Dans le domaine de la construction du nombre et avec les limites décrites en section III, la pédagogie Montessori semble aussi efficace que la pédagogie conventionnelle.

Lorsqu'un formateur observe des classes s'inscrivant dans la pédagogie Montessori, il peut, cependant, être vigilant sur certains points révélés par l'étude didactique. Par exemple, le formateur pourra être vigilant sur l'absence de tâches de construction de collection équipotente, de travail sur la position ainsi que le peu de tâches où le nombre est outil de résolution de problèmes. À l'inverse, il pourra s'appuyer sur un travail systématique sur la fonction successeur (Schneider et al., 2021), sur la mise en relation des nombres de 0 à 10 et la présence d'un travail du nombre zéro.

2 À propos de l'utilisation du modèle de référence

Nous avons présenté le modèle de référence (Figure 2) en formation continue sous la forme d'une carte (Figure 11).

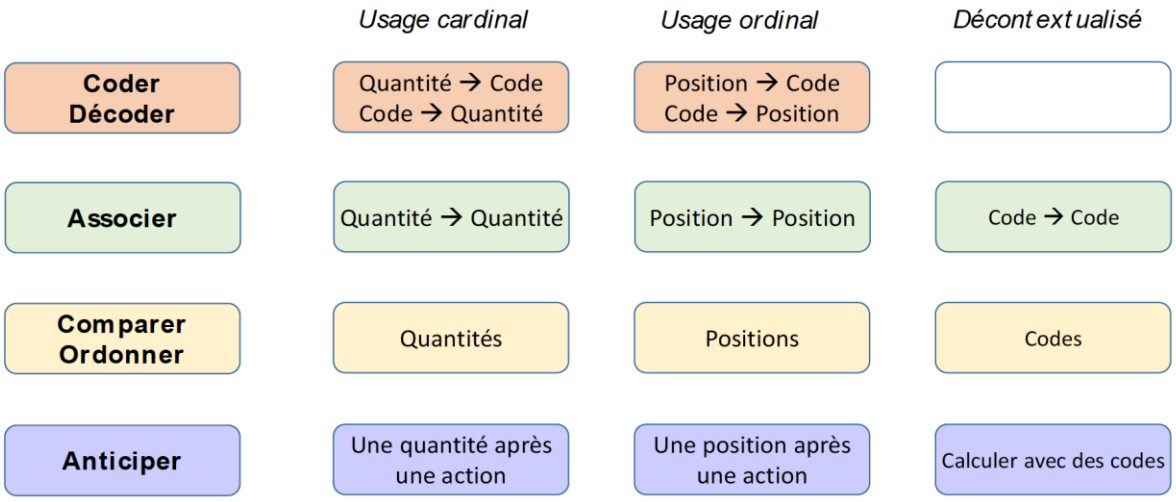


Figure 11 – Carte des connaissances pour la construction du nombre

Son aspect simplifié et organisé sécurise les enseignants en faisant ressortir un nombre limité de types de tâches. La discussion entre formateur et enseignant a été facilitée par cet outil commun. Cette carte a servi au formateur à l'observation de séances de classe pour identifier ce que les élèves travaillent réellement. Du côté de l'enseignant, il a été amené à compléter et choisir des situations sur ce qu'il identifiait être peu présent dans sa pratique. Enfin, cet outil a pu aider à l'analyse *a priori* d'une situation : en faisant la démarche de situer une situation dans le modèle, l'objectif visé est questionné voire requestionné (dans le cas, où la situation est issue d'une ressource affichant un objectif).

Nous avons également utilisé cette carte en formation pour analyser des ressources (documents institutionnels, manuels, etc.). En effet, situer une ressource dans cette carte permet aux enseignants, d'une part d'en identifier les manques éventuels, et d'autre part de se l'approprier. Outre les ressources des institutions Montessori ou conventionnelles (Croset et Gardes, 2020), nous avons situé dans cette carte les nouveaux Moyens d'Enseignement Romands (Gardes et al., 2021) ou encore la mallette Maternelle[13] (Croset et Gardes, 2020). L'aspect épuré et structuré de la carte a permis aux enseignants de s'en emparer facilement et de réussir à dégager les principaux types de tâches travaillés dans les situations sélectionnées.

3 À propos de ressources utilisées à l'école maternelle

L'analyse des ressources et les observations de classes guidées par le modèle de référence nous ont permis d'avoir une meilleure connaissance de la ressource *Vers les maths* très utilisée tant par les enseignants stagiaires que par des enseignants titulaires ainsi qu'une meilleure connaissance de la pédagogie Montessori. Des éléments quantitatifs ont émergé. Sur le domaine de la construction du nombre, le manuel *Vers les maths* propose 241 tâches à l'enseignant étalées sur 15 périodes d'enseignement tandis que 43 tâches sont préconisées dans la pédagogie Montessori étalées sur 8 périodes d'enseignement. Le manuel propose donc en moyenne 16 tâches par période contre 5 tâches dans la pédagogie Montessori. La diversité des tâches dans le manuel *Vers les maths* demande à l'enseignant de repérer les tâches relevant d'un même type et répondant donc à un même objectif d'apprentissage. Cela lui demande aussi d'être très explicite auprès de ses élèves sur l'apprentissage commun visé par ces différentes tâches. De par la diversité des tâches, le manuel *Vers les maths* balaye des contextes. Le matériel utilisé est principalement des objets du monde, c'est à dire des objets présents « *à l'école et hors de l'école et qui de ce fait évoquent pour l'élève les affects et les usages qu'il connaît déjà* » (Margolinas et Laparra, 2017, p. 169). Or le recours à ces objets communs peut avoir un impact sur les apprentissages (Carbonneau et al., 2013). Enfin, la présence de situations où le nombre est outil de résolution de problèmes est une particularité du manuel qui ne se retrouve pas dans la pédagogie Montessori.

V - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cette communication, nous avions plusieurs objectifs. Le premier portait sur des analyses didactiques menées dans le cadre du projet Cogmont. Ce projet vise à étudier l'impact de la pédagogie Montessori sur les apprentissages en maternelle. De nombreuses études ont eu lieu autour de l'impact de la pédagogie Montessori et les analyses se placent souvent au niveau de la pédagogie comme le décrit Marshall (2017). Dans ce projet, nous avons donc souhaité nous placer au niveau de la discipline, au sens de l'échelle de co-détermination développée par Chevallard (2010) en apportant un regard didactique sur cette pédagogie. C'est pourquoi nous avons élaboré un modèle de référence du domaine de la construction du nombre afin de modéliser des ressources de la pédagogie Montessori et de la pédagogie plus « conventionnelle ». Ces ressources sont considérées comme des observables pertinents des institutions Montessori et « conventionnelle ». Leur modélisation a pointé des choix spécifiques de chacune des institutions. Ce modèle demande toutefois à être complété par une réflexion autour des technologies visées par les types de tâches repérés.

[13] La Mallette Maternelle (Besnier et al., 2014) est une ressource élaborée collaborativement par l'Institut Français de l'Education et la COPIRELEM et éditée par l'ARPEME. Elle est disponible sur leur site : http://www.arpeme.fr/m2ep/index.html

Le second objectif était de présenter l'étude randomisée de suivi de cohortes de l'étude longitudinale et transversale. Dans ce cadre, une grille d'observation de la fidélité d'implémentation de la pédagogie Montessori a été élaborée (Courtier, 2019). Une évaluation standardisée a aussi été conçue, identique pour les petites, moyennes et grandes sections. Les résultats permettent de conclure que sur les tâches évaluées, il n'y a pas de différence significative avec le milieu « conventionnel » sur les apprentissages de la construction du nombre, après trois années d'enseignement de pédagogie Montessori. L'analyse de ce travail demande à être poursuivie dans deux directions. D'une part, le test diagnostique didactique doit être enrichi par le modèle de référence et les spécificités analysées de la pédagogie Montessori, en particulier, autour du système de numération décimale et du calcul. Ce test pourrait être aussi normé afin de servir de référence pour d'autres études en cycle 1. D'autre part, nous souhaitons continuer à analyser les résultats : lors de la passation des évaluations, les procédures utilisées par les élèves ont été observées et notées. Un travail d'investigation de procédure propre à chaque pédagogie reste à faire. Un autre travail possible consisterait à chercher d'éventuelles tâches prédictives parmi les tâches évaluées : les élèves ont été soumis aux mêmes tâches en début de petite section et en fin de grande section ; y a-t-il parmi ces tâches une tâche qui est plus discriminante qu'une autre ?

Le troisième objectif concernait la formation. Les outils développés dans ce projet et les résultats obtenus peuvent être, en partie, transposés à la formation initiale et continue des enseignants de maternelle. Cerner la pédagogie Montessori en pointant les atouts et les faiblesses, utiliser le modèle de référence pour un pilotage du travail des élèves, ou encore une connaissance approfondie des ressources des enseignants sont des éléments sur lesquels nous avons pu nous appuyer dans de nombreuses formations.

Enfin, ce projet repose sur une collaboration étroite entre enseignants, chercheurs en psychologie cognitive et chercheurs en didactique des mathématiques. Bien que les deux communautés aient chacune leur champ de recherche propre, un déterminant commun actuel est la volonté de mener des études en milieu scolaire. Dans le projet Cogmont, les analyses didactiques ont été menées après le lancement du suivi de cohortes et l'élaboration des tests. Nous le regrettons. En effet, nous pouvons imaginer que si le modèle de référence et les modélisations des institutions avaient été produits en amont, le test aurait pu prendre en compte les analyses didactiques. Comme nous l'avons dit en section III, les résultats de l'étude auraient peut-être révélé des différences de performances entre les deux pédagogies. Nous proposons donc, pour conclure, une méthodologie commune, un peu idéale, qui pourrait être mise en place lors d'études ultérieures portant sur l'évaluation des apprentissages en classe, croisant étude qualitative et quantitative. Il s'agirait d'une étude randomisée et contrôlée couplée avec des analyses didactiques qui relèvent (en partie) d'une ingénierie didactique, en amont, pendant et en aval, de l'évaluation des apprentissages en classe. Elle consisterait, tout d'abord, à circonscrire le domaine étudié par une étude mathématique et épistémologique des concepts visés par l'apprentissage puis à enrichir le modèle du domaine par des analyses *a priori* et observations de ce qui est enseigné. Les tests utilisés pour l'évaluation des élèves veilleraient à mesurer les compétences mathématiques en les situant dans le domaine ainsi modélisé. Il faudrait ensuite poser les hypothèses en tenant compte de ce qui est réellement enseigné pour enfin croiser les données qualitatives (des analyses *a posteriori*) et quantitatives en interprétant les résultats. Cette méthodologie a l'avantage de combiner validation externe (basée sur la comparaison statistique des performances de groupes expérimentaux et groupes témoins) et validation interne, fondée sur la confrontation entre analyses *a priori* et analyses *a posteriori*. Ces recherches pluridisciplinaires peuvent ainsi gagner en robustesse grâce à une double validation interne et externe. Nous sommes convaincues que les apports méthodologiques entre didactique des mathématiques et sciences cognitives sont mutuels. Nous ne pouvons ainsi qu'encourager les chercheurs de ces deux domaines à se rapprocher et concevoir un même projet de recherche.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Adjiage, R. (2007). Rationnels et proportionnalité : Complexité et enseignement au début du collège. *Petit x*, *74*, 5-33.

Ansari, A., et Winsler, A. (2014). Montessori public school pre-k programs and the school readiness of low-income black and latino children. *Journal of Educational Psychology*. https://doi.org/10.1037/a0036799

Besançon, M., et Lubart, T. (2008). Differences in the development of creative competencies in children schooled in diverse learning environments. *Learning and Individual Differences*. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2007.11.009

Besnier, S., Eysseric, P., et Le Méhauté, T. (2014). Mallette de ressources mathématiques pour l'école maternelle (MS-GS). *41e colloque international Copirelem*. Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?, Mont de Marsan, France.

Bosch, M., et Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In A. Mercier et C. Margolinas, *Balises pour la didactique des mathématiques* (La Pensée Sauvage, p. 107-122).

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., et Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, *105*(2), 380.

Chaachoua, H. (2020). T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologiqueT4TEL: A frame of reference for the formalization and extension of the praxeological model. *Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *22*(4), 103-118. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p103-118

Chaachoua, H., et Bessot, A. (2016). *Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique*. Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique., Castro-Urdiales, Espagne.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique. *Actes de l'école d'été de la Rochelle*.

Chevallard, Y. (2010). La didactique, dites-vous? *Éducation et didactique*, *4*(1), 139-148. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.771

Courtier, P. (2019). *L'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants en maternelle*. Lyon 1.

Courtier, P., Gardes, M.-L., Van der Henst, J.-B., Noveck, I. A., Croset, M.-C., Epinat-Duclos, J., Léone, J., et Prado, J. (2021). Effects of Montessori Education on the Academic, Cognitive, and Social Development of Disadvantaged Preschoolers : A Randomized Controlled Study in the French Public-School System. *Child Development*, *92*(5), 2069-2088. https://doi.org/10.1111/cdev.13575

Croset, M.-C., et Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherche en didactique des mathématiques*, *39*(1), 51-96.

Croset, M.-C., et Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *Revue de mathématiques pour l'école*, *233*.

De Cock, L. (2017). Céline Alvarez, une pédagogie «business compatible». *Revue du Crieur n°6*.

Denervaud, S., et Gentaz, E. (2015). Les effets de la «méthode Montessori» sur le développement psychologique des enfants : Une synthèse des recherches scientifiques quantitatives. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, *27*(139), 593-598.

Dillon, M. R., Kannan, H., Dean, J. T., Spelke, E. S., et Duflo, E. (2017). Cognitive science in the field : A preschool intervention durably enhances intuitive but not formal mathematics. *Science (New York, N.Y.)*, *357*(6346), 47-55. https://doi.org/10.1126/science.aal4724

Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *7*(2), 5-32.

Duprey, G., Duprey, S., et Sautenet, C. (2015). *Vers les maths : Petite section. Une progression vers les mathématiques à l'école maternelle* (6e édition). ACCES Editions.

Duprey, G., Duprey, S., et Sautenet, C. (2016a). *Vers les maths : Grande section. Une progression vers les mathématiques à l'école maternelle* (6e édition). ACCES Editions.

Duprey, G., Duprey, S., et Sautenet, C. (2016b). *Vers les maths : Moyenne section. Une progression vers les mathématiques à l'école maternelle* (6e édition). ACCES Editions.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre* (Que sais-je ?, Vol. 3941). Presses universitaires de France.

Gardes, M.-L., et Courtier, P. (2018). Quelle manipulation, représentation et communication dans les ateliers Montessori de première numération ? *Grand N*, *101*, 83-105.

Gardes, M.-L., Déglon, A., Javet-Schlegel, S., Turcotte, C., et Croset, M.-C. (2021). Analyse des activités proposées dans « Nombres et Opérations » des MER 1-2H. *Revue de Mathématiques pour l'École*, *235*.

Howell, D. C. (2008). Méthodes statistiques en sciences humaines. In *Traduit par M Rogier V Yzerbyt Y Bestgen Collection Méthodes en sciences humaines*.

Laski, E. V., Vasilyeva, M., et Schiffman, J. (2016). Longitudinal Comparison of Montessori versus Non-Montessori Students' Place-Value and Arithmetic Knowledge. *Journal of Montessori Research*. https://doi.org/10.17161/jomr.v2i1.5677

Lillard, A. S. (2012). Preschool children's development in classic Montessori, supplemented Montessori, and conventional programs. *Journal of School Psychology*. https://doi.org/10.1016/j.jsp.2012.01.001

Lillard, A. S., et Else-Quest, N. (2006). Evaluating Montessori education. In *Science*. https://doi.org/10.1126/science.1132362

Lillard, A. S., Heise, M. J., Richey, E. M., Tong, X., Hart, A., et Bray, P. M. (2017). Montessori preschool elevates and equalizes child outcomes : A longitudinal study. *Frontiers in Psychology*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01783

Lopata, C., Wallace, N. V., et Finn, K. V. (2005). Comparison of academic achievement between montessori and traditional education programs. *Journal of Research in Childhood Education*. https://doi.org/10.1080/02568540509594546

Margolinas, C., et Laparra, M. (2017). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe : Des liens entre énumération, oralité et littératie*. De Boeck (Pédagogie et Formation).

Margolinas, C., et Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : L'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, *35*(2), 59. https://doi.org/10.7202/038729ar

Margolinas, C., et Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : Une approche didactique*. De Boeck (Pédagogie et Formation).

Marshall, C. (2017). Montessori education : A review of the evidence base. *npj Science of Learning*, *2*(1), 11.

MEN. (2015). Programme de l'école maternelle. *Bulletin officiel spécial n° 2 du 26 mars 2015*.

Montessori, M. (1926). *Pédagogie scientifique. Tome 1 : La maison des enfants*.

Montessori, M. (1934). *Psico arithmética*. Casa Editorial Araluce.

Montessori, M. (1936). *L'enfant*. Desclée de Brouwer.

Montessori, M. (1959). *L'esprit absorbant*. Desclée de Brouwer.

Montessori, M. (2015). *Pédagogie scientifique. Tome 1 : La maison des enfants*. Desclée de Brouwer.

Montessori, M. (2016). *L'enfant*. Desclée de Brouwer.

Morin, M. (2017). *La pédagogie Montessori en maternelle*. ESF Sciences Humaines.

Poussin, C. (2017). *La pédagogie Montessori*. Presses Universitaires de France.

Reed, M. K. (2008). Comparison of the Place Value Understanding of Montessori Elementary Students. *Investigations in Mathematics Learning*. https://doi.org/10.1080/24727466.2008.11790278

Schneider, R. M., Sullivan, J., Guo, K., et Barner, D. (2021). What Counts? Sources of Knowledge in Children's Acquisition of the Successor Function. *Child Development*, *92*(4). https://doi.org/10.1111/cdev.13524

Wexley, K., Guidubaldi, J., et Kehle, T. (1974). An evaluation of montessori and day care programs for disadvantaged giildren. *Journal of Educational Research*. https://doi.org/10.1080/00220671.1974.10884719

Woodcock, R. W., McGrew, K. S., et Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson tests of achievement*. Itasca, IL.

DISPOSITIFS DE FORMATION CONTINUE DES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE : PISTES DE RÉFLEXION AUTOUR DE LA FORMATION EN CASCADE

Accès vidéo Conférence

https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/20346-copirelem2021-conference-annie-savard/

Annie SAVARD
Professeure agrégée, Université McGill
annie.savard@mcgill.ca

Résumé
La formation continue des enseignants du primaire est toujours d'actualité. Les nombreux changements curriculaires, les changements de pratiques enseignantes liées aux changements sociaux et technologiques ainsi que les retombées des travaux de recherche en didactique des mathématiques suscitent, entre autres, des besoins de formation et de développement professionnel. Toutefois, la formation continue des enseignants du primaire pose des défis aux organisations qui souhaitent les former. Parmi ces défis, se retrouvent des contraintes institutionnelles et des contraintes financières. Le nombre d'enseignants à former, le temps de formation, les remplacements et les déplacements pour assister à ces formations en sont quelques exemples. Afin de palier à ces contraintes et de renforcer les capacités, un modèle de formation a émergé, c'est le modèle en cascade (Hayes, 2000). Dans le cadre de ce texte, je présente et discuterai de ce dispositif de formation auprès d'enseignants du primaire, en contexte d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. J'illustre ce dispositif par des exemples issus d'une expérimentation réalisée en République Démocratique du Congo. Je présente également un nouveau dispositif qui cherche à répondre aux contraintes des organisations, tout en favorisant un apprentissage plus significatif qui vise un réel changement des pratiques enseignantes qui persiste dans le temps.

I - MISE EN CONTEXTE DE MON TRAVAIL

Dans le contexte québécois auquel je fais partie, la tâche des professeurs d'université est divisée entre la recherche (40%), la formation (40%) et les services (20%) rendus à la communauté. Comme le souligne mon collègue Hassane Squalli (2015), les didacticiens des mathématiques forment les futurs enseignants du primaire ou du secondaire en formation initiale. Par ailleurs, ils contribuent également à la formation continue des enseignants en exercice dans le cadre d'activités de formation qui sont parfois créditées, parfois non créditées. J'ai eu la chance de pouvoir contribuer à des formations continues des enseignants de l'école primaire[1] (6 à 11 ans) et de l'école secondaire (12 à 16 ans) au Québec et dans différentes parties du Canada[2], au Nunavik[3] notamment. J'ai aussi eu la chance de pouvoir contribuer à la formation continue d'enseignants du primaire en Roumanie[4] et dans quelques pays d'Afrique. Ce que j'ai appris m'a donné des outils pour mieux intervenir dans le cadre de ces formations. Je vous en partage quelques-uns.

[1] Voir à cet effet Savard et Corbin (2012), Savard et Polototslaia (2014) ainsi que Savard (2017).

[2] Voir à cet effet Savard, Freiman, Larose et Theis (2013), Savard et Manuel (2016) ainsi que Savard, Manuel, Pinard, Merovitz et Chandrasekhar (2020).

[3] Voir à cet effet Savard, Manuel et Lin (2014) ainsi que Savard et Manuel (2020).

[4] Voir à cet effet Savard, Cavalcante et Căprioară (2020).

II - UN BREF REGARD SUR LES APPROCHES DES FORMATIONS CONTINUES

Les formations continues, aussi connues sous le nom de développement professionnel des enseignants, peuvent se décliner selon deux approches divergentes, soit une approche descendante (*Top down*), soit une approche ascendante (*Bottom up*). La figure 1 présente le caractère divergent de ces deux approches.

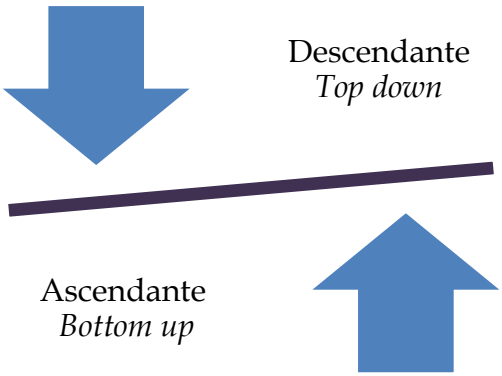


Figure 1. Les deux approches divergentes des formations continues

Dehghan (2020) nous informe à propos de ces deux approches et nous signale que les approches descendantes sont davantage prescrites et institutionnelles. À cet effet, elles sont proposées par des administrateurs du milieu de l'éducation afin d'encadrer la profession enseignante. Les demandes proviennent de personnes en autorité, ce qui inclut le ou la ministre de l'Éducation. Les administrateurs du milieu de l'éducation sont impliqués dans le processus de formation dont ils ont la charge, notamment en supervisant les formations (Macias, 2017). Roseler et Dentzau (2013) se montrent très critiques envers les approches descendantes qu'ils qualifient de désobligeantes envers les enseignants, puisque cette approche véhicule de manière explicite et implicite des valeurs néolibérales de l'enseignement et de l'apprentissage, à savoir un système qui postule que les enseignants, avec l'aide de leurs ressources, expertises et soutien professionnel, sont incapables de faire face aux défis des réforme. Je ne partage pas tout à fait ce point de vue, puisque les enseignants n'ont pas tous accès aux mêmes ressources et soutien professionnel dans leur milieu de travail et que leur expertise est variable (différentes durées des formations initiales, elles durent parfois quelques mois). Il convient donc de les soutenir en leur proposant des formations adaptées à leurs besoins, ce qui implique qu'ils doivent eux aussi faire partie du processus de prise de décision à propos de la formation continue.

Les approches ascendantes impliquent un grand degré d'autonomie professionnel des enseignants, puisque ce sont eux qui prennent en main la formation, autant du côté des contenus que du format (Macias, 2017 ; Roseler et Dentzau, 2013). Habituellement, ces formations se déroulent localement, à plus petite échelle (Wyatt et Ager, 2016). Ces approches peuvent être de nature individuelle et auto-orientée (Dehghan, 2020), ou bien de nature collaborative qui s'appuie sur une communauté de pratique (Macias, 2017 ; Roseler et Dentzau, 2013). Les formations d'approche ascendante peuvent par ailleurs se dérouler lors de conférences professionnelles (Wyatt et Ager, 2016). Il est toutefois possible d'obtenir le soutien des administrateurs du milieu de l'éducation afin de maximiser les conditions de réussite (Wyatt et Ager, 2016).

Les formations d'approche ascendante semblent plus alignées envers un paradigme socio-contructiviste, alors que les formations d'approche descendante semblent plus alignées envers un point de vue plus traditionnel de l'enseignement (Pistoe et Maila, 2012). Malgré le caractère divergent de ces approches, il

est permis de s'interroger sur la façon de conduire des formations auprès des enseignants lorsque la demande provient des administrateurs du milieu de l'éducation et non pas des enseignants directement. Est-ce possible de s'inspirer de l'approche ascendante lorsque des administrations jugent nécessaire que des enseignants soient formés envers des pratiques et des contenus spécifiques et font appel à un ou des experts ?

III - LE DISPOSITIF DE FORMATION EN CASCADE

Le modèle de formation en cascade consiste à former des personnes qui iront former d'autres personnes après elles. Ce modèle pyramidal présente des paliers du haut vers le bas, le dernier palier se retrouvant dans les classes (Cros et al. 2010). Ce modèle est associé aux agents multiplicateurs (Griffin, 1999; Ono et Ferreira, 2010), parce que les formateurs se multiplient au fur et à mesure qu'ils sont formés. Les formations en cascade font partie de l'approche descendante (Karalis, 2016).

Trois étapes balisent le processus (More, 2004). La première étape consiste à développer le matériel de formation. Il s'agit ici de développer le contenu pour les formés et de développer également des modules de formation qui pourront être utilisés dans la cascade. Il s'agit du premier niveau de la cascade. La deuxième étape consiste à former les encadreurs pédagogiques et enseignants. Il y a ici plusieurs paliers de formation. Les développeurs, groupe composé d'experts et de spécialistes, forment un premier groupe d'encadreurs pédagogiques et d'enseignants. Ceux-ci seront alors déployés dans différents endroits pour former un autre palier d'encadreurs pédagogiques et d'enseignants. Ceux-ci pourront à leur tour devenir formateur à un autre palier. C'est ce qui caractérise la formation en cascade. Au troisième niveau, un dispositif de suivi est mis en place afin de s'assurer de la qualité de la formation. La figure 2 illustre les trois différents niveaux qui constituent le dispositif d'une formation en cascade.

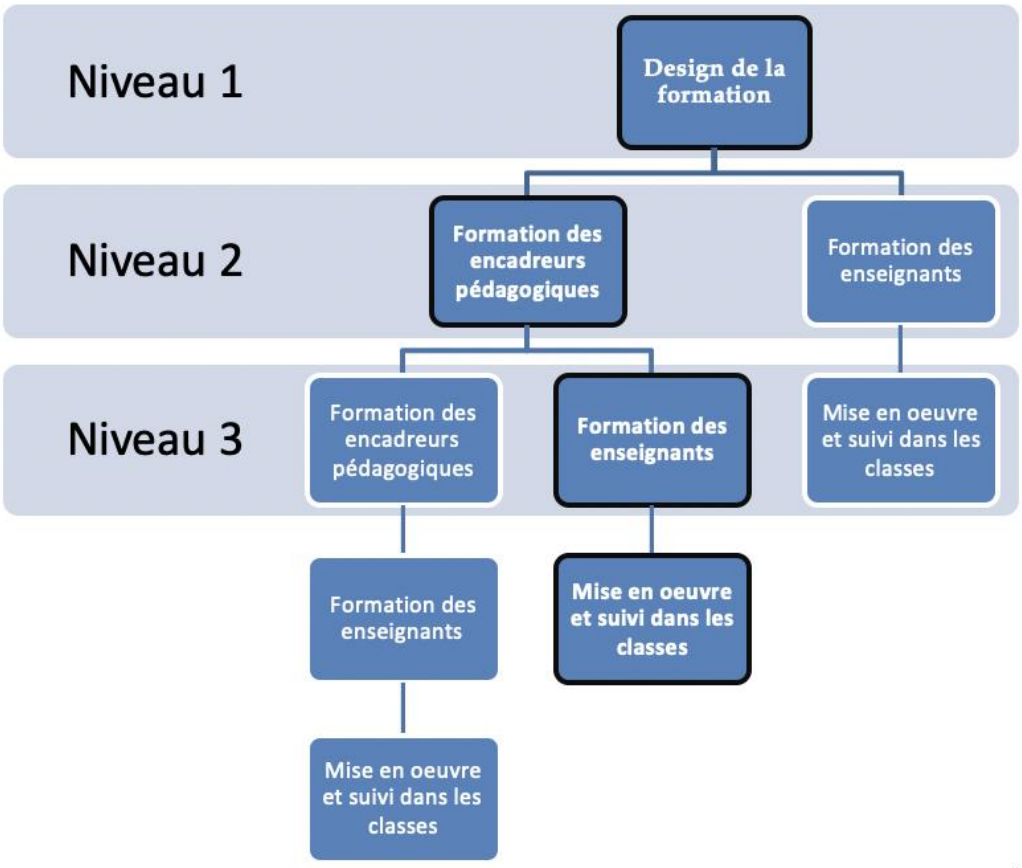


Figure 2. Les trois différents niveaux qui constituent le dispositif d'une formation en cascade.

Les formations en cascade montrent des avantages intéressants d'un point de vue administratif. En effet, comme ce dispositif de formation rejoint beaucoup d'enseignants en peu de temps (Leu, 2004), il peut provoquer des changements rapides et massifs (Hayes, 2000). Les coûts en sont réduits parce que les enseignants forment d'autres enseignants (Ono et Ferreira, 2010). Par ailleurs, comme les formateurs sont des enseignants (Hayes, 2000), cela facilite la diffusion des contenus. Cependant, il y a un effet de dilution des savoirs (Lange, 2014). Des savoirs sont perdus lors du transfert d'un niveau à l'autre (Fiske et Ladd, 2004). En effet, des glissements de sens se produisent entre ce que les spécialistes ont conceptualisé lors du développement des contenus et la mise en œuvre de ces contenus sur le terrain : il y a une perte de qualité dues à des erreurs de régulation et de contrôle qui sont répétées d'un palier à l'autre (Cros et al. 2010). Une autre limite de ce dispositif est illustrée par le fait que la formation est plus longue pour les formateurs que pour les enseignants (Cros et al. 2010). Les enseignants sont donc moins formés que les formateurs et se retrouvent très loin des experts. Afin d'éviter ces limites, Hayes (2000) a identifié quatre critères de succès. Les deux premiers critères mettent en lumière les limites de la transmission des savoirs et le défi de soutenir le développement de compétences professionnelles. En effet, selon Hayes (2000), la méthode de conduite de la formation doit être expérientielle et réflective plutôt que transmissive. Il s'agit de faire vivre les changements plutôt que de les présenter de manière théorique. La formation doit être ouverte à la réinterprétation ; l'adhérence rigide à des méthodes de travail prescrites ne devrait pas être prévue. Il s'agit ici de développer la posture du praticien réflexif (Schön, 1983). Les deux derniers critères questionnent le dispositif de formation en cascade. Selon Hayes (2000), l'expertise doit être diffusée le plus largement possible à travers le système et ne pas demeurer concentrée au sommet. Il s'agit de mettre les enseignants en contact avec de vrais experts, afin de les soutenir dans le changement de leurs pratiques enseignantes. Afin de mieux répondre aux besoins du milieu, un échantillon des parties prenantes doit être impliqué dans la préparation du matériel de formation.

IV - L'EXPERIMENTATION D'UN DISPOSITIF DE FORMATION EN CASCADE

En 2014-2015, j'ai travaillé en collaboration avec mon collègue Stéphane Cyr de l'Université du Québec à Montréal à la mise en œuvre d'un dispositif de formation en cascade en République Démocratique du Congo. Dans le cadre de ce projet pilote subventionné par l'Unicef, nous devions former 30 cadres provinciaux et 40 enseignants de CP1 (6 ans) et CP2 (7 ans) à l'approche par compétences qui avait été implantée officiellement dans les programmes de formation du primaire en 2011. Les personnes intéressées par ce projet pourront consulter les deux articles qui lui sont consacrés : Cyr, Savard et Braham (2016) et Savard et Cyr (2018).

Avec le soutien du Ministère de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Initiation à la Nouvelle Citoyenneté (MEPS-INC), un pool d'experts nationaux a été constitué. Ce pool d'experts était formé d'encadreurs pédagogiques (conseillers pédagogiques, inspecteurs, directions d'école et administrateurs scolaires), de deux professeurs universitaires et d'enseignants. Leur mandat était de rédiger le contenu des formations à enseigner et d'organiser la formation des cadres provinciaux. Ils avaient également comme mandat de coordonner la collecte de données associées aux processus d'évaluation du projet. Ce pool d'experts a été formé à l'approche par compétence et l'écriture de situations d'apprentissage en mathématiques. Par la suite, nous les avons soutenus dans le processus de rédaction de situations d'apprentissage pour les enseignants de CP1 et CP2 du primaire. Le travail de rédaction s'est poursuivi avec l'écriture de module de formation pour les encadreurs pédagogiques, les cadres scolaires et les enseignants. Les modules de formation visaient, entre autres, à accompagner les enseignants à

s'approprier les compétences mathématiques à enseigner et développer de nouvelles pratiques enseignantes. L'objectif ultime était de rehausser la qualité de l'enseignement des mathématiques.

Le pool d'experts a enseigné au premier palier de la cascade. Par la suite, la cascade a continué sous d'autres paliers. La figure 3 présente le processus de formation en cascade effectué.

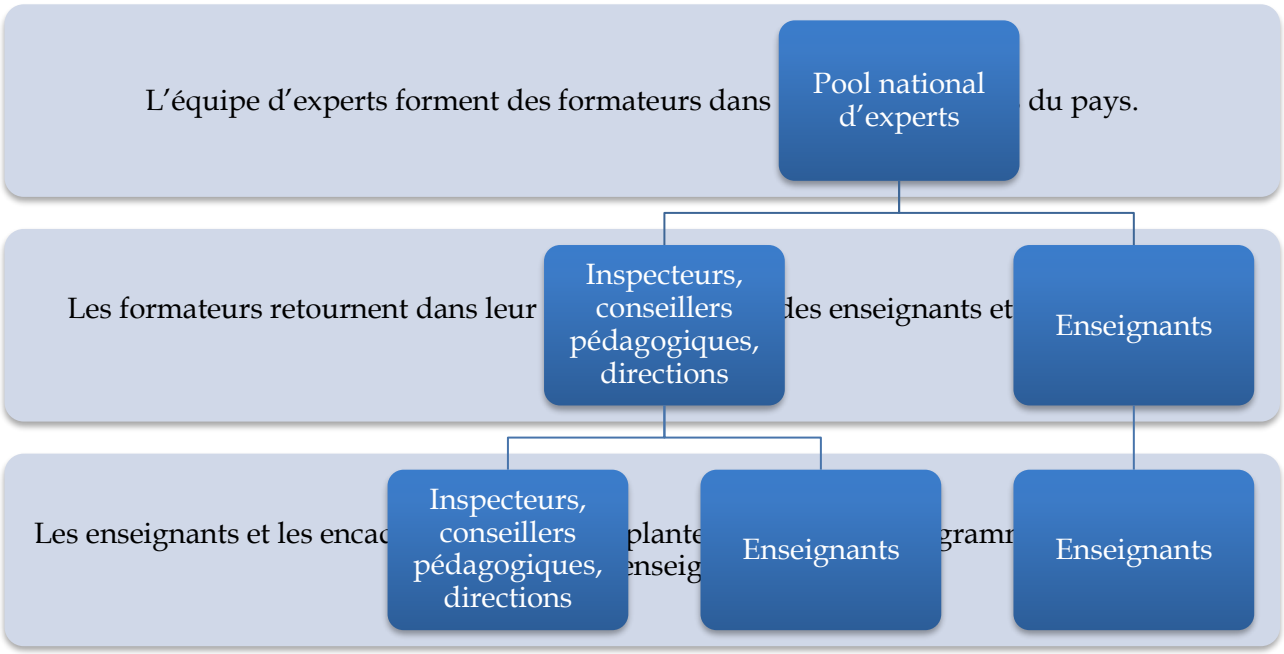


Figure 3. Le dispositif de formation en cascade expérimenté en RDC

Les enseignants ont mis en œuvre les situations d'apprentissage dans les classes. Des observations ont été faites et des questionnaires ont été complétés. Des évaluations auprès des élèves ont eu lieu. Les observations en classe ont montré que les enseignants ont respecté les consignes de la situation et le déroulement général de celle-ci suggéré dans le guide de l'enseignant. Par exemple, lorsque la consigne demandait aux élèves d'expliquer leur démarche, les enseignants questionnaient les élèves à propos de leur réponse et de la démarche utilisée. Ils ont aussi été en mesure de concevoir une situation et de la traiter en classe lors de l'observation que nous avons réalisée. Ils ont apporté du matériel de manipulation en classe. Cependant, seulement l'enseignant ou un élève manipulait le matériel, car la quantité était insuffisante pour que tous les élèves puissent manipuler. Par ailleurs, les manipulations étaient trop longues et il ne restait pas assez de temps pour traiter la situation. En fait, les enseignants ont appliqué ce qu'ils ont appris, avec les ressources dont ils disposaient. Un suivi a été mis en place pour soutenir les enseignants et pérenniser les nouvelles pratiques. Ce suivi a été nommé cercles de qualité, car il visait à soutenir les enseignants à améliorer la qualité de l'enseignement. Les encadreurs pédagogiques devaient agir en coach avec les enseignants. Tous les intervenants du système éducatif étaient impliqués dans ce cercle : du national (les gens du Ministère), au provincial (les administrateurs scolaires de chaque province), au régional (les administrateurs scolaires les encadreurs régionaux : inspecteurs et conseillers pédagogiques) et au local (les directions d'école et les enseignants). Ce cercle de qualité a souffert d'un certain désengagement de la part de ses membres, dû entre autres, au manque de temps pour se consacrer au projet.

Dans le cadre de ce projet, nous avons observé de grands défis au regard du dispositif de formation en cascade. Ces défis ont été discutés en détail dans les deux articles que nous avons publié, notamment en ce qui a trait à la mise en œuvre dans les classes et l'évaluation des connaissances mathématiques des

enseignants et à l'évaluation pré-tests et post-tests des élèves. Ces défis montrent que les acteurs du dispositif ont appliqué des connaissances, sans bien comprendre le bien-fondé des demandes. Je souligne ici le grand défi posé par la transmission d'information pour développer de nouvelles pratiques enseignantes. Le changement de pratiques enseignantes ne peut demeurer dans un registre théorique : doit s'ancrer dans la pratique (Grossman, Hammerness et McDonald, 2009; Lampert, 2010). En effet, apprendre dans la pratique permet, entre autres, d'agir sur les différentes postures épistémologiques des enseignants (DeBlois et Squalli, 2002; Savard, 2014A; 2014B).

DeBlois et Squalli (2002) ont identifié trois postures épistémologiques chez les futurs enseignants : l'ancien élève, l'étudiant universitaire et l'enseignant. Alors que la posture de l'ancien élève renvoie l'image d'un enseignement magistral et traditionnel, la posture de l'étudiant universitaire est illustrée par une recherche de conformité pour obtenir de bonnes notes. La posture de l'enseignant renvoie une image d'un enseignement centré sur l'élève. À cet effet, Squalli (2015) précise que la posture de l'enseignant en fonction et qui participe à une formation continue est influencée par des contraintes qui réduisent sa marge de manœuvre :

> *Enfin, l'enseignant en formation est d'abord et avant tout un enseignant qui exerce son métier sous un ensemble de contraintes et qui tente d'investir la marge de manœuvre dont il dispose. Dans cette posture d'enseignant qu'il adopte naturellement dans les activités de formation, il aura tendance à s'attendre à développer des savoirs prêts à être utilisés dans sa pratique d'enseignement : des savoirs pratiques. (p. 96).*

Des travaux plus récents de Savard (2014A; 2014B; 2021) et de Squalli (2015) suggèrent que les rôles des didacticiens en tant que chercheur et en tant que formateur peuvent avoir un impact sur les liens entre la recherche et la formation. La recherche peut alimenter les formations, de même que les formations peuvent alimenter la recherche. C'est exactement ce qui s'est produit dans le cadre d'une importante mission en Côte d'Ivoire réalisée entre 2018 et 2021. Il s'agissait ici de former les enseignants des trois premières années du primaire (CP1, CP2 et CE1) provenant de 375 écoles primaires situées dans six régions différentes au nord du pays. Il fallait donc former une équipe d'experts nationaux, 200 encadreurs pédagogiques et 1 125 enseignants. Le projet, soutenu par la Banque Mondiale proposait à l'origine d'utiliser un modèle de formation en cascade. Afin que l'enseignement proposé ne soit pas réduit à un processus, le modèle en cascade a été bonifié par le modèle de formation par coaching.

V - UN DISPOSITIF DE FORMATION EN CASCADE CENTRE SUR L'ACCOMPAGNEMENT DES ENSEIGNANTS

Cette section décrit les trois phases bonifiées de la nouvelle formation en cascade qui a été implantée dans le cadre du projet. À la première phase, celle qui concerne le design des contenus pour les formés et des modules la formation, nous avons ajouté l'établissement formel d'un état des lieux pour effectuer une analyse rigoureuse des besoins. À la deuxième phase, celle qui concerne la formation des encadreurs pédagogiques, nous avons ajouté l'accompagnement par coaching. À la troisième et dernière phase, celle qui concerne le dispositif de suivi mis en place pour s'assurer de la qualité, nous avons ajouté l'accompagnement par coaching dans les classes.

1 Premier niveau de la cascade : un état des lieux avant le design de la formation

Avec l'incommensurable apport de l'équipe d'experts nationaux, des problèmes majeurs en ce qui a trait à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans les écoles primaires du pays ont été identifiés. Certains problèmes institutionnels ont été relevés, tel le manque d'école et d'enseignants. Nous avons intégré ces éléments dans l'analyse globale. Nous avons toutefois concentré les discussions envers leurs

perceptions à l'égard de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Nous avons appuyé nos discussions sur des documents ministériels. Afin d'alimenter nos réflexions, nous avons été filmer des enseignants en classe et nous avons discuté des pratiques mises en œuvre et les impacts de ces pratiques chez les élèves. Les discussions qui ont suivi les visionnements se sont révélées être des moments charnières, car ils ont permis de mettre en lumière le fait que les pratiques pédagogiques institutionnalisées lors de la formation initiale et lors des inspections ne prenaient pas en compte les principes de didactique des mathématiques. Par exemple, les enseignants doivent faire un rappel des connaissances avant de proposer une situation de recherche auprès des élèves. Toutefois, le rappel des connaissances n'était pas toujours lié aux savoirs en jeu dans la situation. Par conséquent, ce rappel ne permettait pas aux élèves de mobiliser les connaissances dont ils avaient besoin pour s'engager dans la tâche (Jackson, Shahan, Gibbons et Cobb, 2012). Les membres de l'équipe nationale ont alors pris conscience des importants besoins de formation en didactique des mathématiques, ce qui, au départ, était plutôt implicite pour eux.

En parallèle à l'identification des besoins, j'ai donc initié les membres de l'équipe à la didactique des mathématiques. Nous nous sommes d'abord concentrés sur le développement du sens du nombres et sur le sens des opérations d'addition et de soustraction. Nous avons expérimenté des situations d'apprentissage qui pourraient aider les élèves à développer une compréhension des concepts et à soutenir leur raisonnement mathématique. J'enseignais ces situations et ils jouaient le rôle des apprenants. Nous discutions par la suite des concepts mathématiques en jeu dans la situation et des pratiques enseignantes utilisées pour soutenir le raisonnement. Ces moments ont été importants pour développer une compréhension commune de ce que veut dire faire des mathématiques et comment questionner les élèves pour soutenir le raisonnement. Ils ont aussi permis d'amorcer le design du matériel de formation. Au final, nous avons élaboré des fiches d'enseignement et leur guide pédagogique, des guides mathématiques didactiques, des modules de formation des enseignants et un dispositif de coaching en classe.

Durant cette phase d'état des lieux et de design, je suis allée enseigner une des situations sélectionnées pour être utilisées par les enseignants dans une classe pléthorique de CP2, dont l'effectif comptait 128 élèves. Cette immersion en classe m'a permis de valider certaines observations recueillies, à savoir que les élèves étaient à la recherche d'une bonne réponse résultant d'une application de processus. Expliquer et justifier un raisonnement lors de discussions ne semblaient pas être des pratiques habituellement employées par les élèves. Par ailleurs, les attentes implicites du contrat didactique (Brousseau, 1998) semblaient déstabiliser les élèves : outre le fait que je sois une étrangère pour eux, accepter différentes réponses sans donner immédiatement de rétroaction sur la conformité de la réponse aux savoirs standardisés les rendaient perplexes. Par ailleurs, le fait de leur demander d'utiliser du matériel de manipulation ou bien d'utiliser les doigts pour compter a été perçu avec un grand étonnement. Il est devenu clair pour moi que le grand défi des enseignants porterait sur l'instauration de pratiques enseignantes permettant la co-construction de savoirs mathématiques.

Ce constat a été corroboré par une enquête statistique réalisée auprès des enseignants qui avaient été sélectionnés pour participer au projet. Cette enquête statistique consistait à observer les enseignants enseigner à leurs élèves. Avec le concours de l'équipe nationale, nous avons développé et validé une grille d'observation des pratiques enseignantes. Ce sont les membres de l'équipe nationale qui ont ensuite tilisé cette grille d'observation pour la collecte de données. Les données ont été recueillies sur une tablette à l'aide du logiciel Tangerine. Un statisticien chevronné a piloté l'enquête dont les résultats ont constitué notre *baseline*, c'est-à-dire notre ligne de base ou notre point de comparaison. Avec l'apport de l'équipe nationale, nous avons analysé l'état des lieux des pratiques enseignantes. Nous avons sélectionné trois pratiques enseignantes que nous voulions que les enseignants adoptent pour enseigner les mathématiques :

- L'enseignant propose aux élèves de manipuler (chaque élève doit toucher le matériel).
- L'enseignant propose aux élèves de schématiser (chaque élève doit schématiser).
- L'enseignant demande aux élèves de justifier leur raisonnement, c'est-à-dire d'expliquer leur démarche (comment as-tu fait?) et de dire pourquoi (comment sais-tu que c'est la bonne démarche?).

Nous voulions également que les enseignants apprennent à conduire une discussion en classe de mathématiques afin de co-construire ensemble. Nous voulions que les enseignants reformulent certains raisonnements d'élèves, qu'ils orientent les idées des élèves envers les idées des autres et surtout qu'ils relient des idées mathématiques importantes entre elles. Comme le souligne Lampert (2009), l'implantation de pratiques enseignantes innovantes est un processus complexe. Ils nous semblaient clair alors qu'une formation en cascade traditionnelle ne pourrait pas soutenir les enseignants à développer ces pratiques.

2 Deuxième niveau de la cascade : Le modèle de formation par le coaching pour accompagner les enseignants

Inspirée par les travaux de Lampert (2009), Lampert, Beasley, Ghousseini, Kazemi, et Franke (2012), Ball et Forzani (2009) et de Kazemi, Franke et Lampert (2009) sur les pratiques d'enseignement ambitieuses, j'ai pensé que le modèle du coaching pourrait nous aider à mieux outiller les enseignants. Ce modèle place l'enseignant, qu'il soit novice ou expert, au centre de l'action en lui proposant des répétitions (*rehearsals*), c'est-à-dire une mise en scène de la situation que cet enseignant devra piloter. Comme souligné par Kazemi et ses collègues en 2009, les enseignants enseignent en fonction de ce que font les élèves, c'est pourquoi mettre en scène des enseignants et des apprenants illustre cette dynamique. Ce modèle a été développé en contexte de formation initiale des enseignants (des étudiants au deuxième cycle universitaire) dans trois universités états-uniennes : l'University of California à Los Angeles, l'University of Michigan et l'University of Washington (Lampert et al., 2013). J'utilise moi aussi ce modèle dans mes cours de formation, voir mes travaux publiés à cet effet (Savard 2014B; 2021; Jao, Wiseman, Kobiela, Gonsalves et Savard, 2018).

Le *Cycle of enactment and investigation* que l'on pourrait traduire par le cycle d'enseignement et d'investigation (Savard, 2014A), comporte six phases. Lampert et al. (2013) décrivent les six phases de ce cycle qui débute par l'observation de la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage par une personne experte, soit un formateur ou une formatrice d'enseignants (*Teacher Educator*). Cette observation, qui constitue la première phase, peut être directe ou bien par vidéo. Par la suite, tous participent à une analyse collective animée par la personne formatrice lors de la deuxième phase. Cette analyse vise à étudier les principes et les pratiques d'enseignements mis en œuvre dans la phase d'observation. C'est aussi ici que s'effectue une analyse didactique des concepts mathématiques mobilisés dans la situation d'apprentissage. Cette phase met en lumière les effets didactiques des pratiques enseignantes qui ont été intentionnellement intégrés et permet de résoudre des problèmes d'enseignements qui peuvent survenir. Lors de la troisième phase, les enseignants planifient la mise en œuvre de la même situation d'apprentissage auprès d'élèves. L'utilisation des pratiques enseignantes apprises occupe une place centrale dans cette planification. Lors de la quatrième phase, des répétitions sont programmées : des enseignants pilotent la situation d'apprentissage auprès de leurs pairs, sous la supervision de la personne formatrice d'enseignants (Savard, 2014A; 2014B). Cette personne joue également le rôle de coach durant la répétition. La personne qui coach est perçue comme un entraineur sportif ou comme un mentor en situation (Lampert et al. 2013).

Le rôle du coach est de fournir des rétroactions in situ, dans l'action, à l'enseignant qui enseigne à des apprenants. Ces rétroactions sont guidées par les objectifs d'apprentissage visés (Kazemi, Franke et Lampert, 2009). Pendant que l'enseignant enseigne à ses pairs qui jouent le rôle d'apprenants visés par cette situation (par exemple des élèves de CP1), le coach lui demande de faire une pause pour pouvoir intervenir. L'intervention peut se faire sous forme de questionnement de la pratique (*Pourquoi as-tu demandé aux élèves de calculer tout de suite sur leur ardoise? En quoi cela permet-il d'atteindre les buts d'apprentissage? Comment pourrais-tu faire autrement?*), sous forme de suggestions (*Penses-tu que représenter au tableau la stratégie de cet élève permettrait aux autres élèves de mieux la comprendre? Essaie de la représenter.*), sous forme de modélisation (*Regarde bien, je vais te montrer comment faire.*) et sous forme de commentaires (*J'ai beaucoup apprécié le fait que tu as laissé le temps aux élèves de réfléchir en discutant avec leurs pairs avant de poursuivre la discussion. Est-ce que tu vois la différence dans la qualité des réponses des élèves?*). Après la pause, l'enseignant « recule le film » en reprenant un peu avant l'interruption pour faire autrement, selon les rétroactions reçues. Le coach peut également consulter les autres enseignants qui jouent le rôle des élèves pour leur demander d'intervenir. Il est seulement question ici des pratiques enseignantes, jamais de la performance de l'enseignant. Il ne s'agit pas ici de juger de la qualité de l'enseignement, mais plutôt d'analyser la mise en scène de pratiques enseignantes pour soutenir le raisonnement des élèves envers un savoir mathématique visé. Les apprenants ne peuvent pas interrompe l'enseignant pour lui fournir des rétroactions : ils peuvent seulement prendre la parole lorsque le coach ou l'enseignant les y invitent. En effet, l'enseignant peut, à tout moment, demander une pause pour l'aider à résoudre une difficulté. Le coach peut alors intervenir pour émettre des suggestions, modéliser la pratique en question ou pour lancer un court débat parmi les autres enseignants qui participent à la répétition. Les répétitions sont minutées : il ne s'agit pas ici de mettre en scène toute la situation d'apprentissage par le même enseignant, mais plutôt de permettre au plus grand nombre d'enseignants de répéter une phase de la situation. Lors de la cinquième phase, les enseignants vont enseigner auprès de leurs élèves. La sixième et dernière phase consiste en une analyse collective qui débouchera sur un autre cycle.

J'ai utilisé ce modèle de formation pour former l'équipe d'experts nationaux. Ils ont d'abord appris à maitriser les pratiques enseignantes in situ, pour ensuite apprendre à coacher les encadreurs régionaux à maitriser les pratiques et à devenir des coaches pour les enseignants. Nous avons fait de nombreuses répétitions afin de bien se préparer aux formations. Lors des formations des encadreurs régionaux, les membres de l'équipe nationale ont coaché les encadreurs régionaux afin de modéliser la nouvelle pratique, de questionner sur les intentions d'apprentissage et sur le savoir en jeu et surtout sur comment soutenir les enseignants à focaliser leur attention envers le raisonnement mathématique des élèves.

J'étais présente pour accompagner l'équipe nationale. Je supervisais le tout, n'hésitant pas à intervenir directement ou indirectement lorsque nécessaire. Les encadreurs régionaux ont formulé certains besoins, que nous avons essayé de combler. Par exemple, ils ont demandé de formaliser certaines pratiques enseignantes par écrit. Nous leur avons fourni des modules de formation et nous les avons aidés à préparer du matériel pour leurs formations auprès des enseignants. Ma présence a permis l'émergence de besoins particuliers. Servir de mentor auprès des membres de l'équipe d'experts nationaux a mis en lumière certaines limites de leurs connaissances didactiques et pédagogiques. En effet, lors de certaines situations, certains membres venaient me poser des questions afin de se valider ou bien pour répondre à un besoin exprimé inattendu. Par exemple, un conseiller pédagogique a demandé, alors qu'il assistait à une formation comme apprenant, comment faire pour placer des affiches dans la classe lorsque l'école n'avait pas de murs. Les membres de l'équipe nationale m'ont relayé la question et je suis allée en salle pour discuter. J'ai demandé des précisions et à aller visiter l'une de ces écoles afin de fournir la meilleure suggestion possible. La visite de l'école m'a permis de mieux comprendre la réalité des enseignants qui enseignent dans de petits villages isolés.

Lors des formations des enseignants par les encadreurs régionaux, des membres de l'équipe d'experts nationaux les ont accompagnés sur le terrain, afin de les superviser. Cette supervision se voulait un soutien pour les encadreurs régionaux de type mentorat et visait également à établir un contact direct avec les enseignants. Un des buts avoués était que les enseignants situés au dernier palier de la cascade puissent avoir un accès direct aux experts du premier palier. Les experts nationaux ont ainsi l'occasion d'en apprendre beaucoup à propos des réalités vécues sur le terrain par les enseignants et comment mieux les soutenir. Cet accès direct est très important, car il permet, outre de mieux répondre aux besoins des enseignants lors de la formation, de mieux répondre aux besoins futurs des enseignants qui seront abordés lors des formations à venir. Par ailleurs, les encadreurs régionaux bénéficient d'un mentorat en action, qui répond à leurs préoccupations immédiates et leur permet d'apprendre dans l'action. Lors de ces premières formations dispensées par les encadreurs régionaux, j'ai visité plusieurs sites de formation et j'étais joignable par téléphone pour répondre à des préoccupations urgentes. La responsable du projet, qui a toujours été présente pendant les différentes étapes du projet, communiquait avec eux principalement pour des raisons institutionnelles.

3 Troisième niveau de la cascade : Une cascade centrée sur l'accompagnement

Lors des formations des enseignants dispensées par les encadreurs pédagogiques, un double système de suivi pédagogique a été mis en place : les communautés d'apprentissage professionnelle au sein des écoles et régionales ainsi que le coaching.

Les communautés d'apprentissage professionnelle sont des dispositifs collaboratifs entre des enseignants. Ce sont des lieux d'échange et de réflexion envers les pratiques enseignantes (McLaughlin et Talbert, 2006). Dans le cadre de ce dispositif, le partage des savoirs entre les membres de la communauté ferait en sorte que chaque membre apprend et contribue à l'apprentissage des autres membres (McLaughlin et Talbert, 2006). L'apprentissage visé par les membres de la communauté viserait le changement des pratiques afin de favoriser la réussite scolaire de tous les élèves (DuFour, DuFour, et Eaker, 2008). Par conséquent, les échanges et les réflexions concernent principalement la réflexion sur les pratiques des enseignants afin de favoriser la réussite académique des élèves (Thompson, Gregg, et Niska, 2004). Une personne possédant un leadership pédagogique comme la direction d'école anime les rencontres (Savard et Corbin, 2012).

Nous avons donc formé les encadreurs pédagogiques à former les enseignants et les directions d'école à instaurer des communautés d'apprentissage professionnelle dans chaque école du projet. Il est à noter que les directions d'école sont aussi des enseignants. Ils étaient donc formés avec les enseignants à titre d'enseignants et à titre de direction d'école. Nous avons fourni des supports papiers pour formaliser le dispositif de formation. Les enseignants doivent réfléchir individuellement et s'observer. La direction doit pouvoir observer et coacher les enseignants quelques séances par année. Elle doit prendre notes de besoins et les faire parvenir au conseiller pédagogique. Il est possible ici d'effectuer un parallèle avec le dispositif d'accompagnement tel que décrit par Butlen, Mangiante-Orsola et Masselot (2017). Une caractéristique commune des deux dispositifs réside dans le fait d'observer un enseignant dans sa classe et de conduire un entretien réflexif sur sa pratique. Alors que dans le dispositif du coaching le coach peut intervenir durant la conduite de la séance et que l'entretien a lieu en présence d'autres enseignants de la même école, le dispositif d'accompagnement s'effectue dans l'observation en classe suivi par un entretien individuel. Les deux dispositifs méritent une égale attention et devrait être utilisés selon les besoins des enseignants.

Le conseiller pédagogique planifie des journées pédagogiques avec l'aide des experts nationaux. Pour ce faire, ils utilisent les besoins identifiés par les enseignants lors des rapports envoyés par les directions

d'école ou bien par les observations recueillies en classe lors des visites du conseiller pédagogique. Ces journées sont des moments propices pour revoir les enseignants et pour former de plus grandes communautés d'apprentissage professionnelle. Le conseiller pédagogique anime ces journées de formations : il effectue d'abord un retour sur les pratiques implantées. Selon Dionne (2008), la possibilité pour les enseignants de revenir discuter de l'adaptation et de l'implantation de nouvelles démarches dans leur classe leur permettrait de se développer professionnellement. Par ailleurs, lors de ces rencontres, le conseiller pédagogique coach des répétitions avec les enseignants pour leur permettre de bonifier leurs pratiques. Les conseillers pédagogiques partagent le bilan de ces journées pédagogiques avec les membres de l'équipe nationale.

VI - CONSTATS DEGAGES PAR L'IMPLANTATION DU DISPOSITF DE LA NOUVELLE CASCADE

Former des enseignants à de nouvelles pratiques implique un certain regard épistémique envers l'enseignement et l'apprentissage. Voilà pourquoi implanter cette nouvelle cascade a nécessité une étude des conditions contextuelles et institutionnelles. Cette étude des conditions est nécessaire pour effectuer un changement de paradigme cohérent, pertinent et structuré. À cet effet, effectuer un état des lieux qui prend en compte le contexte socio-économiques dans lequel vivent les élèves et des enseignants ainsi que des demandes et contraintes institutionnelles s'est révélé fondamental pour comprendre les défis posés pour accompagner les enseignants dans ce changement de pratiques. À cet effet, un des défis rencontrés réside dans le sens accordé aux différents rôles des encadreurs pédagogiques. Les conseillers pédagogiques et les inspecteurs d'école ont pour mandat de faire appliquer le régime pédagogique en place qui stipule une approche par compétences. Mes observations de l'activité de nombreux encadreurs pédagogiques en contexte d'interactions entre eux et avec les enseignants ainsi que mes discussions avec eux m'ont permis de constater différentes postures épistémologiques (Savard, 2021). Ainsi, les encadreurs sont d'abord et avant tout d'anciens enseignants. Leur expérience d'enseignement dans les classes est enracinée dans une vision plus traditionnelle et magistrale de l'enseignement. La présence d'une recherche de conformité est très forte, puisque les enseignants sont soumis à des évaluations institutionnelles liées à leur employabilité. Les conseillers pédagogiques soutiennent les enseignants dans cette recherche de conformité qui est davantage liée à des pratiques pédagogiques liées à la gestion de classe (Jonnaert et

Interventions des encadreurs pédagogiques

ses de conduite d'une leçon que de la didactique des mathématiques. Ces ont prescrites et donc partent du haut vers le bas. Ce qui met en relief le caractère complexe d'adoption d'une posture d'accompagnateur qui part de la classe pour se rendre vers le haut. La figure 4 présente les postures épistémologiques des différents encadreurs pédagogiques.

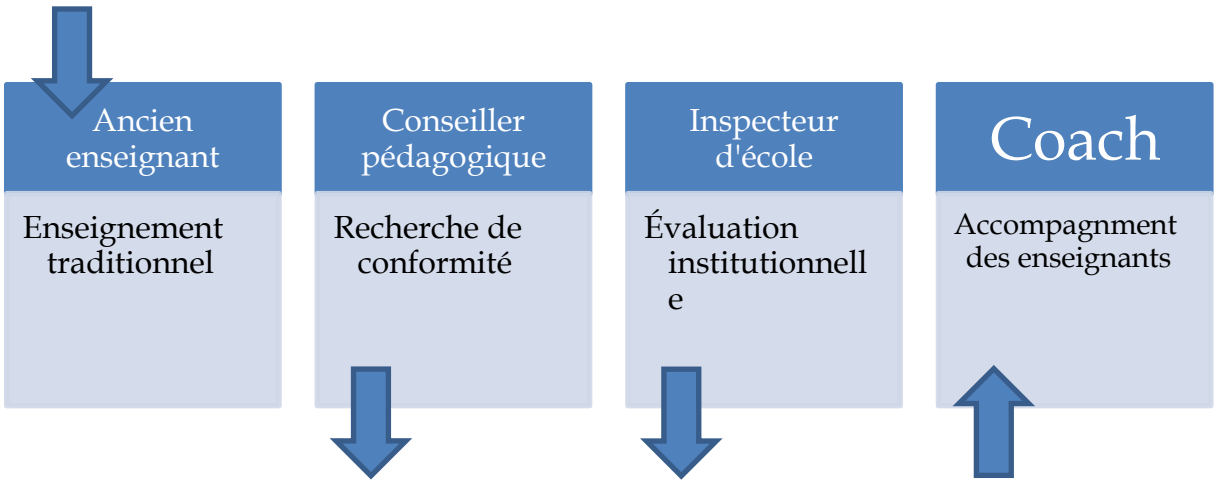


Figure 4 Les postures épistémologiques des encadreurs pédagogiques.

La nouvelle cascade axée sur l'accompagnement des enseignants a montré les mêmes avantage qu'une cascade traditionnelle en réduisant toutefois les désavantages. Compte tenu que les experts nationaux ont été présents tout au long du processus, l'effet de dilution s'est réduit. Il y a donc eu moins de perte de qualité, puisque les régulations étaient immédiates. De plus, la durée de la formation des enseignants a été la même que celle des encadreurs régionaux, ce qui a créé de meilleures conditions d'apprentissage pour ceux-ci. Ce temps a permis, entre autres, de les outiller à créer du matériel didactique et à leur laisser le temps pour le faire sous la supervision des encadreurs régionaux et des experts nationaux. Il me semble impossible d'éradiquer totalement l'effet de dilution, car des glissements de sens sont toujours possibles. Néanmoins, le fait de réduire l'effet de dilution est un élément très positif et une condition de succès et de pérennité dans l'adoption des nouvelles pratiques enseignantes. Par ailleurs, le fait que les experts soient présents tout au long des trois phases de la cascade permet d'inverser le mouvement qui part vers le bas pour retourner vers le haut. Borko (2004) nous rappelle que le développement professionnel proposé doit aussi mettre l'accent sur les contenus à enseigner, ce qui peut justifier le recours à l'expertise d'une personne externe au milieu. Toutefois, le mouvement descendant est atténué par les itérations ascendantes de la nouvelle cascade, tout au long du dispositif de formation. La figure 5 présente cette nouvelle cascade, axée sur l'accompagnement des enseignants.

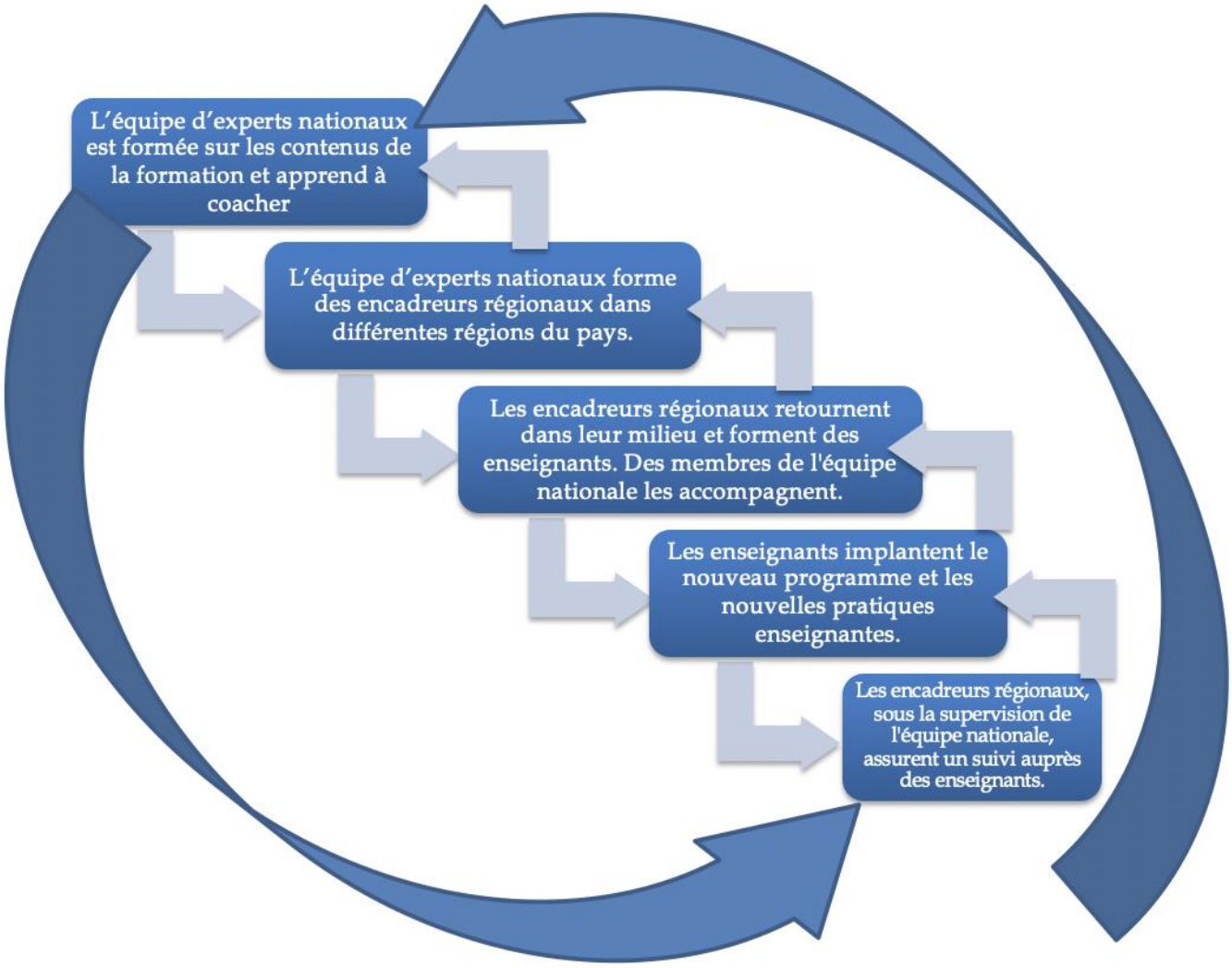


Figure 5. Une cascade fondée sur l'accompagnement de tous les apprenants

Les itérations des mouvements ascendants et descendants sont des occasions d'apprentissage pour tous les acteurs impliqués dans la nouvelle cascade. De nouveaux travaux de recherche sont cependant nécessaires afin de mettre en lumière les phénomènes qui facilitent ou qui nuisent à la création de conditions d'apprentissage.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Ball, D. L. et Forzani, F. M. (2009). The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 60(6), 497-511.

Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher, 33*(8), 3-15.

Brousseau, G. (1998). *Théories des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Butlen, D., Mangiante, C. et Masselot, P. (2017). Routines et gestes professionnels, un outil pour l'analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des professeurs des écoles en mathématiques. *Recherches en Didactiques*, 24, 25-40.

Cros, F., De Ketele, J. M., Dembelé, M., Develay, M., Gauthier, R. F., Ghriss, N. et Teho, V. (2010). *Étude sur les réformes curriculaires par l'approche par compétences en Afrique. Rapport commandité par le CIEP, le Ministère des affaires étrangères et européennes* (France). Récupéré de: https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00523433/document

Cyr, S., Savard, A. et Braham, E. (2016). Analyse d'un Projet Pilote d'Intégration d'une Approche par les Situations dans l'Éducation de Base de la République Démocratique du Congo. *Comparative and International Education / Éducation Comparée et Internationale.* 45(3), Article 4. http://ir.lib.uwo.ca/cie-eci/vol45/iss3/4

DeBlois, L. et Squalli, H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres du primaire. *Educational Studies in Mathematics*, 50(2), 212-237.

Dehghan, F. (2020): Teachers' perceptions of professionalism: a topdown or a bottom-up decision-making process *?*, *Professional Development in Education*, DOI:10.1080/19415257.2020.1725597

Dionne, L. (2008). La création d'une communauté d'apprentissage à l'école élémentaire: Une réponse aux besoins de développement professionnel des enseignants de science et technologie. *Didaskalia, 32*, 159-184.

DuFour, R., DuFour, R., et Eaker, R. (2008). *Revisiting professional learning community at work*. Bloomington, IN: Solution Tree.

Fiske, E.B. et Ladd, H.F. (2004). *Elusive Equity: Education Reform in Post-apartheid South Africa*. Washington: DC: Brookings Institute.

Griffin, M. (1999). Training of trainers. *Journal of Staff Development*, 20(3): 52-53.

Grossman, P., Hammerness, K., et McDonald, M. (2009). Redefining teaching, re-imagining teacher education. *Teachers and Teaching: Theory and practice*, *15*, 273-289.

Hayes, D. (2000). Cascade training and teachers' professional development. *ELT Journal*, 54(2), 135-145. http://dx.doi.org/10.1093/elt/54.2.135

Jackson, K. J., Shahan, E. C., Gibbons, L. K. et Cobb, P. A. (2012). Launching complex tasks. Consider four important elements of setting up challenging mathematics problems to support all students' learning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *18*(1), 24-29.

Jao, L. Wiseman, D., Kobiela, M., Gonsalves, A. et **Savard, A.** (2018). Practice-based pedagogy in mathematics and science teaching methods: Challenges and adaptations in context. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 18*(2), 177-186.

Jonnaert, P., et Vander Borght, C. (1999). *Créer des conditions d'apprentissage : un cadre de référence socioconstructiviste pour une formation didactique des enseignants*. Paris, FR: De Boeck.

Karalis, T. (2016). Cascade Approach to Training: Theoretical Issues and Practical Applications in Non-Formal Education. *Journal of Education et Social Policy*, 3(2), 104-108.

Kazemi, E., Franke, M., et Lampert, M. (2009). Developing pedagogies in teacher education to support novice teachers' ability to enact ambitious instruction. Paper presented at Crossing Divides: *Proceedings of the 32nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Massey University, Wellington, New Zealand.

Lampert, M. (2010). Learning teaching in, from and for Practice: What do we Mean? *Journal of Teacher Education*. 61 (1-2), p. 21-34.

Lampert, M., Franke, M., Kazemi, E., Ghousseini, H., Turrou, A.C., Beasley, H., Cunard, A., et Crowe, K. (2013). Keeping it complex: Using rehearsals to support novice teacher learning of ambitious teaching in elementary mathematics. *Journal of Teacher Education, 64*, 226-243.

Lampert, M., Beasley, H., Ghousseini, H., Kazemi, E. et Franke, M. (2012). Using Designed Instructional Activities to Enable Novices to Manage Ambitious Mathematics Teaching. Dans M. K. Stein et L. Kucan (Eds.), *Instructional Explanations in the Disciplines* (pp. 129-141). New York : Springer.

Lange, S. (2014). Learner orientation through professional development of teachers? Empirical results from cascade training in Anglophone Cameroon. *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 44(4), 587–612.

Leu, E. (2004). *The patterns and purposes of school-based and cluster teacher professional development programs* (EQUIP1 Working Paper No. 2). Washington, DC: USAID. Accessible à: www.equip123.net.docs/working_p2.pdf.

Macias, A. 2017. Teacher-led professional development: A proposal for a bottom-up structure approach. *International Journal of Teacher Leadership* 8: 76–91.

McLaughlin, M. W., et Talbert, J. E. (2006). *Building school-based teacher learning communities: Professional strategies to improve student achievement*. New York: Teacher College Press.

More, D.D. (2004). *The Impact of Large Scale Training Programmes on Educational Management Development in South Africa*. PhD Thesis, Published. University of Pretoria. South Africa.

Ono, Y., Ferreira, J. (2010). A case study of continuing teacher professional development through lesson study in South Africa. *South African Journal of Education*, 30: 59-74.

Pitsoe, V. J., et Maila, W. M. (2012). Towards constructivist teacher professional development. *Journal of Social Sciences*, 8(3), 318-324.

Roseler, K. et Dentzau, M. (2013). Teacher professional development: a different perspective. *Cultural Studies of Science Education*, 8(3), 619-622.

Savard. A. (2021). Preparing Future Mathematics Teacher Educators to Develop Mathematics Teacher Educator and Researcher Stances. *LEARNing Landscapes*, *14*(1), 347-361. https://doi.org/10.36510/learnland.v14i1.1051

Savard, A., Cavalcante, A. et Căprioară, D. (2020). The Representations of Financial Education among Elementary Teachers in Romania: between Cognition and Citizenship. *Bulletin of the Transilvania University of Brasov,* 13(62) No 1.

Savard, A. et Manuel, D. (2020). Studying the breaches in the research contract within a collaborative research project in mathematics education: making sense of the adaptations. *Journal of Pedagogical Research*. 4(3), 165-186.

Savard, A., Manuel, D., Pinard, S., Merovitz, S. et Chandrasekhar, V. (2020). Observing Teachers with Different Lenses: Where to Situate Them? In D.A. Reid, C. Suurtamm, A. Savard, E. Simmt, D. Manuel, L. L. Borden et R. Barwell (Eds). *Researching Pedagogy and Practive with Canadian Mathematics Teachers*. (p. 61-92). Information Age Publishing. Charlotte, NC.

Savard, A. et Cyr. S. (2018) A Waterfall Model for providing Professional Development for teachers: A Pilot project to implement a competency-based approach *Global Education Review, 5*(3), 165-182.

Savard, A. **(**2017). Implementing Inquiry-Based Learning Situation in Science and Technology: What Are Elementary School Teachers' Learning Intentions about Mathematics**?** *Philosophy of Mathematics Education Journal, (32) Special Issue: Mathematics Education and the Environment.*

Savard, A. et Manuel, D. (2016). Teaching Statistics in Middle School Mathematics Classrooms: Creating an Intersection for intra and interdisciplinarity. *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 239-256.

Savard, A. (2014A). Enseigner à enseigner : regards croisés sur l'épistémologie et le rapport à l'apprendre d'une professeure. In M.-C. Bernard, A. Savard et C. Beaucher (dir.). *Le rapport aux savoirs : une clé pour analyser les épistémologies enseignantes et les pratiques de classe.* (p. 78-92). Québec : Livres en ligne du CRIRES. En ligne : *https://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/une-cle-pour-analyser-les-epistemologies-enseignantes-et-les-pratiques-de-classe*

Savard, A. (2014B). Transition between university students to teachers: Practice in the middle. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* 14(4), 359-370.

Savard, A**.** et Polotskaia. E. (2014). Gérer l'accès aux mathématiques dans la résolution de problèmes textuels : une exploration du côté de l'enseignement primaire. *Éducation et Francophonie,* XLII (2), p. 140-159. http://www.acelf.ca/c/revue/sommaire.php?id=43#.VNEQXVpLGQs

Savard, A., Manuel, D. et Lin, T.W.J. (2014). Incorporating culture in the curriculum: the concept of probability in the Inuit culture. *In Education Special Issue, Part 2: [Indigenous Education]*, 19 (3): 152-171. (available online at http://ineducation.ca/ineducation/article/view/125/640).

Savard, A., Freiman, V., Larose, F., et Theis, L. (2013). Discussing virtual tools that simulate probabilities: what are the middle school teachers' concerns? *McGill Journal of Education,* 48 (2), 403-424. (available online at http://mje.mcgill.ca/article/view/9019/6882).

Savard, A**.** et Corbin, N. (2012). La communauté d'apprentissage professionnelle comme dispositif d'implantation de la démarche d'investigation en science et technologie au primaire. *Revue Canadienne de l'éducation,* 35(2), 355-378.

Schön, D. (1983). *The Reflective Practitioner. How professionals think in action.* London: Temple Smith.

Squalli, H. (2015). Impliquer les professionnels dans leur formation: un journal de bord en résolution de problèmes mathématiques. In O. Maulini, J. Desjardins, R. Etienne, P. Guibert et L. Paquay (dir). *À qui profite la formation continue des enseignants?,* 94-106. DeBoek.

Thompson, S. C., Gregg, L., et Niska, J. M. (2004). Professional learning communities, leadership and student learning. *Research in Middle School Level Education Online, 28*(1), 1-15.

Wyatt, M., et Ager, E. O. (2016). Teachers' Cognition Regarding Continuing Professional Development. *ELT Journal*, 71, 171-185. https://doi.org/10.1093/elt/ccw059

FICHES RESUMES

QUEL PROGRAMME DE FORMATION DES PROFESSEURS DES ECOLES POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES ? CONTENUS, ENJEUX ET REPERES

Edith PETITFOUR
MCF, INSPE Université Rouen Normandie, COPIRELEM
Normandie Univ, UNIROUEN, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, LDAR, 76000 Rouen, France
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Claire GUILLE-BIEL WINDER
MCF, INSPE Université d'Aix-Marseille, COPIRELEM
ADEF, UR 4671
claire.winder@univ-amu.fr

Frédérick TEMPIER
MCF, INSPE de Versailles, COPIRELEM
CY Cergy Paris Université, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, Normandie Univ, Univ. Lille, LDAR, 95000 Cergy, France
frederick.tempier@cyu.fr

Arnaud SIMARD
MCF, INSPE de Besançon, COPIRELEM
Université de Franche-Comté
LMB, FR-Educ
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Pierre EYSSERIC
Formateur, INSPE Université d'Aix-Marseille, COPIRELEM
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Résumé

Le référentiel de compétences professionnelles en vigueur depuis 2013 constitue un point d'appui pour l'élaboration des maquettes de formation de professeurs des écoles. Or celui-ci est transversal et n'évoque pas les savoirs spécifiques à l'enseignement de chaque discipline qui sont convoqués dans l'exercice de ces compétences. Pour combler ce manque, nous mettons au jour les enjeux essentiels de la formation des futurs professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques et proposons des contenus et repères. L'atelier a initié un échange sur les savoirs « incontournables » et leur articulation dans la formation des professeurs des écoles en mathématiques en vue de l'élaboration et de la diffusion d'un document-cadre recensant les savoirs qu'il serait pertinent d'aborder en formation.

Exploitations possibles

Le document-cadre, construit préalablement, présenté et commenté lors de cet atelier peut apporter un regard constructif sur les différents parcours de formation d'un professeur des écoles.

Mots-clés

Formation des professeurs des écoles, enseignement des mathématiques à l'école, programme de formation, document-cadre.

DISPOSITIFS D'ENSEIGNEMENT ET DE FORMATION UTILISANT LES REPRÉSENTATIONS EN BARRES : POUR QUELLE EFFICACITÉ ?

Richard CABASSUT
Formateur, INSPE de l'académie de Strasbourg
LISEC UR2310
richard.cabassut@gmail.com

Résumé
À la suite du rapport Villani-Torossian a été initié un plan national de formation sur la résolution de problèmes promouvant les représentations en barres (Kaur 2019). L'atelier a proposé l'étude de différents dispositifs utilisant les représentations en barres dans l'enseignement (Jamet 2019) et en formation (Cabassut 2020) à l'aide de différentes grilles d'analyses (anthropologique (Bosh & al. 2006), de la double approche (Robert & al. 2005) ou des connaissances pour l'enseignement (Ball & al. 2008)). Les participants ont interrogé l'efficacité de tels dispositifs par rapport aux pratiques des enseignants et besoins exprimés par les formateurs (Cabassut & al. 2021) et enseignants (Allard & al. 2021).

Exploitations possibles
Cette contribution qui présente de façon détaillée les représentations en barres enrichira la réflexion des formateurs sur des dispositifs de formation envisageables sur le thème de la résolution de problèmes permettant de questionner l'efficacité de ces représentations.

Mots clés
Représentations en barres – Résolution de problèmes – Dispositifs de formations

MATHEMATIQUES PAR L'HISTOIRE ET LE JEU

Bernard YCART
ex-professeur Université Grenoble-Alpe
Laboratoire Jean Kuntzmann
bernard.ycart@gmail.com

Résumé

Le site « Histoires de Mathématiques » propose des récits, dont une partie peuvent être reliés aux trois chapitres du programme des cycles 2 et 3 : nombres et calculs, grandeurs et mesure, espace et géométrie. Comment faire de ces ressources de véritables séquences d'enseignement ? Comment motiver les enfants au travers de l'histoire et du jeu, et leur donner le plaisir d'apprendre ? L'article s'appuie sur une expérience réalisée pendant l'année 2020-2021 dans deux classes de CM2. Plusieurs séquences à base historique ont été mises au point pour couvrir l'ensemble du programme. Celle qui concerne le chapitre de géométrie, basée sur les pavages, les rosaces et les polyèdres, est rapportée ici.

Exploitations possibles

De nombreuses pistes d'utilisation du site sont offertes pour des activités en classe, plutôt en cycle 3 et en cycle 4.

Mots-clés

Histoire des mathématiques ; activités de cycle 3 ; mathématiques de l'antiquité ; constructions géométriques

LÉA 2 TERRITOIRES EN MATHÉMATIQUES : RÉSOUDRE DES PROBLÈMES COMPLEXES AU CYCLE 3, EXEMPLE D'UN DISPOSITIF DE TRAVAIL COLLABORATIF

Cécile Allard
MCF, LDAR
Cecile.allard@u-pec.fr

Chantal Moussy
Chercheure associée, LDAR
Chantal.moussy@u-pec.fr

Résumé

Nous décrivons le scénario de classe élaboré lors d'une recherche collaborative, dans un lieu d'éducation associé le « LéA 2 territoires en mathématiques » et qui est consacré à la résolution de problèmes complexes en cycle 3. A la suite de la mise en œuvre de ces séances dans deux territoires socialement contrastés (8 classes de REP + de l'académie de Créteil, et 6 classes ordinaires de l'académie de Versailles), nous avons recueilli les brouillons des élèves. L'atelier se divise en deux parties.

Nous présentons tout d'abord quelques références théoriques sur les différentes intentions des enseignants quand ils proposent des problèmes (Houdement, 2013), sur la représentation des problèmes (Julo, 1995) et sur les principes qui fondent notre travail collaboratif (Allard, Pilet et Horoks, à paraitre). Puis nous proposons aux participants un travail en groupe consistant à analyser des « brouillons » d'élèves et à questionner leur usage en formation. Nous conclurons sur les effets du dispositif sur les institutionnalisations possibles relatives à la résolution de problèmes complexes.

Exploitations possibles

Exploitation de brouillons d'élèves de CM1-CM2 en résolution de problèmes complexe lors d'une formation : pistes d'exploitation pour penser un scénario en classe.

Mots-clés
LéA, résolution de problèmes complexes, brouillons, travail collaboratif, formation

UNE RESSOURCE DE FORMATION BASÉE SUR UNE EXPLORATION DU HASARD AU CYCLE 3

Jannick TRUNKENWALD
Professeur Agrégé, Lycée International Alexandre Dumas (LIAD, Alger)
Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR, Université de Paris)
jannick.trunkenwald@ac-paris.fr

Abderahim BOUTAHAR
Référent Mathématique de Circonscription, IEN Lens (Académie de Lille)
abderahim.boutahar@ac-lille.fr

Djalila BENYAHIA
Professeure des Écoles, École Internationale Alexandre Dumas (EPIAD, Alger)
Laboratoire de Mathématiques Maurice Audin (LIAD, Alger)
djalila.benyahia@liad-alger.fr

Anissa IDJER
Professeure de Mathématiques, Lycée International Alexandre Dumas (LIAD, Alger)
Laboratoire de Mathématiques Maurice Audin (LIAD, Alger)
anissa.idjer@liad-alger.fr

Slimane KADDOUR
Professeur des Écoles, Petite École Hydra (PEH, Alger)
Laboratoire de Mathématiques Maurice Audin (LIAD, Alger)
slimane.kaddour@mlfmonde.org

Résumé
L'implémentation au Lycée International Alexandre Dumas (Alger) d'un laboratoire de mathématiques (mesure 16 du plan Villani-Torossian) a permis l'intégration d'expérimentations filmées en classe, au dispositif de formations d'un réseau d'établissements à Alger. L'objectif de réaliser une ressource portant sur la modélisation mathématique, a entraîné une série d'analyses de séances désormais exploitables dans la cadre du plan de formation des lycées français de la zone Maghreb-Est. La séquence a été expérimentée en CM1, CM2, et 6ème. Elle porte sur l'usage d'outils de gestion de données dans une situation confrontant les élèves aux fluctuations du hasard. L'analyse des séances exploite le concept d'Espace de Travail Mathématique afin de mieux identifier le processus de validation. Il en ressort différentes observations spécifiques au terrain du cycle 3, qui correspondent aux dimensions instrumentale, sémiotique, et discursive du travail mathématique réalisé par les élèves.

Exploitations possibles
Cette contribution décrit précisément une expérimentation menée en classes de cycle 3 dans le domaine de l'aléatoire analysant notamment les cycles de modélisation. Elle fournira des pistes aux enseignants désireux de s'engager dans la construction de scénarios d'apprentissage dans ce domaine ainsi qu'aux formateurs cherchant à concevoir une formation de formateurs permettant de sensibiliser à une approche constructiviste de l'enseignement des mathématiques, qui s'appuie sur la démarche d'investigation.

Mots clés
Espace de travail Mathématique - ETM - Probabilité - Hasard - Modélisation

GRILLE D'INTERVENTION DU FORMATEUR « FACILITATEUR » EN LESSON STUDY ADAPTÉE, INTERACTION ENTRE DIFFÉRENTS COLLECTIFS

Philippe Clément
Formateur INSPE Toulouse-Occitanie-Pyrénées,
IRES de Toulouse
philippe.clement@univ-tlse2.fr

Frédéric Hartmann
Référent Mathématique Académique Normandie,
IREM de Rouen
frederic.hartmann@ac-normandie.fr

Blandine Masselin
Référente Mathématique Académique Normandie,
IREM de Rouen, LDAR
blandine-lucie.masselin@ac-normandie.fr

Charlotte Tabarrant
Référente Mathématique Départementale Hautes-Pyrénées,
IRES de Toulouse
Groupe LS
charlotte.artus@ac-toulouse.fr

Résumé

Une Lesson Study permet l'observation collective d'une séance conçue par un collectif d'enseignants et menée par l'un d'entre eux. Le dispositif LSa, Lesson Study adapté au contexte français de formation continue (Masselin et Derouet, 2018), est présenté avec ses spécificités. Il a été conçu par le groupe « Activités » de l'IREM[1] de Rouen appuyé par des chercheurs en didactique des mathématiques du LDAR[2].

Lors de la conception de la séance, les vidéos de classe sont présentées au collectif d'enseignants de la constellation de façon à alimenter l'analyse a priori. Ces vidéos sont élaborées en amont de la formation par le collectif des animateurs IREM, futurs facilitateurs. À partir des vidéos issues de la LSa « Les œufs du dragon » qui vise la construction du nombre au CP, les participants de l'atelier ont construit collectivement une grille d'intervention du formateur, outil spécifique en LSa identifié comme « objet frontière » (Akkerman et Bakker, 2011) entre deux collectifs.

Exploitations possibles

Ce texte permet de comprendre le principe d'une action de formation collaborative. Les formateurs y trouveront des pistes pour accompagner les enseignants, tant en formation initiale que continue, dans une logique plus horizontale que verticale.

Il peut particulièrement répondre à certaines problématiques actuelles rencontrées dans le cadre des formations en constellation.

Mots-clés
Lesson Study, formation, collaboration, analyse de vidéo, facilitateur

[1] IREM : Institut de Recherche sur l'enseignement des mathématiques.
[2] LDAR : Laboratoire de Didactique André Revuz, Université de Paris.

ENSEIGNER A DISTANCE : ECHANGE DE PRATIQUES

Richard CABASSUT
Maître de Conférences, UNISTRA – INSPE
IREM de Strasbourg - COPIRELEM
LISEC (UR 2310)
richard.cabassut@unistra.fr

Fabien EMPRIN
Professeur des Universités, URCA – INSPE
IREM de Reims - COPIRELEM
CEREP (EA 4692)
Fabien.emprin@univ-reims.fr

Pierre EYSSERIC
Formateur, INSPE AMU
IREM de Marseille – COPIRELEM
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Résumé
L'enseignement à distance s'est imposé mais ouvre aussi de nouvelles possibilités pour les enseignants comme pour les élèves. L'outil, l'artefact numérique, n'est pas central (Tricot, 2014) mais c'est bien la démarche et les choix de l'enseignant qui sont primordiaux. L'objet de cet atelier est de partager des expériences en mettant en évidence la place de l'enseignement à distance à plusieurs moments clefs de l'enseignement : le relevé de représentation (par exemple avec des dispositifs comme la contraposée ou le photolangage), la confrontation et l'expérimentation (évaluation entre pairs, expérimentation à distance…), la mise en commun (documents collaboratifs…) et l'évaluation.
L'atelier présente quelques résultats clefs et permet aux collègues de tester des dispositifs mais aussi de partager leurs expériences. À chaque fois deux niveaux sont traités : celui des élèves et celui des formateurs : comment utiliser un tel dispositif avec des élèves en classe ? Comment utiliser un tel dispositif avec des étudiants en formation ? Une finalisation de cet atelier est de construire collectivement un système expert qui permet, par un jeu de questions, de proposer des outils et des dispositifs à un enseignant ou un formateur qui voudrait mettre en place de l'enseignement à distance.

Exploitations possibles
Cet article présente différents dispositifs de formation à distance. Il apporte des pistes pour concevoir une formation sous différentes modalités (présentiel – distanciel, synchrone – asynchrone). Le lecteur trouvera des outils pour concevoir et mettre en œuvre un enseignement à distance, tant pour un enseignant avec des élèves que pour un formateur avec des professeurs en formation initiale ou continue.

Mots-clés
Enseignement à distance, enseignement hybride, synchrone, asynchrone, question contraposée

FORMATION A L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE ET PRÉPARATION À L'ÉPREUVE ORALE DU NOUVEAU CRPE : UN QUESTIONNEMENT COMMUN EST- IL ENVISAGEABLE ?

Anne BILGOT
COPIRELEM, INSPE de Paris
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Christophe BILLY
COPIRELEM, INSPE de Toulouse
christophe.billy@univ-tlse2.fr

Richard CABASSUT
COPIRELEM, INSPE de Strasbourg
LISEC EA2310
richard.cabassut@unistra.fr

Gwenaëlle VAY
COPIRELEM, INSPE de Nantes
gwenaelle.vay@univ-nantes.fr

Hélène ZUCCHETTA
COPIRELEM, INSPE de Lyon
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé
Ce texte rend compte d'un atelier animé par des membres de la COPIRELEM lors du colloque de Grenoble en juin 2021. En 2022, comme entre 2011 et 2013, on retrouvera une épreuve orale de mathématiques pour l'admission au CRPE. L'arrêté du 25 janvier 2021 fixe les modalités d'organisation des concours à compter de la session 2022. La COPIRELEM a effectué une lecture croisée des textes définissant les épreuves en 2011 et en 2022 (COPIRELEM, 2021), à la lumière de l'expérience acquise en tant que formateurs lors de la préparation à l'épreuve orale entre 2011 et 2013.
Nous ne disposons pas encore de réponses à des incertitudes qui ont émergé lors de ce travail. Nous avons cependant proposé de réfléchir collectivement lors de l'atelier à des questions à soumettre aux étudiants, qui pourraient nourrir nos dispositifs de formation en master tout en contribuant à une préparation à l'épreuve orale. Cette réflexion prend appui sur des travaux permettant d'identifier des catégories de connaissances pour enseigner les mathématiques à l'école (Ball, Thames et Phelps, 2008 ; Clivaz, 2011 ; COPIRELEM, 2018 ; Hurrell, 2013).

Exploitations possibles

L'analyse croisée des textes officiels définissant les épreuves orales du concours permettra au lecteur de mieux identifier les ambiguïtés, les manques et les questions laissées en suspens. De plus, l'outil proposé sera utile au formateur (et/ou membre de jury) souhaitant élaborer, à partir d'un sujet donné, une liste de questions couvrant différents domaines de connaissances. Enfin, ce texte donne des clés pour penser l'articulation entre la formation et la préparation à l'épreuve orale du concours.

Mots-clés
Formation des professeurs des écoles, enseignement des mathématiques à l'école, préparation au concours, épreuve orale.

CRÉER VOS EXERCICES INTERACTIFS ET VOTRE MATÉRIEL VIRTUEL DE MANIPULATION

Ludivine HANSSEN
Professeure des écoles-Doctorante
Laboratoire S2HEP Lyon — HEP Vaud
Ludivine.Hanssen@etu.univ-lyon1.fr

Pierre LABORDE
Directeur général, Cabrilog
Pierre.Laborde@cabri.com

Colette LABORDE
Directrice pédagogique, Cabrilog
Colette.Laborde@cabri.com

Résumé

L'une des mesures du rapport Villani Torrosian pour l'enseignement des mathématiques concerne la manipulation concrète qui est considérée comme essentielle pour favoriser l'apprentissage des élèves. La manipulation les accompagnera dans la construction des abstractions. L'objectif de l'atelier était d'apprendre à créer des exercices interactifs et du matériel virtuel de manipulation grâce à l'application gratuite Cabri Express et de proposer des laboratoires d'exploration des mathématiques aux élèves des cycles 2 et 3.

Exploitations possibles

Cet atelier permet de comprendre et d'exploiter un logiciel gratuit de production d'exercices interactifs (Cabri Express) tant en géométrie que dans les autres domaines des grandeurs et du calcul. Cinq ateliers permettent de prendre en main et d'exploiter les différentes possibilités du logiciel.

Mots-clés
Cabri Express, manipulation, environnement numérique, exercices interactifs, projet MAGI

CONCEPTION COLLABORATIVE DE RESSOURCES : UN EXEMPLE D'OUTILS MÉTHODOLOGIQUES LA FAVORISANT

Jana TRGALOVA
INSPE, Université Lyon 1
S2HEP (UR4148)
jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Sophie ROUBIN
Enseignante, Collège Ampère, Lyon
Institut Français de l'Education
Sophie.roubin@ac-lyon.fr

Mohammad Dames ALTURKMANI
INSPE, Université Franche-Comté
ELLIAD (EA 4661)
mohammad-alturkmani@hotmail.com

Pierre BENECH
Ingénieur pédagogique, IFE-ENS DE LYON
benech.pierre@gmail.com

Sylvie COPPE
Université de Genève
Équipe DiMaGe
sylvie.coppe@unige.ch

Claire PIOLTI-LAMORTHE
Enseignante, Collège R. Dufy, Lyon
INSPE, Université Lyon 1
claire.piolti-lamorthe@ac-lyon.fr

Denis ROCHE
RMC, Ecole Aveyron, Lyon
Denis.roche@ac-lyon.fr

Résumé

Les acteurs du LéA Réseau écoles et collèges Ampère (IFE) s'intéressent à l'émergence de nouvelles pratiques enseignantes autour de la pensée algébrique au cycle 3 (Alves et al., 2013). C'est un travail collaboratif entre enseignants et chercheurs qui s'organise autour de la conception de ressources qui sont ensuite expérimentées conjointement à l'école primaire et en classe de 6e.

Dans cet atelier nous présentons une activité qui a été élaborée dans le projet PREMATT (ICE) (Alturkmani et al., 2019) et deux outils méthodologiques : la carte d'expérience (Sperano et al. 2018) et le « world café » qui ont été mobilisés pour nourrir la conception pédagogique.

Exploitations possibles

Cet atelier intéressera les formateurs désirant découvrir une manière d'utiliser des outils de travail collaboratif : la carte d'expérience et le « world café » pour concevoir des ressources en favorisant l'intelligence collective et l'émergence de nouvelles pratiques enseignantes

Mots-clés

Collaboration à distance, collaboration chercheur-formateur-enseignant, pensée algébrique, conception de ressource pour la classe

RESOUDRE DES PROBLEMES POUR CONSTRUIRE LE SENS DES OPERATIONS AU-DELA DES CONCEPTIONS INTUITIVES : QUELS ENONCES POUR QUELLES PROGRESSIONS D'APPRENTISSAGE ?

Emmanuel SANDER
Professeur Ordinaire, Université de Genève
Laboratoire IDEA
Emmanuel.Sander@unige.ch

Catherine RIVIER
Chargée d'Enseignement, Université de Genève
Laboratoire IDEA
Catherine.rivier@unige.ch

Stéphanie NAUD
Chargée d'Enseignement, Université de Genève
Laboratoire IDEA
Stephanie.Naud@unige.ch

Résumé

En tâche de résolution de problèmes, l'élève opère une interprétation de l'énoncé reposant sur certaines conceptions intuitives, issues de la vie quotidienne. Or, la concordance entre conceptions intuitives et notions mathématiques constitue un facteur influençant les processus de résolution de problèmes (Sander, 2018a). Dans ce texte, le cadre théorique A-S3 (Sander, 2018b) est présenté : il s'appuie sur trois formes d'analogies, sources de conceptions intuitives, permettant d'analyser un énoncé et de mettre en évidence les difficultés susceptibles d'être rencontrées par un élève et différents recodages possibles pour les surmonter. Il s'agit de prendre connaissance de ces formes d'analogies mais aussi d'analyser des énoncés à travers ce prisme, ce qui est fait dans cette contribution à partir d'une analyse de manuels scolaires (Rivier, Scheibling-Sève & Sander, en révision) et dans le cadre du projet AIR2. Des énoncés de problèmes discordants avec les conceptions intuitives permettent ainsi d'évaluer la compréhension des notions mathématiques chez les élèves et d'élaborer des progressions d'apprentissage (Gvozdic & Sander, 2020). Dans ce contexte, sont présentés un dispositif collaboratif de formation mis en œuvre en 2018-2019 en Haute-Savoie dans le cadre du programme ACE-Arithmécole (Vilette, Fischer, Sander, Sensevy, Quilio & Richard, 2017) et le dispositif d'apprentissage RAIFLEX centré sur le raisonnement proportionnel (Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli & Sander, soumis).

Exploitations possibles

Ce texte présente à la fois des travaux de recherche sur la construction du sens des quatre opérations (avec une bibliographie très fournie) et des scénarios de formation de professeurs des écoles en résolution de problèmes, expérimentés notamment dans le cadre de constellations.

Il pourra donc fournir des points d'appui solides à des étudiants en master MEEF ou en didactique des mathématiques dans le cadre de la rédaction de mémoires, aux professeurs des écoles, ainsi qu'aux formateurs chargés de la formation initiale et continue en mathématiques des professeurs des écoles.

Mots-clés

Résolution de problèmes arithmétiques. Construction du sens des quatre opérations. Proportionnalité. Analogies et conceptions intuitives. Analyse de manuels. Constellations.

RÉFLEXIONS SUR UNE SÉANCE DE TRAVAIL EN GROUPE EN DISTANCIEL SUR LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE LONGUEUR

Charlotte DEROUET
Maître de conférences en didactique des mathématiques, INSPÉ de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg
LISEC UR2310
charlotte.derouet@inspe.unistra.fr

Catherine THOMAS
PRAG en mathématiques, INSPÉ de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg
catherine.thomas@inspe.unistra.fr

Tatiana BELIAEVA
Maître de conférences en mathématiques, INSPÉ de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg
IRMA
tatiana.beliaeva@inspe.unistra.fr

Résumé
L'atelier proposait la mise en œuvre d'une séance de formation initiale donnée en distanciel en 2020 à l'INSPÉ de Strasbourg, sur le thème « Comparaison des longueurs de deux ou plusieurs objets », en alternant les phases de réalisation et d'analyse. Les auteurs relatent leur adaptation au distanciel d'activités initialement prévues (et réalisées) en présentiel avec leurs étudiants, puis le dispositif présenté au colloque, et enfin le parcours en lui-même.

Exploitations possibles
Un lien vers le « Parcours Longueur » sur la plateforme Moodle de l'université de Strasbourg permet de visionner les documents proposés aux participants et de revivre les différentes étapes de l'atelier. Le parcours lui-même est décrit en détail et analysé.

Mots-clés
Comparaison de longueurs ; cycle 3 ; enseignement distanciel

ANIPPO : UN DISPOSITIF DE RESOLUTION DE PROBLEMES OUVERTS DANS UN ENVIRONNEMENT VIRTUEL 3D

Claude-Alexandre MAGOT
Formateur en INSPE, Université de Strasbourg, LISEC UR 2310
magot@unistra.fr

Richard CABASSUT
Formateur en INSPE, Université de Strasbourg, LISEC UR 2310

Résumé
L'apprentissage du 3D à l'école est un moment délicat de l'enseignement mathématique à l'école primaire. Les auteurs étudient la résolution de problèmes ouverts de mathématiques, dans l'environnement virtuel 3D ANIPPO. Ils présentent une expérimentation conduite en 2020 et 2021 chez des élèves de cours moyen français ayant travaillé dans l'environnement ANIPPO et chez des élèves d'un groupe de contrôle ayant travaillé dans l'environnement traditionnel. Ils discutent les variables qui pourraient jouer sur la motivation des élèves (Lieury, Fenouillet 2013), les collaborations entre élèves et sur leurs procédures. Ils étudient les articulations entre les différents registres de représentation que favorisent l'environnement et interrogent l'efficacité et la pertinence de ce dispositif. Ces éléments d'étude sont basés sur des observations qualitatives cliniques puisque les conditions de l'expérimentation n'ont pas permis à ce jour une étude comparative quantitative entre les groupes contrôle et les groupes expérimentaux.

Exploitations possibles
Cette communication met en valeur des facteurs sur lesquels jouer, dans la recherche et la formation, pour rendre l'utilisation d'un environnement virtuel efficace pour l'apprentissage des mathématiques. Elle contribuera ainsi à enrichir la réflexion sur les conditions de la pertinence de l'introduction du numérique dans l'enseignement.

Mots clés
Environnement virtuel - Numérique – Résolution de problème - 3D - Registre de représentation

LES « CHANTIERS MATHS » UNE PROPOSITION DE FORMATION CONTINUE DES PROFESSEURS D'ECOLE PAR L'ACCOMPAGNEMENT

Cécile BERROUILLER
PREC, INSPE Aix-Marseille
cecile.berrouiller@univ-amu.fr

Pierre EYSSERIC
PRAG, INSPE Aix-Marseille
COPIRELEM
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Résumé

Le 13 mars 2012, avait lieu à Lyon la conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au collège. L'état des lieux effectué à cette occasion montrait l'importance, pour viser une amélioration des compétences en mathématiques des élèves, d'une formation continue des enseignants, pensée à partir des réalités professionnelles vécues dans les établissements d'exercice.

Dans cette optique, dans l'académie d'Aix-Marseille, un nouveau type de formation continue en mathématiques a été proposé aux professeurs d'école (PE) : les chantiers mathématiques.

D'abord lancées de façon expérimentale en 2012-2013 pour quelques circonscriptions et uniquement pour le cycle 1, ces formations (présentées en communication lors du colloque COPIRELEM d'Épinal en 2017) sont aujourd'hui proposées à toutes les circonscriptions de l'académie et pour les trois cycles de l'école primaire. Ce type de formation sert maintenant de référence pour former les Référents Mathématiques de Circonscription à l'accompagnement d'équipes dans le cadre de la mise en œuvre académique du plan Villani-Torossian.

Ce texte rend compte d'une communication effectuée lors du colloque COPIRELEM à Grenoble en 2021. La communication présente les modalités de cette formation continue de PE par l'accompagnement d'équipes de professeurs d'école tout au long d'une année scolaire, les caractéristiques de ce dispositif et les perspectives pour ce type de formation.

Exploitations possibles

Ce texte intéressera tous les formateurs engagés dans des dispositifs de formation continue en mathématiques des professeurs des écoles, qui y trouveront un descriptif et une analyse d'un dispositif de formation bien rôdé.

Par ailleurs, les ressources mises à disposition en annexe de l'article (restitutions de chantiers, vidéos de classe) peuvent intéresser tout formateur en mathématique devant élaborer une formation sur l'école maternelle (avec des ressources sur le nombre, la structuration de l'espace et la programmation de robots, les longueurs…)

Mots-clés

Dispositifs de formation continue des professeurs des écoles. Accompagnement. Constellations. Mathématiques en maternelle.

CE QUE NOUS DISENT LES PROFESSEURS DE CM2 DE LEURS PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Cécile ALLARD
MCF, INSPE CRETEIL - UPEC
LDAR
cecile.allard@u-pec.fr

Pascale MASSELOT
MCF honoraire
LDAR
pmasselot@aol.com

Marie-Lise PELTIER-BARBIER
MCF honoraire
LDAR
mlpeltier@yahoo.fr

Éric RODITI
PU, Université de Paris
EDA
eric.roditi@u-paris.fr

Frédérick TEMPIER
MCF, INSPE VERSAILLES - CYU
LDAR
frederick.tempier@cyu.fr

Résumé
L'enquête nationale sur les pratiques d'enseignement des mathématiques en classe de CM2 fait partie des enquêtes « PRAtiques d'Enseignement Spécifiques aux Contenus » (PRAESCO) que conduit la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) en partenariat avec des équipes de recherche. Les deux premières enquêtes ont concerné les mathématiques en classes de CM2 et de 3e.
L'enquête PRAESCO Mathématiques CM2 a été conduite en 2019, elle vise à documenter les pratiques d'enseignement des professeurs de ce niveau en mathématiques d'un point de vue général quant à cette discipline et de façon plus approfondie sur certains thèmes du programme scolaire. Cette enquête apporte également un certain nombre d'informations sur leur formation, leur ancienneté ou leur contexte de travail. Les données d'enquête ont été analysées, croisées et soumises à des traitements statistiques afin d'apporter, dans leurs convergences et leurs différences, une description précise et complète des pratiques d'enseignement des mathématiques à ce niveau scolaire.

Exploitations possibles
L'enquête présentée dans cet article permet de documenter les pratiques de façon utile pour des formateurs. Mieux connaître les pratiques des professeurs, les cohérences issues des corrélations entre les différents aspects des pratiques ainsi que la diversité des difficultés rencontrées aux différentes étapes de la carrière et selon les contextes permet de proposer des formations plus adaptées.

Mots-clés
Pratique enseignante, diversité des pratiques, étude statistique, contexte d'enseignement.

MISE EN ŒUVRE D'UN COLLECTIF DE FORMATEURS AU SERVICE D'UNE FORMATION DES RMC ET DE CONSTELLATIONS DE PROFESSEURS DES ECOLES

Christine CHOQUET
Maîtresse de Conférences, INSPE Académie de Nantes
CREN
christine.choquet@univ-nantes.fr

Gaëlle CULLERIER
Conseillère Pédagogique Départementale, Le Mans
Référente Mathématiques Départementale (Sarthe)
gaelle.cullerier@ac-nantes.fr

Steve WINTER
Inspecteur de l'Éducation Nationale, Le Mans
Responsable de la Mission Mathématiques Départementale (Sarthe)
steve.winter@ac-nantes.fr

Aurore LEVACHER
Professeur des écoles, Le Mans
Référente Mathématiques de Circonscription
aurore.levacher@ac-nantes.fr

Résumé
La déclinaison du plan *Mathématiques* (MEN, 2018) à l'échelle du département de la Sarthe a conduit à la définition d'un collectif de formateurs de divers statuts afin de coordonner, élaborer et mettre en œuvre les formations en mathématiques de RMC et de constellations de professeurs des écoles.
À partir d'un retour réflexif d'expériences, la communication vise à exposer, au regard du cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2008 ; Choquet, 2016), en quoi la variété des statuts des membres de ce collectif permet de co-construire des formations au plus près des besoins des enseignants.

Exploitations possibles
Cette communication peut alimenter les réflexions sur la mise en œuvre des dispositifs de formation en constellation initiés suite au rapport Villani-Torossian (2018). Elle permet également d'explorer les interactions au sein d'un collectif de formateurs de divers statuts et fonctions.

Mots clés
Formation continue – Constellation - Référents Mathématiques de Circonscription – Plan Villani-Torossian

UN EXEMPLE DE COLLABORATION ENTRE ENSEIGNANTS ET CHERCHEURS AUTOUR DE LA CONCEPTION DE RESSOURCES POUR DÉVELOPPER LA PENSÉE ALGÉBRIQUE

Sylvie COPPE
Université de Genève
Équipe DiMaGe
sylvie.coppe@unige.ch

Claire PIOLTI-LAMORTHE
Enseignante, Collège R. Dufy, Lyon
INSPE, Université Lyon 1
claire.piolti-lamorthe@ac-lyon.fr

Sophie ROUBIN
Enseignante, Collège Ampère, Lyon
Institut Français de l'Education
Sophie.roubin@ac-lyon.fr

Jana TRGALOVA
INSPE, Université Lyon 1
S2HEP (UR4148)
jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Résumé
Cette communication présente différents aspects de la collaboration entre enseignants et chercheurs, acteurs du LéA Réseau écoles et collèges Ampère (IFÉ) et engagés dans le projet PREMATT (ICE). Cette recherche s'intéresse à l'émergence de nouvelles pratiques enseignantes autour de la pensée algébrique au cycle. Elle est orientée vers la conception de ressources qui sont expérimentées conjointement à l'école primaire et en classe de 6e.
Le travail collaboratif entre enseignants se heurte à plusieurs difficultés : comment favoriser l'échange entre enseignants d'équipes qui se partagent le même cycle 3, mais d'établissements différents du 1er et 2nd degré et de territoires géographiques différents ? Comment penser des formes de collaboration au sein d'un collectif élargi ? Et plus largement peut-on s'entendre sur une conception commune des mathématiques, et plus particulièrement de l'algèbre, et définir l'activité mathématique visant le développement de la pensée algébrique ?
Des leviers sont abordés : ceux-ci ont permis de travailler dans un groupe élargi où chacun a des habitudes de travail différentes et d'engager les acteurs dans la construction d'une culture commune. Cette communication est en lien avec l'atelier A24 « Conception collaborative de ressources : un exemple d'outils méthodologiques la favorisant ».

Exploitations possibles
Une exploitation possible en formation continue et éventuellement en formation initiale. En particulier pour une recherche collaborative établissant une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique, concernant le cycle 3 (CM1, CM2, 6è) où il s'agit d'accompagner les élèves à l'entrée dans la pensée algébrique, pour travailler sur les continuités et ruptures entre arithmétique et algèbre ou numérique et algébrique.

Mots-clés
Enseignement pré-algèbrique, cycle 3, pensée algébrique, recherche collaborative (professeurs des écoles, de collège, enseignants-chercheurs)

LE SENTIMENT D'EFFICACITÉ PERSONNELLE (SEP) AU SERVICE DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OUVERTS AU CYCLE 2

Hélène DUROUX
Doctorante, Université de Lorraine, Nancy
LISEC (UR 2310)
helene.duroux@univ-lorraine.fr

Résumé
Les résultats des élèves français, mesurés dans les enquêtes internationales comme PISA (DEPP, 2016 ; 2019), sont faibles en mathématiques et en baisse par rapport aux précédentes années. Les élèves français ont notamment des difficultés spécifiques en résolution de problèmes. Sur un autre plan, les enquêtes comme TALIS (DEPP, 2019) montrent des difficultés chez les enseignants français dans l'enseignement des mathématiques. En outre, ces derniers expriment un sentiment d'efficacité personnelle dégradé en comparaison de leurs voisins européens en matière d'enseignement. Les travaux de recherche sur le sentiment d'efficacité personnelle montrent que cette croyance est un puissant prédicteur de l'apprentissage et de la réussite des élèves en mathématiques (Gulistan, *et al*., 2017). L'auteure cherche à approfondir les recherches sur le sentiment d'efficacité et la formation en mathématiques des professeurs des écoles en prenant appui sur l'enseignement des problèmes ouverts (Arsac, Mante, 1983). Elle cherche à explorer les liens entre les sentiments d'efficacité personnelle des professeurs de cycle 2 dans l'enseignement des mathématiques (SEPEm) et dans l'enseignement de la résolution de problèmes ouverts en mathématiques (SEPEpo), et leurs pratiques déclarées dans ce domaine. Le texte présente les objectifs et protocole de recherche de l'étude en cours, ainsi que les outils permettant de collecter les données sur les sentiments d'efficacité personnelle et les cadres théoriques sur lesquels ils se fondent.

Exploitations possibles
Ce texte présente une recherche universitaire en cours sentiment d'efficacité personnelle. Ce texte peut intéresser des professeurs et formateurs désirant mieux connaître les relations entre le sentiment d'efficacité et les pratiques d'enseignement et les apprentissages des élèves, notamment grâce à la présentation des travaux existants sur ce thème. Il peut aussi intéresser des chercheurs qui s'interrogent sur la conception d'un questionnaire sur ce thème.

Mots-clés
Sentiment d'efficacité, mathématiques, professeurs des écoles, problèmes ouverts.

MIEUX COMPRENDRE COMMENT EVOLUENT LES CONNAISSANCES DES ENSEIGNANTS DANS UN DISPOSITIF DE LESSON STUDY PAR L'ANALYSE DES INTERACTIONS

Audrey Daina
Chargée d'enseignement, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
audrey.daina@hepl.ch

Valérie Batteau
Chargée d'enseignement, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
valerie.batteau@hepl.ch

Luc-Olivier Bünzli
Professeur formateur, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
luc-olivier.bunzli@hepl.ch

Stéphane Clivaz
Professeur ordinaire, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
stephane.clivaz@hepl.ch

Sara Presutti
Assistante doctorante, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
sara.presutti@hepl.ch

Résumé

Cette contribution présente une recherche en cours qui vise à décrire, par une analyse fine des interactions, comment évoluent, dans un groupe de lesson study, les connaissances professionnelles des enseignants pour enseigner la résolution de problèmes en mathématiques. Dans ce but, nous avons été amenés à nous concentrer sur l'analyse du discours dans une perspective socioculturelle, ancrée dans l'œuvre de Vygotsky. Notre méthodologie d'analyse se base sur les travaux du groupe CEDiR (Cambridge Educational Dialogue Research) et plus particulièrement sur le Scheme for Educational Dialogue Analysis (SEDA, Hennessy *et al.*, 2016), une grille d'analyse que nous avons adaptée à notre contexte d'étude et dont nous présenterons la construction. Nous articulerons également cette grille aux Connaissances Mathématiques pour l'enseignement (Ball, Thames et Phelps, 2008; Clivaz, 2014) et aux Mathematics Problem-Solving Knowledge for Teaching (Chapman, 2015).

Exploitations possibles

Cet article décrit le dispositif lesson study et offre une liste très complète de références sur le sujet. Le cadre et la grille d'analyse du discours pour décrire et analyser qualitativement des connaissances construites dans ce type de formation professionnelle dont l'élaboration est présentée ici, peuvent être utiles pour des recherches portant sur d'autres dispositifs de formation.

Mots-clés :
lesson study, analyse du discours, connaissances pour enseigner, résolution de problèmes, formation

LES CONCEPTS DIDACTIQUES COMME OUTILS DE CONCEPTION POUR L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE EN EDUCATION

Marie-Caroline CROSET
IREM de GRENOBLE
PRAG, INSPE Université Grenoble Alpes
Marie-Caroline.Croset@univ-grenoble-alpes.fr

Sophie SOURY-LAVERGNE
IREM de GRENOBLE
Maître de Conférences HDR, INSPE Université Grenoble Alpes
Institut Français de l'Education ENS de Lyon
Sophie.Soury-Lavergne@univ-grenoble-alpes.fr

Sophie TEROUANNE
IREM de GRENOBLE
PRAG, INSPE Université Grenoble Alpes
Sophie.Terouanne@univ-grenoble-alpes.fr

Le partenariat d'innovation initié en 2019 par le MENJ a lancé des équipes d'industriels de la EdTech et des chercheurs dans la conception et l'expérimentation d'assistants pédagogiques basés sur l'Intelligence Artificielle pour l'apprentissage des mathématiques.
Une équipe de l'IREM de Grenoble a contribué au développement de l'assistant Smart Enseigno, en créant un référentiel de connaissances et compétences des mathématiques au cycle 2, sur les domaines du nombre, du calcul et de la géométrie. Pour cela, elle s'appuie sur des concepts didactiques qui apparaissent comme des outils opérationnels de production. Les concepts mobilisés sont issus de la TAD (Bosch & Chevallard, 1999) en utilisant le modèle T4tel (Chaachoua, 2020 ; Chaachoua & Bessot, 2016). Le référentiel produit, sous forme d'un arbre, permet de générer des graphes exploitables par l'intelligence artificielle et de construire des parcours d'apprentissage pour les élèves. Nous montrons comment la construction de ce référentiel a suscité des questions didactiques sur le choix de modélisation des connaissances et leur articulation, et quels choix nous avons opérés.

Exploitations possibles

L'assistant pédagogique présenté lors de cette communication pourra intéresser les enseignants de par sa richesse, ses possibilités d'adaptation au besoin de chaque élève et à la classe.

Il pourra également intéresser le formateur soucieux de faire découvrir à des formés de nouveaux outils numériques et de les amener à interroger les connaissances, les compétences à travailler au cycle 2 et la manière dont ces diverses connaissances et compétences peuvent s'articuler.

Mots-clés
Référentiel de connaissances et compétences, mathématiques au cycle 2, Intelligence Artificielle, Assistant pédagogique, Parcours d'enseignement différencié.

UNE EXPÉRIENCE DE CONCEPTION DE RESSOURCES NUMÉRIQUES INTERACTIVES POUR LE CYCLE 2

LE PROJET SMART ENSEIGNO

Colette LABORDE
Cabrilog
labordec@cabri.com

Résumé
L'exposé présente les grandes lignes directrices qui ont présidé à la conception de ressources numériques interactives en mathématiques pour le cycle 2 dans le cadre du projet Smart Enseigno, projet retenu par le partenariat d'innovation intelligence artificielle (PIIA) du ministère de l'éducation. Sont explicités les choix didactiques à l'œuvre dans l'organisation du milieu offert dans les ressources, tant sur le plan des actions possibles des élèves que des rétroactions de nature adidactique et didactique.

Exploitations possibles
Cette communication éclaire les choix qui peuvent être opérés lors de l'élaboration d'une ressource, dans ce cas numérique. Au-delà l'intérêt manifeste de celle présentée, la communication fournit de précieux éléments pouvant servir à analyser d'autres ressources numériques.

Mots clés
Ressource - Numérique - Milieu - Rétroaction - Manipulation - Intelligence artificielle

HABILLÉ OU ÉPURÉ : LE MATÉRIEL DE MATHÉMATIQUES EN QUESTION

Marie-Caroline CROSET
IREM de GRENOBLE
PRAG, INSPE Université Grenoble Alpes
Marie-Caroline.Croset@univ-grenoble-alpes.fr

Anne DIVISIA
IREM de GRENOBLE
CPD , DSDEN Grenoble
Anne.Divisia@ac-grenoble.fr

Fanny GIMBERT
IREM de GRENOBLE
MCF, LaRAC, INSPE Université Grenoble Alpes
Fanny.Gimbert@univ-grenoble-alpes.fr

Nicolas LE GAC
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Nicolas.Le-Gac@ac-grenoble.fr

Géraldine MASTROT
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Geraldine.Mastrot@ac-grenoble.fr

Hélène STOFFEL
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Helene.Stoffel@ac-grenoble.fr

Résumé
Ce groupe IREM a expérimenté un nouveau dispositif d'encadrement des mémoires des professeurs des écoles stagiaires du 1er degré. Leur questionnement s'est porté sur l'enseignement de la résolution de problèmes en classes de maternelle. Peut-on et doit-on enseigner la résolution de problèmes arithmétiques en maternelle ? Quel matériel utiliser ? Quelles précautions prendre ? Comment sensibiliser les enseignants stagiaires à cet enseignement ? Les travaux de recherche traitant de ces questions les ont conduits à plusieurs constats comme la nécessité d'articuler la résolution de problèmes arithmétiques avec la construction du nombre (Fagnant, 2013; Fayol, 2018), la place du milieu matériel en maternelle (Margolinas & Laparra, 2017) et la nature perceptive du matériel qui pourrait agir sur l'efficacité des enseignements mathématiques (Carbonneau et al., 2013; Laski et al., 2015). C'est ainsi que la question « Le matériel de la classe peut-il détourner les élèves de maternelle de leurs apprentissages mathématiques, en particulier lors de problèmes arithmétiques verbaux ? » a été proposée à des professeurs des écoles stagiaires en classes de GS dans le cadre de leur mémoire.

Exploitations possibles
Cet article présente un dispositif original pour encadrer des étudiants dans leurs travaux de recherche dans le cadre de leur mémoire de master. Il apporte des éléments de formation sur le thème de la résolution de problèmes en maternelle.

Mots-clés
Maternelle, résolution de problèmes, encadrement de mémoire

UNE INGÉNIERIE DE FORMATION INITIALE D'ENSEIGNANTS PRIMAIRES BASÉE SUR LA PÉDAGOGIE COOPÉRATIVE

Céline VENDEIRA
Chargée d'Enseignement,
Université de Genève, Equipe DiMaGe
Celine.Marechal@unige.ch

Marina DE SIMONE
Chargée d'Enseignement,
Université de Genève, Equipe DiMaGe
marina.desimone@unige.ch

Résumé

Dans la formation initiale des enseignants primaires, des contenus didactiques, mathématiques et professionnels doivent être abordés dans un temps relativement restreint (Coutat & Vendeira, 2017). Dès lors, des choix doivent s'opérer. La formation initiale genevoise ne propose pas de travail spécifique sur les contenus mathématiques. Toutefois, des bilans de connaissances mettent en évidence des lacunes. Dès lors, une ingénierie de formation basée sur les principes de la pédagogie coopérative (Buchs, 2011) visant une meilleure compréhension de certains contenus mathématiques chez des étudiants en formation initiale d'enseignement a été pensée. Quatre ressources sont proposées aux étudiants avec un scénario les obligeant à opérer des choix de manière coopérative afin que s'opère, entre pairs, le processus de médiation sémiotique souhaité (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Ces quatre ressources ont été analysées au préalable en mettant en lumière les aspects mathématiques et didactiques travaillés dans chacune de ces ressources. L'analyse de passages vidéo de formation ainsi que des traces produites par les étudiants permet de questionner le dispositif et de conclure sur des propositions de modifications et des perspectives.

Exploitations possibles

Une ressource pour permettre aux étudiant.e.s en formation initiale, de combler certaines lacunes relatives aux contenus mathématiques par le biais d'une pédagogie coopérative.

Mots-clés
scénario de formation, pédagogie coopérative, savoirs mathématiques

LA QUESTION DE L'INSTITUTIONNALISATION DANS L'ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS AU CYCLE 3 À PARTIR D'UN JEU (L'ATELIER DES POTIONS) ET D'UN MATÉRIEL (LES RÉGLETTES CUISENAIRE)

Michel KAHN
Conseiller pédagogique Référent mathématique
Circonscription d'inspection du 1er degré de Paris
Michel.Kahn@ac-paris.fr

Résumé
Dans le rapport Villani-Torossian (p. 13), il est indiqué « Parmi les enjeux didactiques, celui des manipulations concrètes est essentiel pour favoriser l'apprentissage des élèves et les accompagner dans la construction d'abstractions ». Mais comment dépasser l'aspect ludique du jeu ou de la manipulation de matériel pédagogique pour aborder les notions mathématiques découvertes ou mobilisées au cours des séances mises en œuvre en classe ?
Ce texte rend compte d'une communication effectuée au colloque 2021 de la COPIRELEM. Son auteur, Référent Mathématique de Circonscription, témoigne d'un travail qu'il a effectué au sein de plusieurs constellations.
Il montre comment il a cherché à travailler deux interprétations différentes des fractions : les fractions « partie d'un tout » avec le jeu de l'Atelier des Potions (N. Pelay, *Plaisir Maths*), et les fractions « mesure de longueur » avec les réglettes Cuisenaire.
De manière concomitante, il explique comment ces deux supports pédagogiques lui ont permis de s'interroger sur les connaissances à institutionnaliser : quand placer l'étape d'institutionnalisation ? Quels savoirs et quelle forme de trace écrite proposer ?

Exploitations possibles
Ce texte pourra intéresser des formateurs souhaitant élaborer une formation portant sur l'enseignement des fractions au cycle 3. Il intéressera également des formateurs souhaitant travailler, en formation initiale ou continue, sur l'institutionnalisation, par exemple en analysant des traces écrites.

Mots-clés
Fractions. Traces écrites. Institutionnalisation. Constellations. Formation des professeurs des écoles.

L'ATELIER DE GÉOMÉTRIE DANS LA FORMATION INITIALE : LA QUESTION DE LA TAILLE DE L'ESPACE

Nicoletta LANCIANO
Prof. Associata
Università di Roma « La Sapienza »
nicoletta.lanciano@uniroma1.it

Résumé

Dans l'atelier de Géométrie pour les enseignants en formation initiale, proposé à l'Université de Rome « La Sapienza », des réflexions sont partagées sur des expériences d'utilisation d'espaces de taille différente dans l'action éducative. Des questions sont formulées pour identifier si et comment les compétences acquises dans un domaine — micro, méso, macro et méga espace (Lanciano, 1996) et dans une dimension (bidimensionnel et tridimensionnel) de l'espace (Leite, 2009) — sont transférables à un domaine différent. Cette étude analyse le rôle de la perception et de la modélisation des concepts géométriques et physiques, tels que vertical, horizontal, parallèle, perpendiculaire, distance angulaire.

Exploitations possibles

En formation initiale et continue, pour travailler la taille de l'espace et les transpositions nécessaires pour passer d'un espace à l'autre. Lier géométrie et astronomie.

L'analyse porte sur le rôle de la perception et de la modélisation par rapport à des concepts tels que vertical, horizontal, perpendiculaire, parallèle, angle et distance angulaire, similitude.

Mots-clés

Géométrie, espaces, perception, modélisation, vertical-horizontal

FORMER AU REGARD DIDACTIQUE : DYNAMIQUE DES PROBLEMES RELATIFS A L'ENSEIGNEMENT ET A L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES CHEZ UNE STAGIAIRE

Magali HERSANT
PR, INSPÉ & UNIVERSITE DE NANTES
CREN
magali.hersant@univ-nantes

Résumé
Dans le cadre du projet de recherche « Débuter : quels savoirs ? Quelles activités pour quelles pratiques ? » soutenu par notre l'ÉSPÉ[1], nous avons mis en place dans le cadre de la formation par la recherche en 2e année de Master MEEF 1er degré, un séminaire qui vise à développer le regard didactique, en mathématiques, des professeurs des écoles (PE dans la suite du texte). Dans ce dispositif, nous sommes formatrices de l'UE « recherche », tuteure du stage et directrice du mémoire.
Nous proposons aux étudiants d'analyser avec un point de vue didactique des moments de séances de mathématiques qu'ils ont réalisées dans leur classe. Pour cela nous introduisons une grille adossée à des recherches didactiques (Brousseau, 1998 ; Douady, 1986) que nous utilisons pour analyser des vidéos et des productions d'élèves.
Dans cette communication nous avons d'abord présenté le dispositif et ses fondements. Puis, afin d'envisager des effets de ce dispositif sur la formation des PE, nous avons présenté l'analyse du parcours d'une stagiaire, menée dans le cadre de l'apprentissage par problématisation (Fabre, Orange, 1997). À partir de données recueillies dans la classe de la professeure des écoles stagiaire (PES), lors des séminaires et en lien avec son travail de mémoire, nous nous sommes attachées à repérer les grands problèmes professionnels relatifs à l'enseignement des mathématiques que la stagiaire construit au cours de l'année et la façon dont elle y apporte des réponses, en appui ou pas sur la formation proposée dans le séminaire. Nous retraçons ainsi la dynamique de ses problèmes relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques.

Exploitations possibles
Ce texte, qui présente un dispositif de formation par la recherche, enrichira la réflexion des formateurs sur l'accompagnement à mettre en place pour amener les enseignants en formation initiale à déconstruire leurs représentations initiales sur le métier, à identifier certains grands problèmes de la profession et à tenter de les résoudre grâce au développement d'un certain « regard didactique » sur les situations d'apprentissage.

Mots-clés
Formation initiale, dispositif de formation, initiation à la recherche, outil d'analyse didactique, apprentissage par problématisation.

[1]Dans ce texte pour faciliter la lecture nous parlons de l'ESPÉ mais le dispositif s'est poursuivi en l'INSPÉ jusqu'en 2021.

PRESENTATION D'UN JEU COOPERATIF DESTINE A FAMILIARISER LES ELEVES DE CYCLE 3 AUX CALCULS AVEC DES NOMBRES DECIMAUX

Serge LAGET
CPC-EPS Isle sur la Sorgue (84)
serge.laget@gmail.com

Résumé
Ce jeu, libre de droit et conçu à partir de fichiers informatiques modifiables, permet de pratiquer de nombreux calculs avec des nombres décimaux de façon attractive et coopérative.
Il est adaptable à tous types d'élèves de cycle 3. Dans le cadre des formations « liaison écoles-collège », une version a été développée pour être utilisée spécifiquement par les professeurs de mathématiques du collège.
Son intérêt en formation réside précisément dans son adaptabilité. Le principe du jeu est extrêmement simple et donc accessible à tous les élèves mais de nombreuses variables didactiques permettent de l'adapter aux différents niveaux de compétences des élèves. Cette flexibilité est particulièrement primordiale dans un contexte éducatif où la différenciation pédagogique est au cœur des prescriptions institutionnelles.
La communication s'est déroulée en deux temps : un premier temps de présentation du jeu (matériel, règles, intérêts pédagogiques) et un deuxième temps d'analyse des intérêts de ce jeu au regard des apprentissages des élèves et au regard de la formation continue des enseignants.
La deuxième partie est encore en cours développement puisque ce jeu est actuellement l'objet d'une recherche-action du groupe 1er degré de l'IREM de Marseille.

Exploitations possibles

Ce texte sera utile à tous les formateurs souhaitant utiliser le jeu dans les apprentissages relatifs aux nombres décimaux. On y trouvera une description détaillée du jeu et de ses diverses modalités ainsi qu'un début d'analyse de sa pertinence comme outil pour les apprentissages au cycle 3.

Le jeu présenté peut constituer un support intéressant pour une liaison école-collège.

Mots-clés
Utilisation d'un jeu – nombre décimal – jeu collaboratif – liaison école-collège.

FORMER A L'ENSEIGNEMENT DES MATHS EN PRIMAIRE SANS TABLE NI CHAISE AVEC LEARN-O

Arnaud SIMARD
Maitre de Conférences, ESPE de l'Université de Franche-Comté
Laboratoire de Mathématiques de Besançon, UFR-EDUC
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Résumé
L'acronyme Learn-O synthétise le concept que nous développons. Le « L » désigne « ludique », le « E » désigne « éducatif », le « A » autonome, le « R » réflexif, le « N » désigne « neuro ergonomique », le « O » désigne « ouvert » et cet acronyme cache le mot anglais « to learn » qui signifie apprendre. Chacun de ces termes sera commenté dans la première partie de cet article pour décrire le plus précisément possible le concept. Dans une seconde partie, nous nous intéresserons aux savoirs didactiques et pédagogiques sous-jacents qui peuvent être développés en formation initiale ou continue d'enseignants par l'utilisation homologique du concept Learn-O. En dernière partie, nous expliciterons une expérience basée sur la création de cartes de jeu Learn-O par des classes de cycle 3 dans une école.

Exploitations possibles
Cette communication permet de découvrir un dispositif innovant utilisable en formation initiale et continue. Le travail d'enquête mené tant auprès des élèves que des enseignants ainsi que les nombreux cadres théoriques convoqués permettront de s'engager dans le dispositif fort des analyses proposées.

Mots clés
Dispositif innovant – Formation initiale – Formation continue – Homologie - Learn-O

LA COMMUNAUTE DE PRATIQUE COMME DISPOSITIF HORIZONTAL DE FORMATION : LE CAS DE LA COP-MATHS

Camille ANQUETIL
PE, académie de Bordeaux
camille-si.anquetil@ac-bordeaux.fr

Caroline BULF
MCF, INSPÉ de l'académie de Bordeaux
LaB-E3D EA 7441 - Université de Bordeaux
caroline.bulf@u-bordeaux.fr

Résumé

Ce texte s'appuie sur le mémoire de recherche en didactique des mathématiques d'Anquetil (2021). Les auteures partent du constat que la formation continue des professeurs des écoles en France est de plus en plus remise en question et suscite de nombreux débats comme en témoignent la succession de réformes ces dernières années. Les instances décisionnaires sont à la recherche de nouvelles perspectives, s'appuient sur les enquêtes internationales les plus récentes et mettent en avant des dispositifs collaboratifs de formation continue comme source de développement professionnel. Les auteures s'appuient sur le modèle théorique de la « communauté de pratique » au sens de Wenger (2005) afin de mettre en place un dispositif de formation basé sur la collaboration entre praticiens qui permet un partage de connaissances et de ressources (« CoP-Maths »). La question de recherche est la suivante : dans quelle mesure peut-on envisager la communauté de pratique comme dispositif de formation continue pour les enseignants ? Les auteures cherchent à apporter des éléments de réponse par l'analyse des interactions langagières orales entre les participantes lors des réunions, de leur utilisation des ressources partagées et par des entretiens individuels de retour sur expérience.

Exploitations possibles

La partie théorique permet de revenir sur la définition de « communauté de pratique » et de faire un éclairage sur l'utilisation de schémas pour la résolution de problèmes, qui est l'objet de connaissance travaillée dans cette communauté « CoP-Maths ». L'expérimentation permet de détailler précisément le dispositif mis en place, ses acteurs et d'analyser sa mise en œuvre. Ce texte peut donc intéresser à la fois des chercheurs pour les analyses de mise en place du dispositif, ainsi que des formateurs intéressés par une modalité de formation originale (pour le moment dans le paysage de la formation en France) qu'est la communauté de pratique.

Mots-clés
Communauté de pratique, résolution de problèmes, schématisation, modèle en barre

UN DISPOSITIF DE FORMATION POUR CONSTRUIRE COLLABORATIVEMENT UN OUTIL D'ENSEIGNEMENT AU SERVICE DE LA RÉUSSITE DES ÉLÈVES DE CP ET CE1 EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES

Anne DIVISIA
Conseillère pédagogique départementale DSDEN 38, formatrice du dispositif « 100% de réussite » au CP et au CE1 en éducation prioritaire
IREM de Grenoble
anne.divisia@ac-grenoble.fr

Pauline BROIN
Conseillère pédagogique départementale DSDEN 38, formatrice du dispositif « 100% de réussite » au CP et au CE1 en éducation prioritaire
pauline.broin@ac-grenoble.fr

Yvonne SEMANAZ
Conseillère pédagogique départementale DSDEN 38, formatrice du dispositif « 100% de réussite » au CP et au CE1 en éducation prioritaire
yvonne.semanaz@ac-grenoble.fr

Résumé

Cette communication présente un dispositif de formation des enseignants de CP et CE1 en classe dédoublée de l'éducation prioritaire en Isère sur la résolution de problèmes numériques basiques.
Ce dispositif se fonde sur la volonté de la DSDEN de l'Isère d'accompagner les équipes dans la mise en œuvre du dispositif « 100% de réussite au cycle 2 », et sur l'amélioration des résultats aux évaluations nationales.
Il s'appuie sur des éclairages théoriques en didactique des mathématiques, ainsi que sur les expériences des formatrices.
Il s'agit d'un dispositif de formation à grande échelle, déployé sur 2 années consécutives, qui implique et valorise les enseignants. Il a abouti à la rédaction collaborative d'une banque de problèmes pour les CP et CE1 dans l'objectif de mettre en œuvre les « 10 problèmes par semaine » préconisés dans le rapport Villani-Torossian.
Cette communication décrit ce dispositif, aborde les questions qui restent en suspens et envisage des prolongements.

Exploitations possibles

En formation continue mais aussi initiale, pour travailler la résolution de problèmes numériques basiques dans un contexte de l'éducation prioritaire et de classes dédoublées. Le dispositif et la démarche de formation sont suffisamment décrits pour être transposables dans d'autres formations, même si ici le dispositif concerne tous les enseignants de CP-CE1 en classes dédoublées.

Mots-clés
Résolution problèmes numériques, cycle 2, éducation prioritaire, dispositif formation continue

ANALYSE DES PRATIQUES ISSUES D'UN COLLECTIF D'ENSEIGNANTS EN *LESSON STUDY* SUR LE DEVELOPPEMENT DE LA PENSEE LOGIQUE DANS UNE ECOLE PRIMAIRE JAPONAISE

Valérie BATTEAU
Chargée d'enseignement, UER MS, HEP Vaud

Laboratoire 3LS

valerie.batteau@hepl.ch

Résumé
L'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon vise le développement des *pensées mathématiques* des élèves. Celles-ci concernent les types de raisonnement, les contenus mathématiques et les *thinking* sur le contenu. Cette recherche se place dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique et questionne comment les enseignants développent les *pensées mathématiques* pendant les moments d'enseignement collectifs. Une leçon de résolution de problème concernant un solide de l'espace est étudiée. Nous analysons en particulier le choix des tâches de la leçon et de la séquence (composante cognitive) et les interventions de l'enseignant en classe (composante médiative). Les données sont issues du travail d'un collectif d'enseignants en *lesson study* autour du thème annuel : le développement de la *pensée logique* des élèves.

Exploitations possibles
En formation continue (par exemple en constellation) cette communication peut être une ressource utile pour aider à la mise en place de dispositif de type « lesson study », et de manière plus générale à l'analyse des pratiques enseignantes. Sur les contenus, la ressource est intéressante sur le thème de la résolution de problème, l'étude des solides, l'étude du raisonnement dans l'espace.

Mots clés
lesson study – analyse de pratique – Japon – double approche – résolution de problème – solide - raisonnement

PRATIQUES INCLUSIVES AU COLLÈGE : ÉTUVE DES EFFETS POTENTIELS DE LA VIDÉO DANS LE CADRE D'ENTRETIENS D'ANALYSE SIMPLE ET CROISÉE

Frédéric DUPRE
Maitre de conférences, INSHEA – UNIVERSITES PARIS LUMIERES
Grhapes (EA 7287)
frederic.dupre@inshea.fr

Résumé
Cette communication s'appuie sur une partie du corpus recueilli dans le cadre d'un travail de thèse (Dupré, 2019a) qui visait à étudier des pratiques professionnelles en situation inclusive essentiellement dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991, 1999). L'objet d'étude concerne les unités localisées pour l'inclusion scolaire (ULIS) au collège qui permettent à des élèves reconnus institutionnellement handicapés d'avoir une scolarité en classe ordinaire tout en bénéficiant d'un dispositif de soutien. Le dispositif de recueil de données a permis de recueillir le film de 22 séances de mathématiques dans quatre collèges différents. À l'issue de ces captations, des entretiens d'analyse simple et croisée (Perez et al., 2017; Suau, 2016) ont été menés avec les acteurs concernés : enseignants de mathématiques, professeurs des écoles en charge de la coordination du dispositif ULIS, accompagnant d'élève en situation de handicap.
Cette communication vise à étudier les effets potentiels de la vidéo dans le cadre d'entretiens d'analyse simple et croisée pour ce qui est du développement professionnel des acteurs amenés à collaborer ensemble dans le cadre de pratiques inclusives en mathématiques. Nous nous appuyons plus spécifiquement sur une étude de cas en classe de sixième relative à l'objet fraction.

Exploitations possibles
Cet article présente un dispositif de formation basé sur l'exploitation de la vidéo lors d'entretiens croisés exploitables pour le suivi de tout type d'enseignants en formation initiale ou continue. Il apporte également des éléments de formation sur les dispositifs liés à l'inclusion scolaire.

Mots-clés
Pratique inclusive, collège, fraction, vidéo, entretien d'analyse.

CODAGE ET ROBOTIQUE AU SERVICE DE LA CONSTRUCTION DU NOMBRE EN MATERNELLE

Arnaud GRANDADAM
CPD TICE, IEN SELESTAT
Arnaud.grandadam@ac-strasbourg.fr

Résumé

Construire le nombre en maternelle par le biais d'activités de codage, tel est l'enjeu des activités présentées. Comment la mise en œuvre d'activités débranchées et branchées permet-elle aux élèves de maternelle de découvrir le nombre sous ses deux aspects ordinal et cardinal et de lui donner du sens pour en fin de compte l'utiliser comme un outil ? L'usage du nombre fait par l'élève permettra d'évaluer son degré de maîtrise et sa capacité à le réinvestir dans différentes situations de recherche.

Exploitations possibles

L'utilisation d'un robot permet faire avancer sur une piste représentant l'aspect ordinal du nombre et en même temps la programmation par le nombre de fois donné à la fonction « avancer » fait le lien avec l'aspect cardinal du nombre. La mise en œuvre présentée dans la communication a été testée en animation pédagogique après un bref rappel des concepts clés de Brissiaud.

L'exploitation peut être adaptée en Master PE ou avec des stagiaires débutants.

Mots-clés
Maternelle, robots, nombre cardinal, nombre ordinal, codage robot

TOUR DE MAGIE MATHEMATIQUE EN CM2

Sarah LELEU MAATI et Mathilde SCANDOLARI

Professeures des écoles, école élémentaire Albert Camus (Épinay-sur-Orge)
albertcamus91360@yahoo.fr

Résumé
Cet article fait part d'un travail réalisé dans les classes de CM2 de l'école Albert Camus d'Épinay-sur-Orge (91). La séquence a été menée sur plusieurs semaines, dans le cadre d'une réflexion sur l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. C'est un tour de magie mathématique qui a permis d'offrir aux élèves une expérience d'apprentissage vivante autour des compétences de calcul à acquérir au cycle 3.

Exploitations possibles
En formation continue (par exemple en constellation), une ressource permettant de réfléchir à l'utilisation du jeu ou de l'histoire dans l'enseignement du calcul.

Mots clés
Jeu – histoire – magie – calcul – cours moyen

PRÉSENTATION D'UN PROJET ENGAGEANT UN COLLECTIF DE FORMATEURS : ÉTUDE DE L'IMPACT DE LA FORMATION INITIALE SUR LES PRATIQUES DES PROFESSEURS DES ÉCOLES DÉBUTANTS CONCERNANT LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Anne BILGOT
Formatrice, INSPE de Paris, Sorbonne-Université
Membre de la COPIRELEM
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Chantal TUFFÉRY-ROCHDI
Formatrice, INSPE de Paris, Sorbonne-Université
LDAR, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, UNIROUEN
chantal.tuffery-rochdi@inspe-paris.fr

Résumé
Ce texte rend compte d'une communication effectuée en juin 2021 au colloque de la COPIRELEM. Il présente un travail en cours mené sous forme de recherche-action, dans lequel un collectif constitué de formateurs de l'INSPE de Paris et de conseillers pédagogiques de l'académie de Paris est engagé depuis 2019. Ce travail vise à identifier des points de vigilance relatifs à la formation initiale pour que celle-ci aide les professeurs des écoles à concevoir et soutenir des séances de résolution de problèmes qui soient porteuses d'apprentissages pour leurs élèves. Les cadres théoriques mobilisés sont l'approche documentaire du didactique (Gueudet et Trouche, 2010) et la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2010). Dans ce texte sont présentés les premiers résultats du travail, obtenus à partir de plusieurs diagnostics établis auprès d'étudiants ou d'enseignants débutants. Ces diagnostics portent sur des problèmes arithmétiques basiques ou complexes (Houdement, 2017), et les difficultés mises en évidence portent aussi bien sur la résolution de ces problèmes que sur l'enseignement de leur résolution.

Exploitations possibles
Une exploitation possible en formation initiale et éventuellement en formation continue.
Mise en évidence des difficultés sur la résolution de problèmes numériques et leur enseignement pour des enseignants débutants. Travail sur des séances complètes de résolutions de problèmes sur l'école élémentaire, y compris la trace écrite.

Mots-clés
PE Stagiaires, Résolution de problèmes numériques, difficultés d'enseignement des problèmes …

APPRENTISSAGES GEOMETRIQUES AU CP ET AU CE1

Henri-Claude ARGAUD
Equipe ERMEL, Ifé – ENS Lyon

hargaud@gmail.com

Jacques DOUAIRE
Equipe ERMEL, Ifé – ENS Lyon

Jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
Formateur en INSPE, Université de REIMS
CEREP EA 4692 – équipe ERMEL

Fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé

L'équipe ERMEL a mené une recherche sur les apprentissages géométriques et la résolution de problèmes spatiaux et géométriques de la GS au CE1. Cette recherche a conduit à analyser les potentialités des élèves, à expérimenter des problèmes susceptibles de développer leurs connaissances, à élaborer des dispositifs complets d'enseignement sur ce champ. Nous allons présenter les résultats de cette recherche ainsi que les questions de la mise en œuvre des activités proposées, des gestes professionnels nécessaires, qui sont publiés dans l'ouvrage ERMEL Géométrie (Douaire & al. 2020) à destination des enseignants et des formateurs.

Exploitations possibles

Ressources - recherche - enseignant - formateur

Mots-clés

Apprentissages géométriques – situations – connaissances initiales – gestes professionnels

PRESENTATION D'UN SCENARIO DE PASSATIONS DE SEANCES ENTRE ENSEIGNANTS DEBUTANTS

Stéphane GINOUILLAC
Enseignant-chercheur, Université de Versailles Saint-Quentin
Laboratoire Mathématiques de Versailles (LMV)
Stephane.Ginouillac@uvsq.fr

Résumé
Dans cette communication nous présentons un scénario de formation s'appuyant sur des passations de séances entre pairs et mis en œuvre pendant quatre ans en formation initiale auprès de groupes de professeurs des écoles débutants de l'académie de Versailles. Ce scénario vise à amener une partie des pratiques émergentes des enseignants débutants dans la formation pour en permettre une analyse. Il repose sur une mise en situation professionnelle : par petits groupes, les formés doivent analyser et préparer une situation mathématique choisie par le formateur, puis la faire vivre à leurs pairs ; les choix réalisés et les effets produits sont ensuite collectivement analysés. Ce scénario conduit à travailler et analyser de nombreux enjeux professionnels qui entrent en interaction : analyser une ressource ; préparer une séance ; gérer la mise en œuvre effective (organisation matérielle et spatiale, formulations, gestion de phases de recherche, de mise en commun, de bilan et de synthèse, gestion de l'hétérogénéité) ; gérer des imprévus ; adapter sa préparation en temps réel. Il engage également des connaissances mathématiques et didactiques.

Exploitations possibles
Cette communication, qui présente et analyse un scénario de formation, est d'abord destinée aux formateurs en mathématiques des professeurs des écoles dans le cadre de la formation initiale. Cependant les situations mathématiques proposées peuvent être reprises dans le cadre de la classe. Les éléments d'analyse de ces situations fournissent également des pistes pour une exploitation dans le cadre de la formation continue.

Mots-clés
scénario de formation, pratique professionnelle, jeu de rôles, homologie-transposition, lesson study

UN DISPOSITIF DE FORMATION AUTOUR DU JEU DE GO

Antoine FENECH
Professeur de mathématiques, Capitaine de l'Equipe de France de Jeu de Go,
Collège International de l'Esplanade, Strasbourg
antoine.fenech@gmail.com

Richard CABASSUT
Maître de Conférences, Université de Strasbourg
LISEC EA 2310
richard.cabassut@unistra.fr

Résumé

Cette communication présente une réflexion d'un groupe IREM sur le jeu de go à l'école primaire qui a été mis en place à Strasbourg depuis 2018 et qui a notamment réfléchi à ce sujet durant la période de confinement liée à la situation sanitaire en 2020 et 2021.

Après une présentation du contexte de ce travail, les auteurs précisent le cadre théorique mobilisé pour étudier les potentialités d'apprentissage du jeu de Go, notamment en ce qui concerne les raisonnements mis en œuvre à l'occasion du jeu.

Des exemples de dispositifs de classe et de formation qui mettent en œuvre une articulation entre le savoir mathématique des programmes de l'école primaire et le savoir du jeu de Go sont présentés. La conclusion revient sur l'intérêt de ces dispositifs pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser des enseignants ou des formateurs qui souhaiteraient mettre en œuvre le jeu de Go dans leur enseignement, ou des chercheurs s'intéressant à ces questions. Il peut également intéresser des animateurs périscolaires afin d'identifier des adaptations possibles du jeu de Go pour une utilisation par des élèves de l'école primaire.

Il peut plus généralement intéresser des enseignants, formateurs ou chercheur s'intéressant à l'usage de jeux pour l'apprentissage ou l'enseignement des mathématiques.

Mots-clés
Jeu de Go, raisonnement, formation, école primaire

OBSERVER LES GESTES POUR ANALYSER LES HABILETÉS SPATIALES DES ÉLÈVES AYANT UNE DÉFICIENCE INTELLECTUELLE

Noémie Lacombe
Doctorante, UNIVERSITE DE FRIBOURG
noemie.lacombe@unifr.ch

Geneviève Petitpierre
Professeur, UNIVERSITE DE FRIBOURG
genevieve.petitpierre@unifr.ch

Thierry Dias
Professeur, HAUTE ECOLE PEDAGOGIQUE, VAUD
thierry.dias@hepl.ch

Résumé

Cet article présente les résultats préliminaires d'une recherche sur la place des gestes dans l'expression des habiletés spatiales tridimensionnelles. L'objectif de la recherche est d'observer si et comment des élèves de 12 à 18 ans ayant une déficience intellectuelle (DI) utilisent les gestes lors de la résolution de tâches spatiales. Trois groupes d'élèves ont été comparés : des élèves avec une DI et deux groupes d'élèves typiques respectivement appariés aux premiers sur les compétences visuospatiales et sur les compétences verbales. Cette recherche ouvre des perspectives innovantes d'enseignement-apprentissage dans le domaine spatial tridimensionnel afin de favoriser l'observation des gestes produits par les enfants dans un but d'évaluation, par les enseignants, de leurs processus d'apprentissage.

Exploitations possibles

Enseignement -évaluation des habiletés spatiales – prise en compte des gestes spatiaux

Mots-clés

Recherche – déficience intellectuelle – gestes spatiaux – 3D - évaluation

CONDITIONS D'UNE VIGILANCE DIDACTIQUE CHEZ LES PROFESSEURS DES ÉCOLES STAGIAIRES

Sylvie GRAU
MCF en didactique des mathématiques, INSPE Académie de Nantes
Laboratoire du CREN
Sylvie.grau@univ-nantes.fr

Résumé

A l'ESPE puis INSPE de Nantes, une recherche menée de 2017 à 2020 dans différentes disciplines sous la direction de Sylvain Doussot vise à comprendre comment se développe le regard didactique des enseignants et quelles conditions peuvent favoriser ce développement en formation initiale. Plusieurs résultats (Butlen et al., 2011 ; Charles-Pézard, 2010 ; Leroyer & Georget, 2019 ; Hersant 2020) nous amènent à considérer que la vigilance didactique s'exerce sur différents moments : la préparation de séances, l'ajustement en situation et l'analyse réflexive. Ce qui suppose de penser la formation au regard didactique sur ces trois temps. A partir d'une étude de cas, nous allons analyser dans le cadre de l'apprentissage par problématisation, comment une professeure des écoles stagiaire construit le problème de l'apprentissage du nombre en moyenne section et comment son regard didactique évolue pour l'amener à une analyse réflexive sur ses propres représentations durant son année de formation. Cette étude permet de pointer certaines conditions favorables pour les professeurs stagiaires à un changement de leur modèle de l'enseignement et de l'apprentissage, par la mise en évidence de la nécessité d'un regard didactique à porter sur l'activité. Mais elle montre aussi certains freins, en particulier la difficulté à agir sur le milieu afin de rendre la situation de classe plus contraignante.

Exploitations possibles

Cet article présente un dispositif de formation à la vigilance didactique s'appuyant sur le cadre de la problématisation, à partir d'une étude du cas d'une stagiaire confrontée au problème de l'apprentissage du nombre en maternelle. Il intéressera les formateurs et les tuteurs accompagnant des stagiaires en alternance ou la formation continue, mais aussi des formateurs s'intéressant plus généralement au cadre de l'apprentissage par problématisation dans le contexte professionnel.

Mots-clés
Vigilance didactique, Problématisation, Maternelle, dénombrement, analyse réflexive

QUELLES PRATIQUES ENSEIGNANTES POUR QUELLE FORMATION DES ÉLÈVES EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ?

Annie CAMENISCH
Maitre de conférences en Sciences du langage
INSPE, Université de Strasbourg
annie.camenisch@unistra.fr

Serge PETIT
Professeur de mathématiques honoraire
IUFM d'Alsace, Université de Strasbourg
serge.labaroche@sfr.fr

Résumé

Cette communication rend compte d'une recherche en cours, portant sur les problèmes additifs à énoncés verbaux. Cette recherche a débuté à l'automne 2019 et a été proposée dans plusieurs circonscriptions réparties sur tout le territoire hexagonal concernant plus de 220 enseignants et plus de 3000 élèves des cycles 2 et 3 durant l'année scolaire 2019-2020. Cette recherche propose aux enseignants concernés un protocole strict d'apprentissage de certains écrits intermédiaires au sens large (écrits, graphiques, schémas, etc.) et trouve ses fondements dans les travaux de Duval (1995), notamment pour ce qui concerne les difficultés inhérentes aux changements de registres de représentations proposés en résolution de problèmes. L'accent est mis sur la formation continue des professeurs qui est induite par le « dispositif élèves » mis à leur disposition. L'effet de cette formation est notamment évalué par une analyse des progrès des élèves et par les difficultés qui subsistent à l'issue du travail proposé. Le « dispositif élèves » est questionné à partir des résultats obtenus.

Exploitations possibles

Formation continue et initiale des professeurs des écoles sur la résolution de problèmes et la représentation de ces problèmes additifs (problèmes comparatifs). Un travail interdisciplinaire maths-français serait particulièrement intéressant. L'article donne des statistiques sur des passations sur un nombre important d'élèves de toute la France, du point de vue de la langue et des congruences des problèmes avec des indications sur un travail à mener en classe.

Mots-clés

Résolution de problèmes, changements de registres de représentations, interdisciplinarité Maths-Français, formation continue des PE

LES « FICHES ÉLÈVES » LORS D'ATELIERS DE JEUX EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES : CONTRAINTES ET OBJECTIFS DE L'INSTITUTION SCOLAIRE

Caroline POISARD, Philippe LE GUEN, Gwenaëlle RIOU-AZOU, Rozenn ROBIN et Françoise VALDIVIESO
IREM de Brest
contact : caroline.poisard@univ-brest.fr

Résumé

Ce texte s'appuie sur un travail été réalisé par le groupe MAREL (Mathématiques en Ateliers : Ressources et Enjeux Ludo-éducatifs) de l'IREM de Brest. Les auteurs partent des contraintes et objectifs de l'institution scolaire lors d'ateliers de jeux en classe de mathématiques (GS, CM1-CM2 et Seconde) pour faire des propositions de jeux à visée d'apprentissages mathématiques. Ils présentent tout d'abord leurs choix méthodologiques et théoriques. Puis, ils détaillent plusieurs exemples de jeux de cartes (autocorrectifs et non autocorrectifs) testés en classe en identifiant les objectifs d'apprentissages mathématiques. Ils montrent que l'intérêt des fiches que les élèves ont remplies lors du jeu (« fiches élèves ») pour favoriser les apprentissages des élèves et la gestion des processus de dévolution et d'institutionnalisation des savoirs mathématiques par l'enseignant.

Exploitations possibles

Le travail présenté dans ce texte peut intéresser des enseignants ou formateurs qui s'interrogent sur les conditions d'utilisation de jeux en classe et à la maison pour favoriser les apprentissages mathématiques. Des exemples de jeux faciles à faire ou à se procurer sont proposés. Les exemples de « fiches élèves » associées à ces jeux (dont l'intérêt est mis en avant dans ce texte) peuvent aussi servir de point d'appui pour imaginer de nouvelles fiches pour d'autres jeux.

Mots-clés
Jeux, fiches, ateliers, mathématiques

APPORT COMBINE DE DEUX ALGORITHMES D'IA POUR L'OPTIMISATION DES PARCOURS D'APPRENTISSAGE DANS LE PROJET ADAPTIV'MATH

François BOUCHET
Maître de conférences, Sorbonne Université
LIP6, équipe MOCAH
francois.bouchet@lip6.fr

Didier ROY
Chercheur, Inria
équipe Flowers
didier.roy@inria.fr

Résumé

Les algorithmes employant des techniques d'intelligence artificielle se retrouvent de plus en plus dans des solutions à destination des élèves et enseignants, mais il s'agit toutefois généralement de briques isolées. L'objectif de ce travail est de montrer comment deux algorithmes peuvent avoir des apports complémentaires dans le cadre d'une solution d'apprentissage des mathématiques en cycle 2. D'une part, un algorithme utilisant l'apprentissage par renforcement (ZPDES) personnalise le parcours de chaque élève, en suivant en temps réel sa progression et en lui proposant les exercices qui lui sont les plus adaptés. D'autre part, un algorithme de regroupement de profils (SACCOM) définit des groupes homogènes d'élèves autour de critères donnés (réussite à un exercice, nature des erreurs, …), facilitant la mise en place de pratiques pédagogiques différenciées et compensant la divergence des activités des élèves avec les parcours personnalisés.

Le projet Adaptiv'Math combine ces deux approches, proposant ainsi des phases d'apprentissage en autonomie et des interventions pédagogiques de l'enseignant en petits groupes.

Exploitations possibles

Cet article intéressera tout formateur souhaitant s'appuyer sur les outils fournis par l'intelligence artificielle pour proposer aux élèves des parcours d'apprentissage prenant en compte l'hétérogénéité des classes.

Mots-clés

Algorithme d'intelligence artificielle – Différentiation pédagogique – Apprentissage par renforcement – Profil d'élève – Parcours personnalisé

TEXTES ATELIERS

QUEL PROGRAMME DE FORMATION DES PROFESSEURS DES ECOLES POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES ? CONTENUS, ENJEUX ET REPERES

Edith PETITFOUR
MCF, INSPE Université Rouen Normandie, COPIRELEM
Normandie Univ, UNIROUEN, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, LDAR, 76000 Rouen, France
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Claire GUILLE-BIEL WINDER
MCF, INSPE Université d'Aix-Marseille, COPIRELEM
ADEF, UR 4671
claire.winder@univ-amu.fr

Frédérick TEMPIER
MCF, INSPE de Versailles, COPIRELEM
CY Cergy Paris Université, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, Normandie Univ, Univ. Lille, LDAR, 95000 Cergy, France
frederick.tempier@cyu.fr

Arnaud SIMARD
MCF, INSPE de Besançon, COPIRELEM
Université de Franche-Comté
LMB, FR-Educ
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Pierre EYSSERIC
Formateur, INSPE Université d'Aix-Marseille, COPIRELEM
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Résumé
Le référentiel de compétences professionnelles en vigueur depuis 2013 constitue un point d'appui pour l'élaboration des maquettes de formation de professeurs des écoles. Or celui-ci est transversal et n'évoque pas les savoirs spécifiques à l'enseignement de chaque discipline qui sont convoqués dans l'exercice de ces compétences. Pour combler ce manque, nous mettons au jour les enjeux essentiels de la formation des futurs professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques et proposons des contenus et repères. L'atelier a initié un échange sur les savoirs « incontournables » et leur articulation dans la formation des professeurs des écoles en mathématiques en vue de l'élaboration et de la diffusion d'un document-cadre recensant les savoirs qu'il serait pertinent d'aborder en formation.

Mots clés
Formation des professeurs des écoles, enseignement des mathématiques à l'école, programme de formation, document-cadre.

L'arrivée d'un nouveau concours de recrutement de professeurs des écoles (CRPE) en 2022[1] remet au goût du jour la question vive des contenus de formation des enseignants, que peu de documents institutionnels n'éclairent. Depuis 2013 un référentiel de compétences[2], que les professeurs doivent maîtriser pour l'exercice de leur métier, constitue un point d'appui pour l'élaboration des maquettes de formation du master de l'enseignement, de l'éducation et de la formation (master MEEF). Ce référentiel est transversal

[1] Arrêté du 25 janvier 2021. https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000043075701

[2] BO n°30 du 25 juillet 2013. https://www.education.gouv.fr/bo/13/Hebdo30/MENE1315928A.htm?cid_bo=73066

et n'évoque donc pas les savoirs spécifiques à l'enseignement de chaque discipline qui sont convoqués dans l'exercice de ces compétences. D'autre part, le cadre de référence des épreuves du CRPE (JORF n°0025 du 29 janvier 2021) est celui des programmes des cycles 1 à 4 ainsi que la partie 'Nombres et calculs' du programme de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique. Ce texte mentionne aussi la nécessité de connaissances et compétences en didactique des mathématiques pour enseigner au niveau primaire, mais ne les explicite pas :

> *Le cadre de référence des épreuves est celui des programmes de l'école primaire. Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Il est attendu du candidat qu'il maîtrise finement et avec du recul l'ensemble des connaissances, compétences et démarches intellectuelles du socle commun de connaissances, compétences et culture, et les programmes des cycles 1 à 4. Des connaissances et compétences en didactique du français et des mathématiques ainsi que des autres disciplines pour enseigner au niveau primaire sont nécessaires. (Extrait du JORF n°0025 du 29 janvier 2021).*

Ainsi il n'existe pas de programme spécifique de formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques et le choix des contenus de formation est laissé à la charge des formateurs. Cela laisse supposer une grande diversité de contenus dans les formations proposées aux futurs professeurs des écoles, mais aussi une entrée dans le métier de formateur peu aisée, notamment pour des professeurs de mathématiques non encore familiers de l'enseignement des mathématiques dans le premier degré. Cela pose aussi la question des contenus des évaluations en formation initiale (Celi, Masselot et Tempier, 2019).

Face à ce manque d'un programme de formation, nous avons élaboré un document répertoriant les « savoirs incontournables » à maîtriser pour enseigner les mathématiques à l'école primaire. Il ne s'agit pas d'un document institutionnel (même s'il sera soumis à l'institution), aussi avons-nous préféré lui attribuer la terminologie de « document-cadre » plutôt que celle de « programme », pour éviter tout malentendu. Il ne s'agit pas non plus d'un programme de préparation au CRPE, la visée du document étant bien celle de former des professeurs des écoles à enseigner les mathématiques à l'école et non celle de préparer des étudiants à réussir un concours de recrutement, centré pour l'épreuve écrite de mathématiques sur des savoirs disciplinaires de niveau cycle 4 - seconde. Il ne s'agit pas, enfin, d'un cahier des charges pour définir des modalités de formation (nombre d'heures, type de cours, …) dans les instituts nationaux supérieurs du professorat et de l'éducation (INSPÉ), même si nous espérons que ce document-cadre pourra être un point d'appui dans les équipes de formateurs pour la définition des contenus de formation et d'évaluation.

Le document-cadre a vocation à évoluer grâce aux échanges entre professionnels engagés dans la formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques, jusqu'à l'atteinte d'un consensus au sein de la communauté des formateurs. Une première ébauche écrite par les animateurs de l'atelier A11 a été analysée *a priori* par d'autres membres de la Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire (COPIRELEM). Cette *évaluation interne* (Demeuse et Strauven, 2008) a conduit à une reprise du document-cadre et a abouti à la version 0 d'un document que nous avons soumis aux participants de l'atelier en vue de l'analyser et de l'enrichir. Nous rendons maintenant compte de ces travaux.

Nous exposons tout d'abord notre conception de la formation et nos choix, ainsi que les appuis théoriques sur lesquels repose le document-cadre. Nous présentons ensuite organisation et contenu du document, puis explicitons le déroulement de l'atelier. Nous présentons enfin la version 1 du document-cadre à laquelle ont abouti les réflexions issues des échanges lors de l'atelier. Cette nouvelle version[3] a été diffusée sur le site de la COPIRELEM début juillet 2021.

[3] https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2021/07/Document-cadre.V1.pdf

I - CONCEPTION DE LA FORMATION ET APPUIS THEORIQUES

Le document-cadre prend appui sur des travaux produits par la COPIRELEM depuis de nombreuses années (Masselot et al., 2011 ; Guille-Biel Winder et al., 2015 ; Masselot et al., 2016 ; Bueno-Ravel et al., 2017 ; Guille-Biel Winder et al., 2019 ; Mangiante et al., 2019 ; COPIRELEM, 2003, 2010, 2019, à paraître 2022), sur nos expériences de formateurs de professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques et sur des résultats de la recherche en didactique des mathématiques.

1 Nos choix et conception de la formation

La COPIRELEM milite pour une formation des futurs enseignants totalement organisée et orientée par la finalité d'enseigner les mathématiques aux élèves de l'école : les contenus mathématiques doivent être revisités, approfondis, enrichis, consolidés et restructurés dans la perspective de leur enseignement et de leur apprentissage par les élèves. C'est, pour les professeurs des écoles en formation, un nouvel apprentissage des mathématiques qui ne peut se faire qu'en étroite relation avec des champs de connaissances didactiques, historiques, épistémologiques et psychologiques.

Les savoirs mathématiques à maîtriser doivent permettre aux professeurs des écoles d'enseigner les mathématiques à l'école, c'est-à-dire de faire acquérir aux élèves les principaux éléments de mathématiques qui leur permettront d'être autonomes dans leur vie quotidienne, de développer une pensée rationnelle, d'entrer dans une culture commune, de comprendre les mathématiques en jeu dans les autres disciplines de l'école, de construire des outils de compréhension scientifique du monde. Il s'agit donc, pour les enseignants, de maîtriser un bagage mathématique suffisant par rapport aux exigences de l'école primaire. Ce bagage mathématique doit être structuré et organisé, il dépasse la simple maîtrise du niveau supérieur à celui enseigné, contrairement à ce que pourraient laisser croire les programmes de l'épreuve écrite de mathématiques du CRPE (annexe 1).

Selon la COPIRELEM, une formation en mathématiques des professeurs des écoles doit viser à :

- changer l'image des mathématiques : rassurer par rapport aux mathématiques et redonner de l'appétence pour la résolution de problèmes (autoriser à chercher, tâtonner ; apprendre à tirer parti des erreurs ; relativiser des exigences de rigueur parfois inhibantes issues de la scolarité antérieure) ;
- revisiter, consolider et amener à prendre du recul par rapport aux mathématiques à enseigner à travers la résolution de problèmes adaptés et des démarches de formation proches de celles qui peuvent être mises en œuvre en classe ;
- prendre conscience de la complexité de notions naturalisées (comme la numération) ;
- cerner précisément les concepts mathématiques étudiés, acquérir un langage mathématique précis, pour pouvoir s'autoriser ensuite une moindre rigueur à bon escient ;
- développer les capacités d'argumentation et de raisonnement (des exemples ne suffisent pas pour justifier une affirmation ; un contre-exemple suffit à la mettre en défaut ; …) ;
- amener les étudiants à changer de posture, pour passer de celle d'élève à celle d'enseignant : passer de « faire » à « faire faire », notamment en devenant capable d'envisager plusieurs procédures de résolution d'un même problème, d'avoir recours à des changements de registres adaptés ;
- s'interroger sur l'utilité des mathématiques, en particulier en développant la compétence « modéliser » pour ancrer les mathématiques dans le monde réel.

En outre, la formation des professeurs des écoles doit permettre d'acquérir les compétences professionnelles que nous avons identifiées dans des travaux antérieurs de la COPIRELEM. Ces compétences sont indissociables des contenus à enseigner. Nous les reprenons dans ce qui suit en les mettant en lien avec le référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation (BO n°30 du 25 juillet 2013)[4] .

[4] Nous reprenons la numérotation du référentiel pour ces compétences : nous notons CC les compétences communes à tous les professeurs et personnels d'éducation (compétences CC1 à CC14) et P celles communes à tous les professeurs (compétences P1 à P5).

- Connaître et comprendre l'architecture des programmes de mathématiques de l'école primaire au collège (CC2) ; insérer son enseignement dans une continuité des apprentissages (P1, P3, CC5).
- Connaître et utiliser à bon escient les différentes ressources pédagogiques : littérature professionnelle, manuels scolaires, banques d'exercices, matériel pédagogique, jeux, ressources internet, logiciels éducatifs (P1, P3, CC9).
- Connaître et utiliser des outils d'analyse des situations d'apprentissage (P1, P3).
- Savoir concevoir et mettre en œuvre des situations d'apprentissage, les adapter aux publics (P1, P3, P4, CC3, CC4, CC5, CC9).
- Savoir développer les capacités argumentatives ainsi que les prises d'initiative des élèves (CC6) en lien avec l'apprentissage de la résolution de problèmes (CC1 ; P2 ; P4, CC7)
- Savoir concevoir des assortiments d'exercices, prévoir et analyser les niveaux d'adaptation (P1, P3, CC3, CC4, CC9).
- Savoir concevoir et analyser des situations d'évaluation (P1, P5, CC4, CC5, CC6).
- Savoir concevoir, mettre en œuvre et analyser des situations de régulation, des expositions de connaissances (institutionnalisations) et élaborer des textes de savoir (P1, P2, P3, P4, CC7).
- Savoir analyser et adapter des progressions thématiques et temporelles (P1, P3, CC5).
- Savoir repérer et analyser des difficultés d'élèves, concevoir des aides adaptées (P3, P4, P5, CC3, CC4, CC9).

2 Appuis théoriques

Des travaux de recherche ont depuis longtemps pointé l'existence de différents types de savoirs pour enseigner (Shulman, 1986 ; Houdement et Kuzniak, 1996 ; Ball, Thames et Phelps, 2008) : des *savoirs mathématiques spécifiques* mais également des *savoirs didactiques* et *pédagogiques*. Les professeurs des écoles doivent être en mesure d'articuler ces différents savoirs dans les situations d'enseignement apprentissage qu'ils ont à concevoir et mettre en œuvre dans leur classe. De récents travaux de la COPIRELEM ont mis en évidence la nécessaire prise en compte de ces articulations dans des situations de formation (Masselot, Petitfour et Winder, 2016 ; Guille-Biel Winder et al, 2019 ; Mangiante et al, 2019 ; COPIRELEM, 2019, à paraître 2022).

À l'instar de Perrin-Glorian (2010), nous considérons les savoirs didactiques comme « ceux qui permettent de mettre en relation l'analyse du savoir mathématique, un développement possible de l'élève et une organisation possible du travail de l'élève pour apprendre, une organisation de l'étude ». Ces savoirs sont liés aux recherches en didactique des mathématiques, ainsi que le précise Houdement (2013) :

> *Le **savoir didactique** est, par définition, nourri par les recherches en didactique sur les mathématiques du primaire. A priori ce savoir a vocation à être théorique, mais d'une part tout n'est pas théorisé en didactique […], d'autre part une transposition est nécessaire pour rendre accessibles en centre de formation des « savoirs utiles » (Houdement, 2013, p. 12).*

Par ailleurs, les savoirs didactiques sont en relation étroite avec des savoirs pédagogiques « mais s'en distinguent dans la mesure où ils doivent les intégrer pour les mettre en œuvre en relation avec le contenu à enseigner pour favoriser les conditions d'apprentissage de ce contenu » (Perrin-Glorian, 2010). Les savoirs didactiques constituent donc pour l'enseignant des « outils didactiques » : il ne s'agit pas de les approfondir de façon théorique mais de savoir les utiliser pour enseigner.

Voyons à présent le contenu et l'organisation du document-cadre produit.

II - PRESENTATION DU DOCUMENT-CADRE

1 Organisation générale du document

Le document-cadre est composé d'un préambule dans lequel sont exposés :

- nos choix et conception sur les contenus de formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques ;
- des indications relatives à la lecture du document.

Six tableaux présentent ensuite les contenus de formation, chacun suivi de ressources bibliographiques (en cours d'élaboration) pour le formateur qui sont réparties en trois catégories : situations de formation, références théoriques (travaux de recherche) et ressources pour la classe proposant des situations comportant des analyses *a priori*.

Nous avons réparti les contenus de formation en six grands domaines (figure 1). Le premier rassemble des « Savoirs transversaux à l'enseignement des différents domaines mathématiques ». Les quatre suivants se composent des trois domaines présents dans les programmes à partir du cycle 2 (« Nombres et calculs », « Grandeurs et mesures », « Espace et géométrie ») et du domaine « Organisation et gestion de données numériques » du cycle 4. Le dernier domaine, que nous avons nommé « Algorithmique et logique », regroupe l'algorithmique et une partie transversale liée au raisonnement et à la logique en jeu dans le travail mathématique.



Figure 1. Six grands domaines de contenus de formation

Le domaine des savoirs transversaux à l'enseignement des différents domaines mathématiques regroupe les parties suivantes :

- Résolution de problèmes
- Organisation des apprentissages
- Langage et verbalisation
- Adaptation de l'enseignement des mathématiques à différents publics et dans différents contextes
- Ressources pour enseigner
- Outils didactiques

Les autres domaines se déclinent chacun en sous-domaines et thèmes d'étude. Par exemple, le domaine « Espace et géométrie » suit la structure suivante :

- Structuration de l'espace : repérage et déplacements
- Géométrie des solides
- Géométrie plane
    - Caractérisation de figures planes élémentaires
    - Relations et propriétés
    - Transformations du plan

Certains thèmes sont liés entre eux : nous avons précisé ces liens le cas échéant, voire même parfois énoncé des mêmes savoirs à plusieurs endroits du document. Nous avons aussi, dans la mesure du possible, adopté dans la présentation des savoirs, une chronologie cohérente avec celle à suivre dans l'enseignement des notions (par exemple, la géométrie des solides est volontairement placée avant la géométrie plane). Remarquons toutefois que ce document-cadre ne constitue pas une programmation de la formation, il se veut être un support pour les formateurs pour la construire, de la même manière que les programmes sont un support pour les enseignants pour construire leur enseignement.

2 Une présentation tabulaire

Venons-en maintenant à la présentation adoptée pour chacun des domaines mathématiques (pour exemple, voir tableau 1). Les savoirs et compétences à acquérir sont présentés dans deux colonnes : la première expose les enjeux didactiques de l'enseignement des savoirs mathématiques de l'école, la seconde les savoirs mathématiques et épistémologiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école. Lorsque ces savoirs didactiques et mathématiques sont en relation, ils sont inscrits l'un à côté de l'autre dans le tableau (lecture en ligne). Une troisième colonne, intitulée « commentaires », apporte des éclairages pour le formateur sur les contenus des deux autres colonnes. Elle comporte parfois des exemples, notés en italique.

Aucune virtuosité n'est attendue pour les savoirs précédés d'un astérisque (*). Il ne s'agit pas de proposer un cours théorique concernant ces savoirs, mais plutôt de les intégrer en tant qu'outils dans la pratique des mathématiques ou dans leur enseignement, en les reliant aux contextes où ils sont nécessaires ; certains seront notamment explicités en les contextualisant aux savoirs scolaires.

Enjeux didactiques de l'enseignement des savoirs mathématiques de l'école	*Savoirs mathématiques et épistémologiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école*	*Commentaires*
Grandeurs fondamentales et leurs mesures		
• Comprendre que la construction du sens de chacune des grandeurs étudiées à l'école repose sur des activités de classement et de comparaison (directe puis indirecte) permettant de définir les relations « avoir même … que… », « être plus … que … », « être moins … que… » . Mettre en œuvre la transitivité des relations (équivalence ou relation d'ordre). • Comprendre l'importance, pour chaque grandeur, de premières activités indépendantes de la mesure. • Comprendre l'intérêt de travailler avec des unités	• Compréhension du concept de grandeur* et de mesure* (relation d'équivalence* ; additivité ; relation d'ordre* ; transitivité*) ; grandeurs repérables* ; grandeurs mesurables*. Dissociation grandeur / mesure. Homogénéité des expressions d'égalité entre grandeurs.	Les différences (et les relations) entre les objets matériels ou géométriques, les grandeurs (classes d'équivalence d'objets) et les nombres (mesures de grandeurs) sont à mettre en évidence : - une grandeur est une caractéristique d'un objet et plusieurs grandeurs peuvent être associées à un même objet ;

Tableau 1. Extrait du document-cadre, domaine « Grandeurs et mesures »

III - DÉROULEMENT DE L'ATELIER ET CONCLUSION

L'atelier s'est déroulé à distance.

Il a regroupé 29 formateurs, dont 2 conseillers pédagogiques de circonscription, 2 référents mathématiques de circonscription, l'une étant aussi conseillère pédagogique départementale, 1 professeur de l'université de Montréal et 24 formateurs issus de douze INSPÉ de France (Aix-Marseille, Cergy, Chambéry, Créteil, Grenoble, Le Mans, Lyon, Nantes, Paris, Reims, Strasbourg, Versailles).

Parmi les 29 formateurs, 7 ont plus de dix ans d'expérience dans la formation, 16 ont entre quatre et neuf ans d'expérience, 6 ont deux ou trois années d'expérience, 1 n'en a aucune (Figure 2).

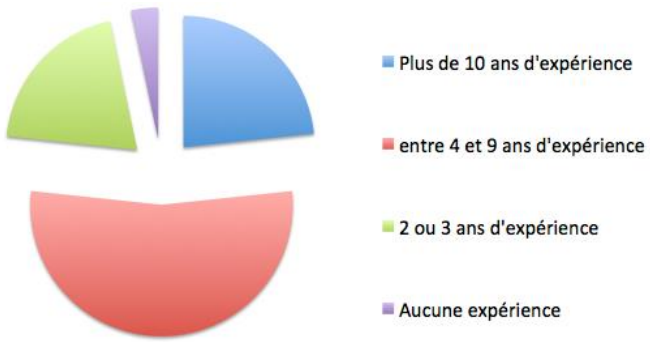


Figure 2. Répartition des participants à l'atelier selon leur expérience de formateur

Un premier temps de présentation du document-cadre a eu lieu, puis les participants de l'atelier ont été répartis dans huit salles de 3 ou 4 personnes. Chaque salle a reçu un extrait du document-cadre (version 0). Deux salles ont travaillé sur le même domaine pour chacun des domaines sélectionnés :

- Nombres et calculs
- Espace et géométrie
- Grandeurs et mesures
- Logique et algorithmique & Organisation et gestion des données

Après un temps personnel d'appropriation du document, un temps d'analyse a eu lieu dans les différentes salles. Les participants ont été invités :

- à relever les items qui leur semblaient superflus ;
- à indiquer les incontournables qui leur semblaient manquer ;
- à relever les items pour lesquels ils avaient rencontré des interprétations différentes /des interrogations quant à leur formulation.

Chaque groupe a rempli une grille sur ces différents points en ajoutant commentaires et arguments.

Un troisième temps collectif a permis de partager la réflexion de chacun des groupes et d'initier quelques échanges. Ce temps d'échanges a mis en évidence l'importance du premier domaine « Savoirs transversaux à l'enseignement des différents domaines mathématiques » qui permet de ne pas décliner ces savoirs dans chacun des thèmes ou sujets d'étude des différents domaines mathématiques. Il a conduit à clarifier les analyses réalisées en groupes. Il nous a également confortés à propos de l'importance de ce travail de conception d'un document-cadre.

À partir de cette première *évaluation externe* (Demeuse et Strauven, 2008) réalisée dans l'atelier, nous (les concepteurs du document-cadre, animateurs de l'atelier) avons repris la version 0 du document-cadre. Nous avons réalisé des ajustements en complétant certains passages (notamment concernant la résolution de problèmes et le domaine « Logique et algorithmique »), en apportant des précisions (notamment à propos de l'algorithmique), en reformulant des items pour lever des ambiguïtés d'interprétation le cas échéant. La version 1 du document-cadre correspond alors à la première version à destination des formateurs diffusée sur le site de la COPIRELEM. Les tableaux présentant les six domaines figurent en annexe 2.

La mise à l'épreuve de ce document-cadre par des formateurs de différents INSPÉ pour élaborer leur programme de formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques constitue l'étape suivante de notre travail. Les retours qu'ils pourront nous faire permettront de produire une version 2 du document.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Ball, D., Thames, M., et Phelps, G. (2008). Content Knowledge for teaching, what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

Bueno-Ravel L., Mangiante C., Masselot M., Petitfour E., Tempier F. et Winder C. (2017). Usage d'un cadre d'analyse pour s'approprier, concevoir et enrichir des situations de formation. *Actes du 43ème colloque COPIRELEM Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : quelles orientations, quels enjeux ?* (14-16/06/2016, Le Puy-en-Velay). IREM de Clermont-Ferrand. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01724610/document

Celi, V., Masselot, P., et Tempier, F. (2019). L'évaluation en mathématiques des professeurs des écoles débutants : quelles alternatives face aux contraintes de la formation ? Actes du colloque EMF 2018 (pp.115-123). Paris : IREM de Paris.

COPIRELEM (2003). Concertum. Les cahiers de route de la COPIRELEM. ARPEME.

COPIRELEM (2010). Les « sujets 0 » en mathématiques… Peut mieux faire ! C*ahiers Pédagogiques, Collection HSN*, *17,* p. 21.

COPIRELEM (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Tome 1. ARPEME.

COPIRELEM (à paraître, 2022). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Tome 2. ARPEME.

Demeuse, M. et Strauven, C, (2008). *Développer un curriculum d'enseignement ou de formation*. Bruxelles : De Boeck.

Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques. Note d'habilitation à diriger des recherches.* Université Paris Diderot – Université de Rouen.

Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E. et Simard, A. (2019). Identification des potentialités d'un jeu de rôle dans le cadre d'une formation de professeurs des écoles. *Actes du colloque EMF 2018* (pp.171-179). Paris : IREM de Paris.

Guille-Biel Winder C., Masselot M., Petitfour E. et Girmens Y. (2015). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles. *Actes du colloque EMF 2015.* http://emf.unige.ch/files/5714/6400/8258/EMF2015GT2GUILLEBIELLEWINDER.pdf

Houdement, C., et Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 16(3), 289-322.

Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. et Winder, C. (2019). Pratiques de formation en mathématiques des professeurs des écoles : un cadre pour analyser les potentialités de situations de formation. Dans I. Verscheure, M. Ducrey-Monnier, & L. Pelissier (dir.), *Enseignement et formation : éclairages de la didactique comparée* (pp.131-142). Toulouse, France : Presses Universitaires du Midi.

Masselot, P., Imbert, J.-L., Ouvrier-Buffet, C. et Simard, A. (2011). Evaluation de la formation en mathématiques des professeurs des écoles, quelles modalités ? Quels contenus ? *Actes du colloque COPIRELEM L'enseignement des mathématiques à l'école : l'évaluation dans tous ses états* (La Grande-Motte, 2010). http://www.arpeme.fr/documents/5AC3B7C02932CF6D72E2.pdf

Masselot, P., Petitfour, E. et Winder, C. (2016). Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des Écoles. *Actes du 42e colloque COPIRELEM (*Besançon, juin 2015). ARPEME.

Perrin-Glorian, M.-J. (2010). Des savoirs disciplinaires à construire pour une formation professionnelle universitaire des maîtres. *Spirale – Revue de recherche en éducation*, 46, 43-61.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 15(2), 4-14.

V - ANNEXE 1 : EPREUVE ECRITE DE MATHEMATIQUES DU CRPE

https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid157967/programmes-crpe-session-2022.html

Programme de l'épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Le programme de l'épreuve est constitué :

- du programme en vigueur de mathématiques du cycle 4
- de la partie "Nombres et calculs" du programme de mathématiques de seconde générale et technologique (BOEN spécial n° 1 du 22 janvier 2019).

Les notions traitées dans ces programmes doivent pouvoir être abordées avec le recul nécessaire à l'enseignement des mathématiques aux cycles 1, 2 et 3.

VI - ANNEXE 2 : LES SIX DOMAINES DU DOCUMENT-CADRE V1

SAVOIRS TRANSVERSAUX À L'ENSEIGNEMENT DES DIFFÉRENTS DOMAINES MATHÉMATIQUES

Résolution de problèmes
• Prendre en compte différentes classifications de problèmes (problèmes pour apprendre / s'entraîner / chercher ; problèmes ouverts / fermés ...) pour analyser, concevoir et mettre en œuvre des situations d'apprentissage utilisant la résolution de problèmes dans les différents moments de l'étude : découverte, entraînement, approfondissement, évaluation. • Prendre en compte le rôle de l'usage du matériel dans la résolution de problèmes : représenter, anticiper, valider. • Prendre en compte le rôle de la schématisation dans la résolution de problèmes : représenter, modéliser. • Prendre en compte la diversité possible des solutions des problèmes proposés (unique, multiple, aucune) ainsi que la diversité des procédures de résolution possibles, pour analyser, concevoir et mettre en œuvre des situations d'apprentissage utilisant la résolution de problèmes. • Concevoir et mettre en œuvre des résolutions de problèmes développant les compétences présentes dans les programmes : calculer, chercher, modéliser, raisonner, représenter, communiquer. Mobiliser ces compétences dans l'analyse et la description de l'activité mathématique des élèves.
Organisation des apprentissages
• Prendre en compte l'ensemble des documents institutionnels (à un niveau donné, en amont et en aval), pour élaborer une programmation, une progression, une séquence, une séance. • Reconnaître, concevoir et mettre en œuvre la découverte, l'évolution et la construction progressive d'une notion par les élèves. • Identifier le découpage en paliers d'apprentissages, connaître certains « passages obligés » liés au développement cognitif de l'enfant. • Prendre en compte l'histoire des mathématiques et l'histoire de la discipline scolaire dans son enseignement. • Etablir des liens entre les notions mathématiques étudiées et des notions mathématiques outillant les autres disciplines (par exemple structuration du temps et histoire, repérage et carte géographique, ...). Etablir des liens entre les notions mathématiques étudiées à un ou plusieurs niveaux d'enseignement (par exemple : connaissance du carré du cycle 1 au cycle 3 ; problèmes de multiplication et proportionnalité ;...) • Etudier le statut, la place et l'articulation des différents types d'activités que l'on peut proposer en mathématiques (résolution de problème, apprentissage de techniques, développement d'automatismes, mémorisation, ...). • Prendre en compte l'adéquation tâche / objectif / modalité de travail dans la préparation et l'analyse des situations. • Concevoir et mettre en œuvre des outils ou des situations pour évaluer les apprentissages des élèves. • Identifier, analyser et traiter les procédures et les erreurs des élèves (techniques, raisonnement, connaissances mathématiques mobilisées, résultats).
Langage et verbalisation
• Comprendre l'influence du langage de l'enseignant dans les apprentissages des élèves : qualifier les nombres en jeu (grandeurs dans des problèmes de mesure, objets de l'énoncé dans des problèmes arithmétiques) ou dissocier l'objet géométrique de l'objet matériel ou graphique qui le représente, lèvent les ambiguïtés et participent à la conceptualisation. • Formuler une consigne dans un langage compréhensible par les élèves. Identifier différents types de difficultés de compréhension posées par les énoncés. • Être conscient que l'interférence entre langage courant et langage mathématique peut conduire à des obstacles. Prendre en compte la polysémie de certains termes mathématiques pour lever les malentendus. • Formuler une technique ou une procédure en s'appuyant sur les formulations des élèves pour aller vers des formulations mathématiques. Mettre en mots (à l'oral et à l'écrit) des éléments de savoir mathématique issus d'une situation d'apprentissage. Construire une trace écrite mathématique conforme et adaptée au niveau d'apprentissage. • Connaître et prendre en compte le statut des différents écrits des élèves (écrits privés, écrits intermédiaires, écrits publics).

Adaptation de l'enseignement des mathématiques à différents publics et dans différents contextes
• Savoir jouer sur les variables pédagogiques et didactiques pour différencier les situations d'apprentissage en les adaptant aux connaissances / besoins/ difficultés des élèves. • Concevoir et mettre en œuvre des adaptations pédagogiques et didactiques favorisant la construction des concepts mathématiques pour les élèves en grande difficulté scolaire ou en situation de handicap. • Prévoir des aides qui ne dénaturent pas une situation mais qui permettent aux élèves de comprendre les enjeux des situations et leur permet d'entrer dans un processus de résolution. • Prendre en compte dans son enseignement des mathématiques la spécificité de certains contextes d'enseignement (ZEP/REP ; classes multi-niveaux ; classes « dédoublées » ou à faible effectif ; classes en co-intervention ...).
Ressources pour enseigner
• S'approprier l'ensemble des ressources institutionnelles. • Savoir analyser des propositions de manuels scolaires ou de documents pédagogiques pour faire des choix éclairés. • Prendre en compte l'intérêt et les limites du jeu dans les apprentissages mathématiques. Savoir analyser un jeu du point de vue des connaissances mathématiques qu'il convoque. Concevoir et mettre en œuvre des situations s'appuyant sur des jeux. • Prendre en compte l'intérêt et les limites des ressources numériques (logiciels, exerciseurs, applications) dans les apprentissages mathématiques. Savoir analyser une ressource numérique du point de vue des connaissances mathématiques qu'elle convoque. Concevoir et mettre en œuvre des situations s'appuyant sur des ressources numériques. • Dans l'élaboration et la mise en œuvre des situations d'enseignement mettant en jeu du matériel, savoir poser des contraintes sur la manipulation pour conduire à une résolution mathématique. • Savoir utiliser à bon escient les différents supports d'enseignement dans la mise en œuvre de situations mathématiques : affichage collectif, tableau, tableau blanc interactif, vidéoprojecteur, ardoise, cahiers (de brouillon, de leçon, de faits numériques , ...).
Outils didactiques * *L'étude théorique de ces notions n'est pas un attendu : il s'agit de savoir les utiliser pour enseigner.*
• Situation didactique. • Processus engagés (dévolution, régulation, institutionnalisation). Milieu, rétroaction, situation d'action, situation de formulation, situation de validation. • Variables didactiques. Analyse préalable, analyse *a priori*, analyse *a posteriori*. • Contrat didactique. • Tâches et types de tâches, techniques (ou procédures), justifications d'une technique (technologies). • Connaissance et savoir. • Dialectique outil/objet. • Changement de cadres. Registres sémiotiques. • Obstacles liés à l'enseignement des différents concepts mathématiques. • Aides aux apprentissages : aides à visée constructive et procédurale. Adaptations. Zone proximale de développement.

NOMBRES ET CALCULS

Enjeux didactiques de l'enseignement des savoirs mathématiques de l'école	*Savoirs mathématiques et épistémologiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école*	*Commentaires*
Approche du nombre	***Construction du nombre entier***	
• En lien avec les programmes, comprendre la dialectique entre le nombre outil pour résoudre des problèmes et le nombre objet d'étude.		
• Comprendre les différentes fonctions du nombre pour élaborer et mettre en œuvre des situations associées à celles-ci. Fonctions du nombre : mémoriser une quantité ; mémoriser une position ; comparer, ranger, encadrer, intercaler ; calculer (réunion de collections, partage d'une collection, complément d'une collection, distribution d'une collection ; déplacement sur une bande numérique). Connaître les principales variables des situations et savoir les adapter en fonction des objectifs visés. Variables didactiques : tailles des collections ; collections déplaçables ou pas, visibles ou pas ; type de communication (à soi ou à autrui ; écrit ou oral) ; …	• Nombre cardinal, nombre ordinal.	
• Dans l'élaboration et la mise en œuvre des situations d'enseignement, penser la manipulation dans un contexte de résolution de problème : représentation, anticipation, validation.		
• Connaître différentes procédures non numériques et numériques pour résoudre des problèmes : correspondance terme à terme, perception visuelle immédiate de la quantité (« subitizing », constellations), utilisation de la comptine numérique, par décomposition de la collection, ….	• Correspondance terme à terme. Équipotence. Enumération.	L'équipotence est une relation d'équivalence entre deux collections. La correspondance terme à terme permet de vérifier cette relation.
• Connaître le rôle de l'énumération dans toutes ces procédures.		
• Différencier le dénombrement par comptage et le comptage-numérotage.		
• Comprendre que le concept de nombre passe par la mise en évidence de différents types de représentations (analogiques, symboliques et auditivo-verbales) et par la compréhension de leurs liens (en particulier dialectique oral-écrit).	• Représentation des nombres.	Représentations analogiques, symboliques et auditivo-verbales. *Ce travail pourra s'appuyer sur l'histoire de l'écriture des nombres.*
• Prendre en compte le lien entre nombre et calcul : en prenant « un de plus » on obtient le nombre suivant (principe d'itération de l'unité).		
• Connaître et comprendre l'acquisition de la suite numérique orale.		
• Concevoir, savoir mettre en œuvre et faire évoluer des situations ritualisées (comptines et « calculines », jeux de doigts, jeux, rituels de vie de classe …) pour l'apprentissage du nombre.		

Numération parlée et numération écrite chiffrée	*Systèmes de numération*	
• Comprendre qu'une première approche de la suite numérique écrite chiffrée repose sur son aspect algorithmique.	• Règles de fonctionnement des différents systèmes de numération écrite et parlée (numération de position ; numération hybride ; numération additive). Notion d'unité de numération.	L'étude de systèmes de numération de types additif, hybride ou positionnels avec différentes bases et en lien avec l'histoire des numérations, permet de prendre du recul sur ces savoirs naturalisés. L'utilisation de matériel de numération en formation (matériel multi-base, abaque, boulier) peut constituer un point d'appui pour ce travail.
• Comprendre que l'apprentissage de notre numération écrite en chiffres repose sur la compréhension de son principe positionnel ainsi que de son principe décimal. Connaître les difficultés rencontrées par les élèves dans l'interprétation de l'écriture chiffrée. • Comprendre que le fonctionnement de notre numération parlée repose sur la compréhension de ses caractéristiques et la connaissance de ses spécificités par rapport à la numération écrite chiffrée, y compris dans le cas particulier des grands nombres. Connaître les difficultés rencontrées par les élèves dans l'apprentissage de la numération parlée et dans le passage entre numération parlée et numération écrite chiffrée. • Dans le prolongement du travail en maternelle, élaborer et mettre en œuvre des situations associées aux différentes fonctions du nombre visant notamment l'appropriation des règles qui sous-tendent les systèmes de numération parlée et écrite chiffrée. Exemples de situations : comparaison et dénombrement de « grandes » collections qui amènent à mobiliser les groupements par dix ; commande d'objets par 10, par 100 … . Connaître les principales variables des situations et savoir les adapter en fonction des procédures et des objectifs visés. Variables didactiques : tailles des collections ; organisation des collections (groupées, partiellement groupées, non groupées) ; collections manipulables, représentées ou évoquées ; commande avec ou sans contraintes sur les unités ; supports. • Connaître différents supports, leurs intérêts et leurs limites pour l'apprentissage de la numération (aspects de la numération mobilisés ou non par ces supports) : matériel de numération (abaques, matériel multi-base, monnaie, jetons…), compteurs, calculatrice, bandes numériques et tableaux de nombres, droites graduées et spirales des nombres, tableaux de numération. Savoir utiliser ces supports à bon escient.	• Ecriture des nombres dans des bases de numération positionnelle* (dont la base dix : écriture décimale). • Principe de position et principe décimal de la numération écrite chiffrée usuelle.	Une certaine virtuosité dans le passage d'une base de numération à une base autre que dix n'est pas un attendu.

• S'appuyer sur les savoirs de numération (principe de position et principe décimal) pour justifier des techniques posées de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division, et de techniques de calcul réfléchi (en ligne, mental). • Mettre en lien les savoirs de numération avec des situations relevant de différents domaines : conversions de mesures de grandeurs dans le système métrique (en appui possible sur le tableau de numération) ; résolution de problèmes du champ additif ou multiplicatif.	• Liens entre numération décimale, calcul et conversions de mesures.	L'étude d'algorithmes de calcul non conventionnels peut permettre de mettre en jeu ces connaissances.
Fractions et nombres décimaux	***Nombres rationnels et ensembles de nombres***	
• Connaître et savoir mettre en œuvre une progression pour découvrir les nouveaux nombres que sont les nombres rationnels et leurs écritures : les fractions simples permettent de résoudre des problèmes que les nombres entiers ne peuvent pas résoudre ; l'étude des fractions, et notamment des fractions décimales, donne du sens à l'écriture à virgule des nombres décimaux. Savoir que cette progression respecte l'ordre d'apparition historique.	• Nombre rationnel, nombre décimal. Structuration des ensembles de nombres réels* : nombres entiers ; nombres décimaux ; nombres rationnels ; nombres irrationnels*.	Un travail exhaustif sur les ensembles de nombres n'est pas un attendu. Situer les nombres rationnels et en particulier les nombres décimaux, par rapport aux nombres entiers et aux nombres irrationnels permet d'en souligner les caractéristiques. Les ensembles de nombres permettent également d'aborder les notions d'inclusion et d'appartenance et de travailler le raisonnement logique. *Exemple : Si un nombre est décimal, alors il est rationnel, mais la réciproque est fausse.*
• Savoir élaborer et mettre en œuvre des activités permettant d'articuler les différentes représentations graphiques (partages de surfaces par exemple), ainsi que les désignations orales et écrites des nombres rationnels. Savoir s'appuyer sur des supports adaptés (bandes de papier, surfaces, droites graduées,…) pour donner du sens au concept.	• Différentes écritures fractionnaires d'un nombre rationnel et en particulier d'un nombre décimal. Fraction irréductible. Ecriture décimale d'un nombre décimal, d'un nombre rationnel.	
• Savoir que la compréhension du concept de fraction s'établit avec la confrontation progressive (jusqu'à la fin du collège) aux différents sens auxquels réfère cette notion : fraction-partie d'un tout, fraction-mesure, fraction-quotient, fraction-ratio, fraction-opérateur. Savoir concevoir et mettre en œuvre des situations mettant en jeu la fraction-partie d'un tout et la fraction-mesure (de grandeur).	• Significations de la fraction $\frac{a}{b}$: fraction-partie d'un tout, fraction-mesure, fraction-quotient, fraction-ratio, fraction-opérateur.	
• Savoir que le travail sur les fractions à l'école repose non pas sur des techniques de calcul mais sur des représentations graphiques ou langagières qui s'appuient principalement sur le sens de la fraction comme mesure de grandeur par fractionnement d'une unité. • Savoir organiser son enseignement pour articuler les différents cadres des fractions et des nombres décimaux en prenant en compte leurs spécificités: grandeur, mesure, graphique (repérage sur la droite graduée), numérique. • Connaître différents supports, leurs intérêts et leurs limites pour l'apprentissage des fractions et des nombres décimaux et savoir les utiliser à bon escient	• Égalité, comparaison de fractions. • Calcul fractionnaire : somme, différence, produit, quotient de fractions ; simplification de fraction.	Le calcul fractionnaire est un outil dans la résolution de problèmes numériques, notamment dans les problèmes arithmétiques, ainsi que dans le calcul algébrique. Il s'agit de savoir gérer un calcul exact mettant en jeu les écritures fractionnaires. *Exemples de calculs :* $\frac{1}{3}+$ $\frac{2}{5}$; $\frac{\frac{2}{7}}{4}$; $\frac{6}{\frac{7}{2}}$; $\frac{8}{3}\times\frac{10}{12}$

(bandes, surfaces, droites graduées, tableaux de numération, monnaie, matériel multi-base, ...).		
• Connaître et prendre en compte les obstacles liés à l'enseignement des nombres décimaux. • Connaître et prendre en compte les continuités et les ruptures entre nombres entiers et décimaux. • Savoir élaborer et mettre en œuvre des activités permettant d'articuler les différentes représentations (orales, écrites et graphiques) des nombres décimaux. • Savoir élaborer et mettre en œuvre des activités permettant de réinvestir les connaissances sur les nombres décimaux, notamment avec l'expression de mesures de grandeurs.	• Fraction décimale. Nombre décimal ; statut de la virgule. Statut des différentes écritures.	L'introduction des nombres décimaux est à mettre en lien avec l'approche historique. Les nombres décimaux sont définis à partir des fractions décimales : l'écriture à virgule est une convention d'écriture qui s'appuie sur les règles de la numération décimale de position.
• Connaître et prendre en compte les difficultés spécifiques au calcul avec les nombres décimaux	• Comparaison et opérations sur les nombres décimaux.	La comparaison de nombres décimaux met en lumière les règles de fonctionnement de cette numération. Les opérations sur les nombres décimaux prolongent la connaissance des techniques de calcul.
	• Notion de valeur approchée * (par défaut, par excès), troncature, arrondi. Ordre de grandeur*.	Ces notions interviennent dans l'expression du résultat d'un mesurage ou d'un calcul.
Techniques de calcul		
• Connaître les différentes formes de calcul en fonction des types de fonctionnements cognitifs (raisonné / automatisé) et des moyens envisagés (écrit (papier-crayon)/ « de tête » /instrumenté). En comprendre l'intérêt pour une prise de recul sur le sens des nombres, la numération, le sens des opérations et comme points d'appui dans la résolution de problème. • Connaître et prendre en compte le rôle de la mémoire dans la pratique du calcul : appui sur les résultats mémorisés, mémorisation de stratégies (mémoire à long terme) ; limites de la mémoire de travail dans la mise en œuvre de stratégies de calcul. • Concevoir et mettre en œuvre une progression permettant de dépasser les procédures relevant du comptage, de mémoriser des faits numériques ainsi que des stratégies de calcul.		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations de calcul mental de différents types (découverte, automatisation, réinvestissement ou évaluation d'une technique ; rituels ; jeux ; « petits » problèmes oraux ou écrits...), permettant aux élèves de s'approprier et/ou d'automatiser des procédures variées. Connaître des activités et savoir les mettre en œuvre en jouant sur les variables didactiques. Variables didactiques principales : choix des nombres (champ numérique, relations entre les nombres, ...) ; modalités de travail (oral ou écrit) ; temps de réponse ; matériel éventuel.	• Techniques de calcul mental et en ligne pour les quatre opérations. • Définitions des opérations (addition, soustraction, multiplication, division) et leurs propriétés : éléments neutres, commutativité, associativité, distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	Mettre en œuvre et analyser, en lien avec les propriétés sous-jacentes, des techniques de calcul mental ou en ligne variées et adaptées aux nombres en jeu est un attendu. L'expression des étapes du calcul en ligne permet de mettre en évidence les propriétés des opérations en jeu, celles liées à la numération décimale ainsi que les différents sens du signe « = »

• Prendre en compte la diversité des procédures de calcul et savoir les exploiter. Reconnaître les propriétés utilisées en acte par les élèves. Amener les élèves à un usage adapté et rigoureux des parenthèses et du signe « = ».		(équivalence entre deux écritures, expression du résultat d'un calcul). Elle s'appuie sur les règles d'usage des parenthèses.
• Concevoir et mettre en œuvre des situations mettant en jeu du calcul approché. Faire émerger des stratégies de calcul approché.	• Calcul exact, calcul approché.	Le calcul approché s'appuie sur la détermination de l'ordre de grandeur d'un résultat et met en jeu des connaissances de numération. Il est utile pour anticiper et contrôler le résultat d'un calcul. Le placement approché de nombres sur la droite numérique constitue une aide pour apprécier l'ordre de grandeur des nombres et choisir les arrondis appropriés dans un calcul.
• Concevoir et mettre en œuvre, pour chacune des opérations, une progression permettant de comprendre le fonctionnement d'une technique de calcul posé et débouchant sur une automatisation de cette technique. • Connaître différentes techniques de calcul posée de la soustraction, de la multiplication et de la division, les connaissances sur lesquelles elles s'appuient, leurs intérêts et limites. • Connaître différents matériels de numération et de calcul (matériel multi-base, abaque, boulier…), leurs intérêts et leurs limites pour l'apprentissage des techniques opératoires.	• Techniques de calcul posé pour les quatre opérations avec différents algorithmes : addition en colonnes ; soustraction 'par compensation' (ajout simultané d'un même nombre aux deux termes) ou 'par emprunt' (changement d'écriture du premier terme) ; multiplication posée usuelle française et technique *'per gelosia'* ; division posée usuelle française ou par 'soustraction de multiples du diviseur'.	Connaître, savoir utiliser et justifier les techniques usuelles de calcul posé et des techniques variées de calcul mental et en ligne est un attendu. La numération décimale et les propriétés des opérations permettent la justification mathématique des algorithmes opératoires. La découverte et la justification de techniques opératoires non usuelles (anciennes ou étrangères) permettent de prendre du recul sur les techniques utilisées aujourd'hui en France *(par exemple la multiplication de l'Egypte ancienne ou 'à la russe' (en appui sur les puissances de 2), la multiplication 'à traits' (méthode graphique), la soustraction 'à la russe', …).* La droite numérique peut servir de point d'appui pour le calcul et pour aborder les techniques de la soustraction (méthode par compensation ou translation).
	• Division : quotient exact et approché. Division euclidienne : diviseur, dividende, quotient, reste.	La division opère sur les nombres rationnels alors que la division euclidienne n'est pas une opération car elle associe à un couple d'entiers naturels un autre couple d'entiers naturels (quotient, reste). Pour un usage cohérent du signe « = », l'écriture du type a = b × q + r est donc à privilégier.
• Connaître des moyens de contrôle des résultats obtenus et amener les élèves à les utiliser (recherche d'un ordre de grandeur du résultat, contrôle du chiffre		

des unités, vérification par une addition dans le cas de la soustraction ou par celle de l'égalité a = b × q + r dans le cas de la division).		
	• Diviseurs ; multiples. Critères de divisibilité (par 2, par 3, par 4, par 5, par 9, par 10). Nombres premiers. Décomposition en produit de facteurs premiers. Notions de PPCM*. et PCGD*.	Pour le calcul du plus grand diviseur commun (PGCD), l'apprentissage de l'algorithme d'Euclide n'est pas attendu, la décomposition en produit de facteurs premiers étant suffisante pour produire le PGCD et pour en comprendre le sens.
• Savoir concevoir et mettre en œuvre des situations utilisant des machines à calculer selon différentes fonctions (calculer, résoudre des problèmes, mettre en évidence des propriétés des opérations, vérifier un résultat).	• Calcul instrumenté à l'aide de machines à calculer et d'outils numériques.	Les machines à calculer peuvent être manuelles (abaque / boulier ...) ou mécaniques (« Pascaline », compteurs ...) . Parmi les outils numériques on distingue : la calculatrice, des logiciels de calcul (dont le tableur), des simulateurs numériques de machines à calculer.
	Calcul algébrique, calcul littéral, équations et inéquations*	*Les éléments cités constituent des outils mathématiques de base du socle commun. La virtuosité dans les calculs n'est pas un attendu.*
	• Calcul avec les puissances*. • Ecriture scientifique*.	Le calcul avec les puissances se fait en lien avec la compréhension des propriétés de la multiplication. Il est à mettre également en relation avec les unités de mesures d'aire ou de volume (cm^2 ; m^3 ; ...), mais aussi avec la décomposition en unités de numération (écriture décimale), le travail sur les grands nombres entiers, ainsi que sur l'écriture scientifique. *Exemples de calculs :* $2^4 \times 2^6$; $\frac{12^{15}}{12^3}$; $25^3 \times 8^3$; $2^n \times 2^p$; $a^2 \times a^{-3}$; $\frac{a^2}{a^3}$. Les écritures scientifiques mettent également en jeu les nombres décimaux. *Exemple d'exercice : Écrire sous forme décimale, puis sous forme scientifique :* $0{,}73 \times 10^4$; 18×10^{-3} ; $7 \times 10^{-5} \times 10$.
	• Calcul avec les racines carrées*.	Le calcul avec les racines carrées est à mettre en relation avec le théorème de Pythagore et le calcul de longueurs. *Exemples de calculs :* $\sqrt{25}$; $\sqrt{108}$; $13\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$; $\sqrt{15} \times \sqrt{33}$; $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{26^2}}$.
	• Résolution arithmétique, résolution algébrique de problèmes. Différents sens du signe =.	Résoudre des problèmes de différentes manières permet de prendre conscience que la mise en équation n'est pas le seul moyen à disposition. Certains problèmes se résolvent très bien autrement (par exemple par essai-erreur, par

		fausse-position…). La résolution d'équations ou d'inéquations du premier degré est un outil de la résolution de problèmes. Une résolution graphique de systèmes de deux équations à deux inconnues peut être envisagée. La virtuosité dans la résolution de systèmes d'équations n'est pas un attendu : notamment l'emploi de la technique de résolution par substitution est suffisant.
	• Equation du premier degré à une inconnue* ; système d'équations du premier degré à deux ou trois inconnues*. • Inéquation du premier degré à une inconnue*. Représentation de l'ensemble des solutions sur la droite numérique*.	
Problèmes arithmétiques		
• Connaître et savoir identifier les différents types de problèmes (basiques, complexes, atypiques) pour concevoir une progression prenant en compte leur articulation. Savoir concevoir et mettre en œuvre des situations de résolution de problèmes arithmétiques. • Savoir identifier les sous-problèmes basiques dans un problème complexe pour analyser les procédures des élèves et proposer des aides adaptées. • Savoir identifier les difficultés liées à la formulation d'énoncés de problèmes et les prendre en compte afin d'anticiper les obstacles ou d'en proposer des reformulations adaptées.	• Résolution de problèmes relevant des quatre opérations par des procédures arithmétiques.	Les problèmes arithmétiques rencontrés justifient le besoin de techniques de calculs. Ils conduisent également à réinvestir des techniques de calcul.
• Connaître, savoir identifier et prendre en compte le champ conceptuel dont relève un problème. • Connaître la typologie des problèmes basiques du champ additif abordés à l'école (composition de mesure, transformation d'états, comparaison d'états, composition de transformations), pour concevoir une progression prenant en compte l'articulation des différents types de problèmes.		Les problèmes arithmétiques contribuent à donner du sens aux opérations.
• Connaître la typologie des problèmes basiques du champ multiplicatif (proportionnalité simple (multiplication, division-partition, division-quotition), comparaison multiplicative, produit de mesures (produits cartésien, configurations rectangulaires)), pour concevoir une progression prenant en compte l'articulation des différents types de problèmes. Connaître et prendre en compte les deux sens de la multiplication (addition itérée et configuration rectangulaire) dans le choix des problèmes de multiplication proposés aux élèves. • Connaître, pour chaque type de problèmes, les procédures possibles et savoir les identifier pour analyser les productions des élèves, les hiérarchiser et organiser une mise en commun. • Connaître, pour chaque type de problèmes, les difficultés envisageables pour les prendre en compte.		Les problèmes de recherche d'une quatrième proportionnelle sont évoqués dans la partie proportionnalité. Ils mettent en jeu au moins deux étapes de calcul. La droite numérique apporte une conception géométrique de la multiplication et permet aussi d'amorcer la division.

• Concevoir et mettre en œuvre des situations avec des problèmes atypiques conduisant les élèves à utiliser des procédures personnelles, par exemple par essai-erreur.	• Mise en équation de problèmes arithmétiques élémentaires*.	La mise en équation est un attendu pour savoir résoudre des problèmes.

ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES NUMERIQUES

Enjeux didactiques de l'enseignement des savoirs mathématiques de l'école	*Savoirs mathématiques et épistémologiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école*	*Commentaires*
Dénombrement, statistiques et probabilités		
• Concevoir et mettre en œuvre des problèmes de recherche mettant en jeu du dénombrement.		Ces problèmes de dénombrement à l'école visent en particulier la maîtrise de l'énumération. Ils peuvent être mis en lien avec un sens de la multiplication.
	• Problèmes de dénombrement* ; représentations (arbre, tableau à double entrée) *.	Il s'agit avant tout d'arriver à donner du sens à la situation proposée et se donner les moyens pour organiser le dénombrement ainsi que pour communiquer avec clarté. Maîtriser les techniques de base du dénombrement s'avère indispensable pour dénombrer les cas possibles et les cas favorables dans les calculs de probabilités. En revanche ni les combinaisons, ni les arrangements, ni les permutations ne sont des attendus.
• Concevoir et mettre en œuvre des situations, en lien avec les autres disciplines, permettant de lire des tableaux, graphiques ou diagrammes, d'organiser et d'exploiter des données de nature variée à l'aide de ces outils.	• Diagrammes (en bâtons, circulaires, histogrammes). Tableaux. Indicateurs statistiques (moyenne, médiane, fréquences)*.	***Il ne s'agit pas d'approfondir les éléments de statistique ou la théorie des probabilités mais de savoir manipuler quelques notions de base utiles pour enseigner.*** A mettre en lien avec les fractions et avec les pourcentages L'utilisation d'un tableur (comme outil professionnel) pour gérer des données, calculer des sommes, des moyennes, des médianes ou des fréquences, est un attendu. Le calcul d'écart-type n'est pas un attendu.
	• Approche du concept de hasard. Notions de probabilité élémentaire*. Arbre des possibles*, arbre pondéré*, tableau à double entrée.	A mettre en lien avec les fractions et les pourcentages. Le vocabulaire (expérience aléatoire, événement, issue ; probabilité d'un événement ; fréquence) pourra être introduit.
Proportionnalité et fonctions		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations permettant de distinguer les problèmes pouvant être modélisés ou non par la proportionnalité.		

• Concevoir et mettre en œuvre des situations mettant en jeu la proportionnalité dans différents cadres (géométrique, grandeurs, numérique) et différents contextes.	• Différents points de vue : fonctionnel, graphique, géométrique, numérique.	Exprimer un problème de proportionnalité en termes de fonction linéaire est un attendu. A mettre en lien avec les fractions.
• Connaître les procédures de résolution de situations de proportionnalité utilisables à l'école élémentaire.	• Maitrise des propriétés de linéarité (additivité, multiplicativité). Notion de coefficient de proportionnalité.	Justification des différentes procédures de résolution de problèmes de proportionnalité (propriétés additive et multiplicative, retour à l'unité, coefficient de proportionnalité) et expression en termes de fonctions linéaires.
• Connaître et prendre en compte les obstacles liés à l'enseignement de la proportionnalité.		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations illustrant ou réinvestissant le concept de proportionnalité dans d'autres disciplines.	• Vitesse moyenne.	Concevoir la différence entre vitesse moyenne et vitesse constante. La vitesse est exprimée en km/h ou en m/s.
	• Prix massique, prix volumique, ou prix à la pièce.	Les problèmes de comparaison de prix massiques, volumiques ou de prix à la pièce fournissent l'occasion de nombreux problèmes concrets. Le prix massique est généralement exprimé en €/kg ou en €/g.
	• Pourcentage.	L'interprétation de pourcentages peut être mise en lien avec la représentation de données.
	• Échelle. Agrandissement et réduction de figures : propriétés de conservation (angles, rapport de mesure), effet sur les aires et les volumes.	Les notions géométriques d'agrandissement, réduction sont travaillées en lien avec le théorème de Thalès. *Exemple : construction et utilisation du guide-âne.*
	• Fonctions linéaires : propriétés* ; représentation graphique*.	L'étude théorique des fonctions linéaires n'est pas un attendu : les fonctions linéaires en jeu doivent être explicitées dans le contexte d'un problème de proportionnalité qu'elles modélisent. Par exemple, retrouver l'écriture de la fonction connaissant un point de passage sur une représentation graphique, n'est pas un attendu.
Représentations de données numériques		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations mettant en jeu des représentations de données numériques (graphiques, diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires, tableaux en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée).		Les tableaux, comme les graphiques peuvent être utilisés pour représenter des situations modélisées par la proportionnalité ou non.
	• Recherche d'images et d'antécédents*. Maximum, minimum*. Croissance, décroissance*.	La représentation graphique des fonctions peut être associée à des données produites sur un tableur. Elle met en jeu des compétences relatives au repérage.
	• Vocabulaire : origine, abscisse, ordonnée.	

GRANDEURS ET MESURES

Enjeux didactiques de l'enseignement des savoirs mathématiques de l'école	*Savoirs mathématiques et épistémologiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école*	*Commentaires*
Grandeurs fondamentales et leurs mesures		
• Comprendre que la construction du sens de chacune des grandeurs étudiées à l'école repose sur des activités de classement et de comparaison (directe puis indirecte) permettant de définir les relations « avoir même … que… », « être plus … que … », « être moins … que… » . Mettre en œuvre la transitivité des relations (équivalence ou relation d'ordre). • Comprendre l'importance, pour chaque grandeur, de premières activités indépendantes de la mesure. • Comprendre l'intérêt de travailler avec des unités non conventionnelles avant d'introduire le système international de mesures. • S'approprier et mettre en œuvre des problèmes prenant en compte la progressivité de l'apprentissage des notions de longueur, aire, masse, volume, angle, en jouant sur les variables didactiques. Variables liées à la mobilité des objets, au mode de communication, à l'objet-étalon, aux instruments de mesure.	• Compréhension du concept de grandeur* et de mesure* (relation d'équivalence* ; additivité ; relation d'ordre* ; transitivité*) ; grandeurs repérables* ; grandeurs mesurables*. Dissociation grandeur / mesure. Homogénéité des expressions d'égalité entre grandeurs.	Les différences (et les relations) entre les objets matériels ou géométriques, les grandeurs (classes d'équivalence d'objets) et les nombres (mesures de grandeurs) sont à mettre en évidence : - une grandeur est une caractéristique d'un objet et plusieurs grandeurs peuvent être associées à un même objet ; - une mesure (de la grandeur d'un objet) se définit comme le rapport de la grandeur de l'objet avec la grandeur d'un objet-étalon ; plusieurs mesures peuvent être associées à une même grandeur selon l'unité choisie. La prise de conscience des abus de langage *(Exemple : « Ce stylo mesure 15 cm » au lieu de « Ce stylo a pour longueur 15 cm »),* qui masquent parfois la distinction entre grandeur et mesure, est un attendu. L'expression des calculs avec les unités de mesures permet de lever toute ambigüité sur les grandeurs en jeu. La température et le repérage du temps fournissent des exemples de grandeurs repérables mais non mesurables.
• Comprendre l'importance de pratiques effectives et variées de mesurage pour s'approprier le concept de mesure (report de l'étalon, utilisation d'un instrument), ainsi que d'autres moyens d'obtention de la mesure (par estimation ou calcul) avec une unité adaptée. • Comprendre l'importance d'associer l'ordre de grandeur des unités usuelles à quelques objets familiers. • Concevoir et mettre en œuvre des situations mettant en jeu les différentes grandeurs en lien avec d'autres disciplines (sciences, EPS…).		L'incertitude liée au mesurage conduit à faire la différence entre mesure théorique et mesure empirique.
• Comprendre l'importance de ne pas systématiser prématurément l'usage du tableau de conversion pour réaliser des conversions de mesure et de s'appuyer sur certaines relations de référence (comme 1 km = 1 000 m ou 1 L = 100 cL).	• Système métrique. Construction et utilisation d'un tableau de conversion.	Le travail sur des systèmes d'unités de mesure (anciens ou étrangers) en dehors du système métrique permet de conceptualiser la notion d'unité de mesure, de travailler les conversions et est à mettre en lien avec la proportionnalité.

• Prendre en compte l'importance de mettre en relation les règles du système métrique (longueur, masse, aire, volume) avec le fonctionnement de la numération décimale de position .	• Notion de grandeur quotient.	L'étude de l'évolution de la définition du mètre au cours du temps peut permettre d'aborder les liens entre les différentes unités du système métrique. Le travail sur les grandeurs est relié au travail sur la proportionnalité, en particulier en ce qui concerne les grandeurs-quotient (problèmes de vitesse, de pourcentages, de prix massique ou volumique, de prix à la pièce).
Longueur		
• Savoir que la relation « avoir même longueur » s'introduit par des activités de comparaison (débutées en maternelle). • Connaître des instruments qui permettent de comparer (directement ou indirectement) ou de mesurer des longueurs (gabarit, mètre-ruban, pied à coulisse, laser, ...). • Connaître et prendre en compte les difficultés liées à l'utilisation de la règle graduée (place du zéro, passage de la graduation à l'expression de la longueur).	• Longueur et mesure de longueur. • Principales unités de longueur et leurs relations (mm, cm, dm, m, dam, hm, km).	
• Savoir et prendre en compte que le travail sur le périmètre débute par des activités d'addition de longueurs, l'utilisation de formules venant bien après.	• Périmètre d'une figure géométrique. • Formules du périmètre du rectangle, du carré, du cercle.	Le périmètre est une longueur particulière mais ne constitue pas une grandeur mesurable (la somme des périmètres de deux surfaces n'est pas forcément le périmètre de l'assemblage de ces surfaces).
Aire		
• Savoir que la relation « avoir même aire» s'introduit par des activités de comparaison de surfaces : comparaisons directes (par découpage-recollement sans perte ni superposition, par inclusion/superposition) ou indirectes (à l'aide d'un gabarit ou de papier calque).	• Principe de conservation des aires. Principe d'additivité des aires.	Contrairement au langage usuel, en mathématiques on dissocie la surface (objet géométrique bidimensionnel) de l'aire (grandeur).
• Savoir et prendre en compte que chaque unité d'aire peut être associée à des étalons de diverses formes (par exemple : 1 cm^2 est l'aire d'un carré de 1 cm de côté, ou d'un rectangle de 0,1 cm de largeur et 10 cm de longueur, ou encore d'un triangle rectangle dont les longueurs des côtés de l'angle droit sont 2 cm et 1 cm, ou ...).	• Principales unités d'aire et leurs relations (mm^2, cm^2, dm^2, m^2, dam^2, hm^2, km^2) .	
• Connaître et prendre en compte les aspects unidimensionnels et bidimensionnel de la grandeur aire : pavage d'une surface par un étalon-unité (aspect unidimensionnel), calcul d'aire comme produit de longueur (aspect bidimensionnel).	• Principales unités agraires (are, hectare, centiare) et leurs relations avec les unités d'aires usuelles. • Calcul d'aires* ; connaissance de la formule de l'aire du carré, du rectangle, du triangle, du disque.	Les unités agraires sont en lien avec l'aspect unidimensionnel de la grandeur (1 ha = 100 a), alors que les unités usuelles sont associées à son aspect bidimensionnel (1 hm^2 = 100 m × 100 m). Les formules de l'aire du parallélogramme ou du trapèze ne sont pas un attendu mais doivent pouvoir être retrouvées par découpage-recollement sans perte ni chevauchement et à partir des propriétés de la grandeur aire.
• Connaître et prendre en compte la difficulté à isoler l'aire d'une surface, d'autres grandeurs relatives à celle-ci, notamment son périmètre.	• Dissociation aire/périmètre.	

Volume / Contenance		
• Savoir que la relation « contenir autant que » (contenance) s'appréhende par des activités de comparaison de récipients par transvasement. Savoir que la relation « avoir même volume » s'appréhende par des activités de comparaison de solides par immersion.	• Distinction volume / contenance (capacité).	
• Connaître des modalités de mesurage des volumes et des capacités (verre mesureur, remplissage à l'aide d'un objet étalon).	• Calcul de volumes* ; formules du volume du cube, du parallélépipède rectangle. • Principales unités de volume et leurs relations (mm^3, cm^3, dm^3, m^3). Principales unités de contenance et leurs relations (mL, cL, dL, L, daL, hL). • Lien entre L et dm^3. • Lien entre litre d'eau et kilogramme d'eau.	Connaître les formules génériques du type « $aire(base) \times hauteur$ » et « $\frac{1}{3} \times aire(base) \times hauteur$ » et savoir les appliquer à bon escient est un attendu. Les formules du volume de la boule ou de celui de chacun des autres solides ne sont pas des attendus. Les notions de volume et de contenance sont liées : 1 L est la contenance d'un cube de 1 dm de côté.
• Connaître et prendre en compte la difficulté à isoler le volume d'un solide, d'autres grandeurs relatives à celui-ci (notamment masse, longueur, aire).	• Dissociation volume/masse, volume/longueur, volume/aire.	
Masse		
• Savoir que la relation « avoir même masse » s'introduit par des activités de comparaison (débutées en maternelle). • Connaître des instruments qui permettent de comparer (directement ou indirectement) ou de mesurer des masses (balances Roberval, numérique…). • Connaître et prendre en compte la difficulté à dissocier la masse et le volume.	• Masse et mesure de masse. • Principales unités de masse et leurs relations (mg, cg, dg, g, dag, hg, kg, t).	
Structuration du temps : repérage du temps et durée		
• Connaître et prendre en compte les principaux aspects de la notion de temps : simultanéité – succession ; rythme- périodicité ; temps qui passe. Comprendre le rôle des activités rituelles dans la structuration du temps. • Connaître et prendre en compte les différents types de temps (micro-temps, méso-temps, macro-temps). • Connaître et prendre en compte la relation temps-espace : la représentation du temps prend appui sur des représentations spatiales. • Connaître et prendre en compte les spécificités de la comparaison selon la relation « avoir même durée ». • Connaître une diversité d'outils associés au temps ainsi que leurs spécificités (sabliers, horloges, calendriers, clepsydre, cadrans solaires…).	• Grandeurs associées au temps ; unités conventionnelles de mesure de durée et leurs relations (h, min, s, jour, semaine, mois, an). • Calcul de mesures de durées.	La durée (différence entre deux instants) est une grandeur mesurable alors que le temps (repérage des instants) ne l'est pas. Le travail sur des instruments anciens ou sur la mesure du temps à travers l'histoire permet d'enrichir ces concepts. Le système des unités de mesure de

• Connaître et prendre en compte les difficultés liées à la lecture des différentes représentation du temps : frise chronologique ; représentations analogique et digitale pour la lecture de l'heure. • Connaître et prendre en compte les difficultés spécifiques liées aux conversions de durées dans des systèmes non décimaux.		durées (h, min, s) est sexagésimal. Il fournit l'occasion de travailler différentes écritures d'une même mesure (écriture complexe, écriture à virgule). *Exemple :* *1 h 30 min = 1,5 h.*
Angle		L'angle est une grandeur géométrique associée à un secteur angulaire (appelé aussi « angle » par abus de langage à l'école primaire). Le degré est la seule unité de mesure attendue. La connaissance de quelques mesures est attendue, en lien avec quelques polygones particuliers (rectangle, triangle équilatéral) ou la relation d'alignement (angle plat).
• Comprendre que la définition de la relation « avoir même angle » s'appuie sur des activités de comparaisons de secteurs angulaires : comparaisons directes (par superposition) ou indirectes (à l'aide d'un gabarit ou de papier calque).	• Angle et secteur angulaire*. Mesure d'angles*.	

ESPACE ET GEOMETRIE

Enjeux didactiques de l'enseignement des savoirs mathématiques de l'école	*Savoirs mathématiques et épistémologiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école*	*Commentaires*
Structuration de l'espace : repérage et déplacements		
• Concevoir et mettre en œuvre différents types de problèmes relatifs au repérage ou au déplacement dans l'espace (décrire, représenter, communiquer des positions ou des déplacements ; reproduire une organisation spatiale ou un déplacement ; réaliser un déplacement ou une organisation spatiale à partir d'une description ou d'une représentation) en s'appuyant sur des moyens de communication appropriés (instruction orale, écrite - texte, schéma, codage…). • Prendre en compte la relation temps-espace : la succession d'actions lors d'un déplacement est indissociable de la temporalité. • Connaître les différents types d'espace* (micro-espace, méso-espace, macro-espace) et leurs caractéristiques* et prendre compte leur articulation pour concevoir et mettre en œuvre des situations d'apprentissage relatives à l'espace. • Être conscient de l'importance de l'articulation entre action, langage et représentation et la prendre en compte pour concevoir et mettre en œuvre des situations d'apprentissage relatives à l'espace.		

• Prendre en compte le fait que l'apprentissage de l'espace passe à la fois par des situations vécues, des situations transposées (maquette, figurines, ...) et des situations représentées (par le langage, des photos, des images, des plans...) et par le passage de l'une à l'autre.		
• Prendre en compte les différents types de repérage pour organiser une progression, concevoir des situations d'apprentissage relatives à l'espace : - repérages relatifs avec repères subjectifs (par rapport à soi) ; - repérages relatifs avec repères objectifs (par rapport à un objet orienté ou non) ; - repérages absolus (indépendamment du sujet et des objets).		Les activités de repérage peuvent se baser sur l'utilisation d'instructions de déplacement notamment dans le cadre d'activités de programmation ou de situations d'informatique débranchée. Elles conduisent à articuler différents espaces (macro, méso, micro espaces) à l'aide de différents repères (absolus ou relatifs).
• Prendre en compte les procédures spécifiques de repérage selon les différents types d'espace : micro / méso / macro-espaces (deux ou trois dimensions), espace de la feuille de papier (deux dimensions), ligne orientée (une dimension). Connaître et prendre en compte différents moyens de communication de repérage, pour soi (mémorisation) ou pour autrui, à l'oral ou à l'écrit : liste de repères (devant l'école ...) ; expression des localisations selon le repère choisi (devant toi, à gauche de la porte ...) ; codage d'un déplacement par des mots à droite ...) ou des signes écrits (flèches, ...) ; coordonnées par rapport à un repère absolu. Prendre en compte le fait que le codage est une convention de repérage (établie en situation).	• Codage/coordonnées d'une case ou d'un point sur un quadrillage. • Coordonnées d'un point dans un repère cartésien*.	La lecture d'un tableau à double entrée, la reproduction d'une figure sur papier quadrillé, la construction d'une figure symétrique d'une autre par rapport à un axe, la lecture de graphiques, mettent en jeu des connaissances relatives au repérage sur quadrillage. Le travail sur les coordonnées d'un point dans un repère cartésien (orthonormé) se fait en lien avec la représentation graphique d'une fonction. Le vocabulaire abscisse, ordonnée, origine est le seul attendu.
• Savoir que la droite numérique se construit en faisant le lien entre un point et un nombre (l'abscisse du point est un nombre, mesure de la distance de ce point à l'origine). Savoir que le passage de la bande numérique à la droite numérique met en jeu le passage du discret au continu.	• Repérage sur la droite numérique.	La droite numérique peut servir de point d'appui pour le calcul et pour apprécier l'ordre de grandeur des nombres.
Géométrie des solides		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations conduisant à une première forme d'abstraction : passer des solides sociaux et des maquettes pour considérer les objets géométriques comme un ensemble de propriétés mathématiques (nombre et nature des faces, nombre d'arêtes, longueur des arêtes, nombre de sommets). • Concevoir et mettre en œuvre différents types de problèmes en fonction des objectifs d'apprentissages géométriques visés : classer, décrire, reproduire, représenter, reconnaître, construire.	• Polyèdres*/non polyèdres*. Cube ; parallélépipède ; pyramide* ; prisme* ; cylindre droit* ; cône droit* ; boule*. Notions de face, arête, sommet.	Connaître les caractéristiques des prismes (dont parallélépipèdes et cubes), et pyramides, en termes de faces, arêtes, sommets est un attendu. Connaître la classification des principales familles de solides est un attendu. La notion de polyèdre régulier peut être abordée en évoquant les solides de Platon. La relation d'Euler peut être rencontrée mais sa connaissance n'est pas un attendu.

• Concevoir et mettre en œuvre des situations qui mettent en lien différents types de représentation des solides (empreintes, patrons, « squelettes » de solides, points de vue, perspective cavalière) dans différents environnements (espace sensible, environnement papier-crayon ou numérique). • Connaître les principales variables des situations et savoir les adapter en fonction des objectifs visés. Variables didactiques : solide déplaçable ou pas, visible ou pas ; type de communication (à soi ou à autrui ; écrit ou oral) ; représentation donnée ou à réaliser ; matériel ; environnement de travail et/ou supports. • Avoir conscience et prendre en compte la polysémie de certains termes (« face », « arête », « sommet ») et des difficultés liées au vocabulaire de la géométrie plane (« côtés » au lieu de « arêtes » ou « faces » ; « carré » au lieu de « cube »...).	• Problèmes de description, de reproduction, de construction, de représentations de configurations de l'espace * (perspective cavalière* ; patron* ; points de vue*). Patrons du cube, du parallélépipède rectangle, de la pyramide, du prisme droit.	Les problèmes de construction de polyèdres mettent en jeu des assemblages de faces (avec du matériel type Polydron©), d'arêtes (avec des pailles et du fil) ou d'arêtes et de sommets (avec des tiges et des boules de pâte à modeler ou du matériel type Géomag©). Reconnaître et réaliser un patron d'un cube, d'un parallélépipède rectangle, d'une pyramide ou d'un prisme droit à partir d'une représentation en perspective est un attendu. Connaître par cœur les onze patrons du cube n'est pas un attendu ; les retrouver constitue un exercice judicieux de combinatoire. Connaître les conventions de la perspective cavalière et être capable de les interpréter sont des attendus. Construire une représentation en perspective cavalière d'un solide n'est pas un attendu. Associer différentes vues (de droite, de gauche, de dessus, de dessous, de face) à un assemblage de solides est un attendu. L'utilisation dans l'espace du théorème de Thalès n'est pas un attendu.
	• Positions relatives de points, droites et plans *.	Reconnaître et utiliser le parallélisme et l'orthogonalité de droites dans l'espace, l'orthogonalité d'une droite par rapport à plan, les notions de plan et de points coplanaires sont des attendus. Les relations d'inclusion et d'appartenance sont des outils permettant le travail sur les positions relatives des différents objets de l'espace. La définition de plans orthogonaux entre eux n'est pas un attendu. Ni les définitions vectorielles ni les équations cartésiennes d'un plan ou d'une droite ne sont des attendus.

Géométrie plane

Résoudre les problèmes géométriques nécessite de connaître les différents modes de validation liés aux paradigmes géométriques (géométrie instrumentée / géométrie hypothético-déductive) et d'identifier le paradigme dans lequel on se place.

La plupart des objets et relations de la géométrie abordés, de même que les types de tâches restent identiques du cycle 1 au cycle 3. Seuls diffèrent les techniques et les matériels, supports et instruments. Ce jeu sur les variables didactiques des situations contribue à enrichir progressivement les conceptions, le regard des élèves sur les figures ainsi que les critères de reconnaissance des objets géométriques, de leurs propriétés et de leurs relations.

Caractérisation de figures planes élémentaires		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations pour la maternelle (reconnaître, nommer et classer des formes simples), conduisant à un premier niveau d'abstraction : passer de l'objet matériel au concept de forme. • Concevoir et mettre en œuvre des situations conduisant à un deuxième niveau d'abstraction : passer des formes planes (objets matériels manipulables ou représentés) aux figures du plan (objets géométriques) et à leurs propriétés mathématiques (nombre de côtés, nombre de sommets, égalité de longueurs, égalité d'angles, relations de perpendicularité et de parallélisme, axe(s) de symétrie, alignement). Avoir conscience de l'intérêt d'un tracé à main levée dans la compréhension des objets géométriques et de leurs propriétés. • Avoir conscience et prendre en compte de l'existence d'une articulation entre connaissances spatiales et connaissances géométriques. • Concevoir et mettre en œuvre différents types de problèmes en fonction des objectifs d'apprentissages géométriques visés : classer, décrire, reconnaître ; restaurer, reproduire, construire, représenter. Connaître, concevoir et mettre en œuvre des situations ne nécessitant pas le recours à la mesure. • Connaître les principales variables des situations et savoir les adapter en fonction des objectifs visés. Variables didactiques : forme/figure déplaçable ou pas, visible ou pas ; présence d'une amorce ou pas ; type de communication (à soi ou à autrui ; écrit ou oral) ; représentation donnée ou à réaliser ; matériel et/ou instruments disponibles ; type d'espace (micro ou méso espace) ; environnement de travail (formes manipulables, papier-crayon, logiciel de géométrie dynamique) et/ou supports (papier quadrillé, uni ou pointé ; papier à bords droits ou courbes ; pliable ou non ; planche à clous ; ...) . • Connaître une variété d'instruments de géométrie (équerre, gabarit d'angle (dont gabarit d'angle droit) ; compas ; règle graduée, règle non graduée ; bandelette de papier, ficelle ; gabarit de forme, pochoir ; papier calque, ...) et les différentes fonctions qu'ils peuvent avoir, en lien avec les connaissances géométriques. Pour chaque type de tâche, savoir anticiper ou analyser des procédures en fonction des instruments et/ou des supports. Etre conscient des difficultés que leur usage peut générer et notamment les difficultés liées à l'usage d'instruments multifonctionnels (règle et équerre graduées par exemple). Etre conscient de l'intérêt de l'utilisation		Les connaissances sur les figures planes sont utilisées dans des problèmes de construction, de reproduction (dont ceux de restauration), de description ainsi que dans des démonstrations en une ou deux étapes. Ces problèmes mettent en jeu des figures complexes composées de figures élémentaires. Les problèmes de construction sont proposés dans différents environnements : - espace sensible : ils utilisent différents matériels (planches à clous, formes...) et techniques (juxtaposition ou superposition de formes, pliage, découpage...) ; - papier/crayon : ils mettent en jeu différents instruments (gabarits, équerre, règle graduée ou non, compas, papier calque, ficelle...) et divers supports (papier quadrillé, pointé, uni) ; - numérique avec des logiciels de géométrie dynamique ou de programmation.

d'instruments ne recourant pas à la mesure. Etre conscient de l'intérêt de l'utilisation d'instruments permettant de comparer et de reporter des grandeurs sans recours au mesurage. Savoir distinguer justesse des procédures et précision des tracés dans les constructions instrumentées. • Avoir conscience de l'intérêt de l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique. • Prendre en compte le fait qu'une figure peut être appréhendée de différentes manières : comme juxtaposition et / ou superposition de surfaces (« vision surfaces »), comme réseau de lignes (« vision lignes »), comme configuration de points (« vision points »). Savoir et prendre en compte qu'une figure peut être appréhendée selon différentes modalités (perception visuelle, perception haptique). • Prendre en compte la polysémie de certains termes (« point », « côté », « sommet », « centre », « milieu », « diagonale », « droit », « rayon » ...).		
• Être conscient de l'importance des représentations prototypiques des figures planes dans la reconnaissance de leurs propriétés (perpendicularité, parallélisme, symétrie) et prendre en compte la nécessité de s'en écarter pour dissocier propriétés spatiales et propriétés géométriques.	• Quadrilatères particuliers : trapèzes, parallélogrammes, rectangles, losanges, carrés. Caractérisation par les côtés, par les angles, par les diagonales. • Triangles rectangles, triangles isocèles, triangles équilatéraux. Triangles semblables ; triangles isométriques. Propriétés des côtés, des angles. Somme des angles d'un triangle. Inégalité triangulaire. Droites particulières du triangle (hauteurs, médianes, médiatrices, bissectrices).	Connaître la classification des quadrilatères particuliers est un attendu. Les caractérisations des quadrilatères particuliers par des propriétés de symétrie ne sont pas des attendus. Connaître la classification des différentes familles de triangles est un attendu. Les relations trigonométriques ne sont pas des attendus.
• Prendre en compte les différentes conceptions de la notion de cercle pour analyser des procédures, concevoir des séances ou des progressions.	• Cercle, disque. Diamètre, corde, rayon, centre, arcs de cercle. Angle au centre ; angle inscrit ; théorème de l'angle inscrit. Cercle circonscrit au triangle. Triangle rectangle inscrit dans un cercle. Cercle inscrit dans un triangle. Polygones réguliers et cercle.	La compréhension du concept de cercle s'établit avec la prise de conscience des différentes conceptions auxquelles il réfère : ponctuelles (lorsque le cercle est vu comme un ensemble de points) ou globales (le cercle est vu comme une courbe, un « tout ») ; dynamiques (lorsqu'intervient une idée de mouvement) ou statiques.
Relations et propriétés		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations mettant en jeu l'alignement dans les différents espaces (micro et méso espaces) et les articuler entre elles.	• Alignement.	La notion d'alignement est un outil à mobiliser dans la résolution de problèmes. Elle est à mettre en lien avec les notions de point, droite, segment, angle ainsi qu'avec les relations d'incidence et d'appartenance (prolongement).

• Prendre en compte les différentes conceptions de des notions de perpendicularité et de parallélisme pour analyser des procédures, concevoir des séances ou des progressions. Etre conscient et prendre en compte l'articulation entre angle droit et droites perpendiculaires. Etre conscient que la définition du parallélisme relative à l'incidence n'est pas valide dans l'espace. Connaître l'importance de la verticalité et de l'horizontalité dans la reconnaissance des relations de perpendicularité et de parallélisme, et prendre en compte la nécessité de s'en écarter pour dissocier propriétés spatiales et propriétés géométriques.	• Perpendicularité. Parallélisme.	La connaissance du concept de droites perpendiculaires / parallèles s'établit avec la prise de conscience des différentes significations auxquelles il réfère : en lien avec les conceptions de l'angle droit, avec la notion de distance, avec la notion de médiatrice, avec la symétrie axiale, avec la notion de pente, ou avec des quadrilatères particuliers pour la perpendicularité ; écart constant, même direction, double perpendicularité, translation, incidence, même pente, côtés de quadrilatères particuliers pour le parallélisme. Connaître différentes constructions de droites perpendiculaires / parallèles avec divers instruments géométriques (dont la règle non graduée et le compas) et les mettre en lien avec les significations sont des attendus.
	• Notion de distance (entre deux points, entre un point et une droite, entre deux droites). Médiatrice ; bissectrice. Régionnement du plan*.	Les différentes constructions de la médiatrice d'un segment (à la règle non graduée et au compas, à l'équerre et à la règle graduée) mettent en jeu des propriétés différentes de la médiatrice. La construction de la bissectrice d'un angle à la règle non graduée et au compas est la seule attendue.
	• Théorème de Pythagore et sa réciproque*.	Le théorème de Pythagore et sa réciproque permettent de travailler le raisonnement et un lien entre géométrie, grandeur et mesure. Les applications gagnent à être contextualisées. *Exemple : construction, justification et utilisation de la corde à treize nœuds.*
	• Théorème de Thalès*. Théorème de la droite des milieux d'un triangle*.	Le théorème de Thalès est principalement rencontré dans la configuration des triangles emboîtés. Le théorème de la droite des milieux d'un triangle est un cas particulier du théorème de Thalès. Les applications gagnent à être contextualisées. *Exemple : construction, justification et utilisation du guide-âne.* Le théorème de Thalès est à mettre en lien avec les problèmes d'agrandissement/réduction.
	• Notion d'angle. Angle plat, angle droit, angle aigu*, angle obtus*. Relations entre les angles d'une figure plane ou d'une configuration de droites (angles correspondants*, angles supplémentaires*, angles complémentaires*, angles alternes internes*).	La caractérisation de ces différents angles, leur relation à l'angle droit et à l'angle plat, sont les seuls attendus. La démonstration d'alignements de points en s'appuyant sur les angles des figures est un attendu.

Transformations du plan*		
• Concevoir et mettre en œuvre des situations mettant en jeu des transformations *via* des manipulations de formes (tourner, retourner, glisser) dans un environnement matériel ou dynamique. • Savoir aménager le passage de la manipulation matérielle à la mise en fonctionnement de transformations mentales. • Prendre en compte les deux aspects de la symétrie axiale : propriété d'une figure, transformation d'une figure en une autre figure. • Prendre en compte la polysémie du terme symétrique (propriété d'une figure ; relation entre une figure et un axe, relation entre deux figures et un axe, relation entre deux figures). • Concevoir et mettre en œuvre des situations de manipulation pour introduire la symétrie (superposition par pliage – superposition après retournement du calque) et être conscient des limites de ces manipulations dans la conceptualisation de la notion. Connaître l'importance de la verticalité et de l'horizontalité dans la reconnaissance de la symétrie axiale, et prendre en compte la nécessité de s'en écarter pour dissocier propriétés spatiales et propriétés géométriques. • Connaître les principales variables des situations et savoir les adapter en fonction des objectifs visés. Variables didactiques : support (quadrillé, uni, pointé), instruments à disposition, orientation de l'axe (horizontal, vertical, oblique), position de la figure par rapport à l'axe, complexité des figures.	• Symétrie axiale*, symétrie centrale*. Propriétés de conservation (longueur, angle, aire, alignement, parallélisme). Distinction symétrie axiale et symétrie centrale.	Symétrie centrale, rotation, homothétie ne sont pas des attendus du programme en tant qu'objets mathématiques. Il est néanmoins pertinent d'y faire référence en contexte (rotation en tant qu'outil, homothétie dans le contexte d'agrandissement ou de réduction). Différentes techniques de construction du symétrique d'une figure sont attendues : avec règle et compas ; avec règle graduée et équerre ; avec papier calque ; par pliage. La symétrie axiale est à mettre en relation avec la notion de médiatrice.

LOGIQUE ET ALGORITHMIQUE

Enjeux didactiques de l'enseignement des savoirs mathématiques de l'école	*Savoirs mathématiques et épistémologiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école*	*Commentaires*
Eléments de logique		*Ces éléments sont à travailler en lien avec les autres parties du programme dans lesquelles ils interviennent. Il ne s'agit pas d'approfondir la théorie de la logique mais de savoir manipuler quelques notions de base utiles pour enseigner. L'utilisation des symboles mathématiques associés n'est pas un attendu.*
• Connaître la distinction entre trier, classer et ranger et la spécificité du lexique mathématique.	• Notion d'inclusion ; notion d'appartenance*.	Ces notions permettent de comprendre les relations entre

• Comprendre l'importance des activités de tri, classement et rangement dans la construction des concepts mathématiques des différents domaines (et plus largement dans l'apprentissage à l'école) et les mettre en œuvre.	• Notions de relation d'équivalence, de relation d'ordre*. Transitivité d'une relation*.	les ensembles de nombres ainsi que la classification d'objets géométriques (quadrilatères, triangles, solides, polyèdres). Les relations d'équivalence et d'ordre permettent de comprendre les concepts de classement et de rangement. Elles sont à mettre en lien avec le travail sur les grandeurs mais aussi sur les nombres (cardinal, ordinal) et en géométrie (relation de parallélisme).
	• Notions d'implication et de réciproque*.	Les raisonnements géométriques s'appuient sur la maîtrise de la notion d'implication. La formalisation des notions d'équivalence de deux assertions ou de contraposée n'est pas un attendu.
• Comprendre l'importance de l'apprentissage du raisonnement dès l'école élémentaire et le mettre en œuvre dans différents domaines des mathématiques dans l'action, dans des formulations orales puis à l'écrit.	• Utilisation de différentes formes de raisonnement : hypothético-déductif, par contre-exemple, par essai-erreur, par exhaustion de cas, par l'absurde*. Notion de conjecture*.	L'argumentation en mathématiques est travaillée dès l'école primaire en lien avec le français (utilisation du vocabulaire de déduction « donc », « car »). A l'école primaire beaucoup de notions/de propriétés sont découvertes à partir d'exemples (par induction).
Algorithmique et programmation		
• Savoir concevoir et mettre en œuvre des situations portant sur des suites organisées (construction ou identification du principe d'organisation d'un algorithme).		Les techniques de calcul posé des quatre opérations constituent des formes d'algorithmes.
• Savoir concevoir et mettre en œuvre des situations de programmation de déplacements.	• Notions de programme*, de séquence d'instruction*, de boucles*, d'instruction conditionnelle*, d'événement*, de capteur*, d'actionneur*. Notion de variable informatique*. Notion d'algorithme*.	La notion de programme peut être travaillée en lien avec le repérage et les déplacements d'un robot dans l'espace ou d'un personnage à l'écran. Écrire, mettre au point, tester, corriger, anticiper l'effet de l'exécution d'un programme en réponse à un problème donné. On peut s'appuyer sur l'utilisation d'un logiciel de programmation (comme Scratch, Scratch-JR), un robot pédagogique (Bee-bot, Blue-bot, Thymio©). Le travail sur les boucles peut se réaliser dans le cadre de constructions de figures ayant un motif qui se répète. Les instructions conditionnelles sont à mettre en lien avec la notion d'implication.

DISPOSITIFS D'ENSEIGNEMENT ET DE FORMATION UTILISANT LES REPRÉSENTATIONS EN BARRES : POUR QUELLE EFFICACITÉ ?

Richard CABASSUT
Formateur, INSPE de l'académie de Strasbourg
LISEC UR2310
richard.cabassut@gmail.com

Résumé
À la suite du rapport Villani-Torossian a été initié un plan national de formation sur la résolution de problèmes promouvant les représentations en barres (Kaur 2019). Nous proposerons l'étude de différents dispositifs utilisant les représentations en barres dans l'enseignement (Jamet 2019) et en formation (Cabassut 2020) à l'aide de différentes grilles d'analyses (anthropologique (Bosh & al. 2006), de la double approche (Robert & al. 2005) ou des connaissances pour l'enseignement (Ball & al. 2008)). Nous interrogerons l'efficacité de tels dispositifs par rapport aux pratiques des enseignants et besoins exprimés par les formateurs (Cabassut & al. 2021) et enseignants (Allard & al. 2021).

I - LE CONTEXTE

Rappelons quelques éléments contexte de l'enseignement et de la formation à la résolution de problèmes issus de la recherche, d'observations ou de préconisations officielles.

1 Résolution de problèmes et modélisation en barres

Le rapport Villani-Torossian (2018) et les ajustements de programmes de 2018 (BOEN 2018) réaffirment la place centrale de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Avec le plan national de mathématiques, la mise en place de formateurs référents en mathématiques pour accompagner la formation continue permanente des circonscriptions a nécessité une formation de ces formateurs à la résolution de problèmes. Les modélisations en barres, utilisées à Singapour dont les performances ont été relevées dans le rapport Villani-Torossian(2018, p.18), sont évoquées dans les ressources du Ministère de l'Education (MEN 2020), dans de nombreuses ressources de l'édition scolaire (Cabassut 2020), dans de récentes publications de recherche (Kaur 2019 ; Grappin & Mounier 2018, Kow 2002) et dans le plan national de formation des Référents Mathématiques de Circonscription (RMC) de 2019 à 2021. Pour préciser le contexte français nous allons rappeler quelques résultats de la recherche relatifs à la résolution de problèmes, au niveau de l'enseignement et de la formation.

2 Les représentations de la résolution de problèmes chez les enseignants et les formateurs de l'école primaire

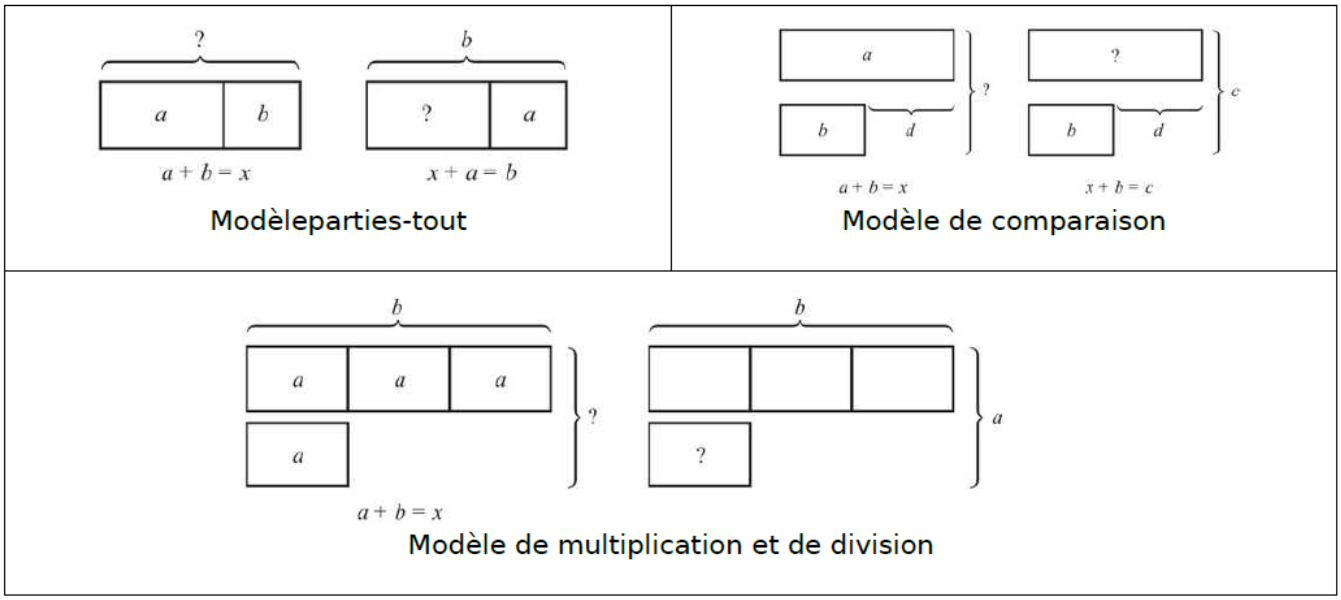
D'après (Cabassut & Ferrando 2015, p.9) chez 235 enseignants « les difficultés concernant l'enseignement de la modélisation montrent d'abord une situation très hétérogène, distinguant quatre grandes classes : les négatifs envers la modélisation, rencontrant des difficultés en mathématiques et en modélisation, les positifs envers la modélisation, qui généralement ne ressentent pas de difficultés pour la modélisation, les positifs envers la modélisation et neutres sur les difficultés, les neutres sur la modélisation et sur ses difficultés. » Les principales difficultés sont reliées au temps, à l'implication des étudiants et aux ressources. Les aspects positifs sont relatifs à l'évaluation, l'organisation des leçons, et l'implication des élèves. Plus de 50% des répondants à l'enquête reconnaissent qu'il est difficile d'estimer la durée pour résoudre une tâche de modélisation, que ça prend trop de temps pour préparer une tâche de modélisation pour l'enseignement, que le travail en classe sur les tâches de modélisation prend beaucoup de temps, que la plupart des élèves ne savent pas quoi faire avec des tâches de modélisation, que les tâches de modélisation requièrent beaucoup de ressources supplémentaires au prix de beaucoup d'énergie, qu'ils n'ont pas assez de ressources pour l'enseignement de la modélisation. Cependant plus de la moitié des

répondants reconnaissent des éléments positifs dans la modélisation : les problèmes de modélisation favorisent à la fois les élèves avec les moins bons résultats et ceux qui ont les meilleurs résultats ; ils se sentent capables d'utiliser les erreurs des élèves pour faciliter leur apprentissage de la modélisation, de soutenir les élèves dans le développement des compétences en argumentation en lien avec les tâches de modélisation, que les tâches de modélisation mettent beaucoup en valeur l'autonomie des élèves, que les élèves acquièrent beaucoup de connaissances sur l'utilisation des mathématiques dans les tâches de modélisation et que les élèves reconnaissent souvent qu'il n'y a pas qu'une seule solution correcte.
Dans une recherche plus récente auprès de 124 formateurs français sur la résolution de problèmes à l'école primaire, Cabassut et Simard (2021) retrouvent cette hétérogénéité des réponses, et l'expression de difficultés de formateurs en charge de formation sur la résolution de problèmes et de besoins en ressources.
L'enquête PRAESCO (Allard & al. 2021, p1-4) auprès de 1317 professeurs d'écoles de CM2 indique également une hétérogénéité des pratiques : « Concernant la résolution de problèmes, les pratiques sont davantage différenciées puisque la moitié environ propose souvent des problèmes pour découvrir une notion (49 %), pour apprendre à chercher (50 %) ou pour se confronter à la complexité (problèmes à étapes sans question intermédiaire, 46 %». Peu de traces écrites sont déclarées : « Les avis sur les traces écrites (résumés à mémoriser, proposés par l'enseignant ou co-construits avec les élèves) sont plus contrastés et varient selon les contenus. Ainsi, trois professeurs sur quatre en proposent rarement pour la résolution de problèmes alors qu'ils en donnent presque tous pour la multiplication par 10, 100 ou 1 000 des nombres décimaux (87 %) ».

II - PRÉSENTATION DES MODÉLISATIONS EN BARRES

1 Les représentations en barres

Plusieurs représentations possibles des modélisations en barres sont proposées, que ce soit dans les manuels scolaires français ou dans les ressources officielles (Cabassut 2020). Pour le lecteur nous nous contenterons de citer les schémas suivants proposés par (Ng & Lee 2009, p.286, 289) basés sur la méthode d'origine développée à Singapour, que nous illustrerons sur quelques exemples.



2 Quelques exemples au niveau de l'école primaire

Les énoncés de problèmes des exemples sont issus soit des repères de progressions du CE2 proposés par le Ministère (MEN 2019), soit de traduction d'énoncés proposés par (Ng & Lee 2009). Les questions

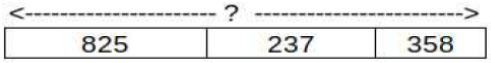
heuristiques, les modèles en barres et les traces écrites proposées avec chaque exemple d'énoncé ont été proposés par le formateur en formation comme des possibilités (avec le risque que ces possibles deviennent normatifs) : ceci a permis une discussion avec les formés sur la pertinence des possibilités envisagées au regard des capacités et des attendus des élèves concernés (au demeurant très variables d'une classe à l'autre, ou d'un élève à l'autre).

Dans la résolution de problèmes la phase heuristique, qui correspond à la compétence « chercher », est mise en valeur. Plusieurs recherches (Polya 1957, Glaeser 1990, Priolet 2008) insistent sur l'importance de cette phase. Dans le cadre des représentations en barres, c'est dans cette phase que s'effectuent la reconnaissance d'un modèle basique, la décomposition d'un problème complexe en sous-problèmes basiques, et la création d'un nouveau modèle pour les autres problèmes (dits atypiques). C'est pourquoi nous insistons, dans cette formation, sur la réflexion sur un questionnement heuristique dans la phase de recherche. Les questions heuristiques possibles proposées dans la suite constituent un possible et non pas un passage obligé pour résoudre le problème.

2.1 Problème partie-tout : recherche du tout

Trois avions se sont posés à l'aéroport : il y avait 825 passagers dans le premier avion, 237 passagers dans le deuxième avion et 358 dans le troisième avion. Combien de passagers au total ont- ils débarqué ? (MEN 2019)

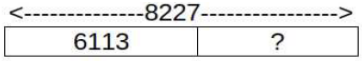
Questions heuristiques possibles :
Y a-t-il des parties ?
Y a-t-il un tout ?
Qu'est-ce que je cherche ?
Modèle en barres reconnu



Une trace écrite possible :
nombre de passagers débarqués = 825 +237 +358 =1420
Il y a 1420 passagers débarqués.

2.2 Problème partie-tout : recherche d'une partie

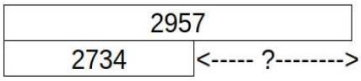
Dans mes deux coffres, j'ai en tout 8 227 billes. J'en ai 6 113 dans mon coffre vert. Combien en ai-je dans mon coffre rouge ? (MEN 2019)
Modèle en barres reconnu



Une trace écrite possible :
6113+ nombre de billes du coffre rouge = 8227
nombre de billes du coffre rouge = 8227-6113=2114
Il y a 2114 billes dans le coffre rouge.

2.3 Problème de comparaison : recherche de la différence

Dans les collèges de la ville, il y a 2 734 garçons et 2 957 filles. Combien y-a-t- il de filles de plus que de garçons ? (MEN 2019)
Questions heuristiques possibles : En plus des questions heuristiques précédentes on peut ajouter les suivantes.
Y a-t-il une grande quantité ? Y a-t-il une petite quantité ? Sont-elles comparées ? Qu'~~est ce~~est-ce que je cherche ?
Modèle en barres reconnu

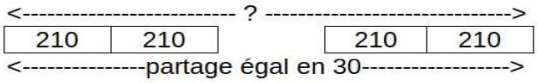


Une trace écrite possible :
2957 = 2734 + nombre de filles de plus que de garçons

nombre de filles de plus que de garçons = 2957 – 2734 = 223
Il y a 223 filles de plus que de garçons.

2.4 Problèmes de multiplication-division : recherche du tout

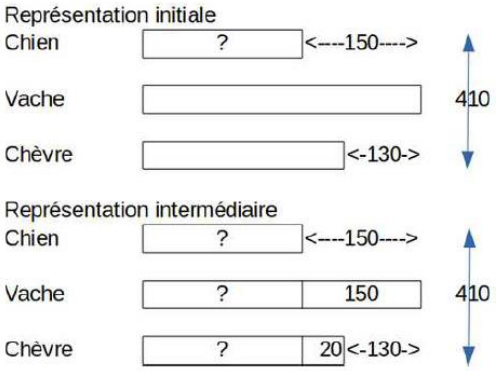
Lucie a fabriqué 30 colliers avec 210 perles chacun. Combien Lucie a-t- elle utilisé de perles ?
(MEN 2019)
Questions heuristiques possibles : En plus des questions heuristiques précédentes on peut ajouter les suivantes. Y a-t-il un tout ? Y a-t-il une part, partageant le tout en parts égales ? Quel~~le~~ est le nombre de parts ? Qu'est-ce que je cherche ?
Modèle en barres reconnu :



Une trace écrite possible :
nombre de billes utilisées = 210 x 30 = 6300
Lucie a utilisé 6300 perles.

2.5 Problème complexe

Une vache pèse 150 kg de plus qu'un chien. Une chèvre pèse 130 kg de moins qu'une vache. Ensemble les animaux pèsent 410 kg. Combien pèse le chien ? (Ng & Lee 2009, p.296)
Questions-heuristiques : Dans un problème complexe, les questions heuristiques précédentes ne permettent pas de reconnaître un modèle basique. Dans ce cas il n'y a pas de questionnement systématique qui permette de reconnaître un modèle complexe : il faut arriver à distinguer des sous-problèmes et des étapes s'il s'agit d'un problème complexe, ou un nouveau modèle s'il s'agit d'un problème atypique.
Modèle en barres possible :



Une trace écrite possible :
3 poids du chien + 150 + 20 = 410
3 poids du chien = 410 – 170 = 240
poids du chien = 240 : 3 = 80.
Le poids du chien est 80 kg.

III - JUSTIFIER LA RÉALISATION DE PRATIQUES : RÉSOUDRE, ENSEIGNER, FORMER

On peut analyser des pratiques des élèves, des enseignants ou des formateurs (ce que (Bosch & al. 2006) appelle praxéologies) autour du thème de la résolution de problèmes. Nous insistons sur la partie justification trop souvent négligée, même si la compétence *Raisonner* dans l'enseignement et si la position de praticien réflexif (Schneuwly 2012) sont à nouveau valorisés dans l'enseignement et la formation. Il est d'ailleurs paradoxal que le principe de la pédagogie explicite qui prône pour l'enseignement l'explicitation des justifications ne soit pas étendu à la formation, où des actions pilotées dans une verticalité descendante manquent de justifications.

Présentons quelques éléments théoriques pour aider à justifier, essentiellement pour les tâches d'enseignement et de formation, et en fin de paragraphe quelques justifications du côté élève.

1 Niveaux de co-détermination didactique et moments de l'étude

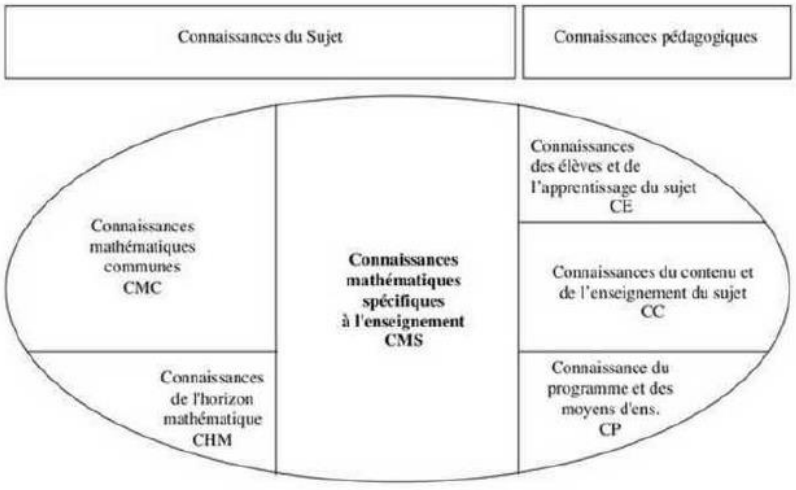
Pour les enseignants ou les formateurs, Chevallard (2002) conçoit plusieurs niveaux de justification, mathématiques (suivant que l'on traite le sujet des problèmes additifs ou multiplicatifs), ou extra-mathématiques (suivant la progression adoptée dans l'école, ou les repères de progression nationaux ou suivant que la classe soit constitué d'élèves allophones). De même, suivant le moment de l'étude de la résolution de problèmes (première rencontre, exploration des procédures de recherche ou de traitement, construction des justifications, institutionnalisation, entraînement, évaluation) le focus sur les justifications dans la phase de construction du modèle ou de traitement du modèle sera différent : dans une première rencontre on insistera davantage sur la phase de construction et de choix du modèle alors que dans un moment d'évaluation on pourra insister davantage sur la justification du calcul.
Pour les élèves, en plus des justifications mathématiques reliées aux niveaux de co-détermination précédents, d'autres justifications peuvent être inspirées par le contrat didactique ou la coutume (Balacheff 1988) auxquels les élèves sont confrontés.

2 La double approche didactique et ergonomique

D'autres justifications des choix d'enseignement ou de formation peuvent être formulés avec la théorie de la double approche de Robert et Rogalsky (2002) : « L'approche didactique conduit à étudier les activités mathématiques que les pratiques enseignantes induisent chez les élèves, ces activités étant considérées comme à l'origine de leurs apprentissages. L'approche ergonomique vise à considérer le professeur en tant qu'individu en situation de travail, ses pratiques traduisant ses propres réponses aux prescriptions institutionnelles dans un contexte d'exercice donné et en fonction de ses caractéristiques professionnelles et personnelles » (Allard & al. 2021, p.1).

3 Les connaissances pour l'enseignement

Des justifications peuvent être également formulées avec la théorie de Ball. Nous renvoyons à l'atelier A22 de ces actes (Bilgot & al. 2022) qui utilisent cette théorie pour analyser la résolution de deux problèmes multiplicatifs de cours moyen utilisant les représentations en barres.



(Clivaz 2011)

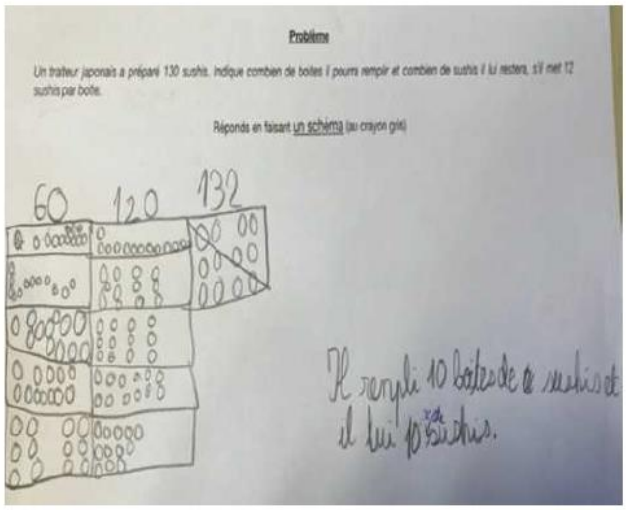
IV - EXEMPLES DE DISPOSITIFS DE FORMATION

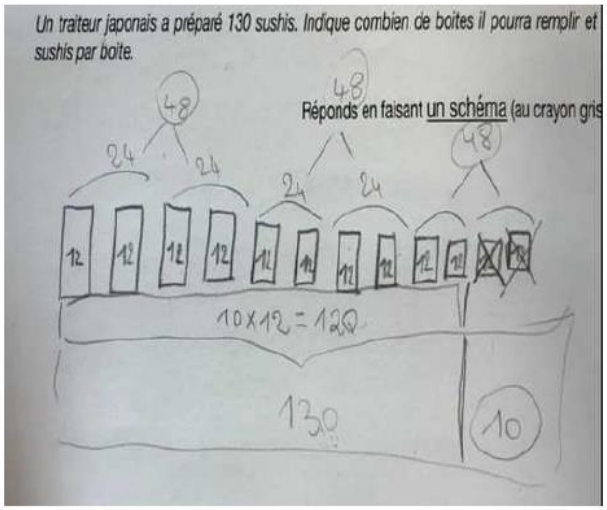
Examinons différents dispositifs de formation qui ont été proposés à l'étude dans l'atelier et dans des formations continues. Signalons d'abord une caractéristique commune à tous ces dispositifs, qui relève d'ailleurs d'un niveau de co-détermination didactique extra-mathématique : le recours à des formations à

distance du fait de la pandémie liée à la COVID, avec les difficultés d'échanges entre participants liées à cette modalité. Chaque groupe avait la même consigne générale de télécharger à partir d'un lien des fichiers ressources (que nous décrirons en annexe pour chaque groupe) et de les analyser suivant un cahier des charges spécifiques à chaque groupe. Un diaporama rendant compte du travail du groupe devait être produit pour la restitution collective et un rapporteur devait être désigné. Un objectif commun à tous les groupes est de développer les compétences sur la modélisation en barres ainsi qu'un esprit critique sur son usage en réalisant une fiche de préparation de formation prenant appui sur les ressources proposées dans le groupe. Il était demandé explicitement de bien intégrer cet objectif dans la préparation de formation.

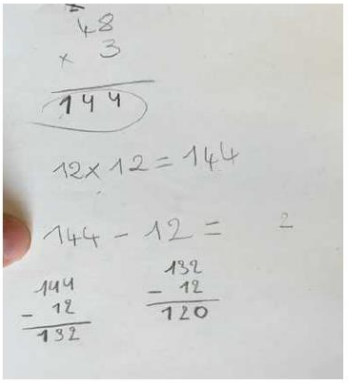
1 Analyse d'extraits vidéos : quel rôle du professeur ?

Dans ce scénario on met à disposition du groupe trois courts extraits (moins de 3 min) de vidéos de trois classes différentes où un élève résout un problème arithmétique en utilisant une modélisation en barres avec des échanges avec son professeur.
La consigne donnée au groupe est la suivante. Visionnez trois interventions de différents professeurs. 1) Proposez une grille d'analyse de ces vidéos. 2) Repérez des éléments positifs à retenir et points de vigilance quant aux interventions du professeur. 3) Comment aider un élève à repérer que sa modélisation est incorrecte ? Suggérez différentes aides possibles adaptées aux exemples précédents. 4) Proposer un exemple de fiche de préparation de formation basée sur cette activité. Dans la fiche de préparation de la formation vous indiquerez les objectifs de formation que se fixe le formateur dans cette séance de formation.
Illustrons le travail sur un exemple de vidéo relative au problème suivant :« Un traiteur fabrique 130 sushis. Il remplit des boites de 12 sushis. Combien de boites peut-il remplir et combien lui restera-t-il de sushis ? »
Voici quelques schémas d'élèves extraits de cette vidéo issue d'une formation de RMC (référents mathématiques de circonscription).





Voici un extrait de la transcription du dialogue entre un élève E et le professeur P à propos du schéma de droite. « ... » désigne des moments de silence.



0'15 E J'ai compris que 12 et 12 ça fait 24 et 12 et 12 24 ça fait 48 et 48 fois 3 ça fait 144...On a fait 144 moins 12 égale 132 .
0'37 P Et pourquoi on a enlevé 12 ?
0'44 E Parce qu'on avait trop… E parce qu'on avait 130 au début. On avait trop … On avait …
P Et donc 132 est-ce qu'on les a les sushis ? Est-ce qu'on a en a assez ?
0'57 E Non

P donc qu'est-ce qu'on fait ?
1'00 E on fait 132 moins 12 égale 120
1'04 P alors est-ce que c'est 120 sushis, on peut les ranger dans des boites de 12 ?
E oui
P et du coup on a fait combien de boites de 12 ?
E Euh … 10
1'13 P 10 boites de 12. Tu peux nous montrer sur le schéma où elles se trouvent les boites de 12 ?
1'16 E là (l'élève montre du doigt)
1'17 P Très bien. Et on a rangé du coup combien de sushis dans les boites de 12 ?
1,21 E 120
1,22 P 120. Et combien on avait de sushi au départ ?
1'24 E 130
1'26 P 130. Tout çà (le professeur montre du doigt). Donc y a des sushis qu'on n'a pas rangés. Combien ?
130 E 10
P Il en reste 10. Donc il faudrait que tu écrives ta phrase réponse.
1'36 E oui. Alors …
1'38 P Combien de sushis il reste ?
E Il reste 10 sushis.
1'42 P Et combien on a rempli de boites ?
E On a rempli 120 boites.
P Ah !
E Non
1'53 On a fait des boites avec 120 sushis et combien de boites on a fait ? Regarde bien. (~~le~~Le professeur montre du doigt)
1'55 E 10
P 10 boites. Très bien. Tu l'écris ?
2'03 E alors
2'07 P En fait il y a 2 choses à noter : ce qui reste et combien on a rempli de boites ?
2'20 E Il reste (l'élève écrit) Exemple d'évaluation (extraite d'une formation de RMC)
P Alors il reste combien ?
E il reste 10 boites
P Ah ! Il reste 10 boites ?
E 10 sushis (il gomme la précédente écriture)

Les différents extraits vidéos visaient à illustrer la difficulté : laisser la dévolution de la résolution du problème à l'élève tout en l'aidant s'il est en difficulté. L'explicitation des justifications de l'élève peut l'aider, même si certains élèves ont des difficultés à exprimer leurs justifications, dans le cas où ils en ont vraiment une. Ici on est dans un dispositif de type « monstration » où on montre (on donne à voir) des situations d'enseignement que l'on accompagne par l'élaboration d'analyse de cette observation.
Enfin, le manque de temps pour l'élaboration d'une fiche de préparation de formation illustre la nécessité d'expérimenter plusieurs fois un dispositif de formation afin d'arriver à une forme stabilisée, faisable dans le temps imparti. La modalité à distance rend plus difficile le suivi de chaque groupe par un seul animateur d'atelier.
Il aurait été intéressant de distinguer dans les vidéos, au niveau des aides ou des questionnements, ce qui est générique à tout type de représentation et ce qui est spécifique aux représentations en barres. Par exemple, le questionnement heuristique suivant oriente vers la catégorisation des modèles basiques que nous avons évoqués précédemment à propos de la modélisation en barres.
Y a-t-il un tout réunion de différentes parts ?
Si oui, est-ce que toutes les parts ont la même valeur ?
Si non, qu'est-ce que je cherche : le tout ? la valeur d'une part ? Je m'oriente vers un modèle additif.
Si oui, qu'est-ce que je cherche : le tout ? La valeur d'une part ? Le nombre de part ? Je m'oriente vers un modèle multiplicatif.

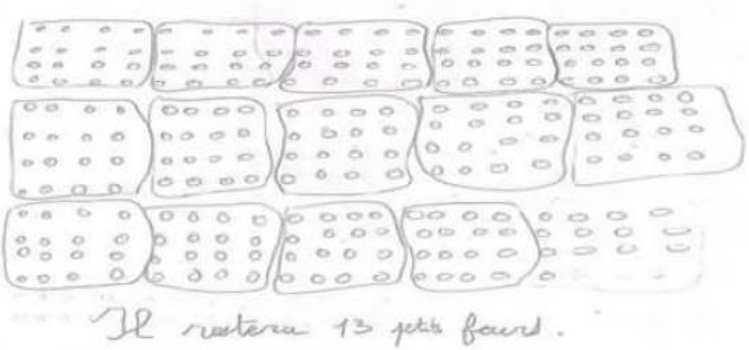
Si non, est-ce que je peux reformuler le problème pour répondre « oui » à la première question ? Si non, il s'agit soit d'un problème complexe, soit d'un problème atypique Pour un problème complexe, on peut essayer de décomposer en étapes se ramenant à des problèmes basiques. Pour un problème atypique, il faut avoir l'idée de construire un nouveau modèle. Dans les deux cas il n'y a pas de questionnements miracles qui conduisent inéluctablement à un modèle adéquat.

2 Analyse de sujets d'évaluation : de l'évaluation formative à l'évaluation sommative, quelles tâches proposer ?

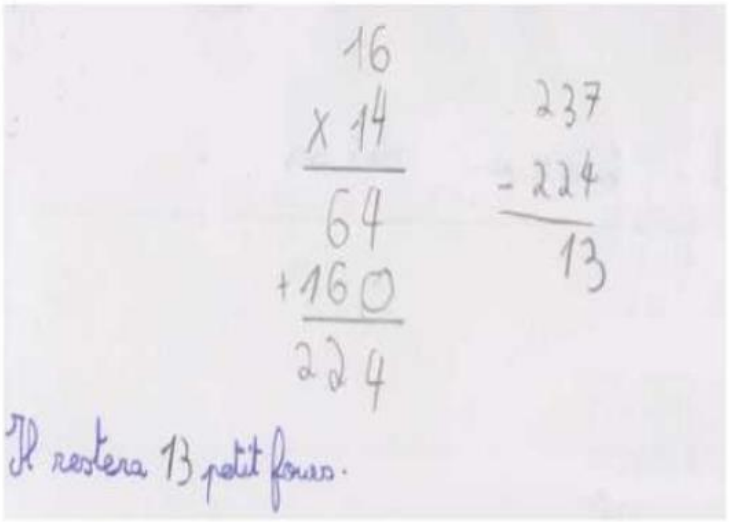
La consigne invite les participants à prendre connaissance des différentes ressources suivantes en concevant une grille d'analyse pour utiliser ces ressources dans une perspective d'évaluation. Il est proposé de concevoir un sujet d'évaluation sur la résolution de problème en précisant le contexte (dans quel cycle, à quel moment …) ainsi qu'une fiche de préparation de formation basée sur cette activité où les objectifs de formation seront précisés.

ÉNONCÉ

Un pâtissier a réalisé 237 petits fours. Il les range en remplissant des boîtes qui peuvent contenir 16 petits fours chacune.
Combien de petits fours reste-t-il ?
Montre ce que tu fais pour répondre.



Indicateurs	atteint
raisonnement	oui
calcul	non
Interprétation	oui

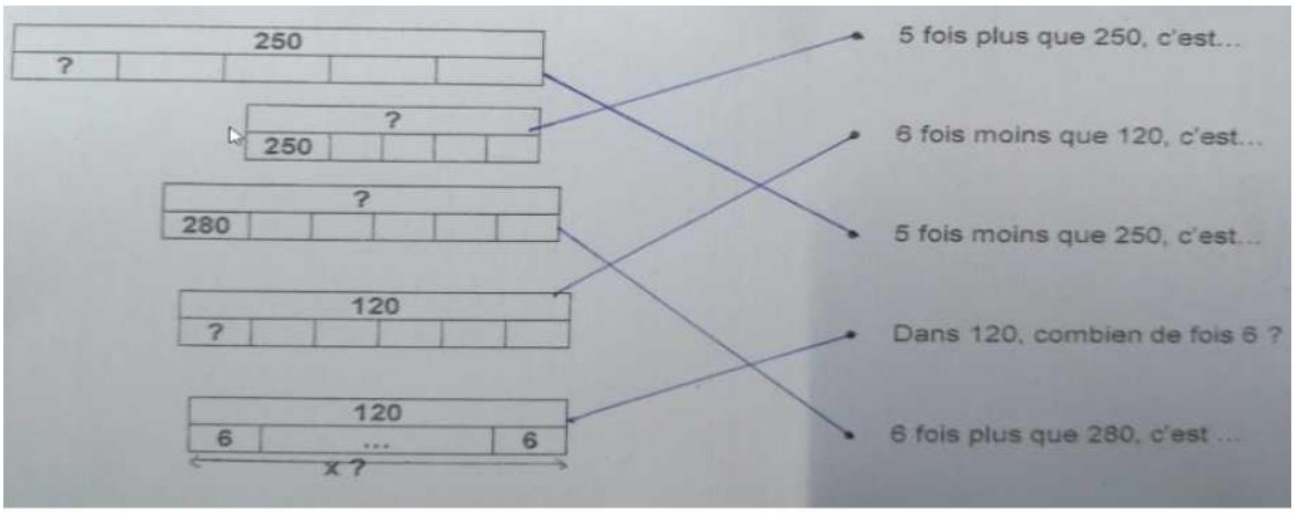


Indicateurs	atteint
raisonnement	oui
calcul	oui
Interprétation	oui

Exemple d'évaluation (extraite d'une formation de RMC)

Construction d'un modèle	Travailler avec précision	Interprétation	Validation et réflexion	Compte-rendu
Les élèves ont besoin d'aide pour simplifier la situation	Les élèves on besoin d'aide en mathématiques et ne travaillent pas toujours avec précision	Les élèves éprouvent des difficultés et ont besoin de beaucoup d'aide pour interpréter la situation	Les élèves ne réfléchissent pas à la validité de leur modèle	Les élèves ne sont pas capables de rendre compte de leur travail de façon satisfaisante
Les élèves peuvent trouver et utiliser les informations nécessaires pour simplifier certaines parties d'une situation complexe.	Les élèves peuvent identifier les principes mathématiques à utiliser et résoudre certaines parties du problème mais pas toujours avec précision	L'aide apportée aux élèves (par ex. en posant les questions appropriées) leur permet d'interpréter la situation	Les élèves sont conscients de la validité de certains aspects de leur modèles mais pas de tous	Avec de l'aide et des indications, les élèves sont capables d'établir un compte-rendu satisfaisant de leur travail
Les élèves peuvent utiliser un ensemble d'informations pour simplifier une situation.	Les élèves sont capables de résoudre la tâche indépendamment en se servant correctement des mathématiques mais tous les résultats ne sont pas bons	Les élèves peuvent interpréter la situation mais de façon superficielle	Les élèves réfléchissent de façon critiques sur de nombreux aspects de leur modèle en comprenant ses limitations	Les élèves sont capables d'établir de façon indépendante un bon compte-rendu de leur travail
Les élèves prennent les bonnes décisions qui leur permettent de simplifier une situation complexe.	Les élèves utilisent avec précision le langage et les symboles mathématiques	Les élèves interprètent totalement la situation de façon approfondie	Les élèves ont une bonne compréhension critique de la validité et des limitations de leur modèle	Les élèves produisent un compte-rendu exhaustif de leur travail

Indicateurs progressifs d'évaluation extraits de (Cabassut & al. 2010)



Exemple d'évaluation (extraite d'une formation de RMC)

À propos de la dernière ressource, elle consiste à associer un énoncé représenté en barres à l'énoncé correspondant écrit en langue naturelle. Il est vrai qu'un exercice sur les changements de registres permet d'entraîner sur les deux difficultés identifiées par Duval (2006) : la conversion d'un registre à un autre, et le traitement à l'intérieur d'un registre (par exemple calculer en ligne, ou reformuler avec le recodage sémantique de Sander (2018) un énoncé ou encore faire du traitement sur les représentations en barres comme proposé en annexe1). Mais ce type d'exercice propose une tâche isolée par rapport à la résolution complète d'un problème et fait perdre la signification qu'elle a dans le processus complet de résolution.

3 Scénario du jeu de rôles autour d'un problème complexe : comment simuler l'enseignement de la résolution de problèmes complexes ?

On reprend le problème précédent du sushi du scénario 1. On propose un scénario de jeu de rôles (Lajoie 2020) dans lequel essentiellement trois types de rôles sont attribués :
- le rôle d'apprenant (élève, étudiant ou enseignant en formation) : dans ce rôle le joueur essaie d'avoir les attitudes de l'apprenant : questionnements, interactions avec les autres apprenants ou l'enseignant ou le formateur, difficultés, stratégies et procédures mises en œuvre dans l'apprentissage, retour réflexif.
- le rôle d'enseignant (ou formateur dans le cas où les apprenants sont des enseignants en formation) : dans ce rôle le joueur essaie d'avoir les attitudes de l'enseignant ou formateur : questionnements,

interactions avec les apprenants, difficultés, stratégies et procédures mises en œuvre dans l'enseignement ou la formation, retour réflexif.
- le rôle d'observateur : dans ce rôle, le joueur essaie d'observer la mise en œuvre et les problèmes qui surviennent du point de vue de l'apprenant et du point de vue de l'enseignant ou du formateur. L'observateur peut cibler son observation : interactions entre apprenants, interactions apprenant – enseignant, place de l'institutionnalisation, aides …
La consigne demande au groupe de proposer une résolution attendue de ce problème qui utilise une représentation en barres, de concevoir une fiche de préparation d'enseignant correspondant à la mise en œuvre d'une séance de résolution de ce problème en classe puis de concevoir une fiche de préparation de séance de formation de professeurs d'école suivant un scénario de jeu de rôles décrit précédemment. Dans cette fiche de préparation il doit être précisé le cahier des charges des trois rôles différents (élèves, professeurs, observateurs). S'il est souhaité que les élèves expriment des erreurs, des questions, des incompréhensions, ce sera précisé dans le cahier des charges des élèves. Les objectifs de formation de cette séance de formation seront clairement indiqués.
Étrangement cette modalité de formation n'a pas suscité de retour de collègues, sans doute parce qu'elle est nouvelle. Pourtant elle est intéressante car elle permet une simulation à coût minime. Une observation ou une mise en œuvre réelle en classe, avec plusieurs observateurs, *a fortiori* en temps de COVID, est difficile à organiser. De plus, en jouant sur la connaissance qu'ont les enseignants des difficultés et des erreurs des élèves, on peut assister à des simulations intéressantes. Bien entendu rien ne vaut la réalité, et les enregistrements vidéos permettent de compenser les difficultés d'observation et de mise en œuvre réelles. Mais la réalisation d'un enregistrement vidéo n'est pas une tâche facile à organiser.
Le problème du sushi peut être considéré comme un problème complexe puisqu'il est modélisé par une division euclidienne. Dans une première étape, on cherche par essais et ajustements le nombre maximum de boîtes qu'on peut remplir. Puis une fois ce nombre trouvé par un problème multiplicatif basique, on détermine le reste avec un problème partie-tout. Ce qui est intéressant dans ce problème complexe est la réflexion sur le questionnement heuristique qui amène à la décomposition en étapes basiques.

4 Scénario d'homologie-transposition autour d'un problème atypique : comment enseigner la résolution d'un problème atypique ?

Rappelons dans un premier temps ce qu'on entend par scénario d'homologie-transposition et problème atypique.
Un scénario de formation homologie-transposition, originellement issu des travaux de Kuzniak (2014) et Houdement, repris dans (Guille-Biel Winder & al. 2019), désigne un scénario de formation où les enseignants formés sont mis en situation de résolution de problèmes comme les élèves auxquels ils enseigneront (situation d'homologie) et sont amenés à analyser les connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques pour l'enseignement à ces élèves à partir d'une transposition des analyses concernant la situation homologue vécue par les formés.
Un problème atypique, inspiré de la classification de Houdement (2018), est un problème :
- qui n'est pas basique c'est-à-dire qu'il ne se modélise avec un modèle de référence (pour les problèmes arithmétiques un modèle additif ou multiplicatif). Les exemples 2.1 à 2.4 illustrent des problèmes basiques arithmétiques.
- qui n'est pas un problème complexe, c'est-à-dire qui ne se décompose pas en sous--problèmes basiques. L'exemple 2.5 précédent illustre un problème complexe arithmétique.
Un problème atypique est ni basique, ni complexe. L'exemple suivant illustre un problème atypique : il va falloir créer un modèle nouveau. Il arrive parfois qu'un problème atypique devienne basique si on le rencontre à nouveau souvent. Par exemple, lors de la première rencontre avec un problème multiplicatif il est atypique puis il deviendra basique ultérieurement. Ce n'est pas le cas du problème suivant.
On s'intéresse donc à l'énoncé suivant inspiré de (Petit 2007) : Dans une cour d'école rectangulaire se trouvent un tilleul et un marronnier et un mur droit en clôture. Un groupe d'élèves organise une course : chaque élève commence au tilleul puis va toucher le mur et revient vers le marronnier. Quel est le meilleur endroit où toucher le mur ?

Dans un premier temps les participants résolvent le problème (dont on indique qu'il peut se résoudre en mobilisant des connaissances de l'école primaire). C'est la phase homologique où on demande aux formés de se comporter comme des élèves, ici avec une situation accessible à des élèves (ce qui n'est pas toujours le cas des situations d'homologie). Dans un second temps il est demandé, en l'illustrant avec ce problème, quelles compétences, du point de vue de l'élève, sont transférables des problèmes basiques ou complexes à des problèmes atypiques, puis un exemple de fiche de préparation de formation basée sur cette activité où sont indiqués les objectifs de formation.

Dans l'atelier, du côté des élèves, on repère les compétences, transférables des problèmes basiques ou complexes aux problèmes atypiques, suivantes. Chercher : faire des essais. Représenter : dans la cour de récréation, sur une maquette d'un dessin papier. Modéliser : discuter du choix d'un modèle (distance la plus courte, temps le plus court à vitesse constante) ; utiliser une maquette (figure géométrique) ; utiliser un logiciel de dessin géométrique (avec l'aide du professeur). Raisonner : un contre-exemple invalide ; des exemples confirmatoires renforcent une conjecture. Calculer : effectuer des calculs à partir des mesures et comparer les résultats pour rechercher un minimum.

Du côté du professeur : utiliser le cycle de modélisation pour faire travailler les différentes étapes de résolution du problème ; faire travailler dans différents registres de représentations les conversions et les traitements : dans la cour (mésoespace), la maquette avec ficelle ou dessin (microespace), avec un logiciel de géométrie (avec le professeur : culture du numérique) ; distinguer modéliser un problème et résoudre un problème (traiter le modèle : calculer). Du problème basique au problème atypique : quels transferts ? Abandon des représentations en barres. Permanence du travail sur les compétences. Importance des procédures d'essais et ajustements et des schématisations dans la phase heuristique. Distinguer raisonnement heuristique (plausibilité) et raisonnement de validation (nécessité).

Du côté du formateur : la stratégie de formation d'homologie-transposition (Kuzniak 1994) est bien adaptée à ce scénario. Homologie : le formateur utilise un mode de transmission identique à celui qu'il souhaite voir utilisé par les formés lorsqu'ils enseignent à leur classe : ici situation de résolution de problème avec une approche constructiviste. Les problèmes proposés ne sont pas toujours transférables simplement dans les classes. Transposition : l'homologie sans transposition peut laisser penser que la transposition de la situation de formation à la situation d'enseignement n'est pas problématique. Au contraire, il faut expliciter la transposition comme nous l'avons tenté dans le retour réflexif.

5 Analyse d'un livre du maître sur la modélisation en barres du CE2 au CM2

On dispose de fiches associées au remarquable livre du maître de Jamet (2019) sur la résolution de problèmes. La consigne est la suivante :

1) Proposez une grille d'analyse de ces fiches, par exemple en s'inspirant de Grapin et Mounier (ou utilisez vos propres critères. Chaque fois essayez de justifier le choix de vos critères.

2) Repérez un élément positif et un point de vigilance pour chaque fiche.

3) Parmi les points précédents lesquels vous semblent transposables à d'autres types de représentations, par exemple les représentations de Vergnaud.

4) Proposer un exemple de fiche de préparation de formation basée sur cette activité d'analyse d'une ressource.

Nous passons plus rapidement sur les ressources de ce scénario 5 ainsi que le suivant : ils sont analysés avec force détails dans l'atelier A22 des actes de ce colloque (sujet B) (Bilgot & al. 2022).

6 Comparaison de deux énoncés de problèmes

Sont proposés deux énoncés de problèmes pour CM2 extraits de (Levain & al. 2017).

1) Un professeur commande 43 mètres de ficelle. 1 mètre de ficelle coûte 0,7 euro. Combien ce professeur doit-il payer ?

2) Un restaurateur achète 0,7 kilogramme de coquilles Saint Jacques. 1 kilogramme de coquilles Saint Jacques coûte 43 euros. Combien ce restaurateur doit-il payer ?

Nous renvoyons en annexe 2 la consigne adressée à ce groupe ainsi que ses réponses. Nous nous contenterons de citer la fiche de préparation d'une formation car c'est le seul groupe qui en a produit une.

Fiche de préparation d'une séance pour des professeurs d'école stagiaires (PES) :
Mise en situation d'homologie des PES
Objectif : casser la représentation initiale fréquente des PES : proportionnalité = tableau à faire puis produit en croix
Compétence : adapter la stratégie de résolution au problème
Pré-requis : changement de registre : 0,7 c'est 7 dixièmes

Phase 1 : 4 groupes : problème 1 en barres, problème en tableau, problème 2 en barres, problème 2 en tableau.
Consignes données par écrit à chaque groupe (les autres groupes ne la voient pas) : schématiser puis résoudre ce problème 1 (ou 2) à l'aide de barres (ou tableau).

Phase 2 : 2 groupes : ceux du problème 1, ceux du problème 2.
Consigne : comparer vos approches à l'aide de la représentation imposée. Analyser les différences entre ces deux approches sur le problème étudié.

Phase 3 : Mise en commun pour faire apparaitre que modèle tableau ne différencie pas la structure des 2 problèmes alors que le modèle en barres différencie la structure des deux problèmes.

V - EFFICACITÉ DES DISPOSITIFS DE FORMATION ET PERSPECTIVES POUR LA FORMATION ET LA RECHERCHE

1 L'efficacité

La notion d'efficacité a plusieurs caractéristiques. Ben Abid (2019) distingue l'efficacité institutionnelle et l'efficacité individuelle. L'efficacité institutionnelle vérifie, avec des dispositifs souvent conçus par l'institution, l'atteinte des objectifs fixés par l'institution. Parfois des évaluations à grande échelle de la performance des usagers type PISA, TIMSS, ou CEDRE participent à la mesure de cette efficacité. L'efficacité individuelle est mesurée par les usagers, ici les formés du dispositif de formation. Cabassut (2010) donne un exemple d'analyse de l'évolution des croyances des formés entre avant et après la formation. Plus généralement (Barallobres & al. 2020) distingue la validation externe et la validation interne. La validation externe généralise les résultats trouvés dans un contexte. Cabassut (2020) a montré les réserves qu'on peut avoir avec une enquête comme PISA en comparant la France et Singapour et en proposant de généraliser des méthodes dont les effets ont été observés dans un pays à un autre. La validation interne essaie de contrôler les variables et de comparer par exemple un groupe expérimental à un groupe de contrôle, comme l'illustre par exemple (Magot & al. 2022). La difficulté commune aux deux types de validations est d'une part de comparer ce qui est comparable (un groupe de contrôle enseigné par un maître est-il comparable à un groupe expérimental enseigné par un autre maître ? Singapour est-il comparable à la France ?) et d'autre part la signification des indicateurs (Quel sens donné au score de PISA d'un pays ? Quelle signification a l'effet d'ampleur entre un groupe de contrôle et un groupe expérimental ? (Barallobres & al. 2020, p.102)). À propos des pré et post tests, « la didactique des mathématiques française a délaissé la technique pré-test/post-test sur laquelle s'appuient les essais contrôlés randomisés, puisque cette technique ne permet que de tester les apprentissages que l'on anticipe et non pas la vie des savoirs appris, ni dans le temps ni dans les situations où les savoirs sont utilisés » (Ibidem p.104). On se satisfera souvent d'une évaluation de cette efficacité, plus pragmatique mais tout autant contestable, dans le cadre d'observations de pratiques (Durpaire 2006), de recherches ciblées sur des ressources (Grapin & al.2018) ou de réunions bilans d'équipes pédagogiques ou de constellations de circonscription.

2 La variété des modalités de formation

Nous terminerons en adaptant à la résolution de problèmes les travaux de (Guille-Biel Winder & al. 2019) prolongé dans l'atelier A11 de ce colloque (Petitfour & al. 2022) qui étudient la variété des modalités (qui peuvent se recouper) de formation (à la suite de Kuzniak (1994) et Houdement), variété que nous avons illustrée avec l'étude de six scénarios de formation :
- l'homologie qui fait réaliser une résolution de problèmes aux formés et analyse ensuite la résolution (stratégies mises en œuvre, procédures de résolutions ; difficultés ; aides …),
- la transposition qui explicite les savoirs didactiques et professionnels en jeu dans la résolution de problème,
- la monstration et l'analyse de ressources qui définissent une grille d'analyse (par exemple comparaison de manuels, de progressions, de productions d'élèves …), avec le cas particulier des analyses de leçons (Takahashi 2020) : analyse a priori de la mise en œuvre, mise en œuvre et analyse a posteriori,
- la simulation de mise en œuvre avec les jeux de rôles : analyser les pratiques de l'enseignant et les attendus des élèves,
- l'observation de classe (en présentiel ou par analyse de vidéos) : analyse des pratiques des élèves et des enseignants,
- la productions de ressources (séance, séquence, progressions, programmations, évaluations, matériels, formation ...),
- les stratégies culturelles (cours magistral, guide pour un niveau (CP ou CM), repères annuels de progression.

3 Variété des activités de formation

Cinq types d'activités sont évoquées (Guille-Biel Winder & al. 2019) :
- l'activité mathématique : résoudre le problème mathématique,
- l'analyse de l'activité mathématique : quelles mathématiques en jeu dans le problème à résoudre ?
- l'activité didactique ou pédagogique : quels choix didactiques et pédagogiques dans la résolution de problèmes ?,
- l'analyse de l'activité didactique ou pédagogique : la justification et la critique des choix précédents,
- l'activité de problématisation : identifier et investiguer une question professionnelle en mobilisant des concepts mathématiques, didactiques ou pédagogiques (par exemple quelle place pour la modélisation en barres ?).

4 Pour une dévolution de la formation aux formateurs et un retour réflexif sur les formations

Le but de cet atelier était de proposer une réflexion sur des ressources et des exemples de dispositifs de formation autour des représentations en barres. Il appartient à chaque formateur de construire son dispositif de formation, en tenant compte des niveaux de co-détermination didactique auxquels il est soumis, et l'évaluation de l'efficacité de son dispositif, à partir de ses choix de formateur, en prenant éventuellement appui sur les ressources proposées dans ce compte-rendu. Concernant l'efficacité de cet atelier, on observera déjà la difficulté pour les membres des groupes de remplir le cahier des charges proposé (qui était sans doute trop lourd et trop ambitieux), en y substituant bien souvent une discussion informelle sur les problèmes de la profession, suggérés par les ressources à analyser. L'équipe pédagogique de l'école, ou les constellations pourraient être ces lieux d'échanges pour les enseignants, les actions du plan national de formation des Référents Mathématiques de Circonscription (RMC) ou les colloques de la COPIRELEM pourraient être des lieux d'échanges pour les formateurs. On sait cependant la distance qui peut s'installer entre l'objectif souhaité d'un lieu d'échanges et la réalité, bien souvent contrainte par une conception verticale descendante de l'enseignement et de la formation, ou par des contraintes matérielles (calendrier trop resserré, formation trop courte ou irrégulière, conditions techniques du distanciel). On s'éloigne alors du praticien réflexif qui s'intéresse à la justification des choix d'enseignement ou de formation évoqués précédemment.

Dans cette époque rude pour l'enseignement, la formation et ses acteurs (élèves, enseignants, formateurs, cadres de l'éducation et de la formation, responsables politiques nationaux), la recherche du sens et des justifications reste primordiale par rapport aux modalités des choix effectués.

« Créer le navire ce n'est point tisser les toiles, forger les clous, lire les astres, mais bien donner le goût de la mer […] Créer le navire, ce n'est point le prévoir en détail. Car si je bâtis les plans du navire, à moi tout seul, dans sa diversité, je ne saisirai rien qui vaille la peine. Tout se modifiera en venant au jour et d'autres que moi peuvent s'employer à ces inventions. Je n'ai point à connaître chaque clou du navire. Mais je dois apporter aux hommes la pente vers la mer. » (Antoine de Saint-Exupéry (1959) Citadelle, LXXV).

VI - BIBLIOGRAPHIE

Allard, C., Masselot, P., Peltier-Barbier, M.-L., Roditi, E., Solnon, A. & Tempier, F. (2021) Premiers résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques, Praesco, en classe de CM2 en 2019, Note d'information, 21.10, DEPP BOEN (2018) *Bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018*

Balacheff, N. (1988). Le contrat et la coutume deux registres des interactions didactiques, *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique*, pp.15-26, La pensée Sauvage.

Barallobres, G., Bergeron, L. (2020). Pratiques efficaces d'enseignement des mathématiques : une analyse du point de vue de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 40, n°1* pp. 97-134, 2020.

Ben Abid-Zarrouk, S. (2018). Qu'est-ce que l'efficacité en éducation ? De l'efficacité institutionnelle à l'efficacité individuelle : le cas des dispositifs pédagogiques en enseignement supérieur in Frisch, Muriel (dir.). Le réseau IDEKI. Constructions de savoirs et de dispositifs. Paris : L'Harmattan, p.191-207.

Bilgot, A ., Billy, C., Cabassut, R., Grietens, G., Zucchetta, H. (2022). Formation à l'enseignement des mathématiques à l'école et préparation à l'épreuve orale du nouveau CRPE : un questionnement commun est-il envisageable ? *Actes du 47e colloque de la COPIRELEM*. Grenoble 2021.

Cabassut, R. (2020). Les représentations en barres : «ni cet excès d'honneur, ni cette indignité ». *Au fil des maths*, 537, Edition APMEP.

Cabassut R., Simard A. (2021) Exploration of French Trainers Beliefs On Problems and Computing. Actes du colloque CIFEM 2020. ITM Web of Conferences. https://www.itm-conferences.org/articles/itmconf/abs/2021/04/itmconf_cifem2020_01001/itmconf_cifem2020_01001.html

Cabassut R., Villette J.-P. (2011) Exploratory data analysis of an european teacher training course on modelling. Proceedings Cerme 7. Université de Rseszow, Pologne.

Cabassut, R., Villette, J.-P. (2010) Evaluation en formation de professeurs sur l'enseignement de la modélisation. *Actes du 37ème Colloque COPIRELEM*. La Grande Motte.

Cabassut , R., Ferrando, I. (2015) Difficultés pour enseigner à partir du monde réel comme ressource : comparaison franco-espagnole. *Actes du 42e colloque COPIRELEM*. Université de Franche-Comté. Besançon. Juin 2015.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 1 Structures et fonctions. 3. Écologie et régulation. *Actes de la 11è école d'été de didactique des mathématiques,* La pensée sauvage.

Cheong, Y. K. (2002) The Model Method in Singapore. The Mathematics Educator 2002, Vol. 6, No.2, 47-64.

Clivaz, S. (2011). Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Genève, Suisse : Université de Genève.

Durpaire, J.L. (2006). L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire. IGEN. Rapport 2006-034. Juin 2006 Ministère de l'Éducation Nationale. http://media.education.gouv.fr/file/46/0/3460.pdf

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics (2006) 61: 103–13.* http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/artigos/esm_2008_v68/5semiotic.pdf

Glaeser, G. (1990). Analyse et synthèse. Formation des enseignants en heuristique. À la mémoire de Georges Polya (1887-1985). *Publication de l'APMEP Num. 76*.

Grapin, N, Mounier, E. (2018). Méthodologie d'analyse de manuels et étude du Manuel Méthode de Singapour. *Grand N, 102*, pp 57-92.

Guille-Biel Winder C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. (2019). Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Tome 1. Éditions ARPEME.

Jamet, J.-M. (2019). Résoudre les problèmes avec la modélisation du CE2 au CM2. Hachette Education. https://education.landing-hachette.fr/modelisation/

Kaur, B. (2019). The why, what and how of the 'Model' method: a tool for representing and visualising relationships when solving whole number arithmetic word problems. *ZDM Mathematics Education (2019) 51*:151-168.

Kuzniak, A. (1994). Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré. Thèse de l'Université Paris 7

Lajoie, C. (2020) Le jeu de rôles dans la formation à l'enseignement des mathématiques : potentialités etlimites selon différents points de vue. *Actes du 46e Colloque COPIRELEM*. Lausanne.

Levain, J.-P., Didierjean, A. (2017). Problèmes multiplicatifs, proportionnalité et théorie des champs conceptuels. In *Rééducation Orthophonique. N° 269*.

Magot, C.-A., Cabassut, R. (2022). ANIPPO : un dispositif de résolution de problèmes ouverts dans un environnement virtuel 3D. *Actes du 47e colloque de la COPIRELEM*. Grenoble 2021.

MEN (Ministère de l'Education Nationale). (2019). Repères annuels de progression et attendus de fin d'année du CP à la 3e. Consulté le 7/3/2019 au lien : https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e

MEN (Ministère de l'Education Nationale) (2020). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. DEGESCO

Mounier, E., Grapin N. (2019). Que disent les recherches sur les manuels « Méthode de Singapour » ?, *Au fil des Maths 532*, pp. 6-13.

Perrenoud, P. (1998). *De la réflexion dans le feu de l'action à une pratique réflexive*, Université de Genève, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation

Petit, S. (2007). Le tilleul et le marronnier. Revue Sésamath. Juillet 2007. http://revue.sesamath.net/IMG/doc_Le_tilleul_et_le_marronnier19_07_07.doc

Petitfour, E (2002). Un programme de formation des professeurs des écoles pour enseigner les mathématiques ? Contenus , enjeux et repères. *Actes du 47e colloque de la COPIRELEM*. Grenoble 2021.

Polya, G. (1957). How To Solve It. Princeton University Press.

Priolet Maryvonne (2008). « Enseignement et apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques : le cas des problèmes numériques au cycle 3 de l'école primaire française. Approches didactique et ergonomique ». Thèse. Université Lyon 2

Robert, A., Rogalski, J. (2005). A Cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics, 59*: 269–298

Sander, E. (2018). Une approche interprétative de la résolution de problèmes, in Julia Pilet & Céline Vendeira (ed.) (2018) Préactes du séminaire de didactique des mathématiques. *ARDM https://ardm.eu/wp-content/uploads/2018/10/91.pdf*

Schneuwly, B. (2012). Praticien réflexif, réflexion et travail enseignant : l'oubli de l'objet et des outils d'enseignement. In M. Tardif, C. Borges & A. Malo (dir.), Le Virage réflexif en éducation. Où en sommes-nous 30 ans après Schön ? (pp. 73-92). Bruxelles : De Boeck.

Takahashi, A. (2020) Lesson Study, enseignement par la résolution de problèmes et Neriage : réflexions autour de l'observation d'une leçon de mathématiques *Actes du 46e Colloque COPIRELEM*. Lausanne.

Torossian C. (2018) Mission Villani-Torossian Acte II. Au fil des maths, 529.

VII - ANNEXE 1 : RÉSOLUTION DE PROBLÈMES COMPLEXES EN ATELIER

L'école primaire Duparc a 280 élèves. L'école primaire de Chemin a 89 élèves de plus que l'école primaire Duparc. L'école primaire Fontaine a 62 élèves de plus que l'école Duparc. Combien y a-t-il d'élèves en tout ?

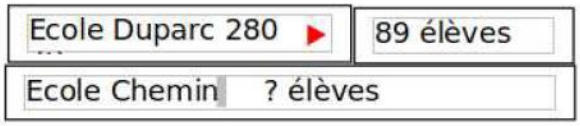
Pas de parts égales, certaines plus grandes que d'autres

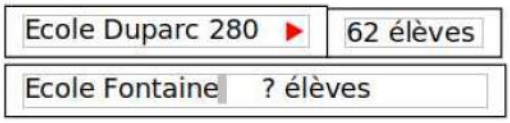
Question par élèves, combien d'école, lien entre les écoles (ou pas pour Chemin et Fontaine) ?

Barre ou flèche pour le 89 ?

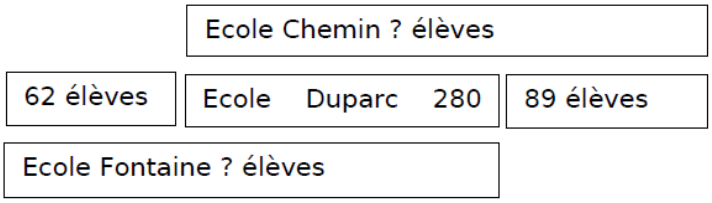
Quel est le tout ?

a/ deux schémas en barre



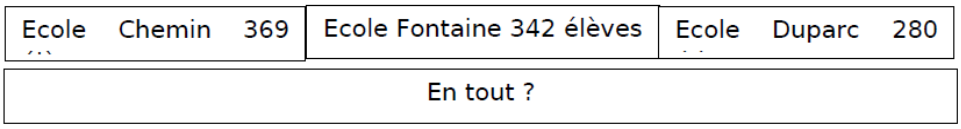


b/ Un seul schéma en barre



dans les deux cas : 280+89=369 (Chemin) et 280+62=342 (Fontaine)

c/ Finalement un schéma qui récapitule



369+342+280

Faire un calcul dans un registre

Suivant niveau des élèves : éventuellement ils commencent par le schéma du b/ puis collent 2 barres au-dessus de la barre chemin et idem au-dessus de la fontaine

Ou encore pas de barres du tout… directement calculs

VIII - ANNEXE 2 : COMPARAISON DE DEUX EXERCICES

Consigne :
Votre objectif est de comparer, lors de cette résolution des deux problèmes précédents, des mises en œuvre des compétences : Représenter, Modéliser et Calculer. Pour une classe de CM2 en fin d'année, présentez les composantes pédagogiques et didactiques d'une séance d'enseignement et de son déroulement. Comparez l'utilisation d'une schématisation en barres avec une schématisation de Vergnaud.

● Proposer un exemple de fiche de préparation de formation basée sur cette conception de la fiche de préparation précédente d'une séance d'enseignement. Dans la fiche de préparation de la formation vous indiquerez les objectifs de formation que se fixe le formateur dans cette séance de formation.

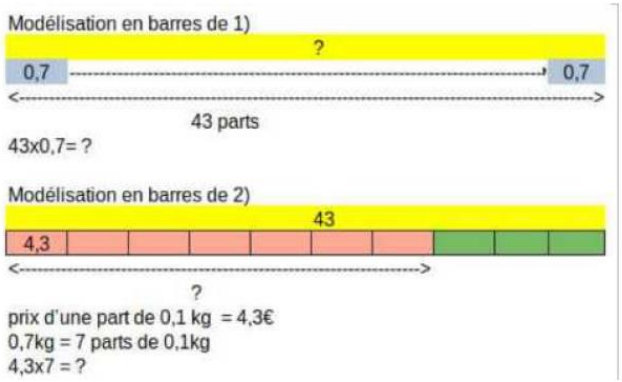
● Vous présenterez en 5 min vos résultats oralement en vous appuyant si possible sur un support que vous aurez écrit dans le tableau blanc de votre atelier.

Voici 2 énoncés de problèmes pour CM2 extraits de (Levain Jean-Pierre, Didierjean André 2017).

1) Un professeur commande 43 mètres de ficelle. 1 mètre de ficelle coûte 0,7 euro. Combien ce professeur doit-il payer ?

2) Un restaurateur achète 0,7 kilogramme de coquilles saint jacques. 1 kilogramme de coquilles saint jacques coûte 43 euros. Combien ce restaurateur doit-il payer ?

Les ressources proposées sont citées dans le compte rendu (sujet B) de l'atelier A22 de ces actes (Bilgot & al. 2022).



Problème 1 :

	mètres	euros
1er cas	43	?
2nd cas	1	0,7

Problème 2 :

	1er cas	2nd cas
euros	43	?
kilos	1	0,7

Constat initial : Schématisation en barres : elle fait apparaître les différences entre les deux problèmes alors que les tableaux pas du tout

Conclusion :

- les barres schématisent à merveille les fractions
- les tableaux orientent vers propriétés des fonctions linéaires

MATHEMATIQUES PAR L'HISTOIRE ET LE JEU

Bernard YCART
ex-professeur Université Grenoble-Alpes
Laboratoire Jean Kuntzmann
bernard.ycart@gmail.com

Le site « Histoires de Mathématiques » propose des récits, dont une partie peuvent être reliés aux trois chapitres du programme des cycles 2 et 3 : nombres et calculs, grandeurs et mesure, espace et géométrie. Comment faire de ces ressources de véritables séquences d'enseignement ? Comment motiver les enfants au travers de l'histoire et du jeu, et leur donner le plaisir d'apprendre ? L'article s'appuie sur une expérience réalisée pendant l'année 2020-2021 dans deux classes de CM2. Plusieurs séquences à base historique ont été mises au point pour couvrir l'ensemble du programme. Celle qui concerne le chapitre de géométrie, basée sur les pavages, les rosaces et les polyèdres, est rapportée ici.

I - INTRODUCTION

Page 15 du fameux rapport Villani-Torossian de 2018, on lit, sous le titre de paragraphe « Le plaisir par le jeu » :

> *Afin de ne pas laisser s'installer l'anxiété face à la tâche scolaire en mathématiques, inspirons-nous du Canada, de Singapour, des États-Unis ou encore du Nord de l'Europe, où les activités scolaires en mathématiques sont la plupart du temps associées à la notion de plaisir. Jeux, énigmes, concours, défis et histoires sont au rendez-vous !*

Quelque vingt-trois siècles plus tôt, les préconisations pédagogiques de Platon étaient déjà étonnamment similaires.

> *Disons donc que les hommes libres seront obligés d'apprendre de ces sciences tout ce que les enfants des Égyptiens, tous tant qu'ils sont, apprennent avec les lettres. On commencera à leur enseigner le calcul, par manière de jeu et de divertissement, en leur faisant faire ces exercices imaginés précisément pour l'enfance et qui consistent à partager également des pommes et des couronnes entre un nombre plus ou moins grand de leurs camarades, [. . .]. (Lois, Livre VII).*

Enseigner par le jeu, divertir, raconter des histoires ? Rien de bien nouveau en somme. Nombreux sont les ouvrages qui proposent dans cette optique des réflexions didactiques, voire des séquences pédagogiques complètes. Pour le cycle 3 qui nous intéresse, nous devons citer bien sûr le livre collectif édité par Moyon et Tournès (2018b) qui complète Moyon et al (2018a). Un numéro spécial de MathémaTICE, Poisard (2016), présente d'autres expériences et outils mathématiques pour la classe ; voir aussi Cerquetti-Aberkane et al. (1997), ainsi que Guillemette (2011) pour une introduction à la théorie didactique sous-jacente. Le présent article s'appuie sur les ressources du site « Histoires de Mathématiques » : Ycart (2020). Ce site et ses objectifs sont décrits entre autres par Kuntz (2021a), voir aussi Kuntz (2021b). La question posée ici est : comment passer de la théorie à la pratique, d'un ensemble de ressources comme « Histoires de Mathématiques » à l'implémentation en classe ? Plus précisément, comment relier les histoires du site aux trois chapitres des programmes de mathématiques des cycles 2 et 3 : nombres et calculs, grandeurs et mesures, espace et géométrie, pour en tirer des séquences d'enseignement efficaces ?

Cet article propose une réponse pratique à cette question, grâce aux deux professeures des classes de CM2 de l'école Albert Camus d'Épinay sur Orge. Pendant l'année scolaire 2020-2021, Sarah Maati et Mathilde Scandolari ont tenté l'expérience d'enseigner le programme de mathématiques du CM2 à partir des histoires du site. Dans un autre article du même volume, elles décrivent une séquence basée sur les Récréations Mathématiques de Jacques Ozanam (1694), qu'elles ont implémentée pour le chapitre « Nombres et calculs ». Nous n'énumérerons pas ici l'ensemble des séquences qui ont été élaborées pour

couvrir le programme. Nous éviterons la redondance en nous limitant à une des séquences du chapitre « Espace et géométrie ».

Dans un premier temps, nous ouvrirons le « coffre à jouets de l'histoire », pour y piocher quelques-uns de ces exercices, qui déjà bien avant Platon, servaient à l'enseignement élémentaire des mathématiques. Ce sera l'occasion d'une réflexion sur ce que l'on peut déduire de l'universalité de ce coffre à jouets : des exercices qui ont traversé les siècles et les continents ont indubitablement une valeur pédagogique qui en garantit l'intérêt, y compris pour nous. Les utiliser n'implique pas que l'on renonce aux progrès des mathématiques. Nous esquisserons ensuite le contexte historique des ressources qui ont été mobilisées pour la séquence « Espace et géométrie » : pavages, rosaces, polyèdres réguliers. La partie suivante décrira succinctement l'implémentation par Sarah Maati et Mathilde Scandolari, en laissant la plus large part aux magnifiques réalisations des élèves. En conclusion, nous évoquerons la question de l'évaluation, objective et subjective.

II - LE COFFRE A JOUETS DE L'HISTOIRE

À quels « exercices imaginés précisément pour l'enfance », Platon pensait-il ? Quelques dizaines nous ont été conservés dans l'Anthologie Grecque. Ils ont été compilés par Métrodore le Grammairien, probablement au début du sixième siècle de notre ère ; mais ils sont issus d'une tradition beaucoup plus ancienne. En voici un :

> *Ô ma mère, pourquoi me bats-tu à cause des noix ? De belles jeunes filles se les sont partagées toutes : Mélissium en a pris les deux septièmes ; Titané, un douzième ; Astyoché, un sixième ; et la joueuse Philinna, un tiers. Thétis s'est emparée de vingt noix ; Thisbé, de douze. Celle-ci, Glaucé, vois comme elle en rit, a onze noix dans ses mains. Cette noix est la seule qui me reste.*

Profitons de l'occasion pour préciser qu'une traduction de l'Anthologie Grecque est téléchargeable depuis l'onglet « Textes » du site « Histoires de Mathématiques ». La plupart des citations qui suivent sont issues des documents téléchargeables du site, sauf exception dûment précisée.

> *C'est le cyclope Polyphème en bronze. On lui a fait un œil, une bouche, une main qui communiquent à des réservoirs, et il semble tout ruisselant : on dirait un fleuve à sa source. Chacune de ses fontaines est bien réglée : laissez couler celle de la main, en trois jours elle remplira le bassin ; celle de l'œil, en un jour ; en deux cinquièmes de jour, celle de la bouche. Qui pourra dire en combien de temps le bassin sera rempli, toutes les fontaines coulant ensemble ?*

C'est un des ancêtres des mythiques « problèmes de robinets ». L'Anthologie en donne plusieurs variantes, tout aussi classiques, comme le partage du travail.

> *Briquetiers, je me hâte de bâtir cette maison. Le temps est beau aujourd'hui, sans nuages, et je n'ai plus besoin de beaucoup de briques : il ne m'en manque que trois cents. Or à toi seul, tu en fabriques autant en un jour ; ton fils ne se repose qu'après en avoir fait deux cents ; ton gendre en fabrique autant et cinquante en plus. Par votre travail commun, en combien d'heures ferez-vous la fourniture demandée ?*

Sur ce, je vous propose une petite excursion en Chine. Les deux problèmes qui suivent sont issus des « Neuf chapitres sur les procédures mathématiques », dans la traduction de Karine Chemla et Shuchun Guo (2004). C'est le classique mathématique chinois le plus célèbre. Il n'est pas plus facile à dater que l'Anthologie Grecque. Il a probablement eu de multiples rédacteurs successifs, entre le second siècle avant et le second siècle après Jésus-Christ. Il a forcément été écrit avant 263, qui est la date où Liu Hui en a écrit son commentaire. Il est donc antérieur à l'Anthologie grecque, mais probablement pas à la plupart de ses problèmes. On trouve dans les Neuf Chapitres l'exercice de remplissage qui suit.

> *Supposons qu'on ait un étang, et que cinq canaux s'y jettent. Si on ouvrait le premier d'entre eux, en un tiers de jour, il l'emplirait en entier, le suivant en un jour l'emplirait en entier, le troisième en deux jours et demi l'emplirait en entier, le quatrième en trois jours l'emplirait en entier, le cinquième en cinq jours l'emplirait en*

entier. Si maintenant ils sont tous ouverts, on demande en combien de jours ils rempliront l'étang.

Les Neuf Chapitres proposent plusieurs variantes du même problème, dont celle du temps de travail.

Supposons qu'en un jour, une personne redresse 50 flèches, ou empenne 30 flèches, ou encore prépare l'encoche de 15 flèches. Si maintenant on fait en sorte qu'une même personne pendant un jour, redresse, empenne, et prépare l'encoche, on demande combien de flèches elle produit.

Rendons-nous maintenant huit mille kilomètres et dix-sept siècles plus loin. Alcide Lemoine (1852-1920) n'est pas n'importe qui. Il est chevalier de la légion d'honneur et directeur d'école primaire à Paris. Il est aussi l'auteur d'un best-seller mathématique : « 160 leçons d'arithmétique pour le cours moyen et le certificat d'études », contenant pas moins de 2 800 exercices. La version en ligne date de 1913 et la couverture annonce fièrement que 130 000 exemplaires ont été vendus. Bien sûr, on y trouve les célèbres problèmes de robinets qui ont fait la renommée dudit certificat d'études.

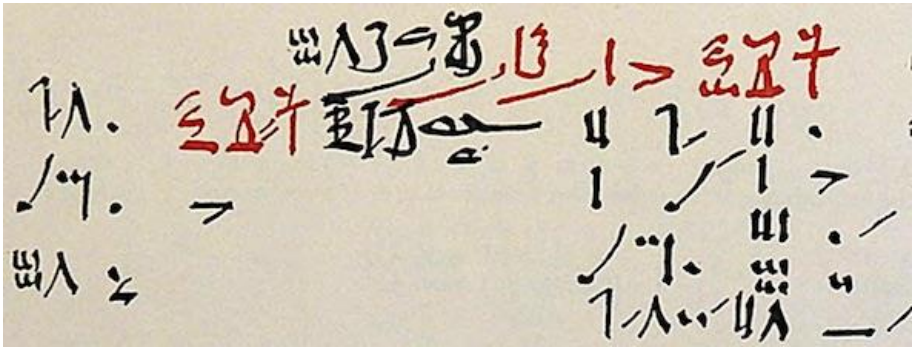
Un bassin est alimenté par deux fontaines. L'une le remplit en 2 heures, l'autre en 3 heures. Combien ensemble mettront-elles de temps pour le remplir ?

La non moins célèbre variante du travail collaboratif n'est pas oubliée. Cette fois-ci ce ne sont plus des briques ni des flèches, mais une robe qui est fabriquée.

Deux couturières travaillant séparément mettent pour faire une robe, la première 3 jours, la deuxième 6 jours. Quel temps mettraient-elles, travaillant ensemble, pour faire cette robe ?

Nous n'allons pas multiplier les exemples. Ceux qui précèdent suffisent à montrer qu'il existe bien des types d'exercices universels, au sens où on les retrouve sous des enrobages divers, à toutes les époques et sur tous les continents. Un énoncé qui a été adoubé par des générations d'enseignants, de langues et de cultures différentes, sera tout aussi efficace sur nos élèves : leurs cerveaux ne sont pas essentiellement différents de ceux des Mésopotamiens et des Égyptiens d'il y a quatre millénaires. Mais il convient de distinguer énoncé et méthode de résolution. Utiliser des énoncés des siècles passés ne signifie pas que l'on doive renoncer à tous les progrès mathématiques et didactiques qui ont été accomplis entretemps.

Pour illustrer ce point, voici un des plus anciens problèmes égyptiens qui aient été conservés, dans le papyrus Rhind, du nom d'un collectionneur.



Dans l'introduction, le scribe dit s'appeler Ahmès, et il annonce qu'il copie un document plus ancien, d'environ 1800 avant notre ère. Sur les quelque 80 problèmes du papyrus Rhind, six sont des problèmes de quantité abstraite, désignée par Aha. Cela correspond à notre notion d'inconnue. Les six problèmes se traduisent par une équation affine. Celui-ci est le numéro 25. L'énoncé est : « une quantité et sa moitié ajoutées ensemble donnent seize. Quelle est la quantité ? » Voici la solution du scribe Ahmès.

Supposons deux. Deux et sa moitié font trois. Autant trois doit être multiplié pour donner seize, autant deux doit être multiplié pour donner le nombre requis.

C'est un exemple de « fausse position ». En voici un autre, qui est une reconstitution du raisonnement qui pouvait conduire à la résolution de notre premier problème, celui des noix volées. Pour l'expliquer, nous allons passer en notation algébrique ; il convient de souligner que c'est commettre un anachronisme flagrant que de désigner une inconnue par la lettre x. Ce qui suit n'aurait jamais pu être écrit ainsi avant le XVII^{e} siècle européen. Nonobstant cet avertissement, désignons par x le nombre des noix à cause desquelles le pauvre enfant vient d'être battu, et suivons le fil des larcins successifs, jusqu'à l'unique noix demeurée dans la main du narrateur.

$$x - \frac{2}{7}x - \frac{1}{12}x - \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}x - 20 - 12 - 11 = 1$$

De nos jours, nous regrouperions les termes en x dans le membre de gauche, les termes constants dans le membre de droite, nous réduirions au même dénominateur, pour en arriver à l'équation du premier degré : « Onze quatre-vingt-quatrièmes de x égale quarante-quatre », dont la solution est 336. Mais non, pas du temps de Platon, pas avant Viète, ni même Descartes. Qu'est-ce qui était attendu d'un élève grec ? D'abord une observation de bon sens. Le nombre (nécessairement entier) que l'on cherche, doit être multiple de 7 et de 12. Essayons donc 7×12=84. Toutes les fractions ôtées, il reste 11 noix, alors qu'il devrait en rester 44, soit quatre fois plus. Qu'à cela ne tienne : il suffit de multiplier la « fausse position » 84 par 4 pour arriver au résultat : 84×4=336.

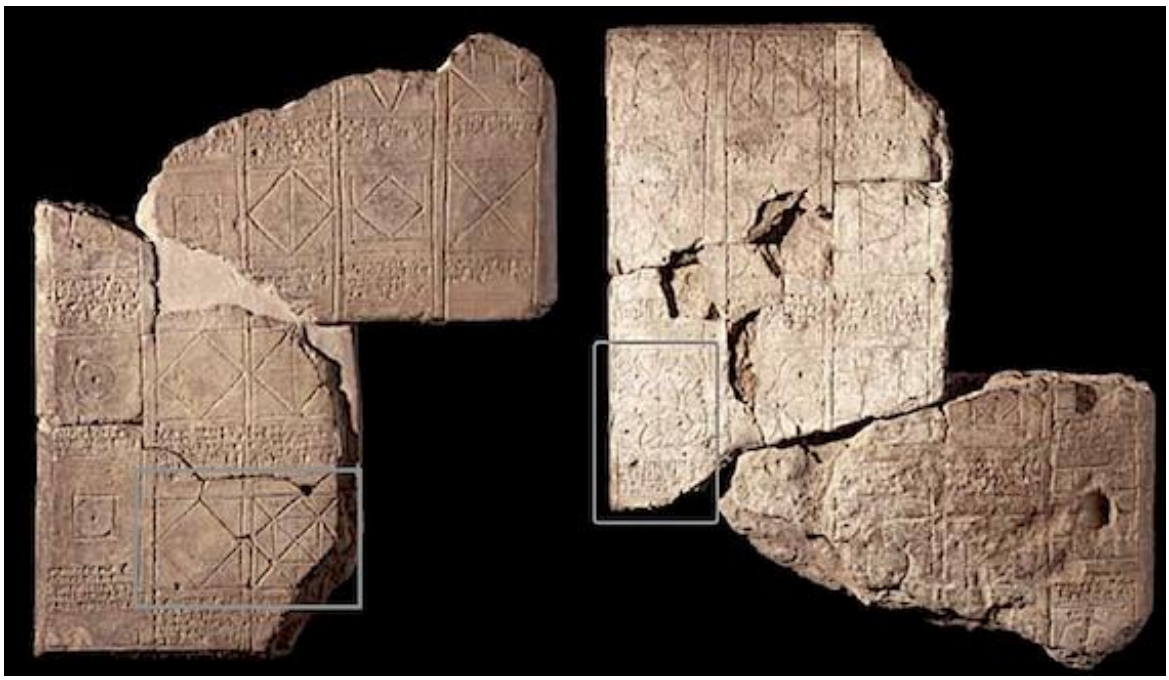
Voici la solution proposée par Alcide Lemoine pour ses deux couturières.

> *En un jour, la première couturière fait un tiers de la robe, la deuxième en fait le sixième. Travaillant ensemble elles feront 1/3+1/6 ou 1/2 de la robe.Si pour faire la moitié de la robe, les deux couturières mettent un jour ; pour faire la robe entière, elles mettront 1 jour ×2, ou 2 jours.*

Pas d'algèbre, pas d'inconnue, pas de x, juste une fausse position. La méthode de fausse position est impossible à dater, et elle n'a pas d'inventeur. On la trouve chez les Mésopotamiens, les Égyptiens, les Grecs, les Chinois. Elle est expliquée dans les manuels d'arithmétique indiens, arabes, puis européens, jusqu'au dix-huitième siècle au-moins. Alors bien sûr, elle n'est ni aussi puissante, ni aussi générale que la méthode algébrique. Mais vu la difficulté que l'algèbre littérale a eue pour s'imposer, il y a de bonnes raisons de considérer la fausse position comme la méthode la plus naturelle pour résoudre une équation affine à une inconnue. Cela veut-il dire qu'il faille l'enseigner à tous, au détriment de l'algèbre littérale ? Non bien sûr : la manipulation des symboles est une conquête historique majeure. C'est un outil extrêmement puissant, que nos élèves doivent acquérir le plus tôt possible. Mais le leur imposer ex abrupto, avant même qu'ils aient maîtrisé les fractions et tâtonné sur des équations simples, c'est courir le risque qu'ils traînent longtemps leur incompréhension et leur frustration. Ces considérations sur l'usage pédagogique actuel des problèmes et méthodes historiques, ne seront pas développées ici plus avant. Le lecteur intéressé pourra se reporter à « L'échelle historique de difficulté » : Ycart (2021a).

III - DANS L'HISTOIRE DE LA GEOMETRIE

Que trouve-t-on dans le coffre à jouets historique pour la géométrie ? Quelles figures universelles peuvent jouer le rôle des problèmes de l'Anthologie Grecque ou du papyrus Rhind ? Une bonne indication est fournie par les problèmes de la tablette BM 15285, datant d'environ dix-huit siècles avant notre ère.



La face photographiée à gauche porte des carrés découpés de différentes façons selon des diagonales. On reconnaît là ce qui est peut-être l'ancêtre de tous les raisonnements mathématiques : la duplication du carré. C'est en tout cas le plus ancien à avoir été rédigé, par Platon dans le « Ménon » : le carré dont le côté est la diagonale d'un carré donné, a une surface double. Un carré partagé en deux triangles rectangles isocèles par une diagonale : voilà sans doute une des occasions les plus anciennes et les plus universelles de manipulations géométriques. On la retrouve dans les puzzles, du stomachion d'Archimède au tangram. On la retrouve aussi dans les magnifiques pavages de Truchet. Soucieux d'éviter les redites, nous renverrons le lecteur à Ycart (2021b), où les différents avatars historiques de la figure ont été développés.

L'autre face de la tablette BM 15285, porte des entrelacs de cercles, autrement dit des rosaces. En voici d'autres.

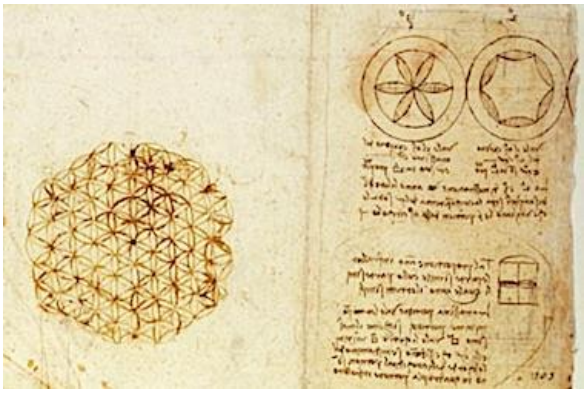




Trois millénaires séparent ces deux rosaces, parfois dénommées « fleurs de vie ». L'une est tracée sur le couvercle d'une boîte à onguents, découverte dans une tombe égyptienne datant d'environ quinze siècles avant notre ère. L'autre orne le sol du Temple d'Or d'Amritsar, édifié dans le Nord-Ouest de l'Inde au XVII^{e} siècle. Elles sont construites de façon relativement simple. L'écartement du compas étant fixé, un premier cercle doit être tracé, puis un second ayant pour centre un point de la circonférence du premier. Le second passe par le centre du premier, et le coupe en deux points, choisis comme centres de deux nouveaux cercles. Puis on itère la construction : chaque intersection de deux cercles devient le centre d'un nouveau cercle. On obtient ainsi un pavage du plan en triangles équilatéraux. Enfin, du moins selon la

théorie. Parce qu'en pratique, il faut beaucoup de soin et un excellent compas pour que les intersections tombent toujours là où elles devraient, ne serait-ce qu'à l'échelle d'une feuille A4.

Tous les peintres, graveurs et décorateurs, ont été sensibles à l'aspect esthétique de ce pavage. La figure ci-dessous est extraite du « Codex Atlanticus », un des carnets de Léonard de Vinci.



On trouve dans les carnets de Léonard de Vinci de nombreuses représentations de rosaces de toutes formes. Sa préoccupation n'était pas seulement esthétique. Depuis les Grecs, et le succès d'Hippocrate dans la quadrature de certaines lunules, nombreux ont été ceux qui ont poursuivi la chimère de la quadrature du cercle. Et parmi eux, beaucoup ont d'abord cherché la quadrature de segments de cercles, entre autres ceux qui étaient délimités par les tracés de rosaces.

Parmi les autres jouets du coffret géométrique, figurent les solides platoniciens. Pourquoi platoniciens ? Vous savez que, pour l'essentiel, l'enseignement de Platon nous est parvenu sous forme de dialogues. Il y met en scène son maître Socrate, et un ou plusieurs interlocuteurs à qui Socrate arrive à faire dire ce que Platon a envie d'écrire. Dans le « Timée », Socrate et Timée parlent de science. Et pas n'importe quelle science. Il est question de la création, tout simplement.

> *Dieu plaça l'eau et l'air entre le feu et la terre, et ayant établi entre tout cela autant qu'il était possible des rapports d'identité, à savoir que l'air fût à l'eau ce que le feu est à l'air, et l'eau à la terre ce que l'air est à l'eau, il a, en enchaînant ainsi toutes les parties, composé ce monde visible et tangible. C'est de ces quatre éléments réunis de manière à former une proportion, qu'est sortie l'harmonie du monde, l'amitié qui l'unit si intimement que rien ne peut le dissoudre, si ce n'est celui qui a formé ses liens.*

Donc quatre éléments dans des rapports choisis de manière à assurer l'harmonie du monde : fort bien. Et les solides dans tout ça ? Eh bien ils correspondent aux éléments : le feu, c'est le tétraèdre. La terre c'est le cube. Entre les deux, Platon place l'eau, qui est l'icosaèdre, et l'air, l'octaèdre. Ah mais quatre éléments, cinq solides, le compte n'y est pas. Alors Timée ajoute : « Et comme il restait une cinquième combinaison, Dieu s'en servit pour tracer le plan de l'univers ». Et voilà le dodécaèdre relié au cosmos.

L'association des polyèdres aux éléments fournit quelques explications fort ingénieuses. Par exemple : « L'eau, divisée par le feu, ou même par l'air, peut devenir, en se recomposant, un corps de feu ou deux corps d'air ». Vous avez compris qu'il s'agit de chauffer de l'eau pour obtenir de la vapeur, et vous traduisez : l'eau qui est un icosaèdre à vingt faces, peut donner deux octaèdres à huit faces (de l'air), plus un tétraèdre à quatre faces (du feu). Ou bien encore : « Quant à l'air, lorsqu'il est décomposé, d'une seule de ses parties peuvent naître deux corps de feu ». Comprenez : un octaèdre à huit faces peut donner deux tétraèdres à quatre faces. Pour aussi peu rigoureuse qu'elle nous paraisse, cette théorie pourrait bien être la première tentative de modélisation scientifique de l'histoire.

Scientifique, ou pseudo scientifique, peut-être. Mais le contenu mathématique, lui, est absent. Platon connaît bien les cinq solides, mais pour leur construction et la démonstration de leurs propriétés, comme d'habitude il faudra attendre Euclide. Plus exactement le treizième et dernier livre des Éléments. Pour certains, le treizième livre des Éléments est le couronnement de l'édifice. Euclide y construit

rigoureusement chacun des cinq polyèdres réguliers, démontre leurs propriétés, et en particulier les rapports des longueurs de côtés. Mais nulle part il ne fait référence à Platon. Alors d'où viennent-ils vraiment, ces cinq solides platoniciens ? Une scholie c'est un ajout, un commentaire, qui n'est pas de la main de l'auteur. Celle-ci, ajoutée dans certains manuscrits au début du livre treize, annonce:

> *Dans ce livre sont décrites les cinq figures dites de Platon, lesquelles ne sont pas de lui : trois des cinq figures susdites sont pythagoriciennes, à savoir le cube, la pyramide et le dodécaèdre ; de Théétète sont et l'octaèdre et l'icosaèdre.*

Théétète aurait donc découvert tout seul l'octaèdre et l'icosaèdre, tandis que Pythagore serait l'heureux papa des trois autres polyèdres réguliers ? Avouons-le, cette version n'est pas crédible. Déjà, le cube et le tétraèdre, étaient connus bien avant Pythagore. Des jetons tétraédriques ont été trouvés avec d'autres, au cours de fouilles sur le site de Başur Göyük en Turquie. Ils dateraient de trois mille ans avant notre ère. Dans toutes les civilisations, des dés cubiques ont servi pour les jeux de parcours, type jeu de l'oie ou petits chevaux, et on en connaît de bien plus anciens que Pythagore. Pour expliquer l'invention des solides platoniciens, on invoque souvent la pyrite, ou bisulfure de fer. C'est un minerai assez fréquent, qui cristallise en produisant parfois de magnifiques cubes extrêmement réguliers, ou bien des dodécaèdres, ou bien même des octaèdres. Seul l'icosaèdre n'existe pas dans la nature, enfin au moins pas à l'échelle macroscopique. On ne l'a vu apparaître chez certains êtres unicellulaires qu'au XIX^{e} siècle.

Il est important de ne pas confondre l'existence « d'un » polyèdre régulier particulier, comme le dodécaèdre ou l'icosaèdre, et le concept même de polyèdre régulier. On peut bien avoir fabriqué des cubes et des tétraèdres dès l'antiquité, avoir déduit des cristaux de pyrite le dodécaèdre et l'octaèdre, sans pour autant voir que tous ces objets ont des propriétés communes : tous leurs sommets sont sur une même sphère, toutes leurs faces sont des polygones réguliers identiques.

Il est possible que Théétète ait vu le premier ces propriétés communes et ait inventé le concept. Il est possible même qu'il ait ajouté l'icosaèdre à la liste. Il est encore possible qu'il ait compris qu'il n'y en avait pas d'autres que ces cinq-là. Mais nous ne sommes sûrs de rien. On a retrouvé des objets icosaédriques et dodécaédriques antiques, comme ce dé égyptien ou cet objet creux d'origine romaine, dont la finalité reste mystérieuse.





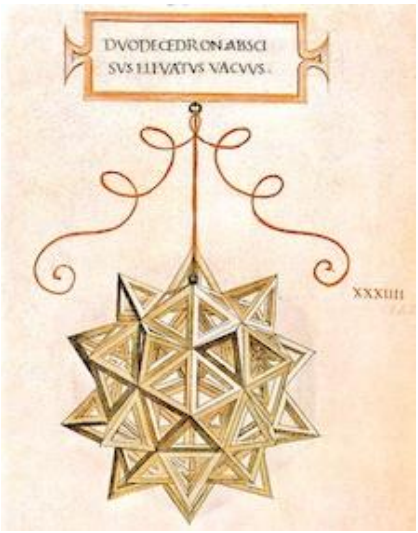
À la Renaissance en Europe, les polyèdres réguliers connaissent un regain d'intérêt. Cela tient à deux phénomènes. D'une part l'essor de la peinture avec l'invention de la perspective, d'autre part la redécouverte des œuvres de Platon et le rééquilibrage philosophique entre la scolastique teintée d'aristotélisme, et le nouvel humanisme qui se veut plus idéaliste et héritier de Platon.

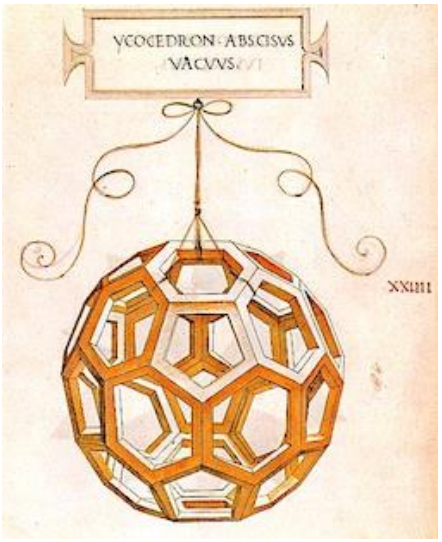
De la Renaissance à nos jours, la fascination artistique pour les polyèdres n'a pas vraiment cessé : ceci est le même dodécaèdre étoilé, à gauche dans une mosaïque du quinzième siècle attribuée à Paolo Uccello, à droite sur une gravure d'Escher, « Order and Chaos ».



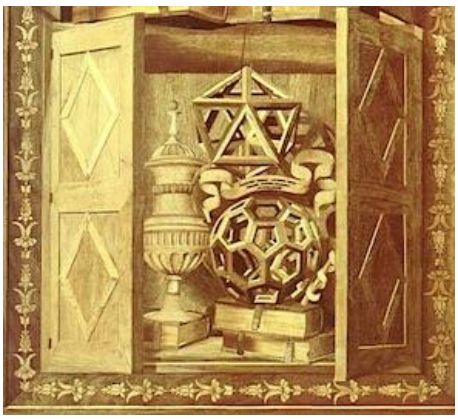


Le premier ouvrage théorique sur les polyèdres réguliers à la Renaissance, provient d'un autre de ces peintres géomètres italiens, également théoricien de la perspective : Piero della Francesca. Son traité sur les polyèdres réguliers, della Francesca le veut comme un complément à son traité sur la perspective en peinture. Un élève de della Francesca, Luca Pacioli, s'est fortement inspiré des travaux de son maître pour produire son « De divina proportione », la proportion divine, que nous appelons le nombre d'or. Comme l'illustrateur était son ami Léonard de Vinci, le livre prend tout de suite un tout autre relief. Revoici à gauche le dodécaèdre étoilé de Uccello, et à droite un icosaèdre tronqué, assemblage d'hexagones et de pentagones, qui était le plan des ballons de foot du temps où ils étaient cousus.

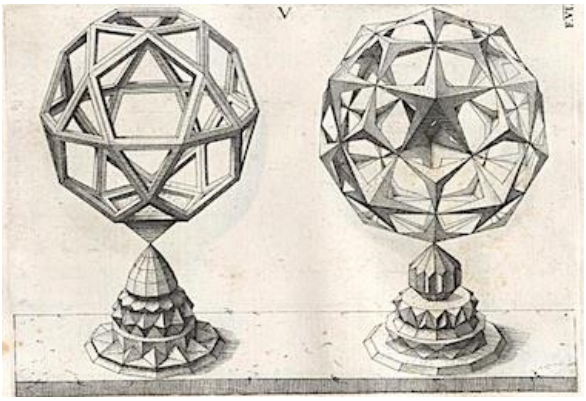


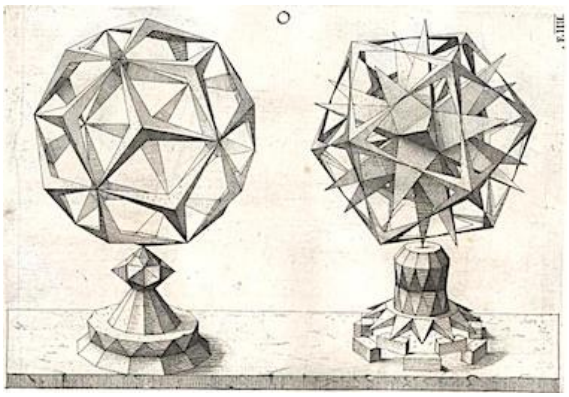


Il n'y a pas eu que la mosaïque et la gravure. À la fin du quinzième siècle, les ateliers de marqueterie étaient nombreux, et les polyèdres réguliers étaient souvent traités en des plaquages de bois, comme dans ce tableau d'une église de Vérone.

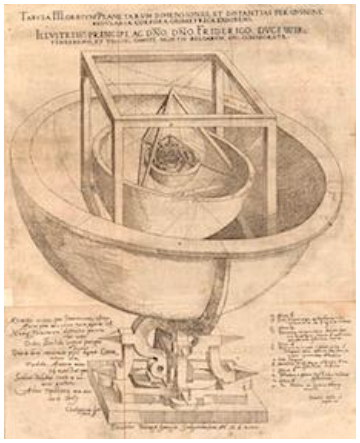


Les gravures et les marqueteries du quinzième siècle ont été surpassées au siècle suivant, en particulier par Jamnitzer en 1569.





Vous voyez ici une des pages sur le dodécaèdre, et une des pages sur l'icosaèdre. À chaque nouveau polyèdre, Jamnitzer prend bien soin de rappeler l'interprétation platonicienne, avec le feu associé au tétraèdre, l'eau à l'icosaèdre, le cube à la terre, l'air à l'octaèdre, et le cosmos au dodécaèdre. Un demi-siècle après Jamnitzer, Kepler est tout aussi familier avec le Timée de Platon et les Éléments d'Euclide. Dans sa recherche sur les mouvements des planètes, il émet des hypothèses moins pertinentes que les lois qui l'ont rendu célèbre. Les deux images ci-dessous datent respectivement de 1596 et 1619.





Dans sa dissertation de 1596 sur les « Proportions admirables des orbites célestes », il n'hésite pas à associer des orbites des cinq planètes connues aux polyèdres de Platon. En 1619, alors qu'il vient tout juste de découvrir la troisième de ses lois, la plus difficile, il publie les « Harmonies du monde ». Le titre fait explicitement référence à la théorie de Platon sur l'harmonie engendrée par les quatre éléments associés aux polyèdres. Kepler persiste dans son association des polyèdres aux orbites des planètes. On ne peut pas exclure que cette vision erronée l'ait guidé vers la solution correcte. Admettons-le pourtant, les explications du monde basées sur les polyèdres réguliers n'ont pas franchi les siècles jusqu'à nous. Mais doit-on considérer pour autant qu'ils n'ont été dans l'histoire des mathématiques qu'une voie sans issue ? Non bien sûr. Les Arabes en ont fait usage pour le problème de l'isopérimétrie. Ils figurent aussi en bonne place dans le faire-part de naissance de deux théories modernes, la topologie et la théorie des groupes.

IV - UNE SEQUENCE GEOMETRIQUE EN CM2

Les éléments du coffre à jouets géométrique qui précèdent, pavages, rosaces, polyèdres, ont été superbement combinés par Sarah Maati et Mathilde Scandolari, dans leurs classes de CM2, en une séquence dédiée au chapitre « Espace et géométrie ». La séquence s'est déroulée entre février et juin 2021, période au cours de laquelle la scolarité a été doublement perturbée, d'une part par des vacances de Pâques prolongées par la crise sanitaire, d'autre part par la maladie de Sarah Maati, atteinte du Covid. Néanmoins, padlet après padlet, semaine après semaine, le travail a continué en distanciel, et une partie des objectifs ont dû être atteints en autonomie forcée.

Les travaux à réaliser étaient présentés sous forme de défis : essentiellement des figures et des volumes à reproduire, et si possible embellir. La motivation était la beauté des réalisations, dont les élèves étaient d'autant plus fiers qu'ils étaient affichés dans le couloir des CM2, devenu grâce à eux le « plus beau couloir de l'école ». Les notions du programme (orthogonalité, symétrie axiale, types de triangles, hauteur, bissectrice, médiatrice, désignation des polygones et polyèdres) étaient introduites sous forme de consignes au fur et à mesure des tâches.

La première partie de la séquence a été consacrée aux pavages, en commençant par les pavages de Truchet, les plus simples. Au début, des feuilles de pavés bipartis ont été distribuées, à charge pour les élèves de les découper, et de réagencer les pavés pour réaliser les figures demandées. Dans cette première période, les carrés, les triangles isocèles, le parallélisme et la symétrie ont été acquis. Voici la partie du mur du couloir correspondante, avec un portrait du père Sébastien Truchet en bas à droite.



Une fois les notions de base acquises grâce aux pavages de Truchet, les élèves ont pu passer à des pavages plus évolués, comme les « litema » sud-africains et les pavages d'Escher.





La classe a ensuite abordé une partie beaucoup plus difficile techniquement : la maîtrise du compas dans le tracé des rosaces.





Ces rosaces ont été l'occasion d'insister sur la différence entre les triangles rectangles isocèles des pavages de Truchet, et les triangles équilatéraux. Elles ont aussi permis d'illustrer le langage des polygones, en identifiant les losanges et les hexagones de la figure. Aussi dans une même rosace, des triangles équilatéraux apparaissent à plusieurs échelles, et les enfants devaient les retrouver dans chacune de leurs rosaces. Comme on le voit au bas de la figure de droite, les notions de parallélisme et de perpendicularité avaient été renforcées dans des séances d'initiation artistique par l'étude de tableaux de Mondrian.

Une fois acquis le tracé des rosaces, deux lignes de progression ont été proposées. Un premier défi a consisté à identifier dans une rosace le patron d'un tétraèdre, puis à réaliser le volume issu de ce patron. On est ensuite passé successivement du tétraèdre à l'octaèdre, puis à l'icosaèdre, les trois étant construits à partir des mêmes triangles équilatéraux. Identifier des triangles équilatéraux dans un pavage tracé au compas est une première difficulté. Comprendre comment les assembler en un volume, en est une autre. Mais ces difficultés ont fini par être surmontées, en classe ou à la maison, et le « plus beau couloir de l'école » a bientôt vu son plafond étoilé de polyèdres.

Un second type de défi a consisté à reproduire des figures de complexité croissante. Cette activité, loin d'être nouvelle, a déjà fait l'objet de publications didactiques, comme De Ligt (2009) ou Moyon (2009). Elle date au moins du XIXe siècle : voir D'Enfert (2003). L'inspiration des figures peut provenir de modèles classiques comme les zéliges, la croix basque ou le pont des soupirs, ou suivre des œuvres d'artistes contemporains comme James Wyper ou Charles Gilchrist.





V - ÉVALUATION ET CONCLUSION

Un premier moyen d'évaluer les acquis des élèves était bien évidemment leur succès dans la réalisation des défis proposés. Au début, beaucoup d'aide individuelle et de nombreuses consignes étaient nécessaires pour positionner correctement le compas, prolonger la rosace sans que les centres de cercles ne dévient, identifier des triangles, découper un patron, agencer et coller un volume. Mais à la fin de la séquence, tous les élèves, même ceux qui étaient en difficulté en mathématiques au début de l'année, sont devenus autonomes. Ils se sont mis à orner leurs chambres de polyèdres et de rosaces, certains ont même embauché les frères et sœurs pour produire de quoi décorer les futurs sapins de Noël !

Nous allons illustrer la progression et les acquis, par une série de réalisations de figures planes, de février à juin. Au début, les pavages de Truchet, les litéma et les premières rosaces constituaient des objectifs modestes.



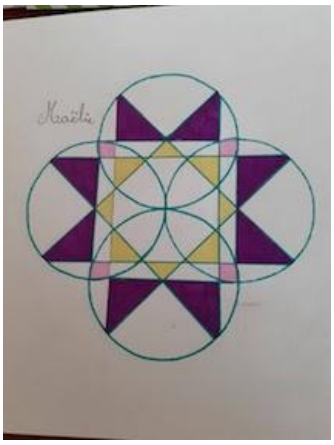


Dès avril, malgré les perturbations liées à la situation sanitaire, les élèves étaient capables de réalisations type « pont des soupirs » ou « croix basque » en autonomie distancielle, avec quelques consignes écrites.






À la rentrée des vacances, d'autres figures, plus ambitieuses, ont pu être tentées en présentiel. La suivante a demandé un suivi particulier, et une construction pas par pas, avec une alternance de consignes, suivies de tracés partiels. Clairement, l'autonomie sur des figures un peu complexes n'était pas encore acquise à ce moment-là.

À partir de mai, d'autres outils mathématiques sont apparus. Les notions de hauteur d'un triangle, de bissectrice d'un angle et de médiatrice d'un segment ont été introduites, et leurs tracés à la règle et au compas, ont été maîtrisés, ce qui a permis de franchir un nouveau niveau de complexité.



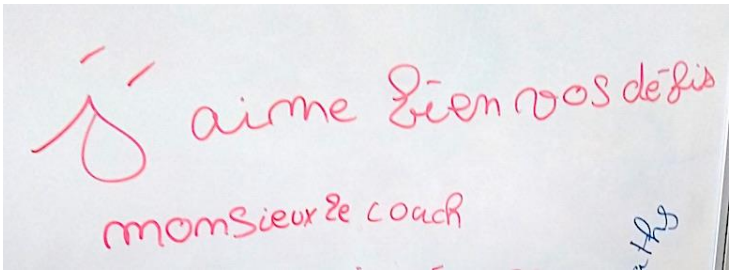

L'autonomie sur des modèles plus complexes a été acquise en juin. Les figures suivantes ont été réalisées à la seule vue du modèle, sans aucune consigne.







Au-delà de l'atteinte des objectifs pédagogiques, une réussite plus subjective, mais autrement plus valorisante pour l'équipe enseignante a été observée. Dès le début de la séquence, les élèves ont très majoritairement adhéré aux activités qui leur étaient proposées. Dès les premiers pavages, on devinait les sourires sous les masques, il fallait insister pour que les élèves partent en récréation, ils ramenaient leurs réalisations pour les terminer chez eux, à la grande surprise des parents. La fierté des enfants quand leurs œuvres décoraient le couloir des CM2 à l'école, ou leur chambre à la maison, était leur meilleure récompense, et celle des enseignantes. Moi-même, qui suivais l'opération à distance dans un rôle plus ou moins mythique de « coach » (inventé par la maîtresse), recevais des messages de remerciement qui me touchaient beaucoup : « Merci coach ! », « j'aime bien vos défis » ou encore « j'aime trop les maths ».



Sarah Maati a pris la peine d'organiser une consultation auprès des parents, dont le retour a été très positif. Voici quelques échos : « ma fille a pris beaucoup de plaisir dans les activités , elle n'avait pas l'impression de faire des mathématiques », « *** a voulu continuer son activité sur les pavages à la maison, de lui-même,

ce qui est très rare », « juste un grand merci car *** est ravie de tout ce que vous proposez ! Rien de mieux pour leur faire aimer les maths », « c'est super d'apprendre les mathématiques d'une façon différente et surtout ludique ! », « rien de mieux que d'apprendre tout en jouant ; c'est super ! ».

Nous n'avons pas jugé bon d'indiquer aux parents qu'ils approuvaient ainsi les recommandations énoncées il y a plus d'un siècle par Charles-Ange Laisant (1841-1920). D'ailleurs, nous lui laisserons la conclusion de cet article, en citant quelques extraits de l' « Initiation mathématique », dont la première édition date de 1906. Après avoir décrit quelques constructions de rosaces à proposer aux enfants, il ajoutait :

> *Nous nous bornons là à ces indications, fournies uniquement à titre d'exemples. En réalité, on devra les varier, et pousser l'enfant à imaginer spontanément des formes nouvelles. Dès qu'il aura acquis un peu d'habilité dans le maniement du compas et des divers instruments élémentaires de dessin, il prendra goût à ces constructions et y mettra de lui-même tous ses soins et toute son attention.*

Il avait auparavant résumé sa philosophie de l'enseignement dans un avant-propos musclé.

> *Depuis la toute première enfance jusqu'au début des études, mettons par exemple de 4 à 11 ans, il est possible de faire pénétrer dans l'esprit de l'enfant vingt fois plus de choses qu'on ne le fait, en matière mathématique ; cela en l'amusant, au lieu de le torturer. […]*
>
> *Nous nous servirons de questions amusantes comme moyen pédagogique, pour attirer la curiosité de l'enfant et arriver ainsi à faire pénétrer dans son esprit, sans efforts imposés, les premières notions mathématiques les plus essentielles. […]*
>
> *Si parfois les études mathématiques nous conduisent à rire, c'est un mérite de plus, attendu que, suivant la grande parole de Rabelais « Rire est le propre de l'homme». Là-dessus, si les pontifes ne sont pas contents, sachons nous en consoler. Ceux pour lesquels le mot « instruire » est synonyme d'« ennuyer » — et quelquefois de « torturer » — sont de véritables malfaiteurs publics. Il est temps que leur domination néfaste prenne fin.*

VI - BIBLIOGRAPHIE

Cerquetti-Aberkane, F., Rodriguez, A. et Johan, P. (1997). *Les maths ont une histoire : activités pour le cycle 3*, Paris, Hachette éducation.

Chemla, K. et Guo, S. (2004). *Les Neuf Chapitres ; le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*, Paris: Dunod.

D'Enfert R. (2003). Inventer une géométrie pour l'école primaire au XIXe siècle. *Tréma,* 23, 1-9.

De Ligt F. (2009). Le tracé géométrique au fil des âges. *Bulletin de l'APMEP*, 480. 28-36.

Guillemette, D. (2011). L'histoire dans l'enseignement des mathématiques : sur la méthodologie de recherche, *Petit x*, 86, 5-26.

Kuntz, G. (2021a). Histoire des mathématiques et enseignement : entretien avec Bernard Ycart. *MathémaTICE, 73.*

Kuntz, G. (2021b). Une entrée confortable et efficace par Publimath dans le site https://hist-math.fr. *MathémaTICE, 76.*

Laisant C.-A.. (1906). *L'éducation mathématique, ouvrage étranger à tout programme*, Paris : Hachette.

Moyon, M. (2009). Quand les zelliges entrent dans la classe… Étude de la symétrie, dans Djebbar, A., de Hosson, C., Jasmin, D. *Les découvertes en pays d'Islam*, Paris, Édition Le Pommier, 111-126.

Moyon, M., Chorlay, R. et Plantevin, F. (2018a). Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3, dans Vandebrouck, F. et Lebot, B. (éds.) *Mathématiques au cycle 3 : actes du colloque du plan national de formation*, Poitiers : IREM, 87–109.

Moyon, M., Tournès, D. eds. (2018b). *Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire en cycle 3*, Paris : ARPEME.

Poisard, C., dir. (2016). Les ressources virtuelles et matérielles en mathématiques : des instruments pour travailler en classe sur le nombre, la numération et le calcul, *MathémaTICE 51* (numéro spécial).

Villani, C. et Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*, Rapport de Mission.

Ycart, B. (2020). Histoires de Mathématiques. https://hist-math.fr

Ycart, B. (2021a). L'échelle historique de difficulté. *MathémaTICE 74*.

Ycart, B. (2021b). Une figure pleine de ressources. *MathémaTICE 76*.

LEA 2 TERRITOIRES EN MATHEMATIQUES : RESOUDRE DES PROBLEMES COMPLEXES AU CYCLE 3, EXEMPLE D'UN DISPOSITIF DE TRAVAIL COLLABORATIF

Cécile Allard
MCF, LDAR
Cecile.allard@u-pec.fr

Chantal Moussy
Chercheure associée, LDAR
Chantal.moussy@u-pec.fr

Résumé
Nous décrivons le scénario de classe élaboré lors d'une recherche collaborative, dans un lieu d'éducation associé le « LéA 2 territoires en mathématiques » et qui est consacré à la résolution de problèmes complexes en cycle 3. A la suite de la mise en œuvre de ces séances dans deux territoires socialement contrastés (8 classes de REP + de l'académie de Créteil, et 6 classes ordinaires de l'académie de Versailles), nous avons recueilli les brouillons des élèves. L'atelier se divise en deux parties.
Nous présentons tout d'abord quelques références théoriques sur les différentes intentions des enseignants quand ils proposent des problèmes (Houdement, 2013), sur la représentation des problèmes (Julo, 1995) et sur les principes qui fondent notre travail collaboratif (Allard, Pilet et Horoks, à paraitre).
Puis nous proposons aux participants un travail en groupe consistant à analyser des « brouillons » d'élèves et à questionner leur usage en formation. Nous conclurons sur les effets du dispositif sur les institutionnalisations possibles relatives à la résolution de problèmes complexes.

I - INTRODUCTION

Cet atelier traite de la résolution de problèmes arithmétiques auprès d'élèves de 9-10 ans scolarisés en France. La place de la résolution de problèmes en mathématiques en cycle 3 a souvent été réaffirmée dans les programmes français. Déjà en 2002, par exemple, nous pouvions lire : *« la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maitrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques qui en garantit le sens »*. Malgré une volonté affirmée dans les programmes de rappeler l'importance de la résolution de problèmes en mathématiques, les effets de ces prescriptions sont discutables. L'introduction de notre exposé a pour objectif de présenter sans être exhaustif différents résultats d'enquêtes ou d'évaluations qui traitent des performances des élèves et des pratiques enseignantes en résolution de problèmes.

1 Des résultats des élèves de France en mathématiques préoccupants

Les dernières évaluations externes nationales Cèdre (DEPP, 2020a) et internationales (DEPP, 2020b ; Cnesco, 2021) montrent un effondrement des performances des élèves tant sur les tâches simples que sur les tâches complexes en particulier pour les élèves des classes défavorisées. L'un des résultats à la suite des évaluations externes nationales (DEPP, 2020a), montre qu'il existe des écarts importants des performances selon le profil social des écoles, mais contrairement aux autres enquêtes plus anciennes, cette baisse affecte également les établissements accueillant des élèves plus favorisés socialement. Enfin, les réponses apportées par les élèves interrogés dans cette enquête sur leur rapport aux mathématiques montrent une dégradation de l'attractivité des mathématiques et ce quels que soient les territoires.

2 Ce que nous apprend une enquête à grande échelle sur les pratiques en mathématiques des enseignants

L'enquête Praesco (Allard, Pilet et Horoks, à paraitre) interroge un panel significatif de 1317 enseignants de CM2 sur leurs pratiques en mathématiques. Elle révèle une grande variété des choix, des contenus et de la place de la résolution de problèmes dans les déclarations des enseignants. Par ailleurs, certains domaines mathématiques paraissent plus ou moins faciles à enseigner. Ainsi les entiers et les techniques de calcul posé sont des contenus faciles à enseigner (à respectivement 87% et 85%) tandis que la résolution de problèmes et la proportionnalité sont considérés comme difficiles à enseigner (respectivement seuls 22% et 30% des enseignants interrogés les considèrent comme faciles).

3 Ce que nous retenons des échanges avec les enseignants du LéA 2 Tem (lieu d'Education Associé 2 territoires en mathématiques)

Nous avons recueilli les témoignages des enseignantes du LéA (Lieu d'éducation associé) pour savoir ce qui faisait difficulté dans leur classe lorsqu'elles animaient des séances dans lesquelles les élèves devaient résoudre des problèmes. Les enseignantes du LéA exercent pour la moitié d'entre elles (8) dans un Rep+ de l'académie de Créteil, les 7 autres exercent dans une zone banale dans l'académie de Versailles. Elles ont toutes à leur charge un cours double, le plus souvent un CM1-CM2.

Nous retrouvons dans leur propos, tenus en 2018, ce que montre l'enquête Praesco (DEPP, 2021) : une difficulté à animer des séances dans lesquelles il y a des problèmes à résoudre et à cerner les différentes intentions (et occasions) avec lesquelles elles peuvent proposer des problèmes.

A la création du LéA en 2018, nous les avons interrogées pour savoir ce qui, selon elles, posait des difficultés à leurs élèves et comment elles y remédiaient. Selon les enseignantes des deux territoires, la difficulté première citée par toutes est en relation avec la compréhension de l'énoncé (11 enseignants sur les 15 interrogés). En Rep+ ce constat est si fort qu'il apparait même comme l'obstacle premier à toutes les difficultés des élèves. En réponse à ces difficultés, les enseignantes proposent à leurs élèves des aides dites méthodologiques telles que souligner les données utiles, entourer la question, identifier ce qu'il faut chercher en produisant une phrase du type « ce que je cherche… », produire un schéma ou un dessin (sans les distinguer) et nous expliquent que malgré ces aides méthodologiques, résoudre des problèmes reste toujours très difficile pour les élèves. Elles sont convaincues que les difficultés des élèves en résolution de problèmes s'expliquent par un manque voire une absence totale de méthodologie. Par conséquent, elles persistent à proposer ces aides tout en pointant leur manque d'efficacité, et partagent leur difficulté à trouver « une bonne méthode » (11 sur 15) pour que les élèves apprennent à chercher.

Alors que depuis plus de 20 ans la recherche a dénoncé le manque de pertinence de ces aides (Coppé et Houdement, 2002 ; Houdement, 1999) nous nous interrogeons sur la persistance à vouloir trouver une méthodologie générale pour résoudre des problèmes sans réellement questionner les effets de cette dernière.

Une autre difficulté soulevée par les enseignants concernait la relation des élèves aux mathématiques. Pour développer chez les élèves le goût de la recherche, les enseignantes proposaient des problèmes peu fréquentés à l'école comme les sudokus, ou des problèmes issus de rallyes mathématiques.

Nous avons alors investigué pour savoir ce qui est reconnu comme un problème chez les enseignantes. Le Problème 1 « *Trouve trois nombres qui se suivent dont la somme vaut 276* » n'est pas reconnu à l'unanimité comme un problème mais comme une énigme. Sans que nous sachions exactement déterminer la différence dans leurs propos entre énigme et problème. Alors que l'énoncé du Problème 2 « *Jean, Malik et Rose ont à eux trois 276 euros. Malik a un euro de plus que Jean et Rose a un euro de plus que Malik. Quelle somme d'argent possède Jean, Malik et Rose ?* » est identifié comme étant un problème. Pour certaines le premier dont l'énoncé est sans contexte est plus facile, pour d'autres c'est le deuxième car l'histoire serait une aide pour comprendre les relations entre les données.

Or les mathématiques à mettre en jeu pour les résoudre et les procédures à mobiliser sont identiques. Mais, il est vrai que dans l'énoncé sans contexte, la connaissance mathématique de ce que signifie « des nombres qui se suivent » doit être mobilisée par les élèves alors que dans l'énoncé de Jean Malik et Rose cette relation mathématique est suggérée. Nous nous rendons compte alors que dire si un énoncé est plus facilitant qu'un autre ne fait pas du tout l'unanimité et semble reposer sur la manière dont les enseignantes résolvent elles-mêmes plus aisément le problème 1 ou le problème 2.

Il apparait donc au cours de nos discussions avec les enseignantes, que la résolution de problème est plutôt considérée par elles comme un domaine à part qui requiert des compétences fines en compréhension de texte et des compétences méthodologiques. Résoudre des problèmes n'est pas envisagé comme le moyen d'avoir une activité mathématique consistante mais plutôt comme un moyen d'exercer ce qui a été appris voire de « *traduire par une écriture mathématique* » un énoncé. Ce dernier point nous intéresse particulièrement. Julo (1995) souligne bien que résoudre un problème ce n'est pas traduire un énoncé d'une langue à une autre (avec les spécificités de ce que serait le langage mathématique). En ce qui concerne les problèmes arithmétiques et en particulier les problèmes complexes (Houdement, 2017) leur résolution implique de s'appuyer sur des connaissances mathématiques et de les adapter à la particularité de l'énoncé mais aussi de prendre en compte des relations entre des données du problèmes et l'inconnue. Or cette inconnue n'est pas nommée, ni identifiée. Par conséquent, on ne peut réduire la construction d'une représentation mentale à une traduction en symboles mathématiques.

Par ailleurs, nos échanges nous conduisent à penser qu'il est important de clarifier les intentions (Houdement, 2011, 2017) avec lesquels les problèmes sont proposés à l'école avant d'aborder ce qui peut « aider » à résoudre un problème. Autrement dit, les élèves de CM ont-ils besoin des mêmes aides pour résoudre le problème suivant : « *Théo pèse 25 kg. Il pèse 5 fois plus que son Chat Groot, combien pèse Groot ?* » que pour le problème 2 de « Jean Malik et Rose » cité plus haut.

Il nous semble alors illusoire de penser qu'il existe une méthodologie générale pour résoudre des problèmes. En revanche, en appui sur les écrits de Julo (2002), nous pensons que c'est en agissant sur l'aide à la construction de la représentation des problèmes que nous pouvons avoir des effets sur les activités des élèves au sens de Vygostky (1997).

Dans cet atelier à distance nous décrivons les effets d'un dispositif sur les traces laissées sur des brouillons par les élèves de 9-11 ans, lors d'une recherche d'un problème complexe, et nous montrons en quoi l'environnement spécifique mis en place constitue une aide dans le processus de construction d'une représentation mentale d'un problème.

Nous présentons tout d'abord quelques références théoriques sur les différentes intentions des enseignants quand ils proposent des problèmes (Houdement, 2011), sur ce que Julo (1995) appelle un environnement spécifique qui favorise la représentation des problèmes. Nous évoquons les principes du travail collaboratif (Allard, Pilet, Horoks, à paraitre) et nous détaillons le scénario issu de ce travail collaboratif.

Puis nous proposons aux participants un travail en groupe consistant à analyser des « brouillons » d'élèves et à questionner leur usage en formation. Enfin, nous concluons sur les effets du dispositif sur les institutionnalisations possibles relatives à la résolution de problèmes complexes.

II - TYPOLOGIE DE PROBLEMES SELON HOUDEMENT (2011, 2013, 2017)

Nous utilisons la typologie construite par Houdement. Cette chercheuse distingue les problèmes atypiques, basiques et complexes et tient compte des intentions en relation avec les procédures (automatisées ou à construire) et les raisonnements mis en œuvre.

Les problèmes **atypiques** peuvent être proposés en amont de la construction d'une connaissance ou hors des savoirs thématiques. Ces problèmes sont l'occasion de développer de nouvelles stratégies et nécessitent la construction d'un nouveau modèle mental de raisonnement (Houdement, 2013, p. 71). En amont d'une connaissance à construire, ils sont souvent appelés « situations problèmes » ou « activité de découverte », et ce de manière abusive car ils ne renvoient pas toujours aux caractéristiques décrites par Brousseau notamment en ce qui concerne leur potentiel a-didactique. D'autres problèmes entrent dans cette catégorie, les problèmes identifiés comme « ouverts » ou bien ceux rencontrés dans des « défis maths » sont également qualifiés d'atypiques. Leur résolution implique la création de nouvelles stratégies voire de raisonnements peu ou jamais éprouvés dans la scolarité de l'élève, sans enjeu de construction de connaissances ciblées. Ces derniers ne sont pas positionnés aussi clairement en aval ou en amont d'un apprentissage.

Les problèmes **basiques** se présentent sous la forme d'énoncés courts, dont la syntaxe est simple et ne comporte aucune information superflue. Ils se résolvent en utilisant deux données pour en produire une troisième. Les problèmes basiques sont inclus dans la typologie proposée par Vergnaud. D'après Houdement (2013) mais également Allard, Butlen et Masselot (2017), la fréquence de la résolution de ces problèmes basiques favorise l'automatisation de la reconnaissance des structures au regard de différents contextes. Houdement insiste sur le fait que l'automatisation est attendue à des niveaux de classes différents selon la structure en jeu. Ainsi un problème de partage peut être considéré comme un problème atypique en CE1, alors qu'il devrait être considéré comme un problème basique en CM1.

La troisième catégorie de problèmes est celle qui nous intéresse en particulier. Il s'agit d**es problèmes complexes**. Ils sont décrits comme étant des agrégats de problèmes basiques qui ne sont pas uniquement juxtaposés. Ils nécessitent la planification en sous-problèmes basiques. Pour les résoudre la reconnaissance et la résolution des problèmes basiques semblent incontournables. De plus, leur résolution implique de connecter des informations. La complexité de ces problèmes peut venir en effet de la distance, dans l'énoncé, entre des informations qui devront être connectées pour la construction de la réponse. D'après Houdement, l'enseignement les a un peu délaissés au profit des problèmes atypiques. Par ailleurs, pour les enseignants, ces problèmes qu'ils identifient comme des problèmes à étapes, sont peu plébiscités car jugés difficiles à cause des données nombreuses fournies par les énoncés.

Nous qualifions la typologie de Houdement de dynamique dans le sens où un problème peut appartenir à une catégorie à un moment de la scolarité et à une autre catégorie à un autre niveau de la scolarité. Cette typologie ne cherche pas à classer les problèmes comme celle de Vergnaud. La classification de Vergnaud est fixe : un problème de comparaison multiplicative reste un problème de comparaison multiplicative du CP au CM2. Alors que le problème « *Théo pèse 25 kg. Il pèse 5 fois plus que son Chat Groot, combien pèse Groot ?* » serait classé comme un problème atypique en CE1 et un problème basique en CM2 dans la typologie de Houdement. Enfin, la typologie de Houdement comprend bien 3 catégories qui décrivent les intentions avec lesquelles un enseignant peut proposer des problèmes. Elle prend en compte également ce qu'elle appelle des intentions mathématiques (comme construire des nouvelles connaissances), des intentions sociales mathématiques (comme apprendre à argumenter, faire la preuve) ou des intentions sociales (apprendre à travailler avec les autres, à écouter).

Dans notre étude, nous ne traitons que des problèmes numériques à énoncés verbaux, ceux qui semblent le plus présents à l'école. Les énoncés que nous avons choisis ont un contexte qui peut agir comme une aide ou un frein à la représentation et à la mise en relation des données.

III - SE REPRESENTER ET METTRE EN RELATION LES DONNEES À PARTIR DE LA LECTURE D'UN ENONCE.

1 Se représenter un problème : quelques apports théoriques

Le constat partagé par différents chercheurs traitant de l'activité qui consiste à résoudre des problèmes est de la décrire comme un processus complexe (Julo, 1995 ; Verschaffel, Greer et De Corte 2000 ; Verschaffel et De Corte, 2008 ; Fagnant, 2018) qui ne se réduit pas strictement en une traduction d'un énoncé dans un système structuré par des symboles (Freudenthal, 1973 ; Julo, 1995).

L'enjeu principal de cette activité particulière de résolution consiste à « *découvrir soi-même une solution que l'on n'entrevoyait pas dans un premier temps* » (Julo, 1995). Et par conséquent il est nécessaire de parvenir à se construire une représentation mentale du problème pour laquelle on ne peut « *séparer le travail de compréhension de l'énoncé de celui de construction d'une stratégie de résolution : car ce n'est pas " a priori " mais en faisant effectivement le problème que l'on va pouvoir trouver la ou les opérations pertinentes à utiliser » (Julo, 1995).* Nous adopterons le point de vue de Julo, qui analyse l'activité mentale concernant la construction d'une représentation en 3 processus simultanés qui interagissent, et où l'investissement personnel est déterminant.

Le processus de **sélection et d'interprétation** intervient dès la rencontre avec le problème. Il est fortement dépendant de nos connaissances antérieures et de notre interprétation du contexte sémantique. Certaines informations non pertinentes peuvent être à ce moment-là prises en compte dans la représentation, alors que d'autres pourtant essentielles peuvent être ignorées, ou mal interprétées.

Le processus de **structuration** consiste en une organisation de ces interprétations en un tout cohérent et relativement stable. La mémoire que nous avons des problèmes déjà rencontrés, a un rôle décisif dans la manière dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre, et participe à la structuration de sa représentation. Cependant certaines analogies entre les problèmes déjà rencontrés et celui à résoudre peuvent nous enfermer dans une représentation dont la stabilité sera alors un obstacle au changement de point de vue, un acte pourtant essentiel pour espérer atteindre la solution du problème.

Le processus **d'opérationnalisation** consiste à passer à l'action effective (commencer des calculs, tracés, schémas, tâtonner.) ou action mentale (faire des déductions, élaborer un plan…). Ce processus vise à mettre en œuvre une stratégie et à mobiliser entre autre des connaissances opératoires conditionnées par la représentation mentale construite. Ce processus d'opérationnalisation peut ne pas être atteint si la représentation mentale n'est pas suffisamment structurée. La difficulté que rencontrent certains élèves qui s'engagent dans de nombreux calculs, en effectuant toutes les opérations, espérant que l'une d'entre elles aboutisse à la solution du problème, ou bien qui n'entreprennent aucune démarche de résolution, et ne mettent en œuvre aucune stratégie, peut avoir comme origine une représentation du problème non suffisamment structurée pour mobiliser les outils de modélisation adaptés. « *En effet, si la maitrise d'outils mathématiques est nécessaire à la résolution de problème elle n'est en tout cas pas à l'origine, ni la source de la compréhension du problème* » (Julo, 1995, p. 62).

Ce processus d'opérationnalisation est la partie la plus visible de la représentation, et est le point d'appui des enseignants pour aider les élèves. Cependant, les aides suggérées, comme l'emploi d'une procédure ou d'une opération qui relèvent souvent d'un apprentissage, risquent de « tuer le problème », et peuvent ne pas être en adéquation avec la représentation mentale du problème que l'élève s'est construite, et qui semble découler d'une démarche personnelle et individuelle, dont l'accès est difficile pour le chercheur, comme pour l'enseignant qui souhaite aider les élèves.

Nous utilisons bien l'expression « se représenter » en prenant en compte toutes les dimensions cognitives en jeu, et nous ne réduisons pas le terme à une représentation graphique (arbre de dénombrement, schémas conventionnels).

2 Lien entre les différentes manières de se représenter un problème selon les typologies de problèmes

Nous retenons la typologie de Houdement pour catégoriser les problèmes rencontrés à différents moments par les élèves. Houdement, pour les illustrer, propose souvent l'exemple suivant en formation. Il s'agit de proposer ces problèmes considérés comme basiques à des enseignants. En effet, ces derniers les résolvent rapidement car ils ont une reconnaissance immédiate des structures sous-jacentes et savent les reconnaitre quel que soit le contexte.

Trouvez le nombre de tulipes.

- *Un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes.*
- *Un massif de 60 rangées de 15 tulipes.*
- *Un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles.*
- *60 tulipes disposées en 15 massifs réguliers.*

Pour des élèves de CM, cette automatisation, au moins pour les trois premiers, devrait être assurée. Ce qui pourrait empêcher un élève de les résoudre est en relation avec sa connaissance ou méconnaissance de ce que sont des jonquilles et des tulipes et de les catégoriser comme fleurs. L'absence de connaissances du monde est un frein réel à la représentation du problème. Par ailleurs, les élèves peuvent également se poser des questions sur la manière dont sont disposées les fleurs, parasitant celle du problème à résoudre. Se représenter le problème dans cet exemple apparait, malgré tout, assez aisé une fois les questions de vocabulaires réglées.

En revanche, pour le problème suivant, choisi parce que son énoncé ne présente aucune difficulté de vocabulaire pour des élèves de CM2, des problèmes de représentations et de mise en relation des données apparaissent.

> *Dans l'école Jacques Prévert il y a deux classes de CM2. Dans la première classe ; il y a 13 filles et 15 garçons. Dans la deuxième classe, il y a 29 élèves. Il y a 32 garçons en tout en CM2. Quel est le nombre de filles dans la deuxième classe de CM2 ?*

L'énoncé de ce problème comporte plus d'informations que celui des massifs de fleurs. C'est un problème complexe qui nécessite : la reconnaissance de trois problèmes basiques qui sont trois problèmes de réunion, une planification des tâches et une mobilisation des connaissances en calcul. La résolution de ce problème ne se réduit donc pas à l'application d'une opération. Et même si ce problème ne requiert pas de mobiliser des raisonnements jamais éprouvés, il nécessite de garder en mémoire certaines informations pour faciliter la mise en relation des différentes données et de deux inconnues.

Nous allons décrire dans le paragraphe suivant un scénario de classe couramment observé et que nous appellerons scénario « portrait-robot » d'une séance traitant de la résolution de problème.

IV - QUEL TEMPS CONSACRE A LA REPRESENTATION D'UN PROBLEME EN CLASSE ? COMMENT FAIRE ?

Dans un autre contexte que le LéA, lors d'une formation, le problème de Jacques Prévert (Allard et Cavelier, 2020) a été proposé par une de nos collègues référentes mathématiques de circonscription (RMC) aux enseignants de sa constellation. Les enseignants n'ont manifesté aucune résistance par rapport à l'énoncé. Le contexte du problème (l'école), le vocabulaire et les opérations en jeu ne présentaient à leurs avis aucun frein. La collègue RMC leur a alors demandé de proposer un scénario de classe pour ce

problème et de lui envoyer les fiches de préparation détaillant le déroulement prévu.-A partir de leurs propositions, nous avons gardé ce le commun afin de décrire un scénario « portrait-robot » d'une séance. A la lecture de leur préparation, nous émettons l'hypothèse que dans le scénario « portrait-robot », lors de certaines des phases, la grande autonomie laissée aux élèves sur la construction d'une représentation mentale du problème peut être à l'origine de certains « blocages ».

1 Scénario de classe proposé par les enseignants

Pour reconstituer un scénario « portrait-robot » d'une séance de résolution de problème, nous pointons ce qui revient le plus souvent dans les propositions des enseignants tout en ayant conscience d'être un peu caricaturales.

« Portrait-robot » d'un scénario de classe pour un problème complexe :

- Distribution et lecture de l'énoncé, (ou énoncé écrit au tableau, ou projeté).
- Lecture de l'énoncé par un élève et questionnement sur des mots de vocabulaire à expliquer.
- Indication aux élèves qu'ils ont le droit de chercher sur leur ardoise ou leur cahier de brouillon.
- Précision des règles : « je dois voir les opérations que vous avez faites, n'oubliez pas la phrase réponse, pour vous aider vous pouvez faire un dessin ou un schéma ».
- Une correction est parfois proposée, faite par un élève ou par l'enseignant.

Les modalités de travail dans ce scénario sont laissées plus ou moins libres : selon les enseignants, les élèves peuvent s'ils le souhaitent travailler seuls ou avec un camarade.

Nous notons qu'aucune institutionnalisation (Allard, 2015, 2018) n'est prévue si ce n'est de rappeler qu'il est important de faire un schéma et des essais pour trouver la bonne solution. Que ce soient pour les enseignants du LéA ou bien pour ceux de cette constellation, il semble également difficile d'identifier les enjeux mathématiques, ce qui les conduit malgré eux, à institutionnaliser des « aides méthodologiques ».

Les élèves sont alors libres d'organiser leurs recherches. Le poids des malentendus (Bautier et Rayou, 2013) est visible sur leurs brouillons : pour eux, un écrit doit être organisé, ils doivent communiquer un résultat et faire des opérations en ligne et rédiger une phrase réponse. Il y a un malentendu entre ce qu'est un écrit heuristique et un écrit pour communiquer. Il y a également une confusion entre mettre en relation les données et l'inconnue et le résultat qui désigne l'inconnue une fois le problème résolu.

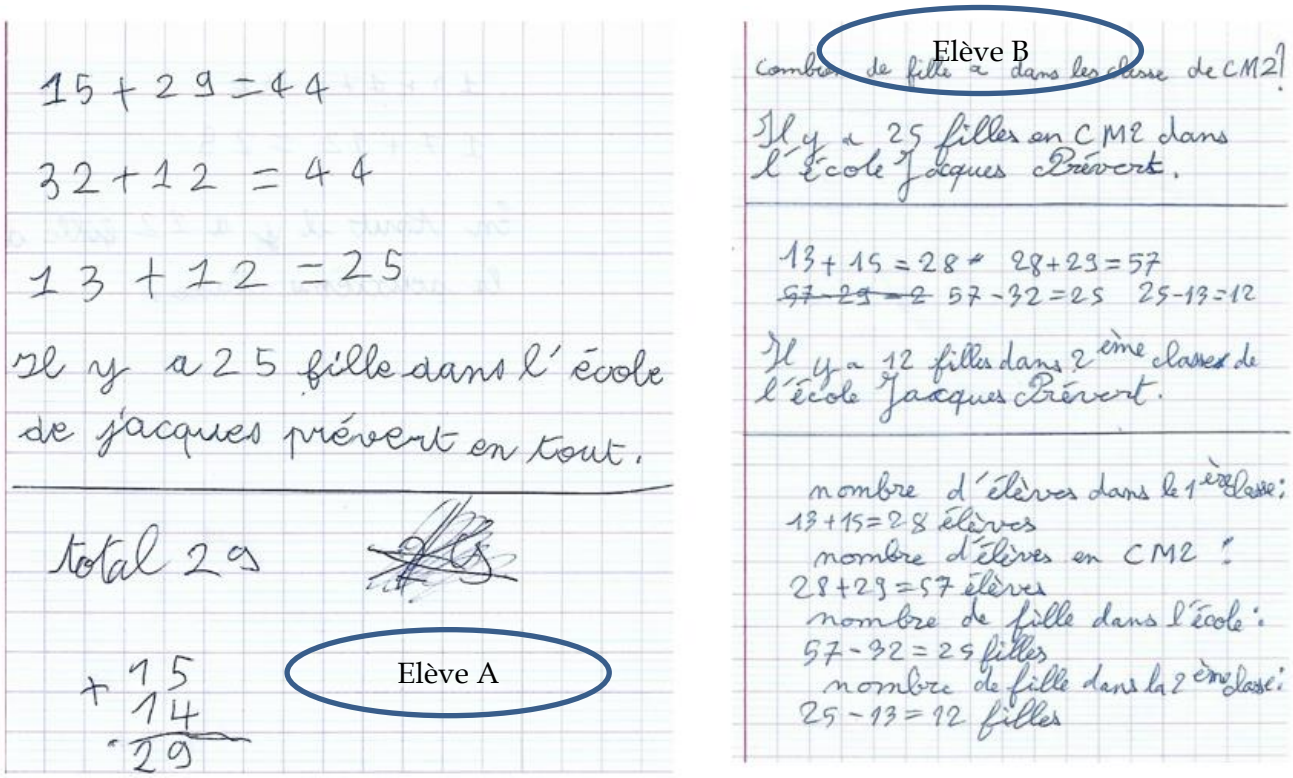


Figure 1. Extrait d'écrit d'élèves selon le scénario ci-dessus.

Avec un tel scénario, les écrits des élèves ressemblent à des écrits linéaires, sans dessin figuratif, avec une phrase réponse, des essais sans prise en compte des qualifications (Houdement, 2013), c'est-à-dire 15 « garçons » ajoutés à 29 « élèves » font 44 « élèves », 32 « garçons » pour aller à 44 « élèves » font 12 et 12+13 « filles » font 25. Pour l'élève A (voir Figure 1), il y a bien 12 filles dans la deuxième classe et 25 en tout mais le raisonnement n'est pas correct. Nous pensons que cet élève a entendu la réponse et a joué « au compte et bon » avec les données. Bien qu'il n'y ait aucune donnée dites inutile (à part le 2 de deux classes qui aurait pu être considéré comme un nombre à utiliser), les élèves s'égarent dans les calculs, faute de savoir correctement qualifier les données : ils perdent le fil de l'histoire !

Cet essai d'une collègue RMC, nous questionne sur l'importance de construire avec les enseignants et pour les élèves un espace sécurisant favorisant un environnement spécifique au sens de Julo, c'est à dire favorable à la représentation d'un problème soulagé de certains implicites quant aux attendus de ce qu'est une recherche sur un brouillon. En effet, les élèves ont finalement dans ce genre de scénario assez peu de temps pour se créer des images mentales, retenir certaines données, mettre à jour certains implicites (ici avoir compris certaines catégorisations comme 29 élèves signifiaient qu'il y avait des filles et des garçons). Alors quelles solutions pouvons-nous envisager ? Que savons-nous sur les processus représentationnels des élèves ? Comment d'un point de vue méthodologique accéder à la boite noire dans laquelle se construit une représentation mentale du problème ?

2 Comment accéder au processus de représentation de l'élève ?

Nous identifions deux voies pour accéder au processus de représentation de l'élève : celle de l'oral et celle des écrits des élèves avant la résolution. En revanche il est toujours aussi difficile d'y accéder, nous essayons finalement d'accéder à une boite noire en interprétant certains indices recueillis. D'autres chercheurs ont essayé de documenter ce processus en notant les limites de leurs méthodologies, c'est ce que nous illustrons dans les paragraphes suivants.

2.1 Voie 1 : L'oral

En recueillant la parole des élèves dans des d'entretiens individuels de type explicitation (Vermesch, 1994) à la suite de la résolution du problème, Houdement (2006), avait pu obtenir des « *explicitations de la pensée des élèves en amont de l'écriture* », qui lui permettaient d'identifier des éléments susceptibles d'être impliqués dans le traitement du problème.

Cependant, la verbalisation *a posteriori* est difficile à mener, d'autant plus que la vraie compréhension n'a pas de mémoire, et que « *la mise en œuvre d'un outil de modélisation nous permettant de traduire le problème et de le penser de manière plus abstraite à une étape déjà avancée du processus de résolution va occulter complètement les étapes précédentes, en particulier toutes celles qui relèvent des processus d'interprétation et de structuration* » (Julo, 1995, p. 74).

Par conséquent, même si ce type de démarche, qui permet de recueillir des observables différents de ceux renvoyés par les écrits, semble donner accès à la pensée individuelle qui a échappé à tout regard (Houdement 2006), il s'avère difficile pour les élèves, et encore plus pour les élèves en REP + pour qui l'utilisation du langage oral est loin d'être aisée. La nécessité de verbaliser, de justifier leur démarche après résolution, leur semble d'autant moins utile que la trace du résultat accompagnée d'une phrase réponse, correspond souvent à la tâche demandée par l'enseignant.

L'analyse des écrits est alors un autre chemin pour parvenir à attraper des éléments de la représentation que s'est construit l'élève.

2.2 Voie 2 : s'appuyer sur les écrits des élèves (avant la résolution)

Pour le chercheur, l'écrit constitue une trace de ce que l'élève a construit. Nous avons bien conscience qu'il n'est pas pour autant conçu comme un miroir de ce qui se passe dans la tête des élèves, mais au contraire comme un outil que les élèves peuvent utiliser pour construire ce qu'ils ont dans la tête, et soutenir la construction d'une représentation. Encore faut-il créer les conditions didactiques pour que les élèves comprennent ce rôle de l'écrit.

L'analyse des ostensifs graphiques mobilisés par les élèves peut éclairer sur la manière dont les élèves se construisent une représentation du problème, à condition que l'écrit soit utilisé avant la résolution du problème comme un outil de pensée et de fonctionnement langagier permettant de structurer nos actions (Alcorta, 2001), et ne soit pas réduit à un outil de communication du résultat.

Or l'école survalorise les produits finis au détriment d'espaces de construction privés et intermédiaires qui, comme le brouillon, pourraient offrir à l'élève la possibilité de se fabriquer ses propres outils de pensée : « *Le développement des fonctions mentales, que ce soit la mémoire l'attention, la pensée ne peut se faire indépendamment des instruments culturels et sociaux dont dispose une société, qui ont été élaborés historiquement et qu'elle met à disposition des jeunes générations* » (Alcorta , 2001).

C'est donc l'enseignant qui crée la nécessité du brouillon, comme un espace intermédiaire précédant le produit final. Instrumentaliser le brouillon requiert la mise en place de certaines conditions didactiques : nous le nommons « environnement spécifique » en empruntant le concept à Julo.

Deux hypothèses vont sous tendre notre travail avec les enseignants pour construire un environnement spécifique que nous décrirons dans le paragraphe suivant :

- « se représenter » passe par un temps long consacré à cela, pour favoriser la mémorisation et l'intériorisation de l'énoncé,
- L'instrumentalisation du brouillon (Rabardel, 1995), peut favoriser le processus représentationnel à condition que l'écrit devienne un « outil pour la pensée », et ne soit pas réduit à un outil de communication.

V - DISPOSITIF DE FORMATION, PROPOSITION D'UN ENVIRONNEMENT SPECIFIQUE ET MISE EN ŒUVRE.

1 Principes de mise en œuvre de notre dispositif de formation

Travailler sous le label Léa, signifie s'engager sur un temps long afin de mener une recherche avec des enseignants tout en contribuant à un potentiel enrichissement des pratiques. Quatre principes constituent notre mode de fonctionnement (Allard, Pilet et Horoks, à paraitre), gages de certaines valeurs qui nous semblent indispensables pour travailler sur du temps long. Ces principes ont de nombreux points communs avec ceux développés dans les ingénieries coopératives de Sensevy , Forest, Quilio et Morales (2013) :

Principe 1 : co-construction d'une problématique commune qui conduit à l'identification d'une question à laquelle chercheurs et enseignants souhaitent répondre : dans ce cas précis « déterminer un environnement favorable au processus représentationnel ».

Principe 2 : produire ensemble. C'est-à-dire ici, co-construire, travailler ensemble : ici, co-construction d'une ressource à partir des propositions des enseignants (Cavelier et Allard, 2020)

Principe 3 : assumer l'asymétrie et la symétrie des acteurs. Les connaissances des différents acteurs sont de natures différentes et se complètent voire se confrontent. Certains acteurs testent plus en classe, d'autres organisent des réunions, les animent, font des hypothèses, relancent les discussions. De manière à comprendre les positions des uns et des autres, les chercheures impliquées animent parfois la classe, offrant alors la possibilité aux enseignants d'être observateurs de leurs élèves et d'une autre pratique de classe. Ces situations de compagnonnage évitent des modèles de travail collaboratif que nous jugeons parfois trop descendants.

Principe 4 : Prise en compte des contraintes et du contexte d'exercice des enseignants afin de produire ensemble des scénarios viables dans leurs classes.

L'enrichissement des pratiques pour nous, n'est possible qu'à condition de permettre à l'enseignant d'exercer, tout en respectant un certain « confort », c'est-à-dire d'être dans sa zone proximale de développement professionnel. (Rogalski et Robert, 2015).

Respectant ces principes, nous avons organisé avec les enseignants cinq regroupements précédés d'observations filmées dans leurs classes. Les principaux points discutés concernaient l'instrumentalisation du brouillon et la hiérarchisation des écrits des élèves. Par ailleurs, l'analyse de courts extraits vidéos nous a permis d'arbitrer certains choix pour construire un environnement favorable au processus représentationnel.

2 Présentation de l'environnement spécifique co-construit

Pour favoriser la représentation du problème, nous allons nous reposer sur les deux voies que nous avons évoquées ci-dessus : l'oral et l'écrit. Notre dispositif comporte plusieurs phases prenant également en compte des temps collectifs et individuels. Détaillons ce dispositif :

Première consigne :

Nous avons convenu de la consigne suivante :

> *« Je vais lire un énoncé de problème. Je vais le lire deux fois. La première fois, vous allez écouter et essayer de comprendre cette courte histoire. La deuxième fois, vous noterez sur votre feuille de brouillon tout ce qui vous semble nécessaire pour pouvoir répondre à la question posée. Une fois ce travail réalisé, nous échangerons sur ce que vous avez écrit sur votre feuille de brouillon. »*

Collectif : lecture orale de l'énoncé par l'enseignant, les élèves écoutent, ils n'ont pas le texte sous les yeux. L'objectif est de favoriser la création d'images mentales. Par ailleurs ils ne disposent ni de support papier ni de crayon. Ce qui permet de retarder le moment où ils se jettent dans les calculs.

Première mise en commun : Discussion collective sur le contexte, des questions sur le lexique. « *Y a-t-il un mot dans cet énoncé que vous n'avez pas compris ?* ». Cette première étape vise à régler les éventuelles incompréhensions lexicales. Pour autant, elle ne suffit pas à s'assurer d'une représentation mentale suffisamment opérationnelle au sens de Julo.

Nouvelle consigne :

« Je vais lire une deuxième fois l'énoncé. Vous allez prendre un stylo bleu. Attention, il ne s'agit pas d'une dictée donc ne cherchez pas à écrire tous les mots. A la fin, vous devrez être capables de « raconter l'histoire du problème » à partir de ce que vous avez écrit. »

Individuel : 2ème lecture par l'enseignant et prise de notes individuelle (pas comme une dictée), l'enseignant circule et relève 3 brouillons qui se distinguent. Aucun de ces brouillons ne contient des démarches de résolution.

2ème mise en commun : comparaison des brouillons et ajout des informations au stylo noir et surtout des liens manquants (qualification, matérialisation de l'inconnue, mise en relation inconnue et des autres données…). Les brouillons choisis permettent de raconter l'histoire, mais pas de fournir la « bonne opération » ou de « modéliser la réponse ».

Cette deuxième mise en commun a été décidé d'une part pour utiliser les écrits des élèves et d'autre part pour offrir une occasion supplémentaire de lever certains malentendus. En effet, Walid n'a pas demandé lors d'une des lectures de l'énoncé ce qu'était un saladier. Nous n'avions par ailleurs pas envisagé que ce mot soit inconnu des élèves de CM. Lors de la 2ème mise en commun, le brouillon de Walid était toujours blanc, ce qui n'était pas dans son habitude. Nous lui avons alors demandé ce qui le « bloquait ». Walid alors timidement nous a expliqué qu'il ne comprenait pas pourquoi dans un saladier on y mettait des pommes et des bananes. Nous ne comprenions pas non plus ce qu'il nous disait et nous lui avons expliqué que c'était pour éviter que les pommes ne roulent. Walid ne saisissant toujours pas notre explication a fini par nous demander comment était-il possible que sur un arbre puissent pousser des bananes et des pommes. Pour lui un saladier était tout simplement un arbre à salades. Il ne pouvait pas dire lors la première mise en commun qu'il ne comprenait pas un mot, car finalement c'était le contexte qu'il ne comprenait pas et par conséquent il ne pouvait pas se créer une image mentale d'un arbre à salades sur lequel poussaient des pommes et des bananes.

Nous laissons ensuite un court temps individuel de manière à offrir une occasion supplémentaire aux élèves de revenir sur l'énoncé qui est alors distribué, et de noter des données manquantes ou encore de revisiter des relations qui n'étaient pas encore saisies. A ce stade du scénario, peu d'élèves relisent l'énoncé, ils ont déjà intériorisé l'histoire du problème et construisent les premières relations entre données et inconnues.

Individuel : court temps laissé pour compléter son brouillon et chercher la solution du problème.

Groupe : constitution des groupes selon des brouillons « proches » puis, pour les plus rapides écriture d'une affiche.

Cette étape est jugée comme étant la plus difficile pour les enseignants. La hiérarchisation des prises de notes et l'enrichissement des brouillons est une étape délicate.

Collectif vers l'institutionnalisation : aucune correction n'est proposée, il s'agit plutôt d'une présentation des affiches réalisées par les groupes les plus rapides puis d'une phase d'institutionnalisation selon trois axes :

- Sur l'usage du support (brouillon) : il est alors rappelé ce que l'on peut faire et à quoi sert un brouillon, qu'il ne faut pas effacer, qu'on a le droit de raturer ou de conserver les essais… Il s'agit bien d'un écrit privé qui n'est pas un écrit de communication.

- Sur les connaissances mathématiques : notamment les relations entre opération et opération inverse, le calcul des moitiés et les relations entre moitié, diviser par deux ou compléter une multiplication à trou dont l'un des facteurs est 2, sur l'importance des qualifications pour ne pas perdre le « fil de l'histoire » et pour pouvoir avancer des arguments pragmatiques - par exemple, soustraire un nombre de filles à un nombre de garçons n'est pas possible.

- Sur l'usage de l'écrit et des signes et symboles : trouver un signe pour étiqueter l'inconnue (? ou …, ou une lettre, etc.) et trouver des symboles pour contribuer à enrichir le répertoire des usages de divers éléments graphiques et leur donner une signification (flèche, ligne fermée pour entourer, pour matérialiser les relations avec ces signes…).

Ce scénario de classe a été suivi deux années consécutives avec les mêmes élèves. Ainsi nous suivons plusieurs cohortes et sommes en mesure de comparer des brouillons.

VI - DEROULEMENT DE L'ATELIER ET CONCLUSIONS.

L'atelier s'est déroulé à distance par visioconférence. Les participants avaient à disposition les brouillons donnés en annexe et ont travaillé en groupes. Ils pouvaient utiliser un padlet pour déposer leurs réponses aux questions ce qui a facilité les échanges lors des discussions.

Pour que nos données soient le plus lisible possible, nous avons encadré en bleu la prise de notes effectuée par les élèves avant la deuxième mise en commun. C'est sur cette première prise de notes et l'analyse des signes mobilisés par les élèves pour mettre en relation les données que nous souhaitions échanger avec les participants.

Nous avons présenté aux participants de l'atelier des brouillons d'une cohorte d'élèves suivis sur deux ans (voir les brouillons en annexe) et nous leur avons demandé par groupe de répondre aux questions suivantes :

- Que pourriez-vous faire de ces brouillons en formation ?
- Quelles institutionnalisations ont été faites selon vous entre l'année 1 et l'année 2 ?
- Identifier les différentes significations des flèches.
- Lors des échanges, une discussion s'engage immédiatement sur les différentes significations des flèches.

De manière générale l'interprétation de l'utilisation des flèches a paru délicate et les sens donnés étaient variés pour tous les participants ; ils ont identifié différents sens : flèches d'assignation ; flèches de transformation - en lien avec un calcul, pour exprimer le tout, ou annoncer le résultat d'un calcul-, flèches de désignation soit d'une quantité soit d'un nom.

Pour répondre à la question : « quelles institutionnalisations ont été faites selon vous entre l'année 1 et l'année 2 ? », les participants ont pointé des différences dans les brouillons d'une année sur l'autre, et pensent que l'utilisation du signe « ? » a dû être travaillée lors de l'institutionnalisation et semble désigner chez les élèves les inconnues. Ce « ? » ne semble pas forcément représenter ce qu'on cherche, mais en tout

cas il peut désigner tout ce qu'on ne sait pas. Une discussion s'engage sur le fait que les enseignantes du LéA préfèrent garder le point d'interrogation pour ce que l'on ne sait pas, avec le risque possible de confusion lorsque plusieurs inconnues apparaissent dans le problème. D'où l'émergence lors de l'année 2 d'une qualification de ce point « ? ». Mais cela nécessite un temps long pour les enseignants d'interroger les choix qu'elles ont fait pour désigner l'inconnue.

Concernant la question de l'identification et matérialisation de l'inconnue à l'écrit est évoqué le cas de Rachel, pour qui le « ... » était plus performant que les « ? » car il semble plus facile pour cette élève de réécrire dessus les pointillés et ainsi de tester le résultat obtenu.
Au vu de l'évolution des brouillons les participants évoquent une institutionnalisation des qualifications. Les participants ont également mentionné qu'en deuxième année il y a moins d'écrit, mais plus de données numériques, une plus grande organisation spatiale du brouillon avec plus de « patates » et des débuts de tableaux - est-ce un effet de l'environnement ou de la maturité des élèves ? -, plus de qualifications des données, plus de schémas et moins de dessins figuratifs.

Pour les usages en formation de ces brouillons, les idées suivantes ont été repérées sur le padlet. Il semble intéressant aux participants d'utiliser les brouillons en formation pour amener les former à comprendre ce que les élèves ont voulu exprimer, analyser des procédures, et comparer des procédures, notamment la manière d'organiser les informations du problème. Ils mentionnent qu'observer l'évolution entre année 1 et année 2 n'est pas toujours évident. Montrer en formation les productions des élèves permet aussi de prendre conscience que ces productions ne correspondent pas en général aux attentes des enseignants qui peut-être s'attendent à trouver des schémas en barre. Il est proposé d'amener les formés à s'interroger sur les représentations que l'on serait tentés d'enseigner sans qu'elles aident vraiment les élèves pour un problème donné.

Questions des participants : Dans l'absolu doit on apprendre à représenter un problème ? Y a-t-il nécessité d'apprendre à représenter des problèmes quand on sait déjà les résoudre ? Ou ne doit-on apprendre à représenter que ceux l'on ne sait pas résoudre ? Les participants se demandent également s'il n'est pas nécessaire de beaucoup plus différencier les problèmes donnés.

Réponse des intervenantes : Nous pensons qu'il y a confusion entre « représenter un problème » et « se construire une représentation » au sens de Julo. Actuellement dans les instructions officielles et le guide de la résolution de problème en CM (2022), « se représenter » consiste en une représentation graphique avec des mises en relations prises en charge par la compréhension des signes et symboles des modèles présentés. Nous cherchons à proposer un environnement alternant les moments collectifs et individuels pour aider à la construction d'une représentation mentale.

On n'enseigne pas des représentations graphiques mais on outille les élèves de signes graphiques pour mettre en relation des données sans figer les représentations. Nous pensons que selon les élèves telle ou telle représentation graphique proche de son cheminent cognitif est une aide à la représentation mentale du problème.

Pour répondre à une question d'un participant : Y a-t-il des codes communs qui ont été institutionnalisés dans toutes les classes ? Nous avons expliqué que ce qui était institutionnalisé, c'est ce qui ressort spontanément du questionnement des élèves. Les signes ont été adoptés par les élèves. Il y a eu consensus mais pas de représentations graphiques imposées. C'est ainsi que nous montrons que certains signes comme « ? », les flèches, la pensée tabulaire (Isnard, 2009 qui traduit les textes de Jack Goody) sont plus ou moins construits chez certains élèves. Le travail sur les brouillons a permis aux enseignantes de prendre aussi conscience des signes qu'elles pouvaient également elles-mêmes mobiliser lors des mises en commun.

Pour un participant, il y a une contradiction entre le travail d'explicitation de l'énoncé par l'enseignant et la volonté de rendre autonome les élèves. Nous rappelons que notre point de départ était les difficultés des enseignants qui déploraient qu'une grande partie de leurs élèves ne s'engageaient pas et attendaient les corrections. De plus, nous souhaitons investiguer sur les représentations graphiques spontanées des élèves et agir ensuite sur leur représentation mentale. Nous avons créé un environnement pour construire l'autonomie des élèves, nous ne pensons pas qu'ils peuvent devenir autonomes, surtout en Rep+ sans un accompagnement. L'accompagnement s'allège au fur et à mesure des séances. Cet environnement plus sécure a permis aux enseignants par exemple de proposer des problèmes de proportionnalité, ce qu'elles ne faisaient plus en CM1. Certes l'environnement peut paraitre guidant, il s'agit de peser ce que l'on gagne et ce que l'on perd en termes d'engagement et d'apprentissage. Il n'était pas dans notre projet de laisser les élèves seuls devant leur feuille de brouillon ce qui risquait de les amener à solliciter de l'aide auprès des enseignants pour avoir des réponses et de réduire l'autonomie intellectuelle des élèves, en retombant dans le cercle vicieux décrit par Butlen, Masselot et Pezard (2004).

VII - CONCLUSION

1 Effet de l'environnement sur les deux territoires :

Les quatre principes ont eu les mêmes effets sur la dynamique des groupes dans les deux territoires. Les enseignantes sont force de propositions, elles enrichissent le répertoire des possibles en termes de pratique : elles hiérarchisent les procédures, elles questionnent les mathématiques en jeu. Ce n'est plus le contexte du problème qui motive leur choix des problèmes mais leur contenu mathématique. Ceci est plus important dans l'académie de Versailles où les élèves sont moins en difficulté que dans l'académie de Créteil.

2 Effets du dispositif chez les élèves :

Nous notons une évolution, dans la zone proximale de développement de chacun des élèves, de tous les brouillons déjà analysés. Les évolutions concernent différents axes :

- Abandon des essais erreurs au profit d'essais ajustements

- Plus faible utilisation des mots et des essais pour mettre en relation (partiellement)

- Une meilleure connaissance des propriétés des opérations, car dans les institutionnalisations réalisées des questions ont émergé sur les opérations et leurs inverses, et sur la pertinence de poser certains calculs (choix des techniques opératoires).

3 Des limites (en revanche les effets sont différenciés en fonction des Rep+ et hors Rep.)

Si hors Rep, on constate une véritable valeur ajoutée sur le travail individuel des élèves dont les résultats ont nettement progressé, en Rep+ les résultats sont plus nuancés. En effet en situation d'évaluation seuls face à leur copie, les élèves les plus faibles ont du mal à mobiliser l'écrit et retombent dans le cercle vicieux (faire des opérations avec les nombres et écrire une phrase réponse pour répondre à ce qu'ils pensent être un attendu de l'évaluation). Il ne faudrait pas que l'instrumentalisation de ce brouillon devienne une nouvelle « aide » méthodologique en dehors de l'environnement spécifique dans lequel il a été utilisé. Ce dispositif a donc pour objectif principal l'accompagnement des enseignants de terrain et des élèves dans le processus représentationnel.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Alcorta, M. (2001). Utilisation du brouillon et développement des capacités d'écrit. *Revue française de pédagogie*, volume 137, La pédagogie et les savoirs : éléments de débat, 95-103. https://doi.org/10.3406/rfp.2001.2850

Allard, C. (2015). *Etude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Doctorat de didactiques des mathématiques, Université Paris Diderot.

Allard, C. Butlen, D. et Masselot, P. (2017). Dispositif d'accompagnement en mathématiques des enseignants en Rep+: présentation et premières analyses. *Actes du 44ème colloque international de la copirelem Epinal :* ARPEME.

Allard, C. (2018). Etude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques effectives de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions. *Actes du séminaire national de didactiques des mathématiques.* Lyon. *https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02421410/document*

Allard, C., Pilet, J. et Horoks, J. (à paraitre). Principes de travail collaboratif entre chercheurs et enseignants : le cas du Léa RMG. *Education et didactiques, numéro spécial.*

Bautier, E. et Rayou, P. (2013). La littératie scolaire : exigences et malentendus. Les registres de travail des élèves. *Éducation et didactique,* 7(2), 29-46.

Butlen, D. Masselot, P. et Pezard, M. (2004). Peltier, M.-L.(Ed) *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble : la Pensée Sauvage.

Cavelier, S., Allard, C. (2020). *Maths en ateliers – résolution de problèmes CM1/CM2.* Paris : Nathan.

CNESCO. (2021). *Comprendre les résultats en mathématiques des élèves en France.* (note d'analyse le zoom du CNESCO #2).

Coppé, S et Houdement, C. (2002). Réflexion sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N,* 69, 53-62.

De Corte, E., Verschaffel, L. et Greer, B. (2000). Connecter la résolution de problèmes mathématiques au monde réel. *Actes de la Conférence internationale sur l'enseignement des mathématiques au 21e siècle : Mathématiques pour vivre,* 66-73.

DEPP. (2020). *Cedre 2008-2017-2019 Mathématiques en fin d'école : des résultats en baisse.* (Note n°20.33).

DEPP. (2020). *TIMSS 2019 – évaluation internationale des élèves de CM1 en mathématiques et en sciences : les résultats de la France toujours en retrait.* (Note n°20.46).

DEPP. (2021). *Premiers résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques, Praesco, en classe de CM2 en 2019.* (Note n°21.10)

Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques, Paris.*

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task,* Dordrecht: Reidel.

Houdement, C. (1999). Le choix des problèmes pour la résolution de problèmes. *Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire*, IREM de Grenoble, 63, 59-76.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

Houdement, C. (2006). Trouver ou ne pas trouver : ce qui peut faire des différences entre élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques ordinaires en deuxième partie d'école élémentaire. *Cahier du DIDIREM n°54.*

Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Université Paris-Diderot - Paris VII.

Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Paris (IREM), 16, 67-96.

Isnard, E. (2009). Jack Goody, Pouvoirs et savoirs de l'écrit. *L'Homme*, 189, 274-277.

Julo, J. (1995*). Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive.* PUR

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand N*, 69, 31-52.

Roditi, E. Allard, C. et Tempier, F. (à paraitre). Effectuer une recherche quantitative à partir de recherches qualitatives. *Actes du colloque du séminaire national de didactiques des mathématiques* ; 21-22 Janvier 2022 Paris.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains.* Armand Colin.

Rogalski, J., et Robert, A. (2015). De l'analyse de l'activité de l'enseignant à la formation des formateurs. Le cas de l'enseignement de mathématiques dans le secondaire. *Analyse du travail et formation dans les métiers de l'éducation*, 95-113.

Vermesch, P. (1994). *L'entretien d'explicitation*, Paris : ESF

Vygotski, L.(1997) *Pensée et langage*, trad.F.Sève, Paris : La dispute.

Verschaffel, L., Greer, B. et De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse : Swets & Zeitlinger.

Verschaffel, L.et De Corte, E. (2008). La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (Eds). (2e édition). *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (153-176). Bruxelles : De Boeck.

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S. et Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. ZDM *Mathematics Education*, 45 (7), 1031-1043.

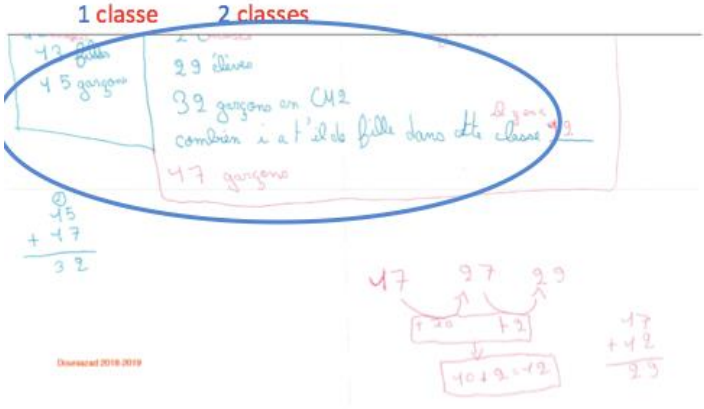
Notes d'information sur https://www.education.gouv.fr/les-notes-d-information-de-la-depp-89612

IX - ANNEXE

Douniazad (Rep+)

ANNEE (1)

1 classe 2 classes



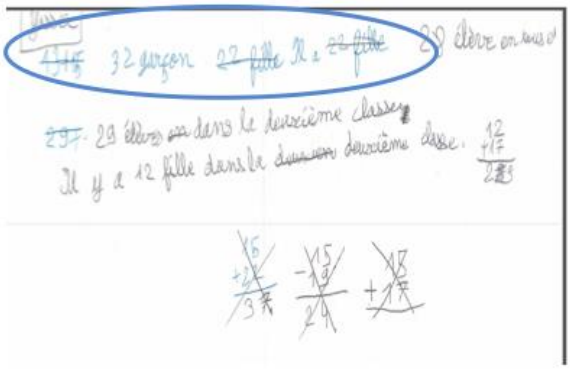
ANNEE (2)



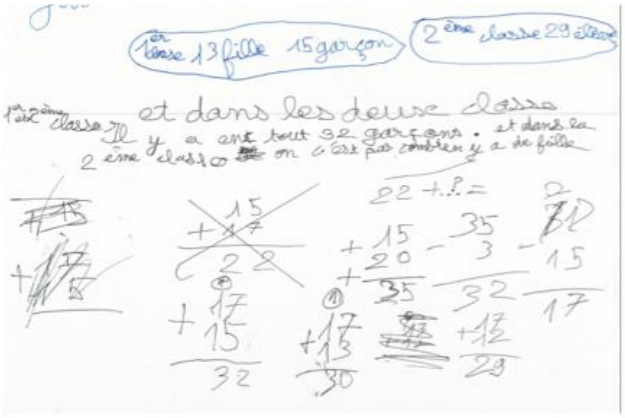
Une seule couleur

Yaser (Rep+)

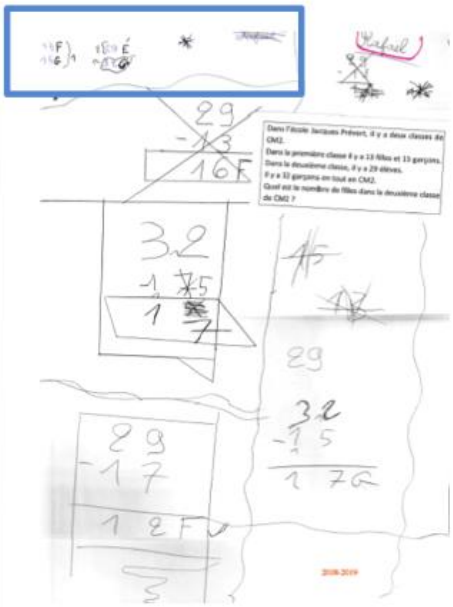
Année 1

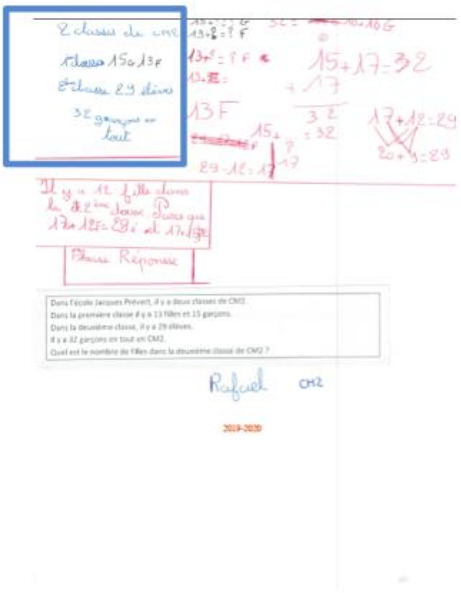


Année 2

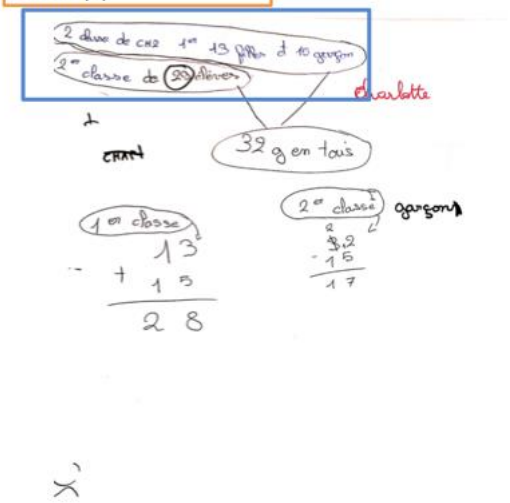


Rafael (Rep+)

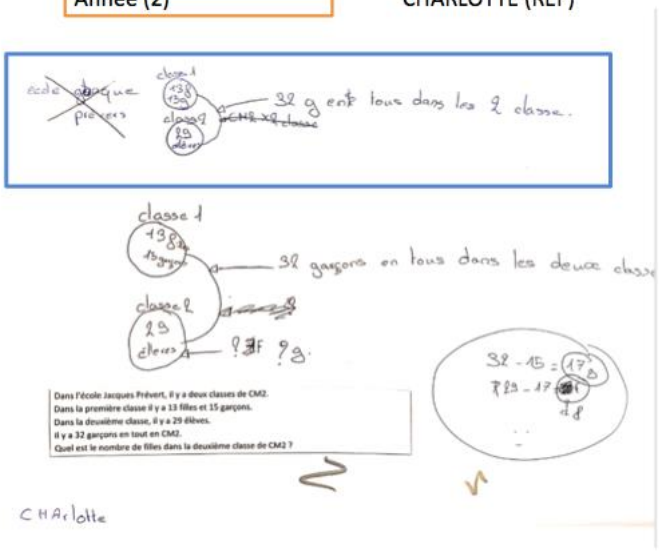




Année (1)

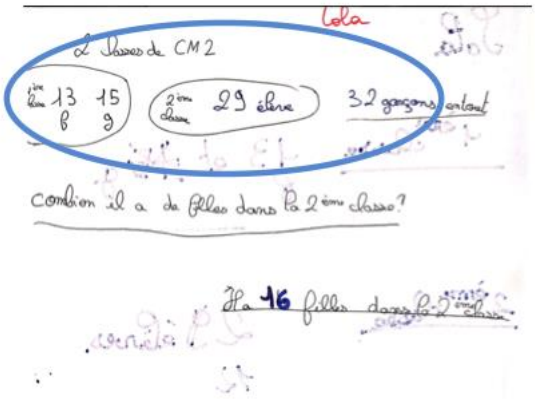


Année (2) CHARLOTTE (REF)



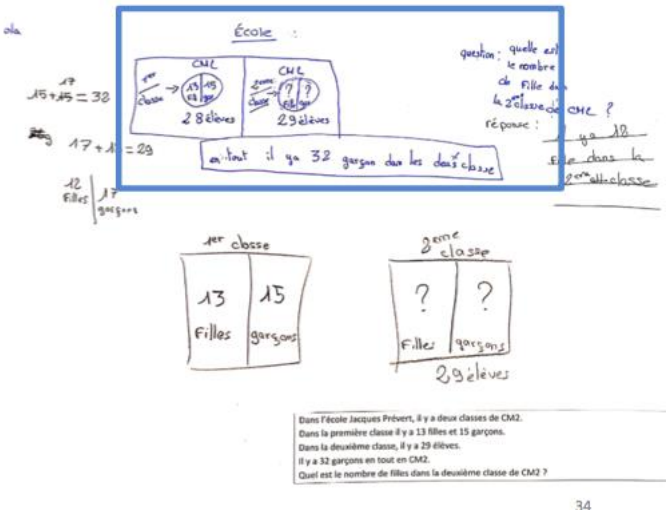
LOLA (Hors Rep/ REF)

Année (1)



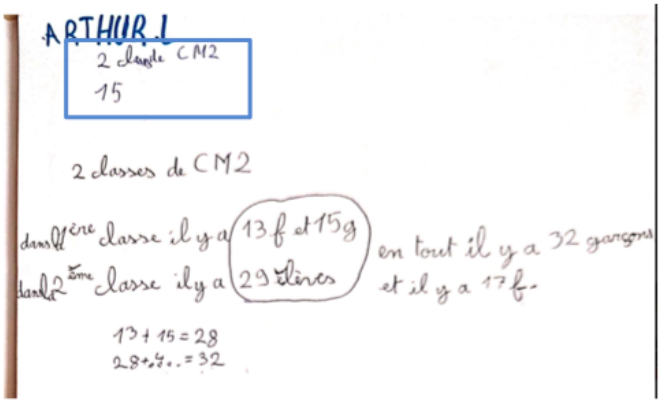
Année (2)

Attention les points ? Ont été ajoutés après la première mise en commun



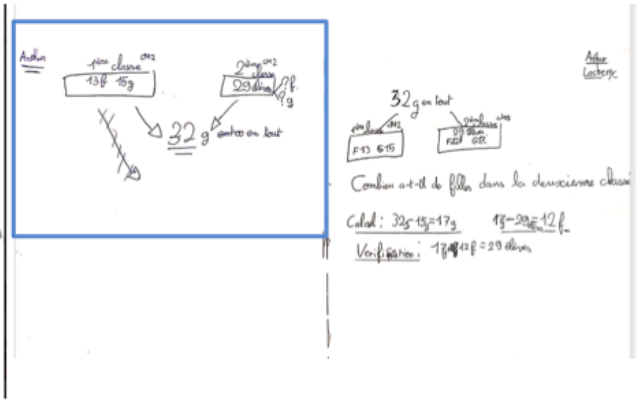
34

Année (1)

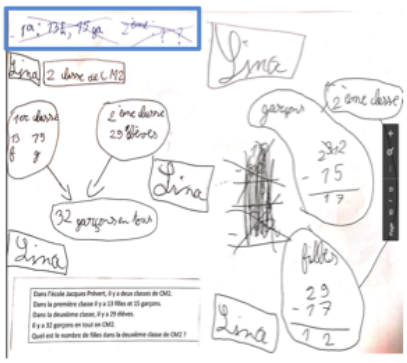


Année (2)

ARTHUR (REF)

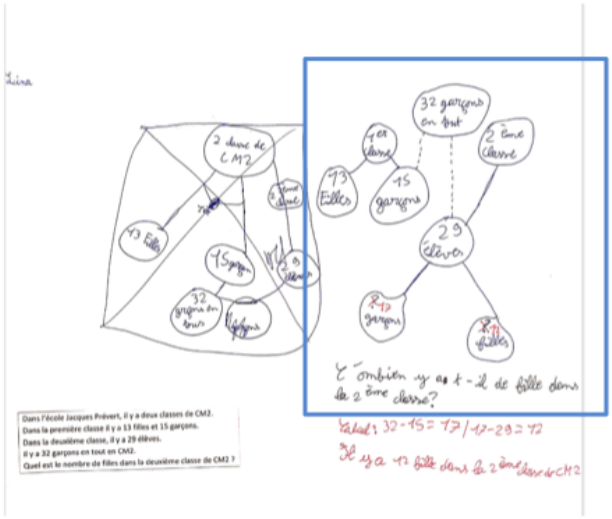


Année (1)



Année (2)

LINA (REF)



UNE RESSOURCE DE FORMATION BASÉE SUR UNE EXPLORATION DU HASARD AU CYCLE 3

Jannick TRUNKENWALD
Professeur Agrégé, Lycée International Alexandre Dumas (LIAD, Alger)
Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR, Université de Paris)
jannick.trunkenwald@ac-paris.fr

Abderahim BOUTAHAR
Référent Mathématique de Circonscription, IEN Lens (Académie de Lille)
abderahim.boutahar@ac-lille.fr

Djalila BENYAHIA
Professeure des Écoles, École Internationale Alexandre Dumas (EPIAD, Alger)
Laboratoire de Mathématiques Maurice Audin (LIAD, Alger)
djalila.benyahia@liad-alger.fr

Anissa IDJER
Professeure de Mathématiques, Lycée International Alexandre Dumas (LIAD, Alger)
Laboratoire de Mathématiques Maurice Audin (LIAD, Alger)
anissa.idjer@liad-alger.fr

Slimane KADDOUR
Professeur des Écoles, Petite École Hydra (PEH, Alger)
Laboratoire de Mathématiques Maurice Audin (LIAD, Alger)
slimane.kaddour@mlfmonde.org

Résumé
L'implémentation au Lycée International Alexandre Dumas (Alger) d'un laboratoire de mathématiques (mesure 16 du plan Villani-Torossian) a permis l'intégration d'expérimentations filmées en classe, au dispositif de formations d'un réseau d'établissements à Alger. L'objectif de réaliser une ressource portant sur la modélisation mathématique, a entraîné une série d'analyses de séances désormais exploitables dans la cadre du plan de formation des lycées français de la zone Maghreb-Est. La séquence a été expérimentée en CM1, CM2, et 6ème. Elle porte sur l'usage d'outils de gestion de données dans une situation confrontant les élèves aux fluctuations du hasard. L'analyse des séances exploite le concept d'Espace de Travail Mathématique afin de mieux identifier le processus de validation. Il en ressort différentes observations spécifiques au terrain du cycle 3, qui correspondent aux dimensions instrumentale, sémiotique, et discursive du travail mathématique réalisé par les élèves.

I - UNE INGÉNIERIE POUR LA FORMATION DE FORMATEUR

1 Contexte institutionnel

Le Lycée International Alexandre Dumas (LIAD) est un établissement scolaire français établi sur 4 sites à Alger (Ben Aknoun et Dely Brahim), Oran, et Anaba, qui est directement géré par l'Agence pour l'Enseignement Français à l'Étranger (AEFE) depuis Paris. Le LIAD est aussi l'unique centre d'examen pour tous les élèves algériens, ou résidents en Algérie, qui passent les épreuves du brevet des collèges et du baccalauréat français.

1.1 *Un dispositif de développement des pratiques professionnelles*

Le LIAD bénéficie d'un dispositif de formation qui est associé à la zone Maghreb-Est des lycées français de l'AEFE (MEM). Un Plan de Formation Continue est élaboré chaque année à partir des remontées de besoins exprimés par les coordonnateurs disciplinaires de tous les lycées homologués de la zone de formation. Des cellules de formation continue transmettent alors une liste restreinte de propositions de

formation aux personnels chargés d'une mission de conseil pédagogique, qui élaborent un cahier des charges applicable sous la forme de stages animés l'année suivante.

Par ailleurs en décembre 2019, le Laboratoire de Mathématiques Audin a été inauguré au LIAD par l'Ambassade de France. Il s'agit d'une structure d'accueil et de développement des pratiques professionnelles au sens de la mesure 16 de Plan Villani-Torossian, qui organise divers travaux liés à l'enseignement des mathématiques au sein d'axes de réflexions. Ce laboratoire intervient aussi dans le domaine de la coopération éducative en associant à ses travaux une douzaine d'établissements scolaires algériens. Des séminaires périodiques permettent de mettre en valeur certains chantiers pédagogiques liés aux mathématiques, et aussi de bénéficier d'intervenants issus d'universités partenaires. De plus au niveau de l' « axe didactique » du laboratoire, un collectif d'enseignants est engagé dans le parcours Master 2 recherche en Didactique des Mathématiques encadré par l'Université d'Aix-Marseille.

Ce contexte permet d'envisager une interaction du Laboratoire Audin avec le dispositif de formation de la zone MEM. Cela peut prendre la forme d'une activité de veille pédagogique, en appui sur les outils issus de la recherche en didactique des mathématiques. Il peut aussi s'agir de concevoir des ressources pédagogiques destinées à la formation, ou encore de tester, voir reconditionner, certains outils ou activités proposés lors de stages. Mais la formation n'étant pas d'un point de vue institutionnel dans les prérogatives directes du laboratoire, l'action envisagée doit plutôt s'inscrire dans le déroulement d'un projet pédagogique.

Par ailleurs, il est désormais pertinent, après ces deux premières années de fonctionnement du Laboratoire Audin, de rechercher une forme de validation au niveau de l'institution du LIAD, du principe associé à ce type de « recherche action ». Cela permet aussi de s'inscrire, après 2 années de fonctionnement de la structure d'accueil, dans une démarche d'évaluation au niveau du Service de Coopération et d'Action Culturelle de l'Ambassade de France, et du réseau des laboratoires de mathématiques de l'AEFE. Il s'agit de l'un des éléments de motivations ayant précédé le lancement du projet pédagogique présenté dans cet article. Un dernier objectif correspond à la constitution par le laboratoire Audin d'un vivier de formateurs potentiels pour l'enseignement des mathématiques, qui peuvent à la fois intervenir dans le domaine de la coopération éducative auprès des établissements partenaires, et aussi intervenir dans le dispositif MAT-PAT (Maîtres et Professeurs d'Accueil Temporaire) qui ouvrent leurs classes pour appuyer le dispositif de formation initiale destiné aux nouveaux recrutés enseignants PDL (Personnels de Droit Local).

1.2 *Un cahier des charges lié à l'institution scolaire*

La conception par le Laboratoire de Mathématiques Audin d'un outil de formation doit à la fois répondre à certaines attentes institutionnelles, et viser un changement de paradigme au niveau de certaines pratiques professionnelles. Pour cela, il est pertinent pour la structure d'accueil de s'appuyer sur sa propre expertise ciblée dans le domaine de la didactique des mathématiques.

Le présent projet s'inscrit dans le cadre du conseil école-collège du LIAD, en liaison avec les établissements primaires français à Alger qui sont l'École Internationale Alexandre Dumas (EPIAD) et la Petite École Hydra (PEH). L'objectif pédagogique est lié à l'approche scientifique au niveau du cycle 3, en lien avec le développement de compétences transversales telles que la modélisation, la représentation des données, et la démarche de recherche. Le conseil école-collège attend de plus que ce projet pédagogique permette une interaction entre des élèves de différents niveaux de classes.

1.3 *Des objectifs de recherche associés au projet pédagogique*

Nous avons donc décidé de baser la conception de cette formation sur des travaux expérimentaux menés au LIAD, dans le cadre des activités du laboratoire Audin, au niveau de classes du lycée. Ces travaux participent de la phase pré-expérimentale d'une thèse de didactique des probabilités en cours : « Approche fréquentiste et approche combinatoire de la notion de probabilité. Nature du travail mathématique mis en jeu. » En particulier, une séance expérimentale menée en classe de seconde doit, dans le cadre d'un élément du programme officiel, mener les élèves à découvrir la notion de probabilité. Il s'agit d'une approche de type fréquentiste basée sur la production d'échantillons de même taille dont

les fréquences de succès associées fluctuent autour de la valeur de probabilité. Les observations menées à partir de cette expérience ont permis d'identifier certains aspects du travail réalisé en classe par les élèves, suivant trois phases de traitement de type empirique, qui sont successivement : tester l'expérience aléatoire, construire un échantillon, produire une liste de fréquences simulées à partir de plusieurs échantillons de même taille.

Les résultats observés ne permettaient cependant pas, à ce niveau de classe, d'appréhender suffisamment certains enjeux d'ordre cognitifs liés à l'émergence de cette perception rationaliste du hasard qui correspond à la notion de probabilité. Nous pensons en effet que soumettre à des élèves de niveau primaire une telle situation probabiliste, permet d'observer davantage les interactions entre les différents domaines mathématiques en jeu dans cette approche fréquentiste tels que : le nombre, la gestion de données, la géométrie, le calcul numérique.

Par ailleurs, nous faisons l'hypothèse que la notion de probabilité ne fait pas encore partie, au niveau du primaire, de l'environnement culturel habituel des élèves, ce qui est justement intéressant du point de vue d'une étude portant sur l'introduction de la notion de probabilité.

Le programme officiel n'aborde pas la notion de probabilité à ce niveau du cycle 3. Ce contexte institutionnel nous amène à fixer pour l'élaboration de cette formation un objectif central lié au domaine mathématique de la gestion et organisation de données. Une situation liée au hasard, mettant en scène une expérience aléatoire, doit alors être abordée, à travers une approche empirique, de type scientifique. Cela doit alors amener les élèves à exploiter ce domaine de la gestion de donnée, à l'aide aussi des connaissances de base portant sur le nombre, le calcul, et les outils géométriques de représentation.

Nous insistons toutefois sur cette idée que la question liée à l'introduction de la notion de probabilité analysée ici à l'éclairage d'éléments issus de la recherche en didactique des mathématiques, n'est pas l'objet de la formation mise en place. Nous souhaitons simplement initier une synergie entre le dispositif de formation et certaines activités de recherche menées au sein du Laboratoire Audin.

L'objectif du projet pédagogique présenté dans cet article, est finalement de concevoir une formation de formateurs permettant de sensibiliser à une approche constructiviste de l'enseignement des mathématiques, qui s'appuie sur la démarche d'investigation. Nous présenterons aussi un retour d'impression de ce qu'a pu apporter une telle ingénierie collaborative entre chercheur et enseignants, dans une perspective de formation. Le travail de recherche sous-jacent étant focalisé sur l'élève en tant que sujet cognitif, nous avons en effet associé les enseignants expérimentateurs à cet enjeu en les sensibilisant au cadre théorique et à la méthodologie.

2 Cadre théorique de l'étude didactique

Nous présentons dans ce paragraphe quelques outils issus de la recherche en didactique des mathématiques, auxquels les enseignants expérimentateurs engagés dans ce projet pédagogique ont été sensibilisés. L'objectif était de pouvoir mettre des mots sur certains observables, et sur certaines pratiques en classe, et aussi d'expliciter l'intérêt des expérimentations du point de vue de la conception d'un outil de formation destiné à la zone MEM, en amenant ces enseignants à réfléchir à leurs propres pratiques au cours de l'ensemble de cette expérimentation.

2.1 *Les cycles de modélisations*

La modélisation s'invite très naturellement dans le lien entre le monde réel, abordé à travers le travail d'observation statistique de données brutes ou de phénomènes aléatoires, et le monde probabiliste, constitué d'évènements abstraits dont la mesure est bien fixée. C'est bien l'idée de modèle mathématique qui rend possible cette dialectique entre les pensées empirique et rationaliste. Rappelons ce que nous entendons par modélisation :

> *Parmi les différents registres de représentations, le langage et le symbolisme mathématique permettent des descriptions puissantes sur lesquelles peuvent opérer des propriétés et des algorithmes généraux. Nous les appellerons « modèles mathématiques » (Henry, 1999, p. 26).*

Et dans le contexte qui nous intéresse, le rôle de la modélisation est renforcé : l'enseignement des probabilités commence à peine au cours des études secondaires ce qui en fait une discipline d'éveil dont les fondements théoriques sont balbutiants. Cela nécessite de rester proche du monde concret et entraîne la démarche de modélisation. Dans les domaines déjà abordés dès le début du primaire, tels que le calcul ou la géométrie, le statut de modèle mathématique des différentes notions s'est estompé avec la pratique et la mise en place d'expertises fournissant un champ d'activité en interne du modèle (au sein des mathématiques). Du côté des probabilités telles qu'abordées par l'institution scolaire au début du lycée, il reste difficile intuitivement d'accepter une mesure du hasard et le référentiel théorique ne fournit pas non plus, à ce stade de la scolarité, un champ d'application conséquent qui soit interne au modèle probabiliste. Nous pouvons d'ailleurs remarquer que les probabilités sont un des seuls domaines des mathématiques où on reste autant intéressé à la réalité…. On le remarque aisément en observant la forme de la plupart des énoncés de baccalauréat portant sur le thème des probabilités. Et c'est en cela que l'aspect de modélisation prend tout son sens.

Dans le cadre de cette étude, il est donc essentiel de pouvoir expliciter les enjeux épistémologiques et cognitifs associés à la démarche empirique qui permet d'étudier un phénomène aléatoire. Cette approche fréquentiste peut être pratiquée en amont de la découverte de la notion de probabilité et ceci dès que des notions de gestion des données sont abordées par les élèves. Il peut s'agir d'une démarche en trois phases consistant à tester l'expérience aléatoire, puis répéter cela afin de constituer un échantillon permettant de quantifier un nombre de succès obtenus, et enfin de répéter plusieurs fois ce protocole pour produire plusieurs échantillons de même taille qui permettront d'observer le phénomène de fluctuation des fréquences obtenues.

Chacune de ces trois phases correspond à un travail de modélisation dans le domaine des statistiques descriptives, suivi d'une interprétation dans le domaine réel du résultat mathématique obtenu. Nechache (2016, p. 204) présente dans sa thèse une version synthétique de description de tels cycles de modélisation qui est découpée en 3 principales étapes :

Étape 1 « Description de la réalité » : Il s'agit de décrire la situation réelle dans le langage courant et de la traduire « en système simplifié et structuré : c'est le niveau du modèle probabiliste, donné en termes pseudo-concrets »(Henry,1999,p. 29) ;

Étape 2 « Mathématisation » : Il est question de « la mathématisation ou le formalisme du modèle »(Ibid.,p.29). Autrement dit, on représente le modèle réel dans la symbolique propre aux mathématiques (mise en équations et leurs résolutions, en utilisant des outils adaptés, par exemple) ;

Étape 3 « Validation » : Cette étape porte sur la validation du modèle choisi. Il s'agit d'interpréter les résultats obtenus dans le modèle mathématique afin de fournir une réponse au problème posé dans la situation réelle.

Nous devons donc envisager un tel découpage de l'activité des élèves suivant trois cycles de modélisation successifs comportant chacun les trois étapes précitées.

2.2 *L'Espace de Travail Mathématique*

Nous partons du constat fait par Nechache (2016) qui remarque l'absence au début du lycée *d'un référentiel théorique probabiliste qui permettrait d'aborder cet intervalle de fluctuation par un raisonnement de type déductif.* L'approche de cet intervalle de fluctuation reste en effet, à ce stade, expérimentale et basée sur l'observation des fréquences d'échantillons de même taille. Chaque valeur de fréquence correspond alors à un échantillon obtenu lui-même en répétant un certain nombre de fois l'expérience aléatoire considérée. Il s'agit bien d'une démarche empirique basée sur un raisonnement de type inductif. Afin de cerner au-mieux les éléments du référentiel théorique opérant au cours du travail mathématique mené par les élèves dans chacun de ces deux domaines, nous allons devoir identifier leur rôle dans le processus de validation de ce travail par une preuve. Pour cela nous devrons prendre en considération les signes et symboles permettant un traitement mathématique au sein de chaque système de

représentation, ainsi que la conversion du travail mathématique d'un registre sémiotiques mis en œuvre, à l'autre. Enfin, en lien avec l'ensemble de ce processus nous devrons identifier et distinguer la dimension instrumentale basée sur l'usage de schèmes d'actions, de schèmes mentaux, ou de boites noires, que l'on nommera artefacts. Cette dimension instrumentale n'appartient en effet ni à la discipline des mathématiques en elle-même, ni à son expression visuelle, mais participe du travail mathématique en contribuant à la connaissance. Nous sommes de ce point de vue amenés à exploiter l'Espace de Travail Mathématique (ETM) tel qu'il a été défini par Kuzniak (2011). Les outils technologiques (*artefacts*), sémiotiques (*representamen*), et théoriques (*référentiel*) du plan épistémologique, peuvent alors être exploités à l'aide de schèmes appropriés. On parle dans ce cas respectivement de *genèses instrumentale*, *sémiotique*, et *discursive*. Ces genèses respectives produisent dans le plan cognitif des *constructions*, des *visualisations*, et des *preuves*. Enfin, l'activation de deux genèses peut entraîner une circulation entre les dimensions qui les portent, ce qui peut parfois être rapproché de l'idée de modélisation.

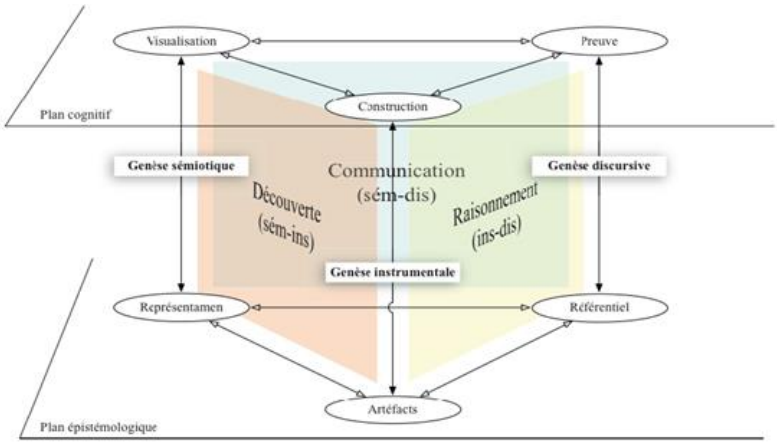


Figure 1. L'Espace de Travail Mathématique (Kuzniak & Richard, 2014)

3 Méthodologie d'étude du travail des élèves

Pour rappel, la notion de probabilité n'est pas abordée avec les élèves de cycle 3 dans le cadre de ce projet pédagogique. Les enseignants expérimentateurs sont cependant sensibilisés à l'intérêt de mener en classe une exploration du hasard à l'aide des outils de gestion de données. Cet intérêt est en effet double, du point de vue de l'activité mathématique menée en classe dans le domaine statistique, et aussi de point de vue des prolongements ultérieurs de ce travail qui seront menés par les élèves au niveau du cycle 4 pour aborder la notion de probabilité.

3.1 *La problématique en jeu*

Pour établir l'intervalle de fluctuation en 2nde, l'absence de justification formelle disponible dans le référentiel théorique des élèves a été abordée par Parzysz (2009) :

> *L'accès à la notion de modèle qui est une finalité visée à terme par le cycle terminal, peut être préparé par l'étude et la simulation d'expériences aléatoires diverses correspondants au même modèle probabiliste. La comparaison des procédures, des tableaux et des hypothèses sous-jacentes doit permettre aux élèves de se convaincre de l'analogie que présentent ces expériences sous leurs apparences diverses, et de déboucher sur la notion de schéma d'expérience, constituant en quelque sorte une classe d'équivalence d'expériences aléatoires. (Parzysz, 2009, p. 102).*

Nechache (2016) aborde aussi ces questions en présentant le cycle de modélisation d'un modèle mathématique de type numérique, l'expérience réelle est d'abord simplifiée sous forme d'une expérience aléatoire permettant d'envisager un premier modèle probabiliste réel. Celui-ci est alors éventuellement traduit en modèle numérique pour la simulation. L'exécution de ce programme de simulation peut

donner une réponse, qui est d'abord interprété par rapport au modèle réel, puis interprété en regard de l'expérience aléatoire. Nechache souligne cependant une difficulté liée à ce type de modèle numérique :

> *Dans l'enseignement secondaire, la construction du modèle probabiliste de type numérique est basée sur des connaissances qui ne sont pas disponibles dans l'espace de travail personnel des élèves. C'est pourquoi la construction de ce modèle est habituellement prise en charge par le professeur qui laisse aux élèves l'exécution de la simulation. (Nechache, 2016).*

Nous souhaitons compléter cette réflexion liée à la problématique spécifique d'une réalisation du programme de simulation qui serait conjointe à son exploitation d'un point de vue probabiliste. Nous formulons l'hypothèse que : « le modèle final simulant la fluctuation d'échantillonnage est élaboré dans de meilleures conditions si on élabore en classe plusieurs cycles de modélisations abordant successivement l'expérience aléatoire, la construction d'un échantillon, puis la représentation des fréquences de succès associées à une liste d'échantillons de même taille. »
Nous adaptons cependant ce questionnement au contexte institutionnel d'un niveau de classe où la notion de probabilité n'est pas au programme. Même s'il est envisagé d'aller ultérieurement plus loin avec une exploitation du logiciel Scratch, nous restons dans un premier temps, et dans le cadre de cette communication, focalisés sur une expérience réelle, non simulée par l'informatique. Cela doit nous permettre d'observer le travail mathématique réalisé par les élèves dans le cadre d'une première rencontre menant à une exploitation des mathématiques pour aborder le hasard.
En lien avec la phase pré-expérimentale associée au sujet de thèse en cours portant sur l'introduction de la notion de probabilité, nous identifions donc une question visant à apporter un complément d'éclairage sur les enjeux épistémologiques et cognitifs de l'approche fréquentiste d'une fluctuation d'échantillonnage, au niveau du cycle 3 : « Quelle est la nature du travail mathématique mis en œuvre par des élèves de cycle 3, lorsqu'ils mobilisent les outils de gestion de données pour étudier une expérience aléatoire en produisant des échantillons de même taille ? »
Le choix de la tâche se base sur l'idée d'une situation mathématique classique qui présente toutefois les caractéristiques d'une tâche riche pour les élèves. Afin de préserver un intérêt pour le travail empirique associé à l'approche fréquentiste, nous évitons une situation probabiliste qui induirait trop facilement un raisonnement basé sur l'équiprobabilité, mais nous en préservons la possibilité.

Énoncé : JEU A : On lance un dé à 6 faces. On gagne si on obtient au-moins 5.

JEU B : On lance deux dés à 6 faces. On gagne si la somme des résultats vaut au-moins 9. Pour quel jeu est-il le plus facile de gagner ?

3.2 *Le déroulement prévu pour l'expérimentation initiale (CM2)*

L'expérimentation réalisée en 2019/20 s'est déroulée dans une classe de CM2 de l'École Internationale Alexandre Dumas (EPIAD) établissement du réseau AEFE à Alger. Elle a été interrompue par la crise du COVID juste avant la séance 5 qui devait permettre de représenter sur un graphique les nombres de succès correspondants aux gros échantillons (obtenus après regroupement des échantillons construits par les binômes, voir détails dans la suite de l'article).

•Séance 1 (21/11/2019) : **Découverte de deux jeux de hasard.**

Présentation et explicitation de l'énoncé du problème Les élèves manipulent les dés et relèvent leurs données librement. Mise en commun des observations menées. Conclusion sur la question posée.

•Séance 2 (09/12/2019) : **Comparaison à partir de petits échantillons standards**

Une discussion avec la classe doit lancer l'idée de construire des tableaux pour mieux organiser les données de 20 lancers pour chaque jeu. Les élèves testent les deux jeux et rassemblent leurs résultats dans des tableaux qu'ils construisent librement. La discussion doit ensuite mener à une insuffisance

d'arguments pour conclure sur la question posée. L'objectif est de parvenir en fin de séance à l'idée de tableaux standards afin de pouvoir comparer ou regrouper le contenu de plusieurs tableaux.

•Séance 3 (23/01/2020) : **Réalisation par binôme de 5 échantillons de taille 20 pour le jeu B.**

La réalisation de ces 5 tableaux relevant chacun les sommes obtenues pour 20 lancers des deux dés, et dénombrant les succès, est un travail attendu de la part des élèves. Ils ont été préparés à cela lors de séance précédente. Les élèves étaient attendus sur la manière dont ils allaient notifier les bilans de chaque tableau.

Une discussion doit mener à un moyen d'obtenir beaucoup plus de données. Finalement, tous les tableaux sont mis en commun sous forme d'un grand tableau commun présentant 5 lignes et 11 colonnes. Les élèves sont attendus sur la manière d'exploiter en termes statistiques ce grand tableau.

•Séance 4 (30/01/2020) :**Réalisation d'une représentation graphique des données obtenues.**

Dans un premier temps une représentation libre de leurs données de binôme. Des discussions doivent porter sur la manière de représenter. Dans un deuxième temps une représentation standardisée (axes et échelle) est attendue.

3.3 *Une reprise de l'expérimentation en 2020/21 (6ème , CM2 , CM1)*

L'ensemble de ce parcours expérimental a été reconduit en 2020/21 au niveau d'une classe de CM2 de la Petite École Hydra (PEH) établissement du réseau de la Mission Laïque Française (MLF) à Alger. Cette deuxième vague d'expérimentations en CM2 a permis d'aller plus loin en réalisant aussi une séance intermédiaire dédiée à la réflexion menant au regroupement des données d'échantillons correspondant à tous les binômes : un document préparé par l'enseignant présentait le tableau de synthèse avec en plus un graphique de synthèse montrant tous les échantillons de tous les groupes. Cela devait faciliter et enrichir la réflexion menant aux gros échantillons.

Deux autres expérimentations analogues ont permis de mener cette expérimentation dans une classe de 6ème du LIAD et dans une classe de CM1 de l'EPIAD. Un bilan d'étape a pu se dérouler en visioconférence avec ces trois classes, afin de confronter les idées des élèves sous forme d'un petit séminaire de recherche.

La phase envisagée d'exploitation de l'informatique à l'appui du logiciel Scratch n'a cependant pas pu être mise en œuvre en raison d'un manque de temps et de calendrier.

II - ANALYSE A PRIORI DU TRAVAIL DES ÉLÈVES

Du point de vue mathématique, la séquence peut être découpée ainsi : modélisation statistique de l'expérience aléatoire, modélisation statistique de l'échantillon, et modélisation statistique de la fluctuation des fréquences.

Chacune de ces trois phases de l'expérimentation correspond à un cycle de modélisation. Pour chacun de ces cycles, nous décrivons de manière succincte les différents aspects du travail mathématique avec : 1) les étapes de validation mathématique avec les éléments du référentiel théorique, 2) les étapes de construction instrumentale avec les artefacts employés, 3) les étapes liées à la visualisation, avec les signes, symboles, et registres sémiotiques (et leurs phases de traitement et de conversion).

Nous accompagnons cette description d'extraits correspondants à une analyse plus générale du travail mathématique lié à ces trois cycles de modélisation, lorsqu'une simulation d'échantillonnage est mise en œuvre pour aborder de manière fréquentiste la notion de probabilité.

1 Tester l'expérience aléatoire (séance 1)

Ce premier cycle de modélisation se traduit en trois étapes :

La situation, dite réelle et correspondant à la comparaison de deux règles de jeux dans l'énoncé, est tout d'abord simplifiée sous la forme du scénario précis correspondant à l'un de ces deux jeux. La réflexion peut alors par exemple se focaliser sur le jeu B.

Un schéma d'expérience est identifié au niveau pseudo-concret du processus de modélisation. Il s'agit aussi pour le jeu B d'appréhender les rôles respectifs des deux dés en regard des différentes issues possibles et de leur propension à se réaliser, et d'identifier les différents résultats menant à un succès.

L'étape de mathématisation doit ensuite être mise en œuvre. Relativement triviale, elle se situe dans le domaine des statistiques descriptives. Cela mobilise les notions d'expérience aléatoire et d'évènement. Il s'agit en particulier pour l'élève de comprendre que l'expérience est reproductible à l'identique, que les résultats obtenus s'expriment dans un univers ensembliste constituant des évènements, et qu'il est envisagé de mesurer des chances de réussite de cette même expérience.

Dans le cas où l'expérience est simulée à l'aide d'un outil informatique, le travail correspondant se complexifie mais dans le cadre de la présente expérimentation l'usage de l'informatique n'a pas été mis en œuvre. Cette étape de mathématisation correspond alors à un registre de représentation particulier qui donne aussi lieu à un travail de nature syntaxique ou nécessitant l'emploi de schèmes spécifiques à l'outil employé.

Les réponses apportées par le modèle mathématique sont enfin interprétées en regard du modèle pseudo-concret lié au schéma d'expérience. Les élèves sont amenés à constater la cohérence éventuelle entre le modèle probabiliste envisagé et les résultats du schéma d'expérience testé. C'est à ce stade que les élèves peuvent envisager un nouveau cycle de modélisation mobilisant le domaine probabiliste pour interpréter le phénomène par une approche de type combinatoire. L'idée de tester un certain nombre de fois l'expérience aléatoire peut aussi émerger à cette étape du processus de modélisation, ce qui relance un cycle de modélisation en mobilisant le domaine des statistiques descriptives.

a) Premier cycle de modélisation : Simuler l'expérience aléatoire

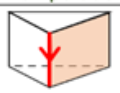
Phases	ESPACE DE TRAVAIL MATHEMATIQUE		Outil mobilisé	Objet en construction
Etape 1	Plan cognitif	Lecture de l'énoncé et entrée dans le questionnement.	A partir du référentiel : La notion théorique d'expérience aléatoire.	Identification de l'expérience aléatoire correspondant à la tâche, avec l'évènement visé.
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 **DIS ↓** (référentiel) Domaine : PROBA		
	Plan épistémologique	Mobilisation de la notion d'expérience aléatoire.		
Etape 2	Plan cognitif	Manipulation des dés. Schèmes gestuels.	Utilisation de dés physiques à 6 faces (ou bien d'une instruction informatique du type Alea).	Construction d'une simulation réelle (ou informatique) de l'expérience aléatoire. Les résultats envoyés par les 3 dés lancés interprété comme succès ou échec.
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 **DIS – INS ↓** (Artefact) Domaine : PROBA		
	Plan épistémologique	Mobilisation des artefacts (dés à 6 faces).		

Figure 2. Description de l'Espace de Travail Mathématique correspondant au premier cycle de modélisation

Au niveau de l'étape de mathématisation, nous pouvons analyser l'ETM statistique mis en œuvre. Du point de vue de la dimension discursive, on pense à la mobilisation à partir du référentiel théorique des notions d'expérience aléatoire et de succès. Du point de vue de la dimension instrumentale, l'artefact « dé » est mobilisé pour construire un test, ou une simulation, de l'expérience aléatoire.

La dimension sémiotique qui semble a priori peu sollicitée à ce stade de l'activité, mérite cependant d'être questionnée dans le cadre de notre recherche. Enfin, à l'issue de ce cycle de modélisation, le

schéma d'expérience associé à l'expérience aléatoire considérée peut intégrer le plan épistémologique de l'ETM statistique en tant que nouvel artefact.

2 Construire empiriquement et interpréter un échantillon (séances 2 et 3)

Le jeu A présentant un caractère trivial, du point de vue de l'évaluation des chances de réussites, il a été prévu dans le méthodologie de l'étude d'orienter après une première phase de l'activité des élèves permettant la confrontation des deux jeux, d'orienter la réflexion des élèves sur le jeu B. La stratégie visant à répéter l'expérience aléatoire de manière à construire un échantillon sera donc appliquée à ce jeu B sous la forme d'un second cycle de modélisation.

Le deuxième cycle de modélisation se traduit en trois étapes :

À l'issue du premier cycle de modélisation, le schéma d'expérience correspondant au jeu B est déjà identifié au niveau pseudo-concret. Ce schéma a été mis en relation avec l'expérience aléatoire sous-jacente. Celle-ci a été intégrée en tant que telle dans la dimension discursive au référentiel théorique de l'élève, avec son schème de test associé construit dans la dimension instrumentale, ainsi qu'un mode de représentation par des signes appropriés résumant sa réalisation et le résultat associé à ce test dans la dimension sémiotique. La confrontation de cette réponse apportée à l'issue du premier cycle de modélisation, avec le schéma d'expérience initial mène à prolonger le questionnement portant sur cet indéterministe qu'est l'expérience aléatoire. Cela conduit à l'idée d'appliquer une approche scientifique basée sur un principe d'induction. Ce principe pilote la mise en œuvre d'une nouvelle étape de mathématisation. L'étape de mathématisation est mise en œuvre dans le domaine des statistiques descriptives. Un protocole de collecte des données correspondantes à la répétition de l'expérience aléatoire est défini. Il s'agit alors de construire un échantillon. Le schéma d'expérience correspondant à l'expérience aléatoire passe temporairement du statut d'objet d'étude au statut d'outil permettant cette construction. L'élève effectue enfin une synthèse des données qui en ressortent. Des outils du référentiel statistique peuvent alors être mobilisés pour résumer les données obtenues (nombre de succès, fréquence des succès, …), et le résultat qui en ressort mobilise des signes issus d'un registre de représentation spécifique. D'un point de vue algorithmique, nous pouvons aussi interpréter cette étape comme une boucle à nombre d'itérations défini, avec calcul de cumul du nombre de succès.

Les réponses apportées par ce modèle mathématique doivent être interprétées en regard du modèle pseudo-concret lié au schéma d'expérience. Les élèves sont amenés à rechercher une cohérence entre le modèle probabiliste envisagé et les résultats du schéma d'expérience testé. Mais à ce stade de l'activité, le résultat mathématique résumant un échantillon n'apporte pas de réponse claire. L'idée de tester un certain nombre d'échantillons peut alors émerger à cette étape du processus de modélisation.

Il s'agit de reprendre la démarche scientifique précédente mais en l'appliquant à l'échantillon en tant qu'objet d'étude. Cela relance un troisième cycle de modélisation qui mobilise à nouveau le domaine des statistiques descriptives pour produire et analyser une suite d'échantillons.

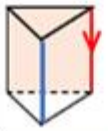
Phases	ESPACE DE TRAVAIL MATHEMATIQUE		Outil mobilisé	Objet en construction
Etape 3	Plan cognitif	Idée de répéter l'expérience (simulation de l'expérience aléatoire).	Technique (ou instruction machine) de simulation de l'expérience aléatoire.	Construction progressive d'un échantillon de résultats issus de la simulation répétée de l'expérience aléatoire.
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 INS ↑ (Genèse instrumentale) Domaines : PROBA+STAT(+ALGO)		
	Plan épistémologique	Assimilation du protocole de simulation de l'expérience aléatoire en tant qu'artefact.		
Etape 4	Plan cognitif	Nécessité ressentie de mémoriser les résultats successifs et de les interpréter.	Techniques classiques d'organisation de données basées sur une condition à vérifier (ou mobilisation éléments de syntaxe pour un programme informatique)	Présentation d'un d'archivage des données issues des simulations successives de l'expérience aléatoire (ou recherche d'un organigramme de programme).
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 INS – SEM ↓ (Representamen) Domaines : STAT (+ ALGO)		
	Plan épistémologique	Mobilisation de signes pour mémoriser les données : traits, tableau, chiffres,... (ou éléments de syntaxe + schéma mental pour programme de simulation).		
Etape 5	Plan cognitif	Choix ou reconnaissance d'un critère d'arrêt pour la collecte répétée des données. Besoin de synthèse (résumer les résultats).	Comptage, comparaison, somme, fréquence (ou organisation d'instructions d'itération, condition, comparaison, boucle, cumul)	Finalisation de la construction d'un échantillon avec son bilan (ou finalisation de la rédaction du programme de simulation associé, en genèse discursive). Présentation des données.
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 SEM – DIS ↓ (↑) (Référentiel) Domaines : STAT (+ ALGO)		
	Plan épistémologique	Mobilisation de principes de comparaisons, comptage, somme, fréquence (ou du savoir-faire algorithmique).		

Figure 3. Description de l'Espace de Travail Mathématique correspondant au deuxième cycle de modélisation

L'ETM statistique mis en œuvre lors de l'étape de mathématisation est a priori piloté par la dimension instrumentale qui entre en genèse : le principe de répéter un certain nombre de fois l'expérience aléatoire va automatiser des schèmes instrumentaux permettant la construction d'un échantillon. La nécessité d'employer des signes permettant la mémorisation, l'organisation, et le traitement des données mobilise alors la dimension sémiotique. Le principe algorithmique de boucle définie qui ressort de ce travail instrumental pourra ultérieurement intégrer le plan épistémologique de l'ETM statistique en tant qu'artefact. La nécessité de confronter le résultat obtenu avec le schéma d'expérience initial associé à l'expérience aléatoire correspondant au jeu B, entraine l'idée de résumer les données ressortant de l'échantillon obtenu. Cela va mobiliser des éléments du référentiel théorique tels que la somme, la moyenne, la fréquence…

3 Organiser et représenter les données issues de plusieurs échantillons (séance 4 et séance 5)

Le troisième cycle de modélisation se traduit en trois étapes :

A l'issue du second cycle de modélisation, le schéma d'expérience correspondant au jeu B a permis de produire un échantillon qui doit être interprété au niveau pseudo-concret. Cela mène à rechercher une éventuelle propriété liée à cette production d'échantillon. Pour cela l'élève va a priori devoir observer et comparer plusieurs échantillons. Le protocole permettant la construction d'un échantillon a déjà été intégré en tant qu'artefact dans la dimension instrumentale, en tant qu'algorithme procédural

embarquant ses schèmes, ainsi qu'un mode de représentation par des signes appropriés résumant sa réalisation et le résultat associé à cet échantillon dans la dimension sémiotique.

Une nouvelle étape de mathématisation est mise en œuvre dans le domaine des statistiques descriptives. Un protocole de production de plusieurs échantillons doit être mis en place. Le cadre de l'approche scientifique, par induction, de la notion d'échantillon, mène selon notre méthodologie à reproduire plusieurs échantillons de même taille, et sous les mêmes conditions, pour pouvoir les comparer entre eux. La procédure correspondant à la construction d'un échantillon passe alors du statut d'objet d'étude au statut d'outil permettant d'obtenir une série d'échantillons. L'élève doit effectuer une synthèse de ces données qui peut être élaborée dans différents registres de représentations (tableau, graphique en nuage de points, …). Des outils du référentiel statistique peuvent alors être mobilisés pour résumer les données obtenues (abscisse, représentation cartésienne,…). D'un point de vue algorithmique, nous pouvons aussi interpréter cette étape comme une boucle à nombre d'itérations défini, répétant la procédure de construction d'un échantillon.

Les réponses apportées par ce modèle mathématique doivent être interprétées en regard du modèle pseudo-concret lié au schéma d'expérience. Les résultats obtenus montrent une fluctuation des valeurs des effectifs (ou des fréquences) dans un certain intervalle à identifier et interpréter en regard d'hypothèses initiales pouvant porter sur l'expérience aléatoire considérée d'un point de vue probabiliste. Les élèves sont amenés à rechercher une cohérence entre le modèle probabiliste envisagé et l'intervalle de fluctuation d'échantillonnage. Il peut s'agir d'une observation intuitive en lien avec la notion de probabilité.

A l'issue de ce troisième cycle de modélisation, plusieurs approches sont envisageables. Il peut être intéressant d'exploiter une simulation informatique, pour obtenir davantage d'échantillons de plus grande taille, afin de densifier visuellement l'intervalle de fluctuation. A défaut d'un usage de l'informatique, il est possible d'effectuer des regroupements des résultats obtenus en classe par les différents élèves, ou binômes de travail, afin de dégager quelques échantillons de grande taille. Enfin, il est possible de passer dans le domaine probabiliste, en considérant un ensemble de chances équiprobables prenant en compte les résultats de chacun des deux dés, en les distinguant.

Ce qui permet d'identifier avec un univers à 36 issues 10 chances sur 36 de gagner au jeu B. Cela permet ensuite une comparaison avec les 2 chances sur 6 du jeu A. Une telle approche constitue une entrée dans le domaine probabiliste, et sa nature indéterministe, en tant que première rencontre. Le raisonnement associé s'appuie toutefois, sur une démarche de dénombrement simple.

Phases	ESPACE DE TRAVAIL MATHEMATIQUE		Outil mobilisé	Objet en construction
Etape 6	Plan cognitif	Besoin d'interpréter visuellement, de résumer, la simulation d'un échantillon.	La production d'échantillon prise sous sa forme brute, avec la liste des résultats obtenus, leur interprétation, en termes de succès ou échecs.	Résumé statistique visuel d'un échantillon de taille n par la fréquence des succès obtenus. Association d'un échantillon à ce résumé
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 SEM ↑ ~ INS (Genèse sémiotique + artefact) Domaine : STAT		
	Plan épistémologique	Assimilation par le représentamen du résumé statistique : Trait de fraction, chiffres (moyenne, somme pour le bilan des succès)		
Etape 7	Plan cognitif	Idée de répéter la simulation d'un échantillon, pour observer les bilans de plusieurs échantillons.	Technique (ou programme) de simulation d'une fréquence, des succès pour un échantillon de taille n.	Construction d'une liste de bilans des succès pour la simulation de k échantillons de taille n (ou rédaction du programme de simulation).
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 INS ↑ (+ DIS ↑) (Genèse instrumentale) Domaine : STAT (+ ALGO)		
	Plan épistémologique	Assimilation du protocole (ou du programme) de simulation d'un échantillon (avec son bilan) en tant qu'artefact.		
Etape 8	Plan cognitif	Besoin d'interpréter l'information correspondant aux résultats de plusieurs échantillons simulés.	Protocole (ou programme) de simulation fournissant une liste de k fréquences simulées.	Préparation d'un protocole (ou programme) amélioré, qui fournit un intervalle (minimum et maximum) des valeurs obtenues.
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 INS – DIS ↓ (Référentiel) Domaine : STAT (+ ALGO)		
	Plan épistémologique	Mobilisation d'outils du référentiel pour gestion de données (tri de liste, représentation cartésienne, …)		
Etape 9	Plan cognitif	Nécessité d'interpréter les résultats statistiques à la question initiale portant sur une probabilité.	Protocole expérimental (ou programme informatique) donnant le nuage de points des k valeurs de fréquences simulées	Visualisation intuitive du phénomène de fluctuation des k valeurs de fréquences dans un intervalle centré en la valeur de probabilité.
	Circulation du travail mathématique et domaine en jeu	 INS – SEM ↑ (Genèse sémiotique) Domaine : STAT + PROBA (Fibration)		
	Plan épistémologique	Assimilation par le représentamen d'une visualisation de l'intervalle de fluctuation des fréquences.		

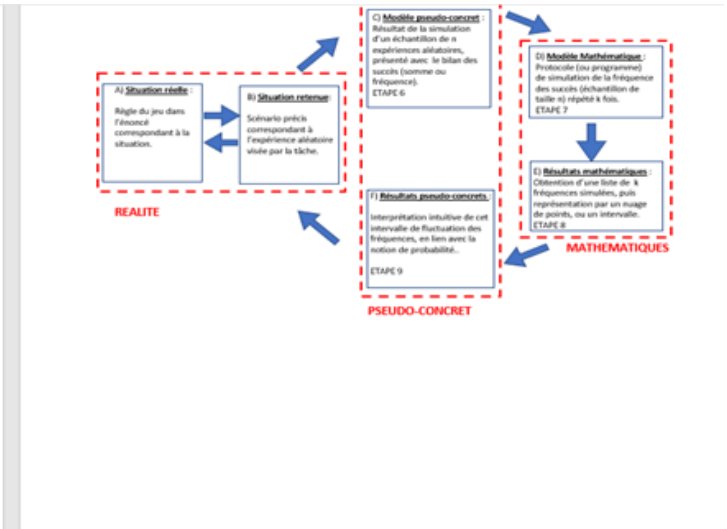


Figure 4. Description de l'Espace de Travail Mathématique correspondant au troisième cycle de modélisation

L'ETM statistique mis en œuvre lors de l'étape de mathématisation est a priori piloté par la dimension instrumentale qui entre en genèse : le principe de répéter un certain nombre de fois la construction d'un échantillon va automatiser des schèmes instrumentaux correspondant. La nécessité d'employer des

signes permettant la mémorisation, l'organisation, et le traitement des données mobilise alors la dimension sémiotique dans différents registres (tableau, graphique). Le principe algorithmique de boucle double définie qui ressort de ce travail instrumental pourra ultérieurement intégrer le plan épistémologique de l'ETM statistique en tant que nouvel artefact de construction d'un nuage de points, et pourra même intégrer le référentiel théorique.

La nécessité de confronter le résultat obtenu avec le schéma d'expérience initial associé à l'expérience aléatoire correspondant au jeu B, apporte dans la dimension discursive de l'ETM statistique une preuve empirique basée sur le travail de visualisation qui ressort d'une genèse obtenue dans le dimension sémiotique.

III - ANALYSE A POSTERIORI DU TRAVAIL DES ÉLÈVES

1 Parcours d'expérimentation initial en 2019/20 (CM2)

1.1 *Séance 1 (21/11/2019) : Découverte de deux jeux de hasard.*

Les élèves ont proposé dans un premier temps des réponses sans aucune justification. C'est la diversité de ces réponses qui a permis de lancer l'idée d'expérimenter. Certains élèves déplaçaient le débat vers une prise en compte de «chances» de gagner. Certains élèves annonçaient d'emblée qu'on ne peut répondre sur le hasard, et résistaient par rapport à la consigne. Une fois au travail pour la collecte des résultats, les élèves comptaient à la fois les succès et les échecs. Certains proposaient de limiter le nombre d'essais pour conclure plus facilement. Les élèves se basaient presque tous sur une petite série de lancers pour conclure.

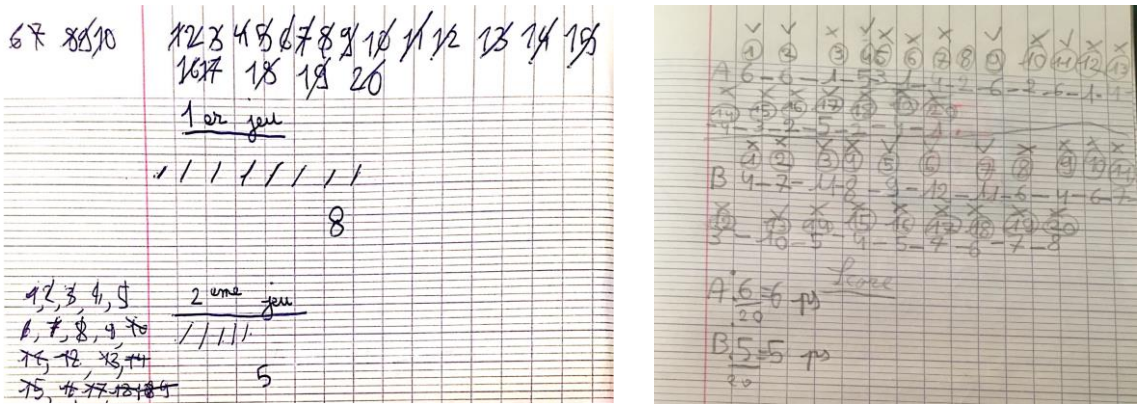


Figure 5. Trace écrite de deux binômes différents lors de la séance 1 du 21/11/2019 (EPIAD)

Concernant le processus de modélisation, les élèves sont entrés dans un modèle pseudo-concret en restreignant leur étude à des échantillons de taille 20 pour les deux jeux testés. Mais ils sont restés accrochés au monde réel du point de vue d'une prise en compte conjointe des deux jeux, et aussi en gardant un décompte à la fois des succès et des échecs. Concernant le travail mathématique, le registre sémiotique des chiffres a été exploité conjointement à des signes iconiques permettant d'identifier ou distinguer les différents statuts des nombres mentionnés, mais cela ralentit les opérations de traitements. Une genèse instrumentale est mise en œuvre pour la collecte des résultats correspondants aux tests effectués par rapport à l'expérience aléatoire. La dimension discursive est très peu mobilisée d'un point de vue mathématique, de manière restreinte au registre langagier.

1.2 *Séance 2 (09/12/2019) : Comparaison à partir de petits échantillons standards*

Les formes de tableaux sont variables ainsi que la mise en perspective de ces deux tableaux. Le codage des succès varie d'un tableau à l'autre. Les bilans apparaissent spontanément, et souvent sous forme de fractions. Les élèves sont perturbés par le fait que certains autres binômes n'ont pas le même résultat

qu'eux (concernant le jeu apparaissant le plus avantageux). C'est ce point spécifique qui a convaincu la plupart des élèves de réaliser plusieurs tableaux de 20 lancers d'un même jeu, pour en savoir plus…

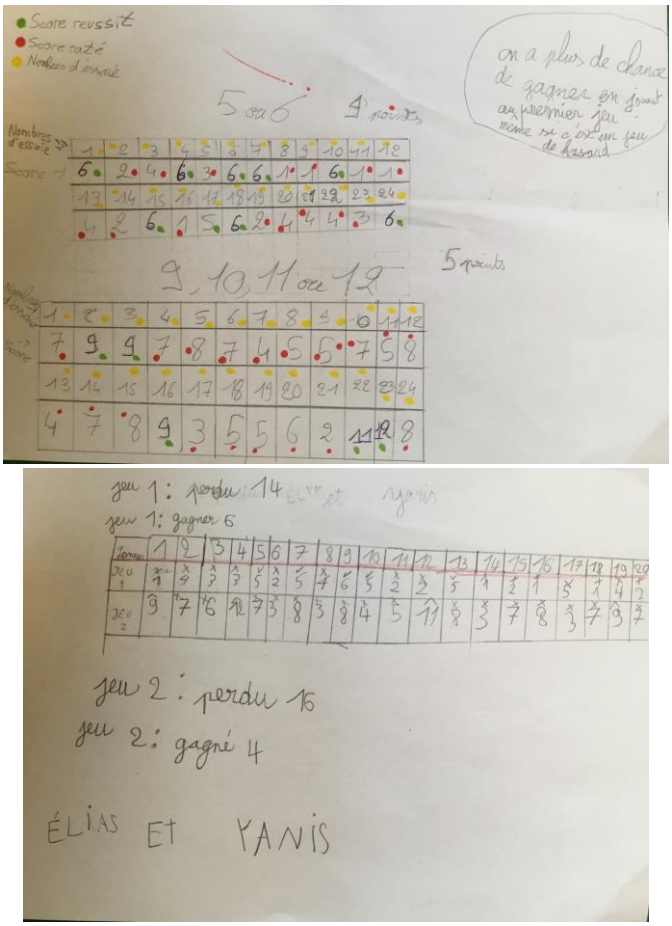


Figure 6. Traces écrites de deux binômes différents lors de la séance 2 du 09/12/2019 (EPIAD)

Une deuxième séance portant sur la comparaison d'échantillons de taille 20, permet de consolider les dimension instrumentale et sémiotique, ainsi que le modèle mathématique mobilisé dans le domaine des statistiques descriptives, en faisant appel au registre de représentation des tableaux, ce qui accélère les traitements.

1.3 *Séance 3 (23/01/2020) : Réalisation par binôme de 5 échantillons de taille 20 (jeu B)*

La séance 3 organisait la réalisation pour chaque binôme de 5 échantillons standardisés de taille 20, à renseigner dans des tableaux pré-remplis. L'objectif était de permettre ultérieurement des regroupements des résultats de chaque binôme pour former 5 échantillons de grande taille. Les binômes devaient aussi représenter dans un graphique les résultats obtenus. La conversion du registre des tableaux vers celui du graphique a posé certaines difficultés aux élèves, tout particulièrement en ce qui concerne les questions d'échelles.

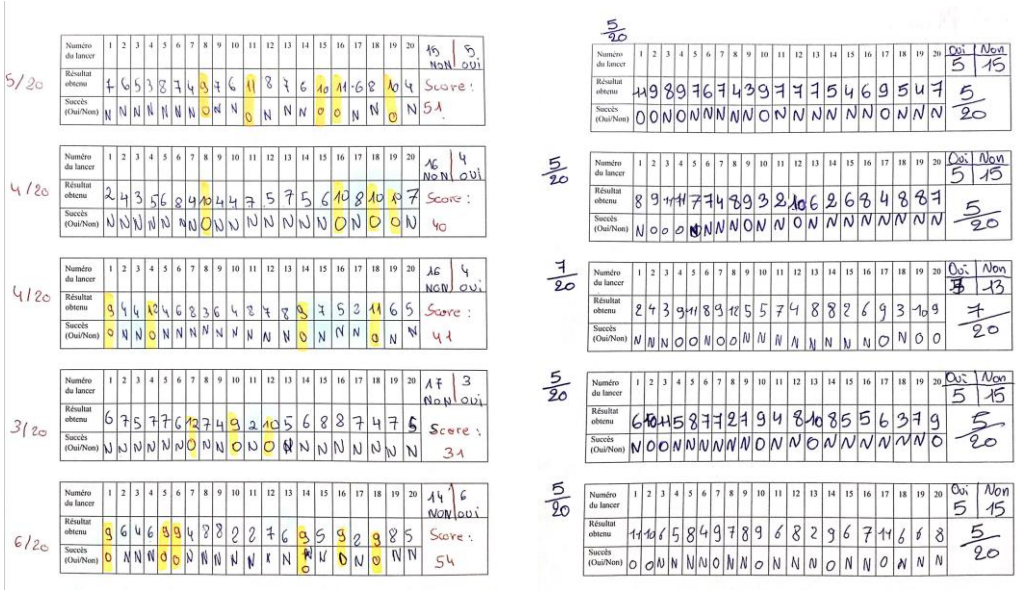


Figure 7. Traces écrites de deux binômes différents lors de la séance 3 du 23/01/2020 (EPIAD)

	Nombre de succès											TOTAL
	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10	G11	G12	
Tableau 1	5	9	5	4	9	5	3	4	5	5	7		61
Tableau 2	7	11	5	2	5	4	1	8	7	8	6		64
Tableau 3	4	11	7	6	6	4	7	4	11	5	7		72
Tableau 4	2	9	5	10	4	3	8	4	7	3	6		61
Tableau 5	4	10	5	6	9	6	8	8	4	5	4		69

Figure 8. Bilan des résultats obtenus pour chaque binôme lors de la séance 3 du 23/01/2020 (EPIAD)

L'idée de mettre en commun les données a mis du temps à émerger du côté des élèves. Il a fallu insister à l'appui du tableau collectif. Ces premières réflexions portant sur une exploitation du tableau commun ont nécessité un arbitrage entre des sommes par colonnes et des sommes par lignes. C'est une des raisons pour lesquelles il a été envisagé de reconduire une variante de cette expérimentation l'année suivante, en ajoutant une séance menant à faire au préalable travailler les élèves sur une synthèse de tous les échantillons obtenus.

1.4 *Séance 4 (30/01/2020) : Représentation graphique des données obtenues (jeu B)*

Les représentations graphiques libres ont donné lieu à des représentations très diverses (diagrammes en bâtons, traits de constructions verticaux et horizontaux, points reliés par des segments, …) dont la visualisation ne met pas toujours bien en évidence l'aspect fluctuation. La représentation graphique standard par des points, telle qu'adoptée par la classe après les représentations libres, amène encore les élèves à relier spontanément ces points. Mais beaucoup de binômes relient aussi l'origine du repère. Nous remarquons que les élèves ont des réticences à déconstruire dimensionnellement les représentations spatiales (du rectangle au trait, du trait au point). Lors de cette séance, les élèves réalisent que les nombres de succès de chaque binôme n'a jamais atteint 12.

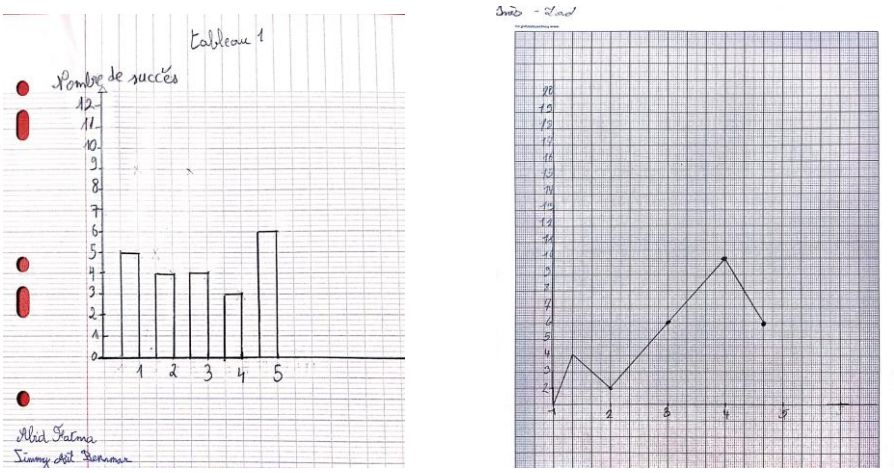


Figure 9. Les représentations graphiques pour deux binômes lors de la séance 3 du 23/01/2020 (EPIAD)

2 Reprise de parcours d'expérimentations en 2020/21 (6ème , CM2 , CM1)

2.1 *Reprise, prolongement, et compléments de l'expérience au niveau CM2*

L'objectif de ce nouveau parcours d'expérimentation en CM2 a été de confirmer certaines observations réalisées en 2019/20, et aussi de prolonger les travaux jusqu'à la réduction des fluctuations par augmentation de la taille des échantillons, tel que cela avait initialement été prévu.

Un soin particulier a été apporté à une séance intermédiaire permettant la transition des petits vers les grands échantillons. Sur suggestion d'un binôme, l'enseignant a regroupé tous les nuages des points correspondant aux petits échantillons dans un graphique commun, ce qui permet de localiser spatialement le nuage.



Figure 10. Les représentations graphiques pour deux binômes lors de la séance 5 PEH)

Ce travail de synthèse portant sur 50 petits échantillons de taille 20 a montré la richesse des procédures pouvant être employées par les élèves : ligne polygonale reliant les points, recherche d'une position médiane, identification de bornes élaguées, diagramme en bâton des effectifs (nombre d'échantillons) correspondant à chaque nombre de succès … Cette dernière démarche a été une surprise du fait de la conversion de registre sous-jacente. L'usage à bon escient de signes (marques, couleurs) par les élèves, en lien avec les règles de traitement du registre sémiotique du graphique, a permis le lancement de routines instrumentales diverses et variées, exécutées sur le papier.

L'activité a aussi entrainé des échanges importants entre élèves, qui participaient du travail discursif de validation. L'expérimentation de la séance 5 a aussi confirmé une observation menée au secondaire : les élèves engagés dans un traitement statistique avancé tel que la recherche de bornes élaguées perdait de vue le modèle pseudo-concret faisant référence à une situation de jeu menant à des succès et des échecs. Ils se retrouvaient confinés dans le domaine des statistiques descriptives.

Un enjeu important semble se situer au niveau de cette fibration sémiotique mettant en correspondance les bornes du nuage statistique avec une forme d'estimation probabiliste. L'idée de regrouper les

échantillons pour former quelques échantillons de grande taille a quant à elle émergé assez tardivement au cours de cette même séance.

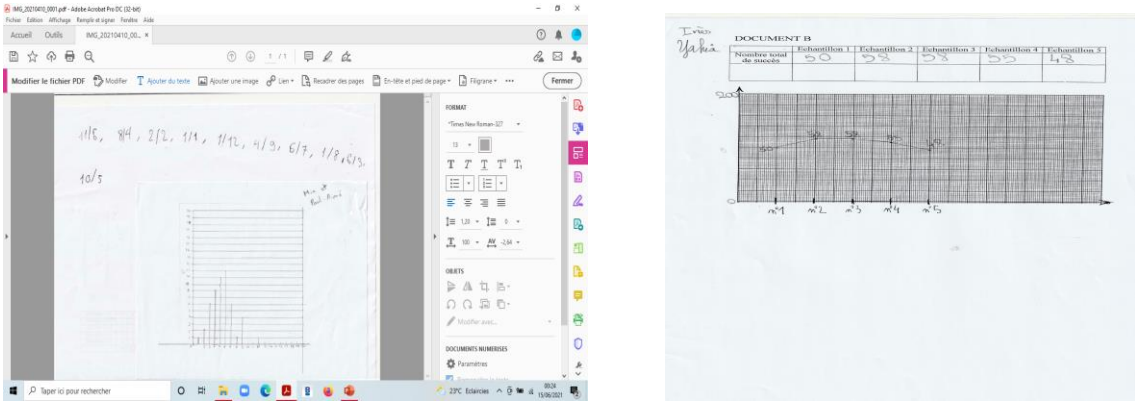


Figure 11. Les représentations graphiques pour deux binômes de la PEH lors des séances 5 (à gauche) et 6 (à droite).

La séance 6 a permis de représenter les fluctuations correspondantes au regroupement en 5 échantillons de taille 200. L'objectif pédagogique de cette séance correspondait au choix de l'échelle en ordonnée. Cette difficulté entraine des erreurs et des maladresses liées aux graduations du papier millimétré. La relation entre la partie et le tout n'est pas toujours mise en évidence en ordonnée. L'échelle choisie n'est pas forcément respectée au moment de représenter les points. Tout cela perturbe l'interprétation attendue du phénomène probabiliste.

2.2 *Compléments d'observation menés au niveau 6ème*

L'expérimentation menée en parallèle au niveau d'une classe de 6ème a été prolongée jusqu'au bilan d'étape ayant permis de réunir lors d'une visioconférence les trois classes engagées dans ce projet pédagogique. La réalisation des échantillons de taille 20 a donné lieu à une exploitation plus directe et rapide de la notion de fréquence. Par ailleurs l'interprétation probabiliste s'appuyant sur une prise en compte de chacun des résultats affichés par les deux dés, pour comptabiliser 10 cas favorables sur 36 cas possibles, a été formulée par plusieurs binômes.

2.3 *Compléments d'observation menés au niveau CM1*

L'expérimentation menée en parallèle au niveau d'une classe de CM1 a permis de mettre en évidence des différences importantes du point de vue du travail mathématique mis en œuvre par les élèves. Une hypothèse est que sur le plan cognitif les sujets sont encore à ce stade de leur développement psychologique très ancrés dans le stade des opérations concrètes. Cela se traduit par une difficulté à focaliser sur un modèle pseudo-concret suffisamment clarifié. De plus, la visualisation des signes employés, et tout particulièrement des chiffres, a tendance à confiner les élèves dans des considérations de calcul liées à ces mêmes chiffres. C'est-à-dire qu'au lieu de parvenir à dénombrer les succès en passant en revue les sommes obtenues pour les valeurs affichées sur les dés, les élèves ont tendance à cumuler ces mêmes sommes, puis à les comparer entre les deux jeux, ce qui relève d'une perte de sens en regard de la situation réelle. Enfin l'idée légitime d'imprévisibilité du hasard semble rester, au niveau du CM1, un obstacle épistémologique très difficile à surmonter. Les approches restent liées à ce questionnement purement déterministe de la part des élèves.

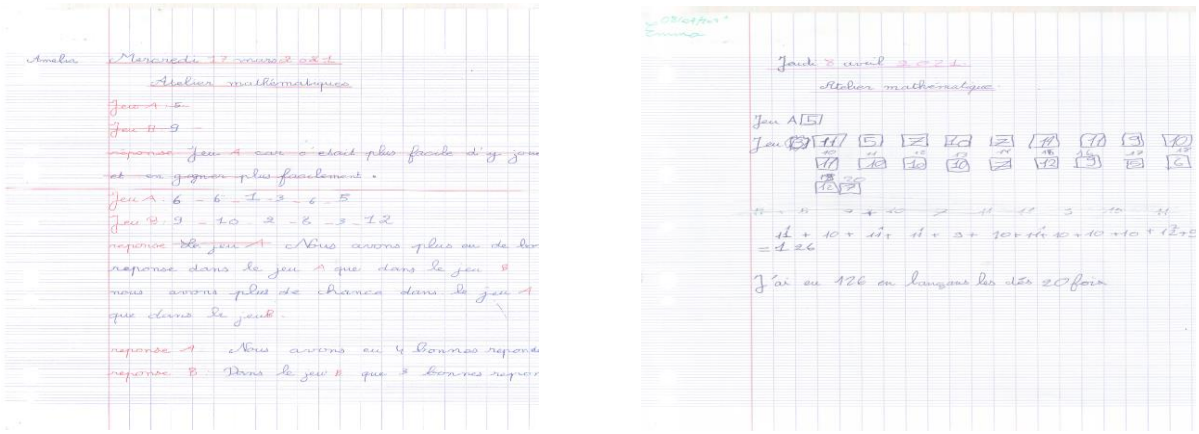


Figure 12. Trace écrite de deux binômes de CM1 à l'EPIAD lors de la séance 1 (à gauche) et de la séance 2 (à droite).

3 Un bilan provisoire pour l'analyse didactique des résultats

Les travaux expérimentaux menés au niveau du lycée en lien avec un travail de thèse portant sur les approches fréquentiste et combinatoire de la notion de probabilité, avaient permis de constater une structuration particulière en trois étapes, liée à la réalisation en classe d'une simulation d'échantillonnage.

Des embryons de connaissance intuitive sont progressivement mobilisés pour enchaîner des techniques, et des étapes de construction du protocole (ou du programme de simulation) par encapsulages successifs. Ces étapes de nature procédurales entrent en résonance avec les principales phases du protocole expérimental statistique.

Ces travaux expérimentaux complémentaires menés au niveau de cycle 3 ont permis d'élargir la vision des difficultés rencontrées sur le plan cognitif lorsqu'on aborde ces notions. Certaines conceptions sous-jacentes apparaissent en effet occultées par de nombreuses notions déjà acquises, au secondaire, en lien avec l'automatisation d'expertises liées aux domaines du calcul et de la gestion de données. Expérimenter au niveau du cycle 3 a permis d'identifier les enjeux associés à l'interaction entre différents domaines mathématiques qui sont encore en cours de développement ou de consolidation tels que les nombres, les opérations, l'idée de cumul, de classement, le calcul numérique, la notion de fraction, de quotient, les conventions du type tableau, la représentation graphique cartésienne…

L'outil ETM met en évidence, dans ce cadre, les différentes dimensions du travail mathématique. Les étapes de structuration du protocole de simulation sont tour à tour considérées comme objet d'étude soumis à des traitements et des conversions sémiotiques, et artefact (outil) permettant la genèse instrumentale d'un nouveau protocole expérimental.

L'identification de cette dialectique outil-objet permet de décomposer l'activité en autant de cycles de modélisation. Après validation, l'ancien protocole devient un nouvel outil qui va entrer en genèse discursive dans l'ETM pour produire un nouvel objet procédural permettant d'automatiser ce nouveau protocole expérimental… L'ETM met alors en évidence une triple répétition de ce processus : une dialectique cyclique d'interactions évolutives, qui correspond aussi à l'enchaînement de trois cycles de modélisations : le modèle de l'expérience aléatoire, le modèle de l'échantillon et de son résumé, le modèle numérique ou graphique permettant d'observer la fluctuation des fréquences (ou nombre de succès) associée à un ensemble d'échantillons.

Du point de vue de la recherche en didactique, ces travaux ont donné lieu à de nombreuses données dont l'analyse complète prendra encore du temps. Ce chantier pourrait prendre toute sa dimension à l'issue de la thèse en cours, afin de compléter la réflexion portant sur l'introduction de la probabilité au secondaire, par un lien avec l'enseignement de la gestion de données au primaire.

IV - BILAN DE LA FORMATION DE FORMATEURS

Les travaux se sont finalement appuyés à la fois sur une validation institutionnelle (conseil école-collège) et sur des travaux similaires en cours au niveau du secondaire (en lien avec des expérimentations de thèse). Plusieurs professeurs référents expérimentateurs ont été identifiés dans chacun des trois établissements concernés. Les expérimentations ont été menées en 2 vagues : phase exploratoire en 2019-20, et parcours d'étude et de recherche en 2020-21. Le déroulement du projet a été ponctué de 4 bilans d'étapes réalisés en présence d'universitaires dans le cadre des séminaires périodiques du Laboratoire de Mathématiques Audin. Un lien a été mis en place avec le dispositif de formation, dans l'objectif de confectionner un outil pédagogique exploitable lors de stages inter-degrés.

D'un point de vue plus personnel lié aux impressions rendues par les professeurs expérimentateurs ayant été engagés dans ce projet, l'atelier A15 de la COPIRELEM 2021 a permis différents témoignages liés au bénéfice apporté par ce projet du point de vue du renforcement des compétences professionnelles.

Un enseignant avait remarqué que ses élèves ne s'engageaient pas, d'ordinaire dans la résolution de problèmes, car il n'y avait pas vraiment de dynamique créée par les exercices proposés. L'expérimentation décrite dans cette communication lui a permis d'observer que la proposition de problèmes résistant aux élèves, et pour lesquels aucune procédure experte de résolution n'est disponible, les incitaient à se "lancer" dans la recherche d'une stratégie de résolution. Selon cet enseignant, le problème présenté sous la forme d'un défi à surmonter avait motivé les élèves, avec une réflexion de leur part qui se poursuivait jusque dans la cour de récréation.

Ce projet pédagogique a amené les enseignants expérimentateurs à proposer davantage de problèmes ouverts, pour lesquels il n'y a pas de solution immédiate, mais plutôt plusieurs résolutions possibles. Le cadre de tels problèmes se résolvant par essais, tâtonnements, erreurs, échecs, permet en effet de prendre conscience que l'erreur est une étape nécessaire dans l'apprentissage. De plus, il est aussi apparu dans les remarques des enseignants expérimentateurs que l'énoncé des problèmes est primordial : cet énoncé doit piquer la curiosité de l'élève, susciter chez lui un sentiment de défi intellectuel et surtout ne pas induire la méthode de résolution.

Les enseignants engagés dans cette expérimentation ont revu la place des problèmes dans l'apprentissage des mathématiques, en prenant conscience que la résolution de problèmes doit passer par un apprentissage spécifique, ce qui est central dans l'apprentissage des mathématiques.

Un collègue expérimentateur explique que dans sa pratique antérieure, la notion de recherche n'était pas toujours présente : de nombreux élèves considéraient qu'on devait pouvoir répondre immédiatement à une question. A présent, ce collègue insiste en lien avec l'idée de compétences, sur le fait que résoudre un problème c'est en effet chercher la solution, mais aussi et surtout expliquer comment on a procédé pour convaincre lorsque cette réponse n'est ni immédiate ni évidente.

Outre ces témoignages issus de l'expérience de ce projet pédagogique, nous rappelons en effet que ce dispositif ciblait un objectif de formation de formateurs. Il apparaît aussi que la recherche en didactique des mathématiques a montré une double utilité dans le cadre de cette ingénierie : en permettant de mettre des mots sur certains concepts pédagogiques, en poussant la réflexion collégiale entre pairs, et aussi par la complémentarité des rôles respectifs du chercheur et de l'enseignant expérimentateur, entraînant une coopération de fond dans des pratiques professionnelles qui sont respectivement valorisées l'une en regard de l'autre. Pour l'anecdote, en plus de l'action de formation sous-jacente à ce dispositif, ayant bénéficié à ces quatre collègues expérimentateurs, deux d'entre eux sont allés plus loin depuis cette expérience. L'un professeur des écoles est devenu Référent Mathématique de Circonscription dans l'Académie de Lille. L'enseignante ayant mené l'expérimentation en 6ème s'est engagée au sein de l'axe didactique du Laboratoire Audin, dans le parcours Master 2 en didactique des mathématiques encadré à distance par l'Université d'Aix-Marseille.

Les échanges avec les membres de l'atelier A15 n'ayant pas participé en amont au dispositif ont donné lieu à plusieurs éclaircissements liés à la mise en place au niveau du primaire d'une telle

expérimentation. Une première question se posait en lien avec le risque d'une mise en correspondance des échantillons avec une notion de fraction : en effet réunir deux échantillons ne correspond pas à l'addition des fractions exprimant les fréquences de succès obtenus pour chacun de ces échantillons… Une autre question s'est posée en lien avec la problématique du caractère indiscernable des deux dés. L'idée d'utiliser deux dés de couleurs différentes, ou encore deux dés différents en termes de nombres de faces, est alors apparue pertinente… Mais l'expérience s'intéressait aussi au type de confusion qui peut ressortir de la situation associée à deux dés indiscernables chez des élèves de primaire.

Une question d'ordre didactique s'est posée par rapport au cadre théorique choisi : il est alors devenu nécessaire de préciser pourquoi le processus de modélisation a été décomposé en trois cycles (test de l'expérience aléatoire, formation de l'échantillon, formation d'une liste de fréquences des succès). Enfin une autre question s'est posée par rapport aux causes de cette différence significative entre les élèves de CM2 et les élèves de CM1 pour une même activité posée, sachant que dans l'absolu les programmes de ces deux classes ne diffèrent pas vraiment par rapport aux outils mathématiques en jeu. L'explication proposée s'est alors plutôt appuyée sur le plan cognitif : les élèves de CM1 apparaissent en effet beaucoup plus soumis aux chiffres qui sont visualisés physiquement, tels que les sommes écrites des deux dés, qui occultent alors le dénombrement sous-jacent des succès obtenus.

V - BIBLIOGRAPHIE

Henry, M. (1999). L'introduction des probabilités au lycée : un processus de modélisation comparable à celui de la géométrie. *Repères-IREM*, *36*, 15–34.

Henry, M. (2010). Évolution de l'enseignement secondaire français en statistique et probabilités, contributions des IREM à la formation continue des enseignants. In *Statistique et Enseignement*, Vol.1 (pp. 35–45). Société Française de Statistique.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, vol. 16, 9-24.

Kuzniak, A., & Richard, P. R. (2014). Espaces de Travail Mathématique. Points de vue et perspectives. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Especial 2* (Tome I), 29–40.

Kuzniak, A., Nechache, A., & Drouhard, J. P. (2016). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM – Mathématics Education*, *48* (6), 861–874.

Nechache, A. (2016). La validation dans l'enseignement des probabilités au niveau secondaire. *Thèse de doctorat de l'université Paris Diderot*, Paris, France.

Parzysz, B. (2007). Expérience aléatoire et simulation : le jeu de croix ou pile. Relecture actuelle d'une expérimentation déjà un peu ancienne. *Repères-IREM*, *66*, 27–44.

Parzysz, B. 2009. De l'expérience aléatoire au modèle, *via* la simulation. *Repères- IREM*, 74, 91-103.

Parzysz B. (2011). Une générateur aléatoire de pile ou face venu d'ailleurs. *Bulletin de l'APMEP*, 494, 309-314.

Parzysz, B. (2011). Quelques questions didactiques de la statistique et des probabilités. *Annales de didactique et des sciences cognitives*, *16*, 127–147.

Trunkenwald, J., Laval, D. (2019). Algorithms as a discovery process in frequentist approach to prediction interval. In Jankvist, U. T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (Eds.). (2019), *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. hal-02412851

Trunkenwald, J. (2018). La simulation d'échantillonnage : Une synergie entre les domaines probabiliste et statistique. *Actes du Sixième symposium international – Espace de Travail Mathématique* de décembre 2018, pp. 165-177. Valparaiso, Chili.

Trunkenwald, J. (2019). Entre probabilités et statistiques : Un jeu algorithmique pour simuler la fluctuation d'échantillonnage. In M. Abboud (Éd.), *Actes du colloque EMF 2018*, (pp.1681-1689). Paris : IREM de Paris.

GRILLE D'INTERVENTION DU FORMATEUR « FACILITATEUR » EN LESSON STUDY ADAPTEE, INTERACTION ENTRE DIFFERENTS COLLECTIFS

Philippe Clément
Formateur INSPE Toulouse-Occitanie-Pyrénées,
IRES de Toulouse
philippe.clement@univ-tlse2.fr

Frédéric Hartmann
Référent Mathématique Académique Normandie,
IREM de Rouen
frederic.hartmann@ac-normandie.fr

Blandine Masselin
Référente Mathématique Académique Normandie,
IREM de Rouen, LDAR
blandine-lucie.masselin@ac-normandie.fr

Charlotte Tabarrant
Référente Mathématique Départementale Hautes-Pyrénées,
IRES de Toulouse
Groupe LS
charlotte.artus@ac-toulouse.fr

Résumé
Une Lesson Study permet l'observation collective d'une séance conçue par un collectif d'enseignants et menée par l'un d'entre eux. Le dispositif LSa, Lesson Study adapté au contexte français de formation continue (Masselin et Derouet, 2018), est présenté avec ses spécificités. Il a été conçu par le groupe « Activités » de l'IREM[1] de Rouen appuyé par des chercheurs en didactique des mathématiques du LDAR[2].
Lors de la conception de la séance, les vidéos de classe sont présentées au collectif d'enseignants de la constellation de façon à alimenter l'analyse a priori. Ces vidéos sont élaborées en amont de la formation par le collectif des animateurs IREM, futurs facilitateurs. À partir des vidéos issues de la LSa « Les œufs du dragon » qui vise la construction du nombre au CP, les participants de l'atelier ont construit collectivement une grille d'intervention du formateur, outil spécifique en LSa identifié comme « objet frontière » (Akkerman et Bakker, 2011) entre deux collectifs.

I - SPECIFICITES DES LSA

Pour éclairer le travail qui est proposé aux participants de l'atelier, nous commençons par décrire quelques spécificités du dispositif de Lesson Study Adaptée (LSa) en choisissant une entrée par un usage particulier de la vidéo en formation. En effet, c'est sur un outil de formation autour de la vidéo, la grille d'intervention du facilitateur[3], que les participants de l'atelier se sont mis en action.

1 Un dispositif en trois boucles

Le dispositif LSa est structuré en trois boucles (figure 1) que nous dénommons B1, B2 et B3. La première boucle B1 correspond à la préparation de la formation, elle se situe en amont de celle-ci. La deuxième est le moment fort de la LSa avec la préparation collective de la séance, sa mise en œuvre dans une classe,

[1] IREM : Institut de Recherche sur l'enseignement des mathématiques.
[2] LDAR : Laboratoire de Didactique André Revuz, Université de Paris.
[3] Plutôt que d'utiliser le terme de « formateur », nous préférons utiliser celui de « facilitateur », qui est plus adapté pour mettre en évidence ce rôle d'accompagnement d'un collectif autour d'une Lesson Study

son observation et son analyse a posteriori. La troisième boucle correspond à l'appropriation individuelle de la ressource exploitée tout au long de ce processus, par chacun des enseignants du collectif. Ce qui suit permet de revenir en détail sur ces trois boucles.

C'est lors de la première boucle B1 que se décide le choix de l'énoncé qui sera amené en formation. Un membre du groupe IREM (c'est le groupe « Activités » de l'IREM de Rouen qui est à l'origine du dispositif LSa) propose au collectif de formateurs une ressource qui est un problème qu'il juge suffisamment intéressant pour une LSa. Le groupe s'en empare, l'étudie au regard du curriculum et, de façon individuelle, chaque membre du groupe le teste dans ses classes. Des échanges ont lieu autour de ces expérimentations individuelles et une préparation, cette fois-ci collective, se met en place afin de planifier une séance qui sera menée par un des membres du groupe et observée et filmée par les autres. Un des objectifs de cette boucle est de mieux préparer les futurs facilitateurs pour mieux appréhender les imprévus en classe, face aux élèves. Cette boucle produit des outils de formation qui sont le germe de situation (il porte ce nom car il sera modelable par le collectif d'enseignants en formation), une première feuille de route et des extraits-vidéo sur lesquels nous reviendrons plus tard.

La deuxième boucle B2, qui est le cœur de la formation, se déroule en plusieurs étapes. Dans un premier temps, le germe de situation fixé en boucle B1 est proposé à un collectif d'enseignants, une solution au problème est cherchée individuellement puis partagée collectivement. Étape essentielle afin que toutes et tous puissent remplir une grille d'amorce d'analyse a priori en six axes dont « les démarches possibles des élèves ». C'est pendant cette discussion amenant à réfléchir sur les potentialités de la ressource que les premiers extraits vidéo préparés en B1 sont montrés. Elles sont choisies « à la volée » par le facilitateur grâce à la *grille d'intervention du facilitateur* (voir plus loin). Les enseignants sont amenés à réagir à ces extraits qui peuvent montrer des blocages, des stratégies non envisagées et d'autres choses encore. Le but, encore une fois est de limiter la part d'improvisation du futur enseignant-expérimentateur (il n'a pas été encore choisi) en anticipant au mieux les imprévus. Le collectif construit ensuite une feuille de route (triplet formé par un énoncé, un scénario et une grille d'intervention de l'enseignant), guidé par le facilitateur qui peut, ici aussi, montrer des extraits vidéo selon les besoins, toujours guidé par sa grille d'intervention. En fin de journée, le collectif choisit l'enseignant-expérimentateur qui mènera la leçon de recherche pendant que les autres membres du collectif observeront les effets des choix qui ont été faits. Cette fois-ci aucun ne filmera. Ce moment a lieu un mois après la préparation et des échanges continuent d'avoir lieu, à distance cette fois-ci, via un espace Tribu. La leçon de recherche a lieu le matin et, l'après- midi une analyse a posteriori est faite, elle permet essentiellement de mettre à jour la feuille de route. Nous ne nous étendrons pas ici sur ce moment important. À la fin de cette journée, il est demandé aux enseignants du collectif d'expérimenter la ressource dans leurs classes avec une possibilité d'adapter librement le projet collectif en le modelant à volonté ou au contraire en le laissant tel qu'il a été mis à jour à la fin de l'analyse a posteriori. C'est l'objet de la boucle B3 qui a lieu sur un temps long (quatre mois) et qui donne lieu à une troisième journée qui permet de mettre en commun les différentes expérimentations individuelles. Les facilitateurs reviennent sur des questions soulevées tout au long de la formation par des apports didactiques qui collent au plus près de ce qui s'est effectivement passé lors de tout le processus.

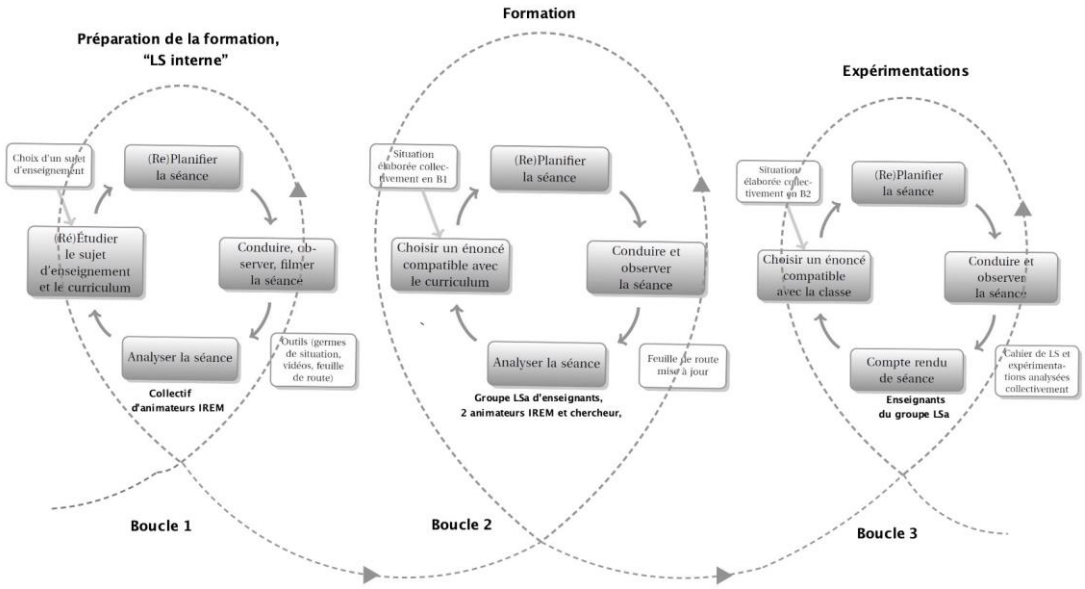


Figure 1. Trajectoire en trois boucles du dispositif de formation LSa (Masselin & al. (soumis))

2 Rôle de la vidéo

Pour clarifier le rôle de la vidéo en LSa, nous revenons sur une situation qui a été au cœur de plusieurs LSa, la situation de la Caisse (figure 2).

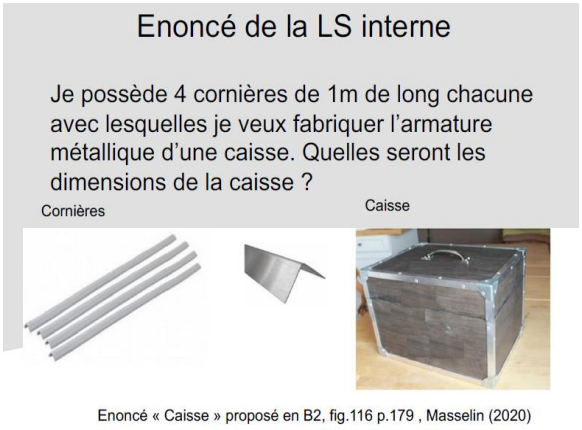


Figure 2. Énoncé de la Caisse

Cet énoncé fait référence à une situation de la vie courante et l'extrait vidéo montrera quelle influence elle peut avoir dans le travail mathématique de la classe. La classe est en CM1-CM2, sept membres du groupe sont présents en tant qu'observateurs-cameramen et c'est Sylvain qui mène la classe. L'extrait vidéo proposé montre une phase de bilan après que les élèves aient cherché des dimensions vérifiant les contraintes de l'énoncé. La vidéo est évidemment montrée en direct lors des formations. En voici un rapide descriptif qui permettra de comprendre ce qui se joue et son intérêt en formation :

L'enseignant-expérimentateur, Sylvain, recueille les solutions proposées par différents groupes. Un groupe ou plutôt un représentant du groupe propose alors 3 solutions (c'est le titre de la vidéo) :

- « 1ère solution : 25cm de largeur, 50cm de longueur et 25cm de hauteur ». Sylvain note au tableau et redonne la parole à l'élève.
- « 2ème solution : 50cm de largeur, 25cm de longueur et 25cm de hauteur. » Sylvain est un peu étonné mais redonne la parole à l'élève, et sa 3ème solution est une nouvelle permutation des dimensions. Sylvain est évidemment déstabilisé en demandant aux élèves s'il s'agit oui ou non

de la même caisse. Il utilise pour cela une maquette d'un pavé droit qu'il montre à la classe et le disposant sur une face puis l'autre et encore une autre (figure 3).



Figure 3. Expérimentation La Caisse, CM1-CM2, (2017)

Les membres du groupe IREM ont analysé cette séquence en questionnant la notion de *dimensions d'un objet* mais aussi celle de modélisation et des allers-retours qui existent entre mathématiques et réalité à l'intérieur de la classe. L'extrait de la grille d'intervention du facilitateur (figure 4) résume cette analyse et la rend efficiente en formation avec un collectif d'enseignants en LSa. Cette grille comprend trois colonnes qui sont destinées à permettre aux facilitateurs de réagir rapidement au cours des discussions en montrant un extrait vidéo au moment le plus opportun (colonnes 1 et 2) puis de guider les discussions qui suivent (colonne 3). C'est ce travail de construction de la grille d'intervention du facilitateur qui a été proposé aux participants de l'atelier.

Comme il a été dit précédemment, ce type d'extrait-vidéo a plusieurs visées : à l'intérieur du groupe IREM, il permet de creuser l'analyse sur les aspects didactiques et mathématiques de la situation et de créer les outils de formation que sont les extraits vidéo, la vidéothèque et la feuille de route initiale. En formation, c'est un outil qui permet d'enrichir l'analyse didactique du collectif d'enseignants. Les extraits sont diffusés pour faire réagir le collectif de façon à anticiper tout ce qui peut l'être.

Déclencheur pour le formateur	Descriptif	Apport pour l'enseignant
Interroger la dimension vie quotidienne de la situation. 3 solutions ?	3 solutions.mp4 Durée : 2:50 Débat 50*25*25 et 25*50*25 Est-ce la même caisse ? Rapport au quotidien décalage Prof/Elèves	Prévenir d'un retour au quotidien des élèves sur des triplets solution. (25, 50, 25) n'est pas la même caisse que (50,25, 25) interroge le contenant.

Figure 4. Extrait de la grille d'intervention du facilitateur, La Caisse

Le tableau 1, auprès duquel le lecteur pourra se référer en cas de besoin, précise certains termes utilisés dans ce texte.

Définitions	
Grille d'intervention du formateur	Cette grille recense un ensemble d'extraits vidéo destinés à être montrés en LSa lors de la préparation collective. Il s'agit d'un tableau en trois colonnes : • déclencheur pour le formateur • descriptif • effet attendu chez l'enseignant C'est un document synthétique qui permet au facilitateur de réagir « à la volée » en choisissant le bon extrait au bon moment

Objet frontière	Telle que définie dans Star et Griesemer (1989) : « both inhabit several intersecting worlds and satisfy the informational requirements of each of them… [They are] both plastic enough to adapt to local needs and the constraints of the several parties employing them, yet robust enough to maintain a common identity across sites. They are weakly structured in common use, and become strongly structured in individual site use. » (Ibid, p. 393)
Grille d'amorce d'analyse a priori	C'est une grille destinée à faire rentrer les enseignants d'un collectif LSa dans une analyse a priori de la situation proposée. Elle comprend cinq items : • Connaissances mathématiques en jeu • Dimension vie quotidienne • Place dans la progression • Dimension TICE • Démarches possibles des élèves • Difficultés et erreurs possibles
Feuille de route	Triplet constitué d'un énoncé, d'un scénario et d'une grille d'intervention de l'enseignant-expérimentateur.
Vidéothèque	Ensemble d'extraits vidéo de la grille d'intervention du facilitateur.

Tableau 1. Définitions

II - ZOOM SUR « LES ŒUFS DU DRAGON »

1 Contexte

Le contexte est celui de trois années d'accompagnement de professeurs des écoles volontaires par une référente mathématique départementale. Ils forment un groupe mathématique de recherche-formation-action, aussi dénommé « constellation » ou collectif, en référence au rapport mathématiques national Villani-Torossian. Une problématique est dégagée lors de cette réflexion collective. Pour ce groupe, elle a été évolutive tout au long des trois années.

La première année, la problématique a concerné la manipulation avec l'utilisation du jeu en numération. L'accompagnement expert de la recherche a été prodigué par le Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR, Paris Descartes) avec comme didacticien des mathématiques, Éric Mounier.

La seconde année, le groupe de professeurs des écoles a souhaité poursuivre sa réflexion autour de la création d'un tiers-lieu dédié au jeu et aux mathématiques. Ceci a permis la mise en projet de l'aménagement de ce dernier : « la salle des mathématiques Didactique-Ludique » (figure 5).

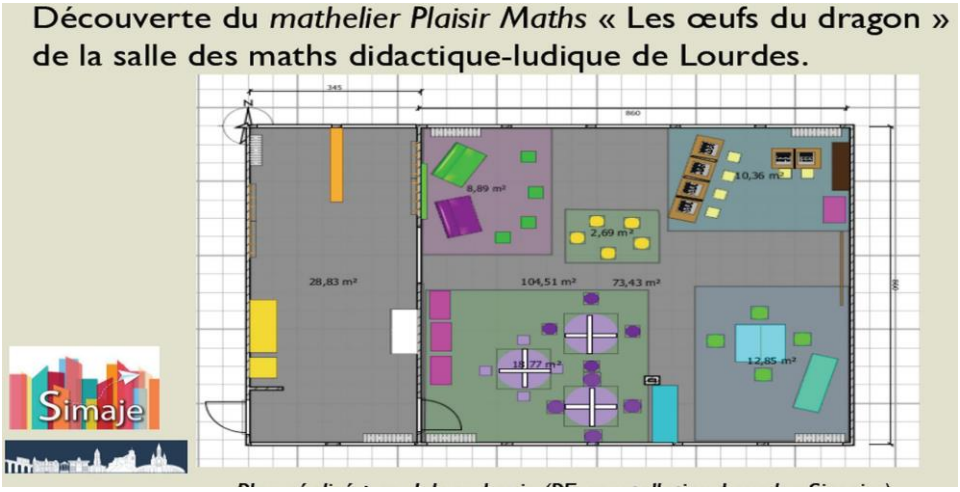


Figure 5. Plan réalisé par I. Jean-Louis (PE constellation Lourdes-Simajee)

Enfin, lors de la troisième année, la salle des mathématiques didactique-ludique a été aménagée en jeux. Sur cette base d'équipement, des « ateliers mathématiques » ont été proposés par « Plaisir Maths » avec une formation interprofessionnelle pour les professeurs des écoles et les animateurs du périscolaire. Ces « ateliers mathématiques » sont issus des travaux de recherche de Nicolas Pelay et du concept de mathelier (définition en annexe 5). Trois matheliers Cycle1, Cycle2, Cycle3 ont été vécus par ce collectif interprofessionnel (professeurs des écoles-animateurs périscolaires) et adaptés au tiers-lieu « salle des mathématiques didactique-ludique » par les experts de la recherche et la référente mathématique départementale. Ce que nous décrivons dans l'atelier COPIRELEM concerne le mathelier du cycle2, en numération. Il porte le nom « œufs du dragon » (le matériel figure dans le tableau 2, ci-dessous). La référente mathématique départementale a effectué le choix d'accompagnement du collectif de professeurs des écoles avec le dispositif de formation LSa (Lesson Study adaptée) de l'IREM de Rouen, sous l'expertise de recherche de Blandine Masselin.





Tableau 2. Matériel mathelier Cycle2, sur lequel a été basé la situation « œufs du dragon »

Les enseignantes du cycle 2 du collectif de professeurs des écoles ont souhaité prolonger en classe le mathelier « œufs du dragon ». Dans le contexte COVID, la référente mathématique départementale a dû adapter le dispositif LSa décrit ci-dessus. Son objectif est de former des premières personnes ressources à l'aune du rapport Villani-Torossian et au bout de trois années d'accompagnement.

Dans un premier temps, les enseignantes ont mené une réflexion liée à la boucle 2 du dispositif LSa à partir de ce qu'avait déjà vécu le collectif de professeures des écoles : le mathelier de « Plaisir Maths » avec l'énoncé du problème donné aux élèves et choisi par « Plaisir Maths » (dans le tableau ci-dessous). Dès lors, à partir de l'énoncé donné par Plaisir Maths, lors du mathelier « œufs du dragon », les professeures des écoles de C2 ont effectué une analyse a priori d'une situation problème « œufs du dragon ». La situation a été menée dans deux classes, une en CP, l'autre en CP-CE1. Celle présentée dans l'atelier est celle effectuée en CP-CE1, en accompagnement de la référente mathématique.

Ensuite, c'est dans ce contexte que les enseignantes de cycle 2 se sont essayées, une fois les situations vécues dans leurs classes, à un rôle de facilitateur (correspondant à la boucle 1 présentée en figure 1).

A partir des vidéos filmées de la situation « œufs du dragon », les professeures des écoles les ont hiérarchisées pour les utiliser en formation. Ces vidéos constituent alors un élément pour l'élaboration de la grille d'intervention du formateur, objet frontière de la boucle 1 et la boucle 2.

Les enseignantes ont élaboré leur situation (V0), avec comme choix d'objectifs : énumérer et organiser une collection. L'analyse a posteriori révèle que cette situation concerne le dénombrement et l'organisation d'une collection. Voici l'énoncé fixé (tableau 3) par le collectif d'enseignants et donné aux élèves. Le terme « énumérer » a été donné dans la transmission de l'énoncé aux élèves. Ceci a fait l'objet d'une discussion a posteriori par le collectif avec l'accompagnement expert de la recherche. Lors de cette réflexion, une situation (V1 ; tableau 4) a été rédigée.

Deux groupes d'élèves. Un groupe de compteurs et un groupe de cueilleurs. Compteurs et cueilleurs sont en binôme et éloignés l'un de l'autre. Les compteurs doivent énumérer la collection d'œufs sur la plaque ou sur leur table lorsque la plaque est soulevée. Ils vont ensuite la demander aux cueilleurs en une seule fois. Les cueilleurs doivent s'organiser pour donner la collection juste, le plus rapidement possible. Lorsque les compteurs reviennent à leur place avec la collection, ils la vérifient en posant les œufs à l'intérieur des plaques évidées (une version reformulée est proposée dans la partie « analyse a posteriori).
Les œufs du dragon (découverte du mathelier « œufs du dragon », énoncé proposé par Plaisir Maths). « Il y a des éleveurs de dragons. Des cueilleurs d'œufs de dragons doivent aller les chercher pour les ramener aux éleveurs. Il faut aller chercher la bonne quantité d'œufs pour les ramener dans les nids. Il faut en ramener exactement la bonne quantité ».

Tableau 3

Dans un prolongement d'accompagnement du collectif, le groupe IRES-LS s'est emparé de la situation (V1) pour en construire une nouvelle (V2) dont les objectifs sont de construire le codage de l'écriture chiffrée à partir d'une situation de comparaison de collection. La situation (V2) peut constituer, par exemple, un prolongement du travail du collectif lors d'un retour sur boucle 3 du dispositif LSa une fois que chaque membre du collectif a vécu la situation « œufs du dragon » dans sa classe. Ou bien, elle peut constituer un objet de la formation pour un autre collectif, accompagné sur le dispositif LSa, et pour la préparation du contenu de formation des facilitateurs de la boucle 1.

V0 – travaillée boucle 2 – mené en classe	**V1 – travaillée a posteriori**	**V2 – travaillée boucle 1**
Phase 1 (5 minutes) : Distribution du matériel. L'enseignant constitue deux groupes et donne la consigne. Un élève explique à nouveau la consigne. **Phase 2 (10 minutes) :** Mise en recherche des deux groupes. Les compteurs doivent énumérer le nombre de trous qui correspondent …	**Phase 1 (5 minutes) :** Distribution du matériel. L'enseignant constitue deux groupes et donne la consigne. Un élève reformule la consigne. **Phase 2 (10 minutes) :** Mise en recherche des deux groupes. Consigne : « Les compteurs doivent dénombrer les trous qui correspondent au nombre d'œufs …	**Matériel :** • Plaques • Œufs de deux couleurs différentes • Cartes nombres préorganisées en constellation de 5 • Marmites **Phase 1** Distribution du matériel. L'enseignant constitue deux groupes et donne la consigne : Les compteurs : « vous allez devoir faire votre commande d'œufs aux cueilleurs pour …

Tableau 4. Extrait de grille d'analyse a posteriori du cahier de Lesson Study « œufs du dragon » groupe LS, IRES-Toulouse

2 Objectif et déroulé de l'atelier

L'objectif de l'atelier est de mener une réflexion sur un outil de formation qui permet un dialogue entre différents collectifs (collectif de facilitateurs et collectif de professeurs) dans un contexte de formation.

Les participants avaient à leur disposition les documents suivants sur un padlet :

- un extrait d'une grille d'amorce d'analyse a priori.
- un extrait de l'énoncé de la situation, les objectifs, les tâches, le déroulement, etc. (annexe 1)
- un extrait des Instructions Officielles (annexe 2)
- des extraits des photos des vidéos 1 et 2 (annexe 3)

Les participants étaient répartis dans différents groupes où un rapporteur était choisi pour la mise en commun. Pour mener à bien cette dernière, ils avaient à leur disposition une grille d'intervention du

formateur vierge avec un exemple en première ligne (annexe 4). Le rapporteur devait télécharger la grille et la remplir pour l'ensemble du groupe avec les apports des membres de celui-ci et au regard de la vidéo visionnée en amont par l'ensemble des participants (visionnage effectué par les animateurs de l'atelier). Aussi, il a été demandé d'imaginer d'autres éléments déclencheurs, ce qui pourrait être filmé et l'analyse attendue chez l'enseignant(e). A la fin de la réflexion du groupe, le rapporteur pouvait déposer la grille sur le padlet.

3 Synthèse des travaux de groupe - Apports

Au retour du travail des groupes, les échanges ont porté sur les éléments déclencheurs imaginés par les participants jouant le rôle de facilitateur et les interventions associées. La synthèse de ces échanges est proposée dans le tableau ci-après.

3.1 Grille d'intervention du facilitateur

Sur fond gris, figure l'exemple proposé aux participants de l'atelier.

Déclencheur pour le formateur	Descriptif	Analyse attendue chez l'enseignant
L'enseignant·e ne pense pas que les élèves pourraient faire le lien avec les boîtes d'œufs du commerce.	**Vidéo** :« Les boîtes d'œufs » **Durée :** 1'01. Un élève reconstitue une boîte de 12 œufs avec ses œufs du dragon.	-Vigilance vis-à-vis du contexte proposé qui parle d'œufs et des connaissances sociales. - Prendre en compte l'enrichissement que pourrait proposer cette procédure.
L'enseignant.e pense que les élèves « cueilleurs » vont faire spontanément des groupements de même cardinal (par 5, par 10 essentiellement)	Vidéo 1 : tous les élèves ont réalisé des groupements d'œufs, mais certains (n°3, n°4) ont fait des groupements qui ont des cardinaux différents (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 et 10).	Faire des paquets de même cardinal, ce n'est pas naturel. Faire des paquets de 5 ou 10, ce n'est pas naturel.
L'enseignant.e pense que les élèves « cueilleurs » vont disposer les œufs de chaque tas sous forme organisée (constellation, par exemple)	Vidéo 1 : tous les élèves disposent leurs œufs en tas, sans organisation.	Cette situation favorise-t-elle l'émergence des constellations (pour l'organisation des œufs dans chaque tas) ?
L'enseignant.e ne pense pas que le nombre de jetons donnés a priori aux « cueilleurs » a une importance.	Vidéo 1 : manifestement, tous les élèves n'ont pas le même nombre d'œufs (à moins qu'ils ne les aient pas tous posés sur la table ?)	Un grand nombre d'œufs favorise la nécessité d'organiser les œufs a priori.
Organisation spatiale des œufs par les élèves.	Vidéo 1 : Une élève utilise les deux faces du matériel pour s'organiser	Impact du matériel (retournable) sur les procédures
L'enseignant.e ne voit pas que la collection fixe peut se transformer en collection déplaçable	Vidéo 2 : les élèves utilisent la comptine numérique. Ce n'est pas l'objectif.	Comment mettre en adéquation l'objectif (comparaison de collections) et le matériel ?
Est-ce que l'enseignant cherche à identifier la source de l'erreur et l'élève responsable de l'erreur ? Si erreur, l'enseignant pourrait penser que c'est la no-		Identifier a priori toutes les sources d'erreurs possibles (compteur/cueilleur/communication orale, façon de compter (déplacement du doigt sur la grille), connaissance de la

tion mathématique qui n'est pas construite. A l'inverse si réussite, tout serait construit et compris.		comptine, du mot-nombre, oubli, affectif (être le premier à finir), matériel…)
L'enseignant pourrait penser qu'un groupement par 3, 5 (ou autre) ne serait pas attendu, voire faux et rejeté.		Vigilance vis-à-vis de la gestion des imprévus : qu'est-ce qu'on attend ?
Offrir d'autres matériels pour faciliter l'énumération (matériel déplaçable, photocopie/crayon pour biffer les œufs comptés)		Étayage pour les élèves en difficulté.
Comment est passée la commande ? (Totalité ou plaque après plaque ?)		Quels objectifs d'apprentissage sont visés ?
Situation auto-validante mais pour qui ? Cueilleur ou compteur ? Problème du travail de groupe		Penser l'évaluation individuelle
Difficulté à situer la séance dans la séquence et si ce qui est observé est voulu, attendu ou fortuit.		Préciser la compétence travaillée : dénombrer ou énumérer ?
Les procédures de comptage utilisées par les élèves.	Vidéo 2 : Compteuse : compte aléatoirement, puis en colonne mais ne semble pas être sûre, puis en ligne (chemin plus simple), vérifie plusieurs fois	Impact du matériel : organisation des trous sur la plaque : facilitent les chemins pour dénombrer

Tableau 5. Grille d'intervention du facilitateur produite durant l'atelier.

3.2 Suggestions et Questions

Des suggestions et des questions ont émergé lors de ces moments d'atelier :

- Situer les vidéos dans la temporalité de la situation.
- Situer la place de la situation dans la programmation.
- Quel effet du matériel sur les objectifs élaborés par les enseignantes et son rôle inducteur vers une situation de dénombrement ?
- Énumérer est-il un objectif de la situation ?

Les deux dernières questions montrent certainement un axe d'approfondissement pour la mise en place et la communication de Lesson Study, suivant qu'elle soit basée sur un problème pour chercher, ou intégrée dans une progression avec l'intention de construire une compétence ou répondre à un attendu du programme.

3.3 Apports

Les animateurs de l'atelier ont fourni un exemple de début de grille du formateur de la situation « œufs du dragon » à l'ensemble des participants. Ils permettent une mise en regard avec leur réflexion durant l'atelier.

Déclencheur pour le formateur	Descriptif	Analyse attendue chez l'enseignant
L'enseignant pense que les élèves vont grouper par 10 immédiatement ou par 5 car ceci est en lien avec une approche pédagogique et didactique de la classe.	**Durée vidéo** « 3 plaques d'œufs » : 28 s. Nous voyons plusieurs élèves qui effectuent des groupements diversifiés : par 2, par 3, par 4, par 5, par 6…	L'enseignant doit prendre conscience de la nécessité de laisser dans un premier temps l'élève faire des groupements. Met en place une situation de comparaison de collections progressives afin de faire émerger la nécessité de grouper par 10.
L'enseignant ne voit pas la nécessité de grouper et d'enseigner le groupement d'une grande collection.	**Durée vidéo** « comptage des œufs avec plaque trouée » : 49s. Une élève énumère une collection de trous désorganisés sur une plaque jaune. Elle énumère plusieurs fois en mettant un doigt dans chaque trou.	L'enseignant propose de modifier l'utilisation de la plaque : remplie dès le départ et la soulever pour faire apparaître une collection manipulable sur la table afin que l'élève puisse organiser sa collection pour la dénombrer.

Tableau 6. Extrait de la grille du formateur LSa « Œufs du dragon »

III - CONCLUSION

Dans les trois groupes de l'atelier, les participants ont été amenés à travers ce travail sur les extraits vidéo à identifier des procédures des enfants, qu'ils soient cueilleurs ou compteurs, puis à hiérarchiser ces procédures, discerner les objectifs de comparaison de collections de leur dénombrement. À travers les vidéos, les participants ont questionné le choix du matériel dans la situation des « œufs du dragon », sa place dans une progression et la validation.

Certains participants ont évoqué l'idée qu'un même extrait, à travers des analyses différentes, qui pouvait avoir plusieurs visées en formation. Dans ce cas un découpage pertinent de l'extrait est nécessaire. Les participants ont donc dans un premier temps endossé un rôle d'analyste mathématique et didactique, rôle précisé ci-après.

Le choix des vidéos proposées lors de l'atelier a été fait en amont par Charlotte Tabarant et Philippe Clément. Cette pré-sélection illustre un des rôles du facilitateur à prendre en charge dans une LSa : celui de pré-sélectionneur d'extraits vidéo.

L'atelier a permis aux participants de découvrir quelques-uns des rôles de facilitateurs autour de la vidéothèque et d'autres rôles que l'on retrouve dans la première boucle de LSa (Masselin et al., accepté). Nous avons partagé ensuite d'autres rôles identifiés (Masselin et al, accepté) dans la première boucle :

- celui d'analyste didactique-mathématique qui consiste à analyser le déroulement du travail des élèves / de l'enseignant-expérimentateur à partir des données recueillies en classe.
- celui de coréalisateur d'une grille d'intervention du formateur.
- celui de passeurs de connaissances didactiques.

D'autres rôles sont également repérables en amont :

- catalyseur (il centre le travail du groupe IREM sur la vidéothèque)
- de pré-sélectionneur d'extraits vidéo (sélectionne individuellement de courts extraits dans son recueil).

Des questions émanant des participants de l'atelier ont émergé sur l'usage des vidéos en formation d'enseignants (boucle 2). Nous avons précisé qu'il s'agit, en premier lieu, de disposer d'un outil de formation visant à enrichir l'analyse a priori de la situation par le collectif d'enseignants et à l'aider à

anticiper des imprévus, de procédures élèves par exemple. En effet, le facilitateur est amené à sélectionner et visionner des extraits vidéo issus de la première boucle selon les productions des enseignants quant aux procédures possibles des élèves ou des difficultés qu'ils pourraient rencontrer. Ce rôle d'injecteur d'extraits vidéo est défini dans Masselin et al. (Accepté).

Un élément important autour de la thématique du collectif en formation a été interrogé lors de cet atelier. Il s'agit de la grille d'intervention du facilitateur, outil de formation autour duquel plusieurs collectifs sont impliqués. En boucle 1, des classes d'élèves sont filmées par des futurs facilitateurs qui sélectionnent ensuite collectivement des vidéos, les codes pour la boucle 2, avec l'appui de chercheurs. Les enseignants en formation sont ensuite amenés à réagir sur certains d'entre eux en analysant à leur tour leur contenu. Cette grille se nourrit donc bien de ces collectifs en interactions :

- entre des classes d'élèves et les groupes IREM/IRES car les extraits vidéos sont issues d'expérimentations en classe ;
- au sein des échanges entre groupe IREM et IRES et avec la recherche en didactique des mathématiques lors de l'analyse didactique et mathématique des vidéos de classes à des fins de formation ;
- entre le collectif d'enseignants en LSa et les facilitateurs dans le premier usage des extraits vidéo pour permettre une analyse de pratique dans le collectif d'enseignants.

Dans le dispositif LSa, la vidéothèque, constituée des différents extraits vidéos, se nourrit elle aussi des mêmes collectifs. Elle joue également un rôle important et en fait une des adaptations des LSa.

Une perspective de poursuite de l'atelier pourrait être de s'intéresser aux deux autres objets frontières du dispositif LSa , l'avatar et la feuille de route, identifiés comme tels par Masselin et al. (Accepté).

IV -BIBLIOGRAPHIE

Akkerman, S.F. et Bakker, A. (2011). Boundary Crossing and Boundary Objects, *Review of Educational Research*, June 2011, Vol. 81(2), 132-169.

Hartmann, F. et Masselin, B. (2020). Quand un collectif d'enseignants s'empare d'une situation issue du quotidien, retour sur une lesson study adaptée, au cycle 3 sur la situation de la caisse. Dans COPIRELEM (Ed.), *Actes du 45e colloque international des formateurs de professeurs des écoles*, 2019, Lausanne (pp.121-128). http://www.arpeme.fr/documents/Actes-Lausanne-e.pdf

Masselin, B. (2020). *Ingénierie de formation en Mathématiques de l'école au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies*. Ed. Presses Universitaires de Rouen et du Havre, Rouen. http://purh.univ-rouen.fr/node/1309

Masselin, B. et Derouet, C. (2019). Sur la mise en évidence des effets d'une formation courte sur les pratiques d'enseignants autour de la simulation en probabilité en classe de troisième. Dans M. Abboud (Ed.), *Mathématiques en scènes, des ponts entre les disciplines*. Actes du Colloque EMF 2018 (pp. 198-207). Paris : Éditions de l'IREM de Paris. https://emf2018.sciencesconf.org/data/actes_EMF2018.pdf

Masselin B., Hartmann, F. et Artigue, M. (accepté) Étude du rôle des facilitateurs dans un dispositif de Lesson Study adapté, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*.

ANNEXE 1 : LA SITUATION « ŒUFS DU DRAGON » CHOISIE PAR LES ENSEIGNANTS

Objectifs

Objectif: énumérer et organiser une collection.

Objectif général: Amener les élèves à construire le système de numération positionnelle des écritures chiffrées.

Le matériel





Tâches des élèves

- Dénombrer une collection d'objets non organisée en un temps limité
- Mémoriser une quantité
- Reconstituer une collection de cardinal donné
- Contrôler un résultat

[1]Déroulement envisagé

Voici l'énoncé fixé par le collectif d'enseignants et donné aux élèves :

> Deux groupes d'élèves. Un groupe de compteurs et un groupe de cueilleurs. Compteurs et cueilleurs sont en binôme et éloignés l'un de l'autre. Les compteurs doivent énumérer la collection d'œufs sur la plaque ou sur leur table lorsque la plaque est soulevée. Ils vont ensuite la demander aux cueilleurs en une seule fois. Les cueilleurs doivent s'organiser pour donner la-collection juste, le plus rapidement possible. Lorsque les compteurs reviennent à leur place avec la collection, ils la vérifient en posant les œufs à l'intérieur des plaques évidées. *(une version reformulée est proposée dans la partie « analyse a posteriori » dans le cahier de LS)*

[1] Document IRES Toulouse, groupe LS.

C.TABARANT, COPIRELEM 2021

ANNEXE 2

[1]Connaissances mises en jeu

- **Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques**

Les mathématiques participent à l'acquisition des langages scientifiques : compréhension du système de numération, pratique du calcul, connaissance des grandeurs. Les représentations symboliques transcrivent l'observation, l'exploration et le questionnement des objets et de la réalité du monde.

Dans l'enseignement « Questionner le monde », les activités de manipulation, de mesures, de calcul, à partir d'expériences simples utilisent pleinement les langages scientifiques. La familiarisation avec un lexique approprié et précis, permet la lecture, l'exploitation et la communication de résultats à partir de représentations variées d'objets, de phénomènes et d'expériences simples (tableaux, graphiques simples, cartes, schémas, frises chronologiques, etc.).

D'après le BOEN n° 31 du 30 juillet 2020
Programmes 2020, cycle 2

P5

Mathématiques

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde », ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Ils ont le plus souvent possible un caractère ludique. On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.

P 56

La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes qui évoluent progressivement avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles institutionnalisées dans les cahiers par des traces écrites qui ont valeur de référence. Il est tout aussi essentiel qu'une verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés accompagne le recours à l'écrit et soit favorisée dans les échanges d'arguments entre élèves. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction.

P 56

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers, déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).

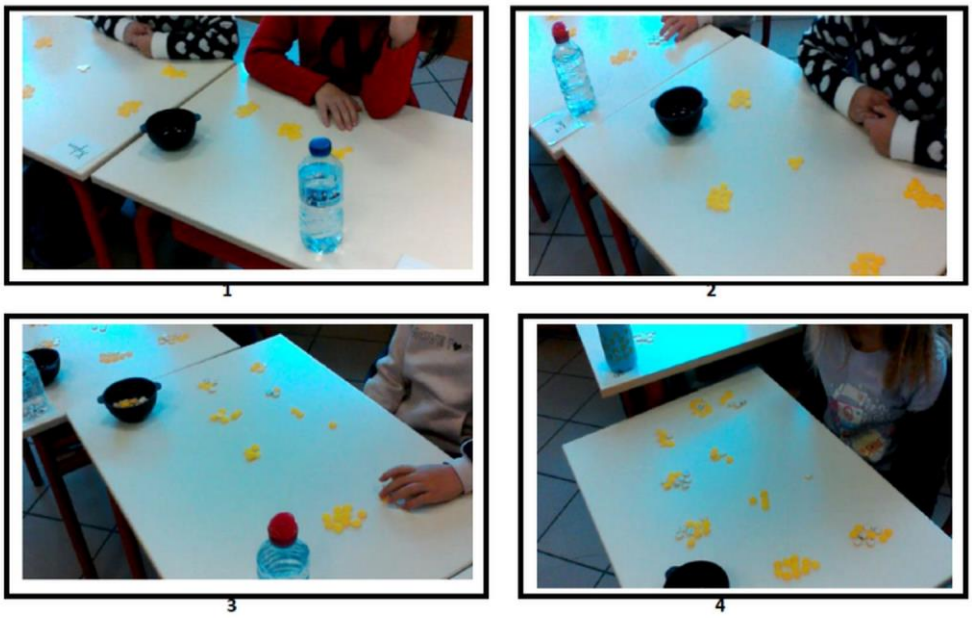
P 56

Attendus de fin de cycle

- Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
- Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
- Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.
- Calculer avec des nombres entiers.

ANNEXE 3

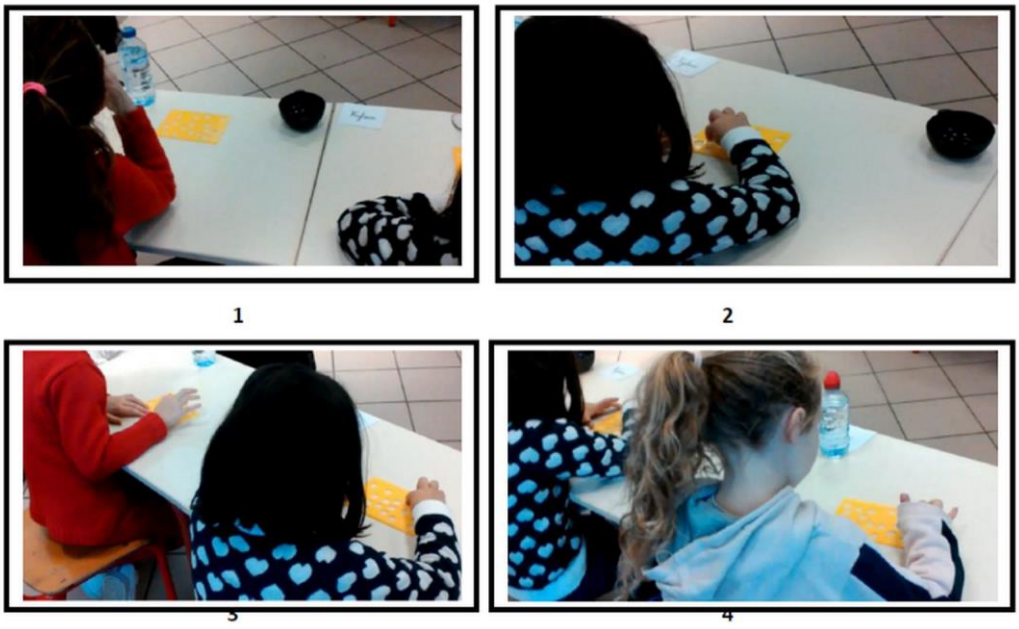
[1]EXTRAIT PHOTOS VIDEO1, « 3 PLAQUES D'ŒUFS »



[1] IRES TOULOUSE, groupe LS

Photos, C.TABARANT, COPIRELEM 2021

[1]Extrait photos vidéo2 « Comptage des œufs avant de passer la commandes avec plaques trouées



[1] IRES Toulouse, groupe LS

Photos, C.TABARANT, COPIRELEM 2021

ANNEXE 4 : GRILLE D'INTERVENTION DU FORMATEUR

Déclencheur pour le formateur	Descriptif	Analyse attendue chez l'enseignant
L'enseignant·e ne pense pas que les élèves pourraient faire le lien avec les boîtes d'œufs du commerce.	Durée vidéo « Les boîtes d'œufs» : 1'01. Un élève reconstitue une boîte de 12 œufs avec ses œufs du dragon.	-Vigilance vis-à-vis du contexte proposé qui parle d'œufs et des connaissances sociales. - Prendre en compte l'enrichissement que pourrait proposer cette procédure.

ANNEXE 5 : DEFINITION DU MATHELIER PAR « PLAISIR MATHS »

Contexte d'émergence de la notion :

La notion de mathelier a émergé au moment de la naissance de l'association Plaisir Maths en octobre 2011. Fondée par Nicolas Pelay dans la continuité de sa thèse en didactique des mathématiques, cette association de diffusion des mathématiques a la particularité de vouloir concevoir et animer des actions de diffusion des mathématiques en s'appuyant sur la recherche en didactique des mathématiques. La notion de mathelier permet d'affirmer cette spécificité, et une première définition émerge :

« Les matheliers sont des ateliers mathématiques et ludiques, construits en lien avec la recherche en didactique, au travers desquels nous mettons en relief l'aspect expérimental, collectif et créatif des mathématiques », Nicolas Pelay, extrait de la brochure Plaisir Maths, 2012.

ENSEIGNER A DISTANCE : ECHANGE DE PRATIQUES

Richard CABASSUT
Maître de Conférences, UNISTRA – INSPE
IREM de Strasbourg - COPIRELEM
LISEC (UR 2310)
richard.cabassut@unistra.fr

Fabien EMPRIN
Professeur des Universités, URCA – INSPE
IREM de Reims - COPIRELEM
CEREP (EA 4692)
Fabien.emprin@univ-reims.fr

Pierre EYSSERIC
Formateur, INSPE AMU
IREM de Marseille - COPIRELEM
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Résumé
L'enseignement à distance s'est imposé mais ouvre aussi de nouvelles possibilités pour les enseignants comme pour les élèves. L'outil, l'artefact numérique, n'est pas central (Tricot, 2014) mais c'est bien la démarche et les choix de l'enseignant qui sont primordiaux. L'objet de cet atelier est de partager des expériences en mettant en évidence la place de l'enseignement à distance à plusieurs moments clefs de l'enseignement : le relevé de représentation (par exemple avec des dispositifs comme la contraposée ou le photolangage), la confrontation et l'expérimentation (évaluation entre pairs, expérimentation à distance…), la mise en commun (documents collaboratifs…) et l'évaluation.
L'atelier présente quelques résultats clefs et permet aux collègues de tester des dispositifs mais aussi de partager leurs expériences. À chaque fois deux niveaux sont traités : celui des élèves et celui des formateurs : comment utiliser un tel dispositif avec des élèves en classe ? Comment utiliser un tel dispositif avec des étudiants en formation ? Une finalisation de cet atelier est de construire collectivement un système expert qui permet, par un jeu de questions, de proposer des outils et des dispositifs à un enseignant ou un formateur qui voudrait mettre en place de l'enseignement à distance.

I - UN PETIT PREAMBULE SUR LA FORMATION A DISTANCE

1 Objectif de l'atelier

Il s'agit de partager des dispositifs de formation à distance, issus des pratiques usuelles des formateurs ou de pratiques apparues lors des confinements et d'essayer d'en dégager plusieurs éléments :

- Quelles sont les similitudes et spécificités par rapport au présentiel ?
- Quelles alternances, articulations entre présence / distance, synchrone / asynchrone ?
- Quelles médiatisations et scénarisations ou encore quelles orchestrations instrumentales au sens de Trouche (2007) ?
- Quel accompagnement ? Nous prendrons l'exemple des MOOC avec Trestini et Cabassut (2017).
- Quel degré d'ouverture (degré de liberté de l'apprenant) ?
- Comment évaluer la formation (traces potentiellement laissées par le distanciel) ?
- Quelle spécificité des mathématiques ?

Lors de l'atelier, les participants renseignent collectivement un tableau d'analyse (annexe 1). Après une courte présentation de résultats connus sur l'enseignement à distance (EAD), les dispositifs sont présentés. Il s'agit d'identifier, pour les exemples présentés et de façon collaborative, les similitudes et

spécificités du dispositif par rapport au présentiel, les possibilités de travail en présence ou à distance, l'usage synchrone ou asynchrone, l'articulation entre les moments en présentiel et à distance, les scénarisations, l'articulation des dispositifs techniques et d'apprentissage, l'accompagnement nécessaire ou utile, le degré d'ouverture du dispositif, les opportunités pour évaluer la formation et enfin les spécificités des mathématiques.

2 Quelques éléments de réflexion sur l'EAD

2.1 L'effet de richesse des dispositifs

Un premier résultat, mis en évidence par Docq et al (2008, 2010), est l'effet de la richesse du dispositif sur la façon dont les apprenants adhèrent aux changement pédagogiques induits par la formation. Cet effet analysé dans le cadre de la formation à distance sur une plateforme de cours est illustré dans la Figure 1 qui montre que le pourcentage d'accord croît avec le nombre d'outils (au sens des outils disponibles sur une plateforme : exercices, documents, forum, annonces, descriptions, dépôt de travaux…)

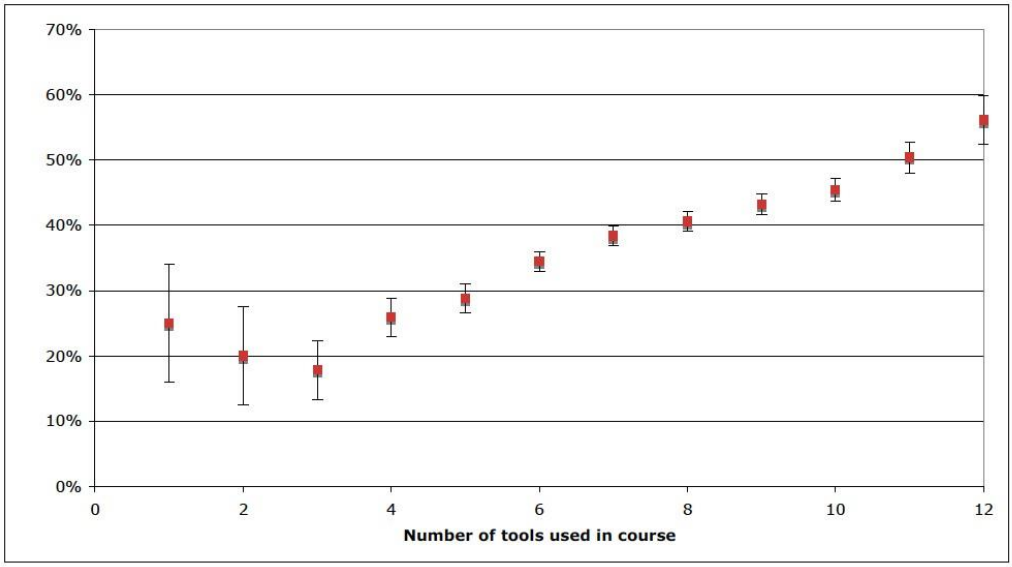


Figure 1. Relation entre nombre d'outils utilisés et l'accord (en %) avec les objectifs pédagogiques (Lebrun et al. 2009).

Ce premier élément rend légitime la recherche de dispositifs variés, permettant au formateur d'adapter les dispositifs à son public et à ses conditions d'enseignement.

2.2 La difficulté à mesurer des effets

On remarque que le travail proposé ci-dessous cherche à évaluer l'adhésion des apprenants mais pas les effets de ce dispositif. En effet, rechercher les effets, et surtout associer des effets à des causes comme l'utilisation de telle ou telle technologie, est extrêmement complexe.

Tout d'abord il faut définir ce qui est mesuré lorsque l'on parle d'effet. Est-ce que l'on évalue des connaissances juste après le cours ? Des performances, des compétences, des acquisitions sur un long terme ? Ensuite il faudrait être capable d'isoler de tous les paramètres l'impact des technologies. De multiples effets peuvent entrer en compte tels que la motivation de l'enseignant, le fait qu'il soit convaincu ou non de la démarche qu'il va employer, le temps supplémentaire qu'il investit dans l'expérience, les différences entre classes…

Par ailleurs, est-il pertinent de questionner le « avec » et « sans » les technologies ? S'il y a utilisation des technologies, c'est bien pour faire autre chose que sans. Quel sens donner à la comparaison de l'effet d'un enseignement réalisé à distance parce l'élève est hospitalisé et un enseignement en présentiel qu'il n'aurait de toutes façons pas pu suivre ?

L'outil de mesure est également difficile à construire de par la complexité de ce que l'on cherche à mesurer mais aussi pour des questions de temporalité. Le temps de l'enseignement est un temps long et les technologies évoluent rapidement.

Ramage (2002) a fait une revue de la littérature sur la « No Significant Difference » de Russel (1999). La conclusion, s'appuyant sur plus de 300 études, est que l'on ne peut pas dégager de différence qui soit significative (dans son acceptation scientifique et statistique) entre l'enseignement avec ou sans les technologies. L'étude de Ramage (*ibid*) a une conclusion un peu différente, « cette étude n'a trouvé aucune recherche, aucune preuve d'aucune sorte qui montre catégoriquement que les technologies n'ont pas d'impact sur les apprentissages que ce soit d'une manière positive ou négative »[1] (traduction des auteurs). Quoi qu'il en soit ces résultats montrent la complexité de la mesure des effets de l'usage des technologies.

2.3 La non-prédominance des outils

Le dernier élément sur lequel nous avons souhaité attirer l'attention des collègues concerne les travaux d'Amadieu et Tricot (2020). Ces chercheurs font une synthèse de la littérature de recherche et plus spécifiquement les méta-études pour vérifier ou non les mythes concernant le numérique. Ce travail permet de relativiser le poids des allant de soi, des préjugés et des témoignages et de l'utilisation ou de la généralisation d'études qui ont des résultats mais portant sur une population donnée, dans des conditions spécifiques. Une des conclusions que nous tirons de ce travail est que les outils numériques, que l'on pourrait nommer artefact au sens de Rabardel (1995), ne sont pas premiers, c'est-à-dire que les outils ne sont que des outils. En effet ce sont les pratiques des enseignants avec ces outils qui ont un impact ou non. Par exemple pour le mythe « le numérique permet un apprentissage plus actif », la conclusion est que cela peut être vrai mais que ce n'est pas l'interactivité de l'outil qui est déterminante, mais bien les interactions que l'enseignant met en place qui le sont. C'est le scénario pédagogique qui rend les étudiants plus actifs quand l'enseignant met les interactions permises par le numérique au service de l'enseignement.

Fort de ces premiers éléments nous proposons de soumettre à la discussion et au débat plusieurs pratiques pour recueillir des représentations, pratiquer à distance ou mener un dispositif complet de formation. Nous terminons sur plusieurs résultats liés aux pratiques lors des confinements liés à la crise de la COVID.

II - RELEVER LES REPRESENTATIONS A DISTANCE

Nous proposons plusieurs modalités de recueil de représentation, plus ou moins directs.

1 Récupérer les réponses des étudiants à distance

Un premier choix peut être de questionner les étudiants ou les élèves. C'est ce que nous avons testé en demandant tout simplement aux membres de l'atelier quelles étaient leurs attentes par rapport à ce dernier. En utilisant la plateforme wooclap pour recueillir les réponses nous avons obtenu un nuage de mots (

Figure 2) dans lequel les mots les plus occurrents sont les plus grands.



Figure 2. Nuage de mots concernant les attentes des participant à l'atelier

[1] This review found no study, no evidence of any kind that categorically proves that technology does no impact learning in some way positively or negatively.

Ainsi, on peut remarquer que l'idée de découvrir est centrale dans cet atelier tout comme l'idée d'échange de pratiques ou le partage d'expériences. Notre choix est d'utiliser cet outil de façon anonyme pour permettre l'expression la plus libre possible, mais des paramétrages plus fins permettent de contrôler l'accès et d'instaurer une modération.

Lorsqu'il y a une question plus précise sur laquelle on veut questionner le public, il est également possible d'utiliser d'autres outils comme les questionnaires (Figure 3).

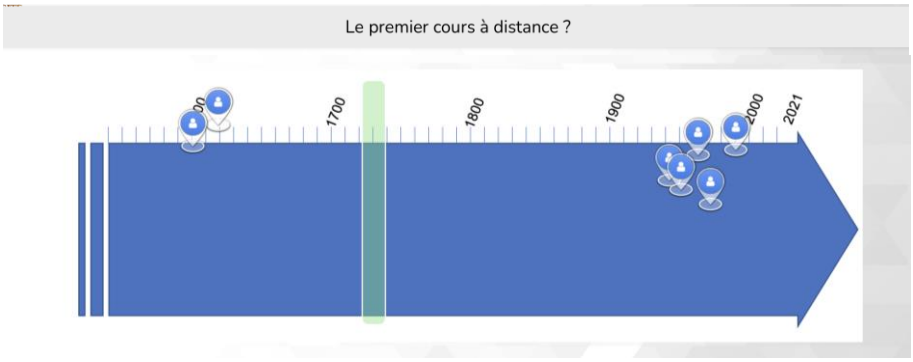


Figure 3. Exemple de question plus ciblée : à quand datez-vous le premier cours à distance ?

Il s'agit de demander aux personnes présentes dans l'atelier de placer sur une ligne des temps le premier cours à distance. La zone verte est celle définie comme la bonne réponse. Un dernier exemple encore plus spécifique permet à l'enseignant de questionner les représentations du hasard par les élèves. Il s'agit de classer, en ligne, sur google form (mais d'autre outils sont tout à fait possibles à utiliser) les événements suivants du plus probable au moins probable : A - Mourir dans un accident d'avion, B - Être touché par un astéroïde, C - Gagner le gros lot à l'EuroMillion®, D - Mourir attaqué par un chien, E - Être frappé par la foudre, F - Mourir par une attaque de requin, G - Gagner le gros lot au Loto ®.

On se rend compte que très peu de personnes parviennent à trouver l'ordre exact (basé sur la probabilité de ces événements), la moyenne de propositions bien placées (1 point si la proposition est à sa place exacte dans le classement) étant de 1,81 (sur 137 répondants) (Figure 4). L'ordre correct est DEBAGCF. Sans rentrer dans l'analyse fine de cet exercice, *mourir attaqué par un requin* est classé loin devant *mourir attaqué par un chien.* Or, quand on y réfléchit bien, une très faible partie de la population est confrontée à des requins (par exemple à Grenoble il y en a peu) alors que les chiens sont un peu partout où il y a des Hommes. De ce fait, il y aurait 1 chance sur 4 millions de mourir suite à une attaque de requin alors que la mort par attaque d'un ou plusieurs chiens est la 21ème cause de mortalité avec 1 chance sur 112 400. Ce travail vise à faire se questionner les étudiants sur la perception du hasard et la nécessité d'utiliser les statistiques pour objectiver cette relation au hasard.

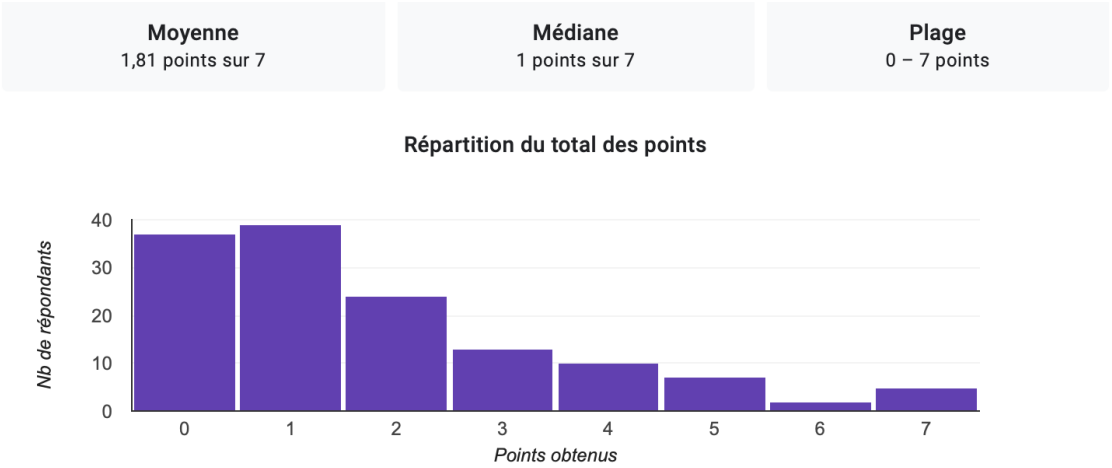


Figure 4. Répartition des scores obtenus par les étudiants et les participants au classement des phénomènes du plus probable au moins probable.

Ces trois exemples montrent différentes techniques utilisables en formation ou pour l'enseignement pour impliquer les apprenants et relever leurs représentations sur un sujet donné. Mais ces techniques peuvent être biaisées par le fait que les apprenants cherchent à donner les réponses attendues. Pour éviter cela, nous proposons aussi des dispositifs à questions indirectes.

2 Les méthodes indirectes

2.1 La contraposée

Au lieu de demander leur avis à des formés, des élèves, etc. sur un sujet, nous allons utiliser une question contraposée. Puisque A => B est équivalent à non B => non A, au lieu de demander ce qu'il faut faire pour réussir une formation à distance par exemple, nous allons demander comment faire échouer une formation à distance. En inversant les réponses, nous supposons que nous obtiendrons des informations sur ce que les apprenants pensent et non pas ce qu'ils savent ou ce qu'ils pensent que le formateur souhaite comme réponse. Les attentes du formateur sont alors difficiles à identifier et les apprenants n'ont que rarement lu ou entendu des affirmations pour faire échouer une formation à distance à coup sûr. Le travail est associé à un dispositif d'animation déjà utilisé par Emprin et Jourdain (2010) en 4 étapes. Étape 1, les élèves écrivent sur un post-it une idée pour répondre à la question (une idée par post-it) et le mettent au tableau (qui peut être réel ou virtuel, voir Figure 5). Ils mettent autant de post-it que nécessaire et peuvent lire les post-it des autres, ce qui permet plus de créativité par rebond (une idée en évoquant une autre même si de fait elle risque de l'influencer). Ensuite étape 2, deux animateurs sont nommés pour classer, avec le groupe les post-it. Étape 3, des noms sont donnés aux catégories et enfin étape 4, le formateur et le groupe inversent les catégories pour identifier comment faire pour réussir une formation à distance.

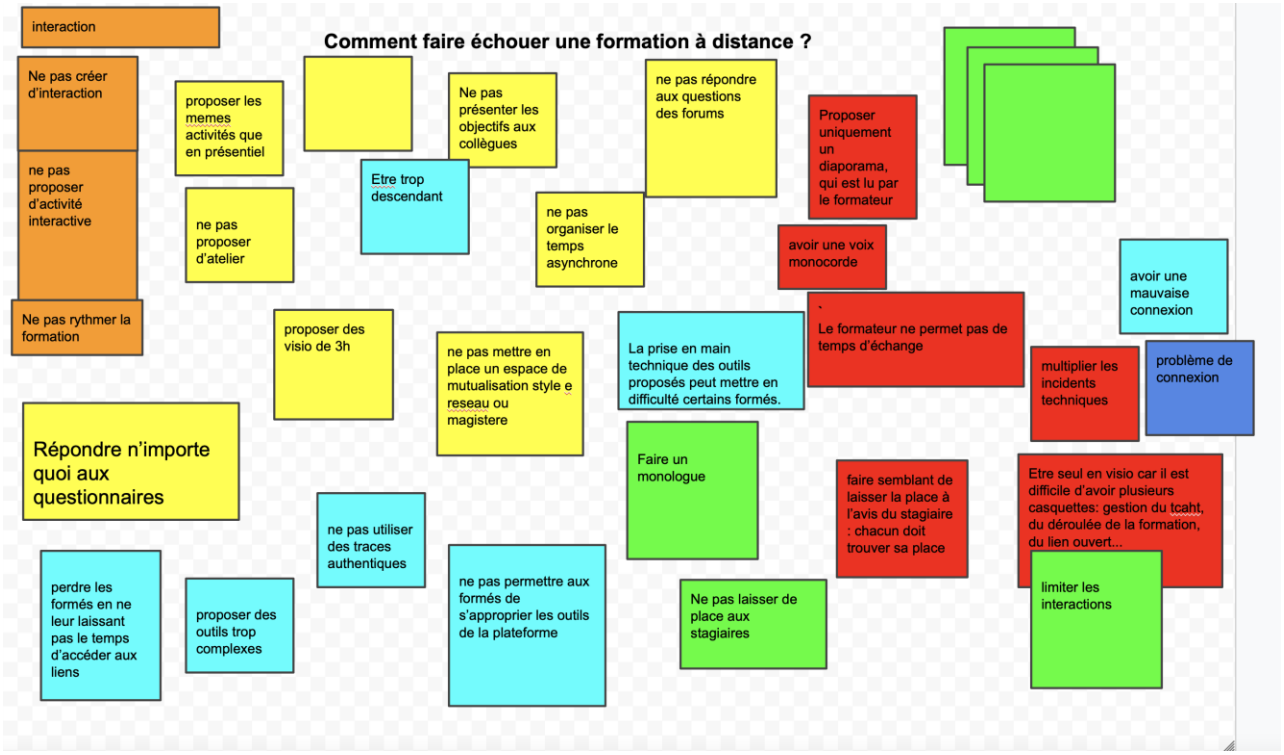


Figure 5. Exemple d'un tableau de contraposées issues d'un travail à distance

2.2 Le photolangage

Il est également possible de se priver du langage, par exemple en utilisant l'expression par les images. Le photolangage est une technique d'animation qui permet de passer outre les "mots" dans un premier temps en demandant aux participants de choisir des images qui correspondent à leur(s) représentation(s) de la question choisie. Une fois que chaque personne a choisi des images qui correspondent au concept et des images qui ne correspondent pas au concept, il faut justifier ses choix ; c'est à ce moment que le langage intervient mais avec le support de l'image.

Le photolangage est un dispositif de formation permettant d'échanger sur un concept ou une représentation en se basant sur des images ou des photographies. Il vise, pour certains élèves, à "faciliter l'émergence et l'expression des représentations individuelles et collectives" (Muller, 2009) autour de la thématique principale liée à cette formation.

Le photolangage à distance peut être mené de plusieurs façons : avec des images choisies par l'enseignant ou avec des images trouvées par les élèves. Dans le premier cas, on peut mettre en place des QCM en ligne avec non pas des questions mais des images à sélectionner. Dans le second cas, on peut utiliser des murs numériques sur lesquels les élèves déposent et commentent les photos choisies. Nous utilisons notamment pinterest.

2.3 Le Q-sort

Il s'agit d'un outil qui s'appuie sur une liste d'affirmations définies par le formateur sur la base d'enquêtes préalables ou de travaux de recherche. Ces affirmations relèvent de visions différentes du problème ou de représentations du concept divergentes. Ces affirmations sont également interprétables de façons différentes, leur formulation peut donc laisser la place à la discussion. Ces affirmations sont toutes la suite d'une formulation du type : les mathématiques c'est… ou la différenciation pédagogique c'est… Il est possible de trouver des Q-sort déjà fabriqués sur le site : http://francois.muller.free.fr/diversifier/mode.htm

L'utilisateur doit classer les affirmations : il doit choisir les deux avec lesquelles il est complètement d'accord (++), les 4 avec lesquelles il est plutôt d'accord (+), les 4 avec lesquelles il n'est plutôt pas d'accord (-) et enfin les deux avec lesquelles il est en désaccord (--). Il peut y avoir plus de 12 affirmations, ce qui permet à l'utilisateur de ne pas classer certaines affirmations.

Le classement peut se faire en ligne par l'intermédiaire d'un questionnaire. L'enseignant peut choisir plusieurs types de traitements :

- En faisant discuter les utilisateurs sur les affirmations que certains ont classées en (++) et que d'autres ont classées en (--). Cela permet d'engager le dialogue, de clarifier des termes, de mettre en évidence les représentations.

- En faisant une synthèse exhaustive des réponses et en en tirant une sorte de panorama de la classe.

- En utilisant un système automatique qui donne à chacun un profil type. En effet ces affirmations relèvent de types de représentations qui peuvent donc être restituées à l'utilisation. Par exemple, pour la représentation des mathématiques le profil A peut être une vision des mathématiques comme utilitaire pour les autres sciences, le B une discipline qui vit pour elle-même, le C une discipline de sélection… L'utilisateur peut obtenir son profil manuellement en comptant le nombre de réponses (++) correspondant au profil, A, B, C …, puis les (+) et soustrait les (-) ou les (--), ou la machine peut le faire automatiquement. Il obtient un score pour chaque profil qui lui donne un profil majoritaire et des profils secondaires. Il peut alors être intéressant de comparer le profil obtenu et celui que l'utilisateur pensait avoir, de réaliser le profil de la classe, de se questionner sur le concept de score…

Ces trois outils peuvent être utilisés en présentiel, sans outils numériques, à distance dans différentes conditions, c'est ce que nous discutons à présent.

3 Distance, présence, synchrone, asynchrone

La contraposée peut être faite sur des post-it collés au tableau, le photolangage à partir de photos posées sur une table que l'élève sélectionne, le Qtest sur polycopié, alors pourquoi utiliser les outils numériques et est-ce que la question de la distance *vs* présence est la meilleure distinction ?

3.1 Présence et distance

Que les étudiants posent des post-it réels ou virtuels ne change de fait pas grand-chose, d'ailleurs on peut tout à fait faire poser des post-it sur un mur virtuel pendant une séance en présentiel tout comme il est possible de faire faire le Qtest en ligne avec génération du profil automatiquement. Dans ce dernier cas, il s'agit de faire gagner du temps aux élèves qui n'ont pas à comptabiliser combien ils ont de A, de B, de C… De plus l'usage d'outils en ligne permet à l'enseignant de récupérer de façon rapide la synthèse des

problèmes de la classe ou de conserver le mur virtuel pour une longue durée (ce qui est plus difficile pour les post-it réels, même si faire une photo du tableau est possible, elle reste moins facilement lisible).

Donc les outils numériques utilisés en présentiel ont certains avantages mais la distinction présence / distance ne semble pas modifier de façon déterminante les conditions de fonctionnement de ces dispositifs. Le fait que les étudiants et les élèves soient à distance n'est d'ailleurs pas toujours un choix de l'enseignant comme nous l'avons vu avec les confinements ou les organisations spécifiques liées aux conditions sanitaires. Sans préjuger de l'avenir, certains élèves doivent travailler à distance notamment ceux qui sont empêchés de venir à l'école pour des raisons médicales par exemple. Ces dispositifs utilisant des outils numériques mettent sur un pied d'égalité les élèves en présence avec l'enseignant et ceux qui sont à distance (ils ont autant le droit de poser un post-it sur le mur virtuel que les autres et leur post-it est indiscernable de celui des autres). En revanche ces outils numériques permettent une utilisation hors de la présence de l'enseignant, donc asynchrone, ce qui apporte un changement plus important dans l'organisation du cours.

3.2 Synchrone et asynchrone

Au même titre que présence et distance sont possibles ensemble, synchrone et asynchrone peuvent être combinés dans un dispositif. Lorsque l'enseignant fait faire le début du métaplan avant le cours, il peut alors faire faire la classification en synchrone, tous les élèves pouvant valider les choix de classement. Par ailleurs, le classement peut aussi être fait en asynchrone, deux élèves étant responsables du classement et les autres interagissant sous forme de commentaires. L'utilisation de l'asynchrone permet de donner plus de temps aux élèves et aux étudiants mais aussi de ne pas mobiliser l'enseignant pendant un temps où normalement il ne doit pas intervenir à part pour motiver les élèves et faire respecter les règles. Ainsi l'enseignant conserve les temps de travail synchrones à des temps où ses interventions apportent une réelle plus-value.

Ce report de temps de travail sur un temps hors classe pose la question de la prise en compte et de la reconnaissance de ce temps pour l'étudiant comme pour l'enseignant. C'est une question qui reste ouverte mais qui doit être prise en compte pour ne pas surcharger l'élève et l'enseignant qui, même s'il n'intervient pas en synchrone, prépare, met en place et anime ces temps asynchrones. C'est d'autant plus important que d'autres parties du travail, au-delà du recueil de représentations, peuvent être aussi mises en asynchrone.

III - PRATIQUER ET CONFRONTER A DISTANCE

La pratique, que ce soit d'enseignement ou le travail mathématique selon que l'on parle de former des enseignants ou d'enseigner à des élèves, peut sembler plus complexe à travailler à distance. De même le travail de confrontation entre pairs peut être considéré comme l'apanage du présentiel. Ce n'est pas le cas notamment grâce aux simulateurs et au peer-reviewing.

1 L'usage des simulateurs

Pour permettre aux enseignants de pratiquer à distance nous proposons d'utiliser des simulateurs informatiques de classe. Le premier en France, développé par Morge (2008) pour la physique, a été suivi d'autres tels que ceux que nous avons développés (Emprin, 2011 ; Emprin, Sabra et Gadat, 2020) : SIC (Simulateur Informatique de Classe) et SAP (Simulateur d'Analyse de Pratiques). Là encore la distinction présence / distance n'est pas déterminante car les outils peuvent être utilisés par les formés de chez eux ou en salle de formation. Le simulateur génère des bilans qui peuvent ensuite être discutés avec les étudiants en synchrone, là encore en présentiel ou distanciel.

Les différentes versions du simulateur sont accessibles gratuitement, la plus ancienne, SIC, mais aussi la plus complète (https://fabien-emprin.pagesperso-orange.fr/SIC/), la nouvelle version ne comportant que la partie consigne de SICv2 (https://fabien-emprin.pagesperso-orange.fr/SICv2/) et SAP qui est disponible sur M@gistère avec son dispositif de formation associé.

(https://magistere.education.fr/dgesco/course/view.php?id=1412&section=1)

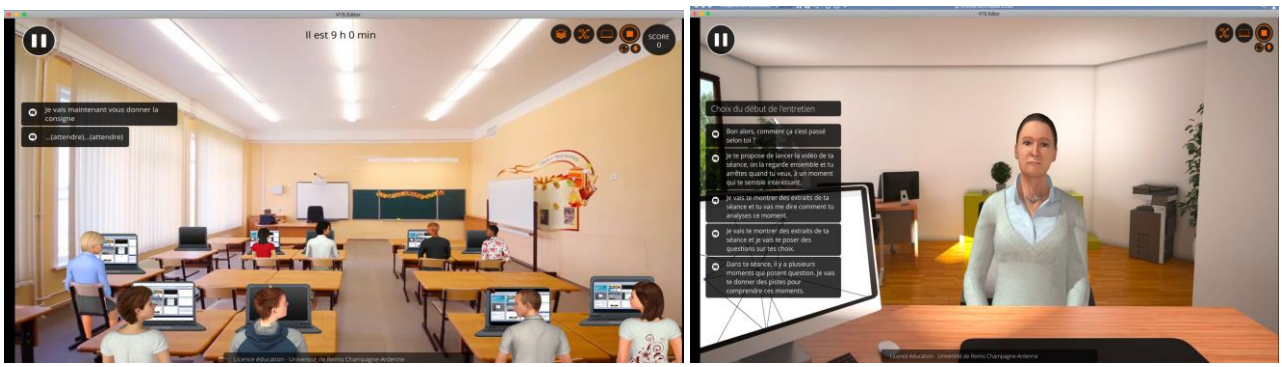


Figure 6. SIC (à gauche) et SAP (à droite)

Les deux outils de simulation ont été testés pendant l'atelier. Il est clair que la pratique simulée n'est pas la pratique mais les expériences menées (Emprin et Sabra, 2019) montrent qu'elles permettent de discuter sur la pratique et de faire émerger les différentes composantes des pratiques au sens de la double approche didactique et ergonomique de Robert et Rogalski (2002).

2 Faire interagir

À distance ou en présence, faire interagir les étudiants entre eux n'est pas toujours chose facile. Nous avons choisi de mettre en évidence un dispositif particulier, bien connu des chercheurs et permis par des plateformes comme moodle : le peer reviewing.

Cet outil qui, dans moodle se nomme atelier (Figure 7), permet à l'enseignant de paramétrer une activité où les étudiants doivent déposer un travail, puis se voient attribuer un ou plusieurs travaux de leurs pairs à évaluer. Cette évaluation peut être critériée si l'enseignant configure des critères. Ce type de travail permet aux élèves et aux étudiants de se rendre compte, en analysant les travaux des autres, des critères de validité. Par ailleurs, en recevant les évaluations de leurs pairs, ils comprennent ce qui leur permet réellement de progresser et les retours qui ne sont pas utiles. Il est possible de mettre en place ce dispositif par exemple sur un travail qui sera à rendre pour une évaluation finale, les retours des autres étudiants permettant d'améliorer son travail.



Figure 7. Module atelier dans moodle et ses paramétrages pour configurer un peer reviewing

Voici par exemple quatre évaluations d'un même travail reçu par l'étudiant :

- Évaluateur 1 : Bon travail dans l'ensemble, bon courage pour la suite !
- Évaluateur 2 : Travail moyen, il y a des bonnes réponses mais aussi des mauvaises. Dommage que tu n'aies pas assez rédigé tes conclusions, cela donne un petit plus au travail et en plus ça donne

du sens à la question posée. Pour les questions de la description de la base de données, c'est dommage ce n'était pas ce qui était demandé. Il est également dommage que tu n'aies pas donné de réponse à la question 10.

- Évaluateur 3 : Attention aux interprétations, généralement les formules sont bonnes, mais les interprétations sont à revoir ! Revoir également la description pour la base de données !
- Évaluateur **4 :** Très bien

Les évaluations 1 et 4, quoiqu'agréables, n'apportent rien à l'étudiant et ne lui permettent pas d'améliorer son travail.

Après avoir présenté et analysé des dispositifs ponctuels, nous analysons maintenant des dispositifs complets et l'impact de la crise du COVID sur les pratiques.

IV - DISPOSITIFS COMPLETS ET IMPACT DE LA CRISE DU COVID

1 Une formation continue hybride

Elle utilise une plateforme « décrite dans (Cabassut & al. 2006), simulant à distance des lieux de formation en présentiels. Les étudiants doivent s'approprier les différents instruments mis à leur disposition :

- Un bureau (*Figure 8*)
- Une fiche de présentation (figure 9)
- Un amphithéâtre (figure 10)
- Une salle de séminaire (figure 11)
- Des salons de discussion (figure 12)
- Une messagerie (figure 13)

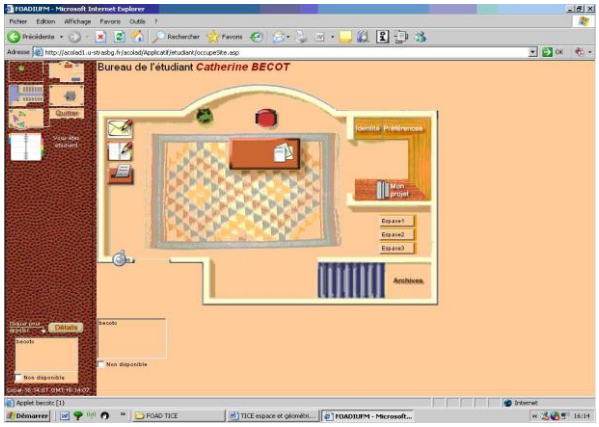


Figure 8. Le bureau

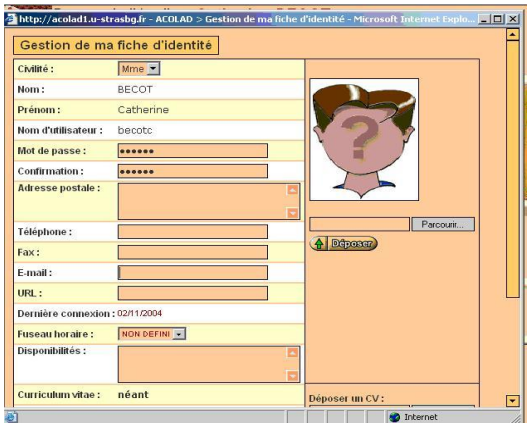


Figure 9. La fiche de présentation

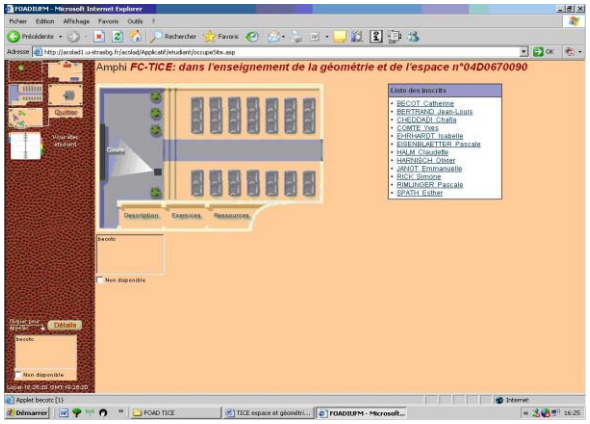


Figure 10. L'amphithéâtre



Figure 11. La salle de séminaire

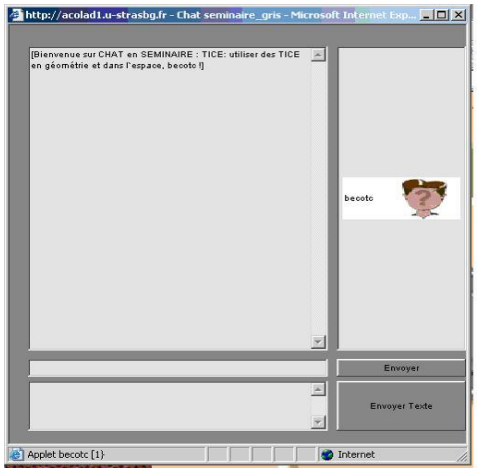


Figure 12. Salon de discussion



Figure 13. La messagerie

Le stage de formation continue, hybride présentiel et à distance, décrit dans Cabassut et al. (2006), portait sur l'utilisation des TIC dans l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire. La plateforme et les instruments ont fait l'objet d'une présentation minimale. Leur utilisation a été découverte au fur et à mesure des usages et des instruments de dépannage ont été mis à disposition. Pour autant il persiste des difficultés d'utilisation.

Du point de vue du formateur il y a une grande hétérogénéité des usages par les stagiaires avec une centration sur les problèmes instrumentaux et une faible collaboration. Cette centration sur les problèmes liée au fonctionnement des outils semble induire une faible réflexion pédagogique.

Du point de vue des stagiaires la motivation est effectivement très variable. Ils apprécient de découvrir la plateforme, les logiciels, les documents pédagogiques et de pouvoir échanger. Ils formulent des difficultés liées à la plateforme et auraient souhaité être plus formés sur le versant informatique.

Ces conclusions sont en cohérence avec les travaux de recherche notamment sur le dispositif Pairform@nce, ancêtre de M@gistere :

« Notre étude des effets des formations sur les stagiaires révèle d'une part la grande diversité des caractéristiques des formations réalisées à partir de parcours Pairform@nce. Ainsi, il apparaît nécessaire que les dispositifs de formation proposés soient adaptables à cette variété. L'étude confirme la difficulté des stagiaires à concevoir la plateforme comme étant au service d'une formation avec des objectifs pédagogiques et didactiques et pas seulement technologiques. Le travail sur les ressources utilisables en classe est le plus apprécié et la collaboration entre pairs est perçue très positivement. Lorsqu'elle n'est pas prévue par la formation, elle s'organise de façon informelle entre les stagiaires, essentiellement dans un objectif de mutualisation des ressources. En revanche, la collaboration à distance est encore perçue comme difficile, coûteuse et moins efficace que le travail en équipe, regroupée en un même lieu. » (Soury-Lavergne et al., 2013, p. 57).

2 L'impact de la crise de la COVID-19 : l'exemple de Shanghai[2]

2.1 Le contexte de l'enseignement à Shanghai

Le contexte est spécifique et doit être pris en compte : au niveau de Shanghai et de l'école, les professeurs d'écoles ne sont pas généralistes comme en France ; les professeurs d'école enseignent dans 2 classes environ 1 heure de mathématiques par jour pour chacune des classes. Le reste du temps ils préparent leurs leçons, interagissent individuellement avec leurs élèves et leurs collègues. Ils participent chaque semaine en mathématiques à des Groupes d'Enseignement et de Recherche (GRE) au sein de l'école et une fois par mois avec tous les autres professeurs. Ils peuvent observer ou être observé pendant les leçons. La promotion des professeurs dépend de leur engagement dans ces dispositifs.

2 Informations extraites de https://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/trouche_contribution_cs_irem_juin_2020.pdf et de (Trouche 2020)

Pendant la crise, Shangai a fait un choix spécifique et a mis en œuvre un dispositif commun basé sur des vidéos produites par des spécialistes pour tous les thèmes au programme. Tous les professeurs ont utilisé de manières différenciées les vidéos et les ont jugées comme un soutien précieux. En effet plus de 90 % des élèves ont visionné les vidéos, participé aux interactions à distance et rendu leur travail. On n'a pas d'information sur les 10% restant. Les groupes à distance de professeurs (GER, différents pour chacun des 13 professeurs de l'échantillon) ont fonctionné (de manière différenciée), et sont perçus, notamment par les enseignants novices, comme des soutiens indispensables.

2.2 Les difficultés rencontrées

Les difficultés rencontrées ont été de quatre ordres :

- technologiques : faiblesse du réseau, faiblesse des micros ;
- sociales : en banlieue les élèves souvent seuls à la maison ; au centre-ville davantage de parents en télé-travail présents à la maison ;
- pédagogique : difficile contrôle de l'attention des élèves si on ne les voit pas ; communication avec gestes professionnels du présentiel absents ;
- didactique : le temps didactique plus lent ; il a fallu reprendre les notions au retour en présentiel après la pandémie. Il y avait quatre élèves virtuels qui questionnaient le savoir, dans les vidéos. Ce dispositif s'est révélé un intérêt pour les « bons » élèves mais un obstacle pour les élèves qui ont « du mal à suivre », d'où un creusement des inégalités.

Ce dispositif a induit une évolution des pratiques des enseignants du fait de la collaboration. Il y a eu une variété des outils mobilisés et créés : micro-vidéos, micro-audios, groupes de discussions entre élèves sur les réseaux sociaux. La diversité des producteurs de vidéos ouvre les enseignants à des styles d'enseignement différents. De fait, lors du retour en présentiel certains enseignants conservent certaines pratiques et certains outils.

2.3 Quelques conditions pour l'enseignement à distance

Cela nous amène à identifier des conditions pour enseigner à distance.

D'abord la mise à dispositions de ressources commandées par l'institution mais produites par des pairs (mise en question de ressources produites par des « experts » extérieurs) semble un atout important. La collaboration entre professeurs, sur des temps reconnus institutionnellement permet la régulation des dispositifs. La mise à disposition du temps nécessaire à la réflexion sur l'enseignement est également un critère qui se dégage de cette étude.

V - CONCLUSION

Cet atelier a permis de présenter des pratiques issues de l'expérience des collègues (nous mettons en annexe 1 le document collaboratif rempli par les participants à l'atelier) ou d'expériences de zones géographiques comme Shanghai. Il en ressort que l'enseignement à distance est complexe et que ces conditions de mise en œuvre sont encore mal connues, même si des pistes existent. À la distinction entre présence et distance, nous préférons celle de synchrone et d'asynchrone (ce qui n'est d'ailleurs pas antinomique, les deux classifications peuvent être combinées). Indépendamment de la crise de la COVID, la réflexion persiste de l'utilisation de dispositif d'enseignement à distance dans l'enseignement, que ce soit pour des élèves empêchés d'assister au présentiel ou pour renvoyer une partie du travail sur le temps de travail personnel de l'étudiant ou de l'élève (avec les points de vigilance que nous avons évoqués).

Nous terminons en mettant en avant quelques résultats de la recherche :

- Sur la domination de la technique sur le didactique (Trestini et Cabassut, 2006)
- Sur l'importance du travail collectif et des pratiques réflexives (Soury-Lavergne et al., 2013)
- Sur l'industrialisation de la formation à distance remettant en cause la place de l'enseignant (Gelis, 2015)
- Sur la complexité de la conception d'une formation distancielle par rapport à présentielle (Gélis et Kermorvant, 2012)

- Sur la variété des formations à distance et nécessité d'une formation sur ce thème des formateurs de formateurs et des enseignants (Trestini et Cabassut, 2019)
- Sur les mythe et réalité de l'enseignement avec le numérique (Amadieu et Tricot, 2014)

VI - BIBLIOGRAPHIE

Amadieu, F., et Tricot, A. (2014). Apprendre avec le numérique : mythes et réalités. Retz.

Amadieu, F., et Tricot, A. (2020). Apprendre avec le numérique : mythes et réalités. Retz.

Cabassut, R., Riemlinger P., et Trestini M. (2006). Les TIC dans la formation et l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Actes du XXXIIe colloque COPIRELEM* (Strasbourg, 30 mai-1juin 2005), IREM de Strasbourg.

Docq, F., Lebrun, M., et Smidts, D. (2008). À la recherche des effets d'une plate-forme d'enseignement/apprentissage en ligne sur les pratiques pédagogiques d'une université : premières approches. *Revue internationale des technologies en pédagogie universitaire/International Journal of Technologies in Higher Education*, 5(1), 45-57.

Docq, F., Lebrun, M., et Smidts, D. (2010). Analyse des effets de l'enseignement hybride à l'université : détermination de critères et d'indicateurs de valeurs ajoutées. *Revue internationale des technologies en pédagogie universitaire/International Journal of Technologies in Higher Education*, 7(3), 48-59.

Emprin, F., et Sabra, H. (2019). Les simulateurs informatiques, ressources pour la formation des enseignants de mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, Springer, 19 (2), 204-216. ⟨10.1007/s42330-019-00046-w⟩. ⟨hal-02969489⟩.

Emprin, F., et Jourdain, C. (2010, September). Les représentations des enseignants sur l'échec scolaire : étude à partir d'une question contraposée. In *Congrès international AREF* (Actualité de la recherche en éducation et en formation).

Emprin, F., Sabra, H. et Gadat P. (2020). Former des enseignants par un simulateur informatique d'interactions humaines : l'exemple du logiciel VTS. *Revue de Mathématiques pour l'École*, 180-191.

Emprin, F. (2011) Construction d'un Simulateur Informatique de Classe (SIC) pour la formation des enseignants. Conférence EIAH 2011, Département des Sciences et de la Technologie de l'Education (Mons) Université de Mons- Hainault, May 2011, Mons, Belgique. 409-422.

Gelis, J.-M., et Kermorvant, E., (2012). Comment concevoir une formation initiale à distance pour les professeurs d'école en mathématiques : une exploration des possibles à travers deux expériences, *Actes du XXXIXe colloque COPIRELEM* (Quimper, 20-22 juin 2012).

Gélis, J. M. (2015). Des responsables d'équipe dans le déploiement d'un enseignement à distance: entre innovation, industrialisation et modèles de dissémination. Distances et médiations des savoirs. *Distance and Mediation of Knowledge*, 3(10).

Lebrun, M., Docq, F., et Smidts, D. (2009). Claroline, an Internet Teaching and Learning Platform to Foster Teachers' Professional Development and Improve Teaching Quality: First Approaches. Aace Journal, 17(4), 347-362.

Morge, L. (2008). De la modélisation didactique à la simulation sur ordinateur des interactions langagières en classe de sciences. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies : approche cognitive des instruments contemporains. Armand Colin.

Ramage, T. R. (2002). The" no significant difference" phenomenon: A literature review.

Robert, A., et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: une double approche. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 2(4), 505-528.

Soury-Lavergne S., Gueudet G., Loisy C., et Trouche L. (coord.) (2013). Le travail collectif et les pratiques réflexives au coeur des dispositifs hybrides de formation : de Pairform@nce à M@gistère. Pairform@nce – Institut français de l'Éducation – Rapport 2013.

Trestini, M., et Cabassut, R. (2006). La domination de la technique sur l'action didactique et sur les scénarios pédagogiques en formation à distance. Dans *Actes du colloque international TICE 2006*. [CD-ROM]. Toulouse : INP 26, 26, 27 octobre. ISBN : 2-9527275-0-3 ; ISBN: 978-2-9527275-0-1.

Trestini, M., et Cabassut, R. (2019). Les représentations sur la formation à distance. Une clé pour comprendre l'ingénierie de la formation des enseignants à distance. Distances et médiations des savoirs. Distance and Mediation of Knowledge, (26).

Trouche, L. (2020). Comment Shanghai répond aux défis de l'enseignement des maths à distance ? L'expresso du mardi 09 juin 2020. Les cahiers pédagogiques.
http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2020/06/09062020Article637272874349312877.aspx

VII - ANNEXE 1

Exemple	Similitude et spécificité par rapport au présentiel	Présence / distance	Synchrone / asynchrone	Articulation entre les moments présentiels et à distance	Médiatisation : conception, mise en œuvre et scénarisation	Médiation : articulation dispositifs techniques et apprentissage	Accompagnement	Degré d'ouverture	Comment évaluer la formation	Spécificité des mathématiques
Wooclap nuage	engager sans mettre en danger	les 2	synchrone et asynchrone moins dynamique)		résumer les représentations	casser le contrat				
Wooclap test		les 2								
Questionnaire		les 2				accès au déclaration et pas aux actes				
Contraposée		les 2								
Photolangage		les 2								
QTest		les 2								
Dispositifs master Synva			Intégralement asynchrone multiplie les difficultés							
Plateforme accolade				avec des temps de présence - avantage	Scénario ½ jauge ?	certificative ou diplômante				

FORMATION A L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE ET PRÉPARATION À L'ÉPREUVE ORALE DU NOUVEAU CRPE : UN QUESTIONNEMENT COMMUN EST- IL ENVISAGEABLE ?

Anne BILGOT
COPIRELEM, INSPE de Paris
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Christophe BILLY
COPIRELEM, INSPE de Toulouse
christophe.billy@univ-tlse2.fr

Richard CABASSUT
COPIRELEM, INSPE de Strasbourg
LISEC EA2310
richard.cabassut@unistra.fr

Gwenaëlle VAY
COPIRELEM, INSPE de Nantes
gwenaelle.vay@univ-nantes.fr

Hélène ZUCCHETTA
COPIRELEM, INSPE de Lyon
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé
Ce texte rend compte d'un atelier animé par des membres de la COPIRELEM lors du colloque de Grenoble en juin 2021.
En 2022, comme entre 2011 et 2013, on retrouvera une épreuve orale de mathématiques pour l'admission au CRPE. L'arrêté du 25 janvier 2021 fixe les modalités d'organisation des concours à compter de la session 2022. La COPIRELEM a effectué une lecture croisée des textes définissant les épreuves en 2011 et en 2022 (COPIRELEM, 2021), à la lumière de l'expérience acquise en tant que formateurs lors de la préparation à l'épreuve orale entre 2011 et 2013.
Nous ne disposons pas encore de réponses à des incertitudes qui ont émergé lors de ce travail. Nous avons cependant proposé de réfléchir collectivement lors de l'atelier à des questions à soumettre aux étudiants, qui pourraient nourrir nos dispositifs de formation en master tout en contribuant à une préparation à l'épreuve orale. Cette réflexion prend appui sur des travaux permettant d'identifier des catégories de connaissances pour enseigner les mathématiques à l'école (Ball, Thames et Phelps, 2008 ; Clivaz, 2011 ; COPIRELEM, 2018 ; Hurrell, 2013).

Nous rendons compte ici d'un atelier animé par plusieurs membres de la COPIRELEM. Cet atelier s'est déroulé le 16 juin 2021, à distance, et a été motivé par un questionnement provoqué par le retour d'une épreuve orale de mathématiques au CRPE en 2022.

Après avoir présenté une analyse comparative du texte de cadrage de la future épreuve orale et de celui qui était en vigueur entre 2011 et 2014, nous présentons le déroulement de l'atelier qui était organisé autour de la proposition de trois sujets à analyser. Nous mettons en évidence en particulier comment cet atelier a été l'occasion d'une réflexion sur les connaissances nécessaires pour enseigner les mathématiques, en intégrant la présentation d'un cadre permettant d'identifier et d'évaluer ces connaissances. Enfin, nous

proposons une analyse *a posteriori* des travaux produits lors de l'atelier pour identifier des possibilités de concilier formation professionnelle et préparation à l'épreuve orale.

I - LE RETOUR D'UNE ÉPREUVE ORALE AU CRPE

En 2022, comme entre 2011 et 2013, on retrouvera une épreuve orale de mathématiques pour l'admission au CRPE. Afin de cerner les attendus de cette nouvelle épreuve, nous avons effectué une lecture croisée des textes définissant celles de 2011[1] et de 2022[2], à la lumière de l'expérience que nous avions acquise en tant que formateurs lors de la préparation à cette épreuve entre 2011 et 2013. Il ressort de cette étude que le cadrage de la nouvelle épreuve peut, en l'état, conduire à des interprétations diverses selon les académies qui ont en charge leur organisation : chaque académie conçoit ses propres sujets, en effectuant des choix, par exemple, sur le type et le nombre de documents disponibles pendant l'épreuve. Or, la diversité des choix possibles conduit à une diversité d'épreuves possibles, et donc à des difficultés pour les candidats et les formateurs pour se préparer.

Un document écrit en janvier 2021 (COPIRELEM, 2021), repris en Annexe 1, recense les points qui selon nous mériteraient d'être éclaircis pour éviter ces écueils. Nous reprenons ci-dessous la plupart des éléments de cette analyse, en dressant un bilan de nos expériences de formation dans le cadre de la préparation aux épreuves entre 2011 et 2014, et en mettant en avant quelques points de vigilance.

1 Comparaison des textes de cadrage entre 2011 et 2022

L'analyse comparative des deux textes de cadrage des épreuves de 2011 et 2022 (COPIRELEM, 2021, repris en annexe 1) porte sur :

- La nature et les objectifs de l'épreuve
- Les sujets
- La documentation
- Le travail demandé aux candidats
- L'objet de l'entretien
- La durée de préparation et la durée de l'épreuve de mathématiques
- L'évaluation de l'épreuve (la note)
- La proportion des mathématiques sur l'ensemble des épreuves

Cette analyse met en évidence des similitudes et des différences entre les deux cadrages, puis recense des questions soulevées par le cadrage de l'épreuve 2022.

À partir de 2022, l'épreuve d'oral de mathématiques sera couplée avec l'épreuve de français et la durée de l'épreuve sera réduite à la fois pour la préparation (2h pour les deux disciplines contre 2 fois 3h dans la version 2011), et pour la présentation et les questions (30 min pour chaque discipline contre 40 min).

Le cadrage pour 2022 indique dans un premier temps que « [L'épreuve] a **pour objet la conception et l'animation d'une séance d'enseignement à l'école primaire** dans chacune de ces matières, **permettant d'apprécier la maîtrise disciplinaire et la maîtrise des compétences pédagogiques du candidat.** ». L'insistance est faite dans ce passage sur le disciplinaire et le pédagogique, sans qu'il ne soit question de didactique. Les connaissances didactiques sont cependant mentionnées plus loin : « Le candidat présente successivement au jury les composantes pédagogiques et didactiques de chaque leçon et de son déroulement. Chaque exposé est suivi d'un entretien avec le jury lui permettant de faire préciser ou

[1] Arrêté du 28 décembre 2009, paru au J.O. 0004 du 6 janvier 2010
https://www.legifrance.gouv.fr/eli/arrete/2009/12/28/MENH0931275A/jo/texte
[2] Arrêté du 25 janvier 2021, paru au J.O. 0025 du 29 janvier 2021
https://www.legifrance.gouv.fr/eli/arrete/2021/1/25/MENH2033191A/jo/texte

d'approfondir les points qu'il juge utiles, tant sur les connaissances disciplinaires que didactiques. » Il est aussi indiqué pour 2022 que sont attendues « la conception et l'animation d'une séance » : le candidat devra-t-il simuler la mise en œuvre devant le jury comme il le ferait en classe en appui sur des réponses d'élèves ou plutôt mettre en avant les différents moments d'une séance, en détaillant l'activité des élèves et de l'enseignant ? Il est donc difficile de cerner précisément ce qu'il sera attendu des candidats dans cette épreuve, et sur quels critères ils seront finalement évalués. En 2011, des « sujets zéros » avaient été publiés, sans qu'un corrigé type ne soit cependant proposé. À notre connaissance (en septembre 2021), aucun sujet zéro n'a été publié pour 2022.

Le type de documents qui pourront être fournis est mentionné, mais sans contrainte : « Afin de construire le déroulé de ces séances d'enseignement, **le candidat dispose en appui de chaque sujet d'un dossier fourni par le jury et comportant, au plus, quatre documents de natures variées : supports pédagogiques, extraits de manuels scolaires, traces écrites d'élèves, extraits des programmes**… ». On ne prépare pas de la même manière une épreuve pour laquelle seuls des extraits de programmes sont disponibles, et une épreuve avec des extraits de manuels et des travaux d'élèves : laisser les candidats face à une telle incertitude, comme c'était déjà le cas entre 2011 et 2013, est vraiment peu souhaitable et va accentuer les disparités entre académies.

La référence à des « Traces écrites d'élèves » est intéressante mais pose beaucoup de questions sur l'objectif visé en proposant ces documents : de quelle nature seront-elles, pour quelle exploitation dans la préparation de la leçon ? Quel questionnement visent-elles à provoquer ? Sont-elles destinées à rappeler au candidat des erreurs classiques et à interroger en conséquence ses choix de conception ? Visent-elles à évaluer la capacité du candidat à organiser une mise en commun en hiérarchisant des procédures, en simulant une mise en commun fondée sur ces traces ? À prévoir des aides ou de la différenciation ? La systématisation de la présence de travaux d'élèves dans le dossier documentaire serait un moyen pertinent pour évaluer la maîtrise de connaissances didactiques chez le candidat. Tous ces choix sont importants pour un enseignant mais difficiles à mettre en œuvre dans une épreuve aussi courte. Par ailleurs, il parait essentiel que le candidat soit placé dans cette épreuve dans des conditions aussi proches que possible de celles dans lesquelles un professeur des écoles prépare sa classe au quotidien, c'est-à-dire avec des extraits de guides du maître et de manuel, qu'il doit savoir utiliser à bon escient.

D'autres différences sautent aux yeux : pour 2022, il est question de « séance » ou de « leçon » au lieu de « séquence », laissant ainsi entendre que l'exposé attendu devra porter sur une durée et un contenu plus précis que la description d'une séquence. Ce n'est pas clairement explicité mais le candidat aura cependant certainement à replacer sa séance dans une séquence : pourquoi ne pas le préciser explicitement dans le texte de cadrage ?

Par ailleurs, jusqu'où faut-il comprendre la précision apportée avec : « explicitement situé dans l'année scolaire et dans le cursus de l'élève » ? Est-ce que cela laisse entendre qu'une progression précise sera fournie (éventuellement celle du manuel d'où peut être extrait le support de la séance), ou est-ce que seul le niveau de classe sera précisé dans le libellé du sujet ou bien la période dans l'année le sera-t-elle aussi ? Dans ce dernier cas, quel sens aurait une telle précision pour cette épreuve ? Les programmes sont rédigés par cycles, et les repères de progressivité, qui ne sont qu'indicatifs, ne devraient pas laisser penser que toutes les classes avancent exactement au même rythme, période par période, en mettant de côté les ajustements nécessaires de l'enseignant pour prendre en compte les acquis et besoins des élèves.

De manière plus générale, que faut-il comprendre dans le terme « séance » ? N'importe quel type de séance à choisir par le candidat suivant les documents mis à sa disposition ? Ou bien un type précis de séance sera-t-il précisé dans le sujet : séance d'introduction ? d'entrainement ? de réinvestissement ? de mise en commun ? d'institutionnalisation ? de différenciation ? d'évaluation ? Le terme « leçon » englobe-t-il ces différentes phases d'une séquence ?

Nous notons enfin qu'alors que la part accordée aux mathématiques à l'oral est supérieure dans les épreuves de 2022 à ce qu'elle était en 2011, le temps de préparation accordé en 2022 ne représente plus qu'un tiers de celui accordé en 2011. De même le temps de présentation/entretien prévu en 2022 constitue seulement les trois-quarts de ce qu'il était en 2011. Que cherche-t-on réellement à évaluer et s'en donne-t-on les moyens ?

2 Quelques points de vigilance après l'expérience des oraux entre 2011 et 2013

2.1 Des interprétations et mises en œuvre diverses selon les académies en 2011-13, quelques exemples

L'expérience des oraux entre 2011 et 2013 a montré une grande disparité suivant les académies d'après un relevé fait à l'époque par la COPIRELEM.

Ces disparités touchent :

- la composition des jurys (IEN, CPC, PEMF, PCL, …) et le nombre de membres (souvent trois) ;
- la composition du dossier fourni : d'aucun document à un dossier assez complet pouvant contenir des documents institutionnels comme les programmes ou des documents ressources sous forme d'extraits ou complets, des extraits de manuels avec parfois la partie correspondante du livre du maître et parfois non, une collection entière d'un manuel annoncée à l'avance aux candidats, quelques textes théoriques ou didactiques, des documents concernant les évaluations nationales… ;
- le matériel mis à disposition lors de la présentation : tableau noir ou tableau blanc ou paperboard mais parfois aucun support pour écrire ; matériel de géométrie pour tableau parfois disponible, parfois non.

Au moment de la rédaction de ce compte-rendu, nous n'avons pas plus d'informations sur les choix des académies sur la composition de la documentation mise à disposition des candidats lors de la préparation ni sur le format que pourrait prendre un sujet. Un choix raisonnable avec des extraits choisis nous semble pertinent si différents types de documents sont présents dans tous les dossiers :

- des extraits de documents institutionnels et de documents ressources ;
- des supports pédagogiques d'une activité des élèves (manuels ou ouvrage pour le maitre) ;
- des traces écrites d'élèves ;
- des éclairages didactiques sous forme d'un extrait du guide du maitre ou d'un extrait d'article de recherche.

2.2 Mise en perspective et questionnements lors de l'atelier

La problématique que nous avions choisie pour l'atelier était la suivante : Formation à l'enseignement des mathématiques à l'école et la préparation à l'épreuve orale du nouveau CRPE : **un questionnement commun est-il envisageable ?**

La COPIRELEM s'est à plusieurs reprises positionnée sur les éléments essentiels pour la formation d'un futur professeur des écoles :

> *La nature et la place du concours de recrutement influent largement sur l'organisation et le contenu de la formation. L'impact est tel que le caractère professionnalisant de la formation et l'initiation à la recherche s'effacent, pour les étudiants, devant la priorité donnée à la préparation à ce concours* (COPIRELEM, 2018).

Les conditions dans lesquelles le nouveau concours va se dérouler nous laissent penser que, pour chacun des acteurs, des questions se posent :

- Du point de vue des étudiants : devant la priorité donnée à la préparation au concours, l'épreuve orale permettra-t-elle de renforcer le caractère professionnalisant du master, en donnant du sens à la formation ?
- Du point de vue des formateurs du master MEEF : prépareront-ils mieux, professionnellement, les étudiants si les contenus et les évaluations du master et de l'épreuve orale du concours sont proches ?
- Du point de vue de l'employeur : quelle part donnera-t-il aux éléments disciplinaires et didactiques par rapport à une mise en pratique dans la classe (éléments pédagogiques et mises en œuvre) en s'appuyant sur les stages ?

Les objectifs de chacun ne sont pas les mêmes. Ces trois enjeux sont-ils compatibles et comment ? Va-t-on se retrouver face au dilemme concours *vs* professionnalisation ? Quelle plus-value le master MEEF apporte-t-il pour les étudiants l'ayant suivi par rapport aux « candidats libres » ?

Face à ces questions, le point de vue que nous défendons est le suivant : il nous semble important de nous focaliser sur la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école en travaillant des gestes professionnels et nous faisons le pari que cela permettra aussi à nos étudiants de faire des choix éclairés lors de l'épreuve orale du concours.

II - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

L'atelier, entièrement en distanciel, s'est déroulé en cinq phases :

- en collectif, une présentation des éléments que nous venons de rappeler dans le paragraphe I de ce texte, suivie de la présentation du travail de l'atelier, à partir de trois propositions de sujets ;
- un premier moment de travail de groupe ;
- en collectif, un intermède avec la présentation d'un cadre théorique susceptible de nourrir la réflexion des travaux en groupe ;
- un second moment de travail de groupe ;
- une mise en commun en collectif.

1 Trois propositions de sujets comme points de départ pour une réflexion collective sur une articulation possible entre formation MEEF et préparation au concours

Pour préparer cet atelier, nous avons élaboré trois propositions de « sujets », en essayant de concevoir des supports susceptibles d'être utiles en formation initiale, tout en préparant à l'épreuve orale du CRPE mais, étant donné les incertitudes soulignées dans la partie I, sans assurance que ce que nous proposons soit finalement conforme aux choix faits par les jurys lors de l'élaboration des sujets.

Le texte de cadrage de l'épreuve orale indique que « le candidat dispose en appui de chaque sujet d'un dossier fourni par le jury et comportant, au plus, quatre documents de nature variée : supports pédagogiques, extraits de manuels scolaires, traces écrites d'élèves, extraits des programmes… ». En cohérence avec cet extrait, nous avons choisi de proposer des sujets incluant différents types de documents et notamment des extraits d'articles de la littérature professionnelle. Nous avons également choisi de proposer des sujets portant sur différents types de séances, avec différentes modalités de travail : un atelier dirigé en maternelle, une séance de résolution de problèmes à l'école élémentaire, et une séance de mise en commun à l'école élémentaire.

De manière synthétique, voici les choix que nous avons effectués lors de la préparation de ces sujets :

	Sujet A	Sujet B	Sujet C

Thème	Construction du nombre à l'école maternelle. Décompositions du nombre « cinq ».	Résolution de problèmes arithmétiques : représenter, modéliser.	Proportionnalité.
Type de séance	Construire un atelier dirigé.	Construire une séance de résolution de problèmes.	Construire une mise en commun à l'issue d'une résolution de problèmes.
Documents inclus dans le dossier	- Un extrait d'un guide pédagogique. - Un extrait d'un texte paru dans les *Cahiers Pédagogiques*. - Un extrait du B.O.	- Deux énoncés de problèmes. - Un extrait d'une ressource institutionnelle. - Un extrait d'un article de recherche. - Un extrait d'un guide pédagogique.	- Des travaux d'élèves. - Un extrait d'un manuel et du guide pédagogique associé. - Une ressource institutionnelle.

Les énoncés de ces trois sujets, fournis aux participants de l'atelier, sont en annexe 2. Nous nous sommes inspirés de la forme que prenaient les sujets d'oraux au CRPE entre 2011 et 2013 pour les rédiger, encore une fois sans aucune certitude quant à la forme que prendront les sujets de la nouvelle épreuve orale.

2 Modalités de travail et consignes pour le travail de groupe

Nous avons réparti les participants de l'atelier dans six salles virtuelles. Les groupes 1 et 2 devaient travailler avec le sujet A ; les groupes 3 et 4 avec le sujet B ; les groupes 5 et 6 avec le sujet C.

Les consignes de travail pour ce premier temps en atelier (d'une durée d'une trentaine de minutes) étaient les suivantes :

Voici une proposition de sujet d'entrainement.

- *Dressez une liste d'éléments qui pourraient être évalués lors de cette épreuve.*
- *Précisez, si vous le jugez opportun, la consigne donnée au candidat (en termes d'attendus dans sa prestation).*
- *Envisagez des questions qui pourraient être posées pendant l'entretien.*

Les participants étaient invités à écrire leurs réponses dans un fichier partagé en ligne (un fichier par groupe).

A l'issue de cette première phase, nous avons proposé un moment collectif, pour présenter un cadre théorique susceptible d'aider les participants à analyser et enrichir les questions produites dans chacun des groupes. Les éléments que nous avons apportés sont présentés dans le paragraphe qui suit.

Nous avons ensuite proposé aux participants un second moment en groupe, d'une vingtaine de minutes, en rassemblant les groupes ayant travaillé sur un même sujet lors de la première phase.

La consigne de travail pour cette deuxième phase du travail en groupe était la suivante :

- *Prenez connaissance des éléments proposés par l'autre groupe lors de la première phase.*
- *Ensemble, analysez les éléments d'évaluation et les questions que vous avez proposées lors de la première phase (par exemple en référence au cadre théorique qui vient de vous être présenté), et si vous le souhaitez, complétez vos productions de façon à enrichir les domaines questionnés.*

3 Un intermède pour alimenter la réflexion lors du travail de groupe : un cadre permettant d'identifier des connaissances nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école.

Avant de mettre en commun le travail produit par chaque groupe lors de la première phase de l'atelier, nous avons proposé aux participants un bref exposé des travaux de Ball, Thames et Phelps (2008), qui distinguent six catégories de connaissances mathématiques pour l'enseignement. Nous avons présenté ces catégories en empruntant à Clivaz (2011) la traduction qu'il en a proposé :

- Connaissances Mathématiques Communes,
- Connaissances Mathématiques spécifiques à l'Enseignement,
- Connaissance de l'Horizon Mathématique,
- Connaissances des Elèves et de l'apprentissage du sujet mathématique,
- Connaissances du Contenu et de l'enseignement du sujet mathématique,
- Connaissances des Programmes et des moyens d'enseignement.

Deruaz et Clivaz (2018) proposent une illustration de l'utilisation des domaines de connaissances de Ball *et al.* (2008) permettant d'identifier et de catégoriser les différents types de connaissances mises en œuvre par un enseignant au cours d'une phase classique d'enseignement. Le lecteur intéressé pourra se référer aux travaux de Deruaz et Clivaz (2018) ou au compte-rendu d'un atelier proposé lors d'un précédent colloque **(**Bergeaut *et al.*, 2019)

Pour aider les participants de l'atelier à s'approprier cet outil, nous avons fourni la grille suivante, traduite de Hurrell (2013) : elle donne quelques exemples de questionnements classés selon ces six catégories.

Cette grille de lecture nous semble intéressante à utiliser pour construire des questions à poser lors d'une évaluation en cours de formation ou d'une épreuve orale telle que définie pour le concours du CRPE à partir de 2022. Il nous semble en effet qu'elle peut aider à garder un équilibre dans les questionnements proposés entre les différentes catégories des mathématiques pour enseigner, sans se focaliser de façon déraisonnable sur telle ou telle. Nous souhaitions ainsi permettre aux participants de l'atelier d'identifier, par rapport à cette grille, la nature de leur questionnement : les questions proposées spontanément lors du premier temps de travail en groupe portent-elles majoritairement sur une catégorie en particulier ? Une ou des catégories sont-elles délaissées ?

Domaine	Exemple : **Êtes-vous capable de …**
CCK, Common Content Knowledge **ou** **Connaissances Mathématiques Communes (*)**	• calculer une réponse correctement ? • résoudre un problème mathématique correctement ? • comprendre les mathématiques que vous enseignez ? • identifier qu'un élève fournit une réponse erronée ? • identifier lorsqu'un manuel est inapproprié ou fournit une ou des définitions erronées ? • utiliser le vocabulaire et les notations appropriées ?
SCK, Specialised Content Knowledge **ou** **Connaissances Mathématiques spécifiques à l'Enseignement (*)**	• présenter des idées mathématiques ? • répondre aux questions du type « Pourquoi ? » formulées par les élèves ? • trouver un exemple illustrant un élément mathématique particulier ? • identifier ce qu'implique d'utiliser une représentation particulière ? • lier les représentations et ce qu'elles permettent de souligner et les lier entre elles ?

	• lier les sujets enseignés à ceux des années passées et à venir ? • expliquer les enjeux mathématiques aux parents ? • s'approprier et adapter les contenus mathématiques des manuels ? • complexifier ou simplifier une tâche ? • évaluer la pertinence des demandes des élèves ? • donner ou juger une explication mathématique ? • choisir et développer une définition utilisable ? • utiliser des notations et un langage mathématique et critiquer ses usages ? • poser des questions mathématiques productives ? • choisir des représentations dans un but précis ?
KMH, Knowledge at the mathematical horizon **ou** **Connaissance de l'Horizon Mathématique (*)**	• établir des connexions à travers les différents sujets de mathématiques ? • établir des liens à travers les différents domaines des mathématiques ? • articuler les mathématiques enseignées avec celles rencontrées plus tard ?
KCS, Knowledge of Content and Students **ou** **Connaissances des Elèves et de l'apprentissage du sujet mathématique (*)**	• anticiper ce que les élèves peuvent penser ? • prévoir ce que les élèves peuvent trouver intéressant et motivant dans les exemples proposés ? • anticiper ce que les élèves peuvent trouver difficile et facile dans la réalisation d'une tâche ? • entendre et interpréter les idées émergentes et incomplètes des élèves ? • reconnaître les conceptions erronées des élèves sur certains contenus mathématiques ?
KCT, Knowledge of Content and Teaching **ou** **Connaissances du Contenu et de l'enseignement du sujet mathématique (*)**	• organiser en séquences l'enseignement des mathématiques ? • choisir des exemples pour permettre aux élèves d'approfondir les contenus mathématiques ? • choisir des représentations adaptées pour illustrer des contenus ?
KCC, Knowledge of content and Curriculum **ou** **Connaissances des Programmes et des moyens d'enseignement (*)**	• faire ressortir les composantes du programme ? • articuler/Énoncer les compétences du programme ? • comprendre la structure des programmes ?

(*) traductions des désignations des catégories de Ball *et al.* (2008) proposées par Clivaz (2011).

III - RESTITUTION DES TRAVAUX DES ATELIERS

Nous retranscrivons dans cette partie les productions de chaque binôme de groupes, recueillies sur les fichiers collaboratifs partagés pendant l'atelier.

1 Sujet A : propositions des groupes 1 et 2

Dressez une liste d'éléments qui pourraient être évalués lors de cette épreuve.

- Maitrise de la décomposition (sens - prise en compte des quantités)
- Connaissances des différents types de quantification (subitizing/ comptage)
- Connaissance des différents aspects du nombre (cardinal/ordinal)
- Institutionnalisation et verbalisation (« deux et encore trois », etc.)
- Organisation pédagogique de l'atelier
- Pratiques langagières - Institutionnalisation et verbalisation (« deux et encore trois », etc.)

Précisez, si vous le jugez opportun, la consigne donnée au candidat (en termes d'attendus dans sa prestation).

- Comment construire une séquence sur la décomposition du nombre en lien avec les supports proposés ?
- Quels pourraient être les objectifs de la séance 1 (pâte à modeler) et de la séance 2 (carte des hérissons découpées) ?

Envisagez des questions qui pourraient être posées pendant l'entretien.

- Citer au moins deux rôles de la manipulation
- Comment aménager la tâche du hérisson afin d'avoir une mémorisation de la décomposition et aller vers une abstraction de cette décomposition / institutionnalisation des sommes ? (bloquer le comptage)
- Quels autres supports peuvent être envisagés pour une activité en "autonomie" de réinvestissement de la décomposition ?
- Quelle(s) difficulté(s) envisager pour la séance de manipulation des hérissons en pâte à modeler ?
- Que pensez-vous de la consigne « Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. Découpe les cartes, mélange-les et reconstitue les hérissons » ?
- Place de la manipulation dans les apprentissages
- Expliciter, interpréter : "pour qu'elle soit un levier dans l'apprentissage, la manipulation devra être contrainte et à un moment donné empêchée". Comment comprenez-vous cette phrase ? Pouvez-vous l'illustrer ?
- Verbalisation : quels sont les objectifs langagiers ?
- Étayage verbal de l'enseignant
- Comment intégrer cette séance dans la construction d'une « séquence » sur la décomposition du nombre en lien avec les supports proposés ?
- Place de l'apprentissage visé dans ce sujet par rapport à la construction du nombre ?

Commentaires sur le sujet formulés par les groupes 1 et 2 :

Dans l'un des groupes, le fait de réunir les annexes 1 et 2 de ce sujet a été questionné. En effet, l'annexe 2 met en avant le fait qu'il faudra arrêter de manipuler pour abstraire et faire des mathématiques, mais l'annexe 1 ne propose que de la manipulation. Pour ce groupe, « cela peut présenter des difficultés pour les étudiants. [Ici on ne parle pas seulement de contraindre mais de bloquer la manipulation, comme cela a été aussi évoqué en annexe 2] ».

Pour nous, lors de la conception de ce sujet, cette différence pointée entre les deux documents visait justement à engager les étudiants dans cette réflexion.

2 Sujet B : propositions des groupes 3 et 4

Ces groupes avaient catégorisé certaines questions en utilisant la grille fournie (cf. II/3). On trouve les codes au début de certains éléments proposés dans la suite.

Dressez une liste d'éléments qui pourraient être évalués lors de cette épreuve.

- Analyse didactique des problèmes

- KCS : Identification des différentes procédures possibles des élèves : hiérarchisation des procédures
- Qualité de l'analyse a priori sur les procédures des élèves
- KCS : la façon de jouer sur les différentes variables didactiques pour différencier : matériel, nature des nombres, contexte du problème
- P1 : maitrise des connaissances disciplinaires et didactiques
- Capacité du candidat à résoudre les 2 problèmes du champ multiplicatif
- À comprendre la différence entre les deux : addition itérée, autre non
- Difficultés pour les élèves
- Représenter
- Modéliser :
  - diagramme en barre pour le premier, identifier la multiplication,
  - diagramme en barre : tout 43€,
- Vérifier que les candidats connaissent la catégorisation de Vergnaud, caractérisation de la proportionnalité (3 données différentes de 1)
- Statut de l'erreur
- Listes des erreurs attendues : erreur de représentation mentale (pour simplification, mauvaise compréhension de l'énoncé, erreur dans les calculs)
- Comment le candidat utilise-t-il les erreurs des élèves ? exploitation des productions erronées (on ne jette pas tout à la poubelle, on n'efface pas) ; classification des erreurs en fonction de leur origine ; que fait-il de ces erreurs ? des idées de remédiations ?
- Proposition sur la mise en œuvre
- Place de la résolution de problèmes dans l'enseignement

Précisez, si vous le jugez opportun, la consigne donnée au candidat (en termes d'attendus dans sa prestation).
Pas de proposition

Envisagez des questions qui pourraient être posées pendant l'entretien.

- KCS : la façon de jouer sur les différentes variables didactiques pour différencier : matériel, nature des nombres, contexte du problème
- KMH : à quoi ça sert globalement de proposer des problèmes à résoudre à l'école ?
- Fonctions des problèmes : situation problème, problème d'entrainement, problème complexes, problème ouvert
- Un problème fait-il toujours appel à des nombres ? (dans quel(s) domaine(s) trouve-t-on des nombres ?)
- Connaissez-vous différentes typologies de problèmes ?
- KMH : quelle progressivité sur les problèmes de type multiplicatif ?
- Quelle différence entre représenter et modéliser ? (Question délicate)
- Place de la modélisation en barres dans la résolution ?
- Quel feedback pour les productions qui ne comportent que les réponses ou le calcul ?
- Quelle structuration envisageable après cette séance ?
- Connaissance du candidat de la catégorisation de Vergnaud exigée ? Référence explicite attendue ?

3 Sujet C : propositions des groupes 5 et 6

Dressez une liste d'éléments qui pourraient être évalués lors de cette épreuve.
Le groupe a organisé sa réponse par thèmes.

Connaissance des programmes

- Compréhension des six compétences

Axe disciplinaire

- Fonction linéaire, propriétés, retour à l'unité, produit en croix ...
- Capacité à résoudre soi-même le problème

Axe didactique

- Questions sur les autres procédures permettant de résoudre les problèmes de proportionnalité
- Questions relatives à la progressivité des apprentissages et en particulier le rôle des variables didactiques (choix des valeurs numériques dans l'énoncé par exemple)
- Connaissance des procédures citées dans le programme et mise en relation avec les productions des élèves
- Prise en compte de l'erreur (statut de l'erreur...)

Axe pédagogique

- Capacité à construire une séance cohérente : phase d'ouverture, phase de mise en commun,
- Prise en compte de la diversité des réponses, dialogue
- Organisation de la verbalisation
- Part de l'écrit, quelle trace est gardée ?
- Organisation de la mise en commun en appui sur ces éléments : rôle de l'enseignant ; ordre de présentation
- Formulation des éléments à institutionnaliser
- Identification des erreurs dans les productions et formulation du raisonnement erroné
- Questionnement des élèves pour faire prendre conscience des erreurs

Précisez, si vous le jugez opportun, la consigne donnée au candidat (en termes d'attendus dans sa prestation).

Pas de proposition

Envisagez des questions qui pourraient être posées pendant l'entretien.

- Questions sur autres procédures permettent de résoudre les problèmes de proportionnalité
- Profiter de vos questions sur l'algorithme de la division posée
- Point de vue sur le guide pédagogique proposé (qu'attends-tu sur cette question ?)
- Questions sur les aspects qu'on souhaitait évaluer et qui ne l'ont pas été
- Pourquoi le produit en croix n'est pas au programme du cycle 3 ? (Pas de sens pour les élèves)
- Que pensez-vous d'une mise en commun différée (il est toujours difficile d'analyser en direct) ?
- Quelle synthèse ?

Commentaires sur le sujet formulés par le groupe :

Il faudrait beaucoup de temps à un étudiant pour prendre connaissance de l'ensemble des documents très riches. La durée de préparation de l'épreuve au concours (deux heures pour les deux épreuves de français et de mathématiques) supposerait donc qu'ils connaissent en amont les aspects abordés dans ces documents pour pouvoir en tirer profit pour la construction de leur exposé.

Le nombre de travaux d'élèves est également conséquent et donc long à analyser. Là encore une bonne connaissance a priori des erreurs « classiques » permettrait au candidat de tirer profit des ressources fournies.

Remarque : il est possible que les bibliothèques du concours proposent de façon privilégiée les ressources institutionnelles et que les questions des jurys prennent appui dessus.

IV - ANALYSE ET PERSPECTIVES

« Contrairement à une opinion largement répandue, pour enseigner les mathématiques à un certain niveau, il ne suffit pas de maîtriser les connaissances mathématiques du niveau immédiatement supérieur » (Copirelem, 2018).

Selon nous, l'épreuve de l'oral du concours devrait justement permettre d'évaluer chez les futurs enseignants des connaissances dans d'autres domaines que la seule maîtrise des savoirs mathématiques.

Afin d'étudier dans quelle mesure les trois sujets élaborés pour l'atelier le permettaient, nous avons pris l'initiative, lors de la rédaction de ce compte-rendu et donc après l'atelier, de classer les questions proposées par les différents groupes selon les catégories de Ball *et al.* (2008). Nous souhaitons ainsi examiner si les participants de l'atelier avaient pu produire, à partir des sujets fournis, des questions dans les différents domaines de connaissances de Ball.

Pour élaborer ce classement, dans un souci d'harmonisation, nous nous sommes autorisés quelques reformulations des questions retranscrites dans le paragraphe précédent.

Pour classer certaines questions, nous avons parfois dû trancher entre plusieurs catégories : une même question peut en effet s'interpréter de différentes manières, relever de plusieurs catégories, et conduire à des réponses diverses, permettant de mettre en évidence des connaissances relevant de différentes catégories. Par exemple, à la question « Pourquoi n'enseigne-t-on pas le produit en croix au cycle 3 ? », un candidat pourrait proposer une réponse en prenant appui sur sa connaissances des programmes (catégorie KCC) ; il pourrait aussi proposer une réponse portant sur les modalités d'apprentissage des élèves, en invoquant la question de la construction du sens d'une notion par rapport à la mise en place d'automatismes (catégorie KCS) ; il pourrait également proposer une réponse fondée sur des connaissances mathématiques et didactiques, en mentionnant les liens entre le produit en croix et la nécessaire maîtrise d'éléments liés à l'égalité des fractions (catégorie SCK). Cependant, pour nous, cette catégorisation demeure un outil, à destination de formateurs ou de membres d'un jury, qui devrait permettre de construire un questionnement susceptible de tester et d'obtenir des réponses dans différents domaines de connaissances.

Sujet A : proposition d'éléments d'évaluation relevant des différents domaines de Ball *et al.* (2008)

Domaine	**Éléments d'évaluation**
CCK, Common Content Knowledge ou Connaissances Mathématiques Communes (*)	
SCK, Specialised Content Knowledge ou Connaissances Mathématiques spécifiques à l'Enseignement (*)	Le candidat sait-il parler du nombre « cinq » à l'aide de différentes décompositions ? Le candidat sait-il formuler une institutionnalisation qu'il pourrait proposer en fin de séance ? Le candidat connait-il différentes procédures de quantification enseignées à l'école maternelle ? Le candidat connait-il différents aspects du nombre ? (cardinal /ordinal) Le candidat sait-il donner des fonctions de la manipulation à l'école maternelle ? Le candidat sait-il expliquer et illustrer par des exemples la phrase « pour qu'elle soit un levier dans l'apprentissage, la manipulation devra être contrainte et à un moment donné empêchée » ?

	Le candidat sait-il formuler des objectifs d'apprentissage possibles pour la séance 1 (pâte à modeler) ? Pour la séance 2 (carte des hérissons découpées)
KMH, Knowledge at the mathematical horizon ou Connaissance de l'Horizon Mathématique (*)	Le candidat sait-il situer l'apprentissage visé dans ce sujet par rapport à la construction du nombre ?
KCS, Knowledge of Content and Students ou Connaissances des Elèves et de l'apprentissage du sujet mathématique (*)	Le candidat sait-il définir des objectifs langagiers visés chez les élèves pendant l'atelier ? Le candidat a-t-il anticipé des éléments pour l'étayage verbal du PE pendant le déroulement de l'atelier ? Le candidat a-t-il anticipé des difficultés susceptibles d'apparaitre pour la séance avec les hérissons en pâte à modeler ?
KCT, Knowledge of Content and Teaching Ou Connaissances du Contenu et de l'enseignement du sujet mathématique (*)	Le candidat sait-il proposer des aménagements par rapport au déroulement prévu dans le guide de l'enseignant afin de permettre une mémorisation des décompositions et d'aller vers une abstraction de cette décomposition ? (institutionnalisation des sommes) Le candidat sait-il comment bloquer le comptage ? Le candidat sait-il proposer d'autres supports pouvant être envisagés pour une activité en « autonomie » de réinvestissement des décompositions mises en avant dans la séance ? Comment intégrer cette séance dans la construction d'une « séquence » sur la décomposition du nombre en lien avec les supports proposés ?
KCC, Knowledge of content and Curriculum ou Connaissances des Programmes et des moyens d'enseignement (*)	

(*) traductions des désignations des catégories de Ball *et al.* (2008) proposées par Clivaz (2011).

Sujet B : proposition d'éléments d'évaluation relevant des différents domaines de Ball et al. (2008)

Domaine	Eléments d'évaluation
CCK, Common Content Knowledge ou Connaissances Mathématiques Communes (*)	Le candidat sait-il résoudre les deux problèmes ?
SCK, Specialised Content Knowledge ou Connaissances Mathématiques spécifiques à l'Enseignement (*)	Le candidat connait-il une classification des problèmes multiplicatifs ? (par exemple la classification de Vergnaud) Le candidat sait-il expliquer pourquoi on dit que le premier problème relève du sens de la multiplication en tant qu'addition itérée, et que ce n'est pas le cas du deuxième ? Le candidat sait-il expliquer pourquoi on peut considérer que ces deux problèmes sont des problèmes relevant de la proportionnalité ? Le candidat sait-il représenter les deux problèmes à l'aide d'une représentation en barres ? à l'aide d'un tableau ? A-t-il su s'approprier les documents 1 et 4 sur ce point ? Le candidat sait-il résoudre les deux problèmes à l'aide de différentes procédures envisageables en classe ? Sait-il formuler ces procédures ? Le candidat sait-il identifier une variable didactique de la situation (ex : valeurs numériques, contexte des problèmes) et en donner des effets ? Le candidat sait-il proposer une solution rédigée pour chacun des deux problèmes qui pourrait être proposée en classe à l'issue de la séance ? Le candidat sait-il formuler un bilan oral qu'il pourrait proposer en fin de séance ?
KMH, Knowledge at the mathematical horizon ou Connaissance de l'Horizon Mathématique (*)	Le candidat connait-il des éléments de progressivité pour l'enseignement de la multiplication à l'école ?
KCS, Knowledge of Content and Students ou Connaissances des Elèves et de l'apprentissage du sujet mathématique (*)	Le candidat sait-il expliquer pourquoi le deuxième problème *est a priori* plus difficile pour des élèves de cycle 3 que le premier ? A-t-il compris le document 2 ? Le candidat sait-il distinguer des erreurs relevant de la compréhension, de la modélisation, du calcul ? Le candidat prévoit-il d'utiliser des erreurs d'élèves dans la séance ? A-t-il des idées de remédiation ? Le candidat sait-il expliquer pourquoi une représentation peut constituer une aide pour un élève lors de la résolution d'un problème relevant des quatre opérations ?

	Le candidat sait-il identifier et hiérarchiser différentes procédures des élèves ? Comment le candidat réagirait-il face à des élèves écrivant un calcul et une réponse, sans avoir fait de schéma ni de tableau ?
KCT, Knowledge of Content and Teaching **Ou** **Connaissances du Contenu et de l'enseignement du sujet mathématique (*)**	Le candidat sait-il énoncer des fonctions de la résolution de problèmes dans l'enseignement ? Connait-il différentes catégories de problèmes ? Peut-il proposer un problème sans nombre ?
KCC, Knowledge of content and Curriculum **ou** **Connaissances des Programmes et des moyens d'enseignement (*)**	Le candidat connait-il les compétences Modéliser et Représenter qui figurent dans les programmes ? A-t-il su s'approprier le document 4 qui les présente ?

(*) traductions des désignations des catégories de Ball *et al.* (2008) proposées par Clivaz (2011).

Sujet C : proposition d'éléments d'évaluation relevant des différents domaines de Ball et al. (2008)

Domaine	**Éléments d'évaluation**
CCK, Common Content Knowledge **ou** **Connaissances mathématiques communes (*)**	Le candidat sait-il résoudre les différentes questions de l'exercice ? Le candidat connait-il les propriétés de linéarité ? le retour à l'unité ? le produit en croix ? les fonctions linéaires ? Le candidat connait-il un algorithme de la division posée ?
SCK, Specialised Content Knowledge **ou** **Connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (*)**	Le candidat sait-il résoudre les questions de l'exercice à l'aide de différentes procédures envisageables en classe ? Sait-il les formuler ? Le candidat sait-il identifier une variable didactique de la situation (ex : valeurs numériques) et en donner des effets ? Le candidat sait-il identifier les erreurs dans les productions des élèves et sait-il formuler les raisonnements erronés ? Le candidat sait-il proposer une trace écrite qui pourrait être rédigée à l'issue de la séance ?
KMH **Knowledge at the mathematical horizon** **ou** **Connaissance de l'horizon mathématique (*)**	

KCS **Knowledge of Content and Students** **ou** **Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet mathématique (*)**	Le candidat sait-il pourquoi le produit en croix n'est pas enseigné au cycle 3 ? La séance proposée par le candidat est-elle structurée en phases d'apprentissage ? (lancement, mise en commun, institutionnalisation…) Quel statut le candidat accorde-t-il à l'erreur ? Le candidat sait-il prendre en compte les erreurs des élèves ?
KCT **Knowledge of Content and Teaching** **Ou** **Connaissances du contenu et l'enseignement du sujet mathématique (*)**	Le candidat sait-il expliquer comment il organise sa mise en commun ? (hiérarchisation des procédures) Le candidat sait-il identifier des choix faits dans le guide pédagogique ? Le candidat sait-il organiser une progressivité des apprentissages ?
KCC **Knowledge of content and Curriculum** **ou** **Connaissances du programme et des moyens d'enseignement(*)**	Le candidat connait-il les six compétences de l'activité mathématique qui figurent dans les programmes ? Le candidat connait-il les attendus des programmes portant sur les procédures de résolution des problèmes de proportionnalité et sait-il reconnaître ces procédures dans les procédures d'élèves ?

(*) traductions des désignations des catégories de Ball *et al.* (2008) proposées par Clivaz (2011).

En conclusion

Même si la spécificité de chaque sujet d'oral peut conduire à ce que l'un ou l'autre des domaines de connaissances de Ball *et al.* (2008) ne soit pas ou peu questionné - par exemple, ici, c'est le cas pour le domaine des « Connaissances mathématiques communes », pour le sujet A – le classement que nous avons effectué après l'atelier permet d'observer qu'à partir des trois sujets, les participants à l'atelier ont bien envisagé des questions dans différents domaines de connaissances.

Les choix que nous avions effectués lors de la conception de ces sujets semblent donc avoir permis cette variété : nature des documents (productions d'élèves, extraits de manuels, de documents issus de la recherche), formulation de la consigne, etc. Les contraintes de l'épreuve orale d'admission ne permettront peut-être pas de questionner tous les domaines de connaissances de Ball *et al.* (*ibidem*) mais dans le cadre plus ouvert de la formation, il serait selon nous souhaitable de favoriser ce questionnement. Il nous semble que cela rendrait alors possible de concilier formation à l'enseignement des mathématiques à l'école et préparation à l'épreuve orale du nouveau CRPE.

V - BIBLIOGRAPHIE

Ball, D. L., Thames, M. H. et Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Bergeaut, J.-F., Billy, C., Danos, P. et Fruchon, C. (2019). Usages d'outils de questionnement en formation mathématique de futurs enseignants de premier degré. *Actes du 46ème colloque de la COPIRELEM, Lausanne.*

Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Genève, Suisse : Université de Genève.

COPIRELEM (2018). *Quelles mathématiques pour une formation initiale des professeurs des écoles ?* https://www.copirelem.fr/2020/01/15/quelles-mathematiques-pour-une-formation-initiale-des-professeurs-des-ecoles/

COPIRELEM (2021). *CRPE 2022, épreuve orale de mathématiques : une réflexion sur les modalités d'organisation de l'épreuve.* https://www.copirelem.fr/2021/02/11/crpe-2022-epreuve-orale-de-mathematiques-une-reflexion-sur-les-modalites-dorganisation-de-lepreuve/

Deruaz, M. et Clivaz, S. (2018). *Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire*. Lausanne, Suisse : Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

Hurrell, D. (2013). What Teachers Need to Know to Teach Mathematics: An argument for a reconceptualised model. *Australian Journal of Teacher Education 38*(11), 54-64.

ANNEXE 1 : TEXTE COPIRELEM JANVIER 2021

Épreuve orale de mathématiques au CRPE à partir de la session 2022 : une réflexion sur le projet d'arrêté fixant les modalités d'organisation de l'épreuve

En 2022, on retrouvera, comme entre 2011 et 2013, une épreuve orale de mathématiques pour l'admission au CRPE. Nous avons lu le projet d'arrêté fixant les modalités d'organisation des concours diffusé au sein du réseau des INSPE à l'automne 2020. Afin de cerner les attendus de la nouvelle épreuve orale de mathématiques, nous avons effectué une lecture croisée des textes définissant les épreuves en 2011 et en 2022, à la lumière de l'expérience que nous avions acquise en tant que formateurs lors de la préparation à l'épreuve orale entre 2011 et 2013. Il ressort de cette étude que le cadrage de la nouvelle épreuve peut, en l'état, conduire à des interprétations diverses selon les académies qui pourront entrainer, suivant les choix effectués, des difficultés pour les candidats et les formateurs pour préparer l'épreuve. L'objectif de ce document est de recenser les points qui selon nous mériteraient d'être éclaircis pour éviter ces écueils.

	Oral de maths de 2011	Oral de maths de 2022	Questions soulevées par le cadrage de l'épreuve de 2022
Nature et objectifs de l'épreuve	Préparation d'une séquence d'enseignement en mathématiques et interrogation, au choix du candidat, sur les arts visuels, la musique ou l'éducation physique et sportive. L'épreuve vise à évaluer : — les connaissances et compétences du candidat et son aptitude à les mobiliser pour concevoir et organiser une séquence d'enseignement s'inscrivant dans les programmes d'une classe de l'école maternelle ou élémentaire ; — la capacité du candidat à expliquer et justifier ses choix didactiques et pédagogiques.	Épreuve de leçon. L'épreuve porte successivement sur le français et les mathématiques. Elle a pour objet la conception et l'animation d'une séance d'enseignement à l'école primaire dans chacune de ces matières, permettant d'apprécier la maîtrise disciplinaire et la maîtrise des compétences pédagogiques du candidat.	En 2011 : « séquence » En 2022 : « séance » ou « leçon » • La différence de terminologie entre les deux épreuves est-elle délibérée ? • Pour 2022 : il est parfois question de « séance », et parfois de « leçon » : il conviendrait d'harmoniser ces désignations, en précisant exactement ce qu'elles recouvrent. « animation d'une séance » : le candidat devra-t-il simuler la mise en œuvre devant le jury, comme il le ferait en classe ? Seules « la maîtrise disciplinaire et la maîtrise des compétences pédagogiques du candidat » sont indiquées dans cette partie du texte. Pourquoi ne pas mentionner ici également les « connaissances didactiques » ? Elles sont certes évoquées plus loin dans le descriptif de ce qui est attendu du candidat et dans ce qui fera l'objet de questions pendant l'entretien, mais elles devraient être clairement mentionnées ici.

Les sujets	La première partie consiste pour le candidat, à partir d'un sujet tiré au sort, à préparer une séquence d'enseignement sur une notion ou un contenu inscrit dans les programmes de l'école primaire (maternelle et élémentaire) et à présenter les raisons qui ont présidé aux choix pédagogiques retenus. Elle est suivie d'un entretien avec le jury. Les sujets sont fondés sur les programmes de l'école primaire (maternelle et élémentaire). La classe et le cycle pour lesquels la séquence d'enseignement est préparée sont précisés.	Le jury soumet au candidat deux sujets de leçon, l'un dans l'un des domaines de l'enseignement du français, l'autre dans celui des mathématiques, chacun explicitement situé dans l'année scolaire et dans le cursus de l'élève.	« Explicitement situé dans l'année scolaire » : est-ce que seul le niveau de classe sera précisé dans le libellé du sujet, ou bien la période dans l'année le sera-t-elle aussi ? Dans ce dernier cas, quel sens aurait une telle précision pour cette épreuve ? Les programmes sont rédigés par cycles, et les repères de progressivité, qui ne sont qu'indicatifs, ne devraient pas laisser penser que toutes les classes avancent exactement au même rythme, période par période, en mettant de côté les ajustements nécessaires de l'enseignant pour prendre en compte les acquis et besoins des élèves. Une liste des sujets sera-t-elle connue des candidats avant l'épreuve (comme c'est le cas au CAPES de maths, et comme c'était le cas par exemple dans l'académie de Nice entre 2011 et 2013) ?
La documentation	Pour chaque sujet, le candidat dispose d'une documentation en salle de préparation.	Afin de construire le déroulé de ces séances d'enseignement, le candidat dispose en appui de chaque sujet d'un dossier fourni par le jury et comportant aux plus quatre documents de nature variée : supports pédagogiques, extraits de manuels scolaires, traces écrites d'élèves, extraits des programmes…	« Traces écrites d'élèves » : de quelle nature, pour quelle exploitation dans la préparation de la leçon ? Quel questionnement visent-elles à provoquer ? Sont-elles destinées à rappeler au candidat des erreurs classiques et à interroger en conséquence ses choix de conception ? Visent-elles à évaluer la capacité du candidat à organiser une mise en commun en hiérarchisant des procédures, en simulant une mise en commun fondée sur ces traces ? Une « séance » pourrait-elle consister en une séance de remédiation, partant des productions d'élèves fournies au candidat en début d'épreuve ? « Au plus quatre documents » : risque de disparités entre les académies sur le nombre de ressources disponibles. « De nature variée » : comment se préparer à l'épreuve sans davantage de précision ? On ne prépare pas de la même manière une épreuve pour laquelle seuls des extraits de programmes sont

			disponibles, et une épreuve avec des extraits de manuels et des travaux d'élèves : laisser les candidats face à une telle incertitude, comme c'était déjà le cas entre 2011 et 2013, est vraiment peu souhaitable. Pour mémoire, entre 2011 et 2013 certains jurys fournissaient seulement des extraits de programmes et de ressources institutionnelles ; d'autres complétaient avec l'accès à une bibliothèque incluant des manuels et des ouvrages didactiques ; d'autres fournissaient pour chaque sujet une documentation spécifique au sujet à traiter. Pour éviter les disparités observées entre 2011 et 2013, il semble donc nécessaire de décrire plus précisément la liste des documents disponibles le jour de l'épreuve. Par ailleurs, il parait essentiel que le candidat soit placé dans cette épreuve dans des conditions aussi proches que possible de celles dans lesquelles un PE prépare sa classe au quotidien, c'est-à-dire avec des extraits de guides du maître et de manuel, qu'il doit savoir utiliser à bon escient. Enfin, la systématisation de la présence de travaux d'élèves dans le dossier documentaire serait un moyen pertinent pour évaluer la maîtrise de connaissances didactiques chez le candidat.
Travail demandé au candidat	Dans l'exposé, le candidat présente les éléments constituant la séquence : objectifs, contenus, démarches, supports pédagogiques et procédure d'évaluation.	Le candidat présente successivement au jury les composantes pédagogiques et didactiques de chaque leçon et de son déroulement.	L'intitulé du sujet précisera-t-il à quel moment de l'apprentissage dans la séquence « la séance d'enseignement » se situe ? (découverte, institutionnalisation, entrainement, réinvestissement…) Ou une « leçon » englobe-t-elle ces différentes phases ?
Objet de l'entretien	L'entretien avec le jury porte sur l'exposé et sur la progression de l'enseignement des mathématiques à	Chaque exposé est suivi d'un entretien avec le jury lui permettant de faire préciser ou d'approfondir	Le jury pourra-t-il poser des questions portant sur d'autres niveaux de classe ou d'autres cycles que ceux du sujet ?

	l'école primaire.	les points qu'il juge utiles, tant sur les connaissances disciplinaires que didactiques.	
Durée de préparation de l'épreuve de mathématiques	Première partie : durée de la préparation : trois heures pour une séquence de maths ; Deuxième partie : sans préparation le jour de l'épreuve.	Deux heures pour une leçon de français **et** une leçon de maths	Pourquoi cette réduction des deux-tiers du temps de préparation par rapport à 2011 ? Réduire à une heure le temps de préparation d'une séance nous paraît peu favorable à une réflexion sereine et approfondie des candidats : cette durée parait trop courte.
Durée de l'épreuve de mathématiques	Exposé n'excédant pas vingt minutes suivi de vingt minutes d'entretien. → Total : Seconde partie : en fonction de la discipline choisie.	Une heure : - français : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première partie ; - mathématiques : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie	Total maths en 2011 : 40 minutes Total maths en 2022 : 30 minutes Le temps de présentation et d'entretien est donc réduit d'un quart par rapport à 2011, limitant de fait la capacité du jury à évaluer les compétences du candidat.
Note de l'oral de maths	L'épreuve comporte deux parties. L'épreuve est notée sur 20. La première partie est notée sur 12 points, la seconde sur 8 points ; coefficient 3.	Coefficient 4. L'épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire.	Quelle sera la répartition des 20 points entre français et maths ? entre la présentation et les questions du jury ? Quelle part de la note sera dédiée à la maitrise des connaissances disciplinaires ? à la maitrise de connaissances didactiques ? aux composantes pédagogiques ?

ANNEXE 2 : PROPOSITION DE SUJETS

Proposition n°1 (Sujet A)

Durée de préparation *:* deux heures ;
Durée de l'épreuve : une heure (*français : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première partie ; mathématiques : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie*).

Domaine Construire les premiers outils pour structurer sa pensée
Niveau : MS

Connaissance ou compétence visée :
Parler des nombres à l'aide de leur(s) décomposition(s) : décomposition(s) du nombre 5

Documentation fournie :
Annexe 1 : Extrait de *Vers les maths MS*, ACCES Editions, 2015.
Annexe 2 : Extrait de *Mettre au centre la résolution de problèmes*. Pierre Eysseric. Cahiers Pédagogiques (517), Tout commence en maternelle, 2014
Annexe 3 : Extraits du programme consolidé de cycle 1 publié au BO n°31 du 30 juillet 2020

Consigne pour le candidat
Vous êtes enseignant(e) en MS. Vous souhaitez mettre en œuvre une séquence permettant de faire acquérir la compétence « *Parler des nombres à l'aide de leur décomposition : décomposition du nombre 5 ».* Vous disposez de la ressource placée en annexe 1.
Les élèves ont réalisé la phase 1 de l'étape 1.
Présentez une séance d'atelier qui, dans cette séquence, viendrait juste après cette première phase.

SUJET A - Annexe 1

Vers les maths MS, ACCES Editions, 2015.

Approcher les quantités et les nombres

DÉCOMPOSER LE NOMBRE 5

Les hérissons

MATÉRIEL

- Un hérisson en pâte à modeler, ou en pâte à sel, ou en mousse florale par élève.
- Des morceaux de paille de 5 cm : 30 roses et 30 verts.

ORGANISATION

Travail dirigé avec 6 élèves.

DÉROULEMENT

● **ÉTAPE 1 Prendre 5 pailles**

APPROPRIATION DE LA SITUATION
Échange oral collectif

Phase 1 Fabriquer un hérisson avec des pailles de même couleur

L'enseignant présente un hérisson. Les élèves remarquent immédiatement qu'il manque les piquants et devinent l'utilité des pailles. Un hérisson est distribué à chaque élève.

- Écouter la comptine du hérisson et repérer le nombre de piquants qu'il faut pour chaque hérisson.

Mon hérisson
Mon hérisson est trop mignon.
Pour éviter qu'il ne me pique,
Ses 5 piquants sont en plastique :
1, 2, 3, 4, 5.

RECHERCHE INDIVIDUELLE
Manipulation

- Prendre 5 pailles roses et les piquer sur le dos du hérisson.
- Écouter la comptine du hérisson et faire varier le nombre de piquants avec des nombres compris entre 1 et 5 : retirer ou ajouter les pailles nécessaires.

RECHERCHE INDIVIDUELLE
Manipulation

Phase 2 Fabriquer un hérisson avec des pailles de 2 couleurs différentes

L'enseignant présente la nouvelle situation : le hérisson a toujours 5 piquants, mais certains sont roses et d'autres sont verts.

- Prendre des pailles roses et vertes pour en avoir 5 en tout.
- Présenter la solution que l'on a trouvée.

STRUCTURATION
Travail écrit

Phase 3 Reconstituer des hérissons

- Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. Découper les cartes, les mélanger et reconstituer les hérissons **(document élève page 90)**.

● **ÉTAPE 2 Représenter les décompositions du nombre 5**

- Dessiner des hérissons avec 5 piquants en utilisant 2 couleurs différentes.
- Rechercher les hérissons identiques et constater que plusieurs solutions sont possibles.
- Dessiner les piquants qui manquent sur des hérissons **(document élève page 91)**.

PROLONGEMENT

Pour faire comprendre que l'on peut utiliser ses doigts pour trouver les compléments à 5, l'enseignant propose un jeu de doigts.

Voici ma main

Voici ma main.
Elle a cinq doigts.
En voici deux,
En voici trois.

Voici ma main.
Elle a cinq doigts.
En voici quatre,
Et un tout droit.

S'APPROPRIER LE LANGAGE

- **Dire ou chanter** une comptine, une chanson et un jeu de doigts.
- **Lexique** Adjectifs numéraux de 1 à 5. Vocabulaire lié au hérisson (hérisson, piquant).
- **Syntaxe** Utiliser la conjonction « et ».

88

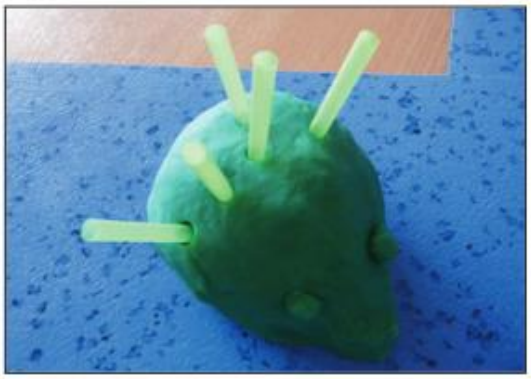
SUJET A - Annexe 1 (suite)

Vers les maths MS, ACCES Editions, 2015.

CHERCHER LES DÉCOMPOSITIONS DU NOMBRE 5

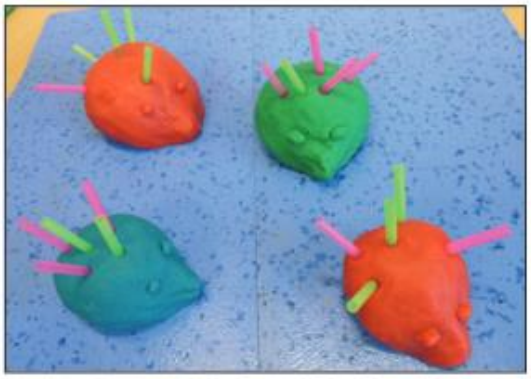
ÉTAPE 1 Prendre 5 pailles





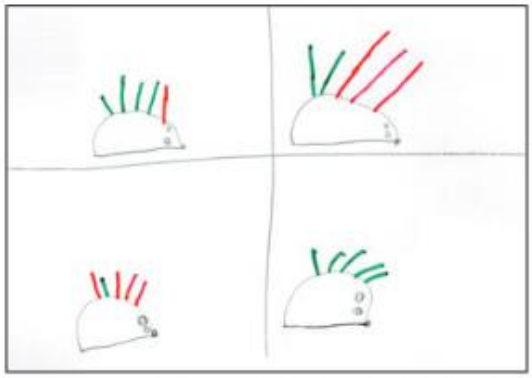
Réaliser un hérisson avec 5 pailles de la même couleur.

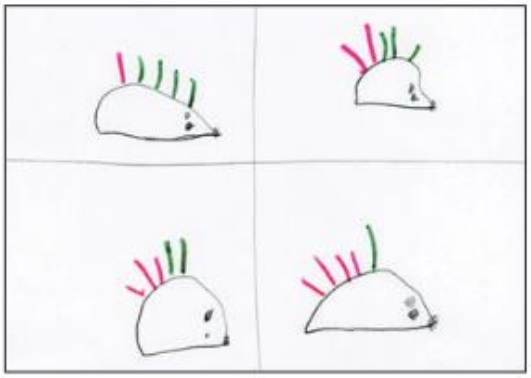




Réaliser un hérisson avec 5 pailles de 2 couleurs différentes.

ÉTAPE 2 Représenter les décompositions du nombre 5





Productions de hérissons avec 5 piquants de 2 couleurs différentes.

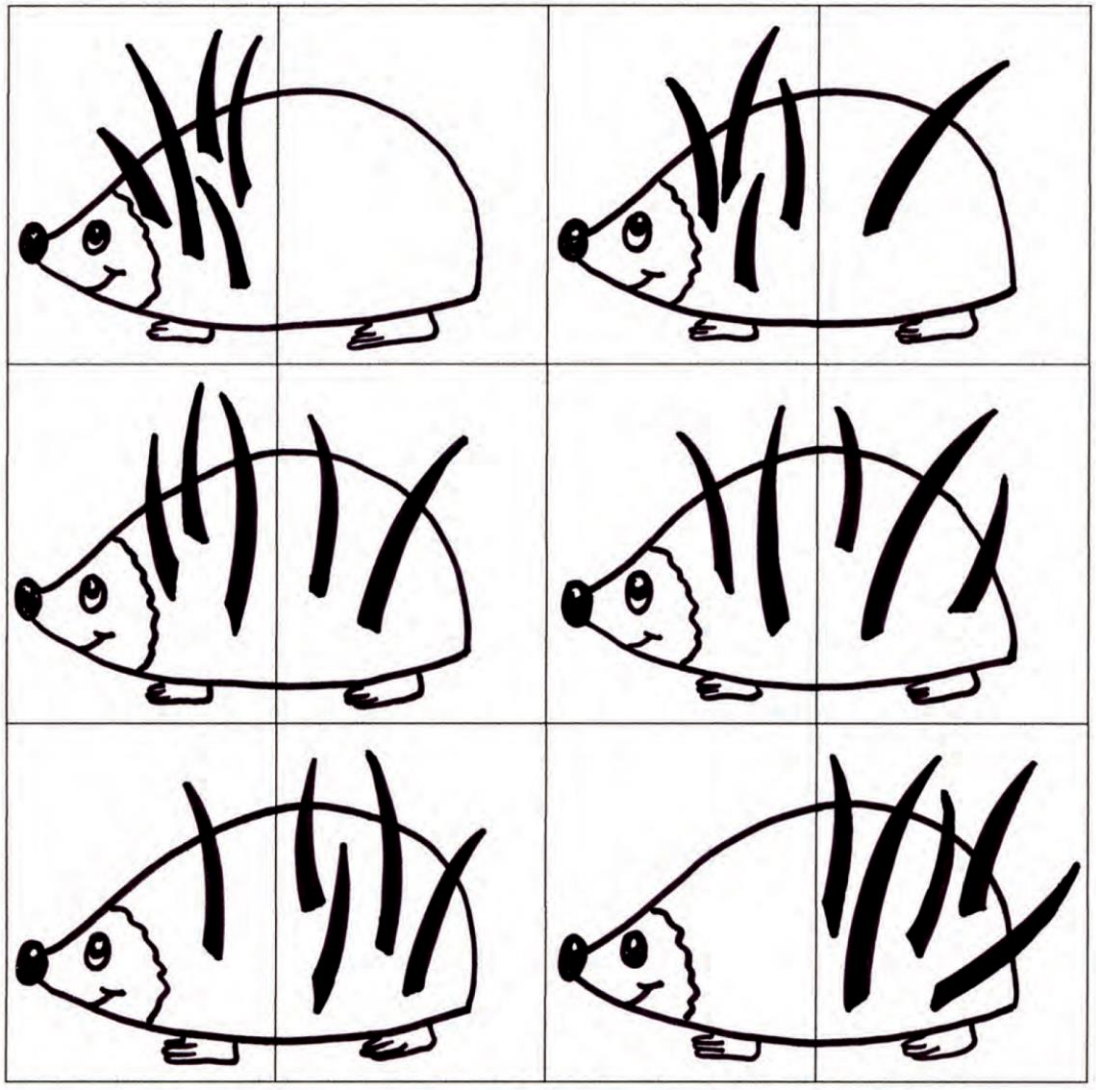
SUJET A - Annexe 1 (suite)

Vers les maths MS, ACCES Editions, 2015.

Les hérissons

Approcher les quantités et les nombres	COMPÉTENCE Décomposer le nombre 5.	DATE

Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. **Découpe** les cartes, **mélange-les** et **reconstitue** les hérissons.



90

SUJET A - Annexe 1 (suite)

Vers les maths MS, ACCES Editions, 2015.

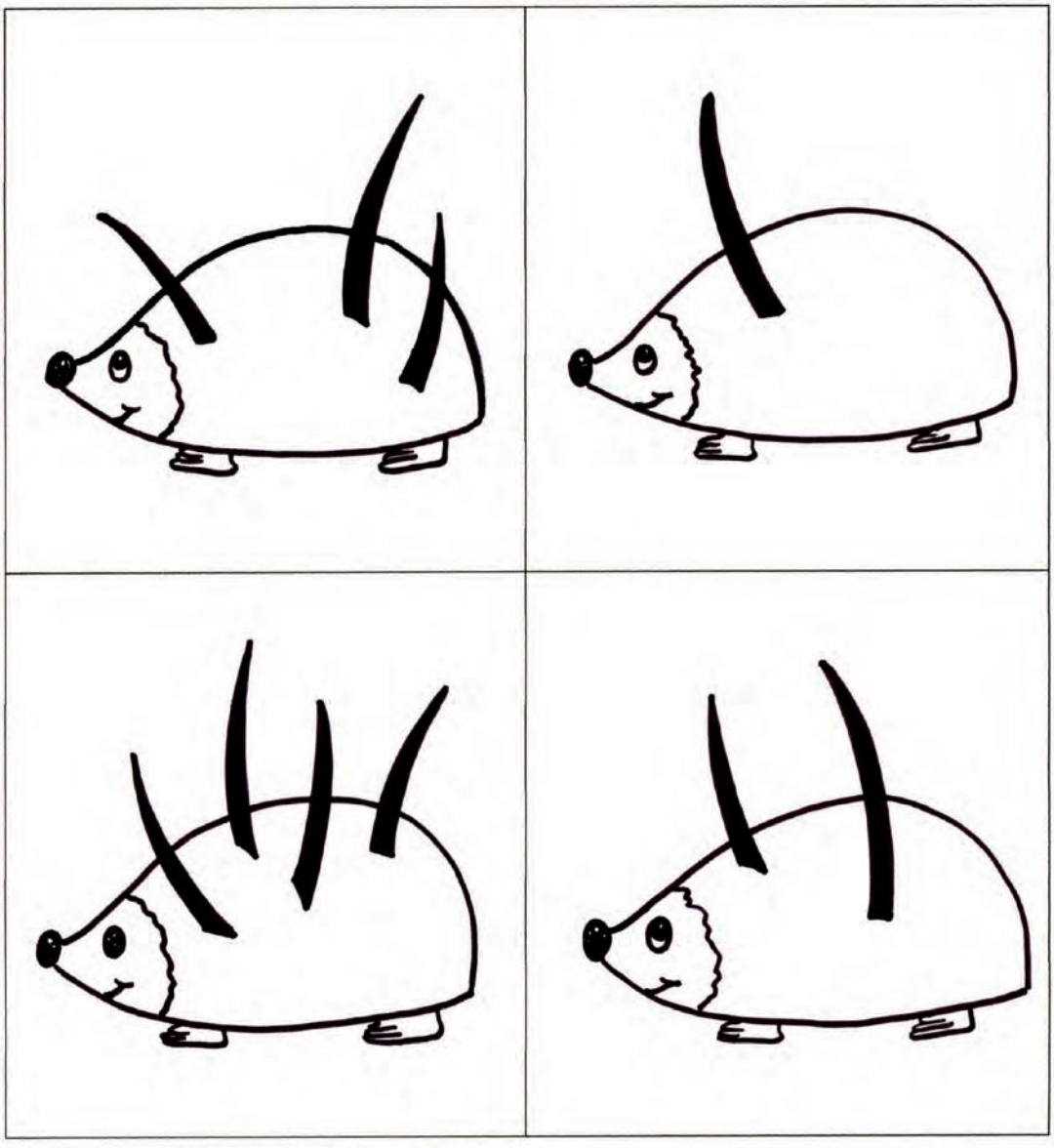
Les hérissons

Approcher les quantités et les nombres

COMPÉTENCE
Décomposer le nombre 5.

DATE

Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. **Dessine** les piquants qui manquent.



91

SUJET A - Annexe 2

Extrait de *Mettre au centre la résolution de problèmes*. Pierre Eysseric. Cahiers Pédagogiques (517), Tout commence en maternelle, 2014

Mettre au centre la résolution de problèmes

La manipulation semble s'imposer comme méthode naturelle d'apprentissage du nombre la plus compatible avec l'âge et le développement des enfants. Pourtant, peut-on envisager l'apprentissage du nombre, concept abstrait, construction de l'esprit humain, en restant dans le registre de la manipulation d'objets matériels ? Quelles formes de manipulations favorisent ou font obstacle à l'accès au concept de nombre ?

Penser le monde avant d'agir sur lui

Commençons par le pourquoi, si on ne veut pas s'arrêter aux seules raisons du type « *c'est au programme* ». Dans l'histoire de l'humanité, le nombre apparait comme une construction intellectuelle pour faciliter la résolution de certains problèmes pratiques : conserver la mémoire de la quantité, garder la mémoire d'une position, comparer des quantités sans avoir à manipuler les collections correspondantes, prévoir le résultat d'une action sur une collection avant que celle-ci ait lieu (ajout, retrait, partage). Voilà quatre problèmes auxquels les hommes sont confrontés sous des formes diverses dans toutes les sociétés ; nous les qualifierons de problèmes sociaux de référence. Leur point commun est le nombre comme outil facilitant leur résolution, la rendant moins couteuse en libérant des manipulations longues et pénibles : le nombre se construit, d'une certaine façon, comme substitut de la manipulation matérielle.
Il permet de penser le monde avant d'agir sur lui ; il donne la possibilité de renoncer à certaines actions, après en avoir anticipé les conséquences.
Dès lors, enfermer son apprentissage dans certaines formes de manipulation peut s'avérer un obstacle à son accès. Il s'agira plutôt de trouver des modalités d'apprentissage qui s'appuient, certes, sur la manipulation, mais s'en détachent pour faire passer les élèves d'« *agir dans le monde* » à « *utiliser le nombre pour penser mon action dans le monde* ».
L'apprentissage va comporter deux aspects qui vont non pas se succéder, mais être présents en parallèle et de façon dialectique : l'étude des nombres et la résolution de problèmes à l'aide des nombres.
[…]

Utiliser la contrainte, éviter l'obstacle

Enseigner le nombre aux jeunes enfants, ce n'est pas seulement leur transmettre des connaissances sur les nombres, c'est aussi les rendre capables de résoudre les problèmes qui ont conduit à cette construction de l'esprit humain. Sans pour autant délaisser l'étude de l'objet nombre, c'est cet apprentissage qui est mis au centre. Les élèves devront y acquérir des techniques de résolution, mais aussi une attitude : discerner de façon autonome les situations nécessitant l'utilisation des nombres. Être compétent, alors, ce n'est pas seulement réaliser des performances sous la houlette d'un enseignant, c'est être capable de se passer progressivement de lui pour utiliser le nombre à bon escient.

Dans cette perspective, la manipulation n'est pas une recette magique : elle est indispensable pour permettre aux élèves de s'approprier et se représenter les problèmes. Elle joue en effet un rôle fondamental dans la validation par les élèves des solutions proposées. Mais le but est de la dépasser pour accéder au nombre qui est et restera un concept, une abstraction. Pour qu'elle soit un levier dans l'apprentissage, la manipulation devra être contrainte et, à un moment donné, empêchée ; sans cela, elle s'érigera en obstacle aux apprentissages, enfermant l'élève dans l'action, alors que l'objectif est de le conduire à penser cette action.

Pierre Eysseric
Formateur en mathématiques pour les professeurs des écoles, ESPÉ de l'académie d'Aix-Marseille

SUJET A - Annexe 3

Extraits du programme consolidé de cycle 1 publié au BO n°31 du 30 juillet 2020

4. Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations

Depuis leur naissance, les enfants ont une intuition des grandeurs qui leur permet de comparer et d'évaluer de manière approximative les longueurs (les tailles), les volumes, mais aussi les collections d'objets divers (« il y en a beaucoup », « pas beaucoup », etc.). À leur arrivée à l'école maternelle, ils discriminent les petites quantités, un, deux et trois, notamment lorsqu'elles forment des configurations culturellement connues (dominos, dés). Enfin, s'ils savent énoncer les débuts de la suite numérique, cette récitation ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres.

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (usage cardinal) et d'exprimer un rang ou un positionnement dans une liste (usage ordinal). Cet apprentissage demande du temps et la confrontation à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques puis numériques.

4.1.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. Chez les jeunes enfants, ces apprentissages se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner : l'enfant peut, par exemple, savoir réciter assez loin la comptine numérique sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection.

Dans l'apprentissage du nombre à l'école maternelle, il convient de faire construire le nombre pour exprimer les quantités, de stabiliser la connaissance des petits nombres et d'utiliser le nombre comme mémoire de la position. L'enseignant favorise le développement très progressif de chacune de ces dimensions pour contribuer à la construction de la notion de nombre. Cette construction ne saurait se confondre avec celle de la numération et des opérations qui relèvent des apprentissages de l'école élémentaire.

Construire le nombre pour exprimer les quantités

Comprendre la notion de quantité implique pour l'enfant de concevoir que la quantité n'est pas la caractéristique d'un objet mais d'une collection d'objets (l'enfant doit également comprendre que le nombre sert à mémoriser la quantité). L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup). Progressivement, il passe de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités. La comparaison des collections et la production d'une collection de même cardinal qu'une autre sont des activités essentielles pour l'apprentissage du nombre. Le nombre en tant qu'outil de mesure de la quantité est stabilisé quand l'enfant peut l'associer à une collection, quelle qu'en soit la nature, la taille des éléments et l'espace occupé : cinq permet indistinctement de désigner cinq fourmis, cinq cubes ou cinq éléphants.

Les trois années de l'école maternelle sont nécessaires et parfois non suffisantes pour stabiliser ces connaissances en veillant à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés. La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre.

Stabiliser la connaissance des petits nombres

Au cycle 1, la construction des quantités jusqu'à dix est essentielle. Cela n'exclut pas le travail de comparaison sur de grandes collections. La stabilisation de la notion de quantité, par exemple trois, est la capacité à donner, montrer, évaluer ou prendre un, deux ou trois et à composer et décomposer deux et trois. Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois), la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu.

L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. Après quatre ans, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à dix.

Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position

Le nombre permet également de conserver la mémoire du rang d'un élément dans une collection organisée. Pour garder en mémoire le rang et la position des objets (troisième perle, cinquième cerceau), les enfants doivent définir un sens de lecture, un sens de parcours, c'est-à-dire donner un ordre. Cet usage du nombre s'appuie à l'oral sur la connaissance de la comptine numérique et à l'écrit sur celle de l'écriture chiffrée.

Construire des premiers savoirs et savoir-faire avec rigueur

Acquérir la suite orale des mots-nombres

Pour que la suite orale des mots-nombres soit disponible en tant que ressource pour dénombrer, il faut qu'elle soit stable, ordonnée, segmentée et suffisamment longue. Elle doit être travaillée pour elle-même et constituer un réservoir de mots ordonnés. La connaissance de la suite orale des noms des nombres ne constitue pas l'apprentissage du nombre mais y contribue.

Avant quatre ans, les premiers éléments de la suite numérique peuvent être mis en place jusqu'à cinq ou six puis progressivement étendus jusqu'à trente en fin de grande section. L'apprentissage des comptines numériques favorise notamment la mémorisation de la suite des nombres, la segmentation des mots-nombres en unités linguistiques ; ces acquis permettent de repérer les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre, de prendre conscience du lien entre l'augmentation ou la diminution d'un élément d'une collection.

Écrire les nombres avec les chiffres

Parallèlement, les enfants rencontrent les nombres écrits notamment dans des activités occasionnelles de la vie de la classe, dans des jeux et au travers d'un premier usage du calendrier. Les premières écritures des nombres ne doivent pas être introduites précocement mais progressivement, à partir des besoins de communication dans la résolution de situations concrètes. L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres. La progression de la capacité de lecture et d'écriture des nombres s'organise sur le cycle, notamment à partir de quatre ans. Le code écrit institutionnel est l'ultime étape de l'apprentissage qui se poursuit au cycle 2.

Dénombrer

Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main). Ultérieurement, au-delà de cinq, la même attention doit être portée à l'élaboration progressive des quantités et de leurs relations aux nombres sous les différents codes. Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres.

Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée-alignée sur une feuille ou pas).

4.1.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Utiliser les nombres

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.

- Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

Étudier les nombres

- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.

Proposition n°2 (Sujet B)

Durée de préparation *:* deux heures ;
Durée de l'épreuve : une heure (*français : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première partie ; mathématiques : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie*).

Domaine : Nombres et calculs
Niveau : CM2

Connaissance ou compétence visée :
Résoudre des problèmes en utilisant des fractions, des nombres décimaux et le calcul.

Documentation fournie en annexe
Document 1 - Extrait de : *Ministère de l'éducation nationale. (2020). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP.*
Document 2 - Extrait de : Levain J.-P., Didierjean A. (2017). *Problèmes multiplicatifs, proportionnalité et théorie des champs conceptuels*. Rééducation Orthophonique, 269.
Document 3 - Extrait de : *Jamet, J.-M. (2019). Résoudre les problèmes avec la modélisation du CE2 au CM2. Hachette Education.* https://education.landing-hachette.fr/modelisation/
Document 4 - Extrait du Bulletin officiel spécial n° 3 du 26 avril 2018 sur « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ».

Consigne pour le candidat
Vous êtes enseignant(e) en fin de CM2. Vous souhaitez mettre en œuvre une séance traitant de la résolution des deux problèmes suivants :

1) Un professeur commande 43 mètres de ficelle. 1 mètre de ficelle coûte 0,7 euro. Combien ce professeur doit-il payer ?
2) Un restaurateur achète 0,7 kilogramme de coquilles saint jacques. 1 kilogramme de coquilles saint jacques coûte 43 euros. Combien ce restaurateur doit-il payer ?

Vous disposez des ressources placées en annexe 1.
Votre objectif est de comparer, lors de cette résolution, des mises en œuvre des compétences Représenter, Modéliser et Calculer.
Présentez les composantes pédagogiques et didactiques d'une séance et de son déroulement.

SUJET B - Annexe 1

Document 1

Extrait de : Ministère de l'éducation nationale (2020) *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP.*
https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1

Les problèmes multiplicatifs

Les problèmes du champ multiplicatif du CP reposent sur des valeurs numériques adaptées aux procédures des élèves : matériel tangible, représentation imagée, modélisation, calcul (addition itérée, par exemple).

Ces problèmes permettent de construire le sens de la multiplication et de la division. Ils correspondent aux situations (de parts égales) où on cherche : le tout (multiplication), la valeur d'une part (partage/partition), le nombre de parts (quotition).

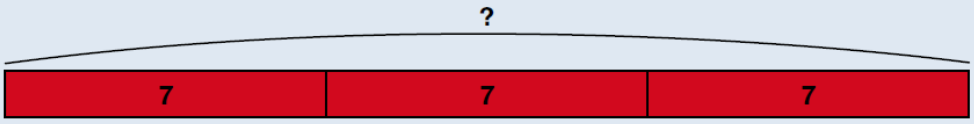
Exemples (respectifs) :

— « *Paul apporte 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien y a-t-il de biscuits en tout ?* »
— « *Trois enfants se partagent 18 images. Combien d'images aura chaque enfant ?* »
— « *Il y a 24 élèves dans la classe. Pour participer à un tournoi de sport, le professeur constitue des équipes de 4 élèves. Combien y aura-t-il d'équipes ?* »

Au CP, l'approche privilégiée sera la manipulation ; les représentations imagées resteront proches de la situation et permettront de rencontrer des configurations rectangulaires propices à la construction du concept de multiplication et de division. Ici, le matériel, comme des « tablettes de chocolat sécables »[43] permet de traiter aisément cette situation. Pour l'approche symbolique, les élèves pourront recourir à l'addition itérée.

Exemple : « *Paul apporte 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien y a-t-il de biscuits en tout ?* »

En réunissant les cubes dans des barres de 7, le professeur peut proposer le schéma en barres suivant qui permet de voir 3 fois 7 :



Un fait mathématique important à souligner par le professeur auprès des élèves lors de l'enseignement de la résolution de problèmes multiplicatifs est la « symétrie » qui existe entre les problèmes multiplicatifs et les situations de partage. Les problèmes de quotition (recherche du nombre de parts) sont souvent plus difficiles à résoudre que les problèmes de partage (recherche de la valeur d'une part). Un des objectifs importants pour le cycle 2 est de faire comprendre le lien entre ces deux types de problèmes qui relèvent de la même opération.

Document 2

Extrait de Levain Jean-Pierre, Didierjean André (2017) *Problèmes multiplicatifs, proportionnalité et théorie des champs conceptuels*. In Rééducation Orthophonique. N° 269.

« Un professeur commande 43 mètres de ficelle. 1 mètre de ficelle coûte 0,7 euro. Combien ce professeur doit-il payer ? »

« Un restaurateur achète 0,7 kilogramme de coquilles saint jacques. 1 kilogramme de coquilles saint jacques coûte 43 euros. Combien ce restaurateur doit-il payer ? »

Avec des calculatrices mises à disposition et, au-delà de la difficulté liée à l'utilisation d'un décimal inférieur à 1, le premier problème est réussi en moyenne par 80 % des élèves en fin de CM_2, le second par seulement 48 % des mêmes élèves. Les schémas de ces deux problèmes (Figure 4) illustrent très clairement la différence de position occupée par le nombre décimal à l'intérieur d'une structure multiplicative à quatre termes (Levain, 2000 ; Levain & al., 2006).

Mètres	Prix	Kg de saint-jacques	Prix
1	0,7	1	43
43	?	0,7	?

Figure 4

Lors des premiers apprentissages au cours élémentaire, la multiplication est fréquemment introduite comme une addition itérée. De ce fait, l'élève se représente plus facilement 43 fois une somme de 0,7 euro (0,7 itéré 43 fois) plutôt que 0,7 fois le prix d'un kilogramme de viande (cette dernière représentation introduit une situation de conflit avec le modèle implicite de la multiplication car il n'est plus possible ici d'itérer une grandeur).

Plusieurs pistes et recommandations peuvent d'ores et déjà être tirées de cette rapide présentation pour structurer un travail de remédiation. Tout d'abord, il nous semble essentiel de confronter les élèves à une plus grande variété de situations problèmes en faisant varier très largement les différentes structures, la nature des valeurs numériques (entiers et décimaux) ainsi que le domaine de référence de l'énoncé. Il nous apparaît également important d'utiliser plus fréquemment les calculatrices pour résoudre des problèmes. L'apprentissage des algorithmes opératoires devant être plus largement dissocié des activités de résolution.

Document 3

Jamet, J.-M. (2019). Résoudre les problèmes avec la modélisation du CE2 au CM2. Hachette Education. https://education.landing-hachette.fr/modelisation/

Je pose une question et je résous un problème avec des fractions

Exercice 1

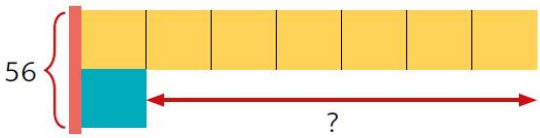
1 Lis cet énoncé.

Il y a 56 arbres fruitiers dans un verger.
$\frac{1}{8}$ de ces arbres sont des pommiers.
Les autres arbres sont des poiriers.



2 Observe chaque Modèle en Barres (MeB), puis complète.

Modèle en Barres (MeB) 1



La question qui correspond au MeB. .....

.....

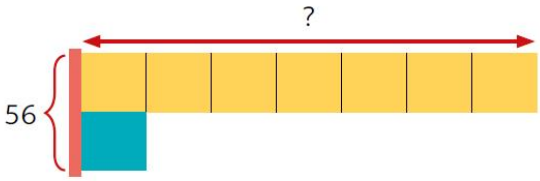
Mes calculs.

Ma phrase-réponse.

.....

.....

Modèle en Barres (MeB) 2



La question qui correspond au MeB. .....

.....

Mes calculs.

Ma phrase-réponse.

.....

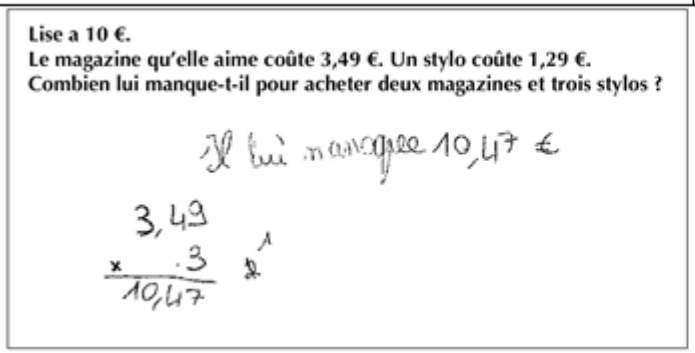
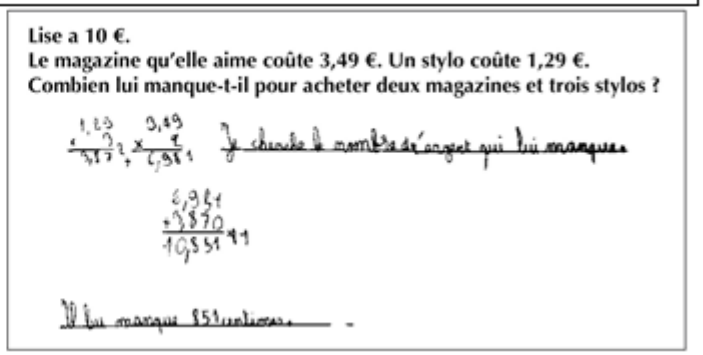
.....

Document 4

Extrait du Bulletin officiel spécial n° 3 du 26 avril 2018 sur « La résolution de problèmes à l'école élémentaire »

« Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :
- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;
- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calcul utilisés.

On retrouve ces deux cas dans les exemples ci-dessous :

Difficultés à « modéliser »	Difficultés à « calculer »
	

Les actions de remédiation sont fondamentalement différentes dans les deux cas. Dans le premier cas, un travail important devra être mené pour s'assurer que les élèves concernés comprennent effectivement l'énoncé et soient en mesure de le reformuler. Ils peuvent être invités à effectuer une représentation de la situation ou même à reproduire la situation en utilisant un matériel approprié, comme des images représentant les articles achetés et de la monnaie factice. Dans le second cas, la modélisation est correcte, les élèves concernés peuvent simplement être invités à travailler avec d'autres élèves ayant également modélisé correctement la situation, pour vérifier si leurs résultats sont plausibles, comparer les calculs effectués et échanger afin de se mettre d'accord sur le résultat à trouver.

Proposition n°3 (Sujet C)

Durée de préparation *:* deux heures ;
Durée de l'épreuve : une heure (français *: trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première partie ; mathématiques : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie)*.

Domaine Nombres et Calcul
Niveau : CM2

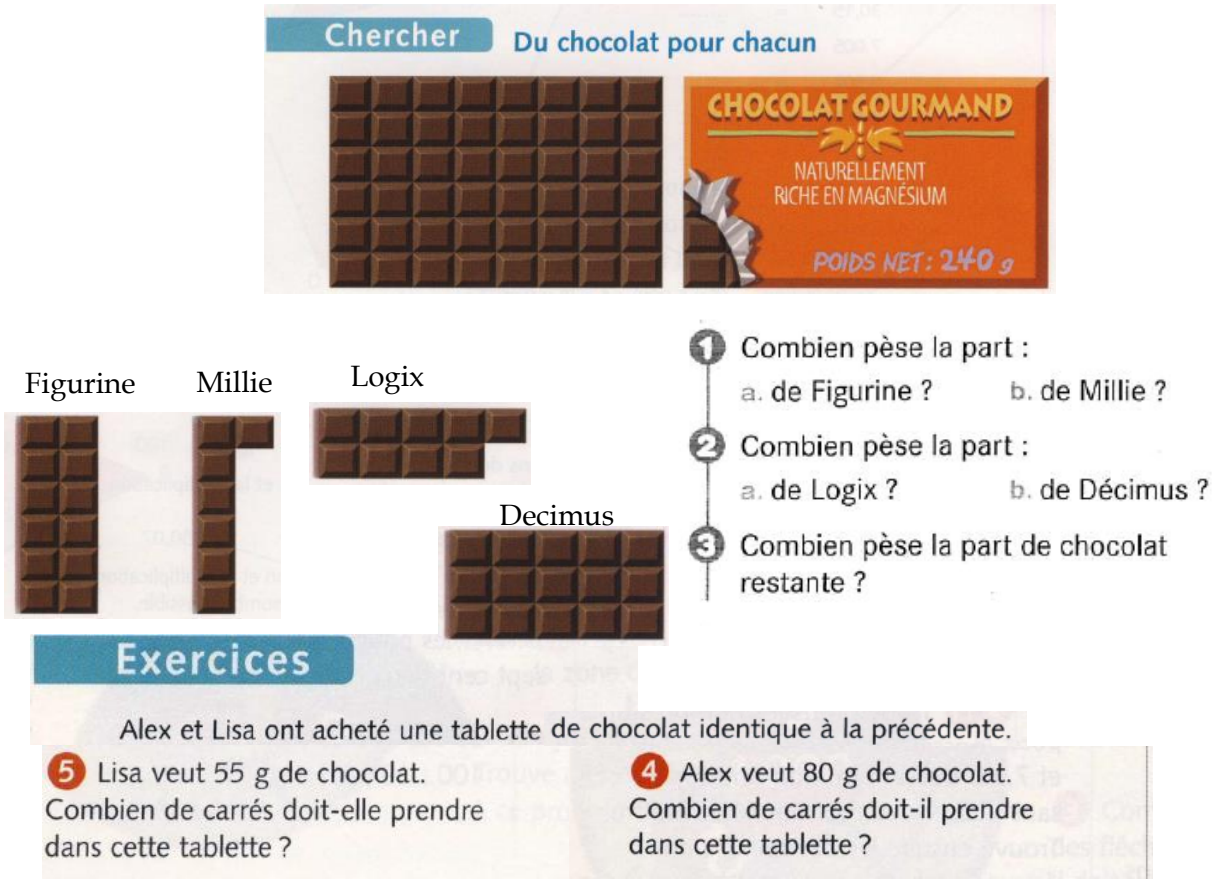
Connaissance ou compétence visée : Proportionnalité - Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité.

Documentation fournie :
Annexe 1 : CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M-P., MADIER D. (2010) *Cap Maths CM2*. Manuel de l'élève (p.43). Hatier
Annexe 2 : CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M-P., MADIER D. (2010) *Cap Maths CM2*. Livre du maître (pp. 85-86). Hatier.
Annexe 3 : Productions d'élèves de CM2, issues d'une proposition de sujet pour la nouvelle épreuve écrite du CRPE conçue par la COPIRELEM (décembre 2020)
Annexe 4 : Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques (cycle 3) *Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3*

Consigne pour le candidat
Vous êtes enseignant(e) en CM2, en période 3. Lors de la séance précédente, vous avez donné à faire à vos élèves l'exercice « Chercher - Du chocolat pour chacun » question 1a et b (Annexe 1).
A partir des travaux d'élèves de l'annexe 3, présentez une séance de mise en commun qui permet de dégager une synthèse de l'apprentissage visé.

SUJET C - Annexe 1

CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M-P., MADIER D. (2010) *CapMaths CM2*. Manuel de l'élève (p.43). Hatier



SUJET C – Annexe 2

CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M-P., MADIER D. (2010) *CapMaths CM2*. Livre du maître (pp. 85-86). Hatier.

APPRENDRE Problèmes	Proportionnalité : passage par l'unité (procédure dite « règle de trois ») ▶ Du chocolat pour chacun	– résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité	Chercher 1 individuel, puis collectif 2 par 2, puis collectif 3 individuel, puis collectif Exercices individuel	Manuel p. 43 questions 1 à 3 / exercices 4 et 5 par élève : – feuille de recherche – cahier de maths

APPRENDRE

Proportionnalité : passage par l'unité ▶ Du chocolat pour chacun

– Mettre en œuvre un raisonnement pour résoudre des problèmes de proportionnalité (passage par l'image de l'unité, parfois appelé « règle de trois »).

CHERCHER Manuel p. 43 questions 1 à 3



INDIVIDUEL, PUIS COLLECTIF

1 Les parts de Figurine et de Millie

Question 1

- Préciser la tâche :

➡ *Vous connaissez le poids total de la plaque (240 g). Cherchez le poids de chaque part.*

- Indiquer, si nécessaire, que plusieurs procédures sont possibles.

• Lors de la **mise en commun**, faire expliciter les procédures utilisées et analyser les erreurs de procédure, puis présenter les raisonnements utilisés :

– **Pour Figurine :**
- remarquer que 12 est le quart de 48 (soit par le calcul, soit par report des 2 barres « verticales » sur la plaque complète), donc le poids est le quart de 240 g, soit 60 g ;
- chercher le poids d'une barre « verticale », puis calculer le poids de 2 barres ;
- chercher d'abord le poids d'un carré de chocolat…

– **Pour Millie**, le recours aux « barres verticales » est possible, mais plus difficile (il faut ensuite prendre un sixième de la 2e barre), ce qui revient à chercher le poids d'un carré.

• Aucune procédure n'est valorisée à ce moment du travail.

• Conserver les résultats au tableau.

Réponse : Figurine : 60 g ; Millie : 35 g.

Très souvent, la résolution des problèmes de proportionnalité ne nécessite pas le « passage par l'unité ». Mais celui-ci apparaît comme une méthode judicieuse dans certains cas, en particulier lorsque les rapports entre les données ne sont pas entiers ou sont difficiles à déterminer. La situation présente l'originalité de permettre des raisonnements purement numériques et d'autres qui prennent appui sur le découpage de la plaque de chocolat.
Les raisonnements utilisés dans ces problèmes peuvent être formulés sous des formes diverses :
– mise en mot du raisonnement « J'ai d'abord calculé le poids d'une barre, j'ai trouvé 30 g car 240 divisé par 8 = 30, puis j'ai cherché le poids de 2 barres, j'ai trouvé 60 g, car 30 × 2 = 60 » ;
– calculs commentés : « 8 barres pèsent 240 g ; or 2 barres, c'est 4 fois moins que 8 barres, donc le poids de 2 barres, c'est 4 fois moins que le poids des 8 barres égal à 240 g ; 2 barres pèsent donc 60 g » ;
– utilisation d'une représentation (flèches, tableau…) :

48 carrés → 240 g
1 carré → 5 g
12 carrés → 60 g

avec des calculs annexes comme 240 : 48 = 5 et 12 × 5 = 60.

ÉQUIPES DE 2, PUIS COLLECTIF

2 Les parts de Logix et de Décimus

Question 2

Même déroulement que la phase 1.

• **Le débat et la synthèse** sont centrés sur :

➡ **les procédures incorrectes :** par exemple celle qui consiste, pour 9 carrés, à déterminer le poids d'une « barre horizontale » faite de 8 carrés (240 divisé par 6) et à ajouter 1 g au poids de 8 carrés (ce qui revient à considérer que 1 carré pèse 1 g…, la plaque complète pèserait alors 48 g) ;

➡ **les procédures correctes :** par exemple celles qui consistent, pour 9 carrés, à s'appuyer sur le poids de 8 carrés en y ajoutant le poids d'1 carré ou à calculer le poids d'1 carré (soit 5 g) et ensuite à le multiplier par 9.

➡ **les méthodes utilisées pour calculer le poids d'un carré** :
– division de 240 par 48 ;
– division d'un résultat obtenu à la question 1 par le nombre de carrés correspondants, par exemple 60 divisé par 12 ;
– divisions successives par 6 puis par 2, à partir de 60.

➡ **En conclusion,** à partir des procédures utilisées, souligner les deux catégories de raisonnements utilisés :
– ceux pour lesquels on ne cherche pas le poids d'un carré ;
– ceux pour lesquels on cherche le poids d'un carré.

Réponses : Logix : 45 g ; Décimus : 75 g.

Le choix des nombres est destiné à favoriser le recours au poids d'un carré de chocolat. En effet, 9 et 15 ne sont pas des diviseurs de 48, ni des multiples des nombres déjà étudiés dans la question 1.
Le programme précise que les élèves doivent connaître la « règle de trois ». Telle qu'elle était enseignée généralement dans les années 1950-1960, celle-ci n'est pas envisageable en CM2 car elle s'appuie sur une mise « en fraction » du raisonnement et la maîtrise de calculs sur les fractions qui ne sont pas enseignés actuellement. Le commentaire du programme actuel de sixième précise qu'il faut simplement entendre par « règle de trois » la procédure qui consiste à calculer l'image de l'unité (ici poids d'un carré). Cette procédure n'est alors pas nouvelle dans le programme et peut parfaitement être envisagée au CM2, préparant ainsi le travail qui sera repris en sixième.

INDIVIDUEL, PUIS COLLECTIF

3 Quel est le poids du chocolat restant ?

Question 3

Même déroulement, plus rapide.
Le poids peut être obtenu :
– en utilisant les mêmes procédures que pour les questions 1 et 2 pour les carrés restants ;
– par différence entre le poids total de chocolat distribué et le poids total.

Réponse : 25 g.

INDIVIDUEL

EXERCICES Manuel p. 43 exercices 4 et 5

Alex et Lisa ont acheté une tablette de chocolat identique à la précédente.

4 Alex veut 80 g de chocolat. Combien de carrés doit-il prendre dans cette tablette ?

5 Lisa veut 55 g de chocolat. Combien de carrés doit-elle prendre dans cette tablette ?

Exercice 4

Les nombres choisis permettent le recours à une très grande variété de procédures.

Réponses : 80 g représente un tiers de 240 g (donc un tiers de 48 carrés) ou encore le poids de 16 carrés à 5 g chacun.

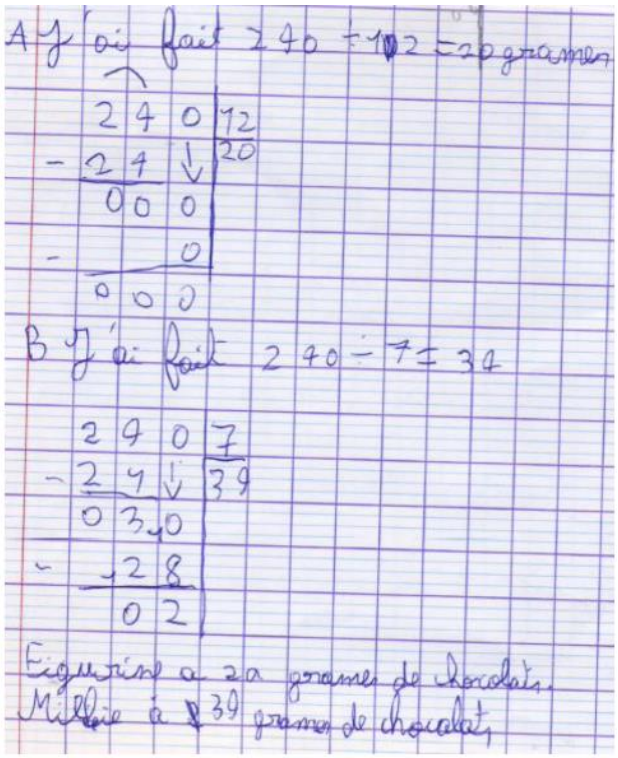
Exercice 5

L'utilisation du poids d'un carré est plus appropriée dans ce cas.

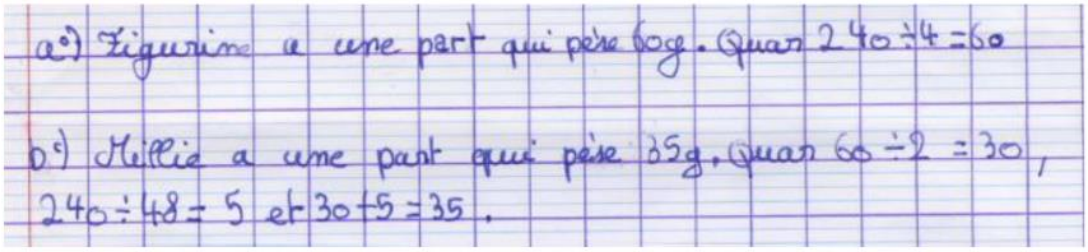
Réponses : 11 carrés à 5 g chacun.

SUJET C – Annexe 3

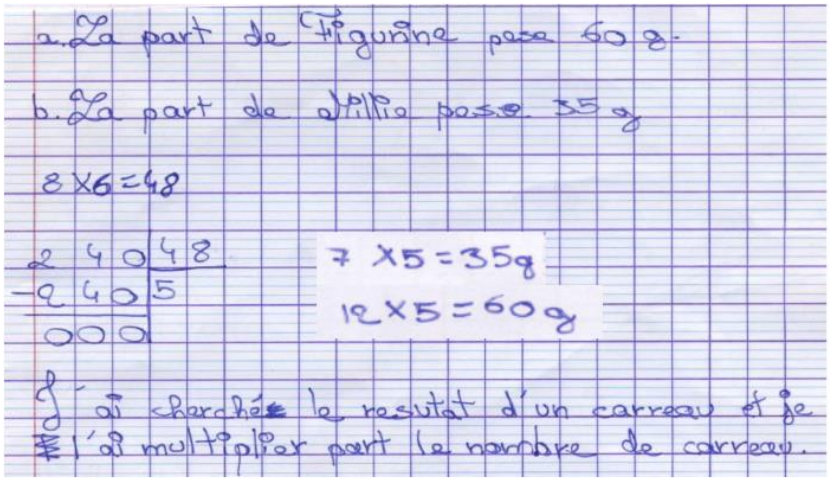
Travail de Célia



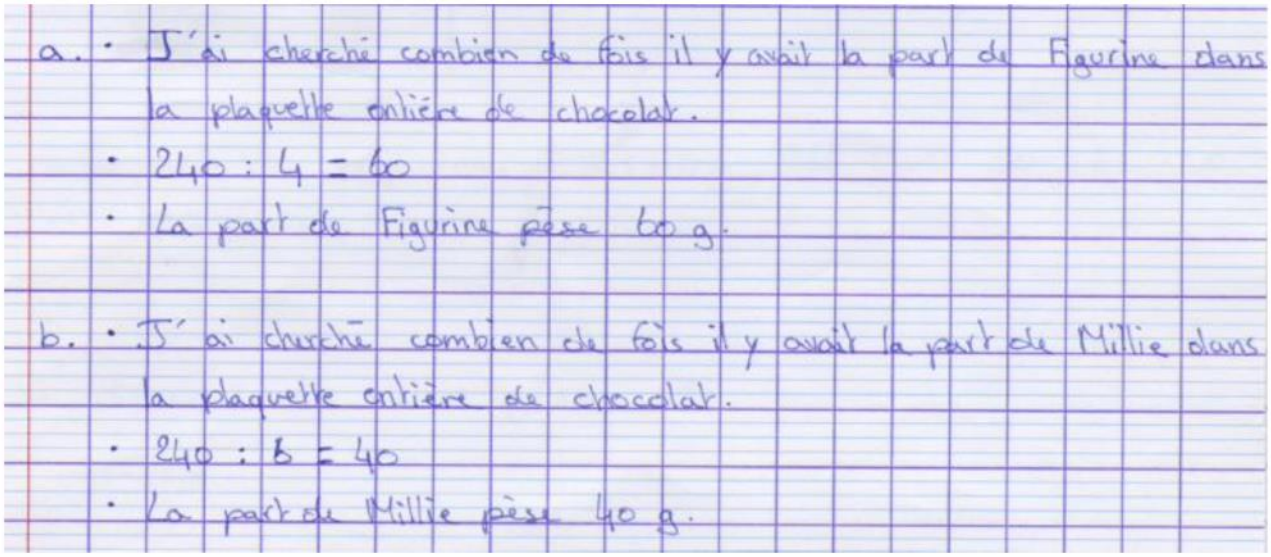
Travail de Camille :



Travail de Pia :

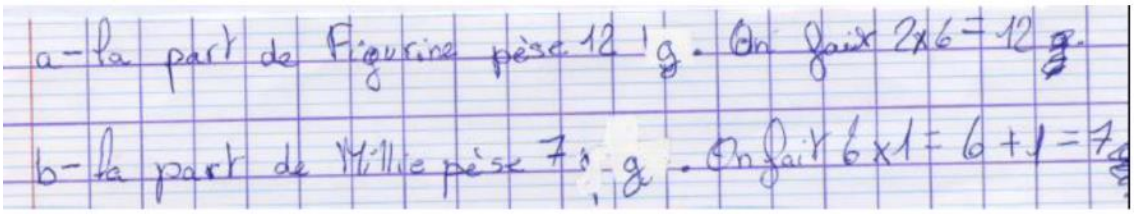


Travail de Léa :


a. • J'ai cherché combien de fois il y avait la part de Figurine dans la plaquette entière de chocolat.
• 240 : 4 = 60
• La part de Figurine pèse 60 g.

b. • J'ai cherché combien de fois il y avait la part de Millie dans la plaquette entière de chocolat.
• 240 : 6 = 40
• La part de Millie pèse 40 g.

Travail de Quentin :


a- la part de Figurine pèse 12 g. On fait 2x6=12 g.

b- la part de Millie pèse 7 g. On fait 6x1=6+1=7 g

SUJET C – Annexe 4

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

Objectifs

La proportionnalité est une notion autour de laquelle peuvent être pensés et organisés de nombreux apprentissages mathématiques. Sa maîtrise est essentielle tant pour un usage dans la vie courante que dans un cadre professionnel. Son apprentissage s'inscrit dans la durée. Dès le cycle 2, l'élève a rencontré des situations de proportionnalité dans le cadre de la résolution de problèmes multiplicatifs. Ce travail se poursuit au cycle 3 dans chacun des trois thèmes « Nombres et calculs », « Grandeurs et mesures » et « Espace et géométrie ». L'élève enrichit le champ des problèmes multiplicatifs en croisant diverses situations relevant de la proportionnalité auxquelles il peut donner du sens. Il apprend à repérer des situations relevant ou non de la proportionnalité. Il résout des problèmes de prix, de consommation, de recettes, etc. en utilisant différentes procédures (procédure utilisant la propriété de linéarité pour l'addition, procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre, procédure mixte utilisant les propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre, passage par l'unité, procédure utilisant le coefficient de proportionnalité). L'objectif n'est pas, à ce stade, de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures, s'appuyant toujours sur le sens, parmi lesquelles il pourra choisir en fonction des nombres en jeu dans le problème à résoudre. Des situations de proportionnalité mettant en jeu des nombres simples, avec des rapports entre les nombres permettant des calculs aisés, donnent l'occasion de travailler le calcul mental.

Liens avec les domaines du socle

La résolution de problèmes de proportionnalité permet d'acquérir des connaissances et de développer des compétences en lien avec chacun des domaines du socle.

De manière générale, les mathématiques participent à la maitrise de la langue française. Elles offrent de nombreuses occasions pour le développement de compétences langagières en élargissant le répertoire lexical des élèves, en favorisant les situations de communication (sous-domaine 1.1). La résolution de problèmes de proportionnalité est un terrain particulièrement fécond pour les interactions entre la langue française et le langage mathématique puisque la verbalisation en langage naturel des procédures utilisées (prendre le double, le triple, le tiers, le quadruple, d'une grandeur) contribue à la fois à l'élargissement du répertoire lexical et à et la compréhension d'une notion mathématique.

Étudier des relations entre deux grandeurs permet d'effectuer de manière efficace des calculs en utilisant un langage mathématique adapté, par exemple celui des nombres décimaux ou des fractions (sous-domaine 1.3).

La formation de la personne et du citoyen, plus particulièrement dans son registre « réflexion et discernement » (domaine 3.3) est largement convoquée à travers par exemple des problèmes de coûts ou de remises relevant ou non de la proportionnalité : apprendre à justifier ses choix et à confronter ses propres jugements avec ceux des autres, remettre en cause ses jugements initiaux après un débat argumenté.

La proportionnalité intervient pour résoudre des problèmes relevant de systèmes naturels et techniques (domaine 4) et l'utilisation des échelles permet de contribuer à se repérer dans l'espace (domaine 5).

Progressivité des apprentissages

La notion de proportionnalité est introduite en première année du cycle 3. Le travail mené s'appuie tout particulièrement sur les problèmes multiplicatifs traités au cycle 2. Les procédures rencontrées au cycle 3 pour résoudre des problèmes de proportionnalité continueront d'être utilisées au cycle 4 où seront introduites, en fin de cycle, les fonctions linéaires. C'est donc tout au long des trois cycles de la scolarité obligatoire que se construisent progressivement les connaissances relatives à la notion de proportionnalité :

Au cycle 2, les élèves rencontrent des situations de proportionnalité dans des problèmes multiplicatifs. *Exemple : Un manuel de mathématiques pèse 340 g. Combien pèsent 5 manuels identiques ?* Ces problèmes préparent les élèves à la reconnaissance de situation de proportionnalité et à leur résolution par une procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre.

Au cycle 3, les premiers travaux sur la proportionnalité sont proposés dès la première année du cycle ; les élèves ont recours à des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure utilisant la propriété de linéarité pour l'addition, procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre). Ensuite, les élèves rencontrent progressivement des situations qui nécessitent de combiner des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure mixte utilisant les propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre, passage par l'unité). Pendant la seconde moitié du cycle, s'ajoutent des problèmes impliquant des échelles ou des vitesses constantes. Si le coefficient de proportionnalité est rencontré au cours moyen, notamment lors de travaux sur les échelles, son institutionnalisation dans un cadre général peut être reportée en toute fin de cycle 3.

Au cycle 4, toutes les procédures introduites au cycle 3 pour résoudre des problèmes de proportionnalité continuent à être utilisées en fonction des nombres en jeu dans les problèmes proposés et des connaissances de faits numériques des élèves. Des tableaux de proportionnalité sont régulièrement utilisés pour résoudre des problèmes ; ils facilitent l'utilisation du coefficient de proportionnalité, particulièrement efficace quand un nombre important de données doivent être calculées. Le produit en croix est introduit après l'étude de l'égalité des fractions ; il permet de calculer rapidement une quatrième proportionnelle, quand les nombres en jeu ne permettent pas d'utiliser facilement des procédures basées sur les propriétés de linéarité. En fin de cycle, les élèves font le lien entre les fonctions linéaires et la proportionnalité.

Stratégies d'enseignement

La proportionnalité est appréhendée dans de nombreuses autres disciplines (géographie, EPS, sciences et technologie, etc.) ou dans des situations de la vie courante, ce qui permet de renforcer le travail mené en mathématiques. L'enseignant propose aux élèves des situations variées relevant de la proportionnalité et leur apprend à mobiliser différentes procédures pour résoudre des problèmes dans des contextes variés. L'enseignant invite les élèves à comparer ces procédures afin de constater que certaines sont plus efficaces que d'autres selon les nombres en jeu.

Pour que la proportionnalité prenne tout son sens, l'élève doit aussi être confronté à des situations ne relevant pas de la proportionnalité (« Si je mesure 1 mètre à 10 ans, je peux mesurer 2 mètres à 20 ans mais sûrement pas 4 mètres à 40 ans et je sais aussi que je ne mesurais pas 10 centimètres à 1 an. »)

Les propriétés de linéarité[3] pour l'addition et pour la multiplication par un nombre doivent être le plus souvent possible explicitées et sont une opportunité pour travailler l'expression orale. Les procédures relatives à la linéarité sont les premières rencontrées. Les relations entre les nombres mis en jeu constituent une variable didactique avec laquelle l'enseignant peut jouer. En effet, les rapports entre les nombres en jeu et la connaissance des tables de multiplication dans les deux sens (composition-

[3] . Voir encadré page suivante.

décomposition) par les élèves vont influer sur le choix de la procédure à privilégier. L'enseignant propose dans un premier temps des situations mettant en jeu des nombres entiers entretenant entre eux des rapports simples (double, triple, quintuple, etc.) pour aller progressivement vers des situations plus compliquées (nombres décimaux, fractions, rapports plus complexes).

Les tableaux de proportionnalité ne doivent pas être conçus comme des objets d'enseignement ; s'ils peuvent permettre de résumer clairement une situation proposée dans un problème, les opérations à réaliser pour résoudre un problème de proportionnalité au cycle 3 ne doivent pas se faire par un raisonnement sur des lignes ou des colonnes d'un tableau mais uniquement sur des cardinaux ou des grandeurs, en explicitant ce qui est fait, tant à l'oral qu'à l'écrit. L'enseignant permet aux élèves de dégager les avantages et inconvénients de différentes procédures possibles mais ne les présente pas comme les seules procédures attendues lors de la résolution d'un problème relevant de la proportionnalité. En variant les nombres et les relations numériques, l'enseignant habitue l'élève à changer de procédure pour choisir de manière pertinente la plus efficace pour lui.

Le travail sur la proportionnalité est particulièrement propice au développement des six compétences travaillées en mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

Chercher : tester, essayer plusieurs pistes de résolution dans la résolution de problèmes relevant des structures multiplicatives.

Modéliser : apprendre à modéliser des situations concrètes et reconnaître si elles relèvent de la proportionnalité ou non.

Représenter : se questionner sur le caractère proportionnel d'une situation représentée graphiquement en géographie, en sciences et technologie par exemple (une situation de proportionnalité entre deux grandeurs a pour représentation graphique un ensemble de points alignés avec l'origine).

Raisonner : chacune des étapes de résolution d'un problème relevant de la proportionnalité (compréhension de l'énoncé, identification d'une situation de proportionnalité, recherche, production et rédaction d'une solution) fait appel au raisonnement.

Calculer : les nombres en jeu et l'état des connaissances des élèves vont permettre de varier les modalités de calcul mises en œuvre (calcul mental, en ligne, posé, instrumenté).

Communiquer : l'explicitation de ce qui est fait nécessite un réel travail de communication tant à l'oral qu'à l'écrit. Différencier le vocabulaire des structures additives « de plus » et « de moins » et celui des structures multiplicatives « fois plus » et « fois moins ». Dans la résolution de problèmes relevant de la proportionnalité, différentes procédures sont à faire travailler par les élèves. Dans chacun des trois thèmes du programme, l'enseignant veille à oraliser les procédures possibles en termes similaires, ce qui permet aux élèves de les réinvestir dans différents registres – numérique – grandeurs – géométrique, tout en comprenant qu'elles relèvent de la même notion.

Une analyse détaillée des procédures relevant de la proportionnalité est présentée en annexe au travers d'une collection d'exercices dont le thème est « Mousse au chocolat ». L'analyse *a priori* de chaque exercice est complétée par des productions d'élèves.

PROCÉDURES UTILISANT LA PROPRIETÉ DE LINÉARITE POUR L'ADDITION

Domaine « Nombres et calculs »

8 fois 10 est égal à 80 et 8 fois 3 est égal à 24.

Comme 13 est égal à 10 plus 3, on en déduit que 8 fois 13 est égal à 80 plus 24.

Domaine « Grandeurs et mesures »

5 kg de pommes de terre coûtent 6,40 € et 3 kg coûtent 3,84 €.

Comme 5 kg moins 3 kg font 2 kg, on en déduit que 2 kg de ces pommes de terre coûtent 6,40 € moins 3,84 € soit 2,56 €.

Domaine « Espace et géométrie »

La figure ABCD est telle que ACD est un triangle isocèle en A. On donne les dimensions suivantes DA = 18,2 cm, DC = 5,6 cm, AB = 11,9 cm et BC = 6,3 cm.
Sans utiliser de multiplication, indiquer les dimensions de l'agrandissement A'B'C'D' de cette figure telle que A'B' = 15,3 cm et B'C' = 8,1 cm.
Comme DC = 5,6 cm = 11,9 cm – 6,3 cm, on en déduit D'C' = 15,3 cm – 8,1 cm = 7,2 cm.
Comme DA = 18,2 cm = 11,9 cm + 6,3 cm, on en déduit D'A' = 15,3 cm + 8,1 cm = 23,4 cm.

PROCÉDURES UTILISANT LA PROPRIETÉ DE LINÉARITE POUR LA MULTIPLICATION PAR UN NOMBRE

Domaine « Nombres et calculs »

7 fois 13 est égal à 91.
Comme 35 est le quintuple de 7, on a 35 fois 13 est le quintuple de 91 c'est-à-dire 455.

Domaine « Grandeurs et mesures »

Une pile de 500 feuilles de papier identiques a une épaisseur de 3,5 cm. Quelle est l'épaisseur d'une pile de 2 000 de ces mêmes feuilles ?
J'ai acheté 35 mangas qui étaient tous au même prix à la librairie et cela m'a coûté 252 €. Si ma sœur veut en acheter 5, combien va-t-elle payer ?

Domaine « Espace et géométrie »

Dans un agrandissement ou une réduction, les longueurs sur la figure agrandie ou réduite sont proportionnelles aux longueurs associées sur la figure initiale. Les situations d'agrandissement ou de réduction sont particulièrement riches et propices à la mise en place d'activités à prise d'initiatives.
Certaines procédures utilisent à la fois les propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre, on les qualifie alors parfois de « **procédures mixtes** ».
Dix objets identiques coûtent 22 €. Combien coûtent quinze de ces objets ?
Pour résoudre ce problème on peut diviser par 2 le prix de dix objets pour trouver le prix de cinq objets (propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre) puis ajouter le prix de dix objets et le prix de cinq objets (propriété de linéarité pour l'addition).

PASSAGE PAR L'UNITÉ

À la garderie, il faut prévoir 80 centilitres de lait pour 5 enfants.
Combien faut-il prévoir de centilitres pour 3 enfants ?
Pour 5 enfants, il faut 80 centilitres de lait.
1 enfant, c'est 5 fois moins que 5 enfants. 5 fois moins que 80 centilitres c'est 16 centilitres.
Pour 1 enfant, il faut 16 centilitres de lait.
3 enfants, c'est 3 fois plus que 1 enfant. 3 fois plus que 16 centilitres c'est 48 centilitres.
Pour 3 enfants, il faut 48 centilitres de lait.
En fin de cycle 3, une nouvelle procédure est abordée, elle utilise **le coefficient de proportionnalité.**
Si 30 kg de café coûtent 600 €. Combien coûtent 13 kg de café ?
600 c'est 30 multiplié par 20, il faut multiplier le nombre de kilogrammes de café par 20 pour en trouver le prix en euros.
13 × 20 = 260
Le prix de 13 kg de café est 260 €.
On note ici l'utilisation d'une grandeur quotient (le coefficient de proportionnalité) : 20 €/kg.

Le coefficient de proportionnalité

Dans le cas où les grandeurs sont de natures différentes le coefficient de proportionnalité est une grandeur quotient dont l'unité est composée des deux unités en présence (€/L, €/kg, €/m, €/m², km/h, kg/L, etc.) et il convient de donner du sens à cette grandeur quotient (consommation, vitesse, masse

volumique, etc.). La distinction entre un nombre, sans unité, utilisé dans les procédures utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre et un coefficient de proportionnalité, affecté d'une unité, peut alors se faire au moment de la verbalisation des procédures comme présenté dans l'exemple 1 en annexe. Dans le cas de grandeurs de même nature liées par une relation de proportionnalité, comme les longueurs dans les agrandissements ou réductions de figures ou de solides, le coefficient de proportionnalité prend un statut particulier, il s'agit alors d'un nombre sans unité[4] correspondant à l'échelle, au coefficient de réduction, etc… Les élèves seront amenés à distinguer les cas où on raisonne sur des rapports de grandeurs de même nature mais exprimés dans des unités différentes des cas où on travaille avec la même unité et où on parle alors d'échelle. Voir exemple 2 en annexe.

L'enseignement curriculaire visé par les nouveaux programmes amène à concevoir l'école dans un principe de plus large inclusion. Il s'agit de prendre l'élève là où il en est et de l'accompagner dans son parcours personnel. Cela passe par une prise en compte de l'hétérogénéité de la classe, une différenciation et une diversification des apprentissages. Cette différenciation peut être envisagée en amont de la séance en adaptant les variables d'un exercice en fonction des élèves, mais elle doit surtout être effective en classe pendant les temps de recherche. L'enseignant pourra ainsi, en circulant dans les rangs, conseiller les élèves en fonction de leurs productions et de leurs besoins :

- inviter un élève n'arrivant pas à démarrer à consulter un exercice effectué précédemment pour retrouver une procédure pouvant s'appliquer ici ou encore lui proposer une première étape permettant de trouver un résultat intermédiaire, la valeur pour une unité par exemple ;
- inviter un élève à se relire, à voix basse ou à voix haute, pour corriger une erreur de calcul ; inviter un élève qui utilise toujours la même procédure, peu efficace ici, mais ayant réussi l'exercice, à refaire cet exercice modifié par des changements de contexte ou de valeurs numériques qui l'obligent à utiliser une autre procédure ;
- inviter un élève ayant rapidement réussi à traiter le problème proposé, de façon efficace, à refaire l'exercice avec d'autres variables nécessitant de trouver une autre procédure ou des compétences en calcul plus avancées ;
- inviter un élève rencontrant d'importantes difficultés en calcul à utiliser une calculatrice pour se centrer sur le raisonnement ;
- etc.

On voit ici qu'une une prise d'information directe sur les cahiers des élèves, pourra rendre caduques certaines corrections collectives.

Lors des mises en commun et des corrections collectives, la comparaison de différentes procédures doit permettre aux élèves d'acquérir ces différentes procédures et de prendre conscience qu'en fonction des nombres en jeu dans un problème, certaines sont plus efficaces que d'autres : demandant moins de calculs, ou faisant appel à des calculs plus simples, elles permettent de gagner en rapidité et de diminuer le risque d'erreurs.

[4] . On parle alors de « grandeur sans unité ».

CRÉER VOS EXERCICES INTERACTIFS ET VOTRE MATERIEL VIRTUEL DE MANIPULATION

Ludivine HANSSEN
Professeure des écoles-Doctorante
Laboratoire S2HEP Lyon — HEP Vaud
Ludivine.Hanssen@etu.univ-lyon1.fr

Pierre LABORDE
Directeur général, Cabrilog
Pierre.Laborde@cabri.com

Colette LABORDE
Directrice pédagogique, Cabrilog
Colette.Laborde@cabri.com

Résumé
L'une des mesures du rapport Villani Torrosian pour l'enseignement des mathématiques concerne la manipulation concrète qui est considérée comme essentielle pour favoriser l'apprentissage des élèves. La manipulation les accompagnera dans la construction des abstractions. L'objectif de l'atelier était d'apprendre à créer des exercices interactifs et du matériel virtuel de manipulation grâce à l'application gratuite Cabri Express et de proposer des laboratoires d'exploration des mathématiques aux élèves des cycles 2 et 3.

L'atelier A23 a réuni à distance une vingtaine de participants pendant deux heures. Dans ce document, nous allons tout d'abord faire une présentation du projet MAGI qui a été présenté par Colette Laborde. Ensuite, nous présenterons cinq exercices de manipulations d'un environnement informatique que les participants ont expérimentés lors de l'atelier. Les exercices ont abordé des thématiques variées : grandeurs et mesures, géométrie des solides, transformation géométrique ainsi que le calcul réfléchi. Transcrire, à l'écrit, les manipulations réalisées dans un environnement numérique est un exercice périlleux, c'est pourquoi de nombreuses illustrations ont été intégrées dans le texte.

I - PROJET MAGI

Le projet MAGI, acronyme de "**M**ieux **A**pprendre la **G**éométrie avec l'**I**nformatique" est un projet de recherche national, conduit de 2003 à 2007, dans le cadre d'une équipe de recherche technologique en éducation soutenue par le ministère de l'éducation. Elle regroupait, autour de la géométrie dynamique, une vingtaine d'enseignants chercheurs en didactique des mathématiques, de formateurs d'enseignants du premier et second degré, de professeurs d'école, maîtres formateurs et de conseillers pédagogiques, de Grenoble, Lyon, Paris, Toulon et Versailles.

1 Objectif du projet MAGI

La recherche portait sur l'intégration de la géométrie dynamique à l'école primaire et en début de collège et avait plusieurs objectifs :

- la conception de situations utilisant la géométrie dynamique à mettre en place ;
- l'étude de la façon dont les apprentissages peuvent être favorisés par la prise en compte d'une genèse instrumentale ;
- la gestion en classe de ces situations par les enseignants ;
- la formation des enseignants à l'intégration de la géométrie dynamique dans leur classe.

Huit écoles primaires et trois collèges étaient lieux d'expérimentation.

Depuis la fin des années 90, les recherches portant sur l'intégration de technologies ont pris en compte la dimension instrumentale d'activités à réaliser en environnement informatique : les connaissances mathématiques et celles de l'usage de l'environnement sont étroitement imbriquées dans les processus de résolution par les élèves et dans les apprentissages susceptibles d'en résulter.

Le déplacement est l'essence de la géométrie dynamique. Il consiste à pouvoir déplacer à l'écran un élément d'une figure géométrique et la figure se modifie en gardant toutes les propriétés géométriques qui ont servi à la construire. Si l'on perçoit l'apport de ce déplacement dans la résolution de problèmes ou dans l'exploration de configurations par des élèves connaissant la géométrie, les usages en classe ont montré que l'instrumentation du déplacement au collège est un processus long (Laborde, 2011). On peut donc se poser la question de l'utilité d'un tel environnement à l'école élémentaire : à ce niveau, il s'agit en effet d'introduire les objets géométriques puis les propriétés géométriques. Quelle signification les élèves peuvent-ils donner au déplacement ? Comment l'utiliser dans l'enseignement pour les premiers apprentissages de la géométrie ?

Telles sont les questions que s'est posées le projet MAGI.

1.1 La géométrie à l'école élémentaire

On considère ici la géométrie comme un ensemble d'objets et de relations de nature théorique, qui sont extériorisés, soit dans un registre de type discursif par des énoncés dans des langages plus ou moins formels, soit dans un registre de type figural par des dessins. Ces deux types de représentation des objets géométriques sollicitent une appréhension ainsi que des connaissances et des contrôles de nature différente de la part de l'individu. Les dessins donnent à voir des relations spatiales tandis que les énoncés sollicitent une appréhension linéaire et analytique d'un discours qui renvoie aux objets théoriques géométriques. Les contrôles mis en jeu par l'appréhension du dessin sont en un premier temps de type perceptif, tandis que les contrôles sur les énoncés se font par des connaissances géométriques.

A l'école élémentaire, les objets géométriques sont introduits par leurs représentations figurales. Il s'agit d'abord de reconnaître perceptivement des formes dans différentes positions et des relations spatiales.

Les objectifs cités plus haut du projet MAGI débouchent donc sur la question : comment utiliser la géométrie dynamique pour passer d'une géométrie d'observation de propriétés spatiales à une géométrie raisonnée de propriétés géométriques ?

1.2 L'introduction et l'usage du déplacement dans Cabri aux cycles 2 et 3 de l'école élémentaire

Lors du projet MAGI, différents types de déplacement ont été introduits à différents niveaux en utilisant l'environnement Cabri, dans sa version Cabri II plus de l'époque du projet MAGI, issue de Cabri-géomètre publié en 1988 :

- un déplacement qui engendre des lignes à une dimension, comme des droites, des segments, des cercles ; ces lignes sont obtenues comme des trajectoires (cycle 2) ;
- un déplacement qui simule un déplacement réel mais ne déforme pas (fin de cycle 2, cycle 3) ;
- un déplacement qui modifie la taille de la figure ou son orientation mais ne la déforme pas (cycle 3).

Le déplacement couplé avec l'outil Trace pour engendrer des lignes

Cette activité pour les élèves propose un écran avec des points portant le nom d'insectes. Un pot de miel est représenté au milieu de l'écran par un disque jaune. On demande aux élèves d'appuyer sur le bouton

Trace (figure 1) et de déplacer les points pour obtenir les trajectoires des insectes puis d'observer ces trajectoires pour pouvoir les décrire et expliciter en quoi elles sont différentes (figure 2).

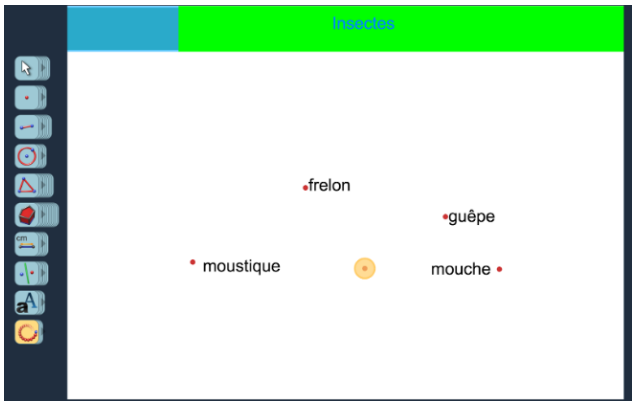


Figure 1. Figure de départ avec l'outil "Trace" activé par un double clic

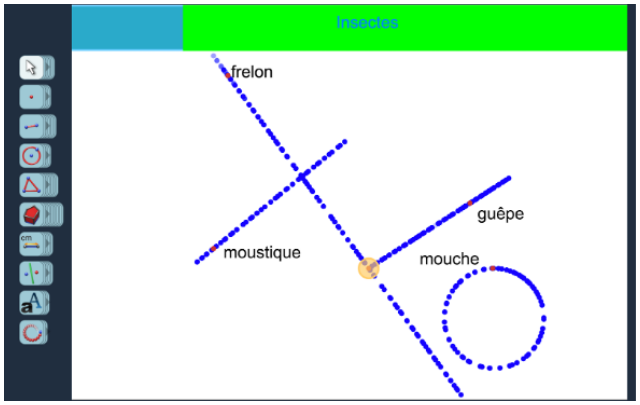


Figure 2. Les différentes trajectoires des insectes

Dans un second temps, on demande de trouver les insectes qui pourront aller dans le pot de miel.

Les trajectoires sont des segments, une droite et un cercle. Le déplacement de chaque point que les élèves peuvent répéter leur permet de distinguer un segment d'une droite car le point est limité dans son déplacement sur un segment alors que sur la droite, le point parcourt toute la hauteur de l'écran, ce sont les bords de la fenêtre qui empêchent de continuer à voir le point. La trajectoire circulaire se différencie en ce que le point revient régulièrement à sa position initiale. Le déplacement remplit deux fonctions dans cette activité :

- Couplé avec l'outil **Trace**, le déplacement permet d'engendrer la représentation de l'objet ; lorsqu'il déplace le point, l'élève perçoit la trajectoire non seulement perceptivement mais aussi de façon kinesthésique. Le mouvement rectiligne se différencie du mouvement circulaire.
- Le déplacement permet de distinguer une trajectoire bornée d'une trajectoire non bornée.

Le déplacement qui simule le déplacement réel d'un objet

L'activité est destinée à des élèves déjà introduits à la notion d'angle droit et de perpendiculaire. Un bateau sans mât est représenté sur une vague. On peut le déplacer par le point de contact du bateau avec la vague (figure 3). On demande aux élèves de vérifier que le bateau se déplace puis de le remettre dans sa position initiale.

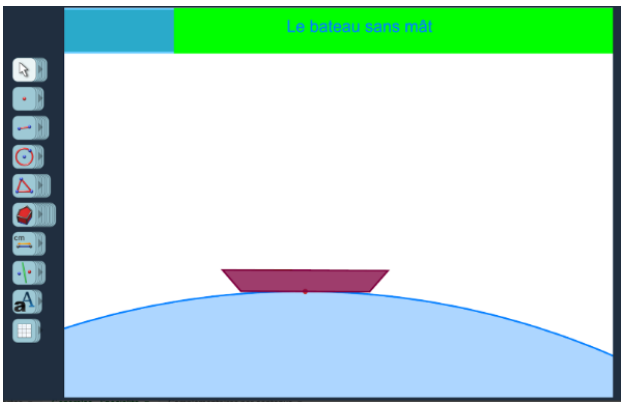


Figure 3. Le bateau sans mât

On demande ensuite aux élèves de créer un mât pour le bateau. La réponse la plus courante consiste à utiliser l'outil **Segment** et à créer un segment placé au jugé verticalement sur le bateau dont le fond est horizontal (figure 4).

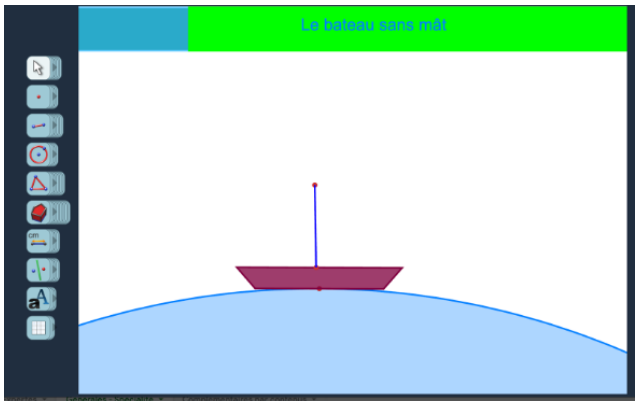


Figure 4. Le mât obtenu par un segment créé vertical au jugé

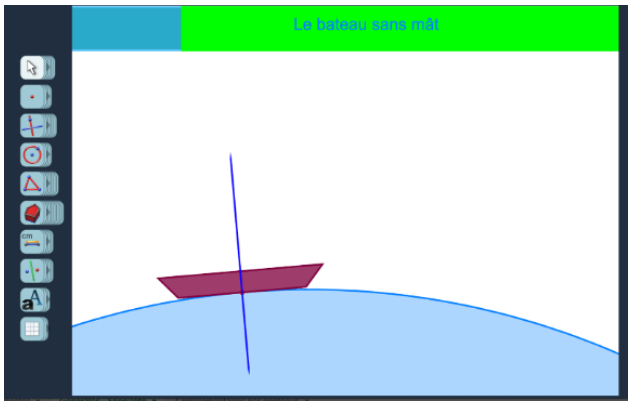


Figure 5. Le mât, obtenu par une droite perpendiculaire, conserve son angle droit avec le pont (ou le fond) du bateau

Dès que les élèves déplacent le bateau, le mât ne reste pas vertical et ils comprennent de suite que leur construction est incorrecte. En revanche, lors des observations réalisées en classe, il est constaté que les élèves ne trouvent pas comment construire un mât. L'enseignant doit installer un débat dans la classe pour faire émerger l'idée d'angle droit et de perpendiculaire. Demander aux élèves de simuler avec leurs mains l'angle du mât avec le bateau dans le déplacement peut être un bon levier à utiliser par l'enseignant. Lorsque l'idée d'angle droit est exprimée, l'enseignant peut alors rappeler la notion de perpendiculaire à une droite, si elle n'a pas été exprimée et guider ensuite les élèves dans sa construction (figure 5).

Dans cette activité, le déplacement invalide une construction perceptive faite au jugé. Couplé avec le contexte du bateau sur la vague, il permet ainsi à l'enseignant d'introduire l'idée de déplacer en conservant l'angle entre deux éléments du dessin, le fond et le mât du bateau, prélude au déplacement.

Le déplacement qui change la taille et l'orientation

L'exemple qui suit est issu d'une séquence de plusieurs séances de cycle 3 dans la région parisienne, conçue et réalisée par Gélis, Dubois et Ozanne (Assude *et al.* 2006, situation 3 p.192). Une figure était donnée sur papier. Il s'agissait de la reproduire dans Cabri, dans des orientations et tailles différentes, pour ensuite les imprimer et les coller sur une grande feuille de papier afin de fabriquer un poster. Cette activité de longue haleine a nécessité pour les élèves d'analyser la figure pour pouvoir la créer à nouveau à partir d'un segment initial, dont la taille détermine la taille finale de la figure. Les élèves ont eu d'abord

à écrire comment reconstruire la figure pour ensuite la créer, ce qui a permis de revenir sur le programme de construction pour le modifier.

On peut transposer cette suite d'activités dans Cabri Express. La figure est donnée à l'écran (figure 6)

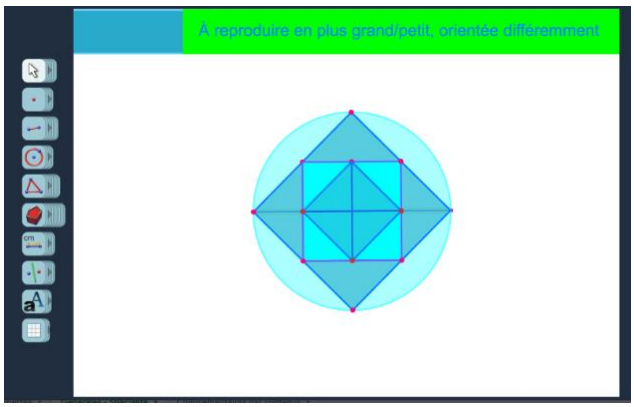


Figure 6. La figure donnée

Si l'on déplace l'une des extrémités d'une diagonale du grand carré, la figure change de taille et d'orientation (figure 7).

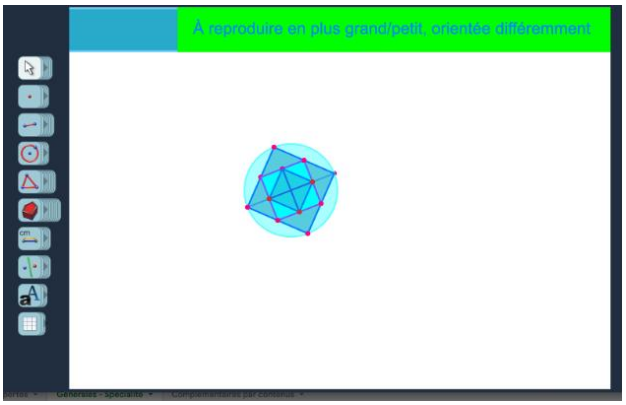


Figure 7. Dans une taille et orientation différentes

Dans Cabri Express, la figure s'obtient simplement en combinant à plusieurs reprises l'usage des outils **Milieu** et **Carré**. On crée un segment et son milieu, puis le carré de centre le milieu et de sommet une des extrémités du segment (figure 8).

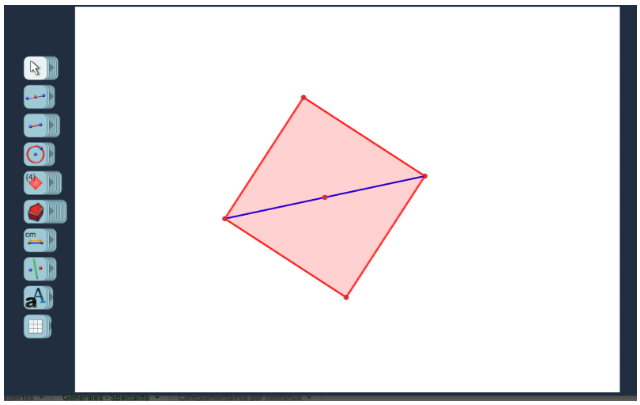


Figure 8. Un carré obtenu à partir du segment et de son milieu

Il s'agit ensuite de recommencer cette construction, en créant le carré de centre le centre du carré et de sommet le milieu d'un côté (figure 9), puis le troisième carré obtenu de la même façon à partir du second.

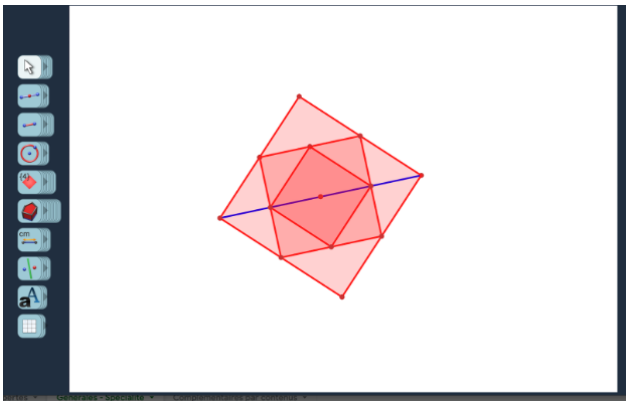


Figure 9. Les second et troisième carrés de sommet le milieu d'un côté du carré précédent

Ce type de déplacement a aussi été utilisé dans un long processus d'enseignement en cycle 3 par Rolet et Rabatel (2006), travaillant la construction des concepts géométriques dans différentes tailles d'espace et utilisant des instrumentations différentes. Cette brève présentation d'une partie des travaux de MAGI donne une idée du large éventail des contributions possibles du déplacement dans l'apprentissage de la géométrie à l'école élémentaire, sans avoir à entrer dans des constructions complexes.

II - PRESENTATION DE L'OUTIL CABRI EXPRESS

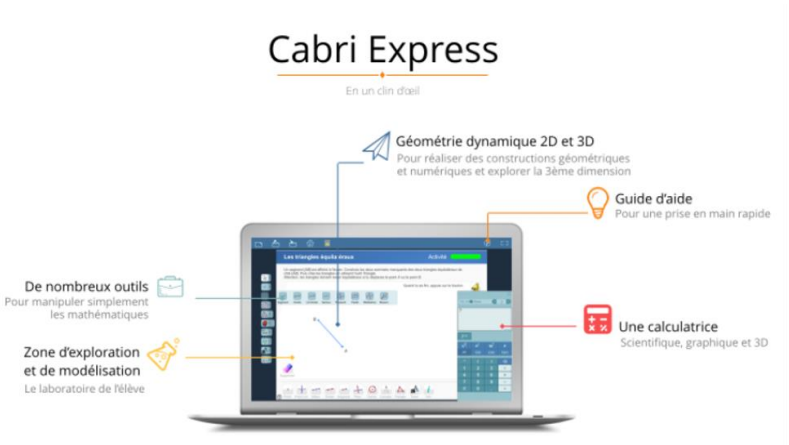


Figure 10. L'outil Cabri Express, disponible gratuitement pour desktop et tablette

À l'école primaire, la manipulation favorise l'apprentissage (Dias, 2017). Les manipulations en classe aident les élèves à visualiser les situations pour mieux les comprendre. Elles sont une étape vers l'abstraction. L'équipe de concepteurs et de didacticiens de Cabrilog a donc mis au point une boîte à outils mathématique WYSWYG (What You See Is What You Get), baptisée Cabri Express (figure 10), accessible en ligne ou téléchargeable gratuitement sur http://cabricloud.com pour permettre aux enseignants de créer des exercices interactifs qui intègrent du matériel virtuel de manipulation, beaucoup plus efficaces que de simples QCM. Utiliser Cabri pour manipuler est possible pour les domaines : nombres et calculs, grandeurs et mesures et espace et géométrie. Il est possible de créer des objets virtuels 3D et images insérables à volonté ; des tangrams ; des blocs logiques tels que des pentaminos ; des solides de l'espace et figures du plan ; les patrons des polyèdres usuels, des instruments virtuels : compas réaliste, règle, équerre, etc. ainsi qu'une calculatrice conçue pour un usage au primaire et conforme au document d'accompagnement « Utiliser les calculatrices en classe » du ministère de l'éducation nationale. En effet,

la conception de la calculatrice suit la proposition de cahier des charges pour un instrument adapté pour l'école primaire.



Figure 11. Les zones principales de l'interface utilisateur de l'application. Les commentaires en bleu précisent les fonctionnalités.

Cette application d'exploration des objets mathématiques permet à la fois de s'affranchir de la lourdeur du matériel et de compenser les insuffisances du "papier-crayon" en géométrie. Il s'agit d'offrir une réalité matérielle incarnant une théorie, mais épurée de tous les bruits parasites de l'authentique réel (Bruillard, 1997 ; Papert 1981 ; Laborde 1995). Cet environnement d'expérimentation et de modélisation se veut être le maillon manquant entre l'espace physique des matériels de manipulation et l'espace théorique des savoirs mathématiques. L'environnement est adapté aux élèves en difficulté d'apprentissage et pourrait permettre de lever certaines difficultés d'apprentissages liées à la manipulation. (Hanssen, 2020 ; Loty et Mazeau, 2020).



Figure 12. Un cahier des charges pour une calculatrice adaptée pour l'école primaire

L'application inclut des instruments virtuels qui sont les contreparties numériques des instruments de géométrie traditionnels et également une calculatrice (figure 12).

III - LES ATELIERS

Cinq ateliers ont été proposés aux participants. Dans les trois premiers, nous avons axé la manipulation en lien avec le déplacement en géométrie dynamique. Dans les deux derniers, nous avons fait découvrir des activités de manipulations, hors déplacement, qui sont possibles avec le logiciel dans le domaine des grandeurs et mesures et dans le domaine du calcul.

1 Atelier 1 Symétrie

Dans cet atelier (figure 13), les participants ont pu expérimenter des activités autour du thème de la symétrie axiale. Le thème de la symétrie axiale a été choisi pour deux raisons. Tout d'abord, il peut être travaillé aussi bien au cycle 2 qu'au cycle 3, ensuite l'environnement de travail numérique permet de créer de multiples situations qui utilisent le déplacement de différentes façons :

- pour valider ou invalider (comme le bateau) ;
- pour explorer des trajectoires (comme les insectes) ;
- pour comprendre comment est construite la figure (comme la fresque).

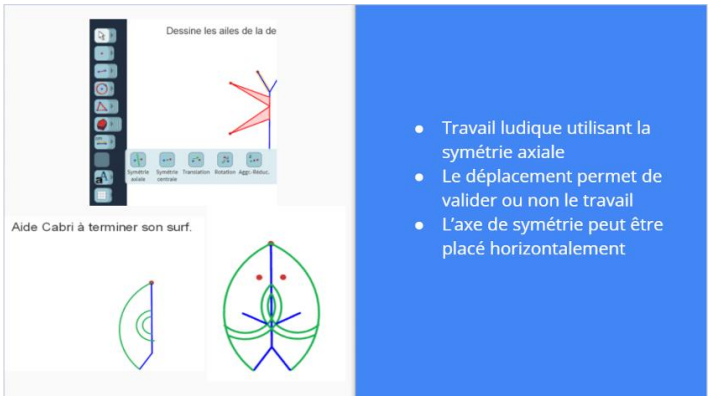


Figure 13. Présentation de l'atelier symétrie

1.1 Objectif

L'objectif du travail était de montrer qu'il est possible de réaliser des activités simples et ludiques pour les élèves du cycle 2 et du cycle 3 à l'aide de l'application. De plus, nous avons souhaité montrer comment les élèves peuvent valider leur travail grâce au déplacement, technique spécifique dans un environnement de géométrie dynamique (Soury-Lavergne, 2020), tel qu'exposé dans le projet MAGI.

Au cycle 2, dans les exercices sur fiches, les élèves vont chercher les axes de symétrie des figures fournies ou compléter des figures pour qu'une droite donnée soit un axe de symétrie de la figure complétée. Le travail peut se faire à l'aide de pliage ou de papier calque. Au cycle 3, selon les ressources d'accompagnement du programme de mathématiques cycle 3 (2018), il est régulièrement demandé aux élèves de dessiner le symétrique d'une figure par rapport à un axe de symétrie. L'utilisation de Cabri Express permet de créer des ressources amenant la manipulation à jouer un rôle dans la résolution du problème. Par exemple, en plaçant les axes de symétries d'une figure (figure 14) ou en complétant une figure pour qu'une droite soit un axe de symétrie. L'utilisation du logiciel demande aux élèves d'anticiper la visualisation de l'image reproduite par symétrie axiale (figure 15). La vérification se fera grâce au déplacement de la figure et non par pliage. Le déplacement offrira une rétroaction immédiate à l'élève.



Figure 14. Exemple d'exercice pour le cycle 2

Figure 15. Exemple d'exercice pour le cycle 3

1.2 Les étapes de création de l'activité élève

Pour placer la consigne, il faut sélectionner l'outil **Texte** (avant-dernière pile). Créez une figure de votre choix ou servez-vous des modèles mis à votre disposition. Utilisez l'outil **Symétrie axiale** (huitième pile, premier outil). Cliquez sur l'outil puis sur l'axe puis sur le point, le segment ou la figure.

1.3 Description de la tâche attendue chez les élèves

Dans un exercice tel que « Dessine les ailes de la demoiselle », les élèves pourraient utiliser les outils **Triangle** ou **Segment** pour tracer de façon perceptive les ailes. Dans ce cas, quand ils feront bouger une aile (figure 16), l'image construite restera fixe, permettant ainsi à l'élève de visualiser que la demoiselle n'est pas symétrique.

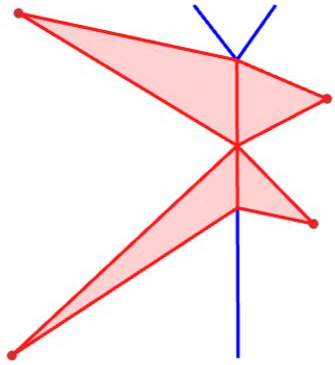


Figure 16. Les ailes construites à droite ne changent pas dans le déplacement de celles de gauche

Dans la figure (figure 16), on peut observer que les ailes situées à droite de l'axe ne sont pas identiques aux ailes de gauche. Elles ont été construites à l'aide de l'outil **Triangle.** L'outil **Axe de symétrie** permet de vérifier si les ailes construites sont symétriques par rapport à l'axe.

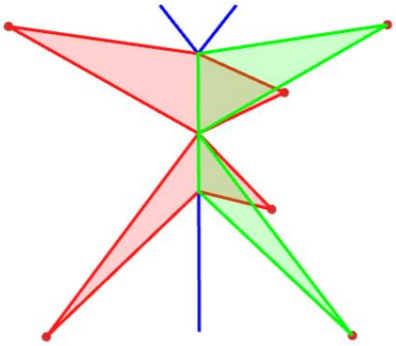


Figure 17. Les images en vert des ailes de gauche obtenues par la symétrie d'axe le segment bleu

Dans la figure (figure 17), les triangles en vert sont les images des ailes construites par symétrie grâce à l'outil symétrie. Dans ce cas, l'outil symétrie est utilisé sans déplacement et permet d'invalider la construction de l'élève par une simple observation perceptive : il n'y a pas superposition entre la réponse de l'élève en rouge et les ailes en vert (figure 17), l'élève s'est trompé.

Une autre validation/invalidation possible est l'utilisation de l'outil symétrie avec déplacement pour l'exploration des trajectoires des objets et de leur symétrique. En déplaçant les ailes situées à gauche de l'axe, l'élève pourra voir bouger les ailes colorées en vert dans notre exemple. Cette mise en lumière de la

symétrie est très éclairante pour les élèves. Une institutionnalisation en groupe classe peut être réalisée grâce au tableau interactif et permet des échanges entre élèves sur les stratégies utilisées pour construire les ailes.

Dans la tâche, il est possible de mettre en place un quadrillage sur l'espace d'exercice. Ce changement de valeur de variable didactique (fond quadrillé ou fond uni) permet de faire varier les procédures de construction ou de vérification de la construction, s'appuyant ou pas sur des repères visuels (figure 18).

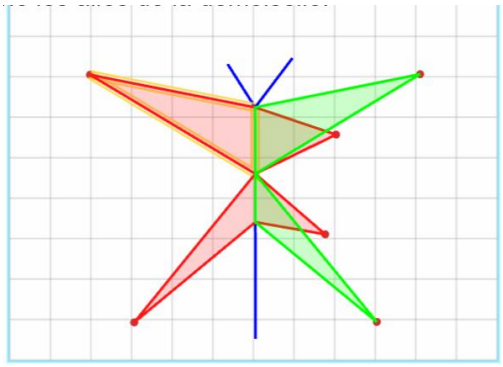


Figure 18. Exemple d'exercice pour le cycle 3

2 Colorier un cube

Le second atelier proposait des activités de manipulation de solides avec l'objectif de visualiser les faces du cube.

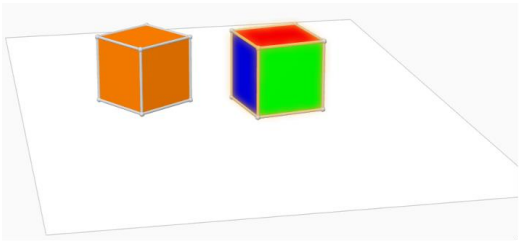


Figure 19. Illustration de l'atelier cube

2.1 Objectif

Le travail demandé à l'élève est de colorier le cube de gauche (figure 19) avec les couleurs identiques à celui de droite. L'objectif de ce travail est d'amener les élèves à manipuler le cube pour identifier ses six faces. Le choix s'est porté sur un cube mais n'importe quel autre solide aurait pu être utilisé pour réaliser l'exercice. Les manipulations proposées aux élèves permettent de visualiser le cube sous plusieurs angles. Dans Cabri, deux types de manipulation sont possibles : celle du cube et celle du plan. Le plan sur lequel sont placés les deux cubes peut être déplacé, ou être tourné sur lui-même ce qui permet de voir les faces des deux cubes (figure 19). La visualisation du cube est alors possible sous plusieurs angles et l'élève peut contrôler le travail de mise en couleur. Le cube peut également bouger, il faut le saisir par les sommets.

2.2 Description de la tâche attendue chez les élèves

La consigne s'écrit avec l'outil Texte. Pour créer les cubes, prendre la sixième pile et sélectionner le septième outil : Cube. Répéter deux fois l'étape pour poser les deux cubes sur le plan. Il faut noter que le cube aura nécessairement une face collée au plan de référence et il ne peut s'en détacher. Ensuite, il faut changer la couleur des faces d'un des cubes. Afin de modifier la couleur de la face, il faut appuyer longtemps sur le côté droit de la souris (figure 20). La palette de couleur apparaît et la sélection des couleurs est possible.

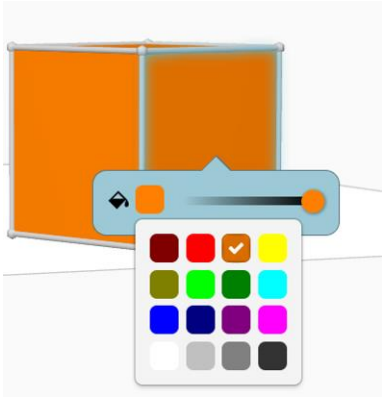


Figure 20. Palette de couleur activée par un clic droit prolongé

3 Le patron d'un cube

Cet atelier proposait une activité de manipulation du cube. Il s'agissait d'explorer les possibilités offertes par l'outil patron d'un solide dans le cas d'un cube (figure 21). Le cube a été choisi pour l'atelier, cependant il est possible de choisir d'autres solides.

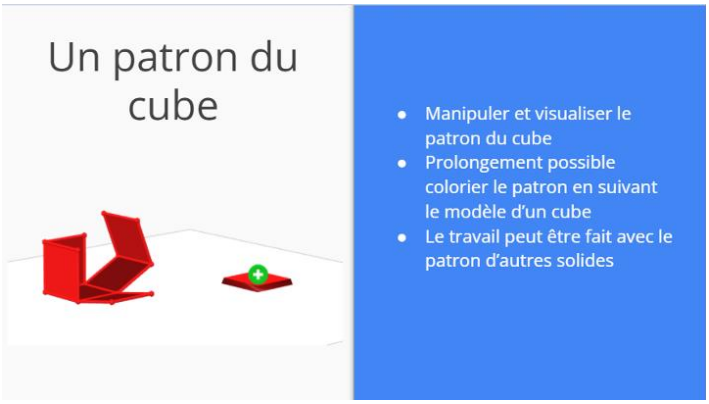


Figure 21. Manipulation d'un patron et distributeur de formes géométriques planes dans le cas d'un cube

3.1 Objectif

L'objectif est de manipuler le patron du solide et de visualiser le cube sous la forme construite et déconstruite. L'enseignant peut introduire des variables didactiques pour modifier la tâche demandée aux élèves. Il est possible de proposer des patrons non prototypiques que les élèves doivent manipuler pour former un solide.

3.2 Les étapes de création de l'activité élève

Créer un Carré (cinquième pile, cinquième outil), dans Cabri, le carré est créé directement à partir de son centre et d'un sommet. Transformer le carré en Bloc géométrique (première pile, quatrième outil), pour cela, sélectionner l'outil Bloc géométrique puis cliquer sur le carré. Il faut ensuite créer un Distributeur (première pile, sixième outil). Les blocs géométriques sont des formes "aimantées" qui peuvent être assemblées, en particulier pour former le patron. Attention, il faut placer le carré à l'endroit où doit être mis le distributeur car une fois le carré transformé en distributeur, il n'est plus possible de le déplacer avec la souris, il faut se servir des flèches du clavier. Un rond vert avec un plus apparaît, le carré est devenu un distributeur (figure 21). En cliquant-tirant sur un distributeur, on peut générer la forme géométrique, ici un carré, autant de fois qu'on le souhaite. Utiliser l'outil Patron (sixième pile, onzième outil). L'outil Patron permet de replier tout assemblage de blocs géométriques, le bloc sur lequel on clique au moment de désigner le patron restera « collé » au plan de référence lors du pliage du patron.

4 L'aire d'un pré

Dans l'atelier, il s'agissait de montrer comment créer des exercices de manipulation articulant les grandeurs, les mesures et l'usage de la calculatrice. L'atelier a illustré les interactions entre la calculatrice et l'espace de travail (figure22).



Figure 22. Illustration de l'activité " L'aire d'un pré" conçue avec Cabri Express pour travailler les grandeurs, les mesures et le calcul.

4.1 Objectif

La tâche a consisté à l'aide de la calculatrice, à calculer l'aire d'un polygone, en décomposant celui-ci en rectangles. Une validation possible consiste à vérifier la réponse en utilisant l'outil **Aire** (septième pile, troisième outil) qui affiche l'aire de n'importe quel polygone. Nous souhaitions illustrer une activité que les participants pouvaient concevoir avec l'outil Cabri Express. En termes de formation, nous voulions permettre aux participants de comprendre les interactions directes entre figure, grandeur et calcul ainsi que la possibilité de validation (autrement qu'en vérifiant le calcul).

4.2 Les étapes de création de l'activité élève

Écrire l'énoncé avec l'outil **Texte** (avant dernière pile), ensuite créer une grille à l'aide de l'outil **Grille** (dernière pile). Il faut sélectionner **Grille** puis se placer dans un angle et tirer pour quadriller la page. Pour créer un polygone décomposable en rectangle, utiliser **Polygone** (cinquième pile, troisième outil). Il convient de créer les sommets du polygone sur les nœuds de la grille et de veiller à ce que le polygone ainsi créé soit décomposable en deux rectangles. Enfin, pour mesurer, utiliser l'outil **Distance** (septième pile, second outil).

La validation proposée utilisant l'outil **Aire** permet d'invalider les calculs faux mais ne permet pas d'identifier les erreurs dans le calcul. Elle sert à motiver l'élève à revoir son calcul.

5 Jeu sur un curseur pour créer des problèmes de calcul réfléchi dans le champ additif

L'atelier a consisté à créer des additions ou soustractions à trous, impliquant un nombre cible et des curseurs. L'enseignant qui conçoit l'activité peut paramétrer le pas du curseur. On joue sur le pas du curseur. La résolution de ce problème mobilise la notion de multiple et correspond à du calcul réfléchi. Il permet aussi de montrer comment les différents éléments, notamment les nombres, affichés dans la page et dans la calculatrice sont actualisés dynamiquement.

5.1 Objectif

L'objectif pour les élèves est de déterminer si l'on peut atteindre un nombre cible. L'enseignant peut utiliser le curseur qui est un outil paramétrable et disponible dans Cabri Express. Dans l'atelier, un curseur (figure 23) paramétré pour afficher les nombres de 3 en 3 a été utilisé. Il est affiché sur la page de l'exercice sous l'énoncé. Les participants devaient déterminer si l'on pouvait atteindre un nombre cible, par exemple

78, en jouant sur la valeur du curseur auquel est ajoutée un nombre fixe, par exemple 4. En bref, il s'agit de déterminer si 78 - 4 est multiple de 3.

Le calcul est présenté à l'écran avec les valeurs variables (celle du curseur et celle du résultat) et le nombre fixe 4. Une stratégie de résolution consiste à retrancher 4 au nombre cible. On obtient alors 74. 74 est-il multiple de 3 ? 30 est multiple de 3, donc 60 également. De même que 60+12 = 72 ; donc 74 ne l'est pas. On pourra de manière utile changer les valeurs de l'énoncé.

Ce type de problème se prête très bien à une utilisation collective, où le professeur vidéo-projette le problème et pose la question à toute la classe. Ensuite le professeur peut afficher la calculatrice avec le calcul valeur du curseur plus 4 (figure 23), dispositif permettant de valider ou invalider les réponses des élèves. Cela permet de dépasser une stratégie de recherche par essai erreur qui consiste à balayer toutes les positions du curseur et à constater le saut de 72 à 75.



Figure 23. Validation du problème de calcul réfléchi en utilisant la calculatrice et le curseur.

5.2 Les étapes de création de l'activité élève et du dispositif de validation/invalidation

1. Écrire l'énoncé avec l'outil **Texte** (avant dernière pile, premier outil).
2. Créer un curseur dans la page avec l'outil **Curseur** (avant-dernière pile, dernier outil).
3. Changer les attributs du curseur par clic droit. Dans la boîte de paramètre, régler le pas à 3, le début à 0 et la fin à 100. Régler le curseur sur discret plutôt que continu afin que les valeurs du curseur soient toujours entières quand on le manipule.
4. Dans la calculatrice calculer 4+ « la valeur du curseur », en désignant directement le curseur. Attraper et glisser le résultat de la calculatrice dans la page pour afficher le résultat du calcul, qui s'actualisera automatiquement, dans la calculatrice et dans la page, au fur et à mesure des modifications du curseur.

IV - CONCLUSION

L'atelier a permis de montrer aux participants quelques exemples d'exercices exploitables en classe, conçus avec un environnement numérique afin de donner une place importante à la manipulation. Les ressources utilisées lors de la présentation sont regroupées dans un kit de démarrage disponible en annexe. La calculatrice spécifiquement conçue pour le Primaire a suscité un fort intérêt. Jean-Pierre Rabatel, participant à l'atelier avait conclu : « Avec un outil comme Cabri Express, avec toute la richesse des situations que l'on peut créer en complément des activités papier-crayon, la géométrie dynamique devrait (re)trouver une place plus élargie et plus fréquente dans toutes les classes élémentaires ! ». Pour compléter le propos, une démonstration des ressources Cabri développées dans le projet Smart Enseigno pour le cycle 2 a été faite à la fin de l'atelier dans l'objectif de présenter aux enseignants et formateurs un grand échantillon de ressources de manipulation prêtes à l'emploi (voir annexe).

V - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T. et Gelis, J.-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematics, 50*, 259-287.

Assude, T. Grugeon, B. Laborde, C. et Soury-Lavergne, S. (2006a). Study of a teacher professional problem : How to take into account the instrumental dimension when using Cabri-geometry? In C. Hoyles, J.-B. Lagrange, S. Le Hung, et N. Sinclair (Éds.), *Proceedings off ICMI Sudy 17 Technology revisited* (Vol. 2, p. 317-333).

Assude, T. Bonnet, J.-F. Gelis J.-M. Rabatel, J.-P. (2006b). La géométrie dynamique dans les classes de cycles 2 et 3. In: *Actes du XXXIIIe Colloque COPIRELEM Expérimentation et modélisation dans l´enseignement scientifique: quelles mathématiques à l´école ?* (p. 181-193) http://www.arpeme.fr/documents/698963511B58623008BA.pdf

Bruillard, E. (1997). *Machines à enseigner*, Hermès (ISBN 978-2866016104)

Eduscol Direction de l'enseignement scolaire, Bureau du contenu des enseignements (2004). Annexe 2 : Proposition de cahier des charges pour une calculatrice adaptée pour l'école primaire. *In: Les nouveaux programmes de l'école primaire Mathématiques, Document d'accompagnement, Utiliser les calculatrices en classe* (p. 15-15)
https://cabri.blob.core.windows.net/shared/pierre.laborde/copirelem/Utliser_la_calculatrice_C2_et_C3.pdf

Eduscol Direction de l'enseignement scolaire, France, *Ressources d'accompagnement des programmes de mathématiques cycle 3*, Février 2018.

Hanssen, L. (2020). *Potentialités didactiques offerte par un environnement de géométrie dynamique pour l'apprentissage des élèves porteurs d'un trouble développemental de la coordination, Mémoire de master en didactique des mathématiques*, ENS Lyon, non publié

Laborde, C. (2011) Milieu et genèse instrumentale comme outils d'analyse de l'activité de l'élève en environnement informatique, In: *Actes du XXXVIIIe Colloque COPIRELEM Faire des mathématiques à l'école : de l'activité de l'école à la formation des enseignants.* (p. 24-32) http://arpeme.fr/documents/355CB239B61AEF722A56.pdf

Laborde, J.-M. (1995). Des connaissances abstraites aux réalités artificielles, le concept de micromonde Cabri. Dans D. Guin, J.-F.Nicaud, D.Py, (eds.) *Environnement interactif d'apprentissage avec l'ordinateur*. (p. 29-41) Eyrolles Paris.

Loty, G. et Mazeau, M. (2020). *DYS : Outils et adaptation dans ma classe*. Retz.

Rabatel, J.-P. Rolet, C. (2006) Géométrie plane au cycle 3 de l'école élémentaire dans différents espaces instrumentés In: *Actes du XXXIIIe Colloque COPIRELEM Expérimentation et modélisation dans l´enseignement scientifique: quelles mathématiques à l´école ?* (p. 95-121) http://www.arpeme.fr/documents/58623008BA57D29967BB.pdf et http://magesi.ens-lyon.fr/

Papert, S. (1981). *Jaillissement de l'esprit – Ordinateurs et apprentissage* (traduit par R.-M. Vassallo-Villaneau). Flammarion.

Soury-Lavergne, S. (2020). *La géométrie dynamique pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques*. Paris : Cnesco. http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2020/10/201015_Cnesco_Soury-Lavergne_Numerique_Geometrie_dynamique-1.pdf

VI - ANNEXES

1. Kit de démarrage de Cabri Express pour l'école Primaire, notamment les fichiers de l'atelier, les situations MAGI et des documents pédagogiques et didactiques : https://mailchi.mp/4f2b4bace397/5fc8y8t9fd
2. 1 2 3… Cabri cycle 2 : éligible pour les écoles dont la mairie participe au socle numérique de base. Tutoriel
3. BRNE cycle 3 : accessible gratuitement avec une adresse académique. Tutoriel
4. Smart Enseigno : accessible gratuitement https://www.smartenseigno.fr/
5. Tutoriel http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/smart-enseigno/

CONCEPTION COLLABORATIVE DE RESSOURCES : UN EXEMPLE D'OUTILS METHODOLOGIQUES LA FAVORISANT

Jana TRGALOVA
INSPE, Université Lyon 1
S2HEP (UR4148)
jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Sophie ROUBIN
Enseignante, Collège Ampère, Lyon
Institut Français de l'Education
Sophie.roubin@ac-lyon.fr

Mohammad Dames ALTURKMANI
INSPE, Université Franche-Comté
ELLIAD (EA 4661)
mohammad-alturkmani@hotmail.com

Pierre BENECH
Ingénieur pédagogique, IFE-ENS DE LYON
benech.pierre@gmail.com

Sylvie COPPE
Université de Genève
Équipe DiMaGe
sylvie.coppe@unige.ch

Claire PIOLTI-LAMORTHE
Enseignante, Collège R. Dufy, Lyon
INSPE, Université Lyon 1
claire.piolti-lamorthe@ac-lyon.fr

Denis ROCHE
RMC, Ecole Aveyron, Lyon
Denis.roche@ac-lyon.fr

Résumé
Les acteurs du LéA Réseau écoles et collèges Ampère (IFE) s'intéressent à l'émergence de nouvelles pratiques enseignantes autour de la pensée algébrique au cycle 3 (Alves et al., 2013). C'est un travail collaboratif entre enseignants et chercheurs qui s'organise autour de la conception de ressources qui sont ensuite expérimentées conjointement à l'école primaire et en classe de 6e.
Dans cet atelier nous présentons une activité qui a été élaborée dans le projet PREMATT (ICE) (Alturkmani et al., 2019) et deux outils méthodologiques : la carte d'expérience (Sperano et al. 2018) et le « world café » qui ont été mobilisés pour nourrir la conception pédagogique.
Cet atelier est en lien avec la communication C15 "Exemple de collaboration entre enseignants et chercheurs autour de la conception de ressources pour développer la pensée algébrique".

I - INTRODUCTION

L'atelier que nous présentons dans ce texte se propose de présenter et de faire vivre aux participants les méthodes et les outils pour soutenir le travail collaboratif d'un groupe d'enseignants de premier et de

second degré et de chercheurs engagés dans la conception de ressources pour développer la pensée algébrique au cycle 3 et 4 (Coppé et Roubin, 2020 ; Psycharis et al., 2020).

L'atelier s'est déroulé à distance. Pour son bon déroulement plusieurs supports ont été créés, une présentation qui a rythmé l'atelier et un support collaboratif qui a permis les différents moments de travail en groupe.

Le texte est organisé comme suit. Dans la partie II, nous présentons brièvement le projet PREMaTT[1] (Alturkmani et al., 2019), ses objectifs et son fonctionnement. La partie III est dédiée à la pensée algébrique, le concept au cœur du projet, illustré par une activité qui a été proposée aux participants au démarrage de l'atelier. Les parties IV et V présentent deux outils méthodologiques, la carte d'expérience et le world café. Après une courte présentation générale de l'outil, nous montrons comment il a été utilisé d'abord dans le cadre du projet PREMaTT et ensuite lors de l'atelier. Dans la partie VI, nous proposons quelques conclusions.

II - LE PROJET PREMATT

Le projet PREMaTT (Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transition), s'est développé pendant deux ans dans la région de Lyon. Il était soutenu par l'Institut français de l'éducation (Cherpin et al., à paraître) et l'Institut Carnot de l'Education (Loisy et al., à paraître). Il s'agissait de soutenir les enseignants confrontés à une double transition : la transition numérique, et la transition curriculaire.

Le projet avait deux objectifs ambitieux : penser des modèles de ressources pour la coopération des enseignants, et penser des modèles de travail coopératif des enseignants. Un troisième objectif, plus complexe, visait le développement d'un regard réflexif des acteurs du projet, enseignants et chercheurs.

Le projet reposait sur un réseau de petites fabriques, au cœur des établissements scolaires engagés dans le projet (écoles et collèges), en collectif ordinaire de réseau (proche du travail ordinaire des enseignants). Dans ces petites fabriques, les enseignants, accompagnés par des chercheurs, produisaient des ressources au plus proche de leurs besoins, dans une perspective de les rendre compréhensibles, et utiles pour d'autres enseignants. Ces temps de travail en petites fabriques alternaient avec des regroupements sous forme d'incubation[2] au LIPeN (Laboratoire d'innovation pédagogique et numérique) (Sanchez et al., 2015) où tous les acteurs du projet étaient présents et accompagnés d'un ingénieur pédagogique. Les ressources étaient le produit d'un processus d'incubation, à la fois dans chacune des petites fabriques et dans le laboratoire d'innovation pédagogique et numérique commun au réseau. Pour plus de détails sur les objectifs et le fonctionnement du projet PREMaTT, voir le texte de la communication C15.

III - UN OBJET DE RECHERCHE : LA PENSEE ALGEBRIQUE

Nous allons nous appuyer sur la définition de la pensée algébrique donnée par Kieran en 2004 :

> *La pensée algébrique dans les premières années implique le développement de modes de pensée au sein d'activités pour lesquelles l'algèbre symbolique des lettres peut être utilisée comme un outil mais qui ne sont*

1 Le texte de la communication C15 présente ce projet avec plus de détails.

2 Le terme « incubateur » est adapté du monde de l'entreprise pour désigner un dispositif de soutien de projets innovants (ici, conception collaborative de ressources), dont la « mission principale est d'assister les projets naissants en leur proposant un environnement de travail stimulant, associé à une mise en réseau (start-up, centres de recherche, technopôles) » (https://infonet.fr/lexique/definitions/incubateur/), dans notre cas réseau des écoles et collèges et un laboratoire de recherche.

> *pas exclusifs à l'algèbre et qui pourraient être engagées sans utiliser aucune algèbre symbolique des lettres : comme analyser des relations entre quantités, reconnaître la structure, étudier le changement, généraliser, résoudre des problèmes, modéliser, justifier, prouver et prédire (p. 149, notre traduction).*

La pensée algébrique est pour l'auteur une manière particulière de raisonner face à des problèmes (Résoudre les problèmes, modéliser). Les grandes tâches associées sont :

- **Analyser les relations entre les quantités.** Des exemples d'activités typiques sont des suites de nombres ou des patterns figuraux qui mettent en jeu une relation récursive, c'est-à-dire relation entre l'élément de la suite et l'élément suivant (par exemple, dans la suite des nombres 2 - 5 - 8 - 11 - …, chaque élément est obtenu en ajoutant 3 à l'élément précédent), ou une relation explicite, c'est-à-dire relation entre l'élément de la suite et sa position dans la suite (par exemple, dans la suite des nombres 1 - 4 - 9 - 16 - …, chaque nombre est obtenu en mettant son rang au carré).

- **Reconnaître la structure et étudier le changement.** Il s'agit d'étudier et de décrire la structure d'un motif récurrent dans une suite répétitive, de reconnaître une régularité, un invariant, la variation dans une suite croissante ou décroissante. On s'intéresse à la structure des nombres, aux relations mathématiques entre les nombres plutôt qu'aux calculs avec des nombres.

- **Généraliser.** C'est une tâche importante en algèbre. A partir d'un certain nombre de cas donnés, on propose de passer à une étape prospective où les invariants ne s'intéressent plus seulement aux cas examinés, mais aussi aux cas potentiels.

- **Justifier, prouver.** Il s'agit de s'assurer de la validité d'une proposition, de produire une explication, une argumentation ou plus tard une démonstration.

- **Prévoir.** En lien avec la généralisation, il s'agit de prédire ce qui va se passer aux rangs éloignés d'une série de nombres ou d'un pattern figural, rangs que l'on ne peut plus atteindre par simple dénombrement ou dessin.

On remarque que la définition même de cette pensée n'est pas directement liée à la capacité à utiliser des écritures mathématiques comportant des lettres.

Plus récemment la pensée algébrique a été définie par Radford (2014) comme présentant trois caractéristiques :

- **l'indétermination** qui relève de la capacité à exploiter des problèmes qui impliquent des nombres inconnus;
- **la dénotation** qui consiste à parvenir à nommer ou symboliser ces nombres inconnus. Cette dénotation peut se faire de différentes manières, à l'aide du code alphanumérique, mais aussi du langage naturel, de gestes ou de signes non conventionnels ;
- **le raisonnement analytique** qui permet d'opérer sur ces nombres indéterminés comme s'ils étaient connus.

Selon Squalli (2020),

> *Les élèves développent des idées algébriques quand ils construisent ou identifient des patterns numériques ou géométriques, décrivent verbalement des patterns et les représentent à l'aide de tableaux ou symboles, cherchent et appliquent des relations entre des quantités qui varient pour faire des prédictions, élaborent des généralisations (ou règles) et les vérifient, utilisent des graphes pour décrire des patterns et faire des prévisions, ainsi que pour explorer des propriétés numériques. (p. 9)*

Enfin, Kieran (2011) caractérise la pensée algébrique par la capacité à :

- penser au général dans le particulier ;
- penser en termes de règles à propos des patterns ;
- penser en termes de relations à propos des quantités, des nombres et des opérations numériques ;

- penser en termes de représentations à propos des relations dans des problèmes ;
- penser conceptuellement à propos du procédural ;
- anticiper, conjecturer, justifier ;
- gesticuler, visualiser et verbaliser.

Ce que nous retenons de toutes ces définitions c'est que des activités de patterns (figuraux ou numériques) permettent de développer la pensée algébrique en mettant en jeu la reconnaissance de la structure du pattern (relation à propos des quantités ou des nombres), la nécessité d'exprimer une règle qui permet d'anticiper les éléments éloignés du pattern (généralisation) et de la vérifier et justifier (Trgalová et al., 2021).

Nous illustrons ces éléments sur l'activité des allumettes que nous avons proposée en préambule de notre atelier et qui a constitué son fil conducteur.

Activité des allumettes

Après un temps de présentation du contexte de la recherche collaborative, les participants à l'atelier ont été mis en activité autour du problème « Les allumettes » dont l'énoncé est repris ci-dessous (Figure1). Cette activité, initialement conçue pour la classe de 5e par le groupe SESAMES[3], propose un pattern figural à généraliser, ce qui conduit les élèves à chercher des régularités et proposer des formules qui permettent de prédire le nombre d'allumettes nécessaires à n'importe quelle étape. Ce type d'activités est proposé en général au cycle 4 pour amener les élèves à ressentir la nécessité d'introduire une lettre.

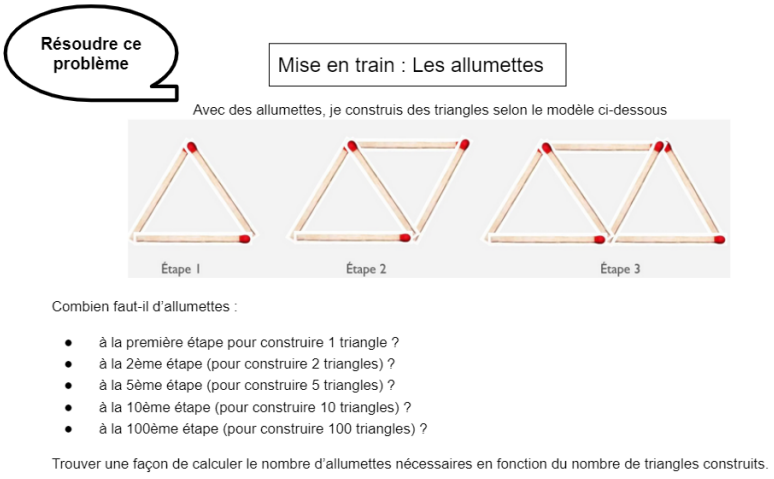


Figure 1. Activité "allumettes"

Les activités proposées dans l'atelier s'appuyant sur ce problème, nous avons proposé aux participants de le résoudre en début de l'atelier. La suite de l'atelier a été organisée de sorte à permettre aux participants de vivre certaines étapes de la conception collaborative de ressources telles qu'elles ont été vécues au sein du projet PREMaTT et leur permettre ainsi de découvrir des méthodes et des outils qui ont soutenu cette collaboration. Deux de ces méthodes et outils, à savoir la carte d'expérience et le world café, ainsi que leur exploitation dans PREMaTT et dans l'atelier, sont présentés dans les sections suivantes.

3 http://pegame.ens-lyon.fr/activite.php?rubrique=1&id_theme=44&code_niveau=N07&id_activite=51

IV - LA CARTE D'EXPERIENCE

1 - Un outil méthodologique pour nourrir la conception pédagogique

Durant le projet PREMaTT, les séances où tous les acteurs étaient présents se déroulaient au LIPeN et s'organisaient sous forme d'incubation. Des outils méthodologiques[4] ont été collectés pour enrichir le processus de design pédagogique. Les outils qui ont été les plus utilisés, voire réinvestis dans les pratiques pédagogiques par les enseignants, sont détaillés dans le rapport PREMaTT (Alturkmani et al., 2019).

Les cartes d'expérience, ou *journey maps*, sont des représentations graphiques et textuelles destinées à décrire une expérience dans le temps avec un produit, un système ou un service (Kalbach, 2016). C'est un mode de représentation souvent utilisé par le designer qui permet de rendre compte de la richesse et de la diversité d'une activité, de rendre plus tangibles les expériences de nature complexe et insaisissable.

La carte d'expérience se déroule autour de deux axes perpendiculaires (Sperano et al., 2019). A l'horizontal, les différentes tâches sur la carte sont représentées chronologiquement. A la verticale, plusieurs dimensions de l'expérience de l'enseignant conduisent à décrire chaque tâche. Chaque élément vertical montre les aspects coexistants d'un produit ou d'un service au cours du parcours de l'utilisateur (Sedig & Parsons, 2016). Les dimensions décrites dans une carte d'expérience incluent généralement : actions, canaux (site web, médias sociaux, application, magasin physique, etc.), points de contact (interactions entre les utilisateurs et l'organisation, le produit ou le service), émotions et perspectives. Ces différents éléments sont à adapter pour chaque carte d'expérience suivant le contexte d'usage.

La carte d'expérience peut être utilisée, dans un premier temps, comme un outil de conception rétrospective (a posteriori), mobilisant les acteurs autour de la description d'un même objet déjà expérimenté. Cette même carte d'expérience peut être utilisée de manière prospective (a priori) pour concevoir une nouvelle situation pédagogique autour d'un même besoin ou un thème. Une autre utilisation de cette carte d'expérience est envisageable lors de la mise en œuvre d'une activité pour y annoter des commentaires d'usages, par exemple.

Pour compléter l'univers des possibles lors de cette conception, lié à chaque besoin, il devient opportun de mesurer et d'évaluer la pertinence des choix ou les bénéfices et avantages ou encore d'identifier les défaillances (Loup-Escande et al., 2013). Ceci passe par l'identification sur la carte d'expérience des points de frictions ou de blocage indiqués par des post-it vert (problème identifié mais non bloquant dans la situation), jaune (point critique mais non bloquant) ou rouge (point critique bloquant).

L'ensemble des post-it sont ensuite catégorisés par les acteurs (les enseignants et les chercheurs), puis une réflexion sur chaque catégorie est menée pour identifier des opportunités de manière à faire converger les situations pédagogiques vers une utilité réelle (Loup-Escande et al., 2013).

4 https://fr.padlet.com/lipen/bcekwrvky6rs

2- La carte d'expérience utilisée dans le projet PREMaTT

La carte d'expérience réalisée dans le projet PREMaTT lors d'une séance d'incubation au LIPeN sur l'activité des allumettes (Figure 2) est décrite dans (Sperano et al., 2019).

Cette incubation, d'une durée de trois heures, organisée dans le laboratoire d'innovation pédagogique (LIPeN) a servi de support à l'analyse a posteriori de l'activité des allumettes qui avait été expérimentée dans les classes de tous les enseignants du groupe (collège et primaire).

Les participants à cette séance d'incubation étant nombreux, ils se sont séparés en deux groupes de cinq pour favoriser les échanges et la réflexivité. Chaque groupe était constitué d'enseignants et de chercheurs et avait en charge de compléter une carte d'expérience, les deux cartes étaient identiques. Un ingénieur pédagogique orchestrait la séance.

Les deux axes de la carte d'expérience étaient tracés sur un mur inscriptible du LIPeN. L'axe horizontal représentait la chronologie de la mise en œuvre de l'activité : Avant – Pendant – Après. Les dimensions prises en compte sur l'axe vertical étaient pour chaque étape : les tâches du professeur, les tâches élèves, les outils et le matériel nécessaires au professeur, les outils et le matériel nécessaires aux élèves.

Les participants avaient dans un premier temps à décrire l'activité des allumettes en s'appuyant sur l'expérimentation qu'ils avaient tous menée dans leurs classes. Ils devaient construire la carte d'expérience de l'activité en la découpant en tâches successives orientées vers la résolution. En se racontant « l'histoire » de la situation pédagogique, les participants échangent sur les enjeux de cette situation et mettent en discussion leurs pratiques professionnelles. Cette partie narrative est enrichie par le questionnement des chercheurs, ou des mots-clés posés sur des post-its conduisant les enseignants à enrichir leurs réflexions. Dans un deuxième temps à l'aide de post-it vert, jaune ou rouge, les enseignants et les chercheurs ont identifié sur la carte un ensemble de problèmes et de points de friction.

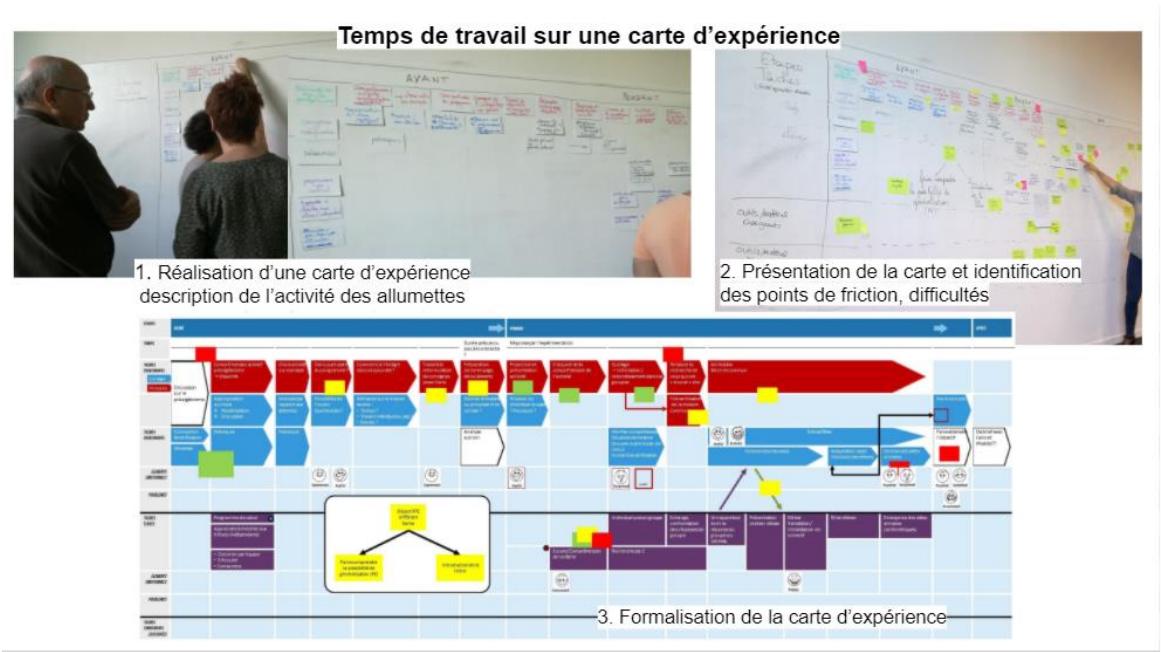


Figure 2. La carte d'expérience utilisée dans le projet PREMaTT

Chaque carte réalisée a été ensuite présentée à l'autre équipe en 180 secondes. A la fin de chaque présentation, l'équipe a reçu un feedback de la part des enseignants et des chercheurs de l'autre équipe. Ces présentations croisées et commentées ont permis d'identifier tous les obstacles relevés par les deux

groupes et de les catégoriser (Figure 3). Ils ont fait l'objet d'un autre temps d'incubation dont l'objectif était d'essayer de comprendre les causes de ces points de friction et de proposer des modifications ou des apports à l'activité pédagogique.

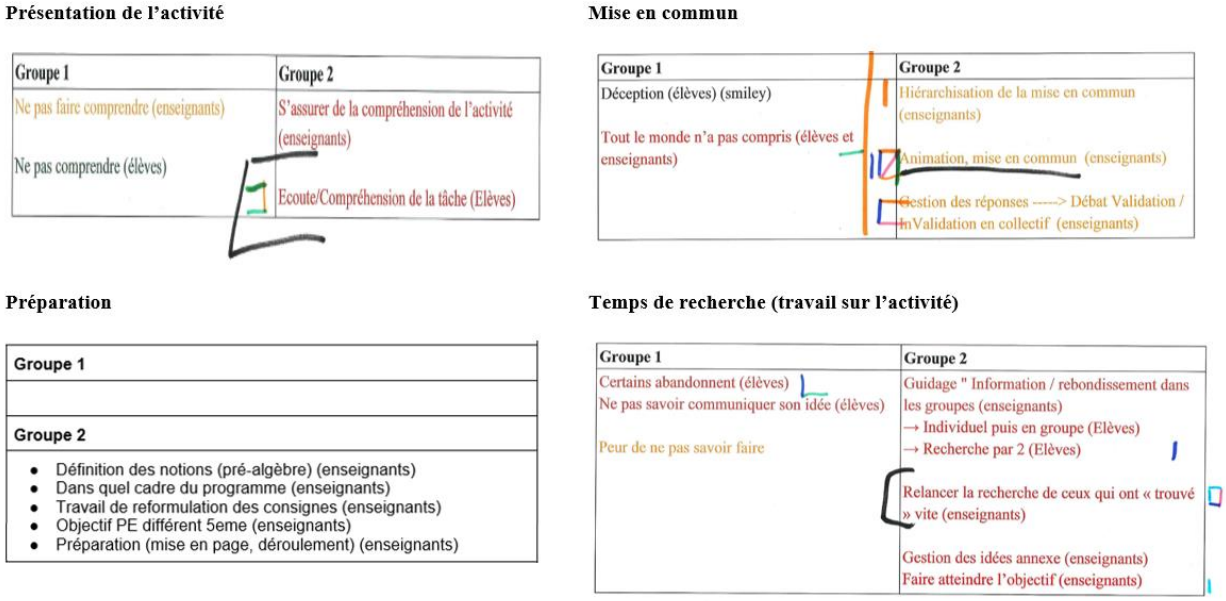


Figure 3. Catégorisation des points de friction

3 – La carte d'expérience contextualisée dans l'atelier

Nous avions proposé d'organiser notre atelier autour de la création d'une carte d'expérience prévue à l'origine dans un format classique en présence. Nous avons accepté son report sous un format synchrone à distance et avons dû réfléchir à son instrumentation (écrire sur les murs d'une salle, feutres, post-its…) uniquement sous forme numérique.

Pour son utilisation possible à plusieurs mains en synchrone et le fait qu'il soit connu par les participants, nous avons choisi d'utiliser un outil de présentation collaboratif (diaporama en ligne). Nous l'avons utilisé dans le mode "édition", dans lequel il est possible d'écrire dans les diapositives. La totalité de l'atelier était scénarisée sur le même document numérique partagé, organisé comme une feuille de route. Les participants avaient accès à la totalité du document et pouvaient se déplacer d'une diapositive à l'autre librement.

Les deux premières diapositives affichaient l'énoncé du problème des allumettes, la consigne et la temporalité pour chaque étape. Les trois diapositives suivantes correspondaient aux supports de carte d'expérience pour trois groupes (Figure 4). Nous avons créé trois sous-salles dans la réunion organisée avec « zoom » et avons permis les déplacements d'une salle à l'autre.

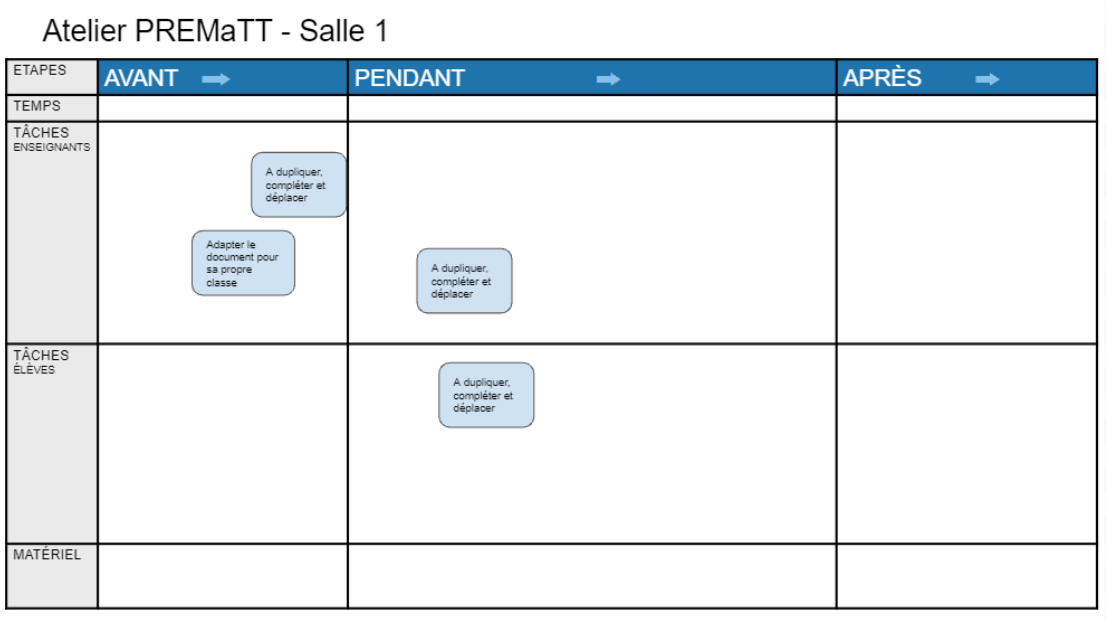


Figure 4. La diapositive - support du travail collaboratif en salle 1

Les participants se sont répartis dans les trois sous-salles où ils pouvaient échanger oralement. Ils avaient tous accès au document partagé support de l'atelier. La consigne était : *"L'activité des allumettes présentée en page 1 est celle utilisée en classe de 5ème. A l'aide de la carte d'expérience de votre salle, échangez sur une mise en œuvre possible de cette activité en cycle 3. Relevez les points de frictions, difficultés, questions, passages à risque qui se posent à vous. Écrivez-les sur les post-it que vous placerez aux endroits correspondants de la carte d'expérience."*

Les post-its étaient remplacés dans ce format numérique par des zones de texte, dont la couleur de fond était associée à une salle (Salle 1 - Bleu, Salle 2 - Rose, Salle 3 - Jaune, Figure 5[5]). Les zones de texte étant facilement manipulables, elles pouvaient être déplacées, supprimées, enrichies… ce qui a permis de dynamiser l'atelier.

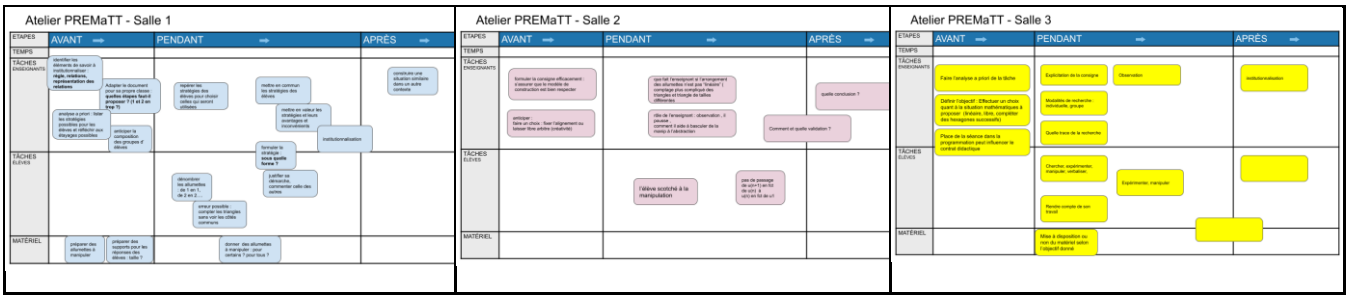


Figure 5. Les cartes d'expérience produites par les participants (voir les versions lisibles en annexe 1)

Cette première étape a duré 20 minutes. Les salles avaient été programmées pour que les participants soient automatiquement déplacés dans la salle principale au bout de ce temps. Les 15 minutes suivantes ont permis une mise en commun des idées, questions, problèmes, proposés par les groupes.

Les zones de texte ont été collées par les différents groupes sur la diapositive suivante du diaporama en ligne. Le code couleur a permis de voir quelles problématiques étaient portées par plusieurs groupes.

5 Toutes les productions des participants utilisées dans ce texte se trouvent en grand format en annexe 1.

L'objectif de ce temps était d'arriver collaborativement à des regroupements et une catégorisation des points de frictions repérés (Figure 6). Ces catégories allaient pouvoir être mises au travail dans le temps suivant.

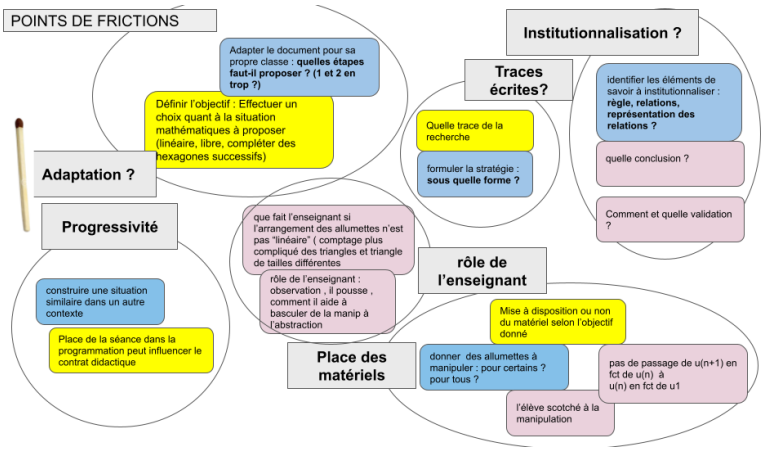


Figure 6. Points de frictions organisés en thèmes (voir version lisible en annexe 1)

V - WORLD CAFE

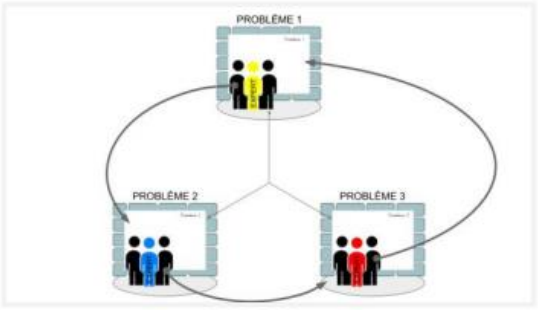
1 - une méthode pour stimuler les échanges autour des problèmes identifiés

Le remue-méninges, ou *brainstorming*, sous forme d'un world café (Brown, 2010) consiste à réunir des acteurs autour d'un même mur, une même table, pour faire émerger un ensemble d'idées nouvelles et créatives (Osborn, 1953). Cette technique de pensée par analogie (association d'idées), par opposition, par amplification ou par projection favorise une dynamique de groupe, encourage la pensée créative (Delacroix & Galtier, 2005) et la participation (construire sur les idées des autres).

Organisée autour d'un animateur, cette méthode de résolution de problème est basée sur (i) la génération du plus grand nombre d'idées possible, (ii) l'expression libre de toutes les idées, peu importe celles entendues comme scandaleuses ou fantaisistes (Osborn appelle cela « une roue libre »), (iii) un ajournement du jugement (Osborn, 1953).

Pour aborder efficacement les séances de créativité et favoriser la qualité et l'originalité de la génération et la sélection des idées, il est essentiel d'avoir des connaissances sur le sujet et le domaine en question. A cela, il convient de travailler sur un sujet précis, bien posé, dans un cadre précisé par des contraintes, donc des règles et des objectifs.

Il s'agit d'une méthode d'intelligence collective qui au-delà de formuler de nouvelles idées permet de les découvrir, d'avoir des échanges ouverts autour de chacune d'entre elles, d'apporter sa contribution, de rebondir sur les idées, laisser à l'autre la possibilité de donner son point de vue.



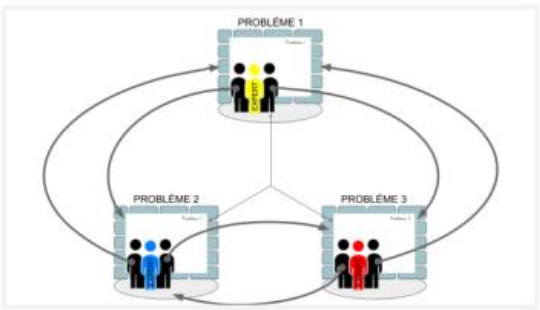


Figure 7. Rotation (anti-)horaire de chaque groupe, hormis l'expert, vers un nouveau problème (à gauche), rotation de chaque participant d'un groupe vers un groupe et un problème différent (à droite)

Le world café se déroule, en général, en plusieurs tours avec une question nouvelle, ou un problème, en cohérence avec la précédente et liée à un thème (Figure 7). La qualité des questions est fondamentale pour produire le plus d'effets dans l'évolution de la pensée et de la mise en action ensuite. Répartis en trois groupes, par exemple, et donc trois tables, voire trois murs, les participants échangent, analysent leurs idées en lien avec une question. À intervalles réguliers, les participants changent de table, ensemble (Figure 7, gauche) ou bien de manière opposée (Figure 7, droite). Un expert, désigné par le groupe, reste à la table et résume la conversation précédente pour les nouveaux arrivés. Les conversations en cours sont alors 'fécondées' avec les idées issues des conversations précédentes avec les autres participants. Au terme du processus, les principales idées sont résumées soit sur un poster, soit au cours d'une assemblée plénière et les possibilités de suivi sont soumises à discussion.

2 - world café dans le projet PREMaTT

De manière à favoriser un environnement capacitant, entendu par le fait que cette technique d'incubation puisse rendre possible, ou du moins favoriser, la participation de tous et l'émergence d'idées nouvelles (Vallerie & Le Bossé, 2006), nous avons utilisé le world café (Brown, 2010) dans le projet PREMaTT comme technique d'idéation pour mieux s'imprégner des problèmes d'un sujet, avec l'intérêt majeur de poser un langage commun comme base pour les échanges à venir.

Voici un exemple de la mise en œuvre d'un world café dans le projet. Lors d'une des premières incubations autour de l'activité des allumettes (voir section III), la carte d'expérience a été construite par les enseignants et les chercheurs a posteriori d'une mise en œuvre de cette activité en classe, dans le but d'identifier des obstacles et d'en comprendre des causes. A l'aide des post-it vert (problème non bloquant), jaune (point critique mais non bloquant) et rouge (point critique bloquant), un ensemble de problèmes ont été identifiés par deux groupes d'enseignants et chercheurs, que nous avons retranscrits dans le Tableau 1. Les contenus des post-its verts sont retranscrits en police normale, ceux des post-its jaunes en police en italique et ceux des post-its rouges en police en gras.

Moment de l'activité	Groupe 1	Groupe 2
Présentation de l'activité	*Ne pas faire comprendre (enseignants)* Ne pas comprendre (élèves)	**S'assurer de la compréhension de l'activité (enseignants)** **Ecoute/compréhension de la tâche (élèves)**
Mise en commun	Déception (élèves) **Tout le monde n'a pas compris (élèves et enseignants)**	*Hiérarchisation de la mise en commun (enseignants)* *Animation, mise en commun (enseignants)* *Gestion des réponses -> débat, validation, invalidation en collectif (enseignants)*
Temps de recherche (travail sur l'activité)	**Certains abandonnent (élèves)** **Ne pas savoir communiquer son idée (élèves)** *Peur de ne pas savoir*	**Guidage, information/rebondissement dans les groupes (enseignants)** **-> individuel puis en groupe (élèves)** **-> recherche par 2 (élèves)** **Relancer la recherche de ceux qui ont trouvé vite (enseignants)** **Gestion des idées annexe (enseignants)** **Faire atteindre l'objectif (enseignants)**

Tableau 1. Problèmes dans la gestion de l'activité identifiés par des groupes

Les membres du projet ont ensuite participé à un vote pour choisir collectivement les problèmes qui leur semblaient les plus importants à traiter (voir section IV ; Figure 3). Trois problèmes ont été retenus : (1) **Écoute/compréhension de la tâche (élèves)**, (2) **Relancer la recherche de ceux qui ont trouvé vite (enseignants)**, et (3) *Animation, mise en commun (enseignants)*.

Ces problèmes ont été discutés lors d'un world café afin de chercher des solutions, ou des éléments ouvrant à la réflexion. Lors d'une première rotation, chacun des trois groupes s'est emparé d'un problème et inscrivait sur un mur toutes les idées émergées (Figure 8).



Figure 8. Trois groupes travaillant sur l'un des trois problèmes identifiés

Lors de la deuxième itération, l'expert du groupe expliquait aux membres des autres groupes les principales idées. La réflexion du nouveau groupe a été enrichie par l'apport par les chercheurs de "mots-clés" écrits sur des post-its (Figure 9). Par exemple, en lien avec le temps de recherche - travail sur l'activité, les mots-clés orchestration, collectif et inhibition ont été proposés.

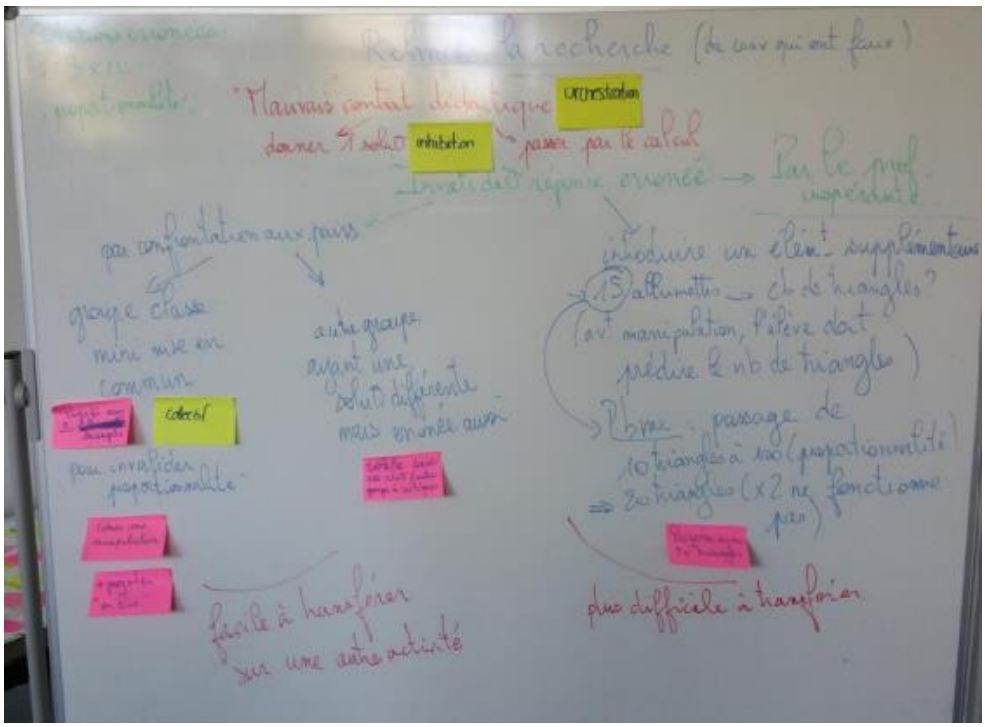


Figure 9. Photo d'un mur avec des post-it comportant des mots-clés

La troisième rotation s'est déroulée selon le même schéma et a conduit à une synthèse des discussions au sein des groupes. Ainsi par exemple, les propositions majeures au problème (1) Ecoute/compréhension de la tâche (élèves) concernaient des manipulations kinesthésiques et la reformulation par les élèves (Figure 10).

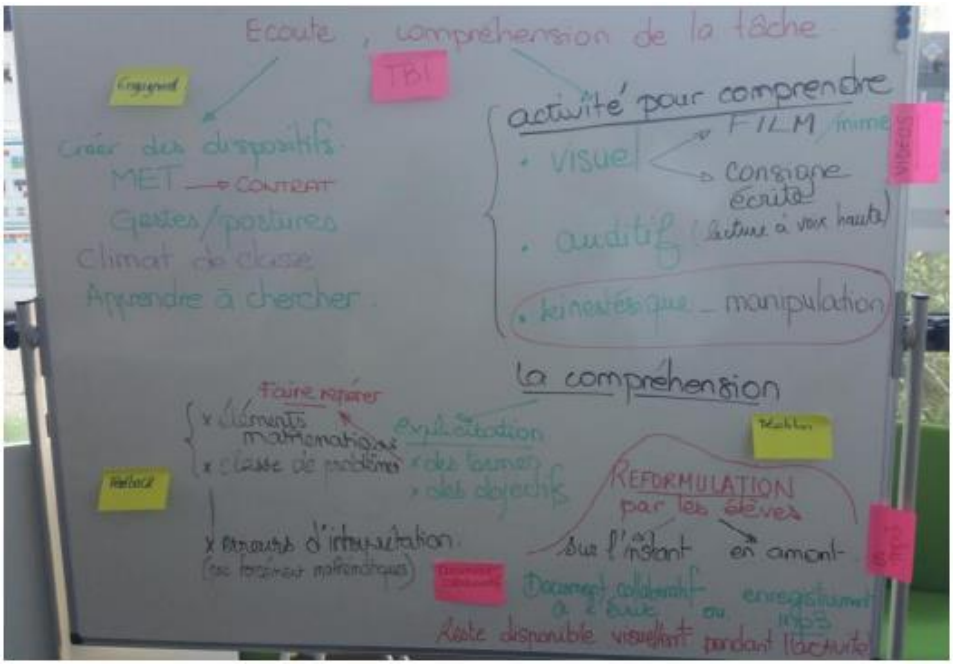


Figure 10. Synthèse autour du problème (1) à l'issue de la 3e rotation du world café

Le world café s'est terminé par une brève restitution des trois groupes et une discussion collective qui a posé des bases pour l'incubation suivante autour de la recherche de solutions par rapport à une nouvelle activité à concevoir.

3 - World café lors de l'atelier

Lors de l'atelier, nous avons fait vivre un world café aux participants. A l'issue d'une première activité autour de la carte d'expérience par rapport à l'activité des allumettes, les participants ont identifié un certain nombre de points de friction, des passages à risque qu'ils ont organisés en plusieurs catégories (Figure 6).

Trois groupes se sont constitués pour réfléchir aux trois problèmes suivants issus des catégories : (1) Trace écrite et institutionnalisation, (2) Adaptation et progressivité, et (3) Place de matériel et rôle de l'enseignant. Les participants ont été répartis dans des sessions scindées et ont travaillé, à la place du mur, sur une diapositive collaborative. Deux rotations ont été effectuées avec l'ajout de mots-clés. La Figure 11 montre les productions riches des trois groupes.

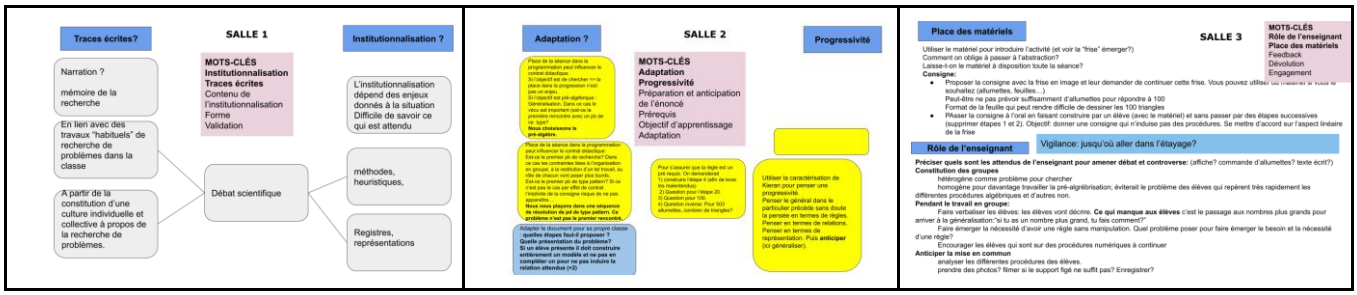


Figure 11. Production des trois groupes, à l'issue des trois rotations du world café (voir version lisible en annexe 1)

Un bilan rapide des productions a clôturé ce temps.

VI - CONCLUSION

Bien qu'organisé à distance l'atelier a fait vivre aux participants un temps d'incubation et a montré l'intérêt pour la collaboration de ces techniques d'animation. Cela a généré des discussions sur l'utilisation de ces techniques dans différents dispositifs de formation.

Les activités conçues par les membres du projet PREMaTT continuent d'être utilisées en formation comme en a témoigné un enseignant Référent Mathématique de Circonscription qui a participé au projet. Il a partagé son expérience de l'exploitation de l'activité "allumettes" (Figure 12) dans l'accompagnement de constellations du plan maths.

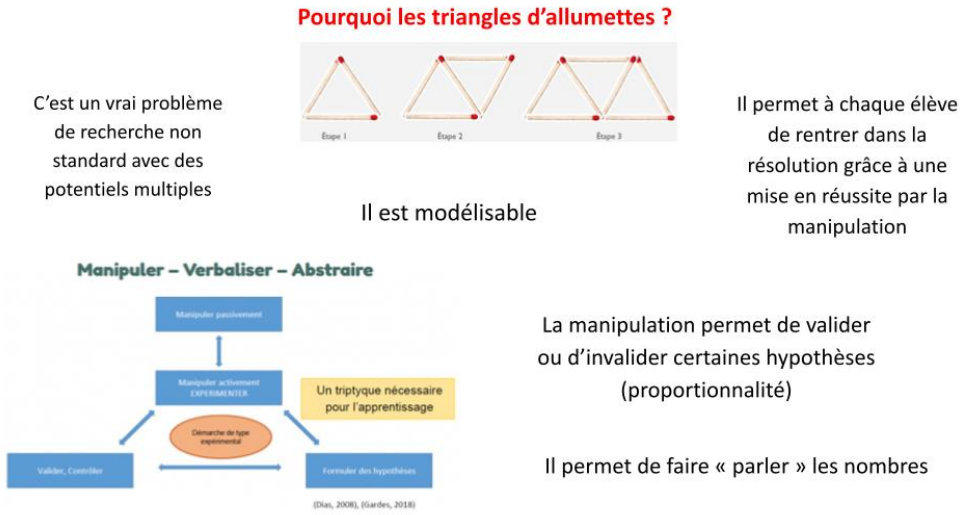


Figure 12. Extrait du témoignage de l'exploitation de l'activité dans une formation

VII - BIBLIOGRAPHIE

Alturkmani, M.-D., Roubin, S., Piolti-Lamorthe, C., et Trouche, L. (2019). *Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions 2017-2019*. Programme de l'ICE : rapport scientifique des composantes PR 03 et PAE 21. IFÉ-ENS Lyon.

Alves, C., Coppé, S., Duval, V. et al. (2013). Utilisation des programmes de calcul pour introduire l'algèbre au collège. *Repères IREM*, 92, 9-30.

Brown, J. (2010). *The world café: Shaping our futures through conversations that matter*. ReadHowYouWant.com

Cherpin, A.S., Coppé, S., Goislard, A., Piolti Lamorthe, C., et Roubin, S (à paraitre). Production de ressources pour l'enseignement de l'algèbre au collège. Le LéA réseau d'écoles et collèges Ampère. In R. Monod-Ansaldi, B. Gruson & C. Loisy, *Le réseau des lieux d'éducation associés à l'Institut français de l'éducation : Un instrument pour la recherche en éducation*. Rennes : PUR.

Coppé, S. & Roubin, S. (2020). Collaborative Design of Resources for Elementary Algebra Teaching. In H. Borko & D. Potari (Eds.), *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. ICMI Study 25 Conference proceeding* (pp. 286-294). Lisbon: University of Lisbon.

Delacroix, E., & Galtier, V. (2005). Le groupe est-il plus créatif que l'individu isolé ? Le cas du brainstorming : 1953-2003, cinquante ans de recherche. *Management & Avenir*, 4(2), 71-86. https://www.cairn.info/revue-management-et-avenir2005-2-page-71.htm

Kieran, C. (2011). Overall commentary on early algebraization: Perspectives for research and teaching. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization* (pp. 579-593). New York, NY: Springer.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.

Kalbach, J. (2016). *Mapping experiences: a complete guide to creating value through journeys, blueprints, and diagrams*. O'Reilly Media, Sebastopol. En ligne : https://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=fK4fDAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR11&ots=DXBS0ukelZ&sig=SldBuEnjFX2e7e7YnKhBiI1_xYs&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Loisy, C., Trgalová, J., Alturkmani, M. D., Bénech, P., Roubin, S., & Trouche, L. (à paraitre). Collaboration entre et avec les acteurs de terrain et effets sur les ressources et le développement professionnel. Le cas du projet PREMaTT. In B. Meslin et al. (Dir), *L'institut Carnot de l'éducation Auvergne-Rhône-Alpes : une expérimentation visant à favoriser les partenariats entre chercheurs et praticiens*

Loup-Escande, É., Burkhardt, J. & Richir, S. (2013). Anticiper et évaluer l'utilité dans la conception ergonomique des technologies émergentes : une revue. *Le travail humain*, 76(1), 27-55. En ligne : https://www.cairn.info/revue-le-travail-humain-2013-1-page-27.htm

Osborn, A. F. (1953). *Applied imagination* (1st ed.). New York, NY: Scribner.

Psycharis, G., Trgalová, J., Alturkmani, M. D., Kalogeria, E., Latsi, M., & Roubin, S. (2020). Studying primary and secondary teachers' collaborative design of resources for algebra. In H. Borko, & D. Potari (Eds.), *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. ICMI-Study 25 Conference Proceedings* (pp. 668-675). Lisbon: University of Lisbon.

Radford, L. (2014). The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Journal, 26*, 257-277.

Roberge J., Bénech P., Trgalova J., Andruchow R. (2019) Exploring New Usages of Journey Maps: Introducing the Pedagogical and the Project Planning Journey Maps. In: Bagnara S., Tartaglia R., Albolino S., Alexander T., Fujita Y. (Eds.), *Proceedings of the 20th Congress of the International Ergonomics Association* (IEA 2018). Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 824. Springer, Cham.

Sanchez, E. (coord.). Bénech, P., Cologne, S., Serna, A., Emin-Martinez, V., Piau-Toffolon, C., Marfisi, I., Bisognin, L., & Jouneau-Sion, C. (2015). *Descriptif du dispositif d'incubateur (LIPn).* Projet ANR JEN-Lab.

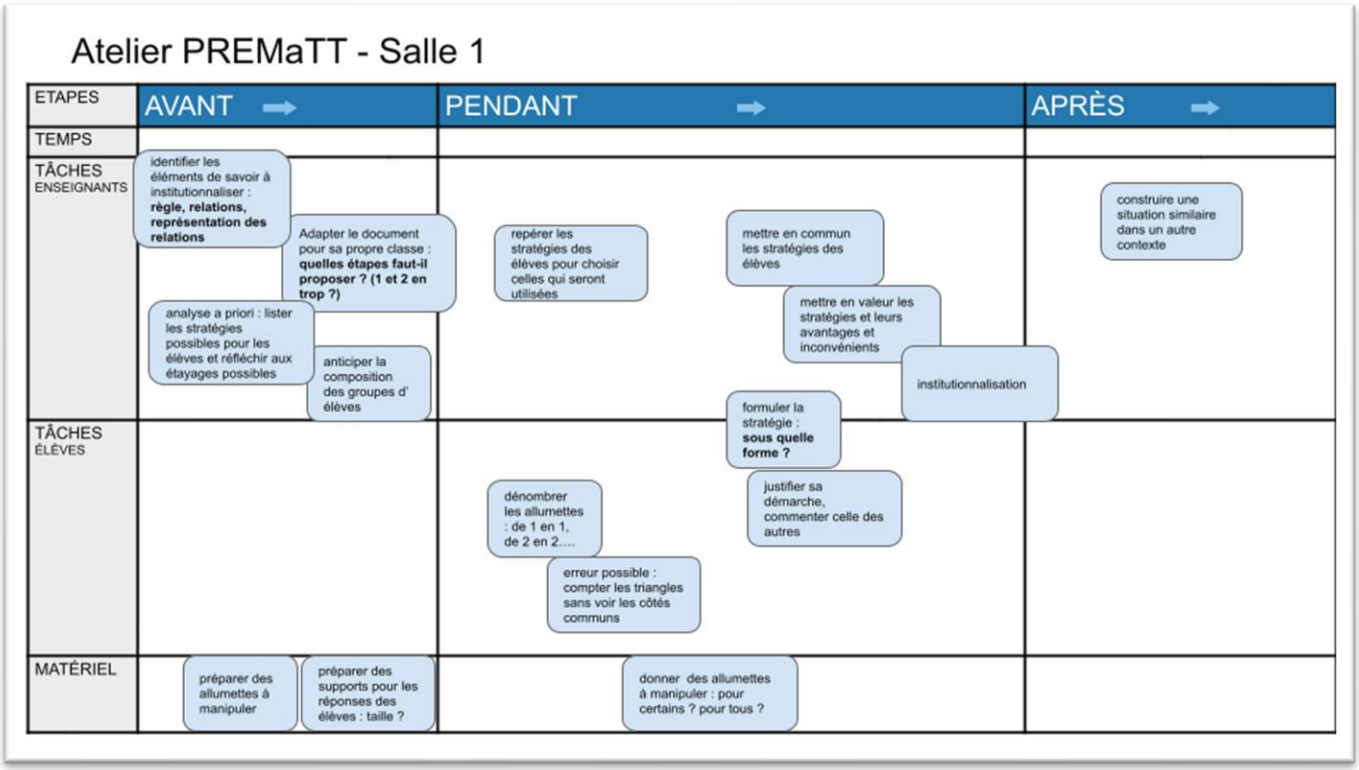
Spérano, I., Roberge, J., Bénech, P., Trgalová, J., & Robert, A. (2019). *Exploring New Usages of Journey Maps: Introducing the Pedagogical and the Project Planning Journey Maps*. IEA 2018.

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. et Larguier, M. (2013, Eds.). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires*. Québec : Livres en ligne du CRIRES. https://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee-algebrique-lecole-primaire-et-au-debut-du-secondaire-0

Trgalová, J., Alturkmani, M., et Roubin, S. (2020). Toward a common view of algebraic thinking through design of resources by primary and secondary teachers. *ICME14*, Shanghai, 11th -18th July, 2021.

Vallerie, B., & Le Bossé, Y. (2006). Le développement du pouvoir d'agir (empowerment) des personnes et des collectivités : de son expérimentation à son enseignement. *Les Sciences de l'éducation - Pour l'Ère nouvelle*, 39(3), 87-100.

ANNEXE 1 : PRODUCTIONS DES PARTICIPANTS

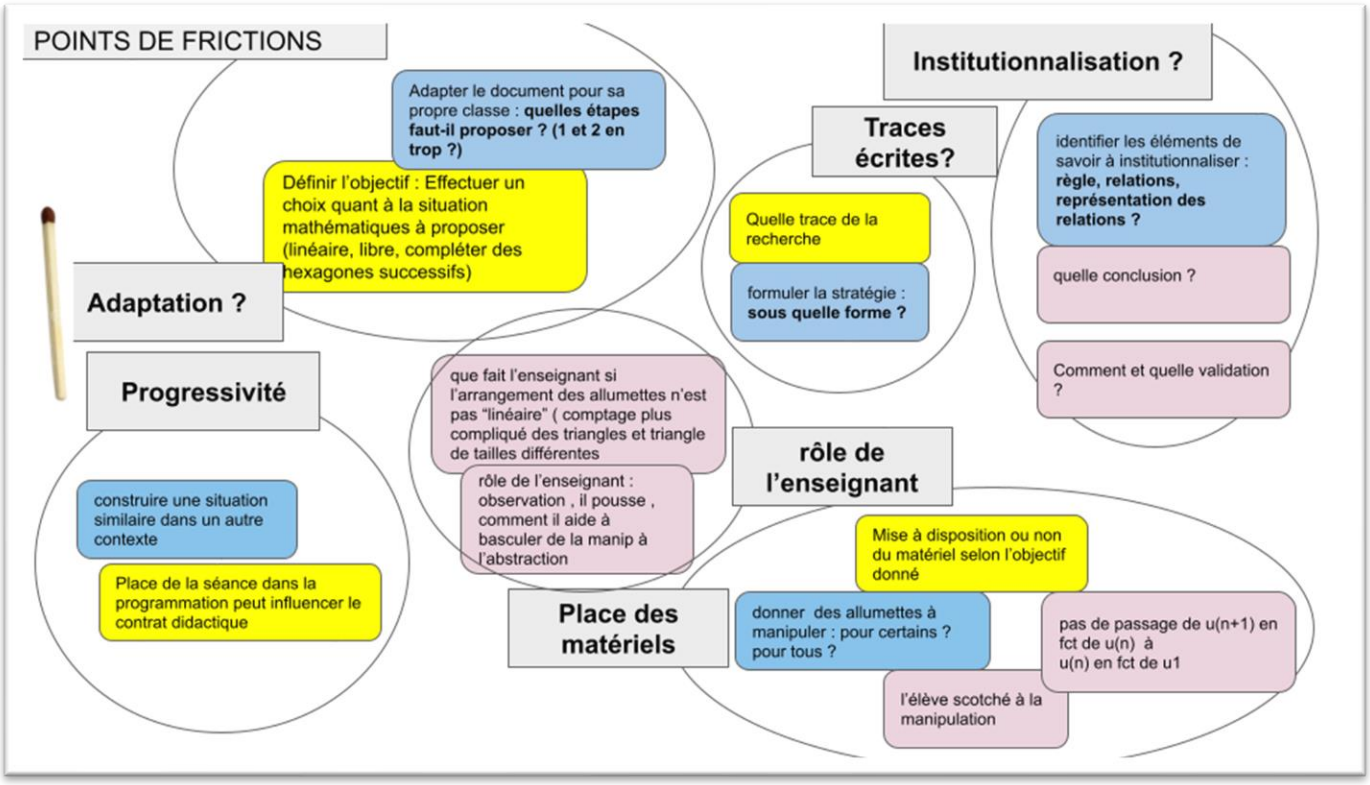


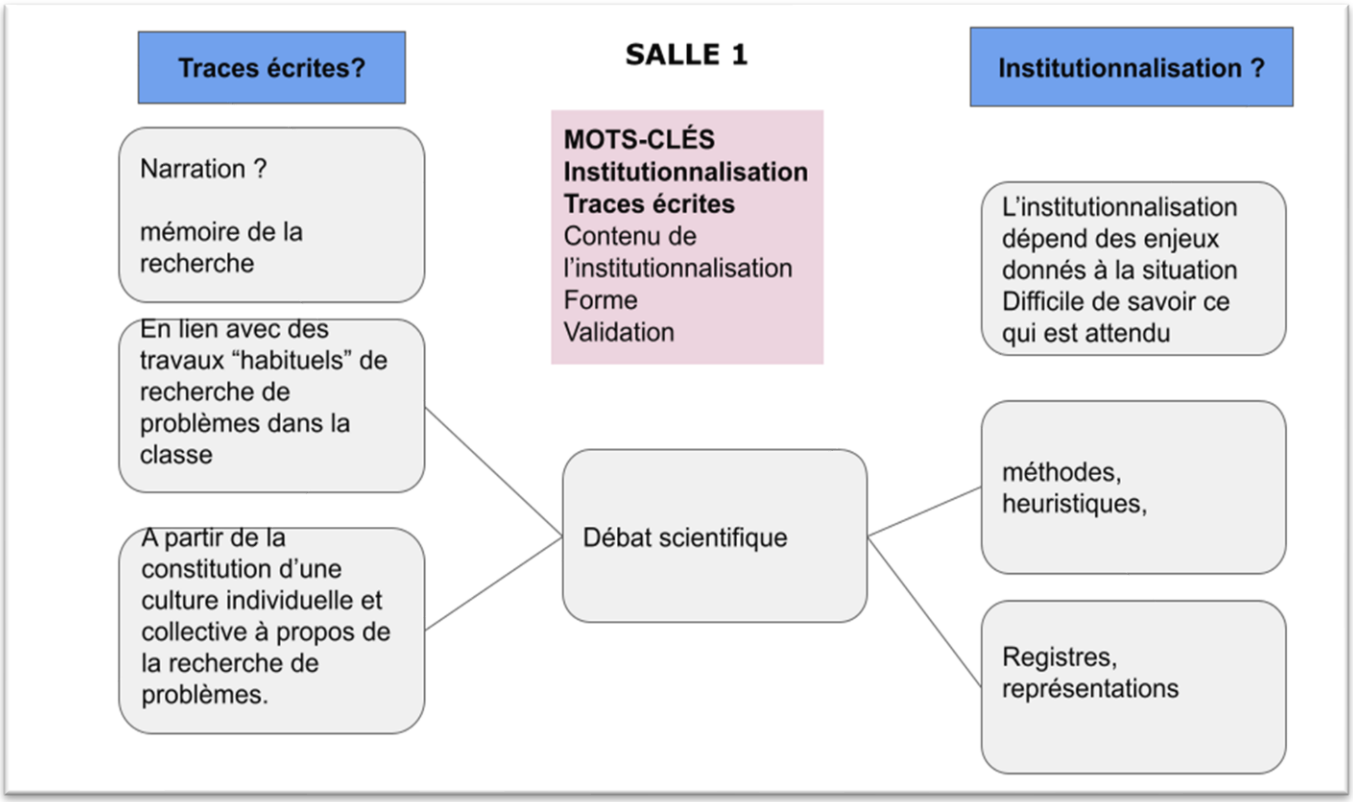
Atelier PREMaTT - Salle 2

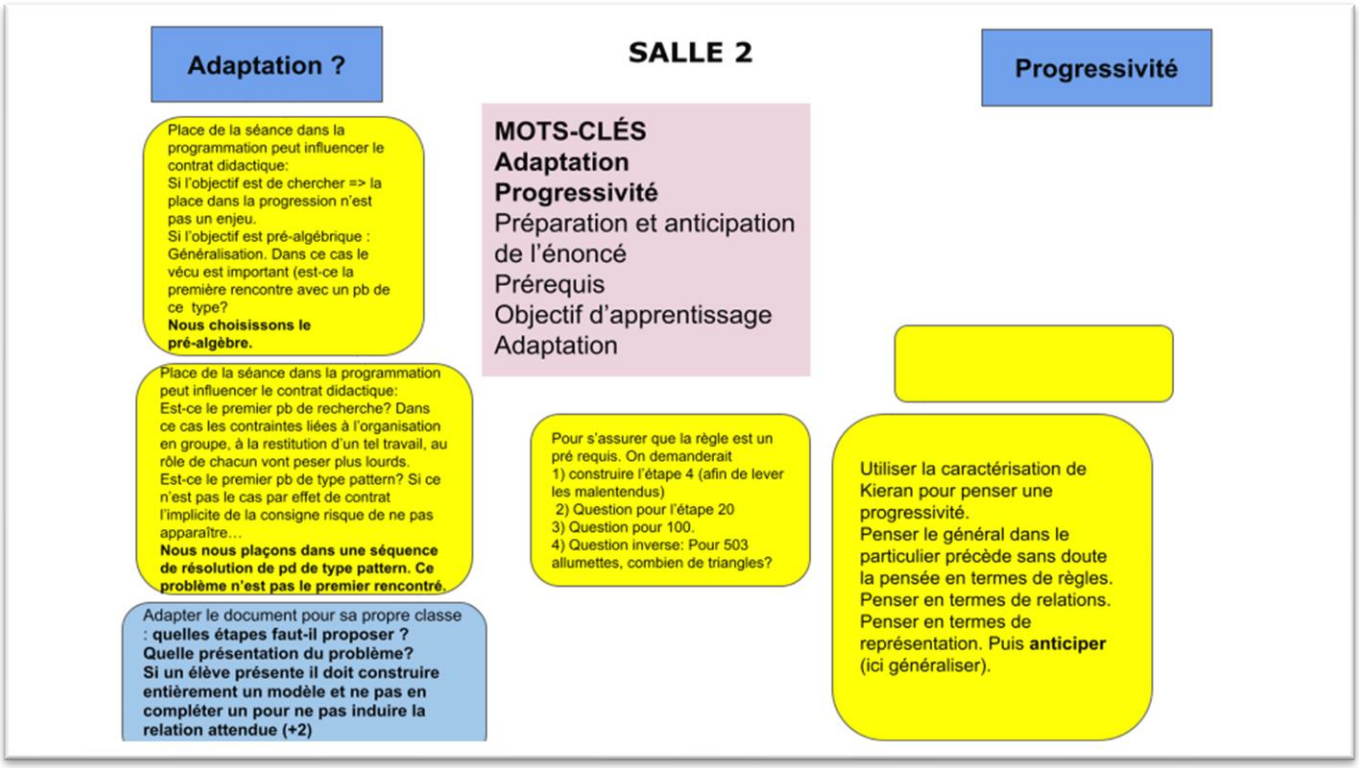
ETAPES	AVANT ➡	PENDANT ➡	APRÈS ➡
TEMPS			
TÂCHES ENSEIGNANTS	formuler la consigne efficacement : s'assurer que le modèle de construction est bien respecter anticiper : faire un choix : fixer l'alignement ou laisser libre arbitre (créativité)	que fait l'enseignant si l'arrangement des allumettes n'est pas "linéaire" (comptage plus compliqué des triangles et triangle de tailles différentes rôle de l'enseignant : observation , il pousse , comment il aide à basculer de la manip à l'abstraction Comment et quelle validation ?	quelle conclusion ?
TÂCHES ÉLÈVES		l'élève scotché à la manipulation pas de passage de u(n+1) en fct de u(n) à u(n) en fct de u1	
MATÉRIEL			

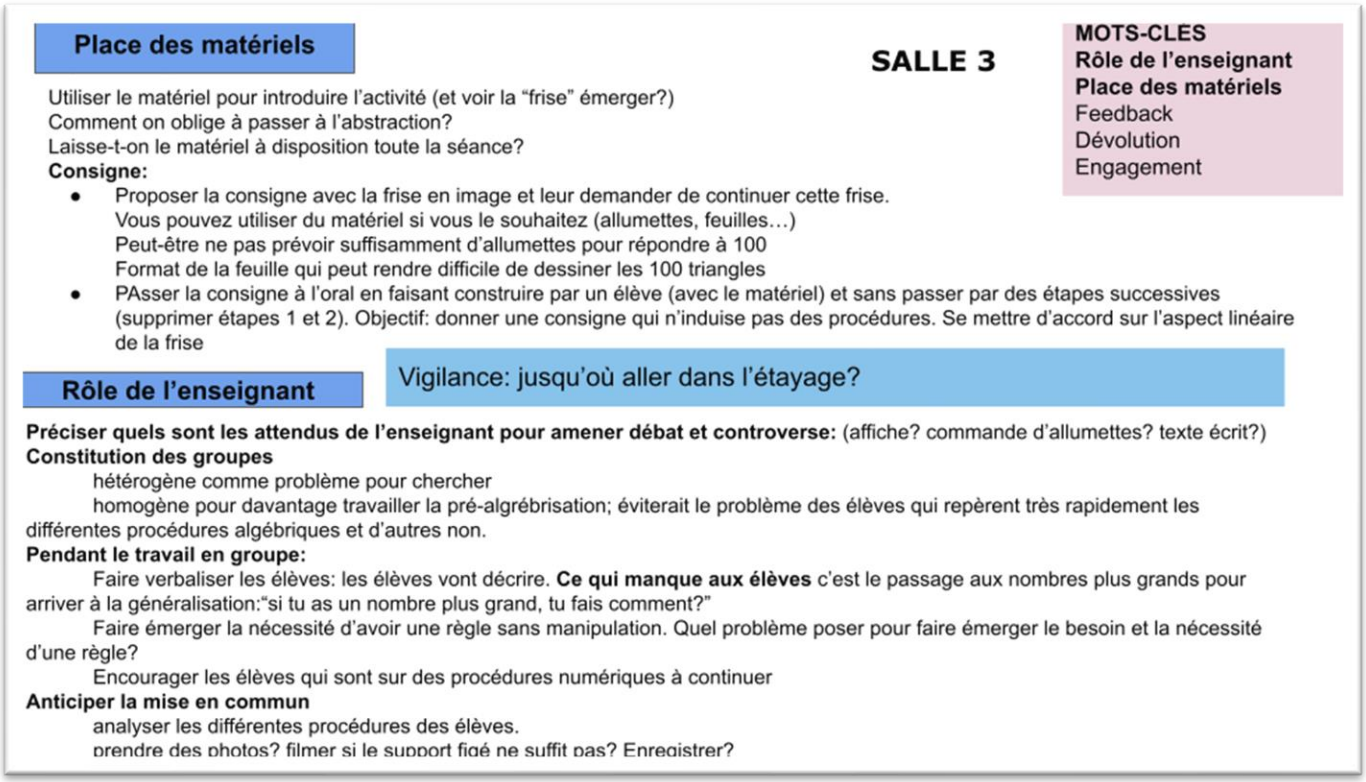
Atelier PREMaTT - Salle 3

ETAPES	AVANT ➡	PENDANT ➡	APRÈS ➡
TEMPS			
TÂCHES ENSEIGNANTS	Faire l'analyse a priori de la tâche Définir l'objectif : Effectuer un choix quant à la situation mathématiques à proposer (linéaire, libre, compléter des hexagones successifs) Place de la séance dans la programmation peut influencer le contrat didactique	Explicitation de la consigne Observation Modalités de recherche : individuelle, groupe Quelle trace de la recherche	institutionnalisation
TÂCHES ÉLÈVES		Chercher, expérimenter, manipuler, verbaliser, Expérimenter, manipuler Rendre compte de son travail	
MATÉRIEL		Mise à disposition ou non du matériel selon l'objectif donné	


POINTS DE FRICTIONS
Adapter le document pour sa propre classe : quelles étapes faut-il proposer ? (1 et 2 en trop ?)
Définir l'objectif : Effectuer un choix quant à la situation mathématiques à proposer (linéaire, libre, compléter des hexagones successifs)
Adaptation ?
Progressivité
construire une situation similaire dans un autre contexte
Place de la séance dans la programmation peut influencer le contrat didactique
Institutionnalisation ?
Traces écrites?
Quelle trace de la recherche
formuler la stratégie : sous quelle forme ?
identifier les éléments de savoir à institutionnaliser : règle, relations, représentation des relations ?
quelle conclusion ?
Comment et quelle validation ?
que fait l'enseignant si l'arrangement des allumettes n'est pas "linéaire" (comptage plus compliqué des triangles et triangle de tailles différentes
rôle de l'enseignant : observation , il pousse , comment il aide à basculer de la manip à l'abstraction
rôle de l'enseignant
Mise à disposition ou non du matériel selon l'objectif donné
Place des matériels
donner des allumettes à manipuler : pour certains ? pour tous ?
pas de passage de u(n+1) en fct de u(n) à u(n) en fct de u1
l'élève scotché à la manipulation


Traces écrites?
SALLE 1
Institutionnalisation ?
MOTS-CLÉS
Institutionnalisation
Traces écrites
Contenu de l'institutionnalisation
Forme
Validation
Narration ?
mémoire de la recherche
En lien avec des travaux "habituels" de recherche de problèmes dans la classe
A partir de la constitution d'une culture individuelle et collective à propos de la recherche de problèmes.
Débat scientifique
L'institutionnalisation dépend des enjeux donnés à la situation
Difficile de savoir ce qui est attendu
méthodes, heuristiques,
Registres, représentations


Adaptation ?
SALLE 2
Progressivité
Place de la séance dans la programmation peut influencer le contrat didactique:
Si l'objectif est de chercher => la place dans la progression n'est pas un enjeu.
Si l'objectif est pré-algébrique : Généralisation. Dans ce cas le vécu est important (est-ce la première rencontre avec un pb de ce type?
Nous choisissons le pré-algèbre.
MOTS-CLÉS
Adaptation
Progressivité
Préparation et anticipation de l'énoncé
Prérequis
Objectif d'apprentissage
Adaptation
Place de la séance dans la programmation peut influencer le contrat didactique:
Est-ce le premier pb de recherche? Dans ce cas les contraintes liées à l'organisation en groupe, à la restitution d'un tel travail, au rôle de chacun vont peser plus lourds.
Est-ce le premier pb de type pattern? Si ce n'est pas le cas par effet de contrat l'implicite de la consigne risque de ne pas apparaître…
Nous nous plaçons dans une séquence de résolution de pd de type pattern. Ce problème n'est pas le premier rencontré.
Pour s'assurer que la règle est un pré requis. On demanderait
1) construire l'étape 4 (afin de lever les malentendus)
2) Question pour l'étape 20
3) Question pour 100.
4) Question inverse: Pour 503 allumettes, combien de triangles?
Utiliser la caractérisation de Kieran pour penser une progressivité.
Penser le général dans le particulier précède sans doute la pensée en termes de règles.
Penser en termes de relations.
Penser en termes de représentation. Puis anticiper (ici généraliser).
Adapter le document pour sa propre classe : quelles étapes faut-il proposer ?
Quelle présentation du problème?
Si un élève présente il doit construire entièrement un modèle et ne pas en compléter un pour ne pas induire la relation attendue (+2)


Place des matériels
SALLE 3
MOTS-CLES
Rôle de l'enseignant
Place des matériels
Feedback
Dévolution
Engagement
Utiliser le matériel pour introduire l'activité (et voir la "frise" émerger?)
Comment on oblige à passer à l'abstraction?
Laisse-t-on le matériel à disposition toute la séance?
Consigne:
Proposer la consigne avec la frise en image et leur demander de continuer cette frise.
Vous pouvez utiliser du matériel si vous le souhaitez (allumettes, feuilles…)
Peut-être ne pas prévoir suffisamment d'allumettes pour répondre à 100
Format de la feuille qui peut rendre difficile de dessiner les 100 triangles
PAsser la consigne à l'oral en faisant construire par un élève (avec le matériel) et sans passer par des étapes successives (supprimer étapes 1 et 2). Objectif: donner une consigne qui n'induise pas des procédures. Se mettre d'accord sur l'aspect linéaire de la frise
Rôle de l'enseignant
Vigilance: jusqu'où aller dans l'étayage?
Préciser quels sont les attendus de l'enseignant pour amener débat et controverse: (affiche? commande d'allumettes? texte écrit?)
Constitution des groupes
hétérogène comme problème pour chercher
homogène pour davantage travailler la pré-algrébrisation; éviterait le problème des élèves qui repèrent très rapidement les différentes procédures algébriques et d'autres non.
Pendant le travail en groupe:
Faire verbaliser les élèves: les élèves vont décrire. Ce qui manque aux élèves c'est le passage aux nombres plus grands pour arriver à la généralisation:"si tu as un nombre plus grand, tu fais comment?"
Faire émerger la nécessité d'avoir une règle sans manipulation. Quel problème poser pour faire émerger le besoin et la nécessité d'une règle?
Encourager les élèves qui sont sur des procédures numériques à continuer
Anticiper la mise en commun
analyser les différentes procédures des élèves.
prendre des photos? filmer si le support figé ne suffit pas? Enregistrer?

RESOUDRE DES PROBLEMES POUR CONSTRUIRE LE SENS DES OPERATIONS AU-DELA DES CONCEPTIONS INTUITIVES : QUELS ENONCES POUR QUELLES PROGRESSIONS D'APPRENTISSAGE ?

Emmanuel SANDER
Professeur Ordinaire, Université de Genève
Laboratoire IDEA
Emmanuel.Sander@unige.ch

Catherine RIVIER
Chargée d'Enseignement, Université de Genève
Laboratoire IDEA
Catherine.rivier@unige.ch

Stéphanie NAUD
Chargée d'Enseignement, Université de Genève
Laboratoire IDEA
Stephanie.Naud@unige.ch

Résumé
En tâche de résolution de problèmes, l'élève opère une interprétation de l'énoncé reposant sur certaines conceptions intuitives, issues de la vie quotidienne. Or, la concordance entre conceptions intuitives et notions mathématiques constitue un facteur influençant les processus de résolution de problèmes (Sander, 2018a). Le cadre théorique A-S3 (Sander, 2018b) sera présenté : il s'appuie sur trois formes d'analogies, sources de conceptions intuitives, permettant d'analyser un énoncé et de mettre en évidence les difficultés susceptibles d'être rencontrées par un élève et différents recodages possibles pour les surmonter. Il s'agit de prendre connaissance de ces formes d'analogies mais aussi d'analyser des énoncés à travers ce prisme, ce qui sera fait dans cette contribution à partir d'une analyse de manuels scolaires (Rivier, Scheibling-Sève & Sander, en révision) et dans le cadre du projet AIR2. Des énoncés de problèmes discordants avec les conceptions intuitives permettent ainsi d'évaluer la compréhension des notions mathématiques chez les élèves et d'élaborer des progressions d'apprentissage (Gvozdic & Sander, 2020). Dans ce contexte, seront présentés un dispositif collaboratif de formation mis en œuvre en 2018-2019 en Haute-Savoie dans le cadre du programme ACE-Arithmécole (Vilette, Fischer, Sander, Sensevy, Quilio & Richard, 2017) et le dispositif d'apprentissage RAIFLEX centré sur le raisonnement proportionnel (Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli & Sander, soumis).

I - CADRE A-S3, ANALYSE D'ENONCES DE PROBLEMES

La littérature sur la résolution de problèmes à énoncés verbaux est portée depuis une quarantaine d'années par le fait que la seule structure mathématique d'un problème n'est qu'un élément parmi d'autres de la difficulté de ce problème : des aspects extra-mathématiques entrent en jeu de manière majeure (Carpenter & Moser, 1982). Forts de ce constat, deux lignes principales de travaux de recherche, complémentaires, se sont dégagées dans le courant des années 1980. Il n'entre pas dans l'objet de cette contribution de présenter les apports et limites de ces approches, qui sont développés ailleurs (Gros, Thibaut & Sander, 2020 ; Sander, 2018a). L'une d'entre elles a cherché à former des classifications d'énoncés qui, outre une structure mathématique partagée, possèdent des propriétés communes qui ont une pertinence sur le plan psychologique : il s'agit des travaux conduisant à proposer des typologies de problèmes, dont les plus connus dans le champ francophone sont ceux de Vergnaud (e.g. 1982), et qui ont également été développés dans le champ anglophone (e.g. Riley, Greeno, & Heller, 1983 ; Nesher, 1982). D'autres ont consisté à élaborer des théories des processus de résolution de problèmes qui permettent d'expliquer des variations de difficulté mises en évidence empiriquement ainsi que les choix de stratégies ou les erreurs observées. Cette dernière orientation a mis en avant la construction chez l'élève soit de schémas de résolution soit de modèles de situation. Ainsi, la théorie des schémas (Kintsch & Greeno, 1985) avance l'idée que la résolution de problèmes repose sur la construction de schémas qui sont des structures abstraites évoquées par le contenu linguistique de l'énoncé et particularisées en fonction des éléments spécifiques de cet énoncé. Les difficultés rencontrées lors de la résolution proviennent alors soit de l'absence de schéma évoqué par l'énoncé du problème soit de la mobilisation d'un schéma inapproprié pour le problème concerné. La théorie des modèles de situation, quant à elle, prolonge des travaux à l'origine orientés sur la compréhension de texte et le raisonnement (Johnson-Laird, 1983 ; Kintsch, 1988) et adaptés pour la résolution de problèmes arithmétiques (Reusser, 1990) avec l'idée que la personne qui résout un problème s'appuie sur une représentation de la situation spécifique décrite par l'énoncé pour en dériver un modèle mathématique du problème.

Le cadre A-S3, présenté dans ce texte, emprunte à l'une et à l'autre de ces orientations avec une perspective encore différente. En effet, l'objectif du cadre A-S3 est de mettre en évidence une série de facteurs, reposant sur des analogies, qui orientent la résolution et permettent d'anticiper des éléments de difficulté auxquels sont susceptibles de faire face les élèves. Ce sont autant de dimensions sur lesquelles il est possible de travailler en classe afin d'accompagner leur développement conceptuel des notions mathématiques en jeu dans les problèmes résolus. La sollicitation du cadre de l'analogie repose sur des travaux de psychologie qui ont mis en évidence la place prépondérante des analogies dans la construction de la représentation d'une situation et dans la possibilité de mettre en œuvre des inférences à leur propos (Gentner, Holyoak & Kokinov, 2001 ; Hofstadter & Sander, 2013). Dans une analogie, une situation source, connaissance préalable de l'individu, sert de référence pour interpréter une situation cible nouvellement rencontrée (Holyoak & Thagard, 1995), ici l'énoncé du problème. Le cadre de l'analogie met donc l'accent sur la place des connaissances préalables d'un individu dans la résolution d'un nouveau problème. De ces connaissances issues de la vie quotidienne, des pairs, des parents, d'interactions avec l'environnement, d'autres apprentissages scolaires, vont être dérivées des conceptions intuitives, qui vont influencer la résolution. Le cadre A-S3 distingue plus précisément trois formes d'analogies associées aux conceptions intuitives : les analogies de substitution, les analogies de scénario et les analogies de simulation.

1 Le cadre A-S3, fondé sur trois formes d'analogies

Le cadre A-S3 (Sander, 2018b) s'appuie sur trois formes d'analogies, celles qui relèvent de la notion mathématique concernée – les analogies de substitution –, celles qui dépendent du scénario évoqué par l'énoncé du problème – les analogies de scénario –, celles qui reposent sur la simulation de la représentation – les analogies de simulation. Ces trois formes d'analogies et les conceptions qui en découlent peuvent être qualifiées d'intuitives au sens de Fischbein (1987, 1989) par le fait qu'elles prennent une forme d'évidence : elles paraissent directement valables pour l'individu sans nécessité de justification. Chacune d'entre elles est susceptible de conduire à une concordance entre la conclusion obtenue en faisant

référence à l'analogie et la solution atteinte en mobilisant la notion mathématique en question. Alors que la concordance est un facteur facilitateur de la résolution dans la mesure où la conception intuitive conduit au résultat correct, les cas de discordance sont ceux où celle-ci ne conduit pas à la solution. La discordance est alors un facteur de difficulté pour l'élève. Un enjeu d'apprentissage est que les élèves soient en mesure de résoudre des problèmes qui relèvent de situations tant concordantes que discordantes pour aboutir à une conceptualisation suffisamment étendue des notions mathématiques travaillées et une autonomie dans leur résolution. Il s'agit en particulier d'apprendre à décontextualiser les stratégies de résolution et être le moins possible tributaire de contextes uniquement concordants. En tant qu'enseignant·e, le fait qu'un énoncé se situe (concordance) ou non (discordance) dans le champ de validité de la conception intuitive constitue donc un facteur à prendre en compte dans l'analyse d'un énoncé.

1.1 Les analogies de substitution

Les analogies de substitution sont nommées ainsi car une connaissance issue de la vie quotidienne vient se substituer pour l'élève à la notion mathématique concernée. Différents travaux (Fischbein, 1989 ; Lakoff & Nunez, 2000) ont mis en évidence que les notions mathématiques sont intuitivement conçues par référence à des connaissances issues de la vie quotidienne. Ainsi, chaque notion mathématique est d'abord abordée par analogie avec une connaissance préalable : la soustraction est conçue comme la recherche de la valeur du reste dans une situation de retrait, l'addition comme la recherche du résultat d'un ajout, la multiplication comme une réplication sommative d'une même entité, la division comme la recherche de taille de la part dans un contexte de partage équitable. Ce phénomène conduit à ce que les énoncés qui se situent dans le champ de validité de la conception intuitive associée à la notion mathématique concernée, c'est-à-dire pour lesquels la référence à la connaissance de substitution conduit au résultat correct (énoncés concordants), soient mieux réussis que les autres (énoncés discordants). En outre ce phénomène ne disparaît pas avec l'enseignement : un ensemble de travaux ont ainsi montré que des adultes, notamment des enseignant·es en formation, restent influencé·es par ces conceptions intuitives (Tirosh & Graeber, 1991). Cela conduit par exemple à ce que lorsque l'on sollicite des adultes pour proposer un énoncé de problème qui se résolve par une opération donnée, la grande majorité d'entre eux propose des énoncés qui se situent à l'intérieur du champ de validité de la conception intuitive, c'est-à-dire une perte avec recherche de reste pour la soustraction, un ajout avec recherche de la totalité pour l'addition, un partage avec recherche de la taille de la part pour la division, un ajout réitéré avec recherche de la totalité pour la multiplication. Des difficultés apparaissent pour concevoir des situations hors du champ de validité. Ainsi, la tâche de trouver un problème de division pour lequel le résultat est supérieur à la valeur initiale est largement échouée par des élèves de début de collège et des adultes en licence de sciences humaines en France (Sander, 2008).

1.2 Les analogies de scénario

Le texte d'un énoncé de problème met en présence un certain nombre d'entités. Les situations mises en scène dans les énoncés évoquent alors des scénarios plus ou moins concordants avec les manières dont les entités présentes dans l'énoncé sont usuellement liées entre elles dans les situations les plus familières pour les élèves. Ces situations familières conduisent à évoquer certaines opérations mathématiques en fonction des relations qui existent entre les entités présentes dans l'énoncé. Par exemple, un problème faisant mention de pommes et d'oranges, de tulipes et de roses, de billes bleues et de billes rouges évoque avant tout une opération du champ additif, c'est-à-dire une addition ou une soustraction (par exemple rechercher le nombre total de fruits), alors qu'un énoncé mettant en jeu des oranges et des paniers, des tulipes et des vases, des billes et des sacs, évoque avant tout une opération du champ multiplicatif, c'est à dire une multiplication ou une division (par exemple rechercher le nombre d'oranges par panier). La concordance ou la discordance entre les opérations arithmétiques suscitées par les relations entre les entités présentes dans l'énoncé et celles qui permettent d'aboutir à la solution est alors un facteur de facilitation ou au contraire de difficulté de la résolution pour l'élève. Par exemple un énoncé tel que « Combien ai-je de fois de plus de pommes que d'oranges ? » est discordant sur le plan de l'analogie de scénario du fait qu'en dépit de la présence dans l'énoncé de deux sous-catégories d'une même catégorie

superordonnée (ici les pommes et les oranges comme deux sous-catégories de la catégorie des fruits), c'est une division, et non une addition ou une soustraction, qui conduit à la solution. De même, un énoncé tel que « Combien y-a-t-il de plus d'élèves que de pommes ? » est discordant car la relation sémantique entre « pommes » et « élèves » incite plutôt à une division alors qu'une soustraction conduit à la solution. On notera toutefois l'importance de ne pas rompre le contrat didactique (Brousseau, 1990) lors de l'introduction d'énoncés discordants. Ainsi, la question « Combien y-a-t-il de plus d'élèves que de pommes ? » est tout à fait recevable dans un contexte de distribution des pommes pour le goûter, de même que « Combien ai-je de fois de plus de pommes que d'oranges ? » dans un contexte de réalisation d'une salade fruits, à l'inverse d'un énoncé tel que « Il y a 6 pommes et 3 paniers. Combien y-a-t-il d'objets en tout ? » pour lequel il est très difficile d'imaginer un contexte qui justifie que cette question soit posée.

1.3 Les analogies de simulation

Enfin, la troisième forme d'analogie distinguée dans le cadre A-S3 concerne la mise en œuvre de stratégies informelles dans la résolution et le fait que celles-ci puissent conduire ou non à la résolution du problème. Il s'agit des analogies de simulation qui reposent sur une simulation mentale fondée sur une représentation analogue à la situation décrite dans l'énoncé, c'est-à-dire, pour reprendre Johnson-Laird (1983) dans laquelle la représentation est en correspondance terme à terme avec une situation du monde réel à laquelle l'énoncé réfère. En effet, dans certaines situations il est possible d'aboutir à la solution sans faire appel aux opérations arithmétiques qui reflètent la structure mathématique de l'énoncé mais en simulant mentalement la situation décrite par celui-ci. Ainsi un énoncé tel que « Léa a 23 billes. Elle en perd 4 à la récréation. Combien de billes reste-t-il à Léa ? » peut être résolu mentalement en enlevant une à une chacune des billes perdues : 22 (1), 21 (2), 20 (3), 19 (4), pour aboutir au résultat 19. Ce type de stratégie informelle est observé chez des élèves avant même l'introduction en classe des opérations arithmétiques concernées et ne permet d'aboutir à la solution que dans des contextes restreints. Si l'on poursuit l'exemple précédent avec l'énoncé « Léa a 23 billes. Elle en perd 19 à la récréation. Combien de billes reste-t-il à Léa ? », le résultat de la perte de 19 billes ne peut pas être obtenu de la même manière car cela nécessiterait d'enlever une par une 19 billes de 23 pour aboutir à la valeur 4, ce qui pratiquement s'avère impossible. On notera qu'il ne s'agit pas uniquement d'une question de taille des nombres car un énoncé tel que « Léa a 19 billes. Elle en gagne à la récréation, maintenant elle en a 23. Combien de billes Léa a-t-elle gagnées ? » se résout par simulation mentale : 20 (1), 21 (2), 22 (3), 23 (4) et reste bien mieux réussi que le précédent. Brissiaud et Sander (2010) (cf. aussi Gvozdic & Sander, 2017) ont en effet montré dans des études auprès d'élèves de CE1 et de CE2 que les énoncés concordants sur le plan des analogies de simulation, c'est-à-dire ceux pour lesquels la simulation mentale de la situation décrite dans l'énoncé conduit à la solution étaient largement mieux réussis que ceux qui sont discordants. Ainsi, l'énoncé « Léa a 9 billes. Elle en gagne à la récréation, maintenant elle en a 23. Combien de billes Léa a-t-elle gagnées ? », discordant pour l'analogie de simulation (l'écart entre 9 et 23 n'étant pas simulable mentalement), sera davantage échoué que le précédent.

Il y a alors un enjeu d'apprentissage important à ce que les élèves, lorsque l'analogie de simulation est discordante, soient en mesure d'envisager des stratégies alternatives de résolution, d'autant que les stratégies accessibles dans des contextes différents leur permettent d'aboutir à la solution. Dans les exemples précédents, on note que la stratégie de simulation mentale qui permet de résoudre le problème « Léa a 23 billes. Elle en perd 4 à la récréation. Combien de billes reste-t-il à Léa ? » serait adaptée pour résoudre le problème « Léa a 4 billes. Elle en gagne à la récréation, maintenant elle en a 23. Combien de billes Léa a-t-elle gagnées ? ». C'est précisément l'enjeu du recodage sémantique, qui conduit à rendre possible d'envisager une situation selon une perspective différente, rendant disponible des stratégies associées en général à d'autres situations.

2 Le recodage sémantique

Le recodage sémantique consiste à coder une situation d'une manière qui est atypique pour la situation concernée mais qui est spontanément adoptée pour d'autres situations. Ce qui fonde la démarche de

recodage sémantique est d'accompagner l'élève à aller au-delà des situations de discordance, quel que soit le type d'analogie intuitive considérée, pour élaborer un nouveau codage qui rende accessible d'autres stratégies de résolution. Il s'agit de se décentrer du point de vue immédiat et d'en adopter un autre potentiellement plus fécond pour résoudre le problème.

Par exemple, un énoncé tel que « J'ai 48 oranges réparties également entre 4 paniers » évoque un scénario de distribution équitable d'entités entre un certain nombre de contenants (« Combien y-a-t-il d'oranges par panier ? »). Cette relation fonctionnelle se trouve incarnée dans de nombreux contextes, par exemple des fleurs dans des vases, des billes dans des sacs, des vêtements dans des valises, etc. Dans ces contextes, la relation fonctionnelle évoque, du fait de l'analogie de scénario, une opération de type multiplicatif (multiplication ou division), contrairement à des contextes dans lesquels les entités sont des sous-catégories d'une même catégorie générale, tels que des oranges et des pommes, des tulipes et des roses, des billes bleues et des billes rouges, etc. Dans ce dernier cas, il y a un enjeu d'apprentissage à ce que le codage spontané, qui oriente vers un statut symétrique pour les deux entités (« Combien de fruits ? », « Combien de fleurs ? », « Combien de billes ? », etc.), puisse faire l'objet d'un recodage de même nature que la relation fonctionnelle (« Combien y-a-t-il d'oranges par pomme ? »). Un tel recodage soutient la possibilité d'envisager une structure multiplicative dans un contexte sémantique qui originellement ne s'y prête pas et constitue un chemin vers l'abstraction dans la mesure où les caractéristiques sémantiques initialement perçues cessent d'être des prérequis pour que l'élève soit en mesure d'envisager une structure multiplicative. Des énoncés peuvent être élaborés pour susciter un tel recodage : par exemple « Léa a 48 oranges et Théa a 4 pommes. Combien Théa recevra-t-elle d'oranges contre chacune de ses pommes si Léa et Théa échangent leurs fruits ? ».

Le fait d'introduire en classe des activités centrées sur le recodage sémantique peut s'avérer bénéfique. Cela a notamment été montré dans le cadre de l'enseignement des structures additives au CP, pour lequel des élèves ont particulièrement progressé dans la résolution d'énoncés où l'analogie de simulation était obstructive (par exemple « J'ai 21 billes. J'en perds 19. Combien m'en reste-t-il ? »), en travaillant avec les élèves un recodage les amenant à considérer qu'une telle situation pouvait se recoder selon un scénario de type addition lacunaire, même si la perception initiale n'était pas celle-ci. Il s'agirait dans l'exemple précédent de reconnaître que si on ajoute aux 19 billes perdues celles qui restent, on trouve le nombre de billes à l'origine. De ce fait, l'élève apprend à envisager plusieurs stratégies possibles de résolution pour un même énoncé et à sélectionner la plus efficace dans un contexte donné. Dans le cas précédent, il devient possible de résoudre le problème « J'ai 21 billes. J'en perds 19. Combien m'en reste-t-il ? » en cherchant combien je dois ajouter à 19 pour trouver 21, ce qui peut se trouver aisément par simulation mentale (20 (1), 21 (2)), alors que la même tentative en tentant d'enlever 19 de 21 est bien plus coûteuse. Ainsi, selon les valeurs de l'énoncé, l'élève se trouve plus à même de recourir à la stratégie la plus efficiente. Il a ainsi été montré un progrès important dans la résolution de problèmes discordants par le recours à de tels recodages (Gvozdic & Sander, 2020). D'autres travaux auprès d'élèves de fin d'école primaire, faisant cette fois intervenir des problèmes à structure additive à plusieurs étapes, ont montré qu'à l'issue d'un enseignement construit autour d'activités de recodage, les élèves s'avéraient en mesure de résoudre avec succès par des stratégies efficientes des énoncés qui posaient des difficultés y compris à des adultes (Gamo, Sander & Richard, 2010). Un tel bénéfice a été observé également auprès d'élèves faisant partie de réseaux d'enseignements prioritaires (Gamo, Nogry & Sander, 2014).

Il y a un enjeu important à être en mesure de proposer des énoncés discordants et à travailler ces énoncés en classe en suscitant un recodage sémantique afin que les élèves ne soient pas en réussite dans les seuls contextes où la conception intuitive est favorable. La possibilité de prendre appui sur des exercices tantôt concordants et tantôt discordants est alors un paramètre important dans une progression d'apprentissage. Pour cela, une analyse de la nature des exercices proposés dans les manuels scolaires est particulièrement informative.

II - ANALYSE DE MANUELS SCOLAIRES PAR LE CADRE A-S3

1 Objectifs de l'étude et méthode

La question que se pose cette étude (Rivier, Scheibling-Sève & Sander, en révision) est de savoir si les élèves sont régulièrement confrontés à des problèmes discordants ou si, au contraire, ils sont principalement exposés à des problèmes concordants. Ainsi, son objectif est d'analyser les problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés par les manuels scolaires de cycle 2 selon leur concordance ou leur discordance sur le plan des trois formes d'analogies intuitives distinguées par le cadre A-S3, étant établi que ces manuels constituent des supports pédagogiques fréquemment utilisés par les enseignant·es pour concevoir et conduire les séances d'apprentissage en mathématiques. Parmi les nombreuses propositions d'éditeurs, quatre collections ont été retenues pour cette étude sur l'ensemble du cycle 2 : l'une faisant l'objet d'une diffusion large de longue date (*Cap Maths*), une autre observée comme fréquemment utilisée en classe par des conseiller·ères pédagogiques de circonscription (*Vivre les Maths*), une autre ayant émergé récemment (*MHM*), une quatrième ayant été l'objet d'une focale médiatique et institutionnelle (*Méthode de Singapour*). De cette manière, plus de 3000 énoncés issus de douze manuels ont été analysés selon leur caractère concordant ou discordant sur le plan des analogies de substitution, de scénario et de simulation. L'analyse du corpus a permis d'établir des taux de discordance qui ont été comparés, pour les analogies de substitution et de simulation au taux théorique minoritaire (50%) et pour l'analogie de scénario, au taux théorique fortement minoritaire (33%). Les résultats montrent que certains types de problèmes sont effectivement sous-représentés et révèlent une répartition hétérogène des taux de discordance selon le type d'analogie, le niveau de classe, le manuel scolaire et l'opération arithmétique impliquée dans la résolution.

2 Résultats

En premier lieu, les résultats montrent que le nombre d'énoncés proposés dans ces manuels varie considérablement selon le niveau scolaire concerné, les activités de résolution de problèmes arithmétiques verbaux étant plus fréquemment proposées aux élèves en fin de cycle. Par ailleurs, il apparaît que les collections de manuels scolaires diffèrent également par le nombre d'énoncés qu'ils proposent, *Vivre les Maths* et *Cap Maths* intègrent un nombre considérablement plus élevé d'énoncés que *MHM* ou *la Méthode de Singapour*. Nous nous sommes ensuite intéressés à l'analyse du corpus sur le plan de chacune des trois analogies, selon le niveau de classe, le manuel scolaire et la structure mathématique de l'énoncé.

2.1 Analogies de substitution

Pour l'analogie de substitution, qui lie connaissances quotidiennes et notions mathématiques, les résultats montrent que les énoncés discordants sont significativement moins nombreux que les énoncés concordants, avec un taux de discordance qui varie de manière importante d'un niveau scolaire à un autre. C'est au CP que le taux de discordance est le plus faible, alors qu'au CE1 et au CE2, même si la discordance reste minoritaire, les écarts entre taux de concordance et de discordance se resserrent. Les collections analysées suivent cette configuration de manière plus ou moins marquée : au CP, les taux de discordance sont significativement minoritaires pour trois manuels (*Cap Maths*, *MHM* et *Méthode de Singapour*) et pour deux manuels au CE1 (*Cap Maths* et *MHM*). À l'exception du manuel *Cap Maths* de CE2, aucun manuel ne présente de taux de discordance significativement majoritaire pour l'analogie de substitution.

Si l'on examine l'opération arithmétique impliquée dans les énoncés, les résultats montrent pour l'analogie de substitution, une grande hétérogénéité des taux de discordance quel que soit le niveau de classe, avec un faible taux de discordance pour l'addition (entre 10% et 23%) et la multiplication (entre 2% et 4%) alors qu'il est majoritaire pour la soustraction (entre 62% et 85%) et la division (entre 55% et 74%).

2.2 Analogies de scénario

Concernant l'analogie de scénario, les résultats montrent que les énoncés discordants sont significativement très minoritaires (moins de 33%) pour chacun des trois niveaux de classe, la proportion

de discordance s'accroissant entre le CP et le CE2. Ces taux de discordance sont significativement très minoritaires pour chacun des quatre manuels au CP et au CE1. Au CE2, ce taux est significativement très minoritaire pour *MHM* et significativement minoritaire pour *Cap Maths*, *Méthode de Singapour* et *Vivre les Maths*. Sur le plan de l'opération arithmétique impliquée, les énoncés discordants sont significativement très minoritaires pour l'ensemble des quatre opérations au CP et au CE1. Cela reste le cas pour la multiplication au CE2, tandis que les discordances restent encore significativement minoritaires pour l'addition, la soustraction et la division.

2.3 Analogies de simulation

Pour l'analogie de simulation, les résultats montrent que les énoncés discordants sont significativement majoritaires (supérieurs à 50%). Cependant, le taux de discordance est significativement minoritaire au CP puis devient significativement majoritaire à partir du CE1. Ce taux augmente significativement entre le CP et le CE2. Par ailleurs, au CP, les énoncés discordants sont significativement minoritaires pour trois manuels (*Cap Maths*, *MHM* et *Vivre les Maths*). Au CE1, les énoncés discordants sont significativement majoritaires pour trois manuels (*Cap Maths*, *Méthode de Singapour* et *Vivre les Maths*) et pour les quatre manuels au CE2. Cette évolution du taux de discordance de simulation au cours du cycle peut s'expliquer par l'accroissement du champ numérique maitrisé par les élèves prévu par les programmes scolaires, qui atteint 10 000 au CE2.

3 Conclusion

Les résultats de cette étude montrent ainsi que les élèves sont exposés avec des fréquences très variables aux différents types d'énoncés. Ils sont notamment peu amenés à résoudre des énoncés discordants sur le plan de l'analogie de scénario, ainsi que pour certaines opérations. Il est en particulier intéressant de noter que la multiplication est une opération pour laquelle les énoncés sont majoritairement concordants sur le plan des trois analogies et tout au long du cycle. L'introduction plus systématique d'énoncés discordants constitue une piste à envisager pour exercer les élèves à résoudre des énoncés hors des domaines de validité de leurs conceptions intuitives. En d'autres termes, il s'agirait d'accroître les occasions d'avoir à surmonter des inférences spontanées obstructives et de travailler les notions arithmétiques dans l'ensemble de leurs dimensions. Le projet AIR2 s'inscrit dans cette perspective.

III - PROJET AIR2 - ANALOGIES INTUITIVES, RECODAGE ET RESOLUTION

Le projet AIR2, acronyme de Analogies Intuitives, Recodage et Résolution, propose d'évaluer les effets d'une progression pédagogique intégrant une fréquence contrôlée d'énoncés de problèmes discordants sur le plan des analogies de substitution, de scénario et de simulation sur les performances des élèves. Elle est associée à une mise en œuvre de séances pédagogiques visant à favoriser le développement conceptuel des élèves par la mobilisation d'outils de modélisation favorisant le recodage sémantique par l'élève, comme le propose le modèle SECO (Gros, Thibaut & Sander, 2020). Le projet AIR2 comprend d'une part des modules de formation au cadre théorique A-S3, aux principes de recodage sémantique et à l'approche didactique spécifique, d'autre part un pré- et un post-test ainsi que la conduite d'une séquence d'apprentissage de 10 séances dans sa première déclinaison, avec des temps d'accompagnement des enseignant·es par les formateur·rices et les chercheur·es. En 2021, le projet a été implémenté dans 28 classes de primaire (soit 482 élèves du CP au CM2) dans le département de la Drôme et dans deux classes du Canton de Genève (soit 38 élèves de 3PH et 4PH, ce qui correspond au CP et au CE1 en France).

1 Formations et accompagnement

Dans le contexte scolaire français, le projet AIR2 a été présenté aux formateur·rices (conseiller·ères pédagogiques et PEMF) membres du groupe départemental mathématiques au mois de novembre 2020.

Plusieurs ont fait le choix de diffuser la proposition d'intervention aux Constellations[1] dont il·elles avaient la responsabilité. Quatre PEMF ont souhaité intégrer leur classe dans le projet ainsi qu'une équipe d'école d'application et son directeur. D'autre part, dans le Canton de Genève, deux enseignantes et deux responsables pédagogiques du Département de l'Instruction Publique se sont portés volontaires pour suivre le programme.

Les sessions de formation ont constitué un volume de 12 heures, intégrées dans les horaires de formation continue annuelle. Les contenus de ces sessions étaient les suivants :

- Apports théoriques sur les conceptions intuitives, le cadre A-S3 et le recodage sémantique,
- Présentation du pré-test et des conditions de passation,
- Proposition et appropriation de la progression pédagogique et déroulement d'une « séance type »,
- Présentation des documents pédagogiques servant de supports aux séances : fiche de préparation, document élève, supports de vidéo-projection,
- Séances d'accompagnement pendant la mise en œuvre de la séquence dans les classes,
- Séance de bilan et de communication des résultats provisoires après la passation du post-test.

Chaque session a été co-élaborée et co-animée par le·la formateur·rice de terrain et les chercheur·es. De la même manière, les séances de la séquence ont été conçues en collaboration. L'objectif était de garantir des conditions écologiques d'implémentation en élaborant un dispositif de formation compatible avec les contraintes institutionnelles et en laissant aux enseignant·es la responsabilité de la mise en œuvre pédagogique. Notons également que pour deux des Constellations engagées, les formateurs sont parvenus – malgré les contraintes de la pandémie Covid – à organiser des visites croisées et leur co-analyse.

2 Progression pédagogique

La progression pédagogique proposée a tenu compte des compétences visées par les programmes et des champs numériques propres aux niveaux de classe. Les élèves de CP et CE1 (ainsi que 3PH et 4PH) ont travaillé sur des problèmes du champ additif uniquement. Pour les degrés supérieurs, la progression a intégré les problèmes de structure multiplicative. Pour tous les niveaux, les deux premières séances de la séquence visaient la découverte et l'appropriation d'outils de modélisation, à savoir la boite à nombres et le schéma ligne (Figure 1). Ces outils, développés dans le cadre du dispositif ACE-Arithmécole (cf. IV), sont complémentaires, la boite à nombres visant à soutenir la compréhension de la situation en appui sur une représentation cardinale des variables alors que le schéma-ligne présente ces variables selon une modalité ordinale. Ces outils facilitent l'accès à la relation que les variables entretiennent (addition ou soustraction) et l'identification de la quantité recherchée. Les séances ont été conçues afin que les différents types de discordance soit spécifiquement travaillés pour chaque opération arithmétique.

[1] Une Constellation correspond à un groupe d'enseignant·es de primaire regroupé.es pour travailler collectivement à une problématique commune en mathématiques ou en français. Chaque Constellation, accompagnée par un·e conseiller·ère pédagogique, bénéficie de 30 heures de formation continue sur une année scolaire, dans et hors temps scolaire.

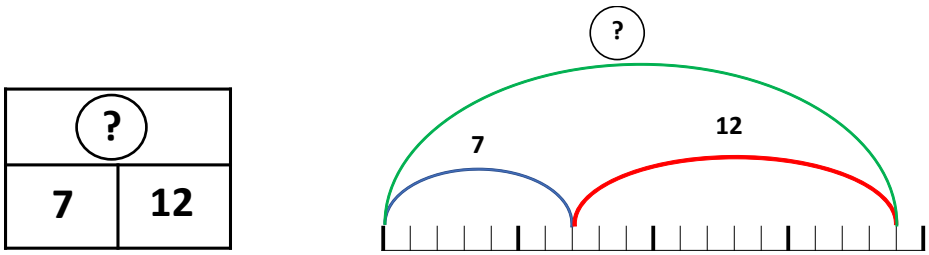


Figure 1. Boite à nombres et schéma-ligne complétés pour l'énoncé « Cléo avait des fleurs. Elle a distribué 7 fleurs à ses amis. Maintenant, il lui reste 12 fleurs. Combien avait-elle de fleurs au début ? »

3 Séance d'apprentissage « type » : une structure récurrente

Les dix séances de la séquence ont partagé une structure commune :

- Recherche individuelle sur un énoncé de type nouveau (énoncé 1 du document élève) puis mise en commun collective,
- Recherche individuelle sur les énoncés suivants, le document élève proposant des énoncés de types travaillés lors de séances antérieures ou du même type que l'énoncé 1,
- Mise en commun collective ciblée et différée sur un énoncé identifié par l'enseignant·e comme ayant présenté des difficultés spécifiques de résolution.

Pour conduire chaque séance, une fiche de préparation pédagogique détaillée était fournie aux enseignant.es. Préalablement travaillée et analysée lors des temps de formation, elle présente l'analyse des difficultés de l'énoncé, les points de vigilance qui en découlent ainsi que des propositions de reformulation explicites pour guider le recodage sémantique.

Les livrets d'énoncés comptaient pour chaque séance 8 énoncés pour les élèves de CP et CE1 (3PH, 4PH en Suisse romande) et 12 énoncés pour les CE2 et CM, l'objectif étant de permettre une pratique intensifiée de l'activité de résolution, sans que soit toutefois exigé que tous les élèves traitent l'intégralité des énoncés. Chaque page du document présente l'énoncé, les outils de modélisation – schéma-ligne et boite à nombres –, vierges, ainsi qu'un cadre pour écrire le calcul et la phrase-réponse à compléter. Il a été demandé aux élèves tout au long de la séquence de compléter chacune de ces étapes du processus de résolution. À partir du CE2, l'espace de la feuille était laissé vierge, les élèves étant en mesure de faire les tracés et de rédiger.

4 Bilan du projet AIR2 2021 et perspectives

L'année 2021 constituait la première implémentation du projet AIR2 dans les classes. Les résultats provisoires montrent une évolution positive des compétences arithmétiques entre les pré et post-tests, tout particulièrement pour l'addition au CP, et pour la multiplication du CE2 au CM. Les progrès constatés ouvrent des perspectives à la poursuite du projet et à l'amélioration du dispositif par la prise en compte de plusieurs éléments.

En France, la séquence a été conduite sur cinq semaines, à raison de deux séances hebdomadaires. En particulier au début de la séquence, la durée de 45 minutes prévue pour chaque séance s'est avérée insuffisante, ce qui a conduit les enseignant·es à la dédoubler. Leurs retours nous ont incités à proposer aux enseignantes genevoises plus tardivement dans l'année scolaire, de programmer une seule séance d'apprentissage hebdomadaire, ce qui s'est avéré satisfaisant. Cette modalité sera conservée pour les futures études.

Par ailleurs, le format de 10 séances, contraint par les contraintes calendaires en 2021, n'a pas permis de travailler de manière exhaustive les huit types de problèmes et leurs différents niveaux de difficultés pour chacune des opérations arithmétiques. Par exemple, la discordance de substitution pour la soustraction peut concerner un problème de transformation (« Joe avait 3 billes. Tom lui en a donné. Joe a maintenant

8 billes. Combien Tom a-t-il donné de billes à Joe ? ») comme un problème de comparaison (« Joe a 8 billes. Tom a 5 billes. Combien Tom a-t-il de billes de moins que Tom ? »). Dans l'objectif d'élaborer une progression favorisant l'apprentissage des notions arithmétiques dans toutes leurs dimensions il paraît indispensable d'intégrer des séances spécifiques pour chaque type d'énoncés. En conséquence, le projet AIR2 comprendra, dans sa prochaine version, une séquence de 15 séances, avec la perspective d'un déploiement sur un plus large éventail de compétences pour ses versions ultérieures.

Un autre questionnement s'ouvre également en ce qui concerne l'utilisation systématisée des outils de modélisation par les élèves dans leur résolution. Pour cette première étude, le choix avait été fait d'imposer l'utilisation systématique de ces outils tout au long de la séquence, justifié par les résultats de la recherche ACE (cf. IV) montrant leurs bénéfices sur la compréhension des énoncés. Nous envisageons désormais d'inclure dans notre approche didactique un processus de désétayage, considérant que l'élève qui s'est approprié les outils de recodage ou dont le champ conceptuel de la notion s'est accru, doit pouvoir choisir d'avoir recours ou non aux outils. Le projet AIR2 comprendra donc à l'avenir des documents élèves modifiés, incluant progressivement des énoncés pour lesquels le tracé des schémas sera demandé uniquement lorsque l'élève n'aura pas résolu correctement le problème.

Les formateur·rices et enseignant·es de l'académie de Grenoble et du Canton de Genève s'étant porté·es volontaires pour intégrer le projet AIR2 en 2022 auront donc l'occasion de mettre à l'épreuve un nouveau protocole dont nous faisons l'hypothèse qu'il bénéficiera encore davantage aux apprentissages des élèves d'école primaire.

IV - DISPOSITIF COLLABORATIF DE FORMATION ACE-ARITHMECOLE

1 La progression ACE-Arithmécole

ACE-Arithmécole (Vilette et al., 2017 ; Fischer et al., 2019) est un projet initié en 2012 fondé sur les résultats de recherches en psychologie du développement cognitif et en didactique des mathématiques. Son objectif a été de développer une progression d'apprentissage pour l'enseignement de l'arithmétique, d'abord pour la classe de CP puis le CE1 et CE2. Les principes d'ACE-Arithmécole sont organisés selon quatre axes :

- Donner du sens aux nombres : mise en correspondance entre les nombres écrits (nombres et calculs) et leur représentation sous forme de grandeurs. Entraînement régulier à l'estimation numérique toute l'année.
- Identifier les types d'énoncés de problèmes en lien avec le cadre A-S3 et comprendre l'enjeu de la construction de la représentation des situations.
- Consolider les faits arithmétiques en lien avec l'acquisition de procédures de calcul : pratique intense et quotidienne du calcul mental.
- Expérimenter les mathématiques en maniant différentes représentations numériques et procédures de calcul comme la composition/décomposition, le groupement par 10, etc. dans des situations d'apprentissage numérique évolutives.

L'objectif dans la présente contribution n'est pas de présenter en détail la progression ni les données sur les apprentissages des élèves qui sont développés par ailleurs (Vilette et al., 2017 ; Fischer et al., 2019). L'accent sera mis sur l'introduction de la progression ACE-Arithmécole avec l'intention de contrer les limitations des conceptions intuitives dans l'appréhension des énoncés et de construire une notion conceptuellement riche de l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

2 Un principe d'ingénierie coopérative

Cette progression est le fruit d'une ingénierie didactique coopérative (Sensevy, Forest, Quilio & Morales, 2013 ; Sensevy 2021) entre professeurs des écoles, formateur·rices et chercheur·euses en didactique des

mathématiques et en psychologie du développement cognitif. Dans cette démarche de recherche les enseignant·es en formation et les formateur·rices sont pleinement partie prenante :

> *La recherche aide à réguler la formation qui, elle-même, sert de support à la recherche. La formation sert de support à l'action des enseignants en formation, celle-ci est analysée lors de la formation. Chacun en tire parti pour sa propre pratique dans un esprit de collaboration et de partage de compétences. (Charlier, Daele & Deschryver, 2002, p. 350)*

Il s'agit alors de s'appuyer sur la recherche pour réguler la pratique en tenant compte de l'expérience individuelle des acteur·rices et du contexte institutionnel. L'aspect « recherche » favorise la régulation de la formation et de l'action des enseignant·es, et le côté « formation » soutient leur action (Charlier, et al., 2002).

3 Dispositif ACE-Arithmécole en Haute-Savoie

Un partenariat entre l'académie de Grenoble, la circonscription d'Annemasse I et l'université de Genève a permis la mise en œuvre d'un dispositif collaboratif de formation dès l'automne 2018.

3.1. Année 1 : 2018-2019

Quatre écoles (hors REP) ont participé à cette première année, soit 25 enseignant·es ayant des classes allant de la grande section de maternelle au CM1.

Une entrée dans la progression ACE-Arithmécole avec un apport didactique et des échanges autour des principes et de l'organisation de la progression ont été réalisés lors des deux premières journées de formation. Trois autres journées de regroupement réparties sur l'année avaient pour objectif de développer l'aspect théorique de la progression, notamment la place des conceptions intuitives, l'analyse et la production d'énoncés de problèmes et la question du recodage sémantique. Il s'agissait aussi de mener une réflexion collective sur les pratiques et les outils ACE-Arithmécole. Par ailleurs deux journées de travail en équipe de cycle (CP/CE1/CE2) ont eu lieu dans chaque école avec la présence d'une formatrice.

Des enseignant·es-chercheur·euses de l'équipe IDEA de l'université de Genève, ayant en particulier contribué depuis sa création au volet résolution de problèmes de la partie de la progression ACE-Arithmécole participaient à toutes les journées de regroupement/formation pour apporter leur soutien sur les processus d'apprentissages et d'enseignement dans ce domaine. Sur le plan pédagogique, l'accompagnement était assuré par une conseillère pédagogique départementale et chargée de mission pour accompagner les référent·es mathématique de circonscription de l'académie de Grenoble, ainsi que par une formatrice référente mathématiques de la circonscription Annemasse I. La coordination entre les enseignant·es, les formatrices et les chercheur·euses était assurée par une professeure des écoles de la circonscription d'Annemasse I et stagiaire dans l'équipe IDEA. Par ailleurs, les ressources institutionnelles, apports de la recherche et contributions des enseignant·es étaient regroupés sur un espace numérique Tribu « Espace collaboratif ACE-Arithmécole 74 ».

Dans le but d'étudier la place des conceptions intuitives des enseignant·es et leur impact sur l'analyse de problèmes soustractifs à énoncé verbal ainsi que leur évolution à la suite de la recherche-action-formation ACE-Arithmécole, un questionnaire a été proposé aux personnes participant au projet à deux moments : avant le premier regroupement et en fin d'année scolaire (Naud, 2020). Les données recueillies auprès des enseignant·es en début de projet ont montré la robustesse des conceptions intuitives de la soustraction malgré la formation initiale et continue. Ces résultats sont en cohérence avec ceux de l'étude de Gvozdic et Sander (2018). En post-test, il apparaît qu'il·elles seraient moins influencé·es par la conception intuitive de la soustraction comme recherche du reste connaissant la quantité initiale et la valeur de la perte, analogie de substitution du cadre A-S3 (Sander, 2018b), pour rédiger des énoncés de problèmes, distinguer la difficulté de problèmes et expliquer les erreurs des élèves. Cela se traduit par le fait de tenir davantage

compte de l'importance de la représentation mentale dans la résolution d'un problème pour expliquer les difficultés des élèves. De plus, il a été observé une plus grande diversité dans les énoncés de problèmes soustractifs produits par rapport aux pré-tests.

3.2. Année 2 : 2019-2020

Pour cette seconde année de collaboration, deux nouvelles écoles sont entrées dans le dispositif, une d'Annemasse I et une de la circonscription de Cluse. La cohorte comptait 11 enseignant·es ACE n+1 et 18 enseignant·es entrant·es, ce qui est lié au fort turn-over du bassin genevois.

L'accompagnement a pris deux formes : un regroupement des enseignant·es et un accompagnement en classe. Ainsi trois journées de regroupement encadrées par la référente mathématiques de la circonscription, une conseillère pédagogique départementale et un membre de l'équipe de recherche ont eu lieu sur l'année scolaire. Les deux premières ont permis aux personnes entrant dans le dispositif de bénéficier d'une formation pour une première appropriation des enjeux et des contenus d'ACE-Arithmécole et aux personnes déjà acculturées de mener des temps de réflexion collective autour de la mise en œuvre de la progression. Le troisième jour de formation était centré sur la résolution de problèmes avec des apports didactiques et des échanges. Par ailleurs, la référente mathématiques a assuré deux visites dans les classes des personnes débutant dans ce dispositif.

Des recueils vidéo autour du dispositif ACE-Arithmécole en Haute-Savoie ont été réalisés afin d'illustrer des situations de résolution de problèmes ACE en vue de diffuser des ressources utilisables notamment en formation initiale. Coordonnées par la conseillère pédagogique départementale, ces captations ont été rendues possibles grâce à la collaboration entre l'atelier CANOPE de Lyon et Annecy et les enseignantes de CP et CP-CE1 de Cluse et de Vétraz-Monthoux. D'autre part une visée de formation continue était de mener une réflexion en lien avec les problématiques enseignantes (axe didactique et ergonomique de recueil du réel). Cette dimension était le fruit d'une collaboration entre l'équipe de recherche Afordens «Apprentissage, formation et développement professionnels dans l'enseignement» (Université de Genève) et les enseignantes de CP et CE1-CE2 d'Ambilly. En suivant les principes de l'entretien d'auto-confrontation, il s'agissait de mener une réflexion sur les pratiques (Lussi Borer & Muller, 2014).

3.3. Année 3 : 2020-2021

La troisième année de collaboration, 14 enseignant·es d'Annemasse I sont entré·es dans le dispositif et 12 enseignant·es n+1 et n+2 ont poursuivi leur engagement.

Dans ce contexte, un formateur référent mathématiques de la circonscription Annemasse I a coordonné six temps de trois heures de regroupement en axant les apports et réflexions sur plusieurs thématiques : le fonctionnement d'ACE-Arithmécole pour les personnes entrantes / travail sur le cadre A-S3 avec les personnes n+1 et n+2 ; résolution de problèmes : intervention d'un enseignant-chercheur pour les entrants / focus sur les énoncés pivots pour les n+1 et n+2 ; structure d'une séance de résolution de problèmes ; construction du nombre ; calcul mental et calcul en ligne ; schéma en barre au cycle 3.

Au-delà des réflexions didactiques, un focus a été réalisé sur la pratique de classe avec quatre visites réparties sur l'année scolaire pour chaque enseignant·e du dispositif. Une première visite « diagnostique » était suivie d'une visite croisée entre enseignant·e·s ACE puis d'une séance de co-enseignement (co-conçue avec le formateur) et enfin une visite bilan pouvant être aussi du co-enseignement. L'espace Tribu a permis le partage des outils et des écrits préparatoires.

4 Perspectives

Pour l'année 2021-2022, les enseignant·es entrant dans le dispositif ACE-Arithmécole bénéficieront de temps de formation et d'accompagnement similaires à l'année précédente.

Les enjeux de l'approche ACE-Arithmécole portent à la fois sur la formation des enseignant·es et l'opérationnalisation sur le terrain. Ainsi, en continuité avec le cadre A-S3, l'analyse des manuels et le projet AIR2 une réflexion pourrait être menée avec les enseignant·es quant à la progressivité des énoncés de problèmes arithmétiques soumis aux élèves sur une année scolaire afin d'en saisir l'évolution en regard des conceptions intuitives de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division. En effet, les conceptions intuitives sont limitantes dans le sens où leur domaine de validité n'est pas total. Néanmoins elles sont nécessaires pour initier la construction des savoirs scolaires. C'est de cette façon que pourrait être envisagée leur intégration explicite dans une progression de séquences d'apprentissage, conjointement avec des activités dont l'objectif est d'en contrer les limites.

V - RAIFLEX

Le raisonnement proportionnel est omniprésent tant dans le cadre scolaire, en mathématiques et en sciences (probabilités, taux, densité, vitesse), que dans des contextes quotidiens (réalisation d'une recette de cuisine, calcul pour effectuer des achats en période de soldes, conversions monétaires…). La compréhension de la proportionnalité apparaît cruciale et ne devrait pas être cantonnée au seul enseignement mathématique. En effet, « cette notion est présente [de manière implicite] dans toutes les disciplines enseignées au collège et les élèves français sont toujours en difficulté sur cette notion fondamentale en fin de scolarité obligatoire » (Villani & Torossian, 2018, p. 38). Dans le programme scolaire français, la proportionnalité fait partie des attendus de fin de cycle 3 (CM1-CM2-6e) parce qu'elle est essentielle pour l'apprentissage ultérieur de l'algèbre au cycle 4, toutefois sans être spécifiquement retravaillée dans les programmes hors celui de mathématiques. En outre les prises de décisions fondées sur des statistiques reposent fréquemment sur la compréhension de la proportion. Une compréhension inadéquate conduit à de nombreux biais comme la négligence des taux de base (Casscells, Schoenberger, & Graboys, 1978), qui ont des répercussions dans la prise d'information et de décision, notamment lors de prises de risque. Par exemple, des participants qui doivent juger quelle situation est la plus risquée entre les deux suivantes « 100 personnes décèdent chaque jour du cancer » et « 36 500 personnes décèdent chaque année du cancer », estiment le deuxième énoncé comme indicateur d'un risque plus important que le premier (Bonner & Newell, 2008) alors que la proportion est la même. Une compréhension inadéquate de la proportion a ainsi des répercussions dans la vie quotidienne dans des tâches simples comme complexes.

Une revue de la littérature conduit à identifier cinq principales conceptions intuitives susceptibles d'être impliquées dans le raisonnement proportionnel. La conception intuitive déjà évoquée de l'addition réitérée (Bell, Swan & Taylor, 1981 ; 1998 ; Fischbein et al., 1985 ; Fischbein, 1989 ; Schliemann et al.,) se substitue à la notion de multiplication comme produit entre deux nombres. La conception intuitive de la division comme partage (Fischbein, 1989 ; Tirosh & Graeber, 1991), également évoquée précédemment, fait obstacle à la conception de la division quotition comme rapport entre deux nombres. Dès lors, la fraction est, elle aussi, conçue en premier lieu comme structure bipartite (Bonato et al., 2007 ; DeWolf & Vosniadou, 2015 ; Ni & Zhou, 2005 ; Sophian, 2007 ; Van Hoof et al., 2013) et non comme magnitude. Étant donné que le concept de rapport comme nombre est difficile à construire, une préconception fréquente de la proportionnalité conduit à conserver l'écart entre les grandeurs (Noelting, 1980). En outre, lorsque l'algorithme de la proportionnalité est enseigné (règle de 3, tableaux de proportionnalité), les élèves semblent influencés par l'illusion de linéarité (Van Dooren et al., 2005) et l'appliquent à tout type de problèmes.

1 Le dispositif pédagogique Rai'Flex

Nous avons mené une expérimentation en milieu scolaire auprès d'élèves de CM1-CM2, durant une année scolaire. Les élèves du groupe expérimental ont fait partie d'un dispositif pédagogique Rai'Flex (Raisonnements Flexibles), afin de favoriser le développement de la conception de la proportionnalité (Scheibling-Sève, 2019 ; Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli & Sander, soumis). Le groupe contrôle a

suivi le programme habituel. Trois terrains d'expérimentation ont été choisis pour la mise en œuvre du dispositif dans différents types d'établissements :

- 4 classes expérimentales et 4 classes contrôles, comportant des écoles avec une population scolaire relativement mixte. Par la suite, nous désignerons ce type d'établissement comme formant le sous-groupe ordinaire.
- 6 classes expérimentales (2 écoles) et 6 classes contrôles (2 écoles) faisaient partis d'un réseau REP+. Par la suite, nous désignerons ce type d'établissement comme formant le sous-groupe REP+.
- 4 classes expérimentales (2 CM1 et 2 CM2) et 4 classes contrôles (2 CM1 et 2 CM2) sont issues d'une école privée sous-contrat parisienne laïque avec une population scolaire issue de milieux favorisés. Par la suite, nous désignerons ce type d'établissement comme formant le sous-groupe favorisé.

La revue de la littérature ayant trait aux conceptions intuitives liées au raisonnement proportionnel a conduit à identifier un ensemble de conceptions présentes parmi les élèves, répertoriées dans la partie introductive de cette section. Chaque séance d'apprentissage portait ainsi sur une connaissance scolaire en lien avec les conceptions intuitives associées. Il s'agissait que les élèves prennent conscience de leurs conceptions intuitives puis découvrent et mettent en place des stratégies pour aller au-delà de ces points de vue intuitifs, par recodage sémantique. Durant les séances d'apprentissage, les élèves sont incités à recoder la situation via l'explicitation d'un changement de point de vue, et sont ainsi amenés à adopter plusieurs points de vue sur une même situation.

Par exemple, du fait de la conception intuitive de la multiplication comme addition répétée, il existe des difficultés à identifier les deux couples addition/soustraction et multiplication/division. La multiplication parait aller de pair avec l'addition et non avec la division. Un premier enjeu est d'être en mesure de différencier les structures additives des structures multiplicatives dans des problèmes soit additifs (« J'ai 3 billes de plus que toi »), soit multiplicatifs (« J'ai 3 fois plus de billes que toi »), puis dans des problèmes à la fois additifs et multiplicatifs comme les problèmes de distributivité. Ainsi, un objectif est que les élèves distinguent à bon escient les codages *comparaison de plus* et *comparaison fois plus*. Ils sont pour cela amenés à adopter les points de vue « de plus », « de moins », « fois plus », « fois moins ». Par exemple, « Jena a 14 billes et Mateo a 5 billes ». Si je prends le point de vue de Jena, je peux dire « J'ai 9 billes de plus que toi, Mateo ». Si je prends le point de vue de Mateo, je peux dire « J'ai 9 billes de moins que toi, Jena ». Les points de vue adoptés sont ensuite traduits en écriture en mathématiques : 14 = 9 + 5 et 5 = 14 – 9. De cette manière, les élèves s'approprient le fait qu'il s'agit d'une structure additive, où l'addition et la soustraction sont des opérations réciproques. Il est fait de même avec les points de vue « fois plus » et « fois moins », pour mettre en avant que la multiplication est l'opération réciproque de la division.

Un travail d'explicitation par les élèves eux-mêmes est mis en place à la fin de chaque séance. Cette démarche rejoint un aspect davantage métacognitif car les élèves explicitent leur propre connaissance. À la fin de chaque séance, ils sont sollicités pour décrire individuellement « Qu'est-ce que j'ai appris ? » et travailler sur leur « journal de recherche ». Inspiré du « journal du nombre » (Sensevy, Forest, Quilio, & Morales, 2013), l'objectif du journal de recherche est de permettre aux élèves d'écrire des mathématiques en phase avec leur niveau.

2 Protocole d'évaluation

Afin d'évaluer l'impact du dispositif Rai'Flex, les élèves du groupe contrôle et du groupe expérimental ont passé un pré-test au premier trimestre 2017 et un post-test mi-juin 2018. Afin de constituer les tests, des items concordants et discordants avec les conceptions intuitives identifiées ont été construits et des items des évaluations nationales et internationales (TIMMS, Accord nr. IEA-17-178) ont été intégrés.

Au total, 588 élèves étaient présent·es à la fois au pré et au post-test. Le groupe expérimental était composé de 147 élèves de CM1 et 144 élèves de CM2 (53% de filles, âge moyen : 10,5 ans, ET = 0,65). Le groupe contrôle était composé de 127 élèves de CM1 et 170 élèves de CM2 (48% de filles, âge moyen : 10,6 ans, ET = 0,62). Dans chacun des sous-groupes, le processus de sélection des enseignant·es a été similaire. En début

d'année, plusieurs projets leur ont été présentés, dont Rai'Flex. Certain·es enseignant·es ont choisi de s'investir dans le projet Rai'Flex, tandis que d'autres ont choisi de s'investir dans d'autres projets aux thématiques variées. L'objectif était ainsi de contrôler *a minima* l'effet « motivation » de l'enseignant·e (Willingham, 2008) : tous les enseignant·es formant le groupe contrôle et le groupe expérimental étaient motivé·es pour s'investir dans un projet disciplinaire facultatif, mais inclus dans les heures de classe.

Entre janvier et juin 2018, le groupe expérimental a participé à 12 séances d'apprentissage de 1h en mathématiques (raisonnement proportionnel) sur le temps scolaire. Ces 12h de mathématiques du groupe expérimental ont fait partie des heures préalablement dédiées aux mathématiques par les enseignant·es. Les séances d'apprentissage du groupe expérimental ont été, selon le type d'établissement, réalisées soit en totalité par l'expérimentatrice, soit à moitié par l'expérimentatrice et à moitié par l'enseignant·e.

3 Résultats

Le dispositif d'apprentissage fondé sur le recodage sémantique semble avoir favorisé l'atteinte d'un niveau supérieur à celui du groupe contrôle pour le groupe expérimental. Ce résultat apparaît robuste puisqu'il est vérifié à différents niveaux d'analyses. Dans le cadre développé, cette supériorité s'apparente à la capacité de ne pas être restreint au point de vue initial. Dans le domaine du raisonnement proportionnel, les élèves du groupe expérimental raisonnent davantage sur le sens, ne se contentent pas de s'appuyer sur leurs conceptions intuitives et s'avèrent davantage en mesure de résoudre des problèmes selon plusieurs stratégies.

On constate en particulier que le groupe CM1 expérimental atteint un niveau similaire au groupe CM2 contrôle. Le dispositif d'apprentissage semble donc avoir soutenu les élèves de CM1 dans leur progression. Enfin, même si les écarts entre les groupes expérimentaux par type d'établissement (favorisé > ordinaire ≥ REP+) demeurent, les écarts croisés entre groupe expérimental et groupe contrôle par type d'établissement se sont réduits : le groupe ordinaire expérimental atteint le même niveau que le groupe contrôle favorisé et le groupe REP+ expérimental dépasse le groupe contrôle ordinaire. Ainsi, ce dispositif semble avoir favorisé une réduction d'écart entre types d'établissement.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Bell, A., Swan, M., & Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. *Educational studies in Mathematics*, *12*(4), 399-420.

Bonato, M., Fabbri, S., Umiltà, C., & Zorzi, M. (2007). The mental representation of numerical fractions: Real or integer? *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, *33*(6), 1410-1419.

Brissiaud, R., & Sander, E. (2010). Arithmetic word problem solving: A situation strategy first framework. *Developmental Science*, *13*(1), 92-107.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. Recherches en Didactique des Mathématiques, *La Pensée Sauvage, 9* (9.3), 309 - 336.

Carpenter, T. P., & Moser J. M. (1982). The Development of Addition and Subtraction Problem Solving Skills. In T.P. Carpenter, J.M. Moser, & T.A. Romberg (Eds.) *Addition and Subtraction: Developmental Perspective* (pp. 9-24). N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Casscells, W., Schoenberger, A., & Graboys, T. B. (1978). Interpretation by physicians of clinical laboratory results. *The New England Journal of Medicine*, *299*(18), 999-1001.

Charlier, B., Daele, A., & Deschryver, N. (2002). Vers une approche intégrée des technologies de l'information et de la communication dans les pratiques d'enseignement. *Revue des sciences de l'éducation*, *28*(2), 345-365.

DeWolf, M., & Vosniadou, S. (2015). The representation of fraction magnitudes and the whole number bias reconsidered. *Learning and Instruction*, *37*, 39-49.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An Educational Approach*. Reider: Dordrecht.

Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning, *For the Learning of Mathematics, 9*, 9-14.

Fischer, J. P., Sander, E., Sensevy, G., Vilette, B., & Richard, J. F. (2019). Can young students understand the mathematical concept of equality? A whole-year arithmetic teaching experiment in second grade. *European Journal of Psychology of Education*, *34*(2), 439-456.

Gamo, S., Nogry, S., & Sander, E. (2014). Apprendre à résoudre des problèmes en favorisant la construction d'une représentation alternative chez des élèves scolarisés en éducation prioritaire. *Psychologie française*, *59*(3), 215-229.

Gamo, S., Sander, E., & Richard, J. F. (2010). Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving. *Learning and Instruction*, *20*(5), 400-410.

Gentner, D., Holyoak, K. J., & Kokinov, B. N. (2001). *The Analogical Mind: Perspectives from Cognitive Science*. MIT Press.

Gros, H., Thibaut, J.-P. & Sander E. (2020). Semantic congruence in arithmetic: A new conceptual model for word problem solving. *Educational Psychologist, 55*, 69-87.

Gvozdic, K., & Sander, E. (2017). Solving additive word problems: Intuitive strategies make the difference. In B. C. Love, K. McRae, & V. M. Sloutsky (Eds.), *Proceedings of the 39th Annual Conference of the Cognitive Science Society*. London, UK: Cognitive Science Society.

Gvozdic, K., & Sander, E. (2018). When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge: Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies. *Educational Studies in Mathematics*, *98*(2), 157–175.

Gvozdic, K., & Sander, E. (2020). Learning to Be an Opportunistic Word Problem Solver: Going beyond Informal Solving Strategies. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *52*(1), 111-123.

Hofstadter, D., & Sander, E. (2013). *L'Analogie : Cœur de la pensée*. Paris: Odile Jacob.

Holyoak, K. J., & Thagard, P. (1995). *Mental leaps: Analogy in creative thought*. MIT press.

Johnson-Laird, P.N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness.* Cambridge, MA: Harvard University Press/ Cambridge. UK: Harvard University Press.

Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: A construction-integration model. *Psychological review*, *95*(2), 163.

Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological review*, *92*(1), 109

Lakoff, G., & Nuñez, R. (2000). *Where do Mathematics come from?* New York: Basic Books.

Lussi Borer, V., & Muller, A. (2014). Quel apport/usage du « voir » pour le « faire » en formation des enseignants du secondaire. In M. Altet, R. Etienne, L. Paquay, & P. Perrenoud (Eds.), *Comment la formation des enseignants prend-elle en compte la réalité du travail enseignant et les prescriptions dont il fait l'objet dans le milieu scolaire ?* (pp. 65-78). Bruxelles: De Boeck.

Naud, S. (2020). *Conceptions intuitives et changements conceptuels des enseignants du primaire dans un contexte de recherche-action-formation en arithmétique*. Mémoire de master en sciences de l'éducation, Université de Genève.

Nesher, P., (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction. In T. P. Carpenter, J. M. Moser and T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: Developmental perspective*. Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum.

Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and Learning Fraction and Rational Numbers: The Origins and Implications of Whole Number Bias. *Educational Psychologist*, *40*(1), 27-52.

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept Part I — Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, *11*(2), 217-253.

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. In H. Mandl, E. De Corte, N. Bennet & H.F. Friedrich (Eds), *Learning and Instruction, European Research in an International Context*, Vol. II. New York: Pergamon Press.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsberg (ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 153–196). New York: Academic Press.

Rivier, C., Scheibling-Sève, C. & Sander, E. (En révision). Étude des analogies intuitives dans les problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés dans les manuels scolaires aux élèves de cycle 2 en France. *Revue Française de Pédagogie.*

Sander, E. (2008). Les connaissances naïves en mathématiques. *Les Connaissances Naïves* (pp. 57-102). Paris: Armand Colin

Sander, E. (2018a). La résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux. *A.N.A.E., 156*, 611- 619.

Sander, E. (2018b). Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques : le cadre A-S3. In J. Pilet & C. Vendeira (Eds.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques 2018* (pp. 122-141), Paris, France.

Scheibling-Sève, C. (2019). *Développer l'esprit critique par la catégorisation multiple*. Thèse de doctorat, Université Paris 8.

Scheibling-Sève, C., Gvozdic, K, Pasquinelli, E., & Sander, E. (soumis) Enhancing cognitive flexibility through a training based on multiple categorization: developing proportional reasoning in primary school. *Journal of Mathematical Cognition*.

Schliemann, A.D., Araujo, C., Cassundé, M.A., Macedo, S., & Nicéas, L. (1998). Use of multiplicative commutativity by school children and street sellers. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*, 422–435.

Sensevy, G. (2021). Des sciences interventionnelles ancrées sur des alliances entre recherche et terrain ? Le cas des ingénieries coopératives. *Raisons éducatives*, *25*.

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM*, *45*(7), 1031-1043.

Sophian, C. (2007). Measuring spatial factors in comparative judgments about large numerosities. In *International Conference on Foundations of Augmented Cognition*, 157-165.

Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division. *School Science and Mathematics, 91(4)*, 157–163.

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 57-86.

Van Hoof, J., Lijnen, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2013). Are secondary school students still hampered by the natural number bias? A reaction time study on fraction comparison tasks. *Research in Mathematics Education*, *15*(2), 154-164.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T.P. Carpenter, J.M. Moser and T.A. Romberg (Eds.) *Addition and substraction: A cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale: Erlbaum.

Vilette, B, Fischer, J.-P., Sander, E., Sensevy, G., Quilio, S., & Richard, J-F. (2017). Peut-on améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique au CP ? Le dispositif ACE. *Revue Française de Pédagogie, 201(4)*, 105-120.

Villani, C. & Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Paris, France : Ministère de l'Education Nationale.

RÉFLEXIONS SUR UNE SÉANCE DE TRAVAIL EN GROUPE EN DISTANCIEL SUR LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE LONGUEUR

Charlotte DEROUET
Maître de conférences en didactique des mathématiques, INSPÉ de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg
LISEC UR2310
charlotte.derouet@inspe.unistra.fr

Catherine THOMAS
PRAG en mathématiques, INSPÉ de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg
catherine.thomas@inspe.unistra.fr

Tatiana BELIAEVA
Maître de conférences en mathématiques, INSPÉ de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg
IRMA
tatiana.beliaeva@inspe.unistra.fr

Résumé
Dans cet atelier, nous avons faire vivre aux participants une séance proposée en formation des professeurs des écoles stagiaires de l'INSPÉ de Strasbourg en décembre 2020, en distanciel. Cette séance articule la réalisation et l'analyse de tâches du type « Comparer la longueur de deux ou plusieurs objets », avec un jeu sur différentes valeurs des variables didactiques pour faire évoluer les procédures à mettre en œuvre. Souhaitant rester le plus proche possible du scénario initial en présentiel, formation suivant une stratégie par homologie, l'enseignement en distanciel nous a conduites à comparer les longueurs de bandes numériques dynamiques construites avec *GeoGebra* plutôt que de bandes de papier. Les participants à l'atelier ont été amenés à analyser la séance des points de vue « étudiant » et « formateur » pour dégager les transformations opérées sur le contenu de la formation du fait du changement de modalité (présentiel/distanciel) et à réfléchir aux conséquences sur le développement professionnel des enseignants stagiaires sur la construction du concept de longueur. Le rôle du collectif dans ce dispositif a pu aussi être questionné. Dans cet article, nous nous focalisons sur la présentation du contenu de la séance de formation et rendons compte seulement de certains des éléments qui ont pu être discutés lors de l'atelier.

I - INTRODUCTION

L'enseignement à distance forcé, lors de l'année universitaire 2020-2021, nous a contraintes à nous adapter, en tant que formatrices à l'INSPÉ, à cette nouvelle modalité d'enseignement. Il a été nécessaire de s'adapter du point de vue des modes de travail, mais également parfois au niveau des contenus mêmes des séances.

Dans notre atelier, nous avons voulu partager notre expérience et engager avec les formateurs quelques réflexions autour d'une séance sur le concept de longueur, séance que nous avons proposée en formation des professeurs des écoles fonctionnaires stagiaires (PEFS) de l'INSPÉ de Strasbourg en décembre 2020, en distanciel. Cette séance, qui est une adaptation de la version faite habituellement

en présentiel, a pour objectif de mettre en évidence les différentes étapes nécessaires à la construction du concept de longueur au cycle 2, en appui sur un même type de tâches (au sens de Chevallard (1999)) « Comparer la longueur de deux ou plusieurs objets ».

Dans cette contribution, dans un premier temps nous présentons la séance, que nous appelons « Parcours Longueur », d'un point de vue global (partie II) puis étape par étape (partie III), à travers une description de nos choix et des techniques à mettre en œuvre. Dans un second temps, nous rendons compte de quelques éléments de discussion qui sont apparus lors de la tenue de l'atelier (partie IV) avant de conclure.

II - PRÉSENTATION GÉNÉRALE DU « PARCOURS LONGUEUR »

Dans cette partie, nous présentons la séance de formation d'un point de vue global, en précisant les modalités du déroulement, les objectifs et les modalités de cette séance.

1 Genèse du « Parcours Longueur »

Notre point de départ a été l'adaptation d'une séance de formation proposée aux PEFS, menée les années antérieures, en présentiel, selon une stratégie dite par homologie (Houdement & Kuzniak, 1996), aux contraintes de l'enseignement en distanciel. La séance en présentiel se déroule selon un enchaînement de situations pouvant être menées en classe, situations assez répandues en formation des enseignants du premier degré (plusieurs collègues de l'atelier ont dit faire vivre plusieurs des étapes en présentiel à leurs étudiants). Elle était déjà sous format d'un parcours en autonomie en papier-crayon en présentiel. Nous avons souhaité garder cette logique d'autonomie lors de l'adaptation en distanciel. Nous entendons « parcours » dans le sens « chemin pour aller d'un point à un autre, en passant par des étapes intermédiaires ».

La situation de formation proposée a pour objectif de mettre en évidence les différentes étapes nécessaires à la construction du concept de longueur au cycle 2. Cette séance articule la réalisation et l'analyse de tâches du type « Comparer la longueur de deux ou plusieurs objets », avec des variations dans les choix des variables didactiques pour faire évoluer les procédures à mettre en œuvre. Cet enchaînement de tâches permet de mettre en évidence le geste de comparaison fondateur du concept de longueur (la juxtaposition) en suivant les étapes successives classiques de comparaison directe (relation d'ordre), dès lors que la perception visuelle ne suffit plus, de comparaison indirecte à l'aide d'un objet intermédiaire (relation d'ordre et relation d'équivalence), de comparaison à l'aide de la mesure lorsque l'on a un objet-étalon. Ce parcours permet de construire la notion de longueur avant toute notion de mesure, puis d'élaborer progressivement des techniques successives de mesure jusqu'à la construction d'une règle graduée (que l'on retrouve dans le document d'accompagnement des programmes 2008, appuyé sur les travaux de recherche de Rouche (1995) entre autres).

Souhaitant rester le plus proche possible du scénario initial en présentiel, l'enseignement en distanciel nous a conduites à comparer les longueurs de bandes dynamiques construites avec le logiciel *GeoGebra* plutôt que de bandes de papier. Certains choix sur les variables didactiques ont nécessairement dû être modifiés du fait que les tâches soient dans un environnement numérique. Notre idée, en tant que formatrices, n'est pas que les élèves de cycle 2 construisent le concept de longueur à partir des tâches numériques[1]. Ces tâches, proposées aux étudiants, ne sont donc plus les tâches à proposer directement en classe. L'analyse des tâches par les étudiants est donc différente car après avoir manipulé dans l'environnement numérique, ils doivent penser l'adaptation de la situation vécue avec des outils

[1] Selon nous, la manipulation de bandes papier-crayon est plus concrète et donc plus appropriée pour des élèves de cycle 2. Sans compter que la longueur des bandes numériques est relative au repère de GeoGebra, elle est donc sensible au zoom et à la taille de l'écran d'ordinateur.

numériques en une situation analogue avec de la manipulation de bandes de papier (matériel) en direction d'élèves de cycle 2.

Le « Parcours Longueur » comprend 8 étapes. Il a été implémenté dans une *Leçon* sur la plateforme *Moodle* de l'Université de Strasbourg. Une *Leçon* est un enchaînement de *Pages* reliées les unes aux autres par des liens hypertexte, permettant notamment d'avancer dans un travail étape par étape. Nous avons appelé notre *Leçon Moodle* « Parcours Longueur ». Ce parcours que nous allons présenter en détails dans la partie III est disponible à l'adresse https://moodle.unistra.fr/course/view.php?id=2719 en cliquant sur « Connexion anonyme ».

2 Objectifs de la séance de formation

Les trois objectifs de cette séance, clairement annoncés aux PEFS sont :

1) de leur faire vivre en accéléré les différentes phases de construction du concept de longueur (côté élève) ;
2) les faire réfléchir à l'adaptation des situations vécues sur Moodle avec des outils numériques vers des situations analogues avec de la manipulation de bandes de papier (matériel) en direction d'élèves de cycle 2 (côté enseignant chercheur) ;
3) et de leur faire prendre conscience des enjeux d'apprentissage et de la logique de progression de l'enseignement de ce concept (côté enseignant praticien).

Pour cette raison, chaque étape se déroule en deux temps : une phase de manipulation numérique et une phase de réflexion sur cette manipulation et sur son adaptation (feuille-réponse).

3 Public et modalités du déroulement

La séance de formation a été proposée aux quatre groupes de PEFS (M2 et DU) affectés en cycles 2 ou 3, composés chacun entre 14 et 27 étudiants selon les groupes. Elle s'est déroulée sur un créneau de deux heures en « distanciel synchrone », ce qui signifie que les étudiants travaillaient tous en même temps depuis chez eux. Ils étaient organisés en petits groupes de 3 à 6 étudiants, nommés dans la suite « équipe ». Chaque groupe-classe de PEFS a été ainsi organisé en quatre équipes.

Le travail de chaque équipe s'est déroulé en autonomie, c'est-à-dire sans l'intervention des formatrices sauf éventuellement pour des problèmes techniques. Nous avons cependant assisté à l'intégralité de la séance dans les quatre groupes de PEFS, en suivant chacune une équipe sur toute la séance (la quatrième équipe étant suivie de loin par l'une d'entre nous pour s'assurer du bon déroulement de la séance) dans le but de mener ultérieurement un travail de recherche.

Pour sa communication tant orale qu'écrite, chaque équipe disposait d'une salle virtuelle de la plateforme *BigBlueButton* de l'Université de Strasbourg. Un PEFS de chaque équipe partageait son écran. Leur travail était guidé par la *Leçon* « Parcours Longueur » sur la plateforme *Moodle*. Au fur et à mesure de l'avancée dans le parcours, elle devait compléter collaborativement une feuille-réponse (visible en Annexe 1) disponible en document partagé. De plus, à partir de l'étape 5, les équipes avaient à disposition un autre document partagé pour communiquer (seulement par écrit) avec une autre équipe.

Chaque PEFS pouvait faire individuellement les étapes de manipulation sur *Moodle*. Puis l'équipe devait collectivement compléter la feuille-réponse.

4 La feuille-réponse

La feuille-réponse était à compléter par l'équipe à la fin de chaque étape de manipulation sur *Moodle*. Les questions portent sur la situation vécue sur Moodle puis sur l'adaptation de la situation vécue sur Moodle avec des outils numériques en une situation analogue avec de la manipulation de bandes de papier (matériel) en direction d'élèves de cycle 2. Pour penser cette adaptation, il est demandé de définir le matériel nécessaire (combien de bandes de papier, de quelle forme, stylo, colle…), de préciser les

contraintes sur ce matériel (les bandes sont-elles déplaçables ou non ? sont-elles dans la même pièce ou non ? éloignées ou non ?...), de décrire les procédures attendues des élèves de cycle 2 et d'expliciter ce que les élèves doivent retenir de cette étape. Les questions sont identiques à chaque étape.

III - DESCRIPTION DES ETAPES DU « PARCOURS LONGUEUR »

Le « Parcours Longueur » est composé de huit étapes.

1 Étape 1 : comparaison perceptive et comparaison directe de deux bandes

La première étape est composée de deux tâches de comparaison de longueurs de deux bandes (figure 1).

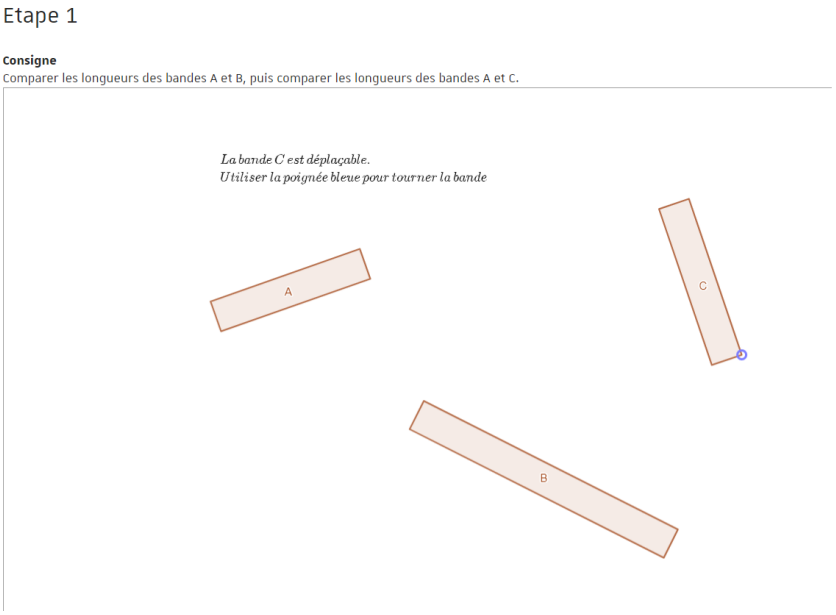


Figure 1. Présentation initiale de l'étape 1

La première comparaison, entre les bandes A et B non déplaçables, peut se faire perceptivement du fait que les deux bandes ont des longueurs visuellement très différentes. La deuxième comparaison, entre les bandes A et C, se fait à l'aide du geste de comparaison de longueur, à savoir par juxtaposition (figure 2) ou superposition (partielle ou totale) des deux bandes avec coïncidence d'une extrémité, en déplaçant C, qui est la seule bande déplaçable à l'aide de la poignée pour la faire pivoter ou le clic droit pour la déplacer sans rotation[2].

[2] On pourrait envisager la comparaison par inclusion, cependant les longueurs état très proches, cela n'est pas le plus naturel ici.

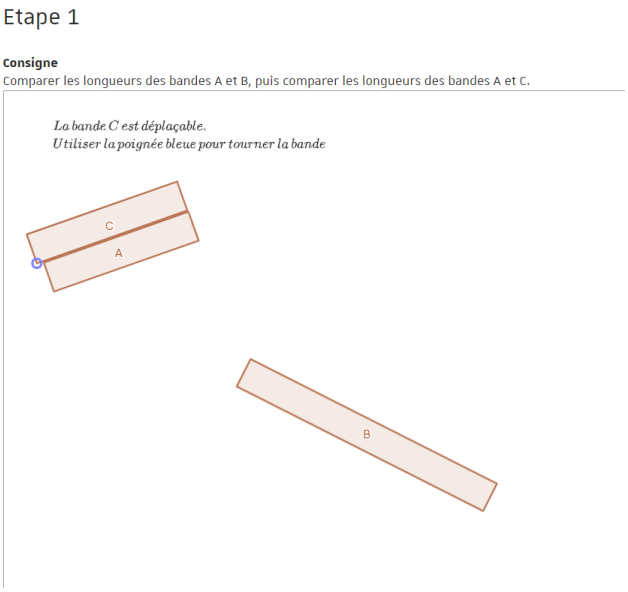


Figure 2. Déplacement de la bande C pour comparer les longueurs des bandes A et C

2 Étape 2 : comparaison directe de cinq bandes

Dans la deuxième étape, il s'agit de comparer cinq bandes déplaçables (figure 3).

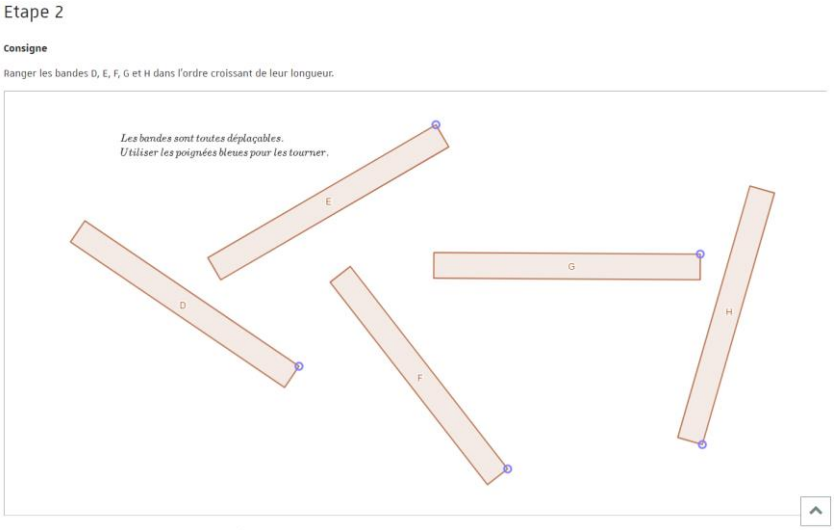


Figure 3. Présentation initiale de l'étape 2

Le fait que l'on dispose de plus de deux bandes nécessite d'ajouter au geste de comparaison l'utilisation de la propriété de transitivité des longueurs (figure 4).

On peut noter que les longueurs des bandes à comparer sont volontairement très proches afin d'obliger les étudiants à un travail fin d'orientation des bandes et de coïncidence des extrémités, qui nous semble propice à la prise de conscience de l'importance du geste de comparaison et de son aspect contraignant.

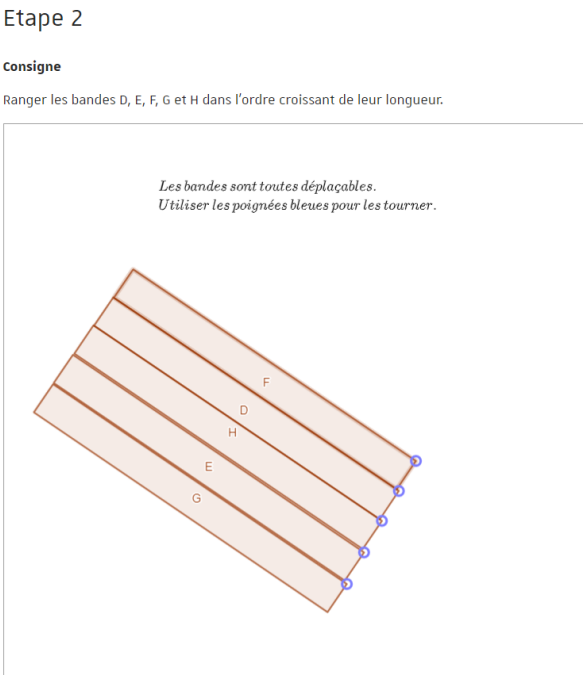
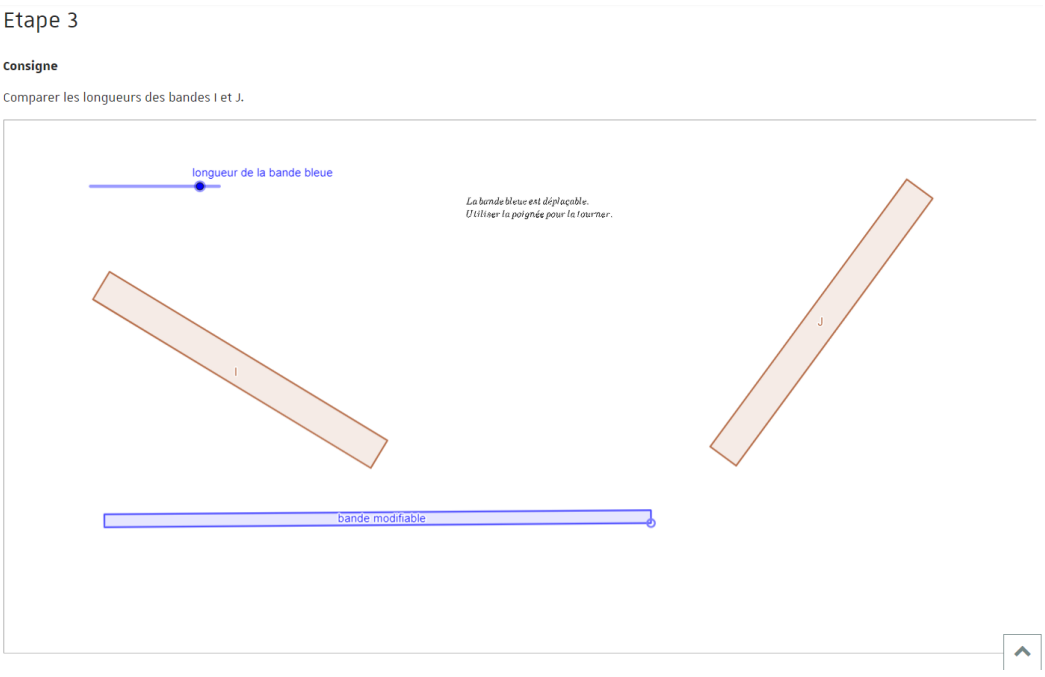


Figure 4. Juxtaposition des bandes par ordre de longueur

3 Étape 3

Dans la troisième étape, il s'agit de comparer deux bandes non déplaçables de longueurs proches, à l'aide d'une troisième bande bleue déplaçable et modifiable (figure 5). À l'aide d'un curseur, la longueur de la bande bleue peut augmenter ou diminuer[3].



[3] En version papier-crayon, il s'agit de la possibilité de plier ou de découper la bande intermédiaire.

Figure 5. Présentation initiale de l'étape 3

En superposant ou juxtaposant la bande modifiable à la bande I, il est possible de mettre la bande modifiable de la même longueur que la bande I (relation d'équivalence « a même longueur que »), ensuite de comparer la bande modifiable à la bande J (relation d'ordre, figure 6) afin de conclure sur la comparaison de la longueur des bandes I et J (transitivité de la relation d'ordre).

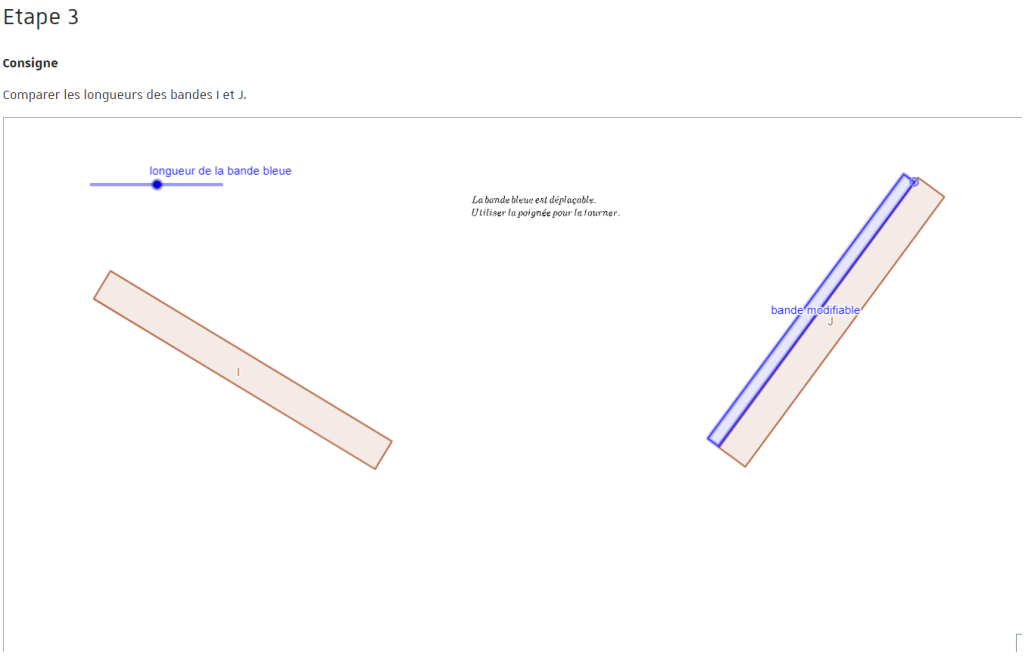


Figure 6. Déplacement de la bande modifiable de même longueur que la bande I pour comparer I et J

4 Étape 4 : comparaison indirecte de quatre bandes

La quatrième étape demande à comparer quatre bandes non déplaçables de longueurs proches. On met à disposition une bande bleue déplaçable et informable[4] grâce à de petites graduations de couleur, elles-mêmes déplaçables sur la bande bleue (figure 7).

[4] Une bande informable est une bande sur laquelle on peut mettre une trace, ici positionner les petits traits de couleur.

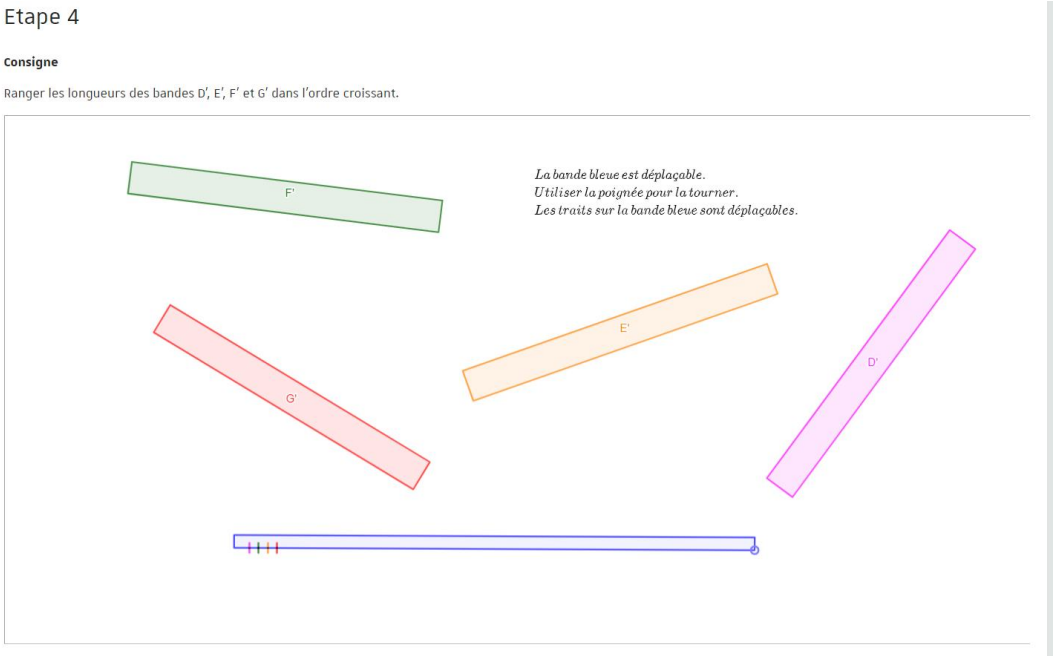


Figure 7. Présentation initiale de l'étape 4

Il s'agit de garder en mémoire la longueur de chaque bande à comparer à l'aide du trait coloré correspondant, puis de comparer les longueurs par rapport à l'éloignement du trait par rapport à l'extrémité prise pour repère initial (figure 8). Plus le curseur est éloigné du repère initial, plus la longueur de la bande correspondante est grande (relation d'ordre).

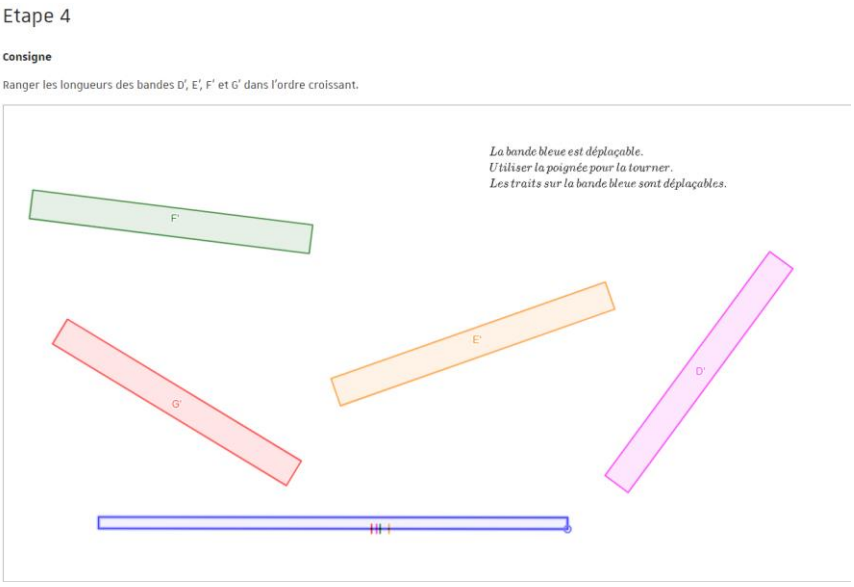


Figure 8. Graduations obtenues après juxtaposition de la bande bleue avec les différentes bandes

5 Étape 5

La cinquième étape initie le travail collaboratif entre deux équipes.

À chacune des étapes 5, 6, 7 et 8, chaque équipe dispose d'une seule bande, dont il va falloir comparer la longueur avec la bande d'une autre équipe, par un canal de communication écrit uniquement (la feuille de communication entre les deux équipes est en annexe 2).

Aucune des deux équipes n'a accès à la bande de l'autre équipe avant la phase de vérification.

Pour l'étape 5 spécifiquement, en plus de la bande à comparer, les équipes disposent d'une certaine quantité de petites bandes bleues dont on leur signifie qu'elles sont toutes de même longueur. Cette formulation est en réalité volontairement ambiguë, car si, en effet, elles sont toutes de même longueur entre elles au sein d'une même équipe (ce qui peut être aisément vérifié), il se trouve que d'une équipe à l'autre, les longueurs de ces petites bandes bleues sont différentes, comme on peut le constater sur la figure 9 (sur un même écran d'ordinateur, sans utiliser de zoom).

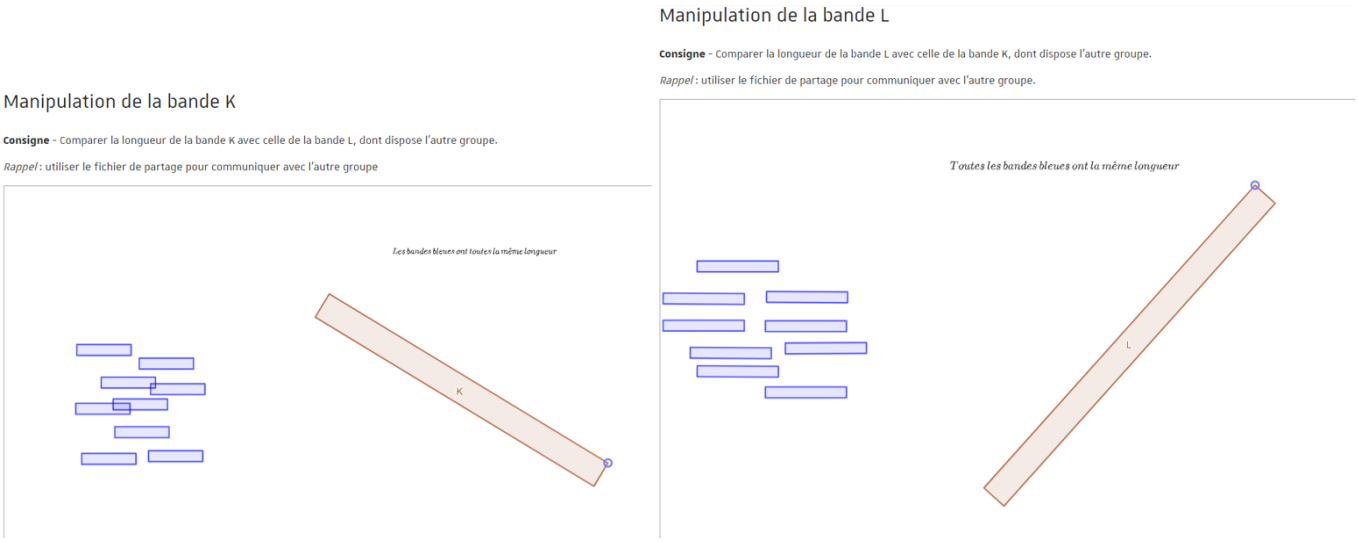


Figure 9. Présentation initiale de l'étape 5 (pour les équipes 1 et 3 à gauche, pour les équipes 2 et 4 à droite)

Dans cette étape, les petites bandes bleues vont servir de bandes-étalons. La mesure va intervenir pour la première fois dans la comparaison de longueurs. Après manipulation, la bande K a pour longueur environ six longueurs de bandes bleues associées quand la bande L en mesure cinq. Les PEFS concluent donc que la bande K est plus longue que la L (figure 10).

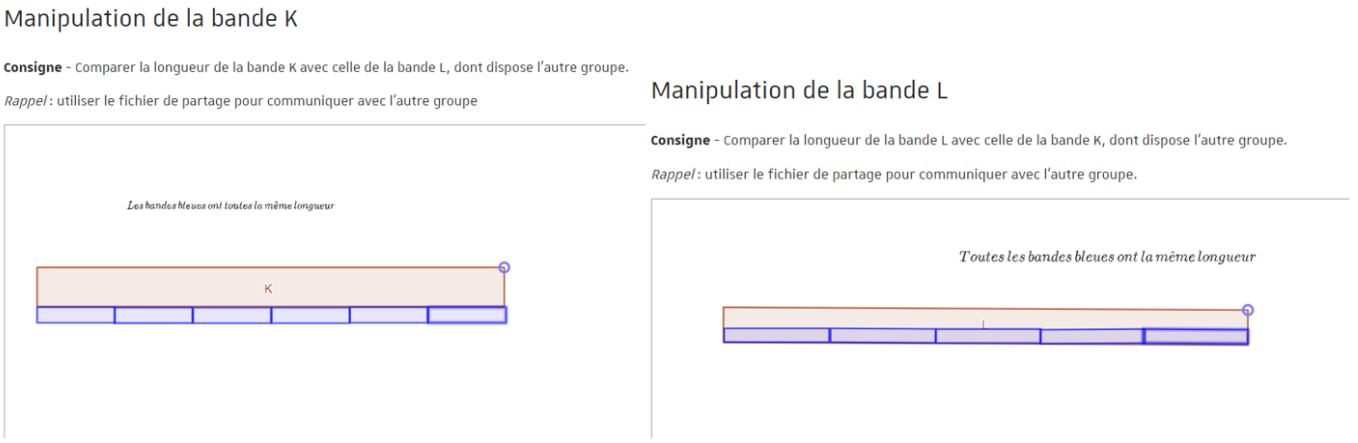


Figure 10. Mesurage des bandes K et L

On peut constater lors de la phase de vérification que c'est en réalité l'inverse, la bande L est plus longue que la bande K. On demande alors aux étudiants d'émettre une hypothèse sur ce phénomène.

Ainsi, outre le geste de mise bout à bout (somme de longueur) qui apparaît pour la première fois dans le parcours, cette étape permet de faire émerger la nécessité d'un étalon commun.

6 Étape 6

Cette étape est sur le même principe que la précédente (chaque équipe ne dispose que d'une seule bande et doit communiquer le résultat de son travail avec l'autre équipe pour arriver à comparer les longueurs des deux bandes).

Chaque équipe dispose de la bande à comparer, ainsi que d'une unique petite bande bleue déplaçable, dont on affirme cette fois-ci sans ambiguïté qu'elle est de même longueur que celle dont dispose l'autre équipe, et d'un petit trait rouge déplaçable sur la bande à comparer (figure 11).



Figure 11. Présentation initiale de l'étape 6 (pour les équipes 1 et 3)

Pour comparer la longueur des deux bandes, il s'agit de mesurer la bande fixe à l'aide du report de la longueur de la bande bleue. Il est possible de matérialiser ce report à l'aide du petit trait rouge (figure 12), mais avec nécessité de compter au fur et à mesure la quantité de report, celle-ci ne pouvant être gardée en mémoire sur le dessin.

Chaque équipe communique ensuite à l'autre équipe le nombre de reports obtenus avant de conclure.

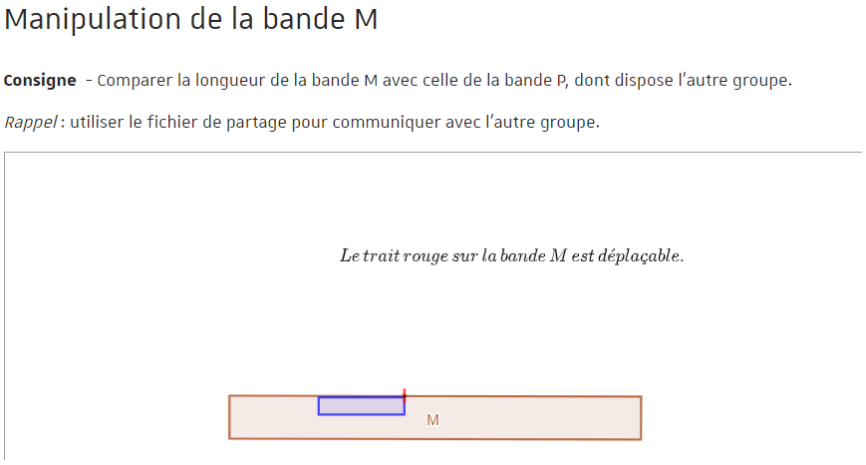


Figure 12. Réalisation de la technique de report

7 Étape 7

Dans cette étape, chaque équipe dispose, outre la bande à comparer, d'une petite bande bleue (de même longueur dans chaque équipe) non déplaçable, et d'une demi-droite déplaçable sur laquelle se trouve une certaine quantité de petits trait rouges déplaçables.

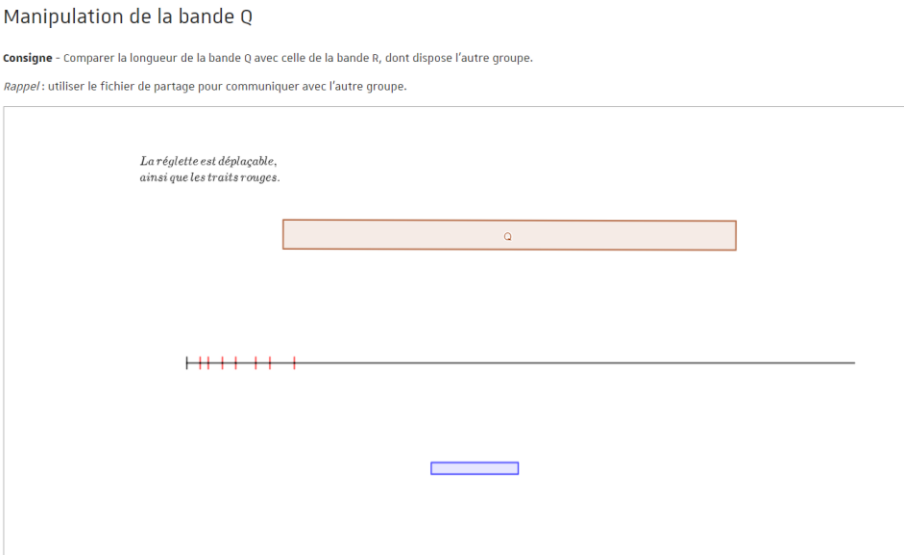


Figure 13. Présentation initiale de l'étape 7 (pour les équipes 1 et 3)

Les conditions proposées contraignent à construire une droite graduée. À l'aide de cette demi-droite graduée, il est ensuite possible de déterminer une mesure par comptage de la longueur de la bande à comparer, et de conclure en comparant la mesure obtenue à celle de l'autre équipe.

Cette étape permet d'initier la technologie sous-jacente à cette technique (au sens de Chevallard, 1999), à savoir : graduer une droite consiste à choisi un point, appelé origine du repère , et une unité de longueur reportée indéfiniment de part et d'autre de cette origine ; chaque report est matérialisé par un trait de graduation et informé par un nombre entier relatif correspondant au nombre de reports effectués depuis l'origine (traditionnellement nombre positif à droite de l'origine et nombre négatif à gauche). Dans cette étape, seule la demi-droite (partie positive) est pertinente et le numérotage des graduations qui permet d'économiser le comptage n'est pas encore présent.

8 Étape 8

L'étape 8 ne propose plus aucun outil pour comparer les deux bandes (figure 14).



Figure 14. Figure 13. Présentation initiale de l'étape 8 (pour les équipes 1 et 3)

Son objectif est de faire prendre conscience du caractère relatif (au repère orthogonal de *GeoGebra*, non visible dans le parcours) des longueurs qu'ils comparent depuis le début : en fait, chaque longueur dépend de deux facteurs, la taille de l'écran utilisé et la valeur du zoom.

On pourrait conclure à l'impossibilité de comparer ces longueurs. Il se trouve que certaines équipes ont trouvé des moyens judicieux en utilisant de façon plus ou moins consciente la notion de rapport de longueur, essentiellement :

- soit entre la longueur et la largeur (proposition de fixer la largeur de la bande à 1cm et de mesurer la longueur à l'aide d'une règle graduée) ;
- soit entre la longueur de la bande et la longueur du texte au-dessus.

Il est malgré tout impossible de conclure car nous avons choisi deux bandes de même longueur (à la précision de *GeoGebra*).

IV - RETOUR SUR L'ATELIER

1 Objectifs de l'atelier

Les objectifs de l'atelier étaient, pour les participants, de :

1) Vivre la séance vécue par les PEFS ;
2) Analyser la séance des points de vue « étudiant » et « formateur » pour dégager les transformations opérées sur le contenu de la formation du fait du changement de modalité (présentiel/distanciel) ;
3) Réfléchir aux conséquences sur le développement professionnel des PEFS sur la construction du concept de longueur ;
4) Questionner le rôle du collectif dans ce dispositif.

Pour cela, les participants (tous formateurs) étaient répartis en deux équipes dans deux salles virtuelles différentes, où ils ont vécu le début du « Parcours Longueur » de façon similaire à celle des M2 PEFS. Lors de l'atelier, les riches discussions dans les deux groupes de formateurs n'ont laissé le temps que de vivre les cinq premières étapes du parcours. Dans la version de la feuille-réponse que nous leur proposions, ils

devaient en plus à l'issue de l'étape 4 réfléchir aux questions suivantes, portant sur le point de vue des formateurs :

1) Quels choix, globaux et spécifiques à chaque étape, ont été opérés par les formatrices pour cette adaptation en distanciel de la formation (bandelettes sur *GeoGebra*) ? Quels autres choix auraient été envisageables (en gardant les mêmes outils numériques) ?

2) Quelles conséquences de ces choix sur la formation des enseignants : conséquences sur les activités et les apprentissages des étudiants ?

3) Au niveau des collectifs

a) Quel(s) collectif(s) sont en jeu dans ces étapes ?

b) Quel(s) rôle(s) ?

c) Quelles différences avec une version en présentiel ?

2 Analyse de l'étape 3

Nous reportons dans le tableau 1 les réponses écrites par les deux équipes de formateurs sur l'étape 3 (figures 5 et 6).

Tableau 1. Réponses des deux équipes de formateurs

Équipe 1	Équipe 2
Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?	
Matériel : bande "bleue" plus longue que toutes les autres bandes. Prévoir plusieurs bandes bleues de rechange (pour ceux qui auraient découpé). Bandes à comparer non déplaçables **Contraintes :** interdire les ciseaux pour imposer une procédure	**Matériel :** 2 bandes sur une feuille, non orientées de la même manière, éloignées sur la feuille, dont les longueurs sont proches (ou éloignées, sur une feuille recto/verso) + une bande de papier plus longue + crayon, des ciseaux **Contraintes :** pas le droit de découper les deux bandes sur la feuille
Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?	
comparaison indirecte avec un objet intermédiaire (si on trace dessus) / avec un gabarit (si on découpe la bande bleue à la même longueur qu'une des 2 bandes)	Comparaison indirecte avec : pliage, découpage ou marquage avec un crayon (fabrication d'un gabarit)
Que doivent retenir les élèves de cette étape ?	
Pour comparer 2 bandes non déplaçables, on peut utiliser une autre bande sur laquelle on garde en mémoire la longueur d'une des bandes.	on ne peut pas toujours comparer directement, on a besoin d'un gabarit

3 Réflexions de formateurs

Les questions du point de vue « formateur » à l'issue des étapes 1 à 4 ont permis de mettre en évidence dans une ou deux des équipes quelques choix spécifiques que nous avons faits, nous en tant que formatrices, pour l'adaptation de la formation avec des bandes sur *GeoGebra*, notamment :

- la transparence des bandes, qui permet peut-être plus facilement qu'en papier-crayon de faire de la comparaison par superposition (à plat) ;
- la présence du curseur pour modifier la longueur de la bandelette (étape 3) ;
- les traits de graduation de couleur déjà présents sur la bande bleue (étape 4).

Il a été discuté de la possibilité de ne pas mettre de curseur à l'étape 3 mais de mettre à disposition un crayon pour que les étudiants placent des graduations sur la bandelette bleue. Outre l'aspect technique de faisabilité d'intégrer dans une *Leçon Moodle* cette fonctionnalité, ce choix n'a pas abouti à un consensus car effectivement la longueur modifiable en numérique permet de faire une analogie avec le découpage ou le pliage en papier-crayon qui n'est pas possible sinon. Les traits de graduation de couleur à l'étape 4 ont aussi été discuté car ils induisent la procédure de marquage.

Au niveau des conséquences de nos choix sur la formation au niveau des activités et des apprentissages des étudiants, il est ressorti plusieurs points. Les étudiants ont une réflexion sur les procédures des élèves en papier-crayon, réflexion orientée par les choix faits des outils du logiciel. Cela engage aussi un travail sur le choix du matériel pour les élèves. Une équipe s'est questionnée sur le risque chez les étudiants d'introduire, à l'étape 4, une règle graduée dans l'adaptation papier-crayon avec leurs élèves. La seconde équipe s'est interrogé sur le transfert entre le numérique et le passage papier-crayon en classe, notamment du fait que les difficultés liées à la manipulation papier-crayon, l'organisation matérielle de la classe et sa gestion peuvent ne pas être perçues. En effet, plusieurs collègues ont dit faire vivre à leur étudiant ces tâches et que c'était aussi un moment privilégié pour leur faire prendre conscience de gestes professionnels liés aux modalités de travail et à la gestion de la classe.

Au niveau du collectif, des collègues ont mis en évidence la richesse de la discussion liée au fait de travailler tous sur une même feuille-réponse en document partagé. Ils ont pointé aussi le fait que de travailler en petits groupes en distanciel permet une meilleure participation.

V - CONCLUSION

Cet atelier qui a été un partage d'expérience a été très riche en implication des collègues et en discussion. Ce « Parcours Longueur » a suscité beaucoup de réflexions qui ne sont pas toutes retranscriptibles. La mise en commun finale a permis aux collègues de nous poser des questions liées à notre expérimentation : sur les conditions, sur l'investissement des étudiants, sur ce que nous envisageons de faire de ce parcours…

La séance dans les quatre groupes de PEFS a fait l'objet d'une expérimentation, dans le cadre d'une recherche en cours, dont nous avons recueilli des données (enregistrements des sessions de classe virtuelle avec leurs discussions, le tchat et le partage d'écran d'un des étudiants, productions écrites des équipes…). Du fait de cette recherche, nous avions au préalable sensibilisé les étudiants aux outils techniques par le biais d'un tutoriel envoyé à l'avance pour qu'ils soient connectés à la bonne salle virtuelle par équipe, qu'ils partagent leur écran, qu'ils aient un micro… Les étudiants anciens M1 MEEF connaissaient *GeoGeobra*, les autres pas nécessairement mais nous n'avons pas considéré cette connaissance comme un préalable utile. En effet, seuls les déplacements, les pivots, le curseur et éventuellement le zoom étaient nécessaires, or cela est assez intuitif et non relatif au logiciel *GeoGebra*. Les étudiants des différentes équipes ont été investis dans cette séance et nous avons eu plusieurs retours positifs de leur part. Ils ont réellement communiqué et collaboré. Bien entendu ce parcours à lui seul ne suffit pas pour que les

étudiants prennent conscience de tous les enjeux, il n'était d'ailleurs pas conçu pour être auto-suffisant. Une séance de synthèse a été faite, qui a débouché sur une institutionnalisation, puis un réinvestissement sur les autres grandeurs était prévu (mais n'a pu être réalisé du fait de la poursuite des enseignements à distance).

Au départ, cette séance a été élaborée dans le seul but de proposer une alternative du fait de l'enseignement en distanciel. Cependant, après l'avoir vécu et avoir identifié toutes les potentialités pour la formation, il nous semble très envisageable d'en proposer à nouveau la version numérique même dans un contexte d'enseignement en présentiel. Effet, cette alternative engage une réelle réflexion des étudiants sur le choix des valeurs des variables didactiques à faire et sur les procédures dans l'environnement papier-crayon. La manipulation préalable dans un autre environnement numérique engage davantage les étudiants et leur permet de se poser plus de questions.

Le travail de recherche sur cette séance apportera certainement un regard riche sur les échanges qui ont eu lieu dans les équipes de PEFS.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *19*(2), 221-266.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *16*(3), 287-322.

Rouche, N. (1995). *Le sens de la mesure*. Hatier.

ANNEXE 1 : FEUILLE-REPONSE

Feuille réponse

Salle n°….

Prénom et nom des participants :

- …
- …
- …

Principe : À chaque étape du parcours sur Moodle, suivre les consignes indiquées sur Moodle, puis compléter cette feuille réponse avec votre équipe avant de passer à l'étape suivante.

À chaque étape, vous devrez répondre aux questions posées qui portent sur :

- La situation vécue sur Moodle ;
- L'adaptation de la situation vécue sur Moodle avec des outils numériques pour une situation analogue avec de la manipulation de bandes de papier (matériel) en direction d'élèves de cycle 2. Pour cela, nous vous demanderons de :
  - Définir le matériel nécessaire : combien de bandes de papier, de quelle forme, stylo, colle…
  - Préciser les contraintes sur ce matériel : les bandes sont-elles déplaçables ou non ? sont-elles dans la même pièce ou non ? éloignées ou non ?...
  - Décrire les procédures attendues des élèves de cycle 2.
  - Expliciter ce que les élèves doivent retenir de cette étape.

Remarque : Si parfois cela peut vous aider, vous pouvez faire des copier-coller de capture d'écran.

Étape 1 : Bandes A, B et C

1) Entre la bande A et la bande B, laquelle est la plus longue ?
2) Entre la bande A et la bande C, laquelle est la plus longue ?

Adaptation de l'étape 1

3) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?
4) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
5) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

Étape 2 : **Bandes D, E, F, G et H**

1) Ranger les bandes par ordre croissant de leur longueur.

Adaptation de l'étape 2

2) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?

3) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
4) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

Étape 3 : Bandes I et J

1) Entre la bande I et la bande J, laquelle est la plus longue ?

Adaptation de l'étape 3

2) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?
3) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
4) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

Étape 4 : Bandes D', E', F' et G'

1) Ranger les bandes par ordre croissant de leur longueur.

Adaptation de l'étape 4

2) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?
3) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
4) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

Étape 5 : Bandes K et L

1) Entre la bande K et la bande L, laquelle est la plus longue ?
2) Décrire brièvement la procédure utilisée et si elle a pu aboutir.
3) Qu'avez-vous constaté ? Qu'a-t-il pu se passer ?

Adaptation de l'étape 5

4) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ? On va considérer dans l'adaptation que toutes les bandelettes (bandes bleues) ont la même longueur.
5) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
6) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

Étape 6 : Bandes M et P

1) Entre la bande M et la bande P, laquelle est la plus longue ?

Adaptation de l'étape 6

2) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?
3) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
4) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

Étape 7 : Bandes Q et R

1) Entre la bande M et la bande P, laquelle est la plus longue ?
2) Décrire brièvement la procédure utilisée et si elle a pu aboutir.

Adaptation de l'étape 7

3) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?
4) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
5) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

Étape 8 : Bandes T et V

1) Entre la bande M et la bande P, laquelle est la plus longue ?
2) Décrire brièvement la procédure utilisée et si elle a pu aboutir.
3) Cela vous inspire-t-il une réflexion sur ce que vous avez fait lors des autres étapes ?

Adaptation de l'étape 8

4) Quels sont le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?
5) Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
6) Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

À propos de toutes les étapes

Lors de la mise en place de ces situations en classe (avec des manipulations concrètes), il est important que les élèves puissent vérifier par eux-mêmes à chaque étape de comparaison de longueurs.

1) Comment peuvent-ils vérifier ?
2) Pourquoi cette phase de vérification est-elle nécessaire voire indispensable ?

ANNEXE 2 : EXTRAIT DE LA FEUILLE DE COMMUNICATION

Feuille de communication entre les salles 1 et 2

Les règles à respecter

- *ce fichier est le seul canal de communication entre les salles 1 et 2*
- *seule l'écriture est autorisée (pas de copier-coller de copies d'écran ou autre idée de génie que vous pourriez avoir)*
- *vous ne pouvez vérifier qu'après avoir écrit la conclusion de la comparaison*

Etape 5 - Comparaison des bandes K et L

Communication de la salle 1 pour la salle 2 (sur la bande K)

Communication de la salle 2 pour la salle 1 (sur la bande L)

Conclusion à propos de la comparaison des bandes K et L :

……..

TEXTES COMMUNICATIONS

ANIPPO : UN DISPOSITIF DE RESOLUTION DE PROBLEMES OUVERTS DANS UN ENVIRONNEMENT VIRTUEL 3D

Claude-Alexandre MAGOT
Formateur en INSPE, Université de Strasbourg, LISEC UR 2310
magot@unistra.fr

Richard CABASSUT
Formateur en INSPE, Université de Strasbourg, LISEC UR 2310
richard.cabassut@unistra.f

Résumé
L'apprentissage du 3D à l'école est un moment délicat de l'enseignement mathématique à l'école primaire. Nous étudions la résolution de problèmes ouverts de mathématiques, dans l'environnement virtuel 3D ANIPPO. Nous présenterons une expérimentation conduite en 2020 et 2021 chez des élèves de cours moyen français ayant travaillé dans l'environnement ANIPPO et chez des élèves d'un groupe de contrôle ayant travaillé dans l'environnement traditionnel. Nous discuterons les variables qui pourraient jouer sur la motivation des élèves (Lieury, Fenouillet 2013), les collaborations entre élèves et sur leurs procédures. Nous étudierons les articulations entre les différents registres de représentation que favorisent l'environnement. Nous interrogerons l'efficacité et la pertinence de ce dispositif. Ces éléments d'étude sont basés sur des observations qualitatives cliniques puisque les conditions de l'expérimentation n'ont pas permis à ce jour une étude comparative quantitative entre les groupes contrôle et les groupes expérimentaux.

Dans un premier temps nous présentons le dispositif d'apprentissage ANIPPO et son intérêt pour la résolution de problèmes dans l'espace.

I - LA RESOLUTION DE PROBLEMES OUVERTS DE MATHEMATIQUES, DANS L'ENVIRONNEMENT VIRTUEL 3D ANIPPO

1 Le dispositif ANIPPO

ANIPPO (Pacurar & al. 2020) est le sigle d'Application Numérique Interactive Pour des Problèmes Ouverts. C'est un environnement virtuel 3D qui peut être implanté sur un ordinateur pour permettre la résolution de problèmes ouverts. L'élève dispose d'un avatar qu'il peut déplacer dans un environnement virtuel qu'il explore pour résoudre des problèmes auxquels il est confronté. Les caractéristiques de l'environnement, les instruments mis à la disposition de l'élève et les problèmes proposés sont variables. Dans le dispositif de recherche que nous allons décrire, un élève est extrait de sa classe et travaille individuellement avec un ordinateur, muni d'un micro et d'un casque, dans une salle séparée de celle de sa classe. Il peut contrôler au clavier le déplacement à l'écran de son avatar, soit par une vision extérieure à l'avatar, soit par une vision à l'écran de ce que voit son avatar. Il peut collaborer avec son casque et son micro avec d'autres élèves (en général un groupe de 4 à 6 élèves, avec autant d'ordinateurs que d'élèves), dont il voit apparaître les avatars

sur son écran. Ce projet de recherche accepté par l'Agence Nationale de Recherche (ANR) rassemble des laboratoires de différentes universités[1].

Trois hypothèses de recherche, H1, H2 et H3, sont posées. D'abord l'immersion dans un monde virtuel renforce le caractère a-didactique dans la résolution de problème (H1). De par cette immersion, qui le changerait de la situation traditionnelle en classe, avec notamment la présence du professeur, et le contrat didactique implicite ou explicite, l'élève aurait moins conscience d'une intention didactique dans l'activité proposée. Ensuite devrait apparaître une transition de stratégies de résolution d'essais-erreurs vers des stratégies procédurales élaborées à partir des savoirs mathématiques impliqués (H2). L'environnement virtuel pourrait permettre l'apparition de nouvelles procédures, rendues possibles par cet environnement, utilisant des savoirs, notamment de géométrie 3D, qui seraient mieux mobilisables dans cet environnement virtuel. Enfin la motivation à la résolution de problèmes ouverts est augmentée avec l'immersion dans l'environnement virtuel (H3). On pourrait penser que l'analogie avec des environnements numériques ludiques, l'existence d'un avatar auquel l'élève peut s'associer, et d'autres facteurs à déterminer pourraient augmenter la motivation de l'élève.



Figure 1: Exemple d'avatar explorant un monde virtuel

2 La résolution de problèmes ouverts dans l'espace

L'importance de la manipulation (que ce soit dans un environnement réel ou virtuel) pour l'apprentissage des mathématiques est relevée par la recherche (Moyer & al. 2002, Zilkova, Partova 2019) tout en montrant ses limites (Carbonneau & al. 2013). La résolution de problèmes continue d'occuper une place centrale dans le curriculum français (Villani, Torossian 2018, Ministère 2018). Les nouveaux programmes de la scolarité obligatoire mis en œuvre en France en septembre 2016 soulignent l'importance de la résolution de problèmes pour donner du sens aux apprentissages, et les compétences « modéliser » et « chercher », signalées parmi les six compétences mathématiques essentielles, valorisent la pratique du problème ouvert. La recherche en didactique des mathématiques en France montre que le thème de la résolution de

[1] L'université de Lille avec Yohan et Ecaterina Pacurar (par ailleurs coordinatrice scientifique du projet), l'université de Strasbourg avec Claude-Alexandre Magot et Richard Cabassut, l'université d'Aix-Marseille avec Caroline Ladage, l'université Paris-Nanterre avec Fabien Fenouillet.

problèmes reste d'actualité (Sander 2018, Houdement 2018). Le thème de la géométrie en lien avec les représentations et les artefacts a été traité dans les colloques de la COPIRELEM d'Épinal (2017) et de Blois (2018) et devient un thème central de la formation des référents mathématiques de circonscription (RMC) en 2021. Depuis les travaux de l'institut national de la recherche pédagogique (INRP), en 1972, avec l'équipe ERMEL, la résolution des problèmes est au cœur des apprentissages de l'école primaire et soutient la pratique de la collaboration entre élèves : « the wish is also to develop a cooperative activity among the students and to limit the interventions of the teacher » (Artigue, Houdement 2007, p.374). Les travaux en géométrie de l'espace (Douaire & al. 2009) montrent dans l'apprentissage du 3D à l'école que les justifications oscillent entre perception et raisonnement. C'est pourquoi nous avons envisagé différents énoncés de problèmes situés dans un espace 3D.

3 La variation des énoncés de problèmes proposés

L'idée des concepteurs a été de proposer des problèmes se situant dans l'espace 3D et pouvant mobiliser le vocabulaire et la vision de la géométrie de l'espace. Il était proposé d'étudier un solide constitué d'un grand cube (construit par assemblage de petits cubes élémentaires) auquel une partie a été retirée. L'illustration suivante propose un exemple avec un cube 3×3×3 dans lequel un tunnel central a été retiré.

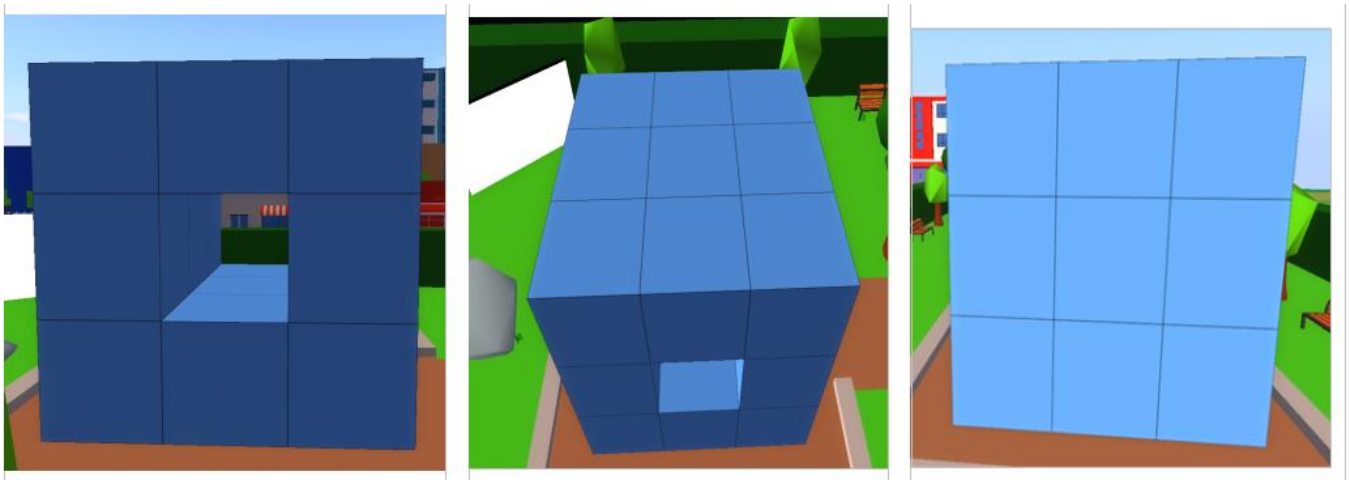


Figure 2: Différents points de vue d'un exemple de solide

Examinons quelques-uns des énoncés tels qu'ils ont été proposés aux élèves

Énoncé d'un problème de volume d'un solide : « Combien de petits cubes bleus faut-il pour former le solide (formé par un grand cube auquel on a enlevé des petits cubes) ? »

Énoncé d'un problème d'aire d'un solide : « Chaque petit cube a des faces carrées. Combien de faces carrées faut-il pour couvrir le solide (y compris dans la partie intérieure où on a enlevé des petits cubes) ? »

Une extension supplémentaire d'énoncés demandant la production de patrons d'un solide a vite été abandonnée, vu les difficultés rencontrées dans les problèmes de dénombrement. Voici un énoncé d'un problème de patron d'un solide : « Le solide formé par les petits cubes est constitué d'un grand cube auquel on a enlevé des petits cubes à l'intérieur. On cherche à remplir ce trou avec un solide de manière à reconstituer un cube plein. Construire un patron de ce solide » (inspiré de (Douaire & al. 2009)).

La variation des énoncés a joué sur deux variables : la taille du grand cube évidé et la complexité de la partie évidée. Illustrons par quelques représentations de ces variations.

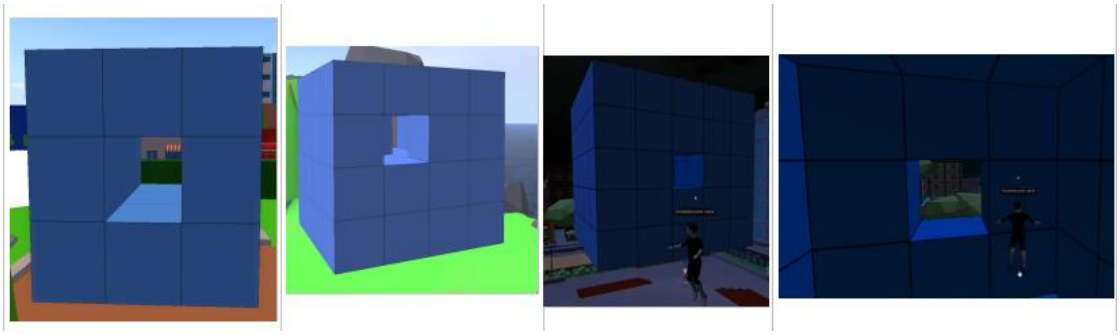


Figure 3: Variation de la taille des cubes et du creux

Étudions l'évolution des différents dispositifs proposés aux élèves.

4 L'évolution des dispositifs proposés

Les dispositifs impliquent des élèves de cours moyen (CM1 et CM2) d'écoles primaires des académies de Lille et Strasbourg.

4.1 Un premier dispositif exploratoire pré-expérimental avec un groupe de contrôle

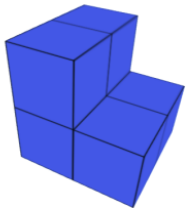
Un premier dispositif a été expérimenté en 2019 dans l'académie de Lille (Cabassut & al. 2021) avec un statut essentiellement exploratoire et pré-expérimental. Il a consisté à mettre en place un groupe expérimental et un groupe de contrôle. Le groupe de contrôle résolvait les problèmes, par petits groupes dans lesquels chaque élève renseignait individuellement une feuille de réponses aux problèmes, dans la classe, en présence du maître avec un matériel de manipulation constitué par des petits cubes emboîtables. Le groupe expérimental était constitué par des élèves d'une autre classe, qui, par petits sous-groupes de 4 à 6 élèves, rejoignaient une salle équipée d'ordinateurs individuels sur lesquels ANIPPO était implanté, et, après une appropriation individuellement de l'environnement pour une durée de 30 min, résolvaient individuellement pendant 30 min le problème en renseignant une feuille de réponse numérique. Le choix de l'énoncé de problème était aléatoire de manière à observer des spécificités de chaque énoncé. Après la résolution un entretien de retour réflexif était effectué avec chaque sous-groupe. Dans les deux cas les élèves avaient la possibilité de collaborer, soit directement pour le groupe de contrôle, soit par l'intermédiaire d'un casque et d'un micro pour le groupe expérimental.

Dans les deux groupes il y avait plusieurs séances. Une première séance d'évaluation initiale poursuit deux objectifs : un objectif d'évaluation des connaissances mathématiques et un objectif d'évaluation de la motivation avant la séance de résolution de problèmes. D'une part il s'agit de s'assurer que les élèves ont les connaissances minimales pré-requises pour pouvoir résoudre les problèmes proposés. Pour cela une série de questions et un problème sur la géométrie dans l'espace leur sont proposés : l'organisation de cette séance est la même pour les deux groupes de contrôle et expérimental. Il s'agit essentiellement de connaissances portant sur les noms de solides usuels et sur les notions liées : sommet, arête et face. Un problème à résoudre est également proposé : il s'agit de mesurer la performance de chaque élève dans la résolution du problème, pour éventuellement observer s'il y a un lien entre les performances de l'élève dans l'évaluation et son habileté à réaliser les tâches proposées dans les deux sessions suivantes. La correction de cette évaluation initiale doit être effectuée avant les autres sessions pour s'assurer que les élèves ont bien eu un enseignement minimal des prérequis. D'autre part un questionnaire sur la motivation des élèves avant et après résolution des problèmes pour mesurer une évolution dans la motivation. Dans ce premier dispositif, un problème technique a empêché la passation des questionnaires. Une seconde séance comprend une partie appropriation de 30 min, qui permet de choisir son avatar, d'apprendre à se déplacer

et à communiquer dans l'environnement, de s'exercer à l'appropriation de l'environnement virtuel. Une seconde partie de 30 min propose de résoudre les problèmes de dénombrements de petits cubes puis de petites faces carrées dans un solide issu d'un cube évidé (la taille du cube, de 3×3×3 à 5×5×5, étant fixée aléatoirement suivant les élèves).

4.2 Un second dispositif expérimental avec un groupe de contrôle interrompu par la COVID

À la suite des résultats (qui seront livrés dans le paragraphe sur les résultats) du premier dispositif un second dispositif a été mis en place, qui reprenait l'organisation précédente en simplifiant les propositions d'énoncés de problèmes et en améliorant la phase d'appropriation. Seules les deux questions relatives au dénombrement de petits cubes ou de petites faces carrées étaient conservées. Seules deux tailles de cubes étaient envisagées : 3 puis 5 petits cubes en arête. Dans la phase d'appropriation l'activité suivante était ajoutée pour familiariser l'élève au type d'énoncé de problème et vérifier que la consigne semblait bien comprise, à partir d'un solide issu d'un cube 2x2x2.

	1) Combien de petits cubes faut-il pour former le solide ? Jean répond : il faut 5 petits cubes. Es-tu d'accord ? Explique pourquoi. 2) Combien de petits carrés faut-il pour recouvrir le solide ? Jean répond : il faut 11 petits carrés pour recouvrir le solide. Es-tu d'accord ? Explique pourquoi.

Enfin l'entretien post-expérimentation avec l'ordinateur était réalisé par un observateur qui avait observé l'élève pendant la phase de travail avec l'ordinateur. Une dernière séance était consacrée à la passation des questionnaires de motivation. La COVID a interrompu l'expérimentation qui n'a pas pu être terminée.

4.3 Un troisième dispositif sans un groupe de contrôle

À la suite de l'expérimentation du dispositif précédent, il a été décidé d'arrêter la comparaison avec un groupe de contrôle, les résultats du dispositif précédent (qui seront exposés dans la partie sur les résultats) étant suffisamment concluants. L'idée est d'étudier, dans un nouveau dispositif[1], les variations suivantes de l'environnement du monde virtuel.

L'expérimentation sur les dispositifs précédents a montré que beaucoup d'élèves étaient distraits par l'environnement, jusqu'à en oublier de résoudre le problème mathématique posé. La succession des dispositifs a essayé de réduire l'aspect distracteur de l'environnement, par exemple en distinguant une séance d'appropriation de l'environnement d'une séance de résolution d'un problème dans l'environnement (alors que dans le premier dispositif dans la même séance la phase d'appropriation débordait sur la phase de résolution).

Les difficultés que rencontrent les élèves se trouvent au niveau de la dévolution du problème. Le design actuel de ANIPPO conduit à une "exploration de l'environnement. Les différentes informations que les élèves retirent de celle-ci conduisent à la détermination de buts orientés vers d'autres actions que la résolution du problème.

[1] Ce dispositif a été très perturbé par la pandémie qui a obligé à reporter des expérimentations à l'année scolaire suivante

L'hypothèse selon laquelle les caractéristiques sémiotiques de l'environnement (et l'expérience virtuelle d'exploration par un avatar permettraient une dévolution du problème dans une situation entièrement adidactique ne se vérifie pas.

On identifie certaines variables distractives de l'environnement : déplacement vers l'énoncé du problème fonctions de de second life[1], affichage de l'énoncé d'une consigne, contexte de l'environnement, point de vue sur l'espace virtuel, l'environnement, nature de la réponse de l'élève, retour réflexif.

Dans la version 1 on donne des valeurs très « ouvertes » à ces variables, ce qui signifie que les chances de distractions sont plus grandes. Dans les versions 2 et 3, les valeurs sont davantage « fermées » c'est-à-dire qu'elles offrent moins de possibilités de distraction. Illustrons sur deux exemples cette variation.

Pour la caractéristique concernant l'énoncé du problème, dans la version 1 les élèves doivent se déplacer jusqu'à un lieu où est affiché l'énoncé du problème avec le risque d'être distrait au cours du déplacement. Dans la version 2, l'énoncé est proposé dès le début. Dans la version 3, il n'y a qu'un petit nombre de lieux possibles où l'énoncé est présent.

Pour la caractéristique concernant les fonctions de second life, dans la versions 1 les fonctions étendues sont actives alors qu'elles sont interdites dans les versions 2 et 3.

Version 1	Version 2	Version 3
Les élèves se déplacent vers le problème	Aucun déplacement	Petit nombre de "salles » interconnectées par des couloirs
Les fonctions étendues de second life sont actives	Interdire les fonctions	Interdire les fonctions
Énoncé par écrit et oral (boîte de dialogue) mais non permanent, et objet non présent lors de l'énoncé	Fenêtre ouverte en permanence (journal de quête) audio déclenché par clic	Fenêtre s'ouvrant après clic sur icône texte + audio déclenché simultanément
Il existe un contexte environnemental (ville)	Il existe un contexte environnemental simplifié (ville)	Il existe un contexte environnemental simplifié (ville)
Vue 3e personne	Vue 3e personne fixe	Au choix de l'utilisateur 3ème personne/1ère personne
Restitution par écrit sur écran hors environnement, un par élève	Capture d'écran de la vue initiale du cube par écrit et oral	Fenêtre contextuelle dans ANIPPO (reste ouverte jusqu'à réponse), par écrit et oral

[1] Second life est un environnement visant la création de contenus 3D ; ces fonctions permettent la conception et le déploiement de textures, d'objets 3D, le mapping, les interactions sociales, la programmation, …

Retour réflexif informationnel non pertinent présent	Aucun retour réflexif	Aucun retour réflexif

Le dispositif enregistre l'écran de contrôle de chaque ordinateur d'élève durant l'expérimentation ainsi que les discussions orales entre participants d'un sous-groupe et lors des entretiens après expérimentation.

Avec ce dispositif chaque élève est évalué en mathématiques, par deux évaluateurs différents, suivant une grille commune, à partir de ses réponses et ses explications pour les deux questions (nombre de petits cubes et nombre de petites faces carrées) pour chacun des types de solides issus respectivement d'un cube 2x2x2 (séance d'appropriation), d'un cube 3×3×3 (première séance de résolution de problème) et d'un cube 5×5×5 (2de séance de résolution de problème).

II - DISCUSSION DES RESULTATS OBSERVES

1 Résultats du premier dispositif : difficultés de l'environnement ANIPPO

Dans le groupe de contrôle composé de 26 élèves, pour la première question sur le nombre de petits cubes constituant le grand cube évidé, 20 réponses sont correctes. D'après le détail des calculs on devine deux procédures. Le calcul «8×3=24 » suggère que les élèves ont découpé le grand cube évidé en trois tranches verticales, chaque tranche étant constituée par un carré de 3 cubes sur 3, auquel on a enlevé le cube central, soit 9-1=8 par tranche, et 3×8 en tout. Un autre calcul « 27-3=24 « suggère que les élèves ont compté le nombre de petits cubes d'un grand cube 3×3×3 soit 27 cubes desquels ils ont retiré les 3 cubes de la partie centrale, soit 27-3=24. La seconde question dont la réponse correcte est 64 est réussie par seulement 4 élèves. La question ne semble pas avoir été comprise. Par exemple une réponse incorrecte est 27×6=162, car les 27 cubes précédents sont couverts chacun par 6 faces. Dans le groupe expérimental de 17 élèves, pour les deux questions, aucune réponse correcte n'est donnée. Essayons d'interpréter ces résultats.

Nous sommes d'abord très surpris de la différence de taux de réussite entre le groupe de contrôle et le groupe expérimental. Nous pensons qu'ils traduisent d'une part une difficulté d'appropriation de l'environnement ANIPPO dans le temps imparti d'une session comprenant une appropriation de 30 min suivi d'une résolution de 30 min. Les enregistrements des déplacements à l'écran des avatars montrent que beaucoup d'élèves ont de la difficulté à se déplacer dans l'environnement et ont de la difficulté à accomplir certaines actions. De même les élèves semblent ne pas prendre le temps de lire les consignes affichées dans l'environnement. Faudrait-il plutôt un message audio qui serait délivré au passage devant un détecteur ? D'autre part la situation dans l'environnement ANIPPO apparaît très a-didactique, à tel point que beaucoup d'élèves semblent oublier les objectifs de résolution de problèmes initiaux : certains élèves s'amusent à explorer l'environnement et à jouer à cache-cache entre avatars.

Concernant l'hypothèse H1 que l'immersion de l'élève dans le monde virtuel semble renforcer de manière très forte le caractère a-didactique de la situation, par identification avec son avatar et par une meilleure relation du sujet au monde réel, cette immersion apparaît même comme un obstacle en comparaison au groupe de contrôle. Il faudrait donc une modération du caractère a-didactique : peut-être que l'identification à l'avatar doit être plus distante pour éviter de trop distraire l'élève. Faut-il effectuer des rappels réguliers des objectifs de résolution du problème ? Faut-il prévoir un temps d'appropriation plus long pour que la session de résolution de problèmes ne soit plus perturbée par une appropriation incomplète de l'environnement ? Enfin, pour ce qui concerne le groupe de contrôle, est-ce qu'un phénomène de copiage entre élèves existe et qui serait favorisé par l'environnement de classe entière et par des dispositifs du type feuille de réponse à remplir, qui ne sont pas sans rappeler les dispositifs d'évaluation ?

Peut-être serait-il intéressant de noter la disposition géographique des élèves pour observer si un phénomène de réponses semblables (correctes ou non) existe pour des élèves voisins ?

Concernant l'hypothèse H2, pour les quelques élèves qui ont donné des réponses incorrectes à la première question, il a été difficile d'observer leurs procédures. Lors des déplacements dans l'environnement virtuel des informations sont échangées dans le registre de l'écrit, notamment l'affichage de l'énoncé du problème et la production par l'élève d'une solution au problème. Est-ce que ce passage du registre de l'action au registre de l'écrit est problématique dans un environnement virtuel ? Est-ce que l'attention et la motivation sont suffisants pour mémoriser l'énoncé écrit au cours des déplacements et pour mettre en place des explorations de l'environnement virtuel avec pour objectif la résolution du problème ? Il serait peut-être intéressant, une fois une réponse proposée par l'élève, d'enregistrer les justifications orales de son résultat, soit par un procédé d'enregistrement partie prenante de l'environnement ANIPPO, soit par un interrogatoire extérieur. Un dispositif de meilleures traces des justifications des réponses pourrait également être proposé pour le groupe de contrôle. L'environnement virtuel ANIPPO apparaît complexe et peu intuitif dans son design et son utilisation : une simplification permettrait-elle une appropriation plus rapide et meilleure ?

Concernant l'hypothèse H3, la motivation à la résolution de problèmes ouverts semble au contraire avoir diminué avec l'environnement ANIPPO, qui semble apparaître comme un distracteur par rapport à la résolution de problèmes. Les échanges ou collaborations entre élèves, enregistrés dans le dispositif ANIPPO, portent davantage sur l'appropriation de l'environnement (« comment fais-tu pour ... ? ») que sur la résolution de problèmes. Les difficultés techniques qui ont empêché de mettre en place les tests psychologiques sur la motivation, ne permettent pas de confirmer cette impression. De nombreux problèmes techniques sont apparus dans les deux endroits (Lille et Marseille) où la pré-expérimentation s'est produite : il faudra résoudre ces problèmes avant l'expérimentation. Mais c'est une caractéristique des enseignements impliquant les TIC que la technique domine l'action didactique (Trestini, Cabassut 2006). Concernant le second problème, très peu réussi dans le groupe de contrôle et pas réussi dans le groupe expérimental, la question du niveau de difficulté des problèmes de géométrie dans l'espace est posée. Pourtant, les travaux de l'équipe ERMEL (Douaire & al. 2009) semblent montrer que ce type de problèmes est accessible dès l'école primaire. S'agit-il donc d'un problème de compréhension de l'énoncé ? Les élèves du groupe de contrôle et du groupe expérimental ont-ils suffisamment travaillé ce domaine ? Il faudrait prévoir éventuellement des problèmes où la difficulté apparaît plus progressivement. L'évaluation prévue en première session n'a pas pu avoir lieu et n'a donc pas livré d'éclairage complémentaire. Il faudrait peut-être prévoir une session supplémentaire de résolution de problème pour proposer une montée progressive dans le niveau de difficulté des problèmes. Enfin, les variations entre énoncés de problèmes au niveau du groupe expérimental n'ont pas démontré que la taille du cube ou la complexité de la partie retirée dans le grand cube jouent dans la réussite des élèves.

C'est pourquoi il a été décidé, pour le prochain dispositif, de se limiter aux solides issus des cubes 3×3×3 et 5×5×5. Les questions sur les patrons de solides sont supprimées étant jugées plus difficiles que les problèmes de dénombrements qui ont déjà posé suffisamment de problèmes : soit les élèves n'ont pas eu le temps d'aborder ces questions, soit n'y ont pas répondu correctement. Les dispositifs d'enregistrement vidéo et audio des élèves du groupe expérimental et de leurs entretiens sont renforcés pour mieux comprendre les procédures, notamment incorrectes.

2 Résultats du second dispositif : l'appropriation et le pouvoir distractif de l'environnement ANIPPO restent problématiques

Vingt-trois élèves sont dans le groupe de contrôle. Pour le cube 3×3×3, dans le groupe de contrôle, sur les 23 élèves, 20 répondent correctement à la première question. Les procédures suivantes sont observées (avec entre parenthèses le nombre d'élèves concernés) :

«En cas de réussite :
• Déconstruction, démontage du solide bleu [le grand cube évidé] (11)
• Multiplication 3×8 (4)
• Comptage manuel sans précision (1)
• Pas de justification (5).

En cas d'échec :
• Comptage manuel sans précision (1)
• Pas de justification (1) et 9 répondent correctement à la seconde question. » (Delajon 2021, p.19)

Pour la seconde question seuls 9 élèves répondent correctement avec les procédures observées suivantes :
« En cas de réussite :
• Comptage en groupe, une personne par face, puis collectivement pour le tunnel (5)
• Pas de justification (4) .

En cas d'échec :
• Comptage manuel en groupe sans précision (9)
• Pas de justification (5) » (Ibidem p.19).

Vingt-quatre élèves sont dans le groupe expérimental. La défaillance des enregistrements n'a permis de récupérer l'enregistrement des expérimentations et des entretiens de seulement 4 élèves. Aucun de ces élèves n'a répondu correctement aux deux questions relatives au solide évidé issu du cube 3×3×3. Les procédures incorrectes observées sont

« • Multiplication (2)
• Comptage manuel sans précision (1)
• Pas de justification (1) » (Ibidem p.20).

Suite à la difficulté d'avoir pu observer les réponses et les procédures dans le groupe expérimental, il est décidé d'abandonner les dispositifs avec groupe de contrôle et de se concentrer sur des groupes expérimentaux en simplifiant l'environnement, en améliorant son appropriation et l'enregistrement des phases de résolutions des élèves, des explications orales et écrites des élèves et des entretiens d'explicitation après résolution.

3 Résultats du troisième dispositif : incompréhension des énoncés et irrationalité des explications

Vingt-quatre élèves ont effectué l'expérimentation en juin 2021. Bien que les résultats ne soient pas encore complètement analysés, les premières observations suivantes peuvent être livrées. On observe des réponses correctes pour la résolution d'un problème. Par exemple un élève qui trouve 24 petits cubes pour le cube 3×3×3 évidé explique : « J'ai compté les cubes d'en bas et j'ai fait fois deux pour en haut et j'ai compté les cubes qui restaient », ce qui correspond au calcul 2x9+6. On observe également des réponses incorrectes. Par exemple un élève justifie 54 petits cubes par l'explication : « 9 cubes par faces et 6 faces ». La question est de savoir si l'environnement a suscité de nouvelles procédures correctes ou incorrectes, ce que l'étude ultérieure des réponses révélera éventuellement. L'effectif observé n'est statistiquement pas assez grand pour observer si une procédure est favorisée ou défavorisée par l'environnement virtuel par rapport aux groupes de contrôle. Nous allons évoquer quelques autres résultats qualitatifs apparus dans les premiers cas observés.

4 Motivation

Pour Lieury et Fenouillet (2013, p.5) « la motivation désigne une force intra-individuelle qui peut avoir des déterminants internes et/ou externes et qui permet d'expliquer la direction, le déclenchement, la persistance et l'intensité du comportement ou de l'action [...] Cette force provoque quatre effets : le déclenchement d'un comportement ; l'orientation du comportement, attirance vers un but ou au contraire rejet ou fuite ; l'intensité de la mobilisation énergétique, émotion, attention ; et enfin la persistance du comportement dans le temps ». Les questionnaires de motivation avant et après ont été associés à des questionnaires d'évaluation des performances mathématiques avant et après. L'analyse des réponses à ces questionnaires donnera lieu à une publication ultérieure. Certains élèves au cours de l'entretien semblent intéressés par l'aspect ludique et différent de l'environnement scolaire habituel, sans que l'on sache si cet intérêt est motivant pour la résolution de problèmes en tant que telle. Les deux premiers dispositifs, au contraire, ont montré que l'environnement était très distractif et des élèves oubliaient la tâche à réaliser trop motivés à découvrir l'environnement voire à jouer à cache-cache entre avatars présents dans l'environnement. Les difficultés d'appropriation de l'environnement ou techniques liées à des dysfonctionnements pourraient éroder la motivation de certains élèves.

5 Collaboration

Nous considérons que la situation de résolution de problème est collaborative « à partir du moment où des personnes de même niveau cognitif, dont les statuts sont équivalents, sont capables de travailler ensemble dans un but commun. Cette situation est ensuite considérée comme interactive si ces personnes communiquent de façon soutenue, argumentent, voire s'opposent en évitant toutefois d'imposer leurs points de vue « (Baudrit 2007, p.116). Or dans l'environnement ANIPPO les élèves ont la possibilité de se reconnaître dans l'espace virtuel où leurs avatars circulent et peuvent échanger entre eux à l'aide d'un casque audio associé à un micro, ou par écrit à l'aide d'un espace de discussion (chat). On observe des élèves qui réalisent les tâches sans collaborer alors que d'autres collaborent entre eux, soit pour mieux s'approprier l'environnement (comment tu fais pour … ?), soit pour connaître la réponse à un problème, mais pas pour savoir comment cette réponse a été trouvée, ni pour la remettre en cause. Il est difficile de savoir si la collaboration est davantage favorisée que dans le groupe de contrôle faute d'observations concluantes.

6 Registres de représentation

Avec les registres de représentations sémiotiques de Duval (2006), les résultats de la recherche montrent l'importance des représentations dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (Goldin 1998). L'environnement ANIPPO permettra de travailler dans différents registres de représentation (Duval 2006) :
- le registre du monde virtuel ANIPPO où différents traitements sont possibles : le déplacement d'un avatar dans l'environnement par des commandes au clavier, le contrôle visuel à l'écran d'un déplacement virtuel d'un avatar, l'exploration visuelle à l'écran d'un lieu virtuel (par exemple en se déplaçant l'avatar autour d'un solide virtuel ou à l'intérieur d'un solide virtuel),
- le registre de la langue naturelle écrite dans les fenêtres prévues pour répondre aux problèmes posés, ou dans les causeries (chats) entre élèves, dans lequel par exemple des élèves peuvent échanger des informations en faisant référence à des repères de l'espace virtuel,
- le registre de la langue orale lors des échanges entre élèves ou lors de l'entretien, et lorsqu'on demande, dans le dernier dispositif, d'expliquer oralement dans le micro la réponse qu'il a donnée.

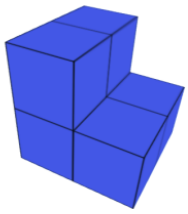
Duval nous invite à distinguer les traitements intra-registres (comme le déplacement à l'intérieur de l'environnement ANIPPO, ou encore le dénombrement de petits cubes par un calcul sur des nombres écrits en chiffres) et les traitements de conversion inter-registres (comme la description en langue naturelle d'un

déplacement dans l'environnement ANIPPO ou le repérage en langue naturelle d'un objet situé dans l'espace virtuel ANIPPO) : « Mathematical comprehension begins when coordination of registers starts up. [...] Mathematical thinking processes depend on a cognitive synergy of registers of representation » (Duval 2006, p.126).

On observe que :
- les registres de l'action semblent dominer dans l'appropriation et la résolution de problèmes,
- le registre oral est abondant entre pairs (mais pas systématique, certains élèves travaillant de manière isolée) dans l'appropriation et moins présent de manière surprenante, dans les phases de résolution de problèmes. Peu d'élèves expliquent oralement comment ils ont trouvé la réponse (alors qu'il est leur explicitement demandé une explication orale au micro). De même peu d'élèves échangent oralement au micro sur les démarches et procédures pour résoudre les problèmes.

Le registre de l'écrit est utilisé pour écrire, de manière minimaliste, une réponse à une question puis son explication ; l'utilisation de la discussion écrite (chat) entre pairs est peu fréquente.
Concernant les changements de registres, d'une part on observe pour l'élève, une difficulté à décrire ou expliquer par écrit ce qu'il a fait. D'autre part, on observe également parfois des variations d'explications entre l'explication écrite fournie lors de la résolution et l'explication orale lors de l'entretien suivant la résolution.
Dans le cas des dispositifs mis en place, il est difficile de déterminer si certains registres et certaines conversions entre registres sont favorisés ou non par l'environnement virtuel par rapport à l'environnement traditionnel des groupes de contrôle.
Il est clair cependant que des traitements inter-registres ou intra-registre peuvent aboutir à une reformulation incorrecte de l'énoncé. Certains élèves reformulent oralement le problème qui leur est proposé par écrit et qui leur a été lu oralement par l'ordinateur en un autre problème, qu'ils résolvent parfois correctement, mais dont la réponse est incorrecte pour ce qui concerne le problème initial.

Décrivons un exemple concernant le solide suivant.
La question posée est « Combien de petits cubes faut-il pour former le solide ?
Jean répond : il faut 5 petits cubes. Es-tu d'accord ? Explique pourquoi.



Un élève répond qu'il n'est pas d'accord et explique que la réponse correcte est 8. En effet il faut 8 petits cubes pour construire le grand cube auxquels on enlèvera ensuite 2 petits cubes pour former le solide de la figure. L'élève a compris la situation ; il répond correctement à la question qui n'a pas été posée : combien le grand cube initial a-t-il de petits cubes ? Il semblerait que certains élèves aient des problèmes de mémorisation de la question énoncée. Les souvenirs qu'ils en ont les amènent à reconstituer cet énoncé en un nouvel énoncé auquel ils vont répondre et non équivalent à l'énoncé initial.

III - PERSPECTIVES POUR LA RECHERCHE ET LA FORMATION

Nous avons montré l'importance de plusieurs facteurs jouant dans l'efficacité et la pertinence de l'environnement ANIPPO :
- l'environnement instrumental : le fonctionnement de ANIPPO sur les ordinateurs a été problématique avec de nombreux incidents (bogues) ; la connexion internet pour assurer l'enregistrement vidéo et audio des actions à l'écran ou des entretiens à distance ou en local entre élève et chercheur avec de nombreuses défaillances de la connexion supprimant la mémoire des expérimentations ; les problèmes techniques de

l'instrument dominent les problèmes didactiques (Trestini & al. 2006). Pour l'instrumentation, certains n'utilisent pas les instruments mis à disposition (ne pense pas à lire les panneaux, à voler alors qu'ils savent voler, à échanger des informations avec des camarades alors que d'autres savent exploiter les ressources des différents instruments). Pour l'instrumentalisation, certains pensent à utiliser le vol pour explorer l'intérieur du cube pour compter ce qui est en moins, ou pour sauter dans le labyrinthe pour voir où est la sortie.

- le temps d'appropriation : sous-estimé au début (un début de séance consacré à ce temps) il lui est consacré une séance entière dans le dernier dispositif ; sans appropriation correcte l'instrumentation et l'instrumentalisation de l'environnement sont difficiles (Cabassut & al. 2006) ;
- les registres de représentation utilisés : les difficultés de traitement dans certains registres et de conversions inter-registres ont été mises en évidence.
- les thèmes mathématiques : il semblerait que la géométrie dans l'espace, pourtant au programme du cycle 2, soit mal maîtrisée par les élèves de cours moyen ; le vocabulaire utilisé est mal maîtrisé ; certains élèves s'expriment en confondant par exemple cube et carré ; on se demande si conceptuellement certains élèves font la différence entre la géométrie 2D et la géométrie 3D. Ceci peut paraître surprenant par rapport à certaines propositions (Douaire & al. 2009) ou par rapport au contenu des programmes actuels.
- les procédures utilisées (observables dans les vidéos d'écran ou les réponses et explications écrites) et leurs justifications[1] (observables dans les explications écrites et les entretiens). Du côté des pratiques, beaucoup de procédures sont en actes (naturelles) et les élèves ont des difficultés à les justifier. Par exemple, dans le micro-espace réel tourner un petit cube évidé qui tient dans la main est une technique en acte assez naturelle qu'on ne sait pas justifier et qui permet d'observer. Par contre dans le méso-espace tourner, à pied, autour d'un très gros cube évidé, pour l'observer, est coûteux en terme de durée de l'action n'est pas naturel. Pour réaliser ce déplacement il faut avoir l'intention d'explorer systématiquement en faisant le tour du cube. Cette intention d'exploration est une justification de ce déplacement. On observe bien souvent des déplacements aléatoires dans certaines directions, sans qu'on devine une intention qui a anticipée ce déplacement. Peut-être que cette exploration aléatoire est le propre de la découverte de tout nouvel environnement. Les procédures de dénombrements (et donc pas seulement de comptage mais également celles utilisant des calculs) ont souvent des fragilités liées à la non-acquisition de la compétence d'énumération (mise en évidence par les travaux de Brousseau et Briand (Margolinas & al. 2007), qui correspond à un stade plus élevé à la reconnaissance d'une partition. Les élèves oublient de dénombrer des parties ou dénombrent en double d'autres parties.

Du côté des justifications des pratiques, les élèves semblent confondre « décrire ce que j'ai fait » et « expliquer ou justifier ce qui est fait ». Dans l'exemple précédent l'élève décrit que $28 = 7 \times 4$ mais n'explique pas d'où vient le 7 et le 4 dans le calcul. En fait il a obtenu 28 par comptage et quand on lui demande d'expliquer comment il l'a obtenu, il précise une propriété arithmétique de 28, en proposant une décomposition multiplicative, mais ceci n'est pas une explication de sa procédure. Cet élève comprend-il la consigne « explique ton résultat » ou reformule-t-il cette consigne en « donne des propriétés du résultat que tu as trouvé » ? En d'autres termes une partie des problèmes de certains élèves ne seraient pas d'ordre mathématique mais de l'ordre sémantique : la compréhension de la consigne qui est reformulée incorrectement en une autre consigne.

Les travaux de ERMEL de l'INRP (Douaire & al.2009) ont montré l'importance, dès l'école primaire, du raisonnement de justification. On observe dans cette expérience, chez de nombreux élèves, l'absence de justification, des justifications irrationnelles (on ne comprend pas l'inférence entre la raison avancée et la

[1] Ce qu'on appelle encore praxéologies dans certaines théories (Bosch & al. 2006)

technique utilisée), par contrat habituel (j'ai additionné parce que d'habitude on fait une addition), par modélisation (correcte ou non).
Pour terminer nous évoquerons deux éléments, l'un important pour la recherche, l'autre pour la formation.

La recherche en didactique est confrontée parfois à des projets complexes mettant en jeu plusieurs types de savoirs (Cabassut 2020). Ce projet rassemble différentes spécialités : sciences de l'information et de la communication, sciences de l'éducation, informatique, didactique des mathématiques, sociologie, psychologie …, ce qui illustre sa complexité. Par exemple dans un entretien d'explicitation un non-didacticien n'éprouve pas le besoin de faire expliciter une procédure mathématique. Dans les consignes certains (les didacticiens) vont nommer solide un cube évidé alors que d'autres (informaticiens) vont le nommer cube. Ou encore « Combien faut-il de petits carrés bleus pour recouvrir la partie extérieure plus la partie creuse (tunnel) ? » le didacticien formule « Chaque petit cube a des faces carrées. Combien de faces carrées faut-il pour couvrir le solide (y compris dans la partie intérieure où on a enlevé des petits cubes) ». Le didacticien souhaite éviter le mot inducteur « plus ». La gestion de cette complexité est une difficulté pour la recherche. Il est important qu'un savoir ne domine pas les autres, mais il est également important que chaque savoir puisse disposer de projets de recherche centrés sur ce savoir. La tendance à la complexité en invoquant l'interdisciplinarité, les sciences cognitives ou le numérique réduisent le champ des possibles. Enfin la complexité impose des contraintes de temps qui ne permettent pas de réaliser dans le calendrier *a priori* ce qui est faisable dans le calendrier réel.

Une autre remarque concerne la formation, à propos de la classification des problèmes, qui connaît un renouveau avec les recherches récentes (Houdement 2018 ; Sander 2018 ; Cabassut 2022). Une approche de l'apprentissage de la résolution de problèmes consiste à étudier des classes de problèmes élémentaires et à essayer de les reconnaître. Cette approche a le risque d'amoindrir la recherche d'autres classes. C'est donc le modèle qu'on applique à un problème qui fait que le problème est additif, multiplicatif ou complexe. Par exemple « combien de petits cubes faut-il pour construire le grand cube évidé 3×3×3 avec un tunnel comme montré dans les différentes vues » peut être traité :
- comme problème additif : on additionne les étages 9+6+9 ou 9=9+9-3
- comme problèmes multiplicatif : 8 colonnes de 3 petits cubes ;
- comme problème complexe : 2 fois (3×3) + 2×3 (2 tranches de 3 colonnes de 3 cubes, du haut et du bas du cube évidé horizontalement) et les 2 colonnes médianes de 3 cubes encadrant le tunnel).
Chacun correspond à une vision, une représentation, une modélisation différente du grand cube évidé. Il est donc important de développer chez les élèves non seulement des compétences à reconnaître les classes de problèmes de références mais aussi à développer des compétences de modélisation permettant de résoudre des problèmes complexes et atypiques.
Nous avons donc mis en valeur des facteurs sur lesquels jouer, dans la recherche et la formation, pour rendre l'utilisation d'un environnement virtuel efficace pour l'apprentissage des mathématiques. Reconnaissons que l'environnement ANIPPO étudié doit encore progresser pour que sa scénarisation didactique apparaisse efficace et pertinente.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Artigue M. & Houdement C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. ZDM Mathematics Education 39:365–382Baudrit, A. (2005). Apprentissage coopératif et entraide à l'école. *Revue française de pédagogie, Vol.* octobre - décembre, n°153

Baudrit, A. (2007) Apprentissage coopératif/Apprentissage collaboratif : d'un comparatisme conventionnel à un comparatisme critique. *Revue Les sciences de l'Éducation- Pour l'ère nouvelle. 2007/1 Vol.*40, p. 115 à 136.

Cabassut, R., Trestini, M., Riemlinger, P. (2006). Les TIC dans la formation et l'enseignement des mathematiques à l'école primaire, *Actes du XXXIIe Colloque COPIRELEM*, 30 mai-1juin 2005, IREM de Strasbourg, mai 2006, p.103.

Cabassut, R. (2020). Assistance à l'enseignement des mathématiques en cycle 2 basée sur l'intelligence artificielle et la psychologie cognitive, in *Actes du 46e colloque de la Copirelem.* Lausanne : juin 2019. Edition ARPEME.

Cabassut, R., Magot, C.-A., Pacurar, E., Solon, Y. (2021) Résolution de problèmes mathématiques ouverts dans un espace virtuel 3D : exemple de l'environnement ANIPPO. *Actes du colloque CIFEM 2020*. ITM Web of Conferences. Journal « ITM Web of Conferences https://doi.org/10.1051/itmconf/20213903001

Cabassut, R. (2022). Dispositifs d'enseignement et de formation utilisant les représentations en barres : pour quelle efficacité ? *Actes du 47e colloque de la Copirelem.* Grenoble : juin 2021. Edition ARPEME.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105, 380-400

Delajon, C. (2021). La réalité virtuelle, secours de l'apprentissage de la géométrie ? Cas de la résolution par des élèves de cycle 3 d'un problème de géométrie spatiale dans l'environnement virtuel immersif Anippo . Mémoire de Master SYNVA. Université de Strasbourg.

Douaire, J., Emprin, F., Rajain, C. (2009). L'apprentissage du 3D à l'école, des situations d'apprentissage à la formation des enseignants, *Repère n° 76*, Topic éditions.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 61, 103–130

Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. The Journal of Mathematical Behavior, 17(2), 137–165.

Houdement, C. (2018). Problèmes arithmétiques basiques : le cœur du problème ?, in Julia Pilet & Céline Vendeira (ed.) (2018) Préactes du séminaire de didactique des mathématiques.

Lieury, A., Fenouillet, F. (2013). Motivation et réussite scolaire, Dunod, Paris

Margolinas, C., Wozniak, F., Canivenc, B., De Redon, M.-C., & Rivière, O. (2007). Les mathématiques à l'école ? Plus complexe qu'il n'y paraît ! Le cas de l'énumération de la maternelle... au lycée. *Bulletin de l'APMEP*, 471, 483-496.

Moyer, P. S., Bolyard, J. J., & Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives? Teaching Children Mathematics, 8(6), 372–377.

Pacurar, E., Magot, C.-A., Cabassut, R., Solon, Y. (2020) Virtual manipulatives in inquiry based approach of 3D open problems by French 5th graders. Teaching Mathematics and Computer science. DOI: 10.5485/TMCS.2020.0507 Téléchargeable sur : http://tmcs.math.unideb.hu/contents.php

Sander, E. (2018) Une approche interprétative de la résolution de problèmes, in Julia Pilet & Céline Vendeira (ed.) (2018) *Préactes du séminaire de didactique des mathématiques.* ARDM.

Trestini, M., Cabassut, R. (2006). La domination de la technique sur l'action didactique et sur les scénarios pédagogiques en formation à distance. Colloque international TICE 2006. INP de Toulouse.

Villani C., Torossian C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. Ministère de l'Education Nationale. France.

Žilková, K.,Partová, E. (2019) Virtual manipulatives with cubes for supporting the learning process. In J. Novotna, & H. Moraova (Eds.), International Symposium Elementary Maths Teaching. SEMT'197. Proceedings, 427-437. Prague : Charles University, Faculty of Education.

LES « CHANTIERS MATHS » UNE PROPOSITION DE FORMATION CONTINUE DES PROFESSEURS D'ECOLE PAR L'ACCOMPAGNEMENT

Cécile BERROUILLER
PREC, INSPE Aix-Marseille
cecile.berrouiller@univ-amu.fr

Pierre EYSSERIC
PRAG, INSPE Aix-Marseille
COPIRELEM
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Résumé
Le 13 mars 2012, avait lieu à Lyon la conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au collège. L'état des lieux effectué à cette occasion montrait l'importance, pour viser une amélioration des compétences en mathématiques des élèves, d'une formation continue des enseignants, pensée à partir des réalités professionnelles vécues dans les établissements d'exercice.
Dans cette optique, dans l'académie d'Aix-Marseille, un nouveau type de formation continue en mathématiques a été proposé aux professeurs d'école (PE) : les chantiers mathématiques.
D'abord lancées de façon expérimentale en 2012-2013 pour quelques circonscriptions et uniquement pour le cycle 1, ces formations (présentées en communication lors du colloque COPIRELEM d'Épinal en 2017) sont aujourd'hui proposées à toutes les circonscriptions de l'académie et pour les trois cycles de l'école primaire.
Ce type de formation sert maintenant de référence pour former les Référents Mathématiques de Circonscription à l'accompagnement d'équipes dans le cadre de la mise en œuvre académique du plan Villani-Torossian.
La communication présente les modalités de cette formation continue de PE par l'accompagnement d'équipes de professeurs d'école tout au long d'une année scolaire, les caractéristiques de ce dispositif et les perspectives pour ce type de formation.

Plusieurs travaux (Conférence 2012, Villani-Torossian 2018) ont montré l'importance d'une formation continue des enseignants, pensée à partir des réalités professionnelles vécues.

Dans cette optique, dès 2012, des formateurs d'Aix-Marseille ont proposé dans le 1er degré un nouveau type de formation continue : les chantiers mathématiques – un dispositif qui ressemble beaucoup à celui des « constellations » proposé plus récemment dans le cadre du plan Villani-Torossian mais s'en démarque par certains aspects importants.

I - DEROULEMENT D'UN CHANTIER

On peut distinguer sept moments sur une année scolaire.

1 Proposition aux circonscriptions

Le dispositif a, pendant quelques années, débuté à la fin d'année précédente par l'information aux circonscriptions sous forme d'une lettre présentant le dispositif et des éléments de bilan des années précédentes. Depuis deux ans, nos institutions n'autorisent plus ce type de communication. Depuis, est-ce pour cette raison ou la mise en place des constellations et des injonctions ministérielles de formation, le nombre de chantiers est en baisse, notamment à l'école élémentaire où ils ont totalement disparu cette année. Un espoir renaît, puisque quelques circonscriptions nous sollicitent pour des suivis de constellations.

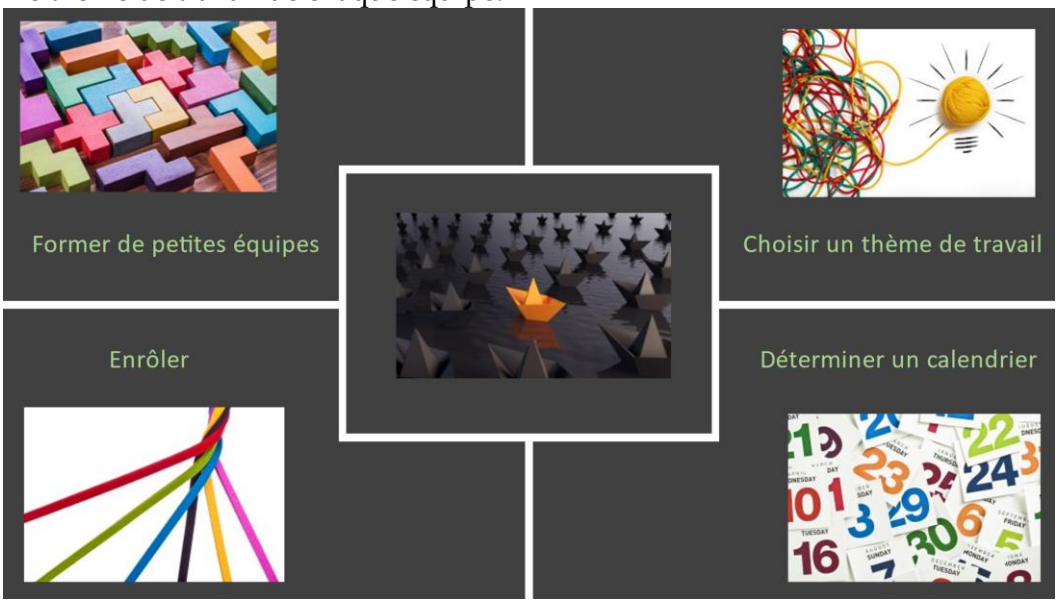
Au niveau du cadre institutionnel, ces formations sont reconnues de manières variables dans les circonscriptions, de 6h à 18h de temps d'animation pédagogique pour les collègues.
Nous estimons à 18 HTD[1] la reconnaissance dans le service d'un formateur d'un chantier de 12-15 enseignants sur 3 écoles.

Vous trouverez en annexe l'enregistrement sonore d'un entretien avec Serge Laget, CPC[2] et RMC[3], qui explique ses motivations pour proposer ce dispositif aux enseignants de sa circonscription.

2 Lancement

Les chantiers sont lancés lors d'une rencontre qui a lieu en septembre ou octobre. Une équipe de 12 à 15 professeurs d'école se retrouve avec le formateur qui va accompagner le chantier pour :

- préciser les caractéristiques de cette formation ;
- former de petites équipes ;
- choisir le thème de travail de chaque équipe.



Pour constituer une équipe en collectif de travail, il ne suffit pas de rassembler 15 enseignants ; il faut une volonté partagée, une envie de travailler ensemble. C'est pour cela que les participants à un chantier doivent *a priori* être volontaires. Constituer le collectif est ainsi simple et on s'engage rapidement dans le travail effectif. Nous sommes alors sollicités pour une poursuite du travail durant une deuxième année. Malheureusement, le format du dispositif des « constellations » interdit souvent cette prolongation du travail, pour les volontaires, sur deux années.

3 Envoi de ressources

Lors de cette première rencontre, les choix de thématiques sont opérés et ils sont souvent affinés dans les semaines suivantes, parfois avec l'aide d'un CPC, parfois par des échanges entre collègues au sein des écoles, parfois avec des échanges par téléphone ou par courriel avec les formateurs.
Une fois les choix stabilisés, les formateurs constituent une banque de ressources mise à disposition sur une plateforme type « box » ou envoyée par mail.

---

[1] HTD : heure équivalent TD, unité de mesure du service des formateurs INSPE ; le service d'enseignement d'un formateur est de 384 HTD et de 192 HTD si le formateur est enseignant-chercheur.

[2] CPC : conseiller pédagogique de circonscription

[3] RMC : référent mathématique de circonscription (mission introduite par le plan mathématiques Villani-Torossian)

Ces ressources peuvent être de différents types : situations d'apprentissage « clé en main » (mallette maternelle, CD Hatier, Ermel…), des articles scientifiques, des ressources issues des ateliers de la COPIRELEM, des ressources construites lors de chantiers antérieurs…
C'est un temps où le formateur peut mettre à disposition, rendre visibles des travaux de recherche.

La sélection est effectuée en fonction du développement professionnel des collègues perçu par les formateurs au cours des échanges.
Les formateurs envoient souvent des ressources surabondantes avec comme « consigne », de les feuilleter et de consulter celles qui attirent dans un premier temps ou qui intéressent plus que d'autres…
On s'aperçoit que certains enseignants en prennent connaissance, d'autres pas. Il arrive aussi que le collectif s'organise pour partager les lectures en prévoyant un temps de partage au sein de l'école. Parfois, les documents ne correspondent pas aux attentes, le sujet est cerné à nouveau et des compléments voire une nouvelle banque de ressources sont envoyés.

4 Rencontre formateur-PE dans chaque école

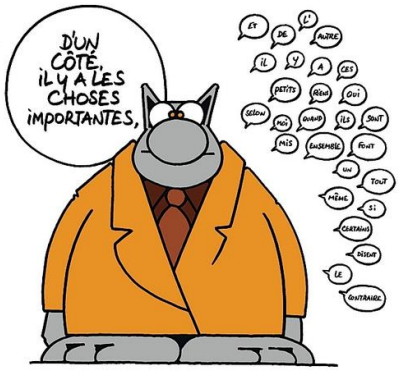
Après cet envoi parfois accompagné d'échanges à distance, le formateur vient travailler avec les collègues, répondre à leurs questions, travailler sur le thème choisi. Il va contribuer à la réflexion, tant dans la dimension « mathématique » que dans la mise en œuvre des situations.

C'est parfois le moment où le chantier débute réellement, notamment quand les collègues prennent conscience que ce n'est pas une formation descendante mais que le formateur est là pour être à leur écoute, pour construire et réfléchir avec eux.

La nature des interventions varie en fonction de l'implication préalable des participants :
- explicitation de ressources ;
- réflexion sur les réussites ou difficultés rencontrées dans des situations de leurs classes ;
- analyse de difficultés d'élèves ;
- conception de séquences ou d'éléments de séquences ;
- construction d'une progression ;
- réflexion sur un projet d'école, inter-école…

Ce temps se poursuit fréquemment par des échanges téléphoniques ou électroniques.

C'est un temps déstabilisant pour le formateur car il ne sait pas en arrivant où il va aller, ce que va devenir le chantier. Il écoute plus qu'il ne parle, il propose des pistes sans tracer un chemin… ce sont les équipes qui façonnent ce temps-là.





Dessins de Philippe Geluck

5 Visite : le formateur, troisième œil du PE dans sa classe

Le formateur vient observer la mise en œuvre de situations d'apprentissage dans les classes.
Cet ancrage dans la pratique réelle permet au cours d'échanges de requestionner les situations à partir du vécu du PE et des observations du formateur sur le travail du PE et des élèves.

Comment le projet accompagné se développe-t-il concrètement ?
Qu'ont réellement fait les élèves ?
Quels nouveaux obstacles ou questionnements sont apparus ?
Quelles perspectives ?

Ces visites permettent aussi au formateur de prélever des traces du travail : documents de préparation, photographies de travaux d'élèves, films, en vue de contribuer à l'avancée du chantier mais également à sa restitution.

6 "Foire aux réussites"

C'est le dernier temps avec les enseignants du chantier. En fin d'année scolaire, un temps de mutualisation des travaux du chantier est organisé. Il permet aux équipes d'exprimer les effets produits sur les élèves, sur l'enseignant mais également sur le collectif d'enseignants. Outre le partage, ce temps renforce la dimension collective du travail, tant dans la collaboration que dans le rapprochement des intentions. Il permet également de valoriser le travail des enseignants au sein des circonscriptions.
Il y a des échanges de documents mais surtout des échanges sur les choix, les mises en œuvre, les réussites et questions qui engagent vers de nouvelles recherches…
Il s'agit de permettre, par la confrontation des professeurs d'école avec les formateurs, la construction coopérative de pratiques efficaces dans le contexte réel des collègues impliqués.
C'est parfois l'occasion de démarrer de nouvelles réflexions d'équipe, d'envisager un futur chantier…

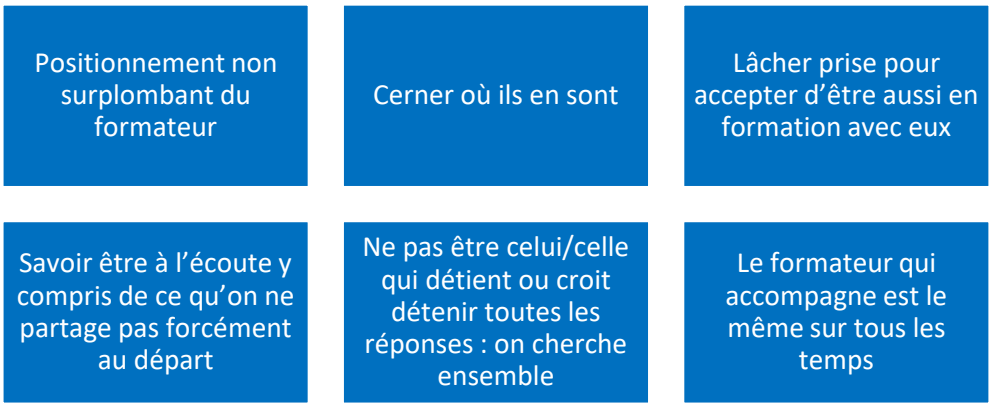
7 Vers de nouvelles ressources

Le formateur prend en charge la mise en forme des travaux afin de les diffuser plus largement comme ressources pour d'autres chantiers, voire en formation initiale.

II - TROIS CARACTERISTIQUES IMPORTANTES

1 Accompagnement

On est dans un dispositif en rupture avec la forme traditionnelle généralement descendante et transmissive de la formation. Il ne s'agit pas de transmettre de « bonnes pratiques » mais de construire ensemble.
Le modèle est horizontal et coopératif entre les enseignants et le formateur. Il part des préoccupations concrètes des collègues en tenant compte de l'histoire professionnelle et culturelle du milieu d'exercice. Comme le disent ergonomes et psychologues du travail « travailler n'est jamais une simple exécution » mais « consiste à gérer des variabilités » (Daniellou, 2009) et « adapter le mode opératoire au contexte » (Davezies, 2012). Les apports du formateur prennent donc en compte les questions des formés, proposent des réponses mises en discussion et retravaillées avec les collègues. On est dans un dispositif où le formateur apprend aussi des formés. Nous résumons ce positionnement par les six éléments ci-dessous.

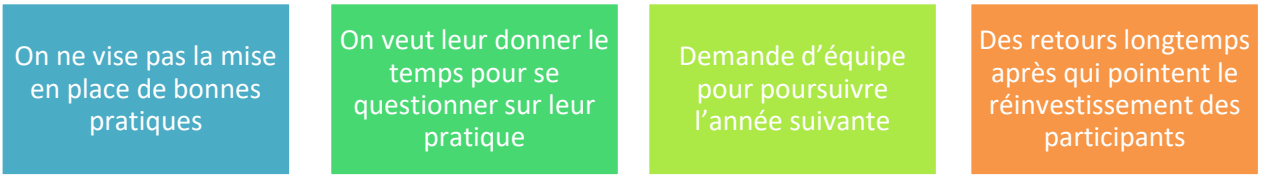


2 Travail d'équipe

La coopération, par échanges entre pairs et confrontations de pratiques, dynamise le chantier en étant aussi un vecteur d'amélioration du travail d'équipe. En effet, le chantier est un espace où le travail peut se discuter et se reconcevoir collectivement. Une piste d'évolution serait l'intégration de moments d'observations mutuelles en direct ou par l'intermédiaire d'extraits filmés.
En fonction de la façon dont les équipes sont constituées, la dynamique de ce travail d'équipe peut se mettre en place plus ou moins rapidement ; cela conduit à se questionner sur la durée d'implication d'une équipe dans le dispositif et aussi sur son remplacement par celui des constellations du fait de la commande institutionnelle.

3 Co-analyse du travail dans une zone proximale de développement professionnel

Par l'accompagnement, le formateur prend en compte la diversité des PE et leurs rapports très variés aux mathématiques en ajustant, au sens de Saillot (2020), ses contributions didactiques et pédagogiques aux enseignants afin de situer la co-analyse dans une zone proximale de développement professionnel (Saussez, 2015). Les vignettes ci-après synthétisent cet aspect de la démarche.



III - BILAN ET PERSPECTIVES

Quelques indicateurs d'évaluation des « chantiers math », outre les réactions lors du temps de mutualisation, peuvent être la demande de certaines équipes de poursuivre l'année suivante, les enseignants que l'on retrouve sur les listes de réussite au CAFIPEMF[4] …

[4] CAFIPEMF : certificat d'aptitude aux fonctions d'instituteur ou professeur d'école maitre formateur

1 Valeur ajoutée pour les élèves

Lorsque les enseignants trouvent du sens et donc du plaisir à enseigner les mathématiques, cela contribue à leur redonner une puissance d'agir, spinozienne, qui rejaillit sur l'enrôlement des élèves dans les apprentissages.
Dans ce dispositif, les PE perçoivent mieux l'enjeu des situations didactiques robustes, s'en emparent au bénéfice des élèves et deviennent capables de les adapter sans les dévoyer.

2 Questions à explorer

Plusieurs points mériteraient des approfondissements voire une recherche :

- Analyse d'impact du dispositif sur les pratiques à moyen et long terme des enseignants formés.
- Comparaison entre chantier mathématique et constellation à partir d'entretiens avec des professeurs d'école ayant vécu les deux dispositifs, ainsi qu'avec leurs supérieurs hiérarchiques autour de :
    - l'impact du mode de choix des participants (volontariat ou non, équipe d'école ou regroupement par niveau) ;
    - le choix des contenus travaillés (imposés ou choisis par les participants) ;
    - la durée de vie du dispositif (un semestre, un an ou plusieurs années).
- Formalisation du temps 7 : production et diffusion de ressources issues des chantiers.

IV - BIBLIOGRAPHIE .

Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au collège. (2012). Site Educmaths (http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale)

Daniellou, F. et Béguin, P. (2004). 20. Méthodologie de l'action ergonomique : approches du travail réel. Dans : Pierre Falzon éd., *Ergonomie* (pp. 333-358). Presses Universitaires de France.

Davezies, P. (2012). Enjeux, difficultés et modalités de l'expression sur le travail : point de vue de la clinique médicale du travail. *PISTES*, 14-2. http://pistes.revues.org/2566

Eysseric P. (2014). Comptes-rendus de chantiers mathématiques, Site de la mission maternelle 13 (http://www.mission-maternelle.ac-aix-marseille.fr/domaines/dlm/acc_dlm.html)

Eysseric P. (2018). Les chantiers Mathernelle : une formation continue des PE par l'accompagnement in *Actes du 44e Colloque COPIRELEM*. Épinal. ARPEME.

Paul, M. (2009). Accompagnement. *Recherche et formation*, 62, 91-108.

Saillot, É. (2020). *(S')ajuster au cœur de l'activité d'enseignement-apprentissage : construire une posture d'ajustement*. Ed. L'Harmattan.

Saussez, F. (2015). *Le formateur face à l'activité et son analyse. Enjeux, écueils et perspectives.* Ed. Raisons et Passions.

Simard, M., Daniellou, F., et Boissières, I. (2009). *Les facteurs humains et organisationnels de la sécurité industrielle : un état de l'art.* Rapport de recherche ICSI, 2009, vol. 123.

Villani C. et Torossian C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques,* Site du MEN (https://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html).

V - ANNEXE : DOCUMENTS PRESENTES LORS DE LA COMMUNICATION

1 Lien vers la box de téléchargement

https://amubox.univ-amu.fr/s/fQkZCbsGiY7Dep5

2 Sommaire

- Extrait de l'interview de Serge Laget, CPC et RMC du Vaucluse
- Extrait d'une vidéo en MS : un jeu sur le nombre fabriqué par les enseignants de l'école maternelle St Just Centre à Marseille
- Vidéo de formation réalisée par Amandine Jouin, ERUN Marseille 5-6, à partir d'images tournées sur un chantier mathernelle autour des robots
- Mutualisation d'un chantier autour de l'espace (école maternelle Aygalades-Oasis, Marseille)
- Mutualisation d'un chantier autour d'un défi-math sur les longueurs (école maternelle La Parade, Marseille)
- Document sur les longueurs à partir du chantier mathématique sur les longueurs d'écoles maternelles de Marignane.

CE QUE NOUS DISENT LES PROFESSEURS DE CM2 DE LEURS PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Cécile ALLARD
MCF, INSPE CRETEIL - UPEC
LDAR
cecile.allard@u-pec.fr

Pascale MASSELOT
MCF honoraire
LDAR
pmasselot@aol.com

Marie-Lise PELTIER-BARBIER
MCF honoraire
LDAR
mlpeltier@yahoo.fr

Éric RODITI
PU, Université de Paris
EDA
eric.roditi@u-paris.fr

Frédérick TEMPIER
MCF, INSPE VERSAILLES - CYU
LDAR
frederick.tempier@cyu.fr

Résumé
L'enquête nationale sur les pratiques d'enseignement des mathématiques en classe de CM2 fait partie des enquêtes « PRAtiques d'Enseignement Spécifiques aux Contenus » (PRAESCO) que conduit la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) en partenariat avec des équipes de recherche. Les deux premières enquêtes ont concerné les mathématiques en classes de CM2 et de 3e. Ce texte reprend et complète la note d'information et ses annexes (Allard *et al.*, 2021), cette publication ministérielle ayant été mise en ligne quelques mois seulement avant notre présentation au colloque de la COPIRELEM.
L'enquête PRAESCO Mathématiques CM2 a été conduite en 2019, elle vise à documenter les pratiques d'enseignement des professeurs de ce niveau en mathématiques d'un point de vue général quant à cette discipline et de façon plus approfondie sur certains thèmes du programme scolaire. Cette enquête apporte également un certain nombre d'informations sur leur formation, leur ancienneté ou leur contexte de travail. Les données d'enquête ont été analysées, croisées et soumises à des traitements statistiques afin d'apporter, dans leurs convergences et leurs différences, une description précise et complète des pratiques d'enseignement des mathématiques à ce niveau scolaire.

L'enquête nationale PRAESCO (PRAtiques Enseignantes Spécifiques aux COntenus) vise à décrire les pratiques enseignantes liées à des contenus disciplinaires précis. Elle vient ainsi compléter les nombreux travaux existants sur les pratiques pédagogiques (Talis, EPODE) qui n'étaient pas centrés sur les contenus enseignés. Menée pour la première fois en 2019 sur l'enseignement des mathématiques en CM2, cette enquête a été conduite par la DEPP en partenariat avec deux laboratoires de recherche de l'université de Paris (EDA et LDAR), elle a porté sur l'enseignement des mathématiques en CM2 et mobilisé un échantillon national représentatif de 1 317 professeurs des écoles. L'enquête cherche, sans objectif

d'évaluation, à rendre compte des pratiques des enseignants, des raisons qui motivent leurs choix et des contraintes auxquelles ils sont soumis. Elle comprend 234 items pour l'essentiel proposés avec une échelle ordinale de réponse.

Ce texte reprend et complète la Note d'information n°21.10 de la DEPP et ses annexes (Allard *et al*., 2021)[1], cette publication ministérielle qui rend compte des premiers résultats de l'enquête a été mise en ligne quelques mois seulement avant notre présentation au colloque de la COPIRELEM.

I - QUELQUES ÉLÉMENTS CONCERNANT L'ENQUÊTE

1 La population enquêtée

Le champ de l'enquête PRAESCO Mathématique CM2 couvre à la fois le secteur public et le secteur privé sous contrat en France métropolitaine (DROM compris à l'exception de Mayotte). La population-cible est celle des professeurs des écoles (non stagiaires) en poste à la rentrée 2018-2019 et ayant en charge au moins six élèves de CM2 et ce, à 75 % au moins, du temps d'enseignement dû à la classe (sur la base de 24 heures hebdomadaires). Au total, près de 32 000 écoles scolarisaient, à la rentrée scolaire 2018, au moins un élève de CM2.

En ce qui concerne l'échantillonnage, le plan de sondage adopté est un plan en deux temps avec, au premier temps, le tirage des écoles (unités primaires) et, au second temps, la sélection des enseignants éligibles (unités secondaires) au sein des écoles tirées en première étape. En se fondant sur le nombre moyen d'enseignants éligibles par école et sur des estimations des taux de participation attendus, il a été calculé que 1 270 écoles devaient être tirées pour espérer atteindre une taille d'échantillon finale de 1 250 enseignants.

Pour assurer la représentativité de l'échantillon, le tirage des écoles est stratifié selon le secteur d'enseignement, l'appartenance ou non à l'éducation prioritaire et la taille de la commune ou de l'unité urbaine en 4 postes (commune rurale ; unité urbaine de moins de 20 000 habitants ; unité urbaine de 20 000 à 200 000 habitants ; unité urbaine de plus de 200 000 habitants). Les effectifs des strates au sein de l'échantillon ont été fixés proportionnellement à ceux des strates correspondantes au sein de la population (Allard *et al*. 2021b)[2]. Au sein de chaque strate, les écoles ont été déterminées par un tirage aléatoire. Les professeurs ont été, eux aussi, déterminés par un tirage aléatoire parmi ceux qui, dans ces écoles, enseignaient dans une classe comportant au moins six élèves de CM2.

L'administration de l'enquête en mai et juin 2019 via un questionnaire en ligne auto-rapporté a permis de collecter 1 402 réponses individuelles sur les 1 594 attendues, soit un taux brut de réponse égal à 88,0 %. Par ailleurs, l'examen du contenu même des réponses fournies par les enseignants éligibles a conduit à écarter plusieurs d'entre elles, jugées non exploitables car trop lacunaires : le taux apparent de réponse a ainsi été ramené à un taux réel de réponse égal à 86,9 %. L'enquête porte finalement sur 1 317 enseignants répondants. Les données ont ensuite été redressées, pour tenir compte de la non-réponse. Autrement dit,

[1] Ces documents sont téléchargeables grâce au lien indiqué dans la bibliographie.

[2] Des indications méthodologiques figurent dans le fichier Excel qui accompagne le texte de la Note d'information (onglet « Méthodologie »). Il convient de s'y reporter pour tout complément concernant la méthodologie d'enquête et d'analyse des données.

les données issues de l'ensemble des professeurs qui ont effectivement répondu à l'enquête ont été ajustées pour représenter fidèlement la population cible.

2 Le questionnaire

La conception du questionnaire de l'enquête repose, de façon globale, sur le cadre théorique de la « double approche didactique et ergonomique des pratiques d'enseignement des mathématiques » dont l'élaboration a débuté dans les années 2000 (Robert & Rogalski 2002 ; Peltier-Barbier 2004 ; Vandebrouck 2008 ; Roditi 2013).

L'approche didactique conduit à étudier les activités mathématiques que les pratiques enseignantes induisent chez les élèves, ces activités étant considérées comme à l'origine de leurs apprentissages. L'approche ergonomique vise à considérer le professeur en tant qu'individu en situation de travail ; ses pratiques traduisant ses propres réponses aux prescriptions institutionnelles dans un contexte d'exercice donné et en fonction de ses caractéristiques professionnelles et personnelles.

La conception des items du questionnaire s'appuie sur des résultats de recherche en didactique des mathématiques (Allard 2015 ; Charles-Pézard, Butlen & Masselot 2012 ; Peltier-Barbier 2004 ; Houdement 2011 ; Roditi 2007 et Tempier 2020). L'approche ergonomique adoptée par les chercheurs les a conduits à concevoir des items relatifs à la formation initiale et continue, à l'expérience d'enseignement, au poste occupé, à l'établissement et aux élèves pris en charge, aux ressources et outils technologiques utilisés, ainsi qu'aux satisfactions et difficultés rencontrées quant à l'apprentissage des élèves et dans l'exercice du métier.

Les items issus de l'approche didactique interrogent spécifiquement les pratiques d'enseignement des mathématiques de deux manières différentes. Une première catégorie d'items interroge les pratiques en mathématiques de manière assez générale sur : les orientations pédagogiques, l'organisation de l'enseignement, les modalités d'interaction et d'évaluation, le travail effectué sur les erreurs, l'adaptation de l'enseignement en fonction des élèves, l'exposition et l'approfondissement des connaissances, etc. Une seconde catégorie d'items traite spécifiquement de l'enseignement de notions mathématiques précises : de leur introduction, du choix des exercices et des problèmes pour l'enseignement comme pour l'évaluation, des ajustements opérés quant aux valeurs des variables didactiques, du niveau d'approfondissement et d'autonomie attendu, etc. Ces notions ont été déterminées pour garantir que tous les enseignants enquêtés les aient bien enseignés au moment de l'enquête, il s'agit de la numération, des nombres décimaux et de la division ; les professeurs ont également été interrogés au sujet de leur enseignement de la résolution de problèmes.

II - DES PRATIQUES HÉTÉROGÈNES MALGRÉ DES OBJECTIFS CONVERGENTS

1 Premiers éléments sur la population et sa satisfaction à enseigner les mathématiques

Les enseignants de CM2 enquêtés sont donc ceux de l'enseignement public et privé sous contrat ; ils travaillent pour 87 % d'entre eux dans l'enseignement public dont 71 % hors éducation prioritaire (HEP dans la suite du texte) et 16 % en éducation prioritaire (EP) et pour 13 % dans un établissement privé sous contrat (EPSC). Ils forment une population majoritairement féminine (78 % de femmes), ils ont un âge moyen de 43,2 ans (ils sont un peu plus jeunes en EP : 40,4 ans) et sont 34 % à avoir exercé un autre métier avant de devenir enseignant.

Les professeurs interrogés considèrent très majoritairement (84 %) qu'une forte proportion d'élèves de CM2 montre de l'intérêt pour les mathématiques. Ce constat est cohérent avec les résultats de l'enquête CEDRE 2019 auprès des élèves de CM2 qui sont 67 % à déclarer faire des mathématiques avec plaisir et 86 % à s'intéresser à ce qu'ils apprennent (Ninnin & Pastor, 2020). Trois enseignants sur quatre (75 %)

déclarent qu'enseigner les mathématiques leur apporte souvent des satisfactions, et presque autant (71 %) jugent que cela a été plutôt facile au cours de l'année écoulée. Plus d'un tiers des professeurs (36 %) estime toutefois qu'ils ont des élèves qu'ils ne pourront pas vraiment faire progresser en mathématiques.

2 Les ressources et matériels utilisés

Les professeurs déclarent pratiquement tous utiliser souvent un manuel pour préparer leur enseignement (98 %) : 53 % celui de la classe uniquement et 45 % plusieurs manuels. Ce n'est pas le cas des revues ou ouvrages pédagogiques (16 %) ou des documents élaborés avec des collègues (20 %).

Près des trois quarts des professeurs déclarent rechercher souvent des supports pour mettre les élèves en activité : des exercices (72 %), des activités d'introduction (70 %), etc. Moins de la moitié déclare rechercher souvent des traces écrites (46 %). Moins d'un tiers déclare rechercher souvent de la documentation pour l'enseignant : éclairages sur les notions (31 %), fiches de préparation ou progressions (20 %).

Presque tous les enseignants (89 %) déclarent utiliser souvent des supports qu'ils ont auparavant adaptés en fonction de leurs objectifs, la moitié déclare utiliser souvent des supports qu'ils ont conçus (56 %) et un sur cinq déclare utiliser souvent des supports non modifiés (20 %).

En mathématiques, il semble incontournable d'utiliser le tableau (97 % déclarent l'utiliser souvent), l'ardoise (95 %) et le cahier de brouillon (92 %). L'utilisation du matériel de numération (barrettes Cuisenaire, etc.) fait moins consensus (57 % des professeurs déclarent en utiliser souvent). L'utilisation fréquente des logiciels dédiés est plus rare (36 %).

3 Les activités mathématiques que les professeurs déclarent mettre en place

De façon quasi-unanime, les professeurs déclarent qu'ils mettent souvent en place des activités pour que les élèves développent des automatismes en calcul (89 %), mais aussi comprennent les procédures qu'ils appliquent (86 %). Les trois quarts environ (78 %) visent la mémorisation des règles et techniques par leurs élèves et mettent en place des activités pour que les élèves s'exercent sur des problèmes qu'ils doivent savoir résoudre facilement (74 %) Les deux tiers environ (68 %) cherchent à faire que les élèves comparent les procédures qui ont été mises en œuvre dans la classe et qu'ils dressent un bilan de ce qu'il faudra retenir (63 %). Concernant la résolution de problèmes, les pratiques sont davantage différenciées puisque la moitié environ propose souvent des problèmes pour découvrir une notion (48 %), pour apprendre à chercher (50 %) ou pour se confronter à la complexité (problèmes à étapes sans questions intermédiaires, 46%). Une minorité de professeurs proposent à leurs élèves de résoudre des problèmes qui n'ont pas été travaillés en classe auparavant (39 %) ou leur donnent des moyens de s'auto-évaluer (30 %).

L'activité d'introduction des notions mathématiques n'oppose pas réellement les enseignants : concernant la comparaison des nombres décimaux par exemple, ils considèrent de façon très majoritaire qu'elle doit faire émerger les erreurs courantes (84 %) et de façon très minoritaire qu'elle doit être précédée d'une leçon (22 %). Les avis sur les traces écrites (résumés à mémoriser, proposés par l'enseignant ou co-construits avec les élèves) sont plus contrastés et varient selon les contenus. Ainsi, trois professeurs sur quatre en proposent rarement pour la résolution de problèmes alors qu'ils en donnent presque tous pour la multiplication par 10, 100 ou 1 000 des nombres décimaux (87 %).

4 L'attention au travail des élèves, leur prise en compte en classe et les aides apportées

La quasi-totalité des professeurs déclare porter fréquemment attention au travail de leurs élèves, que ce soit en relevant leur cahier (92 %) ou en passant auprès d'eux (91 %) ou, plus rarement, en les invitant à passer à leur bureau (47 %). Ils cherchent ainsi fréquemment à aider immédiatement les élèves qui se trouvent en difficulté (95 %), à comprendre leurs procédures (89 %) ou à identifier leurs connaissances (84 %). Lorsqu'une réponse juste est proposée par un élève, une grande majorité des enseignants (89 %) estime nécessaire de donner ou demander une explication. Selon les déclarations des professeurs, l'attention qu'ils portent au travail des élèves correspond moins fréquemment à un moyen de faire fonctionner la classe, par exemple de choisir celui qui sera interrogé (33 %).

Lorsque plusieurs méthodes correctes ont été identifiées pour résoudre un problème, majoritairement, les enseignants cherchent fréquemment à faire en sorte que toutes les procédures soient présentées (82 %) et organisent souvent une discussion collective (80 %). Ils cherchent également, un peu moins fréquemment, à amener leurs élèves à faire des liens entre les différentes procédures (73 %). Les modalités de prise en compte du travail des élèves sont plus variées. Ainsi, leurs avis diffèrent sur le fait de hiérarchiser les méthodes ou de montrer la plus efficace au tableau (respectivement, 60 % et 45 % déclarent qu'ils ne le font pas souvent).

Les enseignants déclarent unanimement (95 %) faire travailler sur les erreurs de leurs élèves lorsqu'elles apparaissent en classe et qu'elles sont assez fréquentes. Ils sont majoritaires à faire travailler leurs élèves sur celles qu'ils ont repérées en corrigeant l'évaluation (71 %) ou qu'ils ont observées en classe même s'il n'y a que deux ou trois élèves concernés (59 %). Une minorité les fait travailler sur les erreurs anticipées durant la préparation de la séance (45 %).

Les professeurs ne déclarent pas utiliser toujours les mêmes moyens pour aider leurs élèves. Par exemple, ils ont été interrogés sur le fait que certains élèves rencontrent des difficultés pour écrire en chiffres un nombre comme « dix-sept-millions-deux-mille-cinquante-huit » ; ils écrivent dans ce cas 172 058 ou 17 2 58, etc. Plusieurs types d'aides sont alors possibles, les professeurs ont indiqué s'ils les utilisaient fréquemment ou non. Ils sont très majoritaires à faire écrire fréquemment le nombre dans le tableau de numération en écrivant un chiffre par case et en complétant les « trous » par des « 0 » (88 %). Ils sont moins nombreux à déclarer utiliser fréquemment l'aide consistant à conseiller de s'appuyer sur l'oral : « quand on entend « million », on laisse un espace et on complète par deux séries de trois tirets » (65 %). Ils sont minoritaires à déclarer rappeler fréquemment qu'après le mot « million », il doit y avoir six chiffres (46 %) ou proposer de passer par une lecture ou une écriture en unités du type : « dix-sept-millions-deux-mille-cinquante-huit », c'est « 1 dizaine de millions 7 millions 2 milliers 5 dizaines 8 unités » (23 %).

III - DES PRATIQUES SENSIBLES AUX VARIABLES PERSONNELLES ET DE CONTEXTE

1 Des indicateurs pour comparer les pratiques de différents groupes d'enseignants

L'ensemble des items constituant le questionnaire a été réorganisé afin de regrouper les items qui, *a priori* et selon les chercheurs, alimentaient un même aspect (ou dimension) des pratiques enseignantes. Près d'une trentaine (29) d'aspects des pratiques interrogés par le questionnaire avaient ainsi été distingués. Chacun de ces regroupements d'items correspondant *a priori* à un même aspect des pratiques a été testé à l'aide de méthodes statistiques afin de s'assurer de la cohérence effective des réponses à ces questions. Autrement dit, le caractère unidimensionnel des 29 regroupements pré-identifiés a été validé *a posteriori* statistiquement, moyennant la décision de supprimer ponctuellement un ou plusieurs items qui ne s'ajustaient pas suffisamment au modèle d'unidimensionnalité des indicateurs.

Dans la suite de cette partie, nous indiquons sommairement comment les indicateurs des différents aspects des pratiques ont été construits. Ces éléments sont abondamment illustrés dans la suite du texte où les analyses reposent sur ces indicateurs. Pour chaque regroupement d'item ainsi établi, des méthodes psychométriques tirées de la Théorie de la Réponse à l'Item (Burton, 2019) ont été mobilisées afin de construire, pour chaque professeur ou groupe de professeurs, une valeur traduisant l'aspect des pratiques de ce regroupement. Les valeurs ont ensuite été standardisées, nous avons ainsi construit des indicateurs représentant les écarts (positifs ou négatifs) à la moyenne de l'échantillon national, ce qui permet des comparaisons non seulement sur un même aspect des pratiques mais aussi entre différents aspects. Ces écarts sont exprimés en points de pourcentage d'écart-type (pp dans la suite du texte). Il convient d'être particulièrement précautionneux dans leur interprétation. Ainsi, si, pour un groupe donné d'enseignants, l'un des indicateurs prend une valeur négative, cela signifie que l'aspect des pratiques documenté par cet indicateur est moins développé qu'en moyenne au sein de ce groupe, mais cela ne dit rien sur le « niveau

absolu » de cet aspect chez les enseignants en question. Par exemple, un groupe a été repéré pour lequel l'indicateur relatif à l'adaptation des tâches en fonction du niveau des élèves est de +27 pp (respectivement -23 pp pour un autre groupe), ce groupe réunit donc des professeurs qui, en moyenne, adaptent plus (respectivement moins) les tâches que l'ensemble des professeurs de l'échantillon. Mais même ceux qui le font moins le font peut-être beaucoup…

Ces indicateurs synthétiques sont également sensibles au fait que les enseignants aient plutôt répondu aux extrémités ou au centre de l'échelle ordinale (pour une échelle de fréquence, une réponse aux extrémités correspondrait à des réponses comme « jamais » ou « toujours » plutôt que « parfois » ou « souvent »). Aussi, le biais de désirabilité et le caractère plus ou moins affirmé des réponses exprimées par les enseignants ne peuvent être écartés dans l'interprétation des résultats obtenus à partir de ces indicateurs. Par exemple, pour l'indicateur portant sur l'orientation de l'enseignement vers la réussite immédiate, si la valeur synthétique d'un premier groupe est de +50 pp alors que celle d'un second est seulement de +25 pp, il ne serait pas prudent d'émettre comme seule hypothèse que les professeurs du premier groupe orientent davantage leur enseignement vers la réussite immédiate que ceux du second groupe.

2 Comparaison des pratiques selon les variables personnelles ou professionnelles

Les pratiques des femmes et des hommes se différencient peu quant aux situations choisies, elles diffèrent en revanche significativement quant à l'ajustement de l'enseignement aux besoins des élèves : les femmes déclarent plus souvent adapter les tâches à effectuer en fonction du niveau de leurs élèves et agir en tenant compte de chacun d'eux. Ce résultat prolonge les constats de l'enquête EPODE (Benhaïm-Grosse *et al.*, 2018) qui montre que, dans le premier degré, les enseignantes se distinguent de leurs collègues masculins par des interventions visant davantage à combler les lacunes d'apprentissage de leurs élèves, interventions qu'elles jugent prioritaires.

Avoir suivi ou non une formation initiale au métier de professeur de l'enseignement primaire ne distingue pas les déclarations sur les pratiques d'enseignement des mathématiques. En revanche, les difficultés et les pratiques des enseignants varient selon leur ancienneté. Les professeurs entrés plus récemment dans le métier (ancienneté inférieure à dix années) indiquent davantage (+51pp) que leurs difficultés tiennent à leurs conditions de travail (manque de temps et de formation, effectif de la classe, etc.). Ils déclarent davantage que les plus anciens (professeurs avec une ancienneté supérieure à vingt années) utiliser du matériel didactique (+48pp) et consulter des ressources pour leurs préparations. Ils offrent en revanche moins aux élèves l'occasion de travailler sur des situations complexes (-30pp), de faire des liens entre les procédures (-26pp), d'expliciter les connaissances (-23pp). En ce qui concerne les interactions avec les élèves et ajustements de l'enseignement, les enseignants ne se distinguent pas significativement par leur ancienneté.

3 Comparaison des pratiques selon les contextes d'exercice

Les professeurs en classes multiniveaux sont de deux ans plus jeunes, plus souvent en milieu rural et moins fréquemment en éducation prioritaire. Le multiniveau constitue une difficulté pour 31 % des enseignants qui y sont affectés notamment lorsqu'ils ont peu d'expérience en la matière. Ces enseignants attribuent beaucoup moins aux élèves leurs éventuelles difficultés d'enseignement des mathématiques (-36pp). Les pratiques des professeurs d'une classe multiniveau sont proches de celles de leurs collègues n'ayant en charge qu'un seul niveau, même s'ils déclarent davantage proposer souvent du matériel ou des jeux, et moins souvent des situations conduisant à un travail réflexif sur les connaissances.

Pour près de la moitié des professeurs de l'enseignement privé, le manque de formations sur des contenus mathématiques constitue un facteur de difficulté professionnelle. Ces derniers sont pourtant plus nombreux que dans le public à juger qu'il est facile d'enseigner cette discipline. Les professeurs du privé utilisent plus fréquemment des outils de projection (83 % contre 73 %). Leurs pratiques se différencient

essentiellement par le fait de donner plus de tâches techniques (+22 pp) en cherchant moins à établir leur validité (-35 pp) ou le sens de ces techniques (-33 pp).

Les professeurs exerçant en éducation prioritaire sont un peu plus jeunes et ont moins d'ancienneté que les autres. Ils attribuent davantage leurs difficultés aux caractéristiques de leurs élèves (+36 pp), sans souligner particulièrement celles liées aux conditions d'exercice du métier (effectifs de la classe, classe multiniveau, ampleur du programme de mathématiques, manque de temps). En éducation prioritaire, les professeurs s'appuient davantage sur des sites institutionnels et sur des documents élaborés avec leurs collègues. Leurs pratiques ne se distinguent pas nettement de celles de leurs collègues hors éducation prioritaire, même s'ils orientent davantage leur enseignement vers les élèves individuellement (+21 pp) et qu'ils incitent davantage leurs élèves à chercher (+20 pp), à expliciter (+17 pp) et à structurer leurs connaissances (+17 pp). Ils leur proposent par ailleurs plus de tâches techniques (+12 pp), moins de problèmes complexes (-17 pp) et ils adaptent davantage les tâches aux élèves, par exemple en choisissant les valeurs numériques en fonction des compétences de ces derniers (57 % contre 47 %).

IV - DES PRATIQUES PILOTÉES PAR DES DEGRÉS D'INVESTISSEMENT ET DES CHOIX DIDACTIQUES CONTRASTÉS

1 Construire des groupes d'enseignants dont les pratiques sont semblables

Les indicateurs synthétiques se sont également révélés particulièrement utiles pour construire et comparer des « profils de pratiques ». L'objectif principal d'une telle construction est de différencier les pratiques en s'émancipant des « déterminants *a priori* » (personnels, professionnels et de contexte d'exercice) et de caractériser *a posteriori* des pratiques proches, la proximité des pratiques étant établie d'après la proximité des réponses aux items qualifiés de didactiques car concernant directement l'enseignement (les items du questionnaire relatifs aux caractéristiques personnelles, professionnelles et de contexte n'ont donc pas été pris en compte).

Afin de dégager ces profils de pratiques, une classification ascendante hiérarchique (CAH) a été effectuée sur les cinq premiers axes d'une analyse factorielle des correspondances multiples (ACM) réalisée sur l'ensemble des items d'ordre didactique du questionnaire. Rappelons qu'une analyse factorielle des correspondances multiples (ACM) transforme les variables qualitatives (réponses aux items) en de nouvelles variables numériques (portées par des axes) en nombre réduit sans trop de perte d'information. La CAH permet quant à elle de partitionner l'échantillon en différents groupes d'enseignants. L'intérêt de la méthode tient en ce qu'elle permet d'identifier une partition de la population enquêtée pour laquelle les individus au sein d'un même groupe sont les plus semblables possible tandis que les groupes sont les plus dissemblables possible (selon un critère de distance préalablement défini).

La méthode a mis au jour cinq groupes de professeurs caractérisés par des pratiques homogènes au sein d'un même groupe. Ces groupes sont présentés ci-après par ordre décroissant de leur effectif. Les indicateurs synthétiques se sont révélés également utiles pour comparer les pratiques de ces groupes. Afin d'illustrer au mieux les aspects qui les différencient, les comparaisons de chaque groupe avec l'ensemble de l'échantillon sont indiquées en pourcentages ou en points, selon qu'elles portent sur un item ou sur l'indicateur synthétique construit pour un groupe d'items.

2 Des professeurs exprimant des difficultés vis-à-vis des mathématiques et de leur enseignement.

Le premier groupe comprend 26 % des répondants, il est plus masculin que la population étudiée (32 % vs 22 %). En classe, plus que dans l'échantillon, les professeurs de ce groupe exposent de manière magistrale les mathématiques et les techniques (+23 pp) tout en explicitant moins les règles et leurs justifications (-48 pp). Ils proposent moins de travail réflexif sur les connaissances (-33 pp) et de situations conduisant à approfondir (-26 pp).

Dans leur classe, les procédures sont moins travaillées, que ce soit pour leur variété (-54 pp), leur mise en lien (-50 pp) ou leur validation (-41 pp). C'est le cas par exemple pour l'exercice consistant à compléter l'égalité 7/10 = ⋯/100 pour lequel plusieurs procédures correctes conduisent à la réponse attendue (des procédures convoquant la numération, les fractions, les décimaux, les graduations, etc. peuvent être travaillées, mises en lien et validées en classe).

Les professeurs de ce groupe s'appuient moins sur le travail des élèves : ils prennent moins d'information sur leurs réponses (-56 pp) ou sur leurs procédures (-66 pp). Ils adaptent moins les exercices au niveau des élèves (-37 pp) et à leurs difficultés (-44 pp). Parmi les facteurs de difficulté à enseigner les mathématiques, ce groupe est le seul qui mentionne particulièrement celui relatif à la complexité supposée ou ressentie de cette discipline (+15 pp) ; cela éclaire sans doute les pratiques de ce groupe tant sur les contenus enseignés que sur la prise en compte des élèves.

3 Des professeurs proposant un enseignement où les élèves construisent activement leurs connaissances

Le deuxième groupe (22 % des répondants) se caractérise par des choix didactiques affirmés pour un enseignement des mathématiques où les élèves construisent activement leurs connaissances. Ce groupe contient un peu plus de professeurs enseignant en éducation prioritaire (21 % vs 16 %). Les enseignants de ce groupe travaillent davantage avec leurs collègues (+15 pp) et ont moins le sentiment qu'il y a des élèves qu'ils ne pourront pas vraiment faire progresser en mathématiques (28 % vs 35 %).

Par rapport à l'ensemble de l'échantillon, leur enseignement s'appuie sur du travail réflexif sur les connaissances (+34 pp) ou sur des manipulations et des jeux (+43 pp). Ils proposent plus de situations qui permettent aux élèves d'approfondir les procédures qu'ils mettent en œuvre, en leur donnant du sens (+55 pp) ou en les faisant valider (+56 pp). Ils choisissent également plus de situations permettant aux élèves d'expérimenter (+20 pp) ou de s'exercer (+32 pp).

Ils enseignent moins les mathématiques en les exposant de manière magistrale (-38 pp) ou en donnant des moyens mnémotechniques (-66 pp). Ils ne concentrent pas leur attention sur les seules réponses de leurs élèves : ils prennent plus d'information sur les procédures mises en œuvre (+35 pp) et interagissent davantage avec eux à propos des mathématiques en jeu (+21 pp). Les professeurs de ce groupe se caractérisent ainsi par des choix didactiques affirmés.

4 Des professeurs manifestant engagement et une satisfaction moindres dans l'enseignement des mathématiques

Le troisième groupe (21 % des répondants) se différencie par un engagement moindre et une satisfaction moins importante dans l'enseignement des mathématiques. Les enseignants de ce groupe sont plus nombreux à exercer dans le public hors éducation prioritaire (79 % vs 72 %) et à temps partiel (12 % vs 7 %). Ces professeurs déclarent moins que l'ensemble de l'échantillon interrogé se consacrer à leur auto-formation (-59 pp) et au travail avec leurs collègues (-44 pp).

En classe, ils proposent moins de situations de travail réflexif sur les connaissances (-58 pp) ou conduisant à expliciter les connaissances (-47 pp), les approfondir (-59 pp). Leur enseignement conduit également beaucoup moins les élèves à mémoriser (-56 pp), s'organiser (-56 pp), chercher (-42 pp) et s'exercer (-50 pp). Ces professeurs s'appuient moins sur le travail des élèves (-34 pp) et ajustent également moins leur enseignement à leurs difficultés (-48 pp).

Ils déclarent retirer moins fréquemment des satisfactions de leur enseignement des mathématiques (67 % *vs* 75 %) et attribuent davantage aux conditions d'exercice du métier la difficulté à les enseigner (+14 pp).

5 Des professeurs proposant un enseignement magistral où les mathématiques sont techniques

Le quatrième groupe D (17 % des répondants) se caractérise d'après des réponses aux questionnaire par un enseignement de type magistral, plutôt technique, qui vise la réussite immédiate. Les enseignants de ce groupe ne se distinguent pas par leur contexte d'enseignement. Dans leur carrière, ils ont suivi moins

de formations sur des thèmes mathématiques comme les nombres décimaux et les fractions (48 % vs 58 %), le calcul mental (42 % vs 54 %) ou la résolution de problèmes (59 % vs 69 %), et sont plus nombreux à passer moins de deux heures hebdomadaires à la préparation de leur enseignement des mathématiques (61 % vs 49 %). Ils ont davantage le sentiment qu'il y a des élèves qu'ils ne pourront pas vraiment faire progresser en mathématiques (48 % vs 35 %).

Ils dispensent plus fréquemment un enseignement de type magistral (+36 pp). Ils donnent plus de moyens mnémotechniques (+97 pp) qu'ils demandent d'appliquer à des tâches essentiellement techniques (+63 pp). Ils offrent également moins de moyens de valider les procédures mises en œuvre (-50 pp) ou de donner du sens aux techniques utilisées (-53 pp). Ces professeurs concentrent leur attention sur les réponses de leurs élèves (+36 pp) ainsi que sur leurs erreurs (+37 pp) ; plus que dans l'échantillon, leurs pratiques d'enseignement visent la réussite immédiate des élèves en mathématiques (+67 pp).

6 Des enseignants engagés qui font flèche de tout bois pour la réussite de leurs élèves

Le cinquième et dernier groupe (14 % des répondants) d'enseignement se distingue par un engagement fort dans l'enseignement des mathématiques et des pratiques qui font « flèche de tout bois ». Les enseignants de ce groupe exercent plus fréquemment en milieu urbain (80 % vs 70 %). Durant leur carrière, ils ont davantage participé à des actions de formation continue sur des contenus mathématiques. Ils sont plus nombreux (62 % vs 51 %) à prendre plus de deux heures par semaine à la préparation de leur enseignement de cette discipline.

Pour tous les types d'activités interrogés dans le questionnaire, ils déclarent plus que dans l'échantillon les proposer à leurs élèves, que ce soient des tâches techniques (+67 pp), des problèmes complexes (+98 pp), des applications de règles mathématiques (+81 pp) ou du travail réflexif sur les connaissances (+107 pp), entre autres. Ils déclarent également davantage agir en tenant compte de chaque élève (+92 pp) et ajuster leur enseignement aux difficultés des élèves (+99 pp).

Ils prennent plus souvent des informations sur leurs réponses (+44 pp) et sur leurs procédures (+95 pp). Leurs interactions avec les élèves portent plus sur les mathématiques en jeu (+92 pp) et sur l'organisation du travail en classe (+82 pp). Les écarts fortement positifs s'expliquent par le fait que ce groupe utilise fréquemment les extrémités de l'échelle des réponses, mais une hypothèse interprétative émerge également qui converge avec des études qualitatives menées parallèlement : ces professeurs semblent mettre toutes les possibilités en œuvre afin que leurs élèves atteignent les objectifs d'apprentissage visés en CM2, sans pour autant hiérarchiser leurs choix didactiques.

V - CONCLUSION

Cette enquête présente un intérêt scientifique dans la mesure où, pour la première fois en France, les résultats des enquêtes qualitatives menées sur quelques cas sont utilisées pour nourrir une enquête nationale à grande échelle visant à décrire au mieux les pratiques d'enseignement des mathématiques des professeurs enseignant à un niveau donné. Les résultats de l'enquête sont encore en cours d'analyse. D'autre précisions seront apportées concernant les pratiques des groupes d'enseignants caractérisées par les variables personnelles, professionnelles ou de contexte de travail ainsi que concernant celles des groupes d'enseignants construits statistiquement pour la ressemblance de leurs pratiques. Ces analyses tenteront notamment de mieux comprendre comment les pratiques dépendent des caractéristiques des groupes en cumulant les croisements. Ainsi, par exemple, par des recherches en éducation prioritaire « *trois types d'enseignants sont dégagés : les "engagés sur place", les "notables résignés" (…) et les "ambitieux pour ailleurs", qui ont l'intention de demander leur mutation* » (Kherroubi & Rochex, 2014, p. 162). Les pratiques d'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire qui émergent de l'enquête PRAESCO pourraient donc être analysées à nouveau en distinguant les enseignants suivant leur l'ancienneté ou en fixant certaines caractéristiques personnelles et professionnelles.

Des questions de recherche restent ouvertes, notamment celles qui concernent les liens à établir entre les pratiques des enseignants et les apprentissages des élèves : telles pratiques sont-elles plus ou moins favorables aux apprentissages ? Sur quels contenus mathématiques ? Selon quels niveaux des élèves ? Selon quels types d'acquis antérieurs ? Ces questions sont au cœur d'un projet en cours où, pour une cinquantaine de classes, les professeurs ont été enquêtés sur leurs pratiques et leurs élèves évalués en mathématiques en début et en fin d'année…

Cette enquête nous semble aussi documenter les pratiques de façon utile pour des formateurs. Mieux connaître les pratiques des professeurs, les cohérences issues des corrélations entre les différents aspects des pratiques ainsi que la diversité des difficultés rencontrées aux différentes étapes de la carrière et selon les contextes permet de proposer des formations plus adaptées.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Thèse de doctorat de l'université Paris Diderot.

Allard, C., Masselot, P., Peltier-Barbier, M.-L., Roditi, E., Solnon, A. & Tempier, F. (2021) Premiers résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques, Praesco, en classe de CM2 en 2019, *Note d'information de la Depp*, *21.10*. https://www.education.gouv.fr/media/74631/download

Allard, C., Masselot, P., Peltier-Barbier, M.-L., Roditi, E., Solnon, A. & Tempier, F. (2021b), Fichier « *Pour en savoir plus* » correspondant à la *Note d'information de la Depp*, *21.10*. https://www.education.zgouv.fr/media/74633/download

Benhaïm-Grosse, J., Longhi, L., Monseur, C., Solnon, A., Verdon, R., Charpentier, A. & Raffaëlli, C. (2020). Premiers résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des professeurs des écoles, EPODE, en 2018. *Note d'information de la DEPP*, *20.32*.

Burton, R. (2019). Fondements et limites des modèles de réponse à l'item. In S. Coppé *et al*. (coord). *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques* (pp. 131-164). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Charles-Pézard, M., Butlen D. & Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : la Pensée sauvage.

Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, *16*, 67-96.

Kherroubi, M. & Rochex, J.-Y. (2014). La recherche en éducation et les ZEP en France. 2. Apprentissages et exercice professionnel en ZEP : résultats, analyses, interprétations, *La revue française de pédagogie*, *146*, 115-190.

Ninnin, L.-M. & Pastor, J.-M. (2020). Cedre 2008-2014-2019 Mathématiques en fin d'école : des résultats en baisse. *Note d'Information de la DEPP*,0.33

Peltier-Barbier, M.-L. (dir.) (2004). *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : la Pensée sauvage.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, *2*(4), 505-528.

Roditi, E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *12*, 55-81.

Roditi, E. (2013). Une orientation théorique pour l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques*, *15*, 39-60.

Tempier, F. (2020). Les grands nombres au cycle 3 : de nouvelles pistes de travail. *Grand N*, *105*, 75-99

Vandebrouck, F. (coord.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : OCTARES.

MISE EN ŒUVRE D'UN COLLECTIF DE FORMATEURS AU SERVICE D'UNE FORMATION DES RMC ET DE CONSTELLATIONS DE PROFESSEURS DES ECOLES

Christine CHOQUET
Maîtresse de Conférences, INSPE Académie de Nantes
CREN
christine.choquet@univ-nantes.fr

Gaëlle CULLERIER
Conseillère Pédagogique Départementale, Le Mans
Référente Mathématiques Départementale (Sarthe)
gaelle.cullerier@ac-nantes.fr

Steve WINTER
Inspecteur de l'Éducation Nationale, Le Mans
Responsable de la Mission Mathématiques Départementale (Sarthe)
steve.winter@ac-nantes.fr

Aurore LEVACHER
Professeur des écoles, Le Mans
Référente Mathématiques de Circonscription
aurore.levacher@ac-nantes.fr

Résumé
La déclinaison du plan *Mathématiques* (MEN, 2018) à l'échelle du département de la Sarthe a conduit à la définition d'un collectif de formateurs de divers statuts afin de coordonner, élaborer et mettre en œuvre les formations en mathématiques de RMC et de constellations de professeurs des écoles. À partir d'un retour réflexif d'expériences, nous montrons, au regard du cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2008 ; Choquet, 2016), en quoi la variété des statuts des membres de ce collectif permet de co-construire des formations au plus près des besoins des enseignants. La communication s'est organisée à quatre voix. La maîtresse de conférences présente les travaux du collectif et les éléments du Plan National de Formation sur la résolution de problèmes qui ont alimenté les réflexions et les actions. La Référente Mathématiques Départementale revient sur une des démarches de formation des Référents Mathématiques de Circonscription du département, inspirée notamment des travaux du centre A. Savary (avec les notions de Observatoire-Conservatoire-Laboratoire), les engageant à transposer des connaissances acquises et des ressources aux enseignants. La Référente Mathématiques de Circonscription montre comment le travail avec les constellations, autour d'activités là aussi collaboratives et faisant le pari de l'intelligence collective, dynamise le groupe et permet le développement de compétences professionnelles chez les professeurs des écoles. L'Inspecteur de l'Éducation Nationale s'attache, enfin, à repérer les éléments positifs ou négatifs du dispositif, certains d'origine interne liés aux fonctions des personnels concernés et d'autres d'origine externe, en lien avec le cadrage institutionnel.

Lors de cette communication à quatre voix, nous présentons une étude réalisée dans le cadre du développement du Plan National de Formation (PNF) sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire à l'échelle d'un département (la Sarthe). Ce plan de formation trouve son origine dans la publication du rapport Villani-Torossian *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques* (MEN 2018). Le rapport débouche en particulier sur une formation (en mathématiques et enseignement des

mathématiques) des professeurs des écoles français au travers de collectifs d'enseignants (des constellations) pilotés par des Référents Mathématiques de Circonscription (RMC). Les RMC sont formés, également au niveau national, et encadrés dans chaque département par un Référent Mathématiques Départemental (RMD) et un Inspecteur de l'Éducation Nationale (IEN).

Dans le département de La Sarthe, un collectif de formateurs et formatrices s'est constitué. Il regroupe différents acteurs de ce plan de formation : une maîtresse de conférences, un inspecteur de l'éducation nationale, une référente mathématiques départementale et des référents mathématiques de circonscription. C'est l'étude du travail mené par ce collectif que nous présentons ici. L'enjeu est de montrer, en interrogeant l'organisation des différents niveaux du plan de formation, en quoi ce collectif a permis de proposer une formation à l'enseignement des mathématiques, au plus proche des besoins des professeurs des écoles du département. Il s'agit également de montrer le rôle important et essentiel des choix effectués par les formateurs, notamment en lien avec leurs différents statuts et domaines de travail.

Dans un premier temps, l'étude de la préparation et d'exemples de contenus de la formation nationale des RMC permet d'avoir une vue globale sur les apports et les outils dont disposent pour la suite le RMD et les RMC. Ce travail est exposé lors de la communication pour l'enseignant-chercheur. Ensuite, nous revenons sur l'usage des contenus proposés au niveau national dans l'élaboration, par le RMD et les RMC, des formations dans les constellations du département. Cette partie est présentée alternativement par la référente mathématique départementale et la référente mathématique de circonscription. Enfin, une évaluation du dispositif en cours, présentée par l'Inspecteur de l'Éducation Nationale, permet de dégager les éléments positifs et des marges de manœuvre encore à envisager.

Cette étude s'appuie, dans notre collectif de formateurs, sur des cadrages théoriques issus de nos divers champs de recherche et sont présentés au fur et à mesure des différents chapitres.

I- UNE FORMATION DECLINEE AU NIVEAU NATIONAL

Au niveau national, en accord avec le rapport Villani-Torossian, l'ambition est de former, en quelques années, un nombre conséquent de professeurs des écoles à des connaissances mathématiques et didactiques. La réflexion lors de l'élaboration de la formation nationale trouve également son origine dans les résultats en mathématiques des élèves français aux évaluations nationales et internationales (PISA et TIMSS 2020). Ces résultats montrent des insuffisances d'un nombre non négligeable d'élèves de l'école primaire dans plusieurs domaines mathématiques (les nombres, le calcul, la géométrie, etc.) et des difficultés en lien avec la résolution de problèmes. Ces différents domaines deviennent alors des axes de formation déclinés sous une même organisation que nous présentons ici.

1 Élaboration, mise en œuvre du dispositif et contenus

L'objectif prioritaire des formations nationales est de contribuer à la formation des **référents mathématiques** qui vont à leur tour former les professeurs des écoles qui sont autour d'eux dans le cadre de constellations.

Des formations en présentiel sont proposées dans chaque académie ainsi que des webinaires et des m@gistères. Les contenus disciplinaires sont discutés et choisis par une **équipe pluri-catégorielle** regroupant des Inspecteurs Généraux de l'Éducation Nationale, des inspecteurs de l'éducation nationale des conseillers pédagogiques spécialisés en mathématiques, des professeurs de mathématiques, des professeurs des écoles, tous intervenant dans les formations mathématiques habituelles, des enseignants chercheurs en mathématiques et des enseignants chercheurs en didactique des mathématiques au regard de leur travaux sur l'enseignement/ apprentissage des mathématiques dans le premier degré.

Les contenus disciplinaires sont choisis en lien avec les difficultés repérées chez les élèves et chez les enseignants (construction du nombre, fractions et nombres décimaux, géométrie, grandeurs et mesures, résolution de problèmes, etc.) et enrichis de **contenus s'appuyant sur des résultats de la recherche en didactique des mathématiques.** Il s'agit d'interroger et mettre en lien les apports disciplinaires, didactiques et des exemples d'activités menées en classe.

2 Un exemple issu du PNF

Pour chaque axe de formation, quand le savoir mathématique en jeu est clarifié pour tous les participants et sa place dans les instructions officielles précisée, un ancrage historique est proposé. Puis une approche didactique de la notion en lien avec les recherches existantes sur le sujet est proposée. Ensuite, des contenus d'expérimentations en classe sont analysés et des propositions d'accompagnement des constellations sur le thème sont explorées.

Nous proposons ci-après des extraits de la formation proposée sur l'approche des nombres décimaux (cf. Figures 1, 2 et 3) :

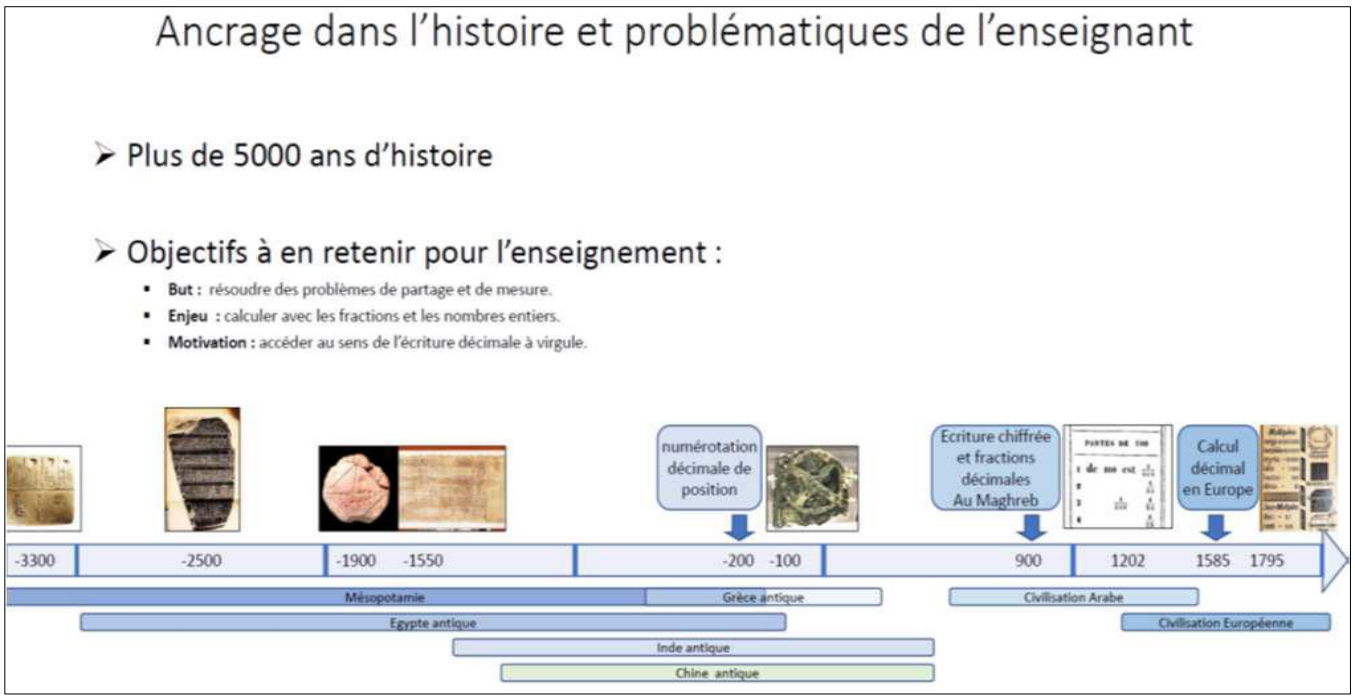


Figure 1. Des rappels historiques

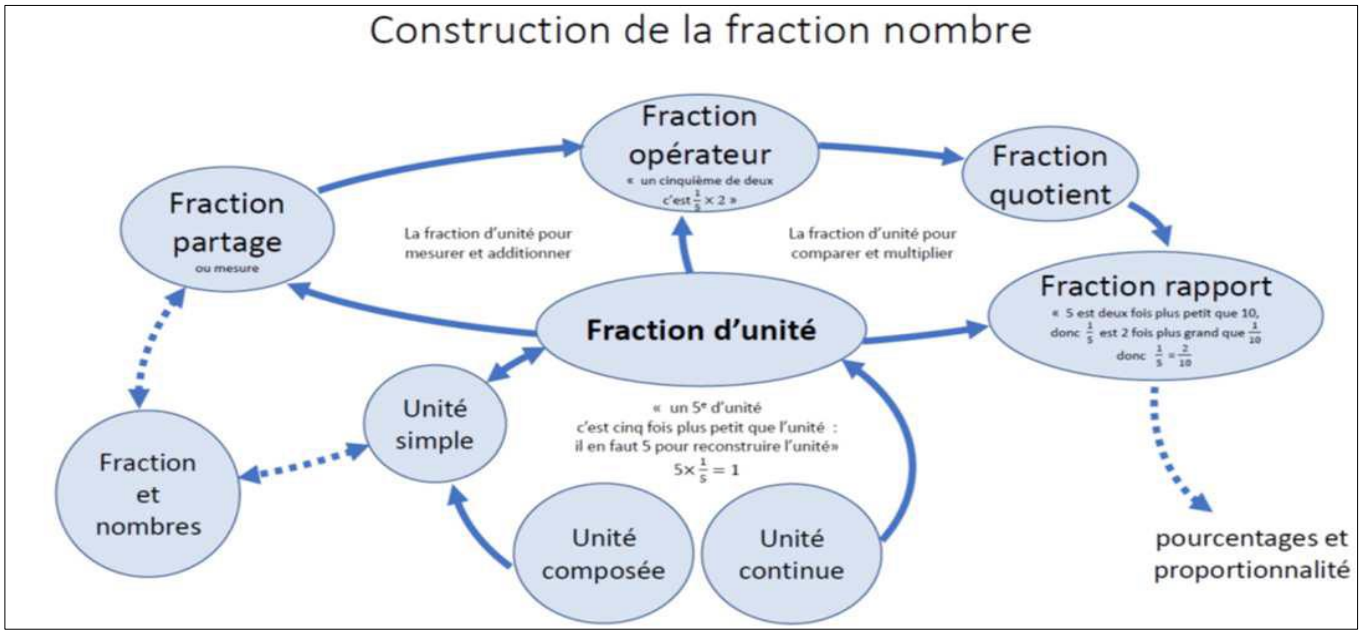


Figure 2. Des apports mathématiques

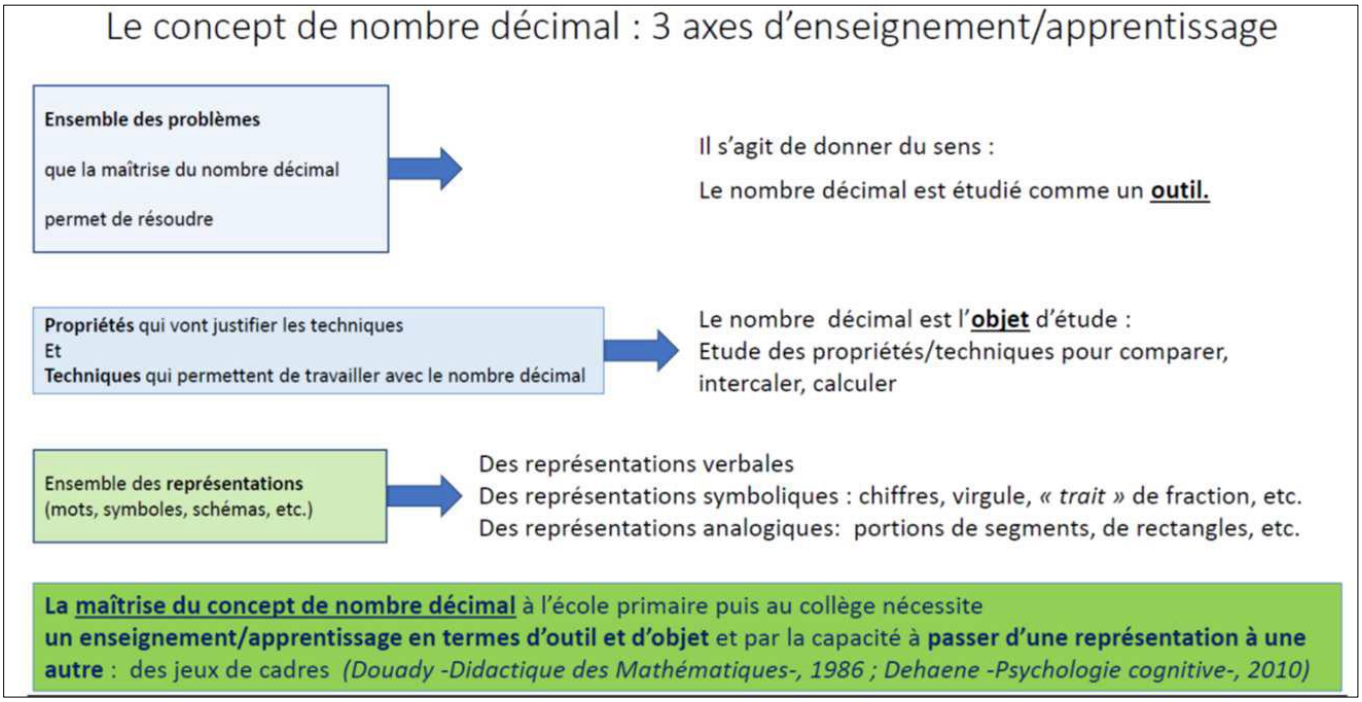


Figure 3. Des apports didactiques

Puis des liens avec les pratiques ordinaires et leurs analyses sont étudiés (Cf. Figure 4) au travers de supports pédagogiques (manuels, propositions d'expérimentations) et de productions d'élèves.

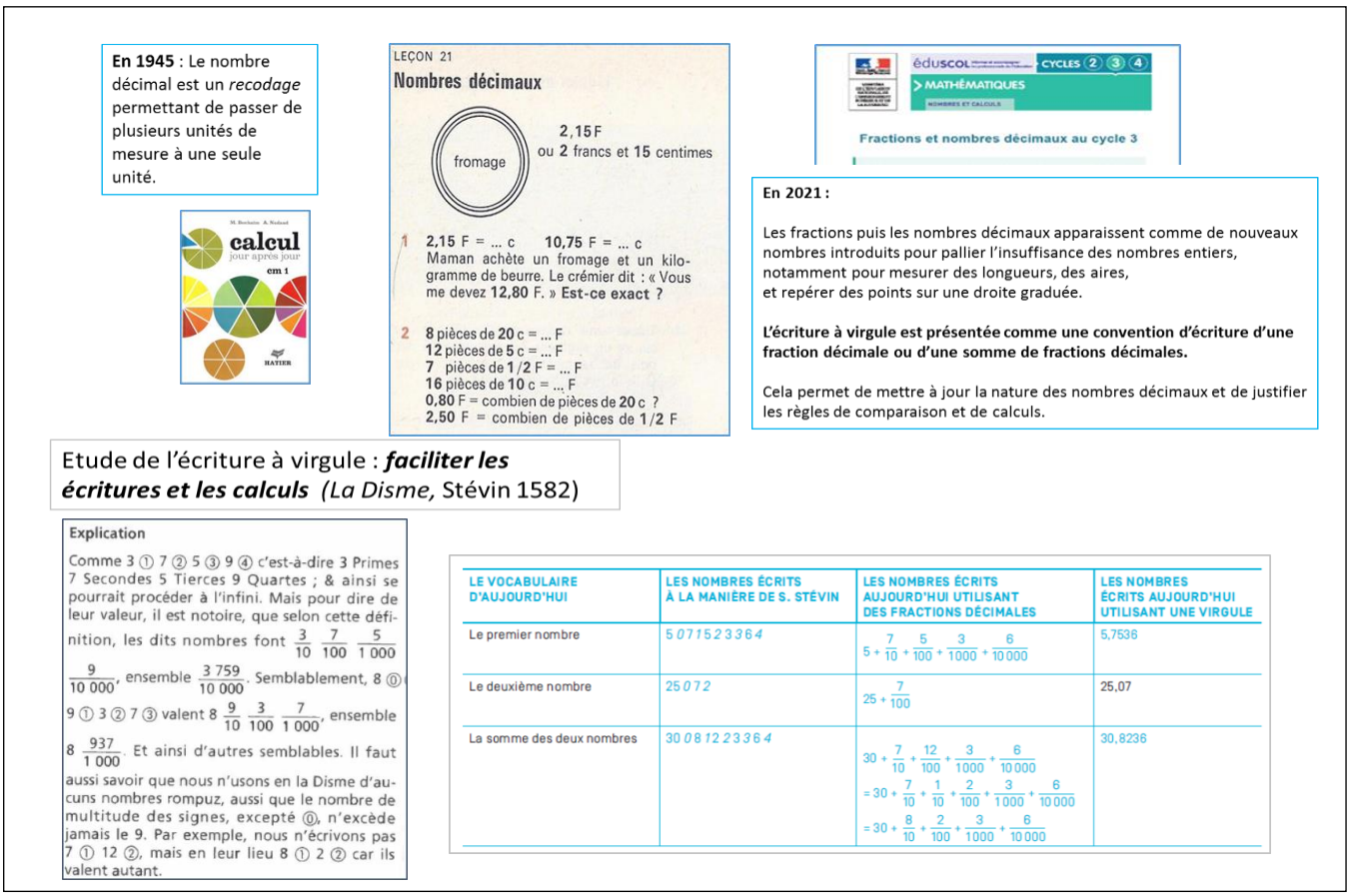


Figure 4. Des analyses de supports pédagogiques

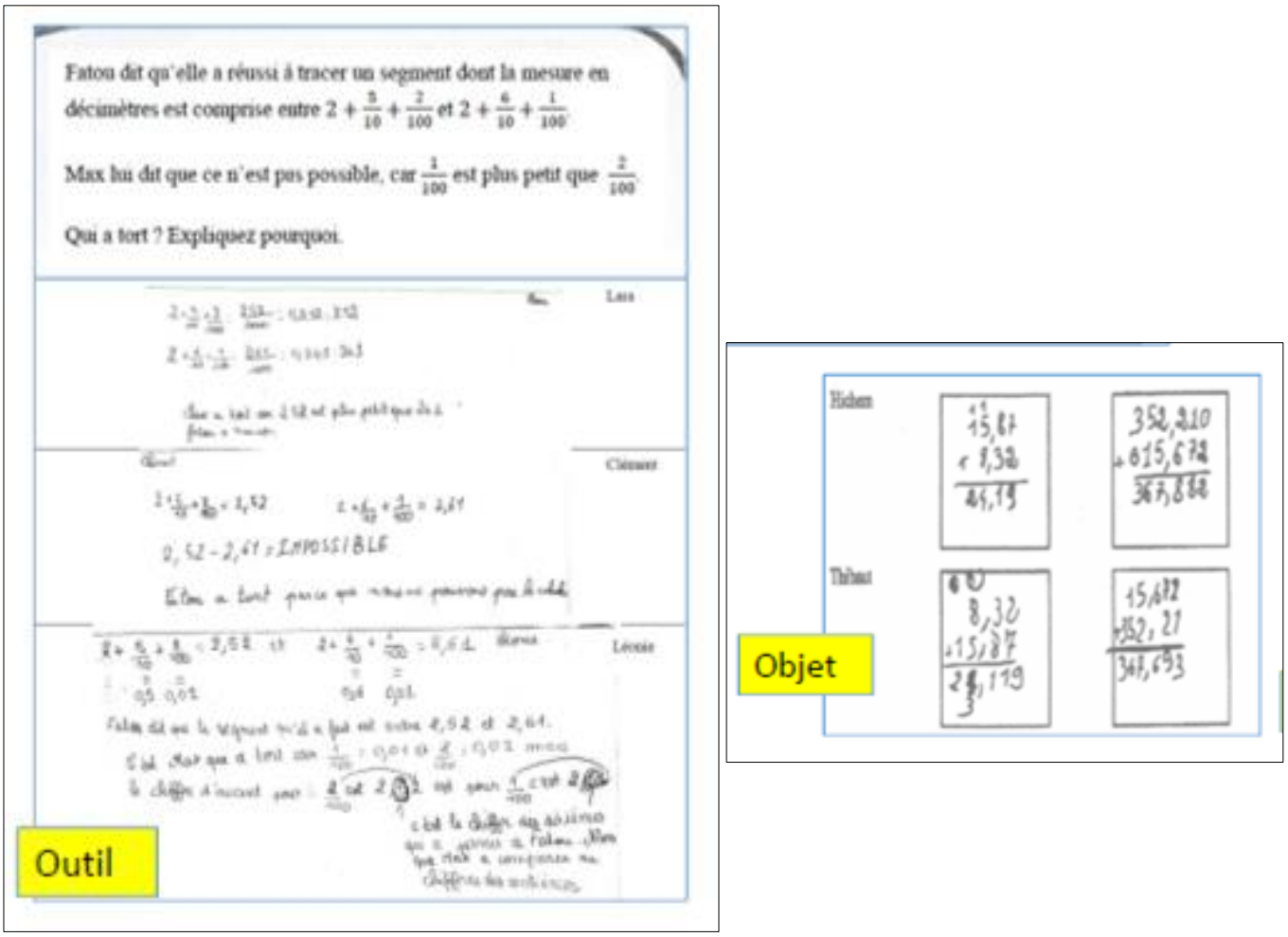


Figure 5. Des supports d'analyse de productions d'élèves

Dans notre collectif, l'enjeu est d'évaluer les effets de ces formations nationales sur les pratiques en formation des RMC et, par extension, sur les pratiques des professeurs des écoles des constellations voire également sur les apprentissages réalisés des élèves.

Afin de mener ces analyses, nous situons cette étude dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2008).

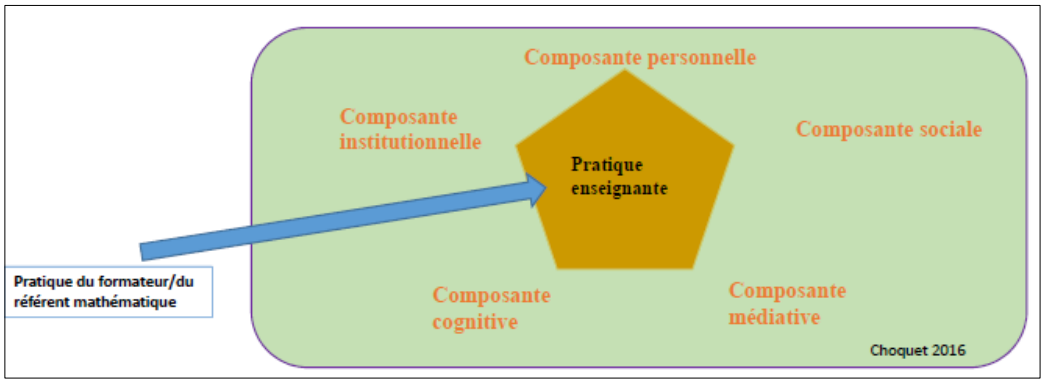


Figure 6. Adaptation du cadre de la double approche pour cette étude

Les éléments de ce cadre sont généralement mobilisés dans l'analyse de la pratique enseignante. Nous transposons son utilisation, dans notre groupe, dans les analyses de la pratique des formateurs. Nous n'avons pas développé cet aspect du travail collectif dans cette communication, nous renvoyons le lecteur à l'article (Choquet, à paraître).

II- DES COLLECTIFS DE TRAVAIL

Afin d'engager une analyse des collectifs de travail à différents niveaux, nous prenons appui sur une définition du travail collectif et de l'intelligence collective ainsi que sur des éléments de cadrage développés par Goigoux (2010).

1 Définitions et compléments théoriques

Dans notre étude, nous choisissons de définir le travail collectif comme un engagement mutuel des différents membres du collectif dans un effort coordonné pour résoudre ensemble des problèmes communs, en nous inspirant notamment des travaux de Lévy (1997). Il s'agit pour les membres impliqués, après avoir défini des objectifs communs, d'avancer ensemble pour les atteindre. Cette collaboration favorise ainsi le sentiment d'implication professionnelle de tous les acteurs du collectif, le sentiment d'efficacité du groupe et le sentiment de satisfaction de chacun. De ce travail collectif émerge une *intelligence collective* s'appuyant sur les divers statuts et l'intelligence individuelle de chacun des membres du collectif. Elle dépasse, par le travail mené dans le collectif, les intelligences individuelles et est définie comme « *l'intelligence des groupes de travail et non la somme des intelligences individuelles* » (Lévy, 1997). Ces définitions nous permettent de clarifier la présentation des travaux collectifs menés au niveau départemental et des constellations. Elles renvoient à une dimension cognitive et une dimension relationnelle du travail collectif engagé.

De plus, afin de catégoriser les différents temps de formation, nous empruntons au cadrage proposé par Goigoux (2010) les termes de conservatoire, observatoire et laboratoire que nous appliquons à la pratique du formateur. **Le conservatoire** se constitue des apports extérieurs reçus et mobilisés par le formateur dans le but de les diffuser. Il a notamment « pour fonction de transmettre les savoir-faire du métier » (Ifé [1], p. 5). **L'observatoire** renvoie aux éléments que le formateur va élaborer, construire lui-même à partir de son conservatoire et des besoins qu'il repère chez les personnes qu'il envisage de former. **Le laboratoire** se compose des expérimentations réelles de formations, des expérimentations menées par les participants à la formation et des relations instaurées entre les participants dans le but de modifier leurs connaissances et leurs conceptions (Ibid., p.5).

2 Un collectif au niveau départemental

La formation au niveau départemental est proposée à des RMC de différentes origines : dix conseillers pédagogiques de circonscription, deux conseillers pédagogiques généralistes, huit conseillers pédagogiques spécialisés en éducation physique et sportive (EPS) et deux conseillers pédagogiques déjà référents mathématiques de circonscription. Le collectif ainsi formé par les participants est hétérogène en termes de connaissances et compétences, certains étant même considérés comme éloignés des savoirs en jeu pendant les formations.

2.1 Analyse du pilotage de la formation départementale

Le pilotage du collectif au niveau départemental s'appuie sur le conservatoire de la RMD constitué des formations reçues notamment au niveau national. La RMD les transforme, les complète pour les adapter au collectif de RMC. L'ensemble de ces adaptations des formations reçues et l'expérience des formations menées deviennent alors l'observatoire de la RMD et engage à des analyses réflexives sur le travail ainsi engagé avec les RMC (Cf. Figure 7).

[1] http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/nouvelles-professionnalites/formateurs/concevoir-des-formations-un-livret-ressource-pour-les-formateurs

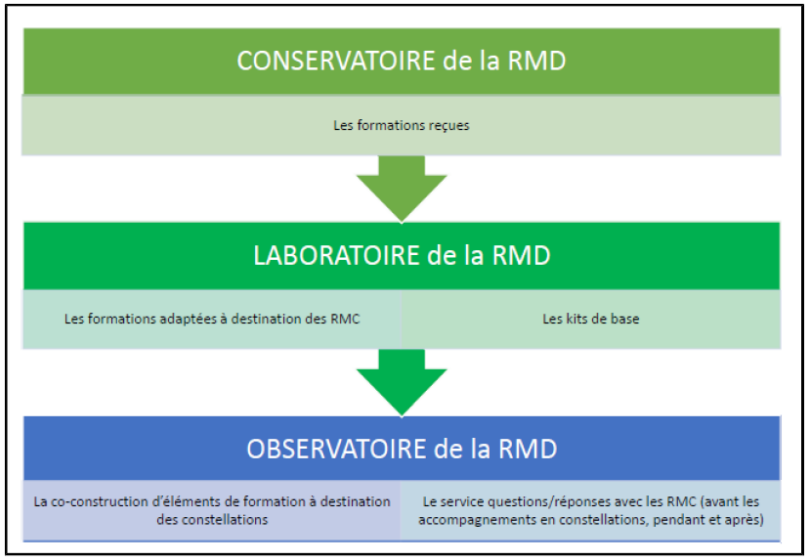


Figure 7. Analyse du travail de la RMD

Le conservatoire de la RMD a pour objectif d'outiller les RMC en termes de savoirs mathématiques, de connaissances didactiques mais également en termes de compétences d'accompagnement de constellations. Les contenus abordés en formation par la RMD sont précisés dans le tableau suivant (Cf. Figure 8) . Ces contenus s'appuient sur des formations reçues par la RMD lors de la formation nationale et également sur des formations personnelles qu'elle a suivi tout au long de sa carrière. Elle les a adaptées pour se constituer un conservatoire au plus près des besoins des RMC du département :

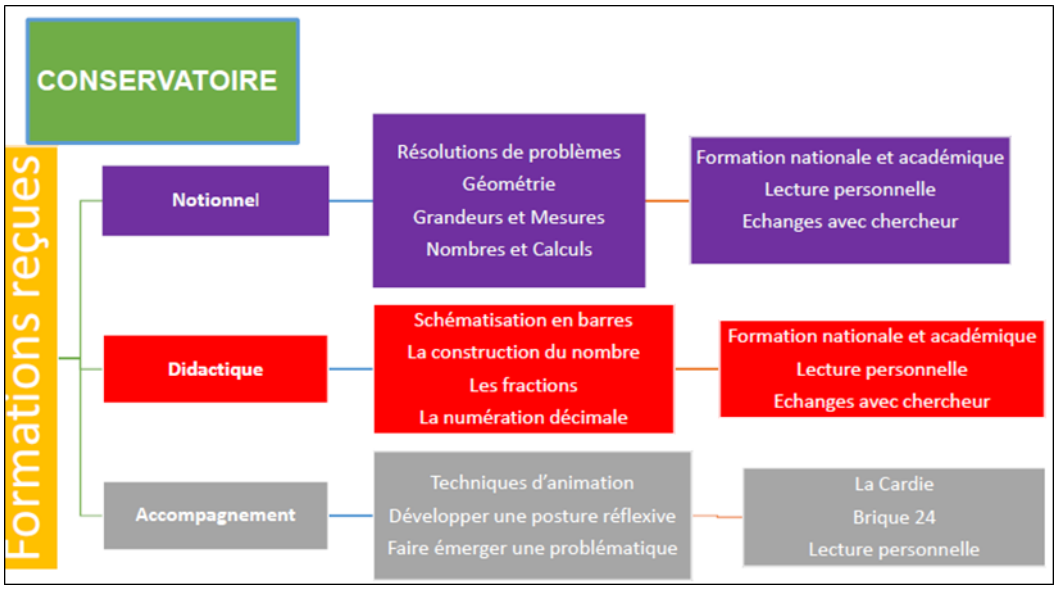


Figure 8. Conservatoire de la RMD sur lequel s'appuie la construction des éléments de formation départementale des RMC[2]

[2] *Cardie* de l'académie de Nantes : cellule académique recherche développement innovation et expérimentation https://www.pedagogie.ac-nantes.fr/innovation-pedagogique/

Brique 24 : Propositions d'outils et de processus d'organisation de formations pour adultes https://www.brique24.fr/

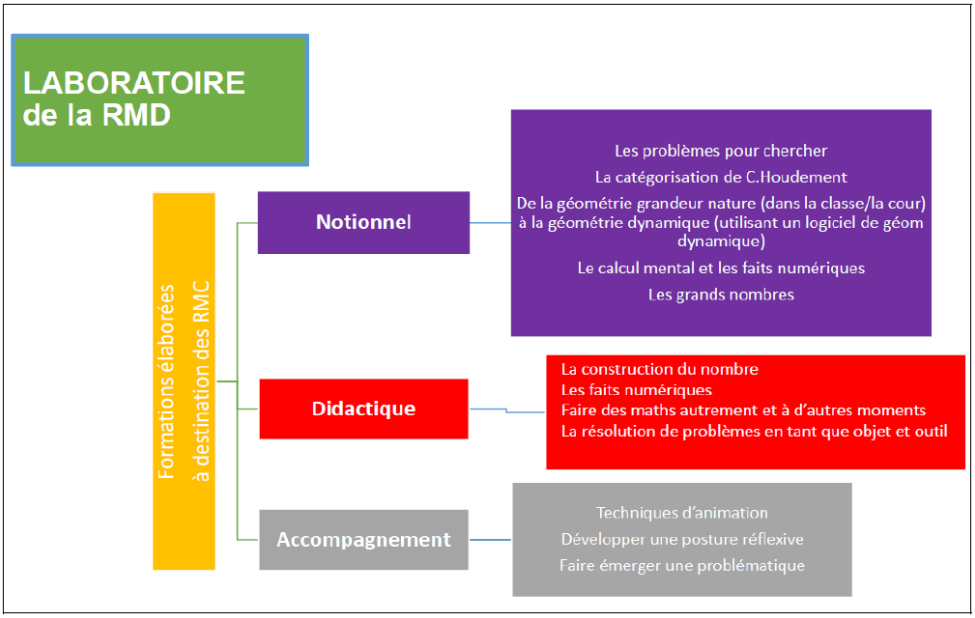


Figure 9. Évolution du conservatoire vers le laboratoire de la RMD

Les formations ainsi adaptées portent sur la construction du nombre, la résolution de problèmes, les problèmes pour chercher, les jeux mathématiques et une lecture des ressources institutionnelles. Le choix, l'adaptation étant faits en relation avec le profil des RMC participant à la formation départementale. Il s'agit d'une formation alternant présentiel et distanciel, outillée par des espaces communs de dépôts et partages de ressources en ligne déposées sur des plateformes numériques (Espace *Stockad* de l'académie de Nantes et Espace *Tribu* lié au formations *M@gistère*). Le contenu, outre des apports notionnels et didactiques, permet également aux participants de disposer de diaporamas directement utilisables lors des formations déclinées dans leurs constellations et de propositions d'activités à mener avec les professeurs des écoles, ce que la RMD a appelé les *kits de base* (Cf. Figure 10).

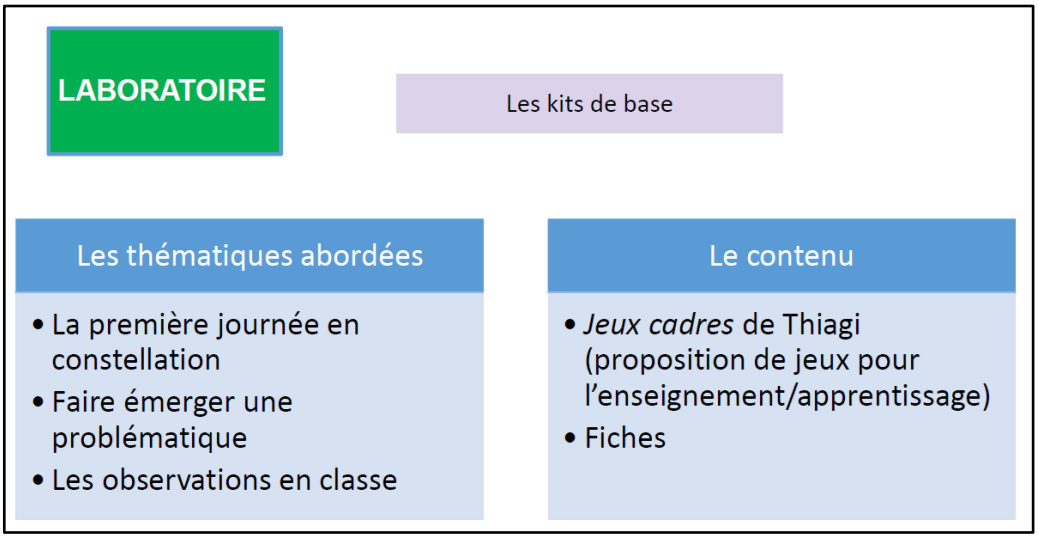


Figure 10. Le contenu des kits de base proposés par la RMD[3]

[3] *Jeux cadres de Thiagi* : proposition de jeux pour la formation et l'enseignement (Cf. Bibliographie)

Ce travail d'adaptation de la formation aux besoins des RMC participant amène à la proposition d'éléments de formation à utiliser lors des accompagnements des constellations, en lien avec les problématiques repérées dans les diverses constellations par les RMC (Cf. Figure 11).

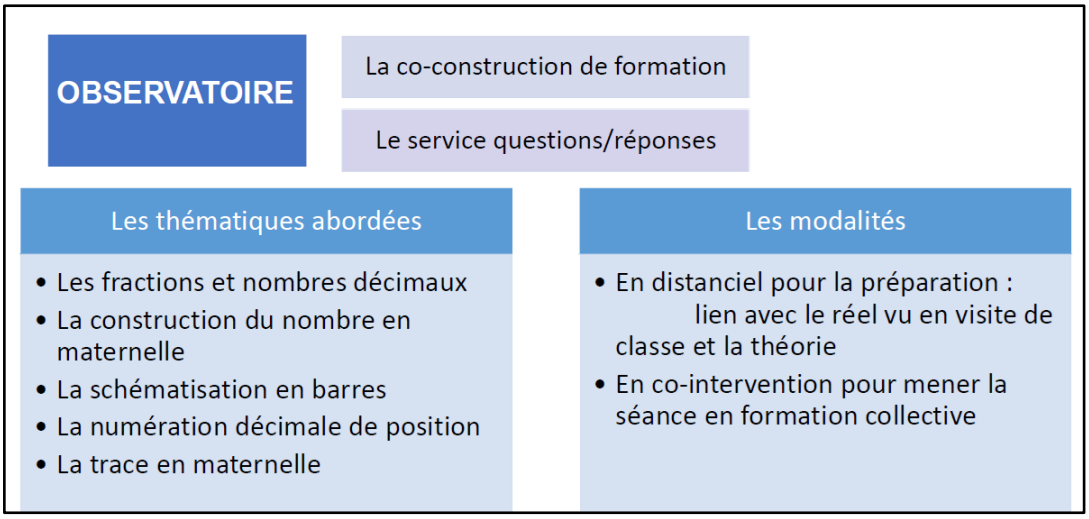


Figure 11. L'observatoire de la RMD

L'analyse du travail mené par la RMD dans ce cadre amène des éléments de compréhension des formations menées ensuite par les RMC dans les différentes constellations. Nous proposons dans le chapitre suivant l'analyse de l'une d'entre elles.

3 Un collectif au niveau d'une constellation

Une des RMC ayant participé aux formations présentées dans le chapitre précédent est RMC depuis l'année 2019. Elle est professeur des écoles et entretient un lien régulier avec la RMD et la maîtresse de conférence dans le cadre notamment de collaboration dans des groupes mathématiques.

3.1 Organisation des constellations

Les constellations dont elle a la charge se constituent de professeurs appartenant parfois à des écoles différentes ou exerçant dans des cycles différents. Les enseignants peuvent ne pas se connaître, ne sont pas toujours volontaires pour appartenir à la constellation. Ils peuvent être débutants ou expérimentés et ont des besoins différents en termes de formation à l'enseignement des mathématiques.

Une constellation est constituée de huit professeurs des écoles. L'accompagnement a lieu en présentiel lors de six temps de formation (en remplacement des temps d'animations pédagogiques prévus dans la formation de tous les professeurs des écoles) et d'une journée de formation (le professeur des écoles est remplacé dans sa classe). Trois rencontres entre la RMC et chacun des professeurs des écoles sont également organisées dans la classe, en situation. Un espace commun de mutualisation des ressources est également proposé.

3.2 Analyse du travail de la RMC

Nous présentons ici le travail d'accompagnement organisé par la RMC (Cf. Figure 12) :

L'accompagnement	Constitution des constellations : 8 enseignants
-en présentiel : 6 animations et 1 journée remplacée	Enseignants d'une même école ou d'écoles différentes
-en situation dans l'établissement : 3 rencontres	Enseignants de même cycle ou de cycles différents
-en distanciel : par une mutualisation de ressources par exemple.	Inscription non volontaire des PE

Figure 12. Organisation des accompagnements par la RMC

Ce travail a ensuite été analysé dans le cadre d'étude choisi en termes de conservatoire, laboratoire et observatoire (Cf. Figure 13).

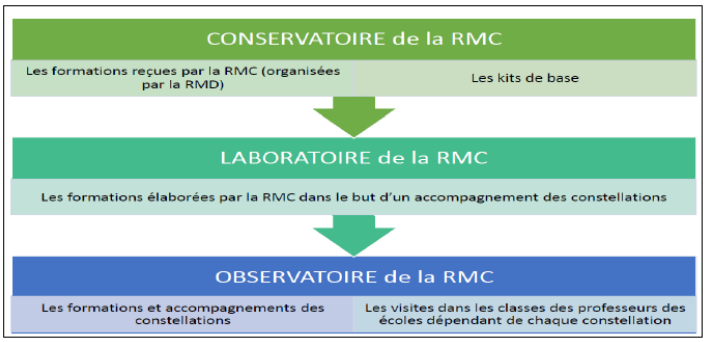


Figure 13. Analyse du travail de la RMC

Les éléments proposés par la RMD sont clairement identifiables dans l'organisation des contenus des formations élaborées par la RMC : le laboratoire de la RMD constitue alors le conservatoire de la RMC. Afin d'illustrer ce glissement entre le laboratoire de la RMD et le conservatoire de la RMC, nous proposons un exemple.

La RMD a proposé lors de la formation ds RMC un travail d'analyse de la note de service concernant la résolution de problèmes à l'école élémentaire (MEN 2018)[4]. Cette analyse consistait à demander aux RMC participant de repérer sur trois fiches de couleurs différentes « *ce que je fais souvent en classe* », « *ce que je fais moins souvent en classe* » et « *ce que je fais rarement en classe* » (Cf. Figure 14) :

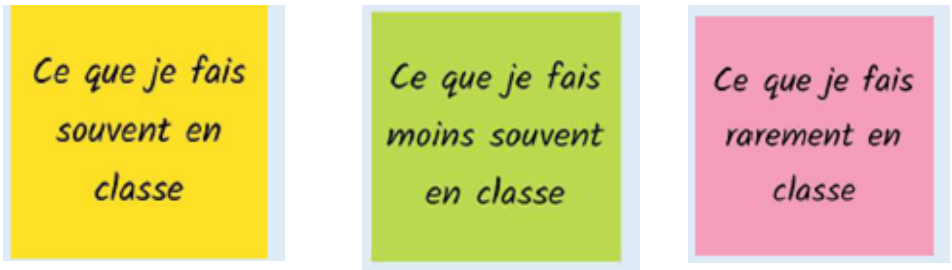


Figure 14. Fiches de couleur utilisées par la RMD lors de la formation des RMC

Lors d'un accompagnement de constellations, la RMC a réutilisé cette modalité d'analyse afin d'organiser un travail sur la place de la schématisation lors de la résolution de problèmes en mathématiques dans les classes des professeurs des écoles et permettre, à partir de cette analyse sur des fiches de couleur, des échanges entre les participants des constellations (Cf. Figures 15 et 16) :

[4] Disponible à l'adresse : https://www.education.gouv.fr/bo/18/Special3/MENE1809043N.htm



Figure 15. Fiches « Ce que je fais souvent en classe » récoltées par la RMC lors de l'accompagnement des constellations

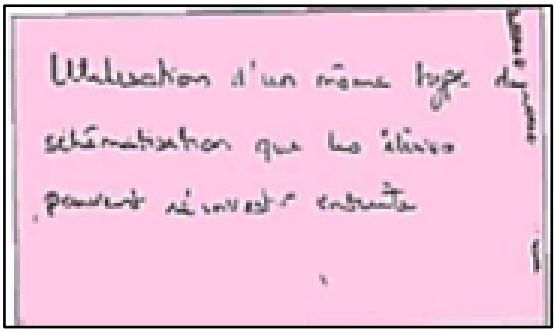


Figure 16. Fiche « Ce que je fais rarement en classe » récoltées par la RMC lors de l'accompagnement des constellations

Le travail proposé par la RMD lors de la formation départementale des RMC a été réinvesti par la RMC dans le cadre des accompagnements des professeurs des écoles des constellations dans lesquelles elle intervient.

III- UNE EVALUATION DES FORMATIONS EN CONSTELLATIONS AU NIVEAU DEPARTEMENTAL

Cette première évaluation du dispositif mis en place dans le département au travers des différents collectifs s'appuie sur un outil de stratégie d'entreprise, l'analyse *SWOT :* strengths (forces), weaknesses (faiblesses), opportunities (opportunités), threats (menaces). **Cet outil, découvert lors d'une formation interne, constitue un cadre d'analyse intéressant pour l'IEN. Il permet de faire le point sur les formations mises en œuvre.**

Les forces et les faiblesses internes correspondent pour notre étude aux différents collectifs de formateurs et aux constellations. Les opportunités et les menaces concernent l'environnement extérieur, à savoir l'environnement institutionnel sur lequel s'appuie les dispositifs (Cf. Figure 17).

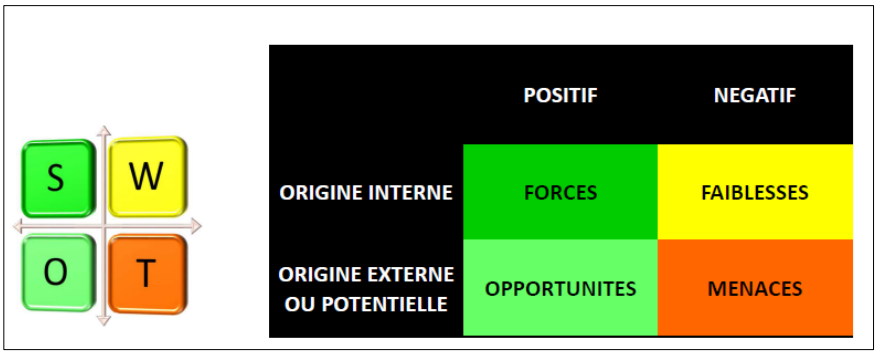


Figure 17. Analyse dans le cadre SWOT

Les forces

L'analyse du travail mené par le collectif de formateurs et formatrices permet d'en repérer les points positifs. Les divers temps de formation départementale s'appuient sur les besoins des professeurs des écoles rassemblés dans les constellations. Un réel travail sur la posture professionnelle des RMC a été mené au travers d'échanges de pratiques entre formateurs dans le collectif et de mutualisation d'outils et de ressources diverses. De ce fait, les RMC sont outillés pour organiser au mieux (**d'après les retours des RMC**) les rencontres avec les professeurs des écoles et les accompagnements des constellations. En prenant un aspect qualifié d'horizontal, la formation en constellations intègre mieux les difficultés rencontrées par les professeurs des écoles dans leur classe et essaie d'y apporter des réponses au plus près des préoccupations du terrain.

De ce fait, le travail sur l'année, dans la durée, permet de réels échanges, des tests d'activités en classe, des temps d'observation, d'analyse et de bilan lors des rencontres du collectif de professeurs des écoles. Un collectif se constitue au sein de l'équipe de professeurs des écoles de la constellation et il intègre plus facilement le RMC : sa place de formateur est reconnue et il bénéficie ainsi d'une considération plus positive qu'un formateur habituel (lors d'animations pédagogiques classiques par exemple). **C'est ce qu'indiquent tous les RMC du département après les formations effectuées.**

Les faiblesses

Le changement de posture nécessaire entre celle du conseiller pédagogique et celle du RMC peut prendre du temps, certains CPC peuvent rencontrer des difficultés à endosser ce nouveau rôle. Il est, par exemple, difficile dans certaines constellations de dégager des problématiques communes, assez riches, concernant tous les professeurs des écoles (surtout si les cycles ne sont pas les mêmes). Le temps de travail à consacrer à plusieurs constellations peut devenir, par ailleurs, une charge importante.

D'un point de vue plus global, il peut s'avérer difficile de maintenir le travail collectif engagé sur plusieurs années et de conserver une cohérence de la formation au niveau du département. Le turn over des RMC depuis 2018 constitue en effet un élément important à prendre en compte. Tous les ans, des RMC « débutants » dans cette fonction sont recrutés et sont à former. D'autre part, il n'est pas toujours simple de tenir compte des acquis des professeurs des écoles ayant déjà participé aux constellations à l'échelle du département du fait du mouvement annuel des personnels et des déplacements des professeurs des écoles remplaçants, entre autre. De ce fait, une difficulté se révèle afin de maintenir le lien entre la formation mathématique déjà existante (18 h de formation annuelle pour un professeur des écoles) et le travail réalisé dans les constellations les années précédentes.

Les opportunités

Le cadre national est en faveur d'un maintien des formations nationales et académiques. Les moyens attribués permettent d'approfondir ces formations. En particulier, la journée remplacée afin de donner du temps au collectif pour co-construire des activités, analyser et échanger sur les pratiques, ou la venue des RMC dans la classe afin d'engager une réflexion approfondie sur les pratiques de chacun. Par ailleurs, les modalités hybrides permettent un gain de temps et amènent à développer de nouvelles compétences en

termes de travail collectif à distance, en collaboration avec les enseignants référents aux usages du numérique (ERUN).

Les menaces

Malgré tout, après quelques années de fonctionnement, le dispositif pourrait montrer un essoufflement. Certains professeurs des écoles ne sont pas toujours investis et n'engagent pas de réelles réflexion sur leur propre pratique (lassitude, peur de la nouveauté, confort dans l'utilisation de pratiques habituelles maîtrisées). Certains RMC mettent un terme à leur fonction et du temps est nécessaire pour former de nouveaux RMC. Les modalités hybrides ne rencontrent pas, sur tout le territoire, les mêmes facilités (des difficultés de connexion sont encore rencontrées). Le temps consacré sur plusieurs années à cette modalité de formation en constellations bénéficie à des équipes d'écoles mais pas toujours complètes : peut-elle ainsi permettre l'évolution attendue des pratiques pédagogiques dans les classes ? Cela implique un nécessaire suivi du travail mené, avec la difficulté d'assurer ce suivi, tant sur un plan matériel (nombre d'heures disponibles pour les RMC) que sur l'aspect temporel avec des changements dans les équipes enseignantes.

IV- CONCLUSION

Cette communication interroge le travail mené dans le cadre d'un collectif de formateurs afin de développer un travail collectif lors des formations des Référents Mathématiques de Circonscription et des formations des professeurs des écoles dans les différentes constellations. Des éléments de formation sont descendants, issus du Plan National de formation. Les modalités de formations départementale puis au sein des constellations montrent tout leur intérêt en donnant un caractère horizontal à ces éléments, en les resituant dans la pratique quotidienne des professeurs des écoles concernés. Néanmoins, cette étude autour des collectifs de travail montrent également la difficulté à maintenir sur le long terme cet élan collectif. Nous en retenons des points de vigilance et des axes de travail à approfondir dans le cadre de nos réflexions, afin d'améliorer nos formations. Par exemple, il s'agirait, grâce au travail collectif engagé par certains RMC et professeurs des écoles, de permettre à tous de s'investir, même quand, à l'origine, ils ne sont pas volontaires et de profiter des temps collectifs.

BIBLIOGRAPHIE

Butlen, D. (2004). Des exemples de difficultés liées à l'appropriation de gestes professionnels attachés à un enseignement des mathématiques en formation initiale de professeurs des écoles. In Peltier, M.-L. (Dir.) *Dur, Dur, dur d'enseigner en ZEP,* La Pensée Sauvage Editions, 119-129.

Charles-Pézard, M., Butlen, D. et Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* La Pensée Sauvage Editions.

Choquet, C. (2016). Profils de professeurs des écoles proposant des problèmes ouverts en mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *36 (1)*, 11-47.

Choquet, C. (à paraître). Comprendre les effets des choix des formateurs sur les professeurs de mathématiques débutants. *Annales de didactique et de sciences cognitives*. Irem de Strasbourg.

Gibert, A.-F. (2018). *Le travail collectif enseignant, entre informel et institué.* Dossier de veille de l'IFE, 124, avril, ENS de Lyon. http://veille-et-analyses.ens-lyon.fr/DA-Veille/124-avril-2018.pdf

Goigoux, R. (2010). *De l'analyse de l'activité des enseignants à leur formation professionnelle. http://ife.ens-lyon.fr › diaporama-r.-goigoux*

Hourst, B. et Thiagarajan, S. (2000). *Les jeux cadres de Thiagi*. Editions d'Organisation.

Humphrey, A. (2005). *SWOT Analysis for Management Consulting*. SRI Alumni Newsletter. SRI International, United States.

Levy, P. (1997). *L'intelligence collective - Pour une anthropologie du cyberespace*. Éditions La Découverte.

Lopez, S., Lemesle, D. et Bourguignon, M. (2016). *Guide de réunion de survie.* Éditions Pearson.

MEN (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.* Rapport remis le 12 février 2018 par Villani, C. et Torossian, C. https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242

Masselin, B. (2020). *Ingénieries de formation en mathématiques de l'école au lycée.* PURH.

Pichon, A., Morel, A., Gassie, B., Vandenkoornhuyse, C. et Delalande, P. (2015). L'intelligence collective dans un contexte de développement professionnel continu : ACoPé, l'exemple d'une communauté de pratique. *Biennale internationale de l'éducation, de la formation et des pratiques professionnelle*s. CNAM 2015, Paris.

Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck F. (Dir.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès Editions, 59-65.

Site Alain Savary : http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/nouvelles-professionnalites/formateurs/concevoir-des-formations-un-livret-ressource-pour-les-formateurs

COMMUNICATION C15

UN EXEMPLE DE COLLABORATION ENTRE ENSEIGNANTS ET CHERCHEURS AUTOUR DE LA CONCEPTION DE RESSOURCES POUR DEVELOPPER LA PENSEE ALGEBRIQUE.

Sylvie COPPE
Université de Genève
Équipe DiMaGe
sylvie.coppe@unige.ch

Claire PIOLTI-LAMORTHE
Enseignante, Collège R. Dufy, Lyon
INSPE, Université Lyon 1
claire.piolti-lamorthe@ac-lyon.fr

Sophie ROUBIN
Enseignante, Collège Ampère, Lyon
Institut Français de l'Education
Sophie.roubin@ac-lyon.fr

Jana TRGALOVA
INSPE, Université Lyon 1
S2HEP (UR4148)
jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Résumé
Notre communication présente différents aspects de la collaboration entre enseignants et chercheurs, acteurs du LéA Réseau écoles et collèges Ampère (IFÉ) et engagés dans le projet PREMATT (ICE) (Alturkmani et al., 2019).
Cette recherche s'intéresse à l'émergence de nouvelles pratiques enseignantes autour de la pensée algébrique au cycle 3 (Alves et al., 2013 ; Martin Dametto et al. 2013 ; Trgalova et al., 2020). Elle est orientée vers la conception de ressources qui sont expérimentées conjointement à l'école primaire et en classe de 6e.
Le travail collaboratif entre enseignants se heurte à plusieurs difficultés : comment favoriser l'échange entre enseignants d'équipes qui se partagent le même cycle 3, mais d'établissements différents du 1er et 2nd degré et de territoires géographiques différents ? Comment penser des formes de collaboration au sein d'un collectif élargi ? Et plus largement peut-on s'entendre sur une conception commune des mathématiques, et plus particulièrement de l'algèbre, et définir l'activité mathématique visant le développement de la pensée algébrique ?
Nous aborderons les leviers qui ont permis de travailler dans un groupe élargi où chacun a des habitudes de travail différentes et d'engager les acteurs dans la construction d'une culture commune. Cette communication est en lien avec l'atelier A24 « Conception collaborative de ressources : un exemple d'outils méthodologiques la favorisant ».

I - INTRODUCTION

Cette présentation s'appuie sur une histoire ancienne de travail collaboratif entre enseignants et chercheurs.

Le groupe de recherche SESAMES Algèbre (Fig. 1) a été créé en 2002 au sein du laboratoire ICAR (CNRS, Université de Lyon, ENS Lyon). Dès sa création, il a été soutenu par l'Institut français de l'éducation (IFÉ) et il a intégré, en 2011, le dispositif du réseau des Lieux d'éducation associés (LéA) en association avec le collège Ampère de Lyon pour la recherche « Ressources pour les enseignants et formateurs de mathématiques sur l'enseignement de l'algèbre au collège » (les LéA[1] associent pour 3 ans des lieux d'éducation avec une équipe de recherche autour d'une problématique commune).

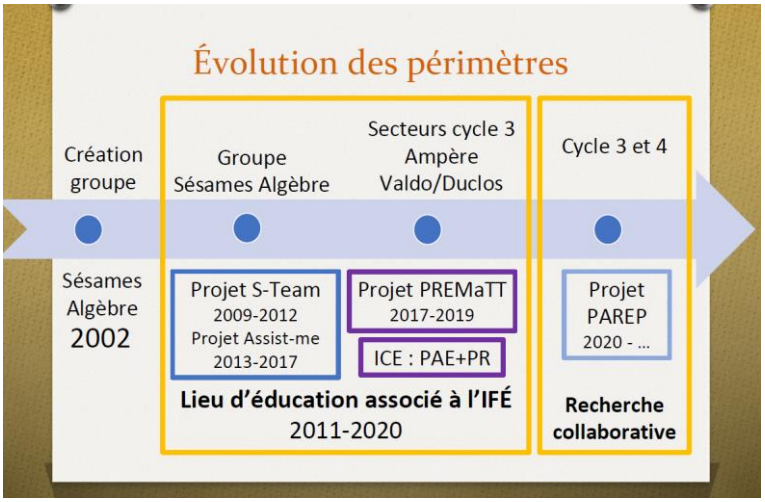


Figure 1. Élargissement du groupe SESAMES

L'objectif du travail du groupe SESAMES est la construction collaborative, par des professeurs de mathématiques et une chercheuse de l'UMR ICAR, de ressources pour les enseignants et les formateurs sur l'enseignement de l'algèbre au collège en France, et notamment sur les débuts de l'algèbre.

Les documents produits sont diffusés sur le site PEGAME (http://pegame.ens-lyon.fr/). Le site Web propose deux entrées nommées Enseignement et Formation. La première comprend des activités à proposer dans les classes (classées par niveau) et la seconde présente des documents qui devraient permettre aux enseignants de mieux comprendre les choix faits afin de permettre une utilisation plus cohérente en classe de ce que nous proposons (Alves et al., 2013).

De 2009 à 2017, le groupe SESAMES et le LéA réseau d'écoles et collèges Ampère ont participé à deux projets européens de recherche : S-TEAM (Science-Teacher Education Advanced Methods, 2009-2012) sur les démarches d'investigation et ASSIST-ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education, 2013-2017) sur l'influence des dispositifs d'évaluation (formative et sommative) sur les pratiques enseignantes et sur les apprentissages des élèves lors de la résolution de problèmes.

La participation au projet S-TEAM, recherche sur les pratiques enseignantes et sur les apprentissages des élèves en résolution de problèmes, a engagé une réflexion sur les contrats de classe et la mise en place d'une organisation s'appuyant sur des rituels que nous avons nommés Mise en TRAIN (MET). L'introduction des MET et des programmes de calcul[2] a permis de travailler sur les alternances dévolution / institutionnalisation (Coppé, 2013). La participation au projet ASSIST-ME a développé des pratiques

1 http://ife.ens-lyon.fr/lea

2 Un programme de calcul se présente sous forme d'un texte qui décrit un calcul à faire sur des nombres qui devrait aboutir à l'établissement d'une preuve. Exemple :
Je pense à un nombre, je le multiplie par 5 puis j'ajoute 3. Je multiplie le résultat par 2 et j'enlève 10 fois le nombre de départ. Fais quelques essais. Que constates- tu ? Est-ce toujours vrai ? Prouve-le.

d'évaluation plus tournées vers l'évaluation par les pairs et l'auto-évaluation (Coppé & Moulin, 2017 ; Coppé & Roubin, 2019).

En 2017, a débuté une collaboration avec des enseignants du primaire pour travailler sur des activités qui peuvent relever de l'Early Algebra (Radford, 2000, 2014). Le LéA Réseau d'écoles et collèges Ampère, a alors intégré PREMaTT[3] (Penser les Ressources de l'Enseignement des Mathématiques dans un Temps de Transitions), un projet du réseau de l'Institut Carnot de l'Éducation, fruit de deux projets convergents (un porté par la recherche et un par les enseignants). Dans une logique de cycle, il s'agit d'accompagner les élèves tout au long du cycle 3 à l'entrée dans la pensée algébrique. Les activités nouvelles sont proposées en Mise En Train ce qui permet aux élèves, de façon régulière, à chaque séance, d'avoir des temps de recherche, d'expérimentation, d'argumentation et de mise en commun des résultats et ce qui aide l'enseignant à gérer l'hétérogénéité.

Le projet PREMaTT, dans sa dimension inter-établissements, a permis de passer à l'échelle de la circonscription et non plus seulement de l'établissement puisqu'il s'agit de travailler la liaison entre primaire et secondaire dans le cadre du cycle 3. L'extension a bénéficié d'une dynamique verticale au sein d'un secteur d'enseignement (Cycle 3, Cycle 4 et Lycée) et d'une dynamique horizontale de réseau collaboratif entre établissements liés au groupe SESAMES.

Actuellement le groupe continue la collaboration entre enseignants et chercheuse avec la recherche PAREP (Pensée algébrique : ressources et pratiques). L'idée est de déterminer quels types de problèmes pourraient être proposés aux élèves d'école primaire et de 6e, dans le cadre des programmes actuels, pour travailler sur les continuités et ruptures entre arithmétique et algèbre ou numérique et algébrique. Pour le moment nous avons défini deux pistes de travail dont une sur les problèmes dits « de patterns ».

Dans cette présentation nous allons revenir sur le fonctionnement du groupe SESAMES et sur le changement d'échelle lors de son élargissement au groupe PREMaTT.

II - UN MODELE DE RECHERCHE COLLABORATIVE - LE GROUPE SESAMES ALGEBRE

Le groupe de recherche SESAMES Algèbre fonctionne selon le modèle de recherche collaborative entre chercheurs et enseignants de Desgagné (1997). Celui-ci part du constat de l'éloignement entre les pratiques enseignantes et des recherches universitaires sur les apprentissages ou l'enseignement, relevant de différents champs comme, pour ce qui nous intéresse, la didactique des mathématiques.

> *L'idée d'une collaboration entre chercheurs et praticiens, pour la construction des connaissances liées à la pratique enseignante, provient d'un constat d'éloignement entre le monde de la pratique professionnelle et celui de la recherche qui vise à l'éclairer. (Desgagné, 1997, p. 371)*

Desgagné et al. (2001) mettent en avant qu'une caractéristique est le caractère fortement participatif des recherches collaboratives en distinguant faire de la recherche « sur les enseignants » de faire de la recherche « avec les enseignants ». Mais la collaboration ne suppose pas l'échange des rôles de chacun et Desgagné (1997) précise clairement que chacun garde certains questionnements spécifiques.

> *En fait, partant du pivot central que constitue la démarche de réflexion conjointe ou de co-construction*

3 Alturkmani, M.-D., Roubin, S., Piolti-Lamorthe, C., Trouche, L., et al. (2019). Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions 2017-2019, programme de l'institut Carnot de l'éducation : rapport scientifique des composantes PR 03 et PAE 21. IFÉ-ENS Lyon (en ligne)

> *réalisée dans l'interaction entre le chercheur et les praticiens, le projet va s'articuler, d'une part, comme un projet de perfectionnement pour des praticiens qui souhaitent questionner ou explorer un aspect de leur pratique professionnelle, d'autre part, comme un projet d'investigation pour un chercheur qui souhaite, de l'intérieur de la démarche de réflexion qu'il va encadrer, investiguer un objet de recherche qui le préoccupe. (Desgagné, 1997, p. 377)*

Ainsi, au départ de notre travail, pour les enseignants, il s'agissait de trouver des activités qui motivent l'outil algèbre au début de son enseignement, de mieux comprendre les erreurs des élèves (voire d'y remédier), en s'appuyant sur les pratiques de chacun et sur des résultats de recherche et pour le chercheur, il y avait un autre axe de questionnement comme comprendre pourquoi et à quelles conditions des ingénieries didactiques à fort potentiel ne se diffusent pas dans les pratiques de classe et de déterminer quels éléments pouvaient permettre une meilleure diffusion.

Desgagné (1997) dégage trois critères qui caractérisent les recherches collaboratives que nous illustrons après pour analyser le fonctionnement du groupe.

- *RC1. La recherche collaborative suppose la co-construction d'un objet de connaissance entre un chercheur et des praticiens. (...)*
- *RC2. La recherche collaborative allie à la fois activités de production de connaissances et de développement professionnel. (...)*
- *RC3. La recherche collaborative vise une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique. (Desgagné, 1997, pp. 383-384)*

Le premier critère (RC1) est la co-construction d'un objet de connaissance commun. Nous avons partagé certains constats sur l'enseignement de l'algèbre et sur certaines difficultés des élèves et grâce à des résultats de recherche nous avons pu trouver des réponses (voir Coppé, 2020).

Pour nous, le consensus entre les partenaires a été matérialisé par la rédaction collective de sept principes (Fig. 2) qui ont toujours guidé notre travail, qui ont été régulièrement discutés mais toujours conservés notamment lorsque de nouveaux enseignants intégraient le groupe.

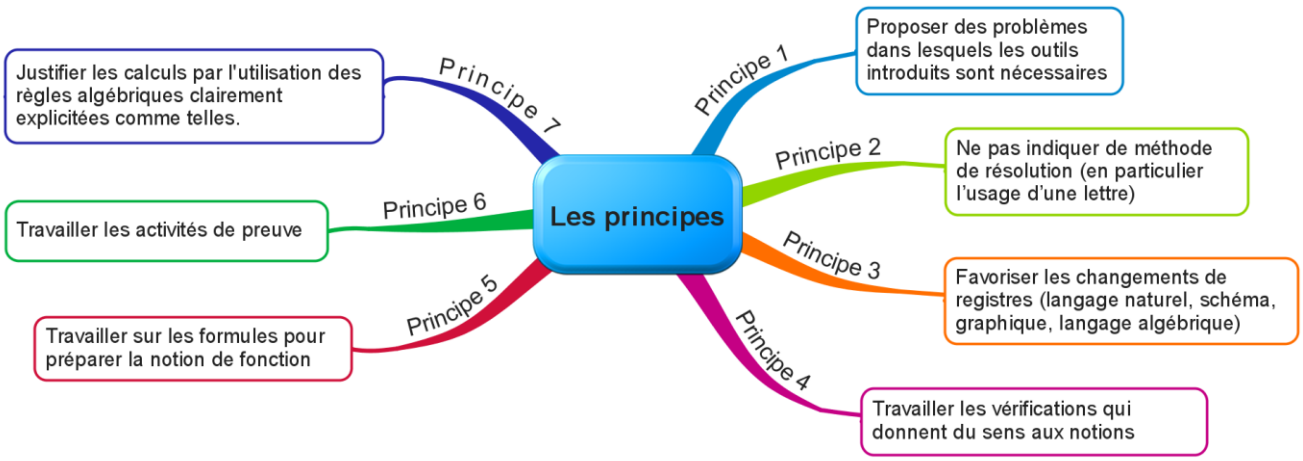


Figure 2. Les 7 principes tels qu'ils sont sur le site PEGAME

Pour le deuxième critère (RC2), nous donnons un exemple d'activité de production de connaissances qui s'est combiné avec un développement professionnel de trois enseignantes. Pour faciliter l'utilisation des programmes de calcul, les enseignantes ont adapté les modalités de travail qu'elles utilisaient pour faire du calcul mental comme il était conseillé à cette époque, en France. Ainsi, au début de chaque séance, est proposé aux élèves, dès leur entrée dans la classe, un travail de recherche de 10 à 20 minutes à partir d'un programme de calcul pour travailler sur un objectif d'apprentissage précis sur l'algèbre. Cette modalité

qui privilégie les apprentissages sur la durée, s'appuie sur des cycles dévolution / institutionnalisations locales / réinvestissements a été désignée par le terme de MET « mise en TRAIN » : Travail de Recherche ou d'Approfondissement avec prise d'Initiatives (Martin Dametto, Piolti Lamorthe & Roubin, 2013).

> *Pour cela il s'agit de restructurer les séances de cours en créant des temps qui imposent un rythme de travail, qui privilégient la mise en activité des élèves, qui permettent d'optimiser les moments délicats d'une séance et de réduire les temps consacrés à « professer ». (Martin Dametto et al, 2013, p. 13)*

La mise en place des MET a été l'occasion, pour les enseignantes à l'origine de ce travail, de le conceptualiser, puis de le diffuser à plus grande échelle que celle de leurs établissements, et enfin de le transférer à d'autres thèmes mathématiques et, comme nous le verrons plus tard, au niveau de l'école primaire.

Enfin, concernant le troisième critère, si au début du travail, nous pouvions noter une séparation entre les activités réalisées par la chercheuse dans la communauté de recherche et celles pratiquées par les enseignants du groupe, au fur et à mesure du travail de collaboration, des passerelles ont été établies comme par exemple lors de formations continues co-animées ou bien lors de la participation aux deux projets européens de recherche, nous avons fait des présentations et des publications collectives.

Le groupe de recherche collaborative SESAMES a fonctionné ainsi pendant une quinzaine d'années en s'appuyant sur les principes élaborés de façon collective (Fig. 2). Seize enseignants et enseignantes ont participé, certains pendant de nombreuses années voire depuis le début, d'autres pendant deux ou trois ans. Notre objet de travail est resté le même (l'enseignement de l'algèbre au collège en France) mais il a subi de nombreuses évolutions suite aux changements de programmes, à la participation à des projets de recherche, à son intégration dans le dispositif des LéA (Fig. 1). En 2017, nous avons élargi notre périmètre à l'école primaire.

Dans la suite, nous montrons quelles adaptations de dispositif de recherche collaborative ont été nécessaires pour travailler conjointement à l'école primaire et en classe de 6e. Le travail collaboratif entre enseignants s'est heurté à plusieurs difficultés : comment favoriser l'échange entre enseignants d'équipes qui se partagent le même cycle 3, mais d'établissements différents du 1er et 2nd degré et de territoires géographiques différents ? Comment penser des formes de collaboration au sein d'un collectif élargi ? Et plus largement peut-on s'entendre sur une conception commune des mathématiques et définir l'activité mathématique ?

III - L'EXEMPLE DE LA RECHERCHE COLLABORATIVE DANS PREMATT

Le projet PREMaTT (Penser les Ressources de l'Enseignement des Mathématiques dans un Temps de Transitions, 2017-2019) s'est développé dans la continuité d'autres projets, en particulier le projet SESAMES et celui du Lieu d'éducation associé à l'IFÉ « Réseau d'écoles et collèges Ampère » (présentés plus haut).

Le projet s'est déroulé dans un moment critique lié aux changements de programme intervenus en septembre 2016 (Gueudet et al., 2017), touchant la structure des cycles (le cycle 3 regroupe les deux dernières classes de l'école primaire et la première classe du collège, conduisant ainsi à penser de nouvelles continuités de l'enseignement), le contenu des programmes (pour les mathématiques, l'introduction de la programmation et de l'algorithmique), et leur « esprit » (pensant davantage la progressivité des apprentissages, par exemple des apprentissages algébriques). La classe de 6e, première année au collège, est devenue la dernière année du cycle 3. Ce cycle est donc commun à deux établissements : l'école primaire et le collège. Dans le cadre du projet PREMaTT, c'était une opportunité pour créer des liens entre enseignants du premier et du second degré, pour installer des pratiques harmonisées de gestion de classe et étudier dans sa globalité le cursus des élèves. Le projet a ainsi rassemblé comme acteurs principaux des

professeurs du premier degré, des professeurs de mathématiques du second degré, des chercheurs en didactique des mathématiques et en psychologie cognitive et un ingénieur pédagogique.

Organisé en trois chantiers, les objectifs principaux du projet étaient la conception de ressources pour l'enseignement des mathématiques, le développement du travail collaboratif et le développement professionnel des acteurs. Le premier chantier de conception participative de ressources pour développer la pensée algébrique et/ou la pensée algorithmique reposait sur un réseau de « fabriques » (voir plus loin), au cœur des établissements scolaires (écoles et collèges) engagés dans le projet. Le deuxième chantier de méthodes collaboratives a permis de développer et de mettre à l'épreuve des outils, des méthodes et des processus pour stimuler et entretenir la collaboration entre enseignants et chercheurs. Le troisième chantier d'analyse des pratiques et des ressources a concerné la réflexivité et l'étude des trajectoires de développement et des trajectoires documentaires des enseignants impliqués dans le projet. À travers ces trois chantiers, les interactions entre les acteurs ont été repensées, pour permettre un fonctionnement plus efficace du groupe.

Les acteurs du projet participaient en alternance dynamique à deux types de regroupement. Le premier type de regroupement est à l'échelle d'un ou plusieurs établissements ; c'est un fonctionnement sur site qui a été nommé « fabrique ». Chaque fabrique a été suivie plus particulièrement par un ou plusieurs chercheurs. Dans ces réunions, un travail a été fait autour des ressources et de leur adaptation, les expérimentations ont été préparées puis discutées et éventuellement améliorées. Le groupe PREMaTT a fonctionné avec trois fabriques : deux fabriques au sein de deux écoles primaires et une fabrique regroupant les anciens membres du groupe SESAMES et deux écoles primaires. Le second type de regroupement a été à l'échelle globale du projet où tous les acteurs du projet ont été présents, chercheurs et enseignants. Il s'agissait des temps de mutualisation autour de points de fonctionnement ou de frictions des différentes fabriques et sur l'état des différentes recherches associées au projet. Ces réunions ont eu lieu au LIPéN (Laboratoire d'Innovation Pédagogique et Numérique, Sanchez et al. 2015) et prenaient souvent la forme d'incubation, grâce à l'accompagnement collaboratif entre un ingénieur pédagogique et un ou plusieurs chercheurs, voire un ou plusieurs enseignants. Différentes méthodes ont été proposées par l'ingénieur pédagogique pour soutenir la collaboration et permettre à la fois le travail autour des ressources et un retour réflexif sur la collaboration. La *carte d'expérience* (Sperano et al., 2019) a permis par exemple de soutenir le travail collaboratif de conception de ressources et de réaliser des analyses collectives de ces ressources afin d'identifier de potentiels points de friction ou de blocage. Ces points ont ensuite été travaillés lors d'une incubation suivante sous forme d'un *world café* (Brown & Isaacs, 2005), où des solutions ont été cherchées en petits groupes mélangés (inter-degré, enseignants et chercheurs). Ces deux méthodes sont présentées dans le texte présentant l'atelier A24 - Conception collaborative de ressources : un exemple d'outils méthodologiques la favorisant.

Dans la suite, nous décrivons et analysons plus en détail quelques activités emblématiques qui illustrent comment les trois critères de recherche collaborative (RC) de Desgagné (1997), présentés dans la partie II, ont été pensés dans le projet PREMaTT.

1 Mise en relation des cultures (RC3)

Comme nous l'avons mentionné, le projet PREMaTT a conduit à un élargissement du groupe SESAMES aux écoles de secteur (Figure 3) pour concevoir des ressources développant la pensée algébrique. Des réunions de travail du groupe élargi ont été prévues en suivant le fonctionnement précédent du groupe SESAMES avec dans l'idée d'expérimenter dans les classes de CM1, CM2 et 6e. Ainsi, les réunions du groupe SESAMES, avec des enseignants qui se connaissaient bien, qui ont participé à l'élaboration des principes que devaient suivre les activités conçues collectivement et qui partageaient les conceptions des temps de la recherche et de la production de ressources ont laissé la place à des réunions élargies avec des pairs, collègues de différents établissements, enseignant dans différents niveaux et différents contextes.

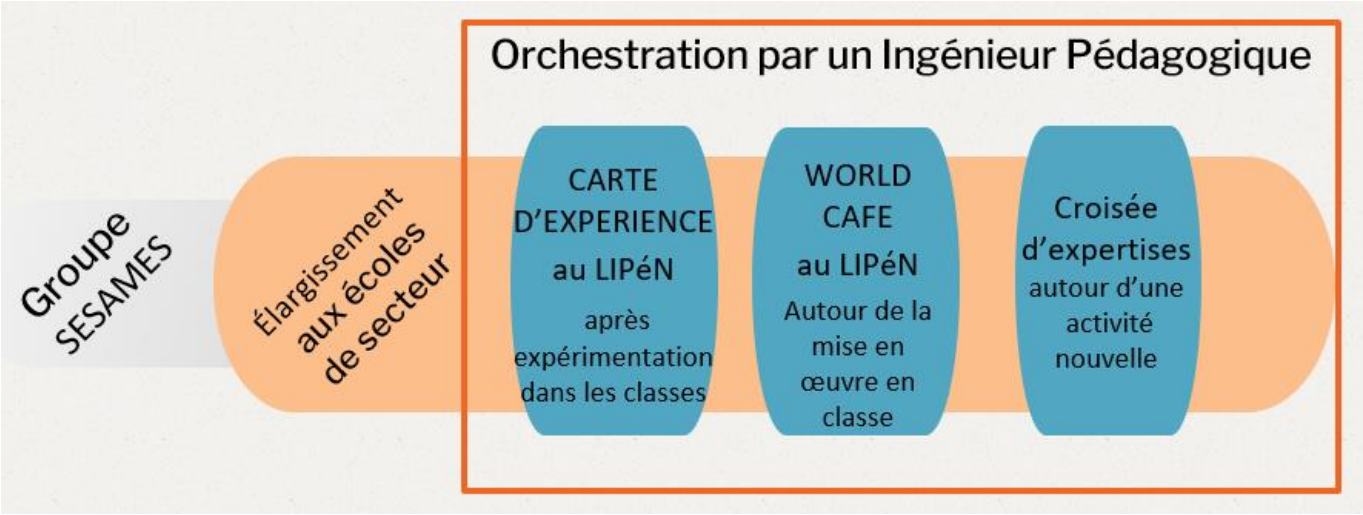


Figure 3. Organisation et fonctionnement du groupe PREMaTT

La problématique de mise en relation des cultures est apparue assez rapidement (dès les premières réunions), nous avions en effet besoin de clarifier les représentations de chacun concernant notre collaboration.

Dans le but de mieux comprendre les pratiques des uns et des autres et de construire des représentations partagées des enjeux du projet, un travail approfondi autour de l'activité nommée « allumettes » (Fig. 4) a été conduit par les membres du groupe.

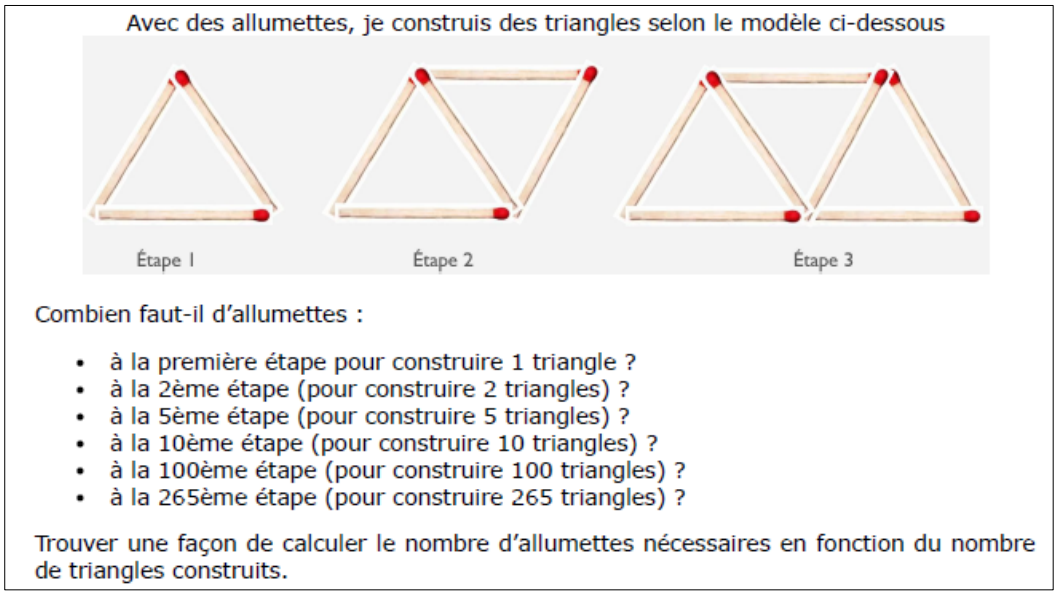


Figure 4. Activité « allumettes »

Cette activité, initialement conçue pour la classe de 5e, propose un « pattern » figural à généraliser, ce qui conduit les élèves à chercher des régularités et proposer des formules qui permettent de prédire le nombre d'allumettes nécessaires à n'importe quelle étape. Ce type d'activités est proposé en général au cycle 4 pour amener les élèves à ressentir la nécessité d'introduire une lettre.

Cette activité a été adaptée aux classes du cycle 3 (CM1, CM2 et 6e) et a été testée par les enseignants de toutes les fabriques. Le partage d'expériences lors d'une incubation au LIPéN a déclenché les réflexions sur les patterns : ce qui est et ce qui n'est pas un pattern, et par conséquent ce qui relève et ce qui ne relève pas de la pré-algèbre. Les enseignants du primaire et du secondaire ont ainsi été engagés dans des

réflexions sur les objets manipulés (patterns, généralisation…) et sur les processus cognitifs en jeu dans la résolution des problèmes de pattern et leur lien avec la pensée algébrique. Les questions sur les étapes du développement de la pensée algébrique, en particulier comment la généralisation des patterns se manifeste chez les élèves du primaire non encore initiés au symbolisme algébrique, ont été soulevées, délimitant un espace de référence partagé.

2 Production de connaissances et développement professionnel (RC2)

Comme évoqué plus haut, l'organisation du travail du groupe PREMaTT reposait sur une alternance des temps en sous-groupes (fabriques) dans lesquelles des acteurs qui avaient davantage d'habitudes communes (mais qui pouvaient toutefois être inter-degré et réunir enseignants et chercheurs) construisaient localement des ressources adaptées au contexte des établissements, et des séances en grand groupe au LIPéN durant lesquelles ont été réalisées les analyses *a priori* et *a posteriori* des ressources produites et discutés des aspects intéressant toutes les fabriques, tels que la manière de relancer la recherche ou la gestion de mises en commun par exemple.

Pour illustrer ce processus, nous présentons le travail réalisé autour de la conception d'une ressource. La réflexion sur des activités de type pattern a conduit le groupe à réaliser que les exemples dont ils disposaient conduisaient tous à une généralisation par la formule du type $an + b$ (par exemple, le pattern de l'activité « allumettes » mène à la formule 3 + 2(n-1), où n est le numéro du rang de la figure). Par conséquent, ils ont cherché des patterns figuraux menant à d'autres formules. Le pattern de la Figure 5 a ainsi été proposé et une incubation a été organisée pour étudier ce pattern et analyser ses différents potentiels (Georget, 2009).

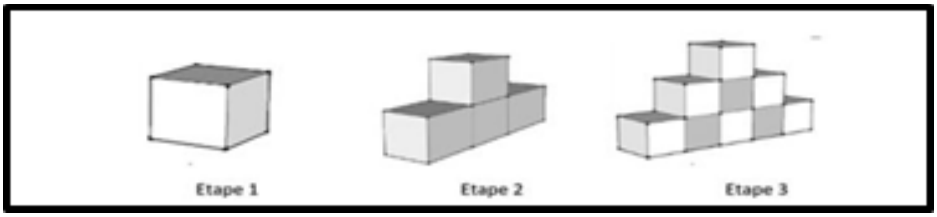
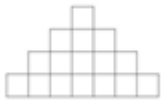


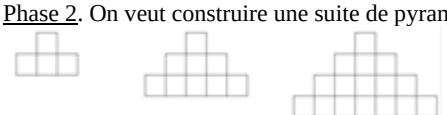
Figure 5. Pattern "pyramides"

Tandis que certaines fabriques reconnaissaient le potentiel du pattern à développer la pensée algébrique à travers l'activité de généralisation, d'autres anticipaient des difficultés liées à la formule (n^2) qui, pour être trouvée, suppose soit la décomposition de la pyramide et la recomposition en un carré, soit le repérage de régularités entre les nombres de cubes dans les différentes figures du pattern. Les fabriques n'ont pas réussi à se mettre d'accord et au final, leurs avis divergents ont conduit à la conception de ressources différentes (Fig. 6) par les différentes fabriques, tenant compte de leur contexte. Face à cette impossibilité d'atteindre un consensus, l'acceptation de différentes façons de travailler s'est avérée essentielle pour le fonctionnement du projet.

Phase 1. Voici une pyramide à 4 étages. Trouve plusieurs méthodes pour calculer le nombre de cubes nécessaires pour la construire. Explique chaque méthode par un schéma, un texte ou un collage.



Phase 2. On veut construire une suite de pyramides.



1. Calcule le nombre de carrés pour une pyramide à 2 étages, à 3 étages, à 5 étages.

Phase 1. Combien de cubes y aura-t-il dans l'étape 4 ?



Etape 1 Etape 2 Etape 3

Phase 2. Une question parmi les suivantes est proposée à chaque binôme d'élèves en fonction des réussites à la phase 1.

- Construis l'étape 3 (va chercher ton matériel).
- Construis l'étape 4. Explique comment tu l'as construite à partir de l'étape 3.

2. A 10 étages. 3. A 100 étages. Pour chaque question, écris ton calcul. Explique ton raisonnement avec un schéma, un texte ou un collage.	- Combien y a-t-il de cubes à l'étape 5 ? - Combien y a-t-il de cubes à l'étape 6 ? - Trouve un moyen de calculer combien il y a de cubes à l'étape 10.

Figure 6. Deux ressources différentes conçues à partir du pattern « pyramides »

Cette façon de travailler sur des objets communs tout en respectant les différences des fabriques s'est avérée enrichissante et a conduit les membres du projet à interroger ce qui caractérise la pensée algébrique. Différentes voies vers la pensée algébrique ont été identifiées : à travers la construction de figures et la généralisation du pattern d'une part, et par le travail sur leur structure d'autre part qui permettrait d'envisager leur déconstruction et reconstruction d'autres figures. Par ailleurs, le rapport différent à la difficulté dans la résolution de problèmes a amené des choix de conceptions divers : d'un côté, des variables didactiques ont été fixées de sorte à guider progressivement les jeunes élèves vers la solution (numéros de rangs petits, permettant aux élèves de construire ou de représenter la figure[4]), de l'autre les variables ont été choisies de manière à ce que les élèves se heurtent à la difficulté afin de faire évoluer leurs stratégies de résolution (numéros de rangs grands pour qu'il soit coûteux, voire impossible de construire ou dessiner la figure). Ces temps de travail correspondent donc bien au critère RC2 de Desgagné puisque ces séances ont été à la fois l'occasion de développer différentes ressources et de contribuer au développement professionnel des enseignants engagés dans le projet et de produire des connaissances côté recherche.

3 Co-construction d'un objet de savoir : la pensée algébrique (RC1)

La question essentielle et le fil conducteur tout au long du projet PREMaTT était d'essayer de définir ce qu'est la pré-algèbre.

Au début du projet, la pré-algèbre était considérée comme propédeutique à l'algèbre. Les activités de type patterns conduisant à des généralisations au moyen de formules exprimées de diverses manières, pas nécessairement avec des lettres, ont été considérées comme propices au développement des compétences pré-algébriques.

La conception collaborative des ressources, et en particulier les sessions collaboratives rassemblant l'ensemble de la communauté PREMaTT au LIPéN, ont fortement influencé ces représentations. Le travail collaboratif autour du pattern « pyramide » a été l'un des moments clés du projet, qui a enclenché l'évolution de l'idée de la pré-algèbre associée à la généralisation : d'une part, cette idée a été enrichie par la prise en compte des relations mathématiques entre les nombres plutôt que les calculs avec des nombres et, d'autre part, la notion même de pré-algèbre a cédé la place à celle de pensée algébrique, associée au raisonnement et à l'argumentation.

Au terme de près de deux ans de collaboration, une session collaborative a été organisée pour réfléchir à ce qu'est la pensée algébrique. À partir des expériences de toutes les fabriques, des groupes mêlant chercheurs et enseignants du primaire et du secondaire ont exprimé et partagé leurs idées. La communauté s'est entendue sur un certain nombre de principes qui délimitent la pensée algébrique et sur deux directions menant à son développement : (1) la généralisation des patterns (indépendante de l'écriture symbolique) nécessitant de modéliser la structure des éléments du pattern et permettant la prédiction, et (2) le travail sur les nombres : structure, équivalence, relations et propriétés. La Figure 7 montre le résultat de cette séance d'incubation.

[4] Ce choix s'est avéré insuffisant pour faire évoluer les stratégies des élèves.

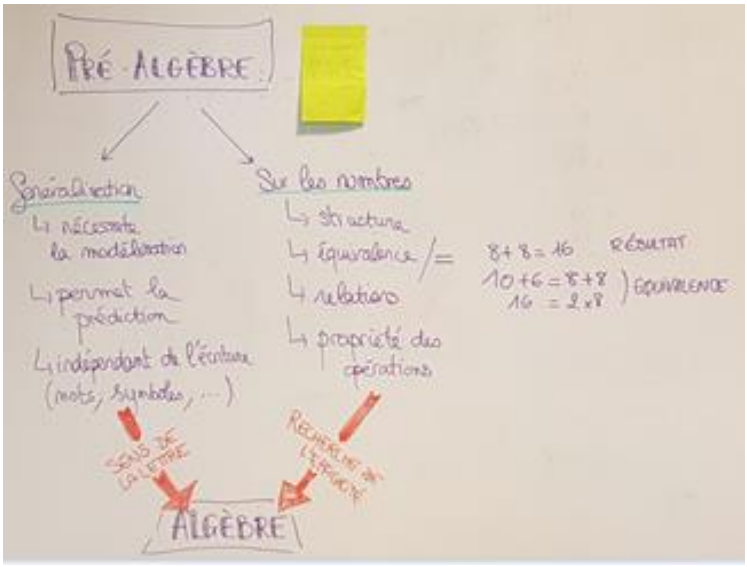


Figure 7. La pré-algèbre (ou pensée algébrique) définie par le groupe PREMaTT

IV - LES REUSSITES ET DIFFICULTES DU PROJET

Nous avons illustré le fonctionnement de notre groupe de recherche collaborative à l'aide des trois critères de Desgagné. Nous voulons conclure en nous focalisant sur le troisième critère qui indique que la recherche collaborative établit une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique. C'est cette mise en relation des cultures, qui avait été longuement construite dans le groupe SESAMES et régulièrement discutée au fil des années, qui a été la plus difficile à maintenir lors du passage au projet PREMaTT.

Il nous semble qu'en examinant la situation avec du recul, nous pouvons dire que tous les acteurs de la recherche n'avaient pas la même conception des recherches nécessitant une collaboration entre enseignants et chercheurs. Ainsi il est probable que les attentes et la perception des rôles et de la place de chacun des acteurs n'étaient pas partagées. Plusieurs questions sont restées en suspens, ce qui a empêché le bon déroulement du projet. Par exemple, celles sur le rôle des chercheurs : se situent-ils comme des experts de la question étudiée ou plutôt comme observateurs des pratiques enseignantes ? Du côté des enseignants, celles qui concernent leurs besoins et motivations : à expérimenter, à concevoir des ressources, ou à se former. De même des malentendus autour de la conception d'activités ont longtemps empêché le travail de collaboration : pour certains le temps de la conception est long et l'objectif est de construire une activité robuste du fait d'allers et retours entre conception et expérimentation, pour d'autres, l'important est de construire de très nombreuses activités.

Par ailleurs, élargir le groupe nécessite de s'entendre sur un vocabulaire commun. C'est ce qui nous amenés, en cours d'année, à prendre le temps de bien s'entendre sur ce que nous mettions derrière travail de groupe, mise en commun, etc.

En conclusion, faire culture commune est long et difficile, le « contrat » de collaboration est à négocier car un contrat non suffisamment négocié amène de la frustration. Dans le projet PREMaTT, la réponse à ces questions a été d'organiser le travail en réseau de petites fabriques qui permettaient à chaque équipe de rester dans « sa culture », tout en s'enrichissant de la culture de l'autre. Cette organisation locale au sein des établissements alternait avec des temps de regroupement au LIPéN, un Laboratoire d'innovation pédagogique et numérique, autour du projet commun. Le modèle de collaboration en alternant petits groupes dans les établissements et grand groupe au LIPéN, travail ordinaire et incubation, a fortement engagé les acteurs et a assuré un fort potentiel de développement professionnel. Les méthodes agiles développées au sein du LIPéN sont utilisées dans les établissements des acteurs et dans les formations

qu'ils animent. Ce qui fait que même si le projet s'est terminé pour l'Institut Carnot de l'Éducation, et pour le LéA, les participants ont souhaité continuer le travail collaboratif dans la recherche PAREP (Pensée Algébrique : Ressources et Pratiques, cf. Figure 1) soutenue par l'Institut Français de l'Éducation.

V - BIBLIOGRAPHIE

Alturkmani, M.-D., Roubin, S., Piolti-Lamorthe, C., et Trouche, L. (2019). Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions 2017-2019. Programme de l'ICE : rapport scientifique des composantes PR 03 et PAE 21. IFÉ-ENS Lyon.

Alves, C., Coppé, S., Duval, V. et al. (2013). Utilisation des programmes de calcul pour introduire l'algèbre au collège. Repères IREM, 92, 9-30.

Bednarz, N. (2013). Regarder ensemble autrement : Ancrage et développement des recherches collaboratives en éducation au Québec. In N. Bednarz (Éd.), *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement* (pp. 13-30). Paris : L'Harmattan.

Brown, J., & Isaacs, D. (2005). The World Café: Shaping our futures through conversations that matter. In P. Holman, T. Devane, & S. Cady (Eds.), *The Change Handbook: The Definitive Resource on Today's Best Methods for Engaging Whole Systems* (2nd ed.) (pp. 179-194). San Francisco, CA: Berrett-Koehler Publishers.

Cherpin, A.S., Coppé, S., Goislard, A., Piolti Lamorthe, C., et Roubin, S (à paraitre). Production de ressources pour l'enseignement de l'algèbre au collège. Le LéA réseau d'écoles et collèges Ampère. In R. Monod-Ansaldi, B. Gruson & C. Loisy, *Le réseau des lieux d'éducation associés à l'Institut français de l'éducation : Un instrument pour la recherche en éducation*. Rennes : PUR.

Coppé, S. (2020). Conception collaborative de ressources pour l'enseignement de l'algèbre élémentaire : une entrée par les programmes de calculs. In H. Squalli, I. Oliveira, A. Bronner & M. Larguier (dir.) *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherche et perspectives curriculaires. Québec, Canada* (pp. 21-43). Livres en ligne du CRIRES. https://lel.crires.ulaval.ca/sites/lel/files/le_developpement_de_la_pensee_algebrique_a_lecole_primaire_et_au_debut_du_secondaire.pdf

Coppé, S. & Roubin, S. (2020). Collaborative Design of Resources for Elementary Algebra Teaching. In H. Borko & D. Potari (eds) *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. ICMI Study 25 Conference proceeding* (pp. 286-294). Lisbon: University of Lisbon

Coppé, S. & Roubin, S. (à paraître). Conception de ressources sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire : un exemple de recherche collaborative entre enseignant.e.s et chercheuse. Actes du colloque international francophone sur les recherches participatives (Fribourg 28 et 29 novembre 2019).

Desgagné (1997). Le concept de recherche collaborative : L'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, *23*(2), 371-393.

Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L. & Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, 27. 1, 33-64.

Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse de doctorat. Paris : IREM de Paris 7.

Loisy, C., Trgalova, J., Alturkmani, M. D., Bénech, P., Roubin, S., & Trouche, L. (à paraitre). Collaboration entre et avec les acteurs de terrain et effets sur les ressources et le développement professionnel. Le cas du projet PREMaTT. In B. Meslin et al. (Dir), *L'institut Carnot de l'éducation Auvergne-Rhône-Alpes : une expérimentation visant à favoriser les partenariats entre chercheurs et praticiens*

Martin Dametto, S., Piolti Lamorthe, C. & Roubin S. (2013). TRAIN : Travail de Recherche ou d'Approfondissement avec prise d'Initiative, *Bulletin de l'APMEP*, 502.

Psycharis, G., Trgalová, J., Alturkmani, M. D., Kalogeria, E., Latsi, M., & Roubin, S. (2020). Studying primary and secondary teachers' collaborative design of resources for algebra. In H. Borko, & D. Potari (Eds.), *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. ICMI-Study 25 Conference Proceedings* (pp. 668-675). Lisbon: University of Lisbon

Sperano I., Roberge J., Bénech P., Trgalova J., Andruchow R. (2019) Exploring New Usages of Journey Maps: Introducing the Pedagogical and the Project Planning Journey Maps. In: Bagnara S., Tartaglia R., Albolino S., Alexander T., Fujita Y. (eds) Proceedings of the 20th Congress of the International Ergonomics Association (IEA 2018). IEA 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 824. Springer, Cham.

Trgalová, J., Alturkmani, M., et Roubin, S. (2021). Toward a common view of algebraic thinking through design of resources by primary and secondary teachers. *ICME14*, Shanghai, 11th -18th July, 2020.

LE SENTIMENT D'EFFICACITÉ PERSONNELLE (SEP) AU SERVICE DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OUVERTS AU CYCLE 2

Hélène DUROUX
Doctorante, Université de Lorraine, Nancy
LISEC (UR 2310)
helene.duroux@univ-lorraine.fr

Résumé
Les résultats des élèves français, mesurés dans les enquêtes internationales comme PISA (DEPP, 2016 ; 2019), sont faibles en mathématiques et en baisse par rapport aux précédentes années. Les élèves français ont notamment des difficultés spécifiques en résolution de problèmes. Sur un autre plan, les enquêtes comme TALIS (DEPP, 2019) montrent des difficultés chez les enseignants français dans l'enseignement des mathématiques. En outre, ces derniers expriment un sentiment d'efficacité personnelle dégradé en comparaison de leurs voisins européens en matière d'enseignement. Les travaux de recherche sur le sentiment d'efficacité personnelle montrent que cette croyance est un puissant prédicteur de l'apprentissage et de la réussite des élèves en mathématiques (Gulistan, *et al*., 2017). Ces auteurs proposent des pistes pour améliorer le sentiment d'efficacité des enseignants en mathématiques en ciblant la formation des enseignants. De notre côté, nous approfondissons les recherches sur le sentiment d'efficacité et la formation en mathématiques des professeurs des écoles en prenant appui sur l'enseignement des problèmes ouverts (Arsac, Mante, 1983). Nous explorons les liens entre les sentiments d'efficacité personnelle des professeurs de cycle 2 dans l'enseignement des mathématiques (SEPEm) et dans l'enseignement de la résolution de problèmes ouverts en mathématiques (SEPEpo), et leurs pratiques déclarées dans ce domaine. Dans cet écrit seront présentés les objectifs et protocole de recherche de notre étude, ainsi que les outils permettant de collecter les données sur les sentiments d'efficacité personnelle et les cadres théoriques sur lesquels ils se fondent.

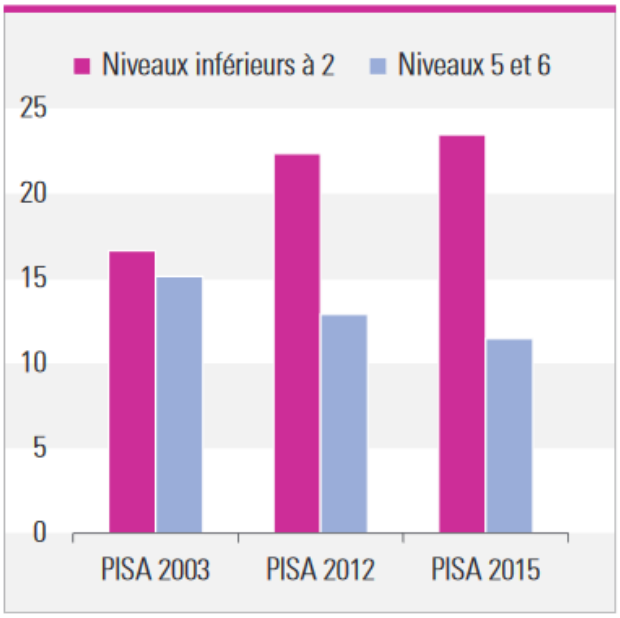
I - POINT DE DÉPART DE NOTRE RECHERCHE

1 Quelques constats issus des enquêtes internationales

Mes recherches partent de plusieurs constats en mathématiques issus des enquêtes internationales. Les enquêtes internationales TIMSS (CNESCO, 2016), PISA (DEPP, 2016), TALIS (DEPP, 2019) [1] ont mis en évidence des difficultés spécifiques chez les élèves français en résolution de problèmes. Par exemple, il apparait que les résultats des élèves français (score de 488) sont inférieurs à la moyenne internationale de l'échelle TIMSS (score de 527). De plus, les élèves français sont en dernière position du classement de l'Union européenne. L'enquête TIMSS s'est également intéressée aux déclarations des enseignants. Il en ressort que les professeurs des écoles français sont moins nombreux que leurs collègues européens à se

[1] Les évaluations de l'enquête internationale *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) portent principalement sur les contenus d'enseignement en mathématiques et en sciences et sur les acquis des élèves de 9 ans (classe de CM1 en France) par rapport aux objectifs des programmes scolaires. Le *Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves* (PISA) permet d'évaluer les connaissances et compétences en mathématiques des élèves de 15 ans (classe de 3ème en France) en littératie scientifique, mathématique et en compréhension de l'écrit. L'enquête *Teaching And Learning International Survey* (TALIS) porte sur les conditions de travail des enseignants de primaire et de collège et l'environnement d'apprentissage dans les établissements d'enseignement. Les résultats de ces enquêtes internationales sont publiés par le *Centre national d'étude des systèmes scolaires* (CNESCO) pour l'enquête TIMSS et par la *Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance* (DEPP) pour les enquêtes PISA et TALIS.

sentir « à l'aise » ou « très à l'aise » lorsqu'il s'agit d'améliorer la compréhension des mathématiques des élèves en difficultés. Le constat est le même lorsqu'il s'agit d'aider les élèves à comprendre l'importance des mathématiques ou de donner du sens aux mathématiques.
Les résultats des enquêtes internationales PISA mettent en avant des difficultés spécifiques des élèves français en résolution de problèmes comme l'illustre le graphique ci-dessous :



Lecture : en France, 23,5 % des élèves se situent dans les niveaux inférieurs à 2 en 2015 et 16,6 % en 2003.

Sources : MENESR-DEPP / OCDE-PISA.

Figure 1. Évolution de la répartition des élèves en France dans les hauts et bas niveaux PISA en culture mathématiques depuis 2003

Dans ce graphique, les élèves de niveau 2 (en violet), selon l'échelle PISA, correspondent aux élèves ne possédant pas les compétences et connaissances mathématiques leur permettant de faire face aux situations de la vie réelle en rapport avec les mathématiques. Les élèves de niveau 5 (en bleu), sont les élèves très performants en mathématiques. D'après les enquêtes PISA, depuis 2003, de plus en plus d'élèves français seraient en difficultés lorsqu'il s'agit de résoudre des problèmes de la vie réelle faisant appel aux mathématiques. De moins en moins d'élèves seraient très performants en mathématiques. En outre, les écarts entre les élèves en difficultés en mathématiques et les élèves très performants ne cessent de se creuser. Par rapport aux autres pays participants, la France obtient une des plus importantes dispersions de scores en 2015. Cette dispersion est à nouveau mise en évidence dans la dernière enquête PISA (DEPP, 2019).
L'enquête TALIS précise que les élèves français éprouvent des difficultés à effectuer des raisonnements lors de la résolution de problèmes et à prendre en compte des situations nouvelles. De plus, seulement vingt pour cent des enseignants français proposeraient à leurs élèves des exercices pour lesquels il n'existe pas de solution évidente. Il s'agit du pourcentage le plus faible sur les six pays de l'Union européenne participants.

2 La résolution de problèmes en mathématiques, une des priorités en France à l'école primaire

À la suite de tous ces constats, les difficultés rencontrées par les professeurs des écoles et les élèves français en résolution de problèmes en mathématiques devient une des préoccupations pour le Ministère de l'Éducation nationale (MEN, 2018a). Précisément, Jean-Michel Blanquer, Ministre de l'Éducation nationale, confie une mission menée par Cédric Villani, député de l'Essonne, et Charles Torossian, Inspecteur général de l'Éducation nationale, ayant pour objectifs principaux « d'établir un bilan des forces et des faiblesses actuelles [dans l'enseignement des mathématiques en primaire], de préciser les points de blocage et les leviers potentiels avant de formuler des propositions concrètes en s'inspirant des pratiques les plus concluantes et à la lumière des études internationales » (Villani, Torossian, 2018). Le

rapport intitulé *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*, qui fait suite à cette mission, met l'accent sur les besoins de formation, initiale et continue, en mathématiques des professeurs des écoles. Dans la même année, le Ministère de l'Éducation nationale met à la disposition des enseignants des documents de référence (MEN 2018a ; 2018b), qui viennent s'ajuster aux programmes actuels (MEN, 2015), dans lesquels il est précisé que, pour faciliter l'apprentissage des fondamentaux, les mathématiques sont une des priorités en France à l'école primaire. En particulier, la résolution de problèmes est placée « au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire » (MEN, 2018b). Dans ces ajustements, le Ministère (2018b) insiste particulièrement sur la résolution de problèmes « en deux ou trois étapes » dont nous donnons un exemple dans la Figure 2.

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds. Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds. Julien a 4 zeds. Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ? A. 1,06 zeds B. 1,16 zeds C. 5,06 zeds D. 5,16 zeds

Figure 2. Exemple de problèmes à deux ou trois étapes (MEN, 2018b)

Afin d'aider les élèves en difficultés en mathématiques à résoudre ce type de problèmes, les méthodes de recherche (ex : les essais-erreurs ou le tâtonnement) et les méthodes de modélisation (ex : faire un schéma) sont recommandées (MEN, 2018b). Nous nous sommes alors interrogés sur le type de problèmes pouvant être proposé en classe à l'école primaire et permettant spécifiquement de développer des compétences relatives aux méthodes de recherche et de modélisation.

3 Une classification des problèmes dans les prescriptions

Les enseignants de primaire peuvent s'appuyer sur la classification des problèmes, présente dans les documents d'accompagnement de 2002 (MEN). Dès le cycle 2 (CP, CE1, CE2), les professeurs des écoles peuvent ainsi proposer à leurs élèves trois types de problèmes, classés selon les objectifs de l'enseignant : le premier favorise la « construction des connaissances » (p.7), le deuxième permet le « réinvestissement des connaissances » (p.7) et le troisième correspond aux « problèmes de recherche » (p.7). Pour ce dernier type de problèmes, « l'activité même de résolution est privilégiée dans le but de développer un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. » (MEN, 2002, p.7). Ces situations peuvent par exemple développer le « désir de chercher, les capacités de résolution des élèves » (p.7). Contrairement aux autres problèmes, les problèmes de recherche, plus communément appelés « problèmes ouverts » dans la littérature scientifique, permettraient de développer spécifiquement des compétences relatives aux méthodes de recherche et de modélisation. Nous précisons qu'il existe d'autres classifications des problèmes proposées par le MEN comme celle inscrite dans le guide CP (2021) qui est principalement créée pour les problèmes arithmétiques.

À la suite de ces principaux constats, nous proposons dans notre travail, d'étudier les pratiques d'enseignement des problèmes ouverts. En effet, les problèmes ouverts sont un type de problèmes susceptible de répondre aux difficultés des élèves, mises en évidence dans les enquêtes internationales. Par ailleurs, ce sont des problèmes qui figurent dans les programmes officiels de l'école primaire.

II - L'ENSEIGNEMENT DES PROBLÈMES OUVERTS AU CYCLE 2

Un problème ouvert (Arsac, Mante, 1983, p.8) possède les caractéristiques suivantes :

« - énoncé court ;

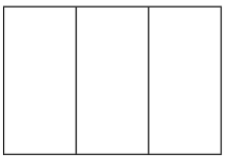
- l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de question intermédiaire ni de problème du genre "montrer que"). En aucun cas cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des résultats présentés en cours ;

- le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement "possession" de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution. »

Voici deux exemples de problèmes ouverts en cycle 2 (Pernoux, 2012) :

Problème 1

Solène a un drapeau vide avec 3 rectangles :



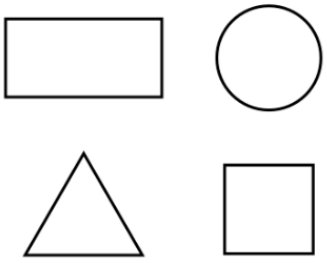
Elle veut le colorier avec 3 couleurs : rouge, bleu, vert.
Combien de drapeaux différents peut-elle colorier ?

Problème 2

Voici quatre lettres : A B C D

Voici quelques indications :

— la lettre A n'est pas dans le carré
— la lettre B est dans le cercle
— la lettre C n'est pas dans une figure à quatre côtés.



Dans quelle figure se trouve chaque lettre ?

Figure 3. Exemple de problèmes ouverts en cycle 2 (Pernoux, 2012)

Grâce aux observations et entretiens effectués auprès des enseignants du primaire et du secondaire, des didacticiens des mathématiques et des chercheurs en Sciences de l'Éducation mettent en évidence plusieurs objectifs mis en jeu lors de l'enseignement des problèmes ouverts en mathématiques. D'après eux, la résolution de ce type de problèmes permet de développer des compétences variées, qui ne sont pas forcément directement en lien avec les savoirs mathématiques (Cabassut, Ferrando, 2017). Par exemple la résolution de problèmes ouverts permet de développer des compétences mathématiques (apprendre des raisonnements mathématiques comme les implications et les équivalences, Hersant, Thomas, 2008), mais aussi des compétences d'ordre méthodologique (prouver, expérimenter, conjecturer, argumenter, Godot, 2005) ou des compétences plus transversales comme apprendre à modéliser (par le schéma notamment) et apprendre à chercher sans l'aide de l'enseignant (Pineau-Choquet, 2014). Cependant, ces mêmes travaux montrent que, pour les professeurs des écoles, la résolution de problèmes ouverts est une activité difficile à mener. En effet, elle serait une activité secondaire compte tenu du fait que les enseignants accorderaient plus d'importance à certaines notions comme la numération et le calcul (Lafortune, *et al.*, 2003). Elle serait également une activité irrégulière (Borromeo Ferri, Blum, 2013). Une des raisons est que les enseignants hésiteraient à s'éloigner des contenus disciplinaires, car ils ne se sentent pas toujours à l'aise en mathématiques. Cet enseignement serait aussi une activité décrochée (Vlassis, *et al.*, 2013), c'est-à-dire qu'elle ne serait pas intégrée dans la programmation des enseignants et serait mise en œuvre selon le temps disponible et l'avancée dans le programme, en numération et en calculs notamment.

Par la définition même des problèmes ouverts et des objectifs visés par cet enseignement, ce type de problèmes est d'autant plus intéressant à étudier qu'il permettrait de faire face aux difficultés spécifiques en mathématiques constatées dans les enquêtes internationales.
Un des objectifs de notre recherche est d'étudier le rôle d'un facteur susceptible d'influer sur les pratiques. Dans la partie suivant nous expliquons les raisons pour lesquelles nous nous sommes centrés sur le sentiment d'efficacité personnelle (SEP).

III - LE SEP : UN FACTEUR SUSCEPTIBLE D'INFLUER SUR LES PRATIQUES ENSEIGNANTES

1 Le sentiment d'efficacité personnelle (SEP)

Les comportements des individus, et donc des enseignants, sont fortement liés aux croyances[2] qu'ils ont en leurs capacités et ce, qu'elles que soient leurs aptitudes effectives (Bandura, 2007). Ces croyances d'efficacité montrent un impact tant « sur le processus éducatif que sur les activités pédagogiques spécifiques » (Bandura, *ibid.*). Par exemple, l'enseignant ayant de faibles croyances en ses capacités est tourné vers une pédagogie centrée sur la surveillance et le contrôle des comportements (Woolfolk, Hoy, 1990). Au contraire, l'enseignant ayant de fortes croyances en ses capacités favorise l'autonomie et l'initiative des élèves (Woolfolk, Hoy, 1990). Ces enseignants ont des objectifs d'apprentissage plus élevés pour leurs élèves, aident plus aisément les élèves en difficultés et ont une plus grande confiance en leurs capacités à progresser (Wolters, Daugherty, 2007).
La croyance d'efficacité considérée comme le fondement majeur du comportement est le sentiment d'efficacité personnelle, noté aussi SEP (Bandura, 2007). Nous définissons le sentiment d'efficacité personnelle comme « la mesure selon laquelle un enseignant croit qu'il (ou elle) a la capacité d'influencer les performances de ses élèves » (Tschannen-Moran, *et al.*, 1998). Des personnes différentes avec des aptitudes identiques, ou la même personne dans des circonstances différentes, peuvent obtenir des performances faibles, bonnes ou extraordinaires, selon les variations de leurs croyances d'efficacité personnelle (Bandura, 2007). Plus particulièrement, le SEP des enseignants a régulièrement été identifié comme un prédicteur des pratiques (Bandura, 2007 ; Gaudreau *et al.*, 2012). Par exemple, les professeurs ayant un SEP élevé sont généralement plus motivés et semblent s'engager plus fortement dans le métier (Bandura, 2007). Le SEP apparait comme le meilleur indicateur du succès d'une formation ou de l'effet d'un programme de développement professionnel (Deaudelin *et al.*, 2002). Il est également un puissant prédicteur de l'apprentissage et de la réussite des élèves en mathématiques (Gulistan, *et al.*, 2017). En effet, le sentiment d'efficacité des enseignants en mathématiques est fortement corrélé à la réussite scolaire de leurs élèves. Plus précisément, la présence d'un fort sentiment d'efficacité personnelle est associée à une meilleure réussite des élèves en mathématiques (Gaudreau, *et al.*, 2012). Les enseignants possédant un sentiment d'efficacité élevé favorisent l'apprentissage et la réussite des élèves au niveau souhaité (Tschannen-Moran, Hoy, 2001). Les travaux de Ross (1998) ont permis de constater la présence d'une relation entre le sentiment d'efficacité personnelle de l'enseignant et la performance des élèves : les enseignants se perçoivent plus efficaces lorsque leurs élèves réussissent bien et de leur côté, les élèves sont plus performants lorsque leur enseignant se perçoit efficace. Par ailleurs, des croyances d'efficacité élevée des enseignants permettent à leurs élèves de développer des compétences verbales mathématiques et une réussite globale en mathématiques du primaire au secondaire (Marsh, 1986).

[2] Dans ce travail, nous ne distinguons pas les termes croyances, conceptions, perceptions, connaissances ou encore représentations, considérant comme d'autres chercheurs qu'ils peuvent être façonnées par les expériences personnelles et professionnelles des enseignants (Crahay, *et al*, 2010). Sous l'influence de recherches anglo-saxonnes, ces termes sont souvent employés de manière interchangeable. Ils sont alors définis comme « toute proposition simple, consciente ou inconsciente, inférée à partir de ce qu'une personne dit ou fait » (Crahay, *et al.*, 2010).

2 Une distinction entre deux sentiments d'efficacité personnelle des enseignants : le SEPEm et le SEPEpo

Dans notre travail nous faisons l'hypothèse que le sentiment d'efficacité personnelle des professeurs dans l'enseignement des mathématiques, que nous notons aussi « SEPEm », puisse être différent du sentiment d'efficacité personnelle des professeurs dans l'enseignement des problèmes ouverts en mathématiques, que nous notons aussi « SEPEpo ». En effet, il est possible que ces deux croyances d'efficacité soient différentes pour trois raisons majeures. La première raison est que, contrairement à l'enseignement des autres contenus mathématiques, l'enseignement des problèmes ouverts occupe une place floue dans les prescriptions actuelles (MEN, 2015 ; 2018b), et les supports pédagogiques proposés aux enseignants dans ce domaine, même s'ils existent, restent peu nombreux et peu précis quant à leur mise en œuvre. Les professeurs de cycle 2, non spécialistes des mathématiques, ont ainsi une marge de manœuvre particulièrement grande dans leur préparation et leur mise en œuvre des problèmes ouverts. Ils peuvent alors rencontrer potentiellement plus de difficultés d'enseignement que dans les autres domaines mathématiques. Une deuxième raison réside dans le fait que les problèmes ouverts sont par définition « ouverts », ce qui laisse une grande marge de liberté pour les élèves dans le choix des procédures et stratégies de résolution contrairement aux autres problèmes en mathématiques. Ceci implique que dans la résolution de problèmes ouverts les aides (d'ordre matériel, verbal, …) à apporter aux élèves sont probablement plus difficiles à anticiper qu'en résolution d'autres types de problèmes mathématiques. Par manque de précisions de nature prescriptive (les programmes) et pédagogique (les manuels), l'étayage se ferait plutôt dans l'instant et serait ainsi éventuellement moins consistant. De la même façon, les aides matérielles proposées par les enseignants seraient moins nombreuses ou moins adaptées aux besoins spécifiques des élèves. Une dernière raison est que les enseignants peuvent cibler des objectifs très variés qui ne sont pas forcément directement en lien avec les savoirs mathématiques (Cabassut, Ferrando, 2017 ; Godot, 2005 ; Hersant, Thomas, 2008 ; Pineau-Choquet, 2014). Les enseignants peuvent donc proposer des séances d'une grande variété autant dans le contenu que dans l'organisation des phases qu'en mathématiques de manière générale. Les marges de manœuvre peuvent ainsi être plus grande ou, tout du moins, différentes de celles en mathématiques.
Afin de mettre à l'épreuve notre hypothèse sur les SEP, nous cherchons tout d'abord à créer un outil permettant de mesurer chaque SEP. Pour ce faire, nous nous appuyons sur les travaux récents d'Ambroise et ses collègues (2019) qui ont construit une échelle de mesure du SEP spécifique au domaine de l'enseignement en France. Ensuite, à partir d'un questionnaire, nous examinons si les SEPEm et SEPEpo diffèrent et, le cas échéant, en quoi ils diffèrent.

IV - OBJECTIFS ET PROTOCOLE DE RECHERCHE

Dans une vue d'ensemble, les objectifs de notre recherche sont, dans un premier temps, d'étudier comment les problèmes ouverts sont enseignés au cycle 2. Dans un deuxième temps, nous cherchons à comprendre et expliquer les difficultés rencontrées par les enseignants durant la phase de préparation, la phase d'interactions avec les élèves dans la salle de classe, et les phrases d'analyses et d'évaluation des production des élèves. Dans un dernier temps, nous étudions le rôle d'un facteur susceptible d'influer sur les pratiques : le sentiment d'efficacité personnelle des enseignants (SEP).

Dans ce but, nous avons construit le protocole de recherche ci-dessous :

<table>
<tr><td>Échantillon 1
→ environ 250 enseignants</td><td colspan="2">Questionnaire
1. Caractéristiques personnelles et professionnelles
2. Pratiques et difficultés d'enseignement déclarées en résolution de problèmes ouverts.
3. Sentiment d'efficacité personnelle des professeurs dans l'enseignement des mathématiques (SEPEm) et dans l'enseignement des problèmes ouverts en mathématiques (SEPEpo)</td></tr>
<tr><td></td><td>Phase 1</td><td>Phase 2</td></tr>
</table>

Échantillon 2 (en classe) → 6 enseignants	**Questionnaire** 1. Caractéristiques personnelles et professionnelles 2. Pratiques et difficultés d'enseignement déclarées en résolution de problèmes ouverts. 3. SEPEm et SEPEpo	**Recueil des préparations des enseignants** 1. Objectifs et déroulement prévus 2. Supports utilisés (ressources pédagogiques, énoncé des problèmes) **Observations *in situ* de séances en résolution de problèmes ouverts** 1. Activités en résolution de problèmes **Entretiens d'autoconfrontation** 1. Choix des enseignants par rapport aux activités observées 2. Difficultés d'enseignement

Tableau. Protocole de recherche

Ce protocole repose sur deux échantillons de population différents.
Le premier échantillon est constitué d'environ deux-cent-cinquante enseignants qui répondent à un questionnaire. Ce questionnaire permet d'effectuer un état des lieux de l'enseignement des problèmes ouverts à partir des pratiques déclarées des enseignants (*ce qu'ils disent faire*) et de repérer les difficultés d'enseignement que les professeurs déclarent éprouver. Il permet également de mesurer les SEP des professeurs des écoles dans l'enseignement des mathématiques (SEPEm) et dans l'enseignement des problèmes ouverts en mathématiques (SEPEpo).
Le deuxième échantillon est constitué d'environ une dizaine d'enseignants, ils répondent au même questionnaire que l'échantillon 1. Les objectifs sont les mêmes que pour l'échantillon 1. De plus des observations *in situ* de séances en résolution de problèmes ouverts tout au long de l'année permettent d'identifier des activités de chaque professeur (*ce qu'ils font*). Pour compléter ces observations, les préparations des enseignants sont recueillies et des entretiens d'autoconfrontation sont menés après les séances mises en œuvre en classe.
Le questionnaire nous permet, tout d'abord, de mesurer chaque SEP des enseignants, le SEPEm et le SEPEpo, de nos échantillons 1 et 2, à trois niveaux différents : global, par dimension et par item. Afin d'examiner en quoi ces croyances d'efficacité s'approchent ou diffèrent, nous comparons les SEP des enseignants, d'une part, aux trois niveaux (global, dimension, item) et, d'autre part, en prenant en compte certaines caractéristiques personnelles et professionnelles des enseignants.

V - PROPOSITION D'ÉCHELLES DE MESURE DU SEPEm ET DU SEPEpo

1 Structure globale du questionnaire

Notre questionnaire (Annexe 1) est divisé en cinq groupes. Le premier groupe permet de récolter des données sur les caractéristiques personnelles et professionnelles des enseignants (ex : sexe, âge, année d'ancienneté, classe simple ou multiniveaux). Le deuxième groupe correspond à l'échelle de mesure du sentiment d'efficacité des professeurs dans l'enseignement des mathématiques (SEPEm). Le troisième groupe permet de recueillir des données sur les pratiques déclarées des enseignants en problèmes ouverts. Le quatrième groupe correspond à l'échelle mesurant le sentiment d'efficacité des professeurs dans l'enseignement des problèmes ouverts en mathématiques (SEPEpo). Le dernier groupe est une question facultative axée sur les besoins de formation des enseignants en problèmes ouverts.

Le questionnaire est adressé à tous les enseignants de cycle 2 (CP, CE1, CE2), du Nord-Est de la France, qu'ils soient titulaires, étudiants fonctionnaires stagiaires ou contractuels, et qu'ils proposent ou non des séances de problèmes ouverts à leurs élèves.

2 Échelles de mesure du SEPEm et du SEPEpo

Notre échelle est une adaptation de l'échelle de mesure du « sentiment d'efficacité personnelle spécifique au domaine de l'enseignement en France » (SEPE) construite par Ambroise et ses collègues (2019), dans les cas particuliers des mathématiques (SEPEm) et des problèmes ouverts en mathématiques (SEPEpo). L'échelle que proposent ces chercheures en Sciences de l'Éducation est particulièrement intéressante pour notre travail pour deux raisons principales. D'une part, elle possède des qualités psychométriques : bonne consistance interne, validité de structure satisfaisante et bonne fiabilité (Ambroise, *et al*., 2019). D'autre part, à notre connaissance, elle est la seule échelle permettant de mesurer le sentiment d'efficacité personnelle des enseignants en s'adaptant au système éducatif français actuel et précisément à l'école primaire. En s'appuyant sur les travaux de Bandura (2007 ; 2006), les auteures mettent en effet l'accent sur le fait que le sentiment d'auto-efficacité est une croyance fortement dépendante du contexte. Celle-ci est liée « aux ressources que la personne pense être capable de mobiliser, aux caractéristiques de la tâche et au contexte dans lequel le sujet est inséré (Ambroise, *et al*., 2019, p.5).

Pour mesurer les croyances d'efficacité dans notre étude, nous avons, dans un premier temps, repris la structure de l'échelle proposée par Ambroise *et al*. qui ont élaboré les items à partir de la méthodologie de Bandura (2006) et du référentiel de compétences des professeurs des écoles (MEN, 2013). Après avoir testé la fiabilité de leur échelle, les chercheures ont finalement retenu une structure de quinze items, équirépartis autour des cinq dimensions suivantes : « Planifier les apprentissages », « Faire la classe », « Évaluer son enseignement, les apprentissages des élèves », « différencier son enseignement » et « Gérer les relations ». L'ensemble de ces dimensions permet de déterminer le SEP global. Afin de mesurer le SEP des enseignants aux trois niveaux « par item », « par dimension » et « global », pour chaque item, les participants à l'étude répondent à la question « Dans quelle mesure pensez-vous être actuellement capable de (d') ». Dans le souci d'une mesure sensible et fiable, les enseignants évaluent la force de leur efficacité perçue sur une échelle allant de 0 à 100, avec un intervalle de 10 (Bandura, 2007). Les instructions et le format de réponse sont indiqués de la façon suivante :

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Pas du tout capable					Relativement capable				Tout à fait capable	

Figure 4. Échelle de mesure du SEP

Afin de mettre à l'épreuve notre hypothèse et en reprenant la structure globale de l'échelle du SEP d'Ambroise *et al*., nous avons créé, dans un deuxième temps, deux échelles différentes dans le même questionnaire : une échelle pour mesurer le SEP des professeurs dans l'enseignement des mathématiques (SEPEm, *cf*. Annexe 2), et une autre pour mesurer le SEP des professeurs dans l'enseignement des problèmes ouverts en mathématiques (SEPEpo, *cf*. Annexe 3). La différence majeure est que, contrairement à Ambroise *et al.* qui s'attachent à l'enseignement de manière générale, nous avons précisé, dans plusieurs items, que notre intérêt se porte, pour la première échelle, sur l'enseignement dans le domaine des mathématiques et, pour la seconde échelle, sur l'enseignement des problèmes ouverts. Par exemple, l'item 2 « définir les objectifs pour une séquence » du questionnaire d'Ambroise *et al*. (2019) a été modifié, pour notre étude, en « définir vos objectifs pour une séquence de mathématiques » dans la première échelle, et « définir vos objectifs pour une séquence en problèmes ouverts » dans la seconde.

Dans l'optique générale d'étudier le rôle du SEP des enseignants sur leurs pratiques déclarées en problèmes ouverts, nous avons ajouté quatre items à l'échelle de mesure du SEPEpo :

16. résoudre des problèmes ouverts vous-mêmes.
17. aider vos élèves à s'engager dans une démarche de résolution de problèmes ouverts en émettant des hypothèses.

18. aider vos élèves à appréhender différents systèmes de représentation (dessin, schéma, …) en résolution de problèmes ouverts.
19. aider vos élèves à utiliser, à l'oral et à l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements en problèmes ouverts.

Figure 5. Items 16, 17, 18 et 19, extrait de l'échelle du SEPEpo de l'Annexe 3

Les items 17, 18 et 19 sont des compétences issues des programmes scolaires actuels de cycle 2 (MEN, 2015) que nous avons contextualisées dans le cas des problèmes ouverts.

3 Création et diffusion du questionnaire

Pour diffuser largement notre questionnaire, nous l'avons préalablement élaboré avec *LimeSurvey*, logiciel mis à disposition par notre Université, l'Université de Lorraine. *LimeSurvey* offre de nombreuses possibilités lors de la création du questionnaire. Pour illustrer, ce logiciel propose un large choix quant au type de questions (questions à choix multiples avec ou sans commentaire, zone de texte, tableaux avec boutons radio, tableaux à double échelle, *etc*). Par exemple, pour créer les échelles mesurant le SEP, nous avons choisi le type de question « Tableau (Nombres) », ce qui permet aux participants de répondre à chaque item en cliquant sur le menu déroulant (à droite des items) et en choisissant dans la liste de nombres proposés (nombres de 0 à 100 avec intervalle de 10). *LimeSurvey* permet également d'exporter aisément les réponses vers des logiciels de traitement de données tels que *RStudio*, *SPSS* ou *SAS*.

En ce qui concerne la démarche de diffusion du questionnaire, nous avons fait le choix de suivre la voie hiérarchique. Autrement dit, en fin d'année scolaire 2020-2021, nous avons contacté par mail les Directeur-rice-s d'Académie ou Adjoint.e.s à l'Inspecteur-rice-s d'Académie et avons sollicité leur aide pour la diffusion de notre questionnaire adressé aux enseignants de cycle 2. Ces DASEN et Adjoint.e.s ont transmis notre demande aux Inspecteur-rice-s de circonscription, qui l'ont à leur tour envoyé aux directeur-rice-s des écoles primaire, qui l'ont enfin transmise aux enseignants de cycle 2. Nous avions initialement prévu de diffuser le questionnaire dans les régions académiques de Nancy-Metz, Reims et Strasbourg. Cependant, nous avons été confrontés à deux obstacles principaux qui ont empêché les enseignants de cycle 2 d'accéder au questionnaire. Le premier obstacle vient de la longue chaine hiérarchique qui a été rompue à plusieurs reprises. Malgré nos appels et relances, il nous a été difficile voire impossible de savoir précisément à quel niveau (ex : niveau académique, de circonscription) notre demande a été bloquée. Le deuxième obstacle est lié au contexte particulier de crise sanitaire de la COVID-19. Malgré le caractère facultatif du questionnaire, certains DASEN ou Adjoint.e.s ont refusé de diffuser notre demande en précisant que la situation sanitaire avait augmenté les charges de travail des professeurs des écoles. Notre deuxième relance de questionnaire a systématiquement été rejetée, encore une fois, en raison des nombreuses sollicitations des enseignants liées à la crise sanitaire. Face à ces obstacles, nous avons finalement choisi d'élargir notre recherche à trois régions académiques supplémentaires : celles de Dijon, Besançon et Lyon. Sur les six régions académiques, soit vingt-et-un départements au total, notre questionnaire a été diffusé dans douze départements. Nous avons reçu deux-cent-soixante-treize réponses complètes au questionnaire.

CONCLUSION

Pour penser les besoins de formation des enseignants de cycle 2 en problèmes ouverts, nous avons proposé un protocole permettant, entre autres, d'étudier le rôle du sentiment d'efficacité personnelle sur les pratiques enseignantes en résolution de problèmes ouverts. Dans ce but, nous avons créé un questionnaire permettant de récolter des données sur les caractéristiques personnelles et professionnelles des enseignants, leurs pratiques déclarées et leurs sentiments d'efficacité dans l'enseignement des mathématiques (SEPEm) et dans l'enseignement des problèmes ouverts (SEPEpo). En émettant l'hypothèse que le SEPEm et SEPEpo des enseignants de cycle 2 diffèrent, nous avons été amenés à construire une échelle pour mesurer puis comparer ces deux croyances d'efficacité. Pour créer

nos échelles, nous nous sommes appuyés sur les travaux d'Ambroise *et al*. (2019) proposant une échelle de mesure du SEP adaptée au système éducatif français actuel. Cette échelle a la spécificité de mesurer le SEP à trois niveaux : global, par dimension et par item.
En ce qui concerne le questionnaire, nous l'avons tout d'abord créé avec le logiciel *LimeSurvey*, fourni par notre Université. Ensuite, en suivant la voie hiérarchique, nous avons sollicité l'aide de différents acteurs de l'éducation pour diffuser notre questionnaire auprès des enseignants de cycle 2. Face aux nombreux obstacles, notamment compte tenu de la situation de crise sanitaire, nous avons étendu notre zone géographique de recherche. Cette situation particulière devra nécessairement être prise en compte dans nos recherches.
Nous avons présenté une étude en cours. Ce travail universitaire reste bien évidemment à poursuivre, notamment en passant à la phase d'analyse des données.

BIBLIOGRAPHIE

Ambroise, C., Pironom, J., Brunot, S., Toczek, M. C. (2019). Validation d'une échelle de mesure du sentiment d'efficacité personnelle spécifique au domaine de l'enseignement en France, *L'orientation scolaire et professionnelle*, 48/1, 51-101.

Arsac, G., Mante, M. (1983). *Des « problèmes ouverts » dans nos classes de premier cycle*, Petit x, 2, 5-33.

Bandura, A. (2006). Guide for constructing self-efficacy scales. In F. Pajares & T. Urban (éd.), *Self-efficacy beliefs of adolescents*. Greenwich, CT : Information Age.

Bandura, A. (2007). *Auto-efficacité : le sentiment d'efficacité personnelle (2ème édition)*. Bruxelles : De Boeck Université.

Borromeo Ferri, R., Blum, W. (2013). Barriers and motivations of primary teachers implementing modelling in mathematical lessons, In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Ankara, 1000-1010. En ligne : http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG6/WG6_Borromeo_Ferri_Blum.pdf

Cabassut, R., Ferrando, I. (2017). *Difficulties in teaching modelling : a French-Spanich exploration*, dans Stillman, G., Blum, W., Kaiser, G. (dir.), Mathematical Modelling and Applications, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, Springer.

Crahay, M, Wanlin, P, Issaieva, E., Laduron, I. (2010). Fonctions, structuration et évolution des croyances (et connaissances) des enseignants, *Revue française de pédagogie*, 85-129. En ligne : https://rfp.revues.org/2296

CNESCO (2016). *Résultats de l'enquête internationale TIMSS : éclairage du Cnesco sur les mathématiques au primaire*, Note d'actualité. En ligne : http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2017/01/161129_Note_actu_TIMSS.pdf

Deaudelin, C., Dussault, M., Brodeur, M., Richer, J., Mercier, J., Thibodeau, S., Lefebvre, S. (2002). *Incidence d'une stratégie de développement professionnel des enseignants sur l'intégration des technologies de l'information et de la communication à leur enseignement, dans un contexte de développement organisationnel.* Rapport de recherche. Québec : Gouvernement du Québec.

DEPP (2016). *PISA 2015 : l'évolution des acquis des élèves de 15 ans en compréhension de l'écrit et en culture*, Note d'information. En ligne : http://cache.media.education.gouv.fr/file/2016/40/4/depp-ni-2016-38-PISA-2015-comprehension-ecrit-culture-mathematique_678404.pdf

DEPP (2019). *PISA 2018 : culture mathématique, culture scientifique et vie de l'élève*, Note d'information. En ligne : https://www.education.gouv.fr/pisa-2018-culture-mathematique-culture-scientifique-et-vie-de-l-eleve-6209

DEPP (2019). *TALIS : Pratiques de classe, sentiment d'efficacité personnelle et besoins de formation : une photographie inédite du métier de professeur des écoles début 2018*, Note d'Information. En ligne : https://cache.media.education.gouv.fr/file/2019/26/7/depp-ni-2019-19-22-Pratiques-de-classe-sentiment-efficacite-personnelle-besoins-formation-une_photographie-inedite-du-metier-de-professeur-des-ecoles-debut-2018_1142267.pdf

Gaudreau, N., Royer, E., Beaumont, C., Frenette, É. (2012). Le sentiment d'efficacité personnelle des enseignants et leurs pratiques de gestion de la classe et des comportements en classe, *Canadian Journal of Education/Revue Canadienne De l'éducation*, 35(1), 82-101.

Godot, K. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs*, Thèse de doctorat, Grenoble 1.

Gulistan, M., Hussain, M. A., Mushtaq M. (2017). Relationship between Mathematics Teachers Self Efficacy and Students Academic Achievement at Secondary Level, *Bulletin of Education and Research*, 39, 3, 171-182.

Hersant, M., Thomas, Y. (2008). *Quels savoirs mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ?, Le cas de problèmes d'optimisation au cycle 3*, Actes du 35e colloque Copirelem, Bombannes, ARPEME.

Lafortune L., Deaudelin, C., Doudin, P.-A., Martin, D. (2003). Conceptions, croyances et représentations en maths, sciences et technos, Presses de l'Université du Québec.

Marsh, H. W. (1986). Global self-esteem : Its relation to specific facets of self-concept and their importance. *Journal of Personality and Social Psychology, 51*(6), 1224–1236.

MEN (2002). *Mathématiques, cycle des apprentissage fondamentaux (cycle 2)*, Document d'application des programmes, Scéren, CNDP.

MEN (2013). *Le référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation*, Bulletin Officiel de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des sports. En ligne : https://www.education.gouv.fr/le-referentiel-de-competences-des-metiers-du-professorat-et-de-l-education-5753

MEN (2015). *Programme pour les cycles 2 3 4*, Bulletin officiel de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, Hors-série n° 11.

MEN (2018a). *4 priorités pour renforcer la maîtrise des fondamentaux,* Bulletin officiel de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. En ligne : https://www.education.gouv.fr/4-priorites-pour-renforcer-la-maitrise-des-fondamentaux-9056

MEN (2018b) *La résolution de problèmes à l'école élémentaire,* Bulletin Officiel de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des sports, Spécial, 3. En ligne : https://www.education.gouv.fr/bo/18/Special3/MENE1809043N.htm?cid_bo=128735

MEN (2021). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*, Un guide fondé sur l'état de la recherche. En ligne : https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1

Pernoux, D. (2012). *60 "problèmes ouverts" pour le cycle 2*. En ligne : http://circstandre.spip.ac-rouen.fr/IMG/pdf/ouvertsc2.pdf

Pineau-Choquet, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3*, Thèse de doctorat, Nantes.

Ross, J. A. (1998). The antecedents and consequences of teacher efficacy. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching*, 385-400. Greenwich, CT : JAI Press.

Tschannen-Moran, M., Woolfolk Hoy, A. (2001). Teacher efficacy : capturing an elusive construct. *Teaching and Teacher*, *17*, 783-805.

Tschannen-Moran, M., Woolfolk Hoy, A., Hoy, W. K. (1998). Teacher efficacy : Its meaning and measure. *Review of Educational Research*, 68, 202-248.

Villani, C, Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Paris, France : Ministère de l'Éducation nationale.

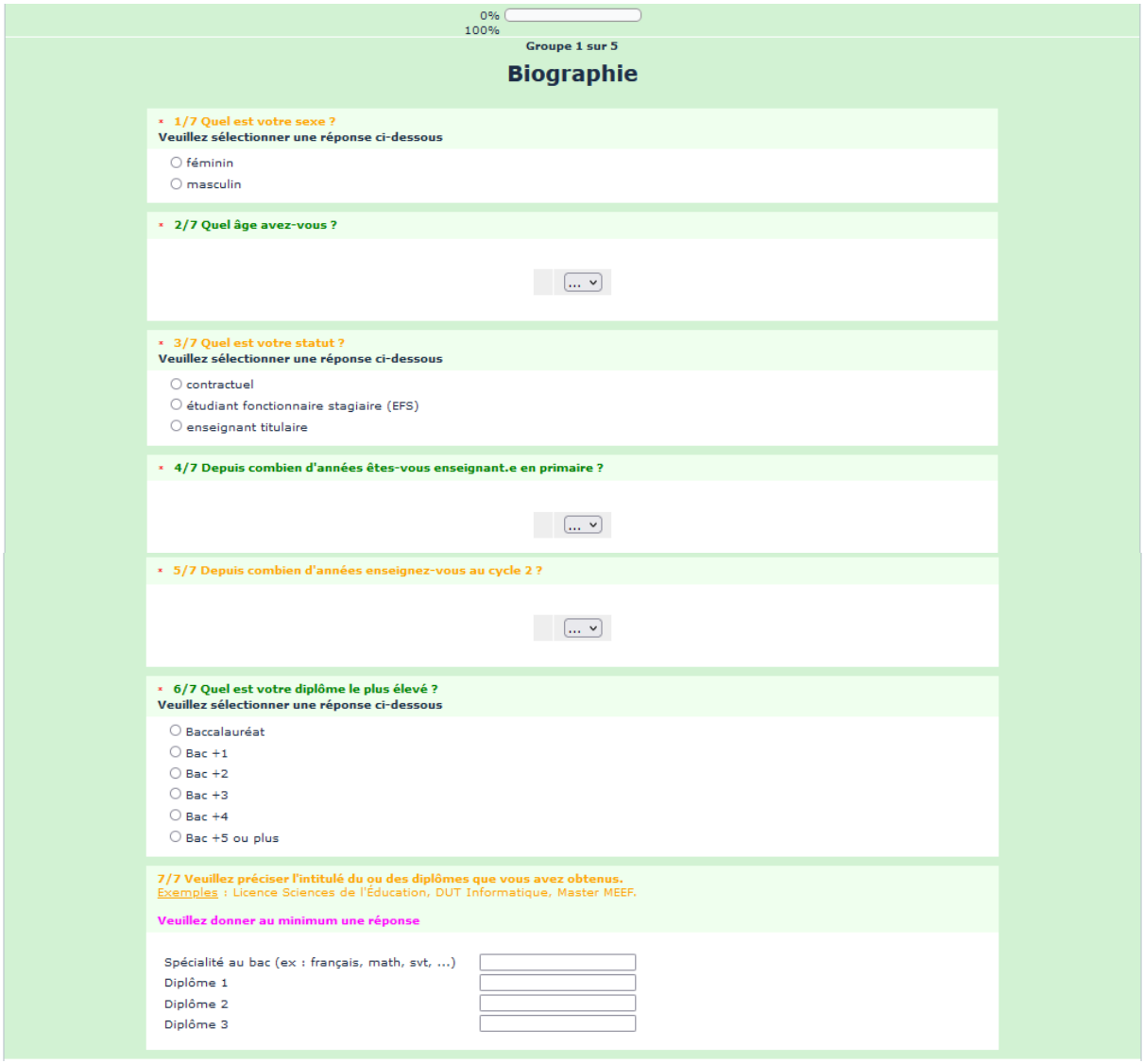
Vlassis J., Manusco G., Poncelet D. (2013). L'enseignement de la résolution de problèmes au primaire : croyances et pratiques déclarées des enseignants dans un contexte de réforme curriculaire, Actes du congrès AREF, 329/6, Luxembourg. En ligne : http://www.aref2013.univ-montp2.fr/cod6/?q=content/3296-l%E2%80%99enseignement-dela-r%C3%A9solution-de-probl%C3%A8mes-au-primaire-croyances-et-pratiques-d%C3%A9clar%C3%A9

Wolters, C. A., Daugherty, S. G. (2007). Goal structures and teachers' experience, sense of efficacy: Their relation and association to teaching and academic level. *Journal of Educational Psychology*, *99*(1), 181-193.

Woolfolk, A. E., Hoy, W. K. (1990). Prospective teachers' sense of efficacy and belief about control. *Journal of Educational Psychology*, *82*(1), 81-91.

ANNEXES

Annexe 1. Questionnaire en ligne



0%
100%

Groupe 1 sur 5

Biographie

* 1/7 Quel est votre sexe ?
Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

- féminin
- masculin

* 2/7 Quel âge avez-vous ?

...

* 3/7 Quel est votre statut ?
Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

- contractuel
- étudiant fonctionnaire stagiaire (EFS)
- enseignant titulaire

* 4/7 Depuis combien d'années êtes-vous enseignant.e en primaire ?

...

* 5/7 Depuis combien d'années enseignez-vous au cycle 2 ?

...

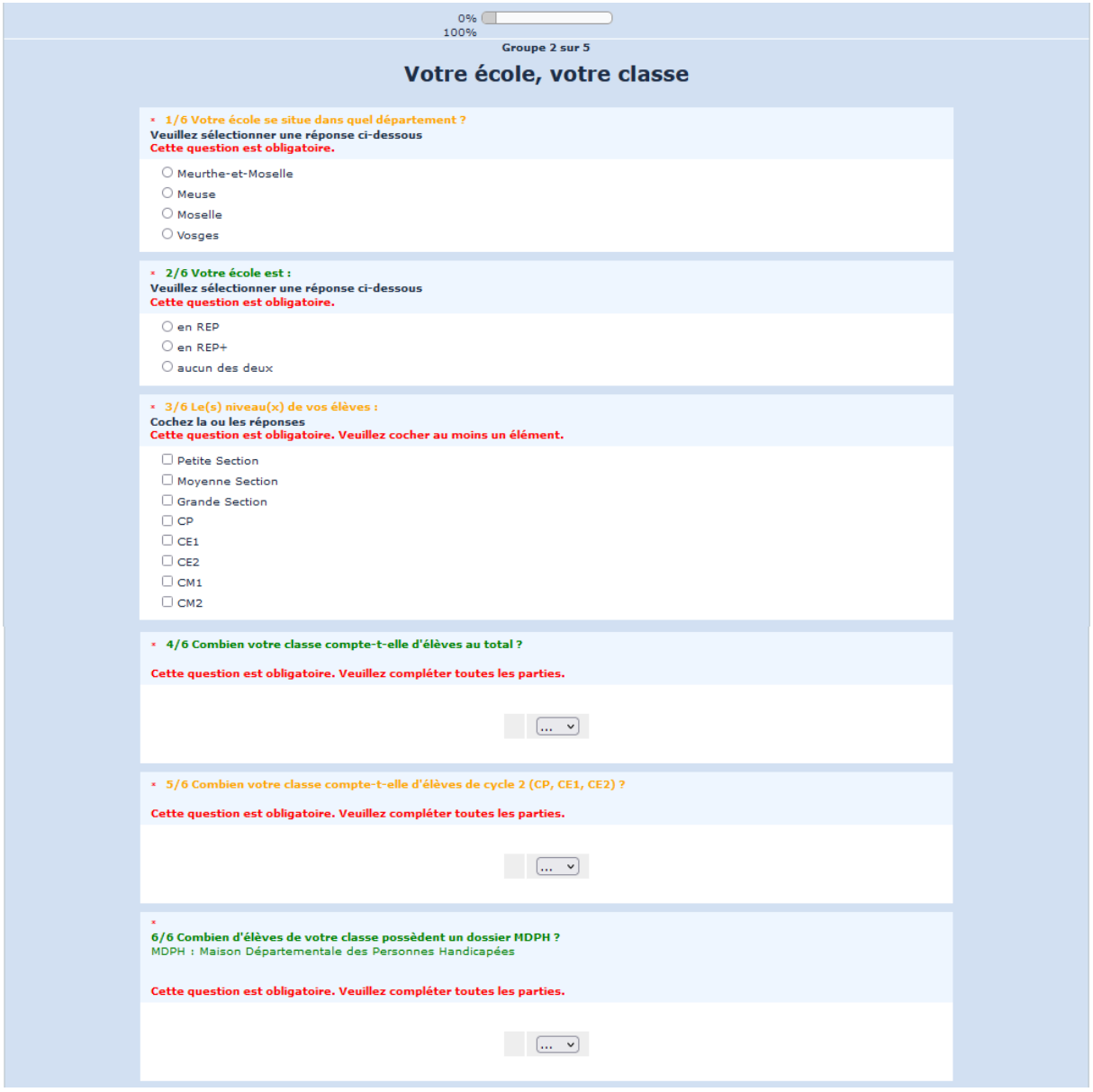
* 6/7 Quel est votre diplôme le plus élevé ?
Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

- Baccalauréat
- Bac +1
- Bac +2
- Bac +3
- Bac +4
- Bac +5 ou plus

7/7 Veuillez préciser l'intitulé du ou des diplômes que vous avez obtenus.
Exemples : Licence Sciences de l'Éducation, DUT Informatique, Master MEEF.

Veuillez donner au minimum une réponse

Spécialité au bac (ex : français, math, svt, ...)
Diplôme 1
Diplôme 2
Diplôme 3



0%
100%

Groupe 2 sur 5

Votre école, votre classe

* 1/6 Votre école se situe dans quel département ?
Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous
Cette question est obligatoire.

- ○ Meurthe-et-Moselle
- ○ Meuse
- ○ Moselle
- ○ Vosges

* 2/6 Votre école est :
Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous
Cette question est obligatoire.

- ○ en REP
- ○ en REP+
- ○ aucun des deux

* 3/6 Le(s) niveau(x) de vos élèves :
Cochez la ou les réponses
Cette question est obligatoire. Veuillez cocher au moins un élément.

- ☐ Petite Section
- ☐ Moyenne Section
- ☐ Grande Section
- ☐ CP
- ☐ CE1
- ☐ CE2
- ☐ CM1
- ☐ CM2

* 4/6 Combien votre classe compte-t-elle d'élèves au total ?

Cette question est obligatoire. Veuillez compléter toutes les parties.

...

* 5/6 Combien votre classe compte-t-elle d'élèves de cycle 2 (CP, CE1, CE2) ?

Cette question est obligatoire. Veuillez compléter toutes les parties.

...

*
6/6 Combien d'élèves de votre classe possèdent un dossier MDPH ?
MDPH : Maison Départementale des Personnes Handicapées

Cette question est obligatoire. Veuillez compléter toutes les parties.

...



0%
100%

Groupe 3 sur 5

Votre avis sur l'enseignement des mathématiques de manière générale (numération, calcul, géométrie, ...)

Merci de bien vouloir indiquer dans quelle mesure vous pensez pouvoir faire ce qui est décrit dans chacune des propositions qui suivent. Pour cela, utilisez l'échelle ci-dessous et choisissez un nombre entre 0 et 100 dans le menu déroulant à droite de chaque proposition.

0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
Pas du tout capable — Relativement capable — Tout à fait capable

* Dans quelle mesure pensez-vous être actuellement capable de (d') :

1. construire une progression visant l'acquisition d'une compétence donnée en mathématiques.	...
2. définir vos objectifs pour une séquence de mathématiques.	...
3. déterminer les étapes nécessaires à la mise en œuvre d'une séquence de mathématiques.	...
4. adapter vos modes d'intervention en fonction des réactions des élèves.	...
5. favoriser la participation de vos élèves.	...
6. éveiller l'intérêt de vos élèves lors de séances de mathématiques.	...
7. concevoir des évaluations en mathématiques aux différents moments de l'apprentissage.	...
8. analyser les erreurs de vos élèves pour en déterminer les causes.	...
9. concevoir des activités de remédiation en mathématiques (mise en place de séances, après évaluation, pour combler des lacunes, les difficultés persistantes) et de consolidation des acquis.	...
10. aider vos élèves à prendre conscience de leur progrès et des efforts qu'ils ont à fournir en mathématiques.	...
11. adapter votre enseignement des mathématiques à la diversité des élèves (pédagogique différenciée, aide personnalisée, ...).	...
12. prendre en compte les différences dans les rythmes d'apprentissage des élèves.	...
13. faire respecter les règles de vie de la classe (ex : rester assis pendant une activité mathématique, lever le doigt pour prendre la parole).	...
14. gérer le comportement d'un élève perturbateur.	...
15. établir au sein de la classe une ambiance sereine propice aux apprentissages lors de séances de mathématiques.	...

0%
100%

Groupe 3 sur 5 (suite)

Les mathématiques en général (numération, calcul, géométrie, ...)

1/1 Quels manuels scolaires et/ou sites internet, à destination des enseignants, utilisez-vous en mathématiques : numération, calcul, géométrie, ... ?

- Pour les manuels scolaires : veuillez indiquer le nom du manuel (avec la date de parution si possible)
- Pour les sites internet : veuillez indiquer le nom du site ou l'URL.

Si vous n'utilisez pas de support, veuillez passer au groupe de questions suivant.

Support 1
Support 2
Support 3
Support 4
Support 5

0%
100%

Groupe 4 sur 5 : Les problèmes ouverts en classe

Les problèmes ouverts en classe

Il arrive que les enseignants proposent à leurs élèves ce type de problèmes :

Problème 1

À chaque anniversaire, depuis qu'il est né, le frère de Thomas souffle ses bougies. Hier, il a eu 8 ans.

Combien a –t-il soufflé de bougies depuis qu'il est né ?

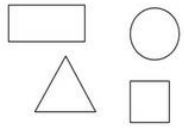


Problème 2

Voici quatre lettres : A B C D

Voici quelques indications :
- la lettre A n'est pas dans le carré
- la lettre B est dans le cercle
- la lettre C n'est pas dans une figure à quatre côtés.

Dans quelle figure se trouve chaque lettre ?



Dans les questions qui suivent nous désignons ces problèmes par l'expression problèmes ouverts mais vous pouvez aussi les connaitre et les rencontrer sous les noms de « problèmes de recherche », « problèmes pour chercher » ou « énigmes mathématiques ».

Pour toutes les questions qui suivent, veuillez répondre par rapport à votre pratique de classe correspondant à **cette année scolaire 2020/2021**.

* **1/5 Cette année, à quelle fréquence proposez-vous des problèmes ouverts en classe à vos élèves ?**

* **2/5 Vous trouvez que (qu') :**

	Pas d'accord	Plutôt pas d'accord	Ni d'accord, ni en désaccord	Plutôt d'accord	D'accord
a. il n'y a pas assez de temps pour proposer des problèmes ouverts.	○	○	○	○	○
b. les ressources (manuels de l'enseignant et/ou sites internet) ne sont pas suffisantes pour mettre en place cette activité.	○	○	○	○	○
c. le matériel, pour l'enseignant et/ou pour les élèves, manque.	○	○	○	○	○
d. les compétences mathématiques que les problèmes ouverts permettent de développer sont floues.	○	○	○	○	○
e. les problèmes ouverts ne sont pas très importants à l'école.	○	○	○	○	○
f. les problèmes ouverts ne sont pas très utiles pour les élèves dans leur vie de tous les jours.	○	○	○	○	○
g. la numération et le calcul sont les domaines en mathématiques à privilégier à l'école.	○	○	○	○	○
h. il y a trop de possibilités de procédures que les élèves peuvent choisir pour résoudre les problèmes ouverts.	○	○	○	○	○

i. il y a parfois trop d'interprétations possibles des énoncés en problèmes ouverts.	○	○	○	○	○
j. il est difficile de comprendre ce qui peut bloquer les élèves lors de la résolution de problèmes ouverts.	○	○	○	○	○
k. il est difficile de trouver des aides pour les élèves qui bloquent ou font des erreurs en problèmes ouverts.	○	○	○	○	○
l. en problèmes ouverts, il est difficile d'aider les élèves sans résoudre le problème à leur place.	○	○	○	○	○

× 3/5 Vous trouvez que les problèmes ouverts sont difficiles à :

	Pas d'accord	Plutôt pas d'accord	Ni d'accord, ni en désaccord	Plutôt d'accord	D'accord
a. résoudre pour tous les élèves.	○	○	○	○	○
b. résoudre pour des élèves en difficultés scolaires.	○	○	○	○	○
c. mettre en place avec des élèves perturbateurs.	○	○	○	○	○
d. mettre en place avec des élèves à besoins éducatifs particuliers.	○	○	○	○	○
e. mettre en place dans une classe à plusieurs niveaux (ex : CP-CE1).	○	○	○	○	○

× 4/5 Cette année, les manuels ou sites internet que vous utilisez en mathématiques de manière générale (numération, calcul, géométrie, ...) proposent-ils des problèmes ouverts ?
Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

- ○ Oui
- ○ Non
- ○ Je ne sais pas

× 5/5 Où trouvez-vous les énoncés de problèmes ouverts ?
Cochez la ou les réponses

- ☐ dans les manuels scolaires
- ☐ sur internet
- ☐ je les invente moi-même
- ☐ en échangeant avec les collègues
- ☐ j'ai du mal à en trouver
- ☐ Autre :

0%
100%

Groupe 4 sur 5 : Les problèmes ouverts en classe

Avant la mise en oeuvre

*
Veuillez cocher la réponse « oui » s'il vous est arrivé de proposer des problèmes ouverts à vos élèves cette année scolaire 2020/2021, même si ce n'est qu'une fois. Dans ce cas, des questions supplémentaires apparaitront à propos de vos étapes précédant la mise en œuvre.

Veuillez cocher la case « non » si vous n'avez pas proposé de problèmes ouverts à vos élèves cette année. Vous passerez directement au groupe de questions suivant.

Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

- (●) Oui
- ( ) Non

Objectifs
1/7 Cette année, quels objectifs poursuivez-vous lorsque vous proposez des problèmes ouverts en classe ?

Veuillez sélectionner entre 1 et 3 réponses en les classant par ordre d'importance. L'objectif 1, celui qui est « en haut » de la liste, est considéré comme le plus important pour vous.

Effectuez un double-clic ou glissez/déposez les éléments de la liste de gauche à la liste de droite. L'élément avec le rang le plus élevé est situé le plus haut jusqu'à celui du rang le moins élevé.
Veuillez sélectionner entre 1 et 3 réponses

Votre classement	Vos choix
	acquérir des connaissances et compétences mathématiques (ex : additionner, tracer un angle droit)
	réinvestir des connaissances mathématiques abordées en classe (ex : les compléments à 10)
	apprendre à travailler en groupe (ex : collaborer, confronter les idées, se mettre d'accord)
	apprendre à chercher sans l'aide de l'enseignant
	vous permettre de gérer les différences de niveaux entre élèves (certains élèves travaillent plus vite que d'autres, les problèmes ouverts permettent de les occuper, de les stimuler)
	vous permettre de proposer aux élèves des problèmes plus ludiques que ceux proposés habituellement en classe
	se familiariser avec le matériel de manipulation de la classe (étiquettes, cubes, ...) afin de résoudre d'autres problèmes (ex : de numération, calcul, géométrie)
	développer des stratégies, des procédures, des raisonnements
	développer l'imagination, la créativité et la prise d'initiative
	apprendre à émettre des hypothèses, prouver, argumenter, tester
	résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne

Objectifs
2/7 Si l'un de vos objectifs n'apparait pas dans la liste ci-dessus, veuillez l'écrire :

[ ]

*
Programmation/Progression
3/7 Cette année, avez-vous une plage horaire réservée à l'enseignement des problèmes ouverts dans l'emploi du temps qui est affiché dans votre classe ?

Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

- ( ) Oui
- ( ) Non mais j'en propose quand j'ai le temps
- ( ) Autre : [ ]

*
Programmation/Progression
4/7 Avez-vous construit une programmation et/ou progression en résolution de problèmes ouverts vous-même, différente de celle proposée dans les manuels ou sites internet ?

( ) Oui ( ) Non

*
Supports
5/7 Utilisez-vous un ou des supports pédagogiques (manuels scolaires et/ou sites internet) identiques pour l'enseignement des problèmes ouverts et des mathématiques de manière générale (numération, calcul, ...) ?

( ) Oui ( ) Non

*

Préparation

6/7 Cette année, avant de mettre en œuvre une séance de problèmes ouverts en classe :

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séance)
vous vous reposez sur une fiche de préparation qui existe déjà.	○	○	○	○	○
vous modifiez une fiche de préparation qui existe déjà.	○	○	○	○	○
vous créez une fiche de préparation.	○	○	○	○	○
vous n'avez pas de préparation écrite.	○	○	○	○	○
vous résolvez les problèmes vous-même.	○	○	○	○	○

*

Préparation

7/7 Il est difficile de prévoir :

	Pas d'accord	Plutôt pas d'accord	Ni d'accord, ni en désaccord	Plutôt d'accord	D'accord
a. si les élèves sont capables ou non de résoudre le problème	○	○	○	○	○
b. la durée d'une séance en problèmes ouverts	○	○	○	○	○
c. le rythme d'avancée des élèves	○	○	○	○	○
d. les prérequis mathématiques pour résoudre le problème	○	○	○	○	○
e. toutes les façons de procéder de tous les élèves pour résoudre le problème	○	○	○	○	○
f. les supports (feuille, ardoise, matériel de manipulation, ...) qui pourraient aider les élèves qui se trouvent en difficultés	○	○	○	○	○
g. les erreurs éventuelles que les élèves peuvent faire	○	○	○	○	○
h. les questions que pourraient poser les élèves	○	○	○	○	○

0%
100%

Groupe 4 sur 5 : Les problèmes ouverts en classe

Mise en œuvre : avant et pendant la résolution de problèmes ouverts

*
De la même façon que la page précédente, veuillez cocher la réponse « oui » s'il vous est arrivé de proposer des problèmes ouverts à vos élèves cette année scolaire 2020/2021, même si ce n'est qu'une fois. Dans ce cas, des questions supplémentaires apparaitront à propos de vos étapes de mise en œuvre.

Veuillez cocher la case « non » si vous n'avez pas proposé de problèmes ouverts à vos élèves cette année. Vous passerez directement au groupe de questions suivant.

Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

- (●) Oui
- ( ) Non

*
Nombre d'énoncés
1/3 Diriez-vous que, d'une séquence à l'autre, le nombre de problèmes ouverts que vous proposez aux élèves est approximativement le même ?

( ) Oui ( ) Non

*
Nombre d'énoncés
1/3 (suite) Pour une séquence, approximativement, combien de problèmes ouverts proposez-vous aux élèves ?

...

*
Avant la résolution

2/3 Cette année, vous arrive-t-il de proposer une phase avant que vos élèves résolvent le(s) problème(s) ouvert(s) ?
Par exemple : une phase de lecture des énoncés (par les élèves ou vous).

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
	( )	( )	( )	( )	(●)

*
Avant la résolution
2/3 (suite) Pendant cette phase qui précède la résolution de problèmes ouverts par les élèves, il arrive que vous proposiez :

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
a. une lecture des énoncés, par les élèves ou par vous-même	( )	( )	( )	( )	(●)
b. une explication des énoncés (ex : des mots de vocabulaire, la situation)	( )	( )	( )	( )	(●)
c. une présentation des systèmes de représentation (schéma, calcul, ...) pouvant être utilisés pour résoudre les problèmes	( )	( )	( )	( )	(●)
d. une présentation du matériel de manipulation pouvant être utilisé pour résoudre les problèmes	( )	( )	( )	( )	(●)
e. une présentation des connaissances et/ou compétences mathématiques que les élèves pourront avoir besoin de mobiliser pour résoudre les problèmes	( )	( )	( )	( )	(●)

Avant la résolution
2/3 (suite) Si ce que vous proposez avant le moment de résolution des problèmes par les élèves n'apparait dans la liste ci-dessus, veuillez l'écrire :

Lecture des énoncés
2.a Cette année, les énoncés sont majoritairement lus par :

Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses en les classant : la modalité 1, celle qui est « en haut » de la liste, est considérée comme étant la plus fréquemment proposée.

Effectuez un double-clic ou glissez/déposez les éléments de la liste de gauche à la liste de droite. L'élément avec le rang le plus élevé est situé le plus haut jusqu'à celui du rang le moins élevé.
Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses

Votre classement	Vos choix
	vous-même
	les élèves : lecture silencieuse, individuelle
	les élèves : lecture à haute voix, en binômes ou en groupes
	les élèves : lecture à haute voix, pour toute la classe
	Je ne privilégie pas de modalité

*
Pendant la résolution
3/3 Cette année, diriez-vous que le moment où les élèves résolvent le(s) problème(s) ouvert(s) se déroule majoritairement de la même façon ?

	Non, jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
	○	○	○	○	◉

Modalités pendant la résolution

3.a Au moment où vos élèves résolvent les problèmes ouverts, quelle(s) modalité(s) proposez-vous majoritairement ?

Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses en les classant : la modalité 1, celle qui est « en haut » de la liste, est considérée comme étant la plus fréquemment proposée.

Effectuez un double-clic ou glissez/déposez les éléments de la liste de gauche à la liste de droite. L'élément avec le rang le plus élevé est situé le plus haut jusqu'à celui du rang le moins élevé.
Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses

Votre classement	Vos choix
	Individuel
	Binôme
	Groupe
	Collectif
	Je n'en privilégie pas

0%
100%

Groupe 4 sur 5 : Les problèmes ouverts en classe

Mise en œuvre : après la résolution de problèmes ouverts

*
A nouveau, veuillez cocher la réponse « oui » s'il vous est arrivé de proposer des problèmes ouverts à vos élèves cette année scolaire 2020/2021, même si ce n'est qu'une fois. Dans ce cas, des questions supplémentaires apparaitront à propos de vos étapes de mise en œuvre.

Veuillez cocher la case « non » si vous n'avez pas proposé de problèmes ouverts à vos élèves cette année. Vous passerez directement au groupe de questions suivant.

Veuillez sélectionner une réponse ci-dessous

◉ Oui
○ Non

*
Phases qui suit la résolution de problèmes ouverts
Cette année, après le moment de résolution de problèmes ouverts par vos élèves, vous arrive-t-il de proposer :

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
I. un moment de correction des problèmes	○	○	○	○	◉
II. un moment de trace écrite	○	○	○	○	◉
III. un moment d'évaluation	○	○	○	○	◉

Modalités pour le moment de correction des problèmes

I. 1/3 Quelle(s) modalité(s) utilisez-vous majoritairement pour le moment de correction des problèmes ouverts ?

Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses en les classant : la modalité 1, celle qui est « en haut » de la liste, est considérée comme étant la plus fréquemment proposée.

Effectuez un double-clic ou glissez/déposez les éléments de la liste de gauche à la liste de droite. L'élément avec le rang le plus élevé est situé le plus haut jusqu'à celui du rang le moins élevé.
Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses

Votre classement	Vos choix
	Individuel
	Binôme
	Groupe
	Collectif
	Je n'en privilégie pas

*

Correction des problèmes
I. 2/3 Lors de la correction, il arrive :

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
a. que vous énonciez les solutions correctes	○	○	○	○	○
b. que les élèves énoncent les solutions correctes	○	○	○	○	○
c. que vous encouragiez les élèves à s'exprimer oralement devant les autres élèves (ex : qu'ils s'expriment à haute voix, assez fort pour que toute la classe entende, qu'ils articulent correctement, ...)	○	○	○	○	○
d. que vous présentiez une ou des procédures que les élèves n'ont pas utilisées (ex: vous présentez votre propre procédure de résolution)	○	○	○	○	○
e. que vous présentiez une ou des procédures mobilisées par les élèves au moment de la résolution	○	○	○	○	○
f. que les élèves qui ont réussi à résoudre les problèmes expliquent leurs procédures aux autres élèves	○	○	○	○	○
g. que les élèves débattent sur les différentes solutions et/ou procédures, correctes et/ou erronées	○	○	○	○	○
h. que les élèves fassent un retour sur la façon dont s'est déroulé le moment de résolution (ex : les règles ont-elles été respectées, les élèves ont-ils été à l'écoute les uns et des autres)	○	○	○	○	○

Correction
I. 3/3 Si ce que vous faites ou ce que font les élèves lors du moment de correction des problèmes ouverts n'apparait pas dans la liste ci-dessus, veuillez l'écrire :

*

Trace écrite

II. 1/3 Cette année, proposez-vous une trace écrite à vos élèves sous les formes suivantes :

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
une affiche collective réalisée par vous-même	○	○	○	○	○
une ou des affiches collectives réalisées par vos élèves	○	○	○	○	○
un écrit collectif gardé dans un classeur ou un cahier commun de classe	○	○	○	○	○
un écrit individuel (un écrit pour chaque élève) dont le contenu est commun ou différent suivant vos élèves	○	○	○	○	○

*

Trace écrite

II. 2/3 La trace écrite que vous proposez à vos élèves contient :

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
les énoncés des problèmes	○	○	○	○	○
les solutions correctes des problèmes	○	○	○	○	○
une ou plusieurs représentations (schéma, dessin, calcul, ...)	○	○	○	○	○
l'explication des méthodes (ex : on teste toutes les possibilités et on compte combien il y en a en tout. On peut aussi procéder par élimination : on barre les propositions et on regarde la solution qui reste)	○	○	○	○	○
une hiérarchisation des méthodes (ex : pour ce problème on peut faire un calcul, si on n'y arrive pas on peut faire un dessin, sinon on peut procéder par essai-erreur)	○	○	○	○	○
les recherches, abouties ou non, des élèves (ex : leurs essais-erreurs)	○	○	○	○	○

Trace écrite

II. 3/3 Si le contenu de la trace écrite que vous proposez à vos élèves n'apparait pas dans la liste ci-dessus, veuillez l'écrire :

Modalités pour l'évaluation

III. 1/3 Cette année, quelle(s) modalité(s) utilisez-vous majoritairement au moment de l'évaluation ?

Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses en les classant : la modalité 1, celle qui est « en haut » de la liste, est considérée comme étant la plus fréquemment proposée.

Effectuez un double-clic ou glissez/déposez les éléments de la liste de gauche à la liste de droite. L'élément avec le rang le plus élevé est situé le plus haut jusqu'à celui du rang le moins élevé.
Veuillez sélectionner entre 1 et 2 réponses

Votre classement	Vos choix
	Individuel
	Binôme
	Groupe
	Collectif
	Je n'en privilégie pas

*

Evaluation

III. 2/3 Au moment de l'évaluation, vous proposez à vos élèves :

	Jamais	Rarement	Quelquefois	Souvent	A chaque fois (pour chaque séquence)
de résoudre un problème ouvert similaire à celui fait en classe où l'habillage a été modifiée (ex : il ne s'agit plus de « cailloux » mais de « perles » ou la situation ne se déroule plus « dans un magasin » mais « à la maison »)	○	○	○	○	○
de résoudre un problème ouvert similaire à celui fait en classe mais dont le contenu mathématique change (ex : les valeurs numériques sont modifiées ou il ne s'agit plus de « triangles » mais de « carrés »)	○	○	○	○	○
de résoudre le même problème ouvert que celui fait en classe : habillage et contenu mathématique identique	○	○	○	○	○
de résoudre un nouveau problème ouvert : habillage et contenu mathématique nouveaux	○	○	○	○	○

Evaluation

III. 3/3 Si le contenu d'évaluation que vous proposez à vos élèves n'apparait pas dans la liste ci-dessus, veuillez l'écrire :

0%
100%

Groupe 5 sur 5

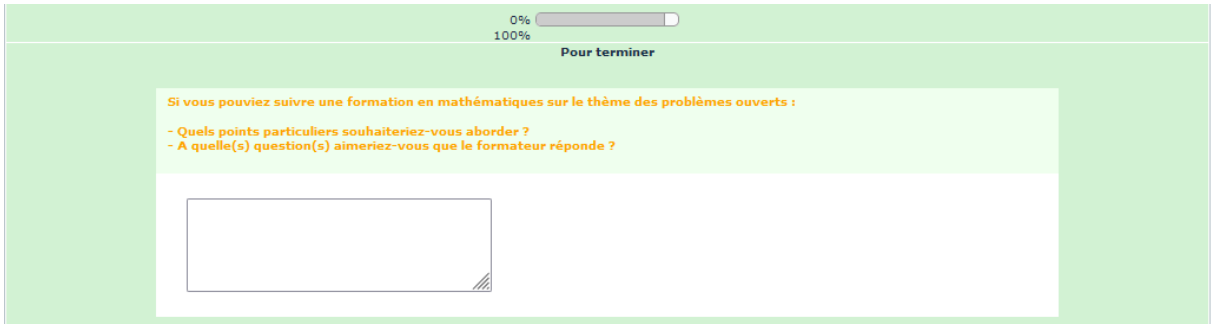
Votre avis sur l'enseignement des problèmes ouverts

Merci de bien vouloir indiquer dans quelle mesure vous pensez pouvoir faire ce qui est décrit dans chacune des propositions qui suivent. Pour cela, utilisez l'échelle ci-dessous et choisissez un nombre entre 0 et 100 dans le menu déroulant à droite de chaque proposition.

0 Pas du tout capable — 10 — 20 — 30 — 40 — 50 Relativement capable — 60 — 70 — 80 — 90 — 100 Tout à fait capable

*
Dans quelle mesure pensez-vous être actuellement capable de (d') :

1. construire une progression visant l'acquisition d'une compétence donnée en problèmes ouverts.	...
2. définir vos objectifs pour une séquence en problèmes ouverts.	...
3. déterminer les étapes nécessaires à la mise en œuvre d'une séquence de problèmes ouverts.	...
4. adapter vos modes d'intervention en fonction des réactions des élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
5. favoriser la participation de vos élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
6. éveiller l'intérêt de vos élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
7. concevoir des évaluations en résolution de problèmes ouverts aux différents moments de l'apprentissage.	...
8. analyser les erreurs de vos élèves en problèmes ouverts pour en déterminer les causes.	...
9. concevoir des activités de remédiation en problèmes ouverts (mise en place de séances, après évaluation, pour combler des lacunes, les difficultés persistantes) et de consolidation des acquis.	...
10. aider vos élèves à prendre conscience de leur progrès et des efforts qu'ils ont à fournir lors de séances de problèmes ouverts.	...
11. adapter votre enseignement des problèmes ouverts à la diversité des élèves (pédagogique différenciée, aide personnalisée, ...).	...
12. prendre en compte les différences dans les rythmes d'apprentissage des élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
13. faire respecter les règles de vie de la classe (ex : rester assis pendant une activité de résolution de problèmes ouverts, lever le doigt pour prendre la parole).	...
14. gérer le comportement d'un élève perturbateur lors de séances de problèmes ouverts.	...
15. établir au sein de la classe une ambiance sereine propice aux apprentissages lors de séances de problèmes ouverts.	...
16. résoudre des problèmes ouverts vous-même.	...
17. aider vos élèves à s'engager dans une démarche de résolution de problèmes ouverts en émettant des hypothèses.	...
18. aider vos élèves à appréhender différents systèmes de représentation (dessin, schéma, ...) en résolution de problèmes ouverts.	...
19. aider vos élèves à utiliser, à l'oral et à l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements en problèmes ouverts.	...



Annexe 2. Échelle de mesure du SEPEm

Votre avis sur l'enseignement des mathématiques de manière générale (numération, calcul, géométrie, …)

Merci de bien vouloir indiquer dans quelle mesure indiquer dans quelle mesure vous pensez pouvoir faire ce qui est décrit dans chacune des propositions qui suivent. Pour cela, utilisez l'échelle ci-dessous et choisissez un nombre en 0 et 100 dans le menu déroulant à droite de chaque proposition.

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Pas du tout capable					Relativement capable					Tout à fait capable

Dans quelle mesure pensez-vous être actuellement capable de (d') :

1. construire une progression visant l'acquisition d'une compétence donnée en mathématique.	...
2. définir vos objectifs pour une séquence de mathématiques.	...
3. déterminer les étapes nécessaires à la mise en œuvre d'une séquence de mathématiques.	...
4. adapter vos modes d'intervention en fonction des réactions des élèves.	...
5. favoriser la participation de vos élèves.	...
6. éveiller l'intérêt de vos élèves lors de séances de mathématiques.	...
7. concevoir des évaluations en mathématiques aux différents moments de l'apprentissage.	...
8. analyser les erreurs de vos élèves pour en déterminer les causes.	...
9. concevoir des activités de remédiation en mathématiques (mise en place de séances, après évaluation, pour combler des lacunes, les difficultés persistantes) et de consolidation des acquis.	...
10. aider vos élèves à prendre conscience de leur progrès et des efforts qu'ils ont à fournir en mathématiques.	...
11. adapter votre enseignement des mathématiques à la diversité des élèves (pédagogie différenciée, aide personnalisée, …).	...
12. prendre en compte les différences dans les rythmes d'apprentissage des élèves.	...
13. faire respecter les règles de vie de la classe (ex : rester assis pendant une activité mathématique, lever le doigt pour prendre la parole).	...
14. gérer le comportement d'un élève perturbateur.	...
15. établir au sein de la classe une ambiance sereine propice aux apprentissages lors de séances de mathématiques.	...

Annexe 3. Échelle de mesure du SEPEpo

Votre avis sur l'enseignement des problèmes ouverts

Merci de bien vouloir indiquer dans quelle mesure indiquer dans quelle mesure vous pensez pouvoir faire ce qui est décrit dans chacune des propositions qui suivent. Pour cela, utilisez l'échelle ci-dessous et choisissez un nombre en 0 et 100 dans le menu déroulant à droite de chaque proposition.

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Pas du tout capable					Relativement capable				Tout à fait capable	

Dans quelle mesure pensez-vous être actuellement capable de (d') :

1. construire une progression visant l'acquisition d'une compétence donnée en problèmes ouverts.	...
2. définir vos objectifs pour une séquence en problèmes ouverts.	...
3. déterminer les étapes nécessaires à la mise en œuvre d'une séquence de problèmes ouverts.	...
4. adapter vos modes d'intervention en fonction des réactions des élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
5. favoriser la participation de vos élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
6. éveiller l'intérêt de vos élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
7. concevoir des évaluations en résolution de problèmes ouverts aux différents moments de l'apprentissage.	...
8. analyser les erreurs de vos élèves en problèmes ouverts pour en déterminer les causes.	...
9. concevoir des activités de remédiation en problèmes ouverts (mise en place de séances, après évaluation, pour combler des lacunes, les difficultés persistantes) et de consolidation des acquis.	...
10. aider vos élèves à prendre conscience de leur progrès et des efforts qu'ils ont à fournir lors de séances de problèmes ouverts.	...
11. adapter votre enseignement des problèmes ouverts à la diversité des élèves (pédagogie différenciée, aide personnalisée, …).	...
12. prendre en compte les différences dans les rythmes d'apprentissage des élèves lors de séances de problèmes ouverts.	...
13. faire respecter les règles de vie de la classe (ex : rester assis pendant une activité de résolution de problèmes ouverts, lever le doigt pour prendre la parole).	...
14. gérer le comportement d'un élève perturbateur lors de séances de problèmes ouverts.	...
15. établir au sein de la classe une ambiance sereine propice aux apprentissages lors de séances de problèmes ouverts.	...
16. résoudre des problèmes ouverts vous-mêmes.	...
17. aider vos élèves à s'engager dans une démarche de résolution de problèmes ouverts en émettant des hypothèses.	...
18. aider vos élèves à appréhender différents systèmes de représentation (dessin, schéma, …) en résolution de problèmes ouverts.	...
19. aider vos élèves à utiliser, à l'oral et à l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements en problèmes ouverts.	...

MIEUX COMPRENDRE COMMENT EVOLUENT LES CONNAISSANCES DES ENSEIGNANTS DANS UN DISPOSITIF DE LESSON STUDY PAR L'ANALYSE DES INTERACTIONS

Audrey Daina
Chargée d'enseignement, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
audrey.daina@hepl.ch

Valérie Batteau
Chargée d'enseignement, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
valerie.batteau@hepl.ch

Luc-Olivier Bünzli
Professeur formateur, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
luc-olivier.bunzli@hepl.ch

Stéphane Clivaz
Professeur ordinaire, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
stephane.clivaz@hepl.ch

Sara Presutti
Assistante doctorante, HEP-Vaud
UER MS, laboratoire 3LS
sara.presutti@hepl.ch

Résumé
Cette contribution présente une recherche en cours qui vise à décrire, par une analyse fine des interactions, comment évoluent, dans un groupe de lesson study, les connaissances professionnelles des enseignants pour enseigner la résolution de problèmes en mathématiques. Dans ce but, nous avons été amenés à nous concentrer sur l'analyse du discours dans une perspective socioculturelle, ancrée dans l'œuvre de Vygotsky. Notre méthodologie d'analyse se base sur les travaux du groupe CEDiR (Cambridge Educational Dialogue Research) et plus particulièrement sur le Scheme for Educational Dialogue Analysis (SEDA, Hennessy *et al.*, 2016), une grille d'analyse que nous avons adaptée à notre contexte d'étude et dont nous présenterons la construction. Nous articulerons également cette grille aux Connaissances Mathématiques pour l'enseignement (Ball, Thames et Phelps, 2008; Clivaz, 2014) et aux Mathematics Problem-Solving Knowledge for Teaching (Chapman, 2015).

I - INTRODUCTION

Le travail en collectif d'enseignant·e·s accompagnés de chercheur·e·s et formateurs·rices en mathématiques suscite un intérêt actuel de la part de la communauté internationale de didactique des mathématiques. Par son ancrage historique au Japon et ses multiples adaptations au niveau international, le dispositif de formation et de recherche lesson study (LS) est l'un des dispositifs qui se retrouve au centre de cet intérêt. Ce dispositif vise à contribuer au développement professionnel des enseignant·e·s (Murata, 2011) et en particulier à la construction et l'évolution de leurs connaissances mathématiques pour l'enseignement (Clivaz et Ni Shuilleabhain, 2019). Les connaissances mathématiques nécessaires à l'enseignement ont attiré beaucoup d'attention dans le milieu de

l'enseignement des mathématiques (voir par exemple le bilan de Ball, 2017). Une raison de cet intérêt pour les connaissances nécessaires à l'enseignement est l'hypothèse selon laquelle il y aurait une relation entre ces connaissances disponibles chez les enseignant·e·s et la qualité de leur enseignement, puis de l'apprentissage des élèves qui en découle.

L'objectif de cette recherche est donc de comprendre comment se construisent et évoluent les connaissances mathématiques pour l'enseignement lors d'un dispositif lesson study. Avec cet objectif, nous analysons actuellement le travail d'un groupe LS composé de 8 enseignant·e·s de grade 3 et 4[1] de la région lausannoise (Suisse) et de deux facilitateur·rice·s (voir partie II - ci-dessous pour plus de détails sur le processus LS). Les deux facilitateur·rice·s étant un didacticien des mathématiques (un des membres de notre groupe de recherche) et une enseignante de l'établissement ayant participé précédemment en tant que membre à un autre groupe LS en mathématiques. De 2018 à 2019, ce groupe a réalisé deux cycles LS consacrés à la résolution de problèmes. Notre recherche porte sur le premier cycle, qui comporte 8 rencontres d'environ 90 minutes et 2 leçons de recherche.

Dans le cadre de notre projet de recherche, c'est par l'analyse fine des interactions au sein de ce collectif d'enseignant·e·s que nous visons à caractériser la construction et le développement des connaissances mathématiques et didactiques des enseignant·e·s. Ainsi, nous nous intéressons au développement des connaissances professionnelles des enseignant·e·s en lien avec la résolution de problèmes dans un processus dialogique au sein d'une LS.

Ce texte décrit d'abord le dispositif de formation et de recherche étudié, les lesson study, puis expose les cadres théoriques utilisés pour la recherche : d'une part les connaissances mathématiques pour l'enseignement et en particulier celles en lien avec la résolution de problèmes ; d'autre part les modèles convoqués pour l'analyse des interactions. Ceci nous amènera à exposer nos questions de recherche et à décrire ensuite des éléments méthodologiques de la recherche : notre utilisation de logiciels d'analyses qualitative et quantitative des données. Le texte se termine par une discussion et les perspectives de cette recherche.

II - LES LESSON STUDY

Les *Jugyo Kenkyu*, littéralement études de leçon ou lesson study (LS), sont nées au Japon dans les années 1890. Elles sont popularisées dans les années 2000 à la suite des comparaisons internationales TIMMS[2] et de la comparaison entre l'enseignement des mathématiques au Japon, en Allemagne et aux USA qu'en ont tiré Stigler et Hiebert (1999) dans *The Teaching Gap*. Fort de cette promotion, et grâce en particulier aux travaux de Lewis qui a formalisé et popularisé les LS aux USA (Lewis, 2002, 2015; Lewis et Hurd, 2011), ce mode de développement professionnel s'est développé non seulement aux USA, mais aussi notamment en Europe du Nord et dans le reste de l'Asie. Les LS partent d'une difficulté à propos d'un sujet d'enseignement, relevée par un groupe d'enseignant·e·s qui décident de se rencontrer plusieurs fois pour travailler collectivement autour de cette difficulté. Les enseignant·e·s analysent l'apprentissage visé, étudient la notion mathématique, consultent les divers moyens d'enseignement, étudient des articles de revues professionnelles, etc. Cette étude leur permet de planifier ensemble une leçon.

[1] Les grades 3 et 4 (degrés internationaux), 5ème et 6ème HarmoS en Suisse, CE2 et CM1 en France correspondent à des élèves de 8 à 10 ans.

[2] Voir http://www.timss.org

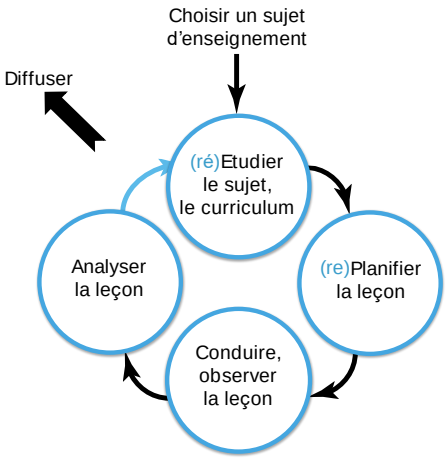


Figure 1. Le processus de LS (Clivaz, 2015, p. 23, d'après Lewis et Hurd, 2011)

Cette leçon est mise en œuvre dans la classe d'un des membres du groupe. Les autres enseignant·e·s observent la leçon en direct et analysent son impact sur les apprentissages des élèves. Le groupe peut décider de planifier une version améliorée de la leçon qui sera donnée dans la classe d'un·e autre enseignant·e et la boucle recommence. Le résultat du travail est diffusé, à la fois sous la forme d'un plan de leçon détaillé utilisable par d'autres enseignant·e·s et d'articles dans des revues professionnelles.

Les groupes LS sont généralement conduits par un enseignant·e ou un·e formateur·trice expérimenté·e, appelé facilitateur·rice, qui « keeps the conversation moving and fair. Involves all participants. Follows an agreed upon agenda[3] » (Lewis et Hurd, 2011, p. 124). Ces groupes font également intervenir occasionnellement un·e expert·e du sujet étudié et de son enseignement, un *knowlegeable other*. Si, au Japon, les LS sont parfois « facilitées » directement par les enseignant·e·s du groupe, elles font presque toujours intervenir un *knowlegeable other* qui apporte des commentaires lors de la discussion après la leçon de recherche et parfois un autre *knowlegeable other* qui peut attirer l'attention sur des éléments clés au cours de la phase de planification (Watanabe et Wang-Iverson, 2005).

Les recherches compréhensives portant sur les groupes LS et sur le fait que ces dernières semblent produire des effets sur les connaissances professionnelles des enseignant·e·s mettent souvent l'accent sur le rôle essentiel des facilitateurs·rices (voir par exemple Akiba, Murata, Howard et Wilkinson, 2019; Bjuland et Helgevold, 2018; Borko, Koellner et Jacobs, 2014; Hart et Carriere, 2011; Lewis et Hurd, 2011; Lewis, 2016; Schipper, Goei, de Vries et van Veen, 2017; Stepanek, Appel, Leong, Turner Mangan et Mitchell, 2007) et des éventuels *knowlegeable other* (voir par exemple Amador et Weiland, 2015; Takahashi, 2014; Takahashi et McDougal, 2018; Watanabe et Wang-Iverson, 2005). Alors que, dans les pays où les LS sont développées (en particulier au Japon) le rôle des facilitateurs·rices en tant qu'animateur participant au groupe et celui des expert·e·s externes occasionnel·le·s est très bien délimité, ces deux rôles sont souvent assumés par la même personne ou sont confondus dans les endroits où les LS commencent à s'implanter (Clivaz et Takahashi, 2018). Dans les LS mises en place au sein du Laboratoire Lausannois Lesson Study (3LS), ces deux rôles sont confondus et « le risque de glissement entre des postures de chercheur·e, d'expert·e, ou de formateur·rice est permanent (Clerc-Georgy et Clivaz, 2016, p. 194) ».

[3] Toutes les traductions de l'anglais au français dans ce texte sont celles des membres du groupe de recherche. Pour cette citation : maintient la conversation active et partagée équitablement. Implique tous les participants. Suit un ordre du jour convenu.

Pourtant, si beaucoup de recherches mentionnent l'importance de ces rôles et donnent des exemples d'interventions de facilitateurs·rices ou mentionnent des déclarations d'enseignant·e·s disant à quel point ce rôle leur semble important, les études qualitatives décrivant précisément en quoi ce rôle permet la construction de connaissances professionnelles chez les enseignant·e·s sont rares à ce jour. Si des enquêtes comme celle de Akiba *et al.* (2019) montrent que « facilitators' focus on student thinking, the quality of materials, and duration of lesson study were significantly associated with teacher participation in an effective inquiry process, which in turn is associated with perceived positive changes in teacher knowledge, self-efficacy, and expectation (p. 352) », ces recherches ne traitent pas de ce qui, précisément, fait que les interventions du·de la facilitateur·rice « facilitent » la construction de connaissances professionnelles.

Pour notre part, nos recherches précédentes (Clivaz, 2018; Clivaz et Ni Shuilleabhain, 2019) ont montré quelles Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement (CME, au sens de Ball *et al.*, 2008, voir partie supérieure de la figure 2) sont utilisées durant le processus LS et à quel niveau d'activité de l'enseignant·e (au sens de Margolinas, 2002) elles se réfèrent. Nous avons également examiné l'évolution du rôle du formateur·rice du point de vue du partage des savoirs lors d'une série de LS (Clerc-Georgy et Clivaz, 2016), mais sans pouvoir analyser les interactions au sein du groupe et sans pouvoir en particulier caractériser les interventions des facilitateurs·rices. C'est dans la suite de ces travaux que s'inscrit notre recherche, qui a pour objectif de décrire finement les interactions tout au long d'un cycle LS, dans le but d'étudier le développement des connaissances. Ceci nous a conduit à développer un cadre théorique et une approche méthodologique que nous présentons dans ce qui suit.

III - CONNAISSANCES POUR ENSEIGNER LA RESOLUTION DE PROBLEMES EN MATHEMATIQUES (CERPEM)

1 Un cadre pour l'analyse des connaissances

Pour analyser les connaissances des enseignant·e·s, nous avons fait appel d'abord aux travaux de Chapman (2015) sur les *Mathematics Problem-Solving Knowledge for Teaching* (Connaissances pour Enseigner la Résolution de Problèmes En Mathématiques, que nous nommerons CERPEM). En effet, dans la suite des travaux de Ball *et al.* (2008), Chapman cherche à mettre en évidence les connaissances qu'un enseignant devrait avoir pour l'enseignement de la résolution de problèmes. Se basant sur une revue de littérature sur le sujet, Chapman met en évidence six catégories spécifiques de connaissances liées d'une part au contenu mathématique (en jaune dans le Tableau 1) et d'autre part au contenu pédagogique de la résolution de problèmes (en bleu).

Connaissance des problèmes mathématiques	Connaissance de la nature des problèmes ; de la structure et du but des différents types de problèmes ; de l'impact des caractéristiques des problèmes sur les élèves
Connaissances de la résolution de problèmes en mathématiques	Capacité à résoudre des problèmes Considérer la résolution de problèmes comme une manière de penser ; comprendre les heuristiques, leur usage et leur sens ; savoir comment interpréter les solutions inhabituelles des élèves ; comprendre les conséquences des différentes approches des élèves
Connaissance de la formulation des problèmes	Compréhension de la formulation des problèmes avant, pendant et après la résolution de problèmes
Connaissance des élèves en tant que résolveurs de problème	Comprendre ce qu'un élève sait, sait faire et est disposé à faire (p. ex. les difficultés des élèves lors de la résolution de problèmes caractéristiques des "bons" élèves en résolution de problèmes ; raisonnement des élèves lors de la résolution de problèmes)

Connaissance de l'enseignement de la résolution de problèmes	Comprendre comment et dans quel but aider les élèves à devenir de meilleurs résolveurs de problèmes (p. ex. techniques d'enseignement pour les heuristiques/stratégies, métacognition, usage des technologies, évaluation des progrès des élèves en résolution de problèmes ; quand et comment intervenir lorsque les élèves résolvent des problèmes)
Connaissance des facteurs affectifs et des représentations/croyances[4]	Comprendre la nature et l'influence (productive et destructive) des facteurs affectifs et des représentations et croyances sur l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes et de l'enseignement en général

Tableau 1. Description des catégories de CERPEM (d'après Chapman, 2015)

Ces travaux nous ont conduit à questionner le lien entre les Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement (CME) telles que décrites par Ball *et al.* (2008) et les connaissances plus spécifiques en lien avec la résolution de problème (CERPEM) mises en évidence par Chapman (2015). Nous avons cherché à mettre en évidence la dialectique entre ces connaissances de natures différentes bien que liées à une même situation d'enseignement. Pour nos analyses, nous avons donc formalisé un modèle sur deux niveaux qui fait le parallèle entre les CERPEM et la représentation graphique de Ball et de ses collègues (**Figure 2**).

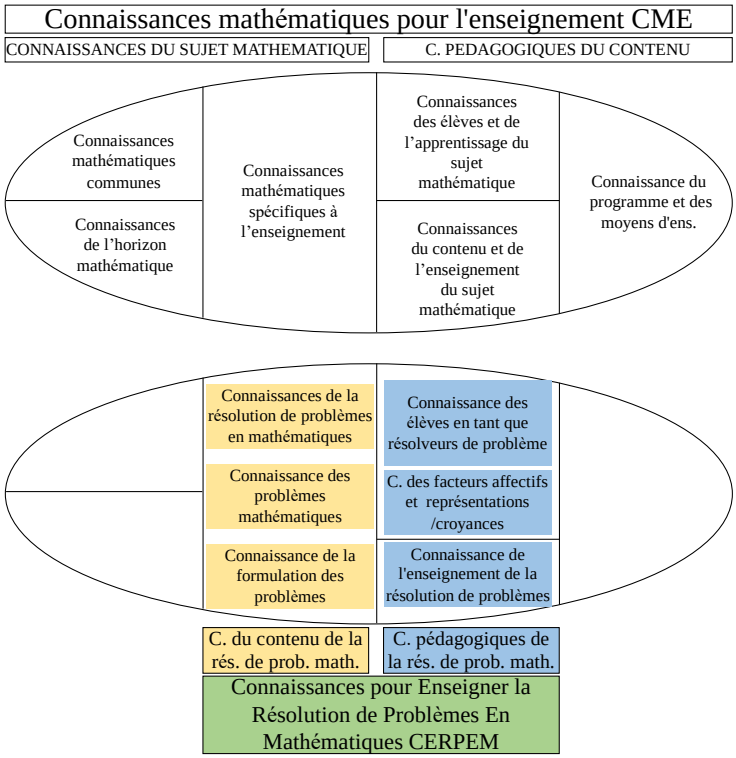


Figure 2. CERPEM (d'après Chapman, 2015) et CME (Ball et al., 2008)

Notre analyse cherche ainsi à mettre en évidence les connaissances exprimées par les participant·e·s de la LS que nous pouvons caractériser selon une ou plusieurs catégories de CME et de CERPEM. Nous nous basons d'une part sur les indicateurs pour les CME, développés par Clivaz et Ni Shuilleabhain (2019), et d'autre part sur une grille d'analyse permettant de déterminer les CERPEM que nous ne détaillons pas ici.

[4] Dans l'article de Chapman 2015, la place de la sixième catégorie est particulière. Elle est à la fois générale et à la fois liée aux connaissances pédagogiques. Nous avons fait le choix de faire une description plus en lien avec ces dernières.

2 Spécification en niveaux de connaissances

Nous avons eu ensuite besoin de déterminer des niveaux de ces connaissances, afin d'identifier une éventuelle évolution des participant·e·s au long des séances, ou de potentielles différences liées aux rôles (enseignant·e, facilitateur·rice). Ces niveaux ne constituent pas une hiérarchie (de 1 à 5).

Niveaux de connaissances	
1	Connaissance erronée, absence de connaissance, ignorance assumée
2	Connaissance non expliquée, de l'ordre de l'observation, du témoignage
3	Connaissance incomplète, connaissance avec un faible degré de certitude. Questionnement explicite
4	Connaissance explicite contextualisée
5	Connaissance généralisée, décontextualisée

Tableau 2. Niveaux de connaissances

Après avoir présenté la nature des connaissances que nous allons étudier ainsi que les différents niveaux auxquels elles peuvent être exprimées dans le cours du dialogue, nous allons nous intéresser à caractériser la dynamique des interactions et décrire notre cadre théorique et notre démarche d'analyse.

IV - ANALYSE DES INTERACTIONS

1 Aux origines de notre démarche

Comme nous l'avons présenté en introduction, le dispositif de formation LS a été étudié selon une multitude de points de vue théoriques, cherchant notamment à mettre en évidence si et comment se développaient les connaissances des enseignant·e·s. La démarche de recherche que nous présentons ici se concentre sur l'analyse des activités linguistiques et interactionnelles, car nous considérons que c'est une entrée privilégiée pour analyser le développement des connaissances dans un contexte particulier. En privilégiant une approche descriptive et qualitative des processus, nous cherchons à mettre en évidence certaines conditions qui semblent favoriser le développement de connaissances.

De nombreux chercheur·e·s s'intéressent à l'analyse du discours ou des interactions afin de mieux comprendre les processus d'acquisition de connaissances. Sans être exhaustifs, citons dans le contexte francophone (Balslev et Saada-Robert, 2006; Filliettaz 2014; Mondada, 2005) ou dans le contexte anglophone (Cooper, 2014; Kershner, Hennessy, Wegerif et Ahmed, 2020; Little, 2002). Ces travaux se réfèrent à différents cadres théoriques des sciences de l'éducation, de linguistique, de sociologie, de psychologie, etc. Le terme analyse du discours ou des interactions peut se référer à des approches très différentes, qui poursuivent des objectifs ou convoquent des modèles théoriques et méthodologiques variés. Chaque approche possède ses propres caractéristiques en lien avec le champ de recherche et les objectifs de l'étude. Toutefois, elles ont toutes comme point commun de s'ancrer dans les travaux de Vygotski et au modèle socio-culturel, reconnaissant l'importance du rôle du langage et des interactions sociales dans l'acquisition des savoirs.

Dans le cadre de notre recherche, ce sont les travaux d'une équipe de recherche anglo-saxonne qui a développé un modèle nommé « Interthinking » qui ont plus particulièrement répondu à nos besoins par rapport à notre problématique. Plus spécifiquement, cette équipe de recherche développe un cadre pour l'analyse du discours nommé *sociocultural discourse analysis* (SCDA) que nous présentons dans la suite.

1.1 Interthinking

En effet, l'objectif que se donne ce groupe est d'expliquer comment, principalement en utilisant le langage, « people are able to think creatively and productively together. We call this process "interthinking" to emphasize that people do not use talk only to interact, they interthink. »[5] (Littleton et Mercer, 2013, p. 1). Partant du constat que lorsque des personnes travaillent ensemble, elles ne sont pas toujours productives, « two heads are not always better than one »[6], ce groupe cherche à identifier quel type d'échanges peuvent être favorables pour le développement des connaissances.

Dans cette approche, le langage parlé est donc considéré comme central, car il est directement mis en lien avec le fait de « penser collectivement » qui est vu comme un processus dynamique et créatif. S'il est reconnu que d'autres formes de communication comme les images ou le non-verbal sont également des éléments importants, le focus est mis sur les échanges langagiers, car ils sont considérés comme cruciaux pour comprendre comment se co-construisent les idées, les savoirs, dans le fil d'une conversation. Dans ce sens, Littleton et Mercer (2013, p. 8) se réfèrent aux travaux de Bakhtin et expliquent que, lorsque deux personnes se parlent, le sens que chacun donne à la conversation ne dépend pas d'une sorte de « dictionnaire mental » grâce auquel chacun pourrait mettre en lien chaque mot entendu avec une définition univoque. Au contraire, ce processus n'est pas linéaire, chaque énoncé est interprété selon le contexte et les connaissances dont dispose le sujet, et qu'il juge comme nécessaires pour comprendre ce qui lui est dit. Il y a donc différentes représentations qui se confrontent, des malentendus, il faut se mettre d'accord et c'est précisément cette dynamique qui est dans le modèle de l'*interthinking* un élément central. En effet, le savoir co-construit entre les partenaires de la conversation relève d'un contexte et d'une histoire commune qui aide à dépasser une « définition superficielle des mots » pour approfondir leur signification et donc développer des connaissances. En utilisant le langage pour exprimer des idées et se mettre d'accord sur un sens commun, les partenaires développent une nouvelle compréhension du sujet discuté, compréhension qu'aucun n'aurait atteinte seul.

Une première chose que nous retenons pour notre travail est donc que le processus de développement de connaissances dans les interactions doit être considéré comme dynamique et créatif. Par conséquent, questionner, mettre en doute, se confronter seront considérés comme autant d'occasions de développer des connaissances, d'approfondir les significations et de construire de manière commune une connaissance partagée. Il s'agit, pour nous, de trouver des outils permettant de mettre en évidence ce processus et d'identifier les échanges qui maximisent les chances de productivité et enfin de déterminer les conditions qui les génèrent.

D'un point de vue méthodologique, la recherche dans le cadre de l'*interthinking* conduit Mercer, Littelton et leur collègues à développer une approche méthodologique appelée *sociocultural discourse analysis* (SCDA) (Johnson et Mercer, 2019; Mercer, 2004; Mercer et Howe, 2012) dont nous reprenons en partie les fondements suivant, décrits par Littleton et Mercer (2013, p. 13) :

- L'accent est mis sur le discours en tant que forme d'activité intellectuelle, on s'intéresse donc plus au contenu du langage qu'à sa structure organisationnelle, ceci afin de mettre en évidence comment une compréhension partagée se développe dans un contexte social et au fil du temps.
- Le focus peut être mis sur le lexique ou sur la structure cohésive (ce qui fait l'unité ou la logique du dialogue). Le choix des mots ou les *pattern* de discours peuvent être observés afin de mettre en évidence la co-construction du savoir.
- L'analyse prend en compte le contexte institutionnel et contextuel dans lequel se situe la conversation afin de récolter des informations sur les connaissances que les participant·e·s

[5] Traduction : les gens sont capables de penser ensemble de manière créative et productive. Nous appelons ce processus "*interthinking*" pour souligner le fait que les gens n'utilisent pas seulement la parole pour interagir, ils inter-pensent.
[6] Traduction : deux têtes ne valent pas toujours mieux qu'une.

pourraient convoquer dans l'échange. Des connaissances qui ne sont pas explicitement évoquées peuvent donc être considérées de manière légitime.
- Cette approche n'est pas seulement concernée par le processus d'engagement cognitif commun mais également par le résultat en termes d'apprentissage et de développement.
- Elle peut impliquer des analyses qualitatives, comme l'étude d'un échange particulier entre deux protagonistes, et quantitative, comme l'étude de la fréquence de l'usage de certains mots.

Nous reprenons dans notre travail cette approche de l'analyse du discours, car elle met au centre des préoccupations le développement des connaissances et nous donne un cadre pour l'analyse. Comme le souligne Wegerif (2020), l'analyse du discours soulève de nombreuses questions de validité méthodologique et le SCDA nous donne un cadre pour questionner et réfléchir sur l'analyse et l'interprétation des dialogues.

Dans les années 1990, suite à l'analyse d'enregistrements de discours d'élèves en classe, un premier résultat du groupe *interthinking* a été de mettre en évidence trois types de discours :

- *Disputational talk* : se caractérise par des désaccords entre les personnes qui discutent et une atmosphère compétitive dans laquelle chacun prend ses propres décisions. Il y a peu de partage de ressources ou de critiques constructives, les interactions sont souvent des prises de position courtes sans justification.
- *Cumulative talk* : se caractérise par le fait que chacun accepte et est d'accord avec ce que les autres disent. Chacun exprime ses connaissances dans la conversation, mais il n'y a pas de position critique ou d'évaluation.
- *Exploratory talk* : se caractérise par le fait que chacun s'engage de manière critique mais constructive dans la conversation. Chacun apporte des informations qu'il considère comme pertinentes ; celles-ci sont questionnées et argumentées, et les membres du groupe cherchent à rejoindre un accord avant de passer à une autre étape. Il est possible pour un observateur extérieur de suivre le fil du raisonnement.

Ces différents types de discours peuvent être considérés comme différentes manières de penser ensemble. Le troisième type de discours a été jugé par les membres du groupe comme le plus « efficace sur le plan éducatif » (Littleton et Mercer, 2013, p. 16). D'un point de vue méthodologique, les chercheurs précisent que ces différents types de discours ne doivent pas être considérés comme un « schéma de codage » ou des « des catégories d'analyse » (Wegerif, 2020). Ceux-ci permettent plutôt de déterminer des éléments d'observation afin de comprendre le sens du discours en lien avec le développement de connaissances.

Ces résultats ont très largement été repris dans un grand nombre de recherches ainsi que dans une perspective de développement professionnel, notamment auprès du groupe Cambridge Educational Dialogue Reasearch (CEDIR[7]). L'objectif de cette équipe de recherche est de mieux comprendre et de fournir des outils pour développer le dialogue et la collaboration dans le contexte scolaire mais également professionnel. L'une de nos premières inspirations a été motivée par les travaux de Vermunt et ses collègues (Vermunt, Vrikki, van Halem, Warwick et Mercer, 2019; Vrikki, Warwick, Vermunt, Mercer et Van Halem, 2017; Warwick, Vrikki, Vermunt, Mercer et van Halem, 2016) qui ont catégorisé les processus dialogiques dans les groupes de LS afin de trouver des corrélations statistiques entre certaines caractéristiques dialogiques et le développement professionnel des enseignant·e·s. Ces catégories étant trop larges pour une analyse fine, nous avons été amenés à étudier les travaux d'une autre équipe du CEDIR, le groupe du Scheme for Educational Dialogue Analysis[8] (SEDA, Hennessy *et*

[7] Voir https://www.educ.cam.ac.uk/research/groups/cedir/
[8] Voir https://www.educ.cam.ac.uk/research/programmes/analysingdialogue/

al., 2016; Vrikki *et al.*, 2018) qui est à la base des grilles d'analyse que nous utilisons dans notre méthodologie.

1.2 Scheme for Educational Dialogue Analysis (SEDA)

Ce groupe de recherche a pour objectif de développer un cadre théorique afin d'analyser de manière systématique les dialogues en classe et mettre en évidence quel type de structure de dialogue il est possible d'observer dans une leçon. Leur intérêt porte plus particulièrement sur les dialogues en classe lors de moment de résolution de problèmes.

Dans cet objectif, le groupe du SEDA propose de combiner le cadre du SCDA, que nous venons de présenter, avec une approche de *linguistic ethnography* (Hennessy, 2020; Hennessy *et al.*, 2016). Citant les travaux de Gee et Green (1998), Hennessy *et al.* (2016) proposent un cadre pour le codage et l'analyse des interactions qui reprend les principes de *l'Ethnography of Communication*. Ce cadre établit des niveaux qui permettent, dans l'analyse d'une suite de tours de parole, de mettre en évidence une cohérence, en lien avec le contexte. L'objectif est de mettre en évidence le « sens du discours ». Il s'agit de « form a coherent "logic-of-inquiry" that recognises the importance of established educational process and cultural practices in shaping the meaning of teachers' and students' contributions »[9] (Hennessy *et al.*, 2016, p. 18). Ces trois niveaux d'analyse sont hiérarchiques, imbriqués, et permettent de structurer de manière systématique l'analyse des données :

- *Communicative Acts* se situent à un niveau micro, ils sont identifiés par leur fonction dans l'interaction (poser une question, justifier, etc.), correspondent en général à un énoncé produit par une personne.
- *Communicative Events* se situent à un niveau méso, ils sont définis par une série de tours de parole dans laquelle les participant·e·s, la modalité (classe, groupe, duo), le sujet, la tâche, restent constants. La définition des *Communicative Events* dépend du contexte de la recherche.
- *Communicative Situations* se situe à un niveau macro, et représente le contexte dans lequel la conversation prend place.

Le système de codage développé par le groupe SEDA se situe plus particulièrement au niveau micro, car il s'agit de caractériser les *Communicative Acts* de manière à mettre en évidence la dynamique des échanges dans la classe. Les auteurs précisent que ce système de codage implique de tenir compte de l'aspect temporel et chronologique. En effet, on ne code pas un énoncé isolé, mais un énoncé qui prend place dans la logique d'un dialogue. Il y a donc, dans le processus de codage, des allers-retours constants entre *Communicative Acts*, *Communicative Events* et *Communicative Situations* ce qui permet de garantir que l'analyse tienne compte de la logique globale du dialogue.

Si nous sommes dans un contexte différent, celui des LS, nous partageons la même problématique et le même objectif que le groupe SEDA et nous avons repris leur grille que nous avons adaptée à notre contexte, comme expliqué dans la suite.

2 Lesson Study Dialogue Analysis (LSDA)

Après avoir précisé les recherches sur lesquelles se fondent notre méthodologie d'analyse des interactions, nous présentons dans ce chapitre notre grille d'analyse. Afin de déterminer quel type de dialogue permettrait de développer des connaissances, nous avons donc opté pour une approche de type « codage » (Hennessy, 2020) qui implique de catégoriser de manière systématique toutes les

[9] Traduction : former une "logique d'enquête" cohérente qui reconnaît l'importance des processus éducatifs et des pratiques culturelles établis pour décrire la signification des contributions des enseignants et des étudiants.

interactions. Nous avons ainsi le projet de mettre en évidence des *pattern* qui seraient plus « productifs » et de montrer la structure cohésive du texte (selon l'approche de la *sociocultural discourse analysis*).

Ceci nous a conduit à réutiliser la grille du SEDA, que nous avons adaptée à notre contexte d'étude et appelée Lesson Study Dialogue Analysis (LSDA). Alors que le SEDA permet de caractériser des interactions entre enseignant·e et élèves, le LSDA s'intéresse aux interactions entre formateur·rice et enseignant·e·s.

Un long travail de codage, et de discussion en équipe a donc été nécessaire pour mettre en place, directement à partir de nos données et dans un mouvement inductif, notre grille d'analyse des interactions au sein d'une LS. Ceci a nécessité une adaptation assez radicale de la grille originale, car nous devions tenir compte de notre contexte particulier ainsi que des acteurs et de leurs intentions.

Reprenant les niveaux d'analyse de *l'Ethnography of Communication,* nous avons à un premier niveau codé chaque tour de parole (identifié comme *Communicative Acts*) afin de caractériser les interactions au moyen d'un des codes relatifs à une des catégories décrites dans le Tableau 3.

Catégorie	Commentaires
E – Exprimer ou inviter à exprimer des idées nouvelles	Cette catégorie se caractérise par le fait que l'interaction codée **E** marque l'entrée d'un nouveau sujet dans la discussion, d'une idée nouvelle, d'une observation. Nous avons distingué : - les « invitations à », généralement sous forme de questions, l'intention de l'acteur est de lancer un nouveau sujet - les apports, l'acteur exprime une observation, une idée nouvelle
Q – Susciter un développement ou un raisonnement	Cette catégorie est étroitement liée à la catégorie suivante, **R**, car elle prend place dans une suite d'échanges autour d'un sujet. L'interaction codée **Q** se réfère donc à une contribution précédente. Nous avons distingué trois intentions : - Mieux comprendre un propos factuel - Comprendre les raisons qui justifient ce qui précède - Envisager d'autres possibilités, hypothèses
R – Répondre, développer	Cette catégorie permet de caractériser une interaction qui prend place dans un échange et qui a pour intention de : - Donner une clarification, une explicitation - Donner une justification, une argumentation - Élaborer une hypothèse ou considérer une alternative Les interactions **R** peuvent se situer dans la suite d'interactions codées **Q** (voir ci-dessus), mais peuvent aussi s'enchaîner lors du développement d'une idée
P – Se positionner ou coordonner	Cette catégorie se caractérise par le fait qu'elle marque une prise de position ou une volonté de coordination par rapport aux échanges précédents de la LS. Il peut s'agir de synthétiser des idées, d'évaluer différentes perspectives, de challenger une idée ou de prendre position, d'approuver, de reconnaître un changement de position.
G – Guider	Cette catégorie se marque par le fait qu'elle a pour intention de guider le cours de l'interaction de manière générale, en encourageant le dialogue et la dynamique, en verbalisant les règles de communication pour favoriser le discours, en proposant une action immédiate ou dans le futur. L'intention peut aussi être de se poser en tant qu'expert, de donner un feedback ou de mettre le focus sur un élément particulier.

Tableau 3. Catégories des codes LSDA

Un second niveau met en évidence ce à quoi se réfèrent les *Communicative Events*. Notre objectif est de mettre en évidence des connexions qui sont faites au fil des échanges. Le codage est alors réalisé par blocs de plusieurs tours de paroles, ce qui permet de mettre en évidence une forme de séquençage des interactions. Un bloc correspond à une suite d'interactions connectées à la même référence : des

contributions précédentes, la leçon de recherche, une expérience d'enseignement, une expérience personnelle, une représentation de l'enseignement, une référence, le processus LS.

Finalement, nous avons fait le choix de coder l'ensemble du cycle LS, chaque *Communicative Acts* et *Communicative Events* peut donc être mise en lien avec les phases du processus de LS, que nous identifions ainsi comme *Communicative Situations* : choix du sujet ; étude du sujet, planification de la leçon, leçon de recherche, analyse de la leçon.

V - VERS UNE ANALYSE DES CONNAISSANCES EN LIEN AVEC LES INTERACTIONS… DES OUTILS POUR L'ANALYSE DES DONNEES

1 Questions de recherche

Nos questions de recherche s'articulent de manière heuristique autour des sujets principaux : la résolution de problème en mathématiques et le processus LS.

- Quelles sont les connaissances mathématiques pour l'enseignement liées à la résolution de problèmes qui apparaissent lors d'un processus LS ?
- Quels sont les types d'interactions dans un groupe LS liées à la construction des connaissances mathématiques pour l'enseignement ? Quels types de discours peut-on y reconnaître ?
- Comment les niveaux de connaissances évoluent-ils au fil des interactions aux niveaux micro (*Communicative Acts*), méso (*Communicative Events*) et macro (*Communicative Situations*) ?

2 Méthodologie

Pour rappel, nous analysons actuellement le travail d'un groupe LS composé de 8 enseignant·e·s dans le cadre d'un cycle LS sur la résolution de problèmes (8 rencontres de 90 minutes environ et deux leçons de recherche). Au moment où nous écrivons cet article, 3 rencontres, sur un total de 8, ont été codées intégralement, ce qui signifie qu'il n'est pas encore possible de communiquer des résultats pertinents, nos questions de recherche impliquant de prendre en compte une évolution des connaissances en lien avec les interactions sur la totalité d'un cycle LS. Le grain de nos analyses étant très fin, nous nous sommes engagés dans un travail de longue haleine, et nous allons illustrer brièvement dans la suite de cette contribution quelques éléments de notre méthodologie qui permettront d'esquisser des perspectives d'analyse et de résultats.

Afin d'investiguer ces différentes questions, nous utilisons le logiciel Transana (Woods, 2002-2021) qui permet de transcrire le dialogue des 8 rencontres et de coder les interactions selon les grilles d'analyse que nous venons de présenter. Le logiciel nous permet de garder de manière permanente un lien entre les transcriptions, l'enregistrement vidéo et nos codages (annexe 1), ce qui est nécessaire lors de la phase de codage qui implique parfois de tenir compte du ton de la voix, du contexte non verbal de l'interaction, etc. Une fois le codage terminé, il est possible de réaliser une première partie des analyses à partir de Transana, qui permet de croiser et de lier ces codes ou encore de créer des tableaux et des schémas qui donnent une vision globale des données codées. Ceci permet avant tout de mettre en avant des éléments d'analyse descriptive : temps de parole par intervenant, type de discours observé lors des différentes rencontres (*exploratory*, *cumulative* ou *disputational* talk selon le modèle de l'*Interthinking* présenté ci-dessus), types de connaissances et niveaux, etc.

Nos besoins en termes d'analyse, et notamment l'importance que nous accordons à l'aspect chronologique, nous conduisent à compléter cet outil en utilisant un tableur afin de représenter nos données de manière condensée.

1	*Communicative Event*	*Communicative Act*	Début	Durée	Locuteur	Début C	C	LSDA	CERPEM	Niveau
111		2806 Argumente: on peut profiter du problème pour différencier	0:28:06.9	19,3	E2		CB	RJ	cer	4
112	2826-2910 CM Echange lien entre Robot et Escargot	2826 Argumente: on peut faire un exercice plus facile avant	0:28:26.2	21,2	E8	0debutC	CM	RJ	cer cpm	4 4
113		2847 Demande de clarifier	0:28:47.3	2,1	E1		CM	QC		
114		2849 Echange de clarification	0:28:49.4	1,2	E8		CM	RC		
115		2850 Echange de clarification	0:28:50.7	2,7	F1		CM	RC		
116		2853 Echange de clarification	0:28:53.3	3,9	E8		CM	RC	cpm	2
117		2857 Echange de clarification	0:28:57.2	2,1	E1		CM	QJ		
118		2859 Echange de clarification	0:28:59.3	5,7	E8		CM	RJ	cpm	4
119		2904 Echange de clarification	0:29:04.9	2,8	E1		CM	RJ	cpm	4
120		2907 Echange de clarification	0:29:07.7	2,3	E8		CM	PA		
121		2910 Echange de clarification	0:29:10.0	4,9	E1		CM	EE	cer	4
122	2914-3053 CB Focus sur les difficultés importées	2914 Met le focus sur les difficultées importées	0:29:14.9	19,5	F2	0debutC	CB	GF	car cer	4
123		2934 Met le focus: est-ce qu'on enseigne à lire l'heure ou on renonce	0:29:34.4	7,6	E6		CB	GF	cer	1
124		2942 Releve qu'il y a trois attitudes possibles	0:29:42.0	63,4	F2		CB	GE	cer	5
125		3045 Approuve	0:30:45.3	2,9	E1		CB	PA		
126		3048 Humour	0:30:48.2	5,0	F2		CB	H		
127		3053 Humour	0:30:53.1	3,4	Plusieurs		CB	H		
128	3056-3140 CM Focus sur les problèmes similaires	3056 Met le focus sur les groupes de problèmes similaires	0:30:56.5	30,0	F2	0debutC	CM	GF	cpm	4
129		3126 Se réfère à la discussion sur les typologies (a1, 1731 probablem	0:31:26.5	3,2	E4		CM	EII	cpm	1
130		3129 Met le focus sur le lien que les élèves peuvent faire	0:31:29.7	7,9	F2		CM	GF	cpm	1
131		3137 Approuve	0:31:37.5	2,5	F1		CM	PA	cpm	1
132		3140 Approuve	0:31:40.0	3,7	F2		CM	PA		
133	3143-3218 CE Témoignage de la pratique de E1 : elle	3143 Exprime: lors des tests, je dis "c'est comme..."	0:31:43.7	25,4	E1	0debutC	CE	EE	cer	1

Tableau 4. Extrait de l'analyse par tableur

Nous retrouvons dans ce tableau nos codes qui se situent, comme nous venons de le présenter, à différents niveaux :

- Au niveau *Communicative Acts,* chaque tour de parole est résumé par une courte phrase (deuxième colonne) et nous retrouvons le code LSDA (huitième colonne) ainsi que les types et niveaux de connaissances (deux dernières colonnes).
- Les tours de paroles sont regroupés en *Communicative Events* (première colonne).

Ce dispositif complète l'analyse descriptive, il permet notamment d'avoir une vision des enchainements des différents *Communicative Acts* et *Communicative Events*, et d'identifier des passages significatifs en termes soit de type de discours, soit de développement des connaissances.

Afin de compléter ce point de vue principalement descriptif, nous avons opté également pour une approche quantitative à l'aide du logiciel *SPSS Modeler* selon la méthode développée par Goh, Kwek, Hogan et Cheong (2014) qui pourrait permettre de prédire, sans hypothèses préalables, le type d'interactions qui mènerait à un développement des connaissances. Cette partie des analyses reste à investiguer.

VI - CONCLUSION ET PERSPECTIVE

Actuellement à mi-parcours de notre projet de recherche, cette contribution nous a permis, premièrement, de présenter le cadre théorique auquel nous nous référons pour modéliser d'une part les connaissances relatives à l'enseignement-apprentissage de la résolution problèmes et, d'autre part, l'analyse des interactions durant une LS. Notre appropriation des différents modèles théoriques présentés s'est faite en lien avec nos objectifs de recherche et nos données, dans un processus à la fois déductif et inductif. Ceci nous a permis d'opérationnaliser nos questions de recherche et d'ancrer notre méthodologie dans un cadre théorique référencé, une première étape importante du travail de recherche.

D'un point de vue méthodologique, cet ancrage théorique, principalement anglophone, nous donne accès à des grilles d'analyses, des méthodologies que nous avons reprises afin de les adapter à notre contexte d'étude. Nous avons pu montrer dans cet article que, dans la suite de ces travaux, notre

recherche a abouti au développement d'une batterie d'outils qui sont spécifiques à l'analyse des interactions dans un contexte LS.

Il s'agit à présent pour notre équipe de recherche de terminer de coder les 8 rencontres. Comme précisé, nos questions portant sur l'évolution des connaissances au fil de la LS, c'est une condition nécessaire avant de pouvoir réaliser nos analyses. Nous tenons à préciser que les analyses qui impliquent une approche de type « codage systématique » (tous les tours de parole sont codés) comme celle que nous avons entrepris sont très coûteuses en temps. Cependant, elles permettent une analyse à un grain très fin des interactions en lien avec l'évolution des connaissances. De plus, une fois les données codées, cette approche systématique offre la possibilité de les questionner de diverses manières, ce qui apporte une grande richesse au niveau des analyses.

Au-delà des questions de recherches présentées ici, les données élaborées grâce à nos grilles permettent en effet de répondre à bien d'autres questions en lien avec le processus LS. Nous pensons notamment au rôle du facilitateur·rice ou aux effets de ses interventions par rapport à l'évolution des connaissances dans une LS. Au terme du travail d'analyse et de la diffusion des résultats, nous espérons pouvoir contribuer à des questions de formations en mettant en évidence quels types d'intervention sont favorables au développement des connaissances ou, plus généralement, développer des outils qui pourraient accompagner les facilitateur·rice·s lors des LS. Nous inspirant des travaux de l'équipe du SEDA qui a développé, sur la base de leur recherche, des outils pour les enseignant·e·s afin de favoriser le dialogue dans les classes, nous espérons pouvoir apporter des éléments de réponses qui pourront servir les formations des facilitateur·rice·s, comme celle développée par le laboratoire 3LS[10].

VII - BIBLIOGRAPHIE

Akiba, M., Murata, A., Howard, C. C. et Wilkinson, B. (2019). Lesson study design features for supporting collaborative teacher learning. *Teaching and Teacher Education, 77*, 352-365.

Amador, J. et Weiland, I. (2015). What preservice teachers and knowledgeable others professionally notice during lesson study. *The Teacher Educator, 50*(2), 109-126.

Ball, D. L. (2017). Uncovering the Special Mathematical Work of Teaching. In G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME, 13*, 11-34. Cham: Springer International Publishing.

Ball, D. L., Thames, M. H. et Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. doi:10.1177/0022487108324554

Balslev, K. et Saada-Robert, M. (2006). Les microgenèses situées. Unités et procédés d'analyse inductive-déductive. *Recherches qualitatives, 26*(2), 85-109. Repéré à https://archive-ouverte.unige.ch/unige:94564

Bjuland, R. et Helgevold, N. (2018). Dialogic processes that enable student teachers' learning about pupil learning in mentoring conversations in a Lesson Study field practice. *Teaching and Teacher Education, 70*, 246-254. doi:10.1016/j.tate.2017.11.026

Borko, H., Koellner, K. et Jacobs, J. (2014). Examining novice teacher leaders' facilitation of mathematics professional development. *The Journal of Mathematical Behavior, 33*, 149-167.

[10] Voir www.hepl.ch/foffa

Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT (2013–2015 Issues)*, *3*(1), 19-36. Repéré à https://pdfs.semanticscholar.org/327b/973f1bccfc73f888aad4532f4c3b98f16a24.pdf

Clerc-Georgy, A. et Clivaz, S. (2016). Evolution des rôles entre chercheurs et enseignants dans un processus lesson study: quel partage des savoirs? In F. Ligozat, M. Charmillot et A. Muller (Eds.), *Le partage des savoirs dans les processus de recherche en éducation* (189-208). Série Raisons Educatives, n°20. Bruxelles: De Boeck.

Clivaz, S. (2014). *Des mathématiques pour enseigner? Quelle influence les connaissances mathématiques des enseignants ont-elles sur leur enseignement à l'école primaire?* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? [Lesson Study? What's that?]. *Math-Ecole, 224*, 23-26. Repéré à http://www.revue-mathematiques.ch/files/2614/6288/8786/ME224_Clivaz.pdf

Clivaz, S. (2018). Développement des connaissances mathématiques pour l'enseignement au cours d'un processus de lesson study. In T. Barrier et C. Chambris (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2016* (287-302). Paris: IREM de Paris – Université Paris Diderot.

Clivaz, S. et Ni Shuilleabhain, A. (2019). What knowledge do teachers use in Lesson Study? A focus on mathematical knowledge for teaching and levels of teacher activity. In R. Huang, A. Takahashi et J. P. da Ponte (Eds.), *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective* (419-440). Cham: Springer International Publishing.

Clivaz, S. et Takahashi, A. (2018). Mathematics Lesson Study around the world: Conclusions and looking ahead. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. P. da Ponte, A. Ni Shuilleabhain et A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues* (153-164). Cham, Switzerland: Springer.

Cooper, J. (2014). Mathematical Discourse for Teaching: A Discursive Framework for Analyzing Professional Development. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2337-2344.

Filliettaz, L. (2014). L'interaction langagière: un objet et une méthode d'analyse en formation d'adultes. *Recherches en formation des adultes: un dialogue entre concepts et réalité*, 127-162.

Gee, J. P. et Green, J. L. (1998). Chapter 4: Discourse Analysis, Learning, and Social Practice: A Methodological Study. *Review of Research in Education, 23*(1), 119-169. doi:10.3102/0091732x023001119

Goh, W. P., Kwek, D., Hogan, D. et Cheong, S. A. (2014). Complex network analysis of teaching practices. *EPJ Data Science, 3*(1), 36. doi:10.1140/epjds/s13688-014-0034-9

Hart, L. C. et Carriere, J. (2011). Developing the habits of mind for a successful Lesson Study community. In L. C. Hart, A. S. Alston et A. Murata (Eds.), *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education* (27-38). Dordrecht: Springer Netherlands.

Hennessy, S. (2020). Analytical Coding Schemes for Classroom dialogue. In R. Kershner, S. Hennessy, R. Wegerif et A. Ahmed (Eds.), *Research methods for educational dialogue* (95-134). London: Bloomsbury Academic.

Hennessy, S., Rojas-Drummond, S., Higham, R., Márquez, A. M., Maine, F., Ríos, R. M., (. . .), Barrera, M. J. (2016). Developing a coding scheme for analysing classroom dialogue across educational contexts. *Learning, Culture and Social Interaction, 9*, 16-44. doi:10.1016/j.lcsi.2015.12.001

Huang, R., Takahashi, A. et da Ponte, J. P. (Eds.). (2019). *Theory and practices of lesson study in mathematics: An international perspective* : ZDM, Springer.

Johnson, M. et Mercer, N. (2019). Using sociocultural discourse analysis to analyse professional discourse. *Learning, Culture and Social Interaction, 21*, 267-277. doi:https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2019.04.003

Kershner, R., Hennessy, S., Wegerif, R. et Ahmed, A. (2020). *Research methods for educational dialogue*. London: Bloomsbury Academic.

Lewis, C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Philadelphia: Research for Better Schools.

Lewis, C. (2015). What is improvement science? Do we need it in education? *Educational Researcher, 44*(1), 54-61.

Lewis, C. et Hurd, J. (2011). *Lesson study step by step: how teacher learning communities improve instruction*. Portsmouth (US): Heinemann.

Lewis, J. M. (2016). Learning to lead, leading to learn: How facilitators learn to lead lesson study. *ZDM*, 1-14. doi:10.1007/s11858-015-0753-9

Little, J. W. (2002). Locating learning in teachers' communities of practice: opening up problems of analysis in records of everyday work. *Teaching and Teacher Education, 18*(8), 917-946. doi:https://doi.org/10.1016/S0742-051X(02)00052-5

Littleton, K. et Mercer, N. (2013). *Interthinking: Putting talk to work* : Taylor et Francis.

Margolinas, C. (2002). Situations, milieux, connaissances: Analyse de l'activité du professeur. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (Eds.), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques* (141-155). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Mercer, N. (2004). Sociocultural discourse analysis: analysing classroom talk as a social mode of thinking. *Journal of Applied Linguistics, 1*(2), 137–168. doi:https://doi.org/10.1558/japl.v1.i2.137

Mercer, N. et Howe, C. (2012). Explaining the dialogic processes of teaching and learning: The value and potential of sociocultural theory. *Learning, Culture and Social Interaction, 1*(1), 12-21. doi:https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2012.03.001

Mondada, L. (2005). *Chercheurs en interaction: comment émergent les savoirs* (Vol. 28). Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual Overview of Lesson Study. In L. C. Hart, A. S. Alston et A. Murata (Eds.), *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education* (1-12). New York: Springer.

Schipper, T., Goei, S. L., de Vries, S. et van Veen, K. (2017). Professional growth in adaptive teaching competence as a result of Lesson Study. *Teaching and Teacher Education, 68*, 289-303. doi:10.1016/j.tate.2017.09.015

Stepanek, J., Appel, G., Leong, M., Turner Mangan, M. et Mitchell, M. (2007). *Leading lesson study: A practical guide for teachers and facilitators*. Thousands Oaks (CA): Corwin Press.

Stigler, J. W. et Hiebert, J. (1999). *The teaching gap. Best ideas from the worlds teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.

Takahashi, A. (2014). The Role of the Knowledgeable Other in Lesson Study: Examining the Final Comments of Experienced Lesson Study Practitioners. *Mathematics Teacher Education and Development, 16*, 4-21.

Takahashi, A. et McDougal, T. (2018). Collaborative Lesson Research (CLR). In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. P. da Ponte, A. Ni Shuilleabhain, A. Takahashi et T. Fujii (Eds.), *Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues*. Cham, Switzerland: Springer.

Vermunt, J. D., Vrikki, M., van Halem, N., Warwick, P. et Mercer, N. (2019). The impact of Lesson Study professional development on the quality of teacher learning. *Teaching and Teacher Education: An International Journal of Research and Studies, 81*(1), 61-73.

Vrikki, M., Kershner, R., Calcagni, E., Hennessy, S., Lee, L., Hernández, F., (. . .), Ahmed, F. (2018). The teacher scheme for educational dialogue analysis (T-SEDA): developing a research-based observation tool for supporting teacher inquiry into pupils' participation in classroom dialogue. *International Journal of Research et Method in Education*, 1-19. doi:10.1080/1743727X.2018.1467890

Vrikki, M., Warwick, P., Vermunt, J. D., Mercer, N. et Van Halem, N. (2017). Teacher learning in the context of Lesson Study: A video-based analysis of teacher discussions. *Teaching and Teacher Education, 61*, 211-224. doi:10.1016/j.tate.2016.10.014

Warwick, P., Vrikki, M., Vermunt, J. D., Mercer, N. et van Halem, N. (2016). Connecting observations of student and teacher learning: an examination of dialogic processes in Lesson Study discussions in mathematics. *ZDM*, 1-15. doi:10.1007/s11858-015-0750-z

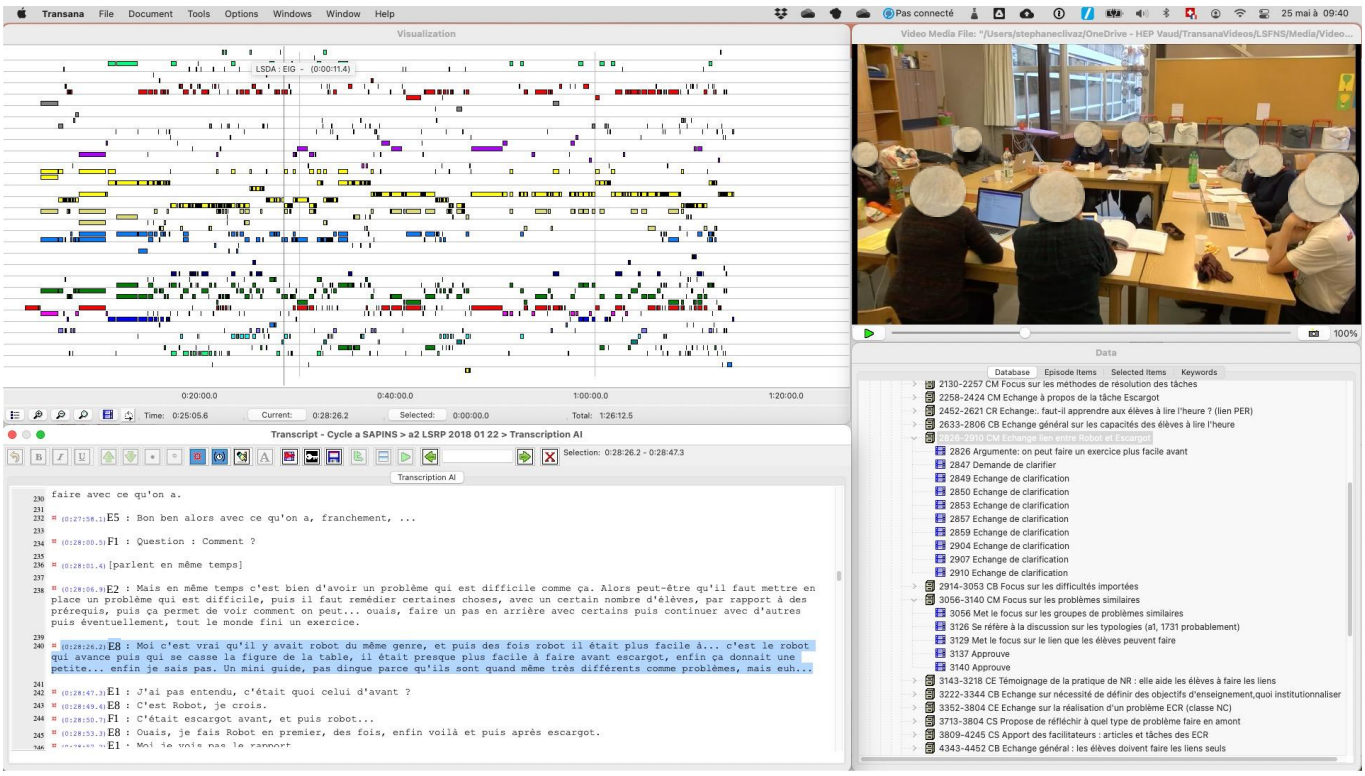
Watanabe, T. et Wang-Iverson, P. (2005). The role of knowledgeable others. In P. Wang-Iverson et M. Yoshida (Eds.), *Building our understanding of lesson study* (85-92). Philadelphia, PA: Research for Better Schools.

Wegerif, R. (2020). Orientations and ground rules: A framework for researching educational dialogue. In R. Kershner, S. Hennessy, R. Wegerif et A. Ahmed (Eds.), *Research methods for educational dialogue* (27-46). London: Bloomsbury Academic.

Woods, D. K. (2002-2021). Transana (Version 4.00-Professional-Mac). Repéré à http://www.transana.org/

VIII - ANNEXES

Annexe 1 : Aperçu du logiciel Transana



LES CONCEPTS DIDACTIQUES COMME OUTILS DE CONCEPTION POUR L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE EN EDUCATION

Marie-Caroline CROSET
IREM de GRENOBLE
PRAG, INSPE Université Grenoble Alpes
Marie-Caroline.Croset@univ-grenoble-alpes.fr

Sophie SOURY-LAVERGNE
IREM de GRENOBLE
Maître de Conférences HDR, INSPE Université Grenoble Alpes
Institut Français de l'Education ENS de Lyon
Sophie.Soury-Lavergne@univ-grenoble-alpes.fr

Sophie TEROUANNE
IREM de GRENOBLE
PRAG, INSPE Université Grenoble Alpes
Sophie.Terouanne@univ-grenoble-alpes.fr

Le partenariat d'innovation initié en 2019 par le MENJ a lancé des équipes d'industriels de la EdTech et des chercheurs dans la conception et l'expérimentation d'assistants pédagogiques basés sur l'Intelligence Artificielle pour l'apprentissage des mathématiques.
Une équipe de l'IREM de Grenoble a contribué au développement de l'assistant Smart Enseigno, en créant un référentiel de connaissances et compétences des mathématiques au cycle 2, sur les domaines du nombre, du calcul et de la géométrie. Pour cela, elle s'appuie sur des concepts didactiques qui apparaissent comme des outils opérationnels de production. Les concepts mobilisés sont issus de la TAD (Bosch & Chevallard, 1999) en utilisant le modèle T4tel (Chaachoua, 2020 ; Chaachoua & Bessot, 2016). Le référentiel produit, sous forme d'un arbre, permet de générer des graphes exploitables par l'intelligence artificielle et de construire des parcours d'apprentissage pour les élèves. Nous montrons comment la construction de ce référentiel a suscité des questions didactiques sur le choix de modélisation des connaissances et leur articulation, et quels choix nous avons opérés.

Lauréat du « Partenariat d'Innovation Intelligence Artificielle » (P2IA), le projet Smart Enseigno propose d'apporter aux élèves de cycle 2 et à leurs enseignants un environnement intelligent d'apprentissage qui permet la personnalisation des apprentissages. Formatrices INSPE et didacticiennes des mathématiques, nous avons souhaité participer à ce projet car il nous a semblé offrir l'occasion d'un travail collectif et d'une réflexion professionnelle en lien avec notre expertise mathématique et didactique. Nous avons monté un groupe IREM pour prendre en charge un des volets de la conception de cet assistant, celui du référentiel de connaissances et compétences caractérisant le contenu mathématique de Smart Enseigno et

ainsi répondre à la demande de la EdTech[1] grenobloise Cabrilog, en charge de la production des exercices et problèmes au sein du consortium de partenaires menés par Educlever. Lancé en octobre 2019, le projet a finalisé un outil mis effectivement à la disposition des enseignants français à la rentrée 2021 : www.smartenseigno.fr

Dans une première partie de cette communication[2], nous présentons le projet général, les principes qui ont guidé notre contribution et le cadre théorique dans lequel nous nous sommes placées pour élaborer le référentiel de connaissances et compétences. Dans une deuxième partie, nous expliquons comment l'implémentation de ces principes a pu être menée et quelles questions elle a posées, en les illustrant sur des exemples concrets issus du projet. Enfin, dans une troisième partie, nous présentons des vues du référentiel de connaissances et compétences ainsi produit.

I - UN REFERENTIEL DE CONNAISSANCES ET COMPETENCES EN MATHEMATIQUES

L'assistant Smart Enseigno est une collection d'exercices et de problèmes, mobilisables soit manuellement par l'enseignant soit automatiquement par l'intelligence artificielle (IA) pour proposer des parcours d'apprentissage adaptés à chaque élève. Actuellement, sont disponibles plus de 260 ressources distinctes dont certaines caractéristiques, notamment les valeurs numériques, sont déterminées aléatoirement à chaque nouvel affichage. Engageant le plus souvent l'élève dans une résolution de problème grâce à des manipulations d'objets à l'interface, chaque ressource est rattachée à une connaissance ou compétence qu'elle permet de faire apprendre ou d'entrainer, après identification de la connaissance ou compétence mobilisée pour résoudre le problème proposé dans la ressource.

1 Aperçu de l'assistant Smart Enseigno

À partir de l'écran d'accueil (Figure 1), l'enseignant accède à une vision globale des compétences, qui peuvent être proposées par le logiciel aux élèves de sa classe (plus de 700 compétences sont travaillées, cette communication permettra au lecteur de se faire une idée précise des compétences en jeu). Pour l'enseignant, cette vue d'ensemble est détaillée dans la partie basse en compétences non acquises (Figure 1, en bas à gauche), compétences en cours d'acquisition (Figure 1, en bas au milieu) et compétences acquises (Figure 1, en bas à droite). S'il sélectionne un des élèves (Figure 1, en haut à gauche), il accède au détail du profil d'acquisition de cet élève et peut obtenir des suggestions de la part de Smart Enseigno sur les ressources à proposer à cet élève.

L'interface de Smart Enseigno permet également à l'enseignant d'explorer et tester la collection d'exercices et de problèmes, comme nous allons le décrire dans la section suivante (voir également dans ces actes la communication de C. Laborde relative aux ressources rattachées au référentiel dans Smart Enseigno).

2 Les Compétences et Connaissances de Smart Enseigno

L'enseignant qui utilise Smart Enseigno peut créer des parcours d'apprentissage pour ses élèves en choisissant des exercices et problèmes qu'il associe librement (création manuelle). Il peut aussi sélectionner

[1] Le terme EdTech désigne une entreprise spécialisée les technologies numériques permettant de faciliter l'enseignement et l'apprentissage.

[2] La communication est disponible en vidéo à cette adresse https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/19951-copirelem2021-terouanne-croset-et-soury-lavergne-communicationc18/

directement les compétences et les connaissances qu'il veut leur faire travailler et laisser Smart Enseigno déterminer automatiquement les exercices ou problèmes le permettant (création automatique de parcours). Dans ce cas, l'enseignant doit pouvoir choisir une connaissance ou compétence à travailler parmi celles disponibles. Smart Enseigno lui offre la possibilité de le faire en cheminant dans une arborescence qui organise les connaissances et compétences par domaines, thèmes puis compétences de plus en plus fines.

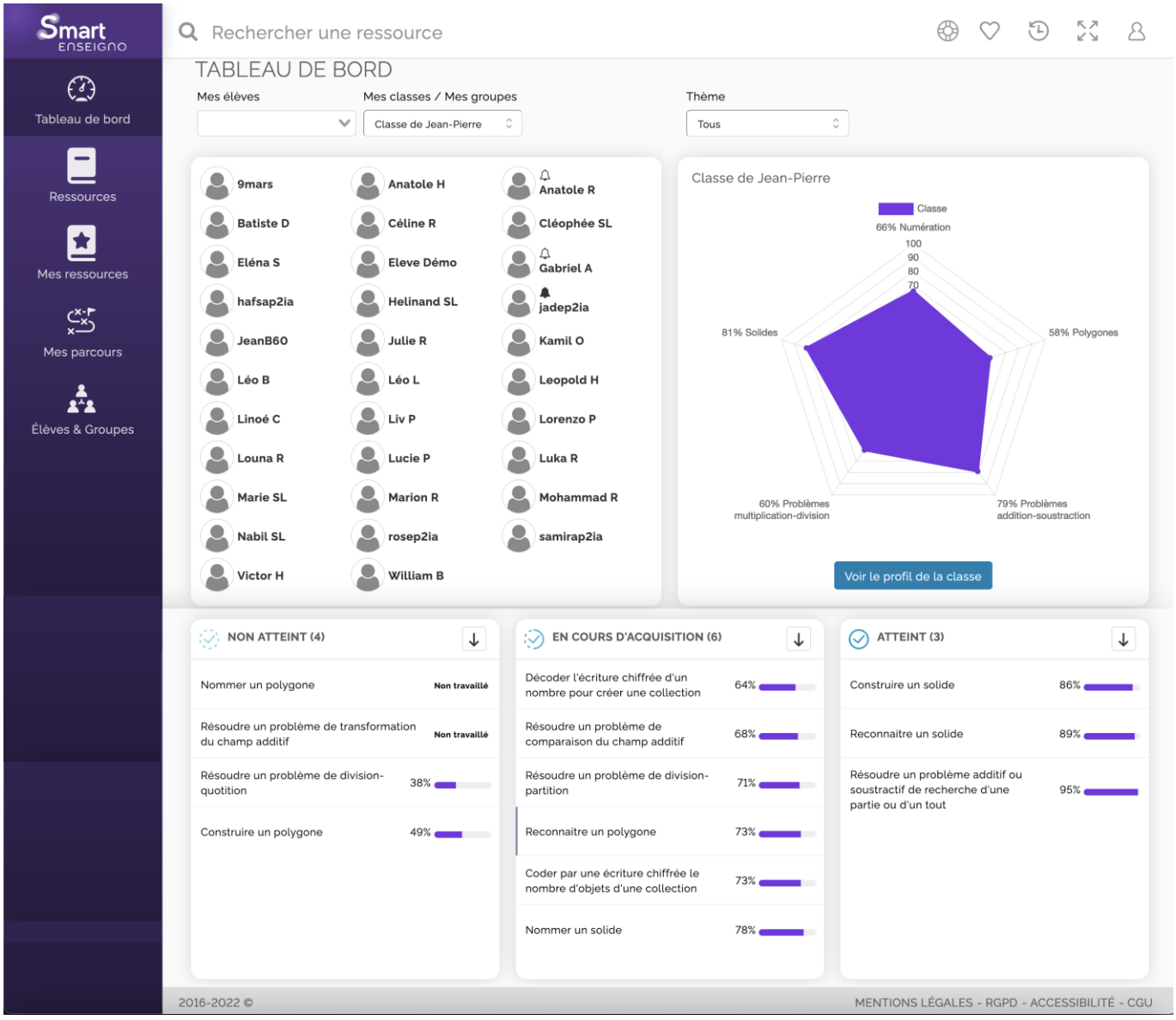


Figure 1. Accueil sur Smart Enseigno, compte enseignant. Le graphique radar donne une vue d'ensemble des compétences des élèves de la classe de l'enseignant Jean-Pierre, en bas le détail des compétences non atteintes (à gauche), en cours d'acquisition (au centre) et acquises (à droite).

Par exemple (cf. Figure 2), dans le domaine Nombres et Calcul, l'enseignant peut choisir d'abord les problèmes du champ additif, puis les problèmes de comparaison, puis la taille des nombres, puis s'il s'agit du calcul de la valeur d'un des états ou de la comparaison elle-même, et enfin, si la présentation du problème est cohérente avec l'opération à effectuer ou pas. Une fois la compétence cochée, elle apparaît dans la liste des compétences sélectionnées. Elle sera prise en compte pour générer un parcours, c'est-à-dire une liste d'exercices et problèmes que l'enseignant pourra encore modifier avant de l'envoyer à tout ou partie de ses élèves.

Il a donc fallu déterminer les compétences et connaissances traitées par Smart Enseigno et concevoir une organisation de leurs relations. Pour l'enseignement et l'apprentissage, il est utile de considérer des relations de nature différente. La relation parent-enfant hiérarchise les compétences des plus générales aux plus détaillées. Par exemple, « Résoudre un problème de comparaison du champ additif avec des nombres inférieurs à 100 » est un enfant du parent « Résoudre un problème de comparaison du champ additif ». Les autres natures de relations entre compétences sont présentées en section III. Dans Smart Enseigno, on appelle « *référentiel* », cet ensemble organisé de compétences et connaissances. Pour que ce référentiel soit utilisable à la fois par les humains (enseignants ou autres utilisateurs) et par les algorithmes d'IA, il a été organisé sous la forme d'un graphe dans lequel les sommets sont les compétences et les arêtes sont les relations existantes entre compétences. Une extraction du référentiel sous la forme d'un arbre selon la relation parent-enfant est présentée dans l'interface enseignant (Figure 2).

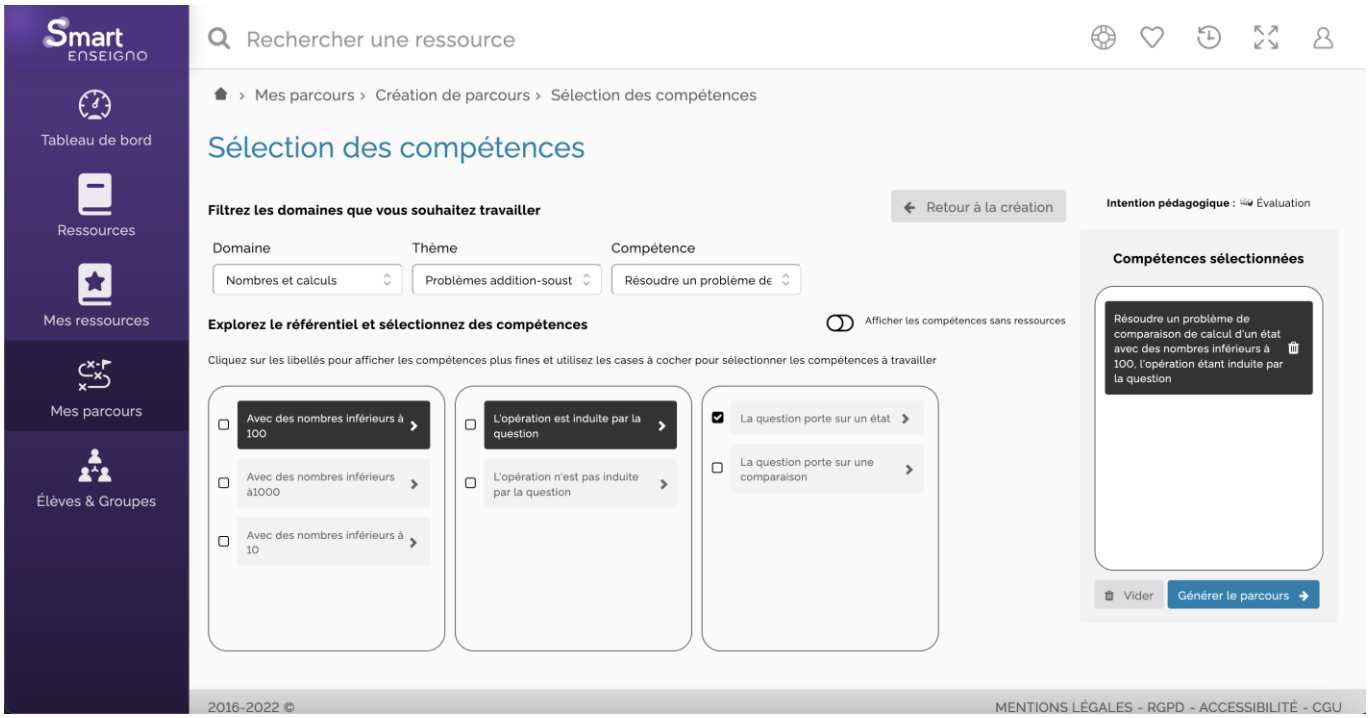


Figure 2. Navigation dans les compétences et connaissances de Smart Enseigno. L'enseignant a sélectionné la résolution de problèmes de comparaison, avec des nombres inférieurs à 100 dont la question porte sur un des états. Démonstration en ligne : https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/19787-smart-enseigno-navigation-dans-le-referentiel-de-competences-mathematiques-du-cycle-2/

3 Les contraintes et caractéristiques du référentiel

Notre groupe de formatrices et chercheuses de l'IREM de Grenoble a créé ce référentiel de connaissances et compétences en mathématiques pour le cycle 2. Le besoin pour le projet était un référentiel qui soit à la fois, utilisable par l'IA comme moyen d'organisation des ressources et de suivi des élèves, accessible aux utilisateurs humains via un navigateur dans la plateforme et conforme aux programmes et aux instructions officielles.

3.1 Les choix, principes et outils didactiques

Pour réaliser ce référentiel, nous avons eu à faire des choix répondant à un ensemble de contraintes :

D'abord une contrainte de ***faisabilité***, en particulier le référentiel devait être réalisé dans la durée courte de la première phase du projet (un an). Ainsi, nous avons sélectionné seulement certains des domaines du programme : celui de la numération, car il s'agit d'une partie importante du programme de cycle 2 pour les enseignants, celui de la géométrie pour tirer avantage des ressources de géométrie dynamique Cabri et celui de la résolution de problème pour répondre aux attentes institutionnelles.

Une contrainte évidente de ***qualité/pertinence*** qui nous a conduit à élaborer le référentiel en exploitant les résultats didactiques qui font consensus, sur lesquels nous reviendrons en section II 1.

Une contrainte d'***exhaustivité*** dans les domaines retenus : pour nous assurer de couvrir effectivement les connaissances et compétences des domaines, nous avons pris en compte les principales situations didactiques.

Enfin, une contrainte d'***utilisabilité*** à multiples facettes : le référentiel devait être exploitable par l'intelligence artificielle pour le diagnostic et la navigation, mais aussi par les concepteurs des exercices et problèmes pour l'indexation de ces ressources, et par les utilisateurs-enseignants pour la création de parcours pour leurs élèves.

A la commande d'un référentiel de compétences et connaissances, nous avons répondu en termes de problèmes, situations et variables didactiques et finalement avec un système de tâches. En effet, il s'est agi de décrire ce que l'élève sait faire ou doit savoir faire, c'est-à-dire quelles sont les situations et leurs caractéristiques que l'élève maitrise ou doit maitriser, plutôt que d'établir un catalogue de notions mathématiques à faire acquérir. En cela nous nous inscrivons dans la tradition didactique de Gérard Vergnaud pour qui « *La résolution du problème est la source et le critère du savoir opératoire* » (Vergnaud, 1986, p. 26). Ainsi le savoir opératoire est généré, chez l'élève, par la résolution de problèmes (la source) et il est caractérisé et décrit par les problèmes que ce savoir permet de résoudre (le critère). Avec la théorie des champs conceptuels (1990), Vergnaud établit qu'il y a dualité entre décrire la connaissance d'un sujet et décrire les problèmes que sait résoudre ce sujet. C'est pourquoi, l'entrée pour la conception du référentiel a été celle des tâches et de leurs caractéristiques.

3.2 Le cadre théorique T4TEL

Le fondement théorique de l'élaboration du référentiel est fourni par les travaux de Chaachoua qui a étendu l'utilisation du modèle praxéologique (Bosch & Chevallard, 1999) de la Théorie Anthologique du Didactique, permettant jusqu'alors de modéliser les connaissances institutionnelles, pour intégrer les connaissances de l'élève. Il a cherché à formaliser ce modèle afin qu'il soit implémentable dans des environnements informatiques. Il a ainsi développé le cadre T4TEL, T4 se référant au quadruplet praxéologique (Type de tâches, Technique, Technologie, Théorie) et TEL à Technology Enhanced Learning (Chaachoua, 2020 ; Chaachoua & Bessot, 2016). Ce cadre permet de décrire les praxéologies sous forme d'arbres et a déjà été utilisé sur des projets de cartographie des connaissances (par exemple, le projet « Cartographie des savoirs » (Chaachoua, 2019)).

L'idée de T4TEL est de générer un référentiel de connaissances en listant des générateurs de types de tâches. Un générateur de types de tâches est constitué d'un type de tâches générique et d'une liste de variables et de valeurs associées (Figure 3). Le type de tâches générique est constitué d'un verbe d'action et d'un complément. Il est donc très large voire imprécis. Par exemple, « Comparer des nombres », « Additionner des nombres » sont des types de tâches génériques. Pour obtenir le générateur de types de tâches, on leur associe des variables qui peuvent être didactiques, épistémologiques ou institutionnelles (Chaachoua, 2020 ; Chaachoua & Bessot, 2016). Par exemple, on peut préciser le type « Comparer des nombres » grâce à la variable « Nature des nombres » (qui pourrait prendre les valeurs « Entiers », « Décimaux » …) ou la variable « Type de représentation » (qui pourrait prendre les valeurs « Code arabe », « Code verbal » …) ou encore la variable « Taille des nombres » (qui pourrait prendre des valeurs d'intervalles tels que [0 ; 10], [0 ; 100] …), pour ne citer qu'elles. Ces variables et leurs valeurs dépendent du niveau d'apprentissage, des objectifs visés et, plus généralement, des choix du chercheur et de ses questions de recherche.

Ainsi, à partir d'un type de tâches générique, d'un choix de variables didactiques et de valeurs possibles pour ces variables, nous obtenons un générateur de types de tâches. Par exemple, le générateur [Comparer des nombres ; Nature des nombres, Type de représentation, Taille des nombres] permet de générer, entre-autres :

- le type de tâches [Comparer des nombres ; Entiers, Code Arabe, [0 ;10]] : autrement dit, la comparaison des nombres entiers, écrits en chiffres et de valeurs comprises entre 0 et 10 ;
- ou le type de tâches [Comparer des nombres ; Entiers, Code Verbal, [0 ;10]] : autrement dit, la comparaison des nombres entiers, donnés à l'oral et de valeurs comprises entre 0 et 10.

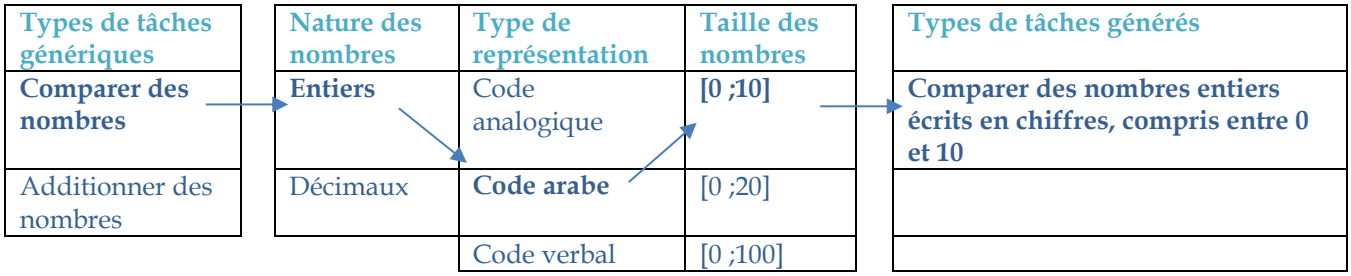


Figure 3. Exemple d'un type de tâches généré par l'association d'un type de tâches générique à des valeurs de variables.

La difficulté du chercheur est de trouver la granularité adaptée à sa question de recherche, de lister de manière exhaustive cet ensemble de générateurs de types de tâches et d'associer de manière pertinente un choix de variables et de valeurs. Pour répondre à l'ensemble de contraintes identifiées, nous avons donc sélectionné et décrit les problèmes et situations en termes de types de tâches génériques, de variables didactiques et de valeurs associées. Ce jeu sur les variables didactiques a été le moyen d'obtenir un référentiel à la fois suffisamment détaillé pour permettre un diagnostic pertinent par l'IA, suffisamment synthétique pour indexer et rattacher plusieurs ressources à une même compétence et enfin lisible et compréhensible par les enseignants.

II - IMPLEMENTATION DES PRINCIPES DIRECTEURS

Pour présenter tout à la fois notre référentiel et la philosophie qui nous a guidées, nous proposons d'illustrer l'implémentation des principes directeurs cités ci-avant par différentes parties de la production.

1 Partir des résultats didactiques qui font consensus – exemple de la résolution de problèmes

Un des principes qui réunissait les membres de l'équipe de l'IREM était de partir des travaux existants et qui font consensus dans la communauté didactique. Prenons le cas de la résolution de problèmes arithmétiques, thème important du cycle 2. Le cadre de la Théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990) permet une première liste de types de tâches génériques. Nous avons, par exemple, les types de tâches génériques : « Résoudre des problèmes de partie-tout », « Résoudre des problèmes de transformation » et « Résoudre des problèmes de comparaison ». À ce stade, se pose déjà la question de la granularité : pourquoi ne pas avoir choisi le type de taches encore plus générique « Résoudre des problèmes du champ additif » ? Notre problématique porte sur la conception d'un outil qui doit être accessible à l'enseignant d'élèves de cycle 2. Cela signifie qu'il faut avoir le niveau de description adapté à une pratique de classe. Lorsque l'enseignant fait un choix de séance ou d'exercice, c'est au niveau du type de problème et non du champ conceptuel qu'il se place.

À ce choix de granularité effectué pour les types de tâches génériques, s'ajoute celui des variables associées. Nous sommes alors confrontées à une dualité entre la nécessité d'être en accord avec les attentes actuelles institutionnelles (en particulier, les programmes scolaires), l'anticipation de changement potentiel de ces attentes (changement qui peut survenir avant même la finalisation de l'outil conçu) et enfin la prise en compte de travaux didactiques plus récents (par exemple, ceux de Sander (Richard & Sander, 2015; Sander, 2018)). Ainsi, nous avons fait le choix de proposer des problèmes de comparaison dès le CP (le Cours Préparatoire est la première classe de l'école élémentaire française, 4e année d'instruction obligatoire en France, les élèves ont environ 6 ans) anticipant de quelques mois les

préconisations du guide orange CP[3]. Nous avons aussi fait le choix de proposer des problèmes avec une mais aussi deux étapes de transformation ou avec deux voire trois parties d'un tout. Par exemple, l'énoncé « Hugo a trois billes. Il gagne d'abord deux nouvelles billes. Il gagne ensuite une autre bille. Combien en a-t-il au total ? » relève du type de tâches « Résoudre des problèmes de transformation » et la variable « nombre de transformations » prend, ici, la valeur « 2 ».

2 Utiliser les variables didactiques – exemple en numération

2.1 Coder une quantité par un nombre

Nous allons voir maintenant comment se construit la liste de variables et de valeurs associées et les choix que nous avons opérés. Prenons un exemple en numération : une situation de dénombrement dans laquelle il s'agit d'associer un nombre à une quantité.

Nous avons appelé ce type de tâches « Coder une quantité par un nombre », en référence aux travaux de Fayol (2012) qui privilégie le terme « coder » au terme « dénombrer » qui est ambigu, ce dernier pouvant faire référence à la technique de comptage de 1 en 1 comme à toutes procédures permettant de répondre à la question « combien d'objets a cette collection ? ». On retrouve dans le référentiel la situation réciproque qui consiste à « décoder », c'est-à-dire créer une collection de cardinal donné.

Il s'agit d'une grande famille de situations pour laquelle les techniques mobilisables sont très diverses selon les caractéristiques de la situation, en particulier selon les variables didactiques.

2.2 Variables et valeurs

Les contraintes d'utilisabilité par l'IA, par les concepteurs de ressources et par les utilisateurs-enseignants nous ont amenées à sélectionner de façon optimale des variables didactiques et leurs valeurs de façon à obtenir un référentiel à la fois suffisamment détaillé pour permettre un diagnostic pertinent par l'IA et suffisamment synthétique pour indexer des ressources.

Pour le type de tâches « Coder une quantité par un nombre », on peut identifier a priori un grand nombre de variables, mais seules quatre d'entre elles sont considérées dans le référentiel : la taille des nombres (cardinal de la collection en jeu), l'état de groupement de la collection pour faire travailler sur les groupements et le principe décimal, la présence de zéros dans l'écriture du cardinal et la représentation des groupements pour faire travailler sur le principe de position et le type de représentation des groupements. Comme décrit dans la section I- précédente, ces choix sont liés à des travaux en didactique. Sur cet exemple, ce sont principalement les travaux de Tempier (Houdement & Tempier, 2019 ; Tempier, 2016) qui nous ont guidés, ainsi que ceux de l'IFE sur le jeu du Chiffroscope (Soury-Lavergne et al., 2020).

On retrouve dans le tableau ci-après (Figure 4) les valeurs que nous avons retenues pour ces variables.

Taille des nombres	État groupement de la collection	Présence de zéros	Représentation des groupements
[0 ; 30]	Groupée	Aux unités	Unités visibles dans le groupement
[31 ; 99]	Partiellement groupée	Intercalé	Matérialisé par un nouvel objet de dimension proportionnelle
[100 ; 999]	Absence de groupements	Aucun	Matérialisé par un nouvel objet de dimension non proportionnelle
[1000 ; 9999]			

Figure 4. Variables didactiques et valeurs retenues pour le type de tâches « coder une quantité par un nombre »

[3] « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes » paru en 2021 : https://eduscol.education.fr/document/3738/download

Il est à noter que certains choix de valeurs, initialement déterminés en cohérence avec les objectifs des programmes, ont dû être adaptés suite à un retour d'expérimentation menée par l'IFÉ dans le cadre du projet. Par exemple, concernant la variable « Taille des nombres », les distinctions des intervalles [0 ; 10], [10 ; 20] et [0 ; 100] sont nécessaires pour proposer des ressources adaptées et acceptables en début de CP alors que seuls les intervalles [0 ; 10] et [0 ; 100], conformes au programme, étaient initialement proposés.

D'autres variables didactiques ne sont pas prises en compte explicitement dans le référentiel, ni lors de l'indexation des ressources, ni pour la navigation. Cependant, elles sont implicites dans les ressources produites et leurs valeurs sont choisies par les concepteurs d'activités Smart Enseigno. Pour ces autres variables identifiées mais non retenues (Figure 5), nous avons proposé des valeurs préférentielles qui ont été ou non suivies par les concepteurs. Par exemple, dans une ressource qui consiste à dénombrer une collection, les objets peuvent être déplaçables ou pas. Les ressources de Smart Enseigno mettant l'accent sur la manipulation, les objets de la collection sont toujours déplaçables. Autre exemple, les objets de la collection auraient pu être des cubes (notre valeur préférentielle) mais les concepteurs d'activités ont privilégié une collection d'objets familiers avec des carreaux de chocolat.

Code	Objets déplaçables	Type d'objets
Code arabe	*Oui*	**Cube**
Code analogique	Non	Jeton
Code verbal	**Variable**	*Objet familier*
		Son

Figure 5. Exemples de variables didactiques non explicitées dans le référentiel pour le type de tâches « coder une quantité par un nombre » Valeurs préférentielles en gras, valeurs retenues par les concepteurs d'activités en italique

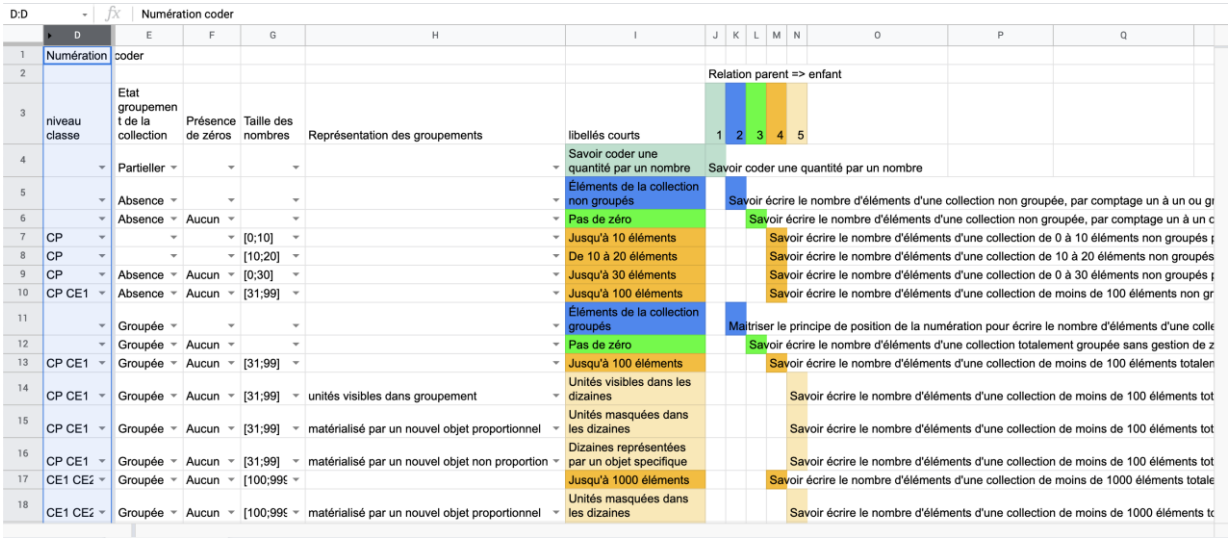
Toutes les variables didactiques et toutes leurs valeurs pertinentes ne peuvent pas être indiquées dans le référentiel qui, sinon, serait trop développé pour être à la fois manipulable par l'IA, correctement peuplé de ressources et navigable pour les utilisateurs. Au final, c'est une situation analogue à celle de l'analyse *a priori* d'une situation didactique qui consiste à identifier « à la main » les quelques variables et valeurs sur lesquelles le didacticien va opérer, les autres étant laissées implicites. Ce qui change est le fait que nous avons dû faire ce travail pour une plus large famille de situations et d'une façon totalement explicite pour l'IA. La sélection que nous avons opérée est un choix de conception qui caractérise fortement le référentiel et finalement le fonctionnement de l'assistant.

2.3 Organisation du référentiel sous forme d'arbre

Une fois choisies les valeurs et variables didactiques à retenir, toutes les combinaisons de valeurs ne sont pas à considérer. Par exemple, la combinaison des valeurs supérieures à 100 pour la « Taille des nombres » et l'absence de groupement pour l'« État de groupement de la collection » est inadaptée, même dans le cadre d'un assistant numérique (il n'est pas envisageable de manipuler à l'écran les objets séparés d'une collection de plusieurs centaines d'éléments). La valeur « Partiellement groupée » n'est pas compatible avec des collections de moins de 20 objets. La question de la « Représentation des groupements » n'a évidemment aucun sens dans le cas de « collections sans groupement ». Il y a donc des combinaisons impossibles et d'autres non pertinentes pour un apprentissage ou pour un niveau d'apprentissage donné.

L'ordre dans lequel nous choisissons de présenter les variables n'est pas non plus anodin, contrairement à un travail d'analyse *a priori* en didactique. En effet, l'ordre de traitement des variables didactiques dicte la structure de l'arbre, ce qui a un impact pour la navigation dans le référentiel et la façon dont il sera peuplé avec des ressources. Ainsi, comme on le voit dans l'extrait ci-dessus (Figure 6), nous avons fait le choix de ne pas privilégier la taille des nombres, mais l'état de groupement de la collection car cela nous semblait plus impactant sur le type de stratégie mise en œuvre par l'élève. La variable « État de groupement de la collection » est donc placée en premier dans l'arborescence. Ainsi, alors que le comptage un à un permet de dénombrer une collection dans le cas d'absence de groupement, la maîtrise du principe de position de la numération est nécessaire pour écrire un nombre d'éléments d'une collection groupée,

et elle doit être associée à la maîtrise du principe décimal pour écrire le cardinal d'une collection partiellement groupée de plus de 30 éléments.



	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Numération	coder												
2							Relation parent => enfant							
3	niveau classe	Etat groupement de la collection	Présence de zéros	Taille des nombres	Représentation des groupements	libellés courts	1	2	3	4	5			
4		Partieller				Savoir coder une quantité par un nombre	Savoir coder une quantité par un nombre							
5		Absence				Éléments de la collection non groupés		Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection non groupée, par comptage un à un ou gr						
6		Absence	Aucun			Pas de zéro			Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection non groupée, par comptage un à un c					
7	CP			[0;10]		Jusqu'à 10 éléments				Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de 0 à 10 éléments non groupés p				
8	CP			[10;20]		De 10 à 20 éléments				Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de 10 à 20 éléments non groupés				
9	CP	Absence	Aucun	[0;30]		Jusqu'à 30 éléments				Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de 0 à 30 éléments non groupés p				
10	CP CE1	Absence	Aucun	[31;99]		Jusqu'à 100 éléments				Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de moins de 100 éléments non gr				
11		Groupée				Éléments de la collection groupés		Maîtriser le principe de position de la numération pour écrire le nombre d'éléments d'une colle						
12		Groupée	Aucun			Pas de zéro			Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection totalement groupée sans gestion de z					
13	CP CE1	Groupée	Aucun	[31;99]		Jusqu'à 100 éléments				Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de moins de 100 éléments totalen				
14	CP CE1	Groupée	Aucun	[31;99]	unités visibles dans groupement	Unités visibles dans les dizaines					Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de moins de 100 éléments tot			
15	CP CE1	Groupée	Aucun	[31;99]	matérialisé par un nouvel objet proportionnel	Unités masquées dans les dizaines					Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de moins de 100 éléments tot			
16	CP CE1	Groupée	Aucun	[31;99]	matérialisé par un nouvel objet non proportion	Dizaines représentées par un objet specifique					Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de moins de 100 éléments tot			
17	CE1 CE2	Groupée	Aucun	[100;999		Jusqu'à 1000 éléments				Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de moins de 1000 éléments totale				
18	CE1 CE2	Groupée	Aucun	[100;999	matérialisé par un nouvel objet proportionnel	Unités masquées dans les dizaines					Savoir écrire le nombre d'éléments d'une collection de moins de 1000 éléments to			

Figure 6 . Extrait du référentiel pour le type de tâches « Coder une quantité par un nombre »

3 Tenir compte de l'environnement numérique – exemple en géométrie

3.1 Choix des types de tâches génériques

Comme déjà évoqué, notre référentiel se doit d'être adapté à la pratique d'un enseignant d'élèves de cycle 2. Aussi, notre choix concernant les types de tâches génériques s'est porté sur les verbes d'actions utilisés dans les documents institutionnels d'attendus de fin de cycle[4] à savoir « *Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, construire* ». Par souci de concision et de cohérence avec l'environnement numérique nous avons regroupé les types de tâches relevant de la reproduction et de la construction, tenant compte du fait que « Construire un polygone à partir d'un modèle » revient à « Reproduire un polygone », et qu'une construction en géométrie dynamique n'est jamais équivalente à une création dans l'environnement papier-crayon.

Nous avons listé les types de tâches génériques relevant du programme de géométrie de cycle 2 en associant ces verbes aux compléments « un polygone » ou « un solide », ou encore « un cercle », « un angle », « un alignement », « une situation de symétrie » qui sont les objets et relations géométriques étudiés au cycle 2. Faute de temps, la construction de notre référentiel a finalement concerné uniquement les objets : polygones et solides.

3.2 Sélection des variables didactiques et leurs valeurs

Nous avons déjà vu que la sélection des valeurs et variables dépend du type de tâches générique. Nous allons montrer ici, en particulier dans le cas de la géométrie combien il est également dépendant de l'environnement de travail (ici numérique).

Pour comprendre la nécessité de transposition numérique, repartons d'un type de tâches classique de géométrie dans un environnement « papier-crayon » : « *Compléter un rectangle dont seul un côté est tracé sur papier vierge, les gabarits d'angle droit et de longueurs étant fournis* ». Dans la formulation de ce type de tâche,

[4] https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e

on identifie les variables didactiques « amorce », « support » et « instruments ». Ces variables didactiques ne sont pas les plus pertinentes dans un environnement numérique. Dans cet exemple, l'objectif est de mobiliser les propriétés connues au cycle 2 (un rectangle a 4 angles droits et des côtés opposées de longueurs égales), exploiter les propriétés du support et choisir des instruments adaptés pour construire (utiliser les lignes ou points, tracer un angle droit, effectuer des reports de longueurs). Certaines de ces compétences ne peuvent pas être prises en charge par l'environnement numérique, notamment le tracé. A l'inverse, certaines tâches spécifiques de la géométrie dynamique n'existent pas dans un environnement papier-crayon.

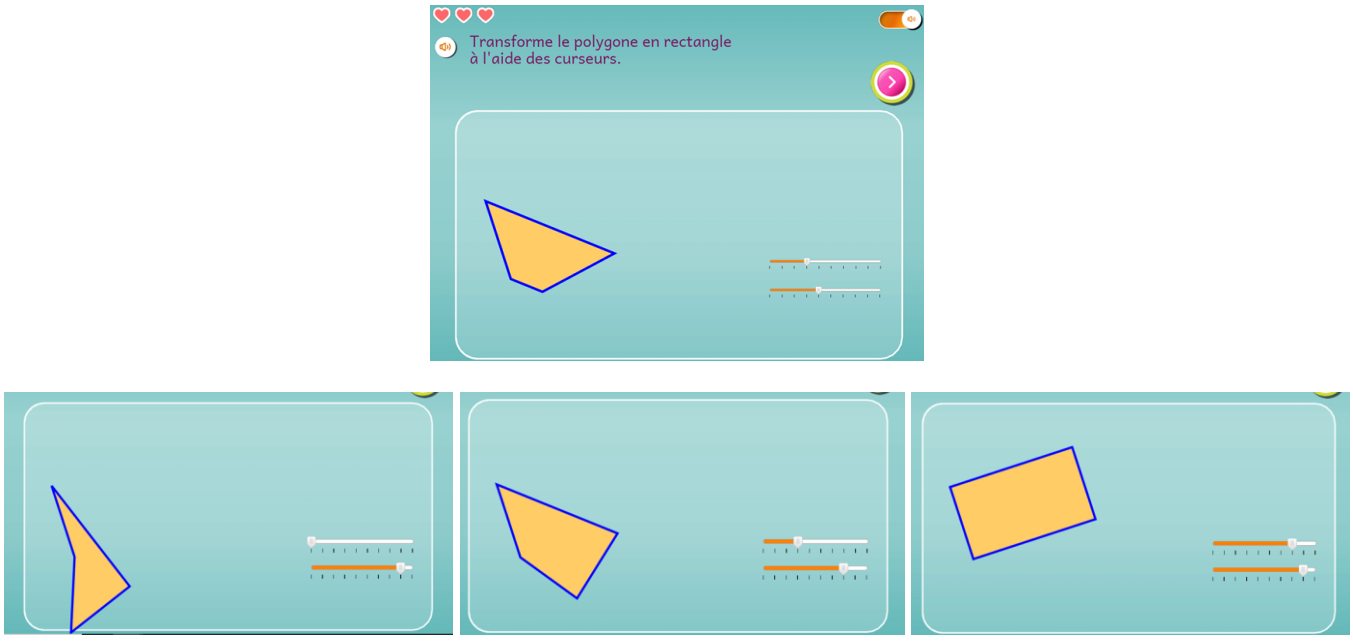


Figure 7. Construire un rectangle en modifiant la position de deux des sommets d'un quadrilatère

Afin d'identifier des variables didactiques et valeurs pertinentes dans le cadre de la géométrie dynamique, nous avons tenu compte d'une part des variables didactiques identifiées dans l'environnement papier-crayon et transposable en géométrie dynamique et d'autre part des possibilités spécifiquement offertes par l'environnement de géométrie dynamique (Soury-Lavergne, 2014, 2020). Nous avons en particulier tenu compte des travaux sur la déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2006) en regardant la dimension des objets sur lesquels l'élève agit. Nous avons également considéré le fait que l'élève va agir sur une représentation existante, et non la créer en traçant lui-même la figure, ainsi que la possibilité offerte par le déplacement d'objets géométriques de différentes dimensions (figures, segments, points). Par ailleurs, nous avons tenu compte de l'effet d'une position prototypique des amorces ou figures à reconnaître, nommer ou reproduire et de l'action possible de l'élève sur cette position (est-elle fixe ou modifiable (libre) ?), ce qui permet ou non le repositionnement selon des directions privilégiées.

Par exemple, pour le générateur de type de tâches « Construire un polygone », outre la nature du polygone (carré, rectangle, triangle, triangle rectangle ou polygone quelconque), nous avons retenu les variables didactiques suivantes :

- Propriétés travaillées, dont les valeurs sont : propriétés concernant les angles, propriétés concernant les côtés ou plusieurs propriétés.

- Dimension des objets sur lesquels l'élève agit, dont les valeurs sont : 0 (points), 1 (lignes) ou 2 (surfaces).

- Position initiale de l'objet et action possible de l'élève sur cette position, dont les valeurs sont : en position prototypique, en position non prototypique libre ou non prototypique fixe.

Les variables non considérées dans le référentiel sont déterminées par les concepteurs d'activités, qui ont pu choisir les moyens de construction et d'action sur les objets géométriques, par exemple en proposant des curseurs (Figure 7. Construire un rectangle en modifiant la position de deux des sommets d'un quadrilatère).

III - REPRÉSENTATIONS DU RÉFÉRENTIEL

Le référentiel de compétences implémenté dans l'assistant est un graphe plus complexe que l'arbre produit initialement à partir du jeu sur les variables et leurs valeurs. L'arbre est une réduction du graphe aux nœuds (ou sommets) correspondant à une compétence et aux seules arêtes qui correspondent au lien « parent-enfant » généré par l'enchainement des variables. Cependant, d'autres relations entre deux compétences, donc d'autres arêtes, sont utiles pour l'apprentissage et le fonctionnement de l'assistant :

- les relations de prérequis : par exemple en géométrie, savoir reconnaître un carré peut être un prérequis pour savoir construire un carré ;
- les relations de levier de compréhension : une compétence peut jouer un rôle de déclencheur de compréhension pour une autre comme résoudre un problème de partie-tout et résoudre un problème de transformation dans le champ des problèmes additifs ;
- les relations de complexification : une compétence est plus complexe qu'une autre, par exemple dans les problèmes de division, la gestion et l'interprétation d'un reste non nul est une complexification par rapport au même problème avec un reste nul.

Le graphe complet du référentiel n'est pas simplement un arbre à cause des nombreuses relations entre les compétences. Il ne peut pas être mis à plat dans un unique plan, les nœuds n'étant pas coplanaires. Or, pour concevoir ce graphe et le mettre en œuvre, il est nécessaire de le représenter et le choix de représentation n'est pas anecdotique. Nous savons que les représentations conditionnent la compréhension et les opérations possibles sur les objets représentés. Une représentation révèle des propriétés de l'objet représenté, en cache d'autres et fait apparaître des propriétés qui ne sont pas celles de l'objet (Duval, 1995). Ci-dessus, nous avons déjà utilisé deux représentations différentes du référentiel, l'une destinée aux utilisateurs enseignants (Figure 2) et l'autre élaborée par les concepteurs (Figure 6). Au cours du projet, nous avons eu recours à une variété de représentations de ce graphe ou de parties du graphe.

1 Représentation du référentiel pour la conception et le développement

La représentation du graphe des compétences et des relations, utilisée dans les présentations du projet (Figure 8, à gauche), n'est qu'une icône qui permet d'illustrer le principe mais ne permet aucun travail sur le référentiel. De même, la fascinante image dynamique et 3D du référentiel permet d'accéder à toutes les compétences et leurs relations avec plus de 700 compétences dans Smart Enseigno. Elle donne un aperçu de la complexité, mais n'est que peu utilisable par l'humain pour continuer à créer de nouvelles compétences et de nouvelles relations (Figure 8, à droite).

Pour concevoir le référentiel, en l'absence d'outil existant facilement maniable, nous sommes parties d'un tableur et avons représenté chaque compétence dans une cellule et chaque relation parent-enfant par la juxtaposition des cellules (Figure 9). Mais dans un tableur, la représentation d'un arbre qui se déploie dans deux directions, s'est avérée également peu maniable. Or pendant la phase de conception du référentiel, nous avons été amenées à modifier à plusieurs reprises sa structure et son contenu.

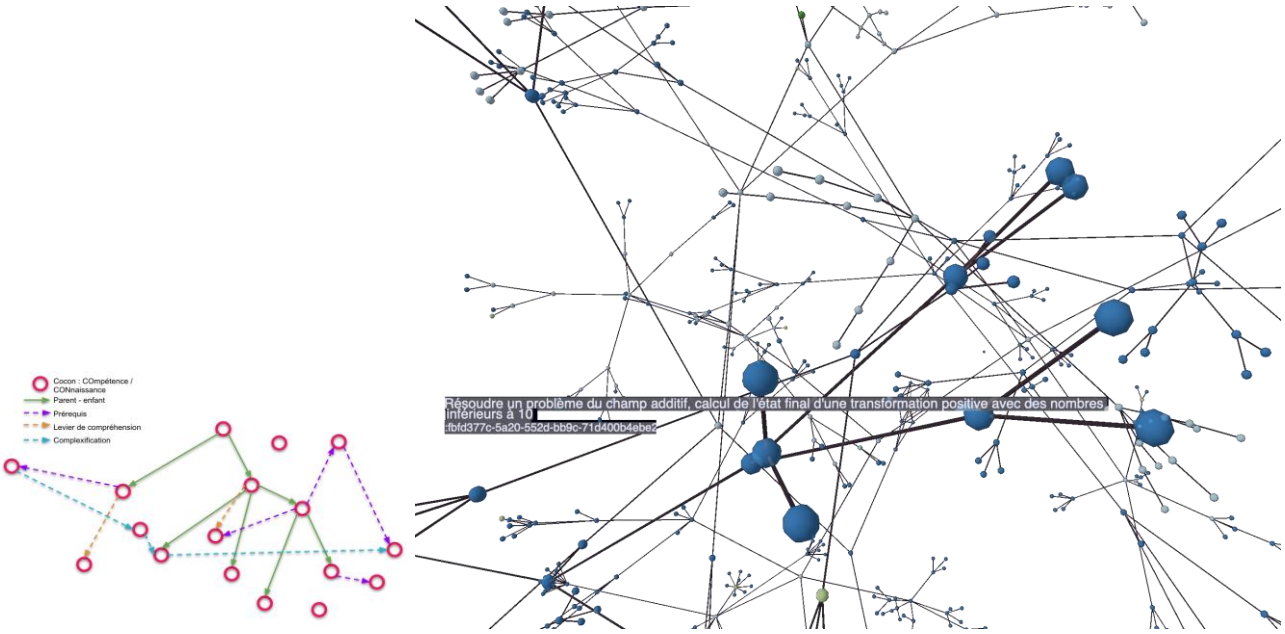


Figure 8. A gauche, graphe des compétences de Smart Enseigno utilisé pour les présentations du projet, à droite extrait de l'image dynamique 3D du référentiel avec affichage de la compétence au passage de la souris
https://piiamaths.dev.educlever.io/3d-graph-viewer/?url=piia-3d.json

Nous avons alors présenté l'arbre comme une liste (Figure 6) dans laquelle chaque ligne correspond à une seule compétence, l'indentation graphique et les couleurs permettant de voir les relations parent-enfant dans l'arbre. Cette seconde représentation s'est avérée nettement plus maniable mais ne permet pas de représenter toutes les relations entre compétences. Elle n'est pas non plus celle utilisée dans l'assistant. Cette représentation dans le tableur a néanmoins l'avantage de pouvoir être traitée automatiquement pour être importée dans l'éditeur de référentiel propre à Educlever. Le référentiel apparaît d'une façon analogue (Figure 10), la hiérarchie apparente représentant la relation parent-enfant. Il est alors possible de créer d'autres relations entre compétences, qui ont été pensées en travaillant directement à la main sur une image écran du référentiel (voir les flèches noires entre les lignes, Figure 10 en haut à droite).

2	Niveau scolaire	Nombre de temes	présentation de la somme	Présentation des nombres	Cocons	intervalle des plus grands nombres	intervalle du plus petit nombre	Cocons	Somme des dizaines et unités	Somme des unités	somme de deux des trois nombres	valeur des retenues de la somme	Cocons
3	CP					[0,9]	[0,9]	additionner deux		[0,18			calculer en ligne la somme de deux nombres à un chiffre
4	CP									[0,9]			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
5	CP			même forme décomposée	calculer en ligne la somme de deux nombres présentés sous une même forme décomposée	[10,99]	[0,99]	somme de deux nombres à deux chiffres présentés sous une même forme	[0,99]	[10,1			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
6	CE1								[110,1	[0,18			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
7	CE1								[100;1	[0,18			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
8	CE1-CE					[100,99	[20,9999		[0,198]	[0,18			calculer en ligne la somme de un nombre entre 10 et 9999
9	CP									[0,9]			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
10	CP			écriture canonique cdu	calculer en ligne la somme de deux nombres présentés sous forme canonique	[10,99]	[0,99]	calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffres présentés sous forme canonique	[0,99]	[10,1			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
11	CE1								[110,1	[0,18			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
12	CE1								[100;1	[0,18			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
13	CE1-CE	2 nombres	en ligne			[100,99	[20,9999		[0,198]	[0,18			calculer en ligne la somme de un nombre entre 20 et 9999
14	CP									[0,9]			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
15	CP			mixte	calculer en ligne la somme de deux nombres présentés sous formes mixtes	[10,99]	[0,99]	calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffres présentés sous formes mixtes	[0,99]	[10,1			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
16	CE1								[110,1	[0,18			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
17	CE1								[100;1	[0,18			calculer en ligne la somme de deux nombres à deux chiffre
18	CE1-CE					[100,99	[20,9999		[0,198]	[0,18			calculer en ligne la somme de un nombre entre 20 et 9999
19	CP					[20,99]	[20,99]			[0,9]			additionner en colonne deux nombres à deux chiffres entre
20	CP		en colonne	écriture canonique cdu	calculer en colonne la somme de deux nombres présentés sous forme canonique	[10,99]	[0,99]	additionner en colonne deux nombres à deux chiffres	[0,99]	[10,1			additionner en colonne deux nombres à deux chiffres avec
21	CE1								[100,1	[0,18			additionner en colonne deux nombres à deux chiffres dont
22	CE1-CE					[100,99	[20,9999		[100,1	[0,18			additionner en colonne un nombre entre 20 et 9999 et un
23	CP			écriture canonique		[0,9]	[0,9]	additionner trois ou quatre nombres à un			une		calculer en ligne la somme de trois ou quatre nombres à un

Figure 9. Représentation d'une partie du référentiel dans une feuille de tableur, les compétences sont inscrites en bleue dans certaines des cellules

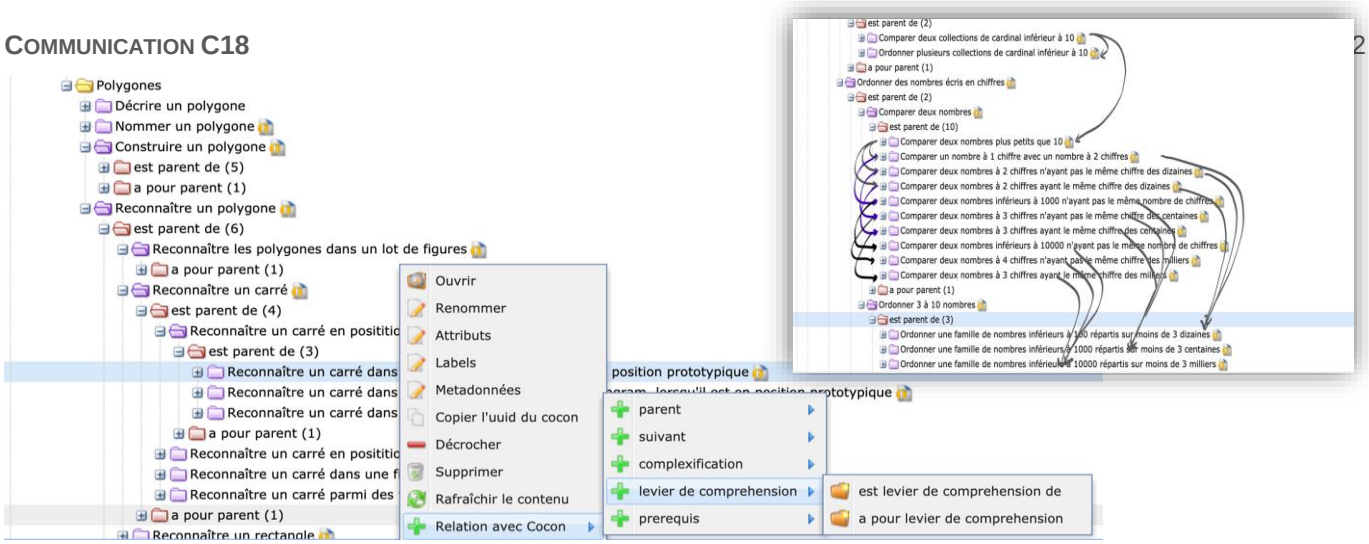


Figure 10. Référentiel de compétences P2IA maths dans l'éditeur utilisé par les développeurs chez Educlever. En haut à droite, les relations entre compétences sont indiquées manuellement. Exemple de saisie des différentes relations de la compétence « Reconnaître un carré dans un lot de figures en position prototypique »

2 Représentation du référentiel pour les utilisateurs enseignants

Il n'existe pas, à ce jour, de présentation du référentiel dans un document texte qui permettrait à un utilisateur d'accéder à la liste complète des plus de 700 compétences proposées par l'assistant et leurs relations traitées par Smart Enseigno. Le moyen le plus facile d'y accéder est d'utiliser la plateforme, de créer un parcours et ce faisant, de déployer les branches du référentiel (Figure 2).

L'interface de navigation dans le référentiel a elle-même fait l'objet d'une évolution. Initialement, le référentiel était parcourable à l'aide d'une « pieuvre » (Figure 11), au centre de laquelle était inscrite une compétence, entourée au-dessus de son parent et de part et d'autre et en dessous de ses enfants. La nature du lien affiché (parent ou enfant) était inscrite sur le cercle entourant la compétence. Les expérimentations conduites par l'IFE (Hanssen et al., 2020) ont montré que les enseignants ne comprenaient pas cette représentation, ni la signification du lien parent-enfant. Elle a donc été remplacée par la navigation à l'aide de cartes, dont la simple juxtaposition exprime la relation parent-enfant. Les autres relations ne sont pas directement accessibles aux utilisateurs de l'assistant.

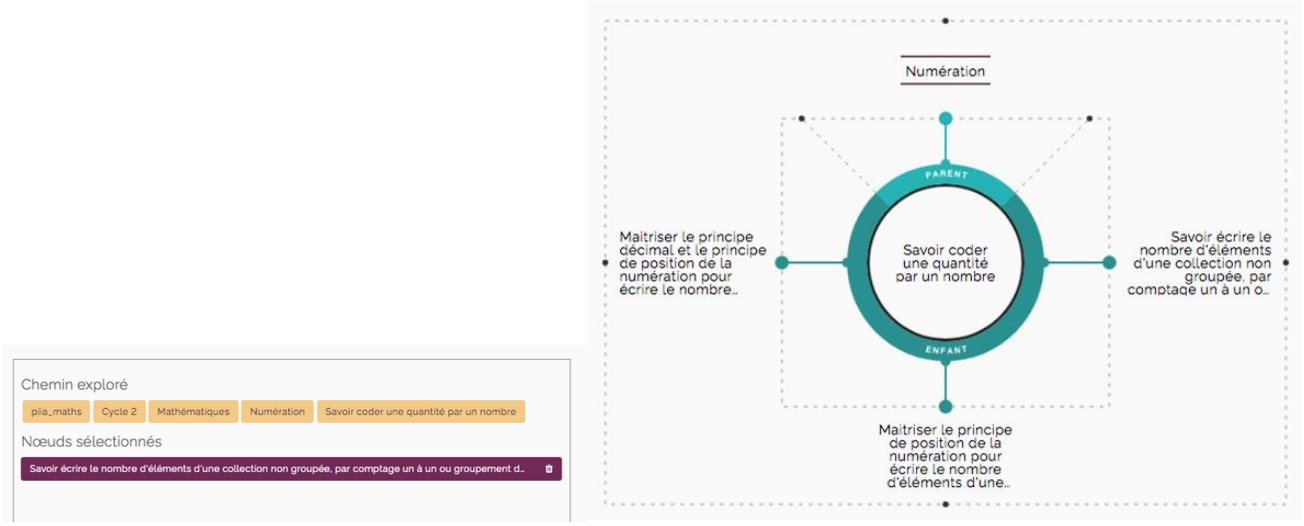


Figure 11. Éléments d'interface pour la navigation dans le référentiel en phase 1 du projet.

Un autre travail nécessaire à la production d'un tel référentiel est le choix d'une dénomination pour chaque compétence. Cette dénomination doit être synthétique pour permettre un affichage à l'écran, compréhensible par des enseignants non didacticiens et néanmoins suffisamment explicite pour ne pas

que deux compétences aient la même dénomination. L'utilisation des valeurs des variables donnent des éléments pour la construction de ces dénominations, mais elles ne peuvent pas être une simple concaténation des valeurs des variables.

Par exemple, dans le domaine des problèmes du champ additif, nous avions une compétence intitulée : « Résoudre un problème du champ additif […] ». Dans les compétences enfants, cette expression initiale est devenue « Résoudre un problème additif […]. », avec la suppression du mot « champ » lors des saisies par les développeurs non didacticiens. Pour éviter cette confusion très fréquente entre les problèmes relevant du champ additif qui se résolvent avec une addition ou une soustraction et les problèmes additifs qui se résolvent uniquement avec une addition, nous avons fait évoluer les formulations pour retenir au final : « Résoudre un problème additif ou soustractif […] » et tenter d'expliciter le lien entre les problèmes se résolvant avec l'une ou l'autre des opérations.

IV - CONCLUSION : UN RÉFÉRENTIEL QUI SUSCITE DE NOUVELLES QUESTIONS DIDACTIQUES

La conception du référentiel de compétences et connaissances mathématiques de Smart Enseigno a été pensée par notre équipe de formatrices et chercheuses comme une possibilité de mettre en œuvre, d'expliciter et de développer nos propres connaissances et expertises didactiques. Effectivement, les outils et concepts didactiques, tels que les notions de variable didactique, type de tâches et praxéologie, sont apparus comme des moyens opérationnels de production du référentiel. En outre, certains résultats établis par les recherches en didactique ont pu être utilisés pour définir le contenu du référentiel. C'est le cas par exemple des caractérisations des problèmes du champ additif et du champ multiplicatif pour lesquels nous avons retenu les travaux de Vergnaud (1990) et les dernières évolutions apportées par l'équipe de Sander (2018) ou encore, dans le domaine de la géométrie, les résultats sur la déconstruction dimensionnelles des formes ou la prise en compte des possibilités spécifiques à la géométrie dynamique (Soury-Lavergne, 2014).

Les difficultés rencontrées dans l'élaboration du référentiel nous ont permis de prendre conscience de choix qui restent habituellement implicites dans la pratique du formateur ou même du chercheur.

La principale difficulté a été celle du développement exponentiel du nombre de compétences lorsque l'on prend en compte toutes les variables possibles et leurs valeurs. Un référentiel trop détaillé est inutile s'il n'est pas peuplé de façon suffisante par les ressources. Il s'avère également trop complexe à manipuler par les humains et finalement aussi par les algorithmes. Le choix nécessaire pour le projet, entre les variables à conserver au niveau du référentiel et donc du diagnostic des compétences par Smart Enseigno et celles qui restent implicites dans l'assistant car présentes dans les ressources mais non tracées dans le référentiel, amène à distinguer les variables prioritaires pour l'enseignement (par exemple car mieux comprises par les enseignants) et pour l'apprentissage (car cruciales pour l'activité des élèves) des autres variables didactiques. Nous n'avons pas dégagé de principe permettant de faire cette distinction. Elle a été opérée dans un aller-retour entre les conceptrices du référentiel et les concepteurs d'activités. Cela pose une première question à la communauté didactique. Une autre difficulté est liée au choix des formulations des compétences, qui doivent être à la fois simples, concises, précises mais aussi suffisamment fines pour permettre les distinctions didactiques utiles à l'apprentissage bien que parfois non maitrisées par les enseignants. Les formulations résultent d'une négociation entre ces deux objectifs et sont amenées à évoluer avec les usages. D'ailleurs, une deuxième version du référentiel a été implémentée à la rentrée 2021.

Ce travail a ainsi débouché sur de nouvelles questions didactiques, notamment sur l'ordre et la priorisation des variables. La structure du référentiel résulte de l'ordre dans lequel les types de taches et les variables sont déclinés. Or nous ne disposons pas de critère didactique pour décider dans quel ordre

les variables retenues doivent être traitées. Par exemple, dans le domaine des problèmes du champ additif, problème de partie-tout, faut-il traiter la variable « Taille des nombres » avant ou après la variable « Question » (sur une partie ou sur le tout). Les deux solutions ne sont pas équivalentes, ni pour le fonctionnement des algorithmes, ni pour la navigation des utilisateurs. Le choix est actuellement de traiter d'abord la taille des nombres pour que l'enseignant puisse laisser à l'assistant le soin de déterminer et de faire varier le type de question.

Une autre question est celle de l'indexation des ressources sur les compétences : quelles est la signification du rattachement d'une ressource à une compétence ? Faut-il comprendre que la ressource permet d'évaluer la compétence ? C'est très utile mais largement insuffisant pour permettre l'apprentissage. Si la ressource doit permettre de faire acquérir une compétence, elle devrait alors plutôt apparaître comme un lien entre deux compétences, permettant le passage d'un état de connaissance à un autre état. C'est le rôle des parcours créés par l'assistant. Actuellement la détermination des compétences « enfants » par lesquelles l'élève doit passer pour apprendre une compétence « parent », c'est à dire une liste de ressources rattachées à des compétences enfants de celle à apprendre, est calculée par l'algorithme adaptatif. Le passage par toutes les compétences enfants n'est pas un choix possible. En classe, ce choix est opéré à la main par l'enseignant qui prépare ses séances. Quelles seraient les principes permettant de guider le calcul du parcours par l'IA ?

Nous souhaitons conclure sur une proposition. Le référentiel étant maintenant accessible à tout utilisateur de l'assistant de Smart Enseigno, peut-il devenir un outil dans d'autres contextes et pour d'autres projets, par exemple en formation initiale ou continue ? Pour évaluer des programmes ou des manuels ? Pour concevoir d'autres dispositifs d'enseignement ?

V - BIBLIOGRAPHIE

Bosch, M., et Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *19*(1), 77-124.

Chaachoua, H. (2020). T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologiqueT4TEL: A frame of reference for the formalization and extension of the praxeological model. *Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *22*(4), 103-118. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p103-118

Chaachoua, H. (2019). *T4TEL un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH* (J. Pilet & C. Vendeira, Éds.; p. 5-22). IREM de Paris – Université Paris Diderot. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02421410/document

Chaachoua, H., et Bessot, A. (2016). *Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique*. Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique., Castro-Urdiales, Espagne.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. P. Lang.

Duval, R., et Godin, M. (2006). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, *76*, 7-27.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre* (Que sais-je ?, Vol. 3941). Presses universitaires de France.

Hanssen, L., Delattre, R., Rabatel, J.-P., Guerin, A., et Soury-Lavergne, S. (2020). *Compte-rendu de la 2e période des expérimentations du projet Smart Enseigno* (p. 12). IFE ENS de Lyon.

Houdement, C., et Tempier, F. (2019). Understanding place value with numeration units. *ZDM*, *51*(1), 25-37. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0985-6

Richard, J.-F., et Sander, E. (2015). *Quelles relations entre résolution de problèmes et opérations ?* Conférence de consensus CNESCO&IFE « Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire », Paris, France. https://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/resolution-de-problemes-et-operations/

Sander, E. (2018). La résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux. *Approche. Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*, *156*, 611-619.

Soury-Lavergne, S. (2014). Regards croisés sur l'enseignement et la formation de la géométrie à l'école primaire : Les technologies. *XLe colloque de la COPIRELEM Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspectives*, 44-56.

Soury-Lavergne, S. (2020). *La géométrie dynamique pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques*. CNESCO-Cnam. http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2021/02/210218_Cnesco_Soury-Lavergne_Numerique_Geometrie_dynamique.pdf

Soury-Lavergne, S., Croquelois, S., Martinez, J.-L., et Rabatel, J.-P. (2020). Conceptions des élèves de primaire sur la numération décimale de position. *Revue Maths Ecole*, *233*, 128-143.

Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : Un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, *98*, 67-90.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : Un exemple, les structures additives. *Grand N*, *38*(2).

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2.3), 133-170.

UNE EXPÉRIENCE DE CONCEPTION DE RESSOURCES NUMÉRIQUES INTERACTIVES POUR LE CYCLE 2
LE PROJET SMART ENSEIGNO

Colette LABORDE
Cabrilog
labordec@cabri.com

Résumé
L'exposé présente les grandes lignes directrices qui ont présidé à la conception de ressources numériques interactives en mathématiques pour le cycle 2 dans le cadre du projet Smart Enseigno, projet retenu par le partenariat d'innovation intelligence artificielle (PIIA) du ministère de l'éducation. Sont explicités les choix didactiques à l'œuvre dans l'organisation du milieu offert dans les ressources, tant sur le plan des actions possibles des élèves que des rétroactions de nature adidactique et didactique.

I - LE PROJET SMART ENSEIGNO

Le projet Smart Enseigno relève du partenariat d'innovation pour l'acquisition d'un assistant pédagogique en mathématiques fondé sur l'intelligence artificielle à destination des enseignants et des élèves du cycle 2 avec la direction du numérique du ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse. Qu'elle soit remerciée pour son soutien et les échanges et conseils pendant le déroulement du projet. Le projet regroupe des entreprises et des institutions universitaires : les sociétés Educlever, Cabrilog et Ludotic, l'Institut Français d'Education, l'IREM de l'Université Grenoble Alpes et l'équipe WIMMICS-INRIA.



Figure 1. Le partenariat PIIA et les partenaires du projet Smart Enseigno

L'objectif du projet est d'offrir une plateforme en ligne de ressources en mathématiques à destination d'élèves du cycle 2, comportant un assistant dédié à l'enseignant sous forme d'un tableau de bord intelligent. Cet assistant aide l'enseignant à constituer des parcours de ressources, soit pour l'évaluation de connaissances des élèves, soit pour l'apprentissage de connaissances. Il envoie ensuite des éléments d'information sur les résultats des élèves, leurs acquisitions et les connaissances non encore acquises.

Ce projet a déjà effectué deux phases : la phase 1 (octobre 2019 – décembre 2020) de preuve de concept dans laquelle la plateforme a été mise en place avec une partie des ressources et expérimentée dans 17 classes et la phase 2 d'industrialisation (février 2021 – juillet 2021). Il est actuellement en phase 3 de diffusion dans les écoles. La phase 3 est aussi l'occasion de faire connaître la plateforme et les ressources, et de former les enseignants à son usage. La plateforme est accessible gratuitement à toute école qui s'inscrit sur le site compagnon Smart Enseigno : http://www.smartenseigno.fr/.

Pour mener à bien le projet, il a été nécessaire de développer :

- un référentiel de compétences et connaissances (appelées « cocons ») ;
- des ressources numériques ;

- des algorithmes adaptatifs pour choisir les ressources destinées, soit au diagnostic des connaissances des élèves, soit à l'apprentissage de cocons en fonction du profil de l'élève.

Le référentiel de cocons a été développé par l'IREM de Grenoble et a donné lieu à une communication à ce colloque : les concepts didactiques comme outils de conception pour l'intelligence artificielle en éducation (Croset, Soury-Lavergne, Terouanne dans cet ouvrage).

Plus de 270 ressources numériques sont disponibles sur la plateforme. Elles ont été développées par la société Cabrilog à l'aide du logiciel Cabri auteur. Les auteurs principaux des ressources sont A. Battaini et G. Gottardi, professeurs des écoles et formateurs de maîtres au canton du Tessin (Suisse) ayant une grande expérience du terrain et de la conception de ressources numériques. Un complément de ressources a été conçu par C. Antoine, L. Jacob, didacticiennes des mathématiques, et P. Dewaele, concepteur de ressources avec Cabri depuis plus de 30 ans, afin de créer des ressources sur les cocons non encore pourvus.

Les principes de conception de ces ressources font l'objet de cette communication.

II - PRINCIPES GÉNERAUX DE CONCEPTION DES RESSOURCES

1 Le point de départ : le référentiel de cocons

Chaque ressource est rattachée à un thème du programme de cycle 2 puis au sein de ce thème à un ensemble de valeurs de variables didactiques. Les treize thèmes retenus figurent dans le tableau ci-dessous (Tab. 1).

Domaine du programme	Sous-domaine	Thème des ressources
Nombres et calculs	Numération	Coder un nombre
		Décoder un nombre
	Problèmes additifs	de transformation
		de comparaison
		de partie-tout
	Problèmes multiplicatifs	de division partition
		de division quotition
Géométrie	Solides	Reconnaître
		Construire
		Nommer
	Polygones	Reconnaître
		Construire
		Nommer

Tableau 1. Thèmes du référentiel de cocons choisis pour concevoir les ressources

Au sein du référentiel, pour chaque thème du programme ont été déterminées des variables didactiques pouvant prendre plusieurs valeurs. Ainsi, dans le thème « Problèmes additifs de comparaison », les variables suivantes sont-elles distinguées :

- la taille des nombres prenant 4 valeurs, entre 0 et 9 inclus, entre 10 et 99 inclus, entre 100 et 999 inclus, entre 1000 et 9999 inclus ;
- l'objet de la question : calcul d'un état ou de la comparaison ;

- la congruence sémantique versus la non congruence sémantique entre la formulation de la question et l'opération à faire.

Un cocon est l'ensemble de connaissances et compétences associé à un ensemble de valeurs de variables didactiques d'un thème donné. Ces connaissances et compétences sont mises en œuvre dans la résolution d'un problème.

Ci-dessous des exemples de problèmes additifs de comparaison (tirés des ressources) où les nombres sont compris entre 0 et 9 et où la question porte sur un état, le nombre de billes de Tom avec des valeurs différentes pour la congruence sémantique.

Exemples de congruence sémantique, c'est-à-dire lorsque l'opération modélisant le problème est en accord avec le mot décrivant la comparaison dans l'énoncé : « plus » pour l'addition, « moins » pour la soustraction.

« Léa reçoit 3 billes. Tom reçoit 4 billes de plus que Léa. Combien de billes a Tom ? »

« Léa reçoit 6 billes. Tom reçoit 4 billes de moins que Léa. Combien de billes a Tom ? »

Exemples de non congruence sémantique, c'est-à-dire lorsque l'opération modélisant le problème n'est pas en accord avec le mot décrivant la comparaison dans l'énoncé.

« Léa reçoit 6 billes. Léa a 2 billes de plus que Tom. Combien de billes a Tom ? »

« Léa reçoit 5 billes. Léa a 4 billes de moins que Tom. Combien de billes a Tom ? »

Les ressources proposent un problème à résoudre dans l'environnement de mathématiques dynamiques Cabri auteur. Elles mettent en scène un problème correspondant à un ensemble de valeurs de variables didactiques relatif à un thème donné. Les données sont aléatoires pour que les élèves les recommençant ne se contentent pas de donner une réponse qu'ils auraient mémorisée.

2 L'organisation du milieu dans l'environnement Cabri

Le point de départ d'une ressource est donc le problème correspondant au cocon choisi. Un premier principe suivi dans la conception d'une ressource est de s'assurer que la résolution du problème demande bien les compétences et connaissances visées. En termes de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), les connaissances visées doivent constituer un moyen efficace et économique de résolution. Ainsi, la modélisation par une addition ou une soustraction est-elle un moyen économique de résolution dans le problème de Léa et Tom par rapport au comptage ou au sur-comptage d'un en un pour trouver le nombre de billes de Tom. On pourra consulter à ce sujet le guide publié par le ministère de l'éducation sur les nombres, le calcul et la résolution de problèmes en cycle 2 (2020).

Le problème est posé dans l'environnement Cabri. Ce n'est, ni un problème posé avec du matériel concret, ni un problème posé seulement avec des mots. Il est posé dans l'environnement informatique Cabri dont on tire parti pour organiser le milieu (Brousseau, *ibid.*) En effet, le processus de résolution du problème par l'élève dépend des interactions possibles entre l'élève et le milieu. Un principe de conception choisi a donc été de favoriser les interactions entre le milieu et l'élève afin que ce dernier puisse continuer à avancer dans la résolution. Soulignons que les ressources cherchent à solliciter la réflexion des élèves et demandent des prises de décisions de leur part. Les ressources qui ont été créées ne se résolvent ni immédiatement, ni par des essais erratiques.

On a donc cherché à concevoir un milieu :

- à la fois pour l'action de l'élève : de façon générale, le milieu pour l'action organisé dans les ressources favorise la manipulation par l'élève, tirant parti en cela des possibilités dans Cabri de représenter des objets 2D ou 3D manipulables, il s'agit d'une manipulation contrôlée (cf. § II) ;
- et pour les rétroactions de type adidactique provenant de la situation et celles de type didactique correspondant aux rétroactions du professeur.

Illustrons l'organisation du milieu par un exemple, la ressource « Ana et Bili ».

La ressource demande de résoudre un problème additif de comparaison dans lequel il s'agit de calculer un état dans un cas de congruence sémantique entre l'énoncé et l'opération qui permet de trouver le résultat. Les nombres sont compris entre 10 et 20.

Une abeille Ana remplit de miel 10 alvéoles. On demande d'abord de montrer le travail d'Ana par un clic sur les alvéoles (Fig. 2). Dès l'entrée dans la ressource, la manipulation (clics sur un nombre donné d'alvéoles) est sollicitée. Elle sert ici à aider l'élève à entrer dans la situation évoquée. Si l'élève se trompe, une rétroaction le lui signale et demande de recommencer (Fig.3).

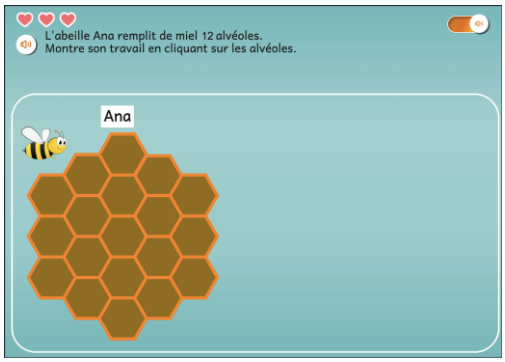


Figure 2. Le début de « Ana et Bili »

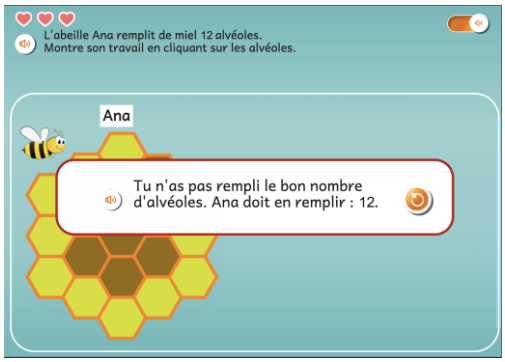


Figure 3. Rétroaction sur une erreur sur les alvéoles d'Ana

Une fois que l'élève a cliqué le nombre correct d'alvéoles remplies par Ana, le reste de l'énoncé s'affiche avec le problème à résoudre. Bili a rempli 5 alvéoles de plus qu'Ana. La question porte sur le nombre d'alvéoles remplies par Bili (Fig. 4). Mais la manipulation n'est pas disponible. En effet, l'objectif de la ressource est que l'élève résolve le problème en modélisant la situation par une écriture additive : 12 + 5 et calcule le résultat de cette addition.

L'élève répond une première fois. S'il s'est trompé, une rétroaction sous forme de texte s'affiche, lui annonçant qu'il va pouvoir effectuer le remplissage d'alvéoles de Bili. Dans la figure 5, l'élève a répondu comme s'il ne tenait compte que des alvéoles de Bili en plus de celles d'Ana. La manipulation est à nouveau permise pour permettre à l'élève d'avancer dans la résolution. Des alvéoles s'affichent pour rendre possible les clics. Elles sont disposées différemment de celles d'Ana afin que l'élève ne se contente de recopier la configuration des alvéoles d'Ana sans les compter.

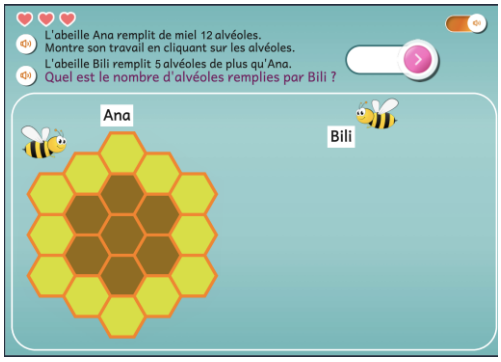


Figure 4. L'énoncé du problème

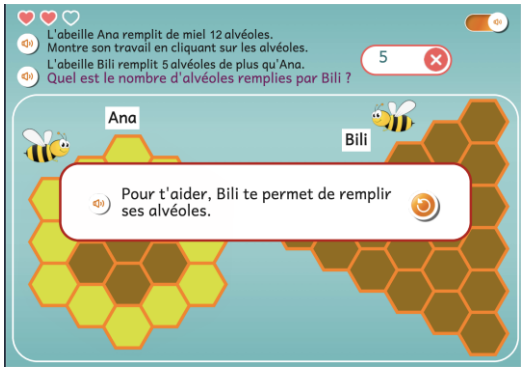


Figure 5. Première rétroaction suite à une première réponse erronée

Ce choix de rétroaction est issu de l'analyse a priori des procédures possibles favorisées par le retour à la manipulation. Il a été envisagé que cette rétroaction favorise fortement la possibilité d'une prise en compte des alvéoles d'Ana grâce au retour sur l'énoncé nécessité par la simulation de la situation. En effet, si l'élève ne prend pas en compte les alvéoles d'Ana, il clique sur 5 alvéoles, les dénombre et retrouve 5. On s'attend à ce que l'élève refuse cette réponse car elle a été jugée comme incorrecte et soit incité à revenir d'abord sur le comptage puis sur l'énoncé. Le nombre d'alvéoles en plus est inférieur à 10 pour justement empêcher des erreurs dans le comptage et rendre l'élève sûr de son comptage.

Une fois les alvéoles de Bili cliquées, l'élève procède au comptage, soit d'un en un, soit par un sur-comptage s'il a retenu l'emplacement des alvéoles en plus. Les erreurs possibles sont dues, soit à une

erreur dans le nombre de clics, soit dans le comptage ou le sur-comptage. Une seconde rétroaction s'affiche après validation d'une seconde réponse erronée (Fig. 6). Il explicite que les alvéoles remplies par Bili sont d'une part celles d'Ana et d'autre part celles en plus.

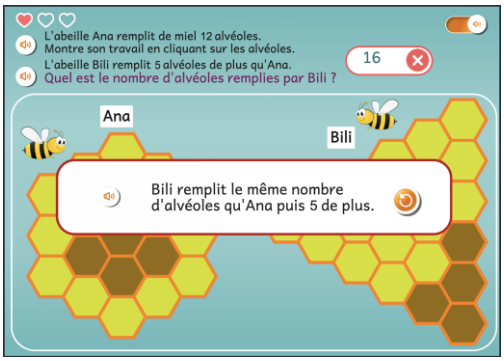


Figure 6. Seconde rétroaction après une seconde réponse erronée

L'objectif de cette seconde rétroaction est multiple :

- il peut aider les élèves n'ayant toujours pas pris en compte les alvéoles d'Ana à prendre conscience de cet oubli ;
- il peut inciter au sur-comptage pour ceux qui se sont trompés dans le dénombrement favorisant ainsi une procédure plus efficace ;
- il peut même amener à une modélisation par une addition de par la présence du mot « plus ».

La rétroaction au troisième et dernier essai de réponse indique seulement le caractère erroné ou correct de la réponse. En cas de réponse correcte, l'écriture additive rendant compte de la situation avec son résultat est affichée à titre d'institutionnalisation (Fig. 7).

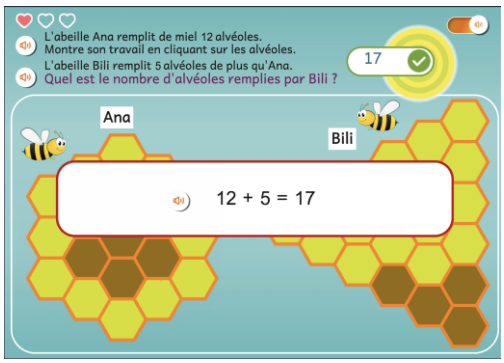


Figure 7. Réponse correcte et affichage de la solution

Comme illustré par l'exemple précédent, le milieu donne place à la manipulation, mais une manipulation contrôlée pour éviter qu'elle ne permette aux élèves de trouver immédiatement la réponse au problème sans passer par l'objectif de la ressource, qui consiste dans l'exemple à mettre en œuvre une modélisation de la situation par une addition. Un jeu de contraintes et possibilités est ainsi mis en place dans les ressources.

Mais que se passe-t-il si les élèves ont échoué à la ressource ? Qu'ont-ils appris ? Les données des ressources étant aléatoires, les élèves peuvent recommencer la ressource avec d'autres données. Comme dit plus haut, ils ne pourront donner la réponse numérique précédente et auront à mettre en œuvre un processus de résolution. Les expérimentations en classe ont montré que lorsque les élèves recommencent une ressource, ils comprennent mieux la situation et entrent plus facilement dans le problème : la répétition favorise la dévolution.

Un bilan collectif mené par l'enseignant, une fois que tous les élèves ont été confrontés à la ressource, peut rassembler les différentes procédures utilisées pour résoudre le problème. L'enseignant à cette occasion peut expliciter l'économie de la modélisation par une addition par rapport au comptage. La répétition de la ressource faite après un tel bilan favorise le changement de procédure vers une

procédure additive et permet aux élèves de mettre en œuvre eux-mêmes la procédure, ce qui est important pour son acquisition.

Les élèves apprécient en général la répétition. Elle est évidemment gratifiante lorsqu'ils réussissent la ressource au premier essai de réponse alors qu'auparavant ils s'étaient trompés.

3 Schéma général des ressources

Les ressources obéissent donc au schéma général suivant :

- elles contiennent une question qui pose problème aux élèves, le plus souvent dans un contexte non mathématique mais pas nécessairement ;
- les données sont aléatoires ;
- les ressources permettent trois essais de réponse et offrent des rétroactions après chacune des deux premières réponses erronées pouvant dans certains cas dépendre des réponses des élèves ;
- les rétroactions ne donnent pas la solution mais constituent des aides soit en permettant de nouvelles actions, soit en apportant de nouvelles informations ou en donnant des conseils ;
- une conclusion peut être fournie aux élèves donnant une réponse correcte, contribuant ainsi au processus d'institutionnalisation ;
- tous les textes écrits ont une contrepartie oralisée, que l'on peut écouter par un clic sur un bouton haut-parleur situé à côté du texte.

III - LA MANIPULATION TIRANT PARTI DE L'ENVIRONNEMENT CABRI

1 Principes sous-jacents au choix des manipulations rendues possibles

La manipulation joue donc un rôle important dans les ressources. On sait combien la manipulation d'objets concrets est importante à l'école élémentaire dans l'apprentissage des mathématiques. Les mathématiques y sont introduites comme outil de modélisation de l'environnement de l'élève dans les trois grands domaines du programme : nombres et calculs, espace et géométrie, et mesures et grandeurs.

Deux types de contrôle règlent la place de la manipulation dans les ressources. Sont contrôlés par les auteurs des ressources :

- les moments où elle est rendue possible ;
- et les actions permises par cette manipulation.

Ces contrôles visent à permettre au mieux le rôle de la résolution de problèmes dans l'évaluation et l'apprentissage de connaissances mathématiques suivant en cela la formulation de Vergnaud (1981) : le problème est source et critère de la connaissance. Ces contrôles sont donc exercés par les auteurs en suivant les principes suivants :

1. La manipulation ne doit pas d'emblée court-circuiter le processus prévu de résolution correspondant à l'objectif de la ressource, en donnant directement la réponse, sauf si la manipulation est elle-même objet d'apprentissage ou d'évaluation ou si elle est le moyen de répondre à la question. Ainsi dans la ressource Ana et Bili présentée plus haut, la manipulation n'est permise qu'après un essai de réponse.
2. Elle ne doit conduire au succès que si elle est contrôlée par des connaissances : une suite erratique d'actions sans intention et sans contrôle ne doit pas permettre d'arriver à la réponse correcte. C'est pourquoi on a cherché à éviter, autant que faire se peut, les actions effectuées par des simples clics et à favoriser le déplacement.
3. Elle tire parti des possibilités de l'environnement informatique. Elle ne doit pas chercher à être systématiquement identique à la manipulation sur les objets concrets mais plutôt à chercher des actions non permises dans l'environnement concret pour offrir un complément aux manipulations concrètes, l'usage de la plateforme devant être intégré à la progression de la classe pour être le plus efficace.

2 Illustration des principes

Illustration du principe 2 « une manipulation contrôlée par les connaissances » :

Une partie des ressources en géométrie est à résoudre par un déplacement de points ou d'objets géométriques.

Par exemple, la ressource « À modifier en un carré – 1 » demande de déplacer deux sommets d'un quadrilatère pour le transformer en un carré (Fig. 8). La réponse correcte (Fig. 9) est obtenue en déplaçant chacun des deux points à une position où ils rendent les côtés du quadrilatère perpendiculaires deux à deux et de même longueur : en l'occurrence, les côtés doivent être portés par les lignes du quadrillage et avoir la même longueur en nombre de carreaux. Le déplacement doit donc être contrôlé par les élèves par des connaissances sur les propriétés du carré.

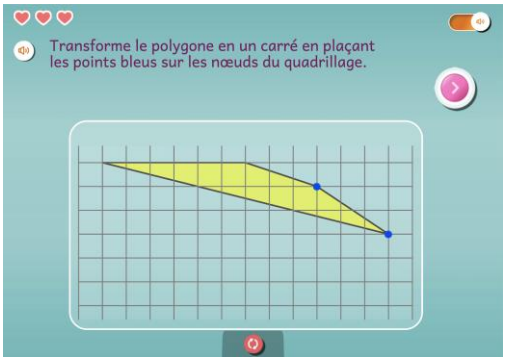


Figure 8. Le problème « À modifier en un carré – 1 »

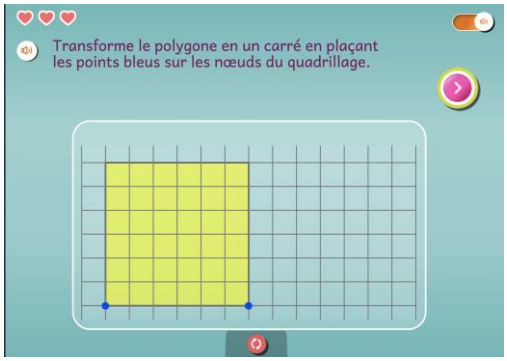


Figure 9. La réponse correcte

Illustration des principes 1 et 2 : « une manipulation qui ne court-circuite pas la résolution prévue » et « une manipulation qui tire parti des possibilités de l'environnement informatique »

Dans les ressources sur la numération, dans lesquelles on demande aux élèves de donner l'écriture chiffrée du nombre d'objets d'une collection, comme dans le cas d'une collection de chocolats (Fig. 10), les actions possibles ont été limitées au déplacement des chocolats. La possibilité de marquer les chocolats déjà dénombrés n'a volontairement pas été rendue possible afin de favoriser la mise en groupes des chocolats, l'objectif d'apprentissage étant l'usage du principe de position décimale dans l'écriture des nombres. On suit en cela le principe 1. L'intention est que les élèves prennent conscience de la faible efficacité du comptage d'un en un et du risque d'erreurs attaché à ce type de comptage et cherchent à grouper les chocolats en petits groupes du même nombre d'éléments, le nombre idéal étant 10 car il correspond à l'écriture décimale (Fig. 11). Le déplacement des chocolats pour former les groupements doit être fait en contrôlant le nombre d'éléments par groupes (principe 2).



Figure 10. Chocolats à dénombrer

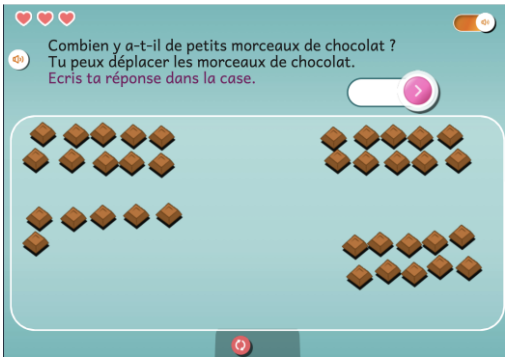


Figure 11. Chocolats mis en groupes de 10

Le choix des manipulations permises a donc été fondé sur une analyse a priori des procédures de résolution permises par les manipulations, de façon à pouvoir suivre les trois principes mentionnés plus haut.

IV - LES RÉTROACTIONS

Les rétroactions sont de nature variée : elles proviennent des objets eux-mêmes (rétroactions adidactiques) ou consistent en des aides ou conseils (rétroactions didactiques), ou encore combinent les deux natures.

1 Les rétroactions de nature didactique

Les rétroactions didactiques sont conçues pour ne pas changer profondément le problème à résoudre (en évitant en particulier l'effet Topaze, Brousseau, 1998), mais pour aider les élèves à ne pas être bloqués et à avancer dans la résolution. L'effet Topaze consiste à transformer le problème pour qu'il puisse être résolu par l'élève mais l'apprentissage voulu par la tâche originale ne se produit pas car l'élève résout un autre problème. Topaze (Pagnol, 1928) prononce ainsi « les moutonss » dans une dictée pour que l'élève n'oublie pas la marque du pluriel ; malheureusement le problème n'est plus de prendre en compte cette marque mais de transcrire ce qu'on entend et la dictée de Topaze a perdu son objectif premier.

Souvent, les rétroactions reformulent l'énoncé comme dans la seconde rétroaction dans la ressource « Ana et Bili » (Fig. 6) ou présentent le problème d'une autre façon. Dans certains problèmes additifs, des schémas en barres ont ainsi pu être donnés comme aide à la représentation du problème.

Par exemple, la ressource « Un cadeau pour Théo » présente le prix d'un cadeau acheté par les parents de Théo et les billets et pièces qui restent dans leur porte-monnaie. Il s'agit de calculer le montant dans le porte-monnaie avant l'achat (Fig.12). Si l'élève donne une première réponse erronée, il reçoit une rétroaction dépendant de sa réponse (Fig. 13) et donnant accès à un schéma en barres (Fig. 14).



Figure 12. La ressource « Un cadeau pour Théo »

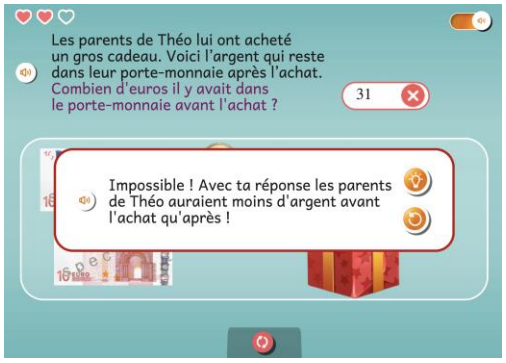


Figure 13. Rétroactions après une première réponse erronée

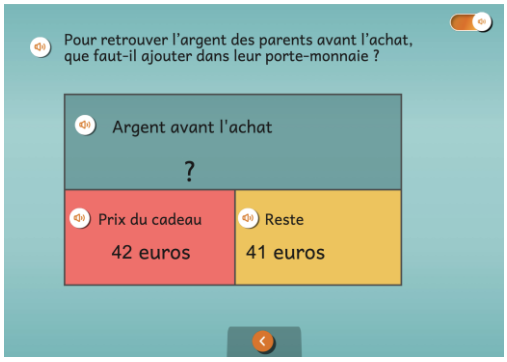


Figure 14. Aide par un schéma en barres

Il peut être intéressant dans certains cas que les rétroactions dépendent de l'erreur en jeu dans la réponse. Ce choix a été fait en particulier dans les ressources demandant de nommer ou reconnaître un polygone ou un solide qui se présentent sous forme de questionnaire à choix multiple. C'est justement le cas dans la ressource « Un cadeau pour Théo » : la rétroaction n'est pas la même si la réponse de l'élève est inférieure ou supérieure au montant restant dans le porte-monnaie.

Ci-dessous des rétroactions différentes (Fig. 15) selon la ou les réponses choisies par les élèves dans la ressource proposant un triangle rectangle variable mais restant toujours rectangle dans le déplacement de deux de ses sommets (Fig. 16).

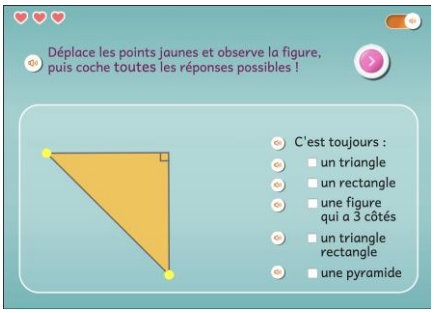


Figure 15. Tâche de reconnaissance d'une figure comme triangle, triangle rectangle et figure à 3 côtés

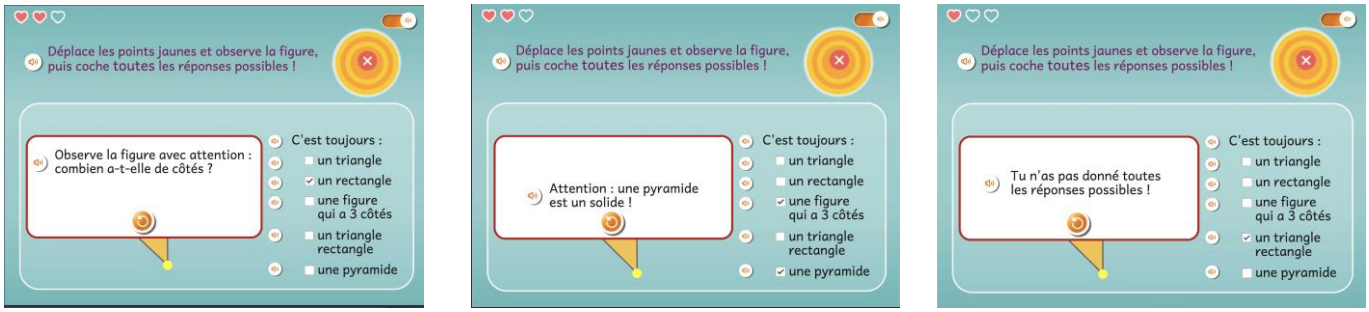


Figure 16. Différentes rétroactions selon les réponses données

2 Les rétroactions de nature adidactique

Ces rétroactions proviennent des objets à l'écran en réponse à des actions faites sur ces objets. Les images ou modèles 3D à l'écran de Cabri représentent le plus souvent des objets concrets mais ils peuvent avoir des capacités plus étendues que les objets concrets. En particulier, l'environnement Cabri permet d'avoir des conteneurs capables de compter les objets mis dans les conteneurs et de calculer la valeur totale (prix, poids, etc.) de l'ensemble des objets du conteneur en fonction de la valeur déclarée de chacun des objets.

Les objets à l'écran de Cabri sont des objets virtuels augmentés. Ils permettent ainsi de créer des rétroactions suite aux actions faites sur les objets.

2.1 Affichage de deux registres de représentation dynamiques en lien

Un premier type de rétroactions peut consister à afficher simultanément au remplissage des conteneurs le nombre d'objets présents dans le conteneur. Les ressources utilisent ce double affichage objets, nombre d'objets, comme aide dans les problèmes liés à la numération.

Ainsi la ressource « Le spectacle de marionnettes » qui demande de placer un nombre donné de places assises dans un théâtre avec des bancs de 10 places et des chaises, propose une aide dans laquelle les élèves peuvent voir immédiatement dans le registre numérique le changement opéré par l'ajout d'un banc ou d'une chaise. L'ajout d'un banc change le chiffre des dizaines en son successeur. Celui d'une chaise a un effet analogue sur le chiffre des unités (Fig. 17, 18 et 19).

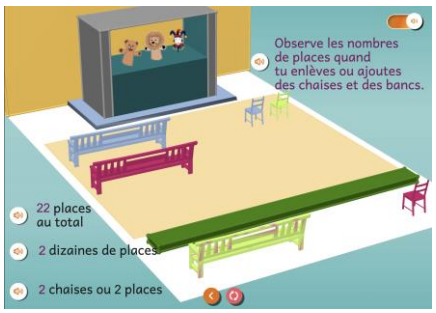


Figure 17. 2 bancs et 2 chaises

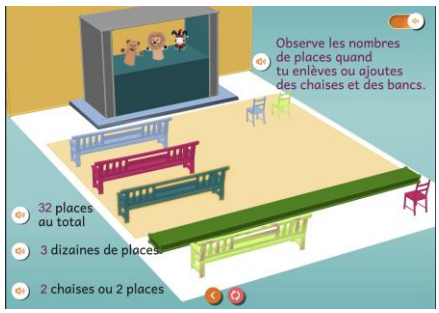


Figure 18. 3 bancs et 2 chaises

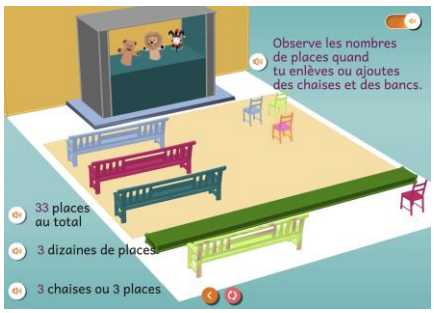


Figure 19. 3 bancs et 3 chaises : 33 places

2.2 Transformation des objets virtuels une fois qu'une condition est réalisée

Dans certaines des ressources sur les chocolats figurent des boîtes pouvant contenir 10 chocolats et qui se transforment en tablettes dès que l'on place le 10e chocolat dans la boîte. (Fig. 20, 21 et 22).

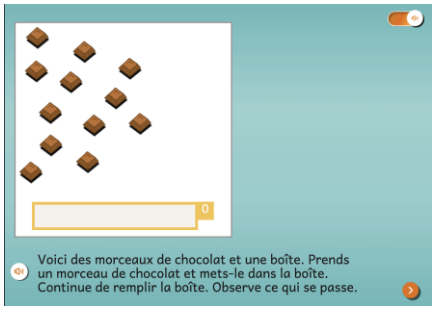


Figure 20. La boîte vide

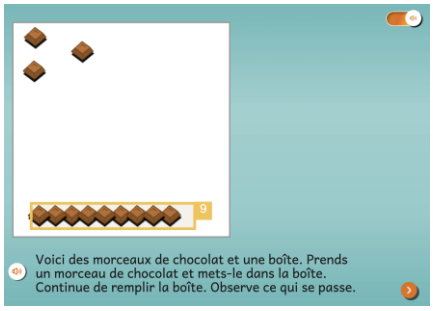


Figure 21. La boîte avec 9 chocolats

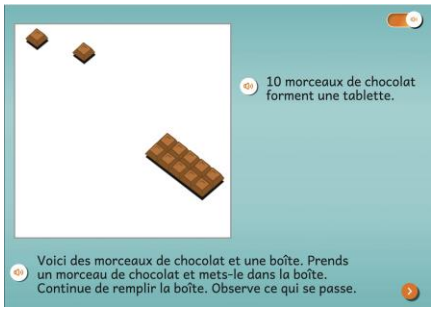


Figure 22. La boîte transformée en tablette

2.3 Possibilité d'étayage grâce aux objets virtuels augmentés

Ces boîtes sont des objets virtuels intermédiaires qui offrent une possibilité d'étayage pour aider les élèves à faire des groupements de 10 chocolats. Une séquence de plusieurs ressources présentant ce type de boîtes propose une gradation dans les objets qui résultent de la transformation des boîtes au moment où elles sont remplies de 10 chocolats. Dans une première étape, les boîtes de 10 chocolats deviennent des tablettes de 10 chocolats montrant ces 10 chocolats (Fig. 22). Dans une seconde étape, elles deviennent de tablettes enveloppées de papier (Fig. 23), on ne voit plus les 10 chocolats.

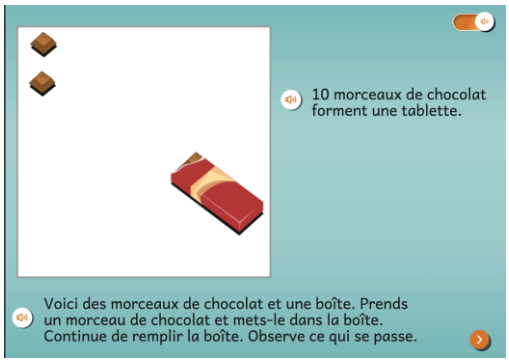


Figure 23. La boîte de 10 chocolats est transformée en une tablette emballée de 10 chocolat

Dans une troisième étape, chaque boîte devient une mini boîte accompagnée du nombre 10 (Fig. 24, 25, 26 et 27), passant ainsi d'une représentation figurative à une représentation symbolique.

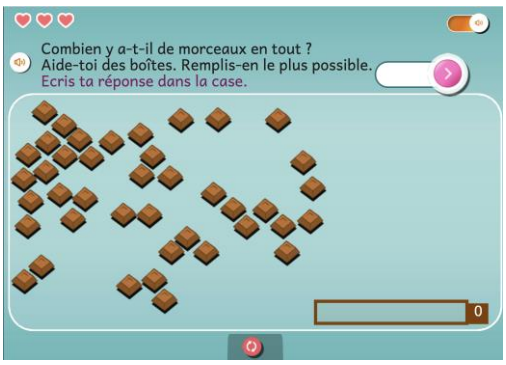


Figure 24. La ressource « Miniboîtes de 10 chocolats »

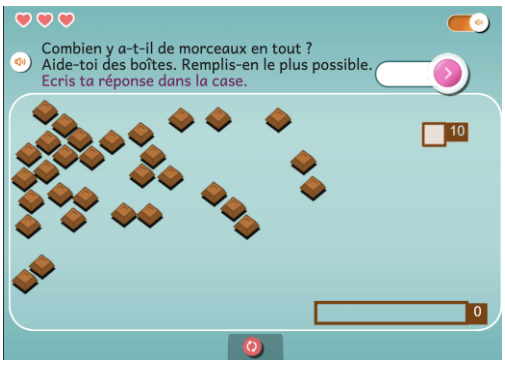


Figure 25. Une boîte pleine devenue une miniboîte

À l'issue de la mise en boîte, il suffit de compter le nombre de mini boîtes de 10 (nombre des dizaines) et les chocolats restants (nombre des unités simples) et de le transcrire dans l'écriture chiffrée demandée.

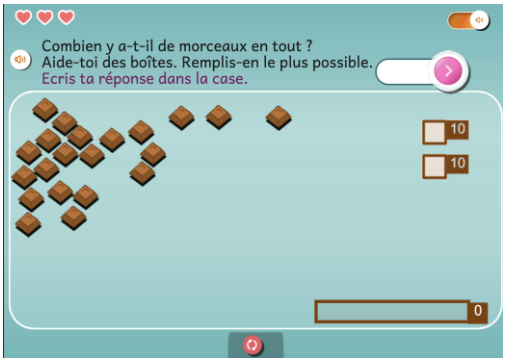


Figure 26. La mise en boîtes continue…

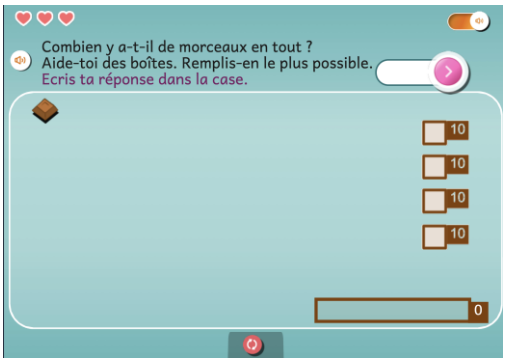


Figure 27. Elle est terminée

Sont produites ainsi des rétroactions des objets de nature différente de celles des objets concrets qui complémentent ces dernières et se met en place une dialectique entre manipulations et rétroactions.

V - CONCLUSION

En résumé, la nature riche et interactive des ressources du projet Smart Enseigno est donc issue d'une organisation du milieu qui a porté sur le choix :

- du problème posé et des objets mis en jeu, ainsi que du contexte dans le cas de problèmes contextualisés ;
- des actions rendues possibles grâce aux possibilités de l'environnement Cabri, et en particulier de la place contrôlée de la manipulation ;
- de la dialectique entre actions sur les objets et rétroactions de ces objets ;
- des aides et conseils donnés en cas de réponses erronées.

Cette organisation s'est appuyée sur des analyses *a priori* des procédures possibles des élèves. Ces analyses ne sont pas faciles à conduire dans la mesure où les ressources permettent de nombreuses actions. C'est un choix de conception pris au départ que nous ne regrettons pas : un milieu trop pauvre ne place pas l'élève en situation problème dans laquelle il a à engager des connaissances. L'expérimentation en classe a conforté ce choix en montrant que les procédures de résolution des élèves recommençant une même ressource évoluent, expérience vécue comme très gratifiante par les élèves. Le choix combiné d'un milieu riche et de données aléatoires s'avère donc productif sur le plan de l'apprentissage.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1998). *Théories des situations didactiques*. La Pensée Sauvage Éditions, Grenoble.

Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports (2020). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. http://ww2.ac-poitiers.fr/carep/sites/carep/IMG/pdf/men_guide_mathematiques_cp_2020_web.pdf

Pagnol, M. (1928) *Topaze*. (2004) Éditions de Fallois

Site compagnon du projet Smart Enseigno : http://www.smartenseigno.fr/.

Vergnaud, G. (1981). Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 2.2, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 215-232.

HABILLE OU EPURE : LE MATERIEL DE MATHEMATIQUES EN QUESTION

Marie-Caroline CROSET
IREM de GRENOBLE
PRAG, INSPE Université Grenoble Alpes
Marie-Caroline.Croset@univ-grenoble-alpes.fr

Anne DIVISIA
IREM de GRENOBLE
CPD , DSDEN Grenoble
Anne.Divisia@ac-grenoble.fr

Fanny GIMBERT
IREM de GRENOBLE
MCF, LaRAC, INSPE Université Grenoble Alpes
Fanny.Gimbert@univ-grenoble-alpes.fr

Nicolas LE GAC
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Nicolas.Le-Gac@ac-grenoble.fr

Géraldine MASTROT
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Geraldine.Mastrot@ac-grenoble.fr

Hélène STOFFEL
IREM de GRENOBLE
PEMF, DSDEN Grenoble
Helene.Stoffel@ac-grenoble.fr

Résumé
Notre groupe IREM a expérimenté un nouveau dispositif d'encadrement des mémoires des professeurs des écoles stagiaires du 1er degré. Notre questionnement s'est porté sur l'enseignement de la résolution de problèmes en classes de maternelle. Peut-on et doit-on enseigner la résolution de problèmes arithmétiques en maternelle ? Quel matériel utiliser ? Quelles précautions prendre ? Comment sensibiliser les enseignants stagiaires à cet enseignement ? Les travaux de recherche traitant de ces questions nous ont conduits à plusieurs constats comme la nécessité d'articuler la résolution de problèmes arithmétiques avec la construction du nombre (Fagnant, 2013; Fayol, 2018), la place du milieu matériel en maternelle (Margolinas & Laparra, 2017) et la nature perceptive du matériel qui pourrait agir sur l'efficacité des enseignements mathématiques (Carbonneau et al., 2013; Laski et al., 2015). C'est ainsi que la question « Le matériel de la classe peut-il détourner les élèves de maternelle de leurs apprentissages mathématiques, en particulier lors de problèmes arithmétiques verbaux ? » a été proposée à des professeurs des écoles stagiaires en classes de GS dans le cadre de leur mémoire. La méthodologie consiste en une démarche expérimentale où chaque professeur stagiaire a enseigné la résolution de problèmes arithmétiques soit avec un dispositif « épuré » (une boite et des jetons) soit avec un dispositif « habillé » (une maison, des souris et des graines). Dans cette communication, nous proposons de présenter, d'une part, le protocole expérimental et les résultats de cette recherche préliminaire et, d'autre part, les bénéfices que nous semblent apporter ce dispositif original comme outil de formation.

I - INTRODUCTION

Notre groupe IREM-Pégase est composé d'une enseignante INSPE, didacticienne des mathématiques, une conseillère pédagogique départementale et trois professeurs des écoles maîtres formateurs. Une seconde enseignante INSPE, chercheuse en cognition numérique a aussi participé ponctuellement aux réflexions. Une de nos actions a consisté à créer une ingénierie didactique d'enseignement du nombre à l'école maternelle dans laquelle la nature du matériel est une question centrale. Cette action s'inscrit dans le projet Pégase[1] dont l'objectif est de développer un partenariat enseignement-recherche-formation, en œuvrant pour la conception d'outils et de dispositifs efficaces pour l'enseignement. L'action phare du pôle Pégase consiste à tester l'efficacité d'un ensemble de propositions pédagogiques visant l'amélioration des apprentissages fondamentaux dont les mathématiques et la réduction des inégalités.

Alors que l'INSPE cherchait des encadrants de mémoires, l'idée est née que notre groupe IREM, avec ses différentes casquettes de formateurs, puisse co-encadrer un sujet de mémoire. Il s'agissait de proposer à plusieurs professeurs d'école stagiaires (PES) un sujet de mémoire avec une même problématique et un même protocole expérimental afin de mettre en commun les résultats obtenus pour les analyser et bénéficier ainsi d'un nombre important de données. L'originalité de ce travail de mémoire relève, entre-autres, de la complémentarité dans nos apports auprès des PES, alliée à une légitimité des interventions de chacun selon les besoins identifiés des stagiaires.

Dans le cadre du suivi des mémoires PES, huit séances de 2h30 ont été proposées et consacrées à du travail collectif qui sera détaillé dans la suite de l'article. Dès la seconde séance, nous avons annoncé aux PES ce que nous souhaitions leur apporter au travers de ce travail : se former à la recherche et par la recherche avec un recueil de données en milieu écologique. En dehors des séances, chacun d'entre nous suivait individuellement la rédaction du mémoire de plusieurs PES.

Notre communication traite à la fois de l'expérimentation autour de la résolution de problèmes en maternelle et de l'impact de la nature du matériel sur les apprentissages, mais également des spécificités de notre dispositif de formation : nous décrirons comment nous avons engagé des enseignants stagiaires dans la dynamique d'un protocole expérimental construit collectivement. Nous évoquerons ainsi comment nous avons réussi à transposer notre expérimentation aux PES et à les engager dans notre recherche.

Dans une première partie, nous ferons un point sur les recherches ayant nourri la problématique ; dans une seconde partie, nous présenterons l'expérimentation mise en place ; dans une troisième partie, les résultats obtenus avant de faire un bilan et de présenter des perspectives. Dans chaque partie, un paragraphe sera consacré à l'engagement des PES dans ce travail de recherche.

II - CONTEXTE THEORIQUE

1. La résolution de problèmes arithmétiques

Vergnaud (1991) définit le nombre comme un concept abstrait constitué de trois composantes : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept, l'ensemble des invariants opératoires et l'ensemble des formes langagières et symboliques. Dans les programmes de maternelle, les deux dernières composantes sont très présentes. Il est attendu des élèves de fin d'école maternelle qu'ils connaissent différentes représentations verbales, analogiques et symboliques des 10 premiers nombres ainsi que le passage d'une représentation à l'autre. Il est aussi attendu qu'ils acquièrent des techniques comme dénombrer, énumérer, connaître la suite orale des mots nombres jusqu'à 30, etc. Quant à la première composante, celle relative,

1 Le projet "Pôle éducation-recherche de l'Académie de Grenoble sur les apprentissages fondamentaux pour lutter contre les inégalités à l'école" (Pégase) est lauréat de l'appel à projets "Pôles pilotes de formation des enseignants et de recherche pour l'éducation", lancé dans le cadre de l'action "Territoires d'innovation pédagogique" du PIA 3.

entre-autres, aux problèmes ou situations, elle n'est apparue explicitement dans les programmes que depuis les récents réajustements de 2021[2].

Par ailleurs, Fagnant (2013) dénonce l'idée selon laquelle « les élèves doivent disposer d'une certaine maîtrise des techniques opératoires avant de résoudre les problèmes. Les recherches portant sur les stratégies informelles des enfants montrent qu'il n'en est rien et que les jeunes élèves développent spontanément des compétences importantes dans ce domaine avant tout enseignement spécifique en arithmétique ou en résolution de problèmes » (Fagnant, 2013, p.29). De plus, l'utilisation d'un symbolisme mathématique mal compris peut conduire au développement de stratégies superficielles en résolution de problèmes et à l'application de règles dont le sens reste obscur pour les élèves. Cet auteur souligne également que l'enseignement de la résolution de problèmes devrait arriver avant les symbolisations mathématiques formelles, sans attendre la maîtrise des techniques opératoires, les stratégies informelles des enfants servant, selon elle, à donner du sens aux opérations. Dans notre système français, cela signifierait que cet enseignement devrait avoir lieu avant l'enseignement des opérations qui arrive au cours de l'année de CP. Mais l'apprentissage de la résolution de problèmes numérique dès la maternelle est-il accessible aux élèves ?

En s'appuyant sur des résultats issus d'études en psychologie cognitive et du développement, Fayol (2018) déclare que les enfants perçoivent et comprennent très précocement les effets des transformations sur les quantités notamment sur des situations d'ajout ou de retrait. Il précise que la simulation d'abord physique puis ensuite mentale des situations favorise l'apprentissage des opérations arithmétiques et la compréhension des symboles.

Ces différents travaux de recherche s'accordent à dire que savoir résoudre des problèmes dès le cycle 1 permet de donner du sens aux symboles mathématiques. Or, travailler la résolution de problèmes avec des élèves de maternelle et évaluer expérimentalement l'efficacité de l'intervention proposée n'est pas une pratique encore très développée (voir les méta-analyses de Kroesbergen, & Van Luit (2003), de Nelson & McMaster (2019) et de Pellegrini et ses collègues (2021)). Notre groupe IREM a ainsi choisi d'aborder le nombre sous l'angle de la résolution de problèmes. Nous nous sommes appuyés notamment sur la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991) et sa classification des problèmes additifs. La situation de référence est « la boîte noire » tirée des Essentielles ERMEL (Argaud et al., 2016) qui sera détaillée dans la section 2.

2. La manipulation et le matériel

Pour résoudre des problèmes en maternelle, il convient de disposer d'un matériel qui illustre les quantités et qui porte la représentation analogique des nombres. Nous nous sommes donc interrogés sur cette question du matériel. Ce questionnement est depuis plusieurs années au cœur du travail de notre groupe IREM. Dans nos précédents travaux, nous nous étions interrogés sur l'usage d'un matériel de référence pour construire la numération au cycle 2 dans le cadre d'un rituel (Divisia et al., 2019).

Par nos missions de formateur d'enseignants, nous avons observé une grande diversité de matériel en maternelle et une diversité de situations qui nous interrogent : parmi cette diversité, y a-t-il des choix plus favorables à un ancrage des apprentissages ? Cette diversité est-elle un atout pour les apprentissages ? Quel matériel favoriser pour quelle situation ?

Ce questionnement n'est pas nouveau et intéresse les différents acteurs de l'éducation ainsi que les chercheurs depuis de nombreuses années. Par exemple, la pédagogie Montessori qui se développe en particulier dans les maternelles françaises[3] offre un matériel très sobre. Or, selon certaines études, cette pédagogie aurait des retombées positives sur les apprentissages mathématiques (Denervaud & Gentaz,

2 https://www.education.gouv.fr/bo/21/Hebdo25/MENE2116550A.htm

3 En attestent de nombreuses publications d'enseignants (par exemple, (Alvarez, 2016; Morin, 2017; Poussin, 2017).

2015; Lillard & Else-Quest, 2006)[4]. Certains auteurs avancent que cet effet positif reposerait sur des spécificités pédagogiques telles que les classes multi-âge ou la liberté de choisir son atelier (Marshall, 2017) ou encore des spécificités didactiques telles qu'une diversité restreinte de types de tâches (Croset & Gardes, 2019). Laski et ses collaborateurs (2015) mettent en avant la nature du matériel : la sobriété et l'adéquation entre le concept et les grandeurs physiques portées par le matériel. Cependant, bien que le matériel soit une des spécificités de cette pédagogie, il est difficile d'inférer l'impact possiblement positif de cette pédagogie à la nature du matériel.

Le travail de Carbonneau et son équipe (2013) porte, au contraire, spécifiquement sur l'impact de la manipulation concrète sur l'enseignement des mathématiques. Cette méta-analyse rassemble les résultats de cinquante-cinq travaux de recherche du « kindergarden » (5-6 ans) jusqu'à la première année d'université sur des domaines mathématiques très divers comme la géométrie, les fractions ou encore les opérations arithmétiques. Elle montre que l'utilisation d'un matériel concret en mathématique a un effet sur l'apprentissage des élèves et la nature du manipulatif[5] ou plus précisément sa qualité perceptive pourrait être un facteur influant.

La figure 1 ci-dessous illustre deux types de matériel. D'un côté de simples jetons d'une seule couleur : un matériel perceptivement pauvre qu'on qualifiera d'« épuré » et de l'autre côté une collection de nounours multicolores qui correspond à un matériel perceptivement riche dont on dira qu'il est « habillé », au sens où il porte une information autre que celui du concept visé. La dénomination « habillé » faisant référence à un contexte non mathématique qui « habille » le problème mathématique. La méta-analyse a identifié la richesse perceptive du matériel comme un élément qui pourrait être préjudiciable à l'apprentissage des élèves. Ceux-ci seraient distraits, auraient envie de jouer et s'éloigneraient de l'objectif d'apprentissage visé.



Figure 1. Le matériel peut être de deux natures : un matériel « épuré » à gauche, vs. « habillé » à droite

Toutefois on relève des limites à cette méta-analyse. Les résultats montrent des incohérences. Par exemple, en ce qui concerne les résultats d'apprentissage en résolution de problèmes, les études qui ont utilisé un matériel de manipulation perceptivement riche ont un impact plus faible que les études qui utilisaient du matériel épuré. En revanche, l'inverse est vrai lorsqu'on évalue des compétences de transfert : le matériel « habillé » peut améliorer l'apprentissage des élèves. Ces derniers résultats contredisent de précédentes recherches sur le sujet : Kaminski Sloutsky & Heckler (2008) montrent que la richesse perceptuelle de matériel inhibe le transfert de l'apprentissage. De plus, on ne relève que trois études postérieures à 2008, et seules six études se situent en Grade 1 (équivalent CP) et une seule en kindergarden (année pré-élémentaire dans le cursus scolaire Anglo-Saxon) qui portait, en 1977, sur un échantillon de 26 élèves (Paolini, 1979). Au vu de ces éléments, il nous a paru nécessaire de compléter les recherches sur la question du matériel en maternelle.

3. Des principes pédagogiques et didactiques

Dans le cadre de notre expérimentation, nous souhaitions engager les PES dans la construction d'une séquence et dans l'appropriation de gestes professionnels qui nous semblaient importants et reconnus dans la littérature.

4 Voir (Chisnall & Maher, 2007; Lillard, 2012; Mix et al., 2017) pour une vision alternative

5 Le terme « manipulatif » désigne un matériel tangible de manipulation utilisé pour l'apprentissage

Le premier type de gestes professionnels à mettre en œuvre dans la construction d'une séquence est d'identifier l'objectif en termes de « savoir » et de travailler son institutionnalisation. Les travaux de Brousseau (1998) ont guidé la construction de la séquence des PES. Margolinas et Laparra (2017) nous invitent à analyser ce qui se joue dans une situation d'enseignement et à distinguer connaissance et savoir. La connaissance se fait en contexte dans une situation d'apprentissage alors que le savoir correspond aux connaissances utiles qui sont en jeu. Le savoir est formulé, validé et accompagné par l'enseignant. Les auteurs précisent d'ailleurs que les objets du monde ne facilitent pas la lisibilité des objectifs visés par l'enseignant : le matériel importe des dimensions non contrôlables dans la situation d'apprentissage. En effet, les objets utilisés pour la manipulation sont issus du monde scolaire ou extra-scolaire, qui ont une utilisation autre que celle demandée par l'enseignant à un moment donné. Par exemple, les kapla peuvent servir à construire des tours à la maison mais peuvent être utilisés par l'enseignant pour dénombrer une collection, imiter des planches pour une commande… En les manipulant, les élèves peuvent évoquer d'autres usages, mobiliser d'autres affects que ceux attendus par l'enseignant. Le questionnement que notre groupe a autour du matériel et de sa nature est donc au cœur de la construction du savoir. En utilisant du matériel, l'élève mobilise des connaissances qu'il faut, selon les auteurs, dépersonnaliser, décontextualiser, détemporaliser. Selon les auteurs, le travail d'explicitation des procédures, d'institutionnalisation aiderait ce processus et devrait donc avoir une place importante dans la construction de séquence. Ainsi, la séquence se construit grâce à l'anticipation et la mise en œuvre d'une institutionnalisation adaptée ainsi que la verbalisation des procédures.

Le deuxième type de gestes professionnels porte sur la progressivité des connaissances en jeu. Lors de la construction d'une séquence, se posent aussi des questions de temporalité et de cadence des apprentissages. Sur ce point, nous nous sommes appuyés sur les travaux de psychologues en cognition numérique. Booth et son équipe (2017) relèvent des principes issus de ce domaine qui ont un impact sur l'apprentissage des mathématiques. Ils listent les études menées en laboratoire ou en milieu écologique soutenant ou non ces principes. Nous avons retenu deux grands principes pour structurer notre séquence. Le premier est l'un des plus robustes de la littérature : celui de la répétition espacée ou de la pratique distribuée qui repose sur l'idée de proposer des révisions à intervalles réguliers. D'autres auteurs soutiennent ce principe : en particulier, Eustache et Guillery-Girard (2016) qui recommandent de ritualiser les apprentissages pour améliorer la réceptivité des élèves. La répétition des épisodes d'apprentissage soutiendrait la formation de nouvelles connaissances pour compenser le faible empan de mémoire de travail de l'enfant. Elle favoriserait la mémorisation à long terme et permettrait d'effacer progressivement les souvenirs spécifiques pour ne conserver que le concept. Nous avons retenu un second principe énoncé dans la revue des travaux réalisée par Booth : celui de l'entrelacement (*interleaving*) ou de l'aspect spiralaire d'un apprentissage. S'exercer à résoudre différents types de problèmes dans un ordre mixte (plutôt que résoudre un même type de problèmes avant de passer à un autre type) a un effet positif sur les apprentissages à la résolution de problèmes. Cela aiderait les élèves à différencier les types de problèmes, à identifier les caractéristiques des problèmes et à leur associer des stratégies appropriées.

4. Problématique

Les éléments de la partie précédente nous ont amené à réfléchir à la question générale : **Quelles sont les conditions d'un enseignement efficace de la résolution de problèmes additifs en grande section ?** Plus précisément, l'apprentissage de problèmes additifs, reposant sur des principes pédagogiques et didactiques reconnus, est-il accessible à des élèves de grande section de maternelle ? La nature du matériel est-elle un élément clef, a-t-elle un impact sur les apprentissages ?

Des lectures précédentes ont émergé deux hypothèses :

Un enseignement des problèmes additifs reposant sur une verbalisation et institutionnalisation des procédures d'une part et une progressivité distribuée et spiralaire d'autre part, améliore l'apprentissage

des élèves. Si cette hypothèse est validée, nous pourrons donc conclure quant à l'efficacité de notre intervention et à l'accessibilité de la résolution des problèmes additifs en maternelle.

En s'appuyant sur les résultats de la méta-analyse de Carbonneau (2013) montrant que la richesse perceptive du matériel de manipulation pouvait être néfaste aux apprentissages en mathématiques, nous avons formulé une seconde hypothèse : un matériel « épuré » plutôt qu'un matériel « habillé » favorise les apprentissages en résolution de problèmes.

5. Comment avons-nous engagé les PES ?

Nous faisons à présent un pas de côté pour nous pencher sur l'appropriation du cadre théorique par les PES. Pour guider la lecture des articles de recherche, dont la liste était donnée, les PES disposaient de questions visant à identifier les idées fortes mais aussi les difficultés de compréhension ou les questionnements associés. Ce questionnement a permis d'élaborer les contenus des premières séances. Nous nous sommes appuyés sur ces retours pour faire expliciter les points essentiels et conduire à leur appropriation par chacun. Les interactions au sein du groupe ont permis de motiver, d'enrichir, d'encourager la lecture et l'appropriation des articles de recherche.

Les PES ont pu s'approprier des connaissances dans le domaine de la méthodologie de recherche, avec notamment l'acquisition d'un lexique inhérent (biais de publication, significativité des résultats), des éléments de statistique descriptive (moyenne, écart type, taille de l'effet …), ou encore les conditions d'une expérimentation robuste (présence d'un groupe contrôle et d'un groupe expérimental…), dans le domaine de la didactique des mathématiques de la résolution de problèmes avec ses enjeux, les situations de référence et les procédures clés. Les étudiants ont aussi pris conscience que le choix du manipulatif n'est pas anodin et que tous les manipulatifs ne sont pas équivalents dans le lien qu'ils entretiennent avec le concept visé. En termes de gestes professionnels, le rôle de l'institutionnalisation et des procédures à expliciter est devenu essentiel dans leur pratique et leur réflexion.

Cependant, nous avons relevé une limite à cette bibliographie très cadrée. Celle-ci a peut-être empêché des lectures complémentaires plus spontanées lorsque le cadre est moins contraint. Le cheminement vers la problématique était parfois mal tracé dans les écrits des PES, ce qui pourrait attester d'un manque de compréhension des choix proposés par les formateurs ou d'appropriation.

III - EXPERIMENTATION

L'expérimentation s'est déroulée sur trois périodes : les pré-tests en période 2 (décembre), l'intervention en période 3 (janvier et février) et les post-tests en période 4 (mars).

1. Pré-tests et post-tests

Des tests identiques ont été réalisés pour les pré-tests et les post-tests (voir Annexe 2). Six problèmes à résoudre ont été donnés à l'oral, sans matériel, en passation individuelle.

Le choix s'est arrêté sur :

- deux problèmes de recherche de l'état final dans une transformation positive (Ef+), l'un avec un Ajout (A1), l'autre avec deux Ajouts (A2)

  Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ? (A1)

  Lyna a 2 billes. Elle en gagne 1. Puis elle en gagne encore 2. Combien de billes a-t-elle en tout ? (A2)
- deux problèmes de recherche de l'état final dans une transformation négative (Ef-), l'un avec un Retrait (R), l'autre avec deux Retraits (R2)

  Jean a 4 cerises. Il en mange 1. Combien de cerises lui reste-t-il ? (R1)

Lou a 6 billes. Elle en perd 1. Puis elle en perd encore 2. Combien de billes lui reste-t-il ? (R2)

– deux problèmes de recherche de l'état initial : un dans une transformation positive (Ei+), l'autre négative (Ei-).

Au début, Léo a des billes. Il gagne 2 billes. A la fin, Léo a 6 billes. Combien en avait-il au début ? (Ei+)

Julie a des œufs dans son panier. Elle en casse 3. Maintenant, il lui reste 2 œufs. Combien Julie avait-elle d'œufs dans son panier avant d'en casser ? (Ei-)

Chaque problème est évalué sur 2 points :

– Réponse erronée : 0 point
– Dans le cas où l'élève demande de répéter l'énoncé et répond correctement : 1 point
– Dans le cas où l'élève répond correcte sans répétition de l'énoncé : 2 points

2. Description des interventions

L'intervention s'est déroulée sur six semaines à raison d'un atelier par semaine avec quatre problèmes à résoudre par atelier (voir Annexe 1)

2.1 Les principes

Décrivons les principes que nous avons implémentés.

- Le premier principe est que nous avons fait le choix de travailler avec des problèmes de transformation qui portent sur l'état final qui sont les plus accessibles aux élèves (A1 et R1).
- Un second principe était de ne pas enfermer les PES dans une croyance que les problèmes arithmétiques se réduiraient aux problèmes à une étape ; c'est pourquoi, nous avons choisi de traiter des problèmes avec deux ajouts (A2) et même deux retraits (R2) successifs.
- Le troisième principe, osé en GS, est d'avoir introduit des problèmes de recherche de l'état initial qui se travaillent ordinairement en CE1 (Ei+ et Ei-). Ce choix est guidé d'une part, par la volonté d'observer comment un élève de GS aborde ce type de problèmes et de voir quels outils ou quelles procédures il va mobiliser. D'autre part, il est intéressant de regarder les résultats et d'identifier si un entraînement sur ce type de problèmes peut faire progresser les élèves.
- Le quatrième et dernier principe est de consacrer du temps à l'entraînement et à la révision, en lien avec notre première hypothèse et les principes issus de la cognition numérique rappelés en section 3. Pour cela, nous avons construit un entraînement distribué et spiralaire. En effet, chaque atelier est composé de quatre problèmes à résoudre : dans une même séance, un nouveau type de problème est introduit (en rouge sur le schéma suivant, figure 2) et entraîné deux fois puis les problèmes déjà rencontrés (en blanc) sont ré-entraînés deux fois également. De plus, en période 4, deux séances de révision pour se remémorer les différents types de problèmes rencontrés et les procédures utilisées sont organisées.

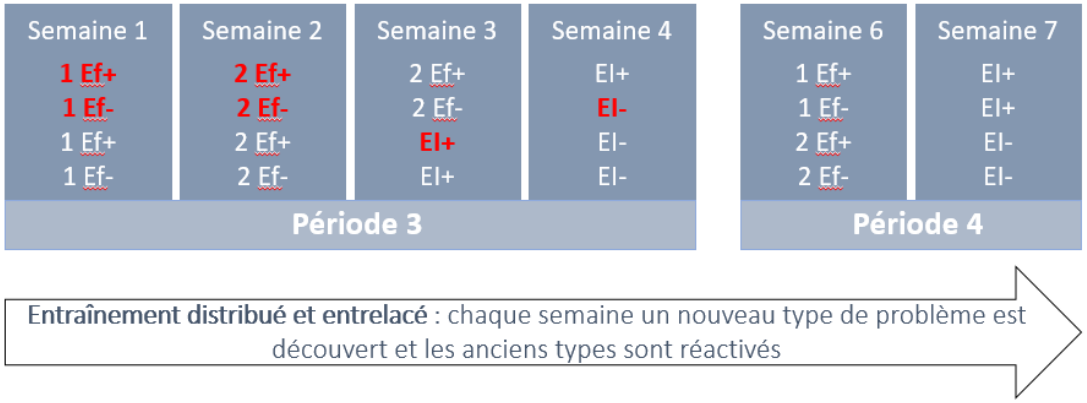


Figure 2. Planification de l'intervention : un atelier par semaine et quatre énoncés par atelier. En rouge, l'introduction d'un nouveau type de problèmes. En blanc, les problèmes déjà travaillés. Ef (resp. Ei) pour recherche sur l'état final (resp. initial). Le symbole « + » (resp. « - ») pour une transformation positive (resp. négative). Le symbole 1 (resp. 2) pour une étape (resp. deux étapes).

2.2 La mise en œuvre

Lors des séances, les enseignants prennent en charge des petits groupes d'élèves (six en moyenne), permettant un retour adapté, individuel et immédiat sur l'incompréhension ou l'erreur. Les séances s'organisent ainsi autour de six temps.

Dans un premier temps, l'enseignant présente l'atelier aux élèves. Il réactive les séances précédentes, présente le matériel, demande aux élèves de reformuler les consignes.

Lors du deuxième temps, le problème est joué devant les élèves :

> *« Dans ma boite il y a 2 jetons. Regardez, il y en a 2. Maintenant j'ajoute 2 jetons. Je ferme la boite. Combien y a-t-il de jetons maintenant ? Vous devez me dire combien il y a de jetons dans la boite ».*

Dans un troisième temps, les élèves résolvent les problèmes :

> *« Qui peut me raconter ce qui s'est passé dans la boite ? ».*

Le quatrième temps est celui des partages de connaissances et procédures. Les résultats sont partagés dans le petit groupe. Chaque élève propose son résultat à l'oreille de l'enseignant pour ne pas bloquer la proposition du camarade. Ce dernier sollicite l'un d'entre eux pour présenter son résultat et partager sa procédure :

> *« Vous allez expliquer aux autres comment vous avez fait pour trouver. Alors, Lucile, comment le sais-tu ? »*

L'enseignant observe les stratégies employées par les élèves et relève les connaissances mobilisées.

Le cinquième temps est celui de la validation par le matériel. A la suite du partage des résultats et de la confrontation des procédures, l'enseignant fait valider avec la boite :

> *« Maintenant nous allons vérifier avec la boite ».*

Les jetons sont sortis de la boite et alignés. Les élèves sont invités à raconter à nouveau l'histoire en identifiant les jetons et à réfléchir à chaque cas de figure (ajout, retrait, recherche de l'état initial) pour valider ou rejeter les propositions. Notons que c'est le seul moment où les élèves ont accès au matériel. Auparavant, seul l'enseignant manipulait devant eux.

Dans une dernière étape de l'atelier, l'enseignant propose une phase d'institutionnalisation. Les procédures mises en œuvre sont explicitées et entraînées. Une nouvelle procédure est institutionnalisée chaque semaine.

2.3 Les procédures

Les procédures préalablement sélectionnées par les formateurs et présentées aux professeurs d'école stagiaires sont les suivantes :

- Recomptage sur deux mains distinctes : je mets 3 doigts sur une main. Je mets 3 doigts sur une autre main. Je recompte tous les doigts : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Au total ça fait 6. Décomptage.
- Recomptage à la suite des doigts déjà levés : je mets 3 doigts sur une main. Je mets 2 (je continue sur la même main, à la suite des doigts déjà levés). Je recompte tous les doigts ou je vois que cela fait une main : 1, 2, 3, 4, 5. Au total ça fait 5.
- Surcomptage avec les doigts : je mets 4 dans ma tête, j'ajoute 3 avec les doigts : 5, 6, 7. Et encore 2 avec les doigts : 8, 9. Au total ça fait 9.
- Enfin, possibilité d'une procédure(s) mentale(s) à expliciter (connaissance du fait numérique ou jetons simulés dans sa tête)

D'autres procédures, telle que la procédure de schématisation, ont été discutées puis écartées faute de temps au sein de l'expérimentation.

3. Présentation des conditions

Pour observer l'impact du matériel sur les apprentissages mathématiques des élèves, nous avons défini deux dispositifs pédagogiques mis en œuvre dans les classes des enseignants stagiaires : une partie des PES sera chargée de faire vivre l'intervention dans un dispositif épuré. L'autre partie conduira une intervention dans un dispositif habillé. Les énoncés mathématiques sont identiques dans les deux dispositifs. Seul le matériel et le discours diffèrent d'un dispositif à l'autre, différence que nous allons décrire ci-dessous.

3.1 Description du dispositif « épuré »

Il s'agit de « jouer » les problèmes avec une boite opaque (voir la « boite noire » des Essentielles ERMEL (Argaud et al., 2016)) et des jetons simples. Le discours tenu par l'enseignant est systématiquement le même :



Figure 3. Matériel utilisé dans le dispositif "épuré" : une boite noire et des jetons

« Dans ma boite je mets n jetons. Regardez, il y en a n. Maintenant j'ajoute p autres jetons. Je ferme la boite. Vous devez me dire combien il y a de jetons maintenant dans la boite. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boite ».

3.2 Description du dispositif « habillé »

Pour l'habillage, nous avons choisi de nous appuyer sur l'histoire de la famille Souris, tirée de l'album *La famille souris et le Potiron* (Iwamura & Bouvier, 1997).

Dans l'histoire, les membres de la famille Souris ont besoin de compter les graines de potiron récoltées et stockées dans le coffre familial. Les jetons sont devenus des graines de potiron, la boite un joli coffre, et des marionnettes de souris ont joué la scène. Le discours tenu par l'enseignant est le suivant :

« Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter ! C'est l'été, il fait beau et l'un de nos potirons est déjà mûr. Nous allons pouvoir le manger et mettre ses graines à l'abri dans notre coffre. Pour le moment, regardez, il y a n graines dans le coffre. Maintenant, Grand-père souris ajoute les p graines du potiron mûr. Vous devez me dire combien il y a de graines maintenant dans notre coffre. Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre ».



Figure 4. Matériel utilisé dans le dispositif "habillé" : des souris, un coffre et des graines

3.3 Description du dispositif « sans intervention » : la condition contrôle

Pour contrôler l'effet des conditions « épuré » et « habillé » sur les progrès des élèves, nous avons constitué une condition contrôle avec deux classes de professeurs d'école titulaires. L'objectif est de pouvoir répondre à la première hypothèse et d'étudier si un enseignement structuré de la résolution de problème en cycle 1 améliore les connaissances dans le domaine (indépendamment de la nature du matériel). Les enseignants de la condition contrôle ont fait passer les mêmes pré-test et post-test que les groupes avec intervention, en s'engageant à ne pas mener l'intervention entre les tests et à ne pas programmer de séances de résolution de problèmes arithmétiques entre les deux non plus.

4. Participants

Au départ, dix-huit PES étaient engagés dans cette expérimentation. Les données de huit PES ont été écartées : quatre enseignaient en Moyenne Section et quatre autres ont été contraints de décaler l'expérimentation. En conséquence, seuls dix PES ont contribué à la récolte des données.

De plus, le choix a été d'exclure les élèves ayant fait l'objet d'une demande d'aide au RASED, les élèves allophones ou encore les élèves à Haut Potentiel avéré. Enfin, nous n'avons pas pris en compte les données d'élèves qui auraient été absents lors du pré-test ou du post-test, ainsi que les données d'élèves ayant manqué plus de deux séances d'entraînement. Au total, 108 élèves de grande section ont été inclus avec 46 filles et 62 garçons. Les élèves avaient entre 5 ans et 6 ans avec un âge moyen de 5 ans et 5 mois (ET = 0,31).

La répartition des enseignants et de leurs élèves dans une des trois conditions a été aléatoire. Au départ, avant exclusion des élèves, la répartition selon la condition habillée vs épurée était équilibrée. Les aléas des mises en œuvre ont créé, à posteriori, un déséquilibre dans la répartition (tableau 1).

Condition	*Nombre d'élève GS*	*Age moyen*
Contrôle	19 (4 filles, 15 garçons)	5,46
Epurée	38 (18 filles, 20 garçons)	5,45
Habillée	51 (24 filles, 27 garçons)	5,44

Tableau 1. Répartition des élèves inclus selon la condition

5. Comment avons-nous engagé les PES ?

Nous allons décrire maintenant comment les PES se sont appropriés les pré-tests et la mise en œuvre de l'intervention. Quatre éléments clefs ont structuré cette appropriation :

- Jouer la scène pour mieux se projeter

Nous avons proposé aux enseignants stagiaires un jeu de rôles. Il s'agissait de jouer le script de passation des pré-tests et des premières séances de l'intervention, certains PES jouant le rôle de l'enseignant, d'autres celui des élèves. Cela a permis aux PES de comprendre les choix des formateurs (choix des types de

problèmes, des valeurs numériques, progressivité), de débattre des formulations des énoncés, de s'approprier les consignes, d'anticiper les réponses possibles des élèves puis d'affiner les rétroactions face à des réponses d'élèves, et enfin, de discuter de la posture de l'enseignant en situation atypique (face à face avec un élève lors des pré-tests, le reste de la classe étant en autonomie).

– Se questionner pour mieux construire

Nous avons suscité la réflexion par des questions précises auxquelles les PES devaient répondre par petits groupes selon les spécificités de leur classe : « comment allez-vous organiser votre classe pour vous rendre disponible pour un seul élève ? Que vont faire les autres ? A quel moment de la journée ? Comment mettre en confiance l'élève ? ». C'est grâce à ce questionnement que les PES ont pu identifier les spécificités et les points communs de leur classe et partager des solutions. En confrontant le dispositif de passation proposé avec la réalité de leur classe, les PES ont pu proposer des ajustements dans le script initial.

– Adapter pour mieux s'engager

L'adaptation du script de l'intervention du dispositif épuré au dispositif habillé a été confiée aux PES. Ils ont défini ensemble les éléments d'habillage (coffre-fort, décor, plateau, marionnettes, graines de potiron...). Ils ont adapté les consignes pour qu'elles soient littéralement intégrées à l'histoire de la famille Souris. Le principe était d'obtenir un script et un cadre commun qui fassent consensus.

– Anticiper des procédures pour mieux institutionnaliser et observer

Nous avons défini pour les stagiaires quelles procédures travailler (section 2.2) mais les PES ont été également force de propositions pertinentes comme la possibilité de s'appuyer sur la schématisation. Cette proposition était très intéressante mais nous avons décidé de l'écarter pour éviter l'éparpillement. Cette procédure aurait en effet nécessité des apports théoriques et une définition claire de sa mise en œuvre pédagogique dans l'atelier. Nous les avons engagés à approfondir cette idée à la suite de l'expérimentation. En outre, nous avons demandé aux PES de prévoir une phase d'institutionnalisation systématique dans chaque séance. Cette double contrainte (liste des procédures et phase d'institutionnalisation) a engagé les PES à devoir observer finement les procédures ainsi que le niveau de mobilisation de ces procédures par leurs élèves.

IV - RESULTATS

1. Analyses préliminaires : statistiques descriptives et progression des groupes

Lors des pré- et post-tests, les élèves ont six problèmes à résoudre, chaque problème est évalué sur 2 points. Les scores obtenus varient donc de 0 à 12. Les élèves des trois conditions, contrôle, épuré et habillé, ont passé les mêmes pré-tests et les mêmes post-tests. Comme représenté dans la figure 6 et indiqué dans le tableau 2, toutes conditions confondues, les scores des élèves passent de 4,7 (3,17) à 7,1 (3,26). Le groupe contrôle est passé d'une moyenne de 3,2 à 5. Le groupe « épuré » de 4,6 à 8. Enfin, le groupe « habillé » de 5,3 à 7,3. Des tests *t* de Student montrent que chaque groupe a progressé de manière significative entre le pré-test et le post-test (tableau 2).

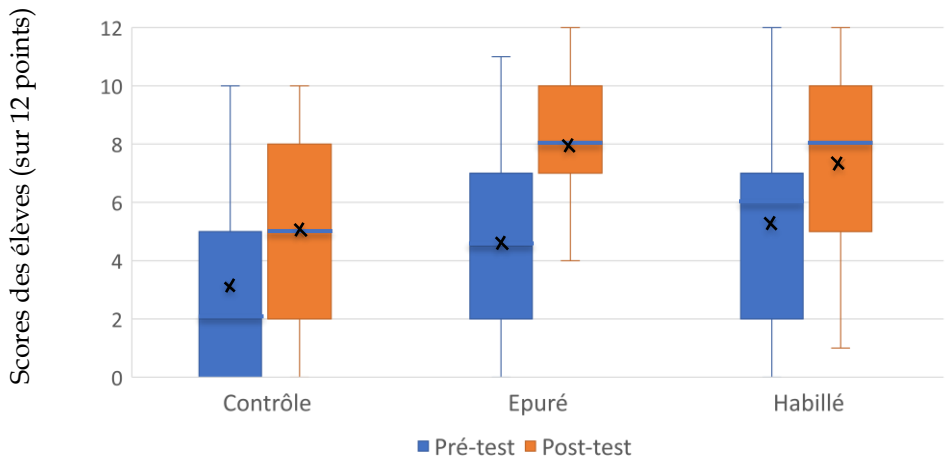


Figure 6. Scores des GS en résolution de problèmes aux pré-tests et post-tests selon les trois conditions. Le trait représente la médiane et la croix, la moyenne.

La progression des élèves de tous les groupe, même du groupe contrôle, peut s'expliquer ainsi :

- Un effet de l'âge : trois mois se sont écoulés entre les pré-tests et les post-tests.
- Un effet de transfert : les enseignants du groupe contrôle n'ont pas enseigné la résolution de problèmes du champ additif mais ont maintenu des séances sur la construction du nombre. Un transfert de ces connaissances a pu s'opérer pour résoudre les problèmes.
- Un effet d'apprentissage : le pré-test peut être une forme d'entraînement au post-test. En effet, le pré-test a constitué une première fréquentation des élèves avec les problèmes. On peut supposer que les conditions particulières d'une passation individuelle ont pu jouer le rôle de re-test.

Pour pouvoir déterminer si les interventions ont eu un effet sur les apprentissages des élèves, il nous faut déterminer si les élèves des conditions « habillé » et « épuré » ont significativement plus progressé que le groupe contrôle qui n'a reçu aucune intervention.

	Moyennes (ET)		Pré-test vs post-test	
Conditions	Pré-test	Post-test	*t*	*p*
épurée	4.63 (2.90)	7.92 (3.26)	-6.87	$2{,}46.10^{-8}$
habillée	5.25 (3.24)	7.33 (3.08)	-3.23	$5.38.10^{-7}$
contrôle	3.16 (3.13)	4.95 (2.91)	-5.57	0.0023

Tableau 2. Moyennes et écart-type (ET) en résolution de problèmes par condition ; comparaisons des scores en résolution de problèmes au pré-test et au post-test: t de Student et valeurs de p

2. Test de l'effet des interventions

Pour évaluer l'impact des interventions, nous avons mené une ANCOVA, avec comme variable indépendante la condition expérimentale, comportant 3 conditions (habillé, épuré, contrôle), comme covariants l'âge et les scores obtenus au pré-test, et comme variable dépendante les scores obtenus au post-test.

On obtient un effet significatif des scores aux pré-tests sur les scores aux post-tests, le seuil de 5% pour la p-valeur ayant été fixée a priori, $F(1, 103) = 64.23$, $p < 0.001$, $\eta^2 \approx 0.36$. Autrement dit, les élèves ayant bien réussi les pré-tests réussissent d'autant mieux les post-tests. En revanche, il n'y a pas d'effet significatif de l'âge sur les résultats au post-test, $F(1, 103) = 0.59$, $p \approx 0.44$, $\eta^2 \approx 0.003$.

Enfin, l'effet de la condition est significatif, $F(2, 103) = 4.66$, $p \approx 0.012$, $\eta^2 \approx 0.05$. Décomposer l'effet par l'utilisation de contrastes orthogonaux permet de comparer les différentes conditions et donc de répondre

directement aux hypothèses formulées. Le contraste groupe « contrôle » vs. groupes « avec intervention » (habillé et épuré ensemble) donne un effet significatif, $t(103) = 2.50$, $p \approx 0.014$. C'est-à-dire que les élèves ayant eu une intervention sur la résolution de problèmes (indépendamment du matériel choisi) ont significativement plus progressé que ceux du groupe contrôle. Le contraste groupe « habillé » vs. groupe « épuré » présente un effet tendanciel, $t(103) = 1{,}85$, $p \approx 0{,}067$, c'est-à-dire juste sous le seuil de significativité. Les élèves du groupe « épuré » ont donc tendanciellement plus progressé que les élèves du groupe « habillé ».

V - DISCUSSION ET CONCLUSION

1. Retour sur les hypothèses

Cette étude avait pour objectif de tester deux hypothèses. La première hypothèse était qu'une intervention bien conçue pouvait permettre à des élèves de maternelle de progresser en résolution de problèmes. Les résultats montrent que les élèves des conditions habillée et épurée ont obtenu de meilleurs scores en résolution de problèmes au post-test que les élèves de la condition contrôle (âge et scores au pré-test contrôlés). Ce résultat répond en partie à la demande du projet Pégase de mener des interventions efficaces d'enseignement : un apprentissage de la résolution de problèmes arithmétiques semble accessible dès la grande section de maternelle. En étant accompagnés, les élèves de GS ont su mobiliser des procédures pour résoudre des problèmes arithmétiques et progresser dans ce domaine. Ce résultat répond aussi à la demande de chercheurs de confronter les élèves à la résolution de tels problèmes avant l'introduction d'une symbolisation formelle, enseignement qui arrivera en classe de CP. Cette intervention a eu lieu en milieu scolaire et intègre de nombreux choix pédagogiques et didactiques. Il est donc difficile d'attribuer son efficacité à un critère isolé. Il nous semble, cependant, que les résultats obtenus corroborent ceux déjà décrits dans la littérature et sur lesquels nous nous sommes appuyés pour l'élaboration de l'intervention, comme indiqué dans la première partie. Premièrement, nous notons l'importance d'avoir travaillé finement *l'analyse à priori* de la séquence, en particulier, le choix des types de problèmes, des valeurs numériques et des procédures. Ce travail repose sur une analyse didactique fin qui a aidé aussi au pilotage des séances de la part des PES. Deuxièmement, le travail mené autour de l'explicitation des stratégies des élèves et *l'institutionnalisation* de certaines stratégies et du savoir visé a été efficace. Enfin, une troisième explication est d'avoir veillé, a minima, à laisser du temps pour entraîner les élèves sur différents énoncés d'un même type de problèmes (*enseignement distribué*) sans se focaliser sur un seul et même type (*entrelacement* des types de problèmes).

La seconde hypothèse portait sur l'impact de la nature du matériel. Nos résultats révèlent un effet tendanciel en faveur du matériel « épuré » : il est donc probable que la nature du matériel ait eu un impact sur les apprentissages en résolution de problèmes mais ce résultat tendanciel ne nous permet pas de répondre avec certitude. Il rejoint cependant les résultats de la littérature. Nous retrouvons l'intérêt pour un matériel épuré mis en avant dans les études sur la pédagogie Montessori ainsi que l'intérêt à ne pas détourner les élèves de l'objectif visé par un matériel trop riche perceptivement. De plus, comme indiqué dans la première partie, peu de recherches avait eu lieu avec des élèves d'âge pré-élémentaire. Notre recherche pallie ce manque, avec toutes les limites de ces résultats préliminaires que nous décrivons plus loin.

2. Retour sur l'engagement des PES

Avec un peu de recul sur l'expérimentation, notre première réaction a été de regretter de ne pas avoir réussi à engager les PES plus fortement dans l'appropriation des enjeux de la progression. Pourtant, il ressort de la discussion avec ces derniers un certain nombre de points positifs. Premièrement, les échanges autour des procédures ont permis aux PES de se mettre dans une posture d'observation de leurs élèves. En ayant une idée précise des procédures attendues, ils ont pu identifier les élèves qui se les appropriaient sans difficulté et ceux qui avaient besoin d'aide. D'ailleurs, dans nos discussions, la procédure à entraîner pour le comptage à l'aide des doigts dans les problèmes de transformation avec recherche de l'état initial, n'a pas pu aboutir à un consensus clair, faute de temps. Il en est ressorti que les PES ont eu du mal à mener

cette séance. Dans les mémoires, peu d'entre eux ont exposé les problèmes qu'ils avaient rencontrés pour faire réussir leurs élèves sur ce type de problème, préférant éluder la difficulté. Il s'agit là, pourtant, d'une étape importante de l'intervention, essentielle en vue de la construction d'une posture professionnelle efficace et surtout d'apprentissages sur un type de problèmes difficile. Deuxièmement, il est apparu rapidement que l'institutionnalisation est un moment clé de la séance. Les discussions ont essentiellement porté avec les PES sur la mise en œuvre de ce temps délicat à mener : petits groupes, grand groupe ? Quelle trace laisser ? Quelles procédures institutionnaliser ? Si les questions abordées nous ont paru plus « organisationnelles » que « didactiques », nous avons identifié pour une prochaine expérimentation, un questionnement qu'il faudra faire émerger chez les PES pour permettre à leurs élèves de progresser : identifier les procédures à institutionnaliser en fonction des besoins des élèves, des propositions des élèves, des procédures attendues sur le type de problème proposé. Ce chantier à venir s'avère riche tant pour les formateurs, les professeurs stagiaires que pour les élèves. Troisièmement, un certain nombre de PES ont témoigné en faveur de cet accompagnement « au plus près ». En effet, ils apprennent à construire des séquences d'apprentissages à l'INSPE ou aidés par un maitre-formateur, sur le papier, mais ont peu d'occasion de vivre « la construction de l'intérieur », avec ses questionnements. Cette expérience, même très guidée, fait émerger de façon explicite les étapes de la construction et les interrogations qui en découlent, les attendus en termes de compétence-élève et les gestes professionnels à intégrer.

3. Limites et perspectives

La validité des résultats sur l'impact de la nature du matériel et de l'efficacité de l'intervention est évidemment limitée. La première limite concerne la *taille* de l'échantillon (108 élèves) et le déséquilibre de répartition entre les différentes conditions (19 pour la condition contrôle, 38 pour la condition « épurée » et 51 pour la condition « habillée »). Il est nécessaire de reprendre l'étude menée sur une population plus importante. Les résultats sont aussi dépendants d'un *niveau scolaire* (celui de la GS). Qu'en aurait-il été à un autre niveau scolaire ? L'impact de la nature du matériel n'est peut-être pas le même chez un enfant de 3 ans et chez un enfant de 6 ans, la nature perceptive de l'objet pouvant être facteur à la fois de distraction mais aussi d'engagement dans l'apprentissage. Les résultats sont aussi dépendants de l'*objectif* visé, celui de la résolution de problèmes arithmétiques. Dans les problèmes proposés, une richesse perceptive du matériel n'apportait a priori, rien à l'apprentissage visé. Il était compréhensible qu'elle puisse avant tout détourner l'élève de l'objectif. En revanche, il existe des tâches où l'enrichissement perceptif du matériel répond à un objectif. Par exemple, lors d'une tâche de dénombrement, un enseignant peut proposer, dans un premier temps, un matériel « épuré » pour faciliter le travail de l'élève. Puis enrichir perceptivement le matériel (des ours de couleur et de taille différentes par exemple) dans le seul but d'observer si l'élève arrive à faire abstraction de ces distracteurs. Il est donc important de noter que la richesse perceptive peut évidemment avoir un intérêt didactique et doit être questionnée en fonction de l'objectif d'apprentissage. Enfin, ces résultats sont dépendants du choix *du type d'habillage*. Nous avons choisi l'album de la famille Souris et le potiron (Iwamura & Bouvier, 1997) qui propose un vocabulaire riche et élaboré ainsi que des phrases complexes. Ces éléments ont pu mettre en difficulté les élèves confrontés à cet album. Si l'étude avait été menée avec un matériel « habillé » d'un autre type, les résultats auraient pu être différents.

Une première perspective est donc de répliquer cette étude sur un échantillon plus important et de l'élargir au-delà des limites précédentes (un autre niveau scolaire, un autre objectif d'apprentissage, un autre type d'habillage).

Une deuxième perspective est de mesurer le temps dédié aux ateliers, dans chacune des conditions. En effet, le même nombre d'énoncés de problèmes a, bien sûr, été travaillé dans les deux conditions (« habillé » et « épuré ») mais nous n'avons pas exigé que la durée de l'atelier soit la même dans les deux conditions. La mise en œuvre de la condition « habillée » demandait plus de temps de *présentation ;* en restreignant à une même durée les ateliers des deux conditions, cela aurait impacté le contenu d'apprentissage. Cela n'a donc pas été notre choix. Nous avons contrôlé le contenu et non pas la durée. Or, pour un même contenu d'apprentissage, les résultats sont tendanciellement en faveur de la condition « épurée » qui requière moins de temps. En conséquence, dans un souci (ponctuel) d'efficacité de l'enseignement, il semble que le dispositif « épuré » soit plus indiqué : un temps d'enseignement plus

court pour un apprentissage tendanciellement meilleur. De même, nous n'avons pas mesuré le temps de *préparation* des ateliers mais il est certain que la fabrication des marottes et de la maison est chronophage pour un enseignant. Le temps que l'enseignant passe dans cette préparation matérielle peut être au détriment d'un temps de préparation didactique.

Enfin, une troisième perspective serait de mesurer l'engagement et la motivation des élèves : l'engagement des élèves est-il dépendant de la nature du matériel ? Est-il, d'ailleurs, le même pour tous les élèves : la nature du matériel a-t-elle le même impact chez des élèves « fragiles » que chez des élèves « performants » ? L'impact sur l'engagement pourrait-il être aussi dépendant du moment de la rencontre de la notion ? Il pourrait être intéressant de proposer une séquence de résolution de problèmes en commençant par un dispositif « habillé » (dans un but de dévolution, pour engager tous les élèves) et qui glisserait ensuite vers un dispositif « épuré » (dans un souci d'abstraction et d'explicitation du savoir).

Enfin, une quatrième perspective serait d'élargir les ateliers proposés à un ensemble d'activités sur les mêmes connaissances : des rituels et des activités autonomes pourraient être proposés en parallèle pour renforcer le travail mené en atelier dirigé.

4. Conclusion

Cette communication avait un double objectif. Le premier était de présenter une recherche expérimentale de l'impact de la nature du matériel sur les apprentissages mathématiques et de la mise en œuvre d'une ingénierie didactique sur la résolution de problèmes arithmétiques. Ces résultats préliminaires permettent d'envisager une poursuite de ce travail afin de vérifier la tendance obtenue. L'obtention de tels résultats n'a pu avoir lieu que grâce à l'encadrement de plusieurs étudiants sur une même problématique. Ce dispositif d'encadrement a, en effet, permis de récolter suffisamment de données pour un traitement statistique, mais les résultats obtenus demanderaient à être confirmés par une expérimentation portant sur un nombre encore plus important d'élèves.

Le second objectif de cette communication était de partager la richesse d'un co-encadrement de plusieurs enseignants-stagiaires. Ces derniers ont exprimé avoir compris ce qu'était une démarche expérimentale en milieu écologique et à quel point il était nécessaire mais difficile de confronter une rigueur scientifique à une vraie réalité de classe. Le fait que le cadre ait été très contraint leur a permis de se concentrer sur des gestes professionnels : observer leurs élèves et comprendre les stratégies proposées, grâce à une forte analyse *a priori* menée en amont. Enfin, les PES ont osé faire de la résolution de problèmes arithmétiques, dans le cadre d'une séquence construite et progressive, avec une véritable ambition mathématique (en enseignant des problèmes avec un double ajout ou des problèmes avec des questions sur l'état initial). Quelques PES ont poursuivi ce travail au-delà de l'expérimentation, ce qui est signe, selon nous, d'un engagement de leur part. Certains ont ritualisé la résolution de problèmes avec la boite en période 5, alors que l'expérimentation était terminée. D'autres ont travaillé la schématisation par les élèves pour les aider à résoudre des problèmes avec recherche de l'état initial. Le nombre important de PES participant à cette expérimentation fut un atout précieux. Il a grandement favorisé l'émulation dans le groupe (interactions, coopérations, questionnements, confrontations des mises en œuvre pédagogiques...)

Cette recherche s'est nourrie d'une collaboration étroite entre enseignants débutants, enseignants expérimentés, formateurs et chercheurs. La rencontre entre sciences cognitives et didactique des mathématiques a été aussi l'occasion de créer du lien entre des enseignements qui sont parfois perçus par les PES comme cloisonnés voire contradictoires dans leur parcours formatif.

Nous retiendrons enfin que cette expérimentation nous a permis de tester sur le terrain une ingénierie de recherche et formation efficace qui pourrait présager l'action du pôle Pégase dans lequel notre groupe Irem est inscrit. A savoir la construction de propositions pédagogiques associées à des actions de recherche et de formation ayant pour objectif l'amélioration des apprentissages fondamentaux, dont les mathématiques, et la réduction des inégalités.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Alvarez, C. (2016). *Les Lois naturelles de l'enfant : La Révolution de l'éducation*. Les Arènes.

Argaud, H.-C., Douaire, J., Emprin, F., & Gerdil-Margueron, G. (2016). Les essentielles ERMEL CP : 15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul. In *Les essentielles ERMEL CP : 15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul*. Hatier.

Booth, J. L., McGinn, K. M., Barbieri, C., Begolli, K. N., Chang, B., Miller-Cotto, D., Young, L. K., & Davenport, J. L. (2017). Evidence for Cognitive Science Principles that Impact Learning in Mathematics. In *Acquisition of Complex Arithmetic Skills and Higher-Order Mathematics Concepts* (p. 297-325). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6.00013-8

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, *105*(2), 380.

Chisnall, N., & Maher, M. (2007). Montessori mathematics in early childhood education. *Curriculum Matters*, *3*, 6-29.

Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en didactique des mathématiques*.

Denervaud, S., & Gentaz, E. (2015). Les effets de la « méthode Montessori » sur le développement psychologique des enfants : Une synthèse des recherches scientifiques quantitatives. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, *27*(139), 593-598.

Divisia, A., Mastrot, G., Stoffel, H., & Croset, M.-C. (2019). Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? *Actes du XLVe colloque COPIRELEM*. Manipuler, représenter, communiquer : quelle est la place de la sémiotique dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ?, Blois.

Eustache, F., & Guillery-Girard, B. (2016). *La Neuroéducation : La mémoire au cø eur des apprentissages*. Odile Jacob.

Fagnant, A. (2013). Opérations arithmétiques et symbolisations variées. Partir des démarches informelles des élèves pour donner du sens aux apprentissages. *Education et Formation*, *01*, 23-38.

Fayol, M. (2018). *L'acquisition du nombre:«Que sais-je?» n° 3941*. Que sais-je.

Iwamura, K., & Bouvier, J.-C. (1997). *La famille Souris et le potiron*. L'Ecole des loisirs.

Kaminski, J. A., Sloutsky, V. M., & Heckler, A. F. (2008). Learning theory: The Advantage of Abstract Examples in Learning Math. *Science*, *320*(5875), 454-455. https://doi.org/10.1126/science.1154659

Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and special education*, *24*(2), 97-114.

Laski, E. V., Jordan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. K. (2015). What makes mathematics manipulatives effective ? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open*, *5*(2), 2158244015589588.

Lillard, A. (2012). Preschool children's development in classic Montessori, supplemented Montessori, and conventional programs. *Journal of School Psychology*, *50*(3), 379-401.

Lillard, A., & Else-Quest, N. (2006). The early years: Evaluating Montessori Education. *Science*, *313*(5795), 1893-1894. https://doi.org/10.1126/science.1132362

Margolinas, C., & Laparra, M. (2017). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe : Des liens entre énumération, oralité et littératie*. De Boeck (Pédagogie et Formation).

Mix, K. S., Smith, L. B., Stockton, J. D., Cheng, Y.-L., & Barterian, J. A. (2017). Grounding the symbols for place value : Evidence from training and long-term exposure to base-10 models. *Journal of Cognition and Development*, *18*(1), 129-151.

Morin, M. (2017). *La pédagogie Montessori en maternelle*. ESF Sciences Humaines.

Nelson, G., & McMaster, K. L. (2019). The effects of early numeracy interventions for students in preschool and early elementary : A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, *111*(6), 1001.

Paolini, M. W. (1979). *The use of manipulative materials versus non manipulative materials in a kindergarten mathematics program.* University of South Dakota.

Pellegrini, M., Lake, C., Neitzel, A., & Slavin, R. E. (2021). Effective Programs in Elementary Mathematics: A Meta-Analysis. *AERA Open*, *7*, 233285842098621. https://doi.org/10.1177/2332858420986211

Poussin, C. (2017). *La pédagogie Montessori*. Presses Universitaires de France.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10/2.3*, 133-170.

ANNEXE 1

Progression des types de problèmes pour l'intervention :

Période 3					Période 4	
S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	S 1	S 2
A1/R1	A2/R2	EI+	EI-		A1/R1/A2/R2/	EI+/EI-
A1 R1 A1 R1	A2 R2 A2 R2	A2 R2 EI+ EI+	EI+ EI- EI- EI-		A1 R1 A2 R2	EI+ EI+ EI- EI-
Enoncés de problèmes						
A1 : *dans la boite, il y a **3** jetons. J'en rajoute **3**. Combien y en a-t-il en tout ?* A1 : **2 + 4** R1 : *dans la boite il y a **5** jetons. J'en enlève **3**. Combien en reste-t-il dans la boite ?* R1 : *dans la boite il y a **7** jetons. J'en enlève **3**. Combien en reste-t-il ?* R1 : **6 - 5**	A2 : *dans la boite, il y a **4** jetons. J'en ajoute **2** et encore **2**. Combien y en a-t-il en tout ?* A2 : **3 + 3 + 2** R2 : *dans la boite il y a **7** jetons. J'en enlève **2** et encore **2**. Combien en reste-t-il ?* R2 : **8 – 4 – 2**	A2 : **4 + 3 + 2** R2 : **8 – 3 – 3** EI : *il y a des jetons dans la boite (mais on ne sait pas combien). J'en rajoute **3**. A la fin j'en ai **5**. Combien y en avait-il au début ?* EI : **? + 5 = 7**	EI : **? + 4 = 8** EI bis : *il y a des jetons dans la boite (mais on ne sait pas combien). J'en enlève **4**. Il en reste **2**. Combien en avait-il au début ?* EI bis : **? – 3 = 7** EI bis : **? – 2 = 5**		A1 : **6 + 3** R1 : **8 – 3** A2 : **3 + 5 + 1** R2 : **7 - 3 - 2**	EI : **? + 3 = 8** EI : **? + 6 = 9** EI Bis : **? – 6 = 3** EI Bis : **? – 4 = 7**

ANNEXE 2

Erreur ! Signet non défini.

Fiche élève pré-test et post-test GS

Nom prénom		N° Anonymat
Date de naissance		
Sexe		
Date de passation		
Heure de passation		

Compétence testée : Savoir résoudre des problèmes additifs
Matériel : Fiche élève, stylo, feuille de consigne
Durée : 3 minutes par problème

S'installer en face ou à côté de l'élève (selon le lieu). Faire en sorte que l'élève ne voit ni ce que vous notez ni les énoncés. Lui lire les problèmes dans l'ordre proposé.

La répétition d'un énoncé de problème est possible une seule fois, à la demande de l'élève ou s'il n'a manifestement pas été concentré à la première lecture. Dans ce cas, l'énoncé doit alors être re-présenté dans sa totalité. Inscrire X dans la colonne R.

Consignes de la passation

[Leur dire : "*Aujourd'hui, je vais te dire quelques petits problèmes. Tu dois essayer de les résoudre comme tu penses. Prends bien le temps de réfléchir avant de me donner ta réponse. Il y a des choses que tu sauras et des choses que tu ne sauras pas, c'est normal/ ce n'est pas grave.*".

Enoncé	Réponse correcte	R	Réponse de l'élève	Commentaire
A1- Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ?	4			
R1- Jean a 4 cerises. Il en mange 1. Combien de cerises lui reste-t-il ?	3			
A2- Lyna a 2 billes. Elle en gagne 1. Puis elle en gagne encore 2. Combien de billes a-t-elle en tout ?	5			
R2- Lou a 6 billes. Elle en perd 1. Puis elle en perd encore 2. Combien de billes lui reste-t-il ?	3			
EI- Au début, Léo a des billes. Il gagne 2 billes. A la fin, Léo a 6 billes. Combien en avait-il au début ?	4			
EI bis- Julie a des œufs dans son panier. Elle en casse 3. Maintenant, il lui reste 2 œufs. Combien Julie avait-elle d'œufs dans son panier avant d'en casser ?	5			

A Ajout – R Retrait – EI Etat Initial

UNE INGÉNIERIE DE FORMATION INITIALE D'ENSEIGNANTS PRIMAIRES BASÉE SUR LA PÉDAGOGIE COOPÉRATIVE

Céline VENDEIRA
Chargée d'Enseignement,
Université de Genève, Equipe DiMaGe
Celine.Marechal@unige.ch

Marina DE SIMONE
Chargée d'Enseignement,
Université de Genève, Equipe DiMaGe
marina.desimone@unige.ch

Résumé
Dans la formation initiale des enseignants primaires, des contenus didactiques, mathématiques et professionnels doivent être abordés dans un temps relativement restreint (Coutat & Vendeira, 2017). Dès lors, des choix doivent s'opérer. La formation initiale genevoise ne propose pas de travail spécifique sur les contenus mathématiques. Toutefois, des bilans de connaissances mettent en évidence des lacunes. Dès lors, une ingénierie de formation basée sur les principes de la pédagogie coopérative (Buchs, 2011) visant une meilleure compréhension de certains contenus mathématiques chez des étudiants en formation initiale d'enseignement a été pensée. Quatre ressources sont proposées aux étudiants avec un scénario les obligeant à opérer des choix de manière coopérative afin que s'opère, entre pairs, le processus de médiation sémiotique souhaité (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Ces quatre ressources ont été analysées au préalable en mettant en lumière les aspects mathématiques et didactiques travaillés dans chacune de ces ressources. L'analyse de passages vidéo de formation ainsi que des traces produites par les étudiants permet de questionner le dispositif et de conclure sur des propositions de modifications et des perspectives.

I - INTRODUCTION ET CONTEXTE DE LA RECHERCHE

À Genève, les études pour devenir enseignant primaire se font sur quatre années d'université. Les étudiants suivent des unités obligatoires de didactique des mathématiques et des unités facultatives qui ne sont pas spécifiques à la formation des enseignants primaire. Le cours-séminaire dans lequel prend place notre ingénierie de formation est obligatoire et donné en troisième année de formation. Il se déroule sur un seul semestre avec neuf séances de deux heures, entrecoupées par deux fois deux semaines de terrain.

Afin de planifier leur enseignement mathématique, les enseignants primaires genevois s'appuient sur deux ressources principales et officielles : le plan d'étude romand (PER) et des moyens d'enseignement mathématiques uniques et distribués dans toutes les écoles primaires de la Suisse romande. Ces moyens d'enseignement sont conçus comme un recueil de problèmes où aucun élément de « cours » n'est donné. Cette ressource n'étant pas conçue pour être utilisée dans son intégralité, les enseignants doivent procéder à des choix de problèmes en fonction de leur projet pédagogique. Cela implique une participation des enseignants dans une étape supplémentaire du processus de transposition didactique (Ravel, 2003) qui d'ordinaire est prise en charge par les concepteurs des manuels avec des progressions pas à pas. Par conséquent, des apports spécifiques sur les contenus mathématiques et didactiques sont nécessaires et doivent être abordés en formation. Toutefois, compte tenu du temps restreint alloué à la formation à la didactique des mathématiques, le choix de mettre l'accent sur les théories et concepts de la cette discipline

plutôt que sur les contenus mathématiques a été fait par les formateurs de l'université de Genève, depuis plusieurs années.

Le dispositif de formation présenté dans cet article se focalise ainsi surtout sur des aspects didactiques mais en s'appuyant sur des tâches impliquant des savoirs mathématiques identifiés comme problématiques pour les étudiants afin de tenter de réduire certaines lacunes.

Il est constitué de quatre ressources, conçues comme des artefacts, avec pour projet de faire construire aux étudiants des connaissances mathématiques et didactiques impliquant une médiation sémiotique (Maschietto & Bartolini Bussi, 2012) par les pairs, et non par le formateur universitaire, grâce à un dispositif collaboratif. D'un point de vue méthodologique, nous avons ainsi mis en place ce dispositif en s'appuyant sur les principes de la pédagogie coopérative (Buchs, 2011). Ce modèle d'enseignement vise à favoriser l'engagement et la motivation des étudiants en privilégiant les interactions entre pairs et le travail d'équipe.

Nous avons choisi la pédagogie coopérative afin de donner un rôle actif aux étudiants dans le processus de construction de leur apprentissage en particulier pendant la période de l'enseignement à distance, dû à la crise sanitaire de la Covid-19.

Cette étude vise à donner des éléments de réponse à la question de recherche suivante : « Est-ce que le processus de médiation sémiotique, se déroulant au sein d'un dispositif de formation basé sur les interactions entre pairs, permet aux étudiants de développer leurs connaissances mathématiques et didactiques autour de tâches impliquant des contenus mathématiques identifiés comme complexes ? ».

Dans cet article, nous présenterons en section 2 les aspects théoriques sur lesquels cette étude s'appuie. La section 3 décrit les quatre ressources constituant le dispositif de formation mis en œuvre. La section 4 constitue notre méthodologie suivie d'un exemple de l'analyse du potentiel sémiotique de l'une des quatre ressources. La section 5 est consacrée à l'analyse du processus de médiation sémiotique qui s'est déroulé au sein de quelques groupes d'étudiants impliqués dans la recherche. Nous concluons en section 6 en donnant des éléments de réponse à notre question de recherche, en évaluant l'efficacité du dispositif de formation et en envisageant des éventuelles alternatives à adopter pour le futur.

II - CADRAGE THEORIQUE

1 Les connaissances mathématiques et didactiques dans la formation initiale des enseignants à Genève

Comme cela a été mentionné en introduction, les enseignants suisses romands doivent effectuer des choix lorsqu'ils préparent leurs séances ou séquences d'enseignement. Cela nécessite de mobiliser des connaissances didactiques et mathématiques. Une étude genevoise montre que les connaissances mathématiques d'enseignants du primaire et du secondaire, qu'ils soient en formation ou en poste, se limitent aux mathématiques scolaires, c'est-à-dire les mathématiques qu'ils enseignent (pour les enseignants en poste), ou les mathématiques dont ils se souviennent de leur propre cursus (pour les futurs enseignants) (Cherix *et al.*, 2011). De plus, la recherche de Clivaz (2011) sur les connaissances mathématiques des enseignants romands pointe le fait que l'absence de certaines connaissances mathématiques spécifiques à un objet d'enseignement peut entrainer chez les enseignants des choix disharmonieux.

De son côté, Del Notaro (2015) met en évidence que l'appropriation de concepts didactiques ne semble pas immédiate chez les étudiants et enseignants débutants :

> « Ils [les étudiants] élaborent des séquences didactiques qui semblent cohérentes sur le papier, mais qui ont tôt fait de s'écrouler lors du passage à la contingence ». (p.8)

Ainsi, bien que la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) semble être un outil privilégié pour la formation initiale des enseignants, son appropriation par les enseignants semble difficile. Une étude a mis en évidence la difficulté qu'éprouvent les étudiants à s'emparer de la notion de variable didactique et surtout à en saisir l'utilité en vue de leur future pratique ou d'une compréhension réfléchie de la pratique d'autrui (Coutat & Vendeira, 2017).

2 Pédagogie coopérative

La pédagogie coopérative est un modèle d'enseignement qui vise à faire coopérer les élèves et à organiser le travail afin de leur permettre d'échanger de manière constructive autour d'une tâche donnée (Volpé et Buchs, 2019).

Comme nous l'avons abordé en introduction, nous nous sommes placées dans le cadre de ce modèle pour concevoir le dispositif de formation universitaire qui fait l'objet de cette étude.

En général, les dispositifs d'apprentissage coopératif prévoient « qu'un nombre limité d'apprenants (entre 2 et 5) travaille sur une tâche commune nécessitant un apport de l'ensemble des apprenants tout en renforçant les comportements coopératifs […] L'interdépendance des buts est essentielle pour que la coopération prenne place : les apprenants perçoivent qu'ils ne peuvent atteindre leur but que si les autres membres du groupe l'atteignent également. Par conséquent, les réalisations des buts individuels sont positivement corrélées » (Buchs, 2011, p. 84). De plus, dans l'optique de ce modèle d'enseignement, tous les membres d'un groupe d'apprenants évoluent ; pas seulement ceux qui ont des connaissances plus lacunaires. Afin de comprendre plus finement comment les interactions se déroulent au sein d'un dispositif coopératif, nous nous référons au schéma en Figure 1. Au sein d'un dispositif coopératif les interactions entre les apprenants peuvent être caractérisées par différents modes de prise de décision : la démission, la domination, l'accommodement, le compromis, la persuasion, la coopération.

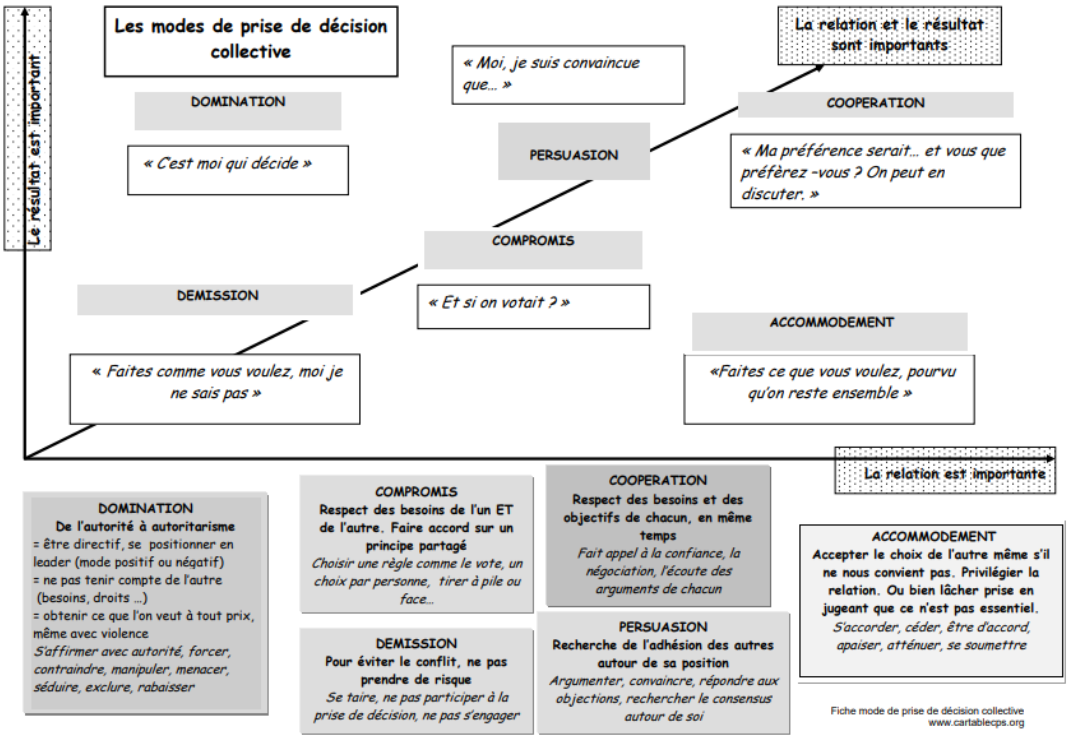


Figure 1 Modes de prise de décision collective tirés de l'activité de « l'île déserte[1] »

[1] IREPS. Activité l'île déserte. Le cartable des compétences psychosociales. Pays de la Loire. www.cartablecps.org/page-19-0-0.html

3 Le potentiel sémiotique dans la Théorie de la médiation sémiotique (TMS)

La théorie de la médiation sémiotique (TMS) permet de décrire et modéliser les processus d'enseignement et d'apprentissage reposant sur l'utilisation d'un artefact spécifique (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Un artefact (Rabardel, 1999) est un objet matériel faisant partie de la réalité. Un artefact devient instrument quand il est associé à des schèmes d'utilisation. Le processus de médiation sémiotique implique que l'utilisation de l'artefact par l'élève l'amène à s'approprier un contenu mathématique particulier. Pour ce faire, l'enseignant joue un rôle primordial. Sans une médiation sémiotique par le professeur, les élèves risquent de rester à des significations personnelles (signes artefacts) plutôt que de voir émerger des significations mathématiques (signes mathématiques), grâce à l'utilisation pertinente et orchestrée de l'artefact. Ainsi, dans la TMS, un artefact acquiert le statut d'instrument de médiation sémiotique lorsqu'il est consciemment impliqué dans un processus d'enseignement et d'apprentissage, qu'il est spécifiquement organisé et orchestré par l'enseignant et qu'il permet l'exploitation de son potentiel sémiotique. Dans notre recherche, nous transposons le processus d'enseignement et d'apprentissage au contexte de la formation universitaire impliquant des étudiants et leur formateur.

4 L'organisation mathématique dans la théorie anthropologique du didactique (TAD)

Pour étudier les praxéologies mises en place, la TAD propose d'examiner le travail du professeur d'après deux grandes composantes solidaires que sont les « organisations mathématiques » (OM) et les organisations didactiques (OD). Les OM permettent de rendre compte de la façon dont des mathématiques sont enseignées ou proposées dans des manuels/ressources et les OD à la manière dont les enseignants ou les manuels organisent l'OM.

Toute praxéologie se définit à l'aide du quadruplet suivant : $[T/\tau/\theta/\Theta]$. Ce groupement définit un système de type de tâches (T) à accomplir avec une technique (τ) devant être validée par une technologie (θ), qui elle-même requiert une justification par des théories (Θ). Le premier bloc $[T/\tau]$ définit un savoir-faire relevant de la pratique (praxis) alors que le second bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$ relève d'un discours raisonné (logos).

Concernant plus particulièrement l'étude des OM, plusieurs niveaux sont distingués dans la TAD : *ponctuel*, *local*, *régional* et *global*. Une organisation *globale* concerne tout un domaine d'étude comme « opérations, fonctions et linéarité » alors que la *régionale* correspond à un secteur des mathématiques « fonction linéaires ou non ». Une organisation *locale* regroupe quant à elle un ensemble de types de tâches dont « reconnaître une situation de proportionnalité » peut en être un exemple. L'organisation praxéologique *ponctuelle* est relative à un unique type de tâche et s'organise autour d'un complexe de techniques, de technologies et de théories relatives à ce type de tâche. Nous trouvons par exemple la tâche « utiliser la proportionnalité en situation ».

Dans notre recherche, nous souhaitons rendre compte de la façon dont des mathématiques sont proposées dans les quatre ressources proposées dans le dispositif de formation en réalisant une étude des OM *ponctuelles* et *locales* de ces dernières.

Les quatre ressources introduites dans le dispositif de formation ont ainsi été développées conjointement à une analyse de leurs organisations mathématiques. Celles-ci permettent de déterminer leur potentiel mathématique. Les ressources sont introduites dans le dispositif comme des artefacts au service du développement de connaissances mathématiques, bien qu'elles possèdent également des qualités didactiques. La formation prenant place à distance, un dispositif coopératif entre étudiants est développé. Dès lors, le pari est fait que ce dispositif permet d'engager un processus de médiation entre pairs plutôt que via le formateur universitaire. Cependant, en fonction du mode de fonctionnement adopté au sein des groupes d'étudiants (voir Figure 1), il se peut que le processus de médiation sémiotique ne s'amorce pas. Pour que cela fonctionne, nous faisons l'hypothèse qu'il faudrait à minima un mode de fonctionnement de type compromis, persuasion ou coopération. Toutefois bien que cela constituerait un atout, il n'est pas pour autant garanti que le processus de médiation sémiotique entre pairs s'opère.

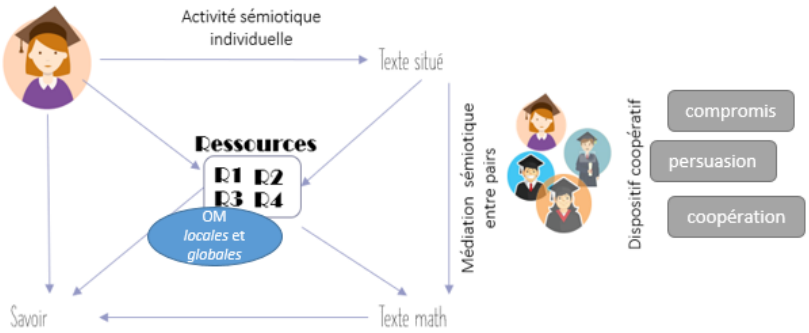


Figure 2. Schéma de la TMS du dispositif de formation

III - DISPOSITIF DE FORMATION

Le dispositif de formation élaboré s'inspire de l'activité de « l'île déserte » (IREPS) qui a pour but de travailler en groupe afin de résoudre un problème en identifiant les différents modes de prise de décision dans un groupe.

En particulier, nous avons fait travailler les étudiants sur la situation problème suivante : « Attention, nous avons eu écho d'un terrible événement. Les enseignants du monde entier ont perdu la mémoire de leurs années de formation en enseignement primaire. Les élèves sortent de classe avec plus de questions et d'incertitudes que s'ils n'étaient pas allés à l'école. Aujourd'hui, nous comptons sur vous pour sauver les élèves de cette situation délicate. Parmi les quatre ressources à disposition, si vous ne pouviez en proposer qu'une seule, laquelle donneriez-vous afin d'outiller les enseignants au mieux pour assurer les apprentissages des élèves ? Et pourquoi ? ».

Concernant les modalités de travail des étudiants afin de résoudre au mieux cette situation complexe, nous leur avons demandé de consulter et se positionner sur les quatre ressources dans un premier temps individuellement et dans un deuxième temps de confronter leur choix aux avis d'autres étudiants selon un dispositif coopératif réalisé via le logiciel de visioconférence « Zoom ». Cette discussion collective doit déboucher sur un choix partagé de la ressource à retenir et sur la réalisation d'un document pour justifier ce choix et convaincre encore d'autres étudiants.

Les quatre ressources sur lesquelles les étudiants ont travaillé portent sur différents thèmes mathématiques : la proportionnalité, les classifications des quadrilatères, les nombres rationnels et les concepts d'aire et périmètre. La ressource 1 (annexe 1a et b) porte sur le concept de la proportionnalité : il s'agit d'un assemblage de différentes parties du livre du maître de CM2 des moyens officiels suisses romands (Chastellain & Jaquet, 2001a et b) sur le thème « applications » et un texte sur les propriétés mathématiques de la proportionnalité à l'appui du tableau de proportionnalité (Charnay *et al.*, 2003). La ressource 2 (annexe 2) sur les quadrilatères est constituée par deux courtes vidéos sur les figures géométriques et deux représentations différentes de classifications des quadrilatères. La ressource 3 (annexe 3) commence par une activité sur les nombres rationnels proposée dans les moyens d'enseignement suisses romands avec trois réponses possibles et des questions adressées aux étudiants accompagnées par des réponses par QR codes. Les questions portent d'une part sur des contenus mathématiques concernant les différents ensembles des nombres et d'autre part sur des aspects didactiques visant à faire expliciter ce que les élèves apprennent au travers de cette activité. La ressource 4 (annexe 4) porte sur les concepts d'aire et de périmètre et elle est constituée d'une activité d'un manuel français (Peltier et al., 1996) sur la variation aire et périmètre avec des productions d'élèves et des questions aux étudiants avec réponses par QR codes. Les questions proposées ont pour but d'amener les

étudiants à expliciter les conceptions erronées qui ressortent des productions des élèves et les éléments à institutionnaliser avec les élèves après avoir fait passer l'activité en classe.

IV - MÉTHODOLOGIE

Dans cette partie nous précisons notre recueil de données puis détaillons la procédure utilisée pour déterminer le potentiel sémiotique de nos quatre ressources.

1 Recueil de données

Le dispositif éprouvé concerne deux volées de 100 étudiants durant deux années consécutives (semestre de printemps 2020 et 2021). Le dispositif se déroule en différentes temps donnant lieu à des traces distinctes. La première étape est individuelle. Elle consiste à consulter les quatre ressources à disposition et à faire un choix en fonction la mise en situation décrite. Les étudiants doivent se préparer à argumenter leur choix afin de défendre la ressource choisie. Dans la deuxième étape, les étudiants se réunissent via zoom par groupes de cinq ou six, afin de mettre en commun leur réflexion et se mettre d'accord sur la ressource retenue pour le groupe. Cette étape donne lieu à un document commun à rédiger mettant en évidence la ressource retenue par le groupe et pour quelles raisons. La dernière étape consiste en un vote individuel des 100 étudiants afin d'évaluer le document le plus convainquant produit par les autres groupes.

Quelques groupes ont autorisé l'enregistrement de leur discussion. Nous avons ainsi une quinzaine d'enregistrement de quarante-cinq minutes à deux heures, la production d'un document de synthèse par l'ensemble des groupes et les résultats aux votes des deux volées d'étudiants.

2 Détermination du potentiel sémiotique des ressources

Nous allons maintenant présenter comment dégager le potentiel sémiotique des ressources. Pour ce faire, nous analysons chaque ressource proposée selon trois axes : les aspects didactiques, l'organisation générale de la ressource, l'organisation mathématique. La prise en compte de l'ensemble de ces éléments permet de déterminer le potentiel sémiotique de la ressource et donc de se faire une représentation de ce qu'elle permet de faire travailler aux étudiants en termes de mathématiques et didactiques.

2.1 Aspects didactiques et organisation générale de la ressource

Concernant les aspects didactiques, nous regardons si la ressource contient ou pas des éléments de dévolution, une institutionnalisation, des aspects d'analyse *a priori*, des éléments pour la mise en œuvre dans la classe, des exercices pour l'élève, des correctifs, des exemples de productions d'élèves, des pistes de régulation, des éventuels prolongements de l'activité, des propositions de relances, des exemples d'erreurs fréquentes chez les élèves. Ces différents aspects étant traités en formation, les étudiants devraient être en mesure de les mobiliser dans leurs discussions.

Pour chaque ressource, nous dégageons aussi des aspects généraux concernant les ressources comme le format de celle-ci (type de documents (schéma, tableau, vidéo, etc…), sa fonction (type de ressource (pédagogique, didactique, mathématique, etc.)), sa lisibilité, son aménagement, son destinataire (élève, enseignant ou mixte) et la présence de questions à l'attention des étudiants afin de leur permettre d'exercer un regard critique sur les ressources.

En annexe 5 figurent les deux typologies sur lesquelles nous basons nos analyses pour répertorier les aspects didactiques et relatifs à l'organisation générale de la ressource.

2.2 Organisations mathématiques des ressources

Pour définir les organisations mathématiques des ressources, nous dégageons les grands types de tâches associés au concept mathématique traité. Puis, pour chacun des types de tâches identifiés, nous renseignons les différentes techniques à employer pour accomplir les types de tâches.

Dans cette partie, nous proposons un exemple de l'analyse du potentiel sémiotique de la ressource sur la proportionnalité (Annexe 1), en mettant en évidence son organisation générale, ses aspects didactiques et son d'organisation mathématique. À partir de ces analyses, nous pouvons déterminer le potentiel sémiotique de la ressource.

3 Un exemple de l'analyse du potentiel sémiotique d'une ressource du dispositif

Dans cette partie, nous donnons l'exemple de l'analyse du potentiel sémiotique de la ressource 1 sur la proportionnalité en fonction des trois axes définis précédemment.

3.1 Analyse de l'organisation générale de la ressource :

Dans le tableau ci-dessous nous indiquons les cinq différentes entrées permettant de caractériser l'organisation générale de la ressource (colonne à gauche) ainsi que l'analyse que nous en faisons pour la ressource sur la proportionnalité (colonne à droite).

R1 Type de document (schéma, tableau, texte, vidéo, etc…)	La ressource contient beaucoup de texte. Seuls quelques tableaux de proportionnalité viennent rompre la continuité du texte. Il y a également certains contenus encadrés pour mettre en évidence les éléments importants à retenir
R2 Lisibilité / aménagement	La ressource est très dense et en noir et blanc. Il y a quelques titres ou mots importants en gras. Dans la première partie il n'est pas facile d'identifier une idée pour chaque paragraphe. Quelques puces organisent le texte dans la deuxième partie de la ressource. On trouve également dans cette deuxième partie des symboles mathématiques et la présence de nombres.
R3 Destinataire (élève – enseignant - mixte, etc.)	La ressource est destinée à des enseignants.
R4 Type de ressource (pédagogique, didactique, math, etc.)	Il s'agit d'une ressource didactique pour la première partie et mathématique pour la seconde. Dans la première partie on trouve par exemple la définition de « fonction », des aspects historiques, l'évolution du concept dans les programmes, les objectifs de cet enseignement, la suggestion de varier les situations proposées (entre situation linéaire ou non), l'explication de quelques propriétés de la linéarité. La seconde partie du document définit la proportionnalité et donne les propriétés des suites proportionnelles.
R5 Présence de question à l'attention du destinataire pour faire réfléchir	Non.

Figure 3 Tableau de l'analyse de l'organisation générale de la ressource sur la proportionnalité

3.2 Analyse des aspects didactiques en jeu

De la même manière que pour l'organisation générale de la ressource, nous procédons ci-dessous à l'analyse des aspects didactiques présents dans la ressource sur la proportionnalité.

D1 gestes professionnels D1.1 présence d'élément de dévolution – consigne D1.2 présence d'une institutionnalisation D1.3 présence d'une analyse *a priori*	La ressource suggère de varier les situations proposées (entre situation linéaire ou non).
D2 accompagnements D2.1 présence d'éléments pour la mise en œuvre D2.2 présence d'exercices / d'une tâche pour l'élève	Pointage de ce qui vient après le thème de la proportionnalité dans l'enseignement secondaire (aspects curriculaires).

D2.3 pointage de ce qui vient juste avant ou juste après (séance/séquence) D2.4 présence du correctif D2.5 présence d'exemples/pistes de régulation D2.6 présence de prolongement / questions de relance / pistes d'activités D2.7 quel document d'accompagnement pour l'élève/ quelle trace D2.8 la ressource peut être un support pour penser des activités, institutionnalisations, etc.	Lien avec les situations-problèmes du quotidien en lien avec ce thème.
D3 élèves D3.1 fausses conceptions élèves D3.2 Erreurs fréquentes/ obstacles D3.3 productions élèves	Référence à l'obstacle didactique de considérer toute situation comme une situation proportionnelle
D4 Autres D4.1 élèves actifs (participation) D4.2 manipulations	-

Figure 4 Tableau de l'analyse des aspects didactiques de la ressource sur la proportionnalité

3.3 Analyse de l'organisation mathématiques

Au sein de la ressource sur la proportionnalité, cohabitent plusieurs types de tâches, représentatifs d'une OM *local* de ce thème d'étude. Ces différents types de tâches se déclinent ensuite en différents sous types de tâches, représentatifs de l'OM *ponctuelle*. Pour chacun de ces sous types de tâches, nous identifions plusieurs techniques associées.

La particularité des contenus abordés dans la ressource sur la proportionnalité implique l'ajout d'un type de tâche représentatif d'une OM *global*. En effet, la question curriculaire de l'évolution du concept mathématique de la proportionnalité au fil des années scolaires dépendant d'un niveau de moins grande spécificité[2] que ceux impliquant les organisations mathématiques *locales* et *ponctuelles*.

T0 *global* : Évolution du concept au fil des années scolaires (questions curriculaires)	
T1 *local* : Reconnaître des situations de proportionnalité	
T1.1 Utiliser la proportionnalité en situation	τ Appui sur des situations emblématiques du quotidien
	τ Appui sur élément dans le texte (présence de mots inducteurs/schémas, tableaux)
	τ Par vérification de la linéarité avec les données du problèmes
T2 *local* : Résoudre des situations de proportionnalité	
T2.1 Modéliser une situation de proportionnalité	τ Utilisation de tableaux, écriture en ligne, produit en croix, flèches, graphique…
T2.2 Mobiliser les propriétés de la proportionnalité	τ Retour à l'unité, coefficient de proportionnalité, f(a+b) =f(a) + f(b), f(fa) = f
T3 Utiliser le lexique de la linéarité	

Figure 5 Tableau de l'analyse des OM de la ressource sur la proportionnalité

[2] Il s'agit du niveau 2 de détermination du didactique dans l'échelle de co-détermination du didactique et du mathématique (Chevallard, 2002)), alors que les autres tâche et types de tâches définis appartiennent au niveaux 4 et 5.

3.4 Potentiel sémiotique de la ressource

A la suite de ces analyses, nous remarquons que la ressource sur la proportionnalité n'est pas organisée de manière à donner envie de la lire (dense et peu attractive). Les aspects didactiques ne sont pas très développés dans cette ressource. A l'inverse, les contenus mathématiques sont très présents et des aspects curriculaires sont également développés. Le potentiel sémiotique de cette ressource est donc avant tout mathématique. Toutefois, les quelques aspects didactiques abordés peuvent être source de discussions et de questionnement au sein des groupes.

V - ANALYSES

Nous proposons d'abord d'analyser les aspects mathématiques puis les aspects didactiques convoqués dans les quatre ressources, dans les quatre groupes d'étudiants enregistrés. Nous pouvons ainsi en déduire si le potentiel sémiotique des différentes ressources est exploité ou non. Dans un second temps, nous nous focalisons sur certains passages des enregistrements afin de percevoir si la médiation entre pairs opère par le biais du dispositif de formation proposé.

Si l'on se fie à nos analyses, nous constatons que deux groupes sur quatre parlent relativement peu des aspects mathématiques durant leur séance de groupe. Nous verrons dans l'analyse de quelques extraits que ces deux groupes vont passer très vite sur les deux ressources impliquant les contenus les plus problématiques, les nombres rationnels et la proportionnalité.

Un groupe n'aborde d'ailleurs pas du tout la ressource sur les nombres rationnels.

La ressource sur les quadrilatères est facilement accessible pour les étudiants d'un point de vue mathématique. Nos analyses montrent toutefois que les échanges se déroulent essentiellement autour des propriétés des figures présentes dans les vidéos et non pas sur leurs relations. Dans ce cas, les étudiants convoquent bien des contenus mathématiques, mais pas ceux souhaités, à savoir la classification des quadrilatères.

Pour la ressource sur l'aire et le périmètre, seuls deux groupes évoquent les contenus mathématiques attendus. Par ailleurs, nous constatons que de nombreux aspects didactiques sont abordés par l'ensemble des groupes. Nous faisons l'hypothèse que c'est le choix de la ressource qui en est la raison. En effet, celle-ci est très didactique. Elle comporte des exercices pour les élèves, des productions d'élèves, des questions aux étudiants sur les conceptions erronées des élèves, sur l'institutionnalisation possible et des réponses à ces questionnement via des QR codes.

En résumé, d'un point de vue mathématique, les ressources sur la proportionnalité et sur les nombres rationnels sont problématiques pour les étudiants qui tendent à les éviter. A l'inverse, les ressources sur les quadrilatères et l'aire et périmètre, bien qu'elles comportent des propriétés ou des relations pas toujours maitrisées par les étudiants, permettent d'aborder des contenus mathématiques (même si ce ne sont pas ceux attendus) ainsi que des contenus didactiques et sont de ce fait davantage investies. Par exemple, il est possible d'évoquer le périmètre d'une forme indépendamment de son aire associée.

Voici des échanges d'étudiants autours des ressources problématiques. Le premier extrait concerne la ressource sur la proportionnalité et le second sur les nombres rationnels :

> Étudiant 1: Moi j'ai trouvé que cette ressource elle était pas vraiment très pédagogique. Je trouve qu'elle expliquait des trucs du genre sur des contenus mathématiques mais pas sur de la didactique.
> Étudiant 2: Exactement pareille.
> Étudiant 1: J'ai même pas pigé en fait, genre j'ai même passé à la suite
> Étudiant 3: Il y a pas du tout de didactique quoi.

Plusieurs: Ouais
Étudiant 2: j'ai écrit un grand NON sur ma feuille de note en mode ça sert à rien!

Extrait 1.

Étudiant 1: Alors moi j'avoue que la j'ai un peu survolé car ça m'a pas, ça m'a pas parlé perso.
Etudiant 2: Moi ça m'a pas du tout parlé non plus
Plusieurs: Ouais

Extrait 2.

Dans ces deux extraits, nous constatons un mode de fonctionnement coopératif de type démission adopté par l'ensemble des membres du groupe. Ainsi, en ne s'engageant pas, aucun risque n'est pris. Toutefois, ce mode ne permet pas la dévolution et par conséquent le processus de médiation sémiotique n'a pas lieu.

Concernant les aspects didactiques, c'est sans surprise que la ressource sur la proportionnalité n'a laissé que peu de place à ces derniers dans les discussions étant donné la nature très « mathématique » du document. Concernant la ressource sur les quadrilatères, les étudiants ont souligné l'absence des contenus didactique dans la ressource proposée comme par exemple des éléments liés à la dévolution, à l'institutionnalisation et à l'analyse *a priori*. Cependant, ils mettent en avant la plus-value offerte par cette ressource car elle est directement exploitable en classe. Un autre groupe à l'inverse pointe à quelle point cette ressource n'est pas optimale étant donné qu'elle est très contextualisée et ne se transpose pas facilement à d'autres thèmes mathématiques. Tous les groupes ont toutefois abordé des éléments didactiques la concernant. Ils se sont en effet questionnés sur la manière d'utiliser efficacement ces vidéos en classe. Pour la ressource sur les nombres rationnels, un groupe sur quatre a investi cette ressource du point de vue didactique. En effet, deux groupes ne l'ont pas du tout investie et le dernier très peu.

Concernant les aspects généraux des ressources mis en avant par les étudiants, il est ressorti que la ressource sur la proportionnalité est « théorique », axée sur les contenus mathématiques et son format de texte est « trop lourd ». La ressource sur les quadrilatères quant à elle est plus « pédagogique » mais aussi « ludique » car elle contient des vidéos. Pour la ressource sur les nombres rationnels, il y a des groupes qui pensent qu'il s'agit d'une ressource didactique et d'autres mathématique. Par contre, pour la ressource sur les aires et périmètres, tous les groupes partagent l'idée qu'il s'agit d'une ressource didactique.

Nous développons maintenant un extrait d'une discussion où les étudiants mettent en avant les aspects mathématiques traités dans la ressource sur les nombres rationnels. Voici la première intervention d'un étudiant qui estime que la tâche qui y est proposée (placer 25/7 sur une droite graduée en essayant d'être le plus précis possible) permet de mettre du sens sur l'algorithme de la division :

> Étudiant 1 : Ce que j'aime bien dans cette tâche est qu'elle montre autrement l'algorithme de la division et pour moi ça permet de résoudre un problème dans l'enseignement, c'est que nos algorithmes multiplicatifs, celui de division c'est un peu de boîtes noires qu'on apprend aux élèves […] les élèves apprennent un truc mais ils ne comprennent pas ce qu'ils font, ils appliquent l'algorithme, ils ont par magie des résultats qui sortent, ça donne des résultats corrects s'ils ont appliqué correctement l'algorithme mais ils ne comprennent pas dans le système qu'est-ce qu'on fait quand on rajoute un zéro, pourquoi on rajoute un zéro, pourquoi on essaie de mettre le dénominateur dans le numérateur, etc. C'est un document qui me convenait beaucoup parce que ça permet d'aller contre ça en allant vers une compréhension de l'algorithme.

Dans cet extrait, nous observons comment pour cet étudiant la mise de sens sur les techniques opératoires est primordiale afin d'éviter les algorithmes de calculs comme des « boîtes noires ». Autrement dit, des réflexions d'ordre didactique (mise de sens sur les savoirs) et mathématiques s'imbriquent dans son

discours et prennent tout leur sens grâce au fait que l'étudiant prend appui sur une pour élaborer l'autre et vice-versa.

Après l'intervention de cet étudiant, un autre membre du groupe prend la parole et il rajoute que cette ressource sert aussi à mettre du sens sur les différents ensembles des nombres (aspects didactiques). Il ne se limite pas à discuter la technique opératoire de division mais il va plus loin dans sa réflexion didactique :

> Étudiant 2 : Cette activité je la trouvais intéressante parce qu'elle permet d'aborder différentes dimensions du nombre, enfin ça parle autant du nombre je sais plus l'ordre de naturel à réel je crois et ça je trouvais super intéressant, c'est intéressant pour aborder l'algorithme de la division mais aussi pour parler je ne sais pas si on peut dire ça la nature de chaque nombre.

À ce moment de la discussion, l'étudiant qui avait lancé le débat reprend la parole et il résume les deux aspects mathématiques évoqués (la technique opératoire de la division et les différents ensembles des nombres) :

> Étudiant 1 : Oui je suis d'accord avec toi. Pour moi il y a clairement deux objectifs entre le travail sur les nombres rationnels au niveau de la division essayer de comprendre ce que c'est ce 25 sur 7 et puis après il y a cette autre partie et c'est la deuxième force que j'y vois clairement c'est que pour pouvoir travailler là-dessus avec les élèves ça demande de passer par le schéma du qr-code (schéma des ensembles des nombres). Toutes ces histoires de nombres naturels, nombres entiers etc. ça me parle parce que pendant toute ma scolarité on en a parlé, on les a vu passer dans les consignes d'évaluation et on savait pas ce que c'était.
> Ça fait partie des choses du curriculum caché qu'on n'enseigne pas explicitement parce qu'on se dit c'est trop compliqué […] J'ai compris à l'université cette histoire d'emboitement et on peut très bien le montrer aux élèves que tous les décimaux sont des rationnels mais que tous les rationnels ne sont pas des décimaux et ça c'est qu'on voit avec cette activité, c'est surtout entre rationnels et décimaux.

Pour cet étudiant, il est primordial de permettre aux élèves de réfléchir dès leur scolarité obligatoire sur l'idée d'«emboîtement des ensembles des nombres ».

L'échange que nous venons d'analyser constitue une claire illustration de ce que nous entendons par réussite du processus de médiation sémiotique. La discussion entre ces étudiants montre comment ils coopèrent entre eux : ils écoutent les arguments de chacun et ils les développent afin de pousser plus loin la réflexion. Nous pouvons ainsi affirmer que le processus de médiation sémiotique s'est opéré au sein de ce groupe de travail : la ressource sur les nombres rationnels s'est avérée adaptée pour que ces étudiants donnent du sens à des éléments mathématiques souvent écartés car peu maitrisés.

Pour finir et venir compléter nos analyses, nous revenons sur le choix des ressources sélectionnées par les groupes d'étudiants à la fin du processus coopératif. Il se trouve que, deux années consécutives, c'est la ressource sur aire et périmètre qui remporte le plus de vote avec onze et treize groupes qui l'ont choisie sur dix-sept. Puis, la seconde place est pour la ressource sur les quadrilatères. Pour finir, la troisième place est respectivement à la ressource sur la proportionnalité avec deux groupes sur dix-sept, en 2020 ; puis, à la ressource sur les nombres rationnels avec un groupe sur dix-sept, en 2021. Ce sont donc les ressources qui suscitent le moins « d'appréhensions mathématiques » qui remportent.

VI - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le constat le plus évident au terme de l'analyse de ce dispositif concerne les ressources impliquant des contenus mathématiques, plus problématiques pour les étudiants. Celles-ci semblent peu abordées, voire évitées dans les discussions. De plus, lorsqu' elles sont abordées, c'est surtout sur des aspects didactiques. Nous en avons l'exemple avec la ressource sur les nombres rationnels qui a par ailleurs un fort potentiel didactique.

Parmi les quatre groupes observés, deux choisissent de ne pas aborder (ou minimalement) les deux ressources identifiées comme problématiques et un autre ne l'aborde que par ses aspects didactiques. Seul avec le dernier groupe le pari semble gagné. Dans ce dernier groupe, alors que nous constatons encore des incompréhensions ou maladresses autour des échanges mathématiques, les étudiants s'engagent malgré tout. Le potentiel de l'artefact couplé au dispositif coopératif a permis de développer des connaissances et de passer d'un texte situé à un texte mathématique.

La question est donc de savoir quelle alchimie particulière a permis au processus de médiation sémiotique d'opérer entre pairs. Tout d'abord, ce processus de peut être amorcé que si la dévolution opère. Les analyses des extraits de deux groupes l'illustrent.

Sur quelles variables pouvons-nous jouer dès lors ? Nous pouvons questionner le nombre de ressource, leurs contenus, la nature de la mise en situation proposée et le dispositif de manière plus générale.

Nous constatons par exemple qu'un document trop « mathématique » ou avec trop de texte peut dissuader les étudiants, car perçu comme effrayant ou indigeste. L'organisation général de la ressource peut donc jouer un rôle primordial dans le processus de dévolution. Nous remarquons également que, même si le contenu mathématique est complexe mais que la ressource comporte des aspects didactiques, les étudiants peuvent s'en emparer et ne parler que de ces aspects-là. Dans ce cas, un glissement dans les enjeux du dispositif s'opère car seuls les aspects didactiques sont abordés.

Concernant d'éventuelles pistes à explorer, dans les ressources proposées, nous pouvons penser un meilleur équilibre entre la part de didactique et la part de mathématiques. Réduire les différences de complexité entre les ressources pour ne pas donner l'illusion que les mathématiques sont plus abordables dans l'une ou l'autre serait aussi un aspect à examiner. Devons-nous également réduire le nombre de ressources afin que les étudiants s'y plongent davantage et évitent de les survoler ou de les mettere de côté, si elles ne plaisent pas ?

Concernant la mise en situation, nous avons constaté qu'elle donnait lieu à des confusions. La question qui est majoritairement apparue concernait la perte de mémoire. Etait-ce la mémoire de la formation (aspects didactiques) ou des contenus mathématiques (même ceux de l'enfance). Cinq étudiants enregistrés ont d'ailleurs reformulé la situation afin de régler cette confusion au sein de leur groupe.

> « Au fait, c'est un peu comme si on demandait à ta copine avocate de reprendre ta classe. Elle ne serait pas trop comment s'y prendre et quoi faire. Tu lui donnerais quelle ressource pour l'aider? »

VII - BIBLIOGRAPHIE

Bartolini Bussi M.-G. & Mariotti M.-A. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English & al. (Eds.), Handbook of International. Research in Mathematics Education, second edition (pp. 746-783). New York and London: Routledge.

Buchs, C. (2011). Interactions dans des duos lors d'un travail coopératif sur des textes à l'université selon la distribution des informations : un zoom sur les confrontations de points de vue, 83-97.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La pensée sauvage.

Charnay, R., Mante, M., Douaire, J., Valentin, D., (2003). Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles - Tome 1, Hatier Concours.

Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001a). Mathématiques cinquième année. Méthodologie-Commentaires. Neuchâtel : COROME.

Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001b). Mathématiques sixième année. Méthodologie-Commentaires. Neuchâtel : COROME.

Cherix, P.-A., Conne, S., François, D., Daina, A., Dorier, J.-L. & Flückiger, A. (2011). Quand un prof rencontre un autre prof… pour faire des mathématiques. Recherches en didactiques. Les cahiers Théodile, 12, 7- 45.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en didactique des mathématiques. 12(1), 73-111.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 3. Ecologie & régulation. In J.-L Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Eds.). Actes de le 11e école d'été de didactique des mathématiques. (pp. 41-56). France : La Pensée sauvage.

Clivaz, S. (2011). Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Thèse de doctorat, Université de Genève.

Conférence intercantonale de l'instruction publique (2010). Neuchâtel : CIIP. Repéré à https://www.plandetudes.ch

Coutat, S. & Vendeira, C. (2017). Comment les théories et concepts de la didactique des mathématiques contribuent à la formation des futurs enseignants primaires genevois ? In A. Braconne-Michoux, P.Gibel & I. Oliveira. Etude de différentes dormes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants. Québec : CRIRES.

Del Notaro, C. (2015). Suivre le fil de la pensée des élèves ... Math-Ecole, 224, 8-10.

Maschietto, M., Bartolini Bussi, M. (2012). Des scénarios portant sur l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Actes du 39e Colloque de la COPIRELEM.

Peltier, M.-L., Clavié, C. & Gauch, A.-M. (1996). Le nouvel objectif calcul CM2. Paris : Hatier.

Rabardel, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. Actes de la Xème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques. Houlgate, vol I, pp.203-213.

Ravel, L. (2003). Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne, exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique. Thèse en didactique des mathématiques, Université Joseph Fournier – Grenoble I.

Volpé, Y. & Buchs, C. (2019). Pédagogie coopérative : pratiques déclarées et facteurs d'appropriation. *Swiss Journal of Educational Research*, *41*(1), 99-120.

ANNEXE 1 : RESSOURCE 1A ET B SUR LA PROPORTIONNALITE

Ressource 1a : assemblages de différentes parties du livre du maitre 7-8P des moyens d'enseignement officiels suisses romands (Chastellain, & Jaquet, 2001a et b)

A lire :

THÈME 7 – APPLICATIONS

3. APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE ET DIDACTIQUE

Par définition, une fonction est une relation entre deux ensembles de nombres qui, à tout élément du premier, fait correspondre un et un seul élément du second. Ce concept s'est développé en mathématiques depuis plus de 200 ans, pour en devenir aujourd'hui une des notions les plus fréquemment mises en œuvre.

Dans la langue française, des expressions comme «en fonction de» ou «être fonction de», qui indiquent une relation de dépendance, sont devenues très courantes, comme dans les exemples: «on décidera du programme définitif en fonction du temps qu'il fera», «l'offre est fonction de l'intérêt des clients», ... Si, dans les deux contextes, le terme «fonction» est lié à l'idée de **dépendance**, en mathématiques, les objets en relation sont définis plus précisément. Ce sont des nombres en général.

L'étude des fonctions est au programme de tout l'enseignement secondaire. Il se poursuit à l'université et dans les écoles supérieures, en mathématiques comme dans les autres disciplines scientifiques ou techniques. On apprend à les reconnaître, à les désigner, à en décrire les propriétés, à étudier leur «comportement» (croissance, tendances, ...) pour aboutir à l'un des chapitres clés des mathématiques, appelé aujourd'hui *Analyse* (limites, dérivation, intégration, ...).

Si le concept de fonction apparaît déjà en cinquième et en sixième année, dans le thème des *Applications*, c'est parce qu'il est présent dans l'environnement de l'élève confronté à la résolution de problèmes. C'est un outil d'organisation du réel, c'est un modèle pour expliciter les relations entre deux grandeurs, c'est une représentation efficace de variations entre deux séries de données dépendantes l'une de l'autre. Mais, à 11 ou 12 ans, ce concept s'esquisse seulement. Il va prendre corps, peu à peu, au travers de situations où l'élève aura l'occasion d'observer des relations numériques entre deux grandeurs correspondantes, où il cherchera à les mettre en évidence pour les utiliser dans ses calculs, où il organisera les données en tableaux, où il devra tirer des informations d'une représentation graphique. L'élève de sixième va ainsi peu à peu se constituer un répertoire dans lequel il pourra retrouver, au cours des années suivantes, des problèmes ou des situations de référence lors de l'étude des fonctions.

C'est dans cet esprit que doivent être abordées les activités du thème.

Linéarité et proportionnalité

Au sein du champ des applications, la linéarité[2] (ou proportionnalité) est essentielle dans la mesure où ce concept permet la modélisation de nombreuses situations issues de l'espace sensible de l'élève (problèmes relatifs à des relations entre grandeurs) ou dans le traitement de questions de la «vie courante» (relations entre quantités et prix, pourcentages, ...).

La linéarité recouvre des aspects divers: relation entre des grandeurs, relation entre des suites de nombres, raisonnements et techniques mis en œuvre pour traiter les problèmes de proportionnalité, ... La multiplication, la division, les pourcentages, les agrandissements, ... sont autant de thèmes qui entrent dans ce cadre.

Abordée dans le champ conceptuel de la multiplication, la linéarité apparaît dès la quatrième année d'école primaire, puis en cinquième et en sixième année, dans le thème des *Applications* et dans celui des *Mesures*. Cette longue durée de maturation laisse le temps à l'élève de construire progressivement le concept de linéarité avant d'en aborder les techniques, les algorithmes et les formalismes qui s'y rapportent au cours de l'école secondaire, dans le cadre de l'étude des fonctions.

Les fonctions non linéaires

On n'étudie pas de fonctions non linéaires avant les degrés 7 à 9 de l'école secondaire mais, paradoxalement, il faut en présenter de nombreuses à l'élève, afin qu'il puisse différencier une fonction linéaire d'une autre fonction qui ne l'est pas.

Si on ne le fait pas, on crée un obstacle didactique important : celui de construire une représentation des fonctions indissociable de la linéarité et, par conséquent, de mettre en œuvre systématiquement les procédures de «la somme» et du «produit» dans des situations où elles sont inopportunes.

Ressource 1b : Texte extrait de Charnay et al. (2003) sur le thème des applications

Apports théoriques

1. Suites de nombres proportionnelles

1.1. Définition

Deux suites de nombres réels (ayant le même nombre de termes) sont proportionnelles si on peut passer de chaque terme de la première suite au terme correspondant de la deuxième par un même opérateur multiplicatif.

L'opérateur multiplicatif qui permet ainsi de passer de chaque terme de la première suite à chaque terme de la seconde est aussi appelé **coefficient de proportionnalité** entre la première suite et la deuxième.

On représente souvent la correspondance entre les deux suites par un tableau. Exemple :

	6	10	14	20	26	34
× 3/4 ↓	4,5	7,5	10,5	15	19,5	25,5

↑ × 4/3 (I)

Cas général :

	x_1	x_2	x_3	x_4	…	x_n
× a ↓	y_1	y_2	y_3	y_4	…	y_n

↑ × $1/a$ (II)

Le coefficient de proportionnalité entre la deuxième suite et la première est l'inverse du coefficient de proportionnalité entre la première suite et la deuxième.

1.2. Propriétés numériques des suites proportionnelles

Nous allons étudier ici cinq de ces propriétés.

● Propriétés relatives à l'ordre

Si deux suites proportionnelles sont formées de nombres positifs, l'ordre selon lequel sont rangés les nombres de la première suite est le même que celui selon lequel sont rangés les nombres de la deuxième suite.

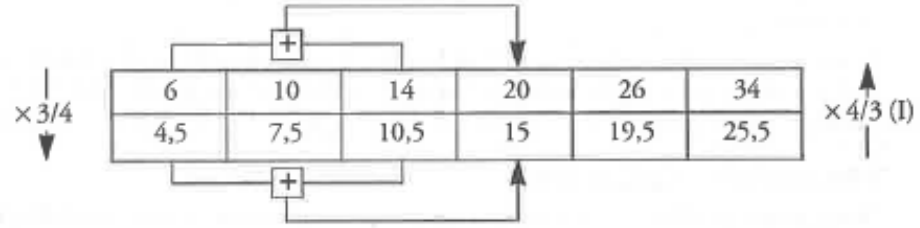
On traduit cela en disant que, **pour les nombres positifs, la proportionnalité respecte l'ordre** ou encore que, dans R+, toute fonction linéaire est une fonction croissante.

Mais, attention… à **ne pas confondre croissance et proportionnalité !** La taille d'un enfant croît avec son âge, et pourtant la taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

● **Propriétés de linéarité**

Reprenons le tableau (I). Deux types de remarques peuvent être faites, correspondant à deux propriétés.

Une propriété additive

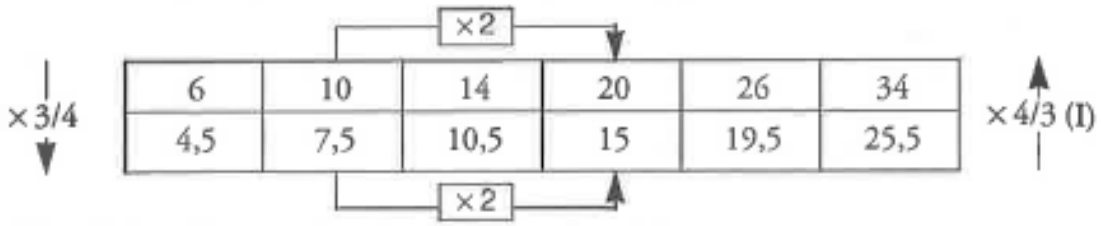


Si deux suites sont proportionnelles, "l'image d'une somme est la somme des images", ce qui peut être traduit par : Quels que soient les nombres x_1, x_2 et y_1, y_2,

×a	x_1	x_2	$x_1 + x_2$
	y_1	y_2	$y_1 + y_2$

ou dans le langage des fonctions par : $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ (IV)

Une propriété multiplicative



Ainsi l'image du double, du triple, du produit par 3,4… d'un nombre est le double, le triple, le produit par 3,4… de l'image de ce nombre.

La propriété correspondant à cette remarque peut être traduite par :
Quels que soient les nombres x, y et k :

×a	x	kx
	y	ky

ou, dans le langage des fonctions par : $f(kx) = k\,f(x)$ (V)

Ces deux propriétés, dites propriétés de linéarité [1] sont caractéristiques de la proportionnalité et des fonctions linéaires. C'est-à-dire que deux suites qui vérifient ces propriétés pour tous les nombres sont des suites proportionnelles, et la fonction associée est une fonction linéaire.

A contrario, il suffit de trouver, parmi tous les nombres composant les deux suites, un seul exemple où l'une des propriétés de linéarité n'est pas vérifiée pour que les deux suites ne soient pas proportionnelles (cf. exemple 7 de l'Activité 2, où $11 = 4 + 7$ et $33 \neq 12 + 28$).

● **Propriété dite "du produit en croix"**

À partir de l'égalité des rapports (VI), il est facile de déduire les égalités du type :
$x_1 y_2 = x_2 y_1$ *ou* $x_2 y_5 = x_5 y_2$ *ou...*
Deux suites proportionnelles vérifient donc cette propriété dite "du produit en croix".

On peut, en effet, illustrer cette propriété sur le tableau (I) par l'identification des produits égaux, à l'aide de croix :

×3/4 ↓	6	10	14	20	26	34
	4,5	7,5	10,5	15	19,5	25,5

↑ ×4/3 (I)

ANNEXE 2 : RESSOURCE 2 LES QUADRILATERES

Ressource 2

Visionner les vidéos et consulter les deux représentations de classification différentes de quadrilatères

Vidéo 1 :

https://www.dropbox.com/preview/Copirelem2020/ressources/VIDEOS_COPI/OUI1les-proprietes-du-carre.mp4?role=personal

Vidéo 2 :
https://www.dropbox.com/preview/Copirelem2020/ressources/VIDEOS_COPI/OUI2reconnaitre-le-losange.mp4?role=personal

Deux représentations de classifications des quadrilatères :

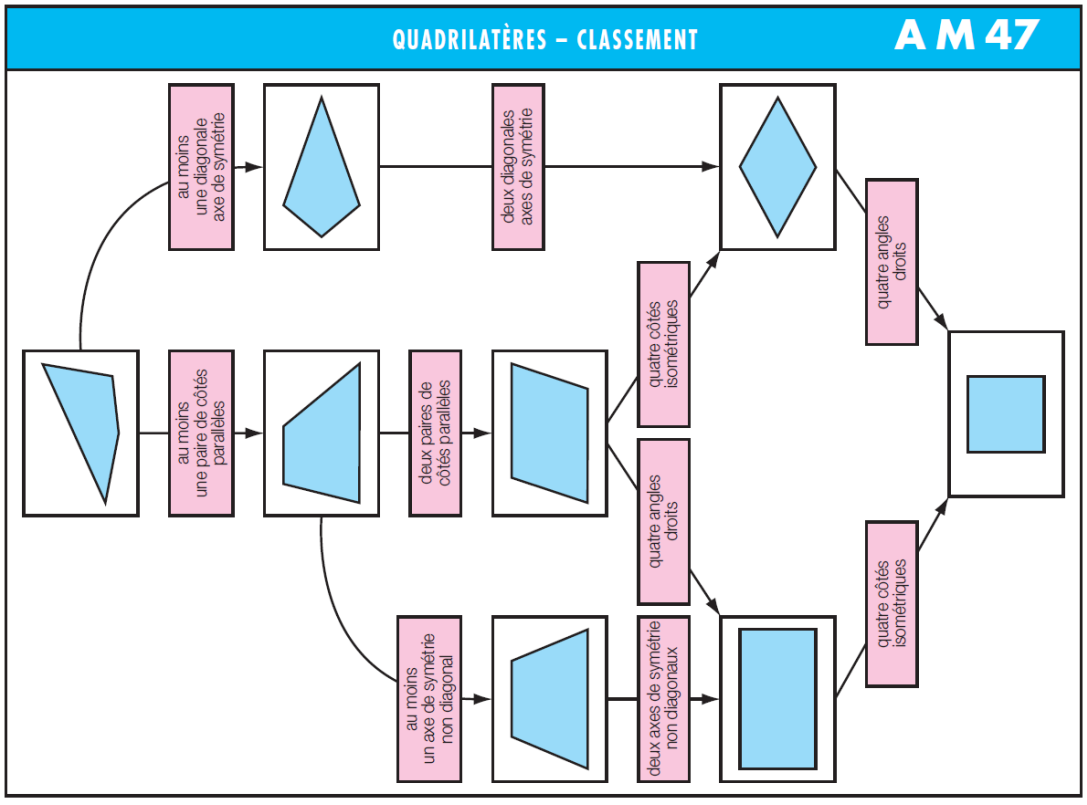


Image 1 : Dans l'aide-mémoire des moyens d'enseignement officiels romands 7-8P

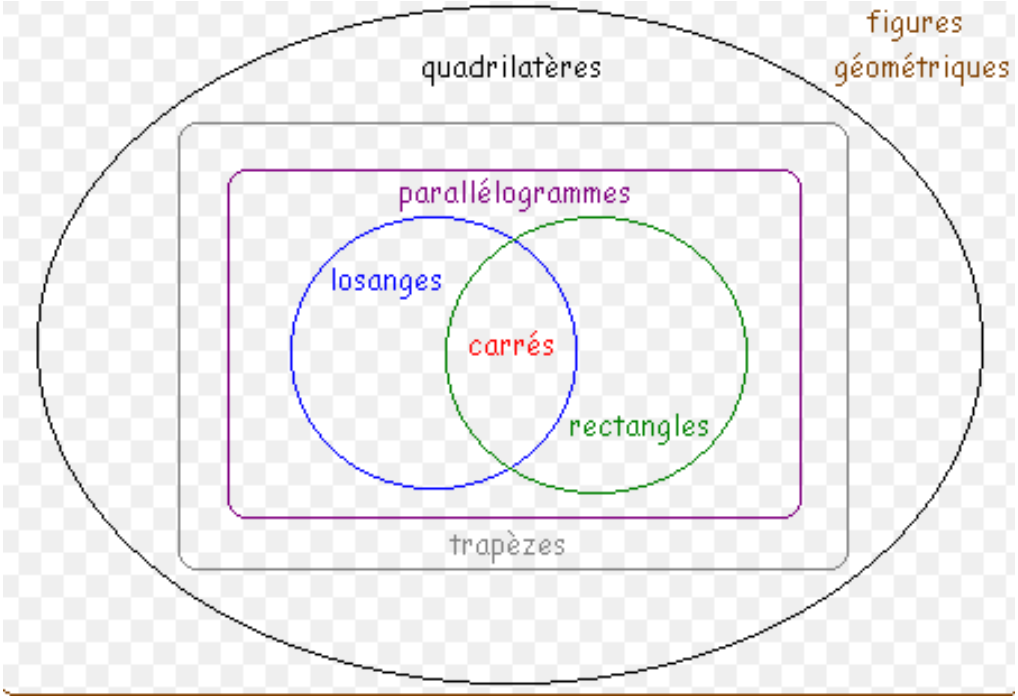


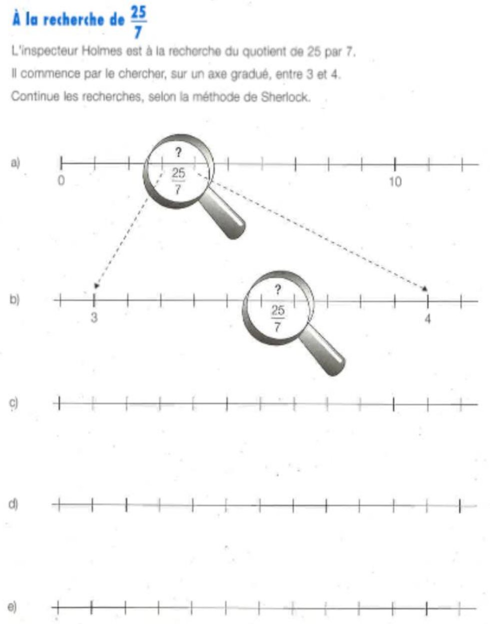
Image 2 : Représentation trouvée sur internet

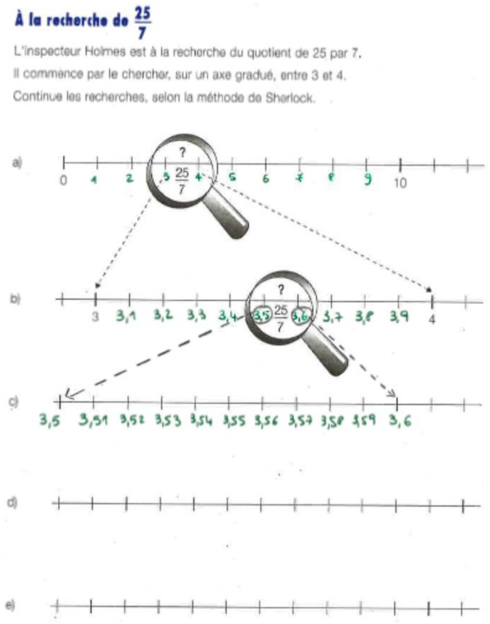
https://www.bing.com/images/search?view=detailV2&ccid=9S6t7l9X&id=8F7DD6F3BD300E32AF04CCC96348DA3446AFA3E1&thid=OIP.9S6t7l9XnFheBwra2IX6uQHaFE&mediaurl=http%3a%2f%2fwww.trigofacile.com%2fmaths%2feuclide%2flivre1%2fdefinitions%2fimages%2f1-def22-class.png&exph=314&expw=459&q=classification+des+quadrilat%c3%a8res&simid=607994393207439971&selectedIndex=1&ajaxhist=0

ANNEXE 3 : RESSOURCE 3 LES NOMBRES RATIONNELS

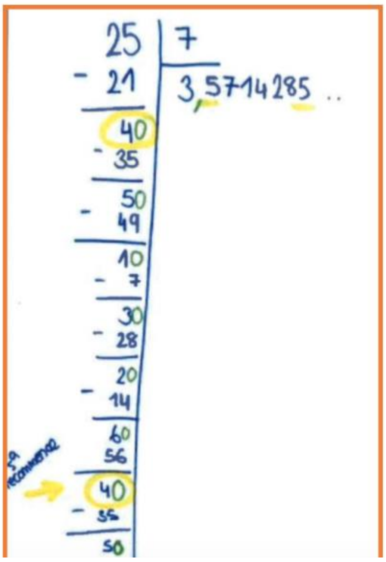
Ressource 3 : une activité des moyens d'enseignement officiels romands sur les nombres rationnels avec trois réponses possibles et des questions.

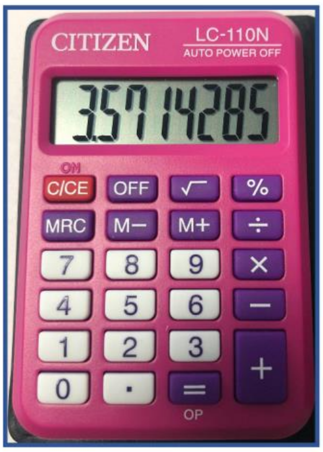
Voici, dans le document de gauche, l'énoncé d'une activité de 8P et, dans le document de droite, un début de résolution





Voici trois manières différentes de trouver le quotient de 25 par 7 : avec l'algorithme de la division posée, avec la calculatrice et avec un logiciel de calcul sur internet





3, 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857
1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714
2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428
5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857 1428 5714 2857

Questions

1) A quel ensemble des nombres le quotient de 25 par 7 appartient-il (naturels (N), relatifs (Z), décimaux (D), rationnels (Q)) ?

2) Qu'est-ce qu'on apprend sur la calculatrice au regard du résultat qui s'y affiche ?

3) Au regard global de l'activité, qu'est-ce qu'on apprend sur les nombres rationnels (Q) :
   a) par rapport aux nombres naturels (N)?
   b) par rapport aux nombres décimaux (D) ?

4) Qu'est-ce que les élèves apprennent avec cette activité ?

Réponse 1)

Réponse 2)

Réponse 3)

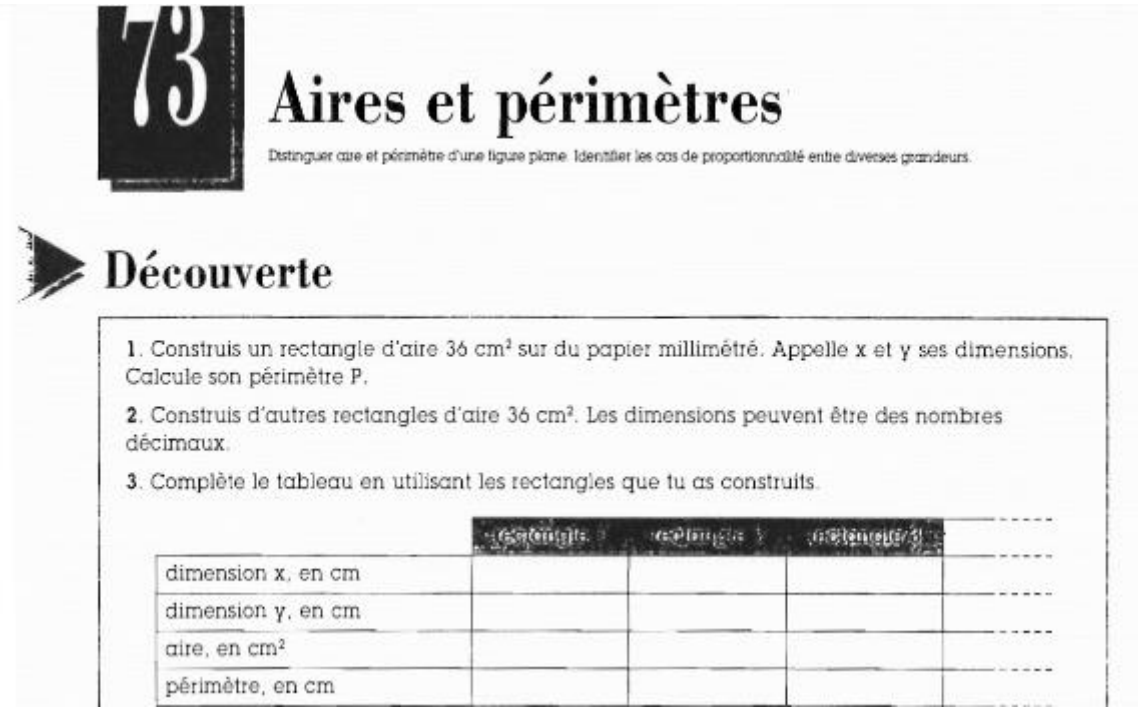
Réponse 4)

ANNEXE 4 : RESSOURCE 4 AIRE ET PERIMETRE

Ressource 4 : une activité d'un manuel français sur aire et périmètre avec des productions d'élèves et des questions.

Dans une classe de 7P, le maître veut préparer une séance qu'il intitule « aire et périmètre ».

Pour mettre en place cette séance, il utilise l'activité de « Découverte » et l'exercice 1 ci-dessous (tirés de « Le nouvel objectif calcul » (1996), Hatier) :



73

Aires et périmètres

Distinguer aire et périmètre d'une figure plane. Identifier les cas de proportionnalité entre diverses grandeurs.

Découverte

1. Construis un rectangle d'aire 36 cm² sur du papier millimétré. Appelle x et y ses dimensions. Calcule son périmètre P.

2. Construis d'autres rectangles d'aire 36 cm². Les dimensions peuvent être des nombres décimaux.

3. Complète le tableau en utilisant les rectangles que tu as construits.

dimension x, en cm				
dimension y, en cm				
aire, en cm²				
périmètre, en cm				

Exercices et problèmes

1 a/ Sur du papier millimétré, construis plusieurs rectangles de périmètre 24 cm.

b/ Quelles sont les dimensions **x** et **y** pour chacun de ces rectangles ? Calcule leur aire.

c/ Complète le tableau.

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3	
dimension x, en cm				
dimension y, en cm				
aire, en cm²				
périmètre, en cm				

Questions :

1) Réaliser l'activité de « Découverte » et l'exercice 1 ci-dessus.
2) Consulter les productions d'élèves ci-dessous afin de répondre à la question 3 (*sous chaque production sont transcrites, de manière plus lisible, les observations des élèves*).
3) À partir de ces productions d'élèves :

a. Quelle serait une **conception erronée** des élèves relative aux concepts d'aire et de périmètre d'une figure ?
b. Au terme de cette séance quels principaux constats devraient figurer, selon vous, dans une **trace d'institutionnalisation** par rapport aux concepts d'aire et de périmètre d'une figure ?

Production d'élèves :

Amandine

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	12 cm	9 cm	10 cm
dimension y, en cm	3 cm	4 cm	3,6 cm
aire, en cm²	36 cm²	36 cm²	36 cm²
périmètre, en cm	30 cm	26 cm	27,2 cm

tableau n° 1

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	7 cm	5 cm	8 cm
dimension y, en cm	5 cm	7 cm	4 cm
aire, en cm²	35 cm²	35 cm²	24 cm²
périmètre, en cm	24 cm	24 cm	24 cm

tableau n° 2

Pour une aire fixe, plus la longueur augmente plus le périmètre augmente.
Pour un périmètre fixe, plus la longueur augmente plus l'aire diminue.

« Pour une aire fixe, plus la longueur augmente plus le périmètre augmente. Pour un périmètre fixe, plus la longueur augmente plus l'aire diminue. »

Marthe

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	9 cm	19 cm	19 cm
dimension y, en cm	4 cm	3 cm	8 cm
aire, en cm²	36 cm².	36 cm²	36 cm²
périmètre, en cm	26 cm	30 cm	40 cm

tableau n° 1

	rectangle 1	rectangle 2	rectangle 3
dimension x, en cm	6 cm	8 cm	19 cm
dimension y, en cm	4 cm	3 cm	2 cm
aire, en cm²	24 cm²	24 cm²	24 cm²
périmètre, en cm	20 cm	22 cm	28 cm

tableau n° 2

Même si l'aire est pareil il peut y avoir plusieurs longueurs, largeurs et aussi il peut y avoir des périmètres plus petits ou plus grands que l'aire.

« Même si l'aire est pareil il peut y avoir plusieurs longueurs, largeurs et aussi il peut y avoir des périmètres plus petits ou plus grands que l'aire. »

Alex

Des rectangles de même aire peuvent avoir des périmètres différents et des rectangles de même périmètres peuvent avoir des aires différentes.

« Des rectangles de même aire peuvent avoir des périmètres différents et des rectangles de même périmètres peuvent avoir des aires différentes. »

Étienne

Plusieurs rectangles ayant le même périmetre n'ont pas forcément la même aire : plus la longueur est grande plus l'aire est grande. Plus la longueur est petite plus l'aire est petite. Plus le périmètre est grand plus la longueur est grande. Plus le périmètre est petit plus la longueur est petite.

« Plusieurs rectangles ayant le même périmètre n'ont pas forcément la même aire : plus la longueur est grande plus l'aire est grande. Plus la longueur est petite plus l'aire est petite. Plus le périmètre est grand plus la longueur est grande. Plus le périmètre est petit plus la longueur est petite. »

Marine

Plus on approche du carré, plus le périmètre est petit

« Plus on approche du carré, plus le périmètre est petit. »

Élie

Deux rectangles d'une même aire n'ont pas toujours le même périmètre, pareil pour deux rectangles qui ont le même périmètre, ils n'auront pas la même aire.

« Deux rectangles d'une même aire n'ont pas toujours le même périmètre, pareil pour deux rectangles qui ont le même périmètre, ils n'auront pas la même aire. »

Réponse 1 :

Quelques pistes d'analyse des productions d'élèves (2) :



ANNEXE 5 : TYPOLOGIE D'ANALYSE DES ASPECTS DIDACTIQUES ET ORGANISATION GENERALE DE LA RESSOURCE

Typologie de tâches didactiques générale pour **ressource 1,2,3,4**

D1 gestes professionnels

- D1.1 présence d'élément de dévolution - consigne
- D1.2 présence d'une institutionnalisation
- D1.3 présence d'une analyse a priori

D2 accompagnements

- D2.1 présence d'éléments pour la mise en œuvre
- D2.2 présence d'exercices / d'une tâche pour l'élève
- D2.3 pointage de ce qui vient juste avant ou juste après (séance/séquence)
- D2.4 présence du correctif
- D2.5 présence d'exemples/pistes de régulation
- D2.6 présence de prolongement / questions de relance / pistes d'activités
- D2.7 quel document d'accompagnement pour l'élève/ quelle trace
- D2.8 La Ressource peut être un support pour penser des activités, institutionnalisations, etc.

D3 élèves

- D3.1 fausses conceptions élèves
- D3.2 Erreurs fréquentes/ obstacles
- D3.3 productions élèves
- Nature de lâche pour l'élève : application – recherche –

D4 Autres

- D4.1 élèves actifs (participation)
- D4.2 manipulation

D5 remise en question des variables choisie dans la ressource

Question autour de la ressource pour **ressource 1,2,3,4**

R1 Type de document (schéma, tableau, texte, vidéo, etc…)

R2 Lisibilité / aménagement

R3 Destinataire (élève – enseignant - mixte, etc.)

R4 Type de ressource (pédagogique, didactique, math, etc.)

R5 présence de question à l'attention des étudiants (enseignants ayant perdu la mémoire) pour faire réfléchir

LA QUESTION DE L'INSTITUTIONNALISATION DANS L'ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS AU CYCLE 3 À PARTIR D'UN JEU (L'ATELIER DES POTIONS) ET D'UN MATÉRIEL (LES RÉGLETTES CUISENAIRE)

Michel KAHN
Conseiller pédagogique Référent mathématique
Circonscription d'inspection du 1er degré de Paris
Michel.Kahn@ac-paris.fr

Résumé
Dans le rapport Villani-Torossian (p. 13), il est indiqué « Parmi les enjeux didactiques, celui des manipulations concrètes est essentiel pour favoriser l'apprentissage des élèves et les accompagner dans la construction d'abstractions ».
Mais comment dépasser l'aspect ludique du jeu ou de la manipulation de matériel pédagogique pour aborder les notions mathématiques découvertes ou mobilisées au cours des séances mises en œuvre en classe ?
En tant que Référent Mathématique de Circonscription, j'ai essayé de répondre à cette question avec mes constellations en travaillant deux interprétations différentes des fractions (Allard et Roditi, 2019) : les fractions « partie d'un tout » avec le jeu de l'Atelier des Potions (N. Pelay, Plaisir Maths), et les fractions « mesure de longueur » avec les réglettes Cuisenaire.
Ces deux supports pédagogiques ont permis de m'interroger sur les connaissances à institutionnaliser : quand placer cette étape, quels savoirs et quelle forme de trace écrite proposer ?

I- CONTEXTE GÉNÉRAL ET CADRE INSTITUTIONNEL

Je participe au déploiement du plan Villani-Torossian à Paris en tant que CPC RMC[1] (poste créé à la rentrée 2019) pour les quatre circonscriptions du 20ème arrondissement de Paris. Elles sont constituées d'une majorité d'écoles en éducation prioritaire (5 REP+[2], 49 REP[3], 2 CAPE[4] et 19 hors REP). En 2019/2020, toutes mes constellations[5] étaient composées d'enseignants de CM1/CM2, et en 2020/2021, ce sont huit constellations sur neuf qui le sont.

En 2019, la priorité de l'académie de Paris était de former en deux ans tous les professeurs des écoles de CM1 et CM2 à l'enseignement des fractions et des nombres décimaux en passant par le triptyque « manipuler, verbaliser, abstraire. »

[1] CPC RMC : Conseiller Pédagogique de Circonscription Référent Mathématique de Circonscription

[2] REP+ : Réseau d'éducation prioritaire renforcé

[3] REP : Réseau d'éducation prioritaire

[4] CAPE : Convention Académique de Priorité Éducative

[5] Une constellation est un groupe de 8 à 10 enseignants.

Dans ce cadre, pour chacune de mes constellations, j'ai organisé une journée complète de formation dédiée à l'usage du matériel dans l'enseignement des fractions (réglettes Cuisenaire, *Géoplans* et blocs géométriques *Attrimaths*).

Les enseignants ont été très réceptifs à l'utilisation des réglettes Cuisenaire dans l'enseignement des fractions car soit ils découvraient ce matériel, soit ils se l'appropriaient dans ce nouveau contexte. J'ai alors réalisé un tutoriel[6] afin de les guider dans leur mise en œuvre en classe.

Lors des accompagnements dans les écoles, j'ai pu observer un réinvestissement de cette formation aboutissant à une réflexion approfondie des élèves sur certaines notions et propriétés liées aux fractions.

La même année, plusieurs écoles du 20ème arrondissement ont reçu le jeu de l'Atelier des Potions[7] par suite de la mobilisation des coordonnateurs REP. C'est au cours d'un entretien personnalisé avec deux enseignantes d'une même école que la question de l'institutionnalisation à partir de ce jeu est apparue. Elles s'interrogeaient sur des séances collectives conduisant à la mobilisation de connaissances sur les fractions et au passage de ces connaissances en savoirs institutionnels sous la forme d'un affichage en classe ou d'une trace écrite dans un cahier de leçons. Cela a permis la réalisation d'un guide[8] afin d'aider les enseignants partageant cette question.

II. ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE DE CM1 ET DE CM2

Avant de proposer quelques exemples de mise en œuvre, il me semble intéressant de commencer par mettre en lien les attendus de fin d'année disponibles sur la plateforme Eduscol avec l'utilisation du matériel Cuisenaire ou du jeu de l'Atelier des Potions.

Attendus de fin d'année de CM1 et de CM2[9]		**Réglettes Cuisenaire**	**Atelier des Potions**
A1	*L'élève utilise les fractions simples (comme $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs ou de mesures de grandeurs.*	*oui*	*oui*
A2	*Il fait le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique.*	*en partie*	*en partie*
A3	*L'élève manipule des fractions jusqu'à $\frac{1}{1000}$.*	*non*	*non*

[6] https://pia.ac-paris.fr/portail/upload/docs/application/pdf/2019-12/materiel_cuisenaire_et_fractionsp171219.pdf

[7] *Jeu de l'atelier des potions*, Plaisir Maths, Laura Pallez, Emma Joalland, Alix Boissière et Nicolas Pelay, https://www.atelier-potions.fr

[8] https://pia.ac-paris.fr/portail/upload/docs/application/pdf/2021-03/inst_atpotions300321_compressed.pdf

[9] *Attendus de fin d'année de CM1 (Eduscol) :* https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Attendus_et_reperes_C2-3-4/73/8/08-Maths-CM1-attendus-eduscol_1114738.pdf ;

Attendus de fin d'année de CM2 (Eduscol) : https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Attendus_et_reperes_C2-3-4/74/0/10-Maths-CM2-attendus-eduscol_1114740.pdf

A4	*L'élève donne progressivement aux fractions le statut de nombre.*	*en partie*	*en partie*
A5	*Il connaît diverses désignations des fractions : orales, écrites et des décompositions additives et multiplicatives.*	*oui*	*oui*
A6	*Il les positionne sur une droite graduée.*	*non*	*non*
A7	*Il les encadre entre deux entiers consécutifs.*	*oui*	*oui*
A8	*Il écrit une fraction décimale sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.*	*oui (dixièmes)*	*oui (dixièmes)*
A9	*Il compare deux fractions de même dénominateur.*	*oui*	*oui*
A10	*Il connaît des égalités entre des fractions usuelles (attendu uniquement indiqué pour le CM2).*	*oui*	*oui*

Compétences pouvant être travaillées avec le matériel Cuisenaire ou le jeu de l'atelier des potions

Chaque attendu est identifié par une lettre et un numéro (de A1 à A10) afin de s'y référer plus facilement dans la suite de cet article. Il est possible de parvenir à la plupart des attendus de fin d'année de CM1 et CM2 avec ce jeu ou ce matériel (A1, A4, A5, A7. A9 et A10) mais nous verrons que ce sont surtout les attendus **A1, A5 et A10** qui sont mobilisés. Quelques exemples illustrant les objectifs fixés seront proposés dans les parties suivantes.

III- INSTITUTIONNALISER LES FRACTIONS «MESURE DE LONGUEUR» À PARTIR D'UN MATÉRIEL PÉDAGOGIQUE : LES RÉGLETTES CUISENAIRE

1. Présentation du matériel

Les réglettes Cuisenaire sont des réglettes de différentes longueurs et de différentes couleurs, souvent en bois.

Georges Cuisenaire (1891-1973), instituteur belge, a inventé ces réglettes de couleur en 1954 après plusieurs expérimentations dans sa classe. Il les nomma à l'époque « nombres en couleur », mais nous les connaissons aujourd'hui sous le nom de « réglettes Cuisenaire ». Les manipulations à partir de ces réglettes permettent d'aborder les nombres entiers à travers différentes tâches (les quatre opérations, la proportionnalité, le système décimal, le calcul mental, le comptage, la sériation), mais aussi les fractions et les nombres décimaux.



Photographie 1 – Boîte de réglettes Cuisenaire

2. Situation 1 (CM1) : la bande violette[10] représente l'unité

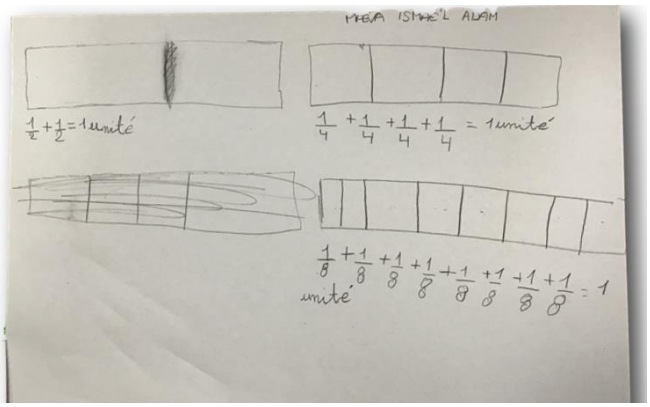
2.1 Consigne (orale)

La bande violette (ou blanche selon les groupes) représente l'étalon-unité.
Quelle est la mesure de la longueur des bandes rouges, bleues et vertes ?
Chaque équipe représente sur une feuille les résultats de sa recherche sous la forme d'un dessin ou d'un schéma afin de les communiquer aux autres groupes.

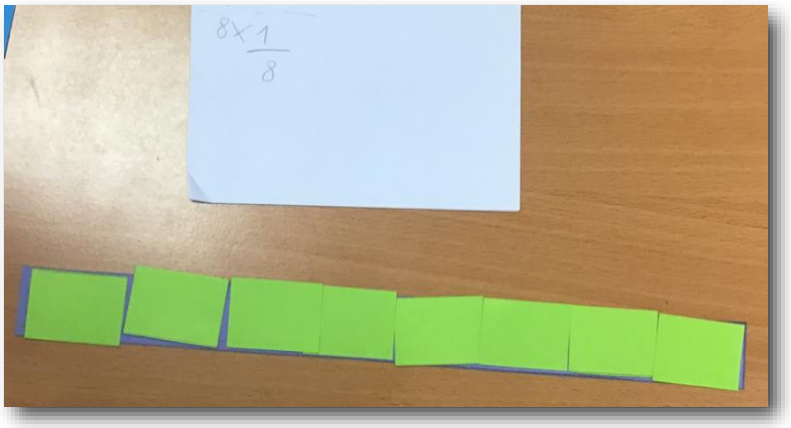
2.2 Productions



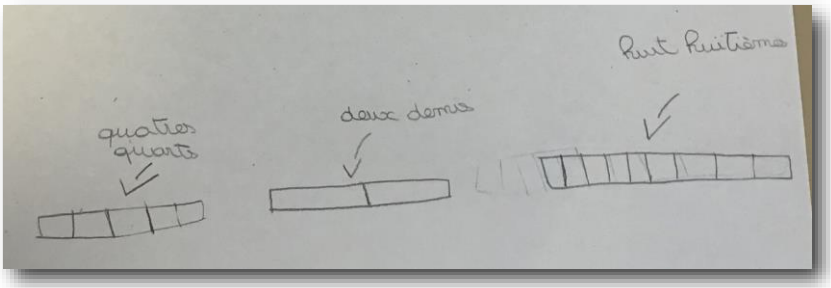
Photographie 2 – Résultat après manipulation



Photographie 3 : Trace écrite

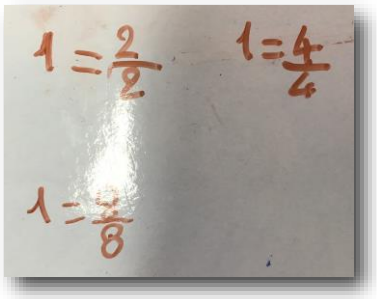


Photographie 4 - Trace écrite (au-dessus) et résultat après manipulation des huit bandes vertes recouvrant une bande unité violette (en-dessous)

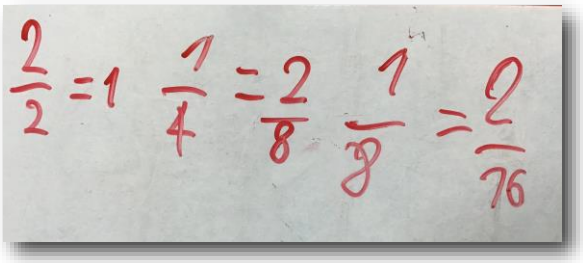


Photographie 5 – Trace écrite avec représentations du résultat des manipulations et écritures littérales correspondantes

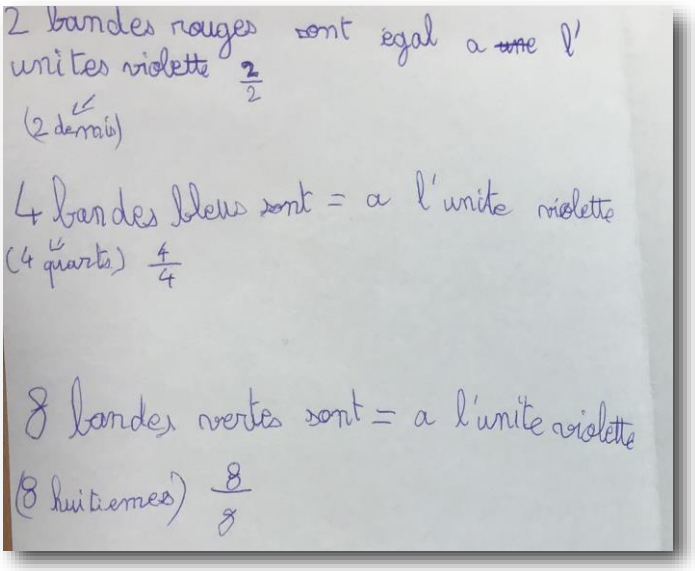
[10] Les enseignants ont utilisé des bandes colorées lorsqu'ils ne disposaient pas des réglettes Cuisenaire.



Photographie 6 – Écritures équivalentes à l'unité

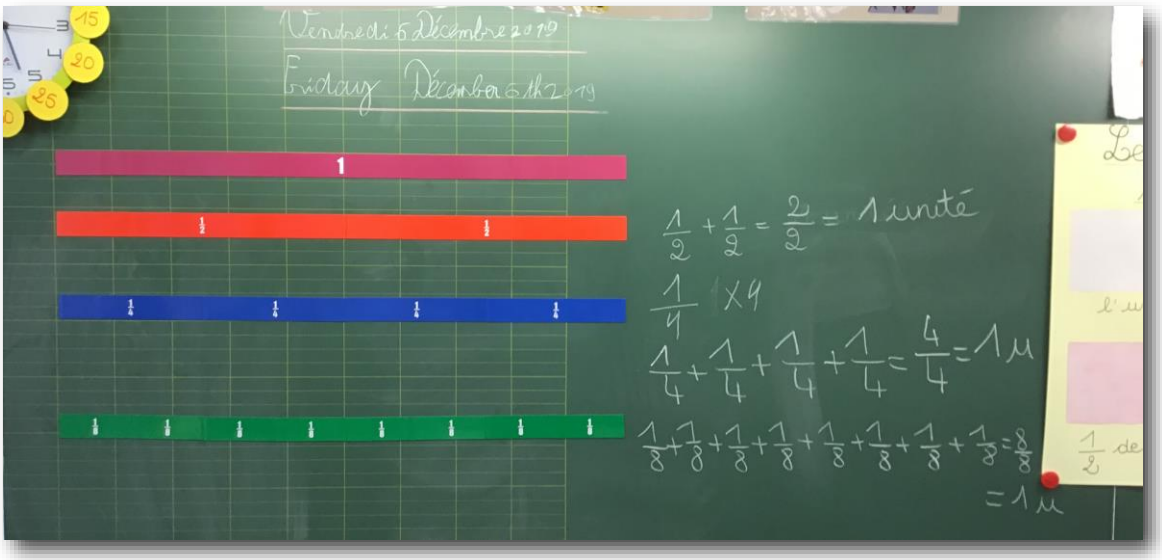


Photographie 7 – Autres écritures équivalentes trouvées après manipulation des bandes



Photographie 8 – Transcriptions littérales (verbalisation) et symboliques après manipulation des bandes.

2.3 Mise en commun et Institutionnalisation



Photographie 9 – Tableau avec les bandes magnétiques de la même couleur que celles des élèves (à gauche) et écritures symboliques correspondantes (à droite)

2.4 Analyse et Synthèse

Lors des manipulations, la majorité des équipes place les bandes en-dessous (ou au-dessus) de la bande unité afin de comparer les longueurs (photographies 2 et 3) : ces actions correspondent à l'interprétation de la fraction comme « mesure de longueur ». Mais une équipe pose les bandes (vertes) sur la bande-unité (violette) comme un pavage (photo 4), ce qui peut s'interpréter comme une fraction « partie d'un tout » (ou mesure d'aire d'une surface rectangulaire).

Vous trouverez les connaissances mobilisées lors de la séance dans l'annexe 1.

En ce qui concerne la mise en commun et l'institutionnalisation, nous trouvons des bandes les unes en dessous des autres avec la même longueur que celle de l'unité (bande magnétique violette). A côté de chaque bande, nous avons l'écriture fractionnaire sous la forme d'une recomposition de l'unité. Nous avons également une décomposition multiplicative de l'unité avec $\frac{1}{4} \times 4$.

Ce début d'institutionnalisation pourrait s'enrichir par une verbalisation déjà amorcée dans la trace écrite de la photographie 8 : « Deux bandes rouges sont égales à l'unité violette, 2 demis, $\frac{2}{2}$ ». Elle pourrait évoluer avec cette formulation :

« On prend deux bandes dont la longueur est égale à un demi de l'unité et on les place l'une à côté de l'autre. On obtient une bande mesurant deux demis de l'unité. Cette bande a la même longueur que l'unité : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$. »

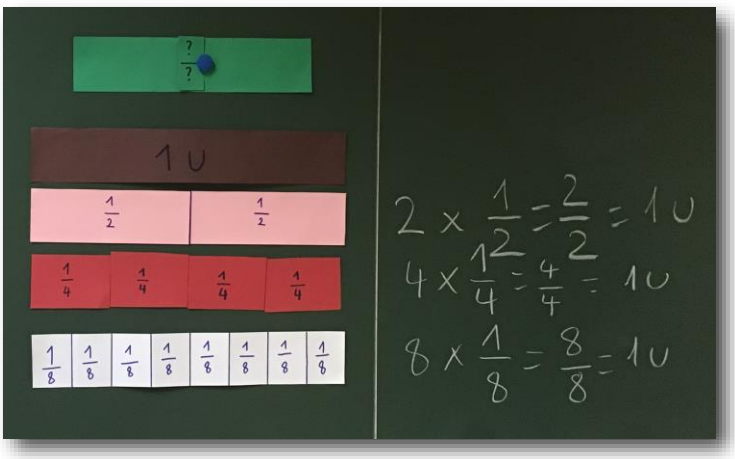
Dans cette partie, il n'y a plus besoin de mentionner les couleurs afin d'effectuer un pas de plus vers l'abstraction.

3. Situation 2 (CM1) : la réglette marron représente l'unité

3.1 Consigne (orale)

Trouvez la mesure de la longueur de la réglette verte. Lorsque vous l'aurez trouvée, vous écrirez la valeur de cette mesure sur votre feuille.

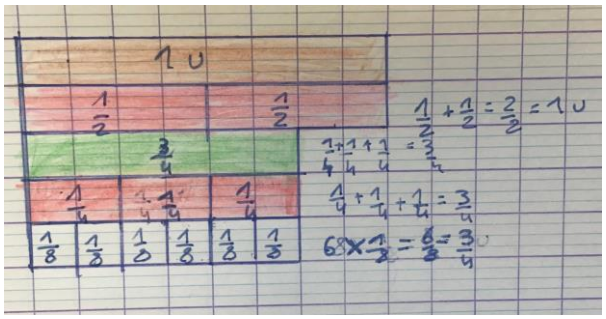
Les élèves peuvent s'aider du tableau où se trouvent un rappel de ce qui a été travaillé et la question représentée par les points d'interrogation sur la bande verte.



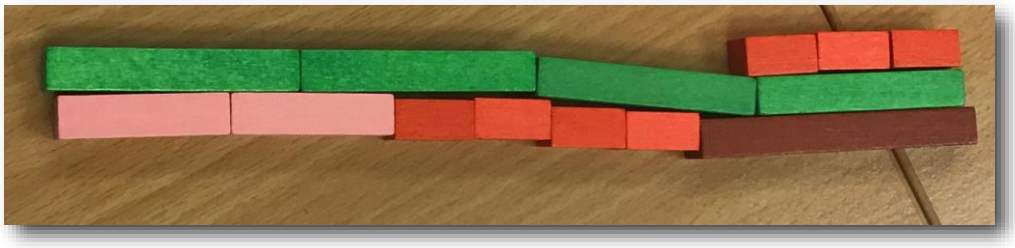
Photographie 10 : début d'institutionnalisation de la séance précédente au tableau

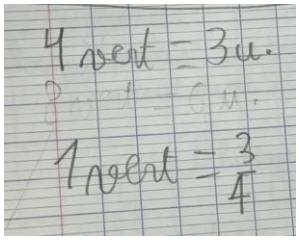
3.2 Productions



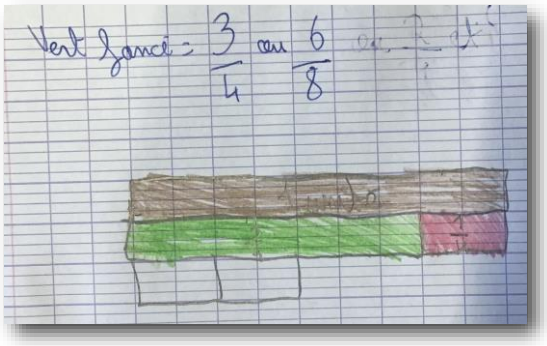


Photographies 11 et 12 – Manipulation des réglettes et représentation correspondante (sans mélange de couleurs)



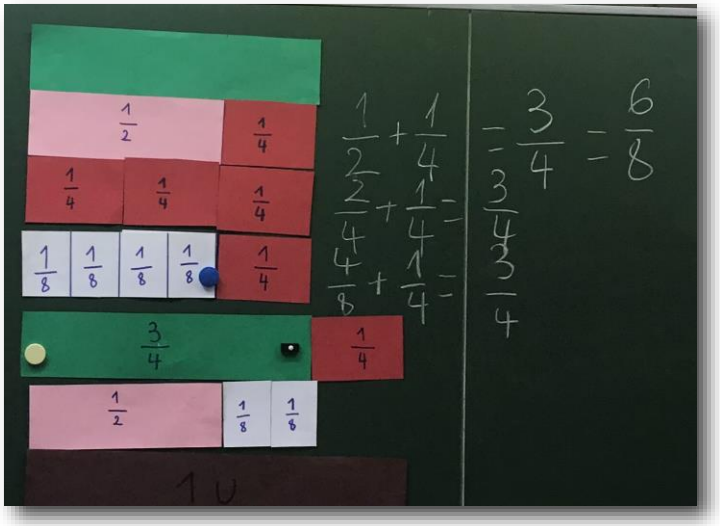


Photographies 13 et 14 – Recherche d'équivalence



Photographie 15 (avec mélange de couleurs possible)

3.3 Mise en commun et Institutionnalisation



Photographie 16 – Recompositions de fractions

3.4 Analyse et Synthèse

Dans un premier temps, les élèves devaient manipuler les réglettes mais sans mélanger les couleurs (photographies 11 et 12), puis ils pouvaient les mélanger (photographie 15).

Les compétences mobilisées lors de la séance sont indiquées dans l'annexe 2.

Sur les photographies 13 et 14, l'élève semble avoir amorcé une méthode de coïncidence de longueurs (Allard et Roditi, 2019, p. 27) entre les réglettes marron et les réglettes vertes : 3 réglettes marron ont la même longueur que 4 réglettes vertes. Ce qui est remarquable, c'est la stratégie utilisée par l'élève qui ne disposait que d'une réglette marron (l'unité), il a alors remplacé les deux autres par 2 réglettes roses ($2 \times \frac{1}{2}$) et 4 réglettes rouges ($4 \times \frac{1}{4}$).

Les équipes ont trouvé deux équivalences :

$\frac{6}{8}$u $= \frac{3}{4}$u ; $\frac{2}{2}$u $=$ 1u (*égalité des longueurs*) soit $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; $\frac{2}{2} = 1$ (*égalité des mesures*).

L'enseignante avait institutionnalisé $8 \times \frac{1}{8} = \frac{8}{8}$ et un groupe a noté une nouvelle recomposition multiplicative avec $6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$.

Nous pouvons constater qu'avec deux classes dans deux écoles différentes (situations 1 et 2), ce sont les mêmes compétences qui apparaissent (A1, A5 et A10).

Sur la photographie 15, le schéma peut être transcrit par : $? + \frac{1}{4} = 1$. Le « ? » correspond à ce que l'on cherche, soit la longueur de la réglette verte. Cela revient également à la soustraction suivante :

$? = 1 - \frac{1}{4}$ ou $? = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Il est important de sensibiliser les enseignants sur la prise en compte des soustractions répondant aux schémas trouvés par les élèves et de les faire apparaitre dans l'affichage final.

Exemple de ce que pourrait être l'institutionnalisation pour la bande verte de trois quarts de l'unité en utilisant les productions des élèves :

Trois quarts On prend trois bandes de longueur égale à un quart de l'unité et on les dispose les unes à côté des autres, la longueur est égale à trois quarts de l'unité. Cette longueur est plus petite que l'unité. Il faut ajouter une bande d'un quart de l'unité pour obtenir une longueur équivalente à l'unité.	 	$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$ $\frac{3}{4}=\frac{4}{4}-\frac{1}{4}$

IV- INSTITUTIONNALISER LES FRACTIONS « PARTIE D'UN TOUT » À PARTIR D'UN JEU DE SOCIÉTÉ : L'ATELIER DES POTIONS

1. Présentation du jeu

L'Atelier des Potions est un jeu de société qui permet d'enseigner les fractions de manière ludique en passant par la manipulation d'éléments provenant de quatre animaux (un serpent, une araignée, une grenouille et une raie).

Chaque joueur ou équipe dispose d'un petit chaudron en plastique dans lequel il doit déposer différents ingrédients sous la forme de morceaux d'animaux.

Pour cela, le joueur doit suivre les indications données par une carte sélectionnée parmi 64 cartes possibles (il est conseillé d'utiliser 10 cartes pour une partie d'environ 15 minutes). La vérification s'effectue à l'aide d'un « Grimoire » où l'élève positionne chaque pièce afin de s'auto-valider (ce qui permet un travail en autonomie).

Chaque animal est découpé de cinq manières différentes (ou quatre pour le serpent) ; vous trouverez les différents partages sous leur forme géométrique dans l'annexe 3 et un schéma d'analyse de la structure du jeu dans l'annexe 4.

Deux exemples de potions à réaliser sont dans l'annexe 5.

2. Institutionnalisation

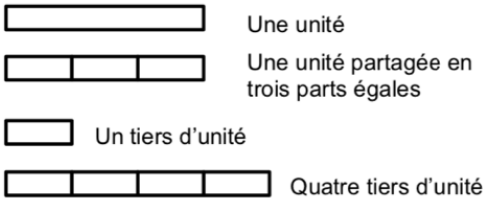
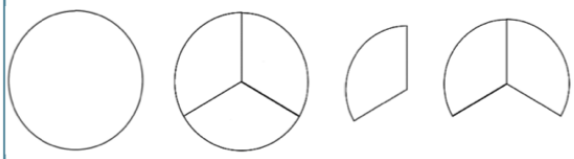
Comme il a été vu précédemment, l'institutionnalisation peut être composée des trois éléments suivants :

- Une **schématisation** avec la représentation des potions en utilisant les formes géométriques et les surfaces coloriées selon les fractions (**mode iconique**) ;
- Les **écritures fractionnaires** correspondantes (**mode symbolique**) ;
- Les **désignations littérales** des fractions et une verbalisation qui permet de passer du mode iconique au mode symbolique.

L'institutionnalisation vient à la suite des manipulations des différents ingrédients pour trouver l'écriture fractionnaire de la potion (**mode énactif**).

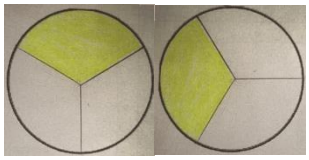
Le passage d'un mode à l'autre s'accompagne du langage oral ou écrit.

Dans le document *Eduscol* portant sur *les fractions* (MENESR, 2016, p.2), pour chaque exemple nous retrouvons ces trois éléments :

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
Quatre tiers On partage l'unité en trois parts **égales** et on prend quatre parts : on obtient une quantité égale à quatre tiers de l'unité. Cette quantité est plus grande que l'unité.	*L'unité est la longueur d'une bande (ou son aire).*  Une unité Une unité partagée en trois parts égales Un tiers d'unité Quatre tiers d'unité	$\frac{4}{3}$
Deux tiers On partage l'unité en trois parts **égales** et on prend deux parts : on obtient une quantité égale à deux tiers de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.	*L'unité est l'aire d'un disque.*  Une unité Une unité partagée en trois parts Un tiers d'unité Deux tiers d'unité	$\frac{2}{3}$

Cependant, cette proposition d'institutionnalisation est restrictive car une seule représentation de la fraction est donnée.

Par exemple, pour deux tiers : **une unité** partagée en trois parts égales dont on prend deux parts**,** soit $2 \times \frac{1}{3}$. Mais deux tiers, cela peut aussi être **deux unités** dont chaque unité est partagée en trois parts égales et on prend **une part dans chaque unité** soit $\frac{1}{3} \times 2$.

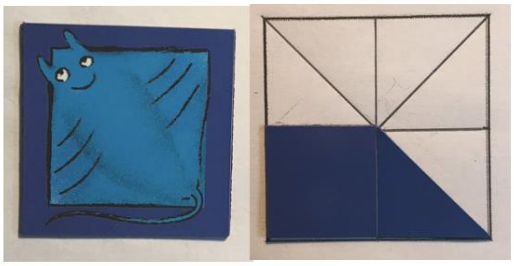


Pour quatre tiers, le document indique « on partage l'unité en trois parts égales et on prend quatre parts », il serait plus correct (et plus explicite pour des élèves de CM) d'écrire : *on partage deux unités en trois parts égales et on prend quatre parts*. L'autre représentation pour quatre tiers est de partager quatre unités en trois parts égales et de prendre une part (donc un tiers) de chaque unité soit $\frac{1}{3} \times 4$. Les deux représentations sont à travailler en classe.

Ce qui est proposé dans le tableau ci-dessus correspond à l'attendu A1 (*L'élève utilise les fractions simples (comme* $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}$*) dans le cadre de partage de grandeurs ou de mesures de grandeurs)* et une partie de l'attendu A5. Mais qu'en est-il de l'institutionnalisation *des décompositions additives et multiplicatives (A5) et de la connaissance des égalités entre des fractions usuelles (A10) ?* Quelques exemples seront proposés ci-dessous.

Dans le dossier d'accompagnement disponible sur le site de Plaisir Maths (Plaisir Maths, 2018), quatorze enjeux didactiques (condensés en neuf enjeux dans le tableau en annexe 6) sont donnés en fonction de la couleur du titre de la carte. A partir de ces enjeux didactiques, il est intéressant de sélectionner les éléments nouveaux possibles à institutionnaliser (Annexe 2) en essayant de les mettre en relation avec les attendus de fin d'année.

Analysons un exemple concernant l'attendu A5. Sur la carte n°30 (en violet), l'un des ingrédients à trouver correspond à $\frac{11}{8}$ de raie :



On partage deux unités en huit parts **égales** et on prend onze parts :
On obtient une quantité égale à onze huitièmes de l'unité. Cette quantité est plus grande que l'unité, elle est égale à une unité et un quart d'unité et encore un huitième de l'unité.

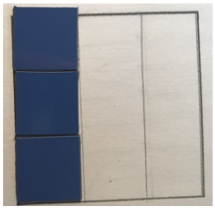
$$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 1 + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

Pour réussir ce défi, l'élève doit solliciter plusieurs éléments de connaissance :

- Il doit comprendre **le sens du numérateur et du dénominateur** dans une fraction.
- Il doit connaitre **les équivalences de l'unité** : $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \ldots = \frac{8}{8} = \frac{n}{n}$ avec n > 0.
- Il doit savoir **décomposer une fraction supérieure à un** en **une partie entière et une partie fractionnaire** inférieure à un : $\frac{11}{8} = 1 + \frac{3}{8}$.

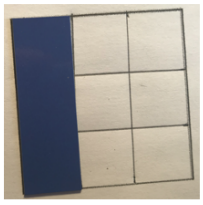
Il est possible d'aller plus loin en décomposant $\frac{3}{8}$ en $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$ mais uniquement de manière facultative à ce stade.

Il reste à illustrer l'attendu A10 avec la carte n°38 (en noir) qui propose de chercher $\frac{3}{9}$ d'araignée et $\frac{1}{3}$ d'araignée. Sur le plateau de jeu, nous trouvons bien une unité « araignée » partagée en deux tiers et un tiers mais aucune unité « araignée » n'est partagée en neuvièmes. Nous visons l'institutionnalisation de $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ mais pour cela, il sera nécessaire d'utiliser un autre « animal ». Prenons par exemple la raie : elle est partagée en tiers mais aussi en neuvièmes :



On partage une unité en neuf parts égales et on prend trois parts, on obtient trois neuvièmes de l'unité.
On partage une autre unité en trois parts égales.
On peut recouvrir un tiers de cette unité par trois neuvièmes.

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$



On partage une unité en trois parts égales et on prend une part, on obtient un tiers de l'unité.
On partage une autre unité en neuf parts égales.
On peut recouvrir trois neuvièmes de cette unité par un tiers.

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

Pour réussir le défi de la carte 38, l'élève doit mobiliser un savoir : **l'équivalence d'une fraction avec sa fraction irréductible** ($\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$). Pour cela, il peut se référer à une trace écrite réalisée à partir d'un autre animal que l'araignée afin d'avoir un partage ayant permis l'institutionnalisation ciblée.

V- CONCLUSION

Nous pouvons désormais répondre à la question de départ : peut-ont apprendre en jouant ou en manipulant ou est-ce que le jeu et le matériel pédagogique ne permettent que des phases d'automatisation ? Les deux mises en œuvre sont effectivement possibles : la première permet d'institutionnaliser des connaissances et la deuxième de les mobiliser afin de relever les défis. Les séances avec les réglettes Cuisenaire peuvent conduire à la schématisation en barre et ainsi être transposées lors de la résolution de problèmes. En effet, nous pouvons comparer cela avec le calcul mental qui est travaillé pendant des séances spécifiques afin de pouvoir être mobilisé lors des séances consacrées aux problèmes arithmétiques. Cela permet de soulager la part cognitive de l'élève concernant le calcul afin qu'il se concentre sur la compréhension de l'énoncé ou la stratégie à utiliser.

Il est envisageable de consacrer des parties centrées sur les éléments à institutionnaliser. Cela demande de sélectionner les cartes du jeu sans utiliser systématiquement tous les ingrédients mais seulement ceux liés à l'institutionnalisation visée et en les complétant si cela s'avère nécessaire en créant d'autres cartes.

Concernant les différentes désignations écrites des fractions simples, certaines ont une désignation propre comme un demi, un tiers, un quart, puis une règle s'applique : un cinquième, un sixième, …, un énième. Il est donc possible de généraliser cette règle à partir d'un cinquième (cf. Annexe 7).

Les fractions inverses renforcent le statut de nombre des fractions en s'appuyant sur le sens du numérateur et du dénominateur (cf. Annexe 8).

Les potions avec le serpent conduisent à comparer l'unité avec la fraction équivalente : « trois tiers de serpent » et « l'unité serpent » peuvent se superposer et les longueurs sont identiques (cf. Annexe 9).

Les décompositions additives et multiplicatives recouvrent trois champs :

- Décompositions additives et multiplicatives de fractions.
- Décomposition d'une fraction décimale sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un.
- Décomposition avec une partie entière (1 ou 2) et une partie fractionnaire (<1) (cf. Annexe 10).

Certaines cartes proposent une fraction et la fraction irréductible équivalente pour un même ingrédient ; d'autres cartes indiquent juste la fraction non simplifiée, mais toutes laissent plusieurs stratégies possibles dont celle consistant à chercher la même fraction à partir d'un autre ingrédient où il est possible de représenter la fraction et celle irréductible. Il reste ensuite à transposer avec l'ingrédient de la potion recherchée. Par exemple avec $\frac{2}{8}$ de grenouille (pas de huitième de grenouille), il n'est pas possible de trouver une représentation équivalente entre $\frac{2}{8}$ et $\frac{1}{4}$ mais c'est possible avec la raie. Lorsqu'il existe plusieurs potions pour un seul élément à institutionnaliser (par exemple $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$), il est possible d'établir une progression ; il est préférable de ne pas présenter toutes les cartes lors d'une même partie (cf. Annexe 11).

VI- BIBLIOGRAPHIE

Allard, C. et Roditi, E. (2019). *Les fractions, analyses didactiques des difficultés d'apprentissage et d'enseignement et quelques considérations mathématiques.* Formation académique des RMC de l'académie de Paris, septembre 2019.

MENESR (Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche). (2016). *Fractions et nombres décimaux au cycle 3.* Eduscol.

Plaisir Maths. (2018). *L'Atelier des Potions. Dossier d'accompagnement scolaire V2.0*. https://www.atelier-potions.fr/

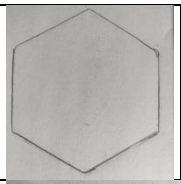
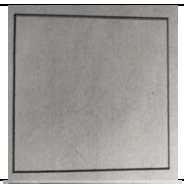
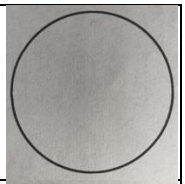
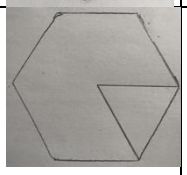
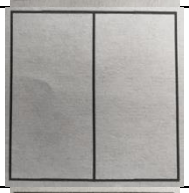
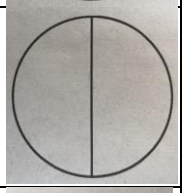
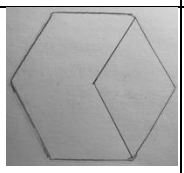
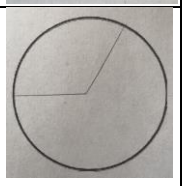
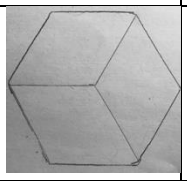
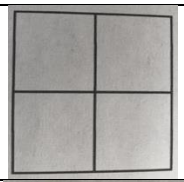
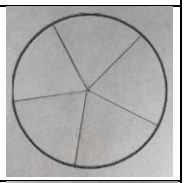
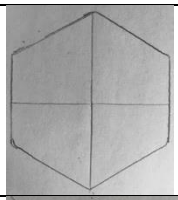
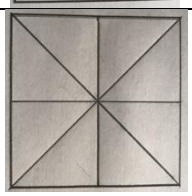
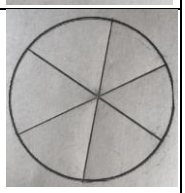
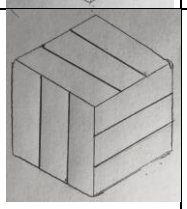
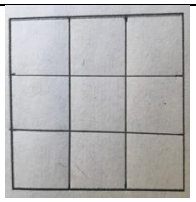
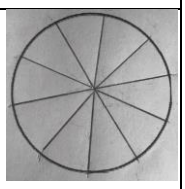
VII- ANNEXE 1 : CONNAISSANCES MOBILISEES LORS DE LA SITUATION 1

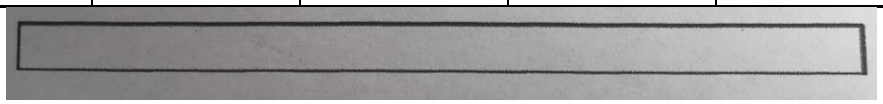
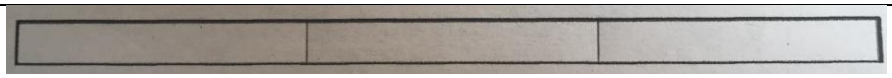
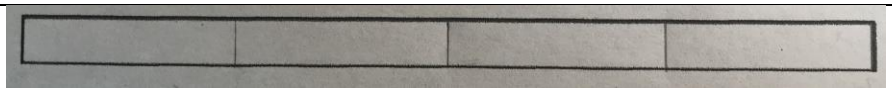
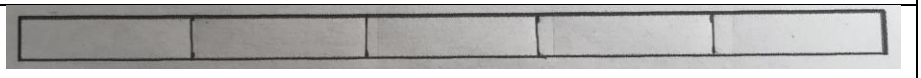
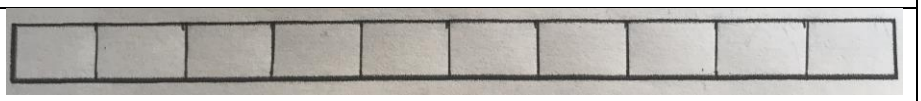
Attendus de fin d'année		Traces écrites	Exemples
A1	*L'élève utilise des fractions simples.*	$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$	Photos 2, 3 et 7
A5	*Il connaît diverses désignations des fractions*	$\frac{1}{2}$, un demi ; 2 demis , $\frac{2}{2}$ 4 quarts, $\frac{4}{4}$; 8 huitièmes, $\frac{8}{8}$ quatre quarts, deux demis, huit huitièmes $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$; $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=1$ $8\times\frac{1}{8}=1$ $1=\frac{2}{2}$; $1=\frac{4}{4}$; $1=\frac{8}{8}$	Photos 3, 4, et 6
A10	*Il connaît des égalités entre des fractions usuelles*	$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$; $\frac{1}{8}=\frac{2}{16}$; $1=\frac{2}{2}$; $1=\frac{4}{4}$; $1=\frac{8}{8}$	Photos 6 et 7

VIII- ANNEXE 2 : CONNAISSANCES MOBILISEES LORS DE LA SITUATION 2

Attendus de fin d'année		Traces écrites	Exemples
A1	*L'élève utilise des fractions simples.*	$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{8}$	Photos 11 et 12
A5	*Il connaît diverses désignations des fractions.*	$\frac{1}{2}u+\frac{1}{2}u=\frac{2}{2}u=1u$; $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1)$ $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ $6\times\frac{1}{8}=\frac{6}{8}$	Photos 12 et 15
A10	*Il connaît des égalités entre des fractions usuelles.*	$\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$	Photos 12 et 15

IX- ANNEXE 3 : LES FORMES GEOMETRIQUES SUR LESQUELLES S'APPUIE LE JEU DE L'ATELIER DES POTIONS

Grenouille (hexagone) Une unité		Raie (Carré) Une unité		Araignée (disque) Une unité	
Deux parts inégales : cinq sixièmes et un sixième de l'unité		Deux parts égales d'un demi de l'unité		Deux parts égales d'un demi de l'unité	
Deux parts inégales : Deux tiers et un tiers de l'unité		Trois parts égales d'un tiers de l'unité		Deux parts inégales : deux tiers de l'unité et un tiers de l'unité	
Trois parts égales d'un tiers de l'unité		Quatre parts égales d'un quart de l'unité		Cinq parts égales : cinq cinquièmes de l'unité	
Quatre parts égales d'un quart de l'unité		Huit parts égales d'un huitième de l'unité		Six parts égales : six sixièmes de l'unité	
Neuf parts égales d'un neuvième de l'unité		Neuf parts égales d'un neuvième de l'unité		Dix parts égales d'un dixième de l'unité	

Serpent (rectangle) Une unité	
Trois parts égales d'un tiers de l'unité	
Quatre parts égales d'un quart de l'unité	
Cinq parts égales d'un cinquième de l'unité	
Dix parts égales d'un dixième de l'unité	

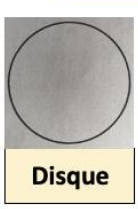
X- ANNEXE 4 : SCHEMA D'ANALYSE DE LA STRUCTURE DU JEU DE L'ATELIER DES POTIONS

Structure 1 : interprétation

- Les fractions « mesures » *
- Les fractions « partie d'un tout »

* Le serpent peut également être considéré comme une surface rectangulaire et ses fractions interprétées comme « partie d'un tout'.

Strcuture 2 : formes


Disque


Carré


Hexagone


Bande « unité »

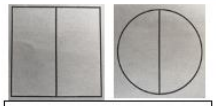

Trois tiers de l'unité


Quatre quarts de l'unité

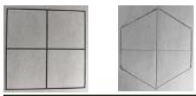

Cinq cinquièmes de l'unité

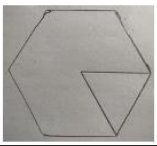

Dix dixièmes de l'unité

Structure 3 : parts égales / parts inégales


Deux demis


Trois tiers


Quatre quarts

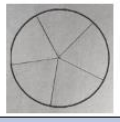

Un sixième ; cinq sixièmes

Structure 4 : représentations des fractions

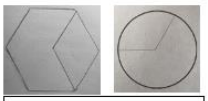
Écriture littérale :
Cinq sixièmes

Écriture fractionnaire :
$\frac{5}{6}$

Écriture mixte :
5 sixièmes


Cinq cinquièmes


Six sixièmes


Un tiers, deux tiers


Huit huitièmes


Neuf neuvièmes


Dix dixièmes

XI- ANNEXE 5 : EXEMPLES DE POTIONS A REALISER

Potion A

$\frac{5}{6}$ de grenouille, $\frac{6}{9}$ d'araignée, $\frac{5}{10}$ de raie et trois neuvièmes de serpent

Les enjeux didactiques concernant ce défi sont :

- Les différentes désignations des fractions inférieures ou égales à 1 (A5)
- Les équivalences de fractions (A10)

Les écritures fractionnaires pouvant apparaître au cours de la recherche :

$\frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$; $\frac{6}{9} = \frac{3}{9} + \frac{3}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$; $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Les solutions possibles :

- Prendre une part de $\frac{5}{6}$ de grenouille ou 2 parts de $\frac{1}{3}$ et une part de $\frac{1}{6}$ de grenouille.
- Prendre une part de $\frac{2}{3}$ d'araignée ou quatre parts de $\frac{1}{6}$ d'araignée.
- Prendre une part d'$\frac{1}{2}$ de raie.
- Prendre une part d'$\frac{1}{3}$ de serpent.

Potion B

$\frac{3}{2}$ d'araignée, $\frac{2}{3}$ d'araignée, $\frac{6}{3}$ de raie, trois sixièmes de raie

Les enjeux didactiques du deuxième défi sont :

- Les différentes désignations des fractions (A5)
- Fraction simple et son inverse pour donner du sens au numérateur et au dénominateur (A4 : donner le statut de nombre aux fractions).

Les écritures fractionnaires pouvant apparaître au cours de la recherche :

$\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{6}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = 1 + 1 = 2$; $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Propositions de solutions :

- Pour $\frac{3}{2}$ d'araignée, prendre une araignée complète (6 possibilités) et une part de $\frac{1}{2}$ d'araignée (ou 3 parts de $\frac{1}{6}$ ou encore 5 parts de $\frac{1}{10}$).

- Pour $\frac{2}{3}$ d'araignée, prendre une part de $\frac{2}{3}$ d'araignée ou quatre parts de $\frac{1}{6}$ d'araignée.

- Pour $\frac{6}{3}$ de raie, prendre deux unités parmi les six possibles.

- Pour $\frac{3}{6}$de raie, prendre une part d'$\frac{1}{2}$ de raie (ou 2 parts d'$\frac{1}{4}$ de raie ou encore 4 parts d'$\frac{1}{8}$ de raie).

XII- ANNEXE 6 : TABLEAU DES ATTENDUS DE FIN D'ANNEE EN LIEN AVEC LES ENJEUX DIDACTIQUES

<table>
<tr><th>Enjeux didactiques</th><th>Attendus de fin d'année (CM1 et CM2)</th></tr>
<tr><td>Fraction unitaire identique pour plusieurs ingrédients (vert foncé)</td><td rowspan="3">A1 : L'élève utilise les fractions simples (comme $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs ou de mesures de grandeurs</td></tr>
<tr><td>Fractions simples différentes (rose)</td></tr>
<tr><td>Entiers écrits sous la forme $\frac{2}{1}$ (Vert clair)</td></tr>
<tr><td>Fraction sous la forme $\frac{x}{x} + \frac{1}{x}$ (orange)</td><td rowspan="5">A5 : Il connaît diverses désignations des fractions : orales, écrites et des décompositions additives et multiplicatives

A8 : Il écrit une fraction décimale sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inferieure à 1</td></tr>
<tr><td>Décomposition avec une partie entière (1 ou 2) et une partie fractionnaire (<1) (jaune)</td></tr>
<tr><td>Fractions $\leq$ 1 et fractions ≥ 1 (violet)</td></tr>
<tr><td>Fractions inverses (rouge)</td></tr>
<tr><td>Sommes de fractions (gris clair, marron, bleu ciel)</td></tr>
<tr><td>Équivalence de fractions (noir, bleu foncé et blanc)</td><td>A10 : Il connaît des égalités entre des fractions usuelles</td></tr>
</table>

XIII- ANNEXE 7 : TABLEAU DES ELEMENTS A INSTITUTIONNALISER (A2 ET A5) EN LIEN AVEC LES POTIONS.

<table>
<tr><th colspan="2">Connaitre diverses désignations écrites d'une fraction (A2 et A5)</th></tr>
<tr><th>Éléments à institutionnaliser</th><th>Potions</th></tr>
<tr><td>$\frac{1}{2}$; 1 demi, un demi</td><td>Potion n°3 : $\frac{1}{2}$ de raie, un demi d'araignée (à compléter avec 1 demi de raie ou d'araignée)</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{3}$, 1 tiers, un tiers</td><td>Potion n°1 : $\frac{1}{3}$ de grenouille ; 1 tiers de raie, 1 tiers de serpent (à compléter avec un tiers de serpent ou grenouille ou araignée)</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{4}$; 1 quart ; un quart</td><td>Potion n°2 : un quart de raie ; 1 quart de grenouille ; $\frac{1}{4}$ de serpent</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{5}$; 1 cinquième ; un cinquième</td><td>Potion n°4 : un cinquième d'araignée, $\frac{1}{5}$ de serpent à compléter avec 1 cinquième d'araignée ou de serpent)</td></tr>
</table>

XIV- ANNEXE 8 : TABLEAU DES ELEMENTS A INSTITUTIONNALISER (A4 ET A5) EN LIEN AVEC LES POTIONS

Sens du numérateur et du dénominateur (A4 et A5)	
Éléments à institutionnaliser	**Potions**
$\frac{3}{4} < 1$ et $\frac{4}{3} > 1$; $\frac{6}{5} > 1$ et $\frac{5}{6} < 1$	***Potion n°33*** : $\frac{6}{5}$ d'araignée *et* $\frac{5}{6}$ d'araignée ***Potion n°34*** : $\frac{3}{4}$ de grenouille et $\frac{4}{3}$ de grenouille

XV- ANNEXE 9 : TABLEAU DES ELEMENTS A INSTITUTIONNALISER (A10) EN LIEN AVEC LES POTIONS

Équivalences de l'unité (A10)	
Éléments à institutionnaliser	**Potions**
$\frac{1}{1} = 1; \frac{3}{3} = 1 ; \frac{4}{4} = 1$	***Potion n°37*** : $\frac{3}{3}$ de serpent ***Potion n° 42*** : $\frac{4}{4}$ de serpent ***Potion n°46*** : $\frac{1}{1}$de grenouille

XVI- ANNEXE 10 : TABLEAU DES ELEMENTS A INSTITUTIONNALISER (A5 ET A8) EN LIEN AVEC LES POTIONS

Décompositions additives et multiplicatives (A5 et A8)	
Éléments à institutionnaliser	**Potions**
$\frac{3}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = 3 \times \frac{1}{9}$	***Potion n°29*** : $\frac{3}{9}$ de raie
$\frac{13}{10} = \frac{10}{10} + \frac{3}{10} = 1 + \frac{3}{10}$	***Potion n°29 :*** $\frac{13}{10}$ de serpent
$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8}$	***Potion n°30*** : $\frac{11}{8}$ de raie

XVII- ANNEXE 11 : TABLEAU DES ELEMENTS A INSTITUTIONNALISER (A10) EN LIEN AVEC LES POTIONS

Équivalence d'une fraction avec sa fraction irréductible (A10)	
Éléments à institutionnaliser	**Potions**
$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	***Potion n°35*** : $\frac{2}{4}$ de grenouille et $\frac{1}{2}$ de grenouille ***Potion n°36*** : $\frac{1}{2}$ de serpent et $\frac{2}{4}$ de serpent ***Potion n°42*** : $\frac{2}{4}$ d'araignée
$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	***Potion n°37*** : $\frac{2}{6}$ de raie et $\frac{1}{3}$ de raie ***Potion n°41*** : $\frac{2}{6}$ de serpent ***Potion n°44*** : $\frac{2}{6}$ d'araignée
$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	***Potion n°38*** : $\frac{3}{9}$ d'araignée et $\frac{1}{3}$ d'araignée
$\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$	***Potion n°40*** : $\frac{2}{8}$ de grenouille
$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$	***Potion n°43*** : $\frac{5}{10}$ de raie ; $\frac{5}{10}$ de serpent
$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	***Potion n°44*** : $\frac{4}{6}$ de grenouille
$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$	***Potion n°45*** : $\frac{6}{9}$ de serpent
$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$	***Potion n°46*** : $\frac{3}{6}$ de raie
$\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$	***Potion n°46*** : $\frac{6}{8}$ de serpent

L'ATELIER DE GEOMETRIE DANS LA FORMATION INITIALE : LA QUESTION DE LA TAILLE DE L'ESPACE

Nicoletta LANCIANO
Prof. Associata
Università di Roma « La Sapienza »
nicoletta.lanciano@uniroma1.it

Résumé
Dans l'atelier de Géométrie pour les enseignants en formation initiale, proposé à l'Université de Rome « La Sapienza », des réflexions sont partagées sur des expériences d'utilisation d'espaces de taille différente dans l'action éducative. Des questions sont formulées pour identifier si et comment les compétences acquises dans un domaine — micro, méso, macro et méga espace (Lanciano, 1996) et dans une dimension (bidimensionnel et tridimensionnel) de l'espace (Leite, 2009) — sont transférables à un domaine différent. Cette étude analyse le rôle de la perception et de la modélisation des concepts géométriques et physiques, tels que vertical, horizontal, parallèle, perpendiculaire, distance angulaire.

I - LES TAILLES DE L'ESPACE, DE LA RECHERCHE À LA FORMATION

Le choix de travailler entre géométrie et astronomie, depuis mes premiers travaux (Lanciano, 1996) jusqu'à aujourd'hui, est lié non seulement à ma passion pour le ciel mais surtout à l'exigence éthique de promouvoir des matériaux et des activités (comme étudier le ciel ou travailler dans un espace naturel) possédant de précieuses caractéristiques : être gratuit ou de faible coût ; être facilement accessible ; être à « fort pouvoir générateur », c'est-à-dire capable de susciter de la curiosité et des questionnements.

Une autre raison pour lier la géométrie et l'astronomie est l'exigence didactico-pédagogique d'identifier des champs d'expérience dans lesquels il soit vraiment utile de considérer tant les aspects géométriques que les aspects astronomiques, sans que ce soit un prétexte dénué de sens.

Je propose donc dans ce texte plusieurs éléments de réflexion qui ont des racines dans la recherche en didactique des mathématiques et des sciences, dans mon travail d'enseignement universitaire et dans la formation initiale et continue des enseignants d'école primaire avec leurs expériences de classe.

1 Aspects de recherche

Les réflexions et les expériences didactiques, issues de la recherche et de la pratique d'enseignement sur l'étude de l'espace dans la formation des enseignants, comportent différents variables/domaines :

* les quatre tailles de l'espace : micro espace, méso espace, macro espace et méga espace ;

* la dimension de l'espace : bidimensionnelle et tridimensionnelle ;

* le choix des champs d'expérience ;

* le choix de contextes pertinents, des lieux éducatifs (même hors de la salle de classe). Je me propose d'identifier si et comment les compétences acquises dans un domaine de l'espace sont utilisables dans un domaine différent.

L'analyse porte sur le rôle de la perception et de la modélisation par rapport à des concepts tels que vertical, horizontal, perpendiculaire, parallèle, angle et distance angulaire, similitude.

1.1 Les racines de la recherche

Dans cet article je fais référence, en particulier, à un atelier de 12 heures intégré dans l'unité d'enseignement « L'espace et les mesures » du cursus d'étude universitaire de 5 ans de Sciences de la

Formation Primaire, formation initiale pour les enseignants de l'école primaire ou maternelle (de 3 à 10 ans).

L'origine de ce questionnement et de la méthode pour l'aborder, sont présentées dans ma thèse de doctorat, soutenue à l'université de Genève en 1996. Dans cette œuvre basée sur une recherche menée auprès de classes de l'MCE (Movimento di Cooperazione Educativa), j'abordais notamment le choix des champs d'expérience du ciel, des ombres au soleil, de l'observation en nature à l'œil nu et enfin du mouvement du corps, avec ses proportions, ses mouvements, ses possibilités mais aussi ses émotions et ses mémoires. Sur ce dernier point, je reprends, d'une part, l'affirmation de Poincaré selon laquelle un être sans mouvement n'aurait pas pu inventer la Géométrie, et de l'autre, la recherche de l'MCE « A scuola con il corpo » dans laquelle on lit : « L'école doit donc pouvoir accueillir des enfants entiers et pas seulement des têtes d'enfants » (Alfieri, 1970, p 5).

Mes racines sont aussi dans l'écoute des conceptions initiales des apprenants et la recherche pour les connaître et élargir leur champ de validité, suivant le cadre théorique élaboré par André Giordan et son équipe. Mes racines sont dans les mathématiques dans la réalité, c'est à dire dans le passage d'un problème réel à un problème mathématique, avec la formulation d'hypothèses, d'argumentations, et de modélisations adaptées à la réalité, pour voir ce qui nous entoure « avec les yeux de la Géométrie » comme le disait Emma Castelnuovo. Une grande importance est donnée, pour ma part, aux aspects culturels et anthropologiques, liés aux différentes organisations de l'espace vécu, comme on le développe dans la recherche en didactique des mathématiques en Italie et dans les recherches liées à l'*embodied cognition* (cognition incarnée) (Lakoff et Nunez, 2000).

1.2 La salle de classe ne suffit pas

Parmi les hypothèses explicites de mon travail de formation des enseignants, il y a la conscience que les salles de classe ne suffisent pas et ne sont pas des lieux pertinents, en particulier pour certains objets d'étude.

Afin d'étudier l'idée d'espace et l'espace perçu autour de nous, il est très utile de travailler, aussi les mathématiques, à l'extérieur des salles de classe. De plus, travailler debout sera aussi un apport parce que l'attention du corps aide l'attention de l'esprit. Cela nous pousse à changer de point de vue, par rapport à la position assise, et à rechercher des moments de la journée et des lieux adaptés à ce que nous voulons étudier.

Y compris du point de vue symbolique, la classe est un endroit fermé qui ne permet pas au regard d'aller loin, c'est un espace qui risque de conduire à des comportements stéréotypés et renforcés par l'habitude. Un espace qui peut s'avérer « problématique » pour la santé, comme on le voit maintenant avec la situation sanitaire. L'atelier de didactique de la géométrie est une occasion privilégiée pour faire l'expérience d'un enseignement actif et d'une utilisation des espaces extra-scolaires, tels que la cour, les espaces naturels, la ville, pour l'action éducative. Nous avons également pu faire l'expérience du fait que les situations de travail à l'extérieur de la salle de classe offrent, aux élèves de tout âge, l'occasion de modifier leurs rapports disciplinaires et relationnelles.

Un des enjeux de la formation initiale des enseignants est ainsi d'apprendre à identifier les lieux les plus appropriés pour un enseignement donné.

1.3 Le laboratoire adulte

Dans l'atelier de formation initiale, avant d'être concernés en tant que futur enseignants, les apprenants sont considérés en tant qu'adultes. Tous sont mis en situation pour que : chacun expérimente sur soi-même la rencontre avec un sujet inconnu ; chacun expérimente sur soi-même les difficultés (de langage, de poser des questions pertinentes, de faire et d'accepter - ou pas - des hypothèses et des explications, de travailler en coopération, d'écouter les autres…) ; chacun rencontre un exemple positif de situation d'apprentissage, car l'exemple du formateur « vaut plus » que ses mots. Ils sont amenés à réfléchir en tant que futurs enseignants ; ils sont conduits à expliciter leurs propres difficultés – cognitives, perceptives,

émotionnelles ou épistémologiques – en s'appuyant sur des exemples issus de l'histoire des sciences et à expliciter les actions pour prévenir ou faire évoluer les conceptions initiales.

2 Les tailles de l'espace

L'espace vécu peut être organisé par rapport à sa taille en micro-espace, méso-espace, macro-espace et méga-espace. Le micro-espace, le méso espace et le macro espace ont été introduits par Galvez (1985), et repris par Berthélot et Salin, dans leur thèse de doctorat en 1992. J'ai introduit le méga-espace dans ma thèse de doctorat de 1996 (Lanciano, 1996).

Le **micro-espace** est l'espace des objets manipulables, qu'on peut voir et toucher complètement, objets dont je peux changer l'orientation dans l'espace ; espace vu et vécu uniquement de l'extérieur. Il peut y avoir des représentations bidimensionnelles et tridimensionnelles de ces objets.

Le **méso espace** est celui d'un jardin, d'une salle, d'une place : il peut être vu de l'extérieur et de l'intérieur et peut être entièrement recouvert par le corps en mouvement par des rotations et des déplacements ; l'espace dans lequel je me déplace, qui me contient. On en reçoit une image différente si on le regarde du centre, d'un coin, d'en bas, du haut avec différentes perspectives et alignements. Ainsi décrit par une enseignante en formation : « *Il était tout aussi intéressant de constater à quel point les objets ou meubles de la maison sont différents se mettant dans la perspective de l'enfant, donc à sa hauteur, ou regardant à l'envers (la tête entre les jambes)* ».

Le **macro-espace** est l'espace grand dans lequel nous vivons, et qu'on peut parcourir et voir partiellement, surtout quand on est à l'intérieur. Quand on dit la Camargue, l'Europe, la Méditerranée, on pense à un espace qu'on n'a jamais vu entièrement mais duquel on a eu des vues ponctuelles, dans l'impossibilité d'aller partout. On peut en avoir plusieurs connaissances et images et il faut cependant plus d'abstraction pour avoir une idée de ce qu'est l'Europe, que personne n'a vu tout entière.

Le **méga espace**, est celui du Système Solaire, de la Galaxie, de l'univers : on a un seul regard possible, celui de la Terre, et quelques images des sondes spatiales. On connaît cet espace par la vision du ciel le jour et la nuit, par les photos, par des schémas. Dans ce cas, pour avoir des idées pertinentes il faut combiner abstraction et étude. Il est largement inaccessible à nos corps et on peut le regarder que du dedans. Il y a dans le méga-espace du cosmos des points de repère fixes : certaines étoiles et constellations. Il y a dans cet espace des mouvements très rapides et perçus comme très lents, des distances très grandes et des temps très longs par rapport à notre perception.

À l'école et dans la formation des enseignants, très souvent le temps alloué à l'étude des différentes tailles de l'espace n'est pas également reparti :

- le micro espace, c'est-à-dire les objets et les figures, prend la plus grande place ;
- le méso espace ne devient que rarement un objet d'étude en lui-même ; au mieux, on peut constater qu'on est dans le méso espace ;
- le macro espace est souvent étudié sur des support plans : par exemple en géographie on utilise surtout des cartes et très peu de globes, on regarde des maquettes mais sans promouvoir le mouvement des corps pour s'orienter avec les directions cardinales en plein air ;
- le méga espace est étudié, le plus souvent, à partir de livres, de vidéos ou de logiciels (donc sur des supports plats) et n'est pas observé à l'œil nu, ni au télescope, ni dans la nature, et n'est pas pris comme d'objet d'étude pour lui-même.

Les acquisitions et les compétences réalisées dans chacun de ces différents types d'espaces, en relation avec les aspects tels que distances, dimensions, proportions, relations de parallélisme, ne sont pas toujours automatiquement et facilement transférables de l'un à l'autre, comme on le verra dans la suite.

Par exemple, dessiner un cercle sur une feuille de cahier ou autour de soi sur le sable, permet de construire une image différente d'un cercle et d'en souligner différents aspects : le centre et les diamètres comme axes de symétrie apparaissent différemment si le cercle est vu de l'extérieur ou de l'intérieur.

Ou encore, faire observer la même étoile à plusieurs personnes et faire pointer à chacun la direction de son regard avec son bras, en faisant observer que les bras, bien que parallèles entre eux, pointent malgré tout tous vers un même point, l'étoile, pratiquement à une distance infinie de nous, donne corps et aide l'intuition de cette phrase apprise par cœur selon laquelle « les droites parallèles se rejoignent à l'infini ».

Dans le domaine de la physique, Edgar Morin déclare : *On est obligé de prendre en compte combien sont approximatives les notions qui nous sont indispensables. Aussi, pour comprendre notre univers, ce cosmos qui est le nôtre, nous faut-il faire appel à une autre discipline, la microphysique, qui obéit à des principes, à des règles qui ne sont pas ceux de la physique banale, la microphysique, laquelle se distingue pareillement de la mégaphysique dont l'objet est l'univers. Ces niveaux de réalité, tellement différents, sont pourtant inséparables* (Cassé & Morin, 2003, p. 51).

2.1 Connaître les conceptions initiales

Pour essayer de connaître les conceptions initiales des apprenants sur le méga espace, donc sur des objets de la taille de la Terre, je demande par exemple : « Dessinez LA TERRE AVEC LES NUAGES ET LA PLUIE ». Les majuscules sont utilisées pour laisser libre l'interprétation du mot « terre », qui, en italien et en français, est un mot polysémique et peut être pensé comme « sol » ou comme un objet du méga espace, c'est-à-dire la planète Terre. Dans les dessins d'enfants et d'adultes on trouve les deux interprétations.



Figure 1 Dessins 1, 2, 3, 4 « LA TERRE AVEC LES NUAGES ET LA PLUIE »

Dans les dessins avec l'interprétation « sol », on voit le méso espace vécu dans l'expérience, donc un jardin, où il y a en haut le ciel et les nuages, en bas le sol et entre les deux, la pluie qui tombe perpendiculairement du ciel au sol. Mais quand on considère la planète sphérique, dans plusieurs dessins (d'enfants comme d'adultes, même des scientifiques) il y a un problème posé par la direction de la gravité. La gravité autour de la Terre est radiale, des points de la surface vers le centre, et perpendiculaire au sol (le plan tangent à la sphère) en chaque point. En revanche, comme on le voit dans les dessins 2 et 3 de la Figure 1, la pluie est dessinée perpendiculaire au pays de la Terre dessiné au sommet, parallèle au sol dans d'autres pays et en général avec une inclinaison variable pour les différents pays. La conception qui est derrière ces dessins, est celle d'un haut absolu dans l'espace, celui de la feuille, et donc la direction de la pluie vers le bas correspond à l'orientation de la feuille et non pas de l'espace terrestre représenté. On peut donc enregistrer un manque de conscience de la sphéricité de la Terre du point de vue de la gravité, donc de la physique, même si on pense avoir acquis ce savoir d'un point de vue géographique. Dans une vision plus complexe il faut reconnaître que pour tous et pour toutes les choses, le bas est vers le centre de la Terre et le haut est vers le ciel (dessin 4 de la Figure 1). La recherche en didactique étudie les conditions et les contraintes, perceptives et épistémologiques, qui favorisent ou gênent l'apprentissage et le dépassement des conceptions erronées initiales. Nous indiquons le manque de travail dans l'espace grand et tridimensionnel comme une condition importante de cette perception erronée de sa position sur une planète sphérique, que tout le monde pense posséder.

2.2 L'espace petit pensé par un enfant

Dans le dessin 1 de la Figure 1 on voit l'espace pensé par un enfant de 4-5 ans, espace qui est conçu comme très petit. Tout est proche dans cet espace, même la Terre et le Soleil. C'est pour cela qu'en parlant du coucher du Soleil, les enfants montrent la conception sous-jacente à leurs mots. Voici un texte donné à lire aux enseignants en formation dans mon unité d'enseignement, où des élèves émettent des hypothèses dans le cadre d'un dialogue. On est dans la classe d'une institutrice du MCE, où l'écoute et la transcription des dialogues est une pratique habituelle (1994). Les élèves disent : « *le Soleil est rouge, c'est une boule de feu – on voit que le Soleil au coucher, est à l'horizon et touche la Terre - la Terre peut prendre feu* » mais « *heureusement Gerardo est pompier* ». C'est donc la proximité, entre leur point d'observation et l'horizon avec le disque du Soleil couchant, qui met en péril le sol qui pourrait prendre feu quand, à cause de l'absence de distance entre la Terre et le Soleil, on peut avoir un incendie. Il faut donc faire appel au secours par un pompier. Cette information, *heureusement Gerardo est pompier,* permet aux enfants d'exorciser la peur, de se mettre tous, en groupe, à l'abri du danger et pouvoir continuer à regarder le coucher de Soleil avec une émotion positive et de plaisir.

L'aspect perceptif qui entre un jeu est celui de la distance entre l'observateur et le Soleil, qui devient la distance avec le point de l'horizon local où on voit disparaître le Soleil au coucher. Cette distance est en réalité de 4 à 5 km si on est au bord de la mer. Une capacité d'abstraction doit être développée pour reconnaître que la distance entre la Terre et le Soleil (1 U.A.) ne change pas (à notre niveau d'approximation) entre midi et le coucher du Soleil, c'est-à-dire avec le Soleil haut sur l'horizon et le Soleil levant et couchant.

Dans l'histoire de l'Astronomie occidentale, par ailleurs, c'est Aristarque et après lui Archimède (III^{è} siècle av. J.C.), qui donnent une estimation de la distance entre le Soleil et la sphère des étoiles fixes par rapport à la Terre, qui sont nettement plus grandes que celles précédentes, mais considérablement plus petites que les distances telles qu'on les connait aujourd'hui.

3 Exemples d'aspects géométriques liés à la physique

3.1 La direction verticale et la direction horizontale

Comme je l'ai déjà exposé dans la discussion des dessins de la Figure 1, je considère la direction verticale liée à la gravité, donc à la physique : il s'agit de la direction du fil à plomb. Dans le méso espace cette direction correspond à la perpendiculaire au sol mais dans le méga espace il faut considérer une direction ponctuelle, qui sur un corps sphérique correspond à une configuration radiale.

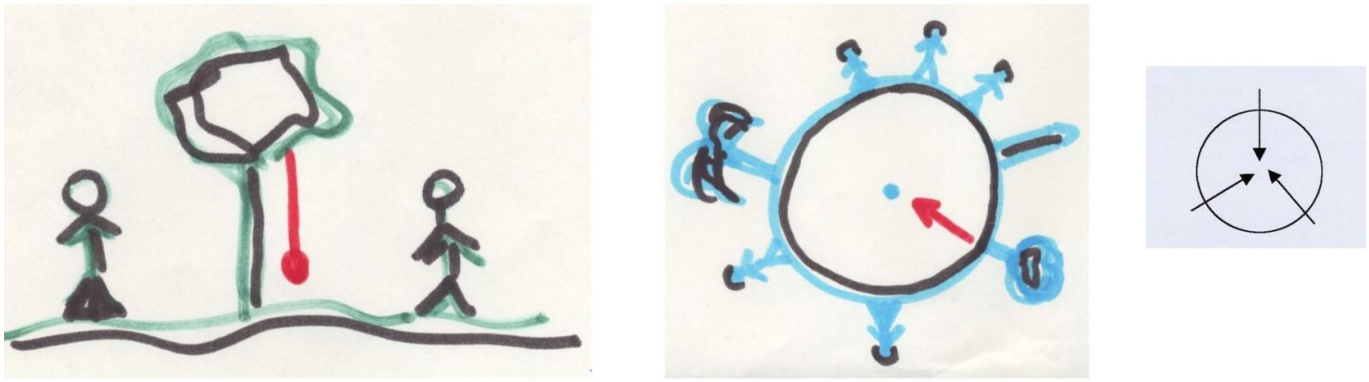


Figure 2. La direction verticale dans le méso-espace et dans le méga-espace

C'est encore Archimède dans son travail "Sur les corps flottants", qui a considéré la surface sphérique des océans dans le méga espace de la Terre : « *La surface de tout le liquide (les océans) dans des conditions d'équilibre, a la forme d'une sphère avec le même centre que la Terre*» (I^{er} livre). Mais dans d'autres textes du même traité, il assume que la surface de l'eau dans un bol est plane et la choisie comme exemple d'un plan horizontal

(IIe livre). Deux modèles différents sont donc utilisés par le scientifique pour des phénomènes à différentes échelles. Cependant, dans l'histoire de la science occidentale, Vitruve (Ier siècle av. J.C.) considère la présence de ces deux modèles dans le texte d'Archimède, comme une contradiction, sans comprendre la nature profonde du changement de la taille de l'espace : il s'agit de deux différentes échelles de mesure (Russo, 2019, p 45-52).

A propos de ces deux directions, horizontale et verticale, un problème est constitué par l'énorme prépondérance des surfaces verticales et horizontales, surtout dans les environnements et dans les objets artificiels.

Quand on regarde les ombres produites sur le sol, il faudrait pouvoir considérer que l'ombre a un volume que l'on peut couper avec un plan autre que le plan horizontal. On pourrait alors se poser d'autres questions, telle que : comment change l'ombre si le sol n'est pas horizontal ?

L'habitude de vivre dans un monde carré mène à des difficultés lorsqu'on pense à la nuit comme à « l'ombre de la Terre », qui, étant sphérique et opaque, produit une ombre qui s'étend dans l'espace cosmique, comme un cône. Mais l'ombre dans l'espace cosmique ne se voit pas, sauf lorsqu'un objet la traverse, la Pleine Lune lors d'une éclipse de Lune par exemple.

3.2 La relation de parallélisme

Dans le micro-espace des cahiers et des exemples traités à l'école, la relation de parallélisme est montrée avec des dessins tels que :

// et IIII

On a donc des segments proches entre eux et d'égale longueur. Cette habitude de représentation stéréotypée entraine une difficulté pour reconnaître une telle relation, le parallélisme, quand les segments ne sont pas proches, ou quand leur longueur est très différente, comme par exemple sur la surface d'un monument si on considère une colonne et une fenêtre.
Dans le méso-espace ce qu'on voit pour des objets parallèles est tout à fait diffèrent et on peut se demander pourquoi on voit comme dans la photo de la Figure 3.



Figure 3. Le parallélisme des piquets et de leurs ombres dans le méso-espace

Dans cette photo, on voit des piquets parallèles entre eux et, si on se déplace, on voit bien que même leurs ombres sont parallèles entre elles : mais ce qu'on voit en changeant de point de vue est, à chaque fois, tout à fait différent. Ce qu'on voit suit les lois dites de la perspective, comme les peintres-géomètres de la Renaissance Italienne nous l'ont bien montré. Les photos nous offrent des images de ce qu'on voit dans le méso-espace d'une plage.
Comme il y a un changement de point de vue, on peut demander « Où se trouve le Soleil dans la photo de gauche ? Et dans celle de droite ? ». Les rayons du Soleil arrivent parallèles sur la Terre : mais quand le

méga espace et le méso espace sont observés ensembles et, de plus, représentés en dessin dans la même feuille, cela pose un problème de représentation et de perception sur des plans différents.
Le parallélisme n'est pas respecté dans la vision du méso espace et on doit le représenter avec des segments convergents ou divergents.
Chaque fois que le méso espace et le méga espace sont observés et représentés il faut exercer un esprit critique et savoir donner du poids à l'évidence perceptive, même quand on n'est pas (encore) capable d'expliquer pourquoi on voit ce qu'on voit.

Il est facile de parler de Thalès et de son principe qui peut être utilisé pour modéliser les ombres au Soleil, à partir de textes écrits. Mais si on veut répéter l'expérience de la mesure de la pyramide, il faut alors enrichir la problématique et se poser les questions suivantes : concrètement dans quelles conditions peut-on faire l'expérience de Thalès ? Peut-on la faire tous les jours ? À quelle heure ? Avec quelles difficultés ? Par exemple, il faut observer que le centre de la Pyramide n'est pas accessible physiquement : donc quelles symétries est-il utile d'utiliser ?

3.3 La similitude

L'observation de Thalès porte sur la similitude, en particulier des triangles, et la similitude concerne la propriété d'avoir la même forme.
Si nous sommes dos au Soleil, sur un sol plat, nos corps en position verticale forment avec nos ombres et le rayon du Soleil qui touche notre tête, des triangles avec les mêmes angles, donc semblables entre eux, dans le même moment au même endroit. Cela se trouve même si nous avons des hauteurs différentes, si nous sommes éparpillés dans le jardin ou sur des terrasses à des étages différents. Dans ce cas il n'est pas évident, avant réflexion, que nos corps peuvent être modélisés par des segments parallèles et nos ombres aussi, car elles sont sur des plans parallèles : donc même les hypoténuses des triangles, les rayons du Soleil, sont parallèles entre eux. *« Dans ce laboratoire j'ai appris ce que je n'avais jamais observé, c'est-à-dire la mesure de mon ombre et sa variation au cours des heures. Notre taille « en pieds » a également été mesurée et ce qui m'a surpris, c'est que, même avec différentes tailles, nous avons presque tous une taille qui est de 6,5 de nos pieds. Nous aurons tous le même triangle si nous prenons la mesure de l'ombre à la même heure, le même jour et à la même latitude. » (*Écrit d'une apprenante de l'atelier)

3.4 Les angles et la distance angulaire

La perception des angles, quand elle se fait sur des plans différents, est d'une complexité inhabituelle. Le corps entier est en mouvement dans l'espace tridimensionnel, les gestes de la main ne sont pas suffisants.

Si on considère une distance angulaire, alors l'œil est le sommet de l'angle visuel.
Je rapporte l'exemple d'une question posée aux participants pendant la communication : « Combien de fois le diamètre du Soleil entre dans le demi-cercle d'Est à Ouest sur l'horizon ? ». Je demande de faire une estimation et de l'écrire dans le chat. Nous avons reçu les réponses suivantes, très différentes :

> *360 – 180 – bien trop grand pour moi – une centaine de fois – j'aurais dit plus 3 000 – inimaginable -10 000 – une centaine – ça dépend des saisons ? – une petite pièce – diamètre de 5 cm – Quel est le rapport des rayons de la Terre et du Soleil ? - une main – la perception est un incontournable dans toute réflexion –*

Plus en général : « *je mesure l'ampleur d'un questionnement que je n'avais pas encore envisagé de cette façon…* »
La bonne réponse est la première, 360, donnée par quelqu'un qui connaît le sujet, mais cette réponse n'a pas bloqué les autres sur leurs idées assez variées. En effet nous voyons le Soleil, comme la Pleine Lune, sous un angle de ½ degré qui entre 360 fois dans un demi-cercle de 180°, comme un petit doigt regardé d'un seul œil à la distance d'un bras tendu. Le travail d'estimation des angles n'est pas beaucoup travaillé à l'école ce qui conduit à des réponses assez surprenantes.
Parmi les aspects de l'angle qui posent problème en didactique, il y a la prise en compte de la longueur des côtés d'un angle, que l'on dessine avec deux segments finis, souvent égaux, mais que l'on veut faire considérer comme deux droites infinies. Il y a aussi le problème de considérer les angles comme une partie de plan infinie, tout à fait différente que celle dessinée.

Avec le jeu qui consiste à lancer une pelote de ficelle parmi les enseignants en formation disposés sur un grand cercle, on va obtenir une toile d'araignée. On peut y voir plein d'angles, de formes géométriques, de relations entre segments, sur un plan mobile, qu'on peut incliner, regarder d'en bas, etc.
Cela permet d'aborder de nombreuses questions en sortant des angles dessinés seulement sur le plan du cahier et en observant des angles qui sont sur un plan quelconque de l'espace. En plus, pour lancer la pelote, il faut tourner son regard vers celui qui va lancer la ficelle puis vers celui auquel on veut la lancer, donc la tête fait/matérialise une rotation, ce qui est un autre aspect de l'angle.



Figure 4. La toile d'araignée formée par une ficelle

Pour aider la perception, l'imaginaire, la conceptualisation de l'infinité des côtés de l'angle et de la portion d'espace délimitée par eux, l'observation des étoiles est assez pertinente. L'œil est le sommet d'un angle duquel partent deux rayons visuels qui ont la même origine et longueur proche de l'infini par rapport aux distances entre ceux qui observent (Camino & Lanciano, 2016).

On peut mesurer ces angles par exemple avec un artefact, la balestre ou arbalète, connu depuis de l'histoire de l'Astronomie. Il peut être un objet dans un musée, mais, avec l'explicitation des modalités d'usage, il devient un instrument, la « balestre céleste », pour mesurer les distances angulaires entre les astres. Entre ces mesures il y a des distances angulaires qui restent égales dans le temps (par exemple entre 2 étoiles fixes) et des mesures qui changent avec le temps (l'angle entre la Lune et une étoile, entre une planète et une autre) : dans ces deux cas on peut prendre des mesures avec une certaine approximation, et comparer les résultats de chacun.

Plusieurs problèmes peuvent être abordés si on met en jeu le corps et le mouvement dans le méso-espace pour réaliser, par exemple, que chaque changement de direction entraîne deux angles.
Enfin, un autre avantage de travailler dans les méso, macro et méga espaces est d'amener la réflexion sur la longueur des côtés d'un angle. S'il s'agit de la hauteur angulaire du Soleil par rapport à l'horizon, alors le point à l'horizon peut être l'arbre que j'ai à 20 mètres de moi et le Soleil est à 1 UA de moi donc les deux côtés ont des longueurs très différentes, aucun n'est parallèle au sol et l'une est d'une longueur inimaginable.

4 Les rapports entre les deux et les trois dimensions

L'observation du ciel communique des informations visuelles bidimensionnelles : dans l'observation du Soleil et de la Lune on voit des disques plats ou des portions de disque illuminées, il faut le reconnaître. Mais si on sait (si on raisonne) qu'il s'agit de sphères alors on peut arriver à les imaginer. Et encore : les étoiles et les planètes sont perçus sur la « voûte Céleste » sur une surface à la même distance de l'observateur dans toutes les directions, mais on sait, en revanche, que ces points lumineux sont à des distances très différentes de nous. Donc la tridimensionnalité du méga espace est une construction mentale. Il faut l'apprendre.

La troisième dimension, sur Terre et dans le méga espace (Leite, 2009) semble intuitive et naturelle, tandis qu'il s'agit même d'un concept culturel, donc relatif. Il a aussi des dimensions cognitives qui mettent en jeu la mémoire, la capacité de reconnaître le même objet vu de différents points de vue, et des dimensions perceptives qui impliquent le toucher, le mouvement des corps, savoir reconnaître la profondeur de

l'espace. Mais il faut savoir que la perception doit être éduquée et travaillée, comme pour les aspects cognitifs, ce qui est souvent assez négligé dans nos écoles.
En outre, cela pose des questions : comment connaître les conceptions des élèves sur la troisième dimension ? la recherche a souvent utilisé les questionnaires, des dessins, tandis qu'il est nécessaire d'utiliser aussi des objets, voire des gestes pour montrer sa propre vision.

1.4 La bi-dimensionnalité et la tridimensionnalité

Les relations entre formes, dimensions, positions réciproques dans l'espace, qui impliquent distances et mouvements relatifs, sont complexes.
Même les adultes ont, par rapport au méga espace, une conception géocentrique-local et conçoivent l'espace de l'univers assez petit. Cela a pour conséquence que le Soleil, la Lune, les planètes, les étoiles sont perçus et pensés très proches de la Terre, au-dessus du terrain.

Pour travailler sur les 4 dimensions de l'espace-temps ainsi que sur la bi-dimensionnalité et la tridimensionnalité de l'espace de toute taille, il est nécessaire de savoir changer de point de vue ; changer de système de référence ; changer d'unité de mesure ; clarifier différents niveaux d'approximation (la Terre est une sphère, l'orbite des planètes est une ellipse…, le modèle sphérique de la voûte céleste) ; travailler avec des nombres très grands et difficiles à imaginer, pour l'espace et le temps. Pour travailler sur tout cela, dans l'enseignement et la formation des enseignants, on se heurte à un problème de manque de compréhension et à un manque de conscience de la nécessité d'établir un système de référence dans l'espace pour décrire et comprendre ce qu'on voit : par exemple, dans la déclaration « l'axe de la Terre est incliné » on ne dit pas par rapport à quoi, dans quel système de référence, et presque personne ne le sait clairement. Il y a aussi un manque de conscience de la nécessité d'expliciter son propre point de vue : par exemple, dans la déclaration « le Soleil à midi se trouve sur nos têtes » on parle comme si c'était vrai pour toute la Terre, sans considérer les différents moments de l'année et les différentes latitudes. Mais surtout sans s'être aperçu, même si on ne sait pas expliquer pourquoi, qu'à des latitudes européennes, cela ne se produit jamais.

II - POUR FAIRE AVANCER LES CONCEPTIONS

1. Les conception initiales

Pour faire avancer les conceptions initiales, il est utile de mettre en dialogue et d'articuler les différents registres de représentation, entre eux et avec des artefacts. Pour interroger la thématique des dispositifs de formation, l'attention a été portée sur les choix d'espaces et sur leur gestion dans l'action didactique : utiliser des espaces autres que celui de la salle de classe, comme des espaces en plein air, naturels, pour la didactique et pas seulement pour le jeu et le temps libre. On peut profiter par exemple des sorties scolaires.

1.1 Utiliser les espaces des villes et de la nature

On considère que les espaces de l'action éducative ne sont pas neutres : ils peuvent aider ou bloquer l'enseignement et l'apprentissage. Il suffit de changer la disposition des chaises, en rangées parallèles ou en cercle, pour s'en apercevoir et avoir une participation différente.

De plus, le méso-espace d'un jardin ou d'une place permet de travailler avec les corps en mouvement, et d'estimer et mesurer des distances à travers l'espace de déplacement et le temps employé. Les monuments et les constructions d'une rue permettent de faire des hypothèses sur les formes et des estimations de mesure dans les plans horizontaux (distances) et verticaux (hauteurs), ce qui est très différent, surtout quand les objets sont grands. Le méso-espace permet de travailler aussi sur les changements de perspective. Enfin, si on considère le ciel et qu'on investit le méga-espace, qui est gratuit et disponible partout, on élargit sensiblement l'espace considéré dans sa propre expérience.

1.2 Observer une sphère au Soleil

Des praxéologies différentes et mixtes (mathématiques, astronomiques, physiques) sont étudiées dans l'atelier de formation des enseignants, parmi lesquelles savoir choisir et observer des objets de tailles différentes. Il s'agit de rencontrer et d'apprendre, à travers l'exemple, des attitudes et des gestes professionnels.

Une des activités proposées, est celle d'observer une sphère au Soleil, et de décrire ce qu'on voit, même si l'on ne sait pas expliquer pourquoi on voit ce qu'on voit. Observer, décrire puis chercher à expliquer, sont des passages différents et distincts, qui sont tous essentiels. Trop souvent les étapes de l'observation silencieuse, méditative et de la description, à travers le langage, ou le dessin, ou d'autres registres, ne sont pas proposées. Le plus souvent, ce qui est proposé est directement la présentation de l'explication. Un problème de l'enseignement est de faire dialoguer, à tout âge, ce qu'on observe avec ce qu'on pense, ce qu'on imagine avec les explications de ce qu'on perçoit, et ce qu'on nomme avec les modèles, sans trop anticiper les explications des causes. Dans la formation, il est donc nécessaire de donner l'exemple du temps nécessaire à l'observation et à la description.

Une sphère peut être prise comme modèle de la Lune ou de la Terre. Si on la place dehors, au Soleil, elle est illuminée comme la sphère de la Terre sous nos pieds, ou comme la Lune qu'on voit dans le ciel (il faut savoir choisir le bon jour et la bonne heure pour voir la Lune pendant le jour).

Une série de difficultés relèvent du plan épistémologique. Elles sont par exemple liées à la relation entre aspect continu et aspect discret d'un phénomène. Nous faisons souvent des observations et des mesures discrètes d'un phénomène qui est en lui-même continu. Par exemple, une erreur de ce type est commise lorsque l'on parle des « 4 phases de la Lune » sans considérer sa rotation continue autour de la Terre. En fait, la partie visible de la Lune, éclairée par le Soleil, change continuellement, et donc la phase aussi, au cours du cycle de 29 jours. Un enseignant en formation écrit : « *…dissiper le mythe selon lequel les phases de la Lune sont au nombre de 4, alors qu'elles sont au nombre de 29 ; en fait, chaque jour, chaque moment, il y a une transformation car les mouvements réciproques sont continus.* » L'observation et l'expérience directe font jaillir les contradictions entre les éléments théoriques mémorisées par cœur et la réalité observée qui font naître des découvertes et des liens entre la perception et le savoir.

En regardant la Lune, ce qu'on voit, et qu'on dessine, c'est un disque plat bi-dimensionnel. Mais ce qu'on arrive à imaginer donc à savoir, c'est la sphéricité de la Lune avec sa troisième dimension. Un étudiant arrive à écrire ceci : « *la partie du disque qui n'est pas illuminée, aujourd'hui très petite, correspond à la partie illuminée de l'hémisphère que nous ne pouvons pas voir* ». Il a gagné la troisième dimension du disque observé de la Lune.

Mais pourquoi tous pensent connaître les phases de la Lune, mais confondent les deux séquences de photos, des phases et d'une éclipse de Lune ? Une sphère au Soleil est toujours illuminée par moitié (les phases) tandis qu'un disque lumineux (la Pleine Lune) qui entre dans un disque d'ombre (l'ombre de la Terre), de rayon trois fois son rayon, montre des formes assez différentes.



Figure 5. Les séquences de photos d'une éclipse et des phases de la Lune

2. Quelques conclusions

Le travail sur les différents domaines de l'espace, dans des contextes réels, sont incontournables pour travailler la géométrie dans un espace qui n'est pas seulement « petit et plat », tel que celui de la feuille de papier ou de l'écran.
Observer est également important, non pas pour savoir répondre aux questions que pose le professeur à l'école, mais pour soi-même, afin d'apprécier l'émotion de comprendre et de redécouvrir dans la nature ce qu'on pense, en mettant en dialogue ce qu'on voie et ce qu'on dit.

Plusieurs erreurs fréquentes dans l'organisation implicite de l'espace sont liées au manque d'explicitation de la taille des objets et de l'espace des phénomène considérés. Je propose encore quelques exemples :

- « Nord » et « Sud » sont confondus souvent avec « haut » pour le Nord et « bas » pour le Sud, sans savoir quitter une vision locale pour aboutir à une vision planétaire.
- Le mot « plan » est souvent confondu avec position horizontale et le mot « perpendiculaire » est confondu, dans le méga-espace, avec « vertical ». Il est alors difficile de voir dans sa tête que, par exemple, un plan perpendiculaire au plan de l'Equateur est parallèle à l'axe de rotation de la Terre et qu'il est aussi perpendiculaire au sol, si on se trouve aux pôles, et parallèle au sol, dans les pays qui sont sur l'Équateur.
- La relation de parallélisme implique aussi implicitement la proximité, comme si "procéder en parallèle" était équivalent à "commencer et arriver au même point".
- L'horizon n'est considéré que comme la frontière entre la mer et le ciel, comme s'il n'y avait que quelques endroits en pleine air avec un horizon, tandis que même au fond d'une cour très étroite on voit le profil d'une ligne, serrée et continue, qui sépare le ciel de ce qui est sur terre.

Par ailleurs, pour développer la capacité de passer d'une taille d'espace à l'autre, il est nécessaire d'imaginer une école dans laquelle on travaille y compris en dehors des salles de classe. Une école ouverte sur le territoire, sur les sites d'art, et une école qui vit aussi la nuit, dans l'obscurité et le silence.

Nous proposons donc des expériences multisensorielles, agréables et détendues en termes de performances.

J'aimerai bien terminer mon exposé avec les mots et les réflexions des enseignants en formation, issues des réponses à la consigne suivante : « Après cette leçon, je rentre chez moi en pensant que… ».

Je conclus cette leçon en pensant que la géométrie et les mathématiques ne se limitent pas seulement aux formes géométriques sur le cahier, à l'école, mais font partie de tout ce qui nous entoure, de la maison à l'univers.

La conscience d'adopter toujours de nouveaux points de vue, d'observer... de s'éloigner de nos "habitus" dont nous avons l'habitude de mesurer et de compter, d'arithmétiser, même là où il n'y en aurait pas besoin.
Cela m'a permis de réfléchir profondément à beaucoup de choses, des idées préconçues que j'avais, des doutes tels que : la notion de forme est-elle liée à celle de proportion ? Nous avons vu comment la forme est liée à la largeur des angles ; quelles activités pourrions-nous proposer sur ce thème ? Peut-être en sortant de la classe, en regardant l'espace qui nous entoure.
La géométrie avec les calculs faits sur la feuille n'est qu'une de ses mille façons dont elle peut s'exprimer ou se manifester.
Les enfants, tout comme nous les adultes, ont besoin de références à la réalité.
Je n'aurais jamais pensé pouvoir sentir la géométrie si près de moi.
La chose la plus importante que je porte à l'intérieur est juste ceci : changer les points de vue, avoir la perception et la conscience de ce qui m'entoure, de l'espace, lever les yeux et observer... ce que je n'avais jamais vu auparavant.
Et finalement :
Pour sortir du cahier et des livres… on est tombé dans le ciel.

III - BIBLIOGRAPHIE

Alfieri, F., (1970), *A scuola con il corpo*, La Nuova Italia Editrice.

Cassé, M., Morin, E., (2003), *Enfants du ciel – entre vide, lumière, matière*. Odile Jacob éditeur, Paris

Castelnuovo, E. (1960). *Didattica della matematica*, La Nuova Italia Editrice.

Galvez, G., (1985) El aprendizage de la orientadon en el espado urbano: Una proposicion para la ensenanza de la geometria en la escuela primaria, Tesis, Centro de Investigacion deI IPN Mexico. cité p. 97 dans Berthelot R., Salin M.-H. (1992) L'enseignement de l'espace et la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse de l'Université de Bordeaux 1.

Lakoff, G., Núñez, R., (2000), *Where Mathematics Comes From*, Basic Books, traduction Italienne Da dove viene la matematica. Come la mente embodied dà origine alla matematica, Bollati Boringhieri, 2005

Lanciano, N. (1996). *L'analyse des conceptions et l'observation en classe : outils pour une définition des objectifs éducatifs et des stratégies pédagogiques pour l'enseignement de l'Astronomie à l'école élémentaire en Italie*. Tesi di Dottorato Università di Ginevra n 235

Lanciano, N. Camino, N. (2008). Del àngulo de la geometrìa a los àngulos en el cielo. Obstàculos para la conceptualizaciòn de las coordenadas astronòmicas, *Ensenanza de las Ciencias*, (Spagna) n 26.1, p 77-92.

Lanciano, N. (2018). *Strumenti per i giardini del cielo*, IV Ed, Asterios

Leite, C. (2009), Exploring the spatial dimension in the research on Astronomy Teaching. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias* Vol.8 No3.

Polati Ferreira, F., Barros, G.M., Leite, C., (2013) Problematizando conceitos de astronomia: uma proposta baseada nos três momentos pedagógicos in XX Simpósio Nacional de Ensino de Física https://www.researchgate.net/publication/336899719_problematizando_conceitos_de_astronomia_uma_proposta_baseada_nos_tres_momentos_pedagogicos

Russo, L. (2019) *Archimede – un grande scienziato antico*, Carocci Editore, Roma.

FORMER AU REGARD DIDACTIQUE : DYNAMIQUE DES PROBLEMES RELATIFS A L'ENSEIGNEMENT ET A L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES CHEZ UNE STAGIAIRE

Magali HERSANT
PR, INSPÉ & UNIVERSITE DE NANTES
CREN
magali.hersant@univ-nantes

Résumé
Dans le cadre du projet de recherche « Débuter : quels savoirs ? Quelles activités pour quelles pratiques ? » soutenu par notre l'ÉSPÉ[1], nous avons mis en place dans le cadre de la formation par la recherche en 2e année de Master MEEF 1er degré, un séminaire qui vise à développer le regard didactique, en mathématiques, des professeurs des écoles (PE dans la suite du texte). Dans ce dispositif, nous sommes formatrice de l'UE « recherche », tuteure du stage et directrice du mémoire.
Nous proposons aux étudiants d'analyser avec un point de vue didactique des moments de séances de mathématiques qu'ils ont réalisées dans leur classe. Pour cela nous introduisons une grille adossée à des recherches didactiques (Brousseau, 1998 ; Douady, 1986) que nous utilisons pour analyser des vidéos et des productions d'élèves.
Dans cette communication nous avons d'abord présenté le dispositif et ses fondements. Puis, afin d'envisager des effets de ce dispositif sur la formation des PE, nous avons présenté l'analyse du parcours d'une stagiaire, menée dans le cadre de l'apprentissage par problématisation (Fabre, Orange, 1997). À partir de données recueillies dans la classe de la professeur des écoles stagiaire (PES), lors des séminaires et en lien avec son travail de mémoire, nous nous sommes attachées à repérer les grands problèmes professionnels relatifs à l'enseignement des mathématiques que la stagiaire construit au cours de l'année et la façon dont elle y apporte des réponses, en appui ou pas sur la formation proposée dans le séminaire. Nous retraçons ainsi la dynamique de ses problèmes relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques.

INTRODUCTION

Cette communication rend compte d'une partie du travail que nous avons réalisé au sein du séminaire pluridisciplinaire « former au regard didactique » animé par S. Doussot, dans le cadre de la recherche « Débuter : quels savoirs ? Quelles activités ? Quelles pratiques pour quelles formations ? » financée par l'ÉSPÉ des Pays de la Loire. Cette communication fait écho à celle de S. Grau dans ces mêmes actes qui a participé elle-aussi à ce séminaire.

Nous menons des travaux en didactique des mathématiques pour comprendre les difficultés et possibilités d'appropriation par les professeurs des écoles, en formation initiale, de savoirs du didactique, c'est-à-dire de savoirs relatifs aux conditions didactiques à mettre en œuvre pour permettre l'apprentissage de tous les élèves, en mathématiques. Nous étudions en particulier la dynamique des problèmes relatifs à l'enseignement des mathématiques que construisent les PE stagiaires au cours de l'année de Master 2. En effet, d'une part, bien que la plupart d'entre eux n'exercent pas dans des zones d'éducation prioritaire,

[1]Dans ce texte pour faciliter la lecture nous parlons de l'ESPÉ mais le dispositif s'est poursuivi en l'INSPÉ jusqu'en 2021.

nous sommes sensibles au fait que l'école ne parvient pas actuellement à produire les apprentissages mathématiques attendus pour tous les élèves (Rochex, Crinon, 2011 ; Hersant, 2020). D'autre part, en tant que formatrice, nous constatons les effets contrastés de la formation sur les futurs PE et souhaitons contribuer à une meilleure compréhension des conditions de possibilités de leur formation à l'enseignement des mathématiques.

La didactique des mathématiques dispose de résultats sur les pratiques des jeunes enseignants et de quelques travaux sur les effets de formations mais ils sont encore peu nombreux (Butlen et al., 2003, 2011, 2019 par exemple). Avec la masterisation de la formation, la recherche a pris une place croissante dans la formation initiale des enseignants. L'apport possible de l'acculturation à la didactique des mathématiques des futurs enseignants par la recherche et les conditions de possibilités de cette acculturation conduisent à renouveler la question. Pour contribuer à cette réflexion, dans le cadre de la recherche susmentionnée, nous avons conçu en 2016 un dispositif de formation « former au regard didactique » fortement adossée à la recherche en didactique des mathématiques pour les étudiants de master 2. Ce dispositif propose des outils issus de la recherche et vise à permettre aux PE de développer un regard didactique sur leur activité de préparation de séances, sur leur activité et celle des élèves au cours de la séance puis en aval de la séance. Il s'agit pour nous de contribuer aux travaux sur la formation des enseignants en étudiant les effets possibles de ce dispositif sur les débutants et en identifiant à quelles conditions ce dispositif outille effectivement les PE débutants pour l'enseignement des mathématiques.

Après avoir présenté le dispositif de formation et les hypothèses qui le sous-tendent, nous préciserons notre cadre théorique et notre méthodologie puis détaillerons l'étude du cas de Françoise[2], stagiaire dans une classe de Moyenne - Grande section de maternelle.

LE DISPOSITIF DE FORMATION

Le dispositif de formation proposé aux étudiants résulte de conditions posées par l'institution (ministère, inspection et ÉSPÉ), de notre adhésion à certaines hypothèses ou résultats concernant les pratiques des débutants, repris de travaux didactiques antérieurs et, à l'intérieur de cet espace, de choix de la formatrice.

1 Contexte institutionnel

La formation des PE a subi des modifications de différentes natures depuis une vingtaine d'année, avec des cadrages nationaux de plus en plus précis, en particulier depuis le passage à la masterisation en 2009. Au cours de ces réformes la place de la formation « à et par la recherche » a évolué. Il en est de même des exigences et objectifs assignés au mémoire dans cette formation : d'un mémoire professionnel rédigé du temps des IUFM à un mémoire de master attestant d'une initiation à la recherche en lien avec des préoccupations professionnelles dans les INSPÉ.

À l'intérieur de ces contraintes, chaque institut de formation a fait des choix et dégagé des marges de manœuvre. À l'ESPÉ des Pays de la Loire, en Master MEEF 1er degré seconde année, la mise en place d'un mémoire « recherche » a conduit à l'instauration de « séminaires de recherche » étroitement reliés au stage des étudiants et à leur mémoire. En effet, le formateur responsable du séminaire est aussi le directeur de mémoire et le tuteur du stage du PES (le cas échéant). En tant que tuteur, il est chargé d'effectuer deux visites annuelles suivies d'entretiens. Les séminaires regroupent un petit nombre d'étudiants (10 à 15).

Ainsi, nous sommes tutrice ÉSPÉ de l'ensemble des PES étudiés dans notre recherche. Chacune de nos visites consiste en l'observation de séances de mathématiques suivie d'un entretien qui porte sur les séances observées. Les PES effectuant un stage en responsabilité, nous n'intervenons pas dans le choix des situations qu'ils réalisent en classe. En revanche, le choix de ces situations et ressources peut être contraint ou orienté par le binôme, enseignant titulaire de la classe, ou l'équipe enseignante de l'école (choix d'une ressource par le binôme avec une organisation spiralaire des apprentissages dont il est difficile de s'extraire, choix d'un manuel par l'équipe et achat du matériel associé donc disponible dans l'école,

[2]Le nom de la stagiaire a été modifié pour préserver l'anonymat.

conseils du binôme et de l'équipe enseignante…). Nous n'intervenons pas non plus dans les enseignements de « mathématiques » dont ils bénéficient.

2 Hypothèses et résultats relatifs qui sous-tendent le dispositif

C'est à l'intérieur de ce cadre institutionnel que nous avons conçu notre dispositif de formation, en appui sur des grandes hypothèses relatives aux pratiques enseignantes, ainsi que sur des résultats de travaux sur les pratiques. En particulier, nous considérons d'une part que :

- les pratiques sont des mises en acte cohérentes des conceptions des stagiaires de la discipline, de l'école, de l'apprentissage et de l'élève (Butlen & al., 2012) ;
- ce sont les connaissances qui font obstacle à la construction de connaissances (Bachelard, 1938) ;
- les savoirs ont une certaine « transparence » dans la classe mathématique (Laparra, Margolinas, 2011a), ils ont un caractère « incident » (Coulange, 2011), c'est-à-dire accessoire, et les enseignants n'aident pas les élèves à identifier les enjeux d'enseignement (Butlen et al., 2016) ;
- il y a une tendance à mettre les élèves « en activité » sans questionner suffisamment la nature de cette activité, ses fondements didactiques (Laparra, Margolinas, 2011b) ;

et d'autre part que, spécifiquement pour les débutants :

- la fiche de préparation est envisagée comme une finalité (« faire sa fiche de prep ») et non comme un processus de préparation de la séance qui permet, notamment, de questionner les enjeux d'apprentissage et d'anticiper l'activité des élèves dans la situation choisie (Hersant, 2020).

Ces différents résultats et constats plaident en la faveur d'une formation spécifique pour développer chez les futurs PE un regard didactique qui, d'une part, dépasse le pédagogique (par exemple, structurer une séance en phases « classiques » sans penser le rôle de ces phases dans les apprentissages des élèves et leur pertinence au regard du savoir visé) et, d'autre part, met en dialogue le savoir et les apprentissages visés chez les élèves avec les choix de l'enseignant (choix de la situation, choix d'interventions auprès des élèves au cours du déroulement…). Il s'agit donc de permettre aux PE de questionner les savoirs en jeu et d'anticiper l'activité mathématique de leurs élèves au regard des conditions qu'ils proposent pour leur permettre de construire des situations didactiquement pertinentes.

3 Le dispositif

Pour développer chez les futurs PE un regard didactique sur l'activité de leurs élèves et sur la préparation de séances, nous avons mis en place un séminaire dans lequel les étudiants analysent, collectivement, des situations qu'ils ont réalisées dans leurs classes. Excepté pour le premier séminaire, les analyses portent ainsi sur des séances préparées et réalisées par un stagiaire dans sa classe. Elles s'appuient ainsi sur des éléments objectifs : la fiche de préparation réalisée, des extraits vidéos et des productions d'élèves recueillis par le stagiaire ou la formatrice lors d'une visite.

Cette analyse est outillée par une grille (voir annexe) constituée de questions adossée explicitement à la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) et à la dialectique outil-objet (Douady, 1986) et introduite par la formatrice en début d'année. Cette grille guide une analyse en trois temps appelés « analyse préalable », « analyse a priori », « analyse a posteriori ». Cette désignation des trois temps de l'analyse est reprise du vocabulaire utilisé dans le cadre de la conception d'ingénieries didactiques (Artigue, 1990) mais l'objet de chacune des analyses en diffère légèrement.

Comme indiqué précédemment, la formatrice n'intervient pas dans le choix de la situation. La situation proposée en classe est, le plus souvent construite à partir d'une ressource (manuel, site internet, situation fournie par un collègue…). En séminaire, l'analyse préalable porte spécifiquement sur la situation proposée par la ressource et son adéquation avec les savoirs que le PE souhaite que ses élèves apprennent : il s'agit d'interroger le savoir visé et de questionner la pertinence didactique de la situation au regard du savoir visé et des connaissances des élèves, afin d'envisager d'éventuelles modifications de la ressource. Ce premier temps d'analyse doit amener (et habituer) le futur PE, d'une part, à se questionner sur le savoir et à expliciter les raisons pour lesquelles il choisit une situation, et d'autre part, à expliciter les

modifications effectuées sur la situation de la ressource et les raisons. Ce temps d'analyse nous est apparu nécessaire pour que les futurs PE prennent l'habitude de questionner toutes les ressources et pour qu'ils explicitent les modifications qu'ils effectuent sur la situation et les raisons de ces modifications. En effet, pour certains d'entre-eux, le fait même que la situation soit extraite d'un manuel publié constitue un gage de pertinence. Et, par ailleurs, ils ont tendance à modifier les situations des ressources sans suffisamment envisager les conséquences de ces modifications.

L'analyse a priori est une analyse a priori au sens de Perrin-Glorian et Hersant (2003). Réalisée à partir de la fiche de préparation du/de la stagiaire, elle vise essentiellement à envisager l'activité possible de(s) élève(s) et à s'assurer que la situation permet bien à chaque élève de rencontrer le problème visé de façon à lui donner l'opportunité de construire le savoir visé. Cette analyse permet d'anticiper aussi d'éventuelles interventions de l'enseignant.

L'analyse a posteriori est réalisée à partir d'un extrait vidéo de la séance, choisi par la formatrice, et des productions écrites d'élèves. Elle vise à confronter le réalisé et l'attendu, à questionner l'origine des écarts. Elle permet aussi d'interroger l'effet des interventions de l'enseignant sur l'activité mathématique des élèves et leur participation au processus d'institutionnalisation.

Dans le séminaire, les modalités de travail sont les suivantes. Le stagiaire indique son objectif d'apprentissage et la ressource utilisée ; le collectif effectue ensuite l'analyse préalable. Puis l'étudiant présente la situation choisie à partir de sa fiche de préparation, le collectif effectue l'analyse a priori et anticipe ainsi l'activité possible des élèves ainsi que les possibilités d'apprentissage associées. Ensuite, le collectif visionne l'extrait vidéo et confronte avec les prévisions issues de l'analyse a priori. Ces éléments permettent de conclure sur les conditions pertinentes pour permettre les apprentissages des élèves et d'envisager d'éventuelles modifications de la situation.

Notons que le mémoire porte sur une thématique (la construction du nombre, la mise en place de situations-problèmes…) et est constitué d'analyse de situations de classe en lien avec cette thématique. Il est explicitement attendu que les analyses effectuées reprennent les éléments d'une analyse outillée par la grille.

CADRE ET METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

4 Cadre de l'analyse

Nous inscrivons notre recherche dans le cadre de l'apprentissage par problématisation (CAP dans la suite du texte) (Fabre, Orange, 1997 ; Hersant, à paraître). Nous faisons l'hypothèse que le travail effectué dans le séminaire, les visites (avec entretiens) et le travail de mémoire sont sources de problématisation chez le PE et contribuent à la dynamique des problèmes qu'il se pose au cours de l'année. Nous supposons aussi que les problèmes relatifs à l'enseignement des mathématiques que le stagiaire de notre séminaire se pose évoluent au cours de l'année en lien avec le séminaire et les séances qu'il met en place dans sa classe, autrement dit qu'il y a une dynamique de problématisation. On peut penser que cette dynamique de problématisation se réalise en lien avec les réalisations en classes et l'ensemble de la formation qui sont source d'événements de problématisation (Doussot, Hersant, Orange-Ravachol, 2013 ; Hersant, à paraître) pour les stagiaires mais nous n'avons accès qu'à une partie de ces « expériences » du PES.

5 Éléments de méthodologie

Nous cherchons à rendre compte du développement (éventuel) du regard didactique des stagiaires au cours de leur seconde année de formation et à identifier des conditions favorables à la construction d'un regard didactique. Pour cela, nous reconstituons la dynamique des problèmes relatifs à l'enseignement des mathématiques qu'ils se posent et la façon dont ils y répondent.

Nous parlons de « reconstruction » d'une part, car il s'agit d'une construction par la chercheure de l'activité des stagiaires à partir des différentes traces recueillies (audio des séminaires, échanges mail, documents de préparation de séances, visites, entretiens de visite, écrits mémoire, soutenance mémoire) et, d'autre part, car ces problèmes peuvent être plus ou moins explicites pour le stagiaire. Toutefois le

regard réflexif qu'est invité à prendre le stagiaire tout au long de l'année, et en particulier lors des entretiens de visite et au moment de la rédaction de son mémoire, sont susceptibles d'en favoriser l'identification.

À partir des différents éléments dont nous disposons nous cherchons d'abord à identifier les grands problèmes que le stagiaire se pose concernant l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ainsi que les données et les conditions qu'il mobilise pour y répondre, en référence à un cadre qui délimite des façons d'envisager le problème et ce qui sera mis en ou hors question par le stagiaire. Ainsi, par exemple, la question de la mise en activité des élèves peut se penser dans un cadre didactique (on pensera alors en termes de dévolution d'un problème) ou non didactique (on pensera alors en termes d'enrôlement ou de motivation). De la même façon la question de la résolution de problème dans un cadre didactique sera envisagée en relation avec les connaissances construites au cours de la résolution alors que dans un cadre non didactique elle pourra être finalisée uniquement par l'obtention de la solution ou la réussite.

L'enjeu de notre recherche est alors de reconstituer la dynamique de problèmes que chaque PE se pose au cours de l'année et la façon dont il y répond pour rendre compte du développement de son regard didactique, identifier les liens possibles avec le dispositif de formation « à et par la recherche » et mettre à jour des conditions favorables à la construction d'un regard didactique.

ÉTUDE DU CAS DE FRANÇOISE

Nous proposons ici de rendre compte de la dynamique des problèmes relatifs à l'enseignement des mathématiques pour Françoise.

6 Précisions sur le parcours de la stagiaire et ses préoccupations initiales

Françoise possède une licence de mathématiques pures et est en reconversion professionnelle. Ayant songé à l'issue de sa licence à devenir enseignante de mathématiques dans le secondaire, elle développe ensuite un intérêt pour le premier degré qui l'amène à passer le CRPE après avoir exercé un autre métier, dans un domaine différent de celui de l'éducation, pendant plusieurs années.

Françoise est stagiaire à mi-temps dans une classe de MS – GS. Elle a choisi d'assister à notre séminaire. Lors de la première séance, elle indique que la thématique de recherche sur laquelle elle souhaite travailler pour son mémoire est l'autonomie des élèves dans leurs apprentissages et la posture de l'enseignante.

Ces éléments de parcours mettent en évidence que Françoise aime les mathématiques et ne présente pas de difficulté scolaire dans cette discipline. Par ailleurs, bien qu'elle ait choisi notre séminaire, les préoccupations initiales de Françoise ne sont pas formulées de façon spécifique à l'enseignement des mathématiques, mais plutôt comme des questions pédagogiques classiques. Cette première formulation constitue pour nous son premier problème que nous noterons P1.

7 Évolution des problèmes que se pose Françoise au cours de l'année

Au cours du premier séminaire la grille est présentée. Elle est ensuite utilisée pour analyser, selon les trois temps décrits précédemment, un atelier réalisé dans une classe de PS qui présente des limites en particulier du point de vue de la validation et la consigne porte à la fois sur la couleur et sur le nombre, ce qui n'aide pas à savoir quel savoir est visé. S'agissant du premier séminaire, la vidéo n'est pas recueillie dans la classe d'un des étudiants du groupe. Le groupe est ensuite invité à effectuer l'analyse a priori d'une ressource qui présente de bonnes potentialités adidactiques (Perrin-Glorian et Hersant, 2003). Ces deux situations concernent l'apprentissage du nombre en PS et permettent, en particulier, un travail explicite sur la validation, au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) : on parle de validation quand la situation renvoie à l'élève des informations qu'il peut comprendre et qui lui permettent de savoir si la réponse qu'il a proposée est correcte ou pas. Les possibilités de validation sont souvent associées à l'explicitation de critères de réussite dans la consigne.

Pour le second séminaire, Françoise rapporte des productions de ses élèves (mais pas de vidéo) issues d'un atelier. Elle soumet ces éléments à l'analyse car elle estime que sa préparation était insuffisante. Françoise a demandé à ses élèves de découper des rectangles dessinés sur une feuille puis de les « classer

du plus grand au plus petit » et de les coller (dans l'ordre). Les élèves n'ont pas compris le sens du mot « classer » pour la plupart et se sont contentés de coller les rectangles, les uns à côté des autres sans vraiment les comparer du point de vue de leur « hauteur » comme l'attendait Françoise. Le travail réalisé en séminaire permet d'interroger les savoirs visés (que signifie « classer des rectangles du petit au plus grand »? que peuvent apprendre les élèves avec cette situation ?), de questionner le fait que la situation corresponde à un problème pour les élèves, de revenir sur l'importance de la validation et la formulation de critères de réussite dans la consigne et de poser aussi la nécessité d'avoir un milieu contraignant (Hersant, 2010), c'est-à-dire un milieu qui contraint l'élève à construire / utiliser les savoirs visés. En effet, dans cette situation, l'élève qui a collé les rectangles les uns à côté des autres peut avoir l'impression d'avoir répondu à la consigne sans qu'il ait pour autant travailler sur la comparaison de longueurs.

Le troisième séminaire permet de revenir encore sur ces éléments, avec l'analyse d'une situation réalisée dans une classe de PS et dans laquelle le savoir en jeu n'est pas clair, la validation n'est pas possible et les élèves jouent rapidement avec le matériel mis à disposition.

La première visite de stage se situe à l'issue de ces 3 séminaires, la séance observée porte sur la construction du nombre. Les échanges que nous avons avec Françoise en amont de cette visite (envoi de sa fiche de préparation et précision sur ses choix) montrent que son questionnement évolue et commence à s'inscrire dans un cadre didactique : il s'agit alors pour elle de proposer à ses élèves des situations « autovalidantes » comme elle le mentionne dans un mail (problème 2). Sa fiche de préparation et la présentation qu'elle fait de la situation choisie (mail qui accompagne l'envoi de la fiche de préparation) montrent que, relativement, à ce problème, certaines conditions pour le choix d'une situation dans une ressource se mettent en place : la consigne donne des critères de réussite, la situation permet la validation, le matériel proposé contraint l'usage / la production des connaissances visées, chaque élève doit pouvoir avoir une activité mathématique, l'enseignant ne donne pas la procédure pour réussir. Françoise a choisi une situation qu'elle juge pertinente dans une ressource. Ainsi des éléments issus des premiers séminaires, en lien direct avec la grille (voir annexe), semblent fournir à Françoise des données et des conditions pour élaborer une solution à son nouveau problème.

La réalisation de la situation dans la classe ne se passe pas comme Françoise le prévoyait ; il s'avère en effet que pour produire la bonne solution les élèves contournent certaines contraintes posées dans la consigne, ce qu'elle résume en disant qu'ils « trichent ». Cela génère chez Françoise un nouveau problème (problème 3) : comment faire pour que les élèves fassent effectivement des mathématiques, « ne trichent pas » ? La réalisation de cette séance et l'analyse qui en est faite lors de l'entretien montrent que pour construire ce nouveau problème Françoise retient en particulier de cette réalisation certains éléments empiriques (données du problème dans le CAP). Elle accède alors à trois nouvelles données du problème : aimer les mathématiques ne suffit pas pour les enseigner et les faire apprendre ; le goût de la recherche d'un problème n'est pas « inné » ; l'existence de potentialités adidactiques ne garantit pas que les élèves vont accepter leur réponse comme erronée. Cela la conduit à identifier certaines conditions pour que les élèves fassent des mathématiques, en lien avec le travail réalisé dans le séminaire et pour son bilan intermédiaire de janvier : il s'agit avant tout de « se poser des questions sur ce qui ne fonctionne pas » écrit-elle ; ensuite il faut que l'enseignant modère l'enjeu pour les élèves (il ne s'agit pas de gagner ou de perdre mais d'apprendre) et qu'il soit plus ferme sur le respect des contraintes posées ; enfin, il faut installer une attitude d'élève-chercheur, ce que l'on peut formuler dans les termes de la théorie des situations didactiques comme un entretien de la dévolution et plus largement la mise en place d'un contrat didactique favorable à la recherche. Dans l'évolution de son questionnement, entre le problème 2 et le problème 3 que nous reconstruisons, le cadre reste didactique mais il semble se préciser : dans le problème 2 Françoise est centrée sur les propriétés de la situation, dans le problème 3 elle accorde aussi beaucoup d'importance au rôle de l'enseignant.

Dans la suite de l'année, les séminaires permettent, sur des sujets variés, de mettre en évidence la nécessité de questionner finement les savoirs. Ils amènent aussi à interroger la possibilité de ne mettre en place que des situations-problèmes (Douady, 1986) au regard de la nature des savoirs à enseigner et des contraintes de temps. Le processus d'institutionnalisation est ainsi mis au travail.

De son côté, comme elle le relate dans son mémoire et lors de sa soutenance, Françoise continue de mettre en place des situations dont elle juge qu'elles ont des propriétés didactiques pertinentes mais elle n'est pas satisfaite des apprentissages des élèves. Cela l'amène à formuler un autre problème : comment faire pour que tous les élèves apprennent ? (problème 4) Ce nouveau problème la conduit à interroger les savoirs. Elle identifie alors que, contrairement à ce qu'elle pensait en tant qu'élève qui n'a pas eu de difficulté en mathématiques, « tout s'enseigne », c'est-à-dire qu'il ne faut pas supposer que les élèves vont savoir sans qu'on y consacre un temps explicite certains savoirs qui peuvent sembler évidents. Cela la conduit à se forcer à « être au clair » avec les savoirs, à anticiper la façon dont elle va les formuler et les institutionnaliser. Elle porte par ailleurs comme une condition d'apprentissage la nécessité de tenir compte des connaissances anciennes des élèves et identifie alors mieux le rôle des évaluations diagnostiques. À travers la construction de ce dernier problème, il apparaît que Françoise donne de l'épaisseur au cadre didactique qui organise désormais son activité d'enseignement des mathématiques : ce cadre comprend désormais les propriétés didactiques de la situation, l'enseignant, l'élève et le savoir.

CONCLUSION

Ainsi cette étude de cas, dont nous n'avons présenté que les grands traits, met en évidence la dynamique des problèmes construits par Françoise au cours de l'année et les grandes étapes du développement de son regard didactique : partant d'un problème professionnel non didactique, Françoise, construit plusieurs problèmes de l'ordre du didactique, jusqu'à finalement circonscrire la question en prenant en compte à la fois les savoirs, les élèves, le professeur et les propriétés didactiques des situations. Dans les termes de CAP, nous pouvons dire qu'il y a une évolution du registre explicatif, du cadre, dans lequel Françoise construit son questionnement professionnel sur les apprentissages mathématiques des élèves et le rôle de l'enseignant, en lien avec différents événements de problématisation (Doussot, Hersant, Orange-Ravachol, 2013).

L'appropriation, dans le cadre du séminaire, d'outils d'analyses préalables, a priori et a posteriori apparait comme une condition de la dynamique de problématisation observée dans la mesure où cela permet à Françoise d'identifier des données et des conditions pour la construction de problèmes de plus en plus didactiques et pour envisager des solutions à chacun d'eux. La construction d'un regard didactique nous semble ainsi étroitement lié au développement d'une capacité d'analyse des séances réalisées outillée par la grille. D'autres études de cas, plus fines et sur des PES qui ont un rapport aux mathématiques différent, restent toutefois à mener pour mieux comprendre les conditions et les possibilités du développement de ce regard didactique chez tous les PE.

BIBLIOGRAPHIE

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Vrin.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Butlen, D., Masselot, P., & Pezard, M. (2003). De l'analyse de pratiques effectives de professeurs des écoles débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation. *Recherche et formation*, *44*, 45-61.

Butlen, D., Charles-Pézard, M., & Masselot, P. (2011). *Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des milieux défavorisés : Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique*. Le travail enseignant au XXIème siècle, Ifé. http://www.inrp.fr/archives/colloques/travail-enseignant/contrib/70.htm

Butlen, D., Charles-Pézard, M., & Masselot, P. (2016). Apprentissage et inégalités au primaire : Le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire. *Grand N*, *97*, 74-77.

Butlen, D., & Masselot, P. (2019). Enjeux et modalités de formation pour les professeurs des écoles en didactique des mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *19*(2), 91-106. https://doi.org/10.1007/s42330-019-00048-8

Coulange, L. (2011). Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. In *La construction des inégalités scolaires* (J.-Y. Rochex et J. Crinon, p. 33-44). Presses Universitaires de Rennes.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.

Doussot, S., Hersant, M., & Orange-Ravachol, D. (2013). Événements de problématisation et dynamiques de problématisation. *10è colloque du Réseau Probléma,* Bruxelles.

Fabre, M., & Orange, C. (1997). Construction des problèmes et franchissements d'obstacles. *ASTER*, 24, 37-57.

Hersant, M. (2010). *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir : De l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations didactiques*. Note de synthèse des travaux, habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes. https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01777604/document

Hersant, M. (2020). Pratiques de débutants en mathématiques en maternelle : Matérialité des situations et chronologie. *Revue française de pédagogie*, *n° 208*(3), 17-30.

Hersant, M. (à paraître). Usages et apports du cadre de la problématisation à la didactique des mathématiques. In *Le cadre de l'apprentissage par problématisation. Apports aux recherches en didactiques*. (Doussot S., Hersant M., Lhoste Y., Orange-Ravachol D.). Presses universitaires de Rennes.

Hersant, M. (2021). L'usage du CAP en didactique des mathématiques : Quels apports possibles ? In *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2020* (A. Chesnais, H. Sabra).

Laparra, M., & Margolinas, C. (2011a). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* (J-Y. Rochex et J. Crinon, p. 19-32). Presses Universitaires de Rennes.

Laparra, M., & Margolinas, C. (2011). Quand les maîtres contribuent à leur insu à renforcer les difficultés des élèves. In *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* (PUR, J.-Y. Rochex, J. Crinon PUR, p. 111-131). Presses Universitaires de Rennes.

Perrin-Glorian, M. J., & Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(2), 217-276.

Rochex, J.-Y., Crinon, J. (2011). *La construction des inégalités scolaires : Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.

ANNEXE : GRILLE D'ANALYSE

Analyser l'activité mathématique des élèves avec un regard didactique

M. HERSANT - M2 EPD - INSPÉ Académie de Nantes

D'un point de vue didactique, les apprentissages mathématiques des élèves dépendent de leur activité en classe.

Cette activité dépend de conditions liées au problème posé (au regard des connaissances des élèves, du matériel mis à disposition et d'autres variables didactiques) et de l'activité de l'enseignant.

L'activité de l'enseignant correspond à la fois à son activité lors de la préparation de la séance (identification des savoirs en jeux, choix de situations et anticipation de son discours) et à son activité au moment de la séance (adaptation de la situation,..). C'est pourquoi, nous distinguerons trois aspects de l'analyse didactique de situations.

Une analyse préalable de la situation

- Quel savoir est visé ? (qu'est-ce que mes élèves doivent savoir à la fin de la séance et qu'ils ne savaient pas avant ?)
- La situation proposée dans la ressource / que j'envisage permet-elle cet apprentissage ? Quelles conditions crée t-elle pour cela ?
- Si les conditions ne semblent pas réunies quelles modifications peut-on apporter à la situation ?

Une analyse a priori de la situation réalisée (analyse de l'activité possible de(s) élève(s) au regard du problème posé et du savoir visé).

- Quel problème les élèves ont-ils à résoudre ?
- Quelles procédures peuvent-ils utiliser pour cela ?
- Quelles connaissances sont nécessaires pour résoudre ce problème ? Ces connaissances sont-elles nouvelles ou anciennes pour les élèves ?
- Les élèves peuvent-ils facilement imaginer une solution au problème ? Peuvent-ils facilement tester une procédure, faire des essais ?
- La solution / procédure pour résoudre le pb mobilise t-elle la connaissance visée ? Les élèves peuvent-ils produire la solution sans mobiliser la connaissance visée ? La connaissance visée correspond t-elle à la façon la plus efficace de résoudre le pb ?
- Les élèves peuvent-ils se rendre compte par eux-mêmes de la validité de leur solution ? une intervention de P est elle nécessaire ?

Une analyse a posteriori de la séance réalisée

- L'activité des élèves est-elle celle attendue ? Est-ce qu'ils résolvent le pb souhaité ? En cas de différence, quelle peut être l'origine de cette différence ?
- Y'a t-il effectivement validation de l'action des élèves ?
- Quel est le rôle de l'enseignant au cours de la résolution du pb : guidage, aide, évaluation ... en quoi ces interventions modifient-elles l'activité des élèves ?
- Quelles sont les actions de l'enseignant relatives au processus d'institutionnalisation ?

Conclusion de l'analyse

- De quelle(s) condition(s) résulte l'activité de l'élève ?
- À l'avenir, est-il souhaitable de modifier la situation ? en quoi ? et pourquoi ?

Cette grille d'analyse s'appuie sur des référents théoriques (la théorie des situations didactiques de Brousseau et la dialectique outil-objet de Douady) qui repose sur deux hypothèses d'apprentissage : une hypothèse d'apprentissage par adaptation et une hypothèse d'apprentissage par acculturation. Elle pourra être précisée au cours de l'année.

PRESENTATION D'UN JEU COOPERATIF DESTINE A FAMILIARISER LES ELEVES DE CYCLE 3 AUX CALCULS AVEC DES NOMBRES DECIMAUX

Serge LAGET
CPC-EPS Isle sur la Sorgue (84)
serge.laget@gmail.com

Résumé
Ce jeu, libre de droit et conçu à partir de fichiers informatiques modifiables, permet de pratiquer de nombreux calculs avec des nombres décimaux de façon attractive et coopérative.
Il est adaptable à tous types d'élèves de cycle 3. Dans le cadre des formations « liaison écoles-collège », une version a été développée pour être utilisée spécifiquement par les professeurs de mathématiques du collège.
Son intérêt en formation réside précisément dans son adaptabilité. Le principe du jeu est extrêmement simple et donc accessible à tous les élèves mais de nombreuses variables didactiques permettent de l'adapter aux différents niveaux de compétences des élèves. Cette flexibilité est particulièrement primordiale dans un contexte éducatif où la différenciation pédagogique est au cœur des prescriptions institutionnelles.
La communication s'est déroulée en deux temps : un premier temps de présentation du jeu (matériel, règles, intérêts pédagogiques) et un deuxième temps d'analyse des intérêts de ce jeu au regard des apprentissages des élèves et au regard de la formation continue des enseignants.
La deuxième partie est encore en cours développement puisque ce jeu est actuellement l'objet d'une recherche-action du groupe 1er degré de l'IREM de Marseille.

La communication a été conçue en trois parties :
- une présentation du jeu ;
- une analyse de ses intérêts au regard des apprentissages des élèves ;
- une analyse de ses intérêts au regard de la formation continue des enseignants.

I - PRESENTATION DU JEU

Décima cards est un jeu de coopération où tous les joueur-euse-s joignent leurs efforts pour gagner une majorité de cartes comportant des nombres cibles. Les cartes utilisées et les règles proposées sont propices à la différenciation pédagogique et permettent de contribuer à la construction des apprentissages dans la durée. Du point de vue des interactions entre élèves, son utilisation optimale se situe au cours de parties de trois à cinq élèves.

1 Règles principales en mode coopératif

Matériel

Le jeu est composé uniquement de cartes, de 2 types différents ;

- des cartes avec les nombres cibles (ce sont les cartes que les élèves doivent essayer de gagner).

- des paquets de cartes pour chaque joueur (appelés decks) qui vont leur permettre, en les additionnant, de tenter d'atteindre la valeur du nombre cible (chacun-e a ses propres cartes mais tous les decks sont équivalents).

But du jeu

Dans les jeux de coopération, il n'y a pas un-e gagnant-e et des perdant-e-s, le groupe gagne ou perd collectivement.

Le groupe gagne s'il a réussi à gagner plus de cartes cibles qu'il n'en a perdues. Comme le nombre de cartes cibles est impair, il y a forcément une issue à la partie.



Figure 1. Une partie à 4 joueurs (vert, gris, rouge, bleu) avec le talon des nombres cibles (or)

Mise en place

Chaque joueur-euse prend un lot de cartes de la même couleur, les mélange, les place en formant une pioche de cartes faces cachées ; puis en pioche trois aléatoirement. Les cartes cibles sont placées en talon, faces cachées, au centre de la table.

Déroulement du jeu

Celle ou celui qui commence (tiré-e au sort) retourne la première carte de la pioche comportant les nombres cibles puis joue une de ses propres cartes.

Dès qu'une carte est jouée, elle ne peut plus être reprise en main. Avant de poser sa carte, l'élève peut discuter avec ses camarades (particulièrement avec celui ou celle qui va jouer après lui) autant qu'il le souhaite : *« est-ce que ça t'arrange si je joue 0,2 ? », « je peux mettre une carte pour compléter les dixièmes ; est-ce que tu as l'unité qui manque ? »,* etc. Toute discussion est autorisée, par contre il est absolument interdit de montrer ses cartes aux autres. Une fois sa carte posée, l'élève pioche immédiatement une carte de son talon pour avoir de nouveau 3 cartes en main.

C'est ensuite à sa voisine ou son voisin de gauche de jouer et on continue jusqu'à ce que la valeur du nombre-cible soit atteinte ou déplacée (on ne peut pas passer et il faut donc jouer une carte à son tour, quelles qu'en soient les conséquences...).

Si la somme des cartes jouées atteint précisément la valeur du nombre cible. La carte cible est alors gagnée par le collectif. Si la somme des cartes jouées dépasse la valeur du nombre cible, la carte est perdue et écartée du jeu.

Quelle que soit l'issue, le joueur suivant retourne la carte du sommet de la pioche comportant les nombres cibles et la partie continue.

Précisions importantes :

- Les élèves peuvent discuter autant qu'ils le souhaitent mais ils ne peuvent en aucun cas se montrer leur main de cartes et en aucun cas revenir en arrière et reprendre une carte en main.

- Le tour de jeu se poursuit toujours de façon linéaire quel que soit le nombre de cartes nécessaires pour atteindre le nombre cible, c'est cela qui garantit que tout le monde arrivera à épuisement de son deck de cartes au même moment en fin de partie.

Fin de la partie

La partie s'arrête lorsqu'il n'y a plus de carte cible à gagner ou lorsque les élèves ont épuisé leur deck.

Si une majorité de cartes cibles a été gagnée, le groupe remporte collectivement la partie. Dans le cas contraire, le groupe assume collectivement la défaite.

Lorsque les élèves deviennent aguerri-e-s, ils ou elles tentent de battre des records de plus en plus prestigieux ; le challenge ultime consistant à gagner toutes les cartes cibles sans en perdre aucune.

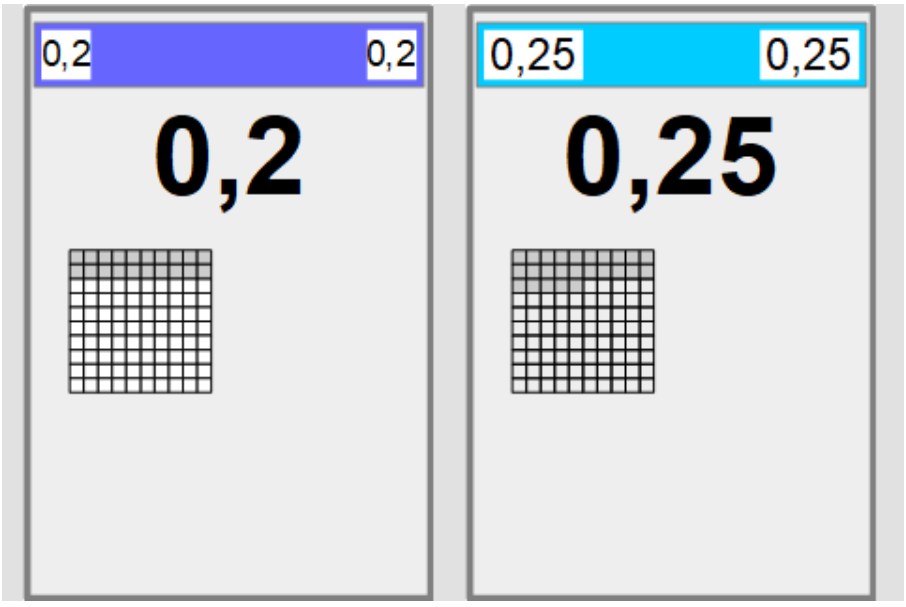
Remarque :
Il est conseillé d'utiliser des protèges-cartes avec des dos de couleurs différentes, une pour chaque deck et une pour les cartes cibles. Cela facilite la mise en place des parties, le tri des cartes en fin de partie et permet également à l'enseignant-e d'analyser une situation lors des temps de mémoire de jeu où l'on revient sur les stratégies utilisées par les élèves (possibilité d'identifier rapidement qui a joué quelle carte, grâce à la couleur).

2 Variables permettant d'adapter le jeu aux objectifs visés et aux publics ciblés

Les nombres utilisés

- On peut utiliser, pour les nombres cbles et/ou pour les nombres des cartes des decks, des nombres avec une partie décimale non nulle limitée aux dixièmes ou étendue jusqu'aux centièmes.
- On peut choisir des nombres cibles plus petits qui demanderont moins de cartes pour atteindre leurs valeurs ou à contrario des nombres cibles plus grands qui demanderont une véritable stratégie dans la gestion des cartes nécessaires pour atteindre leurs valeurs.
- On peut choisir de limiter la partie décimale des nombres à certaines valeurs dans le but de simplifier les calculs (ex : 0 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75 seront les seules parties décimales utilisées).
- Le nombre de zéro dans le deck est un facteur influant sur la difficulté de jeu. En effet le zéro est une sorte de « joker » puisqu'il permet de jouer une carte sans modifier la somme déjà réalisée et donc de permettre de se sortir de situations où sans cela on aurait été contraint de dépasser la valeur du nombre cible.

La représentation des nombres utilisés



- On peut faciliter l'accès aux nombres en joignant à leur écriture mathématique une représentation géométrique pour peu qu'elle soit utilisée par ailleurs en classe (ex : 0,2 sera

représentée par 2 lignes colorées dans un carré de 10x10 et 0,25 par 2 lignes colorées + cinq cases colorées de la 3e ligne).

La main de cartes

La taille de la main de cartes (le nombre de cartes visibles simultanément par un joueur) impacte l'effet aléatoire du tirage. Avec une main d'une seule carte l'élève n'aurait aucun choix et le jeu perdrait tout intérêt. Avec une dizaine de cartes, il n'y aurait aucune prégnance du tirage et l'atteinte du nombre cible serait quasi-systématique. Avec un nombre optimal qui se situe entre 3 et 5 cartes, la contrainte est suffisamment forte pour exiger une gestion stratégique de sa main de cartes avec de grandes chances de pouvoir atteindre le nombre cible en s'organisant collectivement.

NB : le jeu est prévu pour fonctionner avec une main de carte cachée (nécessité de communiquer), toutefois pour des premières parties ou pour des parties explicatives destinées à des élèves en difficulté, il est possible de jouer cartes sur table et ainsi de visualiser la séquence de cartes à jouer pour parvenir au nombre cible.

Les conditions de victoire

- On peut augmenter ou diminuer le nombre des cartes cibles à atteindre et le nombre des cartes constitutives des decks. Plus ces nombres sont grands, plus la durée de la partie s'allonge et plus la gestion stratégique de la main de cartes devient ardue.
- On peut varier l'écart entre la somme des nombres cibles à atteindre et la somme des cartes des decks de tou-te-s les élèves. Si l'écart est nul, la difficulté sera plus grande car le moindre dépassement pour atteindre un nombre cible entraînera forcément un manque en fin de partie pour totaliser le dernier nombre cible.
- Le score à atteindre pour gagner peut être variable :
    - dans un premier temps, on considérera que la partie est gagnée dès que les élèves ont réussi à obtenir plus de cartes cibles qu'ils n'en ont perdues
    - dans un deuxième temps, l'enseignant pourra demander de réaliser une victoire plus nette, en demandant par exemple de réussir à obtenir 9 cartes cibles sur 13 possibles, pour arriver enfin avec les élèves les plus expert-e-s, au challenge ultime qui consiste à gagner toutes les cartes cibles, sans en perdre une seule.

Ce deuxième temps est particulièrement intéressant puisqu'il permet de conserver tous les avantages du mode coopératif tout en créant une saine émulation pour

- se dépasser soi-même (le même groupe d'élèves cherchera, lorsqu'il rejoue une partie, à réaliser un meilleur score que la fois précédente) ;
- réaliser une performance exceptionnelle en battant le record de la classe

Variante en mode compétitif

On joue chacun pour soi et celui qui, à la fin de la partie, a le moins de cartes, a gagné.
Attention, dans cette variante toutes les cartes ramassées sont comptabilisées, les cartes comportant les nombres cibles comme les cartes des joueur-euse-s.
On ramasse les cartes lorsque l'on est contraint de dépasser le nombre à atteindre.
Si on égalise le nombre cible, les cartes restent en place et on pioche une nouvelle carte objectif.
Celui ou celle qui dépassera, ramassera alors toutes les cartes jouées, y compris celles du nombre cible précédent (pour lequel l'égalité a été réalisée).
La façon de jouer change donc radicalement : chaque élève cherchant à s'approcher le plus possible du nombre sans le dépasser, ni même l'égaliser pour que l'élève qui joue ensuite soit contraint-e de dépasser et ramasse le tas de cartes jouées.
NB : Il faudrait prévoir une procédure de changement de sens du tour de jeu (par exemple : lorsqu'un zéro est joué) car en l'état il peut y avoir des situations d'iniquité entre élèves : jouer juste après un-e élève « expert-e » s'avérera pénalisant pour gagner par rapport au fait de jouer après un-e élève « débutant-e » qui aura tendance à laisser de grands écarts pour atteindre la carte cible...

II - ANALYSE AU REGARD DES APPRENTISSAGES DES ELEVES

Le jeu a fait l'objet d'expérimentations dans des classes. Il a été présenté aux enseignant-e-s dans des contextes différents : en animations pédagogiques dans le cadre du plan de formation de circonscription et également en liaisons écoles-collège dans le cadre des journées de formation prévues à cet effet.

1. Intérêts du jeu

Tâche motivante

La maîtrise des nombres décimaux est sans doute un des points les plus délicats (et les plus redoutés par les élèves) dans les programmes de cycle 3. L'aborder au travers d'un jeu constitue un levier important pour les élèves en difficulté en mathématiques.

Utiliser un support d'apprentissages ludique influe sur le ressenti des élèves. Les calculs avec les nombres décimaux n'en deviennent pas moins complexes, en revanche la pratique de ces calculs dans cet espace de manipulation qu'est le jeu, sans regard institutionnel évaluatif et en collaboration avec ses camarades, dédramatise les erreurs (de calcul ?) ou faux pas (erreur de stratégie ?) éventuels.

Tâche riche en interactions entre élèves

L'aspect coopératif (tous les joueurs s'entraident pour gagner ensemble « contre » le jeu) s'inscrit complètement dans l'esprit des nouveaux programmes où, au-delà de la simple notion de vivre ensemble, on vise à développer le « apprendre ensemble ».

La spécificité de ce jeu réside dans le fait que, si les échanges verbaux sont autorisés, la main de carte de chaque élève reste cachée. La coopération a donc lieu sans que des phénomènes de leadership viennent déposséder certain-e-s élèves de leur part de décisions. On coopère certes mais chacun-e reste maître de ses choix et l'action de chaque membre du groupe est nécessaire pour gagner ensemble.

But de la tâche accessible mais stratégies complexes

La simplicité des règles place ce jeu à la portée de tous les élèves, alors même que la richesse des stratégies à développer pour gagner, en fait un support d'apprentissage privilégié :

- atteindre le nombre cible en constituant une somme de cartes jouées tour à tour par chacun des joueurs est facilement compréhensible par tous les élèves

- gérer sa main de carte et la communication avec les autres joueurs pour optimiser la somme réalisée, nécessite une fine compréhension des propriétés des nombres décimaux

Matériel modulable

La sobriété du matériel (un simple jeu d'une soixantaine de cartes) permet de proposer le jeu en plusieurs versions de difficultés croissantes. Cette flexibilité est particulièrement primordiale dans un contexte éducatif où la différenciation pédagogique est au cœur des prescriptions institutionnelles.

Entraînement aux calculs

Le jeu en général peut être utilisé dans différentes phases d'apprentissages : il peut servir à aborder une notion, il peut aider à générer des apprentissages en créant des situations de manipulation propices à une analyse génératrice d'abstraction. Il peut également produire une quantité d'actions permettant l'utilisation des savoirs en construction pour les consolider et en éprouver tous les aspects dans des situations autres que les situations scolaires où ils ont émergé.

C'est dans cette dernière fonction que le jeu Décima cards s'est révélé le plus efficace lors des expérimentations.

2. Modalités de mises en œuvre

Le jeu peut être utilisé selon trois modalités différentes :

En classe entière, avec tous les élèves qui jouent à Décima cards

Cette modalité permet à l'enseignant-e de mettre l'accent sur l'analyse et l'émergence des éléments constitutifs des stratégies efficientes

- les élèves sont par groupe de 3 à 5 et chaque groupe utilise un jeu ;
- l'enseignant-e donne les consignes à l'ensemble de la classe ;
- il ou elle se déplace dans les groupes pendant l'activité et peut donc aider les élèves en difficulté ;
- il ou elle organise des temps de bilan collectif
  - pour éclaircir des points de règles,
  - pour expliciter des éléments de stratégie utilisés par les élèves.

Au sein de cette modalité, deux fonctionnements sont souhaitables alternativement

- constitution de groupes homogènes selon le niveau de maîtrise des élèves et utilisation de jeux différents (niveaux croissants de difficulté) ;
- constitution de groupes hétérogènes pour favoriser les interactions entre élèves et permettre aux élèves en difficulté de bénéficier de l'aide des élèves les plus performants (exploitation de l'aspect coopératif du jeu).

En classe entière, avec un groupe d'élèves qui jouent à Décima cards

Cette modalité permet en général de répondre à l'hétérogénéité des élèves :

- pour les plus performant-e-s qui peuvent pratiquer le jeu à son niveau de challenge maximum en autonomie pendant que les autres élèves bénéficient d'une séance de remédiation avec l'enseignant-e ;
- pour les plus en difficulté qui bénéficient alors de la présence de l'enseignant-e pendant que les autres élèves sont sur des exercices d'application ou des problèmes qui s'avéreraient encore trop difficiles pour eux.

Au cours des activités pédagogiques complémentaires

Décima cards se prête particulièrement bien à ce dispositif puisque :

- il permet un traitement ciblé d'une notion délicate du programme (perçue comme difficile pour une majorité d'élèves) ;
- au travers d'un média ressenti en général positivement par les élèves : le jeu ; pour lequel il est plus facile d'obtenir l'attention des élèves sur ces temps scolaires situés après le temps de classe commun.

3. Différents temps de travail

En référence aux travaux de Claire Winder & Pierre Eysseric (38ème colloque COPIRELEM – 2011) à propos des différents temps nécessaires à la transformation de l'objet jeu en dispositif d'apprentissages et en référence aux travaux de Marie-Line Gardes & Marie-Caroline Croset (Formation des référents mathématiques – 2018) à propos du passage de la manipulation à la verbalisation puis à l'abstraction, la mise en place de l'expérimentation dans les classes s'est faite en respectant ces trois temps distincts dans les séances d'apprentissage.

Les temps de jeu

Ils sont fondamentaux pour les élèves car ils constituent l'espace de manipulation qui servira de matériaux à l'analyse et la réflexion. Ils doivent être courts car les situations de jeux sont génératrices d'excitation, mais fréquents car ce sont les allers-retours réflexifs entre le faire, le dire et le réfléchir sur le faire qui sont porteurs de savoirs.

L'enseignant-e ne doit pas y conseiller les élèves (cela empêche la réflexion de l'élève sous-jacente à l'action) mais simplement rappeler certains points de règles si nécessaire. Elle ou il circule d'îlot en îlot, observe les situations intéressantes (discussions entre élèves, choix stratégiques effectués, etc.) dont il ou elle garde une trace (lors des expérimentations, l'utilisation de tablettes a été privilégiée).

Ce faisant, elle ou il organise et planifie les exemples qui sont repris en groupe classe pour que la phase d'échanges et de réflexion soit la plus riche possible. Ce sont ces exemples qui alimenteront les temps de mémoire de jeu.

L'expérimentation a montré que lors de ces temps de jeu, le plus difficile pour les enseignant-e-s est de résister à la tentation de conseiller les élèves sur la carte la plus opportune à jouer.

Les temps de mémoire de jeu

Ce sont les temps les plus décisifs dans le processus d'apprentissages car, dans le plus pur respect de la zone proximale de développement mise en lumière par Vygotski, l'enseignant-e doit amener la réflexion des élèves sur les points importants encore à construire, mais suffisamment proches du niveau de maîtrise des élèves pour qu'ils leurs soient accessibles.

La qualité de l'observation pendant les temps de jeu a un impact important sur la qualité de la réflexion collective conduite ensuite. L'expérimentation a montré que lors de ces temps de mémoire de jeu, les enseignant-e-s doivent particulièrement veiller à objectiver la réflexion grâce à l'analyse des cas concrets vécus pendant les temps de jeu et à ne pas influencer celle des élèves en voulant trop vite parvenir à une stratégie experte.

Les temps d'exercices de jeu

Ces temps correspondent à ce qui se rapproche le plus des traditionnels exercices d'application. Ils permettent à l'enseignant-e de vérifier les acquis de chaque élève. Un exemple d'exercice de jeu qui a fréquemment été utilisé pendant l'expérimentation : l'enseignant-e fixe un nombre cible à atteindre et un certain nombre de cartes pour se faire avec la consigne « *il faut atteindre exactement la valeur du nombre cible en utilisant le moins de cartes possibles* » ou encore « *trouve le plus grand nombre de solutions possibles pour atteindre le nombre cible en utilisant tout ou partie des cartes proposées* ».

4. Quelques exemples de discussions menées lors de l'expérimentation

A propos de la gestion des calculs

L'un des intérêts du jeu est de contraindre les élèves à d'incessants calculs. En effet, après chaque carte jouée, les élèves doivent calculer la nouvelle somme de cartes jouées (addition) puis l'écart avec le nombre cible (soustraction) pour estimer la valeur qui reste à poser et ainsi planifier les prochaines cartes qui seront jouées.

Devant cette contrainte, certains groupes ont élaboré des stratégies pour faciliter ces calculs. Certains ont par exemple regroupé les cartes représentant plusieurs dixièmes en une pile dont le total fait exactement une unité (ex: 0,2; 0,5; 0,3). D'autres ont préféré "éliminer" en priorité la partie décimale du nombre cible (ex: pour atteindre 6,2; le groupe a cherché à réaliser 0,2 ou 1,2).

Dans toutes les propositions mises en œuvre, c'est la discussion a posteriori qui a permis d'établir la validité des méthodes de calcul employées. Les élèves ont rapidement établi qu'aucune méthode n'est infaillible et qu'il convient de privilégier telle ou telle méthode suivant la situation rencontrée (ex: le nombre cible peut-il être atteint en deux ou trois cartes? ou au contraire faudra-t-il bon nombre de cartes? et donc dans ce deuxième cas, la priorité devient: s'approcher de la valeur à atteindre en utilisant le moins de cartes possibles).

A propos de la gestion de la main de cartes

Lors de l'expérimentation, les enseignant-e-s ont fréquemment soumis à l'analyse du groupe classe, des situations où un-e élève avait été amené-e à dépasser la valeur du nombre cible. Dans certains cas, les élèves ont identifié des problèmes dans l'oralisation des nombres, dans d'autre cas des erreurs de calcul mental dans la prévisualisation des cartes à jouer.

Parfois c'est la gestion de la main de cartes qui a été questionnée. En effet, dans bien des cas, l'élève qui a généré le dépassement, l'a fait car il ou elle n'avait que des cartes de forte valeur en main. La notion de gestion de la main de cartes est donc apparue comme un élément déterminant pour gagner. Cela a donné lieu à un certain nombre de préconisations quant au choix de la carte à jouer lorsque c'est son tour :

- éviter de garder des doublons (carte de même valeur),

- éviter de se retrouver avec uniquement des cartes de fortes valeurs ou à l'inverse de faibles valeurs (moins grave car pas de risque de dépassement mais peu efficace dans l'approche du nombre cible)

- n'utiliser le zéro qu'en cas de nécessité absolue (il représente une garantie de non-dépassement)

III - ANALYSE AU REGARD DE LA FORMATION CONTINUE DES ENSEIGNANT-E-S

1. Les freins dans la formation continue des enseignant-e-s du premier degré

Les obstacles à surmonter pour assurer une formation efficace sont de natures différentes et dépendent des personnes formées. Néanmoins certains obstacles sont récurrents :

- le sentiment d'incompétence : la personne formée ne croit pas en sa propre éducabilité et estime le chemin à parcourir au-delà de ses capacités (problématique de l'estime de soi) ;
- le manque d'adhésion aux contenus proposés : la personne formée pense qu'elle exerce son métier de façon déjà très efficace et que les contenus proposés ne sont que le fruit d'une énième « lubie » institutionnelle ;
- l'absence d'implication dans le processus formatif : la personne formée subit la formation plutôt qu'elle ne la vit ; elle est présente physiquement mais son esprit est ailleurs et elle attend passivement la fin de la séance.

2. Intérêts du jeu dans un dispositif de formation

Un outil perçu comme attrayant pour une majorité de collègues

Il y a plusieurs raisons objectives à l'évolution de cette perception.

En premier lieu, depuis quelques années, la France est devenue le premier marché pour les jeux de société et jeux de cartes en Europe. Avec plus de 1 000 nouveautés par an, le secteur croît à un rythme annuel d'environ 15 % depuis plus de quinze ans. A titre indicatif, il a pesé 578 millions d'euros en 2019. Cela représente 27,8 millions de boîtes vendues sur l'année. Le jeu a le vent en poupe et le corps enseignant n'échappe pas à cet engouement.

En second lieu, la place du jeu dans les programmes officiels n'a cessé de croître ces dernières années. Cantonné longtemps à l'école maternelle, le jeu apparaît aujourd'hui comme un outil d'apprentissage privilégié du cycle 1 au cycle 3.

Enfin, les temps de pratique lors des formations confèrent au jeu un ressenti positif.

Un outil évolutif qui nécessite un travail didactique

Le jeu en lui-même, en tant qu'objet culturel, ne suffit pas à générer des apprentissages de façon systématique. Il nécessite un accompagnement didactique important qui contribue grandement au processus de formation des enseignant-e-s.

Avec Décima cards, les enseignant-e-s doivent fabriquer leurs propres jeux, choisir les valeurs des cartes utilisées et donc réfléchir en amont aux obstacles épistémologiques inhérents à la compréhension des nombres décimaux et à la pratique des calculs qui en découlent.

Un outil qui implique un changement de posture de l'enseignant-e

Lors de l'expérimentation, lorsque j'ai interrogé les collègues sur les intérêts à l'utilisation de ce jeu non pas pour leurs élèves mais pour eux, en termes de développement professionnel, c'est ce point qui est ressorti majoritairement. Travailler à partir d'un jeu, c'est accepter de laisser des temps de pratique aux élèves sans les orienter vers la « bonne » réponse, observer de façon efficace leurs comportements et ensuite organiser la réflexion collective pour qu'émergent les savoirs attendus.

Un outil qui inscrit nécessairement les apprentissages dans le long terme

Le travail à partir d'un jeu se fait en plusieurs étapes :

- Une phase d'appropriation des mécanismes du jeu pendant laquelle les élèves élucident tous les problèmes de compréhension des règles. Sa durée peut être variable en fonction des élèves mais elle est incontournable.

Ex : « A qui est-ce de jouer lorsque l'on vient de remporter une carte cible ? », « Faut-il que chaque élève ait joué une carte pour pouvoir remporter la carte cible ? »

- Une phase d'expérimentations pendant laquelle les élèves testent des façons différentes de jouer et où des stratégies commencent à émerger. L'élève passe de « Ai-je le droit de jouer cette carte » à « est-ce judicieux de jouer cette carte ».

Lors des temps de mémoire de jeu, il est fréquemment arrivé que des élèves soient amenés à s'expliquer sur le choix de la carte qui avait été finalement jouée alors que plusieurs autres cartes étaient possibles.

Ex : « j'ai joué ma plus petite carte car j'ai cru comprendre que l'élève suivant-e n'avait pas de cartes de faible valeur et donc je craignais qu'il ou elle ne soit contraint de dépasser », « je n'ai pas joué ma plus petite carte car c'est la seule que j'ai et je ne voulais pas prendre le risque de me retrouver avec seulement des cartes de forte valeur »

- Une phase de maîtrise lors de laquelle les élèves optimisent leurs façons de jouer et commencent à percevoir des principes d'actions efficaces, à anticiper leurs coups sur du plus long terme. A partir de cette phase on peut véritablement parler de mise en place de stratégies et donc de maîtrise du jeu.
- Une phase de création où les élèves fabriquent eux-mêmes leurs propres jeux en fixant les valeurs des cartes, en introduisant de nouvelles contraintes, en inventant de nouvelles façons de calculer le score. Cette phase est extrêmement intéressante et c'est sans doute le niveau de maîtrise ultime que d'être capable de « démonter » un jeu et de le reconstruire à sa convenance.

Lors de l'expérimentation, seuls les enseignant-e-s les plus chevronné-e-s avec les gestes professionnels les plus assurés, ont osé s'aventurer jusqu'à cette dernière phase.

Ex : dans une classe, un groupe d'élèves a proposé une variante « contrat » où après chaque tirage de la carte cible, le groupe doit annoncer en combien de coups il va tenter d'atteindre le nombre cible. Si la prédiction s'avère exacte, elle apporte un bonus de points pour la victoire.

Un outil qui dynamise le travail en équipe

Lors de l'expérimentation les enseignant-e-s de cycle 3 d'une même école, se sont en général engagées ensemble dans le projet. Avec le recul, ils ou elles ont trouvé des points d'intérêt à ce fonctionnement en équipe :

- la mutualisation des ressources : le matériel fabriqué a été mis en commun et a pu servir dans sa totalité à chaque classe car les temps de travail étaient programmés sur des plages horaires différentes. Cela a parfois donné des productions intéressantes comme par exemple un jeu géant permettant de montrer une situation au tableau, ou encore des batteries d'exercices à propos du jeu.
- Des décloisonnements avec l'ensemble des élèves du cycle : chaque enseignant-e prenant un groupe d'élèves en fonction d'un travail précis avec des élèves ciblés et ce, soit dans une logique d'homogénéité en rassemblant des élèves d'un même niveau de ressources, soit dans une logique d'hétérogénéité afin que les élèves soient confrontés à d'autres façons de communiquer et de jouer.

BIBLIOGRAPHIE

Eysseric, P., Masselot, P. et Winder., C. (2011). 38ème colloque COPIRELEM - Dijon. De l'analyse mathématique de jeux traditionnels à la conception de situations d'apprentissage pour l'école primaire.

Gardes, M.-L. et Croset. M.-C. (2018). Formation des référents mathématiques. Manipuler, verbaliser, extraire dans l'enseignement des mathématiques - Éclairages didactiques et cognitifs.

Vygotski, L., (1934) Pensée et langage.

ANNEXE :

Fichiers en open office pour fabriquer le jeu

Les documents utiles à la description du jeu et à sa fabrication sont disponibles sur demande à l'auteur et seront bientôt diffusés par l'IREM de Marseille.

Matériel pour 4 joueurs avec des dixièmes :

11 cartes avec un nombre décimal à réaliser :

1,2 ; 1,4 ; 1,9 ; 2,3 ; 2,4 ; 2,7 ; 3,1 ; 3,6 ; 4,8 ; 5,2 ; 7,5

13 cartes par joueur représentant des nombres décimaux :

0 ; 0,1 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ; 4

Matériel pour 5 joueurs avec des dixièmes :

13 cartes avec un nombre décimal à réaliser :

1,2 ; 1,4 ; 1,9 ; 2,3 ; 2,4 ; 2,7 ; 3,1 ; 3,6 ; 4,8 ; 5,2 ; 6,1 ; 7,5 ; 8,3

13 cartes par joueur représentant des nombres décimaux :

0 ; 0,1 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ; 4

Matériel pour 4 joueurs avec des centièmes :

11 cartes avec un nombre décimal à réaliser :

0,12 ; 0,26 ; 0,33 ; 0,41 ; 0,64 ; 0,79 ; 0,87 ; 0,98 ; 1 ; 1,03 ; 1,21

13 cartes par joueur représentant des nombres décimaux :

0 ; 0,01 ; 0,01 ; 0,02 ; 0,02 ; 0,03 ; 0,05 ; 0,1 ; 0,15 ; 0,2 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75

Matériel pour 5 joueurs avec des centièmes :

13 cartes avec un nombre décimal à réaliser :

0,12 ; 0,26 ; 0,33 ; 0,41 ; 0,55 ; 0,64 ; 0,79 ; 0,87 ; 0,98 ; 1 ; 1,03 ; 1,21 ; 1,5

13 cartes par joueur représentant des nombres décimaux :

0 ; 0,01 ; 0,01 ; 0,02 ; 0,02 ; 0,03 ; 0,05 ; 0,1 ; 0,15 ; 0,2 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75

FORMER A L'ENSEIGNEMENT DES MATHS EN PRIMAIRE SANS TABLE NI CHAISE AVEC LEARN-O

Arnaud SIMARD
Maitre de Conférences, INSPE de l'Université de Franche-Comté
Laboratoire de Mathématiques de Besançon, UFR-EDUC
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Crédits photos : Thierry Blondeau, Arnaud Simard.

Résumé

L'acronyme Learn-O synthétise le concept que nous développons. Le « L » désigne « ludique », le « E » désigne « éducatif », le « A » autonome, le « R » réflexif, le « N » désigne « neuro ergonomique », le « O » désigne « ouvert » et cet acronyme cache le mot anglais « to learn » qui signifie apprendre. Chacun de ces termes sera commenté dans la première partie de cet article pour décrire le plus précisément possible le concept. Dans une seconde partie, nous nous intéresserons aux savoirs didactiques et pédagogiques sous-jacents qui peuvent être développés en formation initiale ou continue d'enseignants par l'utilisation homologique du concept Learn-O. En dernière partie, nous expliciterons une expérience basée sur la création de cartes de jeu Learn-O par des classes de cycle 3 dans une école.

I - DESCRIPTIF DU CONCEPT

1 Le dispositif matériel

Le dispositif nécessite un espace suffisamment grand pour que l'ensemble des élèves participant puissent se déplacer (en marchant ou en courant) en même temps (cour d'école, terrain de sport… ou tout autre surface). Le matériel utilisé est conséquent : de 10 à 26 balises électroniques fixées sur des cônes de chantier parfaitement identifiables et plusieurs ordinateurs (2 au minimum). La disposition des balises (fig. 1) dépend de l'activité proposée.



Fig. 1 : Exemple d'implantation Learn-O

Chaque balise électronique (fig. 2) possède son propre identifiant informatique. L'élève possède un « doigt électronique » (fig. 2) qui lui permet de biper les balises qu'il choisit. Le doigt enregistre l'identifiant ainsi que l'ordre des balises bipées. L'architecture des cônes sur le terrain est un environnement collectif et

collaboratif, le doigt électronique permet un usage individuel de cet espace dans le but de réaliser des tâches personnelles.



Fig. 2 : Doigt électronique et balise électronique Sportident

La plupart des activités proposées se présentent sous la forme de petites cartes à jouer (format CB). L'élève choisit une carte de jeu dans la « boite à pioche » (Fig 3 : le choix est une variable importante pour l'élève, nous le verrons dans la suite de l'article). Cette carte contient des informations qu'il faut croiser avec la répartition des balises dans l'espace de jeu pour réaliser un parcours en bipant de manière consécutive sur les balises. La validation se fait via un ordinateur qui valide si le parcours réalisé est correct ou non (écran vert « c'est juste », écran rouge « il y a une erreur »).



Fig. 3 : Boite à pioche et exemple de cartes de jeu

Toutes les activités Learn-O proposées sont fondées sur le déplacement du corps dans l'espace et peuvent être reliées à la lecture/compréhension ou à la création d'un plan. La mémorisation, la localisation et le repérage sont au cœur de chacune des activités mais il relève de l'enseignant de le rendre explicite ou de le laisser implicite.

2 L'acronyme Learn-O

2.1 L pour Ludique

« Le jeu est le moyen naturel d'apprendre » (Aberkane, 2017). La force du jeu est de maximiser l'attention et la persévérance des élèves pendant un temps le plus long possible. L'énergie que les élèves déploient à jouer (que le jeu soit statique ou dynamique) et leur capacité à s'engager pleinement dans un rôle qu'ils ont imaginé sont le moteur de Learn-O. Les activités Learn-O gagnent donc à se dérouler dans l'espace de jeu qu'est la cour de l'école, cet espace appartient aux élèves et les règles de Learn-O sont les mêmes que celles de la cour d'école : « on peut se défouler, seul ou à plusieurs, on fait attention aux autres et à soi ».
L'entrée dans l'activité est rapide (consigne réduite à l'essentiel), simple (très en dessous du niveau supposé des élèves) et doit mettre tous les élèves en réussite, ce qui est un gage d'enrôlement. L'erreur

n'est pas vécue comme une faute mais comme une étape vers la réussite (les élèves s'empressent de recommencer lors d'une erreur : développement de la persévérance et de l'autonomie).

De nombreuses publications dans des domaines variés (didactique des maths, psychologie cognitive, philosophie…) s'intéressent au jeu et plus particulièrement au jeu dans le cadre de l'apprentissage en école (Pelay, 2011, Haye, 2019). Il est également intéressant de regarder comment la place du « jeu » pour travailler les mathématiques évolue dans les programmes de l'éducation nationale française et sa prépondérance dans le « plan mathématique » (Villani, 2018).

2.2 E pour Éducatif

Toutes les cartes de jeu et toutes les activités sans carte ont pour objectif une ou plusieurs compétences scolaires liées aux programmes de l'école (cycle 1-2-3-4). Que cette compétence soit explicite (exemple : calcul mental) ou implicite (exemple : raisonnement), qu'elle soit mathématique (exemple : géométrie) ou d'une autre discipline (exemple : solfège), la compétence ciblée est l'outil qui va permettre la réussite ou la rapidité d'exécution du jeu.

Chaque activité proposée peut être réalisée de deux manières : soit en maximisant l'effort physique (exemple : courir de balise en balise à la recherche du bon indice), soit en maximisant l'effort mental (exemple en maternelle : pour biper sur la balise 23 dans la frise numérique l'élève peut se rendre dans la zone « des grands nombres » au lieu de regarder tour à tour chaque balise, voir fig. 6). Tout l'intérêt pour l'apprentissage de notions disciplinaires (exemple : les mathématiques) réside dans la bascule « effort physique » vers « effort mental » et c'est là qu'intervient le travail sur les différentes variables didactiques du meneur de jeu Learn-O (exemple : au lieu d'avoir la carte de jeu à la main, la carte est fixée sur un mur éloigné du maillage de balises. L'élève comprend qu'il ne peut pas prendre la carte à la main, il peut faire des allers-retours, ce qui est couteux en effort physique ou alors mémoriser les résultats et enchainer les bips ce qui est nettement moins couteux en effort physique mais beaucoup plus en effort intellectuel).

Une activité Learn-O peut être l'occasion de consolider un apprentissage (exemple : calcul mental) ou d'introduire une notion (exemples : frise numérique en maternelle ou parallélisme en cycle 3).

2.3 A pour Autonome

Dès le plus jeune âge (Très Petite Section : âge 28-36 mois), les élèves deviennent autonomes sur le système en quelques minutes. L'absence de consigne complexe orale ou écrite, l'attrait pour les nouvelles technologies (doigts électroniques / balises / ordinateurs) couplés à la liberté que procure le jeu grandeur nature dans un espace dédié rendent l'activité Learn-O suffisamment attractive pour que l'élève s'engage de manière autonome en voulant comprendre et réussir.

L'ordinateur a plusieurs rôles dans une activité Learn-O mais son principal usage est de rendre l'élève responsable de son évaluation. En effet, lorsqu'une carte de jeu est réalisée par un élève, celui-ci valide son travail sur un ordinateur. Le logiciel est construit de telle manière que l'ordinateur peut « dire » à l'élève si le parcours qu'il a réalisé est juste (écran vert) ou faux (écran rouge) (Fig. 4). L'élève se retrouve donc face à lui-même sans compte à rendre à l'adulte et sans pression face aux autres élèves. Il décide seul de la suite à donner à cette information évaluative. Dans le cas d'une erreur, il peut passer outre la rétroaction et s'engager dans une nouvelle tâche (ou refaire la même) mais il peut aussi choisir de comprendre par lui-même son (ou ses) erreur(s). Dans ce dernier cas, plusieurs informations lui sont proposées à l'écran ce qui lui permet d'identifier son erreur et de la corriger.



Fig. 4 : Feedback de l'ordinateur. Écran vert (à droite), l'animal est correct. Écran rouge (à gauche) le corps de l'animal n'est pas le bon, l'erreur se situe sur le calcul correspondant au corps (voir fig.7).

2.4 R pour Réflexif

Le paragraphe montre l'autonomie de l'élève dans son rapport à l'évaluation ainsi que la possibilité qu'il lui est offerte de réfléchir sur son erreur potentielle afin de la corriger.

Pour certains jeux éducatifs proposés, par exemple « reproduction de formes géométriques en géoplan immersif », l'ordinateur ne valide pas. Il affiche uniquement la forme réalisée par l'élève. La validation appartient donc à l'élève par confrontation entre la forme à réaliser (qu'il tient en main) et la forme affichée sur l'écran.

Le retour d'information instantané permet à l'élève de construire l'évaluation de son action et ainsi d'anticiper les effets de ses prochaines actions. Il construit ainsi sa propre réflexivité.

2.5 N pour Numérique ou Neuro-ergonomique

Le Numérique intervient dans le concept Learn-O en tant qu'outil. Les doigts électroniques, les balises et les ordinateurs permettent une individualisation des niveaux de jeu et une rétroaction instantanée. En outre, l'aspect innovant lié à l'utilisation de matériel électronique en extérieur a un impact motivationnel important sur les élèves (voir annexes 1 et 2).

La Neuro-ergonomie est l'application des théories et des outils des neurosciences à l'ergonomie. Elle mobilise des connaissances dans deux domaines : les neurosciences cognitives, par l'étude des processus cognitifs et neuronaux, et les facteurs humains qui permettent l'adaptation des technologies aux capacités et limitations humaines afin que l'utilisateur puisse travailler efficacement. La neuro-ergonomie permet ainsi de concevoir des produits adaptés au fonctionnement cognitif humain (https://fr.wikipedia.org/wiki/Neuroergonomie). Quatre points clefs de neuro-ergonomie fondent le concept Learn-O :

- les barrières d'entrée et de sortie dans une activité (qui permettent d'imager l'implication de l'élève) ;
- la mignonitude (qui permet d'accaparer l'attention et le temps des élèves) ;
- l'utilisation des paramètres joie et plaisir pour maximiser l'apprentissage ;
- le recours au jeu et à l'amour de l'activité pour maximiser la persévérance.

Nous consacrons un paragraphe sur la neuro ergonomie dans la suite de cet article.

2.6 O pour Ouvert

Le caractère Ouvert de Learn-O se décode par la volonté de rendre les enseignants et les élèves autonomes jusque dans la construction de leurs propres cartes de jeux. Le site www.learn-o.com propose un générateur de cartes qui permet d'importer les visuels choisis par l'utilisateur et ainsi de créer ses cartes

de jeux en quelques clics. Les enseignants peuvent créer des jeux spécifiques et les élèves peuvent également s'en emparer pour développer des jeux pour eux-mêmes ou leurs camarades. C'est principalement cette possibilité offerte par le concept Learn-O que nous exemplifierons dans un dispositif de formation en partie 3.

II - LES CADRES THEORIQUES SOUS JACENTS POUR LA FORMATION

Dans cette partie, nous explicitons les cadres théoriques sous-jacents au concept Learn-O, ces cadres sont nombreux, riches et variés (voire controversés). L'utilisation du concept Learn-O en formation initiale ou continue des enseignants permet de « concrétiser » certains concepts théoriques et ainsi de les rendre pleinement visuels et utilisables. La modalité de formation s'inspire clairement de l'homologie : le public étudiant ou enseignant est placé (dans un premier temps) en position élève puis (dans un second temps) en position d'enseignant ou d'élève enseignant (Mangiante *et al.* 2019). Les allers-retours entre ces deux positions sont entrecoupés de moments de mise en commun pour décortiquer les aspects mathématiques, didactiques et pédagogiques des situations vécues.

1 La Théorie des Situations Didactiques

G. Brousseau a identifié et théorisé des concepts de la didactique des mathématiques qui permettent d'analyser une séance dédiée à l'apprentissage de notions mathématiques avec des élèves. Parmi les concepts importants de la TSD, nous focalisons notre attention sur les notions de :

- variables didactiques : dans une tâche d'apprentissage, les variables didactiques sont des paramètres qui, lorsqu'on agit sur eux, provoquent des adaptations, des régulations et des changements de stratégie (ou changement de procédures) ;

- milieu didactique : il s'agit de la partie de la situation d'enseignement avec laquelle l'élève est mis en interaction. Il est défini par des aspects matériels (instruments, documents, organisation spatiale, etc.) et la dimension sémiotique associée (que faire avec, pourquoi faire avec, comment faire avec...). La résolution de la tâche et l'apprentissage qui en résulte dépend de la richesse du milieu didactique dans lequel sont placés les élèves.

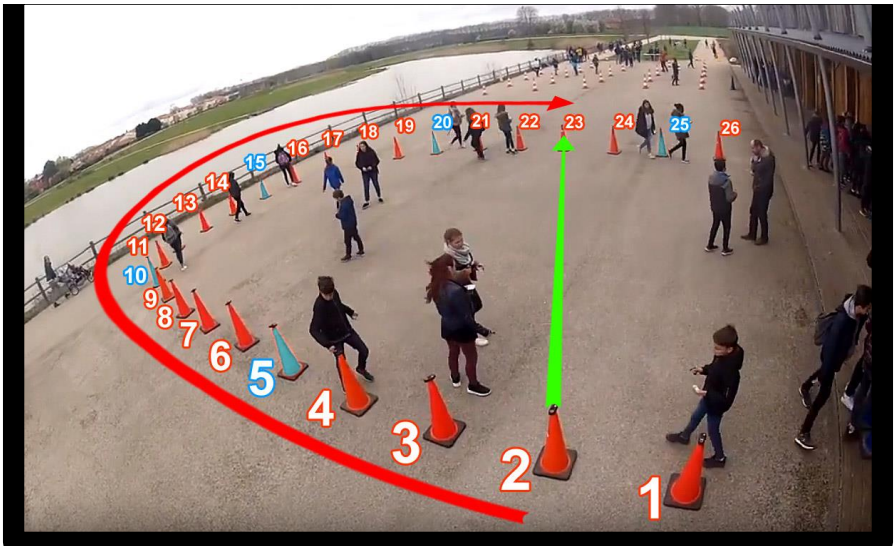


Fig. 5 : Variable et milieu didactique

Dans ce paragraphe, chaque phrase soulignée est un choix concernant une valeur de variable didactique, choix dont nous expliquerons la pertinence. Dans la configuration en arc de cercle, visible sur la figure 6,

les balises sont placées dans l'ordre numérique de 1 à 26. Les cônes sont tous semblables (orange) sauf les multiples de 5 (bleu). Les nombres ne sont pas visibles de loin, il faut être à proximité immédiate du cône pour voir le nombre qu'il recèle écrit en chiffre. Un élève de maternelle qui ne connait pas encore la comptine numérique jusqu'à 26 à qui l'on soumet la carte ci-dessous (fig. 7) pourra chercher les nombres par association en suivant physiquement la flèche rouge de la figure 6 (à chaque cône, il choisit : « je bipe / je ne bipe pas »). Plus sa connaissance des nombres s'affine et plus il raccourci ses trajets (s'il est à la balise 2 et qu'il doit se rendre à la balise 23 il se rendra directement vers la fin de la frise numérique au lieu de regarder cône par cône).

Explicitation des choix :

- la position en arc de cercle permet à l'élève de faire le lien avec les bandes numériques que l'on retrouve souvent en classe. Cette configuration permet à l'élève de choisir des courts-circuits clairs (exemple : passer de 2 à 23 en ligne droite) ;

- les balises sont numérotées dans l'ordre numérique pour que l'élève puisse anticiper son déplacement ;

- les multiples de 5 sont matérialisés par des cônes bleus pour inciter l'élève à prendre ces nombres pivots comme repères (nombres pivots utiles pour le calcul mental) ;

- Les nombres ne sont pas visibles de loin pour que l'élève soit obligé d'anticiper son déplacement en mentalisant la répartition des nombres.

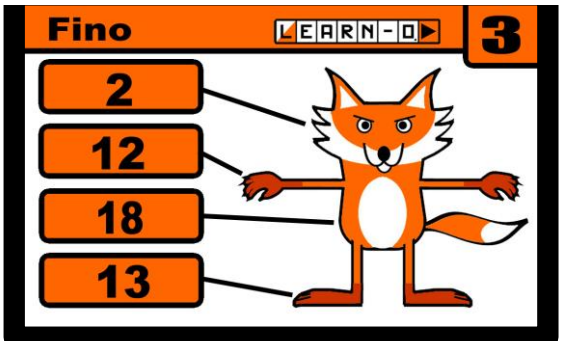


Fig. 6 : Exemple de carte niveau GS. L'élève doit retrouver les nombres de la carte sur les cônes. L'objectif est de le faire se déplacer dans la bande numérique en essayant d'optimiser son trajet.

On peut également rendre invisible les nombres sur les cônes en ne laissant visibles que le 5-10-15-20-25 ce qui obligera l'élève à se repérer par rapport à ces nombres et à mentaliser des opérations (si l'élève doit se rendre à la balise 8, il peut se placer sur la balise 10 et faire deux pas vers la balise 5 ou se placer à la balise 5 et faire 3 pas vers la balise 10). La carte peut être mobile (dans la main de l'élève) ou fixe (scotchée à proximité ou éloignée du terrain de jeu) ce qui va induire des procédures de mémorisation plus ou moins importantes.

L'ordinateur et son retour d'information participe de la richesse du milieu (rétro-action). En effet, un élève confronté à la carte ci-dessous (fig. 8) réalise les différents calculs et bipe sur les résultats des calculs. Chaque calcul correspond à une partie de l'animal (fig. 8 : il faut biper sur la balise 4 pour faire apparaître la tête du hibou, la 17 pour ses ailes, 15 pour son corps, 6 pour ses pieds).

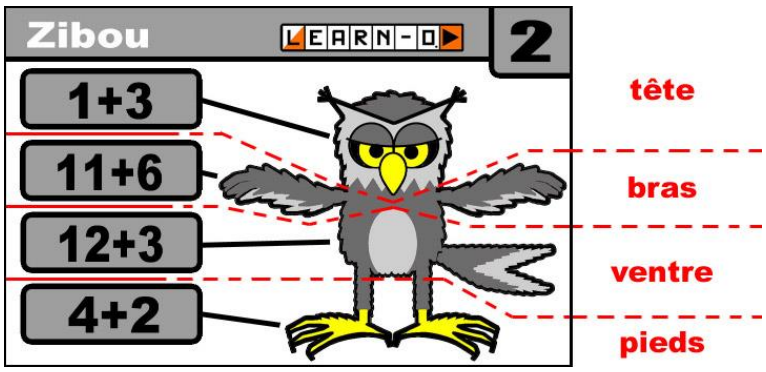


Fig. 7 : Exemple de carte « calcul additif »

Supposons que l'élève se trompe sur le calcul 12+3 (qui correspond au corps du hibou). Lors de sa validation à l'ordinateur le hibou réalisé n'aura pas le « bon ventre » (fig. 9). L'élève comprend qu'une erreur a été commise et sait où se situe son erreur (en comparant sa carte à l'écran de l'ordinateur). Il s'agit du calcul concernant le ventre du hibou. Il peut ainsi aller corriger son erreur.

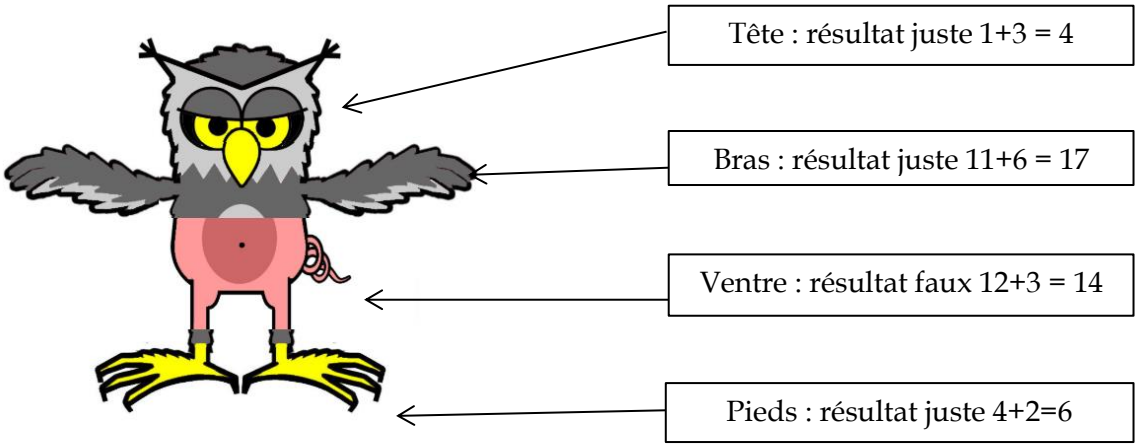


Fig. 8 : Exemple d'erreur

2 Les registres sémiotiques

Lors d'action de formation d'enseignant en utilisant Learn-O, nous pouvons initier aux registres sémiotiques. Duval (Duval 1995, 2005) appelle registre de représentation tout système sémiotique permettant d'accomplir les trois activités cognitives inhérentes, d'après lui, à toute représentation :

• « (...) constituer une trace ou un assemblage de traces perceptibles qui soient identifiables comme une représentation de quelque chose dans un système déterminé » ;

• « transformer les représentations par les seules règles propres au système de façon à obtenir d'autres représentations pouvant constituer un apport de connaissance par rapport aux représentations initiales » : c'est ce que Duval appelle le traitement ;

• « convertir les représentations produites dans un système en représentations d'un autre système, de telle façon que ces dernières permettent d'expliciter d'autres significations relatives à ce qui est représenté » : c'est ce que Duval appelle la conversion.

Il est maintenant reconnu qu'en phase d'apprentissage la conversion de registres joue un rôle essentiel dans la conceptualisation. Il est donc primordial de mettre les élèves en situation de pouvoir jouer sur différentes représentations des concepts dans des contextes variés. Forts de cette conviction, nous nous

évertuons à proposer aux élèves des représentations numériques et géométriques variées et surprenantes. Dans le cadre numérique, cela passe par une mise en acte du triple code de Dehaene et Cohen (représentation analogique, symbolique et auditive-verbale du nombre) (Dehaene & Cohen, 1998). Dans le cadre géométrique, nous travaillons avec les élèves à partir de différentes représentations sensitives et conceptuelles qui font appel à différents espaces de travail comme nous le détaillons dans le paragraphe suivant.

3 Les environnements géométriques et la médiation sémiotique

La notion d'environnement géométrique est intéressante à plus d'un titre. Par exemple, Petitfour (2015) met en lumière le gain des environnements de géométrie dynamique par rapport à l'environnement papier-crayon pour l'apprentissage de la géométrie des élèves dyspraxiques. Les membres de la COPIRELEM (Billy *et al.* 2017) interrogent l'apport de la programmation (SCRATCH) pour les apprentissages géométriques. Ce que nous proposons avec Learn-O est un environnement nouveau « géométrie immersive et collaborative » qui peut interagir avec les environnements existants (papier crayon / géométrie dynamique / programmation). L'environnement de géométrie immersive et collaborative génère des interactions entre pairs, des prises d'initiatives individuelles pour changer d'environnement, des écrits d'élèves pour garder la mémoire des travaux en cours, des discours entre élèves et des gestes explicatifs qui sont autant de signes porteurs de sens qui sont théorisés par Bartolini Bussi et Mariotti (2008) dans la médiation sémiotique. Enfin, cette géométrie met en relation les tailles micro, méso et macro-espace.



Fig. 9 : L'élève ci-dessous pilote un autre élève. Le parcours à réaliser est affiché à sa main droite, la communication orale et gestuelle est au centre de l'activité.

4 Neurosciences cognitives et cognition incarnée

Dehaene (Dehaene, 2018) identifie quatre piliers fondamentaux sur lesquels reposerait, selon lui, l'apprentissage : l'attention, l'engagement actif, le retour d'information immédiat et la consolidation. Bien entendu ces piliers trouvent leur sens lorsque l'on propose à l'élève un environnement pédagogique structuré qui engage son attention, sa volonté et sa curiosité.

Le premier de ces piliers est l'attention. Un élève qui choisit une tâche à réaliser suit une démarche qui le rend responsable et donc attentif à son action. C'est l'objectif de la boite à pioche utilisée dans les activités Learn-O : les cartes de jeux sont pêle-mêle toutes différentes. L'élève a tout loisir de trier et choisir la carte qui lui convient ou qui lui plait. Le rôle de l'intervenant Learn-O est de placer de nouvelles cartes de jeux dans la boite à pioche sans enlever celles qui s'y trouvent déjà. Le but de cette manœuvre est quadruple. En premier, il s'agit de mettre tous les élèves en réussite avec des cartes simples. Puis l'intervenant suscite la curiosité avec de nouvelles cartes de jeux dont les élèves s'emparent. Ensuite il emmène les élèves vers les cartes dont la thématique est l'objectif de la séance. Finalement, les cartes « simples » étant toujours

dans la boite à pioche, les élèves peuvent se remettre en confiance en les réalisant lorsqu'ils sont en échec sur des cartes trop difficiles. Capter l'attention de l'élève devrait être le premier objectif de l'enseignant. Aberkane (2017) schématise un acte d'enseignement comme étant une situation avec une barrière d'entrée et une barrière de sortie. La barrière d'entrée doit être la plus basse possible pour que l'élève puisse la franchir sans obstacle, il s'agit de rendre la situation attrayante, de mettre l'élève en réussite immédiate, de lui faire prendre conscience du bénéfice qu'il pourra tirer de cette situation (bénéfice qui peut être ludique, éducatif, émotionnel…). Une fois que l'élève est capté par la situation (dévolution), le but du jeu de l'enseignant est de rendre la barrière de sortie de l'activité la plus haute possible pour que l'élève ne veuille pas en sortir, il s'agit de rendre la situation suffisamment riche et pertinente et de la maintenir adaptée à l'attention de l'élève.

Le second pilier est l'engagement actif. Dehaene (2018) considère que l'engagement actif ne passe pas nécessairement par une activité physique ou manuelle, seul « ce qui se passe dans le cerveau de l'apprenant » est important. Pour réussir une tâche proposée avec Learn-O, un élève va devoir s'engager physiquement pour aller biper les bonnes balises. Mais l'engagement physique ne peut contribuer seul à la réussite de la tâche. Ainsi, nous supposons que l'engagement physique de l'élève dans la tâche va avoir un impact sur la volonté de résoudre la tâche et donc engager activement l'élève au sens de Dehaene. Là où le système traditionnel oblige l'élève à rester silencieux et assis sur une chaise devant une feuille pour chercher une solution (ou avec obligation de travailler en groupe), Learn-O propose une alternative basée sur le mouvement et sans obligation de communication avec les pairs (les élèves peuvent travailler seuls, en binômes ou en groupes). Selon S. Dehaene, « le rôle clé de l'engagement actif souligne à quel point il importe que l'enfant soit maximalement attentif, actif, prédictif : plus sa curiosité est grande, plus son apprentissage augmente. Pour maximiser la curiosité, il faut veiller à présenter à l'enfant des situations d'apprentissage qui ne soient ni trop faciles, ni trop difficiles : c'est le principe d'adaptation de l'enseignement au niveau de l'enfant ». Nous rapprochons la fin de cette citation de la notion de zone proximale de développement (Vygotski) qui est également l'un des principes fondateurs de Learn-O.

Le troisième pilier est le retour d'information immédiat. Dans la réalisation de la tâche, l'élève peut savoir rapidement si la direction qu'il a prise est bonne, il lui suffit de valider aux ordinateurs et analyser ses réponses. Selon S. Dehaene, « l'importance du retour d'information souligne le statut pédagogique de l'erreur : loin de constituer une faute ou une faiblesse, l'erreur est normale, inévitable même, en tout cas indispensable à l'apprentissage. Mieux vaut un enfant actif qui se trompe et apprend de ses erreurs, qu'un enfant passif en réussite et qui n'apprend rien ». Ce retour d'information non punitif, rendu immédiat par le numérique a également l'opportunité de rendre l'élève autonome. L'élève n'a pas besoin de l'adulte pour valider sa solution et peut ainsi s'autoévaluer. De plus, le caractère visuel attrayant et surprenant (type jeu vidéo) obtenu par les moyens informatiques (et le talent artistique du concepteur) ont non seulement un impact direct sur la motivation de l'élève mais également un impact sur son apprentissage. En effet, les travaux de Lisa Feigenson montrent que dès qu'un événement visuel inattendu suscite une réponse de surprise chez l'enfant cette surprise s'accompagne d'un apprentissage accru.

Le dernier pilier est la consolidation. La boite à pioche contient les cartes de jeux depuis le début du jeu, ainsi l'élève peut revenir sur des cartes déjà effectuées (ou des catégories de cartes) à tout moment. Ce retour permet de se remettre en confiance et permet également de consolider les notions sous-jacentes. L'élève peut faire plusieurs fois de suite la même carte ou le même type de carte sans se lasser (la vitesse de réalisation intervient ici comme gage de motivation).

Une branche de la psychologie cognitive étudie la nature sensori-motrice de la connaissance (i.e. le corps

est à l'origine du sens des apprentissages). Cette spécialité, connue sous le nom de cognition incarnée (Versace, 2018), part du principe que la connaissance est produite par l'interaction (sensibles et motrices) entre un corps et son environnement. Cette dimension de la cognition, très présente à l'école maternelle tend à disparaitre dès le cycle 2 et s'efface au collège. Même si la production de connaissances mathématiques ne peut pas se limiter à « jouer » avec des concepts mathématiques, nous privilégions une mise en situation initiale qui met le corps en action. Dans le paragraphe 2, nous faisons référence aux travaux de Duval (1995, 2005) pour justifier l'intérêt de travailler les concepts dans différents cadres et différentes représentations. Learn-O propose de visiter certains concepts mathématiques en mettant le corps en action ce qui peut participer à donner du sens aux apprentissages.

Des études en neurosciences cognitives (Diamond & Lee, 2011) ainsi qu'en psychologie (Mavilidi *et al.*, 2018) montrent que l'activité physique a une action bénéfique sur les fonctions exécutives en jeu dans l'apprentissage des mathématiques. Ces résultats confortent notre conviction d'un enrichissement à lier activité physique et mathématiques.

5 La neuro ergonomie

Dans la conférence « Love can do », Aberkane développe l'idée que l'amour de ce que l'on fait est la pierre angulaire de l'apprentissage efficace. Il décline cette idée pour justifier des méthodes basées sur l'apprentissage par le jeu. Nous retenons une de ses idées : la « mignonitude » (traduction du terme « cuteness »). Il s'agit, en quelque sorte, de montrer toute l'importance qu'il faut accorder à l'attrait visuel (et plus généralement aux attraits sensitifs) lors de l'apprentissage. Cependant, nous mettons en garde contre l'effet distracteur que pourrait produire l'excès de « mignonitude » (cet effet pourrait expliquer l'absence de recul de certains élèves sur un apprentissage sensé avoir eu lieu). Pour Learn-O, cette idée de mignonitude conditionne la conception de cartes de jeu. À chaque âge, cet aspect prend différentes formes. Pour les plus jeunes la mignonitude passe par des animaux « rigolos et mignons », pour les jeunes élèves des cycle 2 et 3 les monstres et les pirates ne laissent pas indifférents. Pour les plus grands, l'univers des jeux vidéo et l'utilisation du téléphone portable est une forme de mignonitude que nous mettons à profit pour aller chercher les élèves au centre de leurs intérêts. Dehaene (2018) va encore plus loin en disant que « …le simple fait de rire augmente la curiosité et maximise l'apprentissage ». Au-delà de simples croyances, ces théories font l'objet d'études très sérieuses en psychologie cognitive et en neurosciences cognitives.

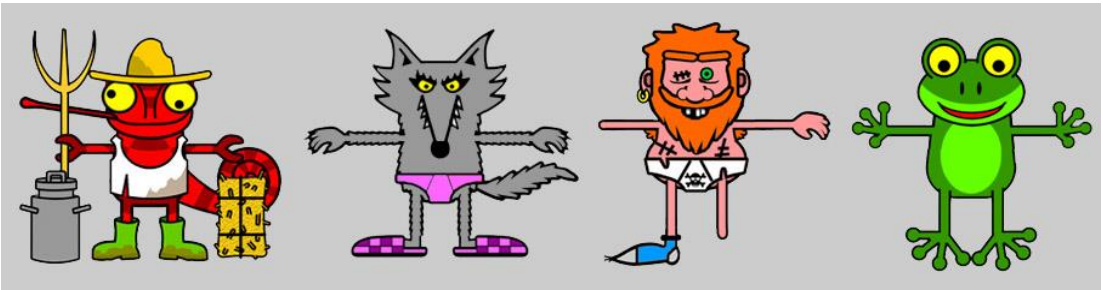


Fig. 10 : Mignonitude en acte, certains personnages de Learn-O

III - UNE EXPERIENCE AU LONG COURS EN ECOLE

L'expérience que nous allons relater dans cette partie s'est tenue pendant l'année scolaire 2020/2021 marquée, en particulier, par la crise sanitaire provoquée par la COVID-19. Cette situation a rendu l'expérimentation plus longue que prévue initialement (normalement étalée sur une période de 2 mois, l'expérience s'est finalement déroulée sur l'année scolaire d'octobre à mai).

1 L'expérimentation

Au sein d'une même école (Les Auxons, 25), 3 classes de cycle 2/3 se sont portées volontaires pour une expérimentation de création de jeu Learn-O. L'expérimentation a été présentée aux élèves de la manière suivante : « Vous allez découvrir le principe de fonctionnement de Learn-O. Ensuite, je vous proposerai, par classe, de créer des séries de cartes de jeu afin de jouer et de faire jouer les autres classes. Vous choisirez le thème que vous voulez traiter et la manière de le traiter. Votre enseignante sera là pour réguler les débats et entériner vos choix. Elle sera une aide à la conception mais elle ne sera pas le moteur de la création. Ce sera à vous de trouver une façon ludique d'intéresser les autres élèves au thème que vous aurez choisi. ».

Étape 1 : découverte du concept Learn-O pour les élèves

Étape 2 : en classe (1h) « comment construire ses propres cartes de jeu »

Étape 3 : choix d'un thème / choix de 10 visuels / choix des appariements

Étape 4 : choix des cartes et impressions

Étape 5 : découpage des cartes par les élèves

Étape 6 : séance Learn-O avec tous les élèves

Étape 7 : retour sur expérience avec élèves et enseignantes

L'étape 2 consistait spécifiquement à montrer comment se servir de l'onglet « générateur de cartes 10 balises » du site www.learn-o.com. Le principe est le suivant : il s'agit de choisir 10 photos (que nous appellerons « visuels » et qui seront accrochés aux cônes dans la cour). Ensuite, il s'agit de caractériser chacun de ces 10 visuels par un appariement univoque (un item de carte de jeu doit correspondre à un et un seul visuel).

L'étape 3 est laissée sous l'entière responsabilité des élèves avec leur enseignante. La classe de CE2 a choisi de travailler sur « les polygones », la classe de CM1 sur l'anglais et enfin la classe de CM2 sur les paysages du monde. Il est à noter que les thèmes abordés n'ont pas été que mathématiques et nous n'avons pas souhaité interférer dans ce choix. Le rôle de l'enseignante était de structurer les débats dans la classe et entériner les choix. Attention, l'enseignante devait interférer le moins possible dans les choix des élèves, elle devait juste s'assurer de la véracité (mathématiques en particulier) et la formulation des énoncés.

L'étape 4 a nécessité une intervention arbitraire du chercheur. En effet, chaque classe pouvait produire jusqu'à 200 cartes de jeu…et nous avons fait le choix de restreindre cette quantité à une centaine de cartes par classe. L'impression a été réalisée sur papier cartonné en couleur par planche de 4 cartes de jeux par feuille A4. Au lieu de massicoter ces cartes, nous avons fait le choix de donner les planches aux classes pour que les élèves, en étape 5, découpent eux-mêmes les nombreuses cartes de jeux (investissement personnel dans un travail pratique du groupe classe).

L'étape 7 s'est déroulée à partir d'un questionnaire enseignant et d'un questionnaire élève (voir annexe 3).

2 Les cartes de jeu réalisées

La classe de CE2 (enseignante : R.) a travaillé sur les polygones. Les élèves ont choisi 10 polygones et les ont personnalisés (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, rectangle, carré, losange, pentagone, hexagone, octogone, décagone) pour en faire les visuels accrochés aux cônes. Ce premier travail a été l'occasion pour les élèves de s'exercer au tracé précis de tous les polygones choisis (chaque élève a tracé et décoré les 10 polygones, puis la classe a choisi un représentant de chaque). Comme il est précisé dans le paragraphe précédent, la difficulté de la création de cartes consiste à caractériser de façon

univoque chaque visuel (en lien avec le concept mathématique sous-jacent). C'est ce qui rend la tâche de création de cartes intéressant d'un point de vue apprentissage mathématique.



Fig. 11 : Visuels réalisés par les CE2

Les cartes de jeu étaient de trois ordres. Des cartes représentant les polygones en version « fil de fer », des cartes avec les noms des polygones et enfin deux séries de cartes type « jeu du portrait » axées sur les propriétés géométriques caractéristiques des polygones. Ce sont ces deux dernières séries qui ont mobilisé les connaissances mathématiques des élèves concernant les polygones.

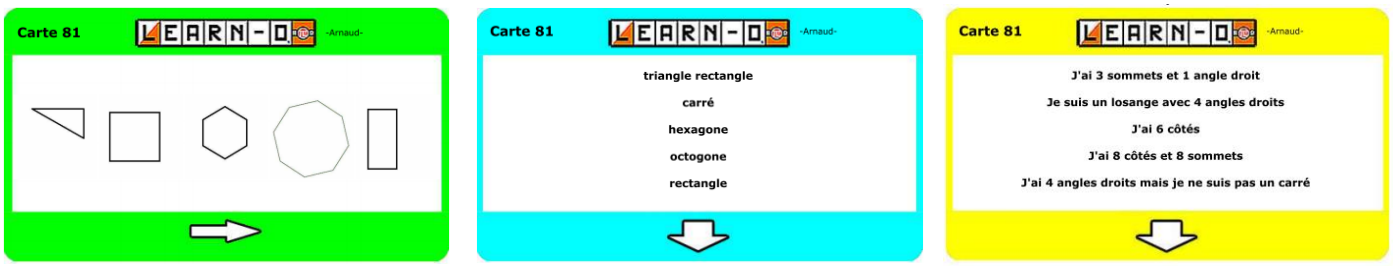


Fig. 12 : Exemple de cartes de jeu réalisées par les CE2

Les autres classes (CM1 et CM2, enseignante D. et K.) ont choisi de travailler sur des disciplines non mathématiques (langue anglaise et géographie). Nous ne relaterons pas leurs travaux dans cet article.

3 Retour sur expérience du point de vue enseignant

À l'issue de l'étape de jeu collectif où les élèves des différentes classes ont testé leur propre jeu et les jeux des deux autres classes des questionnaires (élèves et enseignantes) ont été proposés (voir annexe 3). Nous livrons ici les réponses des trois enseignantes aux questions posées.

Question 1 : Avez-vous eu des réticences à vous embarquer dans le projet ? Quelles étaient vos appréhensions et vos motivations ?

R. : *Je n'ai eu aucune réticence à entrer dans le projet, rassurée par les expériences Learn-O vécues au préalable Je n'avais aucune appréhension, j'avais au contraire une grande confiance et une grande motivation, envie de faire travailler les élèves en projet pendant cette période compliquée. Et envie de découvrir l'impact de ce projet sur mes élèves.*

D. : *De mon côté, aucune réticence à m'embarquer dans ce projet pour les motivations suivantes : confiance totale : support, objectifs, maitre du jeu, grand intérêt pédagogique : création d'un jeu pour en faire profiter les autres donc double motivation pour les enfants et surtout : ouverture des portes de la classe.*

K. : *Projet intéressant à mettre en place avec les élèves (très motivés).*

Conclusion : nous notons le grand besoin de confiance de la part des enseignantes qui désirent se lancer dans une expérimentation qui engage les élèves. Leur principale motivation est le travail effectif des élèves.

Question 2 : Ce travail s'est déroulé sur un temps long : octobre 2020 – mai 2021. Voyez-vous des inconvénients, des intérêts à ce « temps long » ?

R. : *Le fait d'allouer un temps long pour le projet a été intéressant, car j'ai pu faire un travail "spiralaire" sur une notion mathématique complexe.*

D. : *Une continuité sans coupure aurait été idéale car les enfants aiment enchainer les activités pour qu'elles gardent tout leur sens et pour ne pas amoindrir l'excitation et l'envie.*

K. : *Peut-être un peu long, mais ça ne pose pas de problème.*

Conclusion : le temps long est à considérer avec sérieux lors d'une expérimentation. L'expérience doit être suffisamment riche pour que les élèves restent motivés et que les enseignants puissent réinvestir les notions travaillées tout le long du déroulé.

Question 3 : Avez-vous appris quelque chose lors de cette expérience (sur votre pratique, sur la pratique de vos élèves, sur l'enseignement d'une discipline en particulier maths, langues, géographie …) ? Si oui…quoi ?

R. : *Cette expérience m'a confirmé que le travail en géométrie n'est pas facile avec de jeunes élèves. Il est notamment difficile de faire tracer des figures géométriques aux élèves qui manquent souvent de précision.*

D. : *L'apprentissage retenu de cette expérience est un constat inéluctable : apprendre et enseigner, ce n'est pas uniquement rester assis sur une chaise avec un crayon et un livre. L'enfant a besoin d'innover (nouveaux supports, situations variées, environnements divers) et d'être acteur pour s'approprier des notions, pour réinvestir des notions déjà acquises, pour se valoriser, se rassurer, se tromper sans dramatiser... etc... Cette activité ne remplace pas les apprentissages plus théoriques, systématiques, mais elle les complète parfaitement et elle place les enfants dans des situations engageantes, rassurantes et qui allient l'activité physique à l'activité cérébrale, prouvant que les deux sont compatibles et complémentaires.*

K. : *Recherche pendant les séances en classe, travail différent car plus ludique. Les élèves sont très investis car le projet les concerne directement.*

Conclusion : il serait intéressant de creuser la question 3 lors d'une séance avec les enseignantes pour décrire précisément leur rôle et le rôle qu'ont eu leurs élèves dans cette expérimentation. L'un des buts de cette expérimentation était de dégager des pistes de travail sur les pratiques professionnelles. D. n'avait, par exemple, jamais eu recours à l'enregistrement de piste audio pour faire parler les élèves. Elle a découvert la plus-value de cet artifice pour impliquer les élèves dans une diction la plus claire possible. K. semble quant à elle mettre l'accent sur le recours à la ludification et à la personnalisation des activités.

Question 4 : Que pensez-vous de la répercussion sur les élèves de cette expérience (en termes de motivation scolaire, de comportement, d'intérêt disciplinaire, de compréhension, d'apprentissage…) ?

R. : *C'est un projet très motivant pour les élèves, couronné par l'utilisation du jeu au final. Ils étaient ravis à l'idée que leurs copains des autres classes allaient découvrir leur jeu, mais surtout ils étaient très curieux de jouer avec les jeux fabriqués par leurs camarades des autres classes. J'ai eu le choix du thème à aborder*

dans la fabrication du jeu, j'ai choisi les polygones, ce qui m'a permis d'insister sur une notion mal acquise par mes élèves en début d'année. Lors de la conception du jeu, les noms et les caractéristiques des polygones étaient utilisés dans les conversations, de façon naturelle et redondante, ce qui a permis à tous les élèves de se familiariser de façon ludique avec cette notion difficile.

D. : *Créer le jeu pour soi et pour les copains. Ils étaient fiers d'avoir réalisé les cartes de A à Z et de les présenter dans un contexte vrai et concret, de jeu, en extérieur. Ils ont saisi l'engagement nécessaire pour mener à bien cette création originale, la complexité de chaque étape pour que l'ensemble soit cohérent, adapté à tous, accessible aux copains... Comportement : on capte l'intérêt et l'attention d'une belle majorité des élèves. Les plus faibles notamment car l'activité est perçue comme un jeu : tout est donc dédramatisé. Il est plus simple de se lancer et de se tromper dans un jeu que sur un cahier ou une fiche où l'erreur reste écrite, imprimée, indélébile. Les plus timides et introvertis peuvent aussi davantage s'engager, s'investir et participer avec leur corps pour ceux qui ne sont pas à l'aise avec le langage et la prise de parole devant en public : personne ne les regarde, ne les juge. Les plus à l'aise peuvent s'organiser en duo ou en trio ce qui leur permet d'échanger et de comparer leurs réponses, d'argumenter pour s'imposer, faire la course à la bonne réponse. Il reste toujours des élèves pour qui l'activité bloquera, qui choisiront des cartes qui sont trop dures pour eux, mais l'important est de les inciter à essayer quitte à se tromper et à recommencer. Chacun progresse à son propre rythme et choisit les cartes où il se sent à l'aise.*

K. : *Les élèves sont beaucoup plus motivés pour réussir. Ils se posent des questions, remettent en cause leur fonctionnement quand ils sont en échec mais pas du tout de la même manière qu'en classe. 100% positif pour les élèves et les enseignants : on se prend au jeu des recherches…une idée appelant une autre idée…*

Conclusion : la motivation des élèves concernant la conception du jeu est soulignée. L'intérêt propre à cette démarche est précisé mais, par contre, aucune des trois enseignantes ne parle de transfert de compétences dans la vie de classe de « tous les jours ». Peut-être faudrait-il creuser davantage ce point de vue en explicitant plus clairement ces attendus en début d'expérimentation.

4 Retour sur expérience du point de vue élève

Le questionnaire proposé aux 74 élèves se trouve en annexe 3.

A la question « As-tu aimé créer des cartes de jeu Learn-O », 100% des réponses sont positives. A la question « pourquoi » le nuage de mots ci-dessous montre l'importance accordée par les élèves au fait de « créer des cartes » (fabrication manuelle et intellectuelle) dans un cadre « amusant ».



Fig. 13 : Nuage de mots réponses à la question

Il est à noter que les élèves ont préféré jouer avec les cartes qu'ils ont créées par rapport à celles des autres classes.

Les deux dernières questions sont d'ordre métacognitif : « As-tu appris des choses pendant ces séances Learn-O ? » et « Peux-tu dire ce que tu as appris ? ». Sur 74 réponses, 50 ont répondu « oui » à la première question et 24 ont répondu « non ». Un tiers des élèves participants à cette expérimentation est persuadé de n'avoir rien appris. Bien entendu, les jeux développés par les classes ont abordé des sujets que la très grande majorité des élèves ne connaissait pas parfaitement. Pour autant beaucoup d'élèves affirment ne rien avoir appris. Les réactions à la seconde question sont difficiles à analyser. 24 élèves ne répondent pas (ce sont ceux qui ont répondu « non » à la première question). Les réponses rédigées sont hétéroclites. Une partie fait un focus sur une seule donnée « J'ai appris ce qu'était le Kilimandjaro », « J'ai appris le nom des volcans » et « J'ai appris comment dire un numéro de téléphone en anglais », « J'ai appris comment demander « Quelle est ta maitresse ? en anglais ». Le reste des réponses est évasif « J'ai appris les polygones », « J'ai appris des choses en anglais », « j'ai appris de l'anglais, de la géographie et même de la géométrie »… Le nuage de mot témoigne des réponses des élèves.



Fig. 14 : Nuage de mots réponses aux questions 6 et 7

Conclusion : ces deux ensembles de réponses semblent donner des limites à l'activité proposée. L'idée première est évidemment de faire acquérir des connaissances aux élèves. Pour que les élèves prennent conscience de ce qu'ils ont appris, il manque une analyse métacognitive structurée à l'issue de cette expérimentation. En effet, le transfert des connaissances entre le jeu (ou la création du jeu) et les connaissances disciplinaires acquises ne se fait pas naturellement et il convient d'être plus explicite avec les élèves. En particulier, il serait certainement profitable d'avoir une discussion autour des enjeux d'apprentissage avec les élèves en début de création de jeu et en fin de séquence de création (passer du jeu à la connaissance). L'aspect ludique a-t-il pris le dessus sur l'apprentissage ? Cette question mérite d'être posée et pourrait être investiguée. Nous pouvons également questionner le rôle de l'enseignante. Nous avons pris le parti de lui donner un rôle consultatif et de régulation pour laisser le plus de liberté aux élèves. Peut-être serait-il plus sage de lui donner un rôle plus conséquent en amont de la réalisation des cartes. Nous sommes partis des élèves pour construire les cartes, nous pourrions mener la même expérience en partant des enseignants et en se basant sur l'analyse a priori des difficultés qu'ils ont repérées concernant une notion particulière.

IV - CONCLUSION ET DISCUSSION

Cet article avait pour but de présenter le dispositif innovant Learn-O. Cet outil permet de développer des apprentissages chez les élèves mais également de réfléchir et faire réfléchir les enseignants et les futurs enseignants sur l'acte d'enseigner. En formation initiale nous pouvons ainsi discuter de notions mathématiques (Exemple : réfléchir sur les environnements géométriques) mais également introduire des concepts théoriques de didactique des mathématiques. En formation continue, nous pouvons induire un questionnement sur les pratiques pédagogiques et sur les conditions d'apprentissages des élèves. L'expérimentation présentée qui s'est déroulée au cours de l'année scolaire 2020-2021 a porté sur la création de cartes de jeux Learn-O par des élèves de classes de cycle 2 et 3 dans un même établissement scolaire. Les classes ont été totalement libres du choix du thème traité, des visuels utilisés ainsi que des appariements réalisés. Au-delà du ressenti très positif de cette expérience pour les enseignants et leurs élèves, cette expérimentation nous a également permis de nous interroger sur le transfert de connaissance. Il apparait clairement que les élèves, comme les enseignants, doivent bénéficier d'un retour sur expérience explicite. Les enjeux doivent être explicités au début de la séquence et les connaissances doivent être exposées et débattues en fin de séquence afin de rendre lisible le chemin parcouru.

V - BIBLIOGRAPHIE

ARBERKANE, I., (2017). *Libérez votre cerveau*, Robert Laffond.

BARTOLINI BUSSI, M.G., MARIOTTI, M.A. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective, in: *Handbook of International Research in Mathematics Education*, second revised edition, L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, and D. Tirosh, eds., Lawrence Erlbaum, Mahwah, NJ., pp. 746-805.

BROUSSEAU, G., (1998). *Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La pensée sauvage.

BILLY, C., CABASSUT, R., PETITFOUR, E., SIMARD, A., TEMPIER, F. (2017) Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Perspectives pour la formation. *44ème colloque de la COPIRELEM : Manipuler, représenter, communiquer : Quelle est la place de la sémiotique dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ?*, Epinal, France.

DIAMOND, A., & LEE, K. (2011). Interventions shown to aid executive function development in children 4 to 12 years old. *Science*, 333(6045), 959-964.

DEHAENE, S. (2018). *Apprendre !*, Odile Jacob.

DEHAENE, S., COHEN, L. (1998) Chapter 22 - Levels of Representation in Number Processing, *Handbook of Neurolinguistics,* Editors : Brigitte Stemmer, Harry A. Whitaker, Academic Press, pp. 331-341.

DUVAL, R., (1995). *Semiosys et pensée humaine,* Peter Lang.

DUVAL, R., (2005), Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnement, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, n°10.

EYSSERIC, P., SIMARD, A., WINDER, C. (2012). Exemple de dispositif de formation à l'utilisation des jeux à l'école pour les apprentissages mathématiques, *Actes Colloque EMF 2012* Genève.

HAYE, T. (2019). *Étude des conditions et des contraintes d'implémentation d'un jeu de société à l'école, comme vecteur d'apprentissages mathématiques : cas du jeu de Go au cycle 3*, Thèse.

MANGIANTE, C., MASSELOT, P., PETITFOUR, E., SIMARD, A., TEMPIER, F, WINDER, C. (2017). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. *Actes du colloque ARCD 2016*, Toulouse.

MAVILIDI, M. F., OKELY, A., CHANDLER, P., DOMAZET, S. L., & PAAS, F. (2018). Immediate and delayed effects of integrating physical activity into preschool children's learning of numeracy skills. *Journal of experimental child Psychology*, 166, 502-519.

PELAY, N. (2011) *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique*, Thèse.

PETITFOUR, E. (2015) *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème.* Thèse de doctorat, Université Paris 7.

SIMARD, A. (2016). Learn-O : faire des maths en courant, *Math-École* n° 226.

SIMARD, A. (2019). Learn-O : des mathématiques autrement, *46ème colloque de la COPIRELEM : Dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au XXIe siècle,* Lausanne, Suisse.

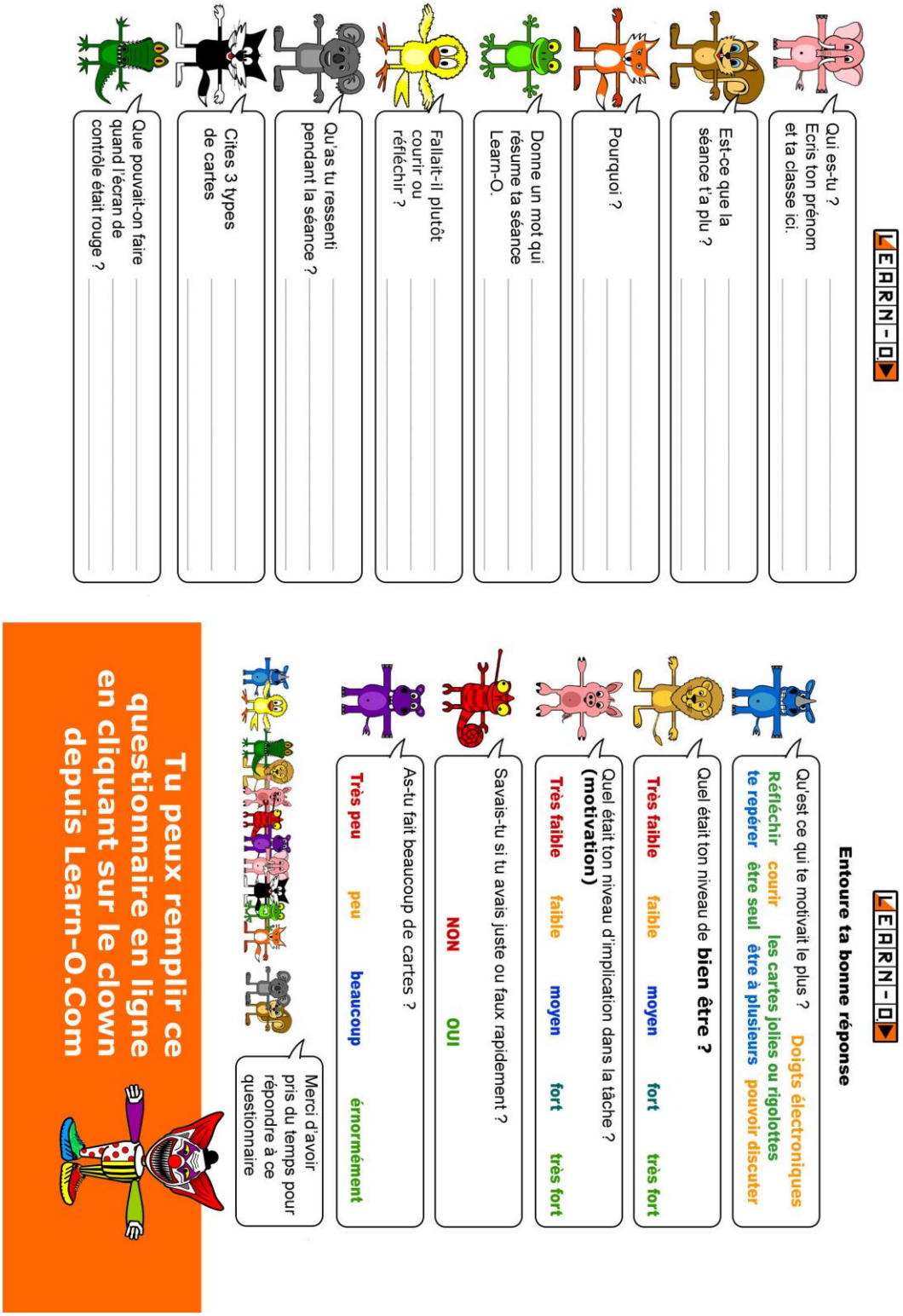
VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques,* ***10*** (2.3), 133-170.

VERSACE, R., BROUILLET, D., VALLET, G. (2018). *Cognition incarnée : une cognition située et projetée,* ed. Mardaga.

VILLANI, C., TOROSSIAN, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Ministère de l'Education Nationale. France.

VYGOTSKI L. S. (1997). *Pensée et Langage.* Paris : La Dispute.

VI - ANNEXE 1



VII - ANNEXE 2

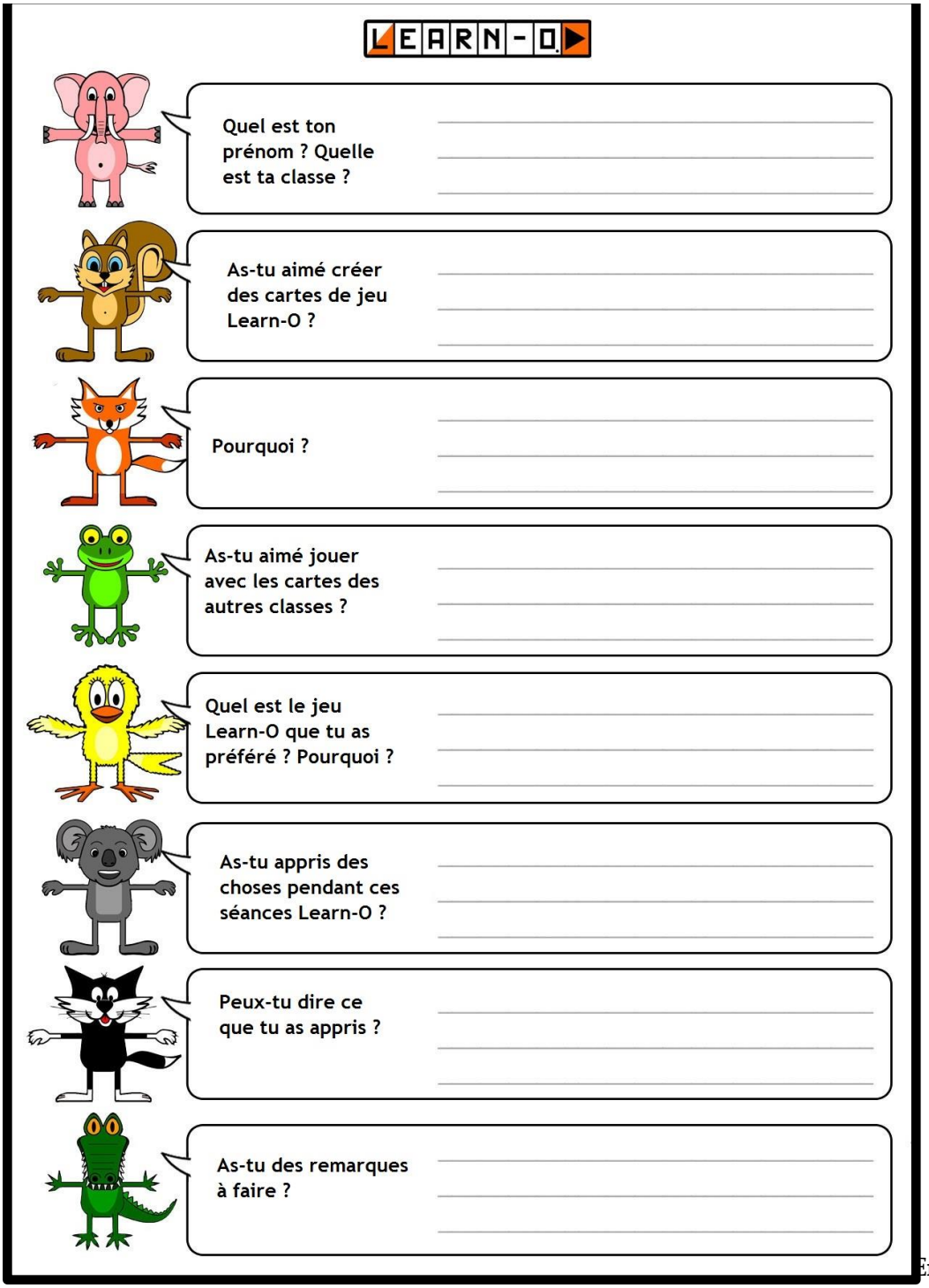
Questionnaire élève (362 réponses)

	Est-ce que la séance t'a plu ?	OUI	98.5 %
		NON	1.49 %
	Pourquoi ?	COURIR	27.11 %
		LUDIQUE	19.49 %
		REFLECHIR	16.1 %
		TECHNOLOGIE	14.4 %
		NOUVEAUTE	9.32 %
		DIVERS	6.77 %
		MATHS	2.54 %
		TROP BIEN	2.54 %
		MIGNONITUDE	0.84 %
		TROP LONG	0.84 %
	Donne un mot qui résume ta séance Learn-O.	TROP BIEN	38.88 %
		AMUSEMENT	12.22 %
		GEOMETRIE	11.11 %
		TECHNOLOGIE	10 %
		COURIR	8.88 %
		DIVERS	6.66 %
		MATHEMATIQUES	3.33 %
		MIGNONITUDE	2.22 %
		PLAISIR	2.22 %
		REFLECHIR	2.22 %
		FATIGUE	1.11 %
		LOCALISATION	1.11 %
	Fallait-il plutôt courir ou réfléchir ?	COURIR ET REFLECHIR	62.63 %
		REFLECHIR	32.96 %
		COURIR	4.39 %

	Qu'as tu ressenti pendant la séance ?	JOIE	49.47 %
		AMUSEMENT	12.63 %
		TROP BIEN	9.47 %
		DIVERS	7.36 %
		REFLECHIR	6.31 %
		COURIR	4.21 %
		FATIGUE	3.15 %
		AMITIE	2.1 %
		MOTIVATION	2.1 %
		TECHNOLOGIE	2.1 %
		CONFIANCE	1.05 %
	Que pouvait-on faire quand l'écran de contrôle était rouge ?	REESSAYER	87.5 %
		EFFACER	5.68 %
		ERREUR	4.54 %
		RIEN	1.13 %
		SE FAIRE AIDER	1.13 %
	Qu'est ce qui te motivait le plus ?	REFLECHIR	22.16 %
		COURIR	21.2 %
		ETRE EN GROUPE	12.58 %
		SE REPERER	11.62 %
		DOIGTS ELECTRONIQUES	11.49 %
		CARTES RIGOLOTES	4.37 %
		ETRE SEUL	3.83 %
		DISCUTER	0.13 %
	Quel était ton niveau de bien-être ?	TRES ELEVE	63.63 %
		ELEVE	28.4 %
		MOYEN	6.81 %
		TRES FAIBLE	1.13 %
	Quel était ton niveau d'implication dans la tâche ? (Motivation)	TRES ELEVE	45.97 %
		ELEVE	39.08 %
		MOYEN	12.64 %
		FAIBLE	1.14 %
		TRES FAIBLE	1.14 %
	Savais-tu si tu avais juste ou faux rapidement ?	OUI	81.6 %
		NON	18.39 %
	As-tu fait beaucoup de cartes ?	BEAUCOUP	50 %
		ENORMEMENT	38.63 %
		PEU	9.09 %
		TRES PEU	2.27 %
Compilation de 362 fiches (enfants)			

VIII - ANNEXE 3

Questionnaire élève (74 réponses)



Erreur ! Signet non défini.

Questionnaire enseignant innovation pédagogique

Vous avez participé à un groupe de travail expérimental sur un matériel pédagogique innovant.

1- Avez-vous eu des réticences à vous embarquer dans le projet ? Quelles étaient vos appréhensions et vos motivations ?

2- Ce travail s'est déroulé sur un temps long : octobre 2020 – mai 2021 (période « covid » à prendre en compte). Voyez-vous des inconvénients, des intérêts à ce « temps long » ?

3- Avez-vous appris quelque chose lors de cette expérience (sur votre pratique, sur la pratique de vos élèves, sur l'enseignement d'une discipline en particulier maths, langues, géographie …) ? Si oui…quoi ?

4- Que pensez-vous de la répercussion sur les élèves de cette expérience (en termes de motivation scolaire, de comportement, d'intérêt disciplinaire, de compréhension, d'apprentissage…) ?

5- Avez-vous des remarques, des suggestions, des souhaits concernant ce genre d'expérience ? Recommanderiez-vous ce genre d'expérience à des collègues ?

Merci.

LA COMMUNAUTE DE PRATIQUE COMME DISPOSITIF HORIZONTAL DE FORMATION : LE CAS DE LA COP-MATHS

Camille ANQUETIL
PE, académie de Bordeaux
camille-si.anquetil@ac-bordeaux.fr

Caroline BULF
MCF, INSPÉ de l'académie de Bordeaux
LaB-E3D EA 7441 - Université de Bordeaux
caroline.bulf@u-bordeaux.fr

Résumé
La formation continue des professeurs des écoles en France est de plus en plus remise en question et suscite de nombreux débats comme en témoignent la succession de réformes ces dernières années. Les instances décisionnaires sont à la recherche de nouvelles perspectives (Villani & Torossian, 2018) et s'appuient sur les enquêtes internationales les plus récentes (Schleicher, 2018). Celles-ci mettent en avant des dispositifs collaboratifs de formation continue comme source de développement professionnel. Dans le cadre d'un mémoire de recherche en didactique des mathématiques (Anquetil, 2021), nous nous appuyons sur le modèle théorique de la « communauté de pratique » au sens de Wenger (2005) afin de mettre en place un dispositif de formation basé sur la collaboration entre praticiens qui permet un partage des connaissances et des ressources, baptisé la « CoP-Maths ». Notre question de recherche est la suivante : dans quelle mesure peut-on envisager la communauté de pratique comme dispositif de formation continue pour les enseignants ? Nous avons cherché à y répondre par l'analyse des interactions langagières orales entre les participantes lors des réunions, de leur utilisation des ressources partagées, et par des entretiens individuels de retour sur expérience.

I - INTRODUCTION : LA COP-MATHS, ORIGINES ET ARRIERE-PLAN THEORIQUE

1 Vers une formation continue davantage basée sur la collaboration

L'objectif premier des systèmes éducatifs à travers le monde est le même : former les élèves tout au long de leur scolarité en les dotant de compétences multiples qui leur seront nécessaires pour se faire une place dans la société. Afin d'évaluer leur capacité à opérer cet accompagnement, des enquêtes sont régulièrement menées. Elles permettent de faire l'état des lieux des performances des élèves et de les comparer à l'international, d'identifier les réussites et difficultés principales. Ces enquêtes sont un outil essentiel aujourd'hui pour statuer sur des pistes d'amélioration et guider les ajustements en matière de politique éducative. Les derniers résultats concernant la France sont médiocres, un constat décevant mais étayé par diverses explications, dont des fortes inégalités sociales ou encore le niveau de formation des enseignants. Les instances décisionnaires sont à la recherche de nouvelles perspectives et s'appuient sur les enquêtes internationales les plus récentes. Un grand nombre d'entre elles, dont « World Class » publiée par l'OCDE en 2018, s'intéresse justement à cette question de la formation continue.

> *« Il est évident pour moi que la qualité d'un système éducatif ne peut jamais dépasser celle de ses enseignants. Ainsi, attirer, former et retenir les meilleurs enseignants est le plus grand défi que les systèmes éducatifs ont à relever. » (Schleicher, 2018, p.79)*

Cette étude montre que les systèmes éducatifs jugés performants encouragent les dispositifs d'apprentissage entre pairs, sous forme de communautés par exemple, au sein desquels les praticiens

peuvent partager leurs compétences et expertise. Pour améliorer le système scolaire français et donc mieux préparer ses élèves à s'intégrer à la société, il serait possible de s'inspirer de ces systèmes en proposant des dispositifs de formation plus collaboratifs. Si quelques uns existent déjà aujourd'hui dans le milieu français de l'éducation, leur mise en œuvre est encore réduite et ce sont les modèles les plus verticaux qui restent privilégiés. Alors, un dispositif singulier qui assume l'horizontalité et qui est très peu répandu dans le monde de l'enseignement en France, pourrait mériter notre attention pour marquer un virage collaboratif plus franc. Développée dans les années 1990 dans le monde de l'entreprise, au point d'y être aujourd'hui un mode de formation dominant : c'est la communauté de pratique (notée CoP). Théorisé par E. Wenger, ce dispositif constitue l'objet principal de nos interrogations.

2 Les communautés de pratique, un dispositif à explorer

La définition la plus courante est la suivante :

> *« Les communautés de pratique sont des groupes de personnes qui se rassemblent afin de partager et d'apprendre les uns des autres, face à face ou virtuellement. Ils sont tenus ensemble par un intérêt commun dans un champ de savoir et sont conduits par un désir et un besoin de partager des problèmes, des expériences, des modèles, des outils et les meilleures pratiques. Les membres de la communauté approfondissent leurs connaissances en interagissant sur une base continue et à long terme, ils développent ensemble de bonnes pratiques. » (Wenger, McDermott et Snyder, 2002, p.4)*

Selon ces mêmes auteurs, si les communautés de pratique peuvent prendre des formes très variées, elles partagent toutes la même structure. Elles sont une combinaison de trois éléments fondamentaux : le domaine de connaissance, la communauté qui s'y intéresse et la pratique qui est développée autour. Quand ces trois éléments fonctionnent bien ensemble, ils formeraient selon ces auteurs une structure idéale de partage de connaissance.

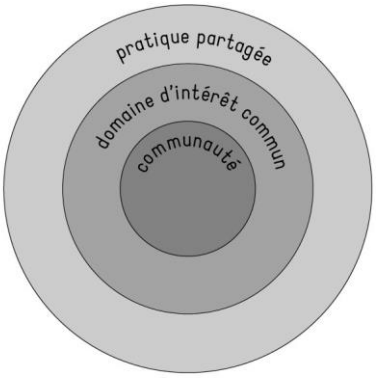


Figure 1 - Les trois composantes d'une CoP (inspiré de Wenger et al., 2002).

- La communauté : l'apprentissage au sein d'une communauté, basée sur l'intelligence collective, repose sur les interactions entre ses membres. Ils construisent au fil de leurs échanges une identité et des pratiques communes. Des relations se créent, et contribuent à faire grandir un sentiment d'appartenance.

- Le domaine d'intérêt commun : les membres se rassemblent autour. Ils s'engagent ainsi dans un même domaine de collaboration en partageant les compétences qui s'y rapportent. Ce domaine constitue la raison d'être d'une communauté de pratique et participe à créer son identité.

- La pratique : se réfère à toutes formes de savoirs, expériences et outils qui sont partagés et co-construits au sein de la communauté, autour du domaine de collaboration. Les interactions soutenues des membres façonnent progressivement un répertoire commun constitué de ressources sur lesquelles prendre appui pour développer sa pratique personnelle.

Les nombreuses contributions de E. Wenger et de ses collaborateurs sur le sujet de la CoP ont conduit à affirmer qu'elle était un dispositif collaboratif de formation professionnelle favorisant l'apprentissage chez les individus qui y prennent part. Si la plupart des travaux s'ancrent dans ce postulat pour mettre en avant la CoP dans diverses professions, ce sont ceux qui concernent le milieu de l'éducation qui nous intéressent ici, dont certains ont initié notre questionnement (Daele, 2004), (Lafferière, Campos & Lapointe, 2005), (Charlier & Daele, 2006), (Chanier & Cartier, 2007), (Yukawa, 2010) et (Escalié et Chaliès, 2011). Dans notre travail de recherche (Anquetil, 2021), nous formulons la problématique suivante : ***dans quelle mesure peut-on envisager la communauté de pratique comme dispositif de formation continue pour les enseignants ?*** Créer une communauté de pratique expérimentale nous est alors apparu comme le meilleur moyen d'investiguer cette question de recherche, en nous positionnant à la fois en tant que participante et chercheuse.

II - L'EXPERIMENTATION COP-MATHS, PREMIERS ELEMENTS D'ANALYSE

Nous avons constitué en premier lieu la communauté, pour cibler ensuite le domaine d'intérêt qui découlerait de préoccupations communes. Ainsi, nous avons commencé par réunir dix professionnelles de l'éducation en élémentaire, aux profils variés et engagées dans l'enseignement, la formation et/ou la recherche. Les motivations personnelles, recueillies au moyen d'un questionnaire « d'entrée » dans la CoP (en annexe) étaient pratiquement les mêmes : explorer un mode de formation sortant d'une logique descendante, confronter les pratiques pour faire évoluer la leur, bénéficier d'apports théoriques et d'expertise de la part de pairs, ou encore recueillir des besoins et expériences de terrain. La CoP-Maths, baptisée ainsi en raison de son intérêt commun pour les mathématiques, s'est donc lancée en novembre 2020 et la collaboration s'est rapidement orientée vers des préoccupations autour de la schématisation en résolution de problèmes en cycle 2 et cycle 3.

Une fois le dispositif expérimental amorcé, deux questions de recherche ont permis d'affiner notre problématique : ***Comment la dynamique collaborative se construit-elle au sein de la CoP-Maths, autour du sujet de la schématisation en résolution de problème ? Dans quelle mesure cette dynamique semble-t-elle avoir un impact professionnel sur ses membres ?***

Pour la première question, nous avons formulé l'hypothèse selon laquelle la dynamique collaborative de la CoP-Maths reposerait sur ses trois composantes, évoquées plus tôt : les spécificités de sa communauté, les enjeux du sujet choisi et la construction d'une pratique partagée.

Pour la deuxième question, nous avons émis l'hypothèse suivante : concernant spécifiquement le domaine d'intérêt commun, cette dynamique pourrait permettre aux participantes de nourrir leur motivation personnelle, de partager des expériences vécues et des problématiques rencontrées, de faire évoluer certaines de leurs pratiques ou en tester de nouvelles, d'enrichir leurs connaissances théoriques, de co-construire des méthodes et outils d'enseignement.

Notre outil méthodologique étant le dispositif expérimental de la CoP-Maths, notre corpus s'est construit au rythme de son évolution. Tout d'abord, nous avons choisi avec l'accord des membres, d'enregistrer toutes les réunions. Il a été convenu que nous rédigerions un compte-rendu à l'issue de chacune d'elles, diffusé ensuite à la communauté. Nous avons aussi recensé les documents partagés sur l'interface virtuelle mise en place, un *padlet*. Dans l'optique d'appréhender le ressenti des membres vis à vis du dispositif,

nous avons proposé un questionnaire d'entrée dans la CoP suite à la première réunion, et avons mené des entretiens de retour sur la CoP après la cinquième réunion.



Figure 2 - Éléments du corpus.

1 Les spécificités de la communauté

Nous avons commencé par investiguer la première question de recherche en ciblant tout d'abord les spécificités de la communauté, afin de mieux décrire et comprendre la dynamique singulière qui allait en découler. Au moment de la création de la CoP, les participantes avaient des profils professionnels plutôt hétérogènes, tant au niveau de leurs fonctions actuelles que de leurs expériences antérieures.

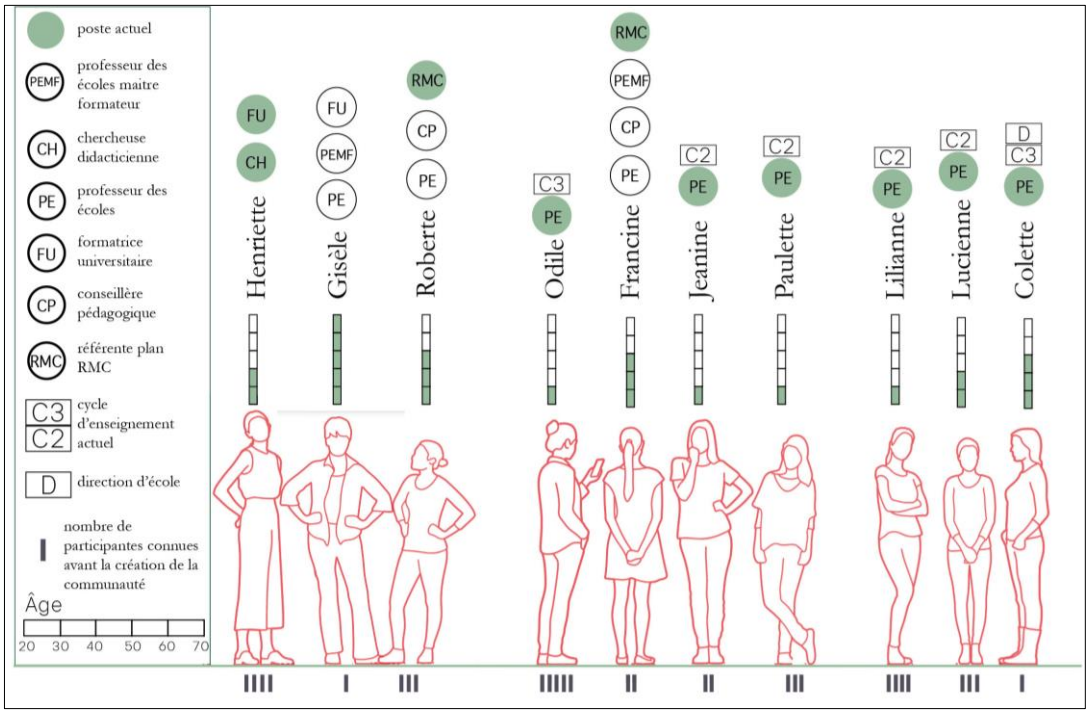


Figure 3 - Les membres de la CoP-Maths.

Dès le début, les attentes, préoccupations et apports des unes et des autres vis à vis du dispositif et du sujet étaient donc diversifiés. Il nous semblait alors très probable que les temps d'échanges n'auraient pas la même teneur en fonction des membres prenant part à la discussion. Par ailleurs, nous pensions que les membres seraient plus ou moins « actifs » dans ces temps d'échanges, portés par des degrés de

participation différents. Aussi, le groupe s'est très vite trouvé soudé en plusieurs points par des relations existantes avant la création de la CoP-Maths, que nous avons représentées dans le tableau qui suit.

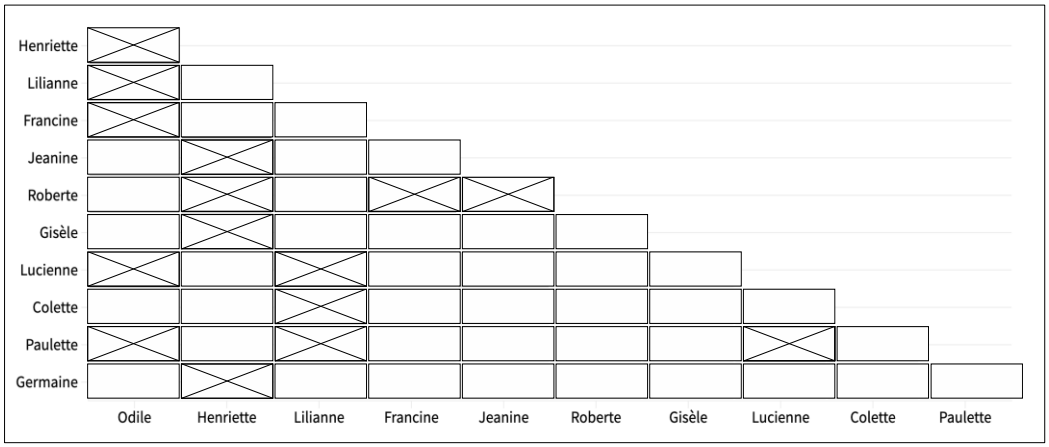


Figure 4 - Tableau des relations existantes avec la CoP-Maths.

Qu'elles soient collègues ou qu'elles l'aient été, qu'elles aient bénéficié de la formation de l'une ou l'autre, qu'elles travaillent sur un projet de recherche commun, les participantes connaissaient au moins une personne dans le groupe. Nous pensions alors que ces relations auraient un impact sur les interactions lors des rencontres virtuelles, et donc *a fortiori*, sur la dynamique globale de la communauté.

2 Les enjeux du domaine d'intérêt commun

Comme évoqué plus tôt, lors de la première rencontre, les membres de la CoP-Maths ont défini les bases de leur collaboration en ciblant le sujet de la schématisation en résolution de problème. Ce sujet, qui bénéficie dès la première réunion d'un grand intérêt de la part des membres, présente des enjeux didactiques spécifiques mais constitue surtout un point de friction très actuel compte tenu des récentes injonctions institutionnelles, suscitant des interrogations voire des tensions du côté de la recherche et des acteurs de terrain (enseignants et formateurs).

La résolution de problème est un thème qui revient souvent dans les formations initiale et continue en France, car son enseignement suscite de nombreuses problématiques, tant du point de vue de l'élève que de l'enseignant. Par ailleurs, c'est un domaine richement documenté depuis les années 1970 par des travaux de recherche aussi bien français qu'internationaux.

Il existe dans la littérature scientifique différentes façons d'appréhender le processus de résolution de problème, mais celui-ci apparaît toujours comme un processus complexe au cours duquel l'élève passe par plusieurs étapes, non pas de façon linéaire mais plutôt cyclique. Pour notre étude, nous choisissons de prendre appui sur le modèle de « résolution experte » selon Verschaffel (2000) pour illustrer ces différentes étapes.

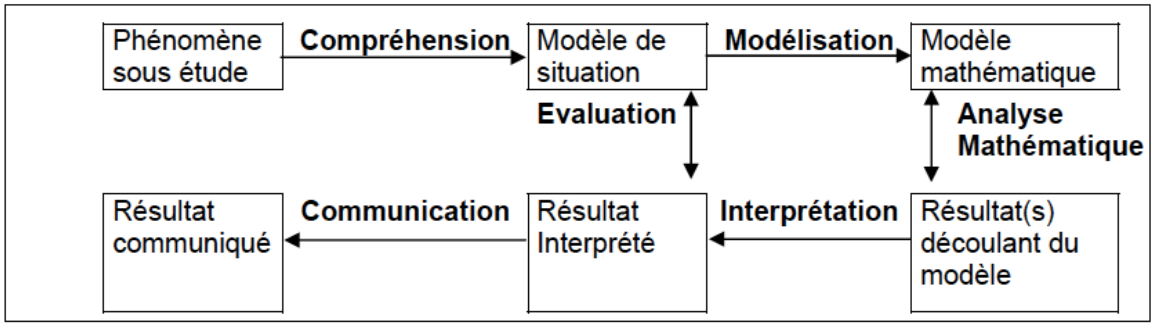


Figure 5 - La résolution de problèmes, un processus complexe de modélisation mathématique (Verschaffel et al., 2000).

Si l'enseignement de la résolution de problème nécessite d'avoir conscience de la complexité de ce processus pour les élèves, il doit aussi prendre en compte les spécificités des différents problèmes qui leur sont proposés. Ceux-ci se distinguent entre eux sur plusieurs points, donnant lieu à certaines classifications dans la littérature scientifique, plus ou moins récentes. Sans entrer dans les détails, nous pouvons citer principalement celle de Vergnaud (1982) sur laquelle reposent la plupart des manuels français, mais aussi les travaux de Riley, Greeno et Heller (1983) sur le champ additif, ou encore la catégorisation en quatre types de problèmes proposée par Houdement (2017).

Certains travaux, plus ou moins récents (Fagnant, 2008 ; 2018), (Fagnant & Vlassis, 2010), (Julo, 2002), (Laparra & Margolinas, 2012), (Diezmann, 1995 ; 1999), (Larkin & Simon, 1987) ont contribué à montrer que le schéma avait un rôle important dans ce processus complexe qu'est la résolution de problème. Si l'on doit se risquer à une définition du schéma pour notre étude, nous avons retenu celle-ci :

> *« Un schéma est une représentation visuelle abstraite qui prend sens spatialement et qui permet de rendre compte de structures et de processus complexes dans leur globalité (Winn, 1987). Les schémas sont une représentation externe [au sens de Goldin 1986] permettant de révéler des représentations mentales internes (Presmeg, 1986) permettant un accès privilégié aux connaissances des élèves à travers les connections construites (Bereiter, 1991). » (Diezmann, 1995, p.2)*

Dans les programmes scolaires (BOEN n°3, 5 avril 2018), le terme « schéma » apparaît à plusieurs reprises, surtout en cycle 3, sans pour autant être clairement défini. Il se présente comme un écrit transversal, étant évoqué en lecture, en mathématiques, en sciences, en géographie. Il est considéré successivement comme un support qui peut étayer une prise de parole, un outil pour réfléchir et organiser sa pensée, une façon de représenter et organiser des savoirs, un document source d'informations et de données. En mathématiques, le schéma est intégré comme outil à part entière dans la résolution de problèmes. Ainsi, du CP à la sixième, les élèves doivent être amenés à se familiariser avec le schéma puis à les produire eux-mêmes pour représenter un problème. Ils sont aussi encouragés à s'en servir pour expliciter leur démarche et argumenter un raisonnement. Au cycle 3 tout particulièrement, le schéma est aussi considéré comme un écrit à savoir lire et comprendre pour y prélever des données. Le schéma apparaît donc comme un outil méthodologique fondamental.

De manière générale, il existe un consensus dans la recherche sur ce que permet le schéma en résolution de problème : mieux comprendre la situation de l'énoncé, modéliser la structure mathématique sous-jacente en mettant en évidence les liens entre les nombres, ou encore construire les analogies entre les mêmes types de problèmes (Fagnant, 2018). Toutefois, Fagnant met en garde sur l'absence de consensus sur le reste:

> *« À l'heure actuelle, aucune étude n'a toutefois permis de déterminer la forme précise que devraient préférentiellement prendre ces schématisations (dessins libres vs schémas prédéfinis d'une part et quels types de schémas prédéfinis d'autre part), ni la meilleure manière de les enseigner (voir notamment Fagnant et Vlassis, 2013 ; Thevenot et al., 2015, pour des synthèses). » (Auquière, Demonty & Fagnant, 2018, p.44)*

En effet, la manière d'introduire la schématisation auprès des élèves est encore un sujet très discuté. Il est courant de penser qu'un élève en difficulté face à un problème saura le résoudre en produisant un schéma. Mais encore faut-il que l'élève en question soit conscient des bénéfices que le schéma peut lui apporter, et suffisamment outillé pour produire un schéma efficace. En effet, n'ayant généralement pas les codes de cet écrit particulier, il peut se heurter à de nombreux obstacles, décrits par différents travaux de recherche (Yancey & al., 1989), (Diezmann, 1995 ; 1999), (Lowe, 1987), (Larkin & Simon, 1987) ; (Fagnant , 2008), (Dreyfus et Eisenberg, 1990), (Fagnant &Vlassis, 2010), (Laparra & Margolinas, 2012) ; (Auquière, Demonty & Fagnant, 2018) ou encore (Cabassut, 2020).

D'abord, l'élève peut ne pas voir l'intérêt de produire un schéma et penser qu'il est synonyme de régression scolaire. Pour certains, le schéma c'est dessiner, et dessiner ce n'est pas calculer. Or, trouver le calcul apparaît pour beaucoup d'élèves comme l'objectif premier en résolution de problème, ce qui fait apparaître selon Fagnant (2008) une démarche superficielle chez les élèves en difficulté.

Ensuite, l'élève peut éprouver des difficultés à organiser son schéma dans l'espace de la feuille. À l'école, il semblerait que ce soit l'organisation linéaire qui prévaut dans les apprentissages (Diezmann, 1995). Peu de situations permettent aux élèves de construire des représentations spatiales et visuelles ne répondant pas à cette logique. Les travaux de Larkin et Simon (1987) sont une référence quant à cette dualité de représentations des informations d'un problème. Ils parlent de deux organisations : propositionnelle et diagrammatique, la première offrant une organisation plutôt chronologique et correspondant à l'énonciation verbale du problème, la deuxième présentant les informations et les relations qui les lient de manière explicite et globale. Selon eux, c'est le passage de l'une à l'autre qui est effectivement complexe pour les élèves, et qui mérite d'être plus souvent pratiqué dans l'enseignement des mathématiques.

Lors de sa rencontre avec le problème à résoudre, l'élève pourra aussi avoir du mal à comprendre l'énoncé, ce qui rendra l'étape de schématisation délicate. La difficulté liée à l'énoncé textuel dans la résolution de problèmes est notamment évoquée par Sander (2019) avec ses travaux sur le recodage sémantique ou encore par Duval (1993), qui évoque le passage difficile d'une représentation à l'autre.

La question de l'abstraction est également problématique pour beaucoup d'élèves. Certains schémas restent très picturaux parce que les élèves s'attachent à représenter les éléments de contexte. Or, selon Fagnant « les représentations de types picturales, qui représentent la situation globale en mettant l'accent sur l'apparence visuelle des objets plutôt que de s'appuyer sur les relations mathématiques impliquées, sont quant à elle plutôt inefficaces. » (Fagnant & Vlassis, 2010, p.1). Le plus souvent, c'est parce qu'ils n'ont pas conscience de la nécessité de symboliser ou tout simplement n'ont pas les capacités pour le faire.

Pour finir, sans prétendre à l'exhaustivité, l'élève ayant produit un schéma à partir d'un énoncé de problème ne comprend pas toujours pour autant la structure, le modèle mathématique sous-jacent. Il peut être incorrect, il peut manquer des données ou encore les liens entre elles peuvent ne pas être apparents.

Un nombre important de travaux de recherche s'accordent à dire que la schématisation doit être l'affaire de l'école : faire prendre conscience du « pouvoir » de la schématisation, son efficacité, son intérêt, ses codes, ses obstacles potentiels... Mais là encore, au niveau de la recherche, il n'y a de consensus ni sur comment faire, ni sur certains schémas à privilégier plus que d'autres. Ce qui nous amène à évoquer la parution récente par le Ministère de l'Éducation Nationale du *Guide Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP (2020),* plus communément appelé « guide orange ».

En effet, avec les préconisations du rapport Villani-Torossian (2018) en toile de fond, ce guide a fait de la schématisation en résolution de problème un sujet assez actuel, l'inscrivant dans un contexte institutionnel très fort. En effet, le Ministère a fait le choix de mettre au premier plan le processus de modélisation par le « schéma en barres », en raison de son succès à Singapour (Cabassut, 2020). Si cela est vu par certains comme un effet de mode, majoré par un certain engouement chez les éditeurs (Cabassut, 2020), la modélisation en barre devient surtout une priorité de formation avec la parution du « guide orange » en décembre 2020. En effet, la partie concernant la résolution de problème contient des directives institutionnelles assez fortes, accompagnées d'une volonté de diffusion rapide par le biais de la formation de formateurs.

Le guide préconise auprès des enseignants le recours aux « schémas en barres » pour la résolution de problèmes basiques, quelle que soit la structure du problème. Une telle proposition peut sembler orthogonale à celle des travaux de recherches publiés jusqu'à ce jour. Julo, en 2002, insistait déjà sur les risques d'une rigidification autour des schémas-types et précisait que de telles pratiques étaient risquées

sur le plan du développement cognitif de l'élève. Il ne s'agit pas de rejeter complètement cette modélisation pour autant, car les schémas en barres présentent des intérêts, par exemple pour les problèmes de compositions qui ne sont pas sans rappeler les boites de Fisher. Néanmoins son recours pour modéliser aussi des problèmes de transformations ou de comparaison, alors que justement la relation entre les nombres y est différente, suscite des questions.

Ainsi, au regard des multiples enjeux que présente le sujet de la schématisation en résolution de problème et en considérant la variété des profils des participantes, nous faisions l'hypothèse que les questionnements au sein du groupe seraient nombreux et certains positionnements peut-être divergents, pouvant ainsi susciter une dynamique collaborative singulière.

3 Construction de la pratique partagée

Après avoir brièvement décrit en quoi les caractéristiques de la communauté et les spécificités du domaine d'intérêt commun constituaient selon nous les bases d'une dynamique singulière, nous souhaitons montrer en quoi ces deux premières composantes de la CoP-Maths ont influencé la troisième, à savoir la construction d'une pratique partagée. Pour cela, nous avons choisi de nous intéresser aux interactions entre les participantes, donc de mener une analyse de l'espace dialogique construit et entretenu sur trois des cinq réunions, en regardant de près comment elles ont pris la parole à la fois au sein du groupe et sur le sujet de la schématisation, en nous appuyant sur les enregistrements et comptes rendus. Nous n'avons pas choisi de quantifier les interventions de chacune selon leur nombre de mots ou le temps de parole mais avons préféré situer chaque prise de parole en fonction de l'interlocutrice précédente. Nous avons donc construit le graphique suivant, intitulé cercle de parole, qui permet de visualiser la distribution globale de la parole dans le groupe ainsi que la répartition des échanges plus spécifiquement entre les participantes. Les graphiques sont tous visibles en annexe.

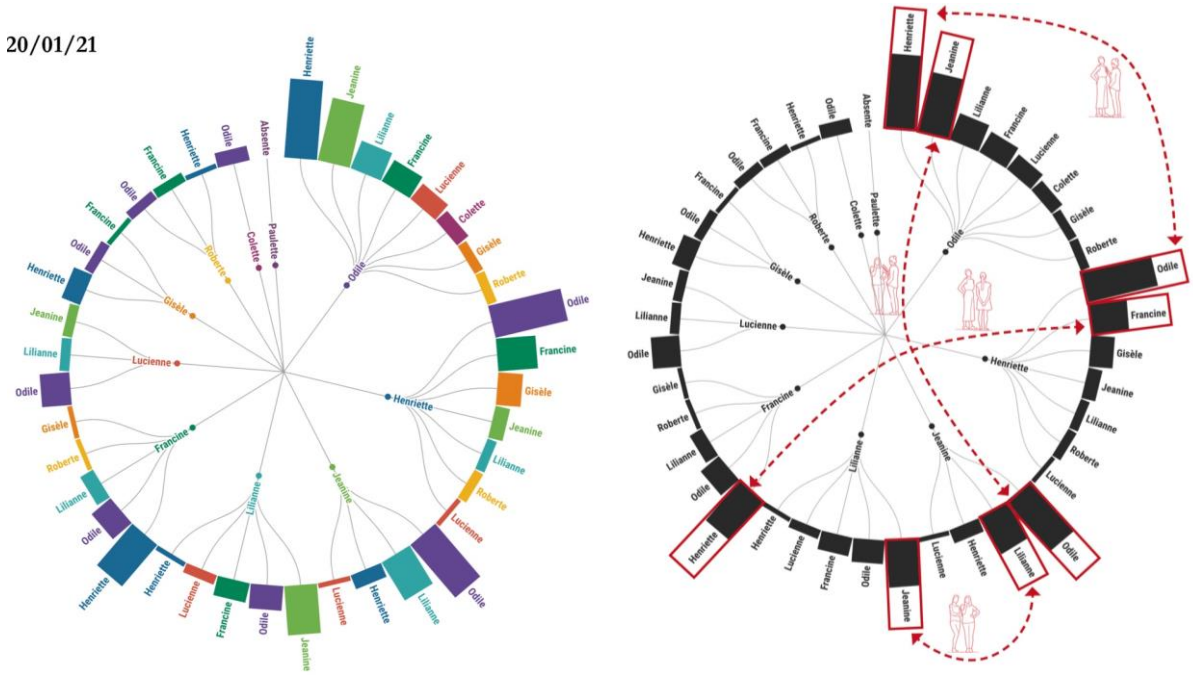


Figure 6 - Cercle de parole du 20.01 et couples d'échanges principaux.

Chaque branche partant du centre du cercle représente une participante de la réunion. Ces branches sont organisées de façon hiérarchique, en fonction du nombre de prises de parole : la lecture se fait comme celle d'une horloge, le tour débutant de celle qui est le plus intervenue, à celle qui est la moins intervenue. Les

ramifications issues de chaque participante montrent, de façon hiérarchique mais aussi proportionnelle, après qui elle a pris la parole. Les cercles de parole des trois réunions étudiées sont en annexe.

Ces graphiques mettent en évidence les participantes les plus actives de la réunion mais surtout les liens duels qui existent entre elles. En effet, nous avons choisi de montrer ce que l'on a appelé des couples d'échanges : des binômes de participantes qui ont, à un seul moment de la réunion ou de manière récurrente, rebondi sur les propos l'une de l'autre.

Observés et comparés, ces graphiques nous permettent notamment de constater des évolutions d'une réunion à l'autre : une participation plus intense de Francine lors de la deuxième réunion par exemple ou encore la parole répartie moins équitablement lors de la deuxième réunion que lors de la troisième.

Aussi, nous avions relevé plus tôt qu'une particularité de notre communauté était une certaine hétérogénéité des profils. Nous nous interrogions alors : au fil des échanges, peut-on constater des connexions entre interlocutrices de profils différents ? Nous proposions pour cela une autre mise en forme des données des cercles de parole, en figurant cette fois les interventions de chaque participante sur les trois réunions (en annexe). Cette approche individualisée montre après quelles participantes chacune a choisi d'intervenir, et dans quelles proportions. Et de manière générale, ces graphiques nous ont montré que les interlocutrices ne privilégiaient pas seulement les membres du même profil qu'elles pour échanger.

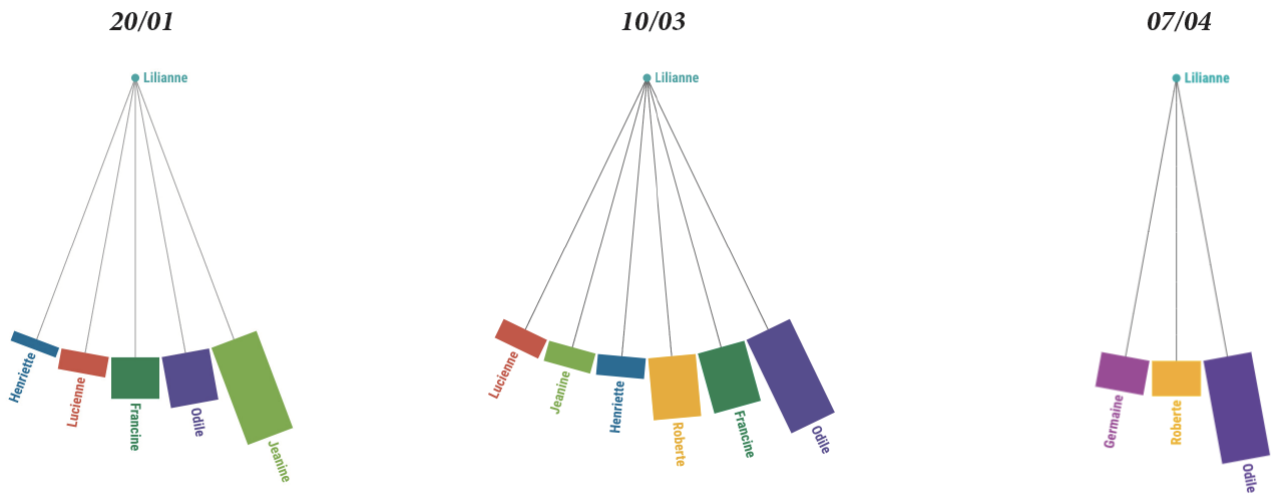


Figure 7 - Exemple de profil de parole de Lilianne.

Par ailleurs, nous avons relevé l'existence de liens entre certaines participantes avant la création de la CoP-Maths et nous nous demandions si cela avait pu aussi conditionner les échanges entre les membres. Nous avons donc recensé dans un tableau à double entrée le nombre d'échanges entre les unes et les autres, sur les trois réunions étudiées.

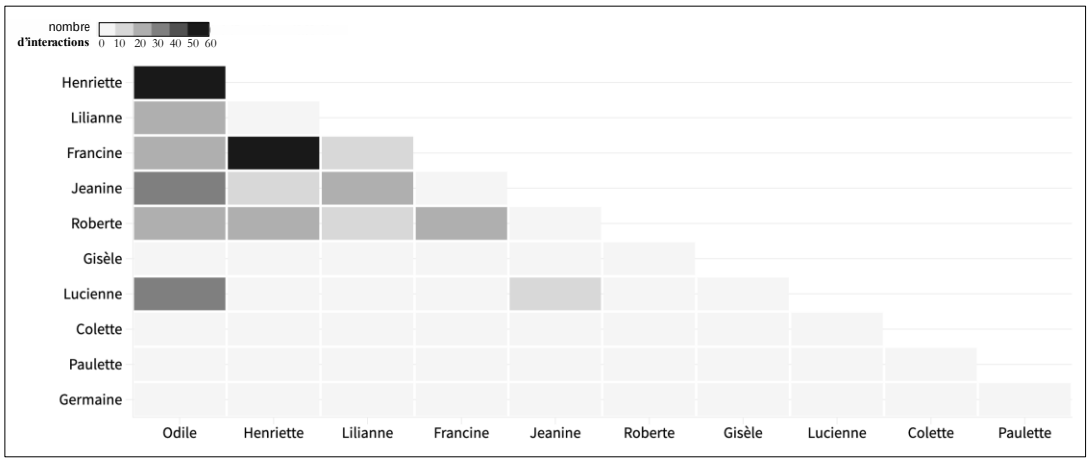


Figure 8 - Tableau quantitatif des interactions entre les membres, sur les réunions du 20.01, 10.03 et 07.04.

Puis nous l'avons croisé avec celui figurant les relations préexistantes entre les participantes, apparu plus tôt, pour obtenir le suivant :

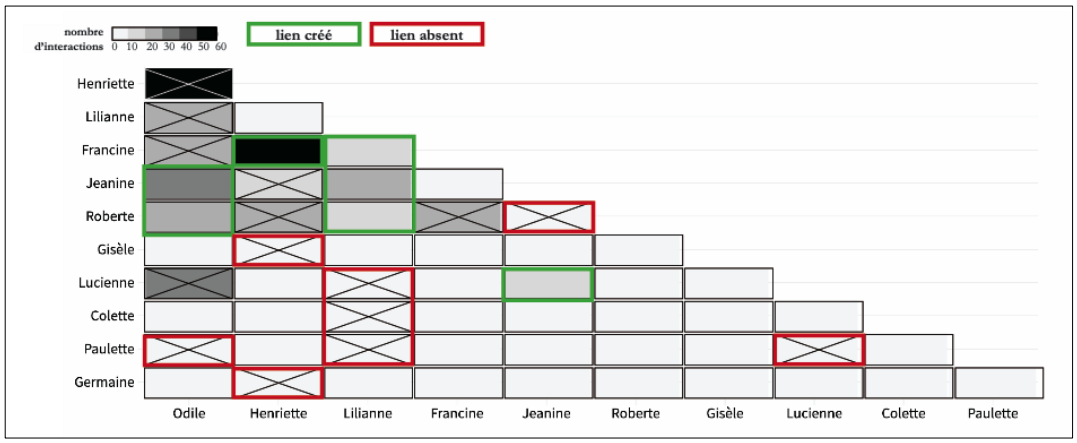


Figure 9 - Tableau croisant liens existants et quantité d'interactions entre les membres.

Nous considérons qu'il s'est créé un certain lien entre les participantes qui ont échangé plus de dix fois sur les trois réunions, ce qui écarte toutes les cases restées blanches. Nous observons alors huit liens d'interactions qui étaient prévisibles, figurés par les croix sur les cases grisées : Odile et Henriette ou Francine et Roberte par exemple. Toutefois, nous visualisons en rouge l'absence des huit autres liens préexistants dans les interactions étudiées. De plus, nous remarquons sept liens créés entre des membres qui ne se connaissaient pas, figurés en vert : par exemple, Henriette qui a beaucoup interagi avec Francine. Il semblerait donc que les liens préexistants n'aient pas conditionné les échanges entre les participantes. L'espace d'échanges qui s'est co-construit dans la CoP-Maths nous a donc semblé privilégié pour y développer des relations et nouer des liens qui n'auraient pas eu d'autres lieux ou d'occasions pour se créer.

À ce stade de notre recherche, nous souhaitions approfondir l'analyse des interactions en les reliant avec le sujet particulier de la schématisation en résolution de problème. Plus tôt, nous expliquions en quoi ce sujet était propice, selon nous, à donner une dynamique singulière aux échanges lors des réunions.

Ainsi, pour mieux appréhender le fond du discours nous avons tenté de cibler des points « saillants » de la discussion. Nous avons procédé à plusieurs écoutes intégrales des enregistrements et avons commencé par identifier les sujets les plus récurrents, qui étaient les plus porteurs de questionnements, de discussions et de débat. Un tableau recense ces sujets en annexe, ainsi qu'une progression des échanges successifs qui

s'y rapportent. Nous retrouvons dans les 14 sujets les points saillants de la recherche, mais surtout une certaine tension autour du schéma en barres, à la fois du côté des enseignantes qui sont parfois démunies face à cette nouveauté, qui sont parfois sceptiques ou du moins hésitantes, à la fois du côté des RMC parce qu'elles ont eu des formations pour accompagner les enseignants dans l'utilisation de ces schémas et y sont donc plutôt favorables, et à la fois du côté de la recherche, qui rappelle l'absence de consensus en questionnant plutôt qu'en préconisant. Ce choix particulier de sujet de discussion favorise bien, comme nous le pensions, une certaine dynamique dans les échanges, mettant en avant de manière plutôt complémentaire les différents profils des unes et des autres.

Dans la suite de notre analyse, nous voulions relier ces 14 sujets (cf. annexes) aux participantes qui étaient intervenues à leur propos. Nous avons donc comptabilisé le nombre d'interventions pour les cinq participantes les plus actives de la réunion, sur chacun de ces sujets « saillants ». De ces données ont découlé des « cartes de chaleur », une par réunion, toutes visibles en annexe. La lecture horizontale permet de se focaliser sur un sujet à la fois, alors que la lecture verticale permet de se focaliser spécifiquement sur une participante.

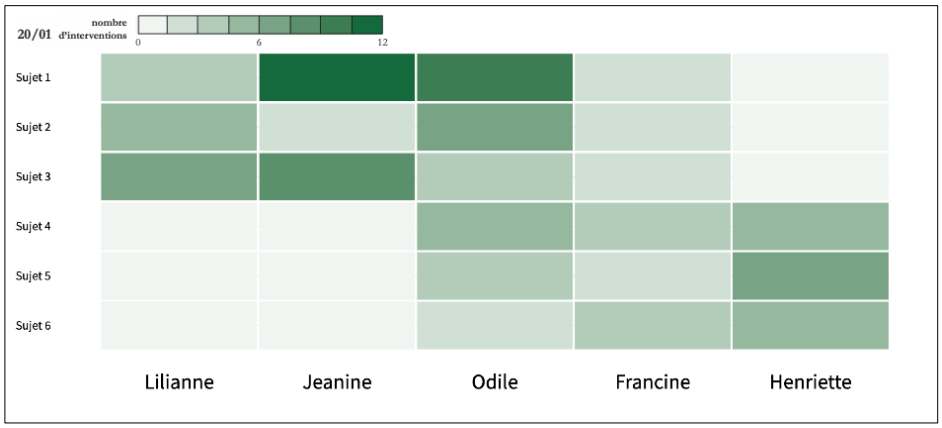


Figure 10 - Carte de chaleur de la réunion du 20.01.

Nous avons ainsi pu mettre en évidence que certains sujets engageaient plutôt les enseignantes (comme les sujets 1, 2 et 3), d'autres plutôt les formatrices et la chercheuse (comme les sujets 4, 5 et 6), ou au contraire mobilisaient presque tout le monde, comme le sujet 7 (la question de l'affichage des schémas). Les cartes de chaleur nous ont poussé à entrer plus en profondeur dans les échanges sur chaque sujet.

Et ce que nous avons surtout constaté, c'est que compte tenu de l'hétérogénéité des profils, cet espace a pu faire coexister différents positionnements vis-à-vis du sujet mais aussi vis-à-vis des autres membres de la communauté. Dans notre mémoire de recherche, nous avons tenté d'identifier ces positionnements, les avons illustrés au moyen de retranscriptions des réunions, et avons essayé de montrer en quoi ils ont conféré une dynamique singulière à cette CoP, permettant de faire jaillir des obstacles, des problèmes dont le processus de résolution ou de dépassement a été collaboratif. Une dynamique ni complètement verticale ni complètement horizontale, à la fois entre ses membres mais aussi entre pratique et théorie.

En effet, nous avons aussi constaté que les interactions mettaient bien souvent en exergue des obstacles ou des questionnements de « terrain » proches des préoccupations de la recherche, en dégageant progressivement des problématiques communes. La volonté de recourir à la recherche, alors loin d'être artificielle, a véritablement émergé à travers les interactions au sein du groupe. Nous pensons que c'est particulièrement ici que réside l'intérêt d'un dispositif comme une CoP, centrée sur un tel sujet, car il s'agit là d'un processus qui correspond à une logique ascendante, du terrain vers la recherche, et qui nous semble particulièrement fécond pour engager une évolution des pratiques (sans pour autant prétendre à les faire changer). Nous avons noté que ces liens, entre les préoccupations des participantes de la CoP-

Maths et les préoccupations de la recherche sur le sujet de la schématisation en résolution de problème, ont été construits en suivant quatre cheminements différents, que l'on peut voir dans le graphique suivant.

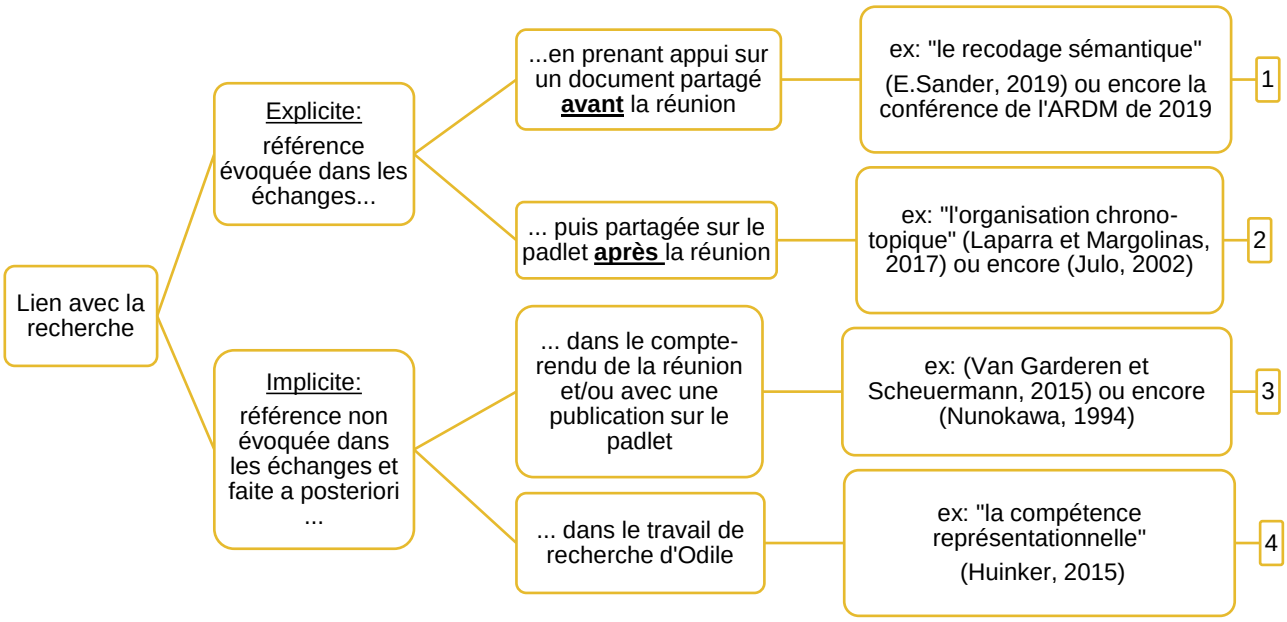


Figure 11 - Liens entre les préoccupations dans les échanges de la CoP-Maths et la recherche.

Le lien a pu être explicite, c'est à dire évoqué dans les échanges : la notion de recodage sémantique de Sander par exemple, à laquelle une publication sur le *padlet* avant la réunion faisait référence et qui a été convoquée dans les échanges. Le lien a pu aussi être implicite, ayant été fait non pas dans les échanges mais dans le compte rendu ou bien dans notre travail de recherche. C'est le cas par exemple de la référence aux travaux de Van Garderen et Scheuermann (2015), portant sur un enseignement centré sur le processus de schématisation. Ainsi, en analysant les documents publiés sur le padlet par les membres de la communauté, et les comptes rendus rédigés à la suite des réunions, il nous a semblé intéressant d'observer deux sens de circulation : la trace qui influence la discussion et la discussion qui suscite une trace.

III - UN PREMIER RETOUR SUR L'EXPERIENCE COP-MATHS

1 Ressenti des participantes sur le dispositif

Pour rappel, l'objectif de la mise en place de la CoP-Maths était double : observer comment la dynamique collaborative se mettait en place dans un tel dispositif et recueillir le ressenti des membres vis à vis de l'impact professionnel qu'il a pu avoir pour chacune. Lors des entretiens de retour sur le dispositif, dont certains extraits se trouvent en annexe, nous apprenions que la CoP-Maths a d'abord suscité et nourri la motivation des enseignantes vis à vis du sujet. Elles affirment se poser davantage de questions sur le sujet, sur les ressources qu'elles utilisent, sur leurs pratiques de classe, sur les difficultés de leurs élèves. Cela leur a donné envie d'expérimenter de nouvelles choses alors même que le sujet choisi ne correspondait pas forcément à un besoin de formation selon elles. La CoP-Maths nous a montré que ce besoin pouvait être créé par le dispositif, certaines enseignantes déclarant l'avoir ressenti au fur et à mesure de leur participation.

Aussi, toutes disent avoir apprécié de pouvoir partager leurs expériences de classe ou problématiques particulières avec d'autres enseignantes, mais aussi avec des formatrices. Par ailleurs, elles estiment important de cultiver une certaine dimension théorique dans la CoP, car elles se sentent loin de la recherche et apprécient les liens qui peuvent être faits avec leurs questionnements au sein du groupe.

Enfin, la CoP-Maths est vue par toutes les participantes interrogées comme un espace de parole privilégié et de plus en plus décomplexé. En effet, le petit effectif et la régularité des rencontres semblent avoir plus ou moins alimenté le sentiment d'appartenance de chacune à la communauté ce qui a conduit à développer progressivement un lien affectif, contribuant à libérer les échanges. Les membres qui ne sont pas enseignantes disent que cette mise en confiance a certainement permis d'avoir des retours de terrain et témoignages plus faciles et plus nombreux de la part des enseignantes mais aussi des RMC.

2 Perspectives

Nous avons mis en évidence tout au long de notre recherche à quel point la dynamique qui s'est créée au sein de la CoP-Maths dépendait des spécificités de ses trois composantes : la communauté, le domaine d'intérêt commun, la pratique partagée.

Compte tenu de la singularité de l'expérimentation que nous avons menée, il nous semble risqué de tirer des conclusions générales sur le dispositif de la communauté de pratique à partir de notre exemple. Nous jugeons donc que nous ne pouvons pas tout à fait répondre à notre problématique de départ. Au regard de notre analyse, nous pouvons seulement affirmer que la CoP-Maths semble avoir rassemblé des conditions propices à des effets formateurs pour ses participantes.

La limite principale de notre expérimentation selon nous, imputable à la courte durée de notre recherche, concerne l'analyse des échanges oraux entre les membres de la CoP. En effet, celle que nous avons menée avec les différents graphiques et l'identification de sujets saillants du discours nous a permis d'observer que les points de tension que nous avions évoqués sur le sujet de la schématisation ont effectivement jailli au sein de la communauté, et ont permis de faire émerger et circuler des discours teintés de positionnements différents. Mais cette analyse nécessiterait un travail plus en profondeur sur le rôle du langage où il serait alors intéressant de se pencher sur le lien entre les interactions langagières orales à l'intérieur d'un tel dispositif, et de possibles évolutions dans le discours ou dans les pratiques de ses membres.

Nous concluons sur une perspective intéressante, selon nous, pour la suite de la CoP-maths : celle d'engager ses membres et plus particulièrement les enseignantes dans le développement d'une posture plus réflexive, en faisant évoluer le processus de partage d'expériences, jusque là prédominant, vers celui de l'analyse collective des pratiques. Lors de la dernière réunion, le 19 mai 2021, le groupe a discuté de la suite du dispositif. Les participantes s'accordaient à dire que la CoP avait atteint un tournant dans son développement et ont proposé des pistes d'évolution. Lors des entretiens de retour sur la CoP cette fois, toutes ont rappelé ce besoin voire cette nécessité de se renouveler et de s'engager dans une collaboration plus assumée. Il nous semble que l'objectif sur lequel les participantes se sont mises d'accord est prometteur, à savoir la co-création d'outils d'enseignement. Il permettra aux membres de la CoP-Maths de s'engager collectivement dans des expériences de classe, non seulement par une réflexion en amont mais aussi dans l'action et sur l'action, par exemple à travers des situations de co-intervention, d'observations croisées, ou au moyen d'extraits filmés soumis à l'analyse collective. Le planning s'annonce chargé pour la deuxième année de la CoP-Maths, d'autant plus qu'elle fera face à un autre enjeu : celui d'agrandir le groupe en accueillant de nouvelles participantes.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Anquetil, C. (2021). *La CoP-Maths : un dispositif collaboratif de formation au service de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.* Mémoire de Master 2 PIF - Pratique et Ingénierie de la Formation, Université de Bordeaux. https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03361053/document

Auquière, A., Demonty, I., Fagnant, A. (2018). Impact des structures sémantiques et de l'introduction de schématisations sur les performances et les démarches de résolution de problèmes. *Annales de*

Didactique et des Sciences Cognitives, 23, 41-68. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/ST/IST18017/IST18017.pdf

Beckmann, S. (2004). Solving algebra and other story problems with simple diagrams: a method demonstrated in grade 4–6 texts used in singapore, *Mathematics Educator*, 14 (1), 42–46.

Cabassut, R. (2020). Les représentations en barres : « ni cet excès d'honneur, ni cette indignité ». *Revue au fil des maths*, 537. *https://afdm.apmep.fr/rubriques/sommaire/n537/*

Campos, M., Laferrière, T., Lapointe, J. (2005). Analysing arguments in networked conversations: the context of student teachers, *The Canadian Journal of Higher Education*, XXXV, 4, 55 – 84.

Charlier, B. (2010). L'échange et le partage de pratiques d'enseignement au cœur du développement professionnel, *Education & Formation*, e-293, 138-149.

Daele, A. (2004). *Développement professionnel des enseignants dans un contexte de participation à une communauté virtuelle : une étude exploratoire*, rapport de recherche, DEA en sciences de l'éducation, Université de Louvain. https://memsic.ccsd.cnrs.fr/mem_00000175/document

Diezmann, C.M. (1995). Evaluating the effectiveness of the strategy 'Draw a diagram' as a cognitive tool for problem solving, *Proceedings of the 18th Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia*, 223-228, Darwin. https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.92.7695&rep=rep1&type=pdf

Diezmann, C.M. (1999). Assessing diagram quality: Making a difference to representation. *Proceedings of the 22nd Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia*, 185-191, Adelaide. https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.134.1709&rep=rep1&type=pdf

Diezmann, C.M. (2002). Enhancing students' problem solving through diagram use, *Australian Primary Mathematics Classroom, 7* (3), 4-8.

Dreyfus, T., Eisenberg, T. (1990). On difficulties with diagrams: Theoretical issues. *Proceedings of the 14th Psychology of Mathematics Education Conference* , volume (1), 27-33.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*, 37-61. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/ST/IST93004/IST93004.pdf

Escalié G., Chaliès S. (2011). Vers un usage européen du modèle des communautés de pratique en formation des enseignants. *Revue française de pédagogie,* 174, Janvier-Février-Mars.

Fagnant, A. (2008). Des outils didactiques pour développer la résolution de problèmes dans l'enseignement fondamental. Aperçu des fondements théoriques et entrée au cœur de quelques activités. *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, Université de Liège, (27/28), 51-94. https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/13197/1/FAGNANT_CAH27-28_2008_51.pdf

Fagnant, A., Vlassis J. (2010). Le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques : questions et réflexions. *Éducation Canada,* 50(1), 50-52.

Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : enjeux, complémentarités et opportunités pour les pratiques de classe. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM*, 94-113 https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02421410/document

Fagnant, A., Houdement, C., Sander, E. (2018). La résolution de problèmes, conférences du séminaire national de didactique des mathématiques de l'ARDM, https://video.irem.univ-paris-diderot.fr/videos/watch/593e5bed-902b-441e-ae9b-3d7491e4e559

Houdement C. (2017) Résolution de problèmes arithmétiques à l'école, *Grand N*, 100, 59-78, IREM de Grenoble. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01902810/document

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, 69, 31-52, IREM de Grenoble. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/69n4_1555591199676-pdf

Laparra, M.et Margolinas, C. (2012). Le schéma : un écrit de savoir ? *Pratiques : linguistique, littérature, didactique, Centre de recherche sur les médiations (Crem) - Université de Lorraine 2009*, 143-144 Numéro spécial : les écrits de savoir, 51-82. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00722211/document

Larkin, J., Simon, H. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words, *Cognitive Science* 11 (1), 65-99. https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/j.1551-6708.1987.tb00863.x

Lowe, R. K. (1987). Drawing out ideas: A neglected role for scientific diagrams. *Research in Science Education*, 17, 56-66.

Ministère de l'Éducation Nationale (2018). BOEN n°3 du 5 avril, Eduscol : https://www.education.gouv.fr/bo/18/Special3/MENE1809043N.htm

Ministère de l'Éducation Nationale (2020). Guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1

Riley M.S., Greeno J.G., Heller J. I.(1983) Development of children's problem-solving ability in arithmetic, in. H. Ginsburg (Ed.) *The development of mathematical thinking*, 153-196, Academic Press.

Sander, E. (2019). Le rôle des analogies dans la résolution de problèmes aux cycles 2 et 3. *Université de Genève* (conférence pour l'IFE, centre Alain Savary). http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/compte-rendus-formations-de-formateurs-mathematiques/session-2019-2020/le-role-des-analogies-intuitives-dans-la-resolution-de-problemes-arithmetiques-aux-cycles-2-et-3

Schleicher, A. (2018). *World class-How to build a 21st-century school system.* OCDE. *https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/9789264300002-en.pdf?expires=1638530161&id=id&accname=guest&checksum=510F6F23C388407A8399899A0C979E17*

Van Garderen, D., Poch, A., Scheuermann, A. (2015). Students' Understanding of Diagrams for Solving Word Problems: A Framework for Assessing Diagram Proficiency, *Teaching Exceptional Children*, 47, 3, 153–162.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and substraction problems, in T.P. Carpenter, J.M. Moser & T. A. Romberd (Eds.) *Addition and substraction : a cognitive perspective*, 39-59. https://gerardvergnaud.files.wordpress.com/2021/09/gvergnaud_1982_cognitive-tasks-operation_addition-subtraction.pdf

Villani, C., Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242

Wenger, E., Mc Dermott, R. et Snyder, W. (2002). *Cultivating Communities of Practice : a guide to managing knowledge*, Ed. Harvard Business School Press.

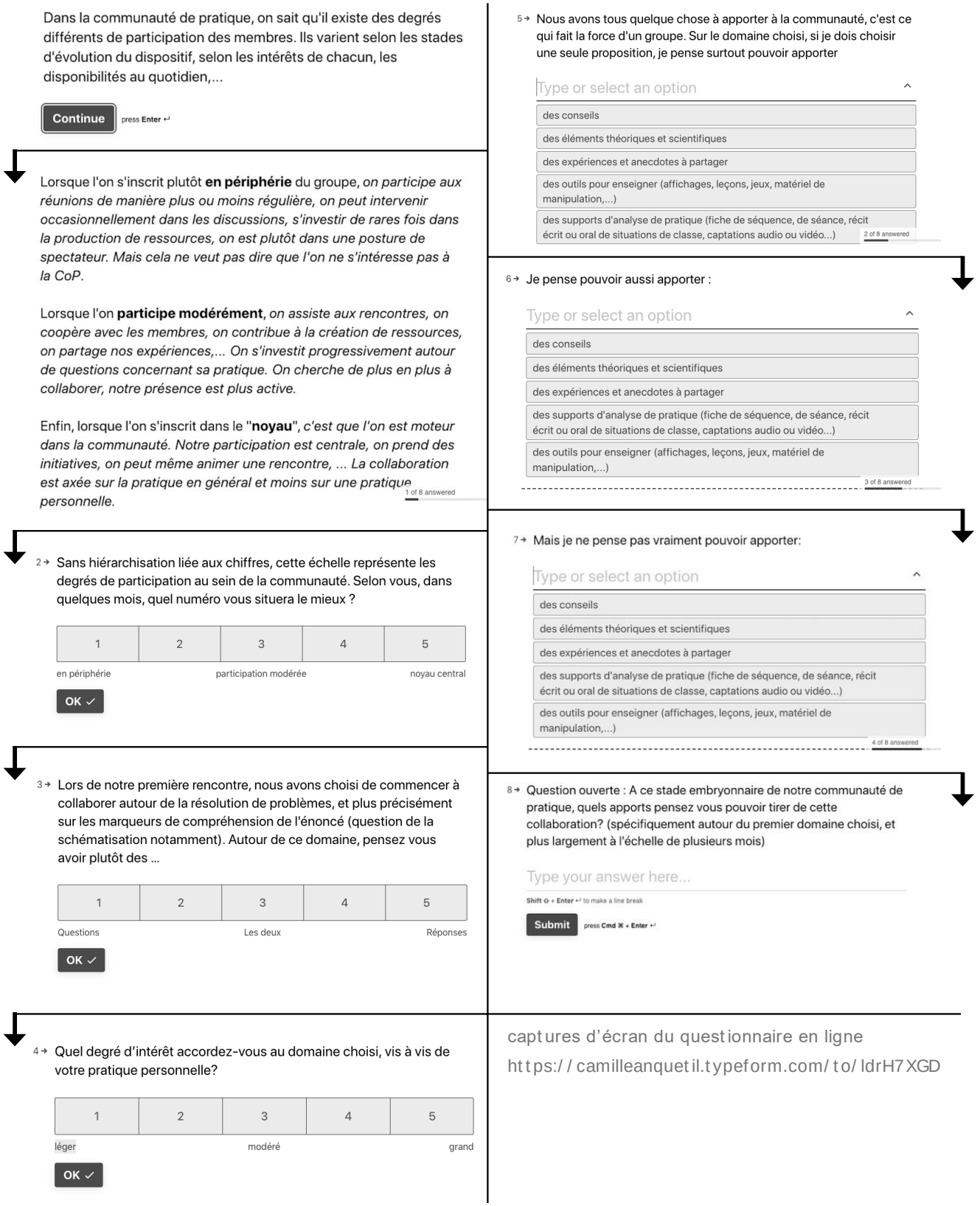
Wenger, E. (2005). *La théorie des communautés de pratique, apprentissage, sens et identité*. Ed. Les presses de l'Université Laval.

Wenger, E. (2010). Communities of practice and social learning systems: the career of a concept. *Social Learning Systems and communities of practice*, Springer Verlag and the Open University. https://wenger-trayner.com/wp-content/uploads/2012/01/09-10-27-CoPs-and-systems-v2.01.pdf

Yancey, A. V., Thompson, C. S., & Yancey, J. S. (1989). Children Must Learn to Draw Diagrams, *The Arithmetic Teacher AT*, *36*, 15-19. https://pubs.nctm.org/view/journals/at/36/7/article-p15.xml

V - ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE D'ENTREE DANS LA COP

adressé aux participantes de la CoP, le 28 novembre soir le lendemain de la première rencontre virtuelle.



captures d'écran du questionnaire en ligne https://camilleanquetil.typeform.com/to/ldrH7XGD

LES TROIS PILIERS EN QUESTIONS

LA RELATION À LA COMMUNAUTÉ

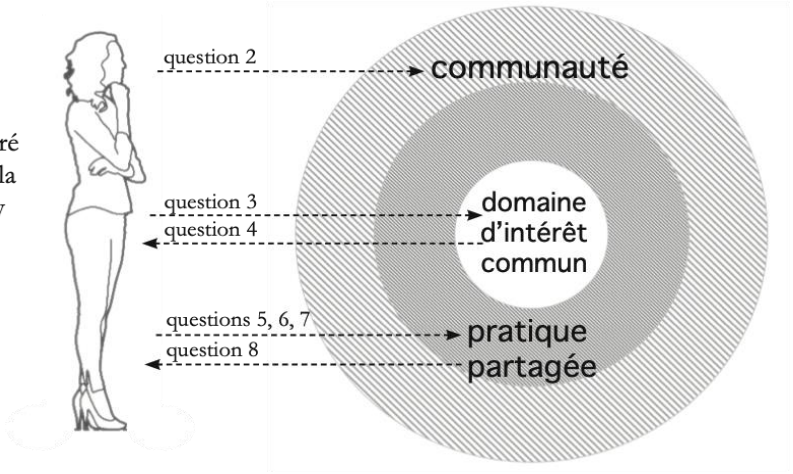
La question 2 vise à comprendre quel est le niveau d'implication envisagé à long terme par la participante.

LE RAPPORT AU DOMAINE D'INTÉRÊT COMMUN CHOISI

La question 3 vise à appréhender son degré de questionnement quant au domaine, et la question 4 le degré de pertinence qu'elle y accorde pour sa pratique.

LE LIEN ENTRE PRATIQUE PERSONNELLE ET PARTAGÉE

Les questions 5, 6, 7 visent à cerner ce qu'elle peut apporter ou non pour construire une pratique partagée et la question 8 ce qu'elle pourrait elle-même tirer de cette collaboration.



MISE EN FORME DES RÉPONSES

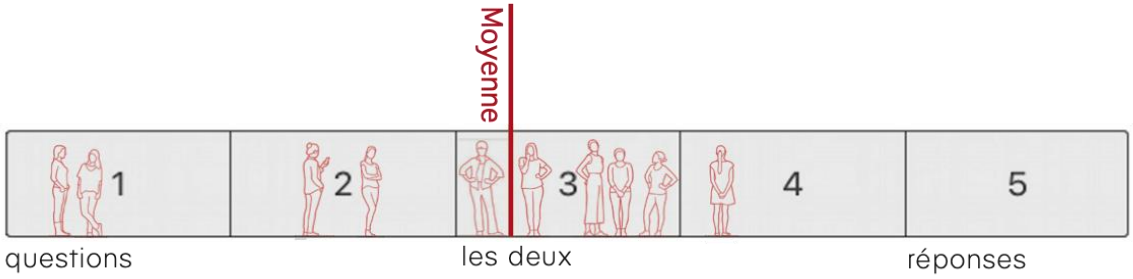
Le niveau de participation au sein de la communauté envisagé par chaque participante

Les réponses à la première question ont permis de situer chaque participante sur l'échelle de la participation, depuis la périphérie au noyau central.

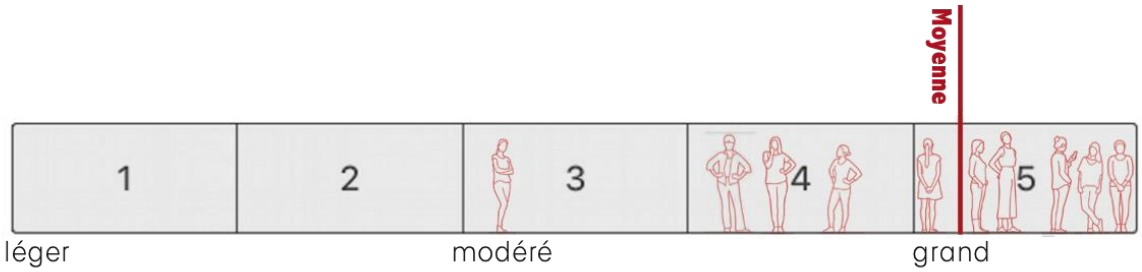


Autour du domaine choisi, les participantes ont plutôt des ...

Les réponses à la question 3 ont permis de situer les participantes par rapport à leur degré de questionnement vis à vis du domaine choisi.

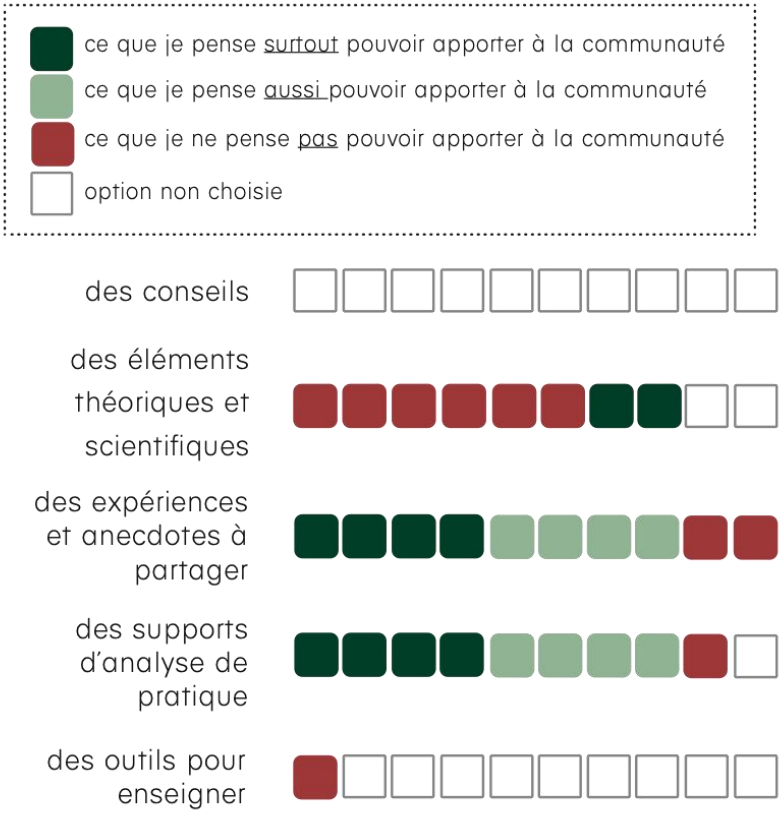


Le degré d'intérêt accordé par chaque membre pour le domaine choisi, vis à vis de sa pratique personnelle Les réponses à la question 4 ont permis de voir l'intérêt porté au domaine choisi.



Les apports pour une pratique partagée.

Les réponses aux questions 5,6 et 7 ont permis de mettre en évidence ce que les participantes pensent pouvoir apporter à la communauté concernant le domaine choisi.

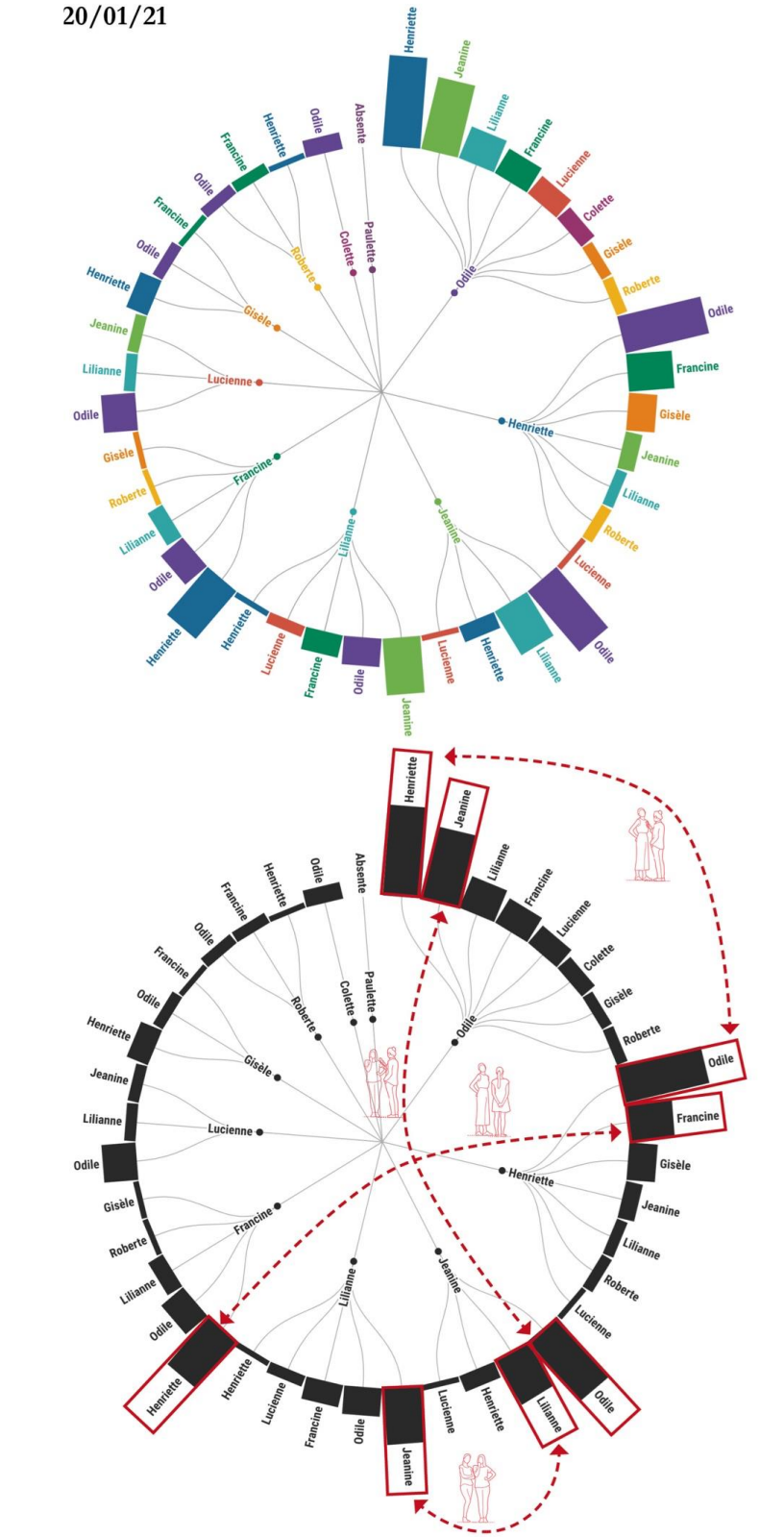


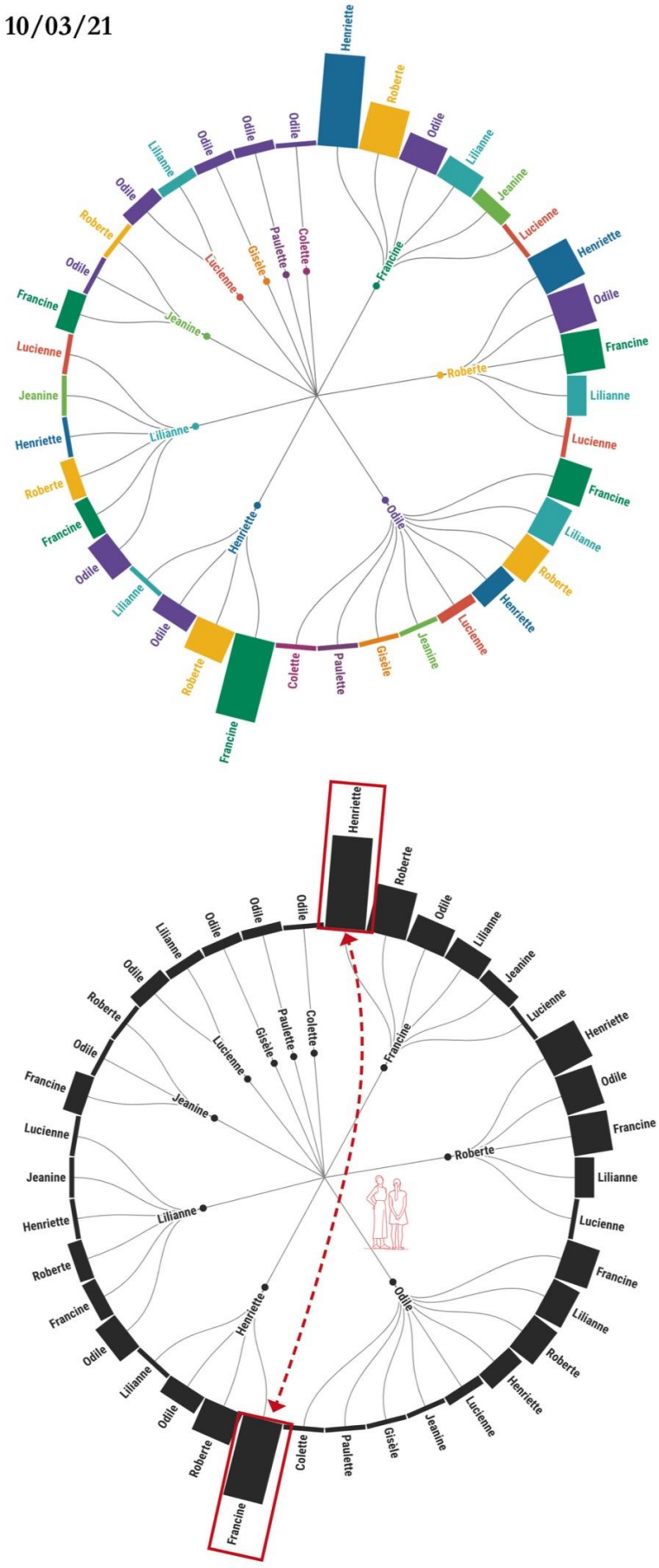
Les bénéfices d'une pratique partagée.

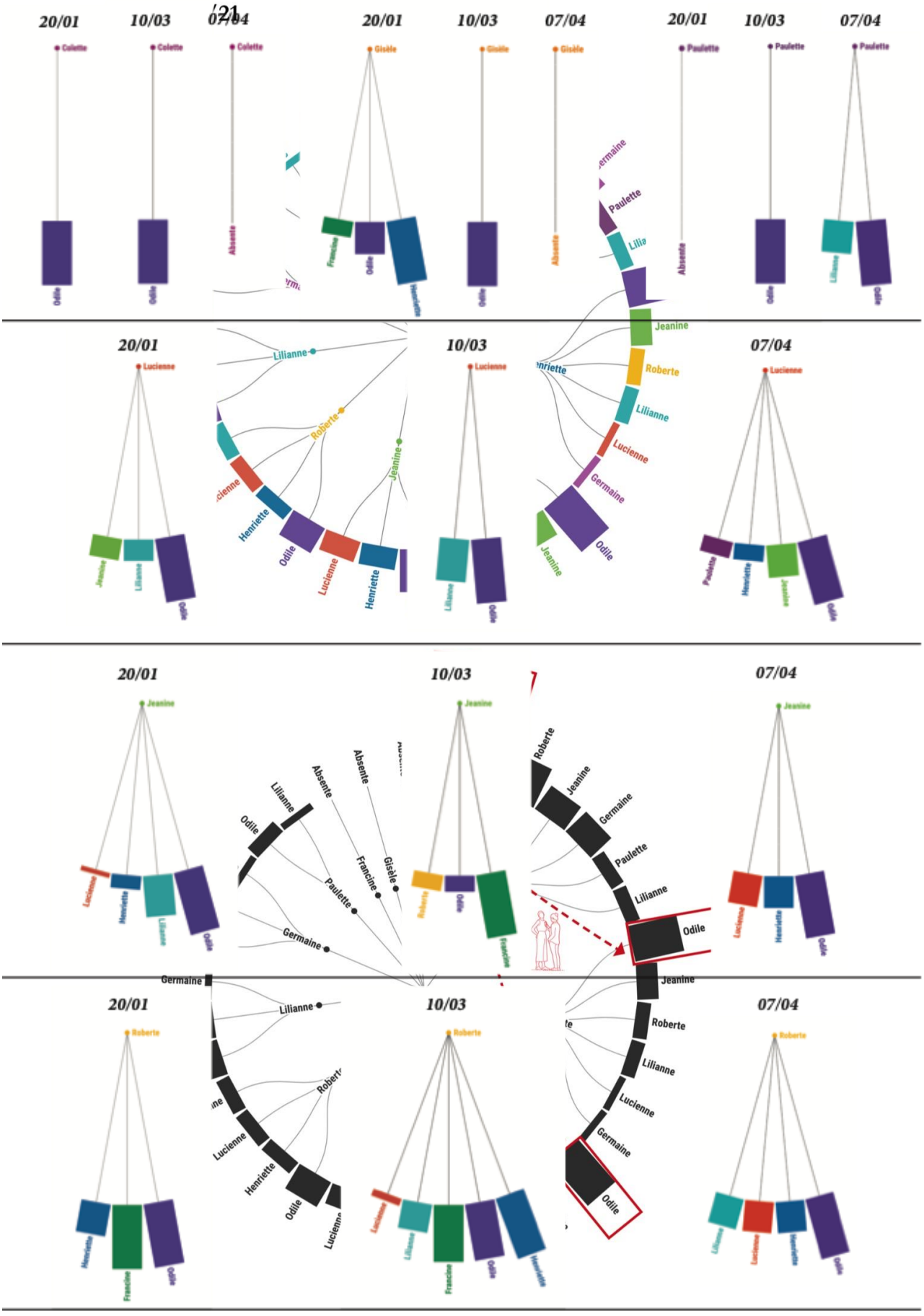
Les réponses à la question 8 ont permis de dégager cinq thèmes, hiérarchisés en fonction de leur occurence. Des mots-clés variés y sont rattachés.

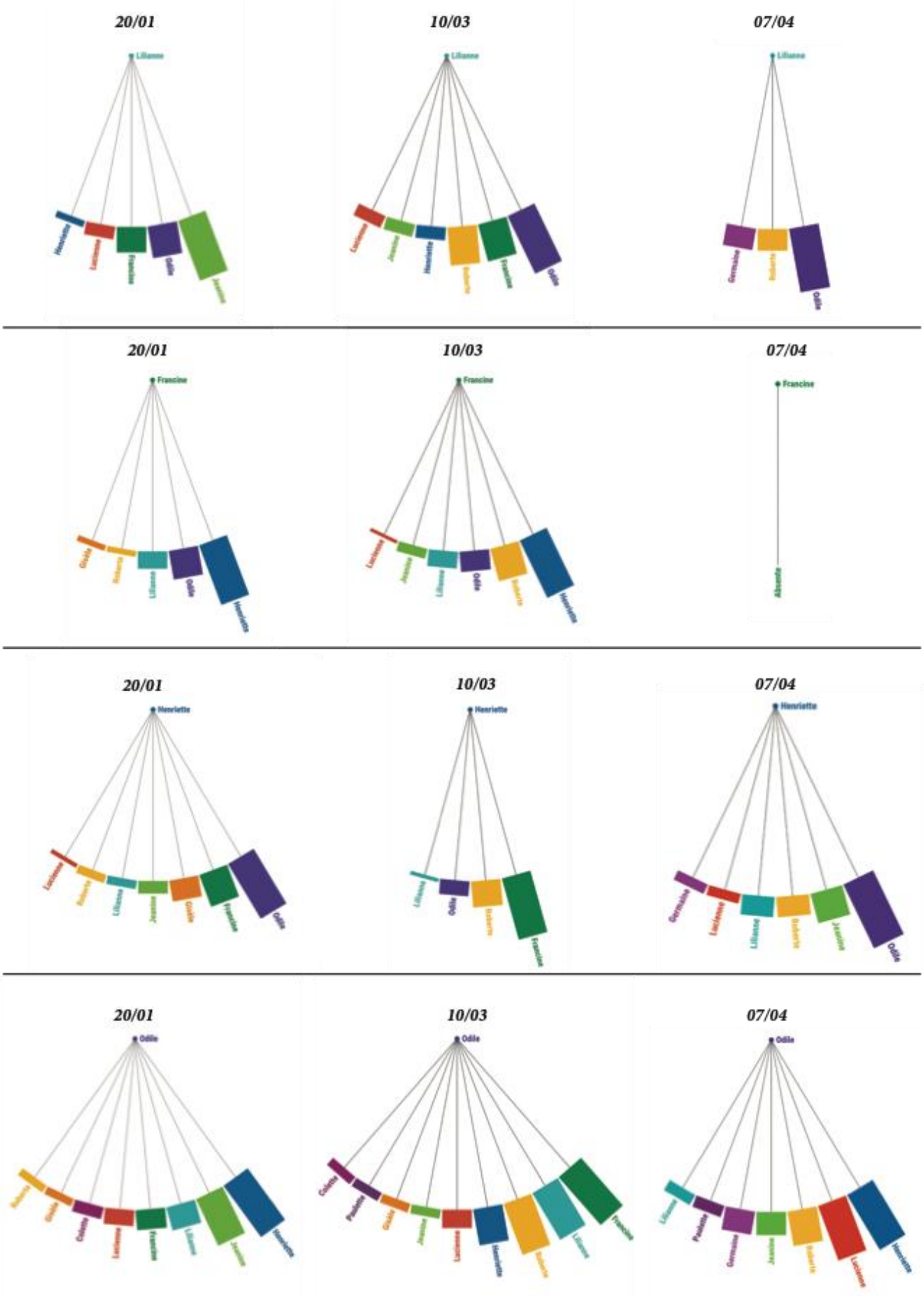
#1 **Concernant la pratique** : échanger, tester, remettre en question, faire évoluer, se questionner sur, partager, réfléchir sur...
#2 **Concernant la théorie** : apports, élément , connaissances, regard
#3 Concernant **l'expérience** :retour, partage
#4 Concernant **le terrain** :problématiques, besoins, vécu
#5 **Autres bénéfices:** conseils, motivation, expertise, outils co-construits

VI - ANNEXE 2 : CERCLES ET PROFILS DE PAROLE



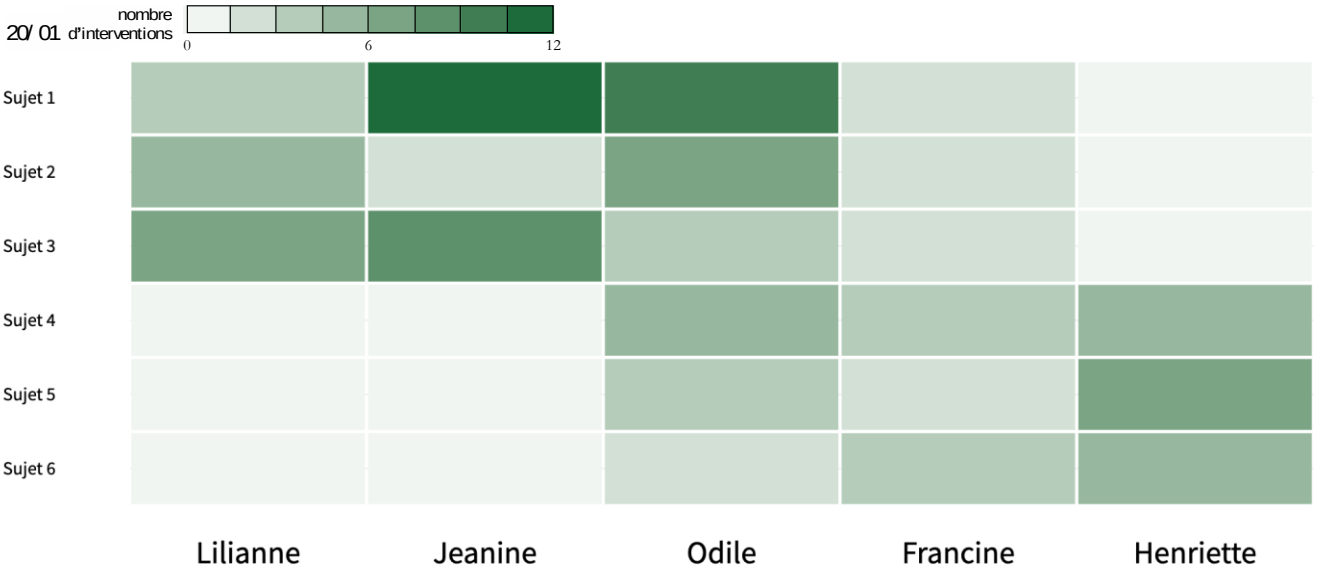

10/03/21
Henriette
Roberte
Odile
Lilianne
Jeanine
Lucienne
Henriette
Odile
Francine
Lilianne
Lucienne
Francine
Lilianne
Roberte
Henriette
Odile
Jeanine
Gisèle
Paulette
Colette
Francine
Roberte
Odile
Lucienne
Jeanine
Henriette
Lilianne
Roberte
Francine
Odile
Lilianne
Odile
Roberte
Francine
Colette
Paulette
Gisèle
Jeanine
Lucienne
Henriette
Roberte
Odile
Lilianne
Jeanine
Lucienne
Henriette
Odile
Francine
Lilianne
Roberte
Henriette
Lucienne
Jeanine
Gisèle
Paulette
Colette
Francine
Roberte
Odile
Lilianne
Odile
Roberte
Francine
Odile
Lilianne
Francine
Roberte
Odile
Lucienne
Jeanine
Henriette
Lilianne
Roberte
Francine
Odile
Lilianne
Odile
Roberte
Francine
Colette
Paulette
Gisèle
Jeanine
Lucienne
Henriette
Roberte
Odile
Lilianne
Jeanine
Lucienne
Henriette
Odile
Francine
Lilianne
Roberte
Henriette
Lucienne
Jeanine
Gisèle
Paulette
Colette
Francine
Roberte
Odile
Lilianne
Odile
Roberte
Francine

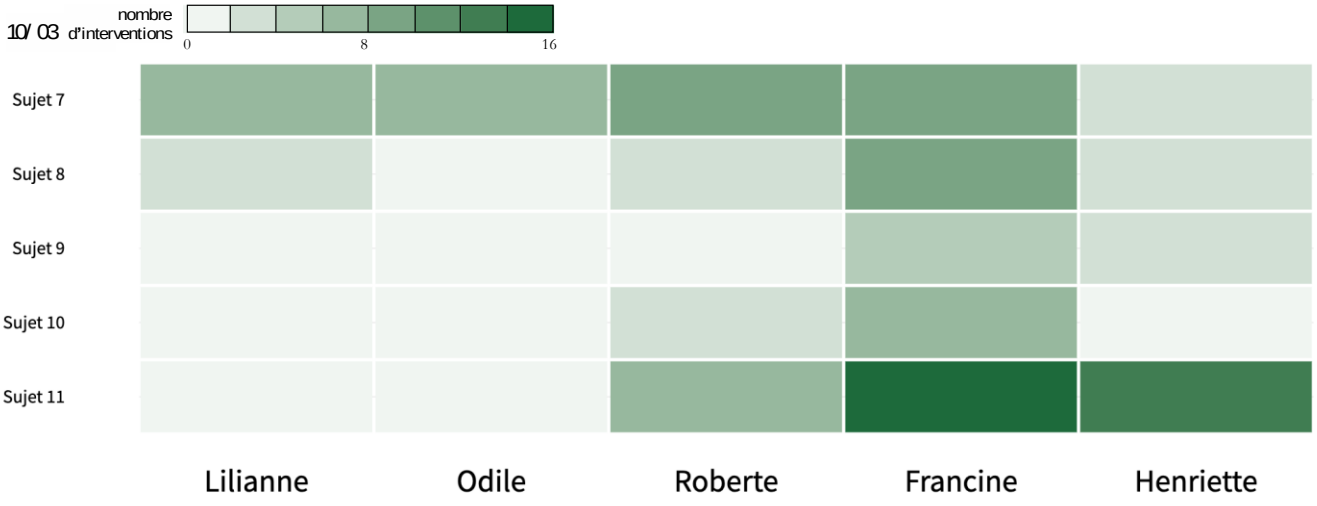

20/01
10/03
07/04
Colette
Gisèle
Paulette
Lucienne
Jeanine
Roberte
Lilianne
Henriette
Germaine
Odile
Absente
Francine

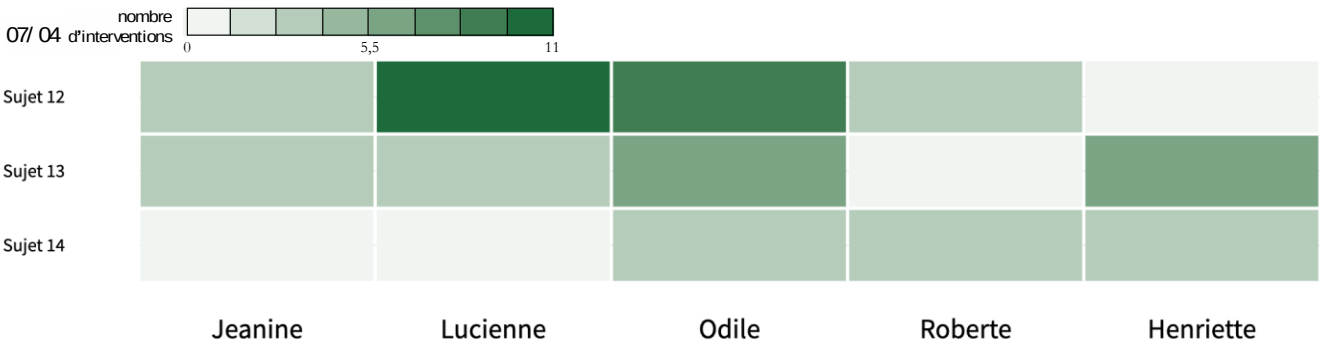

20/01
10/03
07/04
Lilianne
Francine
Henriette
Odile

VII - ANNEXE 3 : SUJETS SAILLANTS ET CARTES DE CHALEUR

	Première réunion 20/01
Sujet 1	Faire repérer la structure des problèmes et permettre les analogies, en évitant de créer des automatismes chez les élèves
Sujet 2	Gestion de la différenciation avec les méthodes de résolution de problème « en autonomie »
Sujet 3	Quels schémas et quelle utilisation en classe ?
Sujet 4	Quelles activités pour enseigner la schématisation ?
Sujet 5	Quelle structuration du savoir pour le schéma en résolution de problème ?
Sujet 6	Le rapport au temps problématique pour le choix du calcul
	Deuxième réunion 10/03
Sujet 7	La place des schémas dans les affichages en résolution de problèmes
Sujet 8	Construire le sens du modèle en barre avec les élèves
Sujet 9	Les liens entre la boîte de Fisher et le modèle en barre
Sujet 10	Le modèle en barre, un outil pour aider à comprendre le lien entre les nombres
Sujet 11	Un modèle simplificateur, au détriment du sens et des typologies des problèmes?
	Troisième réunion 07/04
Sujet 12	Retours d'expériences et réflexions à partir de la situation du «jeu du capitaine»
Sujet 13	Difficultés des élèves en résolution de problème et aides possibles du schéma
Sujet 14	Questionnements sur l'outil schéma lui-même.


20/01
nombre d'interventions
0
6
12
Sujet 1
Sujet 2
Sujet 3
Sujet 4
Sujet 5
Sujet 6
Lilianne
Jeanine
Odile
Francine
Henriette


10/03
nombre d'interventions
0
8
16
Sujet 7
Sujet 8
Sujet 9
Sujet 10
Sujet 11
Lilianne
Odile
Roberte
Francine
Henriette


07/04
nombre d'interventions
0
5,5
11
Sujet 12
Sujet 13
Sujet 14
Jeanine
Lucienne
Odile
Roberte
Henriette

<table>
<tr><th colspan="2">Première réunion : 20 janvier 2021</th></tr>
<tr><td colspan="2"><u>SUJET 1</u> - Faire repérer la structure des problèmes et permettre les analogies, en évitant de créer des automatismes chez les élèves</td></tr>
<tr><td>

Une première discussion, notamment autour d'une ressource utilisée par Jeanine, ***amène à rappeler*** que l'un des enjeux de l'enseignement de la résolution de problème est de faire comprendre le lien entre les quantités du problème et la place de l'inconnue. ***Le fil des échanges conduit le groupe à réaffirmer*** l'objectif d'un tel travail avec les élèves : les amener à faire des analogies entre les problèmes rencontrés, ayant une structure identique mais une formulation et un habillage différents. ***Il est clair pour les participantes*** que le schéma, au delà de son rôle de représenter visuellement une situation, est un outil qui permet de faire figurer la structure d'un problème.

Les apports des unes et des autres permettent de le mettre en avant comme une trace de référence pour résoudre d'autres problèmes. Francine insiste sur le fait que ce travail d'analogie doit permettre de s'extraire de la singularité d'une situation pour aller vers un modèle mathématique plus généralisable.

Le groupe est amené à nuancer cet objectif, qui s'accompagne de certains dangers s'il n'est pas systématiquement doublé de la recherche de sens. En effet, certaines méthodes d'enseignement peuvent construire des automatismes au détriment du sens chez les élèves, dont voici quelques exemples discutés au sein de la CoP-Maths:

- les élèves se retrouvent parfois à remplir les cases d'un schéma sans comprendre les liens entre les nombres
- les problèmes rencontrés peuvent être presque toujours formulés de la même manière
- il peut y avoir une focalisation sur les mots-clés de l'énoncé, qui ne traduisent pas toujours le

</td><td>

Si il n'est pas explicitement cité dans les échanges, on retrouve l'idée d'un travail sur les analogies dans les travaux de Julo (2002). C'est un sujet qui fait plutôt consensus dans la recherche, mais ce qui porte à débattre est la forme des schémas en appui à ce travail. Au sein du groupe, ce débat prendra surtout vie dans les échanges suivants sur la schématisation en barres. Les travaux de G.Vergnaud sont évoqués, avec lesquels toutes les participantes ne sont d'ailleurs pas également familières.

Nous évoquions A.Fagnant (2008) à ce moment de la discussion, qui parle des élèves qui se retrouvent à remplir des cases dans un schéma prédéfini s'ils n'ont pas construit son sens et évoque la démarche superficielle qu'ils adoptent lorsqu'ils se focalisent sur le choix de l'opération sans passer par une première représentation de la situation. Nous parlerons alors de ses travaux dans le compte rendu suivant cette réunion.

Nous avions visionné deux conférences puis les avions publiées sur le padlet, quelques jours avant la réunion, une de E.Sander et une de C.Houdement. Cela nous amène alors à les citer au cours de nos échanges avec Lilianne et Jeanine.

E.Sander[1] parle de la nécessité du recodage sémantique pour faire apparaître les liens entre les données et

</td></tr>
</table>

1- Conférence Centre Alain Savary 2019 - http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/compte-rendus-formations-de-formateurs-mathematiques/session-2019-2020/le-role-des-analogies-intuitives-dans-la-resolution-de-problemes-arithmetiques-aux-cycles-2-et-3

même sens mathématique d'un énoncé à l'autre - certains élèves se précipitent dans le choix de l'opération souvent sans pouvoir le justifier. ***Francine, Roberte et Henriette permettent de conclure ce sujet*** en affirmant qu'il faut trouver un équilibre dans le repérage de la structure des problèmes, car il n'est pas question d'enseigner leurs typologies aux élèves, mais plutôt de les aider à tendre vers un modèle mathématique sans perdre de vue le sens. ***Aussi, elles soulignent*** que comprendre la structure d'un problème et savoir l'apparenter à un autre problème déjà rencontré ne suffit pas pour le résoudre.	d'analogie de substitution, au sujet des énoncés qui se ressemblent. Il évoque aussi les « mots-clés » trompeurs, un point abordé aussi dans les travaux d'Houdement[2] sur les ressources proposant une « méthodologie » de résolution de problèmes. Nous reprendrons ces deux références dans le compte rendu.
<u>SUJET 2</u> - Gestion de la différenciation avec les méthodes de résolution de problème « en autonomie »	
On sait que les élèves, comme dans toute situation d'apprentissage, avancent à des vitesses différentes. Ainsi, certaines méthodes utilisées par les enseignantes de la CoP, comme les fichiers MHM ou les « ceintures », leur permettent de travailler à leur propre rythme. Mais ***comme le mentionne Odile***, l'enseignant peut alors très vite avoir la sensation de « perdre la main » sur le groupe, de ne plus arriver à suivre l'évolution de chacun. ***Selon Lilianne,*** il peut alors sembler judicieux de fonctionner en ateliers dirigés, avec des groupes de niveaux différents. Ainsi, Odile pourra réduire la vitesse en ayant autant de rythmes que de groupes d'ateliers, et non plus d'élèves. ***Il est aussi souligné*** qu'il est indispensable de garder des séances collectives de résolution de problème car il est intéressant, selon les participantes, de cultiver différentes échelles dans l'enseignement de la résolution de problème.	Dans ce sujet, pas de lien avec la schématisation en résolution de problème.
<u>SUJET 3</u>- <u>Quels schémas et quelle utilisation en classe ?</u>	
Une question de la part de Lilianne suscite ***l'éclairage suivant de la part de Francine***. Deux	Dans l'intervention de Francine, on retrouve la distinction faite dans le

2 - Séminaire National de didactique des mathématiques ARDM 2018- https://video.irem.univ-paris-diderot.fr/videos/watch/593e5bed-902b-441e-ae9b-3d7491e4e559

schémas peuvent être produits par les élèves : les schémas figuratifs, qui visent à représenter le problème de manière plus ou moins proche de la réalité, et ceux plus proches de l'abstraction, qui visent à représenter le modèle mathématique. Les premiers permettent aux élèves de mieux visualiser la situation de l'énoncé, il en existe autant qu'il y a d'élèves, car ils sont très personnels. Mais ils ne suffisent pas toujours à aider les élèves les plus en difficulté à aller vers la résolution. ***C'est selon Francine*** le deuxième type de schéma que l'on doit enseigner aux élèves, pour leur permettre de visualiser les liens entre les quantités du problème. Ils sont le plus généralisables possibles et doivent amener au choix du calcul. ***Elle précise que*** les schémas peuvent aussi être la trace d'une manipulation, avec les élèves les plus faibles, et qu'ils sont dans tous les cas utilisés lors de la mise en commun, afin de confronter les différentes procédures des élèves. Concernant ***une des préoccupations initiales d'Odile*** sur le sujet, ***Francine et Henriette tranchent*** : pour certains élèves, le recours au schéma ne sera pas utile, car ils ont accès directement au modèle mathématique. ***Plusieurs participantes pensent*** qu'il leur apparaîtra alors plus utile lorsque les problèmes seront plus résistants, comme les problèmes complexes ou atypiques, ou que les données seront trop grandes pour avoir accès à une réponse directe. D'ailleurs, ***il est souligné par Henriette*** que les rallyes-maths, pratiqués par plusieurs enseignantes de la CoP, sont d'excellentes situations de communication par le schéma entre les élèves.	guide orange, entre représenter et modéliser. Au cours de notre recherche, nous avions lu que cette modélisation est ce que A.Fagnant (2008) appelle « schéma efficace ». Francine affirme, comme dans le guide orange, la nécessité de travailler avec les élèves sur la modélisation plus que sur la représentation du problème. Même si le lien n'est pas explicitement fait, on retrouve dans la discussion sur l'intérêt du schéma pour les élèves performants les fonctions attribuées par C.Margolinas et M.Laparra (2012) à savoir : pour communiquer, pour prouver, pour réfléchir, pour se souvenir.
SUJET 4 - Quelles activités pour enseigner la schématisation ?	
« *Fais un schéma, ça va t'aider* »**. *Henriette rappelle que*** contrairement à ce que l'on peut penser, le schéma n'est pas un outil transparent pour les élèves. Il est alors nécessaire de leur enseigner les codes de cet écrit particulier, toutes les participantes s'accordent sur ce point. ***Il semblerait alors pertinent*** de mettre en place des activités portées sur l'enseignement de la schématisation, ce que les enseignantes de la CoP disent ne pas faire dans leur classe. ***Une idée évoquée***	Si l'idée d'un enseignement autour de la schématisation chemine lentement au fil des échanges, elle apparaît dans plusieurs travaux de référence, (vanGarderen, Scheuermann, 2015 ; Diezmann 1995, 1999, 2002 ; Fagnant, 2008, 2018), que nous citerons dans les comptes rendus.

lors de la réunion et qui sera développée par la suite est de mettre en place des activités où les élèves doivent utiliser le schéma pour communiquer avec leurs pairs. ***Odile évoque une chercheuse*** ayant conçu une activité de ce type, « Le jeu du capitaine », et les ***participantes vont discuter autour*** de sa mise en place et de ses variantes possibles.	Une dimension du schéma qui est peu rapportée de la sorte dans la recherche, et qui émerge ici à travers les travaux de E.Polotskaia (2009), est sa dimension communicative : produire un schéma comme message différé, pour autrui ou pour soi. L'auteur évoquée est inconnue de la CoP-Maths, mais deviendra, à travers nos réflexions sur son « jeu du capitaine », une référence-phare pour la suite des rencontres.
SUJET 5 - Quelle structuration du savoir pour le schéma en résolution de problème ?	
La question qui se pose plusieurs fois lors de cette première réunion est celle de l'institutionnalisation liée à cet enseignement, la trace écrite à laisser sur cette question du schéma en résolution de problème. ***Il semble en effet pertinent, aux yeux du groupe,*** de créer un répertoire de schémas pour permettre à l'élève la résolution par analogie et la mise en évidence des liens entre les données du problème. ***A l'unanimité,*** il ne faudrait cependant pas tendre vers le « clé en main » au risque de perdre le sens. ***La question se pose*** alors de proposer un modèle de référence ou bien se limiter aux différentes représentations des élèves. ***La conclusion est que*** les deux solutions sont peut-être les bonnes, à envisager graduellement et toujours en mettant le sens en priorité.	Henriette voit et exprime un lien avec les travaux de Julo (2002), et la discussion qui s'ensuit nous fait aussi penser à ceux de Fagnant (2008), largement cités dans un chapitre précédent, qui s'interroge sur la pertinence de proposer des schémas de référence. Elle aussi deviendra une référence centrale dans nos échanges par la suite.
SUJET 6 - Le rapport au temps problématique pour le choix du calcul	
Henriette soulève une difficulté du schéma qui est celle de montrer le rapport au temps. ***Elle ajoute que*** dans le cas des situations de transformation, le calcul est bien moins évident à choisir que pour les problèmes de composition, car les liens entre les nombres sont rendus moins visibles par cette notion de temps. ***Une discussion débute alors*** en évoquant pour la première fois la schématisation en barres préconisée par le guide orange. ***Francine et Henriette débattent*** de la pertinence de représenter par le même modèle des problèmes de composition et des problèmes de transformation. ***Selon Francine,*** d'un point de vue	C'est un débat qui fait clairement écho à ce que nous avions développé plus tôt concernant le guide orange. Nous retrouvons ici, comme nous l'avions anticipé, la position de la formatrice RMC, missionnée pour diffuser le schéma en barres, et celle de la chercheuse qui se questionne et met en garde.

mathématique, les quantités du problème sont bien liées par l'inclusion de deux dans l'une. ***Cependant, pour Henriette***, ce lien d'inclusion peut être problématique à envisager pour l'élève alors que le problème indique non pas des parties qui forment un tout mais une quantité qui subit une transformation. ***Le débat reste alors ouvert.*** Peut-on schématiser une composition et une transformation de la même manière ? ***Une des solutions apportées*** par Francine lors de la réunion est l'utilisation de deux schémas : un statique et un dynamique, les deux figurant toutefois l'inclusion.	C'est une question vive, qui ne trouve pas encore de réponses en dehors de la CoP-Maths. Rappelons que dans le contexte actuel, concernant la diffusion de la schématisation en barres, les recherches n'ont pas précédé la décision gouvernementale pour asseoir sa légitimité, mais devront plutôt y succéder pour mesurer ses effets.
La première réunion a donc permis de balayer en deux heures un certain nombre de questions sur la schématisation, faisant plus ou moins l'unanimité : le rôle de la schématisation dans la construction d'analogies, l'importance de la construction de son sens avec les élèves, un début de réflexion sur la manière d'organiser un enseignement autour du schéma, des questionnements sur la nécessité et les modalités de son institutionnalisation , une discussion sur le schéma en barres pour représenter deux sens différents de l'addition. Les sujets 1, 2 et 3 ont suscité un partage de pistes didactiques de la part de Francine, en réponse à un partage d'expériences entre les enseignantes. Les sujets 4, 5, 6, desquels les enseignantes étaient plutôt absentes, ont tourné autour de questionnements actuels à chaque fois soulevés par Henriette.	
Deuxième réunion : 10 mars 2021	
SUJET 7 - La place des schémas dans les affichages en résolution de problèmes	
Toutes considèrent que l'affichage constitue une trace, plus ou moins institutionnalisée, qui facilite la résolution par analogie. Au début du cycle 2, ce travail d'affichage des représentations visuelles menant à la schématisation prend largement appui sur la manipulation. Pour construire cet affichage, ***la logique suggérée*** au sein de la CoP-Maths est celle qui part du « singulier » et qui tend vers le « général ». ***Selon les RMC, qui cherchent à conseiller les enseignantes,*** un premier affichage permettrait de recenser les représentations des élèves pour résoudre les problèmes additifs, ceux de composition par exemple, en lien avec les énoncés rencontrés. ***Selon Francine***, on pourra s'appuyer dessus pour faire repérer les similarités structurelles et mettre en avant les régularités dans les procédures de résolution. Le but	Nous avions remarqué que la question de l'affichage relatif aux schémas en résolution de problème est très peu documentée dans la recherche. Francine s'appuie là sur des expériences personnelles de classe pour conseiller Lilianne, en partant des représentations personnelles et singulières des élèves. Nous reconnaissons la part donnée à la manipulation, qui est la même dans le guide orange.

étant de se détacher de la singularité des situations pour tendre vers des représentations plus généralisables aux problèmes ayant une même structure (la bande graduée, les parties que l'on rassemble,…).	
SUJET 8 - Construire le sens du modèle en barre avec les élèves	
Un questionnement émerge du groupe quant à l'introduction du modèle en barre, largement préconisé par le guide orange. ***Certaines enseignantes craignent*** un effet négatif sur les élèves en difficulté car elles y voient un modèle de référence qui n'est pas construit par l'élève et qui peut conduire à créer des automatismes dénués de sens. ***Selon les RMC***, il ne faudrait pas se focaliser sur ce modèle en particulier mais bien chercher à construire une représentation qui permette à l'élève de visualiser les quantités du problème, les liens entre elles, celle qu'il cherche, et qu'il puisse dans la mesure du possible se servir de ce modèle pour résoudre d'autres problèmes semblables, par analogie. ***La deuxième question*** qui découle de la première concerne la façon d'amener ce type de modélisation auprès des élèves tout en construisant avec eux son sens. ***Selon Roberte***, il serait essentiel de commencer par la manipulation de matériel préférablement unique, pour résoudre les problèmes et commencer à construire des analogies. Progressivement, on peut chercher à représenter cette manipulation, pour laisser une trace. L'objectif final pour elle est d'aller vers une modélisation générique, en passant par différents degrés d'abstraction. ***Francine ajoute que*** la verbalisation qui accompagne cette symbolisation du réel est indispensable, de la part de l'enseignant comme de l'élève.	On retrouve dans les interventions de Francine et Roberte, le triptyque phare du guide orange, à savoir manipuler, verbaliser, abstraire. Elles sont bien ici en accord avec la diffusion du message institutionnel. Cependant, elles cherchent à nuancer l'usage exclusif du schéma en barres et mettent en avant ses qualités et son rôle surtout auprès des élèves en difficulté (ce qui n'est pas précisé dans le guide orange).
SUJET 9 - Les liens entre la boîte de Fisher et le modèle en barre	
La discussion sur le sujet précédent ***a amené les participantes à évoquer*** un lien entre le modèle en barre et la boîte de Fisher. ***Selon Henriette,*** le parallèle n'est pas évident pour les didacticiens, qui ne sont pas forcément « pro-modèles en barre ». Mais sur le terrain, c'est différent ... ***Certaines dont Francine***	Ce lien entre les deux outils n'est pas ou peu documenté dans la recherche. La CoP fait donc émerger ici une piste de recherche, à notre sens.

imaginent que travailler les liens entre les nombres, en verbalisant le rapport entre les cases de la boîte de Fisher, qui ne doit pas rester un objet figé selon elle mais qui doit faire parler, permettra de mieux appréhender le modèle en barre. ***C'est un sujet qui reste ouvert,*** les positions ne sont pas aussi tranchées que sur d'autres points.	Si ce lien est construit dans les classes, faisant alors un pont entre calcul mental et résolution de problème, il semblerait alors important de documenter les pratiques mises en œuvre.
SUJET 10 - Le modèle en barre, un outil pour aider à comprendre le lien entre les nombres	
Les participantes les plus « spécialistes » du guide orange ***sont sollicitées pour préciser*** la fonction du modèle en barre. ***Selon elles,*** il permet: - d'accompagner l'élève vers le calcul en vue de la résolution du problème - de décontextualiser une situation singulière sous forme de modèle calculable pouvant être généralisé à d'autres problèmes, et donc permettre le raisonnement par analogie - de visualiser de manière efficace les données et les liens entre elles, la place de l'inconnue Il ne permet pas : - de construire le sens de l'énoncé, car il faut avoir compris la situation pour représenter les liens entre les nombres. ***Pour quelques participantes,*** le côté générique du modèle en barre et le statut très institutionnel, voire politique que lui donne le guide orange concourent à faire émerger un certain scepticisme. Est-ce une difficulté en plus pour les élèves, ou une véritable aide ? ***Les avis divergent. Selon Henriette,*** c'est le côté uniformisant qui peut faire peur, la tendance à dogmatiser les pratiques scolaires, surtout dans un domaine comme la résolution de problème où le maître-mot est « chercher » et non « appliquer », ***comme le rappelle Roberte.*** Aussi, ce modèle permet certes de lever les implicites sur les relations entre les nombres, mais ***il semble délicat pour les enseignantes***	Francine et Roberte cherchent à mettre en avant les qualités du schéma en barres, en précisant l'importance du sens qui est construit avec les élèves. Comme nous l'avions évoqué dans un chapitre précédent, l'outil en lui-même questionne. Son côté uniformisant va à l'encontre de la compétence représentationnelle. Les échanges au sein de la CoP-Maths n'ont jamais fait référence à ce sujet mais ont tourné autour en évoquant le risque de ne choisir qu'une seule représentation. En effet, il semblerait pour plusieurs participantes que de pouvoir représenter un lien inclusif de plusieurs manières différentes permettrait d'asseoir le concept de l'addition plus aisément. Ce qui n'irait pas dans le sens d'un usage exclusif du schéma en barres, sans pour autant le rejeter complètement.

d'en construire le sens avec les élèves. Alors, faut-il se concentrer sur ce modèle en particulier ou bien choisir de diversifier les moyens de montrer les liens entre les nombres ? ***La question reste en suspens, et amènera à d'autres échanges plus vifs sur le sujet.***	
SUJET 11 - Un modèle simplificateur, au détriment du sens et des typologies des problèmes?	
Au delà du fait que ce modèle en barre soit imposé en tant que tel, on peut penser qu'il construit des contradictions profondes sur le sens des opérations, ***en tout cas c'est l'avis d'Henriette***. En effet, ce type de modélisation convient parfaitement ***selon elle*** pour les problèmes dits de composition. Or, dans le cas des problèmes de transformation et de comparaison, les liens entre les nombres du problème peuvent-ils aussi être représentés selon le principe d'inclusion ? ***Les échanges qui s'ensuivent entre certaines participantes*** sont relatifs à ce sens qui préoccupe … Nous retrouvons ici la ***suite du sujet 6***, débattu lors de la première réunion, aussi par Francine et Henriette. ***Les deux positions*** sont toujours les mêmes. D'un point de vue purement arithmétique, le modèle en barre propose bien un recodage correct des liens entre les nombres de l'énoncé. D'un point de vue sémantique, on ne peut pas parler de deux parties qui forment un tout lorsque la situation de l'énoncé parle d'un ajout à une quantité initiale. Cela pose la question des différents sens des opérations… Peut-on réellement représenter les différents sens de l'addition de la même manière ? ***Il y a des arguments pour et contre*** dans la CoP-Maths et il est difficile de trancher. La classification de Vergnaud ***revient dans le débat*** comme un outil pertinent pour l'enseignant, mais ***Francine souligne*** qu'il peut présenter trop de modèles différents pour représenter les typologies de problèmes, saturer la mémoire des élèves. ***Les points de vue sont encore divergents.*** Aller vers plus de simplicité sans pour autant trop simplifier, un entre-deux qui est délicat à envisager et ***qui alimente le débat dans cette CoP.***	Certains travaux statuent sur les bénéfices apportés par le schéma en barres pour la résolution de problèmes de composition (Auquière, Demonty, Fagnant, 2018). Cependant, nous rappelons au groupe qu'il n'est pas encore démontré qu'il aide effectivement à résoudre d'autres problèmes additifs. On retrouve le même débat et les mêmes positions que lors de la réunion précédente (sujet 6). C'est une question très actuelle, accentuée encore une fois par le guide orange.
La deuxième réunion a donné de l'ampleur au schéma en barres : on remarque que le guide orange a constitué un véritable appui pour les interventions des formatrices auprès des	

enseignantes, mais aussi pour soulever des questionnements encore une fois de la part d'Henriette. Si le sujet 11 fait écho au sujet 6, le sujet 7 rappelle le questionnement du sujet 5 par rapport à l'institutionnalisation. Cette réunion permet aussi de faire émerger un point qui reviendra dans la prochaine réunion, à savoir le lien entre le schéma en barres en résolution de problème et la boîte de Fisher en calcul mental.

Troisième réunion : 07 avril 2021

SUJET 12 - Retours d'expériences et réflexions à partir de la situation du «jeu du capitaine»

À partir de retours d'activités testées en classe, en CP et CM2, ***les participantes se sont questionnées*** sur l'intérêt de s'inspirer du « Jeu du capitaine » d'E.Polotskaia – que nous expliciterons plus en détail un peu plus loin dans l'analyse. Les expérimentations étaient centrées sur la valorisation du modèle en barres dans le cadre de situations de communication. Dans un cas, le modèle en barres était le message à transmettre pour permettre à un autre élève de résoudre le problème sans avoir lu l'énoncé. Dans l'autre cas, il était construit en « déshabillant » le problème et constituait une base pour le réécrire avec un nouvel habillage. Dans un sens ou dans l'autre, passer de l'énoncé écrit au modèle en barre ou passer du modèle en barre à l'énoncé écrit, a nécessité un accompagnement fort de la part de l'enseignant en CP, beaucoup moins en CM2. ***La discussion qui suit fait émerger trois points*** de débat : - l'intérêt du schéma, ou de quelconque représentation visuelle des données de l'énoncé et des liens entre elles, pour construire les analogies, - la communication entre pairs identifiée comme un véritable enjeu pour les élèves en RP, - la nécessité de penser l'enseignement autour du schéma de façon progressive au cycle 2, en prenant en compte tout particulièrement la liaison grande-section/CP.	Ce sujet s'inscrit dans la continuité des sujets 1 et 4, de la première réunion. Les participantes réaffirment le rôle du schéma dans la construction d'un raisonnement par analogie par des expérimentations menées en classe. Il y a donc peut-être une appropriation de la discussion du 20 janvier par les enseignantes en question. Aussi, on retrouve l'idée du schéma pour communiquer, en insistant sur la continuité que cela peut constituer dans la liaison GS-CP en résolution de problème. Il y a là une véritable piste de recherche sur le sujet de la schématisation, à notre sens. Il est intéressant de voir comment l'activité évoquée dans le sujet 4 a pu prendre vie dans les classes, et comment ce retour d'expérience suscite des interrogations de la part des autres membres de la CoP, en faisant des liens avec d'autres sujets.

SUJET 13 - Difficultés des élèves en résolution de problème et aides possibles du schéma

Jeanine fait part de la perte de motivation de ses élèves pour l'activité de résolution de problème.	Cela nous évoque certains travaux de C.Houdement qui se focalisent sur

Certaines tentent alors de formuler des hypothèses, mettant en cause la permanence du support proposé, le niveau de difficulté des problèmes proposés, le créneau trop ritualisé et cloisonné, des situations trop lointaines du vécu des élèves, une tâche trop systématique, ou même une démotivation même de l'enseignante. ***Cela amène à discuter*** du danger que peuvent représenter certaines méthodes utilisées, voire méthodologies, qui peuvent provoquer une certaine lassitude chez les élèves et engendrer des automatismes.

C'est d'ailleurs ***ce dernier point qui ravive le débat.*** Il semblerait que beaucoup d'élèves considèrent que résoudre un problème, c'est trouver le bon calcul avant tout. Ceux en difficulté développent alors des démarches superficielles qui les amènent à éluder l'étape de représentation de la situation. Par ailleurs, ***le groupe souligne que*** la compréhension de l'énoncé est un premier obstacle, car il est très difficile pour beaucoup d'élèves d'extraire le modèle mathématique à partir de mots organisés de façon chronologique et linéaire, créant un certain implicite.

Les participantes estiment alors que travailler sur des représentations visuelles du problème (de l'histoire et du modèle mathématique en jeu) pourrait favoriser cette étape de compréhension.

De plus, comme le schéma est une trace externe d'un processus interne de réflexion, il peut permettre plus facilement de verbaliser et confronter les procédures des uns et des autres, en allant au delà du simple choix du calcul, ***comme le soulignent Germaine et Odile.***

Enfin, ***la discussion autour des difficultés des élèves se dirige vers*** les problèmes atypiques. ***Un débat qui se centre sur*** un usage du schéma qui n'est alors pas le même que pour les problèmes basiques et ***qui amène à nouveau à échanger sur*** les manières d'engager les élèves dans l'activité de RP.

l'étude des ressources qui proposent une méthodologie de résolution de problème. On voit comment Jeanine et ses élèves se lassent de la ressource en question, et comment cela peut créer un rapport négatif à l'activité en elle-même.

Selon nous, les participantes reviennent aux démarches superficielles de résolution de problème, évoquées par A.Fagnant (2018), en rouge et bleu ci-dessous, dont nous avions parlé lors de la première réunion.

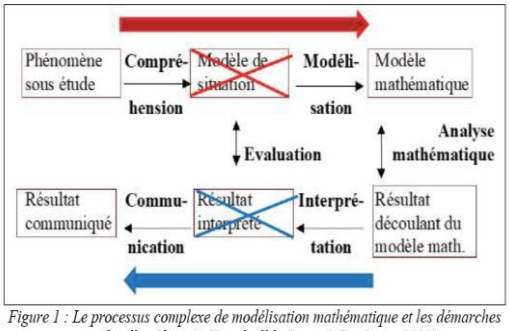


Figure 1 : Le processus complexe de modélisation mathématique et les démarches superficielles (d'après Verschaffel, Greer & De Corte, 2000).

Les difficultés pour comprendre l'énoncé du problème et en extraire une modélisation mathématique étaient évoquées dans un chapitre précédent, en citant Duval (1993) ou encore Sander (2019), la deuxième référence ayant été partagée avec le groupe lors d'une réunion précédente, contrairement à la première.

Enfin, la discussion autour du schéma pour la résolution de problèmes atypiques fait appel aux travaux de Diezmann (1995, 1999, 2002) et Pantziara (2009), que nous avions évoqués brièvement puis cités dans les comptes rendus.

SUJET 14 - Questionnement sur l'outil schéma lui-même	
Les participantes se posent la question de la temporalité et de la manière d'introduire l'écriture symbolique auprès des élèves. En effet, ***elles évoquent*** la difficulté que cela représente pour les élèves dès le CP, alors qu'ils ont encore des manières informelles d'exprimer les liens entre les quantités.	Ce premier point fait écho selon nous à la recherche de 2008 d'A.Fagnant.
Le schéma, entre trace du réel et symbolisme, pourrait être alors être considéré comme un intermédiaire pertinent. ***Selon Henriette,*** son univers graphique très ouvert semblerait être plus propice à la verbalisation de ces liens, en créant un espace privilégié d'échanges entre pairs.	*« Globalement, les résultats observés montrent que les élèves éprouvent d'importantes difficultés pour créer des connexions entre leurs démarches informelles et spontanées de résolution de problèmes (principalement basées sur le comptage) et le symbolisme mathématique utilisé en classe pour entraîner les techniques de calcul. »* (Fagnant, 2008, p.61)
Les relations entre 5, 3 et 8 sont-elles mises en évidence de la même manière dans un langage symbolique et un langage schématique ? Les élèves verbalisent-ils les mêmes choses en fonction de s'ils se trouvent devant un calcul ou un schéma ? ***Ce sont autant de questions que la CoP-Maths se pose. La conclusion de cette discussion est plutôt une interrogation :*** le schéma, support privilégié pour construire la pensée mathématique ?	Elle sera citée dans le compte rendu de réunion. Henriette soulève un questionnement qui n'apparaît pas vraiment dans les préoccupations de la recherche : en quoi le schéma peut-il être un support pour les interactions langagières entre pairs, et donc propice à la co-construction des connaissances mathématiques ?
C'est alors que surgit à nouveau la question de l'institutionnalisation du schéma. Si l'on considère que son univers singulier permet aux élèves de s'exprimer plus librement que par le langage symbolique, alors institutionnaliser des schémas de référence n'aurait plus de sens, ***toujours selon Henriette.*** Cela pourrait figer la représentation schématique en tant qu'attente scolaire de plus. Dès lors qu'on lui donne une forme spécifique, le schéma perdrait de sa singularité et cela risquerait de refermer l'espace langagier sur un objet très uniforme.	A posteriori, cela fait appel selon nous aux travaux de Duval (1993) ou de Lesh, Post et Behr (Huinker, 2015) mais aussi aux stratégies d'enseignement de la schématisation mises en avant dans les recherches de vanGarderen et Scheuermann (2015).
Enfin, ***les échanges se concentrent autour*** de la ressemblance entre le modèle en barre et la boîte de Fisher. ***Les participantes se demandent*** quel lien construire entre les deux. Le premier est considéré comme un schéma dans le guide orange, et le deuxième comme un outil de calcul mental. Pour autant, ***selon Roberte***, la seule différence notable est la proportion des barres représentant les quantités. Peut-	Le guide orange revient dans la discussion, cette fois-ci en lien avec la boîte de Fisher. On constate comme ici que certains sujets reviennent, mûrissent, se rejoignent entre eux.

on vraiment appeler ce modèle un schéma ? ***Cela reviendrait alors selon Henriette***, à considérer le schéma comme une représentation uniforme et non plus singulière à chaque sujet pensant.	
Il semblerait que la troisième réunion ait permis d'approfondir certains sujets, certaines discussions entamées dans les réunions précédentes, peut-être parce qu'elle s'appuie en grande partie sur des expérimentations menées en classe suite aux échanges avec la CoP. On a donc pour la première fois un aller-retour entre la pratique et la communauté. La discussion est moins portée sur le guide orange et le schéma en barres, mais questionne le statut même du schéma et son rôle dans la construction des savoirs mathématiques. Il y a des échos, une fois de plus, aux questionnements présents dans la recherche, mais aussi une ouverture sur des nouvelles pistes de réflexion.	

VIII - ANNEXE 4 : RETRANSCRIPTIONS, MORCEAUX CHOISIS

Le ressenti des membres de la CoP-Maths sur le dispositif : morceaux choisis de retranscriptions des entretiens de retour sur la CoP-Maths.

- Les bénéfices pour les enseignantes

Entretien collectif de retour sur la CoP-Maths, 26 mai 2021 (avec seulement les enseignantes)

LUCIENNE : déjà le fait de travailler sur la résolution de problème entraîne une pratique plus intense en classe avec plus que questionnements et remises en cause des pratiques/ plus d'expériences/ de tâtonnements/ de recherches/ donc des choses très positives dans la classe/

PAULETTE : ouais bah en fait ça donne envie/ le fait d'être en groupe à parler de ça/ à se questionner là-dessus/ le fait d'en parler à plusieurs/ ça m'a forcé enfin donné envie d'en faire davantage avec les élèves/

LILIANNE : je rejoins quand même les filles sur le fait que moi ça m'a apporté pas mal de motivation/ pas seulement à moi mais aussi à mes élèves/ le fait d'en faire plus régulièrement/ de voir ça presque comme un jeu/ de tester des nouveaux trucs/ maintenant ils me demandent d'en faire quand on en fait pas assez souvent/ ça a vachement joué sur ma pratique de classe/

LUCIENNE : après on aurait pu effectivement co-construire des méthodes mais ça pourrait être une piste de travail pour l'année prochaine par exemple/

PAULETTE : avec mes CP que j'ai là depuis janvier/ avec leur fichier là/ ça m'a permis d'interroger le support/ de prendre du recul et d'avoir un regard plus critique/ ou du moins des réponses/ de par les discussions qu'on a eues ensemble/

JEANINE : moi ça m'a surtout permis/ j'ai toujours du recul par rapport aux méthodes / mais parfois je me dis ah ça marche pas et je comprends pas forcément pourquoi/ ou je vois pas forcément ce qui va pas/ alors cette année ça m'a quand même permis sur la résolution de problèmes avec la méthode entre guillemets que je mettais en place/ de savoir ce qui n'allait pas et de plus facilement réajuster/ en gros ça m'a permis de prendre du recul et d'avoir un peu plus d'appuis didactiques sur certaines choses qui n'allaient pas/ ça m'a permis de comprendre/

IX -

- La CoP-Maths vue comme un espace de parole privilégié

Entretien collectif de retour sur la CoP-Maths, 26 mai 2021 (avec seulement les enseignantes)

LUCIENNE : ça a permis des ajustement à des moments où je me posais des questions toi ou Lilianne je sais plus/ vous apportiez des propositions d'étayage ou des choses comme ça/

LILIANNE : c'est en communiquant avec d'autres instits qui testent aussi/ d'avoir les expériences des autres/ quand on a le temps d'en parler c'est plus facile /

JEANINE : moi j'ai une super collègue avec qui je parle de la CoP/ de base on se pose des questions tout le temps sur plein de choses/ et donc la CoP ça a été un sujet en plus/ même quand j'avais mes CoP je lui écrivais en direct ou le lendemain on en parlait/ donc moi j'ai eu ce retour avec ma collègue/

PAULETTE : même si au final il y avait des chercheurs/ des RMC/ qui discutent avec nous/ ça n'empêche que c'est plus de la discussion qu'une formation descendante et je pense que ça nous implique plus dans le fait de vouloir interroger notre pratique/

PAULETTE : le fait qu'on soit peut être moins nombreux aussi/ peut-être que ça joue parce que même dans les formations traditionnelles où on a des moments d'échanges et de partage d'expériences/ quand t'es 25 dans une salle tu peux pas approfondir tes discussions/ tes problématiques/ je pense que le nombre a joué dans la qualité de nos échanges

LUCIENNE : le nombre et le fait qu'on soit pas tous professeurs des écoles/ des niveaux différents de profils / enfin de professions quoi/ formatrice/ chercheuse/ tout ça quoi

LILIANNE : le rôle des RMC c'était justement de faire le lien entre la recherche et les enseignants/ et dans ce petit groupe là elles y sont vachement bien arrivées et c'était intéressant d'avoir accès à elles/ sans pour autant avoir accès à ces formations nous dans nos écoles/ on a eu accès à plein de choses qu'elles apportent à leurs équipes à elles/

JEANINE : c'est l'exemple de la schématisation en barres/ clairement on en a beaucoup parlé/ je connaissais absolument pas donc je me suis dit/ bon il va falloir que je m'y penche et après/ de voir que c'était dans le guide orange/ que les RMC trouvaient ça plutôt chouette mais que Henriette était plutôt contre/ ça permet aussi de prendre du recul sur quelque chose qui est recommandé/ et de se dire/ bon est ce que je vais foncer tête baissée parce qu'on me dit de le faire/ ou en fait est-ce que ça va correspondre à ma pratique/ est-ce que ça va pas plus me mettre en difficulté qu'autre chose/ en tout cas les interventions des RMC et d'Henriette ça m'a permis de prendre ce recul/ c'est des personnes plus expérimentées sur le sujet/

LILIANNE : tu vois autre chose que le bout de ton nez/ tu vois aussi le point de vue des formateurs/ de la recherche avec les interventions de Henriette/ qui apportait des choses auxquelles j'avais jamais pensé clairement et parfois j'étais clairement larguée mais je me disais en même temps c'est bien de me confronter à ça/

LILIANNE : à partir du moment où tu connais les gens/ et qu'ils sont à l'écoute/ c'est plus facile

LILIANNE : je pense que ce que tu soulèves/ c'est intéressant/ c'est qu'on est plus à l'aise pour partager nos réussites comme nos difficultés avec des gens qu'on connaît un peu plus et qu'on sent accessibles/ que avec des gens qu'on ne connaît ni d'Eve ni d'Adam/ par exemple les formateurs dans les formations habituelles/ donc c'est ça qui apporte des choses/ dans la CoP on partage avec des gens qu'on connaît et c'est comme ça qu'on avance/ pour moi c'est ça qui est important dans la formation

Entretien de retour sur la CoP-Maths, 21 mai 2021 (avec seulement les RMC)

ROBERTE : j'ai trouvé quand même/ on est contentes de se rencontrer/ par exemple/ je suis contente de venir échanger avec ces personnes/ en tant que personnes et pas juste de professionnelles/

Entretien de retour sur la CoP-Maths, 26 mai 2021 (avec seulement Henriette)

HENRIETTE : en tout cas au sein de la CoP/ je trouve ça intéressant qu'on ait ces différentes fonctions alors que notre objectif commun est de former et d'outiller les enseignants/ nécessairement notre discours est coloré de différents poids et tension qu'on a chacune/

- Des bénéfices pour les non-enseignantes

Entretien de retour sur la CoP-Maths, 21 mai 2021 (avec seulement les RMC)

ROBERTE : j'ai trouvé que les collègues enseignantes ont pris de plus en plus de fois la parole pour donner leur point de vue comme si il y avait eu une mise en confiance qui s'était construite dans le temps/ et moi en tant que formatrice ça m'a beaucoup apporté parce que ça m'intéresse d'avoir le point de vue des enseignants/ parce que nous tous les jours on travaille avec des collègues qui sont dans nos plans densifiés mais qui sont peut-être moins à l'aise pour s'exprimer/ alors que pour moi les collègues de la CoP n'avaient pas de frein au niveau de leur parole et c'était drôlement intéressant/

FRANCINE : ce qui est intéressant c'est que ça réinterroge les liens/ parce que même si il y a formateur chercheur et enseignant/ on n'est pas des formateurs de leur circonscription / et c'est vrai que même si nous on cherche dans nos dispositifs de formation à engager la confiance/ malgré tout on représente l'inspection/ je pense que sur la majorité des enseignants/ on arrive à désamorcer mais pas à ce point/ parce qu'on reste quelqu'un qui potentiellement donne à voir à leur supérieur hiérarchique ce qui se passe dans la classe/ là effectivement le fait de lier des gens de circos différentes mais qui peuvent s'enrichir à des niveaux différents/ ça c'est très pertinent je pense/

ROBERTE : je suis actuellement en train de créer/ enfin il se crée à Lesparre le laboratoire de mathématiques au collège et on va chercher comment travailler la liaison cycle 3 et qu'est-ce qu'on peut proposer aux PE et PLC pour travailler ensemble/ et l'idée de cette CoP-Maths elle me plait bien dans l'esprit d'être sur une formation horizontale/ elle me nourrit/ je me dis que les échanges qui ont eu lieu de manière horizontale avec des formateurs la recherche et les enseignants qui ont la parole libre c'est quand même intéressant/

FRANCINE : moi ça m'a apporté quelque chose la CoP dans le sens où ça m'a fait bouger aussi/ du coup ça m'a donné envie d'aller travailler avec Henriette/ ça serait bien qu'on arrive à avoir un espace pour travailler ensemble/

Entretien de retour sur la CoP-Maths, 26 mai 2021 (avec seulement Henriette)

HENRIETTE : l'intérêt que j'y vois c'est que je trouve qu'on a un lien plus individuel/ puisqu'elles sont deux/ donc les échanges sont plus libres et on peut plus facilement se soustraire des injonctions institutionnelles qui lui sont propres/ c'est l'occasion d'entendre les RMC s'exprimer librement/ je trouve ça particulièrement riche/

HENRIETTE : donc moi je trouve ça chouette d'avoir des liens comme ça un peu privilégiés avec des RMC pour échanger à la fois sur leur dispositif / les retours qu'elles ont avec les collègues de terrain parce qu'elles c'est pareil elles ont des liens plus privilégiés avec les enseignantes parce qu'elle sont dans leur classe/ eux aussi vont être plus libres avec elles/ tout ça crée des liens plus privilégiés et on en bénéficie indirectement aussi/

UN DISPOSITIF DE FORMATION POUR CONSTRUIRE COLLABORATIVEMENT UN OUTIL D'ENSEIGNEMENT AU SERVICE DE LA REUSSITE DES ELEVES DE CP ET CE1 EN RESOLUTION DE PROBLEMES NUMERIQUES

Pauline BROIN
Conseillère pédagogique départementale DSDEN 38, formatrice du dispositif « 100% de réussite » au CP et au CE1 en éducation prioritaire
pauline.broin@ac-grenoble.fr

Anne DIVISIA
Conseillère pédagogique départementale DSDEN 38, formatrice du dispositif « 100% de réussite » au CP et au CE1 en éducation prioritaire
IREM de Grenoble
anne.divisia@ac-grenoble.fr

Yvonne SEMANAZ
Conseillère pédagogique départementale DSDEN 38, formatrice du dispositif « 100% de réussite » au CP et au CE1 en éducation prioritaire
yvonne.semanaz@ac-grenoble.fr

Résumé
Cette communication présente un dispositif de formation des enseignants de CP et CE1 en classe dédoublée de l'éducation prioritaire en Isère sur la résolution de problèmes numériques basiques.
Ce dispositif se fonde sur la volonté de la DSDEN de l'Isère d'accompagner les équipes dans la mise en œuvre du dispositif « 100% de réussite au cycle 2 », et sur l'amélioration des résultats aux évaluations nationales.
Il s'appuie sur des éclairages théoriques en didactique des mathématiques, ainsi que sur les expériences des formatrices.
Il s'agit d'un dispositif de formation à grande échelle, déployé sur 2 années consécutives, qui implique et valorise les enseignants. Il a abouti à la rédaction collaborative d'une banque de problèmes pour les CP et CE1 dans l'objectif de mettre en œuvre les « 10 problèmes par semaine » préconisés dans le rapport Villani-Torossian.
Cette communication décrit ce dispositif, aborde les questions qui restent en suspens et envisage des prolongements.

INTRODUCTION

A la rentrée 2017, le dispositif ministériel « 100% de réussite au cycle 2 » (MENESR, 2017) débute avec le dédoublement des classes de CP de REP+. Les CP de REP et les CE1 de REP+ sont dédoublés en 2018, puis les CE1 de REP en 2019 et les GS de REP+ en 2020. La DSDEN de l'Isère met en place un important dispositif de formation des enseignants pour accompagner ces « classes à 12 ». Cette communication présente le dispositif de formation déployé de septembre 2019 à juin 2021.

La présentation des résultats aux évaluations nationales sur le site du ministère indique que, au plan national (MENESR, 2019), « les performances sont en hausse en début de CE1 entre 2018 et 2019 et l'on

observe une réduction des écarts entre les élèves de l'éducation prioritaire et ceux scolarisés hors éducation prioritaire. En mathématiques, les résultats pointent un bon niveau de maîtrise des nombres mais des difficultés en résolution de problèmes ».
La DSDEN de l'Isère a donc planifié un dispositif de formation pour faire évoluer les pratiques des enseignants vers une plus grande fréquentation de la résolution de problèmes par les élèves, en les outillant à la fois de connaissances didactiques concernant la résolution de problèmes et d'un outil directement exploitable en classe pour entrainer les élèves à résoudre des problèmes.

Nous présenterons d'abord le dispositif, avec nos hypothèses et notre démarche de formation qui a conduit à l'élaboration collaborative d'une banque de problèmes. Nous exposerons ensuite les appuis théoriques et les préconisations institutionnelles sur lesquels nous nous sommes appuyées pour construire la formation, puis les contenus de formation. Nous décrirons ensuite les évolutions des banques de problèmes avant d'évaluer le dispositif, de dresser un bilan de la formation et de présenter les perspectives qui en découlent.

I – LE DISPOSITIF DE FORMATION

Le dispositif de formation est basé sur 5 hypothèses et une démarche de formation.

1. Les 5 hypothèses qui nous guident

En premier lieu, le soutien institutionnel nous semble indispensable pour mettre en œuvre un tel dispositif de formation. Il se caractérise par les moyens mis à disposition. Trois conseillères pédagogiques sont missionnées sur ce dispositif. Trois journées de formation sont inscrites au Plan Départemental de Formation pour chaque enseignant du dispositif : 400 professeurs des écoles de CP et CE1 dédoublés. 15 sessions de trois jours de formation sont programmées et les moyens de remplacement nécessaires ont été alloués. De plus, des visites en classe ont été effectuées par la Directrice académique, son adjointe et les conseillères pédagogiques pour valoriser le travail des enseignants.

En second lieu, ce dispositif doit s'intégrer dans l'environnement général de la formation. Cela passe par la mise en place d'une communication avec les autres acteurs de la formation et en particulier les circonscriptions dont dépendent les enseignants : les inspecteurs et conseillers pédagogiques référents mathématiques des circonscriptions. Il s'agit de présenter le dispositif de formation afin que les actions de formation des circonscriptions soient coordonnées avec le dispositif départemental.

Les troisième et quatrième hypothèses concernent la portée du dispositif : il doit permettre l'essaimage au-delà de l'éducation prioritaire et la valorisation du travail des enseignants. Afin de créer une culture commune en mathématiques sur le département de l'Isère, les supports de formation sont mis à disposition de toutes les équipes de circonscription, qu'elles comportent des classes dédoublées ou non. Le travail des enseignants est valorisé sur un site dédié : https://reussir-cycle2-38.web.ac-grenoble.fr

Enfin, l'implication des enseignants dans le dispositif est essentielle pour l'efficacité de la formation.

Les stratégies mises en œuvre sont décrites dans la partie suivante.

2. Choix d'une démarche de formation

Le dispositif de formation répond à une commande institutionnelle inscrite dans le cadre du Plan Villani-Torossian « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques » (MENESR, 2018), qui définit l'enseignement des mathématiques comme priorité nationale. La préconisation phare en lien avec les besoins du terrain est de confronter les élèves à 10 problèmes par semaine (ESENESR - Ollivier Hunault, 2018). Pour favoriser l'implication des enseignants dans la formation, nous formulons la compétence professionnelle visée : « être capable de concevoir et mettre en œuvre un enseignement explicite et ritualisé

des nombres et du calcul en lien avec la résolution de problèmes numériques ». Nous déclinons cette compétence professionnelle en critères et indicateurs de réussite, en mettant en lien les apports de la recherche et nos connaissances didactiques. ANNEXE 1 : grille de compétence professionnelle.

Cette grille a plusieurs objectifs. En début de formation, elle permet aux enseignants de se positionner sur les indicateurs de réussite, d'activer leurs connaissances et d'adopter une posture de questionnement. En fin de formation, elle leur permet de faire le point sur leurs acquis. Elle nous permet également d'évaluer les effets de la formation. Elle est pour les enseignants une mémoire des contenus de formation et pour l'institution un outil de pilotage.

Pour faire monter les enseignants en connaissances et en compétences, nous proposons ensuite des contenus issus de la recherche en didactique des mathématiques et en sciences cognitives. Notre objectif est d'identifier avec les enseignants, et de légitimer, les gestes professionnels qui en découlent.

Nous faisons vivre aux enseignants des situations transposables en classe avec les élèves, avec d'autres contenus. Ce sont par exemple : un tri de mots issus du lexique mathématique, pour aborder la notion de polysémie et les obstacles didactiques qu'elle induit ; un tri d'énoncés de problèmes pour faire émerger la difficile catégorisation des énoncés ; une résolution de problèmes pour adultes pour illustrer l'hypothèse qu'il est plus facile de résoudre un problème quand on sait déjà en résoudre un du même type…
L'objectif est d'identifier les plus-values, les limites et les gestes professionnels liés à ces activités.

Les enseignants sont invités à analyser des matériaux pédagogiques : photos, vidéos, affiches, rituels, manuels… Nous leur proposons également une analyse des outils qu'ils utilisent dans leur classe pour en extraire les points forts et les points de vigilance. Il s'agit d'engager les enseignants dans une posture réflexive.

Ces différentes modalités de formation ont pour objectif de permettre à terme aux enseignants de rédiger collaborativement une banque de problèmes.

II - DES APPUIS THEORIQUES

Notre réflexion s'appuie sur les travaux de chercheurs en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques, qui seront cités au fil de notre développement. Précisons ici que nous ne sommes pas mathématiciennes et que nous espérons donc ne pas trahir la pensée des chercheurs que nous citons.

1. La mémoire des problèmes résolus

Nous nous appuyons sur Julo (2002) et Houdement (2018). Selon ces deux chercheurs, pour réussir à résoudre un problème, l'élève doit mettre en œuvre deux processus cognitifs simultanés : construire une représentation mentale du problème et déclencher un traitement du problème. Deux issues sont alors possibles : soit, l'élève associe ce problème à un problème précédemment résolu avec succès, stocké dans sa mémoire à long terme, et applique alors le même mode de résolution ; soit, le problème n'est pas reconnu et l'élève doit construire une nouvelle stratégie.

Pour que ce modèle soit efficient, il est nécessaire que la confrontation à des problèmes soit fréquente : l'enseignant doit proposer un grand nombre de problèmes, de manière rapprochée, pour installer l'automatisation du traitement du problème. Les préconisations de 2018 de l'Inspection Générale en mathématiques (ESENESR - Ollivier Hunault, 2018) proposent de varier les types au cours de l'année selon une difficulté progressive.

Dans le cadre de ce modèle, Houdement énonce trois enjeux de l'enseignement de la résolution de problèmes : mettre l'élève en situation de résoudre seul des problèmes afin qu'il se constitue une « mémoire des problèmes résolus », et étayer verbalement son activité ; définir des types de problèmes

dont on attend qu'ils puissent être résolus « automatiquement » par les élèves ; travailler des problèmes de difficulté croissante pour s'appuyer sur les acquis précédents.
Il devra s'agir, pour Houdement, de problèmes « basiques », c'est-à-dire de problèmes qui se résolvent par une opération, avec deux données, sans information superflue, avec une syntaxe simple et un vocabulaire connu des élèves. Ces problèmes arithmétiques à énoncé verbal sont définis par Verschaffel, Greer et De Corte (2000) cités par Priolet (2008) comme un texte bref décrivant une situation dans laquelle certaines quantités sont explicitement données et d'autres non. La tâche de l'individu confronté au problème est de donner une réponse numérique à la question posée dans le texte, par usage explicite et exclusif des quantités données, et en inférant dans le texte des relations mathématiques entre ces quantités.

Notre formation se concentre sur ces problèmes propices à l'automatisation. Nous n'aborderons pas les problèmes complexes, ni les problèmes atypiques qui exigent la construction d'une représentation spécifique.

Il reste néanmoins à faire des choix dans la multiplicité des problèmes basiques.

2. Les problèmes non-congruents

Nous choisissons de nous appuyer sur la typologie des problèmes de Vergnaud (1986) car elle est connue des enseignants. Notre objectif est d'identifier les difficultés en jeu dans la résolution des problèmes additifs/soustractifs et multiplicatifs/de division.

La typologie des problèmes additifs et soustractifs donne un premier critère d'analyse des difficultés des élèves. D'après notre expérience (et c'est aussi ce que l'on peut trouver dans ERMEL CE1 où plus de 100 élèves ont eu à résoudre des problèmes de différents types) les problèmes de transformation avec recherche de l'état final sont mieux résolus que ceux de comparaison d'états. Par exemple, le problème prototypique de recherche de l'état final : « *Tom a 9 billes, il en perd 3. Combien a-t-il de billes maintenant ?* » est aisément résolu par les élèves par une soustraction, alors que le problème de comparaison d'états « *Chang a 3 billes. Nour en a 9. Combien Nour a-t-elle de billes en plus ?* » l'est difficilement. L'expression « en plus » semble faire obstacle à la résolution, parce qu'elle peut induire une addition.

Cela peut renvoyer à l'idée de congruence entre le problème et la procédure de résolution qui est en particulier décrite par Camenisch et Petit (2018) : « Les problèmes dans lesquels la traduction d'une égalité résolvante à partir des données figurant dans l'énoncé ne correspond pas à l'ordre ou au sens des unités de l'énoncé (opposition sémantique des unités signifiantes) sont dits « non-congruents » (Duval, 1995). C'est le cas de la situation : « *Théo a 150 images. Théo a 30 images de moins que Léa, combien d'images possède Léa ?* ». L'unité signifiante *moins* de l'énoncé correspond à l'écriture du signe + dans une égalité résolvante qui reste la même : 150 + 30 = 180. La congruence concernant le sens de l'opération peut être cependant rétablie en écrivant une égalité résolvante à trou, elle n'est cependant pas congruente par rapport à l'ordre des données : ……. – 30 = 150. » (Ibid, p. 559)

Cette analyse nous a amenées à identifier que, dans les problèmes non congruents, ceux qui posent le plus de difficultés sont ceux où la soustraction est une des procédures de résolution, notamment lorsqu'elle exprime un écart.

La mise en évidence de ces difficultés permet de préciser le sens de la soustraction et de mettre en relation l'addition (à trou) et la soustraction. Ces problèmes où la soustraction a valeur d'écart semblent à la fois plus difficiles pour les élèves et moins travaillés en classe. Il est donc indispensable de sensibiliser les enseignants à l'importance de les faire pratiquer aux élèves. C'est pour cette raison que nous avons fait le choix de présenter aux enseignants ces problèmes plus spécifiquement.

Il en sera de même pour les problèmes de partage dans le champ multiplicatif.

III - DES APPUIS THEORIQUES AUX CONTENUS DE FORMATION

Les contenus de formation se fondent sur ces appuis théoriques et sont articulés autour des questions pratiques qui en découlent.

1. Quelle progressivité adopter dans la typologie des problèmes ?

En nous appuyant sur notre expérience professionnelle et sur les obstacles identifiés par les chercheurs, nous construisons une progression annuelle pour le CP et pour le CE1. ANNEXE 2 : Progressions en résolution de problèmes CP et CE1.
La progression débute avec des problèmes de recherche de l'état final dans une transformation positive, de recherche de l'état final dans une transformation négative et de recherche du Tout pour des problèmes « partie/partie/tout », parce qu'ils se résolvent aisément. Nous abordons ensuite les problèmes de comparaison parce qu'ils sont facilement manipulables, puis les problèmes plus difficiles à se représenter : recherche de la transformation et recherche de l'état initial. La progression est construite avec un type de problèmes entrainé par semaine. Elle est spiralaire et les fins de périodes sont consacrées à des révisions.

2. Quelle manipulation ? Dans quelles situations manipuler ?

Lorsque l'on questionne les enseignants sur ce qui aide les élèves à se représenter un problème, ils répondent unanimement : la manipulation. Nous avons donc abordé avec eux le statut de la manipulation et ses limites.

La manipulation peut avoir deux fonctions : elle aide à résoudre le problème (le matériel permet de représenter la situation, de la jouer, voire de la théâtraliser, et d'observer le résultat) ou bien elle permet de valider une résolution qui a été effectuée sans matériel. L'objectif visé est l'utilisation avec les élèves de ces deux fonctions.

Nous plaçons les enseignants dans des situations de manipulation : ils sont invités à représenter, avec des cubes, différents types de problèmes, dont des problèmes de recherche de l'état initial (cette situation est difficile à manipuler car on ne sait pas combien on a au départ, donc combien il faut prendre de cubes). Cette activité fait prendre conscience aux enseignants que la manipulation n'aide pas systématiquement les élèves, surtout si elle n'est pas accompagnée et étayée verbalement.

3. Différentes modalités de représentation de problèmes

3.1. De la manipulation à l'écriture mathématique

Bruner, cité par Barth (1985) distingue trois étapes essentielles, qui peuvent être mobilisées simultanément, dans le processus d'abstraction. La première étape est le mode énactif (ou sensori-moteur) dans lequel il y a action sur des objets tangibles. La seconde étape est le mode iconique (ou imagé) dans lequel la situation est représentée, dessinée ou schématisée. La troisième étape est le mode symbolique dans lequel la situation est traduite en langage mathématique.

Nous proposons aux enseignants d'analyser des productions d'élèves représentatives des différents modes de représentation :

La manipulation
L'élève « mime » l'énoncé et résout le problème en dénombrant les objets. La manipulation est particulièrement opérante pour les problèmes de recherche de l'état final (+ et -), de recherche du tout, et de partage.



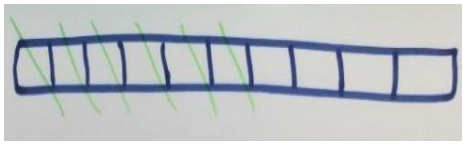
Le dessin

L'élève représente la situation par un dessin puis résout en dénombrant les éléments sur le dessin. Il n'est pas encore dans une résolution mathématique.



Le schéma

L'élève produit un schéma : c'est un dessin épuré dans lequel l'élève s'éloigne de la représentation exhaustive de la situation et est capable de représenter les éléments par des symboles (points, cubes, barres…). En général, en CP ou en CE1, l'élève trouve le résultat en dénombrant sur son schéma. Il n'est toujours pas dans une résolution mathématique.



L'écriture mathématique



De nombreux enseignants exigent que chaque élève fasse un dessin ou un schéma. En présentant ces différentes modalités, nous insistons sur le fait qu'il est indispensable d'accompagner chaque élève en respectant son niveau de résolution, en ne lui imposant pas telle ou telle étape, en accueillant sa représentation personnelle.

3.2. Comment étayer verbalement ?

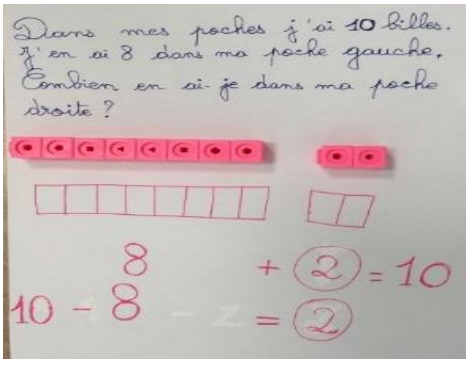
L'étayage verbal aide l'élève à progresser dans la métacognition. Nous proposons des exemples d'étayage verbal (Bruner, 1983) qui portent sur les étapes suivantes de la résolution d'un problème :

- Comprendre le problème : « *Qu'est-ce qu'on cherche ? Qu'est-ce qu'on sait déjà ?* ».
- Expliciter les stratégies lors des temps de partage de stratégies : « *Je sais combien il y a en tout et je cherche une partie du tout. Une partie, c'est plus petit que le tout, donc je vais faire une soustraction.* »
- Faire des analogies entre les problèmes : « *C'est comme dans le problème de la semaine dernière où Tom avait des billes rouges et des transparentes. On savait qu'il avait 18 billes en tout et 13 billes transparentes et on cherchait combien il avait de billes rouges.* »
- Traduire les manipulations et schématisations en écriture mathématique.

4. Quel affichage concevoir ?

Il nous semble important de disposer de schémas dans la classe, traces de la structure des problèmes qui permettent de faire des analogies entre problèmes, mais nous ne préconisons pas un type de schéma en particulier. Nous proposons aux enseignants de tester la construction progressive d'affiches avec :

- L'énoncé du problème
- La représentation de la manipulation (cubes collés ou photographie)
- Le schéma de la manipulation effectuée
- L'écriture mathématique correspondante



Proposition d'affichage

IV – EVOLUTIONS DES BANQUES DE PROBLEMES

Le dispositif de formation s'étale sur 2 ans et se divise en 4 temps. ANNEXE 3 : les étapes de la formation. Il a mené les enseignants de CP et CE1 de REP et de REP+, avec des allers-retours entre le terrain et la formation, à construire collaborativement un outil d'entrainement permettant de proposer aux élèves 10 problèmes par semaine, de types variés et de difficulté progressive.

En Isère, pour favoriser la stabilité des enseignants sur les classes dédoublées, le recrutement s'effectue par labellisation en REP et sur poste à profil en REP+. Cela signifie que nous travaillons avec les mêmes enseignants tout au long du dispositif.

Une fois le travail collaboratif de rédaction des énoncés terminé, nous rassemblons les énoncés de problèmes (près de 800). Cette compilation fait apparaitre des biais que nous prenons en charge en modifiant des énoncés. Ces modifications répondent à plusieurs nécessités.

1. Nécessité de ne pas véhiculer des stéréotypes

La première évolution a trait aux stéréotypes. Il est apparu que, sur une telle quantité d'énoncés, de nombreux stéréotypes étaient involontairement véhiculés. Nous pensons que ces stéréotypes peuvent avoir un impact sur une scolarité de plusieurs années. Nous décidons donc d'y remédier.

Les énoncés mettent en scène des enfants dont les prénoms sont ceux usuellement rencontrés dans les classes des enseignants qui ont rédigé les problèmes. Pour représenter davantage la diversité culturelle, nous introduisons des prénoms de diverses origines, parmi les plus utilisés actuellement, et nous les répartissons de façon équitable.

Afin que les enfants mis en scène dans les énoncés ne soient pas cantonnés à des activités dites « de garçons » pour les garçons et « de filles » pour les filles, nous modifions un certain nombre d'énoncés pour que, par exemple, les filles aussi collectionnent des images de foot ou jouent aux petites voitures, et les garçons aussi fabriquent des colliers ou participent à des spectacles de danse.

Pour les mêmes raisons, nous modifions les énoncés qui concernent les activités et les métiers attribués aux adultes, en octroyant indifféremment aux femmes et aux hommes des activités et métiers généralement attribués aux uns ou aux autres : infirmiers, caissiers, femmes pompier, présidente de la République, conductrice de camion…

2. Nécessité d'enrichir l'aspect langagier

Le verbe « faire » est abondamment utilisé. Nous le remplaçons par des verbes plus précis : « *composer des bouquets, fabriquer un bracelet, cuisiner une soupe, préparer une compote, construire une tour…* ».

L'emploi très fréquent des pronoms « *je* » et « *nous* » nous semble être une potentielle source de confusion pour les élèves fragiles de CP. Dans un énoncé du type « *J'ai 6 billes rouges et 3 billes bleues. Combien ai-je de billes en tout* ? », des élèves pourraient rencontrer des difficultés d'identification par rapport à ce « je » (et se dire par exemple : « *Je n'ai pas de billes* ! », ou encore « *J'aime pas les billes rouges !* »), ce qui gênerait la compréhension du problème. Nous modifions les énoncés concernés en utilisant exclusivement la troisième personne.

3. Nécessité de faire travailler la flexibilité cognitive

Dès les premières sessions de stages, les enseignants, en rédigeant les énoncés, nous font part d'un écueil dans la conception des banques de problèmes : pour une semaine donnée, en proposant 10 problèmes du même type, certains élèves comprendront vite que la procédure à appliquer est toujours la même. Pour éviter que les élèves ne s'enferment dans l'exécution d'une procédure sans réflexion (Chevalier et Blaye, 2006), nous décidons de diversifier les types de problèmes dans une même semaine. Ainsi, dès les sessions

de stages suivantes, les enseignants sont invités à rédiger, pour chaque semaine, quatre problèmes supplémentaires d'autres types, déjà travaillés en amont. Lors de l'utilisation des banques en classe, ils pourront alors les mixer, à leur convenance, avec les problèmes de la semaine.

4. Nécessité de différencier

Une autre nécessité est exprimée par les enseignants : certains élèves, rapides et performants, auront besoin d'être confrontés à des problèmes plus difficiles. Nous ajoutons donc 4 « problèmes + » (pour « plus difficiles ») chaque semaine. Ce sont des problèmes du même type que celui de la semaine en cours. Leur plus grande difficulté est obtenue en agissant sur le champ numérique (nombres en jeu, écart entre les nombres, passage à la dizaine supérieure), en introduisant une étape supplémentaire, ou encore en insérant une information inutile. Pour les mêmes raisons que celles évoquées au paragraphe précédent, à savoir entrainer la flexibilité des élèves, nous ajoutons aux « problèmes + », pour chaque semaine, quatre « problèmes + » d'autres types.

On trouve ainsi, dans chaque banque de problèmes, pour chaque semaine : dix problèmes du même type, quatre « problèmes + », quatre problèmes d'autres types, et quatre « problèmes + » d'autres types. Soit au total, vingt-deux problèmes mis à disposition des enseignants pour chaque semaine de l'année de CP et de CE1.

5. Nécessité de modifier certains choix didactiques

5.1. Place des problèmes de comparaison

A l'issue des sessions de formation, nous déplaçons les problèmes de comparaison de la période 4 à la période 1 au CP. Les enseignants estiment que les problèmes de comparaison sont difficiles pour leurs élèves. En effet en période 1, la valeur d'écart de la soustraction n'a pas encore été rencontrée, et le signe « - » n'a en général pas encore été introduit, alors que les problèmes de comparaison peuvent se résoudre par le calcul d'un écart. Toutefois, les problèmes de comparaison se prêtent à une manipulation aisée avec des cubes. Lorsqu'on fabrique 2 tours pour le problème : « *Tim a 3 billes, Aya en a 9. Combien Aya a-t-elle de billes de plus que Tim ?* », la différence est visuelle et les élèves verbalisent : « *C'est pas pareil* ». Pour mettre en lien les notions de différence et d'écart, on peut cacher la partie identique et verbaliser, comme Brissiaud (2016) : « *La différence, c'est ce qui reste quand on cache ce qui est pareil.* ».

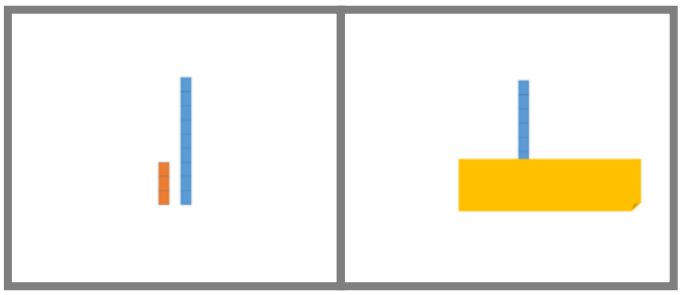


Illustration de la manipulation d'un problème de comparaison :
« La différence c'est ce qui reste quand on cache ce qui est pareil »

Par la suite, cette notion de différence ou d'écart, très visuelle dans les problèmes de comparaison, pourra servir d'appui pour d'autres problèmes de recherche de l'écart : recherche de la transformation, recherche de l'état initial et recherche d'une partie d'un tout, en faisant des analogies sur leur modélisation. Reste la difficulté des élèves à comprendre les expressions « *de plus que* » et « *de moins que* » qui peut être contrée par l'expression : « *Qui a le plus ? Combien de plus ? Qui a le moins ? Combien de moins ?* ». Dans la banque, les problèmes de comparaison introduits lors des premières semaines de CP sont donc rédigés avec des questions de ce type.

5.2. Travail sur l'analogie de simulation

D'après Sander (2013) pour résoudre un problème, il est nécessaire d'effectuer une simulation mentale de l'action. Cette simulation mentale, que Sander (Ibid) appelle « analogie de simulation », met en œuvre des procédures informelles, intuitives, qui sont plus ou moins opérationnelles selon les nombres en jeu. L'analogie de simulation peut donc être obstructive ou facilitatrice.
Pour résoudre les problèmes de retrait, la procédure activée est le parcours de la file numérique mentale « en reculant ». L'analogie de simulation est facilitatrice quand les nombres en jeu permettent un comptage aisé en reculant (par exemple : 21 – 3). Elle est obstructive lorsque les nombres en jeu imposent un comptage en reculant inopérant (par exemple 21 – 17). Pour ces situations, une procédure « en avançant » sur la file numérique mentale, comme dans les problèmes d'ajout, est plus efficiente (*combien y a-t-il de* 17 à 21 ?). Si les élèves sont cantonnés à des problèmes comportant des écarts facilitateurs, ils rencontrent des difficultés à construire la notion d'écart puisqu'ils n'ont pas à interpeler la réversibilité de l'addition et de la soustraction. Il convient donc de varier les propositions faites aux élèves pour s'assurer que l'offre des énoncés couvre les différentes procédures. Nous introduisons donc des écarts inhibiteurs en périodes 4 et 5 au CP.

Les versions les plus récentes des deux banques de problèmes, intégrant les ajustements que nous venons de décrire, sont disponibles sur le site « 100% de réussite en Isère » : https://reussir-cycle2-38.web.ac-grenoble.fr/article/numeration-calcul-mental-et-resolution-de-problemes

V - EVALUATION DU DISPOSITIF DE FORMATION ET PERSPECTIVES

1. L'évaluation du dispositif à travers les résultats aux évaluations nationales

	% d'élèves en réussite		
Résoudre des problèmes au CE1	Septembre 2019	Septembre 2021	Ecart
REP+ départemental : 252 élèves	30,1	37,8	+7,7
REP+ national	27,2	28,5	+1,3
REP départemental : 1496 élèves	38	38,8	+0,8
REP national	34,2	36	+1,8
National global	44,9	47,1	+2,2

Résultats aux évaluations nationales - Pourcentages d'élèves en réussite en septembre 2019 et septembre 2021

De septembre 2020 à juin 2021, la plupart des élèves de CP de REP et de REP+ en Isère ont bénéficié d'un enseignement de la résolution de problèmes avec les banques construites durant les sessions de formation.

Ces élèves ont été testés par les évaluations nationales en septembre 2021, en début de CE1.
En REP+, on observe que les élèves de l'Isère ont progressé de 7,7 points entre 2019 et 2021 alors que le national global a progressé de 2,2.
En REP, la progression a été de 0,8.

Le dispositif décrit semble avoir mené les enseignants à modifier leurs pratiques en résolution de problèmes.

2. Les limites des banques de problèmes

Les banques de problèmes conçues en formation sont des outils d'entrainement et, pour fonctionner correctement, elles devraient être complétées par des séances longues de découverte des différents types de problèmes. Au cours de ces séances de découverte, un langage explicite devrait faire émerger les spécificités du problème étudié, avec la mise en lien des modélisations de problèmes.

Les banques de problèmes devraient aussi être complétées par des confrontations régulières à des problèmes complexes.

Enfin, elles n'intègrent ni la géométrie, ni les grandeurs et mesures. Nous avons fait ce choix lors de la conception de la formation, car il nous semblait plus aisé pour les enseignants, dans un premier temps, de rédiger des énoncés de problèmes en se limitant aux grandeurs discontinues. Il sera donc nécessaire de proposer également aux élèves des problèmes mettant en jeu des grandeurs continues.

3. Les perspectives

Pour donner des pistes aux enseignants sur le langage explicite nécessaire à la représentation et à la modélisation du problème nous travaillons actuellement sur des scénarios didactiques. Ils décrivent les différentes phases (de la manipulation à l'écriture mathématique), les enjeux de l'apprentissage, la verbalisation nécessaire et la modélisation possible. Ils devraient engager les enseignants, comme l'écrit Catherine Houdement (2018), à « solliciter et proposer systématiquement des reformulations orales versus écriture arithmétique en ligne ».

CONCLUSION

Le dispositif de formation présenté ici nous semble permettre un changement de pratiques des enseignants et induire des progrès chez les élèves en résolution de problèmes. Plusieurs facteurs nous semblent favorables.

- ***Le cadre institutionnel porteur***, qui permet de mener des formations sur la durée (2 ans) avec des allers-retours entre la mise en application et la confrontation à la théorie.

- ***La stabilité des équipes*** avec lesquelles nous travaillons, qui rend possible l'instauration d'une relation de confiance entre formés et formatrices.

- ***La posture de questionnement*** de la part de chacun des acteurs (formés et formatrices), qui bénéficie à la réflexion collective.

- ***La création d'un outil collaboratif***, dont la paternité est partagée et dont chacun se sent dépositaire, ce qui facilite son appropriation et son utilisation. Cet outil nous parait être un élément clé de l'adhésion des enseignants aux formations proposées et de la posture de « contributeur/utilisateur » qu'ils adoptent.

En 2021-2022, nous mettrons en œuvre, pour les enseignants de CP et CE1 de l'éducation prioritaire, un dispositif de formation similaire ***ciblant le calcul mental***. Nous espérons, en renforçant les compétences des élèves de cycle 2 dans le domaine de la construction du nombre et du calcul, aider les enseignants à faciliter la résolution des problèmes arithmétiques par les élèves. Dans une volonté de continuum didactique, les enseignants des classes de Grande Section de l'éducation prioritaire de l'Isère (dédoublées à partir de septembre 2021) seront également formés en 2021-2022 sur la résolution de problèmes.

BIBLIOGRAPHIE

Barth, B.-M. (1985) *Jérôme Bruner et l'innovation pédagogique*. Communication & Langages n°66. pp 46-58

Brissiaud, R. (2016). *J'apprends les maths – CP – Livre du maitre*, Retz.

Bruner, J.S. (1983*). Le développement de l'enfant : savoir-faire, savoir dire*, Paris, Puf.

Camenish, A. & Petit, S. Congruence et résolution de problèmes de comparaison – 45ème *Colloque de Blois - COPIRELEM 2018*. https://publimath.univ/irem.fr/numerisation/WO/IWO19029/IWO19029.pdf

Centre Alain Savary. (2019). *Concevoir des formations pour aider les enseignants à faire réussir tous les élèves.* Ifé. http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/nouvelles-professionnalites/formateurs/concevoir-des-formations-un-livret-ressource-pour-les-formateurs

Chevalier, N. & Blaye, A. (2006). Le développement de la flexibilité cognitive chez l'enfant préscolaire : enjeux théoriques. *L'année psychologique, 2006, pp 569-608*

Duval, R. (1995). *Sémiosis et Pensée humaine,* Peter Lang.

Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques ? *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM.*

Houdement, C. (2018). Problèmes arithmétiques basiques : le cœur du problème, *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM.*

Hunault, O. *Conférence ESENESR*, IGEN (2018). https://pedagogie-nord.ac-lille.fr/formations/plan-maths/cycle2/docs/problemes/c2-res-pb-conf-megard-hunault.mp4

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques.* Presses universitaires de Rennes.

MENESR (2017). *Vadémecum-Pilotage-Classes dédoublées - 100% de réussite au CP.* https://eduscol.education.fr/146/100-de-reussite-en-cp

MENESR (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques* https://eduscol.education.fr/390/un-plan-pour-l-enseignement-des-mathematiques

MENESR (2019). *Résultats Évaluations Nationales.* https://www.education.gouv.fr/resultats-des-evaluations-reperes-cp-et-ce1-2019-1025

MENESR (2020). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* file:///C:/Users/AFRANC~2/AppData/Local/Temp/2021_guide_mathematiques_cp-1.pdf

Priolet, M. (2008). *Enseignement et apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques. Le cas des problèmes numériques au cycle 3 de l'école primaire française.* Thèse de doctorat. Université Lumière Lyon 2, p19 https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01640085/document

Sander, E. & Hofstadter, D. (2013). *L'Analogie : cœur de la pensée.* Paris, Odile Jacob. (Version française).

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand N, 38*

Villette, B. et Sander E. (2019). Peut-on améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique au CP ? Le dispositif ACE. *Revue Française de Pédagogie*.

ANNEXE 1 : COMPETENCE PROFESSIONNELLE MATHEMATIQUES

Formation « 100 % de réussite au cycle 2 » Nombres et calculs en lien avec la résolution de problèmes numériques

Compétence professionnelle visée dans le domaine 1 du socle commun: être capable de concevoir et mettre en œuvre un enseignement explicite et ritualisé des nombres et du calcul en lien avec la résolution de problème numériques.

Critères	Indicateurs	Début de stage	Fin de stage*
En mettant en lien toutes les représentations du nombre	Les différentes représentations du nombre sont travaillées quotidiennement (dés, barres, cartes à points, unités de numération, décompositions additives…).	1 2 3 4	1 2 3 4
	Les régularités de la comptine orale sont enseignées : petite comptine (de 1 à 9) et grande comptine (de 1 à 19).	1 2 3 4	1 2 3 4
	Les régularités de l'écriture chiffrée des nombres sont enseignées (compteur, château des nombres).	1 2 3 4	1 2 3 4
	Des situations phares de groupements et d'échanges (fourmillion, banquier…) sont utilisées pour construire la numération décimale.	1 2 3 4	1 2 3 4
	La valeur des chiffres selon leur position dans le nombre est explicitement travaillée.	1 2 3 4	1 2 3 4
	Les équivalences entre nombres de centaines, de dizaines et d'unités sont automatisées (ex : 12 d = 120 u ; 24 d = 2 c et 40 u).	1 2 3 4	1 2 3 4
	La mémorisation des faits numériques (compléments à 10, doubles, table d'additions…) et l'automatisation des stratégies (ex : 8 + 19 = 20 + 8 – 1 = 19 + 1 + 7) sur lesquelles repose le calcul, sont entrainées.	1 2 3 4	1 2 3 4
	La construction des ordres de grandeur (ex : situer 45 entre 0 et 100 demande d'évaluer où se situe la moitié de 100) s'appuie sur les lignes numériques.	1 2 3 4	1 2 3 4
En donnant du sens aux nombres et au calcul avec la résolution de problèmes numériques	Le sens des quatre opérations est construit par la résolution de problèmes.	1 2 3 4	1 2 3 4
	La compréhension des problèmes repose sur des interactions orales : explicitation, théâtralisation, manipulation, gestes…	1 2 3 4	1 2 3 4
	La résolution des problèmes s'appuie sur une modélisation à l'aide de dessins, de schémas ou d'écritures mathématiques.	1 2 3 4	1 2 3 4
En respectant un rythme soutenu d'apprentissage	Les nombres sont travaillés pour permettre aux élèves de maitriser : - en CP, les nombres jusqu'à 60 dès la période 3 ; - en CE1, les nombres jusqu'à 1000 dès la période 2.	1 2 3 4	1 2 3 4
	10 problèmes par semaine sont travaillés.	1 2 3 4	1 2 3 4
En programmant spécifiquement l'entrainement	Des temps de travail en ateliers sont prévus pour permettre aux élèves de s'entrainer avec des jeux, des logiciels, des exercices oraux et écrits.	1 2 3 4	1 2 3 4
	La construction du nombre s'appuie sur des rituels mathématiques quotidiens.	1 2 3 4	1 2 3 4
En évaluant régulièrement les acquis pour différencier	Les résultats des évaluations nationales sont analysés pour identifier les réussites et les besoins des élèves.	1 2 3 4	1 2 3 4
	L'accompagnement des élèves s'appuie sur les ressources Eduscol pour les élèves repérés en difficulté aux évaluations nationales ; - et sur des outils sélectionnés en conseil de cycle pour les élèves en réussite.	1 2 3 4	1 2 3 4
	Les activités de calcul mental sont différenciées.	1 2 3 4	1 2 3 4
En s'attachant à l'acquisition du lexique spécifique	Le vocabulaire mathématique est identifié et utilisé à l'oral comme à l'écrit.	1 2 3 4	1 2 3 4
	La polysémie des mots utilisés en mathématique est travaillée en séances de vocabulaire (table, règle, unité, opération…)	1 2 3 4	1 2 3 4

En organisant les apprentissages sur l'année	La résolution de problèmes fait l'objet d'une progression.	1 2 3 4	1 2 3 4
	Le calcul mental s'organise en séquences d'apprentissage.	1 2 3 4	1 2 3 4
	Les liens entre numération, résolution de problèmes, calculs sont explicitement présentés aux élèves.	1 2 3 4	1 2 3 4

Début de stage : ce que je fais déjà : **1** : pas du tout/ **2** : à minima/ **3** : en grande partie/ **4** : tout à fait (code 1 à 4 à entourer)
Fin de stage : ce que je me sens capable de faire : **1** : pas du tout/ **2** : à minima/ **3** : en grande partie/ **4** : tout à fait (code 1 à 4 à entourer)

Ce que je retiens :

Ce dont j'ai encore besoin :

ANNEXE 2 : PROGRESSIONS EN RESOLUTION DE PROBLEMES CP ET CE1

10 PROBLEMES PAR SEMAINE AU CP et AU CE1

Problèmes arithmétiques d'entrainement : programmation

En rouge = introduction d'un nouveau type de problème

Types de problèmes (issus de la classification de G.Vergnaud)

Problèmes du champ additif :

- Problèmes de transformation
  - EF : recherche de l'**E**tat **F**inal (connaissant l'état initial et la transformation positive EF+ ou négative EF-)
  - EI : recherche de l'**E**tat **I**nitial (connaissant l'état final et la transformation positive EI+ ou négative EI-)
  - Tr : recherche de la **Tr**ansformation (connaissant l'état initial et l'état final)
- Problèmes de partie/tout (appelés « composition » dans la typologie de G.Vergnaud : une même collection d'objets sans temporalité) :
  - P : recherche de la **P**artie
  - T : recherche du **T**out
- Problèmes de comparaison :
  - C : recherche de la **C**omparaison positive ou négative connaissant les 2 états
  - CE : recherche d'un des deux **E**tats dans la **C**omparaison

Les problèmes de comparaison CE sont signalés CE lorsqu'ils contraignent à « traduire » l'énoncé. Ainsi, pour « Livia a 25 ans. Elle a 6 ans de plus que son frère. **Quel âge a son frère ?** », il faut « traduire » : « Livia a 25 ans. Elle a 6 ans de plus que son frère. Son frère a donc 6 ans de moins. **Quel** âge **a son frère ?** »*

Problèmes du champ multiplicatif :

- MA : recherche du produit, problèmes de **M**ultiplication de type « **A**ddition réitérée »
- MR : recherche du produit, problèmes de **M**ultiplication de type « configuration **R**ectangulaire »
- DV : problème de **D**ivision avec recherche de la **V**aleur de la part (partition)
- DN : problème de **D**ivision avec recherche du **N**ombre de parts (quotition/groupement)

Progression CP

	P1	P2	P3	P4	P5
S 1	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF+ *Léo avait 3 billes. Puis Sarah lui donne 5 billes.* ***Combien Léo a-t-il de billes maintenant ?***	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a* ***en tout*** Partie/tout : T	*Recherche de la valeur de la part* Division : DV *La maitresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves.* ***Combien chaque élève reçoit-il de jetons ?***	Recherche du tout ou de la partie Partie/tout : P/T	Recherche du tout ou de la partie Partie/tout : P/T
S 2	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF- *Emma avait 8 billes. Elle donne 5 billes à José.* ***Combien Emma a-t-elle de billes maintenant ?***	*Recherche de la partie* Partie/tout : P *Dans ses poches Ali a 13 billes. Il en a 8 dans sa poche gauche.* ***Combien en a-til dans sa poche droite ?***	Recherche de la valeur de la part Division : DV	*Recherche de la valeur de la part* Division : DV	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF-
S 3	*Recherche de la quantité totale ou de ce qu'on a après* Transformation : EF+/EF-	*Recherche du tout ou de la partie* Partie/tout : P/T	*Recherche du produit (addition réitérée)* *Multiplication : MA* *Il y a 4 élèves. La maitresse distribue 3 jetons à chaque élève.* ***Combien distribue-t-elle de jetons en tout ?***	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF+/EF-	*Recherche du produit (addition réitérée)* *Multiplication : MA*
S 4	*Recherche de la comparaison* ***positive*** *connaissant les 2 états* Comparaison «de plus que » : C *Nour a 3 billes. Ali en a 9.* ***Combien de billes Ali a-t-il de plus que Nour ?***	*Recherche de la comparaison négative ou positive connaissant les 2 états* Comparaison : C	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF+/EF-	*Recherche de la comparaison négative ou positive connaissant les 2 états* Comparaison : C	*Recherche de la comparaison négative ou positive connaissant les 2 états* Comparaison : C
S 5	*Recherche de la comparaison* ***négative*** *connaissant les 2 états* Comparaison « de moins que » : C *Paola a 8 billes. Tom en a 6.* ***Combien de billes Tom a-t-il de moins que Paola ?***	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF+/EF-	Révisions : MA ; EF+/EF- ; DV	*Recherche du produit (addition réitérée)* *Multiplication : MA*	*Recherche de la valeur de la part* Division : DV
S 6	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a* ***en tout*** Partie/tout : T *Liam a 3 billes. Jasmine a 7 billes.* ***Combien Liam et Jasmine ont de billes ensemble ?***	*Recherche de la partie ou du tout* Partie/tout : P/T		Révisions : EF+/EF- ; P/T ; MA ; DV ; C	*Recherche de la valeur de la part.* Division : DV
S7	Révisions : EF+/EF- ; T ; C	Révisions : EF+/EF- ; P/T ; C			*Recherche du produit (addition réitérée)* *Multiplication : MA*
S 8					Révisions : C ; EF- ; MA ; DV ; P/T
S 9					Révisions : C ; EF+/EF- ; MA ; DV ; P/T

Progression CE1

	P1	P2	P3	P4	P5
S 1	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF+/EF- *Léo avait 3 billes. Puis Sarah lui donne 5 billes. Combien de billes Léo a-t-il de billes maintenant ?* *Emma avait 8 billes. Elle donne 5 billes à José. Combien Emma a-t-elle de billes maintenant ?*	*Recherche de la transformation* Transformation : Tr+ *Lenny avait 3 billes. Iris lui donne d'autres billes. Maintenant Lenny a 9 billes. Combien Iris a-t-elle donné de billes à Lenny ?*	*Recherche de la comparaison négative ou positive connaissant les 2 états* Comparaison : C *Adam a 3 billes. Nina en a 9. Combien de billes Nina a-t-elle de plus qu'Adam ?* *Maria a 6 billes. Mohamed en a 8. Combien de billes Maria a-t-elle de moins que Mohamed ?*	*Recherche de l'état intial, ce qu'on avait avant* Transformation : EI+ *Lana vient de recevoir 3 euros de sa tante. Elle a maintenant 8 euros. Combien avait-elle avant ?*	*Recherche d'un des 2 états* Comparaison : CE
S 2	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF+/EF-	*Recherche de la transformation* Transformation : Tr- *Diego avait 9 billes. Il donne des billes à Emmy. Maintenant il en a 4.* ***Combien Diego a-t-il donné de billes à Emmy ?***	*Recherche du nombre de parts (groupes)* Division : DN *La maitresse a 12 jetons. Chaque élève reçoit 3 jetons.* ***Combien y a-t-il d'élèves ?***	*Recherche de l'état initial, ce qu'on avait avant* Transformation : EI- *David avait des billes. Il en donne 5 à Zineb. Maintenant David a 3 billes.* ***Combien avait-il de billes ?***	*Recherche de la comparaison négative ou positive connaissant les 2 états* Comparaison : C
S 3	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a en tout* Partie/tout : T *Liam a 3 billes. Jasmine a 7 billes.* ***Combien de billes ont Liam et Jasmine ensemble ?***	*Recherche de la quantité totale, ce qu'on a après* Transformation : EF + / EF-	*Recherche d'un des 2 états (+) ou (-) dans la comparaison* *Comparaison : CE* *Livia a 8 billes. Tiago a 3 billes de plus que Livia.* ***Combien Tiago a-t-il de billes ?*** *Yanis a 8 billes. Léna a 3 billes de moins que Yanis.* ***Combien Léna a-t-elle de billes ?***	*Recherche de la valeur de la part OU du nombre de parts* Division : DV/DN	*Recherche de la comparaison négative ou positive connaissant les 2 états* Comparaison : C
S 4	*Recherche de la partie* Partie/tout : P *Aya a invité 8 enfants pour son anniversaire. 5 d'entre eux sont des garçons.* ***Combien y-a-t-il de filles ?***	*Recherche du produit (configuration rectangulaire)* *Multiplication : MR* ***Quel est le nombre de carreaux de chocolat*** *que contient une tablette de 3 carreaux sur 4 carreaux ?*	*Recherche du nombre de parts (groupes)* Division : DN	*Recherche de la valeur de la part OU du nombre de parts* Division : DV/DN	*Recherche du produit (configuration rectangulaire ou addition réitérée)* *Multiplication : MA/MR*
S 5	Recherche de la partie Partie/tout : P/T	*Recherche du produit (addition réitérée)* *Multiplication : MA* *Je lance 3 dés qui marquent tous 5.* ***Combien est-ce que j'obtiens de points ?***	Révisions : C ; CE ; DN	*Recherche du produit (configuration rectangulaire)* *Multiplication : MR*	*Recherche* Transformation : EI+/EI- ; EF+/EF-
S 6	*Recherche de la valeur de la part* Division : DV *La maitresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves.* ***Combien chaque élève a-t-il de jetons ?***	*Recherche de la valeur de la part* Division : DV		*Recherche du produit (addition réitérée)* *Multiplication : MA*	Recherche de la partie ou du tout Partie/tout : P/T

S 7	Révisions : EF+/EF- ; P/T ; DV	Révisions : Tr+/Tr- ; EF+/EF- ; MA/MR ; DV		Révisions : EI+/EI- ; DV/DN ; MA/MR	*Recherche du produit* *Multiplication : MA/MR*
S 8					Révisions : MA/MR ; C ; CE ; EI+/EI ; EF+/EF- ; P/T
S 9					Révisions

ANNEXE 3 : LES ETAPES DE LA FORMATION

Temps 1 (juin à septembre 2019) : préparation de la formation

- Autoformation et acculturation en tant que formatrices.
- Conception de la formation et construction de la progression de problèmes.
- Mise en forme de la future banque de problèmes à partir de la progression : un document pour le CP, un autre pour le CE1, pouvant contenir 10 énoncés de problèmes par semaine. Ces documents sont appelés « Banque de problèmes pour le CP » et « Banque de problèmes pour le CE1 ».

Temps 2 (octobre à décembre 2019) : mise en œuvre des deux premières journées

15 stages de 2 jours sont programmés sur l'ensemble du département. Au fur et à mesure des stages, les banques se remplissent d'énoncés de problèmes rédigés par les enseignants.

Temps 3 (janvier 2020 à février 2021) : retour sur le terrain

Deux activités se déroulent en parallèle :

- nous relisons les banques de problèmes ;
- les banques de problèmes sont mises en œuvre par les enseignants sur le terrain et nous effectuons des visites d'accompagnement.

Temps 4 (mars à juin 2021) : troisième journée de formation

La troisième journée de formation comporte deux axes.

D'une part, chaque équipe d'école rend compte de la mise en œuvre des 10 problèmes par semaine dans les classes, selon des pistes que nous avons proposées lors des deux premières journées de formation : photographies du matériel, de l'affichage, des productions d'élèves, questionnements sur la différenciation, sur les progrès et les difficultés des élèves et des enseignants. Ce temps 4 donne lieu à une analyse de pratique, un retour réflexif sur les gestes professionnels.

D'autre part, nous présentons les modifications que nous avons apportées aux banques de problèmes, suite à notre relecture et aux visites de classe.

Des modifications supplémentaires seront effectuées à l'issue de ce 4ème temps afin de prendre en compte les remarques formulées lors des échanges nombreux et constructifs.

ANALYSE DES PRATIQUES ISSUES D'UN COLLECTIF D'ENSEIGNANTS EN *LESSON STUDY* SUR LE DEVELOPPEMENT DE LA PENSEE LOGIQUE DANS UNE ECOLE PRIMAIRE JAPONAISE

Valérie BATTEAU
Chargée d'enseignement, UER MS, HEP Vaud
Laboratoire 3LS
valerie.batteau@hepl.ch

Résumé
L'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon vise le développement des *pensées mathématiques* des élèves (Hino, 2007 ; Isoda & Katagiri, 2012). Celles-ci concernent les types de raisonnement, les contenus mathématiques et les *thinking* sur le contenu. Cette recherche se place dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Abboud-Blanchard, Robert, Rogalski & Vandebrouck, 2017) et questionne comment les enseignants développent les *pensées mathématiques* pendant les moments d'enseignement collectifs. Nous analysons en particulier le choix des tâches de la leçon et de la séquence (composante cognitive) et les interventions de l'enseignant en classe (composante médiative). Les données sont issues du travail d'un collectif d'enseignants en *lesson study* autour du thème annuel : le développement de la *pensée logique* des élèves.

Cette communication est issue d'une recherche post-doctorale (Batteau 2018) financée par le FNS et menée au Japon entre août 2018 et janvier 2020. Ce texte est issu de plusieurs publications (Batteau and Miyakawa 2020 ; sous révision ; Batteau sous presse).

Le travail en collectif d'enseignants, accompagnés de formateurs et parfois de chercheurs, se retrouve au centre de l'intérêt de la communauté éducative dans de nombreux pays. Un des dispositifs au centre de cet intérêt est le dispositif *lesson study*. Originaire du Japon, ce dispositif est utilisé comme dispositif de développement professionnel et a connu de multiples adaptations à l'international depuis les années 1990-2000. Que peut-on observer dans les pratiques d'enseignants engagés dans de tels dispositifs ? Notre recherche a montré des évolutions et aussi des résistances dans les pratiques de quelques enseignants engagés dans un dispositif *lesson study* adapté en Suisse (Batteau 2020). Au Japon, nous nous sommes intéressée aux pratiques d'enseignants engagés dans des *lesson study* (Batteau and Miyakawa 2020 ; sous révision ; Batteau sous presse). Pour appréhender les pratiques dans le contexte japonais, nous avons dû prendre en considération les spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : l'enseignement se fait dans l'approche par résolution de problème avec une importance accordée aux moments d'enseignement collectif (équivalent des mises en commun), l'objectif de cet enseignement est de développer les *mathematical thinking*[1] des élèves, le travail des enseignants s'inscrit dans ces fameux dispositifs *lesson study*. Ainsi, la problématique de notre recherche est de comprendre les pratiques d'enseignants lors de l'enseignement en collectif pour développer les *logical thinking* des élèves, qui constitue le thème du collectif de *lesson study*. Le concept de *logical thinking* est beaucoup utilisé dans les

[1] Les termes japonais *sugakuteki kangaekata* sont traduits en anglais par a *way of mathematical thinking* ou *mathematical thinking*. Nous traduisons en français par pensée mathématique.

programmes scolaires japonais. La pensée logique (*logical thinking)* fait partie des pensées mathématiques et a été définie dans le guide d'accompagnement des programmes scolaires précédents (Isoda 2010) comme : "The deductive method in which explanation is given based on some assumption is well known, but inductive and analogical reasoning are also considered to be *logical thinking* methods since students need to justify each step of their reasoning" (p.41). La pensée logique est ainsi liée à l'idée qu'un problème peut se résoudre étape par étape et que chaque étape doit être justifiée d'une manière logique. Les nouveaux programmes la caractérisent comme étant "thinking reasonably based on the arguments" (MEXT 2017).

La première partie du texte expose les spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire dans le contexte japonais : le dispositif *lesson study*, les *pensées mathématiques et logique* et l'enseignement par résolution de problème. La deuxième partie présente le cadre de la recherche : l'analyse des pratiques est conduite dans un cadre de la recherche française en didactiques des mathématiques, la double approche didactique et ergonomique. La troisième partie expose les résultats d'analyses de pratiques enseignantes. Le texte se termine par une discussion et conclusion.

I - CONTEXTE JAPONAIS

1 Lesson Study

Les *lesson study* sont une approche de développement professionnel basée sur le travail collectif entre enseignants et sur l'observation de l'enseignement (Miyakawa and Winsløw 2009a, 2009b). Ces pratiques datent de la fin du XIXe siècle au Japon (par exemple, Clivaz 2015 ; Miyakawa and Winsløw 2009a). Les *lesson study* sont un mode de fonctionnement ordinaire des enseignants au Japon et sont enracinées à toutes les échelles du système éducatif (Okubo 2007). Une *lesson study* japonaise comporte plusieurs phases : la première est l'étude du sujet et du curriculum par un collectif. Le collectif est composé généralement d'enseignants d'un établissement scolaire accompagnés d'un enseignant expert qui est le responsable de la recherche dans l'établissement scolaire. La deuxième est la planification de la séquence de leçons et d'une leçon particulière de cette séquence, leçon qui est nommée leçon de recherche. Cette leçon est ensuite mise en œuvre par un des enseignants du collectif dans sa classe avec ses élèves (troisième phase). La quatrième phase consiste en une ou plusieurs séances qui ont lieu après la leçon de recherche. Dans cette phase, le collectif analyse la leçon et discute des apprentissages des élèves visés par la leçon.

Par rapport aux *lesson study* américaines ou suisses, les *lesson study* japonaises ont des particularités : le travail est à la fois individuel et collectif avec de nombreux allers-retours lors de la préparation de la séquence et de la leçon (phase 2) et de l'étude du sujet (phase 1). Lors de cette phase 2, l'enseignant qui donnera la leçon dans sa classe rédige seul un plan de leçon qu'il expose au collectif. Lors de chaque séance de cette phase, cet enseignant intégre les commentaires du collectif dans son plan de leçon et représente au collectif une nouvelle version de son plan de leçon. Une autre différence est qu'il n'y a généralement pas de ré-enseignement de la leçon de recherche lors d'un cycle de *lesson study*.

2 *Pensée mathématique et pensée logique*

Le concept de *pensée mathématique* (PM) est central dans le contexte japonais comme principal objectif du programme officiel et comme principal objectif de l'enseignement par résolution de problème (Hino 2007 ; Isoda 2012). Il n'existe pas de définition partagée de ce concept entre chercheurs et enseignants. À la place d'une définition, Katagiri (2017) a catégorisé deux types de PM, les méthodes mathématiques et les contenus mathématiques, et en a établi une liste exhaustive. Les méthodes mathématiques recouvrent dix types de raisonnement : raisonnement déductif, raisonnement analogique, raisonnement inductif,

raisonnement d'intégration[2], raisonnement lié au développement, raisonnement d'abstraction, raisonnement de simplification, raisonnement de généralisation, raisonnement de spécification et raisonnement de symbolisation. Le contenu mathématique inclut à la fois le contenu et le raisonnement (*thinking*) sur le contenu pour : les nombres, le calcul, les grandeurs et mesures, la géométrie, les expressions et formules, les fonctions et les statistiques. Isoda et Katagiri (2012) ont écrit un livre en anglais "Mathematical thinking : how to develop it in the classroom ?" dans lequel ils distinguent en plus les capacités mathématiques derrière les PM liées aux méthodes mathématiques et les PM liées aux contenus mathématiques (et idées). Ils fournissent aussi de nombreux exemples de PM dans leur livre. Par ailleurs, l'un des six manuels scolaires obligatoires au Japon donne une définition des PM proche de celle de Katagiri mais en trois catégories : les objets de la pensée (abstraction, concrétisation, mise en nombres, mise en figure, symbolisme, formalisation, spécification...), les méthodes mathématiques (types de raisonnement) et les contenus mathématiques.

Pour cette recherche, nous retenons que le concept de PM est l'objectif central de l'enseignement collectif en résolution de problème. De plus, les objectifs d'enseignement recouvrent à la fois le contenu mathématique et à la fois les idées et réflexions mathématiques qui accompagnent ce contenu.

Pour cette recherche, nous retenons que la pensée logique fait partie des *pensées mathématiques*, et nous retenons comme caractérisation de la pensée logique celle qui sera adoptée par le collectif *lesson study* étudié dans cette recherche, c'est-à-dire les élèves développent la pensée logique lorsqu'ils sont capables de faire des raisonnements basés sur des arguments dans la résolution d'un problème de mathématiques.

3 Approche par résolution de problème

L'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon se fait dans une approche par résolution de problème dont le principal objectif est de développer les *pensées mathématiques* des élèves (Baba et al. 2018). Les leçons ordinaires de mathématiques se structurent généralement en phases (par exemple Batteau and Miyakawa 2020 ; Fujii 2018 ; Shimizu 1999 ; Miyakawa and Winsløw 2009b) :

- Présentation du problème, suivi éventuellement de l'estimation, la prédiction ou la planification des solutions
- Recherche des solutions par les élèves en individuel et éventuellement après en groupe
- Discussions collectives des procédures et solutions du problème trouvées par les élèves (*neriage*). Le terme *neriage* vient des mots *neri* qui signifie mixer, mélanger, polir et *ageru* qui signifie s'élever ou élever. Dans le contexte de l'enseignement mathématique, la phase de *neriage* recouvre deux idées : la première est la présentation, la comparaison des procédures et des résultats des élèves, et la deuxième est le développement collectif des *pensées mathématiques* à partir de ces discussions.
- Résumé de la leçon (*matome*). Cette phase a pour fonction d'institutionnaliser les connaissances, suivi éventuellement du développement ou extension du problème.

[2] "What is integrative thinking? Rather than leaving a large number of propositions disconnecte and separate, this thinking method abstracts their essential commonality from a wider viewpoint, thereby summarizing the propositions as the same thing." (Isoda & Katagiri, 2012, p. 62). Le terme japonais est *togo*.

Les leçons japonaises donnent une part importante à la dimension collective de l'enseignement : les trois phases de leçon par résolution de problème, la présentation du problème, le *neriage* et le *matome* se déroulent en collectif.

Cette recherche se focalise sur les pratiques enseignantes lors de la phase du *neriage* en lien avec le *matome* pour des raisons culturelles : le *neriage* est considéré comme étant le cœur de la leçon par les enseignants, le *neriage* comme le *matome* s'inscrivent dans leurs pratiques ordinaires. Le *neriage* occupe la place centrale de la leçon en importance et en temps accordés (Miyakawa and Clivaz 2019) et représente le vecteur de réussite ou non de la leçon (Shimizu 1999). Ce choix repose aussi sur une raison didactique : pendant le *neriage*, les enseignants japonais visent le développement collectif des *pensées mathématiques* et préparent la phase suivante du *matome* dans laquelle les connaissances mathématiques visées sont institutionnalisées. En d'autres termes, une séance (ou éventuellement deux séances) de classe ordinaire en mathématiques à l'école primaire au Japon se déroule généralement par résolution de problème. Lors de cette séance, l'enseignant organise une discussion collective des procédures, idées, solutions des élèves qu'il inscrit au tableau noir, généralement à côté du nom de l'élève, puis il écrit au tableau ce que les élèves doivent retenir de la leçon (*matome*) à partir de ce qu'il a écrit et discuté lors du *neriage*.

Ainsi, notre recherche vise à comprendre comment les enseignants japonais organisent cet enseignement en collectif à travers les phases de *neriage* en vue du développement de la pensée logique des élèves.

II - CADRE DE LA RECHERCHE

1 Cadre théorique et questions de recherche

Pour prendre en compte les pratiques enseignantes, notre étude se place dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert and Rogalski 2002 ; Abboud-Blanchard et al. 2017). Pour appréhender notre objet, nous considérons la composante cognitive des pratiques qui se traduit par le choix des tâches, leur organisation et les déroulements en classe et la composante médiative des pratiques qui correspond aux choix et interventions de l'enseignant pendant la leçon, la dévolution des consignes, les différents accompagnements de l'enseignant, les aides et les expositions des connaissances.

L'analyse des composantes cognitive et médiative des pratiques nous permet d'identifier les choix et interventions de l'enseignant qui contribuent à développer la pensée logique des élèves pendant l'enseignement collectif.

Cette recherche se focalise sur les éléments qui pilotent les choix des tâches et les interventions de l'enseignant participant au développement de la pensée logique à partir des discussions sur les procédures et solutions des élèves. La question de recherche se formule ainsi : comment l'analyse des composantes cognitive et médiative des pratiques, choix des tâches et interventions de l'enseignant, nous permet d'identifier l'organisation de l'enseignement collectif en *neriage* qui participe au développement de la pensée logique des élèves ?

2 Méthodologie

Cette recherche qualitative contient un corpus de données concernant les pratiques d'une enseignante renommée Noriko, prises entre septembre 2018 et janvier 2019. Noriko est une jeune enseignante avec peu d'expérience d'enseignement et elle enseigne dans une école primaire de Joetsu : l'école désignée école de recherche par le Ministère de l'Éducation Japonais. Cette école entretient davantage de liens étroits avec la recherche d'une manière générale et avec l'Université d'Éducation de Joestu que les autres écoles ordinaires. Parmi ces liens étroits, se trouve le dispositif de formation continue et de recherche nommé *lesson study* qui est ancré dans les écoles (Batteau and Miyakawa 2020 ; Miyakawa and Winsløw 2009b).

Les données sont constituées de données vidéos : une leçon de recherche et de la séance collective post-leçon organisée lors d'une *lesson study* avec de nombreux participants (enseignants, étudiants, formateurs, chercheurs, directeurs d'école...) venus de toute la préfecture, et de deux séances collectives de préparation de la leçon entre membres de l'école. Les données vidéos ont été transcrites en Japonais puis traduites en français et/ou anglais. Le travail de traduction a constitué une première analyse des données dû aux difficultés liées à la langue japonaise. Comme une partie des phrases prononcées est toujours implicite, il est nécessaire de traduire ce que les enseignants et élèves ont prononcé et de compléter par des éléments de contexte (le sujet, le verbe et/ou l'objet de la phrase), voire par ce qu'ils ont voulu dire. Par ailleurs certains termes japonais n'ont pas de traduction en anglais/français et peuvent être porteurs de concept mathématique. Par exemple, le terme *bun* possède plusieurs traductions (minute, pourcent, dixième...), mais s'emploie en mathématiques à l'école primaire pour illustrer le passage du cadre des nombres *hitotsu* (compteur pour « une chose ») au cadre des grandeurs *hitotsu bun* (qui désigne « une unité »).

Le corpus contient également des documents écrits de différentes natures : les photos des tableaux noirs des leçons, le guide du programme officiel traduit en anglais (Isoda 2010), les plans de leçons de recherche et les rapports de leçon rédigés par Noriko. Les documents écrits ont été traduits également en français et/ou anglais.

Pour chaque leçon observée, nous avons réalisé une analyse *a priori* du problème pour identifier les variables didactiques, les stratégies possibles et les connaissances mathématiques en jeu. L'analyse *a priori* nous permet d'identifier ce qui relève des pensées mathématiques et logique : en particulier ce qui relève du contenu et des *pensées* et idées concernant ce contenu. Ensuite, nous analysons le déroulement de chaque leçon sous forme de tableau qui contient les formes de travail des élèves (en collectif, en groupe, en individuel) avec la phase de leçon par résolution de problème correspondante, l'activité de l'enseignant et les activités proposées aux élèves par l'enseignant.

Pour analyser la composante cognitive des pratiques, nous avons analysé les tâches choisies par l'enseignant dans la séquence de leçons, puis analysé les déroulements en classe sur la base du tableau précédent. Pour analyser la composante médiative des pratiques, nous avons analysé les interventions de l'enseignant (ce qu'il dit, fait, écrit, demande aux élèves), ses choix, les expositions de connaissance pendant les phases de *neriage*. Pour comprendre les choix de l'enseignant pendant les leçons, nous avons complété ces analyses avec les documents écrits de préparation (plans de leçon), les séances pré et post-leçon, ainsi qu'avec l'ensemble des données écrites. Nous relevons d'une part les éléments communs des analyses des composantes cognitive et médiative des pratiques qui peuvent expliquer l'organisation de l'enseignement collectif. D'autre part, nous relevons comment les interventions et choix de l'enseignant participent au développement de la pensée logique.

III - ANALYSE DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

1 Présentation de la leçon et quelques éléments de l'analyse *a priori* du problème

Noriko participe à un groupe de recherche en *lesson study* en mathématiques dans son école autour du thème annuel sur le développement de la pensée logique des élèves. L'équipe pédagogique de l'école choisit tous les ans un nouveau thème qui est transversal et qui est travaillé en séances de *lesson study*. Le collectif d'enseignants de *lesson study* définit la pensée logique comme étant la capacité de raisonner avec des arguments, en accord avec le programme scolaire. La leçon observée porte sur un problème d'identification d'un solide mystère à partir de trois des faces du solide projetées par ombre chinoise (deux triangles et un carré - Figure 2) et de trois directions données (avant, dessous et côté), telles que les faces et les directions ne sont pas associées (Figure 1).

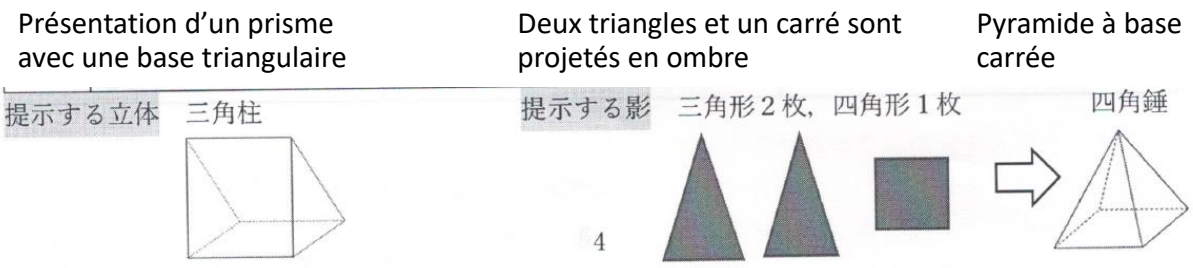


Figure 1. Extrait d'un plan de leçon provisoire écrit par Noriko

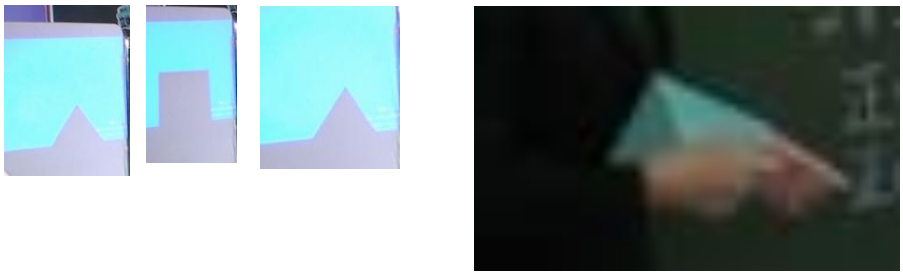


Figure 2. Trois ombres des faces projetées, puis le solide mystère solution du problème

Dans son plan de leçon, Noriko organise la leçon en deux problèmes : le problème 1 qui est de trouver le solide mystère et puis le problème 2 qui est de justifier pourquoi le prisme à base triangulaire (à gauche dans la Figure 1) est une réponse incorrecte. Ainsi, lorsque les élèves vont résoudre ces deux problèmes, ils devront être amenés à développer leurs pensées logiques dans le sens où ils devront justifier et argumenter pourquoi ils ont trouvé tel ou tel solide, puis pourquoi le prisme est une réponse incorrecte. Noriko précise dans le plan de leçon que les *logical thinking* sont la capacité de raisonner sur des solides en utilisant les relations entre les faces du solide. Il s'agit donc de l'objectif d'apprentissage visé par la leçon en termes de pensée logique.

Si la face avant et celle du côté sont des triangles et la face du dessous un carré, le solide est une pyramide à base carrée, ce qui est la réponse attendue. Noriko a anticipé une mauvaise réponse (Figure 1), un prisme droit à base triangulaire, appelé « forme de gâteau » dans une leçon précédente. Ce prisme peut être obtenu avec un carré en face avant, un triangle sur un côté et un carré en face de dessous. Dans ce cas, les trois faces sont deux carrés et un triangle en gardant les directions données dans l'énoncé. Ce prisme peut également être obtenu avec un carré en face avant et deux triangles sur les côtés. Dans ce cas, les directions changent : face avant et deux côtés. Pour le problème 1, nous avons donc identifié les variables didactiques suivantes :

- Choix du solide : cube, pyramide tronquée, prisme...
- Formes des faces : triangles, carrés, rectangles...
- Nombre de conditions associées ou non : deux, trois, quatre... positions et formes des faces
- Matériel : triangles et carrés en papier

La variation des valeurs de ces variables didactiques joue sur les procédures des élèves.

Pour la première variable, si le solide est un cube, toutes les faces sont des carrés, cela simplifie la tâche.

Pour la deuxième variable, si la tâche propose trois même forme de faces (trois carrés), compte tenu des connaissances des élèves de 3ème année de primaire (8-9 ans), le solide cherché sera un cube. Dans ce cas, les positions des faces ne jouent pas de rôle particulier pour trouver le solide.

Pour la troisième variable, si le nombre de conditions est de deux positions avec deux formes de faces associées, il y a plusieurs solides qui peuvent être solution. Par exemple, avec un carré dessous et un triangle devant, la pyramide à base carré et un prisme (non droit) sont des solutions. S'il y a trois faces associées à trois positions, il n'y aura qu'une seule solution (compte tenu des connaissances des élèves de ce niveau).

Pour la quatrième variable, si on propose du matériel, les élèves pourront manipuler les triangles et carrés pour former le solide cherché. Sans matériel, les élèves peuvent se représenter mentalement le solide ou alors le dessiner et raisonner avec les relations entre les positions des faces.

2 Déroulement de la leçon de recherche

Le tableau ci-dessous propose le déroulement de la leçon de recherche en précisant la phase de la leçon par résolution de problème, le moment de la leçon, l'activité de Noriko (ce qu'elle fait, ce qu'elle dit) et l'activité possible des élèves (complétée avec l'activité observée des élèves en classe).

Forme de travail/Temps	Activité de Noriko	Activité des élèves
Collectif *Présentation du problème 1*- 4:35	Introduction du problème 1 : quel est le solide montré en ombre et quelle est la direction du solide montré ? (7:18)	Les élèves choisissent trois directions de faces du solide caché : devant, dessous et côté
Indiv. 11:59 Groupe 21:15	Noriko se déplace entre les bureaux des élèves. Elle leur demande de discuter par deux à propos du solide mystère.	Les élèves manipulent des triangles et des carrés pour trouver le solide mystère.
Collectif *Neriage* 22:11	Noriko demande quel solide les élèves ont réalisé avec le matériel. (22:11) Elle écrit deux réponses : pyramide et forme de gâteau (prisme).	Les élèves répondent pyramide et forme de gâteau.
Discussions sur le prisme	Pendant qu'un élève donne une explication, Noriko demande aux autres élèves d'imaginer le solide et de manipuler les faces avec le matériel (24:18, 27:48 et 27:59). Elle demande des détails sur la stratégie présentée et la position des faces (24 :35). Elle écrit en-dessous le nom du solide et les explications de l'élève pour construire le prisme. Noriko et les élèves lisent les affiches des matome des précédentes leçons affichées dans la classe. Sous-tâche : si le carré est en-dessous, peut-on former une forme de gâteau ? Et quelle sera la face opposée à la face avant ? (27:31) Comment les élèves peuvent-ils obtenir une forme de gâteau ? (28:12) Quelles figures sont utilisées pour construire la forme de gâteau ? (28:58)	Quatre élèves expliquent comment ils trouvent un prisme et montrent comment ils ont construit le solide (22:11 et 26:40-28:12 et 28:35) Des élèves répondent oralement aux questions de Noriko puis écrivent et dessinent leurs réponses. Quand un élève explique sa stratégie, les autres élèves manipulent les faces dans le but de suivre la stratégie et de construire le solide avec la stratégie expliquée
	Et quel est le solide construit finalement? (29:06) Quelles sont les figures utilisées pour construire le solide ? (29:51) Quel solide les élèves ont-ils construit ? Donner les positions des faces (29:55) et les élèves écrivent et dessinent les positions et les figures des faces du solide.	
Sur la pyramide	Elle demande les mêmes sortes de sous-tâches dans le cas de la pyramide.	Les élèves effectuent les sous-tâches en manipulant le matériel
Individuel 35:50	Elle se déplace entre les bureaux des élèves.	Les élèves écrivent pourquoi le prisme est une réponse incorrecte

Collectif *hatsumon)* 37:25	Problème 2 : pourquoi le prisme est une réponse incorrecte ? Sous-tâches : comment certains élèves ont-ils fait pour trouver le prisme ? (37:25) Quelles sont les positions des faces pour la pyramide ? (39:45) Nommer la face avant de la pyramide et la face du dessous (40:15)	Un élève explique pourquoi la pyramide est une réponse correcte et le prisme une réponse incorrecte. (37:49)
Individuel 40:29	Sous-tâche : si le solide est une pyramide, quelle est la face à côté de celle de devant ?	Les élèves écrivent et dessinent leur réponse.
Groupe 41:03	Elle se déplace entre les bureaux des élèves	Les élèves discutent par 2
Collectif 41:23	Sous-tâche : dessiner le prisme, écrire et dessiner la face à côté de celle de devant	Les élèves réalisent la sous-tâche
Groupe 41:54	Elle demande si le solide est un prisme, quelle est la face de devant ? (42:43)	Les élèves discutent par deux de leur réponse
Collectif *neriage* 43:46	Elle montre un prisme droit avec une base triangulaire et demande les noms des faces de devant, de dessous et du côté (44:17) Sous-tâches : regarder les conditions du problème (2 triangles et 1 carré dessinés au tableau noir) (45:40). Le solide peut être différent si vous essayez de changer la direction ? Qu'est-ce qu'il pourrait être ? (45:52) Et si le carré est sur la face avant du prisme, quelle sera la face du dessous ? (45:59) Est-ce que quelqu'un a remarqué quelque chose à propos du quizz ? (47:02) Elle conclut et compare les deux solides : les figures projetées sont les mêmes mais le nombre de chaque figure projetée était différent. (47:47)	Un élève donne les noms des faces avant, dessous et côté. (44:29) Les élèves réalisent les sous-tâches à l'oral et à l'écrit.
Groupe 48:07	Elle demande pourquoi le prisme est une réponse impossible.	Les élèves écrivent leurs explications pour répondre à la tâche.
Collectif *neriage* 49:57	Discussion sur les raisons pour lesquelles le prisme est une réponse incorrecte et les différences entre les deux solides.	Les élèves trouvent des différences entre les deux solides. Un élève explique que le prisme est une réponse incorrecte parce que les positions des ombres et les figures sont différentes.
Collectif *Matome* 52:03	Noriko dit et écrit "parce que les positions des ombres et les figures sont différentes ».	

Tableau 1: Progression de la leçon de recherche, activité de Noriko et des élèves

Nous allons utiliser ce tableau pour les analyses des pratiques de l'enseignante.

3 Choix des tâches (composante cognitive des pratiques)

La leçon de recherche observée est la 8ème de la séquence de 9 leçons. Dans les leçons 1, 2 et 3, les tâches consistent à construire différents solides et à les décrire, leurs faces et les positions des faces. Dans les leçons 4 à 8, les tâches sont des quiz avec quelques manipulations de faces du solide. Ces tâches visent à décrire et à communiquer le solide mystère à partir des relations entre les positions des faces afin de développer la pensée logique des élèves. Noriko choisit pour les leçons 5 à 8 des tâches similaires avec le même matériel pédagogique et en faisant varier les valeurs des variables didactiques : le solide mystère (cube, pyramide tronquée, prisme), la position des faces (devant, dessous, côtés, derrière), les formes des faces (triangles, carrés, rectangles…), le nombre de conditions données (positions et formes de faces) et associées ou non, le matériel donné aux élèves. Pour le déroulement de la leçon de recherche, elle structure la leçon dans l'approche par résolution de problème dans laquelle les différentes phases sont présentes

(introduction du problème appelé *hatsumon*, travail en groupe et individuel, *neriage*, *matome* la synthèse par l'enseignant). La particularité de l'organisation de la leçon est le va-et-vient entre les moments de travail en collectif, en groupe et en individuel. L'enseignante ajoute plusieurs sous-tâches au cours du *neriage* et les élèves disposent d'un moment de travail individuel ou en groupe pour réaliser les sous-tâches demandées. Parallèlement, elle varie les supports pédagogiques (projecteurs, tableau noir, *matome* précédemment affiché, matériel - triangles et carrés) ainsi que le travail demandé aux élèves à réaliser à l'oral et/ou à l'écrit.

Pendant la leçon de recherche, la discussion en classe pendant le premier *neriage* conduit, comme Noriko l'avait prévu dans le plan de leçon (Figure 1) à la réponse correcte (pyramide à base carrée) et à une réponse incorrecte (prisme droit à base triangulaire appelé « gâteau » par les élèves). Elle organise alors la leçon comme elle l'avait anticipée dans le plan de leçon par le problème 1 puis le problème 2. Elle propose alors pour chaque problème des sous-tâches en variant les valeurs des variables didactiques. Ainsi pendant les *neriage*, elle propose une série de sous-tâches (Tableau 1) : par exemple, le solide peut être différent si vous essayez de changer la direction ? Qu'est-ce qu'il pourrait être ? (45:52) Et si le carré est sur la face avant du prisme, quelle sera la face du dessous ? (45:59). L'objectif de ces sous-tâches est de faire raisonner les élèves sur les relations entre les positions des faces.

Pour conclure, Noriko choisit les tâches et leur organisation et l'élément clé de sa composante cognitive réside en des variations des valeurs des variables didactiques à partir d'une même tâche, un quiz avec des ombres, afin de laisser aux élèves la possibilité d'observer, d'argumenter en fonction de ces variations de valeurs de variables didactiques et ainsi, de développer leur pensée logique. Le déroulement de la leçon (Tableau 1) est caractérisé par la variation des supports pédagogiques, la variation du travail des élèves (oral, écrit et manipulation de matériel) et la variation des formes de travail (collectif, individuel et groupe). Son organisation représente un moyen efficace pour impliquer tous les élèves et pour viser les objectifs d'apprentissage.

4 Interventions de Noriko (composante médiative des pratiques)

Noriko réalise différents types d'interventions au cours du *neriage* en référence à la première idée de *neriage*. En effet, elle demande aux élèves de présenter, d'expliquer, de comparer, de justifier, de valider leurs stratégies et leurs réponses. Elle valide également leurs stratégies et réponses, reformule les interventions des élèves, répète leurs interventions, implique d'autres élèves lorsqu'un seul élève présente et explique sa stratégie.

Nous présentons ici ses interventions qui se réfèrent à la deuxième idée du *neriage* : le développement de la pensée logique des élèves.

À chaque sous-tâche proposée aux élèves, Noriko leur consacre un temps de recherche en variant les formes de travail par écrit ou par oral ou les deux, en classe entière, en groupe ou individuellement. De plus, elle adapte le matériel pédagogique (projecteur, tableau noir, référence aux affiches des *matome* des leçons précédentes, avec ou sans matériel : des triangles et des carrés découpés) à chaque sous-tâche proposée. Ces quelques exemples de sous-tâches sont basés sur la variation des valeurs de variable didactique du problème et disposent de temps de recherche pour les élèves et de modalités de travail adaptées (Tableau 1). Ces sous-tâches ont pour objectif de développer leurs capacités à raisonner sur les solides en utilisant les relations entre les faces des solides. Par exemple, des sous-tâches reposent sur des réflexions sur les directions des faces d'un solide : Le solide peut être différent si vous essayez de changer la direction ? Qu'est-ce qu'il pourrait être ? (45:52) ou Et si le carré est sur la face avant du prisme, quelle sera la face du dessous ? (45:59) Une autre sous-tâche repose sur les solutions du problème : les élèves doivent justifier pourquoi une solution est correcte et l'autre non (37:25).

> *Noriko : Je voudrais vous demander, combien de personnes disent qu'elles se sont trompées et pourquoi ? […]*
> *Élève : Pour la forme du gâteau, toutes les formes apparaissent avec les trois ombres, mais parce que la face*

à côté de la face avant sera un carré, donc si vous voulez montrer la forme du gâteau, il doit y avoir un triangle et deux carrés. Donc, c'est une forme de pyramide.

Cet extrait montre que l'élève utilise un raisonnement sur les relations entre les faces du solide pour justifier que le solide cherché est une pyramide. Ce type de raisonnement dévoile une capacité de pensée logique telle que définie par l'enseignante. La leçon vise ce type de raisonnement. Nous voyons que Noriko fait varier les valeurs des variables didactiques (les faces choisies, les positions des faces et le solide). Un autre exemple de sous-tâche est : comment le prisme à base triangulaire peut devenir une réponse correcte au quiz en gardant les trois faces (deux triangles et un carré) et les deux positions (devant et dessous). Quelle sera la troisième position ? (51:17)Figure 3 : tableau noir pendant cet échange (51 :17)



Noriko : […] Si tu veux avoir la forme du gâteau, ici c'est un triangle, ici c'est un triangle, quelle position voudriez-vous voir ici ? […] Lorsque l'on considère la forme du gâteau, où le devant est un triangle et le dessous est un carré, où va le triangle ?

Élève : A l'opposé de la face avant ?

Noriko : C'est vrai. […] c'est un gâteau.

Cet extrait montre que les élèves doivent raisonner sur les positions des faces pour que le prisme qui est une réponse incorrecte devienne une solution du problème. Les deux extraits précédents montrent que les interventions de Noriko ne sont pas focalisées sur la recherche de la réponse au problème mais davantage sur l'argumentation et la réflexion. Les discussions lors du *neriage* aboutissent ainsi à un *matome* contextualisé au problème « car les positions des ombres et des figures sont différentes ». Cette synthèse fait référence aux raisons pour lesquelles la forme du gâteau n'est pas une réponse correcte. Noriko vise le développement de la pensée logique des élèves au cours de cette leçon, mais ne vise pas la décontextualisation des connaissances, concernant les relations entre les faces. Ici, le *matome* ne remplit pas les fonctions de décontextualisation et d'institutionnalisation des savoirs. D'ailleurs, elle critique même son *matome* lors de la réunion post-leçon « C'était mauvais. […] Je regrette ». Elle avait anticipé un *matome* dans lequel les élèves devaient remarquer que différents solides peuvent être obtenus avec les mêmes faces projetées en ombres en faisant varier les relations des positions des faces.

Pour conclure, les interventions de Noriko au cours du *neriage* peuvent s'expliquer par un élément clé, la variation des valeurs des variables didactiques. Cette variation implique des sous-tâches basées sur deux réponses d'élèves, la réponse correcte et la réponse incorrecte anticipée, afin de laisser aux élèves la possibilité d'observer et d'argumenter et ainsi de développer leur pensée logique.

5 Synthèse

Nous avons identifié pour cette enseignante un élément commun dans ses composantes cognitive et médiative des pratiques : la variation des valeurs des variables didactiques du problème. Cet élément permet d'expliquer à la fois comment Noriko construit les problèmes qu'elle propose aux élèves lors de la

leçon et de la séquence de leçons et à la fois comment elle intervient en *neriage* par l'ajout de sous-tâches à réaliser au fur et à mesure de l'avancement de la leçon. Cette variation représente un levier dans ses pratiques qui participe au développement de la pensée logique des élèves et intervient dans le choix des tâches, la construction de la séquence de leçons mais aussi dans ses interventions pendant le *neriage* avec l'ajout de sous-tâches.

IV - DISCUSSION ET CONCLUSION

Cette recherche a permis d'identifier un levier qui agit sur les composantes cognitives et médiatives des pratiques d'une enseignante étudiée : la variation des valeurs des variables didactiques du problème. Nous avons étudié les pratiques d'un deuxième enseignant, renommé Kenji, qui a travaillé avec Noriko dans le même groupe de recherche en *lesson study* autour du même thème. Cet enseignant expérimenté en mathématique travaille en plus en duo avec Noriko. Notre recherche a mis en évidence que le levier observé dans les pratiques de Noriko est le même que celui observé dans les pratiques de Kenji. Le levier commun dans les pratiques de ces deux enseignants peut être interprété comme le résultat d'un travail collectif dans leur groupe de recherche en *lesson study* et leur travail en duo, ceci indépendamment du niveau des classes et des sujets enseignés pour les leçons observées, les solides en 3ème année d'école primaire pour Noriko et la comparaison de surfaces en 1ère année d'école primaire pour Kenji. Ces deux enseignants poursuivent un objectif commun qui est de développer les *logical thinking* des élèves. Par ailleurs, nos résultats concernant la construction et le choix des problèmes de la séquence de leçons proposée par Noriko font écho avec l'approche d'enseignement dominante en Chine. L'une des possibilités de cette approche appelée enseignement par *variation problem* est de proposer un seul problème avec de multiples variations en faisant varier les conditions et les conclusions (Sun 2011), ce que nous avons observé dans le cas de Noriko.

Les pratiques de ces deux enseignants d'école primaire sont révélatrices d'un système éducatif global en mathématiques : d'abord au niveau de l'école à travers les recherches menées par les enseignants en *lesson study*. Leurs pratiques en *lesson study* ont pour effet une cohérence entre le niveau global des pratiques (choix des tâches de la séquence, analyses mathématiques et didactiques sur le sujet, analyses réalisées par les enseignants puis écrites dans les plans de leçon et rapports de leçon) et le niveau local des pratiques avec les choix et interventions de l'enseignant lors de l'enseignement collectif. Les pratiques de ces enseignants sont également révélatrices de l'organisation globale des savoirs : leur place accordée dans la leçon, la nature des savoirs enseignés et l'organisation globale dans les programmes. Les savoirs se situent au premier plan dans les leçons structurées par résolution de problème car l'enseignement collectif en *neriage* et en *matome* visent le développement des *pensées mathématiques*, car ces phases s'inscrivent dans les pratiques ordinaires des enseignants et car les savoirs sont rendus visibles par la pratique du tableau noir partagée dans la profession (Batteau and Miyakawa 2020). Les savoirs enseignés portent sur les méthodes qui sont des types de raisonnement, sur le contenu et sur les pensées et idées liés au contenu.

Cette recherche donne à voir les pratiques d'enseignants japonais dans un système global caractérisé par une approche d'enseignement par résolution de problème, l'importance des *pensées mathématiques* avec une caractérisation et une organisation des savoirs spécifiques et les *lesson study* comme pratiques d'enseignement qui s'inscrit dans l'ordinaire des enseignants en école primaire. L'approche d'enseignement par résolution de problème et les *lesson study* sont historiquement liées au Japon et seraient indissociables selon Fujii (2018). Les différentes adaptations des *lesson study* japonaises dans d'autres contextes éducatifs nécessitent une réflexion globale sur l'approche d'enseignement choisie et sur la place et l'organisation des savoirs dans les leçons et les curricula. Les leviers identifiés dans les pratiques peuvent être adaptables à d'autres contextes à condition de prendre en compte ces autres dimensions.

V - BIBLIOGRAPHIE

Abboud-Blanchard, M., Robert, A., Rogalski, J., et Vandebrouck, F. (2017). Pour une théorie de l'activité en didactique des mathématiques. Un résumé des fondements partagés, des développements récents et des perspectives. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz, 18*.

Baba, T., Ueda, A., Ninomiya, H., et Hino, K. (2018). Mathematics Education Lesson Study in Japan from Historical, Community, Institutional and Development Assistance Perspectives. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. da Ponte, A. Ní Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics Lesson Study Around the World* (pp. 23-45). Cham, Switzerland : ICME-13 Monographs Springer.

Batteau, V. (2018). A study of teachers' practices during structured problem solving lessons as part of mathematics Japanese Lesson Study at primary school. Joetsu, University of Education, Japan: Early Postdoc. Mobility - FNS (Fonds National Suisse). http://p3.snf.ch/Project-181510#.

Batteau, V. (2020). Evolution des pratiques d'une enseignante d'école primaire lors d'un dispositif de formation et de recherche en mathématique. *RDM, 40*(1), 13-53.

Batteau, V. (2021). Une étude des pratiques enseignantes dans le contexte d'écoles primaires japonaises lors de phase de neriage. In H. Chaachoua, A. Bessot, B. Barquero, L. Coulange, G. Cirade, P. Job et al. (Eds). *Nouvelles perspectives en didactique : le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure* (XXème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques. Autrans du 13 au 19 octobre 2019 ed. Vol. 2, 437-446). Grenoble: ARDM.

Batteau, V., & Miyakawa, T. (2020). Des spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon : une étude des pratiques d'un enseignant. *Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives, 25*, 9-48.

Batteau, V., & Miyakawa, T. (sous révision). The art of Japanese primary school teachers to collectively develop mathematical thinking during whole-class moments of problem solving structured lesson. *JMTE*.

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? *MATH-ECOLE, 224*, 23-26.

Fujii, T. (2018). Lesson Study and Teaching Mathematics Through Problem Solving : The Two Wheels of a Cart. In M. Quaresma, C. Winslow, S. Clivaz, J. da Ponte, A. Ni Shuilleabhain, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics Lesson Study Around the World. Theoretical and Methodological Issues* (pp. 1-21). Cham, Switzerland: Springer.

Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom : trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM, 39*, 503-514, doi : https://doi.org/10.1007/s11858-007-0052-1.

Isoda, M. (2010). *Elementary School Teaching Guide for the Japanese Course of Study: Mathematics (Grade 1-6), with the English translation on the opposite page*. University of Tsukuba.

Isoda, M. (2012). Introductory Chapter: Problem Solving Approach to Develop Mathematical Thinking. In M. Isoda, & S. Katagiri (Eds.), *Mathematical Thinking : How To Develop It In The Classroom* (pp. 1-28). Singapore : World Scientific.

Isoda, M., et Katagiri, S. (2012). *Mathematical Thinking : How To Develop It In The Classroom*. Singapore : World Scientific.

Katagiri, S. (2017). *Sugakutekina kangaekata no gutaika to shido (Concretization and teaching of mathematical thinking)(First edition in 1988)*. Tokyo : Meijitosho.

MEXT (2017). *Elementary School Teaching Guide for the Japanese. Course of Study : Mathematics*. Osaka : Nihon Bunkyo Shuppon.

Miyakawa, T., et Clivaz, S. (2019). Pre-service teachers' resources in the cross-cultural collaborative design of a mathematics lesson. In S. Rezat, L. Fan, M. Hattermann, J. Schumacher, & H. Wuschke (Eds.), *Proceedings of the Third International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT3), Paderborn, Germany, 2019* (pp. 66-72) : Universitätsbibliothek Paderborn

Miyakawa, T., et Winsløw, C. (2009a). Etude collective d'une leçon : Un dispositif japonais pour la recherche en didactique des mathématiques. In I. Bloch, et F. Conne (Eds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. Cours de la XIVe école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 1-17). Grenoble, France : La Pensée Sauvage.

Miyakawa, T., et Winsløw, C. (2009b). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : Etude collective d'une leçon. *Education et Didactique, 3*(1), 77-90, doi : https://doi.org/10.4000/educationdidactique.420

Okubo, K. (2007). How is in-service teacher training conducted in Japan? In M. Isoda, M. Stephens, Y. Ohara, & T. Miyakawa (Eds.), *Japanese lesson study in mathematics : its impact, diversity and potential for educational improvement* (pp. 16-21). Singapour : World Scientific.

Robert, A., et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, 2(4)*, 505–528, doi : http://dx.doi.org/10.1080/14926150209556538.

Shimizu, Y. (1999). Aspects of mathematical teacher education in Japan : Focusing on the teachers' roles. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2*, 107-116.

Sun, X. (2011). An insider's perspective : "variation problems" and their cultural grounds in Chinese curriculum practice. *Journal of Mathematical Education, 4*(1), 101-114.

PRATIQUES INCLUSIVES AU COLLÈGE : ÉTUVE DES EFFETS POTENTIELS DE LA VIDÉO DANS LE CADRE D'ENTRETIENS D'ANALYSE SIMPLE ET CROISEE

Frédéric DUPRE
Maitre de conférences, INSHEA – UNIVERSITES PARIS LUMIERES
Grhapes (EA 7287)
frederic.dupre@inshea.fr

Résumé
Cette communication s'appuie sur une partie du corpus recueilli dans le cadre de notre travail de thèse (Dupré, 2019a) qui visait à étudier des pratiques professionnelles en situation inclusive essentiellement dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991, 1999). Notre objet d'étude concerne les unités localisées pour l'inclusion scolaire (ULIS) au collège qui permettent à des élèves reconnus institutionnellement handicapés d'avoir une scolarité en classe ordinaire tout en bénéficiant d'un dispositif de soutien. Le dispositif de recueil de données nous a permis de recueillir le film de 22 séances de mathématiques dans quatre collèges différents. À l'issue de ces captations, nous avons mené des entretiens d'analyse simple et croisée (Perez et al., 2017; Suau, 2016) avec les acteurs concernés : enseignants de mathématiques, professeurs des écoles en charge de la coordination du dispositif ULIS, accompagnant d'élève en situation de handicap .

Dans cette communication, nous cherchons à étudier les effets potentiels de la vidéo dans le cadre d'entretiens d'analyse simple et croisée pour ce qui est du développement professionnel des acteurs amenés à collaborer ensemble dans le cadre de pratiques inclusives en mathématiques. Nous nous appuyons plus spécifiquement sur une étude de cas en classe de sixième relative à l'objet fraction.

En France, les unités localisées pour l'inclusion scolaire (ULIS) au sein des collèges ont connu un fort développement depuis la loi du 11 février 2005. Ces dispositifs permettent à des élèves reconnus institutionnellement handicapés d'avoir une scolarité dans une classe ordinaire tout en bénéficiant d'un dispositif de soutien. Dans le cadre de notre travail de thèse, nous nous sommes intéressés plus spécifiquement aux élèves de ces dispositifs qui sont confrontés à des apprentissages mathématiques au sein de la classe ordinaire et au sein du regroupement spécialisé. Dans le cadre de ces pratiques dites inclusives, nous avons étudié la question de l'articulation entre la classe (système didactique principal) et le regroupement spécialisé (système didactique auxiliaire) afin de mettre en évidence des conditions favorables et des obstacles pour que le système didactique auxiliaire puisse faciliter l'accès au savoir au sein du système didactique principal.

Le recueil de données s'est appuyé sur un dispositif phénoméno-praxéologique dans lequel la vidéo a occupé une place majeure. Des captations en classe et au sein du regroupement spécialisé ont été réalisées pendant l'ensemble d'un chapitre du programme de mathématiques. À l'issue de ces captations, les acteurs concernés (enseignants de mathématiques, enseignants coordonnateurs, accompagnants d'élèves en situation de handicap[1]) ont pu visionner les films de leur propre pratique mais également les films de leurs collègues. Dans le cadre de cette communication, nous étudions les effets potentiels de la vidéo sur

[1] Nous utiliserons ensuite l'acronyme AESH

les pratiques inclusives lors d'entretiens d'analyse simple et d'analyse croisée menés un mois après la fin des captations en classe.

Dans une première partie, nous présenterons le contexte de notre recherche ainsi que nos outils théoriques. Ensuite, en nous appuyant sur une étude de cas en classe de sixième, nous observerons les moments remarquables qui émergent lors des entretiens d'analyse simple et croisée. Pour finir, nous discuterons des effets potentiels de la vidéo sur les pratiques inclusives.

I - CONTEXTE ET CADRE THÉORIQUE

Notre travail de recherche s'intéresse aux pratiques inclusives en mathématiques au sein de dispositifs ULIS au collège. Les études relatives à ces dispositifs restent limitées. Certains auteurs ont pu mettre en évidence que les acteurs de ses dispositifs collaboraient mais que les pratiques de chacun changent peu (Ployé, 2013) ou encore que les élèves peuvent rapidement se retrouver hors-jeu et que l'articulation entre la classe et le regroupement spécialisé est un objet absent des pratiques et des discours (Toullec-Théry & Pineau, 2015). Le positionnement épistémologique qui est le nôtre nous amène à considérer le système didactique dans sa globalité. Lorsqu'un obstacle apparait, nous ne parlerons donc pas de difficulté de l'élève ou de difficulté de l'enseignant. Cet obstacle sera considéré dans une vision systémique, nous considérons donc que c'est ce système qui se trouve en difficulté. Nous adoptons une perspective didactique afin d'observer ces pratiques dites inclusives. Pour cela, nous référons à un double cadre théorique : l'approche clinique du didactique(Leutenegger, 2000, 2009) et la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999).

1 Cadre théorique

Notre volonté d'étudier le système didactique ordinaire est envisagée en se situant dans une position de recherche dont le but n'est pas la participation au système enseignant. De ce fait, nous cherchons à nous confronter au contingent pour en dégager les parts modélisables, c'est-à-dire « les variables génériques qui permettent de comprendre ce qui, dans le contingent, est spécifié » (Mercier et al., 2002, p. 10). Une des différences majeures qui existe dans l'étude du monde ordinaire est que, contrairement aux travaux qui s'inscrivent dans le cadre d'une ingénierie didactique, les variables liées aux objets de savoir ne sont pas contrôlées. Au moment de définir une clinique pour le didactique, Francia Leutenegger (2000) précise qu'il ne s'agit pas d'étudier d'un point de vue clinique les acteurs (élèves, enseignants), mais de créer une « clinique des systèmes » (p. 218) afin d'étudier les relations au sein du système didactique (ou l'articulation entre différents systèmes) et non l'étude de tel ou tel acteur en particulier.

Les outils que nous mobilisons sont principalement issus de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999). Il s'agit tout d'abord de la notion de praxéologie à travers le quadruplet type de tâche, tâche, technique, théorie. Cette notion est un descripteur particulièrement adapté afin de rendre compte de l'activité humaine au sein des systèmes didactiques en jeu. Afin d'étudier la dynamique des systèmes dans la durée, nous mobilisons également les cadres temporels produits au sein de ces systèmes. Ces cadres temporels sont le temps didactique, le temps praxéologique, le capital temps et le temps personnel de l'élève.

Le temps didactique correspond au découpage du savoir dans une durée. Chevallard précise le fonctionnement de ce qu'il nomme « la contradiction ancien/nouveau dans le processus d'enseignement » dans les termes suivants : « pour qu'un objet de savoir puisse s'intégrer comme objet d'enseignement dans ce processus, il faut que son introduction, à tel instant de la durée didactique, le fasse apparaitre comme un objet à deux faces, contradictoires l'une de l'autre. D'une part […] il doit apparaitre comme nouveau, opérant une ouverture dans les frontières de l'univers de connaissances déjà exploré ; sa nouveauté permet que se noue à son sujet, entre enseignant et enseigné, le contrat didactique. […] en un second moment, il doit apparaitre comme ancien, c'est-à-dire autorisant une identification (par les enseignés) » (1991, p. 66).

Le renouvellement des objets s'observe dans le cadre de la dialectique ancien/nouveau qui permet également de caractériser la vitesse d'exposition aux savoirs.

Le temps praxéologique nous permet d'observer l'évolution des praxéologies, en particulier lorsque le temps didactique n'évolue pas. Cette notion est introduite afin de « préciser l'analyse du temps d'enseignement et de la dialectique ancien/nouveau » (Assude et al., 2016, p. 203). Ce cadre temporel désigne « la manière dont l'enseignement est organisé temporellement en tant que système praxéologique » (*ibid*., p. 208) ainsi, l'évolution dans l'une des composantes du quadruplet qui définit une praxéologie ponctuelle se traduit par une évolution du temps praxéologique. Dans cette perspective, lorsque le temps didactique avance, le temps praxéologique avance également. Cependant, la réciproque n'est pas de mise. Nous pouvons citer à titre d'illustration le travail sur une nouvelle technique relative à une tâche ancienne : le temps praxéologique avance, mais dans cet exemple, le temps didactique n'évolue pas. L'avancée du temps praxéologique peut permettre de faciliter la synchronisation d'élèves déclarés en difficulté avec le temps didactique de la classe. Lorsque l'étude porte sur une échelle temporelle réduite, les auteurs précisent qu'il s'agit d'indexer « le temps praxéologique sur le temps d'enseignement et non sur le temps d'apprentissage. En effet, l'évolution des apprentissages s'avère délicate à mettre en évidence » (2016, p. 207).

Le capital temps, notion introduite par Assude (2005), permet de rendre compte des décisions prises par l'enseignant et de l'incidence d'un point de vue qualitatif sur les cadres temporels produits. Assude le définit de la façon suivante: « the "objective" time counted down by the clock and available for the classroom work: the year, the month, the day, the hour, and the minute. Such time cannot be compressed but represents a capital, i.e., the value attributed to each time interval depends on what can be done within it » (p. 187). Le capital temps correspond donc à la valeur attribuée au temps d'horloge disponible pour un intervalle donné. La gestion de ce capital par l'enseignant l'amène à estimer le coût de chacune des activités par rapport au temps d'horloge disponible.

Le temps personnel de l'élève correspond pour sa part à sa relation au savoir en tant qu'enseigné. Elle n'est pas limitée au système didactique (ce cadre temporel inclut par exemple le travail dans tout autre système, interne ou non à l'établissement), mais se construit en référence au temps didactique qui lui, est une temporalité institutionnelle. Pour Mercier, l'élève doit « négocier l'articulation de son temps personnel avec le temps officiel » (1992, p. 196). L'enseignant doit pour sa part s'assurer de la synchronisation des temps personnels des élèves par rapport à l'avancée du temps didactique à travers la progression qu'il instaure.

Dans le cadre de nos travaux, la vidéo occupe une place prépondérante pour recueillir des matériaux relatifs à la vie ordinaire des systèmes. La prochaine section va nous permettre de décrire le dispositif de captation en classe et la manière dont celui-ci a été conçu en lien avec notre positionnement épistémologique et les outils théoriques mobilisés.

2 L'utilisation de la vidéo dans le dispositif de recherche

L'utilisation que nous faisons de la vidéo s'inscrit dans le prolongement des projets PIMS (pratiques inclusives en milieu scolaire[2]), tant d'un point de vue théorique que méthodologique. Dans ce cadre, l'analyse des usages de la vidéo dans ce dispositif de recherche a permis de mettre en évidence des effets sur les pratiques enseignantes comme une culture de l'observation ou encore l'émergence d'un discours permettant la mise en évidence de nouvelles praxéologies professionnelles (Perez et al., 2017). Nous avons

[2] Projets portés par l'université d'Aix-Marseille et l'université de Lorraine

été amenés à faire évoluer le dispositif phénoméno-praxéologique de recueil de données (Dupré, 2019b) afin d'observer les systèmes didactiques en jeu sur un temps long, celui d'une séquence d'enseignement.

Les captations au sein de la classe devaient nous permettre d'observer la vie ordinaire du ou des systèmes didactiques. L'organisation du dispositif de recueil audio et vidéo a tenu compte du fait que « observer un système didactique ordinaire suppose que l'on se donne les moyens d'observer ce qui a trait à chacun des sous-systèmes tout en conservant l'entité comme unité théorique insécable » (Leutenegger, 2000, p. 217). La figure 1 illustre l'organisation de ce dispositif. Nous avons donc utilisé quatre caméras afin de capter les actions de l'enseignant (A), le travail produit par l'élève reconnu institutionnellement handicapé (B), une vue globale sur le tableau (C) et une caméra en plan large permet d'observer à la fois l'ensemble de la classe (D) et l'environnement proche de l'élève (E). Ces trois dernières proposent des plans fixes. L'organisation de ces appareils visait à saisir les différents sous-systèmes tout en limitant les perturbations au sein de la classe.



Figure 1. Illustration du dispositif vidéo

Sept enregistreurs audio individuels complètent ce dispositif afin de garder une trace des échanges verbaux secondaires. La transcription intégrale des séances montre que ce dispositif permet de garder trace du discours principal (à l'ensemble de la classe) et des différents discours secondaires. La figure 1 rend compte également du choix réalisé pour le montage. Celui-ci est réalisé sous la forme d'une mosaïque afin de permettre de regarder à postériori la séance avec une vue sur les différents sous-systèmes tout en gardant comme unité insécable le système didactique dans sa globalité[3]. Par ce montage en mosaïque, nous cherchions à nous prémunir du phénomène de cécité didactique (Roiné, 2012) lors des entretiens d'analyse simple et croisée. Ce phénomène est défini par Roiné comme la focalisation du regard du professeur sur l'intériorité des élèves. Cette idéologie mentaliste le détourne alors des instruments didactiques qui permettraient de réunir les conditions propres à fonder une pratique mathématique permettant l'accès aux savoirs (Roiné, 2009).

3 Les entretiens d'analyse simple et croisée

Avant de présenter de façon plus précise les caractéristiques des entretiens d'analyse simple et croisée, précisons tout d'abord qu'ils se distinguent des auto-confrontations simples et croisées (Clot et al., 2000). Géraldine Suau précise quelles sont les spécificités de ces analyses de la façon suivante : « C'est dans cette méthode, la confrontation à la pratique qu'il nous intéresse d'observer. Nous différons quant à la position de Clot et al. sur la position du chercheur. N'étant pas dans une situation dégradée ni dans une commande,

[3] Le time-code permet également de quitter la mosaïque pour revenir sur l'une ou l'autre des caméras afin d'observer la captation en plein écran

ce n'est pas en effet le chercheur qui sélectionne un extrait, mais l'acteur (en l'occurrence l'enseignant) qui après avoir visionné la totalité de la séance choisit un extrait qu'il trouve « remarquable », en ce sens qu'il le remarque dans sa pratique » (2016, p. 118). Le chercheur adopte une position d'écoute, il débute l'entretien avec une unique question, « pourquoi cet extrait-là ? » (ibid.). L'enseignant explicite alors sa pratique, c'est lui qui assure la responsabilité du choix de l'extrait qu'il souhaite montrer, du défilement des images, des mises en pause. Lors de l'analyse simple, l'enseignant est seul avec le chercheur, il a sélectionné un court extrait dans le film de la séance. En ce qui concerne l'analyse croisée, les deux enseignants sont présents avec le chercheur. Chacun choisit un extrait dans le film de la séance de son pair.

Les analyses simples et croisées menées dans notre dispositif se différencient de celles mises en œuvre dans le travail de Suau (2016) en raison du découpage de notre objet d'étude. L'échelle temporelle de la séquence d'enseignement induit environ une dizaine de séances filmées dans le système didactique principal (la classe de mathématiques) et environ trois séances dans le système didactique auxiliaire (le regroupement spécialisé). Afin de rendre le dispositif de recueil de données acceptable pour les enseignants, il n'était pas envisageable de réaliser une analyse simple et croisée sur chacune des séances. La consigne donnée aux enseignants laissait des espaces de liberté en leur proposant de choisir trois moments remarquables dans une séance unique ou dans plusieurs séances, nous leur laissions ainsi la liberté de revoir l'ensemble des séances ou simplement une en particulier.

3.1 Les entretiens d'analyse simple

Lors des entretiens d'analyse simple, le chercheur est seul avec l'enseignant. Dans notre corpus, ces entretiens sont donc au nombre de deux. L'un avec l'enseignante de mathématiques et l'autre avec l'enseignante coordonnatrice du dispositif ULIS. En amont de l'entretien, l'enseignant a disposé de l'ensemble des films de ses propres séances (montage en mosaïque). Un mois environ s'est écoulé[4] entre la fin de la séquence en classe et les entretiens d'analyse simple. La consigne donnée aux enseignants était de choisir trois courts moments remarquables (entre trente secondes et une minute) parmi ces films afin de les montrer au chercheur lors de l'entretien. Lors de l'entretien, une caméra filme l'enseignante et une caméra le film de la séance diffusé sur ordinateur afin de garder traces des extraits choisis par l'enseignant mais également des moments où il choisit de mettre en pause ou encore des indications gestuelles qu'il peut faire en accompagnement de son discours. La figure 2 illustre la configuration de cet entretien.

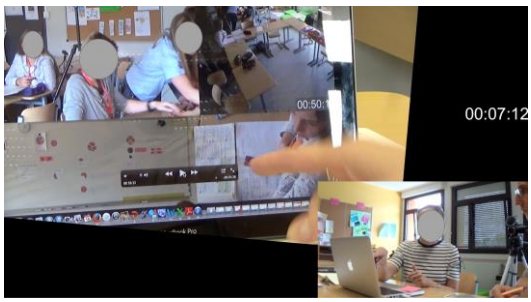


Figure 2. Illustration d'un entretien d'analyse simple

[4] Les montages en mosaïques sont réalisés à l'issue de chaque séance ; cela nous a permis de proposer aux enseignants l'ensemble des films quelques jours seulement après la fin de la séquence de mathématiques.

3.2 Les entretiens d'analyse croisée

Les entretiens d'analyse croisée sont proches de ceux d'analyse simple. La configuration diffère cependant dans le sens où ces entretiens réunissent le binôme enseignant et le chercheur. Cette fois chaque enseignante a visionné les films de sa collègue et choisit à nouveau trois moments remarquables qu'elle souhaite montrer à sa collègue et au chercheur. Le chercheur adopte là aussi une position de retrait et veille à ce que l'enseignante qui a choisi les extraits puisse expliciter son choix, c'est-à-dire expliquer pourquoi ces moments ont attiré son attention. Ensuite, un échange avec sa collègue filmée peut s'installer. Là encore, le chercheur est dans une posture non directive. La figure 3 illustre la configuration de ces entretiens qui vont se dérouler successivement, quatre semaines environ après la fin des captations en classe.

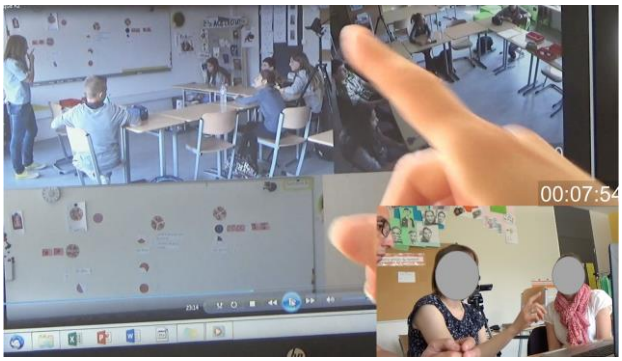


Figure 3. Illustration d'un entretien d'analyse croisée

Le premier entretien permet à l'enseignante de mathématiques de présenter trois moments qu'elle a choisis au sein du regroupement spécialisé. Le second entretien permet à l'enseignante coordonnatrice du dispositif ULIS de présenter trois moments qu'elle a sélectionnés dans les séances en classe de mathématiques. Ces entretiens permettent également d'offrir un espace de rencontre et d'échange entre l'enseignante du système didactique principal et sa collègue en charge du système didactique auxiliaire.

II - ÉTUDE DE CAS : L'OBJET FRACTION EN CLASSE DE 6EME ET AU SEIN DU REGROUPEMENT SPECIALISE

L'étude de cas se déroule dans un collège de taille moyenne du département des Vosges. Dans cet établissement, le dispositif ULIS est implanté depuis une dizaine d'années. Nous présenterons dans cette seconde partie tout d'abord des éléments de contexte relatifs à l'étude de cas puis nous centrerons notre propos sur les différents moments remarquables mis en évidence par l'enseignante de mathématiques et l'enseignante coordonnatrice du dispositif ULIS.

1 Présentation de l'étude de cas

Dans cette étude de cas, l'enseignante de mathématiques est expérimentée (vingt ans d'enseignement) et a déjà travaillé avec des élèves du dispositif ULIS. L'enseignante coordonnatrice est pour sa part une jeune enseignante (troisième année d'enseignement) issue du premier degré. Elle est, au moment de l'étude, inscrite en formation CAPPEI[5].

[5] Certificat d'aptitude professionnelle aux pratiques de l'éducation inclusive

Nous allons nous intéresser plus particulièrement à Caroline qui est une élève de sixième. Comme nous l'avons précisé précédemment, notre posture épistémologique consiste à ne pas nous centrer sur le trouble de l'élève, nous pouvons simplement préciser qu'elle bénéficie du dispositif ULIS car elle est reconnue institutionnellement handicapée. Cette élève suit les enseignements en mathématiques au sein de la classe ordinaire à hauteur de quatre heures trente par semaine. Lors des temps en classe de mathématiques, elle bénéficie de l'accompagnement par l'AESHco[6] une heure par semaine (dans notre corpus il s'agit de la séance 1 et de la séance 5). Caroline bénéficie également de deux heures de mathématiques au sein du regroupement spécialisé. Ces heures sont envisagées par l'enseignante coordonnatrice afin de soutenir les apprentissages menés au sein de la classe ordinaire.

L'objet mathématique qui est au cœur de cette séquence d'enseignement est la notion de fraction. En France, différents auteurs mettent en évidence le fait que cet objet est lié à plusieurs transitions : transition école élémentaire/collège ; transition entre la fraction partage et la fraction quotient (Chambris et al., 2017; Coulange & Train, 2018). Pour ces auteurs, si les programmes sont clairs et introduisent la fraction partage à partir du CM1 et la fraction quotient en 6ème, la liaison entre ces deux interprétations n'est pas opérationnalisée dans les instructions officielles. La séquence filmée comporte six séances en classe et trois au sein du regroupement spécialisé. La seconde séance en classe ne porte pas sur l'objet fraction. L'enseignante a fait le choix de revenir sur le chapitre précédent (la symétrie axiale) car certains élèves étaient absents ce jour. Nous avons cependant fait le choix de garder cette séance dans notre corpus et donc de transmettre également son montage aux enseignantes. À l'issue de la transcription de ces différentes séances, nous avons repéré les tâches en jeu puis les avons regroupées par type de tâches. Le tableau 1 rend compte du nombre d'occurrences de ces différentes tâches pour chacune des séances.

L'analyse de ces séances[7] a permis de mettre en évidence le fait que certains choix réalisés par les enseignantes permettent d'esquisser un rapprochement entre les deux systèmes didactiques (partage de certains types de tâches, migration d'objets du système principal vers le système auxiliaire). Cependant, une analyse didactique insuffisante des tâches introduites dans le système principal ne permet pas au système auxiliaire de mettre en lumière la distinction entre la fraction partage et la fraction quotient. Nous avons retrouvé à l'échelle de cette séquence les enjeux transitionnels qui existent entre l'école et le collège pour l'objet fraction. Le fait que cette transition ne soit pas accompagnée apparait comme un obstacle majeur pour que le système auxiliaire puisse jouer un véritable rôle d'aide à l'étude et ainsi faciliter l'articulation du temps personnel de Caroline entre les deux systèmes didactiques. Cependant, cette collaboration naissante entre les deux enseignantes ouvre des perspectives intéressantes afin de favoriser des pratiques inclusives en mathématiques. La prise en compte du système auxiliaire par le système principal est une piste qui pourrait se développer encore plus à travers de véritables commandes de ce dernier vis-à-vis du système auxiliaire. Il ressort de l'analyse de ces séances une responsabilité partagée du binôme enseignant afin de faciliter la compatibilité entre deux systèmes didactiques.

[6] Les dispositifs ULIS bénéficient d'un accompagnant d'élève en situation de handicap dit « collectif » ($AESH_{co}$). L'enseignante coordonnatrice du dispositif ULIS organise son emploi du temps afin d'accompagner différents élèves du dispositif au sein des classes. L'$AESH_{co}$ peut à certains moments être également présente au sein du regroupement spécialisé mais cela ne s'est pas produit lors de cette séquence.

[7] Pour plus de détails, se référer à Dupré (accepté)

	R1	S1	S2	S3	S4	R2	R3	S5	S6	Total SDA	Total SDP	Total
T_1 réaliser un partage équitable	3	0	0	0	0	1	0	0	0	4	0	4
T_2 changer de registre pour nommer une fraction	2	0	0	3	3	8	4	2	3	14	11	25
T_3 calculer un quotient	0	1	0	0	0	0	0	0	2	0	3	3
T_4 construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite	0	1	7	0	0	0	0	0	0	0	8	8
T_5 compléter une égalité	0	3	0	0	0	0	2	1	5	2	8	10
T_6 réaliser un calcul de proportionnalité	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2	2
T_7 déterminer une valeur approchée	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	3	3
T_8 utiliser le vocabulaire	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
T_9 repérer un nombre sur une demi-droite graduée	0	0	0	0	1	3	0	5	10	3	16	19
T_{10} Calculer le double la moitié le tiers le triple le quart d'un nombre	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	5	5
T_{11} Résoudre un problème à l'aide des fractions	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
T_{12} Reconstituer un disque à l'aide de secteurs circulaires	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	0	2
Total par séance	5	5	7	5	6	13	7	10	26	25	58	84

Tableau 1. Répartition des différentes tâches au sein du système didactique principal (S1 à S6) et du regroupement spécialisé (R1 à R3)

Nous allons maintenant compléter ces résultats par l'analyse des entretiens menés à l'issue des captations en classe. Nous chercherons plus spécifiquement à voir si les obstacles et les points d'appui identifiés précédemment apparaissent également dans les discours produits par les deux enseignantes et ainsi dégager les effets potentiels de la vidéo sur les pratiques inclusives en mathématiques.

2 Les entretiens d'analyse simple

Lors de ces premiers entretiens, chacune des enseignantes a fait le choix de visionner l'ensemble des séances avant de choisir trois moments remarquables à nous montrer. Ces moments durent environ une trentaine de secondes. Nous allons dans cette section présenter les extraits choisis.

2.1 Du point de vue de l'enseignante de mathématiques

Le premier moment remarquable concerne l'engagement de l'élève, il est sélectionné dans la seconde séance. Après nous avoir montré cet extrait, l'enseignante explique son choix : « *on voit Caroline qui est imperturbable et qui travaille et moi ça ça m'impressionne* […] *elle est concentrée elle a une abstraction de l'environnement ambiant qui est exceptionnelle* ». Elle observe également l'engagement de l'élève reconnue handicapée comparativement à celui d'autres élèves de la classe et précise qu'elle a repéré cela dans

d'autres séances également, il ne s'agit pas d'un phénomène isolé : « *le fait de revoir la vidéo et de revoir tous les moments* […] *il y en a qui se retournent et qui arrêtent de temps en temps de travailler Caroline elle est penchée elle est concentrée et peu importe ce qu'il se passe elle va travailler* […] *on la voyait vraiment concentrée* […] *il y a d'autres moments sur les vidéos* ».

Le second moment remarquable concerne l'attitude de la classe face à une nouvelle technique. En fin de séance 5, l'enseignante introduit rapidement une règle permettant la simplification d'une fraction (diviser le numérateur et le dénominateur) par un même nombre. L'extrait qu'elle nous montre concerne le début de la séance 6. Elle accompagne cet extrait des propos suivants : « *ce qui m'a impressionné sur ça c'est qu'on avait vu ça vraiment en fin d'heure […] je ne pensais pas qu'ils allaient être capable de me ressortir aussi facilement cette règle* […] *il y en avait plusieurs qui participaient en même temps ils avaient bien compris qu'on divisait le numérateur on divisait aussi le dénominateur par le même nombre* […] *c'est une règle qui n'est pourtant pas facile au niveau de la compréhension et là ils l'avaient retenue* ». Elle précise également que cette technique introduite est nouvelle et émet l'hypothèse suivante : « *cette année j'ai fait pas mal de calcul rapide plus que d'habitude je me dis que ça aide* ».

Le troisième moment sélectionné concerne un obstacle potentiel lié au savoir en jeu, celui-ci apparait dans la séance 3. L'enseignante nous montre un extrait tiré d'une phase de correction d'exercice. Dans l'exercice en question il s'agit de changer de registre et de passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale. Une élève est au tableau et transforme $\frac{9}{20}$ en 9,20. À l'issue du visionnage, l'enseignante nous livre les propos suivants : « *le trait de fraction vu comme une virgule l'erreur qui est souvent commise mais normalement plus trop en sixième* […] *on a vraiment un gros travail sur l'image de la fraction le trait de la fraction la construction du nombre* ». La vidéo lui permet de se rendre compte que d'autres élèves font face à la même difficulté : « *ça montre que les nombres décimaux pour certains ne sont pas vraiment acquis* ». Pour finir, elle évoque également une piste pour dépasser cette difficulté : « *ça pourrait être bien pour expliquer de neuf vingtième par rapport à un pour qu'ils aient le visuel* ».

Ces trois moments illustrent le fait que lorsque l'enseignante est confrontée au film de sa pratique, elle choisit de nous montrer des moments variés. Le premier concerne l'élève reconnue handicapée et va à l'encontre d'une idée couramment répandue qui consiste à conditionner des pratiques inclusives à un accompagnement de l'élève par un AESH. Le rôle attribué à l'AESH est souvent de faciliter la concentration de l'élève sur la tâche. Le discours recueilli montre que l'enseignante prend conscience que l'élève n'a pas besoin de ce type de compensation pour s'engager dans la tâche. Les deux autres extraits témoignent du rapport entre les élèves et le savoir. L'enseignante associe à son discours des gestes pointant principalement la caméra qui cadre l'évolution du savoir sur le tableau.

2.2 Du point de vue de l'enseignante coordonnatrice

Le premier extrait concerne le savoir en jeu et l'articulation avec le matériel manipulatoire introduit[8]. L'enseignante coordonnatrice choisit de nous montrer un moment en fin de regroupement 2. Il s'agit d'un temps où Caroline demande de l'aide au sujet d'un exercice donné dans le système didactique principal. Dans cet exercice, il s'agit de placer des fractions sur une demi-droite graduée (figure 4).

[8] L'enseignante coordonnatrice travaille au sein du regroupement la notion de fraction à partir principalement de représentations circulaires en carton sous forme de parts de pizzas

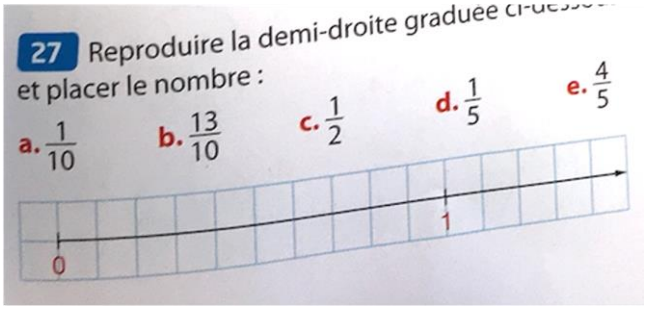


Figure 4. Exercice sur lequel se porte le regard de l'enseignante spécialisé

L'enseignante coordonnatrice nous explique qu'elle peut facilement apporter de l'aide à Caroline lorsque cette dernière demande comment placer $\frac{1}{2}$. Pour cela elle nous montre ce qui lui permet le matériel manipulatoire introduit au sein du regroupement spécialisé : « *elle est sur une ligne graduée et moi je me sers de ce que l'on a fait au niveau des pizzas* […] *c'est assez agréable pour moi qui ai souvent des difficultés à trouver comment expliquer* […] *c'est génial parce qu'en fait la pizza je trouve que c'est vraiment parlant pour dire la moitié du segment faire la corrélation entre les deux et utiliser le mot moitié pour dire un demi* »

Le second moment remarquable se situe dans la même séance, quelques minutes après le premier et concerne cette fois une difficulté éprouvée par l'enseignante spécialisée. Cette fois Caroline lui demande de l'aide pour placer $\frac{1}{5}$. L'enseignante coordonnatrice nous livre cette fois un discours différent du premier. Elle explique qu'elle éprouve une difficulté : « *maintenant je veux un cinquième et là moi je mets du temps* […] *je me dis comment je vais pouvoir lui expliquer et là je trouve que c'est beaucoup plus complexe finalement* […] c'est *un moment où j'ai du mal à expliquer* ». Elle évoque également le matériel manipulatoire en ces termes : « *je peux utiliser le matériel comme tout à l'heure mais là c'est plus laborieux parce que son segment il est coupé en dix et elle elle doit le couper en cinq* ».

Le dernier moment sélectionné se situe dans le regroupement 3 et concerne un enjeu de savoir. Dans une phase collective, l'enseignante coordonnatrice interroge les élèves présents au sein du regroupement afin de savoir si $\frac{1}{3}$ est plus grand ou plus petit que 1. L'extrait qu'elle nous donne à voir illustre l'émergence d'une difficulté non perçue à priori par l'enseignante : « *il y en a qui disent c'est plus petit et d'autres c'est plus grand* ». Ce retour sur la vidéo l'amène à formuler une hypothèse sur cette difficulté et à verbaliser ses propres difficultés : « *je pense que dans la séance je n'ai pas suffisamment insisté pour dire qu'un tiers c'est un nombre* […] *je ne m'étais pas préparé à ça* […] *moi souvent je suis incapable de me dire ils vont peut-être penser qu'un tiers ce n'est pas forcément un nombre* […] *c'est difficile finalement d'aborder ce concept-là* ».

Le choix des moments remarquables par l'enseignante coordonnatrice lorsqu'elle est confrontée au film de sa pratique traduisent une centration de son regard sur le savoir en jeu afin tout d'abord de prendre conscience des avantages et des limites du matériel introduit lorsqu'il s'agit de passer d'un milieu matériel à un milieu symbolique. Elle semble également prendre conscience dans le troisième extrait de l'évolution de la notion de fraction au sein du curriculum au cours du cycle trois : les tâches introduites au sein du regroupement spécialisé se rapportent à la fraction partage alors qu'au sein du système didactique principal il s'agit de construire la fraction comme un nombre.

3 Les entretiens d'analyse croisée

Lors de cette seconde phase d'entretiens, chacune des enseignantes a fait le choix de visionner l'ensemble des séances de sa collègue avant de choisir trois moments remarquables. Ces moments durent à nouveau environ une trentaine de secondes. Précisons également que ces deux analyses croisées se déroulent successivement, c'est-à-dire que l'enseignante coordonnatrice va d'abord présenter les trois extraits puis ce sera au tour de l'enseignante de mathématiques. Nous allons présenter les extraits choisis et mettre en évidence certains discours produits.

3.1 Du point de vue de l'enseignante coordonnatrice

Le premier moment fait écho avec le troisième moment que l'enseignante coordonnatrice avait sélectionné lors de l'analyse simple. Elle choisit un extrait qui lui permet de revenir dans son discours sur le fait qu'une fraction est un nombre : « *le nombre quand tu montres euh sept tiers toi tu dis le nombre il existe vraiment et en fait moi ça m'a un petit peu interpellé parce que quand j'ai commenté mes petits morceaux de séances je disais justement que moi j'avais pas suffisamment insisté sur le fait qu'une fraction c'était un nombre* […] *à un moment donné je me retrouve avec une élève qui dit euh alors c'était un tiers et puis elle dit c'est plus grand que un* […] *on sent bien qu'elle a pas compris que du coup c'est un nombre à part entière c'est pour ça que toi tu dis c'est bien un nombre* ». Elle précise ensuite que la confrontation au film de sa collègue pourra l'amener à évoluer dans sa pratique : « *je me rends compte que finalement c'était important et que au moment où je regarde dans mes séances je me dis j'ai pas suffisamment insisté sur ça* ».

Le second moment fait lui aussi écho avec les deux premiers moments qu'elle avait sélectionnés lors de l'analyse simple. L'enseignante coordonnatrice choisit de revenir sur la correction en classe de l'exercice reproduit sur la figure 4. Elle adresse le discours suivant à sa collègue : « *j'ai noté le pas de graduation quand tu parles ce qui est important c'est le pas de graduation et je n'ai pas ce mot de vocabulaire ce terme tu vois je l'avais pas donc quand je lui explique après quand elle fait ses exercices l'heure enfin l'après-midi du dix-sept mai il y a un moment je crois ou c'est le lendemain je sais plus j'ai du mal à lui expliquer et je me disais ah en fait si j'avais eu ce mot-là pour utiliser le même vocabulaire que toi* ». La confrontation à la vidéo de sa collègue amène l'enseignante coordonnatrice à réfléchir sur le choix du vocabulaire utilisé : « *je trouve que c'est important quand on est en regroupement tu vois d'avoir les mêmes termes d'avoir les bons mots de vocabulaire parce que je trouve que pour elle c'est déjà suffisamment difficile* ».

Le dernier moment choisi lui permet à nouveau de revenir sur une difficulté évoquée en analyse simple lorsqu'elle a éprouvé une difficulté à expliquer à Caroline comment placer $\frac{1}{5}$ sur la demi-droite graduée. L'enseignante coordonnatrice livre ce discours après avoir observé dans la vidéo sa collègue utiliser régulièrement le pas de graduation: « *il faut partager en cinq toi tu dis vraiment mon unité est partagée en combien oui en fait je me suis dit c'est facile de le dire de cette manière-là et moi je pense que j'ai un peu justement galéré à lui expliquer* […] *la façon dont tu l'expliquais justement je trouvais que c'était intéressant mon unité elle était partagée en combien et tu le redis plein de fois*».

Le choix de ces trois moments remarquables montre que l'enseignante coordonnatrice profite d'avoir accès aux vidéos captées dans le système didactique principal afin de trouver des réponses et des points d'appui aux difficultés qu'elle avait pu verbaliser dans l'entretien d'analyse simple. Cela concerne à la fois le vocabulaire et les techniques utilisées au sein de la classe de mathématiques.

3.2 Du point de vue de l'enseignante de mathématiques

Le premier moment est relatif à une difficulté liée au savoir. L'extrait choisi fait écho avec un échange quelque minutes auparavant dans l'entretien au sein du binôme enseignant. L'enseignante de mathématiques s'adresse à sa collègue en ces termes : « *c'est ça qui est difficile pour eux comment leur faire comprendre qu'une fraction c'est un nombre alors qu'ils n'ont déjà pas le nombre décimal du coup c'est très difficile donc le fait de rester sur les représentations ce n'est pas dérangeant mais / après euh après c'est difficile de leur faire passer la notion plus grand ou plus petit que un* ». Elle identifie ici des prérequis nécessaires afin de construire la fraction comme un nombre.

Le second et le troisième moment concernent les représentations sémiotiques des fractions. L'enseignante de mathématiques souhaite nous montrer les différentes représentations proposées aux élèves par sa collègue et qui sont affichées au tableau : « *je voulais juste revenir sur les différentes représentations euh les changements de registre en fait ce que l'on disait avant passer de la pizza donc du coup à la tarte rectangulaire je trouvais ça vraiment intéressant et moi ce qui m'a bien interpellé c'était du coup le fait de tout mettre au tableau et que ce soit visuel comme ça et du coup on voit que tu t'en ressers plusieurs fois* ». Elle explique ensuite qu'elle ne

pratique pas forcément de la même manière : « *je trouve ça super je ne sais pas si je serais capable d'avoir autant de / moi j'écris beaucoup et je ne pense pas à utiliser en fait euh / ce qui est pas grand-chose hein du papier ou plastifier des choses comme ça pour vraiment euh et le visuel au tableau je trouve ça vraiment hyper bien* ».

La confrontation au film de la pratique de sa collègue permet tout d'abord à l'enseignante de mathématiques de verbaliser des difficultés potentielles et des prérequis nécessaires à l'objet d'étude introduit dans le système principal. La vidéo lui permet également de découvrir des gestes professionnels propres à l'enseignante coordonnatrice et dont elle semble vouloir s'emparer car elle verbalise le fait d'y trouver un intérêt certain pour les élèves.

III - DISCUSSION : EFFETS POTENTIELS DE LA VIDÉO SUR LES PRATIQUES INCLUSIVES EN MATHÉMATIQUES

Après avoir dans la partie précédente présenté les moments remarquables choisis par les deux enseignantes lors des entretiens d'analyse simple et d'analyse croisée, nous allons maintenant discuter des effets potentiels de la vidéo sur les pratiques inclusives en mathématiques. Notre question est donc de voir en quoi la confrontation au film de sa propre pratique (analyse simple) et la confrontation au film de la pratique d'un collègue avec qui l'enseignant est amené à travailler (analyse croisée) peut avoir des effets sur les pratiques inclusives de façon à faciliter l'accessibilité didactique pour des élèves bénéficiant du dispositif ULIS au collège. Conformément à notre posture épistémologique, nous gardons une vision systémique et discuterons ces effets du point de vue du savoir, du point de vue de l'élève et du point de vue des pratiques enseignantes.

1 Du point de vue du savoir

Un premier effet de la confrontation au film de sa pratique concerne le rapport au savoir entretenu par l'enseignante coordonnatrice. Lors des entretiens d'analyse simple, elle choisit trois moments remarquables directement liés aux enjeux de savoir. Elle fait le choix de nous montrer tout d'abord la manière dont le matériel qu'elle a choisi d'introduire dans le système auxiliaire peut ou non constituer une aide à l'étude pour la réalisation de tâches issues du système didactique principal. Le fait de donner à voir des moments où elle identifie des obstacles liés au savoir en jeu associé aux discours produits, met en évidence que la vidéo lui permet d'accéder à une meilleure connaissance des enjeux de savoir relatifs à l'étude de l'objet fraction en classe de sixième.

Lors des entretiens d'analyse croisée, certains moments remarquables ont permis ensuite d'initier un échange entre les deux enseignantes autour du vocabulaire et des techniques utilisées dans le système didactique principal. Ainsi, l'enseignante coordonnatrice en découvrant les captations au sein de la classe de mathématiques prend conscience de l'importance d'utiliser au sein du système auxiliaire le même vocabulaire pour favoriser la compréhension de l'élève. Elle identifie par exemple l'importance de présenter la fraction comme un nombre ou encore d'utiliser le terme pas de graduation lorsque les élèves travaillent sur une demi-droite graduée. Ces entretiens permettent également de réfléchir à l'importance de faire migrer des techniques issues du système principal vers le système auxiliaire. Un effet mis en évidence par la confrontation à la vidéo concerne l'articulation du temps praxéologique entre les deux systèmes didactiques.

2 Du point de vue de l'élève

La question de l'accompagnement par l'AESHco émerge indirectement dans le premier moment remarquable choisi par l'enseignante de mathématiques. L'engagement de l'élève sur un temps long observé lors des séances où elle ne bénéficie pas de cette compensation peut remettre en cause la nécessité a priori d'un accompagnement humain lors de temps, dits en inclusion, au sein de la classe ordinaire. La vidéo permet ici à l'enseignante de mathématiques de mettre en évidence que cette élève s'engage spontanément et n'a pas besoin d'être recentrée sur la tâche. La confrontation au film lui permet

également de l'observer comparativement à d'autres élèves de la classe et de prendre connaissance de ce point d'appui certain pour Caroline.

Lors des entretiens d'analyse croisée, à plusieurs reprises les discours produits par l'enseignante coordonnatrice et par l'enseignante de mathématiques permettent d'affirmer la place du système didactique auxiliaire. Celui-ci est envisagé afin d'apporter de l'aide à l'élève de façon à faciliter la synchronisation de son temps personnel avec les cadres temporels produits dans le système principal. Nous pouvons penser ici que la confrontation croisée au film de sa collègue permet aux deux enseignantes du binôme de conscientiser ce rôle du regroupement spécialisé au sein d'un dispositif ULIS.

3 Du point de vue des pratiques enseignantes

Lors de l'entretien d'analyse simple, l'enseignante de mathématiques interroge le capital-temps attribué à une technique qu'elle considérait comme nouvelle et complexe (pour simplifier une fraction). Nous pouvons penser ici que la vidéo lui permet de prendre conscience que le court temps alloué a permis à une majorité d'élèves d'utiliser cette technique nouvelle. Le discours produit lui permet également d'émettre une hypothèse : le fait de réaliser régulièrement du calcul rapide a pu avoir une influence. La vidéo lui permet ici de prendre conscience que certains choix temporels lui permettent ensuite de réduire le capital-temps à attribuer à la technique nouvelle en question.

Lors de l'entretien d'analyse croisée, l'enseignante coordonnatrice questionne sa pratique au regard de ce qu'elle observe chez sa collègue de mathématiques. Nous avons en particulier pu observer qu'elle cherche dans le film de sa collègue des réponses aux obstacles ou difficultés qu'elle avait pu observer et verbaliser lors de l'entretien d'analyse simple.

Dans ce même entretien d'analyse croisée, l'enseignante de mathématiques relève elle aussi des gestes spécifiques chez sa collègue à même de favoriser l'accessibilité. Elle s'intéresse en particulier à l'organisation au tableau des différentes représentations sémiotiques de la notion de fraction. Elle découvre ici à travers la vidéo d'autres gestes professionnels pour lesquels elle exprime un intérêt afin de faciliter la compréhension des élèves au sein de sa classe.

L'entretien d'analyse croisée permet également aux deux enseignantes de réfléchir au matériel introduit dans le milieu. La confrontation avec la vidéo leur permet en particulier de discuter de la pertinence des représentations circulaires principalement utilisées dans le système auxiliaire (matériel manipulatoire principalement) au regard de la prédominance d'exercices faisant intervenir une demi-droite graduée dans le système didactique principal. Lors des échanges, les enseignantes réfléchissent à la plus-value d'utiliser des représentations rectangulaires à manipuler afin de faciliter la transition pour Caroline lorsqu'il s'agit de travailler sur la demi-droite graduer.

IV - CONCLUSION

Dans cette communication, nous nous sommes intéressés aux effets potentiels de la vidéo sur les pratiques inclusives en mathématiques. Pour cela nous avons analysé deux entretiens d'analyse simple et deux entretiens d'analyse croisée réalisés avec un binôme constitué par une enseignante de mathématiques et l'enseignante coordonnatrice d'un dispositif ULIS. Ces deux enseignantes ont pu visionner à postériori neuf séances issues de leur pratique ou de celle de leur collègue. Des travaux antérieurs avaient pu mettre en évidence que cette méthodologie d'entretien à partir de captations vidéo permettait une culture de l'observation ou encore l'émergence d'un discours permettant la mise en évidence de nouvelles praxéologies professionnelles (Perez et al., 2017). D'autres travaux dans le champ de la didactique des mathématiques dans le champ de l'adaptation scolaire avaient mis en évidence un phénomène de cécité didactique (Roiné, 2012) lié aux représentations professorales lorsque ces derniers travaillaient avec des élèves déclarés en difficulté.

Nos analyses nous ont tout d'abord permis de montrer que les différents moments sélectionnés, rappelons-le par les enseignantes elles-mêmes et non pas par le chercheur, ont permis de mettre en

évidence que leur regard se centre principalement sur les enjeux de savoir. Les discours produits confirment cela. Nous ne retrouvons donc pas ici le phénomène de cécité didactique. Nous posons comme hypothèse que le choix de proposer un montage en mosaïque permettant d'avoir une vision globale du système didactique tout en pouvant observer finement l'évolution du savoir, des actions de l'élève et des actions de l'enseignante permet aux enseignants d'avoir une réflexion systémique qui pourra conduire au développement de pratiques inclusives.

Les deux entretiens ne se déroulent pas dans la même configuration et permettent d'observer des effets différents. Dans les entretiens d'analyse simple, la vidéo semble avant tout permettre aux enseignantes de questionner leur rapport aux objets de savoir. Ainsi, l'enseignante coordonnatrice utilise la vidéo avant tout pour faire émerger des obstacles ou des réussites alors que sa collègue de mathématiques s'appuie sur la vidéo pour confirmer certains choix liés au capital-temps par exemple. La liberté laissée aux enseignantes dans le choix des moments remarquables leur permet donc de centrer leur regard sur des moments qui apparaissent comme importants au regard de leur parcours professionnel et de leur formation : l'enseignante coordonnatrice est une jeune enseignante issue du premier degré qui se confronte pour la première fois à l'enseignement de la notion de fraction ; l'enseignante de mathématiques est expérimentée, elle semble dominer les questions relatives au savoir en jeu, et montre à travers son discours une volonté de faciliter l'accessibilité didactique.

Les entretiens d'analyse croisée sont par contre l'occasion pour le binôme enseignant d'engager une réflexion conjointe et de réfléchir à l'articulation entre le système didactique principal et le système didactique auxiliaire afin de permettre à Caroline de synchroniser plus facilement son temps personnel avec les cadres temporels produits par le système principal. Ces deux enseignantes sont amenées à travailler ensemble dans le cadre de pratiques inclusives et cette méthodologie d'entretien leur a permis de découvrir ce qui se jouait dans la classe de leur collègue.

À l'issue de cette étude de cas, nous avons pu mettre en évidence différents effets potentiels de la vidéo à même de faciliter des pratiques inclusives en mathématiques. Une limite de notre étude est liée à son l'échelle temporelle. Cela ouvre de nouvelles perspectives de recherche et il serait intéressant d'envisager maintenant une étude plus longue afin d'envisager plusieurs boucles de captations en classe / entretiens d'analyse simple / entretiens d'analyse croisée afin d'observer sur un temps plus long les effets que peut avoir la vidéo sur le développement professionnel des enseignants sur le plan des pratiques inclusives au sein des dispositifs ULIS.

V - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T. (2005). Time Management in the Work Economy of a classe. A Case Study : Integration of Cabri in Primary School Mathematics Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, *59.1*, 183-203. https://doi.org/10.1007/s10649-005-5888-0

Assude, T., Millon-Fauré, K., Koudogbo, J., Morin, M.-P., Tambone, J., & Theis, L. (2016). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, *36*, 197-230.

Chambris, C., Tempier, F., & Allard, C. (2017). Un regard sur les nombres à la transition école-collège. *Repères IREM*, *108*, 63-91.

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique : Du savoir savant au savoir enseigné.* (2e éd.). La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19/2*, 221-266.

Clot, Y., Faïta, D., Fernandez, G., & Scheller, L. (2000). Entretiens en autoconfrontation croisée : Une méthode en

clinique de l'activité. *Perspectives interdisciplinaires sur le travail et la santé, 2-1*. https://doi.org/10.4000/pistes.3833

Coulange, L., & Train, G. (2018). *Enseigner les nombres décimaux et les fractions—Transitions (ruptures) primaire-secondaire*. Espace mathématique francophone.

Dupré, F. (2019a). *Pratiques inclusives en mathématiques dans le second degré : Études de cas en ULIS collège* [Thèse de doctorat]. Aix-Marseille.

Dupré, F. (2019b). Pratiques inclusives en mathématiques : Une étude de cas en ULIS collège. *La nouvelle revue - Education et société inclusives*, *86*, 173-190.

Dupré, F. (accepté). Articulations entre deux systèmes didactiques : Une étude de cas autour de l'objet fraction. *Recherches en didactique des mathématiques*, *1*(42).

Leutenegger, F. (2000). Construction d'une « clinique » pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, *20*(2), 209-250.

Leutenegger, F. (2009). *Le temps d'instruire. Approche clinique et expérimentale du didactique ordinaire en mathématique* (Peter Lang). Peter Lang.

Mercier, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.

Mercier, A., Schubauer-Leoni, M., & Sensevy, G. (2002). Vers une didactique comparée. *Revue française de pédagogie*, *141*, 5-16.

Perez, J.-M., Assude, T., Suau, G., & Tambone, J. (2017). usages de la vidéo dans un dispositif de recherche : Quelques effets sur les pratiques enseignantes inclusives. *Nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, *78*, 171-184.

Ployé, A. (2013). Collaborer à des démarches d'inclusion au collège : Analyse clinique des modalités pédagogiques et des éprouvés psychiques des acteurs. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, *61*, 23-35.

Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A. Une contribution à la question des inégalités* [Thèse de doctorat]. Victor Segalen Bordeaux 2.

Roiné, C. (2012). Analyse anthropo didactique de l'aide mathématique « aux élèves en difficulté » : L'effet Pharmakéia. *Carrefours de l'éducation*, *33*, 131-147.

Suau, G. (2016). *Pratiques inclusives en mathématiques d'enseignants de classe ordinaire dans le premier degré* [Thèse de doctorat]. Université de Lorraine.

Toullec-Théry, M., & Pineau, V. (2015). Inclusion en cours d'histoire dans une classe de 5ème de collège : Une étude de cas. *Education et didactique [en ligne]*, *9-1*, 33-55.

CODAGE ET ROBOTIQUE AU SERVICE DE LA CONSTRUCTION DU NOMBRE EN MATERNELLE

Arnaud GRANDADAM
CPD TICE, IEN SELESTAT

Arnaud.grandadam@ac-strasbourg.fr

Résumé
Construire le nombre en maternelle par le biais d'activités de codage, tel est l'enjeu des activités présentées. Comment la mise en œuvre d'activités débranchées et branchées permet-elle aux élèves de maternelle de découvrir le nombre sous ses deux aspects ordinal et cardinal et de lui donner du sens pour en fin de compte l'utiliser comme un outil ? L'usage du nombre fait par l'élève permettra d'évaluer son degré de maîtrise et sa capacité à le réinvestir dans différentes situations de recherche.

I - QUATRE CONCEPTS CLES

Brissiaud (2015) définit quatre concepts clés pour la pratique en classe et la formation des maîtres : décomposition, itération, comptage-dénombrement et comptage numérotage. Ils sont pour lui incontournables pour « amener chaque enfant à s'approprier le concept de nombre » dans ses deux aspects cardinal et ordinal.

1 La décomposition

« Comprendre un nombre donné, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui et savoir l'utiliser pour en composer de plus grands »(Ibidem). Dès la maternelle, il est essentiel de manipuler les nombres au quotidien en insistant sur leurs multiples réalités.
La quantité 5 est bien un tout, composé de 5 unités mais aussi de 4 et encore 1 ou de 3 et encore 2 sans oublier de 2 et encore 3 etc. Des activités de recherche avec les élèves permettent de mettre en exergue les multiples formes des nombres (figure 1). La maîtrise du nombre par l'élève nait de la capacité de l'élève à le décomposer et recomposer.

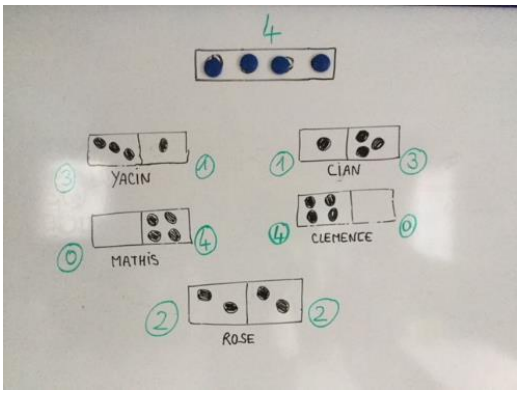


Figure 1. Décomposition du nombre 4 Sources Laurence Le Corf, Afdm

Les élèves utilisent du matériel qu'ils connaissent, qu'il s'agisse de jetons, de cubes ou alors de règles Cuisenaire. Le matériel induisant alors fortement une représentation du nombre que se fait l'élève. Ainsi, des jetons ou des cubes isolés amènent l'élève à se représenter que 3 est une quantité d'objets qui correspond à 1 jeton et encore 1 jeton et encore 1 jeton.

Lorsque l'on utilise des cubes emboitables ou a fortiori des règles Cuisenaire, une autre réalité devient palpable. Elle s'apparente à une notion de grandeur (de taille) ouvrant la voie à la comparaison. Ainsi, de nombreux affichages de files numériques verticales viennent proposer des outils pour comparer des nombres et introduire le lexique support : plus grand que, plus petit que. Nous reviendrons sur la place du langage dans la structuration de la pensée de l'élève.

De telles activités permettent aux élèves de construire les affichages de la classe qu'ils convoqueront aisément lors d'activités de réinvestissement, mais aussi et surtout lors de nouvelles activités de recherche autour des nombres.

2 Itération de l'unité et comptage dénombrement

La construction des nombres en maternelle s'envisage alors dans l'ordre : tout nouveau nombre est construit comme le suivant du précédent. Ainsi, on ne peut imaginer construire le nombre trois sans que le nombre deux l'ait été avant. L'apprentissage se doit donc d'être progressif se limitant par exemple à la construction des nombres un, deux et trois pour la première année de maternelle. L'élève sera donc confronté à ces trois nombres tout au long de l'année, les utilisant pour dénombrer, comparer des collections et décomposer pour introduire l'addition. Bien entendu l'élève, notamment dans les classes à plusieurs niveaux, peut fréquenter des nombres plus grands.

Les activités menées se fondent sur l'itération de l'unité pour passer d'un nombre au suivant. Ainsi, l'élève envisage un nombre comme une quantité d'objets que l'on obtient en ajoutant un à la quantité précédente : deux c'est un et encore un, trois c'est deux et encore un. La notion de nombre intervient alors grâce à la comparaison de deux quantités différentes. Ici encore, le rôle du langage est prépondérant. Brissiaud souligne l'importance de ce travail afin de ne pas confondre une quantité de jetons avec une collection constituée par comptage-numérotage. Cette technique permet à un élève de constituer une collection demandée en se référant uniquement à la comptine des mots nombres depuis le début. Ainsi pour constituer une collection de 4 jetons il va être obligé de compter-numéroter de un à quatre (un, deux, trois, quatre). En arrivant à 4, l'élève sait qu'il a atteint la quantité demandée. Si on demande ensuite à l'élève 5 jetons et qu'il recommence à compter depuis un c'est qu'il n'a pas encore construit la relation entre quatre et cinq.

Enfin l'enjeu de la construction du nombre est de dépasser la notion de « nombre de … » pour atteindre celle du nombre c'est à dire passer de la grandeur (quantité de …) à la mesure de la grandeur (nombre). En effet, l'usage d'objets de médiation (jetons, assiettes, etc …) est nécessaire pour accéder au nombre pour permettre la comparaison de quantités différentes. La quantité est essentielle pour accéder au nombre, mais le nombre en soi n'est réellement construit que lorsque l'élève en a intégré la notion d'itération de l'unité selon Brissiaud.

3 L'aspect ordinal des nombres

Les activités de codage et de déplacement sur quadrillage vont permettre de considérer le nombre sous l'aspect cardinal en réinvestissant les éléments détaillés précédemment mais aussi de considérer l'aspect ordinal, positionnel du nombre. En effet, lorsqu'un robot est dans la troisième case d'un quadrillage et

que l'on demande à un élève dans quelle case il se trouve, l'élève peut répondre de plusieurs manières (figure 2).

Un étiquetage : L'élève répond « le robot se trouve dans la case *bateau* ». Ici l'étiquette *bateau* ne fait pas référence au concept de nombre.

Un comptage-numérotage : L'élève répond « le robot se trouve dans la troisième case » sous-entendu depuis le départ après avoir récité, par comptage-numérotage, la comptine numérique associant à une case un nombre de la comptine : un pour la première case, deux pour la seconde, trois pour la troisième. Ici l'élève accède au concept de nombre ordinal qui est la mémoire de l'ordre, c'est-à-dire la mémoire du rang dans la liste ordonnée des objets ordonnés (liste des nombres pour la comptine, liste des cases pour le chemin du robot). Il construit un équipotence entre les deux listes (correspondance terme à terme).

Un comptage-dénombrement : L'élève répond « le robot se trouve à trois cases du départ » après avoir dénombrer combien de cases ont été parcourues depuis le départ. Ici l'élève accède au concept de nombre cardinal, mémoire de la quantité, évoqué au paragraphe précédent.

Nous pouvons ritualiser le vocabulaire utilisé en théâtralisant les actions menées avec le robot.



Figure 2. Déplacement d'un robot sur un quadrillage, Source personnelle.

Pour faire avancer le robot sur la case de la maison, je prends une étiquette AVANCER et je dis « première action » lorsque je pose cette flèche, je prends une autre étiquette avancer et je dis « deuxième action » lorsque je pose cette flèche. Je fais de même pour la dernière flèche. Ainsi, le robot est bien dans la troisième case du quadrillage et cela correspond à sa position suite à l'exécution de la dernière action de la collection des actions.

Pour dénombrer la collection des actions réalisées par le robot, je vais procéder ainsi : je prends la première étiquette AVANCER et je la pose dans une boite à compter (boite ouverte qui permet de rassembler des objets lorsqu'on les dénombre) et je dis « un » lorsque je pose l'étiquette, je prends la seconde étiquette et je dis « deux » lorsque je pose la carte dans la boite sur la première et je fais de même avec la troisième en

disant « trois ». L'enfant pourra alors vérifier la position du robot en appuyant à trois reprises sur la touche AVANCER du robot. Il ira se positionner sur la troisième case.

II - CODAGE ET ROBOTIQUE EN MATERNELLE

Les situations exposées ici ont été menées dans le cadre d'un projet d'année avec des classes de petite, moyenne et grande sections. La mascotte de la classe part en voyage autour du monde et ramène des recettes, des chants, des histoires de différents pays du monde. Pour ce faire, un robot se déplace sur un planisphère quadrillé. Les élèves ont pu découvrir le robot, son mode déplacement et tester eux-mêmes sur des quadrillages (5 par 5) en moquette. Les élèves évoluent sur des carrés de moquette (30 cm par 30 cm) ou même sur des tapis pointés (9 m²) pour les élèves de grande section.

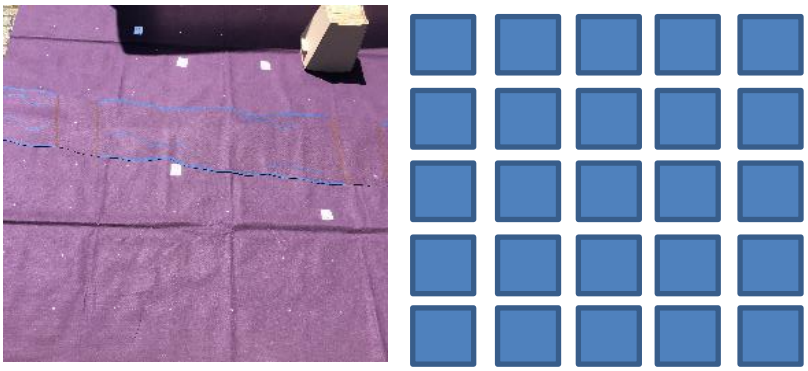


Figure 3a. quadrillage en moquette, Figure 3b Tapis pointé Sources personnelles.

1 Activités en petite section de maternelle

En petite section de maternelle, le travail se fera sur un quadrillage du type de la figure 2. En effet, l'objectif étant de construire les premiers nombres jusqu'à 3 et l'âge des enfants ne permet pas d'introduire des notions de latéralisation et encore moins d'orientation absolue ou relative.

Ces activités prennent appui sur une pratique du comptage numérotage (la comptine des mots nombres) que les élèves apprennent via des chansons ou des albums répétitifs. Afin de ne pas rechercher à atteindre le bateau en comptant un, deux, trois et en se satisfaisant de l'obtention de cette réponse pour considérer que l'élève sait que le robot a franchi 3 cases (dernier mot de la comptine correspondant à la quantité de la collection), nous nous servons des étiquettes comme médiateur. Elles pourront être manipulées dans un second temps afin de dénombrer les actions effectuées par le robot. Dans un premier temps, elles servent d'aide-mémoire, de témoin du déplacement du robot. L'élève qui fait avancer le robot de sa position initiale (voir figure 2) jusque sur la case de la maison appuie sur la touche avancer (symbolisée sur le robot avec la flèche orientée vers l'avant du robot). Il dit alors : AVANCER. Un second élève pose alors l'étiquette qui correspond. Le premier élève réitère l'expérience et dit à nouveau AVANCER, le robot se positionne sur la case du lapin (l'enseignant aura veillé à vider la mémoire du robot qui conserve les instructions effectuées et ajoute l'instruction nouvelle à la séquence mémorisée). Enfin, l'élève qui commande le robot recommence et son camarade de poser une troisième étiquette. Le robot se situe sur la

case du bateau et trois étiquettes AVANCER sont posées. L'élève a donc atteint la case demandée dans la consigne.

L'enseignant demande alors de combien de cases le robot a avancé. L'élève 1 peut émettre des hypothèses qui seront vérifiées grâce à la trace écrite de l'élève 2 (les étiquettes). Nous comptons ensemble les étiquettes toujours en théâtralisant cette action : je prends la première étiquette et je la mets dans la boite à compter et je dis « un » lorsque l'étiquette est posée dans la boite. Je fais de même avec la deuxième étiquette et je dis « deux » lorsque l'étiquette est dans la boite. Idem pour la troisième. A noter que le mot nombre utilisé est prononcé lorsque l'étiquette est posée dans la boite et non pas lorsque je la prends en main. Ainsi, je ne mets pas de confusion dans l'esprit de l'élève qui me voit prendre une étiquette et dire « deux ». C'est bien lorsqu'elle est dans la boite que je prononce « deux », mot qui désignera alors la quantité. C'est une façon de ne pas alimenter l'ambiguïté du nombre qui est à la fois ordinal et cardinal : le nombre n désigne à la fois le nombre ordinal (c'est-à-dire le numéro n qui désigne la n-ième place) et le nombre cardinal (la quantité de n objets).

Ainsi, comme exposé ci-avant (partie I.3) la construction du nombre trois se fait lorsque le nombre deux aura lui-même été construit et utilisé. L'élève aborde alors trois comme deux et encore un. Pour aller sur le bateau le robot aura avancé de deux cases jusqu'au lapin et encore une jusqu'au bateau (itération de l'unité). A partir de ce « deux et encore un », nous pouvons également faire les premières décompositions et les expérimenter avec le robot. Pour aller sur la case du bateau, le robot avance de deux cases et encore une mais est-ce qu'il y arrive s'il avance d'une case et encore deux ? Le robot effectue le déplacement et vérifie cette hypothèse. Les élèves la confirment en mettant un dans la boite à compter et ajoutent deux étiquettes. Ils obtiennent alors trois. La classe garde la trace de ces décompositions qu'elle pourra réinvestir tout au long de l'année.

L'usage d'une réglette de programmation bluetooth (figure 4) permet de travailler avec des plaquettes qui agissent directement sur le robot. L'élève peut donc manipuler ces plaquettes, les compter (figure 5) et les faire agir sur le robot en lançant la séquence afin d'en vérifier la pertinence.



Figure 4 Barre de programmation bluetooth



Figure 5 Pile de 4 cartes, source personnelle.

La place du langage en petite section est centrale afin de verbaliser les concepts. Ceci nécessite donc que l'enseignant soit extrêmement vigilant au vocabulaire employé utilisant les adjectifs ordinaux pour désigner les positions du robot et les cardinaux pour évoquer les quantités.

2 Blue bot sur un quadrillage

L'activité menée ici en grande section reprend la stratégie présentée en point 1. Il s'agit toujours de déplacer le robot d'un point de départ à un point d'arrivée en gardant trace des déplacements effectués. La trace permet une fois de plus de comparer le nombre d'actions effectuées par le robot et de les quantifier.



Figure 6 Bluebot évoluant sur un quadrillage, Source personnelle.

Le robot doit atteindre le drapeau à damier en franchissant la rivière grâce au pont.

Dans un premier temps, les élèvent tracent le chemin à parcourir. Ils effectuent pas à pas (action après action) le trajet et les mouvements de rotation du robot sur lui-même (l'instruction flèche orientée vers la droite permet au robot de tourner sur lui-même d'un quart de tour vers la droite). La trace des différentes actions est réalisée comme en petite section lorsque l'élève qui programme verbalise l'action qu'il fait faire au robot. Lorsque le drapeau est atteint, on compte le nombre d'actions réalisées par le robot. Il en faudra dix au minimum. Les élèves pouvant tout à fait choisir le chemin qu'ils font emprunter au robot.

Dans un second temps nous allons utiliser la réglette de programmation située au bas du quadrillage. Elle ne compte que huit pas de programmation. Les élèves se trouvent confrontés à un problème qu'ils ne peuvent résoudre qu'en pondérant au moins une action (voir la carte figure 4 annotée d'un quatre). Les élèves réalisent une fois de plus le trajet en gardant la trace avec les étiquettes mobiles. Ils regrouperont les séquences d'actions identiques, les dénombrent et écrivent sur la pile d'actions identique le nombre d'actions de la pile (une pile de deux et une pile de quatre sont ainsi obtenues). Il est à présent possible d'écrire le programme du déplacement du robot avec un nombre d'instructions réduit.

Le nombre devient alors un outil au service de la résolution d'une situation problème. Pour l'élève le nombre est alors doté d'un pouvoir « magique » qui permet d'optimiser une écriture.

Ces activités sont poursuivies par la création de défis par des groupes d'élèves pour d'autres élèves mettant en œuvre de nombreuses compétences sortant du strict cadre des mathématiques.

3 Passage à l'abstraction complète

L'étape suivante amène les élèves à se confronter à un outil numérique les obligeant à entrer complètement dans l'abstraction.



Figure 7, Capture d'écran de l'application Bluebot sur iPad.

A partir de l'application Bluebot sur iPad (ou sur Android) les élèves réalisent le même genre de défis que sur le tableau quadrillé. Ils peuvent soit « prédire » sur quel objet le robot ira s'arrêter à partir d'un programme proposé soit écrire le programme permettant au robot de se rendre sur la case de la boule verte. Dans un cas comme dans l'autre l'élève pourra vérifier l'efficacité de son programme. En travaillant sous forme de défis, les élèves essayent de créer le programme le plus court mettant en œuvre les « supers pouvoirs » des nombres.

La tablette pourra également être un espace d'expérimentation avant de tester grandeur nature puisque la fonction bluetooth du robot permet à l'élève de faire réaliser à un vrai robot le programme qu'il a envisagé.

III - FORMATION DES ENSEIGNANTS

1 Lever les craintes

L'arrivée du codage (du mot codage) dans les programmes dès 2015 a suscité de l'émoi chez nombre de collègues de maternelle. Ils s'interrogeaient sur l'intérêt de faire coder les élèves de maternelle reléguant cette activité à l'école élémentaire à la limite mais plus vraisemblablement au collège. Cette réaction presque épidermique se comprend d'autant mieux que les enseignants de maternelles sont attachés à l'action concrète de l'élève sur le monde qui l'entoure. Il a fallu faire découvrir ce que peut être le codage avec des enfants de 3 à 5 ans, mais aussi et surtout les concepts sous-jacents à la pratique du codage à

l'école. Enfin, la liste des compétences travaillées lors de ces séances de codage, tant en langage qu'en latéralisation, achèvent de rassurer les maîtres et maîtresses de maternelle.

2 Plan de la formation et points de vigilance

La formation proposée aux collègues de maternelle se déroule en six heures consacrées à d'une part faire vivre des situations de codage aux adultes et d'autre part à comprendre les enjeux de la mise en œuvre de ces activités en classe de maternelle.

La découverte des activités de codage permet de dégager une approche de définition du codage qui serait de dire que coder, c'est décomposer en tâches simples, en instructions non ambigües quelque chose que l'on veut faire réaliser par autrui. La formation permet de découvrir des activités branchées et débranchées et met en exergue les intérêts et les limites de chaque dispositif. Quelques invariants se dégagent néanmoins. Toutes ces activités permettent de développer le langage notamment lié aux contraintes du code, d'asseoir le vocabulaire et de préciser toujours davantage les notions mathématiques que l'on travaille. De cette précision lexicale découle la précision conceptuelle. Il s'agit par exemple de vivre grâce au déplacement sur un quadrillage, la différence entre les deux aspects du nombre, l'aspect cardinal et l'aspect ordinal.

Ensuite, éclairé par les recherches de Butlen en didactique des mathématiques, les éléments prégnants sont pointés :

- le nombre permet de mesurer une grandeur : la quantité, par le dénombrement on obtient le nombre cardinal. Butlen nous encourage à mener concomitamment des travaux sur la mesure des longueurs (nous pouvons également nous référer à une file numérique verticale) ;
- le nombre permet de fixer la mémoire d'une position grâce à son aspect ordinal. Les deux aspects du nombre sont liés et des relations doivent pouvoir être faites ;
- travailler les décompositions – recompositions du nombre permet de pré activer (selon l'expression de Brissiaud) les relations propres à chaque nombre construit (quatre c'est 3 et encore un, itération de l'unité, quatre c'est cinq moins un, c'est un et encore un et encore un et encore un etc.). Cette maitrise montre que l'élève a un accès direct au nombre et n'est pas obligé pour obtenir quatre de compter depuis le début (un, deux, trois, quatre : quatre).

Enfin, la dernière heure de formation est consacrée à la construction d'activités de codage adaptées au contexte de chaque classe afin d'être testée et évaluées.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Brissiaud R. (2013). Apprendre à calculer à l'école – Les pièges à éviter en contexte francophone. Paris : Retz.

Brissiaud R. (2003). Comment les enfants apprennent à calculer (nouvelle édition) : Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres. Paris : Retz.

Brissiaud R. (2015). Le nombre dans le nouveau programme maternelle : quatre concepts clés pour la pratique en classe et la formation, Café pédagogique, 7 octobre 2015.

Butlen D. (2007). Le calcul mental, entre sens et technique, PUFranche-Comté.

V - ANNEXE 1 : SUPPORT NUMERIQUE DE LA COMMUNICATION

Présentation réalisée sur Genial.ly disponible en suivant ce lien :
https://view.genial.ly/60c363679349cc0da66f36dd/presentation-copirelem-2021

TOUR DE MAGIE MATHEMATIQUE EN CM2

Sarah LELEU MAATI et Mathilde SCANDOLARI

Professeures des écoles, école élémentaire Albert Camus (Épinay-sur-Orge)
albertcamus91360@yahoo.fr

Résumé
Cet article fait part d'un travail réalisé dans les classes de CM2 de l'école Albert Camus d'Épinay-sur-Orge (91). La séquence a été menée sur plusieurs semaines, dans le cadre d'une réflexion sur l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. C'est un tour de magie mathématique qui a permis d'offrir aux élèves une expérience d'apprentissage vivante autour des compétences de calcul à acquérir au cycle 3.

INTRODUCTION

L'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, y compris au niveau primaire, n'est certes pas une idée nouvelle. Le livre collectif édité par Moyon et Tournès (2018) en présente de multiples aspects, qui complètent ceux de Moyon et al (2018): pour chacun des trois chapitres du programme (nombres et calculs, grandeurs et mesures, espace et géométrie), plusieurs séquences d'enseignement basées sur l'histoire y sont proposées. Un numéro spécial de MathémaTICE, Poisard (2016) présente d'autres expériences et outils mathématiques pour la classe. D'autres exemples étaient déjà traités par Cerquetti-Aberkane et al. (1997). Nous n'aborderons pas la question de la validation didactique, qui a déjà fait l'objet de multiples débats : cf. Guillemette (2011) pour une introduction.

Durant toute une année scolaire, nous avons expérimenté dans notre classe une approche différente des mathématiques. Jusqu'à présent, nous transmettions à nos élèves de manière très classique les différentes notions du programme plus ou moins comme elles nous avaient été présentées à nous-mêmes auparavant en tant qu'élèves, comme nous avons appris à le faire lors de notre formation d'enseignantes. Néanmoins, ni l'une ni l'autre ne pouvions nous en contenter. Toutes les deux de sensibilité et de formation littéraires, comme 85% de nos collègues, nous n'avons que trop rencontré d'élèves « en souffrance » et avons nous-mêmes été parfois de ces « professeurs en difficulté » dont parle le rapport Villani Torossian (2018). Nous voulions enfin, à l'heure de la leçon de mathématiques, accorder aussi la place « au plaisir » et « que les nombres soient nos amis ». La rencontre avec le site de Bernard Ycart (2020) nous a fait réfléchir à une autre approche possible, en lien avec l'histoire. Ce site et ses objectifs sont décrits entre autres par Kuntz (2021) : il propose de nombreuses séquences vidéo, chacune autour d'une thématique précise, destinées à présenter l'histoire des mathématiques de manière attractive et vivante.

Dans l'exemple qui suit, c'est à partir du texte « Récréations mathématiques et Physiques » de Jacques Ozanam (1694) que les enfants ont travaillé. Le tour de magie (deviner un nombre pensé) a été présenté comme un défi. C'est ce jeu mathématique qui a été prétexte aux manipulations arithmétiques. Ce travail, déjà évoqué dans Ycart (2021), sera ici plus largement présenté. Le texte original a été projeté aux enfants et situé dans le temps. Les élèves ont auparavant travaillé à plusieurs reprises à partir de références à

l'histoire, notamment en géométrie en relation avec l'histoire des arts. L'authenticité des situations proposées est motivant pour les enfants : il ne s'agit pas d'activités artificielles ou crées de toutes pièces dans un but pédagogique comme on peut en trouver dans les manuels scolaires, mais de situations qui ne sont pas créées pour des enfants et au contact desquelles ils se sentent valorisés. L'introduction historique a rapidement laissé place au jeu, que nous nous sommes approprié au fil des séances.

Nous avons mis en place ce travail dans deux classes de CM2, et confronté nos approches, comparé nos séances, croisé nos regards. Nous avons choisi de relater plus précisément dans cet article l'expérience menée par l'une d'entre nous.

Après avoir rappelé le cadre institutionnel et les objectifs des programmes scolaires en lien avec les activités menées, nous exposerons notre démarche pédagogique. Nous raconterons comment le tour de magie a été présenté aux enfants, puis de quelle manière le travail de recherche a été mené en classe, de la manipulation de l'algorithme à l'écriture des calculs, en passant par la découverte de la notion d'inconnue. Enfin, nous ferons état des évaluations qui ont été faites à l'issue de la séquence auprès des enfants et des familles.

I - « DEVINER UN NOMBRE »

1 Objectifs

Les objectifs fixés dans le programme du cycle 3 en rapport avec le travail qui suit sont les suivants :

Calculer en ligne : élaborer et mettre en œuvre des stratégies de calcul

Notions d'associativité, commutativité et distributivité (connaître des propriétés de l'addition, de la soustraction et de la multiplication), notion de divisibilité

Mener quelques étapes d'une démarche scientifique, résoudre des problèmes

Concernant les compétences à acquérir, les enfants doivent pouvoir être capables de « Chercher, Modéliser, Représenter, Raisonner, Calculer, Communiquer ».

D'après les programmes du cycle 3 en vigueur à la rentrée 2020, pages 90-94

2 Introduction de la situation problème

La présentation du défi sous forme de tour de magie a tout pour susciter l'intérêt des enfants, grâce à son attrait ludique. Ils n'ont pas l'impression de travailler. Leur curiosité est éveillée, ils se prêtent au jeu avec plaisir, et sont impatients de savoir la suite, de quoi lever pour certains l'appréhension de se retrouver face à des chiffres. La notion de jeu suppose qu'il n'y a pas d'évaluation « notée ». Le rôle attribué aux enfants au début de la séance les met dans la position de celui qui défie l'autre, ils n'ont pas à redouter un quelconque échec. L'exercice, atypique, sort les enfants de l'image qu'ils ont d'eux en tant qu'élève face à l'exercice mathématique et leur permet de travailler sans préjuger d'eux-mêmes.

Cette mise en situation permet donc, sans susciter les blocages déjà intégrés par certains élèves, d'aborder des notions et compétences importantes :

« La mise en perspective historique de certaines connaissances contribue à enrichir la culture scientifique des élèves. On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution,

qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements. »

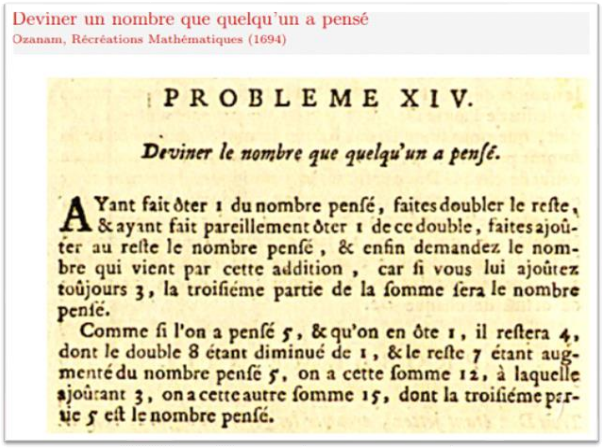
« De même, si la maîtrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes »

Bulletin Officiel spécial n°11 – pages 197 et 200

3 Présentation du tour de magie :

Le défi est lancé par Bernard Ycart, notre « coach ». Voici la consigne donnée aux enfants : « Penser à un nombre (le garder secret et le noter quelque part). Effectuer sans se tromper le calcul suivant :

Enlever 1 au nombre pensé— Doubler le résultat — Enlever 1— Ajouter au résultat le nombre pensé — donner son résultat. »


Deviner un nombre que quelqu'un a pensé
Ozanam, Récréations Mathématiques (1694)

PROBLEME XIV.

Deviner le nombre que quelqu'un a penſé.

AYant fait ôter 1 du nombre penſé, faites doubler le reſte, & ayant fait pareillement ôter 1 de ce double, faites ajoûter au reſte le nombre penſé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette addition, car ſi vous lui ajoûtez toûjours 3, la troiſiéme partie de la ſomme ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on en ôte 1, il reſtera 4, dont le double 8 étant diminué de 1, & le reſte 7 étant augmenté du nombre penſé 5, on a cette ſomme 12, à laquelle ajoûtant 3, on a cette autre ſomme 15, dont la troiſiéme partie 5 eſt le nombre penſé.

Figure 1: Récréations mathématiques et physiques par M.Ozanam

Nous traitons un exemple ensemble, en détaillant les calculs au tableau. Je m'assure que tous les élèves ont compris la consigne et réussissent à réaliser les calculs demandés. Lors des premiers calculs, il y a beaucoup d'erreurs : les enfants oublient des étapes, notamment la dernière . Il faut modéliser l'exemple collectivement pour pouvoir s'appuyer dessus lors des calculs suivants. Le support élaboré permet aux enfants d'avoir un étayage pour les prochaines opérations.

Ensuite, chaque élève choisit le nombre « pensé » et effectue ses calculs.

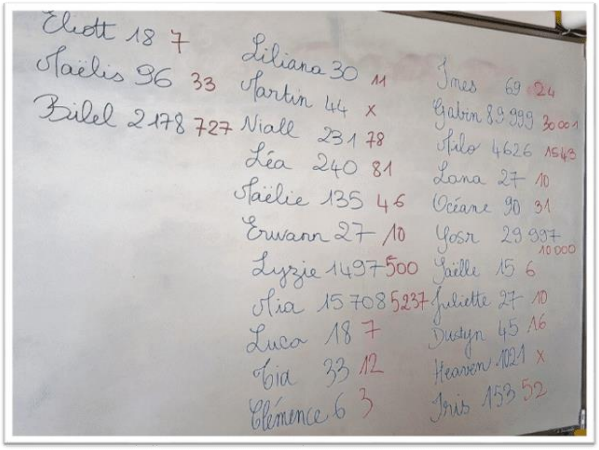


Figure 2

Les résultats sont donnés à distance à Bernard Ycart qui doit retrouver les nombres pensés au départ. Au retour de la pause déjeuner… J'ai écrit les résultats au tableau sans prévenir les enfants. On remarque que deux élèves ont fait des erreurs de calculs (les croix sur la figure 2), les autres sont parvenus à appliquer les consignes de calcul.

Deux réactions des enfants :

Admirative : « Il est trop fort, on dirait Einstein ! »

Plus critique, avec la tentative de comprendre comment il a fait : « Facile, il n'a qu'à faire les calculs à l'envers ! », ce qui manifeste la compréhension de l'utilisation des opérations inverses.

Oui mais… pour faire les calculs à l'envers, il manque le nombre pensé au départ.

II - LE DEFI

1. « Si c'est si facile, je vous laisse chercher comment il a fait ! »

Je rebondis sur les remarques des enfants : la plupart d'entre eux pensent que c'est « facile » . Eh bien allons-y ! Les enfants cherchent sur leur ardoise, en utilisant leur nombre pensé et leur résultat. La plupart refont avec succès le calcul à l'envers, en utilisant les opérations inverses et en utilisant le nombre pensé.

Par exemple pour Eliott, dont le nombre pensé est 7, on obtient des calculs de ce type :

18-7=11

11+1= 12

12 :2= 6

6+1= 7

S'ils n'ont plus le droit d'utiliser le nombre pensé, ils ne parviennent pas à comprendre comment faire, ou certains obtiennent des résultats en « trichant » et en faisant des calculs aléatoires avec les nombres dont ils disposent en suivant plus ou moins les instructions. Les enfants comprennent rapidement que l'inconnue (le nombre pensé) pose problème pour refaire le calcul « à l'envers » comme ils l'ont suggéré.

Nous chercherons, lors des prochaines séances, différentes procédures possibles pour trouver le nombre pensé.

2. L'écriture des calculs (égalités et utilisation des parenthèses)

En préalable, un travail est fait en calcul mental lors du rituel du matin.

L'objectif est d'aborder les notions de commutativité et d'associativité, et l'idée qu'un même calcul peut s'écrire de différentes manières, afin de préparer la compréhension des calculs à venir dans la séance.

Un travail de recherche est proposé : Qu'est-ce qui peut faire 50 ?

Les enfants sont invités à réfléchir individuellement sur leur ardoise et à écrire un maximum d'opérations qui produisent ce résultat, pendant 5 minutes. À l'issue de ce temps, je note au tableau un grand nombre de propositions, en les organisant en fonction de l'opération utilisée et de manière à faire apparaître les notions de commutativité et d'associativité.

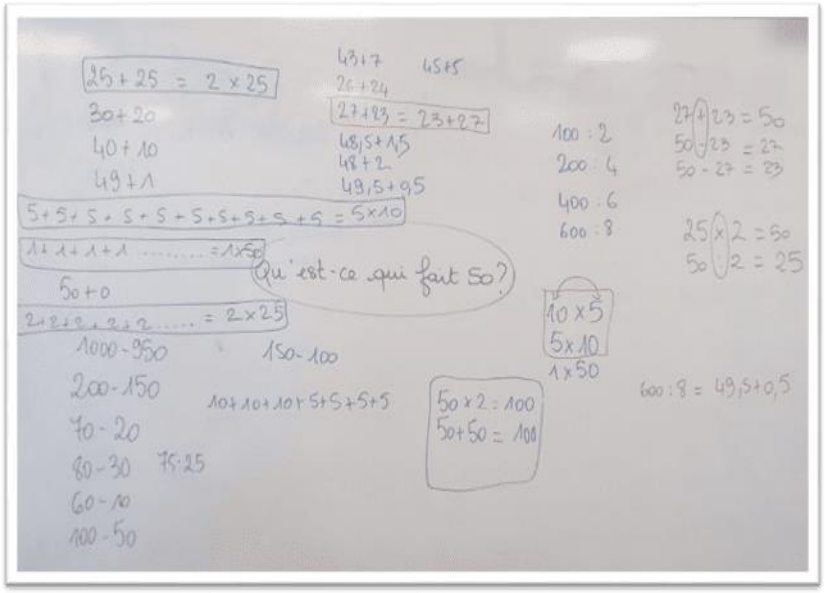


Figure 3

On observe notamment que 10 × 5 = 5 × 10 et que 27 + 23 = 23 + 27

Nous observons également les **opérations inverses (*figure 3)*** :

multiplication et division , car nous observons que 50 x 2 = 100 mais aussi que 100 : 2 = 50

de même que 25 x 2 = 50 et que 50 : 2 = 25

addition et soustraction, car nous observons que 27 + 23 = 50 et que 50 – 23 + 27

On observe également les différentes décompositions possibles d'un nombre , qui pourraient de décliner à l'infini, et l'égalité entre l'addition itérée et la multiplication :

5 x 10 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5

3. Manipulation de l'algorithme donné



Figure 4

Les instructions de calculs déjà données lors de la première séance sont affichées au tableau.

Dans un premier temps, on va s'assurer que tout le monde a compris comment faire les premiers calculs (réinvestissement de la séance précédente). On constitue des groupes de travail. Chaque élève du groupe choisit un nombre, chacun fait ses calculs pour trouver son résultat. Le groupe vérifie les résultats et les valide en commun. Il écrit ses résultats sur une affiche.

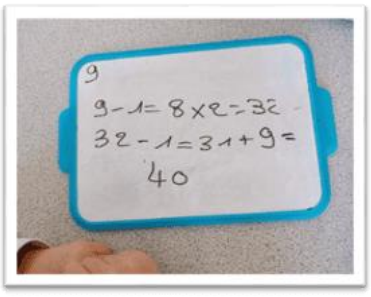


Figure 5

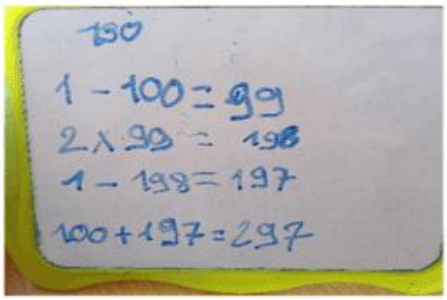


Figure 6

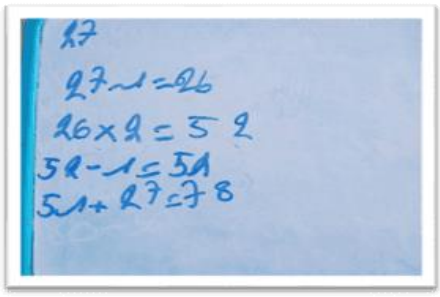


Figure 7

Si les consignes de calcul sont plutôt bien exécutées, l'écriture des calculs est souvent incorrecte.

Les enfants écrivent spontanément des successions d'opérations reliées par le signe « = » sans les différents termes des opérations soient égaux. (figures 8 et 9)

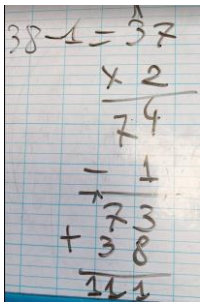


Figure 8

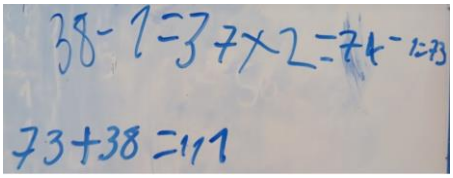


Figure 9

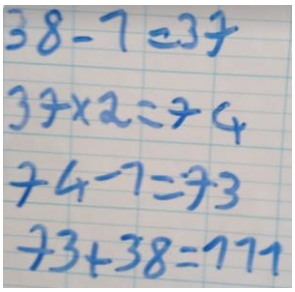


Figure 10

Nous revenons sur le sens du signe « égale », nous expliquons les erreurs d'écriture. Nous vérifions les calculs en nous interrogeant à chaque fois sur l'utilisation appropriée de ce signe et sur la justesse des égalités. Je récris au tableau les opérations correctement présentées pour modéliser la méthode (figure 10). Les écritures des calculs des différents groupes seront affichées et mises en commun.

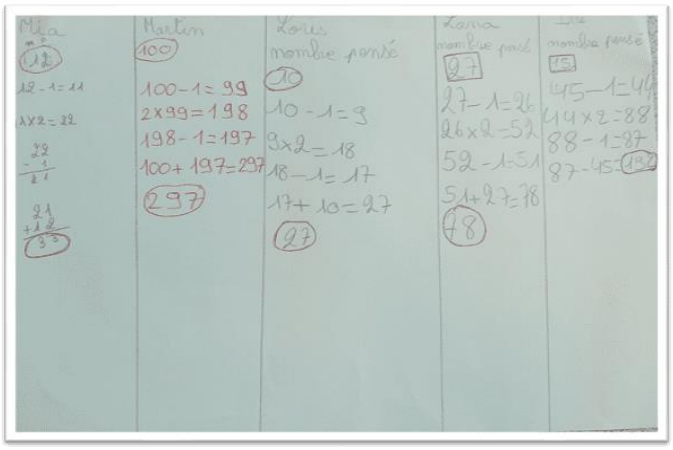


Figure 11

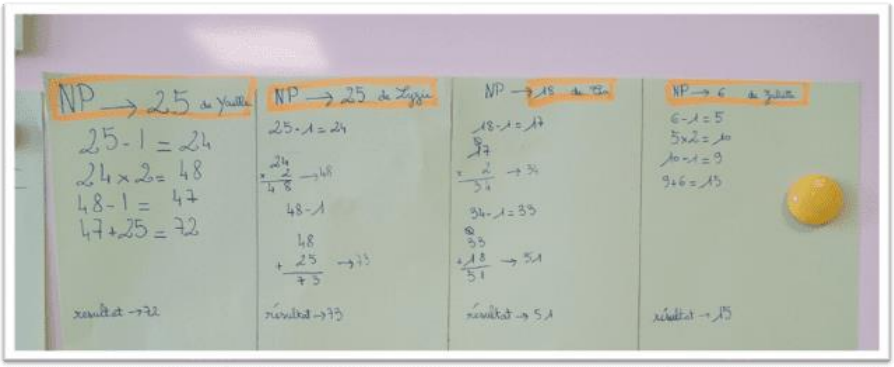


Figure 12

Nous nous interrogeons sur la possibilité d'écrire tous les calculs à la suite, comme certains ont tenté de le faire. Un élève évoque alors la nécessité des « parenthèses », « comme dans les décompositions de nombres »

En prolongement de la séance, je demande aux enfants de reprendre leurs calculs, et je donne la consigne de ne les écrire que sur une seule ligne, en une seule égalité. Les enfants travaillent en groupe. Ils doivent proposer une ligne de calcul pour chaque nombre. Nous prêtons attention à l'émergence des parenthèses, à l'ordre des calculs, à l'utilisation du signe « = » à bon escient). Nous procédons à une nouvelle mise en commun et à la validation ou l'invalidation des calculs par le groupe. Le travail entre pairs permet aux enfants de résoudre les difficultés qu'ils rencontrent : la verbalisation et le dialogue leur permettent de se corriger et de vérifier leurs résultats.

III - RETROUVER LE NOMBRE PENSÉ : RECHERCHE DE L'ALGORITHME

1. Séance préparatoire en calcul mental

Sur l'ardoise, les enfants doivent écrire le plus de calculs possibles équivalents au calcul proposé. Je retranscris au tableau les propositions des élèves.

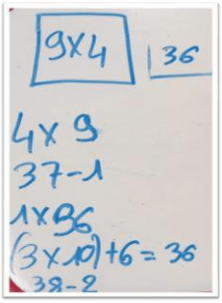


Figure 13

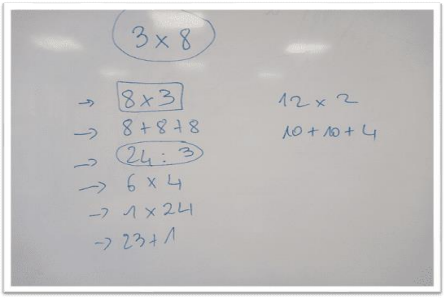


Figure 14

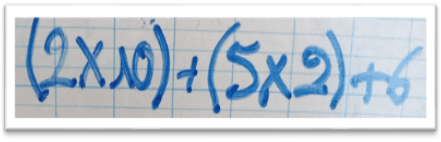


Figure 15

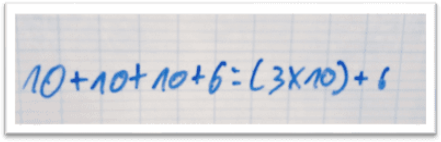


Figure 16

Je mets en évidence les écritures les plus intéressantes pour la suite de notre séance : l'égalité entre additions itérées et multiplication, les opérations inverses (addition, soustraction / multiplication, division)

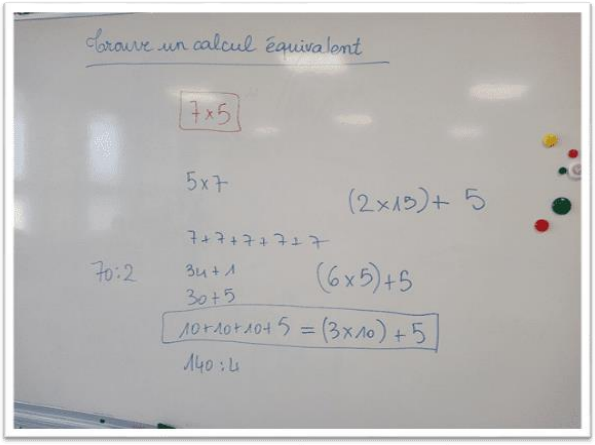


Figure 17

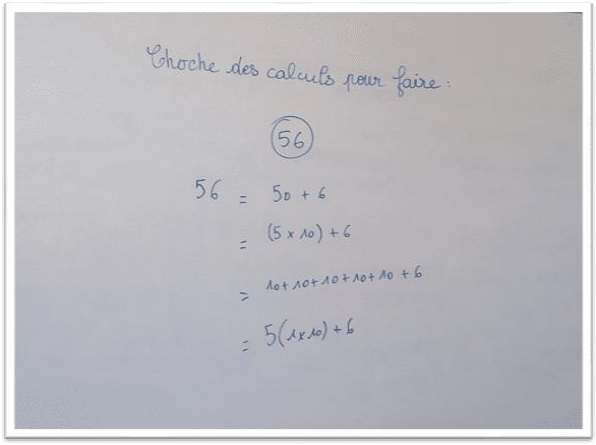


Figure 18

L'écriture entre parenthèses émerge sur quelques ardoises. Les enfants se l'approprient rapidement pour les calculs suivants. Les parenthèses ont déjà été rencontrées par les élèves l'année précédente, pour l'écriture des décompositions de nombres, du type :

1500 = (1 x 1000) + (5 x 100)

On remarque d'ailleurs que les parenthèses sont adoptées par mimétisme, et non par utilité, les élèves ont ensuite remarqué que

(1 x 1000) + (5 x 100) = 1 X 1000 + 5 X 100

Sur la figure 18 en revanche, on note 5 (1 x 10) + 6, notation dans laquelle les parenthèses ont un intérêt puisqu'elles indiquent les priorités de calcul.

2. Réinvestissement des compétences acquises

Réflexion collective : que peut-on observer ? Quels calculs se répètent ? Peut-on les remplacer par un autre calcul ? Les récrire d'une autre façon ? Changer les instructions de calcul ?

Chaque élève pense à un nombre, et écrit ses calculs pour trouver son résultat. Le groupe valide.

On regroupe au tableau les nombres pensés, les instructions de calcul, les résultats. On efface les instructions. On observe les calculs.

Nous notons les différentes propositions et vérifions qu'elles sont équivalentes. Nous gardons une trace écrite des différentes écritures. Nous rappelons la procédure pour obtenir le résultat.



Figure 19

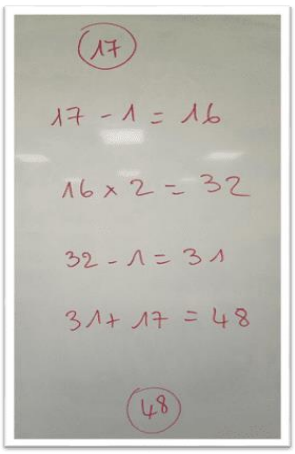


Figure 20

Nous recherchons une autre écriture pour les mêmes calculs, en utilisant ce que nous avons appris lors de la séance de préparation de calcul mental. Sur les ardoises, deux propositions apparaissent pour les enfants, que je retranscris au tableau (figure 21) :

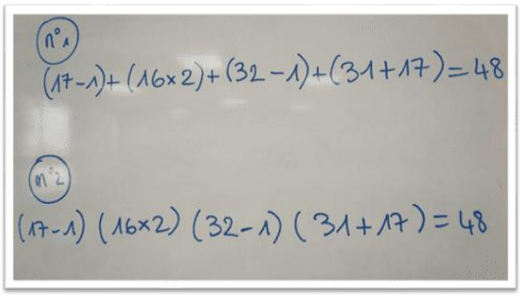


Figure 21

Après analyse collective, nous indiquons que l'écriture des + n'est pas appropriée dans la première écriture, et nous invalidons la seconde, en expliquant que l'absence de signe implique la multiplication, ce qui ne correspond pas aux calculs que nous avons à transcrire. Nous récrivons la succession de calcul en la décomposant comme le montre la figure 22.

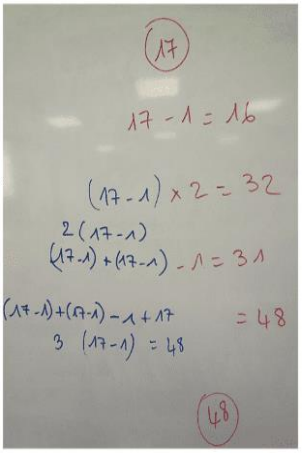


Figure 22

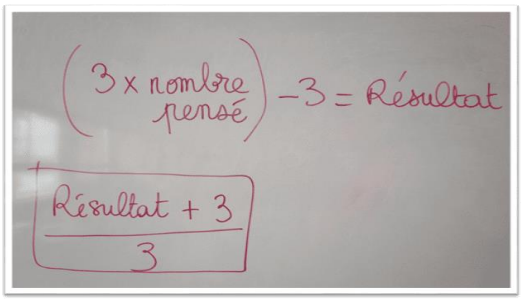


Figure 23

Nous faisons apparaître le calcul de base (17-1) en décomposant les calculs de chaque étape.

Enfin (figure 23), nous modélisons le calcul qui permet d'obtenir le résultat à partir du nombre pensé. En réactivant les notions d'opérations inverses, on parvient à faire la démarche inverse : trouver le nombre pensé à partir du résultat. Pour valider la formule trouvée : nous testons le jeu de nouveau. On rappelle la formule : j'ajoute trois, je divise par trois. Les élèves jouent par deux. La formule est vite maîtrisée par les enfants.

3. Recherche de l'algorithme

Afin de vérifier la bonne compréhension de la démarche, je profite de la présence de l'AESH en classe : elle va tester notre petit jeu. Je lance donc deux défis aux enfants : deviner le nombre de l'AESH et deviner le nombre de la maîtresse...

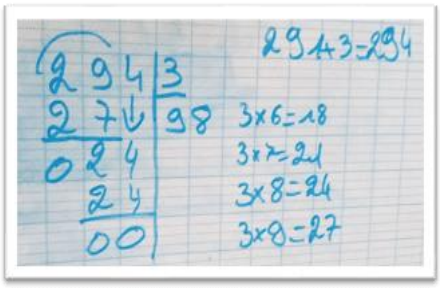


Figure 24



Figure 25

L'évaluation montre que les enfants ont très bien intégré les stratégies de calculs : 100% de réussite à l'évaluation. Tous les élèves, même ceux qui sont habituellement en difficulté, ont réussi. L'aspect ludique de l'activité, l'attrait historique du support proposé en début de séquence, qui valorise le contenu proposé, ont suscité l'intérêt des enfants et ont favorisé l'activité de recherche. Les enfants se sont sentis impliqués et se sont appropriés les différentes phases de la recherche et des découvertes au cours de ce travail.

Les enfants sont entraînés de plus en plus au calcul mental lors du rituel du matin (calculer le plus rapidement possible le nombre pensé). Afin de réinvestir les compétences acquises lors des séances précédentes, nous allons travailler sur une situation similaire, et chercher ensemble comment trouver le nombre pensé, en suivant la même méthode de réécriture des calculs, puis de calculs inverses.

En effet, si les enfants ont parfaitement compris la méthode « j'ajoute trois, je divise par trois » puisqu'ils l'ont très largement manipulée, il est moins évident qu'ils aient bien intégré la démarche grâce à laquelle nous y sommes parvenus. Aussi est-il nécessaire d'y revenir pour évaluer ce qui a été retenu et ce que les enfants sont capables de réutiliser. Manipuler davantage les calculs lors de cette étape sera aussi utile, afin de systématiser les apprentissages mis en place et les rendre mobilisables par la suite dans d'autres situations problèmes ou d'autres situations de calcul.

Situation n°1

Penser un nombre puis Ajouter 1 — Doubler — Ajouter 1 — Retrancher le nombre pensé.

La situation n°1 est proposé en situation de recherche à la maison. Les premiers retours montrent que la plupart des enfants n'ont pas trouvé comment faire.

Comme la première fois, ils ont tenté de refaire « les calculs à l'envers ». Certains ont trouvé en faisant de nombreux essais. Ils ont constaté que quel que soit le nombre de départ, il fallait enlever trois, mais sans comprendre pourquoi. D'autres ont demandé l'aide des adultes… qui n'ont pas tous trouvé !

Mais aucun n'a réutilisé la méthode utilisée en classe, ce qui montre qu'elle n'a pas été intégrée par les enfants. En effet, la manipulation des calculs et le retour sur pratiques exercées était encore nécessaire. Nous avons ensemble récrit les calculs correspondants aux consignes de l'énoncé. Les enfants ont ensuite retrouvé sans peine le résultat : nombre pensé + 3 puis l'opération inverse pour trouver le nombre pensé (résultat -3)

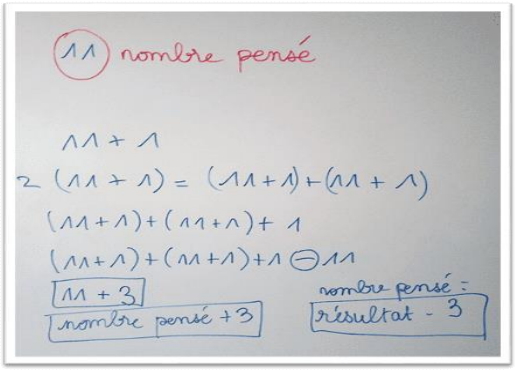


Figure 26

Conclusion : L'effort pédagogique doit se recentrer sur ce point. Il faudra manipuler davantage les calculs, leurs écritures, et ce, dans un grand nombre de situations similaires pour créer des automatismes chez les enfants. Avec l'exemple du premier tour de magie, les enfants vont devoir retrouver l'algorithme qui permettra de retrouver le nombre pensé. L'algorithme trouvé devra être testé par le jeu des duos comme dans les premières séances, afin d'être validé (ou pas). Le même travail sera fait plusieurs fois afin que les enfants manipulent les calculs suffisamment pour intégrer la démarche. Le travail sera d'abord fait en groupe, puis individuellement afin d'évaluer les progrès de chaque élève.

Situation 2

- Demande à quelqu'un de penser un nombre. Demande-lui d'ajouter 1, puis de doubler le résultat, puis de retranche 1, puis de retrancher le nombre pensé.
- Par exemple :

$$\begin{aligned} 5+1 &= 6 \\ 6\times 2 &= 12 \\ 12-1 &= 11 \\ 11-5 &= 6 \end{aligned}$$

- Comment retrouves-tu le nombre pensé ?

Figure 27

À l'aide des corrigés des différents tours de magie, les enfants parviennent à retrouver l'écriture des différentes étapes, avec ou sans parenthèses.



Figure 28

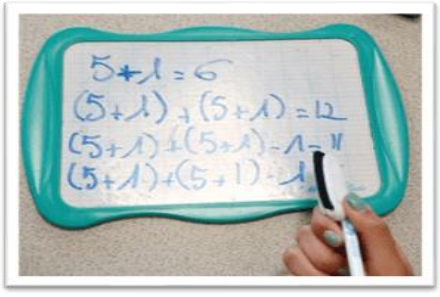


Figure 29

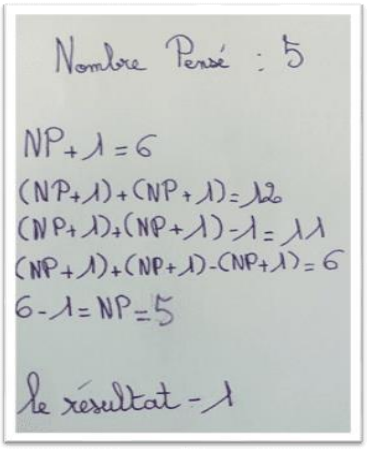


Figure 30

Certains parviennent à modéliser l'algorithme. L'inconnue, « le nombre pensé » est nommé « NP ». Les enfants ont compris qu'il pouvait être remplacé par n'importe quel nombre au cours du tour de magie. D'ailleurs, beaucoup d'élèves, pour vérifier la validité de l'algorithme trouvé, essaient de le faire fonctionner avec d'autres nombres.

Situation 3

- Demande à quelqu'un de penser un nombre. Demande-lui d'ajouter 1, puis de doubler le résultat, puis d'ajouter 1 à nouveau, puis de retrancher le nombre pensé.
- Par exemple :

$$\begin{aligned} 5+1 &= 6 \\ 6\times 2 &= 12 \\ 12+1 &= 13 \\ 13-5 &= 8 \end{aligned}$$

- Comment retrouves-tu le nombre pensé ?

Figure 31

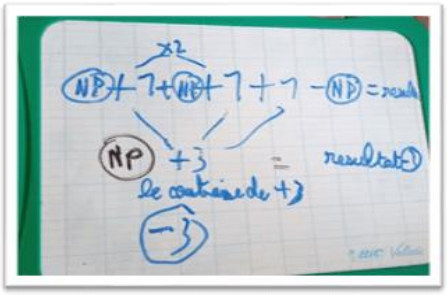


Figure 32



Figure 33

Différentes écritures de calcul sont encore présentes. Certaines plus intuitives que d'autres. L'algorithme s'écrit de manière ou plus moins maladroite. On arrive de plus en plus souvent à une écriture du genre :

Résultat - 3 = nombre pensé

Nombre pensé = résultat + 3

Situation 4

- Demande à quelqu'un de penser un nombre. Demande-lui d'ajouter 1, puis de tripler le résultat, puis de retrancher 1, puis de retrancher le nombre pensé.
- Par exemple :

$$\begin{aligned} 5+1 &= 6 \\ 6\times 3 &= 18 \\ 18-1 &= 17 \\ 17-5 &= 12 \end{aligned}$$

- Comment retrouves-tu le nombre pensé ?

Figure 34

Au fil des exercices et des tours de magie, les enfants vont de plus en plus vite. Certains n'ont même plus besoin d'écrire tous les calculs pour trouver l'algorithme. Mais nous gardons une exigence d'écriture mathématique.

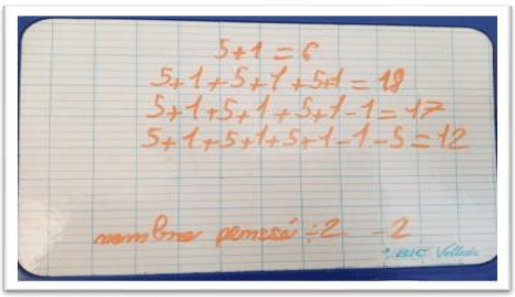


Figure 34

IV - ÉVALUATION ET CONCLUSION

Après le travail fait en groupe plusieurs fois, les enfants sont mis dans une situation de recherche individuelle afin d'évaluer les progrès, et de voir si chacun d'entre eux est capable de retrouver l'algorithme, sans le modèle des autres tours de magie. Une nouvelle situation leur est proposée :

Situation 5

- Demande à quelqu'un de penser un nombre. Demande-lui d'ajouter 1, puis de tripler le résultat, puis de retrancher 1, puis d'ajouter le nombre pensé.
- Par exemple :

$$\begin{aligned} 5+1 &= 6 \\ 6\times 3 &= 18 \\ 18-1 &= 17 \\ 17+5 &= 22 \end{aligned}$$

- Comment retrouves-tu le nombre pensé ?

Figure 36

Globalement, les élèves sont en situation de réussite. Pour ceux qui sont le plus en difficulté, j'autorise le recours au modèle des anciens tours de magie, mais pour la grande majorité des élèves, l'écriture des calculs devient spontanée et tous trouvent l'algorithme et les calculs sont écrits correctement comme le montrent les productions des figures 37 et 38.

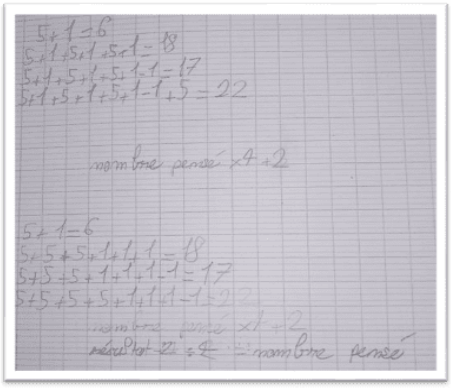


Figure 37

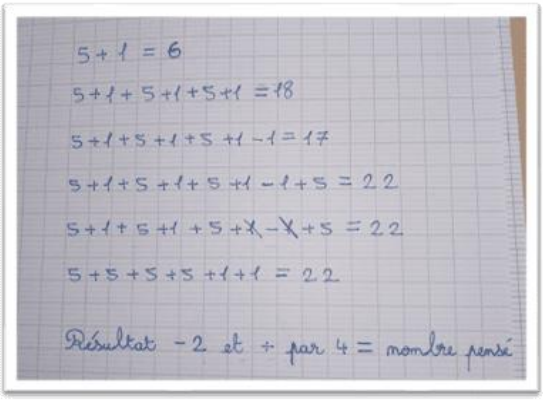
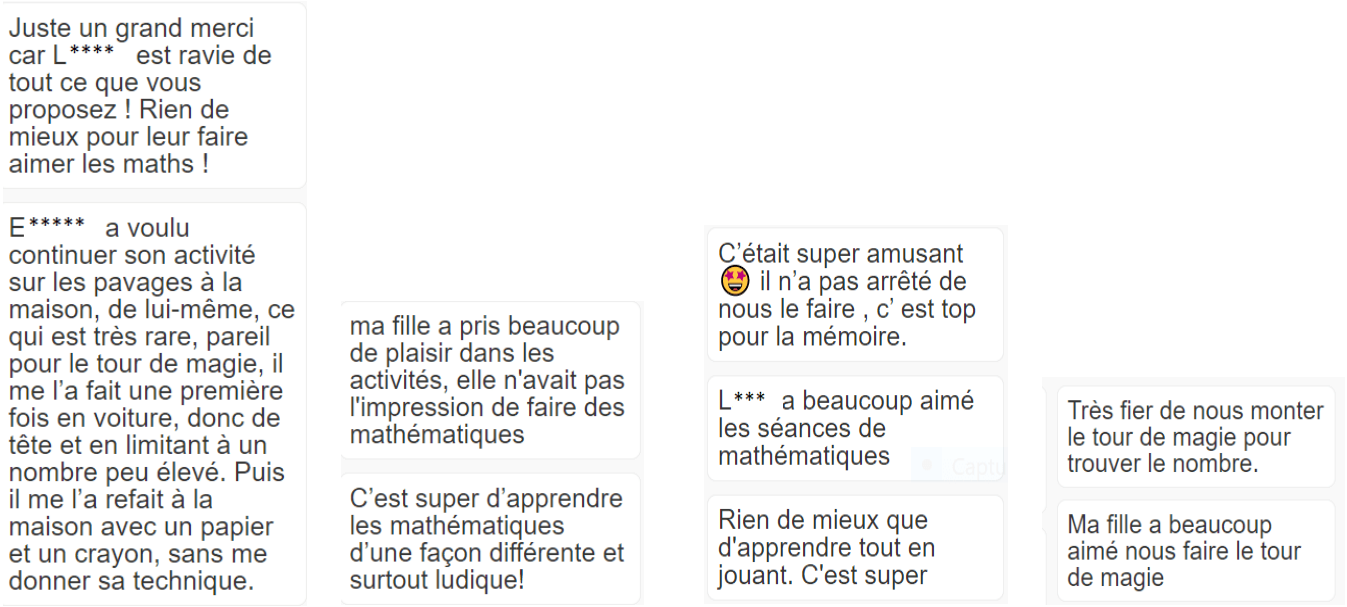


Figure 38

Une enquête auprès des familles a aussi montré que les enfants s'étaient emparés des méthodes de calcul pour faire le « tour de magie » à leurs proches. Certaines familles ont eu droit à « beaucoup de tours de magie ». Une élève en difficulté a même été très fière d'en faire la démonstration à son orthoptiste.

Un retour vraiment valorisant pour les enfants !



Les enfants vont présenter leur tour de magie aux élèves d'une autre classe de CM2.

Les camarades ne manqueront pas d'être impressionnés bien sûr. Lorsque tous les nombres pensés seront retrouvés, il sera temps d'expliquer le tour, ce qui sera certainement le moment le plus important : les enfants devront verbaliser ce qu'ils font, procéder par étapes, répondre aux questions des autres élèves. Ce dialogue leur permettra de prendre confiance en eux, de réaliser qu'ils ont compris, et me permettra de valider définitivement l'acquisition des compétences travaillées.

Cette expérience nous a confortées dans l'idée qu'une approche plus vivante des mathématiques, par le jeu, est à développer auprès des enfants. Nos élèves ont pris plaisir tout au long de la séquence, à réfléchir, à chercher, à échanger. Ils ont largement manipulé les notions de calcul en jeu et expérimenté la nécessité d'être rigoureux. Ils ont, au cours de ce travail et au fil des semaines, progressé d'une manière inattendue – voire inespérée. Ils ont pu goûter à la satisfaction d'avoir relevé le défi et d'être en situation de réussite, y compris pour les enfants qui rencontrent des difficultés dans la plupart des apprentissages. La démonstration concrète du tour de magie auprès de leur entourage leur a permis de se sentir valorisés et de donner du sens à l'activité. En plus d'avoir acquis des compétences mathématiques, ils ont vécu une expérience d'apprentissage positive qui sera probablement une référence solide pour eux dans la suite de leur parcours.

V - ÉCHANGES A L'ISSUE DE LA COMMUNICATION

Les échanges en fin de communication ont été brefs, en cause probablement le déroulé en visioconférence. Une question a été posée sur la possibilité d'approcher les calculs avec des nombres négatifs avec des élèves de CM2, ce qui nous a semblé prématuré. Le risque étant d'empiles les difficultés sur des compétences encore insuffisamment consolidées.

En ce qui concerne l'évaluation de la séquence, nous avons pu constater une approche plus efficace des élèves dans des activités de résolution de problème du type énigmes ou système d'équations (avec des images ou des points de couleurs), les enfants ayant réinvesti les compétences acquises en calcul.

Concernant la place de l'histoire dans l'approche des mathématiques, elle n'est pas seulement anecdotique et cosmétique : une séquence complète de numération, par exemple, s'est appuyée en début d'année sur l'histoire de la numération pour aboutir à la compréhension du système décimal, loin d'être acquis pour tous en CM2. L'histoire des mesures est abordée en parallèle du programme d'histoire en relation avec la Révolution Française. Il s'agit non seulement de s'appuyer sur l'histoire des mathématiques mais aussi l'histoire des arts, que nous travaillons en relation avec la géométrie par exemple. Et plus globalement, de tisser des liens entre les disciplines, afin de leur donner plus de sens.

Sur la question de la formation, il est évident qu'un manque de formation initiale chez la plupart des enseignants du premier degré est un frein à l'élaboration de pratiques vivantes en classe, il a d'ailleurs déjà été évoqué dans Maati (2022). Une formation continue efficace, qui s'appuierait sur des échanges de pratiques concrets serait nécessaire, ainsi que des personnels ressources compétents pour accompagner les pratiques pédagogiques des enseignants.

BIBLIOGRAPHIE

Cerquetti-Aberkane, F., Rodriguez, A. et & Johan, P. (1997) *Les maths ont une histoire : activités pour le cycle 3*, Paris, Hachette éducation.

Guillemette, D. (2011) L'histoire dans l'enseignement des mathématiques : sur la méthodologie de recherche, *Petit x* 86, 5-26.

Kuntz, G. (2021). Histoire des mathématiques et enseignement : entretien avec Bernard Ycart. *MathémaTICE, 73.*

Maati, S. (2022) . Lettre à mes profs de maths, *MathémaTICE, 79*

Moyon, M., Chorlay, R. et Plantevin, F. (2018) Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3, dans Vandebrouck, F. et Lebot, B. (éds) Mathématiques au cycle 3 : acte du colloque du plan national de formation, Poitiers, IREM de Poitiers, 87–109.

Moyon, M., Tournès, D. eds. (2018) Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire en cycle 3, Paris : ARPEME

Poisard, C., dir. (2016) Les ressources virtuelles et matérielles en mathématiques : des instruments pour travailler en classe sur le nombre, la numération et le calcul, *MathémaTICE 51* (numéro spécial).

Villani, C. Torossian, C. (2018) 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques, Rapport de Mission.

Ycart, B. (2020). Histoires de Mathématiques. https://hist-math.fr

Ycart, B. (2021). Fonctions : une perspective historique. *MathémaTICE 75.*

PRESENTATION D'UN PROJET ENGAGEANT UN COLLECTIF DE FORMATEURS : ÉTUDE DE L'IMPACT DE LA FORMATION INITIALE SUR LES PRATIQUES DES PROFESSEURS DES ÉCOLES DÉBUTANTS CONCERNANT LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Anne BILGOT
Formatrice, INSPE de Paris, Sorbonne-Université
Membre de la COPIRELEM
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Chantal TUFFÉRY-ROCHDI
Formatrice, INSPE de Paris, Sorbonne-Université
LDAR, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, UNIROUEN
chantal.tuffery-rochdi@inspe-paris.fr

Résumé
Ce texte rend compte d'une communication effectuée en juin 2021 au colloque de la COPIRELEM. Il présente un travail en cours mené sous forme de recherche-action, dans lequel un collectif constitué de formateurs de l'INSPE de Paris et de conseillers pédagogiques de l'académie de Paris est engagé depuis 2019. Ce travail vise à identifier des points de vigilance relatifs à la formation initiale pour que celle-ci aide les professeurs des écoles à concevoir et soutenir des séances de résolution de problèmes qui soient porteuses d'apprentissages pour leurs élèves. Les cadres théoriques mobilisés sont l'approche documentaire du didactique (Gueudet et Trouche, 2010) et la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2010).
Nous présentons dans ce texte les premiers résultats de notre travail, obtenus à partir de plusieurs diagnostics établis auprès d'étudiants ou d'enseignants débutants. Ces diagnostics portent sur des problèmes arithmétiques basiques ou complexes (Houdement, 2017), et les difficultés que nous mettons en évidence portent aussi bien sur la résolution de ces problèmes que sur l'enseignement de leur résolution.

La communication dont nous rendons compte dans ce texte entre dans la catégorie « Échange d'expérience » des communications du colloque COPIRELEM 2021. Elle présente le début d'une recherche-action menée à l'INSPE de Paris, soutenue par le GIS – RREEFOR (Groupement d'Intérêt Scientifique « Réseau de Recherche en Education, Enseignement et Formation ») de l'INSPE de Paris. Après avoir présenté le projet, nous détaillerons un premier diagnostic, relatif à des difficultés rencontrées par des étudiants et des enseignants débutants concernant la résolution de problèmes arithmétiques, et qui nous conduit à questionner la formation initiale que nous proposons. Dans la conclusion, nous évoquerons des pistes de formations expérimentées en 2020-2021 et qui nous semblent porteuses.

I - PRÉSENTATION DU PROJET

Nous présentons dans cette partie l'origine de notre projet, la problématique dégagée ainsi que des éléments concernant le cadre théorique choisi et la méthodologie construite.

1 Origine du projet et problématique

Ce projet trouve son origine dans la conception d'un parcours M@gistère pour une formation sur l'enseignement de la résolution de problèmes à l'aide des nombres et du calcul, élaboré en 2018 dans le cadre d'un partenariat entre l'ESPE de Paris et la mission mathématiques de l'académie de Paris, à destination de l'ensemble des professeurs des écoles en école élémentaire à Paris. Les conseillers pédagogiques de ces circonscriptions pointaient de façon quasi-systématique des difficultés des professeurs des écoles pour concevoir et mener des séances de résolution de problèmes qui soient porteuses d'apprentissages et qui s'inscrivent dans une progression annuelle. Or la formation initiale des professeurs des écoles dispensée à l'INSPE devrait contribuer au développement de compétences professionnelles dans ce champ. La problématique qui a émergé de ces échanges entre formateurs INSPE et conseillers pédagogiques et qui sous-tend notre travail est la suivante : est-il possible d'identifier des points de vigilance relatifs à la formation initiale pour que celle-ci aide les professeurs des écoles à concevoir et soutenir des séances fondées sur la résolution de problèmes qui soient porteuses d'apprentissages pour leurs élèves ?

2 Une recherche-action

Notre travail est mené comme une recherche-action (Catroux, 2014) et engage une dizaine de formateurs de l'INSPE de Paris impliqués dans la formation des professeurs des écoles. Il a été freiné par la situation sanitaire et s'est pour l'instant focalisé sur une première étape consistant en l'établissement d'un diagnostic sur la nature des difficultés rencontrées par des étudiants, des professeurs des écoles stagiaires lauréats du concours, et des professeurs débutants (titulaires depuis moins de deux ans). La présentation des résultats de ce diagnostic est l'objet principal de cette communication. Ce diagnostic nous permet d'envisager des pistes pour modifier nos pratiques en formation, que nous expérimentons dans la suite de notre recherche-action. Nous les exposerons brièvement dans la dernière partie du texte.

3 Cadres théoriques

Les cadres théoriques mobilisés dans cette recherche sont l'approche documentaire du didactique (Gueudet et Trouche, 2010) et la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2010).

L'approche documentaire du didactique invite à regarder l'activité du professeur dans son unité et sa dynamique et à considérer que l'activité en classe n'est qu'un moment de celle-ci. Elle propose un ensemble de concepts permettant l'étude didactique du travail documentaire des enseignants, c'est-à-dire le travail réalisé pour concevoir et mettre en œuvre la matière de son enseignement (collecter des ressources, les sélectionner, les transformer, les recomposer, les partager, les mettre en œuvre, les réviser…). Elle porte une attention spécifique aux dimensions collectives de l'activité des professeurs (Gueudet et Trouche, 2010). Un des volets de notre étude porte sur la manière dont les enseignants débutants choisissent les ressources qui les aident à préparer leur classe en mathématiques et comment ils utilisent ces ressources. En particulier, nous nous demandons dans quelle mesure les ressources évoquées en formation initiale font ensuite l'objet d'une utilisation et d'une appropriation effectives par les néo-titulaires. Nous donnerons quelques premiers éléments sur ce point dans la partie III de ce texte.

La double approche didactique et ergonomique propose d'analyser l'activité du professeur dans toute sa complexité en la décomposant en cinq composantes qui une fois recombinées permettent d'approcher les pratiques. La composante cognitive traduit ce qui correspond au choix de l'enseignant sur les contenus, les tâches, leur organisation, leur quantité, leur ordre, leur insertion dans une progression et les prévisions de gestion pour la séance. La composante médiative s'attache aux déroulements, à la dévolution des consignes, l'accompagnement des élèves dans la réalisation de la tâche, les validations, les expositions de connaissances. Les trois autres composantes permettent d'intégrer la part du métier. La composante personnelle traduit les représentations du professeur, les risques qu'il consent, le confort dont il a besoin. La composante institutionnelle permet de tenir compte d'un certain nombre de contraintes : les programmes, les horaires, certaines ressources comme les manuels, l'administration. Enfin la composante sociale permet d'introduire le fait que l'enseignant travaille avec des élèves et des collègues (Robert, 2010).

Dans notre étude, nous nous intéressons ainsi au choix des problèmes proposés aux élèves, à leur progression sur l'année, à la conformité de ces problèmes avec les attendus institutionnels, à leur mise en œuvre en classe, à la manière dont les solutions de ces problèmes sont rédigées et aux traces écrites associées. Dans ce texte, nous présentons des éléments de diagnostic qui relèvent de ces différentes composantes, et qui sont destinés à nous aider à identifier différents axes de travail possibles en formation.

4 Méthodologie

Nous avons dans un premier temps mené plusieurs séminaires internes d'échanges entre formateurs[1] sur nos pratiques individuelles et sur les ressources utilisées en formation initiale. Nous avons ensuite soumis des étudiants de deuxième année de master MEEF (Non lauréats et Professeurs des Ecoles Stagiaires lauréats du concours) à des évaluations diagnostiques lors des séances de mathématiques sur la résolution de problèmes. Nous avons enfin mené une formation continue à destination de titulaires débutants première et deuxième années d'une circonscription parisienne en lien étroit avec les conseillères pédagogiques de la circonscription (Emilie Dibb et Nicole Matulik). Nous avons dans ce cadre conçu et proposé un questionnaire aux professeurs débutants sur lequel nous reviendrons dans la suite de ce texte.

II - MIEUX CERNER LES DIFFICULTÉS DES ÉTUDIANTS : DES RÉSOLUTIONS DE PROBLÈMES COMPLEXES EN FORMATION INITIALE

Nous avons dans un premier temps cherché à élaborer un diagnostic sur les difficultés rencontrées par les étudiants de deuxième année de master qu'ils soient non lauréats du concours ou lauréats du concours. Pour cela, nous les avons soumis à des évaluations dont le contenu portait sur la résolution de problèmes arithmétiques de l'école élémentaire. Nous avons sélectionné des problèmes complexes au sens défini par Houdement (2017). Ces problèmes complexes avaient comme propriété d'être résolubles selon au moins deux démarches différentes.

1 Des difficultés détectables lors de la résolution de problèmes de CRPE (niveau cycle 4)

Le fait de porter une attention particulière aux difficultés rencontrées par des étudiants lors de la résolution de problèmes complexes de l'école élémentaire est récente dans nos pratiques de formatrices. Nous avions auparavant pu constater à différentes reprises, lors de la préparation à la partie disciplinaire de l'épreuve écrite du CRPE, que des étudiants étaient en difficulté pour résoudre des problèmes de calcul de grandeurs nécessitant l'élaboration d'une démarche en plusieurs étapes. Un exemple d'un tel problème est le problème 1 dont l'énoncé est en annexe 1 (problème des glaces). Jusqu'alors, nous entendions des retours d'étudiants en difficulté face à de tels exercices (« Je n'ai pas su par quoi commencer » ... « Je me suis perdu(e) et j'ai arrêté »), mais nous n'établissions pas de lien entre ces difficultés et l'apprentissage de la résolution de problèmes complexes à l'école élémentaire. En particulier, nous ne cherchions pas à savoir si ces étudiants étaient également en difficulté pour résoudre des problèmes complexes plus simples, accessibles à des élèves de cycle 3. Nous n'explicitions pas non plus auprès des étudiants que la prise de conscience de leurs propres difficultés à résoudre ces problèmes de collège pouvaient les éclairer sur des enjeux de l'apprentissage de la résolution de problèmes complexes à l'école. Dans la suite, nous présentons des diagnostics que nous avons effectués relativement à la résolution de problèmes de niveau cycle 3.

[1]F. Bourhis-Laine, M. Déprez, A. Di-Benedetto, C. Girardot-Chartier, E. Greff, K. Odiot, P. Saurel, E. Servat, N. Villain

2 Des difficultés pour résoudre des problèmes complexes de niveau cycle 3

2.1 Présentation et analyse de l'un des problèmes complexes de cycle 3 proposés en formation

L'un des problèmes complexes de niveau cycle 3 que nous avons exploités en formation est le problème 1 (ERMEL CM1, Hatier) présenté ci-dessous, et repris en annexe 1 :

Pierre collectionne les timbres. Il a 300 timbres. Il les place dans un album.
Sur chaque page, il met 15 timbres. Il a déjà rempli 12 pages.
Combien peut-il encore remplir de pages avec les timbres qui lui restent ?

Problème 1 (ERMEL CM1, Hatier).

Ce problème est un problème complexe qui peut être décomposé en sous-problèmes basiques (Houdement, 2017) de deux manières :

- Procédure A (en deux étapes)
  On calcule d'abord le nombre de pages nécessaires pour placer tous les timbres (problème de recherche du nombre de groupes dans un problème de groupement où les groupements doivent être équipotents, qui relève de la division), puis le nombre de pages qu'il reste à remplir (problème de recherche d'une partie dans un tout, qui relève de la soustraction).
  Du point de vue du calcul, cette démarche conduit à effectuer la division de 300 par 15, dont le quotient est entier, égal à 20, puis la soustraction de (petits) nombres entiers 20 – 12.
- Procédure B (en trois étapes)
  On calcule d'abord le nombre de timbres déjà rangés (problème de recherche de la quantité totale quand une même quantité est répétée à l'identique, qui relève de la multiplication), puis le nombre de timbres qu'il reste à placer (problème relevant de la soustraction, comme pour la première démarche), avant de calculer le nombre de pages nécessaires pour placer ces nombres (problème relevant de la division, comme pour la première démarche).
  Du point de vue du calcul, cette démarche conduit à effectuer la multiplication de deux entiers à deux chiffres, 15 × 12, dont le résultat vaut 180, puis la soustraction de deux nombres entiers plus grands que dans la première démarche (300 – 180), puis la division de 120 par 15 (dont le quotient est entier et vaut 8).

2.2 Un diagnostic en formation initiale

Le problème précédent a été proposé en début d'année 2020 à 48 étudiants de deuxième année de master MEEF, non lauréats du CRPE, dans le cadre d'une évaluation présentée comme un diagnostic de début d'année portant sur des domaines divers. Parmi ces 48 étudiants, 32 étudiants ont su résoudre ce problème ; 2 étudiants n'ont apporté aucune réponse ; 14 étudiants ont apporté une réponse erronée.

Nous nous concentrons ici sur deux productions erronées, que nous estimons représentatives de 9 des 14 réponses erronées que nous avons relevées (trois autres réponses sont erronées à cause d'une erreur de calcul ; deux réponses fausses sont données sans justification).

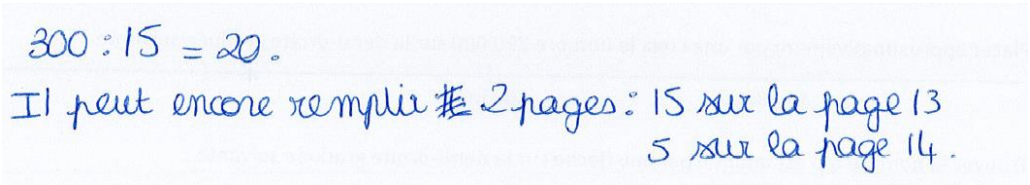


Figure 1. Production erronée 1 pour le problème des timbres.

Dans l'exemple présenté en Figure 1, l'étudiant effectue correctement la division qui constitue la première étape de la procédure A décrite précédemment. En revanche, il ne remet pas en contexte sa réponse (20 est un nombre de pages), et l'utilise ensuite de manière erronée, en considérant manifestement 20 comme le nombre de timbres restant à placer. Il conclut et pense donc avoir résolu le problème. Nous identifions ici une difficulté semblable à celle rencontrée par des élèves de cycle 3 et relevant, selon Houdement (2017), d'une absence de qualification d'un résultat intermédiaire.

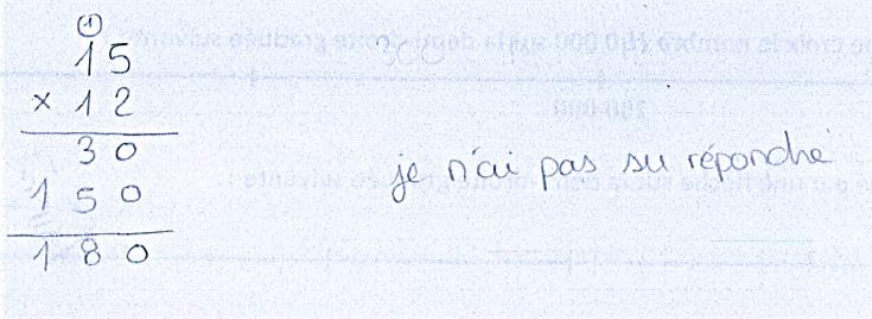


Figure 2. Production erronée 2 pour le problème des timbres.

Dans l'exemple présenté en Figure 2, l'étudiant effectue correctement la multiplication qui aurait pu lui permettre d'obtenir le nombre de timbres déjà placés comme dans la procédure B, mais sa production s'arrête là, sans qu'il ne soit possible de déterminer si l'étudiant a effectué à dessein cette opération, ou bien s'il a effectué une opération « au hasard » à partir de deux données numériques présentes dans l'énoncé. Nous faisons l'hypothèse que cette difficulté pourrait être liée à une absence de planification de la démarche avant de se lancer dans les calculs, c'est-à-dire à l'absence de construction d'une liste de sous-problèmes basiques calculables permettant d'obtenir la solution (Houdement, 2017).

3 Des difficultés pour enseigner la résolution de problèmes basiques

Nous venons de montrer que la résolution de problèmes de l'école élémentaire peut mettre en difficulté des étudiants en formation initiale. Les autres étudiants (et ils sont majoritaires) savent résoudre ces problèmes, au sens en apporter une réponse finale correcte d'un point de vue mathématique (valeur numérique correcte, correctement remise en contexte). Les diagnostics que nous avons effectués ces deux dernières années, auprès d'étudiants de M2 non lauréats ou fonctionnaires stagiaires, nous laissent néanmoins penser que, chez certains étudiants en réussite apparente, d'autres difficultés sont présentes et que celles-ci sont de nature à compromettre un enseignement serein de la résolution de problèmes complexes. Nous les présentons dans la suite.

3.1 Des fragilités par rapport au sens des opérations révélées lors de la résolution de problèmes complexes

Nous avons, à différentes reprises, proposé à des étudiants de résoudre des problèmes complexes engageant, comme dans le problème des timbres présenté ci-dessous, une division. A ces occasions, nous avons observé que peu d'étudiants écrivent explicitement une division. Par exemple, lors de la résolution du problème 3 placé en annexe 1 (problème des macarons, que nous avons proposé en concours blanc en cours d'année à des M1 et des M2 non lauréats), qui est un problème complexe dont la dernière étape de résolution peut consister à partager équitablement 32 macarons entre 12 personnes, nous avons observé que très peu d'étudiants écrivent explicitement, au cours de leur résolution, l'égalité rendant compte de la division euclidienne 32 = 12 x 2 + 8. Nous avons en revanche observé de multiples contournements de cette écriture, voire des contournements de la division elle-même. Quelques productions placées en annexe 2 en témoignent.

On relève ainsi :

- soit un recours soudain à une procédure schématique alors que les étapes précédentes de la résolution du problème sont traitées par des opérations ;

- soit un recours à des soustractions itérées de 12 ;
- soit des écritures en ligne fausses, comme « 32 : 12 = 12 × 2 + 8 »
- soit un recours à une division décimale et des écritures fractionnaires ou à virgule.

Nous avons également observé des difficultés similaires en demandant à des professeurs des écoles stagiaires lauréats du CRPE de proposer une trace écrite pour un problème additif (recherche de l'état initial dans une transformation) « telle qu'elle pourrait être recopiée dans le cahier d'un élève ». Des productions sont placées en annexe 3. Ces traces montrent une grande diversité dans les contenus proposés aux élèves pour la résolution d'un même problème basique. En particulier, elles permettent de constater que la présence de l'addition qui permet de résoudre le problème n'est pas un incontournable pour tous les étudiants (cette addition apparait dans certaines productions, alors que d'autres restent au stade de la soustraction à trou « qui raconte l'histoire »). A ce stade de notre diagnostic, nous n'avons pas identifié si le fait de s'arrêter à l'opération à trou relève de connaissances fragiles sur la modélisation, ou d'un choix de l'étudiant pour rester proche de procédures-élève, ou d'une absence d'intention de hiérarchisation des procédures de résolution d'un problème basique (« l'opération à trou suffit pour résoudre le problème »). Nous en concluons néanmoins que pour certains étudiants, la modélisation par l'une des quatre opérations d'un problème basique pour l'école élémentaire peut constituer une source de difficulté.

3.2 Des difficultés de rédaction d'une solution

Nous avons proposé le problème 4 placé en annexe 1 (problème des bouteilles, issu d'ERMEL CE2, Hatier) à des professeurs des écoles stagiaires lauréats du CRPE, affectés en élémentaire, en leur demandant d'anticiper une trace écrite pour des élèves de CE2. Aucun de ces professeurs n'a été en difficulté pour résoudre le problème. En revanche, nous avons pu observer des difficultés pour observer une rédaction structurée par des étapes apparentes : certains étudiants se contentent d'une suite d'opérations sans qualification des étapes intermédiaires ; au contraire, d'autres proposent des « rédactions-fleuve », très longues, où chaque élément de l'énoncé est repris, et qu'il ne serait raisonnablement pas envisageable de proposer comme trace écrite pour des élèves de l'école élémentaire. Nous avons également observé un autre phénomène, dont quelques exemples sont présentés en annexe 4 : certains étudiants présentent une rédaction en apparence structurée, mais avec en fait une oscillation dans le texte entre des étapes décrites par une explicitation de la grandeur calculée, et des étapes décrivant les opérations à effectuer sans que la grandeur calculée ne soit énoncée. Par exemple, dans la production 1 placée en annexe 4, dans la première étape et la deuxième étape, l'étudiant annonce bien la grandeur qu'il cherche à calculer (« Nombre total de bouteilles d'eau au début » ; « Nombre total de bouteilles d'eau vendues ») ; en revanche, dans la troisième étape, il n'indique pas qu'il cherche à calculer le nombre de bouteilles d'eau qu'il reste à la fin de la journée, mais se contente de décrire l'opération qu'il va effectuer (« Retirer le nombre de bouteilles d'eau vendues à l'état initial »). Cette incohérence de rédaction se retrouve dans la production 2 de l'annexe 4.

4 Des difficultés pour proposer plusieurs démarches de résolution d'un même problème complexe

À l'occasion de la résolution de problèmes comme celui des timbres ou celui des bouteilles précédemment évoqués, nous avons constaté un autre type de difficulté : être capable, en tant qu'enseignant, d'envisager plusieurs démarches de résolution d'un même problème complexe (comme on l'a vu sur le problème des timbres et les deux démarches de résolution proposées, ceci permet notamment de prendre conscience que selon la démarche choisie, le nombre d'étapes, le sens des opérations et le degré de difficulté des calculs peuvent être très différents d'une démarche à une autre).

À titre d'exemple, nous citons ici les résultats observés en 2020-2021 auprès d'un groupe de professeurs des écoles stagiaires lauréats du concours et affectés en élémentaire. Nous avons proposé comme diagnostic le problème des bouteilles, puis quelques semaines plus tard, en évaluation sommative, le problème 5 présenté en annexe 1 (problème des yaourts), en demandant de proposer une première

solution rédigée du problème, puis une deuxième solution du problème. Entre le diagnostic et l'évaluation sommative, un travail a été conduit à partir des productions recueillies lors du diagnostic sur le problème des bouteilles, pour expliciter notamment que le recours à une démarche plutôt qu'à une autre a des effets sur le nombre d'étapes à traiter et sur la nature et la difficulté des opérations en jeu.

Ce groupe d'étudiants comptait 25 personnes. Lors du diagnostic (problème des bouteilles, posé en février 2021), sur 25 étudiants, tous sont parvenus à proposer une solution correcte. 9 sont parvenus à en proposer une deuxième correcte ; 8 ont proposé une solution passant par les mêmes étapes mais des stratégies de calcul différentes une fois les opérations choisies ; 8 n'ont rien proposé.

Lors de l'évaluation (problème des yaourts, posé en avril 2021), sur les mêmes 25 étudiants, 23 sont parvenus à proposer une solution correcte. Parmi eux, 15 sont parvenus à proposer une deuxième solution correcte ; 3 ont proposé une deuxième solution fondée uniquement sur des stratégies de calcul différentes ; 5 ont proposé deux solutions fondées sur deux manières distinctes de comprendre l'énoncé (4 jours de cantine par semaine ou 5 jours de cantine par semaine). Même si les progrès ainsi observés peuvent paraitre modestes, ils nous confortent dans l'idée qu'il est utile d'expliciter en formation qu'un problème complexe peut être résolu par différentes démarches, et de confronter effectivement les étudiants à la recherche de différentes démarches de résolution d'un même problème d'école.

III - MIEUX CERNER LES DIFFICULTÉS DES ENSEIGNANTS DÉBUTANTS : LES REPONSES À DEUX QUESTIONNAIRES

1 La résolution de problèmes complexes dans des classes de professeurs des écoles stagiaires

En complément du diagnostic évoqué dans la partie précédente portant sur les deux démarches de résolution du problème des bouteilles, nous avons soumis à ce même groupe de 25 professeurs des écoles stagiaires lauréats du CRPE un questionnaire portant sur leur pratique de la résolution de problèmes complexes dans leur classe pendant leur stage en responsabilité. Tous étaient en stage en élémentaire, avec une même classe à l'année, partagée avec un autre professeur des écoles stagiaire, en alternance trois semaines/trois semaines.

Les questions posées étaient les suivantes :

- Avez-vous déjà proposé cette année dans votre classe des problèmes nécessitant plusieurs étapes de résolution ?
- Si votre réponse est non, est-ce délibéré (et dans ce cas pour quelles raisons ?), ou en prenez-vous conscience aujourd'hui ?
- Si votre réponse est oui, que vouliez-vous que vos élèves apprennent lors de la résolution de tels problèmes ? Quelles difficultés avez-vous remarquées ?

Les réponses individuelles récoltées nous ont permis de dégager plusieurs éléments :

- A la date du questionnaire (février), 11 PES sur 25 déclarent ne pas avoir encore proposé de problèmes complexes à leurs élèves. Parmi eux :
    - Un PES dit en prendre conscience à cette occasion.
    - Un PES déclare : « mes manuels ne proposent de telles situations que dans les exercices les plus difficiles, que nous ne traitons peu voire pas. »
    - Trois PES évoquent une organisation où l'enseignement du calcul et la résolution de problèmes sont abordés séparément en classe : l'un évoque des difficultés en calcul chez ses élèves, qui ne permettraient pas d'aborder la résolution de problèmes ; deux disent que c'est leur binôme qui prend en charge « les problèmes », tandis qu'eux font du calcul.

- Six PES évoquent une organisation où problèmes basiques et problèmes complexes sont abordés successivement : ils disent ne pas avoir encore proposé assez de problèmes en une étape, ou avoir constaté trop de difficultés sur ces problèmes, pour avoir pu envisager de proposer des problèmes complexes à leurs élèves.

- Les 14 autres étudiants répondent positivement à la première question. On recense alors différentes difficultés et objectifs d'apprentissage :
  - La « compréhension des énoncés » est évoquée à plusieurs reprises ; la nécessité d'identifier des relations entre les différentes données du problème (Houdement, 2017) n'est cependant évoquée explicitement que deux fois (il faut trouver des « liens » entre les nombres, des « correspondances »).
  - Un travail sur le choix des opérations revient fréquemment : le fait que les problèmes complexes sont l'occasion de mettre en évidence que « résoudre un problème, ce n'est pas seulement faire un calcul » semble spontanément identifié par 8 étudiants.
  - Un travail sur la nécessité de définir des étapes pour résoudre le problème est également mentionné par 8 étudiants.

  En revanche, aucun étudiant ne mentionne un travail sur la qualification des résultats intermédiaires (au sens de Houdement (2017), comme illustré par exemple en Figure 1).

2 La résolution de problèmes complexes dans des classes de professeurs des écoles néo-titulaires

Nous avons également proposé un questionnaire à neuf enseignants titulaires débutants première année (T1) et deuxième année (T2) d'une circonscription parisienne. Ce questionnaire, conçu collectivement avec les conseillères pédagogiques de la circonscription, Emilie Dibb et Nicole Matulik, était composé de questions ouvertes portant sur la formation initiale de ces jeunes titulaires, leur pratique de la résolution de problèmes sur les trois premiers mois de l'année scolaire, les ressources utilisées et les besoins qu'ils identifiaient. Il précédait une formation sur la résolution de problèmes. Nous tenons à préciser que ces enseignants n'avaient pas eu connaissance de l'objet de la formation, si ce n'est le fait qu'elle porterait sur les mathématiques. Le questionnaire a été envoyé par courrier électronique en amont et les réponses ont été recueillies lors d'entretiens individuels qui ont duré entre 30 et 45 minutes et qui se sont déroulés en décembre 2020. Nous ne reportons ci-dessous que quelques éléments obtenus lors de ces entretiens qui nous amènent à nouveau à questionner la formation initiale.

Les réponses obtenues montrent tout d'abord une connaissance très partielle des recommandations institutionnelles issues des programmes et des documents d'accompagnement. Ainsi 5 enseignants sur 9 disent ne pas connaitre la circulaire ministérielle[2] de 2018 intitulée *La résolution de problèmes à l'école élémentaire*. Concernant les ressources utilisées lors de la préparation des séances mathématiques, on relève l'utilisation régulière d'un manuel mais sans l'utilisation systématique du guide du maitre associé ; 2 enseignants sur 9 disent ne pas utiliser ou très peu le guide du maitre. Parmi les autres ressources citées, on relève peu ou pas de référence à des ressources connues grâce à la formation initiale. La seule ressource citée comme fréquentée en formation initiale réside dans les ouvrages de la collection ERMEL : 5 enseignants disent utiliser ces ressources en les associant à la formation initiale. Nous observons en revanche le recours privilégié à des ressources transmises par les collègues de l'école pour la préparation des séances de mathématiques en particulier pour le choix du manuel utilisé lors des préparations. Nous

[2] *La résolution de problèmes à l'école élémentaire*, Bulletin officiel spécial n°3 du 5 avril 2018, https://www.education.gouv.fr/bo/18/Special3/MENE1809043N.htm

notons enfin une connaissance au moins partielle de classifications de problèmes (Vergnaud, Houdement) affirmée par les enseignants et mobilisée lors des échanges pendant les entretiens.

IV - CONCLUSION ET PISTES POUR LA FORMATION

Les diagnostics que nous avons effectués nous ont permis d'identifier des difficultés que nous sous-estimions jusqu'alors relativement à la résolution de problèmes de l'école élémentaire : nous en tirons la conclusion que prendre le temps en formation initiale de faire résoudre *individuellement* des problèmes de l'école élémentaire permet de mettre au jour puis de traiter des difficultés, qui, au quotidien, dans l'ordinaire de la classe, peuvent compromettre un enseignement serein de la résolution de problèmes. Plus précisément, nous considérons désormais qu'il peut être utile en formation de prendre le temps de :

- Faire résoudre *individuellement* des problèmes basiques élémentaires relevant des quatre opérations pour s'assurer que la modélisation de ces problèmes ne soit plus une source de difficultés pour les étudiants ou PES, en portant une vigilance particulière pour les problèmes relevant de la division et pour les problèmes relevant de l'addition ou de la soustraction quand la traduction immédiate de l'histoire du problème sous forme d'opération conduit à une opération à trou.
- Faire rédiger une trace écrite pour des problèmes basiques, d'une part pour objectiver une difficulté du métier : ce n'est pas parce qu'un problème est basique que l'enseignement de sa résolution est simple ; d'autre part pour que les étudiants aient l'occasion de s'approprier en formation des traces écrites possibles, mathématiquement correctes, et accessibles aux élèves.
- Faire résoudre et rédiger des traces écrites de problèmes complexes afin d'amener les étudiants ou PES à une meilleure planification des étapes intermédiaires et à une meilleure qualification des résultats intermédiaires (Houdement, 2017) ; demander, lorsque cela est possible, d'envisager deux démarches correctes pour résoudre le problème.

Nous avons par ailleurs identifié dans les réponses aux différents questionnaires que nous avons proposés des éléments déjà recensés dans différents travaux, qui, selon nous, sont en général abordés en formation initiale, mais dont l'appropriation se révèle insuffisante ; dans la suite de notre recherche-action, nous chercherons à identifier des pistes pour favoriser cette appropriation. Ces éléments sont les suivants :

- Les interactions entre apprentissage du calcul et construction du sens des opérations (Butlen et Charles-Pézard, 2007) ;
- La place de la manipulation dans l'accès aux connaissances mathématiques (Eysseric, 2017), et plus généralement la question des aides en résolution de problèmes ;
- Le rôle de l'institutionnalisation dans les apprentissages des élèves, la difficulté que constitue cette tâche pour des enseignants, en particulier débutants, et la nécessaire hiérarchisation des procédures des élèves pour ne pas les cantonner dans des procédures primitives conduisant à une réussite immédiate mais peu robuste pour la suite (Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012) ;
- Les ressources, en particulier le manuel scolaire ou les ressources transmises par des pairs, et leurs usages (Bueno-Ravel et Gueudet, 2014).

Nous avons en fin de communication évoqué trois ressources qui, après quelques expérimentations que nous avons déjà menées et que nous pensons approfondir dans la suite de notre recherche-action, nous paraissent présenter un potentiel pour fournir des supports utiles en formation pour aborder certains des éléments que nous venons de mentionner :

- Une vidéo d'une séance de résolution d'un problème du champ additif : c'est une ressource qui avait été mise à disposition des formateurs par l'IGESR dans le cadre du plan DGESCO de 2018 qui

prévoyait 9 heures de formation pour les enseignants de cycle 2, et qui est disponible par exemple au lien suivant : https://pedagogie-nord.ac-lille.fr/formations/plan-maths/cycle2/#calcul
Nous exploitons cette vidéo en demandant aux étudiants d'anticiper un déroulement de séance fondé sur la liste des problèmes résolus par les élèves dans la séance filmée, avant de confronter les scénarios proposés par les étudiants aux choix faits par les concepteurs de la séance filmée.

- Un énoncé de problème permettant d'amorcer par un scénario par homologie une séance de formation à la résolution de problèmes complexes :

  Trois chameaux forment une caravane.
  Sur chaque chameau, il y a trois paniers.
  Dans chaque panier il y a trois chattes et chaque chatte a trois chatons.
  Combien de pattes y a-t-il en tout dans la caravane ?

  Nous demandons aux étudiants de résoudre ce problème seul, puis en petit groupe, avant d'en présenter une solution à l'ensemble du groupe. Ceci permet de mettre en évidence l'utilité (voire la nécessité) de qualifier les résultats intermédiaires d'une part pour mener à terme la résolution du problème, et d'autre part pour être ensuite en mesure de présenter sa démarche lors de la mise en commun.
- Une vidéo d'une séance de résolution de problème atypique en CE2, mise à disposition en 2016 par la mission mathématiques du Loir-et-Cher : https://www.dailymotion.com/video/x59tzm0
  Pour cette vidéo aussi, nous demandons aux étudiants d'anticiper un déroulement de séance fondé sur la résolution du problème proposé aux élèves pendant la séance filmée, avant de confronter les scénarios proposés par les étudiants aux choix faits par les concepteurs de la séance filmée.

V - BIBLIOGRAPHIE

Butlen, D. et Charles-Pézard, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique. *Grand N* (79), 7-32, IREM de Grenoble.

Bueno-Ravel, L. et Gueudet, G. (2014). Quelles ressources pour les professeurs des écoles et leurs formateurs ? Apports de la recherche en didactique. *Actes du 41e colloque COPIRELEM*, Mont de Marsan.

Catroux, M. (2014). Introduction à la recherche-action : modalités d'une démarche théorique centrée sur la pratique. *Recherche et pratiques pédagogiques en langues de spécialité, Vol. XXI* (n° 3 | 2002), p. 8-20. En ligne (consulté le 26 avril 2021) : http://journals.openedition.org/apliut/4276

Charles-Pézard, M., Butlen, D. et Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Eysseric, P. (2017). Mettre au centre la résolution de problèmes. *Cahiers Pédagogiques* (517).

Gueudet, G. et Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. Gueudet et L. Trouche (éds), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp. 57-73). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N* (100), 59-78, IREM de Grenoble.

Robert, A. (2010). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In F. Vandebrouck (coord), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 59-65). Toulouse : OCTARÈS Éditions (deuxième édition).

VI - ANNEXE 1 : LES PROBLEMES COMPLEXES PROPOSES EN FORMATION INITIALE QUE NOUS CITONS DANS CE TEXTE

Problème 1 - Source : problème de collège proposé dans l'un des dossiers d'une épreuve orale du CAPES (3ème concours) en 2017 (https://capes-math.org/index.php?id=archives)

> Un restaurateur propose en dessert des coupes de glace composées de 3 boules sphériques, de rayon 2,1 cm. Les pots de glace au chocolat ont la forme d'un pavé droit (de dimensions 12 cm, 20 cm et 15 cm) et sont tous pleins, tout comme les pots de glace à la vanille qui eux, sont cylindriques (de hauteur 15 cm et dont la base a pour diamètre 14 cm). Le restaurateur veut préparer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.
>
> 1 – Sachant que le restaurateur doit produire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?
>
> 2 – Aura-t-il suffisamment de glace s'il veut augmenter sa production de coupes de 20% ?

Problème 2 - Source : ERMEL CM1, Hatier

> Pierre collectionne les timbres. Il a 300 timbres. Il les place dans un album.
>
> Sur chaque page, il met 15 timbres. Il a déjà rempli 12 pages.
>
> Combien peut-il encore remplir de pages avec les timbres qui lui restent ?

Problème 3 - Source : problème conçu pour un concours blanc à l'INSPE de Paris

> Un groupe de 12 amis a commandé 16 boites contenant chacune 32 macarons, en prévision d'un séjour d'une semaine. Au cours des 6 premiers jours, ils mangent les trois quarts du nombre de macarons.
> Le 7ème jour, ils mangent les trois quarts du nombre de macarons restants.
> Ils décident ensuite de se partager équitablement les derniers macarons.
> Combien de macarons chacun des amis reçoit-t-il ? Combien de macarons reste-t-il ?

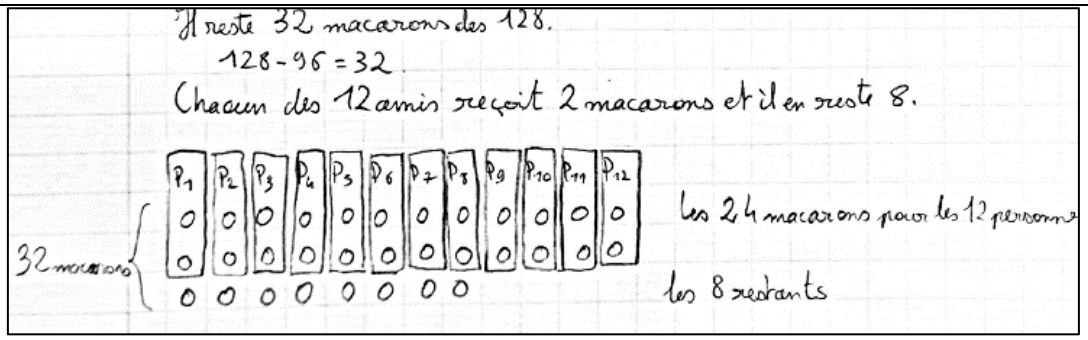
Problème 4 - Source : ERMEL CE2, Hatier

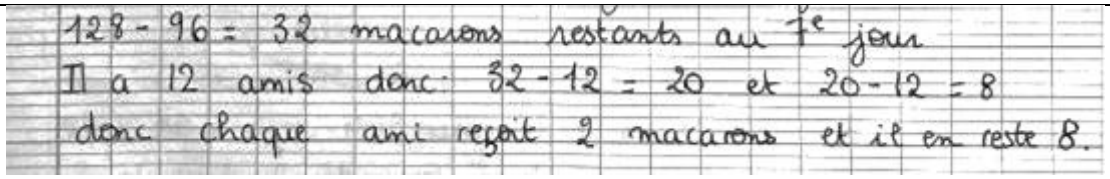
> Dans un supermarché, le magasinier range les bouteilles.
> Il a 16 caisses contenant chacune 10 bouteilles d'eau et 12 caisses contenant chacune 15 bouteilles de jus de fruits.
> Le matin, 40 bouteilles d'eau et 75 bouteilles de jus de fruits sont vendues. L'après-midi, 55 bouteilles d'eau et 50 bouteilles de jus de fruits sont vendues.
> Combien reste-t-il de bouteilles d'eau ?

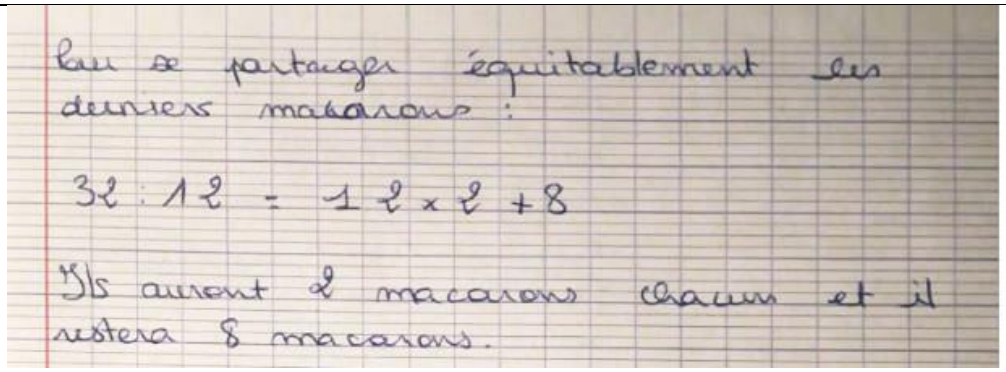
Problème 5 - Source : Brochure *8 séquences pour résoudre des problèmes au cycle 3*, S. Moisan, M.-C. Jollivet, circonscription Angoulême-Sud.

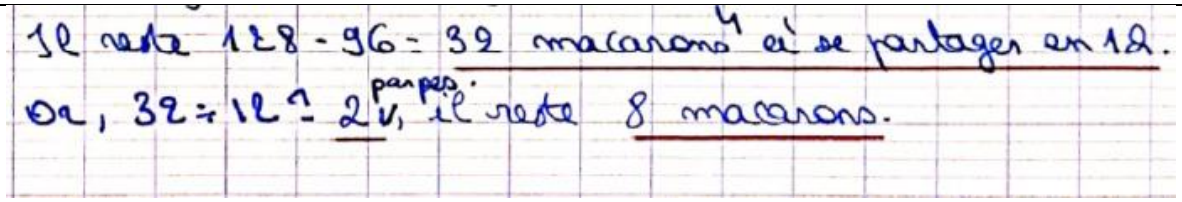
> A l'école de Bonnes les enfants mangent des yaourts chaque midi.
> Les yaourts sont vendus en cartons de 8.
> Cherche combien la cantinière doit commander de cartons chaque semaine pour les enfants qui mangent à la cantine.
> 72 enfants mangent à la cantine chaque jour.

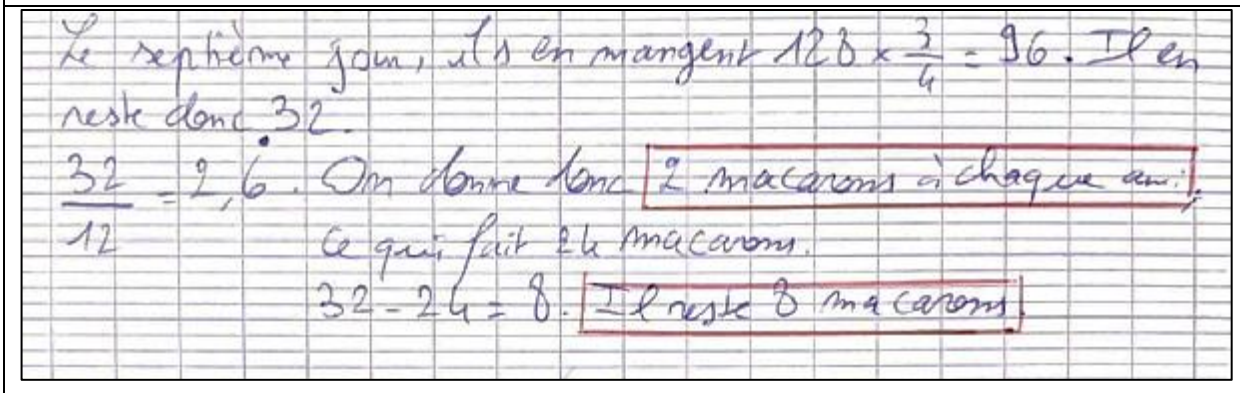
VII - ANNEXE 2 : DES PRODUCTIONS D'ETUDIANTS MONTRANT DES DIFFICULTES POUR RECOURIR EXPLICITEMENT A LA DIVISION







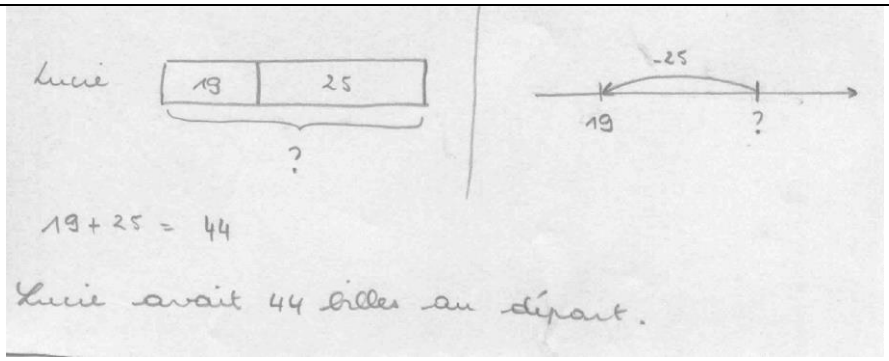


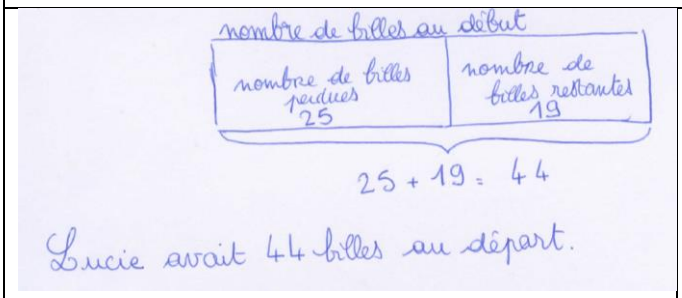


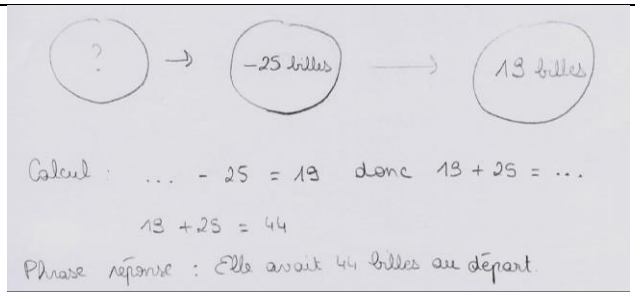
VIII - ANNEXE 3 : DES TRACES ECRITES DE PES POUR UN PROBLEME BASIQUE DU CHAMP ADDITIF

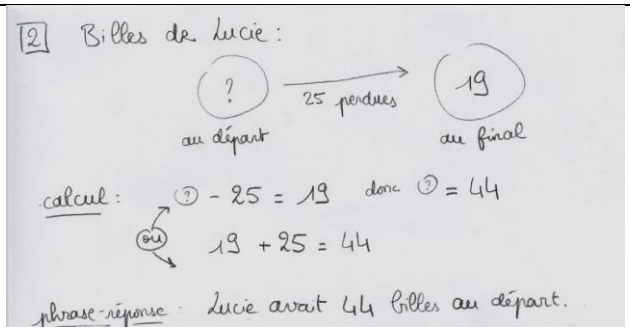
Source : Fichier de résolution de problèmes (CE2) – Méthode Heuristique en Mathématiques
https://methodeheuristique.com/

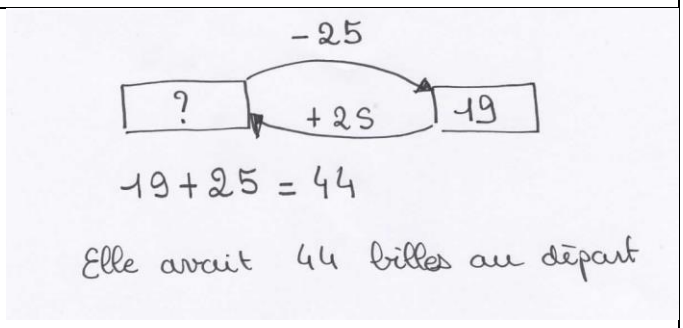
Lucie a joué aux billes avec Marc. Elle a perdu 25 billes. Maintenant, il lui reste 19 billes. Combien de billes avait-elle au départ ?

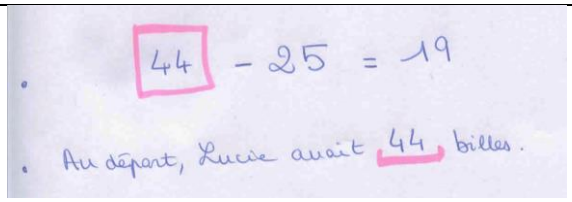


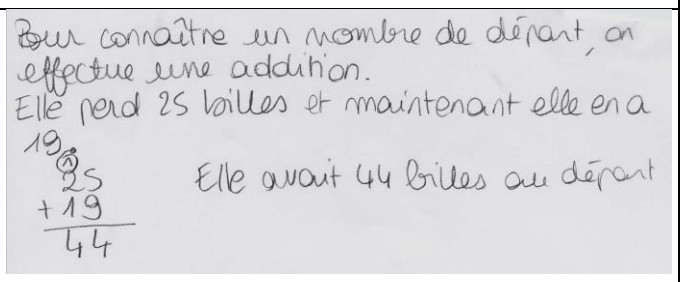






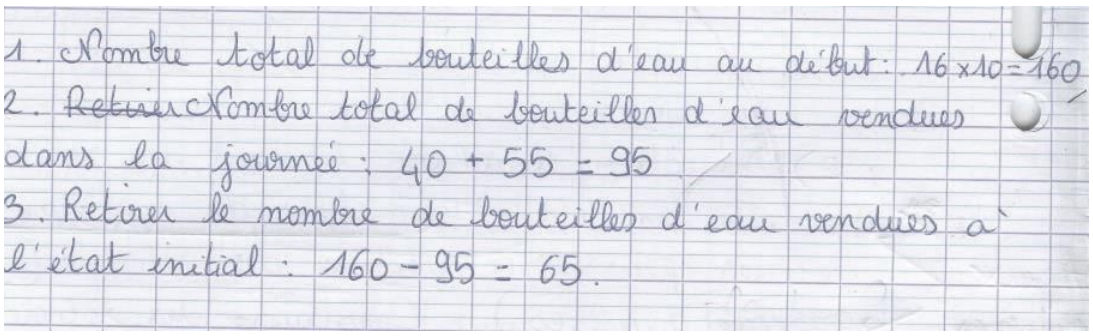




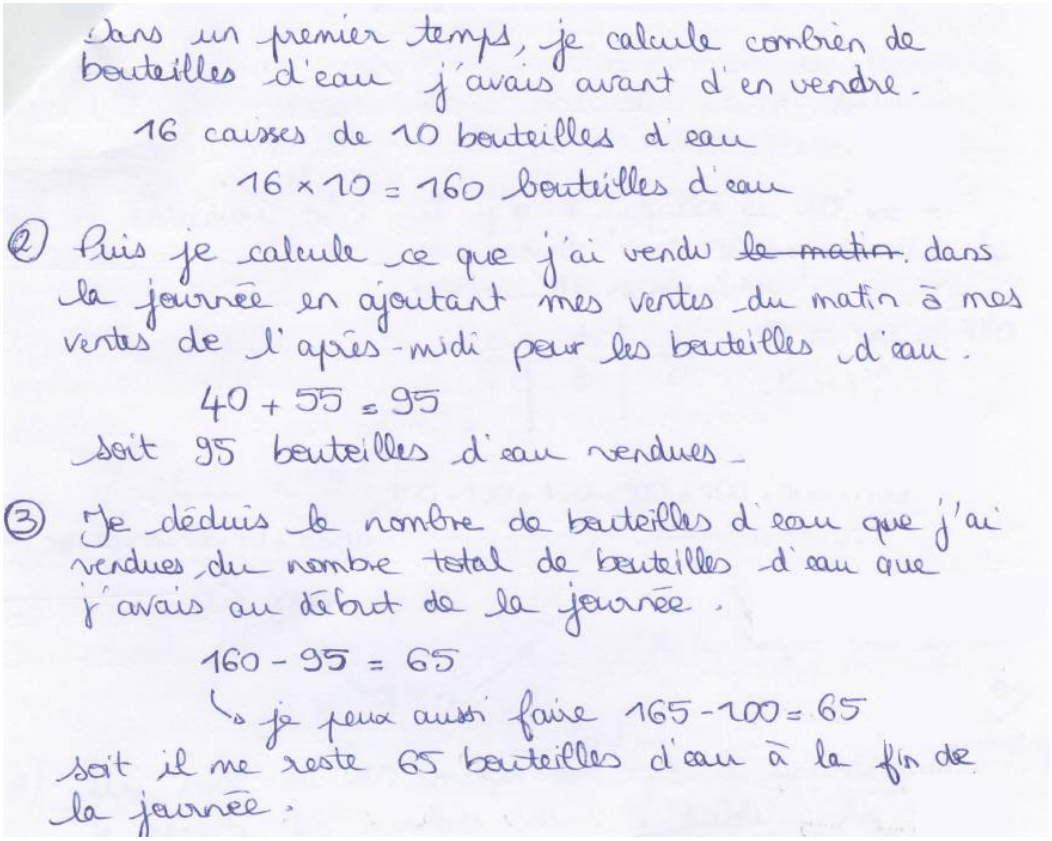


IX - ANNEXE 4 : DES TRACES ECRITES DE PES POUR LA RESOLUTION D'UN PROBLEME COMPLEXE DE CE2

Production 1


1. Nombre total de bouteilles d'eau au début : 16 x 10 = 160
2. Retirer Nombre total de bouteilles d'eau vendues dans la journée : 40 + 55 = 95
3. Retirer le nombre de bouteilles d'eau vendues à l'état initial : 160 - 95 = 65.

Production 2


Dans un premier temps, je calcule combien de bouteilles d'eau j'avais avant d'en vendre.

16 caisses de 10 bouteilles d'eau

16 x 10 = 160 bouteilles d'eau

② Puis je calcule ce que j'ai vendu ~~le matin~~ dans la journée en ajoutant mes ventes du matin à mes ventes de l'après-midi pour les bouteilles d'eau.

40 + 55 = 95

soit 95 bouteilles d'eau vendues.

③ Je déduis le nombre de bouteilles d'eau que j'ai vendues du nombre total de bouteilles d'eau que j'avais au début de la journée.

160 - 95 = 65

↳ je peux aussi faire 165 - 100 = 65

soit il ne reste 65 bouteilles d'eau à la fin de la journée.

APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES AU CP ET AU CE1

Henri-Claude ARGAUD
Equipe ERMEL, Ifé – ENS Lyon

hargaud@gmail.com

Jacques DOUAIRE
Equipe ERMEL, Ifé – ENS Lyon

Jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
Formateur en INSPE, Université de REIMS
CEREP EA 4692 – équipe ERMEL

Fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé
L'équipe ERMEL a mené une recherche sur les apprentissages géométriques et la résolution de problèmes spatiaux et géométriques de la GS au CE1. Cette recherche a conduit à analyser les potentialités des élèves, à expérimenter des problèmes susceptibles de développer leurs connaissances, à élaborer des dispositifs complets d'enseignement sur ce champ. Nous allons présenter les résultats de cette recherche ainsi que les questions de la mise en œuvre des activités proposées, des gestes professionnels nécessaires, qui sont publiés dans l'ouvrage ERMEL Géométrie (Douaire & al. 2020) à destination des enseignants et des formateurs.

I - PRÉSENTATION DE LA RECHERCHE DE L'ÉQUIPE ERMEL SUR LES APPRENTISSAGES SPATIAUX ET GÉOMÉTRIQUES DE LA GS AU CE1

La recherche de l'équipe ERMEL (IFé-ENS-Lyon) sur les apprentissages spatiaux et les apprentissages géométriques de la Grande Section au CE1 poursuit deux buts

- D'une part, analyser les problématiques d'enseignement en prenant en compte les besoins des enseignants, en identifiant les composantes des apprentissages visés et en précisant les connaissances dont les élèves disposent initialement. Nous avions donc à expliciter des hypothèses sur les apprentissages, à construire et expérimenter des situations qui garantissent leur acquisition ainsi qu'à élaborer des progressions qui prennent en compte l'intégralité du programme. Les résultats de ces expérimentations, menées dans de nombreuses classes durant plusieurs années, nous ont conduit à remettre en cause des choix qui fondaient certains apprentissages mais aussi à modifier des progressions et des situations.

- D'autre part, produire des ressources pour les enseignants et les formateurs, leur proposant une vision cohérente des apprentissages spatiaux et géométriques tant au niveau des contenus abordés ou du rapport des élèves aux mathématiques que de l'ensemble des tâches que l'enseignant a à conduire.

1 Origine de la recherche

Cette recherche a plusieurs origines. Il y a d'abord les constats fréquemment formulés par des enseignants qu'ils ne disposent pas suffisamment de problèmes dans la résolution desquels les élèves s'investissent et que les activités sont un peu répétitives d'une année sur l'autre en début d'école élémentaire. Par ailleurs nous percevions une forte différence par rapport à des problématiques d'enseignement dans le domaine numérique : la réflexion sur les apprentissages proposés à cet âge, tant pour l'acquisition du nombre et de la numération que pour le calcul et la résolution des problèmes additifs, s'appuie en effet sur de nombreux travaux en didactique des mathématiques. Mais, pour les apprentissages géométriques à ces niveaux, les analyses analogues permettant de prendre en compte les différents aspects d'un concept ou l'état des connaissances des élèves restent plus rares.

Dans une recherche précédente de l'équipe ERMEL (Ifé) sur les apprentissages géométriques et la résolution de problèmes du CE2 au CM2, nous avions développé une progression privilégiant pour le CE2 et le CM1 une entrée dans les apprentissages par celui des relations (alignement, parallélisme, perpendicularité, distance, symétrie…) puis développant une synthèse sur les propriétés des objets au CM2. Cette approche, propose la résolution de problèmes spatiaux et géométriques dans le méso-espace, le micro-espace (Berthelot et Salin 1992) et notamment dans l'espace graphique ainsi que dans celui associé à l'usage de logiciels de géométrie dynamique (qui peut simuler les conditions des autres types d'espace comme le méso espace par exemple). Ce choix d'enseignement structuré en premier autour des relations permettait aussi de décentrer les enseignants d'un discours sur les figures géométriques, limité parfois à leur description ou à l'énoncé de leurs propriétés, pour privilégier la résolution de problèmes grâce auxquels les enseignants pouvaient identifier les connaissances que les élèves étaient réellement capables de mettre en œuvre.

Cette structuration autour des relations donnait une cohérence d'ensemble à des apprentissages, afin de, par exemple, expliciter les relations entre les objets du plan et ceux de l'espace, le rôle des problèmes dans ces apprentissages, l'importance des phases de mises en commun …, cohérence dont nous avons, dans une certaine mesure, hérité pour notre recherche sur les apprentissages géométriques de la GS au CE1.

2 Présentation de la communication

Cette communication, en continuité avec les précédentes à la COPIRELEM, propose une explicitation des connaissances en jeu dans la résolution de problèmes en rapport avec les savoirs géométriques et du choix de la progression, en particulier pour l'étude des figures planes et celle des solides.

Nous analyserons successivement les situations « Identifier les solides » proposée au CP et « Carré et quasi-carrés », qui est la seule situation de notre progression proposée à la fois au CP et au CE1 avec des variantes selon ces niveaux. Nous y expliciterons une analyse des connaissances des élèves et des problèmes proposés ainsi que l'évolution des questions de recherche. Ensuite nous présenterons des éléments de synthèse sur la progression sur le thème des objets de l'espace et du plan. Dans notre ressource nous aborderons aussi la prise en compte des gestes professionnels de l'enseignant ainsi que la mise en œuvre de situations.

II - L'ÉVOLUTION DES CRITÈRES DE COMPARAISON DES SOLIDES

1 Constats et hypothèses

Avant les premiers apprentissages scolaires, les élèves de ces niveaux ont des connaissances initiales sur les objets, acquises grâce à leur perception (visuelle, tactile). Nous pensons qu'il est approprié de permettre aux élèves de les mobiliser pour résoudre les problèmes, en même temps que de les faire évoluer principalement :

- en les réutilisant dans des problèmes divers (autres contextes),
- en les explicitant dans des formes langagières adaptées à leur âge et en les décontextualisant peu à peu.

Les connaissances que les élèves ont alors acquises ont pour fondement des expériences variées de l'espace et des objets et constituent des outils pour la résolution des problèmes. Elles ne sont pas seulement des connaissances résultant de la fréquentation des objets de l'espace graphique.

Depuis l'école maternelle les objets de l'espace et du plan sont familiers aux élèves et leur reconnaissance est, en grande partie, fondée sur la perception visuelle de leur forme générale, avec, en conséquence, des confusions possibles entre objets voisins (un rectangle dont la longueur et la largeur sont proches étant souvent qualifié de carré par les élèves au début de l'école élémentaire). Pour que la connaissance des propriétés des figures et des solides ne se réduise pas à leur énoncé, formulé parfois sur commande de l'enseignant, elles doivent apparaitre aux élèves comme des nécessités et non comme des conventions. Sans revenir cette fois sur l'historique de notre recherche, citons trois des hypothèses principales auxquelles elle a abouti.

La première hypothèse, qui ne nous est pas spécifique, est que l'étude des solides et celle des figures (carré, rectangle, losange) sont en interaction : la reconnaissance des solides conduit à identifier leurs faces et l'analyse des figures planes permet en retour d'approfondir la connaissance des solides.

La deuxième hypothèse est que, pour dépasser les ambiguïtés de la perception, il est préférable de faire émerger les propriétés nécessaires à la distinction d'objets voisins du plan ou de l'espace par les élèves eux-mêmes dans la résolution de problèmes de comparaison, plutôt que de constituer a priori une classification autour d'objets perceptivement différents. L'évolution de ces critères de jugement étant, ici aussi, un but de l'apprentissage.

La troisième hypothèse est que les gestes avec les objets de l'espace ou du plan (« faire glisser », « tourner », « retourner » …), mis en œuvre par les élèves depuis l'école maternelle, communs à la résolution de divers problèmes, sont des actions finalisées dont l'élève peut constater la réussite ou l'échec. Ils sont porteurs de relations géométriques et constituent des procédures qui doivent pouvoir être explicitées et dont les effets sont analysés dans les situations.

2 Situation « Identifier un solide »

Les hypothèses fondant cet apprentissage sont celles exposées précédemment.

Les solides sont indifférenciés du point de vue du matériau (même matière et même couleur). Tous sauf deux sont des polyèdres (composés uniquement de faces planes) ; le cône et le cylindre, dans une certaine mesure, font figure d'intrus. Les polyèdres sont constitués en deux familles : les prismes et les pyramides. La connaissance de ces termes n'est ni un préalable ni un objectif.

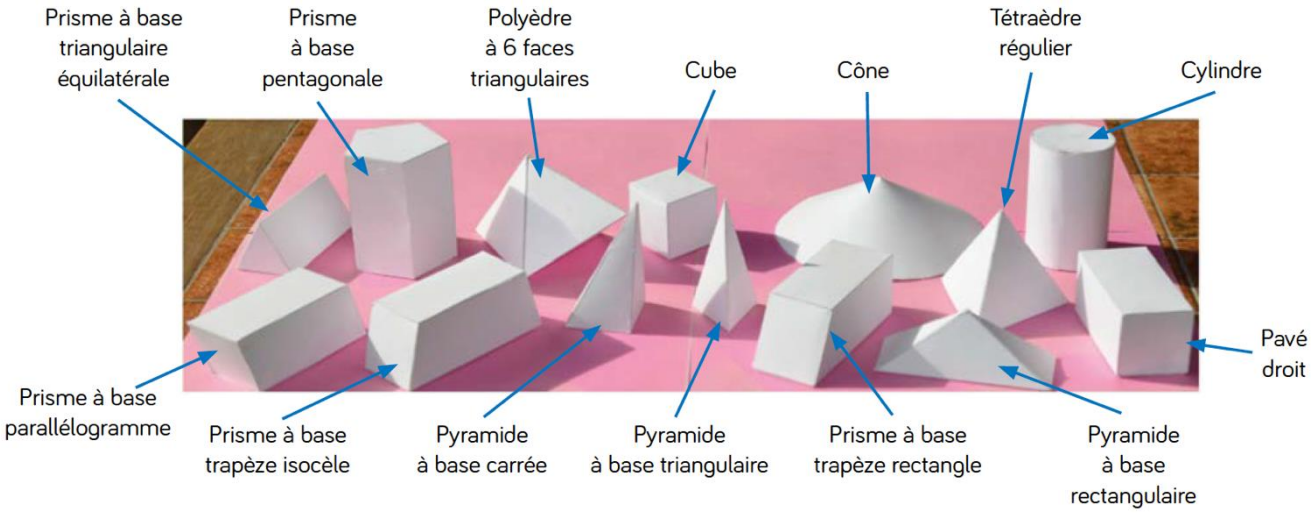


Figure 1. *Le lot de solides*

Deux problèmes successifs sont posés aux élèves. Pour ces deux problèmes les élèves vont faire une première sélection d'objets pour constituer des familles, par exemple en isolant des prismes (Figure 1), de façon à mener une recherche plus fine. Ces familles présentent des caractéristiques vraiment différentes mais contiennent chacune des objets perceptivement voisins.

Dans le premier problème les élèves ont à retrouver dans une collection (figure 1) un objet qu'ils ont vu et dans le second un objet qui était caché dans un sac qu'ils ne pouvaient examiner qu'avec leurs mains.

Pour le deuxième problème (identifier un solide après l'avoir touché) l'enseignant précise : « Je vais aller cacher un solide dans un sac.… le même pour chaque équipe. Vous aurez le droit de toucher le solide mais sans le regarder. Il faudra donc discuter avec son co-équipier pour dire ce que l'on sent… Et après je remettrai le solide que j'ai caché sur le plateau, et vous, vous devrez dire quel est le solide caché… ». Ce problème est proposé successivement pour plusieurs solides (tétraèdre régulier - prisme à base trapèze isocèle, prisme à base pentagonale). Chaque recherche est individuelle puis les élèves échangent par groupe avant une mise en commun.

Lors des échanges par groupe, les élèves vont constituer des familles, par exemple en isolant des prismes (figure 2), de façon à mener une recherche plus fine ».



Figure 2. *Regroupement des solides*

Ensuite ils vont aller au-delà des questions de ressemblances, en comparant par exemple : « Là c'était penché." (figure 3) et "Là ce n'était pas penché. " (figure 4).



Figure 3. *Geste associé aux formulations*



Figure 4. *Autre geste associé aux formulations*

Comme nous le voyons sur ces photos, les critères de reconnaissance portant sur les sommets ou les faces et leur nombre peuvent être accompagnés de gestes. Les élèves traduisent par exemple la forme du solide avec leurs mains pour indiquer une pyramide plus « ramassée ».

Cette situation permet une évolution des critères de comparaison qui passent successivement par des arguments privilégiant principalement :

- une perception globale : la forme est exprimée par une ressemblance avec un objet familier : « Elle a la forme d'une pizza. » ;
- la formulation d'une caractéristique spatiale locale qui permet la comparaison de deux solides « Là c'est plat, là c'est pointu. » (pyramide à base carrée), ou comme sur les images ci-dessus : « Là c'est plat… là c'est penché. » ;
- une analyse locale en des termes géométriques : « Là il y a 3 faces, là il y en a 4. » ;
- une analyse complète des caractéristiques géométriques : dénombrement des faces et des sommets et parfois des arêtes, caractéristiques des faces…

En fin de séance une synthèse permet d'expliciter cette évolution de critères : « Qu'est-ce qu'il faut dire à son co-équipier pour qu'il trouve ce solide du premier coup ? » On obtient des formulations du type : « Il a 5 faces. », « Il ne faut pas oublier la face de dessous quand il est posé dessus. », « Il a 5 sommets. », « Il a 8 arêtes. », « Il a 4 faces triangles et 1 face carrée. », « Quand on le pose sur la face carrée, il a une arête droite et d'autres arêtes penchées. », « C'est une pyramide. ».



Figure 5. *Geste pour indiquer une pointe*

III - UN APPRENTISSAGE DES FIGURES PLANES :

1 Constats et hypothèses

Les carrés, les rectangles et les losanges ont été rencontrés par les élèves depuis la maternelle. Mais, s'ils les reconnaissent, c'est parfois davantage selon leur forme générale ou leur position sur la feuille que selon des propriétés géométriques (un rectangle dont la longueur et la largeur sont proches pourra être appelé « carré », un carré « sur la pointe » sera identifié comme un losange). Aux trois hypothèses citées plus haut :

1- interaction de l'étude des solides et celle des figures ;
2- émergence des propriétés par la nécessité de distinguer des objets voisins pour dépasser les ambiguïtés de la perception plutôt que la constitution *a priori* d'une classification ;
3- importance des gestes ;

s'ajoute une quatrième : l'apprentissage des figures doit s'appuyer, non seulement sur la construction progressive de leurs propriétés géométriques, mais aussi sur l'analyse par l'élève de ses tracés et des causes de leurs imperfections ou erreurs éventuelles.

2 Situation « Carré et quasi-carrés »

Cette situation est la seule qui est proposée à la fois au CP et au CE1 (à la fin du 2ème trimestre, avec des variantes toutefois selon le niveau). Le matériel est constitué de quatre types de quadrilatères : des carrés de côté 4 cm, des losanges de côté 4 cm (et dont le déport de l'inclinaison est de 2 mm) ainsi que de deux types de rectangles : des « petits » rectangles 4x3,7 cm et des « grands » rectangles 4x4,3 cm (figure 6).

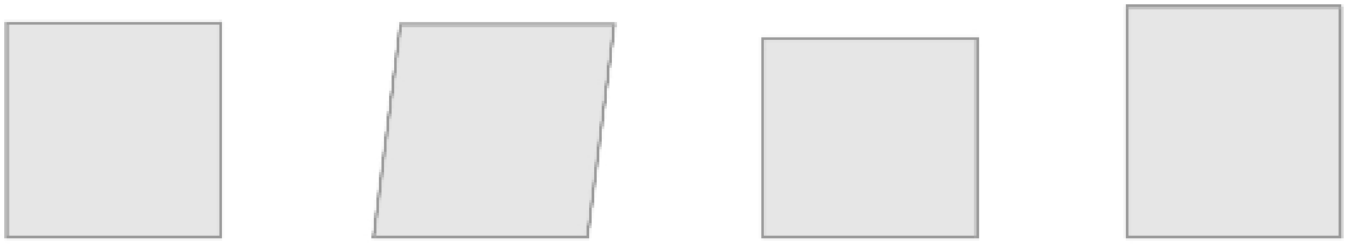


Figure 6. *Carré, losange et rectangles*

Les expérimentations ont montré que ces pièces sont trop voisines pour être distinguées deux à deux par des élèves de CP ou de CE1. L'hypothèse est que grâce à l'assemblage de ces formes différentes, les caractéristiques du carré, du losange et du rectangle vont pouvoir être identifiées. La situation comporte trois phases et associe les anticipations des actions sur les objets et le tracé de figures (carrés) :

- phase 1 : identifier les différences entre carré et losange ;
- phase 2 : identifier les différences entre carré et rectangle ;
- phase 3 : mettre en œuvre les propriétés du carré par son tracé.

3 Phase 1 : distinction carrée et losange

Le principe de cette situation est de mettre en échec des constats basés sur la perception (les pièces sont assez voisines pour que leurs différences d'angles puissent, pour beaucoup élèves, passer pour des imprécisions de découpage).

Dans un premier problème les élèves, par binôme, ont à produire un assemblage de quatre pièces, carrés ou losanges, (figure 7) parmi un lot de huit (quatre carrés et quatre losanges) puis à en garder la trace en en dessinant le contour (figure 8).

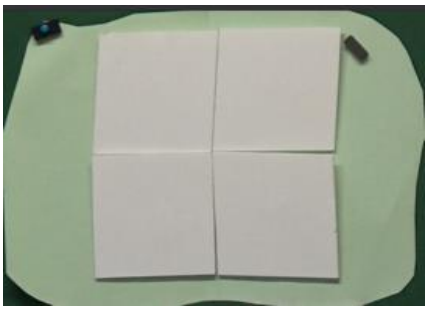


Figure 7. *Assemblage et support*



Figure 8. *Un tracé d'assemblage*

Dans un deuxième problème les élèves doivent chercher un assemblage avec trois carrés et un losange. Après plusieurs tentatives, ils constatent l'impossibilité d'en produire un. De nombreux élèves découvrent alors que les angles de ces losanges ne sont pas les mêmes, qu'ils diffèrent de ceux du carré et que, quand on « tourne » un carré, l'assemblage ne change pas, alors qu'avec le losange il se forme un trou ou une superposition.

4 Phase 2 : distinction carrée et rectangle

Pour amener les élèves à formuler des critères permettant de distinguer carré et rectangle, nous avions envisagé, dans une première expérimentation, le même dispositif (voir figure) mais nous avons constaté que les élèves considéraient les légères différences de dimensions comme liées à des imperfections des découpages.



Figure 9 *Assemblage de carrés et de rectangles*

Aussi nous avons élaboré une autre remise en cause des insuffisances de la perception basée sur un problème d'assemblage de longueurs.

Dans ce problème les élèves disposent :

- au CP de deux carrés, un « petit » rectangle, un « grand » rectangle ;
- Au CE1 de trois carrés, deux « petits » rectangles, deux « grands » rectangles.

Ils doivent aligner ces figures sur le bord replié d'une feuille en les calant, sans laisser d'espace pour produire un assemblage le plus long possible.

Lors de la mise en commun chaque binôme vient montrer sa proposition (avec des pièces agrandies 3 fois), en marquant, comme sur sa feuille, sa solution par un trait (figure 10).



Figure 10. *Un assemblage de carrés et rectangles*

Lors des mises en commun, les élèves sont donc conduits à exprimer des constats et des hypothèses sur la façon de produire la bande la plus longue (ou la plus courte possible) en relation avec les effets de leurs

actions sur les pièces : « Quand on le tourne, ça fait plus grand ; ça rallonge. » et leurs causes : « Il y a un côté où c'est long et un côté où c'est court. ».

Certains découvrent alors et formulent ce qui différencie un carré d'un rectangle : « Si on les tourne, (les carrés) ça fait toujours pareil. », « Le carré, ce n'est pas comme le rectangle, ça ne rallonge pas la ligne. », « Ils ont des côtés tous de la même taille. ». Cela permet d'expliciter que les côtés du carré sont de longueur égale et aussi, pour certains élèves du CP, de comprendre que l'ordre des pièces - orientées de façon identique - ne modifie pas la longueur de l'assemblage… À l'évidence, les élèves identifient des critères différenciant les figures à partir des actions qu'ils mènent. Ces connaissances servent de point d'appui à des connaissances à venir plus « géométriques » car moins contextualisées.

5 Phase 3 : construction d'un carré

Les élèves ont à terminer le tracé d'un carré dont seul un côté est tracé, à l'aide d'une réglette rectangulaire non graduée dont la longueur (10 cm) mesure le côté du carré, ce qui décharge les élèves de la mesure de longueur. De nombreux élèves, même au CE1, placent approximativement un côté de la réglette, au jugé, dans le prolongement du trait déjà tracé et non le long du trait lui-même (les angles ne sont donc pas droits). La mise en commun permet d'analyser cette erreur, par la vérification des angles droits avec la réglette, mais aussi de distinguer cette erreur de simples maladresses de tracé. La reprise d'un nouveau tracé permet l'amélioration du positionnement de la réglette et précède une institutionnalisation des propriétés du carré qui ont été formulées dans les mises en commun des phases précédentes : un carré à quatre côtés égaux (de même longueur) et quatre angles droits.

IV - ÉLÉMENTS DE SYNTHÈSE

1 La progression sur les objets de l'espace et du plan

Le tableau (figure 11) présente chronologiquement l'ensemble des huit situations du thème « Objets de l'espace et du plan », quatre relatives aux objets de l'espace (en noir, correspondant aux deux premières et deux dernières lignes) et quatre à ceux du plan (en bleu, les quatre lignes centrales).

Situation	Niveau/ Période	Problème	Notions institutionnalisées	Notions sollicitées
EMPREINTES	CP Période 1	Associer un solide à ses faces	Ensemble des faces d'un solide	Carrés, Rectangle Trapèze
IDENTIFIER UN SOLIDE	CP Période 2	Caractériser un solide par ses faces	Sommet, face, côté	Pyramides Prismes…
IDENTIFIER UNE FORME	CP Période 3	Caractériser une forme par ses côtés	Côtés droits, nombre de côtés d'un polygone	Triangles , Carrés, Rectangles Trapèze Polygones…
CARRÉ ET QUASI-CARRÉS	CP Période 5 CE1 Période 2	Distinguer le carré des quadrilatères proches Tracer des angles droits	Propriétés du carré Tracer des angles droits	Carrés, Rectangle Losange
PLIAGE ET SYMÉTRIE	CE1 Période 2	Identifier des figures symétriques par le tracé des axes	Figure symétrique Axe de symétrie	Milieu
FIGURES COURBES	CE1 Période 4	Analyser une figure	Cercle comme figure à courbure constante	Précision d'un tracé
CUBE ET QUASI- CUBES	CE1 Période 4	Distinguer le cube de solides proches	Propriétés du cube	Cube, Carré, Rectangle
EMBALLER UN SOLIDE	CE1 Période 5	Associer des faces à un solide	Enveloppe d'un solide	Cube, Pavé droit Prisme droit

Figure 11. *Progression des activités du thème « Les objets de l'espace et du plan »*

2 L'appropriation par la ressource des résultats de la recherche

La fiabilité de nos propositions d'enseignement dépend donc aussi de la possibilité pour les enseignants de se les approprier et de les mettre en œuvre. Elle suppose donc que les décisions de l'enseignant soient explicitées et que celui-ci dispose d'une progression justifiée par les expérimentations. Notre ressource comporte une description détaillée de situations et des réponses à des questions sur les apprentissages et l'enseignement que l'enseignant peut se poser après la mise en œuvre de ces situations. Elle présente aussi des activités d'entrainement, de stabilisation des connaissances et des éclairages complémentaires sur les savoirs et les processus d'apprentissage ou les choix d'enseignement.

Cette appropriation est favorisée par cinq caractéristiques :

1. La robustesse des situations : elle est fondée sur des résultats expérimentaux dans la mesure où nous sommes capables de garantir que les procédures décrites sont celles que les enseignants vont voir apparaître.
2. L'analyse des connaissances initiales des élèves : elle permet aux enseignants d'anticiper les procédures, les difficultés, les évolutions et ainsi de développer un regard curieux sur les potentialités de l'élève et sur son activité mathématique.
3. La description précise des interventions de l'enseignant aux différents moments de chaque situation : formulation de la consigne, accompagnement dans la recherche, gestion des échanges et finalités des mises en commun… apportant ainsi des indications sur les gestes professionnels qui assurent le bon déroulement de la situation et permettant de cette façon aux enseignants d'anticiper leurs décisions (voir Annexe 1).

4. La mise à disposition de l'ensemble du matériel (voir Annexe 2) : pour essayer de limiter au minimum la charge de travail de l'enseignant par rapport à la charge la préparation matérielle.
5. La mise à disposition de l'enseignant d'outils d'analyse de sa pratique et l'explicitation des enjeux didactiques sous forme de questions destinées aux enseignants et aux formateurs : pour faire de cet outil un outil de formation

3 La ressource

La publication « ERMEL Géométrie CP-CE1 » présente donc l'ensemble des résultats de la recherche, concernant l'intégralité des apprentissages spatiaux et géométriques structurés en trois thèmes :

1. thème 1 : tracés et usage de traits droits (quatre situations).
2. thème 2 : objets de l'espace et du plan, dont la progression est présentée à la figure 11.
3. thème 3 : repérages (trois situations).

Chaque situation est accompagnée d'une « Question sur », décrivant le plus souvent la variété des procédures, la gestion des échanges et, dans tous les cas, la contribution de la situation par rapport aux apprentissages visés. Chacun des thèmes est accompagné d'un éclairage spécifique des enjeux de son enseignement. Les principaux résultats de la recherche sont explicités en fin d'ouvrage, sous forme de réponses à des questions que peut se poser un enseignant ou un formateur.

Les pages de présentation de l'ouvrage, ainsi que la première situation du thème 1 (RAYURES) et la question sur « Les enjeux de la situation Rayures » sont consultables à l'adresse suivante :

https://www.editions-hatier.fr/flip/flex/97822189988120?token=43e51085ff6aa79737712bc4507c88eb

4 Les dispositifs

L'explicitation d'outils d'analyse, la formulation d'hypothèses et leur mise à l'épreuve, constituent des composantes de nos recherches présentes dans ces ressources. Le descriptif ci-dessous (ici la situation « PLIAGE ET SYMÉTRIE » du thème 2) comporte :

- un lien pour télécharger les documents numériques nécessaires à la situation ;
- un résumé du problème posé, des connaissances initiales et visées et de l'organisation possible en classe ;
- un descriptif détaillé, pour chacune des phases, du déroulement des activités, des consignes, des fonctions (présentation, recherche, mise en commun…) et des formes de travail (1ère colonne) ;
- des commentaires didactiques et pédagogiques présentant les productions observées et les choix possibles de l'enseignant (2nde colonne).

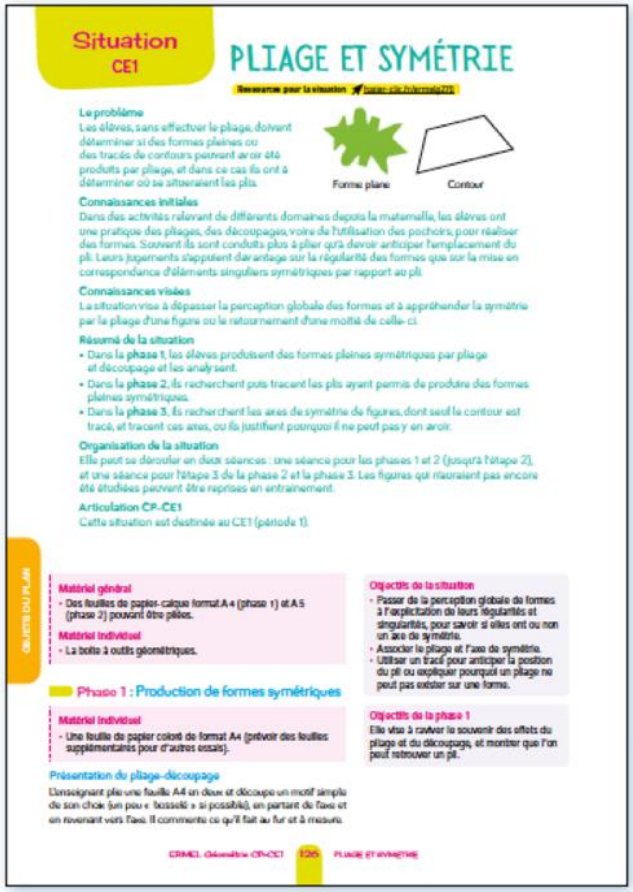


Figure 12. *Exemple de 1ère page d'une situation*

V - BIBLIOGRAPHIE

Berthelot, R., & Salin, M. H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire* (Thèse de doctorat, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I)

Coutat-Gousseau, S., & Vendeira-Marechal, C. (2019). Reconnaissance de formes à l'école maternelle, un point de vue didactique et psychologique. In Coppé, S., Roditi,E.et al. (Ed.), *Nouvelles perspectives en didactique : Géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques.* (pp. 283-300). Grenoble : La pensée sauvage.

Douaire, J., Argaud, H.-C., Emprin, F., Frémin, M. (2020). *ERMEL géométrie CP-CE1*, Hatier

ERMEL (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes en CE2-CM1-CM2* , Hatier

Houdement, C. (2019). Le spatial et la géométrique : le yin et le yang de l'enseignement de la géométrie. (S. Coppé, E. Roditi, et al. coord.). *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques - XIXe école d'été de didactique des mathématiques 2017, Vol.1*, La pensée sauvage, éditions., pp.19-45. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03201021/document

Mazeau, M., Pouhet, A. (2014). *Neuropsychologie et troubles des apprentissages chez l'enfant : du développement typique aux dys,* Elsevier Masson

Perrin-Glorian, M.-J., Salin M.-H. (2009). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* Didactique de la géométrie Peut-on commencer à faire le point ?, pp.47-81 https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAR/AAR10003/AAR10003.pdf

Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A-C. et Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments , *Repères-IREM*, *vol 90*, pp.5-41

Petitfour, E. (2017), Enseignement de la géométrie à la fin du cycle 3 – Proposition d'un dispositif de travail en dyade, *Petit x, vol.103*, Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, Grenoble, https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02268417/document

Rabardel, P. (1995). Qu'est-ce qu'un instrument *? Les dossiers de l'ingénierie éducative, vol. 19*, pp.61-65

VI - ANNEXE 1 : DISPOSITIFS D'ACCOMPAGNEMENT

1 Matériel prêt à être fabriqué :

Une pochette de matériel est disponible. Elle contient tous les patrons prédécoupés et toutes les formes utilisées dans les situations.

2 A télécharger sur https://www.hatier-clic.fr/2512565

Les enseignants disposent de tous les patrons de solides téléchargeables au format PDF.

Les fichiers pour impression 3D sont aussi mis à disposition. Les enseignants peuvent par exemple se rapprocher d'un fablab pour faire imprimer ou imprimer eux-mêmes les solides.

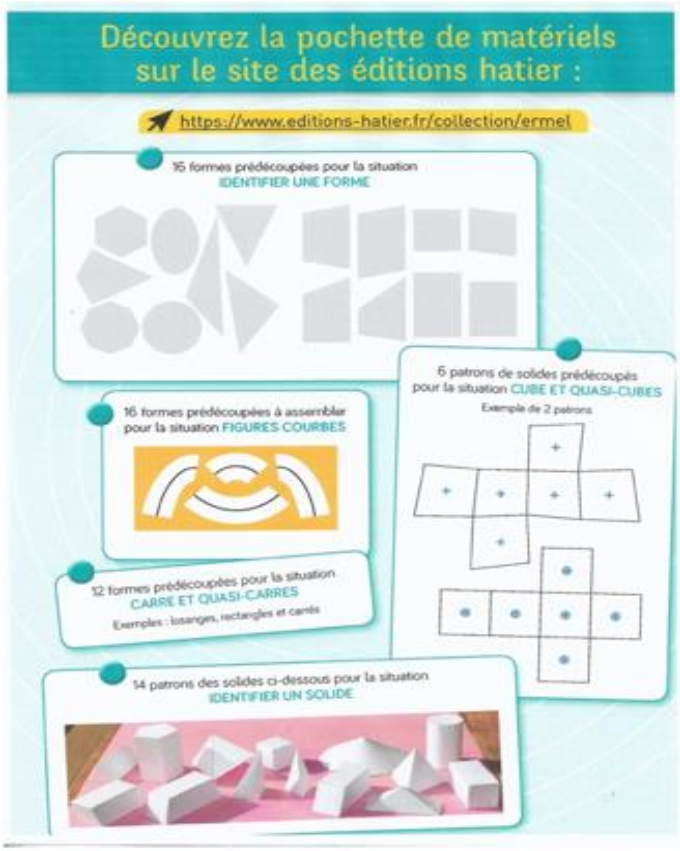


Figure 13. *Présentation du matériel*

PRESENTATION D'UN SCENARIO DE PASSATIONS DE SEANCES ENTRE ENSEIGNANTS DEBUTANTS

Stéphane GINOUILLAC
Enseignant-chercheur, Université de Versailles Saint-Quentin
Laboratoire Mathématiques de Versailles (LMV)
Stephane.Ginouillac@uvsq.fr

Résumé
Nous présentons un scénario de formation qui s'appuie sur des passations de séances entre pairs en formation initiale. Ce scénario complète un panorama élaboré par la COPIRELEM. Il a été mis en œuvre pendant 4 ans auprès de groupes d'enseignants débutants de l'académie de Versailles. Il repose sur une mise en situation professionnelle et vise à amener une partie des pratiques émergentes des enseignants débutants dans la formation pour en permettre une analyse. Par groupes de 3 ou 4, les formés doivent analyser puis préparer une situation mathématique choisie par le formateur, pour la faire vivre à leurs collègues. Chaque passation est suivie d'une analyse collective visant à analyser les choix réalisés et les effets produits. Ces passations engagent de nombreux gestes professionnels qui peuvent être analysés : choix de contenus, de gestion, de formulations, gestion de phases de recherche, des mises en commun, gestion de l'hétérogénéité, choix des aides et relances, élaboration de bilans et synthèses en temps réel, etc. Ce scénario conduit à travailler et analyser de nombreux enjeux professionnels qui entrent en interaction : analyser une ressource, préparer une séance, gérer la mise en œuvre effective, gérer des imprévus, adapter sa préparation en temps réel.

I - INTRODUCTION

L'un des objectifs que s'est donnés la COPIRELEM consiste à décrire et analyser des scénarios de formation. Dans un document-ressource pour la formation (COPIRELEM, 2019), elle présente un cadre d'analyse de situations de formation, qu'elle mobilise pour décrire et analyser plusieurs types de scénarios de différentes natures : reposant sur des stratégies d'homologie-transposition, sur des études de manuels, des comparaisons d'environnements et d'artefacts, des jeux de rôles, etc. Ces analyses contribuent à dresser un panorama et une typologie de scénarios de formation existants. D'autres dispositifs ou scénarios, tels que ceux de type *Lesson study* (Clivaz et Takahashi, 2019) par exemple, ont également été décrits et analysés lors de colloques COPIRELEM. Dans cette direction, et en continuité avec le colloque de 2019, la COPIRELEM a retenu l'étude des scénarios et dispositifs de formation comme thème du colloque de 2021, en ouvrant la possibilité de présenter des retours d'expériences de pratiques expérimentées en formation. On peut ajouter que ce travail visant à décrire et analyser des dispositifs de formation existants revêt une importance particulière dans le contexte actuel de réforme en cours de la formation initiale en France. Nous présentons dans ce texte un scénario de formation qui s'ajoute à la palette de dispositifs précédemment décrits[1]. Ce scénario a été mis en œuvre depuis 4 ans en formation initiale à l'Université de Versailles Saint-Quentin (UVSQ), auprès de groupes de professeurs d'école stagiaires (PES) qui sont formés en alternance à mi-temps dans une classe de stage en responsabilité et à mi-temps en formation universitaire dans le cadre d'un master (M2 MEEF). Les circonstances des quatre années qui viennent de s'écouler nous ont conduit à l'exploiter dans des contextes très variés selon

[1] Ce scénario nous a été présenté par Claire Guille-Biel Winder, qui le mettait en œuvre depuis longtemps en formation, et que nous remercions ici très vivement. Nous avons repris le principe du scénario en suivant l'essentiel de ce qu'elle nous a présenté, tout en y incluant nécessairement des adaptations. L'intérêt de cette expérimentation, tant du côté des formés que du formateur, nous a ensuite conduit à envisager de le présenter plus largement dans le cadre du colloque COPIRELEM.

différents modes d'alternance entre stage et formation (2 jours/2 jours, puis 3 semaines/3 semaines), ainsi que, du fait du contexte sanitaire récent, dans des modalités en présentiel et à distance.

Cette communication vise deux buts partiellement différents. Dans une optique de partage d'expérience, nous souhaitons présenter ce scénario de façon suffisamment détaillée pour permettre à des personnes qui souhaiteraient le reprendre ou s'en inspirer de le faire. Dans une moindre mesure, nous cherchons à le situer par rapport à d'autres scénarios déjà décrits, en pointant certains de ses intérêts et de ses limites. Cette analyse n'est ici qu'ébauchée et reste largement à poursuivre. Pour cela, nous commençons par présenter le déroulement du scénario et ses enjeux ainsi que le mode d'évaluation qui lui est associé (II). Nous soulignons ensuite des points communs que ce scénario nous semble partager avec d'autres scénarios de formation (III). Nous présentons ensuite les critères qui nous semblent importants à retenir pour le choix des situations, puis les situations qui ont été exploitées dans la mise en œuvre dont nous rendons compte (IV). Nous concluons enfin en pointant les principaux intérêts et limites que nous voyons à ce scénario (V).

II - DEROULEMENT, ENJEUX ET EVALUATION ASSOCIEE

1 Présentation générale

Le principe général du scénario est le suivant. Au départ, le formateur choisit un certain nombre de situations mathématiques, présentées dans des ressources à destination des enseignants, qui lui semblent intéressantes à faire découvrir aux formés. Ceux-ci travailleront par groupes de 3 ou 4 personnes, chaque groupe travaillant sur une situation différente. Il faut donc autant de situations qu'il y a de groupes, soit environ 7 ou 8 pour un groupe de 30 PES (voire un peu plus si on souhaite donner à tous les groupes une possibilité de choix). Ces situations doivent être « robustes » ou « résistantes » au sens suivant : leur résolution conduit à une véritable phase de recherche, y compris de la part d'adultes, et y compris d'adultes eux-mêmes enseignants. Ce sont au fond des situations comme celles que l'on pourrait utiliser dans un scénario de type homologie-transposition (voir partie III.1). Dans la mise en œuvre que nous présentons, ces situations portaient sur l'ensemble des niveaux (de la PS au CM2) et l'ensemble des domaines mathématiques (nombres et calculs, géométrie, grandeurs et mesures) de l'école primaire. Ces situations présentent un niveau de complexité généralement plus élevé que celui des pratiques habituelles des enseignants débutants, tant dans leurs contenus mathématiques que dans les modalités de travail qu'elles proposent (voir partie IV et Annexe II). Les PES ne travaillent pas nécessairement sur une situation qui correspond à leur niveau de classe de stage, même s'il peut être intéressant que le groupe intègre une ou plusieurs personnes pour qui c'est le cas.

La tâche confiée à chaque groupe consiste à analyser la situation mathématique présentée puis à élaborer la passation d'une séance, qu'ils feront ensuite vivre à leurs collègues sur une durée de 30 à 40 minutes. Pendant cette passation, les membres des autres groupes, qui n'ont pas travaillé sur cette situation, jouent le rôle des élèves. Un des membres du groupe-préparateur joue le rôle de l'enseignant et prend en charge toute la séance (passation des consignes, gestion des phases de recherche et des mises en commun, prise en charge des imprévus, etc.), en cherchant à mettre en œuvre le projet collectivement élaboré. Les autres membres du groupe jouent alors un rôle d'observateurs et prennent des notes. Chaque passation est suivie d'une phase d'analyse collective, qui vise à identifier ce que l'on peut retenir et analyser de l'expérimentation menée, tant du point de vue mathématique, didactique, pédagogique que de la gestion de la séance.

2 Organisation du scénario en trois phases

En pratique, l'organisation du scénario se déroule en trois phases qui engagent des modalités de travail différentes et qui peuvent se tenir à une certaine distance les unes des autres.

2.1 Présentation du scénario et constitution des groupes

La *phase de présentation du dispositif* consiste en une présentation générale du scénario, de ses enjeux ainsi que de l'évaluation qui lui est associée. Bien que nettement plus courte que les deux autres, cette phase est importante parce qu'elle aboutit à la formation des groupes et la répartition des situations.

S'il est difficile pour les PES de saisir dès ce moment-là tous les enjeux du travail qui sera mené, cette phase vise à leur permettre de s'engager dans le dispositif en leur donnant une vision suffisamment claire du travail attendu afin qu'ils puissent choisir la situation sur laquelle ils vont travailler. Ce premier moment de présentation a aussi pour enjeu de désamorcer, au moins en partie, certaines réticences que les PES peuvent ressentir face à ce dispositif, notamment liées au fait de devoir animer une séance à destination d'adultes et de pairs. Ils ont également du mal à percevoir ce que cela peut leur apporter, en estimant que l'écart entre des adultes et des enfants est trop important pour que des transpositions soient envisageables. Une première réponse consiste à préciser ce qui est visé : il ne s'agit pas d'étudier des questions de gestion de classe (pour lesquelles il y aurait effectivement un tel écart), mais des questions de mathématiques et de didactique. Une autre objection, en partie liée à la précédente, est l'idée que toutes les procédures mises en œuvre seront expertes donc semblables. Les faits montrent que c'est très loin d'être le cas : les premières passations sont ainsi souvent un moment de révélation pour les PES, quand ils prennent conscience de la variété des procédures mises en œuvre, variété liée intrinsèquement aux mathématiques et non à l'âge…. L'avancée du travail – et notamment les premières passations – permettront finalement de surmonter ces réticences.

2.2 Analyse didactique des situations et préparation des passations

La *phase d'analyse des situations et préparation des passations* peut avoir lieu juste après ou bien à distance de la phase de présentation. Elle engage un travail de groupe, chaque groupe travaillant sur une situation donnée. Cette phase se décompose en deux étapes. Dans la première étape *(analyse* a priori *des situations)*, les groupes étudient la situation présentée par la ressource en menant une analyse didactique *a priori* : description verbale de la situation, identification des objectifs, analyse des éléments didactiques liés au contenu (procédures, variables didactiques, erreurs ou difficultés prévisibles, prérequis, aides ou relances possibles, éventuels éléments de différenciation) et aux modalités de travail (durées, phases, modalités de travail, matériel, mises en commun intermédiaire),, rédaction des formulations explicites d'une passation de consigne et d'éléments de bilan à proposer en fin de séance. Un document de cadrage leur sert de guide (Annexe I.1). Cette étape d'analyse *a priori* vise à dégager le potentiel didactique de la situation et à repérer des marges de manœuvre en faisant apparaitre des éléments de choix ou d'adaptation. Le travail mené dans cette étape sert ensuite de support pour la première partie du document à rendre pour l'évaluation (voir partie I.6. et Annexe I.1). La deuxième étape *(préparation des passations)* a lieu peu de temps après et porte sur la préparation effective de la passation qu'ils feront vivre à leurs collègues. Elle conduit à s'appuyer sur le travail réalisé dans l'étape précédente pour fixer ses choix parmi ceux repérés comme possibles. Le travail des groupes se polarise alors sur l'aspect pratique (qu'allons-nous retenir pour notre séance ?). Les analyses sont souvent reprises et complétées à partir de nouvelles questions. Le travail mené dans cette deuxième étape alimente ensuite la deuxième partie du document à rendre pour l'évaluation (voir partie I.6. et Annexe I.2).

2.3 Séances de passations et analyses a posteriori

La phase de *passation des séances et analyses a posteriori des passations* peut également se dérouler à distance des phases précédentes. Elle est constituée d'autant de séances de formation qu'il y a de situations et de groupes. Chaque séance commence par la passation d'une situation prise en charge par le groupe qui l'a préparée (durée de 30 à 40 minutes). Elle se poursuit par un temps d'échange collectif visant à prendre du recul et à produire une analyse collective de ce que l'on vient d'expérimenter. Dans cette analyse, les PES interviennent à partir du point de vue qui était le leur pendant la passation : point de vue de l'enseignant, des observateurs ou des élèves.

Durant la passation, un seul des membres du groupe prend en charge la gestion de toute la séance. Il s'agit en effet d'analyser ce qu'il se passe dans une situation aussi proche que possible d'une situation réelle, donc menée par un enseignant seul n'ayant pas la capacité matérielle de tout observer. Il est donc demandé aux autres membres du groupe-préparateur de n'intervenir ni dans la gestion ni dans les choix opérés par leur collègue, mais plutôt d'observer et de prendre des notes pour alimenter le moment d'analyse qui suivra la passation.

C'est ce qu'il se passe en général, même s'il leur est parfois difficile de ne pas prodiguer d'aide en observant des éléments importants qui ont échappé à « l'enseignant » ou lorsqu'ils le sentent mis en difficulté. À la fin de la passation, le groupe-préparateur prend soin de récupérer les productions ou les traces des activités, dans le but de renseigner les analyses dans la troisième partie du document d'évaluation (voir partie I.6. et annexe I.3).

Après la passation, la séance se poursuit par une analyse collective de ce qui a été mené, dans laquelle chaque PES intervient à partir du rôle qu'il tenait (enseignant, observateur ou élève). Les analyses peuvent porter sur des dimensions extrêmement variées, qui dépendent de ce qui a été vécu pendant la passation, par exemple : sur la formulation des consignes et ce que celles-ci ont déclenché ; sur des choix faits en termes de gestion, notamment au niveau de modalités de travail et de durées ; sur la mise en commun, et notamment sur les relations entre ce qui est présenté comme bilan et ce qui a effectivement été travaillé ; sur des questions de formulations, de formalisme, de codage ; sur des questions liées au matériel ; sur des échanges et interactions individuelles ; sur des imprévus qui se sont présentés et leur gestion ; sur des adaptations entre ce qui avait été préparé par le groupe et ce qui a été mené, en cherchant ce qui a pu les causer et à quoi elle ont conduit ; sur ce qu'a apporté le travail de préparation, et ce qui pouvait lui manquer ; sur d'éventuels écarts entre les choix réalisés par le groupe et ce qui était proposé par la ressource.

Avant de passer eux échanges en grand groupe, il est intéressant de commencer par quelques minutes d'échanges en petits groupes, notamment pour permettre au groupe–préparateur de faire le point et de se concerter. Ensuite, lors des échanges collectifs, l'ordre des prises de paroles revêt de l'importance. Tout d'abord la parole est donnée à « l'enseignant » car il est dans les faits la seule personne en mesure de formuler des éléments critiques ou d'exprimer des insatisfactions. Il peut parfois exprimer un certain nombre de frustrations, notamment lorsqu'il n'a pas réussi à se tenir au protocole que le groupe avait collectivement établi. La parole des autres membres du groupe-préparateur permet alors de tempérer ce premier retour, notamment en apportant des éléments repérés en tant qu'observateurs et en permettant de contextualiser ce qui a pu conduire aux adaptations observées. Enfin, la parole des « élèves » est importante et permet d'ouvrir les échanges, en apportant des points de vue qui viennent en contrepoint. Ils peuvent par exemple souligner des éléments qui ne leur ont pas parus clairs, ou qu'ils ont trouvés au contraire bien adaptés ; ils peuvent également suggérer des propositions d'alternatives ou de variantes. Pour finir, la parole du formateur a bien évidemment sa place dans ses analyses. Celui-ci peut notamment intervenir pour souligner des points qu'il souhaite mettre en évidence, et bien sûr, pour proposer des apports et des compléments.

3 Le cas particulier des situations de maternelle

Le déroulement d'une séance en maternelle présente souvent des modalités spécifiques qui se distinguent du déroulement habituel d'une séance en élémentaire. Par exemple, les élèves travaillent fréquemment en petits groupes sur des tâches différentes et seuls certains élèves travaillent sur une même situation de mathématiques. Les passations de consigne et les mises en commun peuvent alors se faire directement à la table de l'activité et auprès d'un petit groupe.

Dans le déroulement mis en œuvre dans le scénario, les PES qui jouent le rôle des élèves travaillent tous sur la même situation et restent à leurs tables. Les groupes qui assurent ces séances adaptent en général les modalités de gestion à ce contexte et les rapprochent de modalités plus classiques en élémentaire, en

gérant tous les groupes à la fois et en passant les consignes à l'ensemble du groupe. Cette différence n'a jamais semblé poser problème aux PES, peut-être parce qu'ils voient encore un enjeu de formation dans le fait de mettre en œuvre une gestion de classe qu'ils peuvent vivre en élémentaire. À chaque fois, le temps d'analyse qui suit la passation permet de revenir sur ces éléments de gestion et d'indiquer des adaptations qui seraient à mettre en œuvre dans une classe de maternelle.

4 Volume horaire, durées et positionnement sur l'année

Ce scénario mobilise un nombre important de séances, ainsi qu'un volume horaire important (21 heures, soit la moitié du volume horaire de mathématiques prévu par la maquette pour le M2). Elles étaient réparties sur 11 séances, placées sur la seconde moitié de l'année. La présentation du dispositif prenait environ une heure. L'analyse *a priori* des situations et la préparation des passations occupaient chacune une séance de 3h. Enfin, les séances de passation et d'analyse *a posteriori* (une par situation) correspondaient à 8 séances de 1h30, (40 minutes de passation, suivies d'environ 45 minutes d'échanges et d'analyse). L'ensemble représente un nombre important d'heures de formation, qu'il peut être difficile, voire impossible de dégager en fonction des maquettes. Pour autant, ce volume horaire déjà ample gagnerait encore à être augmenté. En particulier, il serait préférable de disposer de plus de temps pour développer les analyses et apporter des compléments et il serait souhaitable de disposer de 2h plutôt que 1h30 pour les séances de passation. De même, les participants du colloque ont proposé de rajouter une séance dans la deuxième phase de préparation, pour permettre aux formés de réfléchir au rôle des observateurs et d'élaborer une grille d'observation.

5 Enjeux visés

Un des principaux enjeux du scénario est de permettre de travailler puis d'analyser conjointement un grand nombre d'éléments du métier qui entrent en interaction dans l'exercice de la pratique. En un certain sens, l'important volume horaire mobilisé par le scénario est compensé par le nombre également important d'enjeux de formation qui sont travaillés simultanément. Nous y reviendrons de façon plus détaillée dans la partie V, mais nous pouvons déjà pointer les principaux enjeux visés.

Le scénario vise le travail et l'analyse conjointe d'un grand nombre de compétences du métier, qui interagissent à une échelle large : s'approprier une ressource, en déduire une préparation pour la classe et enfin assurer une passation effective (même si les élèves sont remplacés ici par d'autres formés), en y incluant une gestion d'imprévus et des adaptations en temps réel. Il s'agit là d'une tâche globale et complexe, qui fait travailler un grand nombre de compétences professionnelles en interaction entre elles : analyser une ressource, identifier les enjeux mathématiques, définir des objectifs, réfléchir aux moyens disponibles, élaborer une préparation à partir d'une analyse, prendre en charge une passation entière, en incluant la gestion des différentes phases (passation de consignes, dévolution, phases de recherche, aides, relances, interactions individuelles, analyse en temps réel des procédures, élaboration aussi en temps réel d'une mise en commun et d'un bilan, gestion des incidents et des adaptations). Ce scénario permet ainsi d'articuler un grand nombre de composantes du métier : par exemple en articulant l'analyse des contenus mathématiques (composante cognitive) à celle des modalités de travail et de gestion (composante médiative) ; en articulant ce qui figure dans un projet (analyse *a priori*, préparation) à ce qui est effectivement réalisé (passation, analyse *a posteriori*) ; en articulant les intentions proposées par une ressource et celles retenues les enseignants qui s'en emparent ; et en articulant enfin les apports d'une préparation aux dimensions d'adaptation et d'improvisation qui apparaissent inévitablement. Au lieu de consacrer de nombreuses séances à travailler ces différentes compétences de façon successive, ce scénario les travaille ensemble sur un temps long, à partir d'une tâche d'emblée globale et complexe. L'enjeu est de permettre à la fin des analyses qui puissent à la fois revenir sur chacune des différentes compétences de façon séparée, tout en montrant la façon dont elles interagissent entre elles. Ce scénario fait ainsi le pari d'une entrée par la globalité et la complexité des compétences du métier. Les moments d'analyse qui suivent chaque passation revêtent alors une importance cruciale, parce qu'ils doivent permettre à la fois de décomposer les différentes dimensions pour en mener des analyses séparées, puis

de les recomposer pour montrer comment elles interagissent entre elles. Différentes formes de globalité, à au moins deux échelles, se côtoient : globalité d'une séance, avec ses différentes phases et leurs interactions (formulation de consigne, dévolution, phases de recherche, mises en commun, bilan ou institutionnalisation) et globalité du métier avec ses différentes temporalités en classe et hors classe (analyse documentaire, adaptation d'une ressource, préparation, gestion d'une passation, adaptation pour prendre en compte des imprévus et incidents, analyse rétrospective de ce qui a été produit pour interroger les choix retenus et leurs effets).

Un autre enjeu, sur lequel nous reviendrons dans la partie III, réside dans les situations que les PES découvrent dans le rôle d'élèves : le scénario commence par leur faire vivre une situation avant de l'analyser en tant qu'enseignants, ce qui est une stratégie habituelle dans des scénarios d'homologie-transposition. Enfin la situation mathématique préparée présente généralement plus de complexité que celles habituellement mises en œuvre ; elle provient par ailleurs souvent de ressources moins usuelles, ce qui est également un autre apport intéressant.

6 Évaluation liée au scénario

Dans le cadre du master MEEF ce scénario doit nécessairement s'accompagner d'un dispositif d'évaluation. L'évaluation retenue dans le cadre du scénario porte uniquement sur des compétences d'analyse et de restitution. Elle repose sur un document écrit que chaque groupe doit remettre à la fin du travail. Sa rédaction correspond au fond à une quatrième phase du travail, qui consiste à produire un compte-rendu du travail mené et de ce qu'il a apporté. Ce document sera ensuite mutualisé à tous les PES et il doit pouvoir servir de document-ressource permettant de reprendre ensuite cette situation en classe.

Un point important est à préciser aux formés lors de la présentation du scénario : l'évaluation est entièrement indépendante du déroulement de la passation elle-même (notamment du fait qu'elle puisse s'être plus ou moins bien déroulée). Il s'agit en effet d'évaluer des compétences didactiques et d'analyse mais pas des compétences de gestion de classe. De fait, le scénario requiert des PES une certaine prise de risque, en leur demandant d'assurer des passations de séances présentant plus de complexité que ce qu'ils mettent en œuvre dans leurs classes, auprès d'un public d'adultes dont ils n'ont pas l'habitude, et sous le regard de leurs collègues et de leur formateur. De nombreux éléments font que les passations ne se déroulent pas toujours comme prévu, et c'est même justement l'un des éléments que l'on cherche à analyser. Il est donc important, pour permettre aux PES d'oser expérimenter en-dehors de leur zone de pratiques habituelles, que le déroulement de la passation n'intervienne pas dans l'évaluation. Pour rédiger le document d'évaluation, les formés s'appuient sur un document de cadrage qui précise le plan et les attendus (annexe I). Dans la mise en œuvre dont nous rendons compte, ce document est structuré en trois parties, qui visent à donner une trace des différentes étapes du travail. La première partie présente l'analyse didactique de la situation proposée par la ressource et correspond au travail mené dans la séance d'analyse de la situation. Les éléments retenus pour figurer dans cette partie s'inspirent largement de ceux proposés par Houdement et Peltier (1996a, 1996b) pour analyser des situations mathématiques et élaborer des fiches de préparation. Il s'agit des points suivants : rédiger une description de la situation ; indiquer ses objectifs ; présenter une analyse didactique, en termes de contenus (procédures, variables didactiques, difficultés, prérequis) puis de modalités (étapes, phases, durées, modes de travail) et enfin rédiger explicitement des éléments à présenter en bilan et une passation de consigne. La deuxième partie vise à présenter les choix retenus par le groupe pour la passation et correspond au travail effectué dans la phase de préparation. Elle peut être accompagnée de la présentation d'une fiche de préparation si le groupe le souhaite. Enfin la troisième partie présente une analyse *a posteriori* de ce qu'a produit l'expérimentation et correspond au travail mené collectivement lors de la passation et de son analyse. Elle peut largement s'appuyer sur les éléments partagés lors des échanges qui ont suivi la passation. Pour cette troisième partie, il est demandé d'intégrer autant que possible un recueil ou une restitution des procédures ou productions des PES qui cherchaient les problèmes, notamment pour documenter la variété des procédures produites.

Si ce document est seulement à rendre à la fin du scénario, son élaboration est progressive et accompagne l'avancée du travail. Les groupes commencent à travailler les deux premières parties lors des deux séances d'analyse et de préparation. Ils sont ensuite invités à compléter ces deux parties après la passation, notamment pour ajouter les procédures, difficultés ou erreurs qu'ils ont pu observer à celles qu'ils avaient anticipées. Ils rédigent également à ce moment-là la troisième partie, qui rend compte des éléments qu'ils retiennent des analyses qui ont suivi leur passation. Le cadrage n'indique pas de nombre de pages attendu pour ce travail. L'expérience montre que les documents font en général environ une dizaine de pages.

Parmi les critères d'évaluation, on peut citer la qualité et la précision de l'analyse didactique présentée dans la première partie, l'explicitation des choix effectués par le groupe dans la deuxième partie, la qualité de l'analyse réflexive menée par le groupe, la restitution des principaux éléments mutualisés dans les échanges et l'appui sur un recueil de productions ou procédures relevées lors de la passation pour la troisième partie.

III - DES DIMENSIONS PARTAGEES AVEC D'AUTRES SCENARIOS

Pour replacer ce scénario au sein d'un panorama plus large, nous souhaitons souligner des dimensions qu'il nous semble partager avec d'autres scénarios de formation, notamment ceux fondés sur des stratégies d'homologie-transposition, ceux de type *Lesson study* et ceux qui utilisent des jeux de rôles.

1 Une dimension d'homologie-transposition (pour les situations vécues du côté élève)

Le scénario que nous présentons nous semble posséder d'importants points communs avec les stratégies de type homologie-transposition. Ces stratégies de formation ont été beaucoup étudiées et décrites, notamment par Houdement (2013), puis par la COPIRELEM (2019), qui les présente de la façon suivante :

> *Le formateur – prenant d'abord le rôle du maitre – fait vivre une activité de classe en mathématiques aux formés, qui prennent le rôle des élèves. Le formateur conduit ensuite les formés à réaliser une analyse mathématique, didactique et pédagogique de cette activité ainsi que de son déroulement, dans le but d'aider les formés à la mettre en œuvre ultérieurement dans une classe moyennant des arrangements à décider. L'activité de classe proposée aux formés est une tâche ou une succession de tâches mathématiques. Elle peut aussi consister en une variante d'une activité de classe adaptée au niveau des formés*. (COPIRELEM, 2019, p. 19).

Il s'agit donc de scénarios qui articulent deux phases successives plaçant les formés dans deux postures différentes : d'abord dans une posture d'élève, dont la tâche consiste à chercher un problème mathématique ; puis dans une posture d'enseignant, dont la tâche consiste à analyser ce qui vient d'être vécu dans la phase précédente, à la fois du côté de l'élève et du côté de l'enseignant. Comme le souligne la citation ci-dessus, l'activité proposée dans la première phase peut éventuellement présenter des différences ou des adaptations par rapport à celle qui sera effectivement proposée aux élèves, afin de tenir compte de la différence de public. Houdement (2013) précise les enjeux visés dans chacune des deux phases :

> *En général dans la première phase d'une stratégie d'homologie, les étudiants sont engagés dans un problème mathématique qui peut les dérouter (….), ils sont confrontés à un questionnement non trivial, à l'existence de modes de faire différents, ceux de leurs pairs ; ils voient à l'œuvre un enseignant face à un groupe d'élèves (eux-mêmes) depuis le lancement de la séance jusqu'à sa conclusion en termes de savoirs mathématiques. Dans une seconde phase (analyse didactique de l'activité), le formateur (…) met des mots sur des éléments stratégiques de didactique qui ont outillé la préparation et la régulation de la séance : dévolution-institutionnalisation, variable, dialectique outil-objet, etc.* (Houdement, 2013, p. 14).

Cette stratégie est en définitive celle sur laquelle repose ce scénario dans sa troisième phase, lors des passations de séances suivies d'analyses, tout du moins pour les PES qui tiennent à ce moment-là le rôle des élèves (ce qui est leur cas pour toutes les situations sauf une). On pourrait donc décrire ce scénario comme un scénario d'homologie-transposition dans lequel la phase d'homologie est confiée à un petit groupe des formés au lieu d'être prise en charge par le formateur. Bien entendu, cela nécessite d'ajouter en amont un temps de préparation pour permettre aux groupes de formés d'assurer ce rôle envers leurs pairs. Ce temps correspond à la deuxième phase du scénario, durant laquelle chaque groupe étudie la situation dont il prépare la passation. Par rapport à une stratégie d'homologie-transposition habituelle dans laquelle la phase d'homologie est prise en charge par le formateur, cela peut introduire le risque que la passation faite par des pairs n'inclue pas tous les éléments didactiques que le formateur aurait pris soin d'intégrer.

Pour autant, il n'est pas certain que les formés auraient forcément repéré des éléments fins qui ont échappé à leurs collègues, même après y avoir passé 6h de préparation. À l'inverse, on peut penser que la passation présentée par des pairs, même si elle est plus loin des pratiques expertes qu'aurait pu présenter le formateur, puisse être en revanche plus proche des pratiques initiales des enseignants débutants ou de leur zone proximale de développement professionnel et puisse de ce fait leur sembler plus accessible. *A minima*, cela permet aux formés de voir que leurs pairs ont été en mesure de gérer cette séance, ce qui n'est pas un élément assuré lorsque la passation est prise en charge par le formateur. Enfin il reste toujours possible d'indiquer d'autres éléments qui n'ont pas été abordés dans la phase d'analyse qui suit la passation.

2 Une dimension proche des *Lesson study* (pour la situation expérimentée du côté enseignant)

Pour la situation dont ils ont préparé puis expérimenté la passation, le scénario joue d'une façon différente qu'il nous semble pouvoir rapprocher des dispositifs de type *Lesson study*. Il s'agit de dispositifs de formation élaborés au Japon puis repris et transposés dans d'autres pays, avec parfois des adaptations, correspondant à des situations de formation continue pour des enseignants déjà titulaires (Clivaz et Takahashi, 2019 ; Batteau et Clivaz, 2016). Le modèle suivant a été mis en œuvre à Lausanne (Batteau et Clivaz, 2016, pp. 28-29). Au point de départ du scénario, un groupe d'enseignants s'intéresse à une question d'enseignement sur laquelle ils souhaitent travailler. Après une étude du sujet, ils préparent collectivement le déroulement d'une leçon, à l'échelle d'une séance complète, qui sera ensuite expérimentée par l'un des membres du groupe. À la différence du scénario présenté ici, cette expérimentation s'effectue devant une vraie classe d'élèves. Le membre du groupe qui assure la passation a pour mission de gérer la séance conformément aux décisions prises collectivement par le groupe pendant la phase de préparation. Les autres membres du groupe assistent à la passation en observant et en prenant des notes. Le groupe revient ensuite en formation pour mener une analyse *a posteriori* de ce qui a été vécu et observé, à partir de leurs positions respectives (enseignant en charge ou observateur). À la fin, le groupe rédige un document qui présente les résultats du travail, destiné à documenter ce qui a été expérimenté et conçu à l'intention d'autres enseignants.

Les différences avec le scénario que nous présentons sont manifestes et importantes : il s'agit de formation continue et non pas initiale, les passations s'effectuent auprès de vrais élèves et non pas d'autres formés qui jouent leur rôle. Pour autant, un grand nombre d'autres éléments se retrouvent dans le scénario que nous présentons ici, au niveau du travail que mène chaque groupe sur la situation dont il prépare puis expérimente la passation : élaboration collective d'une séance de classe (séance entière) ; expérimentation conforme aux choix du groupe, réalisée par un de ses membres ; passation en présence des autres membres du groupe ; analyse croisée et comparaison avec ce qui avait été préparé ; rédaction d'un document de synthèse destiné à servir de ressource pour d'autres enseignants (notamment, ici, pour les formés des autres groupes). La différence principale réside dans le fait de mener l'expérimentation auprès de leurs pairs en formation, qui jouent le rôle des élèves, ce qui introduit une dimension de *jeu de rôles* sur laquelle nous reviendrons dans la partie suivante. Cette dimension est liée notamment aux contraintes de la formation (il serait probablement difficile de mener un dispositif de

Lesson study en formation initiale avec des groupes de 30 formés). À l'inverse, cette adaptation introduit un élément qui se révèle intéressant à exploiter dans le cadre de ce scénario. Le fait qu'une partie des formés joue le rôle des élèves et travaille effectivement à résoudre les problèmes proposés apporte au moment des échanges un troisième point de vue, complémentaire de ceux de l'enseignant et des observateurs : cela permet d'introduire dans les analyses des retours sur les effets potentiellement sentis par les élèves.

Clivaz (2015) propose une autre adaptation pour la formation initiale des scénarios de type *Lesson study*, qui consiste à effectuer en quelque sorte un choix inverse. Dans cette proposition, un des membres du groupe expérimente la préparation collective dans sa classe de stage, donc auprès de vrais élèves, mais sans la présence des autres membres du groupe. La discussion s'effectue ensuite à partir d'enregistrements et de transcriptions. Dans ce cas, c'est la dimension d'expérimentation auprès de vrais élèves qui est maintenue, et celle de l'observation directe par les pairs qui est mise de côté.

3 Une dimension de *jeux de rôles*

Les éléments qui précèdent nous conduisent à établir un parallèle avec un troisième type de scénarios, ceux qui s'appuient sur des modalités de *jeux de rôles*. Il s'agit de dispositifs qui demandent à une partie des formés de jouer le rôle des élèves. Des scénarios qui mettent en œuvre ce principe sont présentés notamment dans (Lajoie, 2019) et (COPIRELEM, 2019). L'utilisation faite dans ces deux cas du *jeu de rôles* est sensiblement différente de celle que nous présentons ici, puisqu'il s'agit pour ces deux scénarios de faire jouer aux formés des moments d'interaction entre un enseignant et un ou des élèves, sur des épisodes isolés, à partir d'une commande, et non de leur demander de résoudre des problèmes ni de leur faire vivre une situation de classe à l'échelle d'une séance entière. Pour autant, il y a des points communs que l'on peut relever et qui nous semblent intéressants à souligner. Le premier réside dans les enjeux visés par ce type de situations. Lajoie (2019) présente ainsi ce qui a conduit à introduire de telles situations à Montréal :

> *Au milieu des années 1990, une approche par jeu de rôles a été développée à l'UQAM (Université du Québec à Montréal) par une équipe de didacticiens des mathématiques. (…). Au départ, les jeux de rôles devaient satisfaire la curiosité des formateurs, qui souhaitaient voir leurs étudiants enseigner. Ils devaient aussi répondre à une critique des étudiants à l'effet que la formation dans les murs de l'université était trop éloignée de l'exercice du métier d'enseignant. Au fil du temps, l'idée de rapprocher la formation de la pratique est devenue de plus en plus forte, les intentions des formateurs se sont précisées, et les jeux de rôles ont pris de plus en plus de place dans le cours.* (Lajoie, 2019, p. 35)

Le scénario que nous présentons ici partage cette volonté d'une plus grande proximité avec la pratique, tant du côté du formateur que des formés. De fait, ce scénario permet de voir des étudiants enseigner, et ainsi d'intervenir d'une façon plus proche de leurs pratiques. Ce point est ressenti positivement par un certain nombre de PES, qui en font spontanément le retour en fin d'année, voire même parfois au cours de l'avancée du scénario. On retrouve d'autres éléments positifs que souligne également Lajoie (2019) :

> *En contexte de formation à l'enseignement, le jeu de rôles peut être vu comme un moyen de faire émerger les idées personnelles des formés, de faire évoluer leur compréhension et de les entrainer à un rôle, en l'occurrence celui de l'enseignant.* (*op. cit.*, p. 38).
>
> *En particulier, le jeu de rôles fait émerger chez les formés des connaissances mathématiques et didactiques, des gestes professionnels, des pratiques qui pourraient ne pas émerger dans d'autres contextes. Aussi, le jeu de rôles offre aux formés et au formateur des occasions d'enseignement et d'apprentissage, soit des occasions de faire avancer les connaissances des formés et d'enrichir leurs gestes et pratiques.* (*op. cit.*, p. 44)

Enfin, on retrouve également dans l'autre sens des formes de réticences et d'appréhensions que l'auteur relève pour les dispositifs expérimentés à Montréal, et qui se retrouvent de façon similaire dans le scénario que nous présentons ici, notamment la forte réticence suivante : « Les étudiants soulèvent entre autres choses que : (…) il est insécurisant d'enseigner devant des adultes. » (*op. cit.*, p. 43).

IV - CRITERES DE CHOIX ET PRESENTATION DES SITUATIONS

Ce scénario repose sur le choix préalable par le formateur d'un panel de situations qui lui semblent intéressantes à faire travailler aux formés et propices à exploiter dans ce dispositif. Nous présentons d'abord des critères qui nous semblent importants à prendre en compte pour le choix de ces situations, puis rapidement celles qui ont été utilisées dans la mise en œuvre dont nous rendons compte.

1 Critères de choix des situations

Le principal critère pour choisir les situations, lié au principe même du dispositif, est qu'il doit s'agir de situations « robustes » ou « résistantes », au sens où elles engagent une véritable phase de recherche, y compris de la part d'adultes (même d'adultes eux-mêmes enseignants). Bien entendu, cette phase de recherche pourra être plus rapide qu'avec des élèves, ce qui permet d'inclure dans une même passation plusieurs phases qui peuvent occuper plusieurs séances avec des élèves.

Cette accélération du temps constitue un élément intéressant du scénario parce qu'elle permet d'aborder plus de contenus. Mais il est indispensable que la situation conduise à une véritable phase de recherche, même rapide, et qu'elle amène les personnes qui cherchent à différentes approches ou procédures afin de donner de l'intérêt à une phase de mise en commun. Ceci engage la personne en charge de la séance à observer en temps réel la variété des procédures produites et à les analyser pour organiser leur mise en commun. Cette condition de robustesse ou résistance pose une difficulté particulière pour les niveaux de maternelle pour lesquels les situations qui vérifient ce critère ne sont pas majoritaires dans les ressources. Elle empêche de plus d'aborder par ce scénario un certain nombre de contenus pourtant centraux dans l'enseignement de premier degré, mais qui sont trop naturalisés pour des adultes, comme par exemple la construction du nombre en maternelle ou la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux en élémentaire. Dans la mise en œuvre dont nous rendons compte, nous avons retenu trois autres critères pour lesquels il serait envisageable d'effectuer des choix différents. Nous avons choisi de ne proposer que des situations présentées dans des ressources et comprenant un accompagnement didactique explicite (par exemple, dans un guide de l'enseignant ou une partie plus théorique de l'ouvrage). En effet, l'appropriation d'une situation présentée dans une ressource ainsi que l'analyse de ses éventuels manques d'indications ou éléments implicites, fait partie des compétences professionnelles visées. Ce choix induit également des limitations dans le choix des situations, en empêchant de retenir des situations qui seraient en elles-mêmes intéressantes mais qui ne sont pas présentées par des ressources pédagogiques, ou qui le sont mais sans un accompagnement suffisant. Un autre critère était de ne retenir que des situations qui visent l'apprentissage d'un contenu mathématique spécifique et non des situations de problèmes ouverts ou de recherche, qui visent également un travail de compétences mathématiques plus transversales. En effet, la recherche de problèmes ouverts peut engager des questions de gestion spécifiques, notamment en termes de préparation, d'accompagnement des phases de recherche, d'organisation des mises en commun : nous avons choisi de ne pas ouvrir le champ jusque-là. C'est bien évidemment une limitation dont on peut choisir de s'écarter. Enfin, dans la mesure où ce dispositif mobilise un volume important d'heures de formation, nous avons cherché à conserver un équilibre d'ensemble entre les 3 cycles de l'école primaire ainsi qu'entre les différents domaines mathématiques (raisonnement et logique, connaissance et découverte des nombres, opérations et calculs, systèmes d'écriture des nombres et numération, géométrie, grandeurs et mesures, *etc.*).

2 Présentation des situations qui ont été utilisées

En s'appuyant sur les critères qui précèdent, nous avons retenu un certain nombre de situations qui ont été expérimentées dans le cadre de ce scénario pendant quatre ans. Nous présentons ici douze d'entre elles. Certaines ont été utilisées de façon régulière chaque année, tandis que d'autres ont pu n'être proposées qu'une ou deux fois seulement. Nous présentons ici les grandes lignes de ces situations et donnons plus de détails sur leurs contenus dans l'annexe II. Pour chaque situation, les PES recevaient des photocopies d'extraits directs des ressources, sans indication supplémentaire ni aucun travail de

mise en page. La liste des documents remis pour chaque situation est indiquée dans l'annexe II. Pendant les séances de préparation, les PES pouvaient également consulter directement les ouvrages eux-mêmes, qui étaient à chaque fois mis à leur disposition.

2.1 Quatre situations en maternelle

La situation *Exposition de la collection* (Valentin, 2004), proposée par la ressource pour la fin de PS et MS (Annexe II.1), fait travailler des compétences telles que trier, classer, classifier, comparer, ordonner, distinguer, nommer, organiser. Il s'agit, à partir d'une très grande collection de bouchons, d'élaborer un catalogue de la collection, autrement dit une sous-collection la plus grande possible de bouchons tous différents. Cette situation conduit à travailler l'observation des collections, l'identification et la formulation de critères, l'organisation de collections en sous-collections, ainsi que des questions d'organisation matérielle et de collaboration au sein d'un groupe. Dans le cadre du scénario, elle conduit à travailler des gestes professionnels tels que l'observation et l'explicitation des procédures, ainsi que la mise en commun. Cette situation est intéressante à proposer comme entrée en matière pour la première passation.

La situation *Embouteillages* (Valentin, 2004, pp. 28-34 et Valentin, 2005), proposée pour les niveaux de fin de fin PS-MS-GS (Annexe II.2), est une adaptation pour la maternelle d'un jeu du commerce (*Rush Hour).* Il s'agit de réaliser une succession de déplacements, dans un ordre à déterminer, afin de permettre à une voiture bloquée par d'autres de sortir du parking. Ce jeu figure dans de nombreuses écoles et un certain nombre des PES l'utilisent déjà dans leurs classes. La situation conduit à travailler le repérage dans le plan, la chronologie, la recherche de stratégies et la formulation de raisonnements, notamment par induction et déduction. Dans le cadre du scénario, elle conduit à réfléchir notamment à ce que l'on peut institutionnaliser sur le plan mathématique à partir du travail réalisé dans le cadre d'un jeu.

La situation *Cinq tours alignées* (Valentin, 2005), proposée pour un niveau de GS (Annexe II.3), permet de travailler de nombreux enjeux mathématiques : perception d'une situation dans l'espace en fonction du point de vue, ordre entre les entiers de 1 à 5, passage de l'espace vécu à l'espace représenté, passage du méso- au micro-espace, codage numérique d'une situation géométrique, interprétation et production de représentations symboliques, entrée dans l'écrit. Le problème consiste à positionner 5 tours de hauteurs différentes de façon à pouvoir voir, depuis les deux extrémités de leur alignement, des nombres de tours prescrits à l'avance. La partie finale de la situation (pp. 120-121) est intéressante à retenir dans le cadre de ce scénario car elle porte sur des problèmes géométrico-numériques dans le micro-espace, que l'on peut résoudre par manipulation de matériel ou réflexion numérique sur des codages.

La situation *Chat, c'est toi le chat !* (Emprin et Emprin-Charotte, 2009), proposée pour un niveau de GS (Annexe II.4), correspond à une proposition pour un rallye mathématique à l'école maternelle. Elle fait travailler de façon conjointe de nombreux enjeux mathématiques de la maternelle : repérage dans le plan, positions relatives et positions absolues, perception d'une situation en fonction du point de vue, représentation et codage d'une situation spatiale par des indications planes, appropriation et interprétation d'un codage, ainsi qu'une dimension de coopération, puisqu'il s'agit d'une tâche collaborative. Les élèves doivent recomposer collectivement, par groupes de 4, une configuration géométrique absolue dans l'espace, à partir d'informations partielles et relatives. Chaque élève reçoit une information qui lui indique les relations qu'il doit avoir avec ses voisins les plus proches. Le groupe doit alors reconstituer sa configuration globale à partir de ces indications partielles. Enfin, les informations sont données par le biais d'un codage qu'il y a besoin de s'approprier. Dans le cadre du scénario, cette situation conduit à faire travailler une séance de mathématique en-dehors d'une salle de classe et à réfléchir aux éléments de gestion que ceci entraine.

2.2 Deux situations de géométrie en élémentaire

La situation *Où est le plot ?* (ERMEL Cycle 3, 2006), proposée pour le CM1 (Annexe II.5), porte sur l'alignement et le concours dans le méso-espace. Les élèves doivent réaliser des positionnements dans le (méso-)espace en respectant d'abord des conditions d'alignement, puis des conditions conjointes d'alignement et de concours. La situation vise à faire produire, à partir d'une expérience vécue dans le méso-espace, des caractérisations de la notion d'alignement, notamment en la reliant à la notion de point de vue. Dans le cadre du scénario, cette situation permet d'expérimenter une séance de mathématique en-dehors d'une salle de classe et conduit à réfléchir aux éléments de gestion que cela entraine.

La situation *Agrandir un puzzle* (Hocquard, Perrot, Plé-Robert et Robert, 2010), proposée pour le cycle 3 dans son ancienne définition (CE2-CM1-CM2) (Annexe II.6), est une situation de restauration d'une figure géométrique complexe. La figure à construire doit être restaurée à une échelle plus grande à partir d'une amorce, ce qui conduit à mobiliser des propriétés géométriques (alignements, intersections, concours, milieux, égalités de longueurs, perpendicularité, parallélisme, *etc.*) que l'on peut associer à différents instruments. La figure est construite à partir d'un réseau de triangles équilatéraux qu'il suffit de restaurer pour pouvoir reproduire toute la figure. Cette situation conduit à une très grande variété de procédures possibles dépendantes des instruments à disposition (règles graduées ou non, bandes informables, équerres, compas, pliages, *etc.*). Dans le cadre du scénario, elle conduit à des analyses sur la gestion du matériel, l'analyse et la restitution des procédures, ainsi que sur l'organisation de mises en commun en géométrie.

2.1 Quatre situations sur nombres, numération, opérations, calculs en élémentaire

Deux situations *Les mots–nombres* ont été exploitées dans le cadre du scénario *(*Annexe II.7*)*. L'une, proposée pour le CE1 (ERMEL CE1, 2005), a été utilisée chaque année. L'autre, niveau CM1 (ERMEL CM1, 2005), l'a été une fois en étant confiée à un deuxième groupe. Ces deux situations visent une analyse du système de numération orale (ou numération verbale) en comparaison avec le système de numération en chiffres. Elles s'appuient sur un même dispositif qui consiste à faire chercher des combinaisons en manipulant des étiquettes qui comportent des mots-nombres élémentaires. La situation pour le CE1 porte notamment sur les nombres de 1 à 100 ; elle conduit à analyser le fonctionnement des dizaines et unités, ainsi que la zone complexe (pour le français parlé en France) des nombres entre 69 et 100. La situation pour le CM1 porte sur les nombres jusqu'à un million ou un milliard ; elle conduit à analyser le fonctionnement du double système de bases dix et mille. Si les deux situations sont proches, notamment en termes de manipulations matérielles, elles sont suffisamment distinctes pour pouvoir être confiées à deux groupes en parallèle. Les contenus mathématiques qu'elles font travailler étant différents, elles conduisent à mobiliser et analyser des compétences professionnelles différentes, notamment en termes de gestion des phases de recherche et d'institutionnalisation.

À l'inverse, les deux situations du *Problème des pirates* (ERMEL CE2, 2005) et du *Partage du trésor* (ERMEL CM1, 2005), proposées pour les niveaux de CE2 et CM1, sont deux variantes d'une même situation et sont confiées ensemble à un même groupe *(*Annexe II.8*)*. Le problème commun consiste à effectuer le partage équitable d'un nombre important de pièces d'or entre un certain nombre de pirates, en s'appuyant sur un dispositif de présentation spécifique. Ces situations visent une introduction des problèmes de partage ainsi que la production de premières techniques opératoires de calcul, sans aller jusqu'à une procédure algorithmique standardisée. Dans le cadre du scénario, cette situation permet de travailler des questions liées au sens des opérations, au sens des techniques opératoires, à l'utilisation de codages et à l'introduction du symbolisme mathématique.

La situation *Feuilles de partage* (ERMEL CM2, 2005), proposée pour le CM2 *(*Annexe II.9*)* s'inscrit dans la suite des deux situations précédentes, en cherchant cette fois à construire le sens et la technique d'un algorithme optimisé et standard de calcul de divisions. Cet algorithme s'appuie sur un dispositif de présentation spécifique, alternatif à la potence, les « feuilles de partage », qui permet d'expliciter le sens

de tous les calculs que l'on effectue. La situation articule une première phase de manipulation, visant à faire émerger des stratégies permettant de minimiser le nombre d'opérations, à une mise en forme symbolique de l'algorithme qui s'en déduit, en s'appuyant sur la production de formules langagières et l'explicitation systématique des unités de numération. Dans le cadre du scénario, cette situation permet de travailler notamment le passage d'une phase de manipulation à une phase de formalisation et l'introduction d'un registre d'écritures symboliques.

La situation *Bande unité* (ERMEL CM1, 2005), proposée pour le CM1 *(*Annexe II.10), est une situation d'introduction des fractions dans un contexte de comparaison de longueurs, à partir d'une tâche d'émission et de réception de messages. Les élèves doivent produire un texte permettant de retrouver un segment parmi plusieurs segments proposés, tous de mesure de longueur non-entière par rapport à une unité donnée. L'enjeu consiste à comparer ensuite la réussite des messages à leur formulation et au fait qu'ils s'appuient ou non sur un fractionnement de l'unité. Dans le cadre du scénario, cette situation permet de travailler l'introduction d'une nouvelle notion et notamment une tâche qui vise à faire ressentir le besoin d'une nouvelle notion avant son introduction. On peut ajouter que d'autres ressources proposent des situations d'introduction des fractions comparables que l'on peut également retenir, notamment (Graff, Kirch, Wozniak et Volckrick, 2013) et (Anselmo et Zucchetta, 2018).

2.2 Deux situations sur grandeurs et mesures en élémentaire

Les deux situations des *Règles bizarres* et des *Règles effacées* (ERMEL CE2, 2005), proposées pour le CE2 *(*Annexe II.11*)*, portent sur la mesure des longueurs et l'appropriation de l'instrument « règle graduée ».

Toutes deux visent à faire retrouver le sens de la mesure des longueurs, conçue comme addition itérée d'une unité, au-delà de la simple lecture directe d'une graduation, et à faire travailler les liens entre différence, écart et distance (Rinaldi, 2013). Dans la situation des *Règles bizarres,* les élèves doivent produire des messages visant à permettre de reproduire des longueurs à partir de règles graduées de façons atypiques, soit qui n'ont pas le repère zéro (règles cassées, dont la graduation commence à une autre valeur que 0), soit qui en ont un mais placé au centre (règles symétriques proposant une double graduation à partir d'une valeur 0 placée au centre). Dans la situation des *Règles effacées,* les élèves doivent déterminer, à partir d'une règle graduée de façon ordinaire mais dont un certain nombre de graduations sont absentes, toutes les mesures qu'il est possible d'effectuer grâce à cette règle en les réalisant comme écarts ou différences entre deux graduations présentes.

V - INTERETS ET LIMITES DU SCENARIO

Pour donner des premiers éléments de bilan, nous souhaitons pointer des spécificités que ce scénario nous semble présenter, en soulignant les intérêts et les limites qu'on peut leur associer. Nous ne pouvons que commencer cette analyse qui demanderait à être prolongée.

1 Des apports et intérêts du scénario

1.1 Des retours spontanés positifs des formés

Un premier point que l'on peut souligner, qui n'est pas sans importance, sont les retours souvent positifs faits spontanément par des formés après avoir vécu l'ensemble du scénario, voire parfois pendant son déroulement. Pour n'en citer que quelques-uns, des PES ont spontanément dit avoir apprécié ce dispositif parce qu'ils y voyaient du lien avec leur métier ou avec leurs besoins professionnels, voire qu'ils auraient apprécié de bénéficier de plus de séances de ce type. On peut ajouter qu'ils ne faisaient certainement pas le même genre de retours sur tous les types de séances.

1.2 Une entrée par la globalité et la complexité

Un des principaux intérêts que nous voyons à ce scénario est qu'il propose une entrée qui part d'emblée de la complexité et de la globalité des compétences du métier. Ceci se manifeste à au moins deux échelles différentes. À l'échelle de la séance, le dispositif permet d'articuler dans l'analyse les différentes composantes du travail enseignant mené en présence des élèves. À l'échelle plus large de l'ensemble des compétences professionnelles, il permet d'articuler des dimensions du travail en classe et hors-classe.

Le scénario propose d'expérimenter l'ensemble d'une séance, dans son entièreté et avec toutes ses phases : passations de consignes, phases de recherche, analyse et observation des procédures, mises en commun, bilans, synthèses. Les analyses portent ensuite sur l'ensemble de ce qui a été vécu, et permettent de mettre en relation les différents éléments. Elles permettent d'analyser comment ces éléments ont interagi et comment les choix faits à différents moments ont des effets sur l'ensemble. Pour ne citer que quelques exemples, le scénario permet d'analyser comment les choix faits pour la passation de consigne ont une incidence sur ce que produisent les phases de recherche, comment l'observation du travail réalisé est ou non restituée lors des mises en commun, comment les bilans permettent ou non d'articuler ce qui était visé, notamment par les consignes, avec ce qui a été effectivement travaillé. Le fait d'avoir vécu l'ensemble des phases rend ces analyses d'interactions moins abstraites et permet de mettre en relation les différentes compétences professionnelles.

À une échelle plus large, la tâche confiée aux groupes sur l'ensemble du scénario fait travailler un grand nombre de compétences professionnelles qui articulent le travail en classe et hors-classe : l'analyse d'une ressource, la détermination d'objectifs, le choix d'un déroulement et de modalités, l'élaboration d'une préparation, sa mise en œuvre effective, et enfin l'évaluation *a posteriori* de ce qui a été produit. Là encore, les analyses qui sont faites permettent d'articuler ces différentes dimensions du travail enseignant.

Par exemple, le scénario permet de comparer ce qui a été mis en œuvre à ce qui avait été préparé ; ce qui était visé et ce qui a été produit ; ce que proposait la ressource et ce qui en a été retenu ; et aussi d'analyser quels éléments de la préparation ont pu servir, notamment lors des moments d'adaptation ou d'improvisation, ou à l'inverse quels éléments manquants dans la préparation auraient pu permettre de faire face autrement à certains incidents. Ceci permet d'articuler dans l'analyse des compétences professionnelles qui interviennent dans le métier sur des échelles de temps longs, mais qui sont constamment en interaction entre elles.

Si beaucoup de scénarios de formation permettent de travailler ces différents éléments de façon séparée, il nous semble qu'un intérêt de ce scénario est au contraire de les réunir, ce qui permet de les articuler dans l'analyse, même si le travail mené sur chaque composante séparément est certainement moins développé. Ce scénario nous semble ainsi fournir une entrée, et en définitive un regard, sur la globalité des compétences du métier et sur la façon dont elles interagissent ensemble.

1.3 Une analyse d'éléments souvent difficiles à travailler en formation

Un autre intérêt que nous semble présenter ce scénario est qu'il permet un travail sur des éléments sur lesquels il peut être difficile *a priori* de travailler en formation. Parmi ceux-ci, un des plus évidents est le travail que ce scénario permet sur les dimensions d'improvisation, d'adaptation et de prises de décision en temps réel. Ces dimensions sont centrales dans le métier enseignant, mais sont souvent difficiles à travailler en formation, par manque d'un contexte qui le permette. Ici, l'expérimentation menée en temps réel introduit nécessairement des imprévus, qui conduisent à des ajustements du projet prévu. Le scénario permet d'analyser alors comment ce geste professionnel a été mené, de montrer en quoi des éléments de la préparation ont permis d'y faire face ou, à l'inverse, en quoi des éléments manquants l'auraient permis. Sur ce point, l'apport des formés qui jouent le rôle des élèves est essentiel, parce qu'ils apportent à la fois dans le déroulement des éléments imprévus qui font dévier le projet, et ensuite dans

l'analyse des retours sur la façon dont ils ont ressenti ces moments d'ajustement. Le scénario permet aussi de travailler et d'analyser les compétences liées à l'organisation des mises en communs et des phases de bilan, qui reposent sur une analyse en temps réel des productions. L'organisation d'une mise en commun demande d'expliciter des productions pour les classer et les hiérarchiser ; celle d'un bilan demande de les mettre en relation avec les savoirs et les apprentissages visés. Dans ce scénario, ces deux gestes professionnels sont attendus dans chaque passation, ce qui permet de les analyser ensuite. Leur analyse fait fréquemment apparaitre des décalages entre ce qui a été mis en commun ou présenté comme bilan et ce qui a effectivement été travaillé. Pour ces éléments, les apports des formés qui jouent le rôle d'observateurs et d'élèves sont essentiels, car ils apportent des informations depuis deux points de vue complémentaires permettant de rendre visibles ces décalages.

1.4 Recomposition des composantes cognitives et médiatives et travail sur la vigilance didactique

En prolongement, nous nous appuyons sur la double approche ergonomique et didactique de Robert et Rogalski (2002), qui proposent d'analyser les pratiques enseignantes en les décomposant selon 5 composantes, qu'il faut ensuite recomposer. Parmi ces 5 composantes, deux se situent du côté du métier, celles relatives aux contenus (composante cognitive) et aux modalités de travail et de gestion (composante médiative), les trois autres correspondent à des déterminants des pratiques (composantes personnelle, sociale et institutionnelle). Ce scénario permet quelquefois d'accéder à des dimensions des composantes sociales et personnelles, notamment du côté de la personne qui prend en charge la séance ; mais il permet surtout de produire dans les analyses une articulation, et donc une recomposition, des deux composantes cognitive et médiative. En lien avec cette approche, Charles-Pézard (2010) a introduit la notion de vigilance didactique, qu'elle définit comme « une sorte d'ajustement didactique permanent de la part du professeur faisant appel aux deux composantes cognitive et médiative des pratiques et s'exerçant dans les trois niveaux global, local et micro. » (p. 14). Cet ajustement permanent représente une dimension centrale du métier d'enseignant, et donc aussi des compétences que l'on souhaite travailler en formation, même si cela peut sembler *a priori* difficile.

Le scénario que nous présentons conduit les PES à exercer cet ajustement de façon constante pendant leurs passations, ce qui permet d'en donner ensuite des analyses et donc de travailler sur ce point en formation. Charles-Pézard (2010) précise différentes dimensions selon lesquelles la vigilance didactique s'exerce : installer une paix scolaire ; proposer des problèmes consistants ; aménager des temps de recherche suffisants ; analyser et expliciter des procédures ; hiérarchiser les procédures ; synthétiser l'ensemble des productions du groupe ; institutionnaliser. Dans ce scénario, le premier point n'intervient pas parce que les passations s'effectuent devant leurs pairs ; le deuxième point est pris en charge en amont par le formateur. En revanche les autres éléments constitutifs de l'exercice d'une certaine vigilance didactique interviennent largement lors des passations et peuvent être ensuite analysés au moment des échanges. Les passations conduisent de fait les PES à aménager des temps de recherche, à gérer et observer les phases de recherche de leurs collègues, à analyser en temps réel les procédures produites, qui peuvent s'éloigner fortement parfois de celles qu'ils avaient anticipées, à les expliciter, formuler, hiérarchiser et synthétiser pour les intégrer dans les mises en commun et enfin à élaborer des éléments d'institutionnalisation reliant ce qui a été mis en œuvre et les apprentissages ou savoirs qui étaient visés.

1.5 Un travail à partir des pratiques initiales émergentes des formés

Ce scénario permet, dans une certaine mesure, d'introduire dans l'espace de formation une partie des pratiques initiales des formés. Bien entendu, ce que les PES présentent dans les passations s'éloigne de leurs pratiques réelles pour de nombreuses raisons : ils s'adressent à des adultes, il y a une part importante de jeu de rôle, ils ont préparé collectivement, les questions de gestion de classe sont absentes, ils ne visent pas les mêmes enjeux d'apprentissage. Pour autant, la durée longue des 30 à 40 minutes fait qu'une partie des pratiques et des conceptions des formés apparait dans ce qu'ils présentent et dans ce

qu'ils ont préparé. Bien entendu, il s'agit de pratiques recomposées, issues d'échanges au sein d'un groupe, ce qui leur donne une forme de dépersonnalisation ; mais c'est justement cette dépersonnalisation qui permet ensuite d'en parler ouvertement devant les autres membres du groupe. Le dispositif permet ainsi d'amener au sein de l'espace de formation une partie des pratiques partagées et des conceptions initiales des PES, ce qui conduit à travailler d'une façon plus proche de leurs pratiques en cours de construction.

1.6 Une dimension de « preuve par l'exemple »

Un dernier avantage qu'il nous semble intéressant de souligner est le suivant. Dans l'ensemble, les passations se passent généralement « bien », même si les analyses conduisent ensuite à dégager des éléments que l'on pourrait approfondir ou développer. Le scénario permet alors aux formés d'observer, sur ces exemples, qu'eux-mêmes ou leurs pairs ont été capables de mener à bien des séances complexes, mobilisant des contenus mathématiques et des modalités de travail riches, comportant d'importantes phases de recherche, et appuyées sur des ressources qu'ils n'utilisent pas en général dans leurs stages. L'idée n'est pas qu'ils puissent s'emparer forcément tout de suite de ce type de situations, mais qu'ils constatent déjà qu'ils en sont capables, et que cela apporte un intérêt mathématique et des contenus plus riches que ceux que l'on trouve par exemple dans un fichier. Le scénario propose ainsi aux formés un espace d'expérimentation qui est, d'une certaine façon, protégé, puisque les passations sont menées auprès de leurs pairs, sans enjeu ni jugement sur le fond, et que l'évaluation porte ensuite seulement sur des compétences d'analyse. Ceci leur permet de constater qu'ils sont au moins capables de mener à bien ces séances, pourtant plus complexes que celles de leurs propres pratiques, et parfois en y trouvant plus de plaisir mathématique. Si leur travail d'enseignant débutant ne leur permet pas de pouvoir s'en emparer tout de suite, c'est du moins un constat qu'ils pourront garder en mémoire.

2 Des limites du dispositif

Les principales limites de ce scénario ont déjà été signalées, elles constituent essentiellement la contrepartie de la complexité que nous venons de pointer. La première limite est certainement le volume horaire important dont il y a besoin pour le mener à bien, d'au moins 20 heures, si ce n'est même idéalement 25.

Cette difficulté est encore renforcée par le fait que ce scénario ne permet pas d'aborder tous les contenus importants de l'école primaire, et notamment pas des contenus aussi essentiels que la construction du nombre en maternelle ou les problèmes arithmétiques à énoncés verbaux en élémentaire. Il n'est donc pas possible d'assurer toute la formation par ce seul scénario, qui doit être complété par d'autres. Pour contourner cette difficulté, des collègues ont proposé lors du colloque d'adapter le dispositif en réduisant grandement le nombre de situations et de groupes. Si la proposition est en soi intéressante, elle peut cependant présenter un risque de pertes importantes. En effet, les premières passations permettent aux PES de mieux comprendre ce qui est visé et ce que le scénario fait effectivement travailler, qui ne sont pas encore des points établis lors des premières passations. Le scénario présente de ce fait un effet cumulatif important, les dernières passations produisant plus d'effet que les premières, qu'elles éclairent rétrospectivement, et cet effet serait probablement perdu avec un nombre réduit de présentations.

Une autre difficulté qu'il nous semble important de souligner est celle liée à la complexité du scénario, qui est là aussi la contrepartie des intérêts qu'elle présente. Ce dispositif engage d'une part une complexité importante du côté des PES, qui comprennent de façon progressive ce qui est visé et ce que le scénario leur fait travailler, et qu'il faut donc accompagner. Il engage de plus une forme de complexité importante du côté du formateur, qui doit identifier en temps réel, dans ce qui vient d'être vécu par les formés, les points sur lesquels il souhaite revenir et qui lui paraissent importants à analyser, alors même qu'il n'a pas conçu ni préparé la passation et n'a fait que l'observer. Ces points peuvent de plus porter sur de nombreuses dimensions, aussi bien sur les plans mathématiques, didactiques, pédagogiques et professionnels, que sur leurs interactions. Cet aspect du scénario engage ainsi de nombreuses

compétences professionnelles de la part du formateur, pour lesquelles il peut gagner à s'appuyer sur une expérience antérieure. Il est ainsi possible qu'il puisse être plus facile pour des formateurs expérimentés de s'engager dans ce type scénario, que pour des formateurs qui débutent.

VI - CONCLUSION

Ce scénario de formation nous semble posséder de nombreux intérêts, tant du point de vue des formés, qui en font part dans leurs retours spontanés, que du point de vue du formateur. Il permet notamment d'analyser et d'articuler de nombreuses compétences professionnelles qui interviennent à différentes échelles et interagissent entre elles, à la fois en classe et hors-classe. Il permet ainsi de travailler sur la globalité et la complexité du métier, ainsi que sur des compétences qui peuvent se révéler difficiles autrement à aborder. Il présente bien évidemment des limites, qui sont la contrepartie de cette complexité. Il nous semble finalement que le bilan penche tout de même du côté de l'intérêt, et que l'important volume horaire mobilisé est compensé par la grande variété des compétences professionnelles que ce scénario permet de travailler et d'articuler. Au-delà de cette présentation fondée sur un partage d'expérience, l'analyse des potentialités et des limites de ce scénario mériterait d'être approfondie, notamment en s'appuyant sur le cadre théorique et les outils d'analyse de scénarios de formation élaborés par la COPIRELEM (2019). Ce travail d'analyse reste encore largement à poursuivre.

Nous terminons avec une interrogation sur laquelle il nous semble difficile de faire l'impasse dans le contexte actuel de réforme en cours de la formation initiale en France. Le scénario que nous venons de présenter s'adressait à des enseignants débutants à la fin de leur formation initiale, qui avaient validé le concours et poursuivaient leur formation en accompagnement d'un stage à mi-temps. Il était intéressant pour ce public de proposer ce scénario, qui conduit à approfondir leurs compétences professionnelles et pédagogiques en s'appuyant sur les connaissances mathématiques et didactiques validées au moment du concours, et en relation avec les pratiques professionnelles qu'ils sont en train de construire en stage. On peut se demander s'il sera possible de reprendre ce type de scénario dans le nouveau contexte, où les étudiants de M1 manqueront certainement des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires, et où ceux de M2 risquent d'être pris à plein temps par les attentes de la préparation du concours. À défaut de pouvoir reprendre le scénario à l'identique de ce que nous venons de présenter, cela nécessitera peut-être de s'en inspirer pour concevoir des dispositifs reposant sur les mêmes principes. Dans ce cas, les adaptations à mettre en place restent encore à inventer.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Anselmo, B. et Zucchetta, H. (2018). *Construire les nouveaux nombres au cycle 3 : fractions et décimaux*. Futuroscope : Canopé.

Charles-Pézard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique dans des écoles socialement défavorisées. *Recherches en didactique des mathématiques,* 30(2), 197 – 261.

COPIRELEM. (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, Situations-ressources- analyses, tome 1.* ARPEME, Coll. Les outils du formateur.

Batteau, V. et Clivaz, S. (2016). Le dispositif de formation continue Lesson Study : travail autour d'une leçon de numération. *Grand N,* 98, 27 - 48. Repéré à : https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/98n2_1552555015011-pdf

Charnay, R. et Mante, M. (2008). *Mathématiques PE1-PE2, Tome 1*. Paris : Hatier Concours.

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? Revue de Mathématiques pour l'école *(RMé) – ex Math-Ecole,* 224, 23-26. Repéré à : https://www.revue-mathematiques.ch/files/2614/6288/8786/ME224_Clivaz.pdf

Clivaz, S. et Takahashi, A. (2019). Lesson study, enseignement par la résolution de problèmes et neriage : réflexions autour de l'observation d'une leçon de mathématiques. *Actes du 46e colloque COPIRELEM, Lausanne*. Repéré à : http://arpeme.fr/documents/Actes-Lausanne-e.pdf

Emprin, F. et Emprin-Charotte, F. (2009). *Un rallye mathématique à l'école maternelle ? Oui, c'est possible !*. Reims : SCÉREN/CRDP de l'académie de Champagne-Ardenne.

ERMEL (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes* (4 tomes CE1-CE2-CM1-CM2). Paris : Hatier.

ERMEL Cycle 3. (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. Paris : Hatier.

Graff, O., Kirch, A., Wozniak, B et Volckrick, M. (2013). *Fractions et nombres décimaux. Cycle des approfondissements : CM1 - CM2*. Lille : SCÉRÉN/CRDP Nord – Pas de Calais.

Hocquart, O., Perrot, F., Plé-Robert, D. et Robert, M. (2010). *50 activités de recherche en mathématiques aux cycles 2 et 3*. Caen : CRDP de Basse-Normandie.

Houdement, C. (2013). Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques (Habilitation à diriger des recherches). Université Paris-Diderot Paris VII, Paris. Repéré à : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00957166/document

Houdement, C. et Peltier, M.-L. (1996a). Petit guide pour « fiche de prép ». Éléments pour construire une séance de mathématiques et rédiger la fiche de préparation (cycles 2 et 3 – école élémentaire). *Grand N*, 59, 77-84. Repéré à : https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/59n9_1562759772763-pdf

Houdement, C. et Peltier, M.-L. (1996b). Petit guide pour « fiche de prép ». Éléments pour construire une séance à dominante mathématique et rédiger la fiche de préparation (cycle 1). *Grand N*, 60, 57-65. Repéré à : https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/60n6_1562757425612-pdf

Lajoie, C. (Juin, 2019). Le jeu de rôles dans la formation à l'enseignement des mathématiques : potentialités et limites selon différents points de vue. *Actes du 46e colloque COPIRELEM, Lausanne*. Repéré à : http://arpeme.fr/documents/Actes-Lausanne-e.pdf

Rinaldi, A.-M. (2013). Mesurer avec une règle cassée pour comprendre la technique usuelle de la soustraction posée. *Grand N*, 91, 93-119. Repéré à : https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/91n5_1553765843802-pdf

Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. Dans Vandebrouk F. (Éd.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 59-65). Toulouse : Octarès Édition.

Valentin, D. (2004). *Découvrir le monde avec les mathématiques* (2 tomes PS/MS- GS). Paris : Hatier.

VIII - ANNEXE I : DOCUMENT DE CADRAGE POUR LA PREPARATION ET POUR L'EVALUATION

Cette annexe présente le document de cadrage remis aux PES, à la fois pour guider leur travail pendant les séances d'analyse et de préparation, et pour organiser le document à rendre à la fin pour l'évaluation. Ce document est à présenter selon les 3 parties suivantes :

- Une analyse didactique *a priori* de la situation, visant à faire apparaitre les enjeux de la situation ainsi que les éléments de choix disponibles du côté de l'enseignant ;
- Une présentation des choix finalement retenus par le groupe pour sa passation ;
- Une analyse *a posteriori* de ce qui a été vécu en séance puis analysé collectivement au moment de la passation.

Il n'y a pas de nombre de pages requis pour ce document, mais l'expérience montre qu'ils font en général aux alentours d'une dizaine de pages.

I. Analyse didactique de la situation

La première partie du travail vise à analyser le potentiel didactique *a priori* de la situation. Il s'agit de mener une analyse didactique de la situation pour elle-même, à partir de ce que présente la ressource. L'enjeu de cette analyse est de dégager des éléments de choix disponibles pour l'enseignant dans la situation. L'analyse à mener, puis à présenter dans le document à rendre pour l'évaluation, se décompose en six sous-parties qui sont les suivantes :

1. Description de la situation :

Il s'agit de donner une description de la situation qui permette de la présenter de la façon la plus objective possible (pour elle-même, sans anticiper ce que pourront faire les élèves, et indépendamment des utilisations pédagogiques ou didactiques que l'on peut lui conférer.)

2. Objectifs :

Il s'agit d'identifier le ou les objectif(s) d'apprentissage que l'on peut associer à cette situation. Il est possible de distinguer des objectifs principaux et des objectifs secondaires.

3. Analyse didactique au niveau du contenu mathématique :

Il s'agit de produire une analyse didactique du contenu mathématique, notamment en dégageant les éléments suivants :

- Procédures potentielles et/ou attendues *(qui pourront être complétées par les procédures effectivement produites au moment de la passation et qui n'avaient pas été anticipées)* ;
- Variables didactiques intervenant dans la situation ;
- Difficultés prévisibles ou attendues *(qui pourront être complétées par les difficultés effectivement observées au moment de la passation et qui n'avaient pas été anticipées)* ;
- Erreurs prévisibles ou attendues *(même remarque)* ;
- Prérequis ;
- Aides et relances possibles ;
- Éventuellement : éléments de différenciation.

4. Analyse didactique au niveau des déroulements :

Il s'agit de produire une analyse didactique des modalités de travail possibles, notamment en dégageant les éléments suivants :

- Étapes, phases ;
- Durées ;
- Possibilités éventuelles de mises en commun ou bilans intermédiaires ;
- Modalités de travail (travail individuel, en binômes, en groupes, tailles des groupes, travail écrit et/ou oral, etc.) ;
- Matériel à prévoir (pour les élèves, pour l'enseignant, pour les mises en commun)

- Modes de distribution ou mise à disposition du matériel.

5. Rédaction explicite de formulations à proposer en bilan, synthèse, institutionnalisation :
Il s'agit d'identifier et de formuler des éléments que l'on peut prévoir de mettre en évidence à la fin de la séance en termes de bilan ou d'institutionnalisation. Il importe de rédiger explicitement des formulations écrites de ces éléments (avant la passation).

6. Formulation explicite d'une consigne :
Il s'agit de rédiger explicitement par écrit la formulation d'une consigne (avant la passation).

II. Préparation d'une passation et choix effectués pour la mise en œuvre

Dans cette partie les choix effectivement retenus lors de la préparation de la passation sont présentés. Cette deuxième partie du document vise à faire apparaitre, parmi la variété des choix disponibles, ceux qui ont été finalement retenus par le groupe pour la préparation de sa passation. Si le groupe a rédigé une fiche de préparation pour sa passation, celle-ci peut être jointe à cette deuxième partie (mais pas la remplacer). Enfin, si le travail des observateurs a également été préparé, ces éléments peuvent être présentés dans cette partie.

III. Analyse a posteriori

Il s'agit de mettre en évidence les principaux éléments que l'on peut retenir de l'expérimentation menée ainsi que des analyses qui l'ont suivie. Il ne s'agit pas de restituer l'ensemble des échanges, mais de présenter les principaux éléments d'analyse qui ont été dégagés à l'issue de la passation.Cette partie s'appuiera sur une analyse des procédures ou des productions effectivement relevées lors de la passation en séance (que ce soit par les observateurs pendant le travail, ou par un recueil des productions à la fin de la séance).

IX - ANNEXE II : COMPLEMENTS SUR LES SITUATIONS UTILISEES

Cette annexe présente les situations utilisées de façon plus détaillée qu'elles ne le sont dans le texte. En particulier, à la fin de chaque présentation, nous donnons la liste des documents remis aux groupes qui en assuraient la préparation. Il s'agissait à chaque fois de photocopies directes des pages des ressources, sans aucun ajout ni travail de mise en page.

1 Exposition de la collection (Valentin, fin PS-MS)

Il s'agit d'élaborer, à partir d'une « *énorme collection* » de bouchons, un catalogue de cette collection, c'est-à-dire une sous-collection qui présente un exemplaire de chaque bouchon différent, ou, tout au moins, le plus grand nombre possible de bouchons tous différents. Cette tâche interroge ce que signifie être « différent » et conduit à identifier des propriétés et à les nommer. Sa mise en œuvre aboutit à de nombreuses procédures différentes.

Elle nécessite de mettre en place des modes d'organisation des différentes collections (celle des bouchons que l'on a reçus, celle en cours d'élaboration des bouchons que l'on veut retenir, celle également en cours d'élaboration de ceux qui représentent des « doubles » et que l'on va écarter, et enfin celle des bouchons qui n'ont pas encore été considérés). C'est une situation qui est intéressante à placer tôt dans le scénario, parce qu'elle permet aux PES de se rendre compte qu'il peut exister beaucoup de procédures très différentes, même pour une tâche qui peut apparaitre au départ très simple et presque anodine. Ce constat aide les groupes suivants à entrer dans le scénario et à comprendre ce que celui-ci permet de faire travailler. Pour illustrer ce point, les images ci-dessous (figure 1) présentent différents exemples d'organisation mis en œuvre par des PES.



Figure 1. Travail de différents groupes de PES sur la situation « Exposition de la collection ».

Documents remis : La situation « Exposition de la collection » est présentée dans l'ouvrage (Valentin, 2004). Elle figure dans le quatrième chapitre : « Observer pour comprendre – Pareil, pas pareil… des qualités ». Ce chapitre propose un ensemble de huit situations utilisant le même matériel (la collection de bouchons), qui font travailler différentes compétences et qui sont organisées selon une progression cohérente. La situation retenue est la cinquième du chapitre. Les PES recevaient une photocopie de l'ensemble du chapitre (pp. 87-104), afin de pouvoir voir comment cette situation s'insère dans la progression, tout en ayant pour consigne de travailler spécifiquement sur la cinquième situation (p. 97).

2 Embouteillages – *Rush hour* (Valentin, MS-GS)

La situation s'appuie sur un jeu vendu dans le commerce, dont Dominique Valentin propose une adaptation pour la maternelle. Sur un réseau quadrillé de format 5 × 5, une voiture rouge est bloquée par d'autres voitures et camions. Elle doit sortir du parking par l'ouverture placée devant elle sur la même ligne à droite. Le problème consiste à déplacer les voitures et camions qui la bloquent afin de lui ouvrir le passage. Pour cette situation, Dominique Valentin a conçu une progression de 24 situations-problèmes, dont voilà deux exemples proposés dans l'ouvrage pour PS-MS (figure 2) :

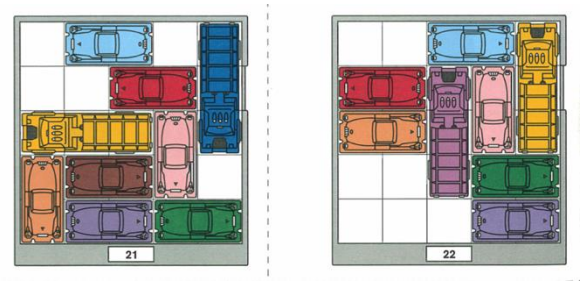


Figure 2. Cartes problèmes N°21 et 22 pour les embouteillages (Valentin, 2004, Annexe p.16).

Documents remis : La situation est présentée dans les deux ouvrages de Dominique Valentin, l'un pour PS-MS (Valentin, 2004) et l'autre pour GS (Valentin, 2005). Les cartes-problèmes figurent dans l'ouvrage pour PS-MS. Les PES recevaient les photocopies suivantes : la présentation de la situation dans l'ouvrage pour PS-MS (Valentin, 2004, pp. 15 et 28-34), la présentation de la situation dans l'ouvrage pour GS (Valentin, 2005, pp. 1 et 5-8) et les 24 cartes-problèmes (Valentin, 2004, Annexe pp. 13-16). Ils recevaient également l'indication du site suivant, qui propose une version gratuite en ligne des 24 situations-problèmes (mais avec cependant des couleurs différentes) : https://micetf.fr/embouteillages/#1

3 Les cinq tours alignées (Valentin, GS)

La situation demande de placer cinq tours de hauteurs différentes sur une même ligne, de façon à voir un nombre d'entre elles prescrit à l'avance depuis chacune des deux extrémités de l'alignement. La situation fait suivre un premier travail dans le méso-espace d'une reprise de la même situation dans le micro-espace. Dans un premier temps, les élèves doivent déterminer, à partir d'une configuration donnée des cinq tours, combien on en voit depuis chaque extrémité. Dans l'image ci-dessous (figure 3), l'élève observe une configuration des tours dans le micro-espace et doit déterminer combien en voient les deux figurines rouge et verte. En l'occurrence, le personnage vert en voit une (qui cache toutes les autres) et le personnage rouge en voit 4 (toutes sauf celle de hauteur 2, qui est cachée). Cette configuration correspond ainsi au couple de valeurs 4 (rouge) – 1 (vert).

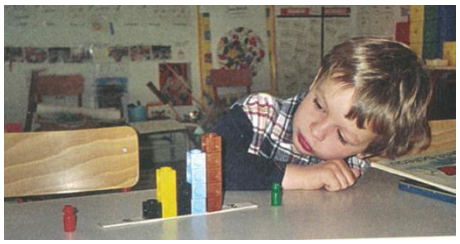


Figure 3. Cinq tours qui correspondent aux valeurs 3 (personnage rouge) et 1 (personnage vert). (Valentin, 2005, p.121.)

Le problème à résoudre ensuite est le problème inverse du précédent, qui consiste à chercher des configurations permettant de réaliser des couples de valeurs données à l'avance (lorsque c'est possible). Par exemple, le problème présenté ci-dessous (figure 4) consiste à positionner les cinq tours de façon à en voir 2 depuis la gauche et 3 depuis la droite. Selon les couples de valeurs proposées, ce problème peut avoir une unique, plusieurs ou aucune solution(s). (En l'occurrence, le problème présenté dans la figure 4 en possède un grand nombre.)



Figure 4. Problème posé par les valeurs 2-3. (Valentin, 2005, p. 121.)

Documents remis : La situation est présentée dans les ouvrages de Dominique Valentin pour PS-MS (Valentin, 2004) et pour GS (Valentin, 2005). Les PES recevaient les photocopies des deux présentations, c'est-à-dire les extraits suivants : (Valentin, 2004, pp. 131-136) et (Valentin, 2005, pp. 115-121). Ces deux extraits contiennent beaucoup plus que ce que l'on peut aborder en 40 minutes, même avec des adultes. Les PES avaient alors la nécessité de faire des choix. Ils étaient incités à se concentrer de préférence sur la fin de la situation, et notamment sur les pages 119-121 de l'ouvrage pour la GS.

4 Chat, c'est toi le chat ! (Emprin et Emprin-Charotte, GS)

Le problème est présenté dans le cadre d'un rallye mathématique pour la maternelle. Il s'agit d'une tâche collaborative conçue pour des groupes de quatre élèves. Chaque groupe doit recomposer une configuration globale à partir d'indications partielles qui indiquent des positionnements relatifs. Les quatre élèves doivent se positionner dans six emplacements disposés comme sur la figure 5, en deux lignes de trois disques.

Chaque élève du groupe dispose d'une carte personnelle du même type que celle présentée sur la figure 6. Celle-ci, par exemple, indique que l'élève qui la possède doit avoir un élève du groupe placé devant lui et un autre à sa gauche, mais aucun derrière lui ni à sa droite. L'ensemble des quatre cartes permet de reconstituer la configuration globale. Ce problème peut parfois conduire à plusieurs solutions, comme sur l'exemple de la figure 7.

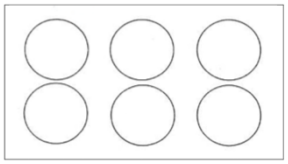


Figure 5. Les 6 disques. (p. 63)

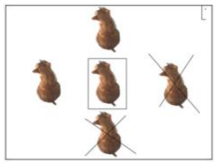


Figure 6. Une carte-élève. (p. 65)

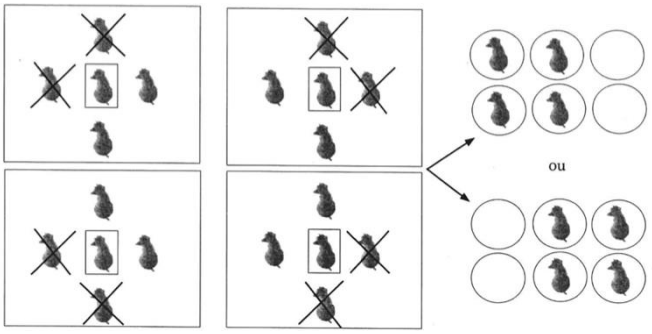


Figure 7. Un exemple de problème qui possède deux solutions. (Emprin et Empin-Charotte, 2009, p. 65)

Documents remis : La situation est présentée dans l'ouvrage (Emprin et Emprin-Charotte, 2009), qui propose des situations pour un rallye mathématique en maternelle. Cet ouvrage fournit relativement peu d'accompagnements théoriques. Les PES recevaient les photocopies des pages de la ressource qui présentent la situation (pp. 63-67), ainsi que des pages de l'introduction qui donnent des remarques générales sur l'ensemble des exercices (pp. 31-34). Au besoin, des compléments pouvaient leur être apportés par des échanges oraux avec eux pendant leur travail.

5 Où est le plot ? (ERMEL géométrie, CM1)

Il s'agit d'une situation de géométrie dans le méso-espace, qui vise à faire travailler la notion d'alignement, et à identifier de premières façons de la caractériser, notamment en lien avec la question du point de vue. Dans un premier temps, les élèves doivent positionner un plot sur le sol de façon qu'il soit sur une courbe tracée au sol et aligné avec deux autres objets déjà posés (figure 10). Les élèves travaillent en équipe et doivent identifier comment ils peuvent garantir que les objets sont effectivement alignés. Dans un second temps, il est ensuite demandé aux élèves de placer un plot au sol de façon qu'il vérifie deux conditions d'alignement, autrement dit qu'il soit placé à l'intersection de deux droites définies chacune par la donnée de deux de leurs points (figure 11).

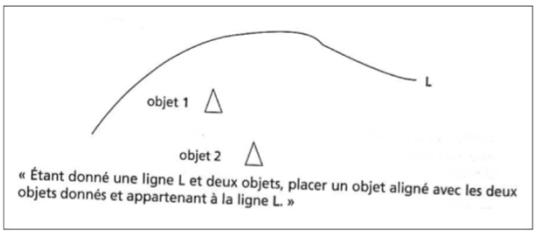


Figure 10. Un problème d'alignement dans le méso-espace. (ERMEL cycle 3, 2006, p. 146.)

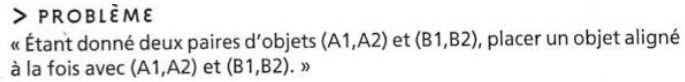


Figure 11. Un problème de conjonction d'alignements dans le méso-espace. (ERMEL cycle 3, 2006, p. 150.)

Documents remis : La situation est présentée dans l'ouvrage ERMEL cycle 3 (2006). Les PES recevaient des photocopies de deux extraits de l'ouvrage : la présentation de la situation elle-même (pp. 146-152) et les aspects théoriques et choix didactiques présentés par la ressource sur l'alignement (pp. 91-105).

6 Puzzle à agrandir (Hocquard, Perrot, Plé-Robert et Robert, fin cycle 2 – cycle 3)

Le problème consiste à reproduire la figure proposée ci-dessous (figure 8, à gauche) à partir d'une amorce présentée à une échelle plus grande (figure 8, à droite). De très nombreuses procédures sont possibles en fonction des instruments dont on dispose. Il est notamment possible de reproduire cette figure : à l'aide d'une règle graduée ; à l'aide d'une équerre seule ; à l'aide d'une règle et d'un compas ; à l'aide d'une règle non graduée et d'une bande informable et pliable ; à l'aide d'un gabarit de triangle équilatéral élémentaire ; ou encore sans aucun instrument, à l'aide de découpages et de pliages (les approches par pliage conduisant d'ailleurs à plusieurs procédures de natures différentes). L'analyse de la figure pour la reproduire conduit à repérer un grand nombre de propriétés d'alignements, intersections, milieux, égalités de longueurs, parallélismes, perpendicularité. Il est par ailleurs possible d'analyser cette figure comme construite à partir d'un réseau de triangles équilatéraux ou d'un réseau de rectangles, dont la restauration permet de reconstruire toute la figure (figure 9).

Documents remis : La situation est présentée dans l'ouvrage (Hocquard, Perrot, Plé-Robert et Robert, 2010). Cet ouvrage présente une série de 50 activités de recherche en mathématiques pour les cycles 2 et 3, mais sans les accompagner de développements théoriques comme le font d'autres ressources utilisées dans le scénario. Les PES recevaient des photocopies de deux ouvrages différents, pour qu'ils aient également des éléments théoriques sur lesquels appuyer leur réflexion : d'une part la présentation de la situation dans la ressource elle-même (*op. cit.*, pp. 29-32), et d'autre part des repères théoriques pour l'enseignement de la géométrie proposés dans un ouvrage pour la formation initiale (Charnay et Mante, 2008, pp. 216-231).

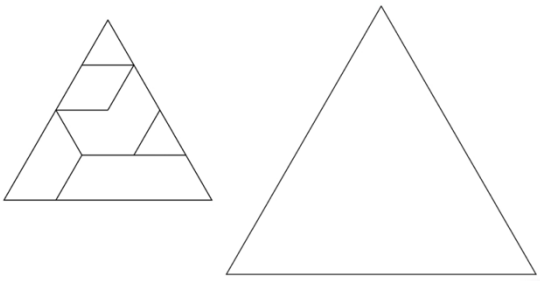


Figure 8. Figure à reproduire et amorce. (Hocquard, Perrot, Plé-Robert et Robert, 2010, p. 30)

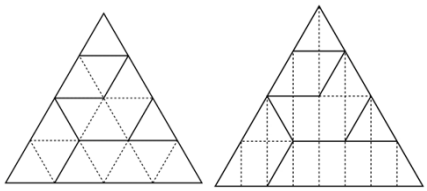


Figure 9. Deux décompositions de la figure à partir de réseaux de triangles et de rectangles.

7 Les mots-nombres (ERMEL, CE1 et CM1)

Les deux situations des mots-nombres prévues pour le CE1 ou le CM1 visent à étudier le fonctionnement du système de numération orale. La situation pour le CE1 porte en particulier sur les mots-nombres entre 1 (ou 0) et 100, avec des questions sur l'organisation en dizaines et unités ainsi que sur les désignations irrégulières des nombres entre 69 et 100. La situation pour le CM1 porte sur les « grands nombres », à savoir les nombres jusqu'au million ou milliard, et sur l'utilisation conjointe pour leurs désignations orales des deux bases dix et mille. Les deux situations exploitent des principes similaires, mais font travailler des contenus mathématiques différents et conduisent à des éléments de gestion différents. Après avoir établi la liste de tous les mots dont il y a besoin pour désigner les nombres jusqu'à cent (CE1) ou jusqu'à un million ou un milliard (CM1), les élèves travaillent avec des étiquettes qui portent les noms des mots-nombres élémentaires. Différents problèmes sont posés à l'aide de ces étiquettes, notamment celui qui consiste à trouver le plus possible, voire éventuellement tous, les mots-nombres que l'on peut composer à partir d'un tirage d'étiquettes.

Par exemple, en CE1, on peut faire chercher les 9 mots-nombres qui peuvent s'écrire à l'aide des cinq étiquettes « deux », « cinq », « onze », « trente » et « cinquante », ou les 43 mots-nombres qui peuvent s'écrire avec les cinq étiquettes « deux », « quatre », « sept », « vingt » et « cent » (figure 12). En CM1, on

peut faire chercher par exemple les 41 mots-nombres qui peuvent s'écrire à l'aide des quatre étiquettes « quatre », « trente », « cent(s) » et « mille » (figure 13). Du fait de la double base dix et mille, la situation en CM1 donne naissance à une profusion de combinaisons, qui pose des problèmes spécifiques d'énumération et de combinatoire.

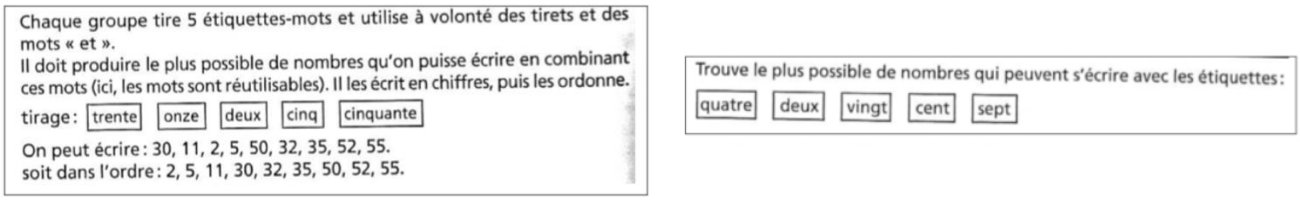


Figure 12. Deux problèmes de mots-nombres en CE1, à partir de tirages de 5 étiquettes. (ERMEL CE1, 2005, pp. 340 et 343.)

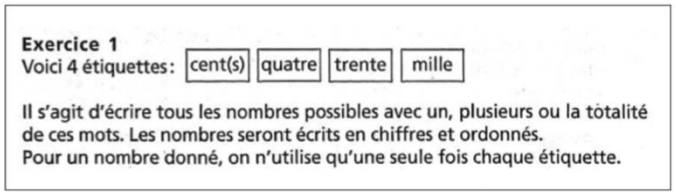


Figure 13. Recherche de mots-nombres en CM1, à partir d'un tirage de 4 étiquettes. (ERMEL CM1, 2005, p. 151.)

Documents remis : La situation pour le CE1 est proposée dans l'ouvrage (ERMEL CE1, 2005). Les PES recevaient les photocopies de deux extraits de cet ouvrage : la présentation de la situation elle-même (pp. 336-343) et les éléments théoriques sur la désignation orale des nombres (pp. 301-303). Le premier extrait présente un nombre important d'activités relatives à cette situation, qui dépasse largement ce qu'il est possible de traiter en 40 minutes. Selon les années et en fonction des besoins des groupes, ceux-ci pouvaient être laissés libres d'effectuer leurs propres choix ou bien être accompagnés par des échanges oraux si cela pouvait sembler utile pendant leur préparation. Les groupes recevaient également en complément les photocopies de ce que l'ouvrage (ERMEL CE2, 2005) propose ensuite comme prolongement en CE2 (pp. 311-314).

Documents remis : La situation pour le CM1 est proposée dans l'ouvrage (ERMEL CM1, 2005). Les PES recevaient les photocopies de deux extraits de cet ouvrage : la présentation de la situation (pp. 149-153) et les aspects théoriques et choix de la ressource pour le CM1 (pp. 125-130). Comme pour la situation précédente, il y a des choix à effectuer parmi tout ce qui est proposé, et les PES pouvaient être laissés libres de leurs choix ou bien être plus ou moins accompagnés par des échanges oraux.

8 Problème des pirates (ERMEL, CE2) – Partage du trésor (ERMEL, CM1)

Ces deux situations similaires pour le CE2 et le CM1 portent sur une première approche des problèmes de partage, et proposent un dispositif de présentation graphique qui permet la production de premières techniques et stratégies de calculs. Dans les deux exemples présentés ci-dessous (figure 14), on voit à gauche le problème posé par le partage de 970 pièces d'or entre 8 pirates, et à droite un exemple de résolution à l'aide du dispositif proposé, correspondant au partage de 1355 pièces entre 8 pirates (dont la solution présentée consiste à donner successivement 100 pièces, puis 20, puis 40, puis 9 à chaque pirate). La ressource pour le CM1 propose ensuite une exploitation de cette situation (« Vers l'algorithme de la division », ERMEL CM1, 2005, pp. 253-255), qui n'est pas abordée en CE2, qui consiste à produire, à partir de ces techniques de calcul, une mise en forme symbolique à l'aide de la potence, qui conduit à une technique algorithmique présentée de façon formelle mais non encore optimisée (la division à étages).

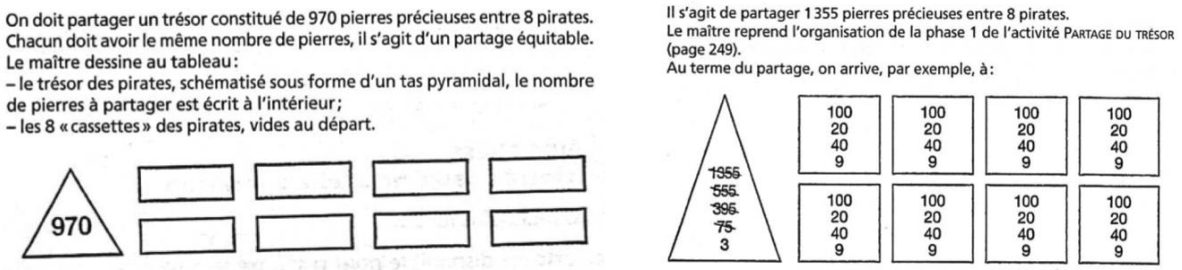


Figure 14. Deux exemples de problèmes de partage. (ERMEL CM1, 2005, pp. 250 et 253.)

Documents remis : Des présentations proches et complémentaires de la situation sont proposées dans les deux ouvrages (ERMEL CE2 et CM1, 2005). Les PES recevaient les photocopies de quatre documents : la présentation de la situation pour le CE2 (ERMEL CE2, 2005, pp. 228-229), les éléments théoriques sur les problèmes de multiplication et division pour le CE2 (*ibid.*, pp. 194-209), la présentation de la situation pour le CM1 (ERMEL CM1, 2005, pp. 249-255) et les éléments théoriques sur les problèmes de multiplication et division pour le CM1 (*ibid.*, pp. 216-227). Le troisième extrait ci-dessus contient également la présentation d'une situation proposée ensuite pour le CM1 « Vers l'algorithme de division » (*ibid.*, pp. 253-255), qui présente un prolongement de la situation étudiée consistant à traduire ce qui a été travaillé sous la forme d'écritures symboliques formelles à l'aide de la potence.

9 Feuilles de partage (ERMEL, CM2)

Il s'agit de faire produire aux élèves un algorithme optimisé pour effectuer des divisions euclidiennes posées. La situation suit un déroulement en trois phases. Dans une première étape de manipulation, les élèves disposent de billets qui correspondent aux unités de numération et ils doivent dégager une stratégie permettant d'effectuer des partages en minimisant le nombre d'échanges de billets. Dans une deuxième étape, mentale, les élèves doivent reproduire mentalement la suite des actions exécutées, afin de les décrire et de les formuler par du langage. La troisième étape consiste en un passage de la manipulation à une représentation symbolique, en introduisant un système d'écriture qui permet de coder l'algorithme produit. La situation s'appuie sur un autre mode de présentation que celui plus habituel de la potence, les « feuilles de partage », qui permettent d'expliciter les gestes effectués et les unités de numération qui interviennent. Cette situation permet de construire le sens de l'algorithme de calcul en même temps que la technique qui lui est associée. L'illustration ci-dessous présente un exemple d'utilisation d'une feuille de partage pour effectuer la division de 6735 par 8 (ou le partage de 6735 pièces entre 8 personnes) (figure 15).

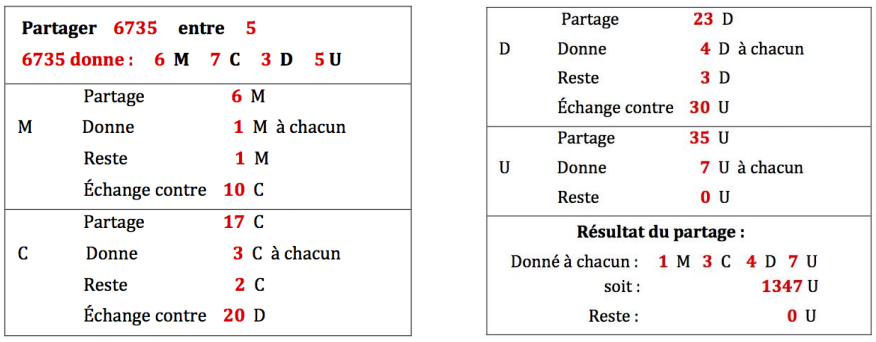


Figure 15. Un exemple d'utilisation de feuille de partage pour effectuer la division euclidienne de 6735 par 5.

Documents remis : La situation est présentée dans l'ouvrage (ERMEL CM2, 2005s). Les PES recevaient les photocopies de deux extraits de l'ouvrage : la présentation de la situation elle-même (pp. 257-263) et les éléments théoriques sur l'enseignement de la multiplication et de la division au CM2 (pp. 218-213). Ils recevaient également l'adresse du site de Frédérick Tempier *Enseigner la numération décimale*, qui propose

des compléments théoriques ainsi qu'une autre présentation des feuilles de partage : http://numerationdecimale.free.fr/ .

10 Bandes unités (ERMEL, CM1)

Cette situation est une situation d'introduction et de première rencontre des fractions. Elle vise en particulier à faire ressentir le besoin d'avoir d'autres nombres que les nombres entiers pour certains problèmes. Elle s'appuie sur un dispositif classique d'échanges de messages, dans un contexte de mesures de longueurs non-entières. Les élèves disposent d'une bande-unité et d'une feuille qui contient six segments, dont aucun n'est de mesure de longueur entière par rapport à cette unité. Les élèves doivent produire un message qui permette de retrouver l'un des six segments de la feuille (figure 16). Ils peuvent rédiger toute sortes de messages et ont la possibilité de plier la bande pour obtenir des subdivisions de l'unité. L'enjeu de cette situation d'introduction n'est pas d'apprendre déjà aux élèves à mesurer avec des fractions, ni de leur faire produire d'emblée des messages corrects et efficaces, comme les PES le pensent souvent, mais plutôt de conduire les élèves à produire une variété de messages, pouvant s'appuyer ou non sur les fractions, afin de pouvoir comparer leur efficacité à leur rédaction. Dans le scénario, cette situation présente l'intérêt d'être une situation d'introduction d'une nouvelle notion, et permet d'interroger l'importance qu'il peut y avoir à faire produire aux élèves des réponses qui ne sont pas forcément associées à une réussite de la tâche.

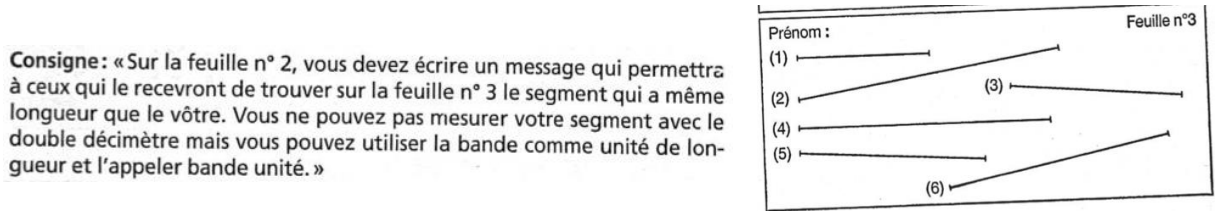


Figure 16. (ERMEL CM1, 2005, pp. 406 et 407)

Documents remis : Des situations similaires sont présentées dans différentes ressources. Celle retenue pour la présentation de la situation est (ERMEL CM1, 2005). Les PES recevaient les photocopies de deux extraits de l'ouvrage : la présentation de la situation (pp. 404-415) et les objectifs du module sur les fractions et décimaux (p. 403). Ils recevaient en complément la photocopie de la situation suivante proposée par la ressource (« Droite graduée 1 », pp. 416-420), pour voir quel prolongement la ressource donne à cette situation d'introduction et comment elle s'insère dans une progression plus longue.

11 Les règles bizarres (ERMEL, CE2) – La règle effacée (ERMEL, CE2)

Ces deux situations visent à faire travailler la notion de mesure de longueurs, conçue comme itération d'une longueur unité et non pas seulement comme simple lecture directe d'une graduation, et à mobiliser les relations entre les notions de différence, écart et distance (Rinaldi, 2013, pp. 99-100). Ces deux situations s'appuient sur des règles graduées de façons atypiques. Dans la situation des règles bizarres, les élèves doivent rédiger un message permettant de reproduire un segment (figure 17). Ils disposent pour cela d'une « règle bizarre », qui peut être soit cassée (c'est-à-dire démarrant à une autre valeur que 0), soit symétrique (c'est-à-dire munie d'une double graduation démarrant à partir d'une valeur 0 placée au centre) ; ils ne connaissent pas le type de règle dont disposent les élèves auxquels ils s'adressent.

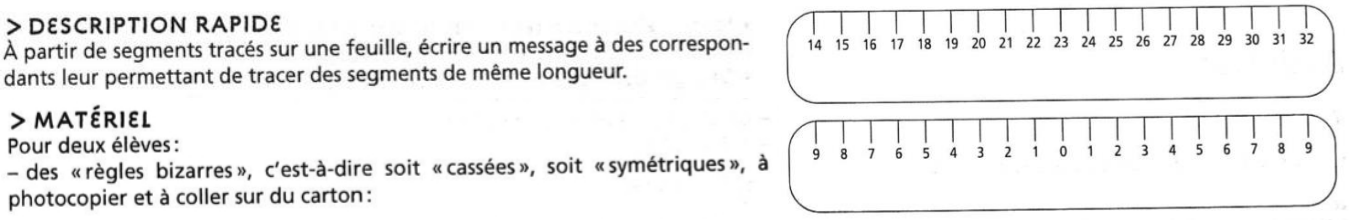


Figure 17. Deux règles bizarres : une règle cassée et une règle symétrique. (ERMEL CE2, 2005, p. 370)

Dans la situation des règles effacées, qui fait suite à la précédente, les élèves disposent d'une règle dont certaines graduations sont manquantes et ils doivent identifier les longueurs qu'il est possible de mesurer avec cette règle comme écarts ou différences entre deux graduations présentes (figure 18).

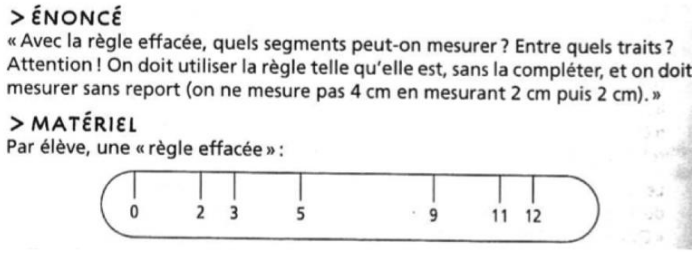


Figure 18. Une règle effacée. (ERMEL CE2, 2005, p. 37 ?)

Documents remis : Les deux situations sont proposées dans l'ouvrage (ERMEL CE2, 2005). Les PES recevaient les photocopies des pages 369-379 de cet ouvrage, qui présentent successivement les objectifs du module (p. 369), la situation des règles bizarres (pp. 370-376) et celle des règles effacées (pp. 376-379). Il leur était proposé de choisir entre les deux situations celle qu'ils souhaitaient retenir. Ils recevaient également en complément l'article de Rinaldi (2013) qui donne des éléments de réflexion théoriques sur les enjeux liés à la règle cassée.

UN DISPOSITIF DE FORMATION AUTOUR DU JEU DE GO

Antoine FENECH
Professeur de mathématiques, Capitaine de l'Equipe de France de Jeu de Go,
Collège International de l'Esplanade, Strasbourg
antoine.fenech@gmail.com

Richard CABASSUT
Maître de Conférences, Université de Strasbourg
LISEC EA 2310
richard.cabassut@unistra.fr

Un groupe IREM sur le jeu de go à l'école primaire a été mis en place à Strasbourg depuis 2018, et notamment durant la période de confinement liée à la situation sanitaire. Après avoir présenté le contexte de ce travail, nous précisons le cadre théorique, notamment sur le raisonnement. Nous indiquons des dispositifs de classe ou de formation qui mettent en œuvre une articulation entre le savoir mathématique des programmes de l'école primaire et le savoir du jeu de Go. Nous concluons sur l'intérêt de ces dispositifs pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

I. LE CONTEXTE

1 En France

En France le rapport Villani-Torossian (2018, p.15) encourage les activités associant mathématiques et jeux et a été soutenue la première thèse en didactique (Haye 2019) sur le jeu de Go en cycle 3 comme vecteur d'apprentissages mathématiques. L'association strasbourgeoise du jeu de Go a développé depuis près de 20 ans des règles de jeu de Go adaptées aux élèves de l'école primaire. Depuis le BOEN de 2012, le jeu d'échec est encouragé à l'école primaire. Or, le jeu de Go a des règles de jeu beaucoup plus simples qui rendent son introduction beaucoup plus facile à l'école primaire.

2 La recherche

Moyer)2001) ou Carbonneau et al. (2013) ont étudié l'importance des manipulations dans l'apprentissage des mathématiques. Poirier et al. (2009) ont montré la relation entre le jeu et l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Des recherches ont montré l'intérêt des jeux de stratégie pour l'enseignement des mathématiques (Movshovitz-Hadar 2011). Parmi ces jeux de stratégie, Jancarik (2017, p.226) a montré que « les domaines développés par les échecs sont avant tout le pouvoir de résolution de problèmes, mais aussi la pensée logique et la capacité de visualiser en géométrie »[1]. Des recherches à l'école primaire ont montré que le jeu de Go, un autre jeu de stratégie, développait les fonctions cognitives (Tachibana & al. 2012). Enfin Fenech et al. (2020) a montré que le jeu de Go était un moyen de participer à l'enseignement du programme mathématique de l'école primaire.

II. CADRE THEORIQUE

1 La double transposition

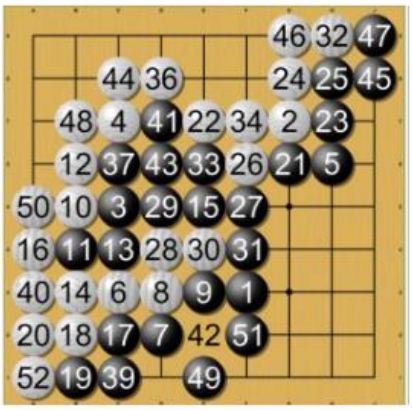
La théorie de la transposition didactique de Chevallard (Bosch & al. 2006) étudie les passages du savoir savant au savoir à enseigner, puis au savoir enseigné puis au savoir appris. Cabassut (2007) a introduit la notion de double transposition : le savoir du jeu de Go et le savoir mathématiques sont transposés dans

[1] Traduction française de R.C. : " the areas that are developed through chess are primarily problem-solving power but also logical thinking and ability to visualize in geometry"

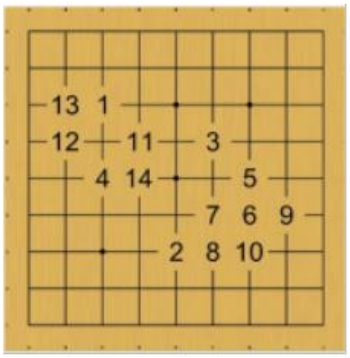
un enseignement commun dès l'école primaire (Fenech & al. 2020). Le savoir mathématique peut être décrit dans les programmes de mathématiques de l'école primaire. Le savoir du jeu de Go peut être décrit par l'association strasbourgeoise de jeu de Go (Strasgo 2021).

2 Les registres de représentation

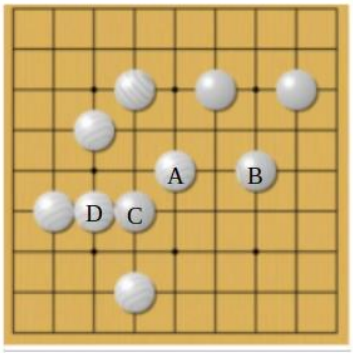
Duval (2006) dans sa théorie des registres de représentations sémiotiques, insiste sur trois compétences : savoir représenter un même objet dans plusieurs registres, savoir le traiter dans chaque registre (traitement intra-registre), savoir convertir la représentation d'un registre à l'autre (traitement inter-registres). Pour le jeu de Go plusieurs registres sont disponibles : le registre de l'action avec les pierres et le plateau de jeu (Goban), la langue orale quotidienne, la langue orale avec le seul vocabulaire spécifique, au jeu de Go autorisé le codage pour représenter une partie sur une feuille de papier quadrillée.



Codage figuratif d'une partie



Codage moins figuratif



Représentation figurative

Pose une pierre blanche sur le Tengen. Cette pierre s'appelle A.
Pose une pierre en Tobi à droite de A. Cette pierre s'appelle B.
Pose une pierre en Keima en haut à droite de A, un autre en Keima en haut à gauche de A, une autre en Keima à gauche en haut de A.
Pose une pierre en Kosumi en bas à gauche de A. Elle s'appelle C.
Pose une pierre en Keima à gauche en bas de A. Elle s'appelle D.
Pose une pierre en Keima en haut à droite de B.
Pose une pierre en Tobi en bas de C.
Pose une pierre en Nobi à gauche de D.

Codage en langage de jeu de Go de la représentation de gauche

Pour les savoirs mathématiques on utilise les registres traditionnels.

3 Le raisonnement

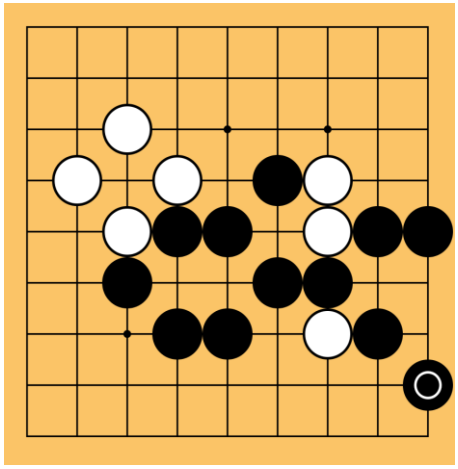
Différents types de raisonnements peuvent être envisagés. Cabassut (2005) distingue deux types de raisonnement. Le raisonnement de plausibilité permet d'affirmer qu'une proposition est plausible. Il est souvent construit suivant le schéma « ((si A alors B) vrai) et (B vrai), donc A est plausible ». C'est un raisonnement très utilisé dans le registre de l'action, en sciences expérimentales et dans la vie quotidienne.

Il est aussi utilisé en mathématiques dans la résolution d'un problème, notamment dans la phase heuristique, quand on travaille la compétence « chercher », en posant des conjectures ou en élaborant des essais. Le raisonnement de nécessité permet d'affirmer qu'une proposition est nécessairement vraie. Il est souvent construit suivant le schéma « ((si A alors B) vrai) et (A vrai), alors B nécessairement vrai » (appelé encore schéma déductif). C'est le raisonnement utilisé en mathématiques pour démontrer ou pour valider une procédure. Bien entendu on peut aussi utiliser le raisonnement déductif dans la phase heuristique, quand on cherche une solution au problème. Ce qui est important c'est que l'élève arrive à distinguer ces deux types de raisonnements pour accéder à la preuve mathématique qui repose sur les seuls raisonnements de nécessité. Haye (2020, p.278) construit avec le jeu de Go une ingénierie didactique visant le développement de ces raisonnements. De manière générale c'est en soumettant aux élèves ou aux formés des problèmes de jeu de Go, comme ceux de la partie IV de notre communication, et en discutant de l'argumentation des réponses proposées que l'on va travailler sur les différents arguments exposés dans les réponses.

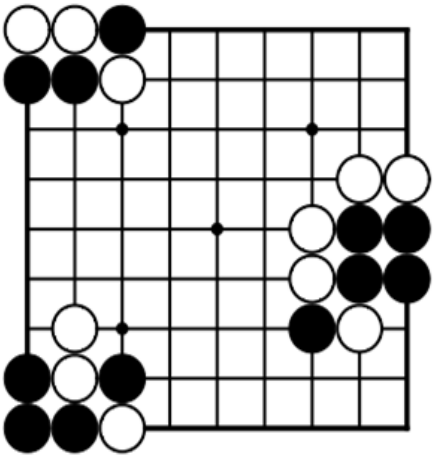
III. SAVOIR DU JEU DE GO ET SAVOIR MATHEMATIQUE

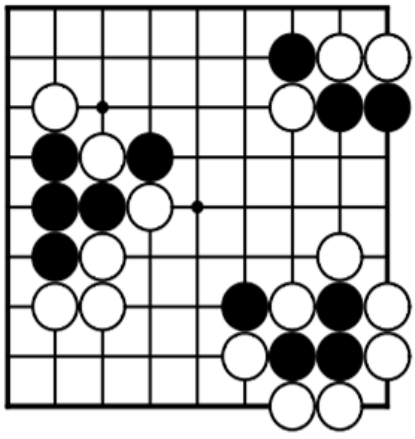
1 Le savoir du jeu de Go

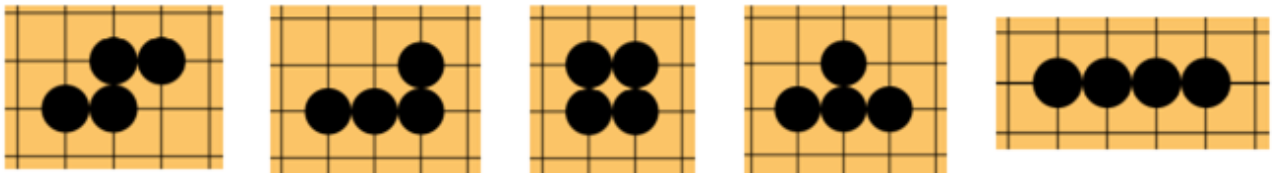
Rappelons les règles principales du jeu de Go. C'est un jeu de stratégie à 2 joueurs. Un joueur a les pierres noires et l'autre les blanches. Le joueur aux pierres noires débute la partie. Un joueur place à son tour une pierre sur un point d'intersection libre de la grille du plateau (Goban). Les pierres ne sont pas déplacées. Un joueur capture une pierre ou un groupe de pierres de l'autre couleur si elles sont entourées par des pierres sur tous les points orthogonalement adjacents. Un joueur peut passer son tour. À la fin du jeu le gagnant est celui qui a le plus grand nombre de pierres de sa couleur sur le plateau (règle intermédiaire par exemple : le premier qui a capturé 5 pierres). D'autres règles plus élaborées pourront être introduites ultérieurement



Il faut savoir reconnaître une chaîne entourée.

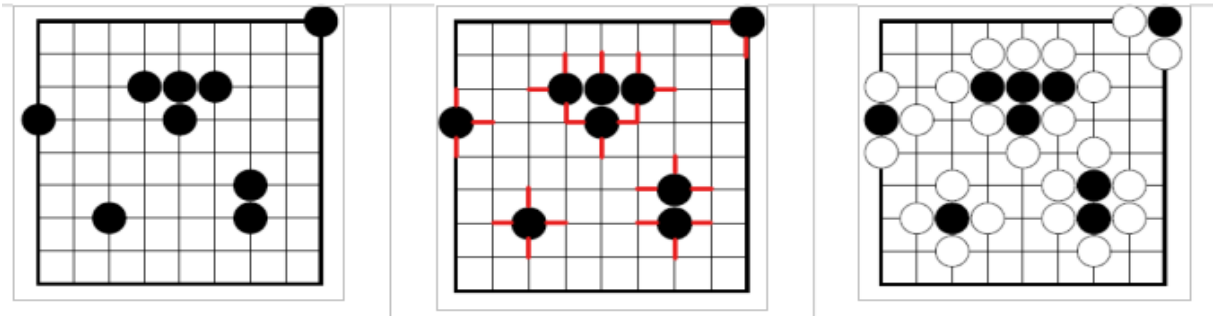






Géométrie

Il faut compter le nombre de libertés d'un ensemble des pierres noires qui se touchent, c'est-à-dire le nombre de pierres blanches à poser autour pour les capturer.

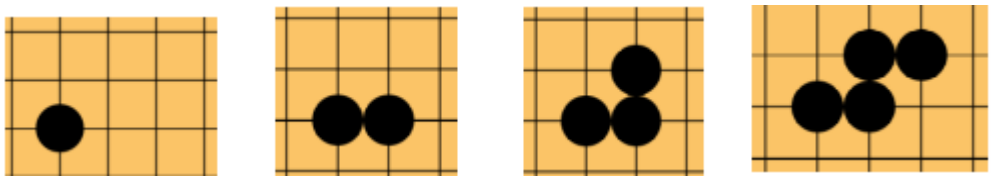


Les règles de fin de partie peuvent s'adapter à l'âge des joueurs ou aux situations (entraînement ou compétition).
Règle des grands : La partie s'arrête lorsque les deux joueurs passent de manière consécutive.
Autre règle : la partie s'arrête dès qu'un joueur a pris cinq pierres.

2 Savoir mathématique lié au jeu de Go

Voici quelques questions qui peuvent apparaître au cours du jeu et qui renvoient à des savoirs mathématiques. Un détail illustré est décrit dans (Fenech, Cabassut 2020).
Qui a gagné la partie ? Renvoie au concept de nombre comme mémoire de la quantité (savoir combien de pierres d'une couleur sont sur le goban) et mémoire de l'ordre (pour comparer les nombres de pierres blanches et noires restées sur le goban).
Comment comparer deux quantités ? Plusieurs procédures de comparaison : en retirant du goban, une à une, une pierre de chaque couleur, en procédant à des regroupements semblables des pierres avec un excédent d'une couleur sur l'autre, par comptage ...
Dénombrer avec les pierres de go: introduction d'une représentation du nombre.
Création de problèmes additifs et soustractifs :
Combien y a-t-il de pierres de chaque couleur sur le goban?
Blanc a gagné. De combien? Quel est l'écart?
Combien y a-t-il de pierres au total sur le goban?

En dehors du domaine des nombres évoqué par les questions précédentes, la géométrie peut être approchée par l'étude des formes ou de leur symétrie, l'algorithmique avec le codage de la construction d'une figure.



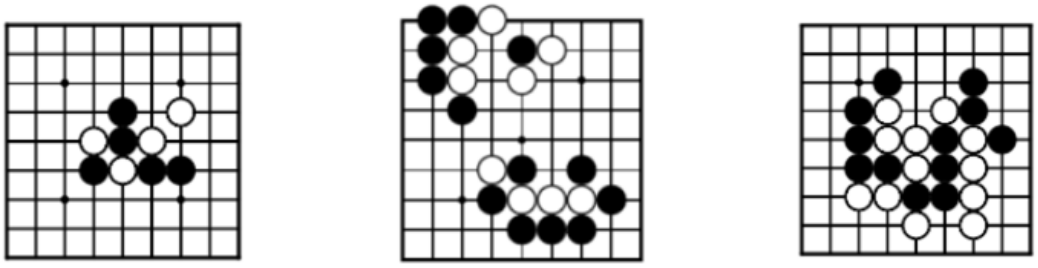
Algorithmique

IV. EXEMPLES D'ACTIVITES ET DE MODALITES

1 Le raisonnement

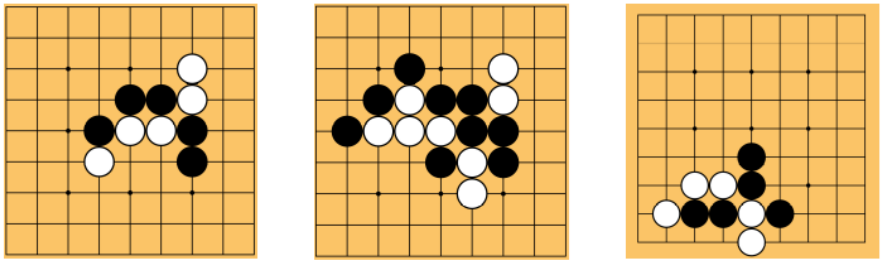
Voici un exemple de progression de problèmes qui permettront de travailler sur les raisonnements qui justifient les solutions proposées pour chacun des problèmes. Dans chacun des problèmes, sauf mention du contraire, c'est à noir de jouer.

Dans chaque diagramme, Noir joue et capture une chaîne blanche. Comment ?



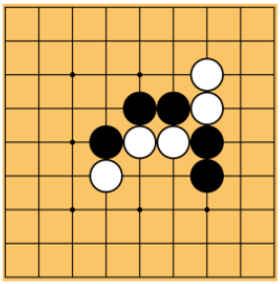
Sur cette activité on travaille en savoir de jeu de go la notion de capture par un enchaînement de raisonnements hypothético-déductifs : « si noir joue … alors blanc positionné en … est capturé ». La validation du raisonnement se fait par le jeu effectif, ou au contraire son invalidation se fait par une possibilité non anticipée.

Comment capturer en deux coups ?



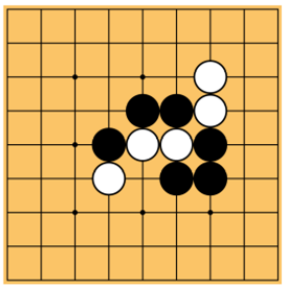
Par rapport à l'exercice précédent, le raisonnement se complexifie et se fait en deux étapes.

Quelle chaîne blanche a exactement deux libertés ?



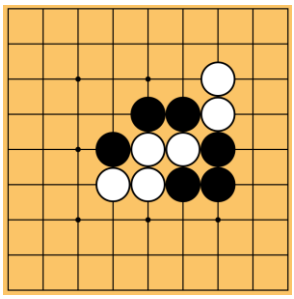
Ici on travaille en savoir de jeu de Go la notion de nombre de libertés. Le travail sur le raisonnement est dans la justification de ce nombre et la validation de la justification se fait par passage à l'action en posant les pierres sur les nœuds pour entourer complètement la chaîne.

Blanc n'a plus qu'une liberté. S'il passe et laisse noir jouer, il sera capturé. Vrai ou faux ?



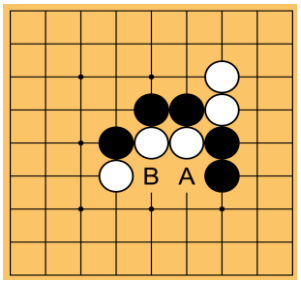
Ici les savoirs de jeu de go travaillés sont le nombre de libertés et la capture. En mathématiques on travaille le raisonnement pour un jeu en un coup.

La chaîne blanche a 3 libertés. Noir ne peut pas la capturer en deux coups. Vrai ou faux ?



Même savoirs mis en jeu que précédemment mais on raisonne sur deux coups. La complexité du raisonnement augmente.

Quel est le bon coup entre A et B ?



Pour déterminer le bon coup entre A et B noir doit penser à séparer les chaînes blanches et donc raisonner sur plusieurs coups. Par rapport aux précédents exercices on augmente la complexité.

2 Dispositifs de classe mis en place

Plusieurs dispositifs de classes sont envisagés :

- un couple de joueurs avec un observateur éventuel

- un travail collectif au tableau,

- un travail en groupe avec restitution au tableau,

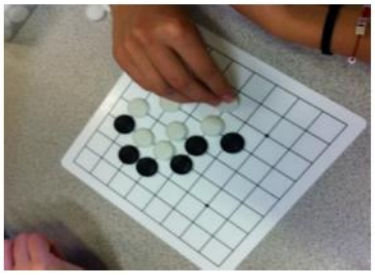
- un tournoi inter-classes,

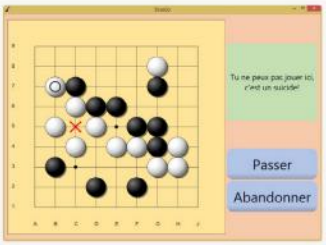
- un travail sur l'algorithmique avec Scratch (voir annexe 1),

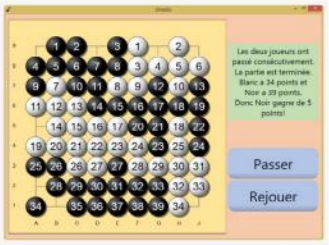
- un travail individuel avec le logiciel en ligne,

- un travail à distance : des vidéos en lignes (https://www.youtube.com/watch?v=ywUxOW0H0W0) ,

Une plate-forme de jeu en ligne est actuellement en cours de développement pour permettre aux élèves d'une même classe mais également de différentes écoles de jouer à distance avec les règles adaptées. Elle







permettra également aux enseignants d'exploiter du contenu mathématique à partir des parties jouées (voir annexe 2).

La variation des dispositifs et modalités de travail permet de varier les objectifs d'enseignement suivant la modalité choisie : un dispositif collectif permettra de repérer les niveaux d'élèves ; des dispositifs individuels ou par couple permettront de différencier : choisir des couples de même niveau, différencier le travail individuel en fonction du niveau de l'élève ...

3 Dispositifs de formation

Nous utilisons de cadre théorique précisé par Guille-Biel Winder *et al.* (2019). Nous présentons les différentes stratégies utilisées dans le groupe IREM jeu de Go, qui peuvent inspirer différentes actions de formation :

- les stratégies culturelles : les spécialistes[2] du savoir du jeu de Go, du savoir mathématique ou du savoir de didactique des mathématiques, interviennent à l'occasion lors des réunions du groupe IREM jeu de Go pour exposer de manière dialoguée des connaissances sur les différents savoirs en jeu ;

- les stratégies basées sur la monstration : des extraits de parties sont montrées ; des membres du groupes rapportent les mises en œuvre effectuées dans leurs classes (avec le projet d'enregistrements vidéos de ces mises en œuvre perturbé par la COVID) ; des membres du groupes jouent en direct devant les autres membres une partie ;

- les stratégies basées sur l'homologie : les participants jouent entre eux au jeu de Go, notamment pour apprendre les règles du jeu de Go, soit une partie complète, soit la poursuite d'une partie à partir d'un état donné ;

- les stratégies basées sur la transposition : les participants au groupe IREM se regroupent par niveau de classe et préparent ensemble une activité ou une séance d'enseignement utilisant le jeu de Go, en précisant les hypothèses et les objectifs d'enseignement. Ils essaient d'adopter la démarche d'ingénierie didactique : "une phase d'analyse et de conception préliminaires, une phase d'expérimentations pédagogiques et une phase d'analyse rétrospective " (Margolinas & al. 2015, traduction). Ce sont différents groupes de groupe de « lesson-study » (Takahashi 2020) dont le travail a été perturbé par le confinement et l'impossibilité d'aller observer des mises en œuvre.

La longue période de confinement et les limitations de visites d'observateurs dans les écoles ont considérablement perturbées la mise en œuvre de ces modalités.

CONCLUSION

Nous avons montré qu'il est possible d'apprendre des mathématiques de l'école primaire en jouant au Go. Différents domaines (nombre, numération, géométrie, algorithmique) et différentes compétences

[2] Antoine Fenech, capitaine de l'équipe de France de Jeu de Go et professeur de mathématiques en collège, et Albert Fenech, président de l'association du jeu de Go de Strasbourg (http://www.gostrasbourg.fr/) et professeur de mathématiques en classes préparatoires, interviennent comme spécialistes du jeu de Go et des mathématiques ; Richard Cabassut, maître de conférences en didactique des mathématiques intervient comme spécialiste de la didactique des mathématiques.

(chercher, raisonner, calculer, représenter, communiquer) sont travaillées. D'autres bénéfices extra-mathématiques sont observés chez les élèves par les professeurs du groupe IREM. La motivation chez les élèves est accrue à cause de l'intérêt des élèves pour jouer du fait que les règles sont faciles à comprendre ; la communication est facilitée par l'usage du matériel (pierres et goban) : les élèves allophones peuvent s'exprimer plus facilement en jouant. L'estime personnelle se développe : les élèves avec des difficultés en mathématiques peuvent réussir en jouant. Les relations sociales dans la classe sont confortées : les interactions sociales augmentent dans la classe avec les partenaires de jeu, pour raconter sa partie ou lors de l'organisation d'un tournoi.

Le jeu de Go offre un matériel spécifique et des situations de manipulation, différents registres de représentation. Des outils numériques (logiciel en ligne, plate-forme) sont développées pour permettre un travail à distance dans le cas de contraintes sanitaires ou de choix pédagogiques. Des dispositifs variés de formation permettent de former à cet enseignement et de proposer des ressources pour l'accompagner. Il reste à retrouver le chemin de formations présentielles pour approfondir le travail de conception de scénarios, d'observation des mises en œuvre et de retour réflexif sur ces mises en œuvre.

BIBLIOGRAPHIE

Artigue M. & al. (2019). The French Didactic Tradition in Mathematics. In Blum W. & al. (Eds.) European Traditions in Didactics of Mathematics. Springer. ICME-13 Monographs.

Bosch, M., Gascón, J. (2006). 25 years of didactic transposition. ICMI Bulletin, 58, 1-2-3, 51-64. https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Publications/ICMI_bulletin/58.pdf

Cabassut, R. (2005) Raisonnement plausible versus raisonnement de nécessité : où est la frontière ?, in Actes du XXXIIe Colloque COPIRELEM, 17- 19 mai 2004, Foix, IREM de Toulouse, mai 2005

Cabassut, R. (2007). La double transposition dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple de la rencontre entre la validation mathématique et les validations non mathématiques. Actes du IIe Congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique. 31 octobre 2007 à 3 novembre 2007, Uzès, France

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. Journal of Educational Psychology, 105, 380-400

Debellis, V., & Goldin, G. (2006). Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. Educational Studies in Mathematics, 63(2), 131-147.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics (2006) 61: 103–13.

Fenech, A., Cabassut, R. (2020) Dispositif de formation utilisant le jeu de Go pour enseigner les mathématiques à l'école primaire, in Actes du 46e colloque de la Copirelem. Lausanne : juin 2019. Edition ARPEME.

Guille-Biel Winder C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. (2019). Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Tome 1. Editions ARPEME.

HAYE, T. (2019) Etude des conditions et des contraintes d'implémentation d'un jeu de société à l'école, comme vecteur d'apprentissages mathématiques. Cas du jeu de Go au cycle 3. Thesis. Universiy of Montpellier.

Jancarik Antonin (2017) The potential of the chess environment in mathematics education – pre-service teachers' perspective. In J. Novotna, & H. Moraova (Eds.), International Symposium Elementary Maths Teaching. SEMT'17. Proceedings, 225-235. Prague : Charles University, Faculty of Education.

Margolinas, C., Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. ZDM Mathematics Education (2015) 47: 893–903.

Millett, A., Brown, M., Askew, M. (2007) Primary Mathematics and the Developing Professional. Springer.

Ministère de l'Education Nationale (2016) Compétences travaillées en mathématiques : raisonner. EDUSCOL. Mars 2016.
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences_travaillees/83/6/RA16_C4_MATH_raisonner_547836.pdf

Movshovitz-Hadar, N. (2011). Bridging between mathematics and education courses: Strategy games as generators of problem solving tasks. In O. Zaslavsky & P. Sullivan (Eds.), Constructing knowledge for teaching secondary mathematics: Tasks to enhance prospective and practicing teacher learning, 117-140, Springer.

Moyer P. S. (2001) Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives To Teach mathematics. Educational Studies in Mathematics47:175–197, 2001

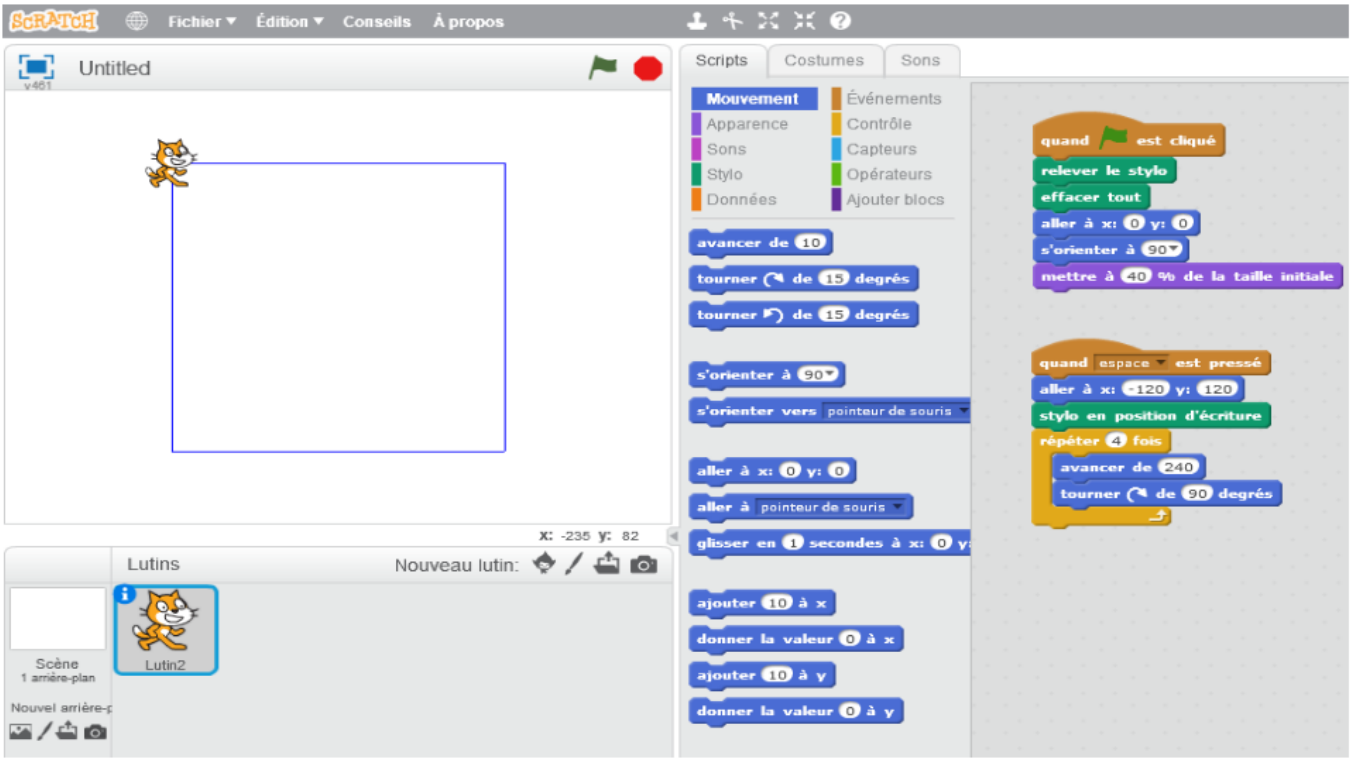
Poirier, L., Novotna, J., Godmaire, C. (2009). Games and learning mathematics. In J. Novotná, H. Moraová (Eds.), International Symposium Elementary Mathematics Teaching SEMT'09 (pp. 277–278). Prague: Charles University, Faculty of Education.

Robert, A., Rogalski, J. (2005). A Cross-analysis of the mathematics teacher's activity. an example in a French 10th-grade class. Educational Studies in Mathematics, 59: 269–298

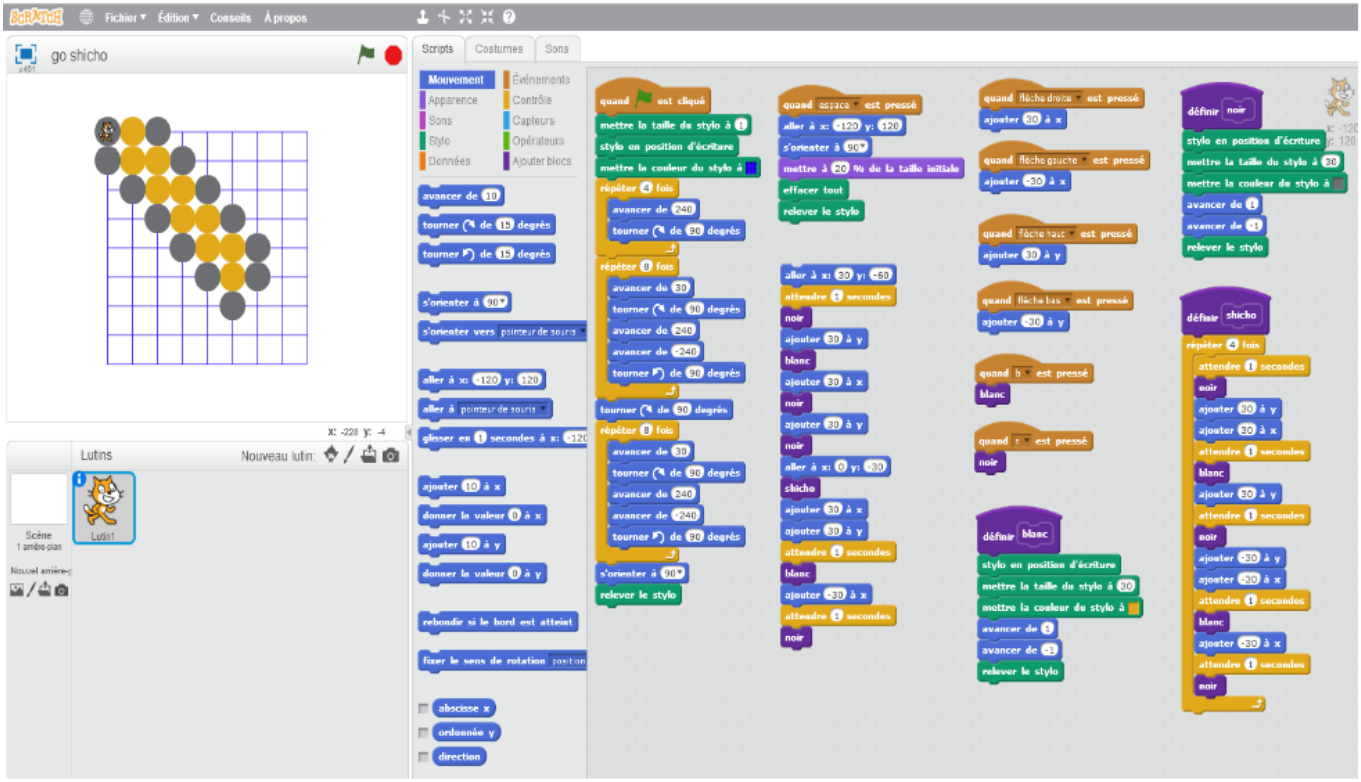
Strasgo (2019, March 28) An application brought to you by the Strasbourg Go Club to discover the game of Go. Retrieved from http://strasgo.gostrasbourg.fr/index_en.html .

Tachibana Y, Yoshida J, Ichinomiya M, Nouchi R, Miyauchi C, Takeuchi H. (2012) A GO intervention program for enhancing elementary school children's cognitive functions and control abilities of emotion and behavior: study protocol for a randomized controlled trial. Trials 2012. 13:8.

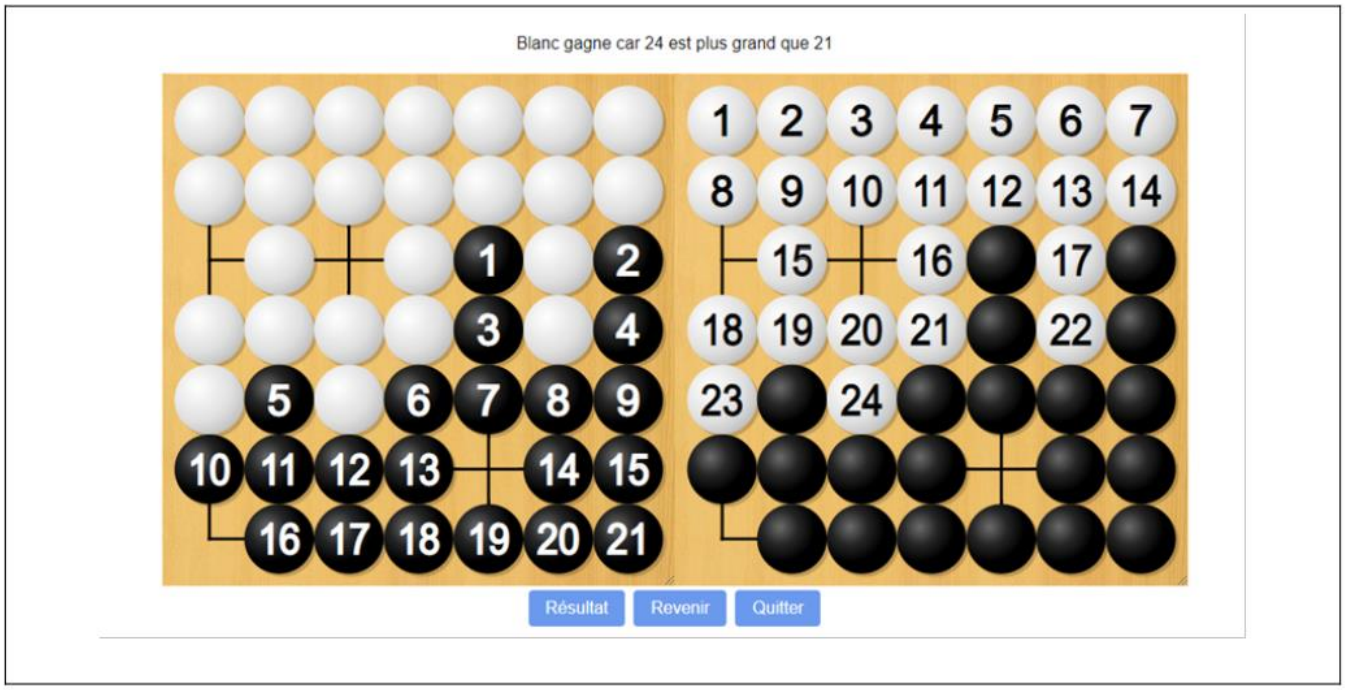
ANNEXE 1 : UN TRAVAIL ALGORITHMIQUE AVEC SCRATCH



Construction d'un goban

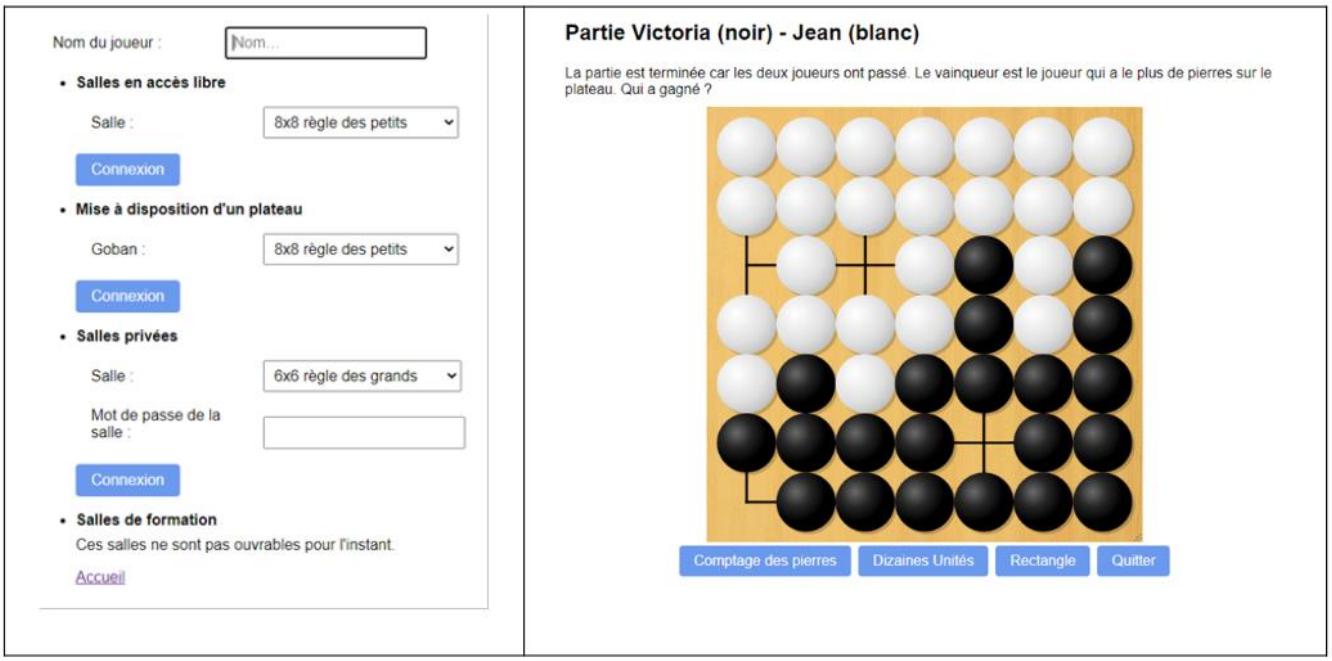


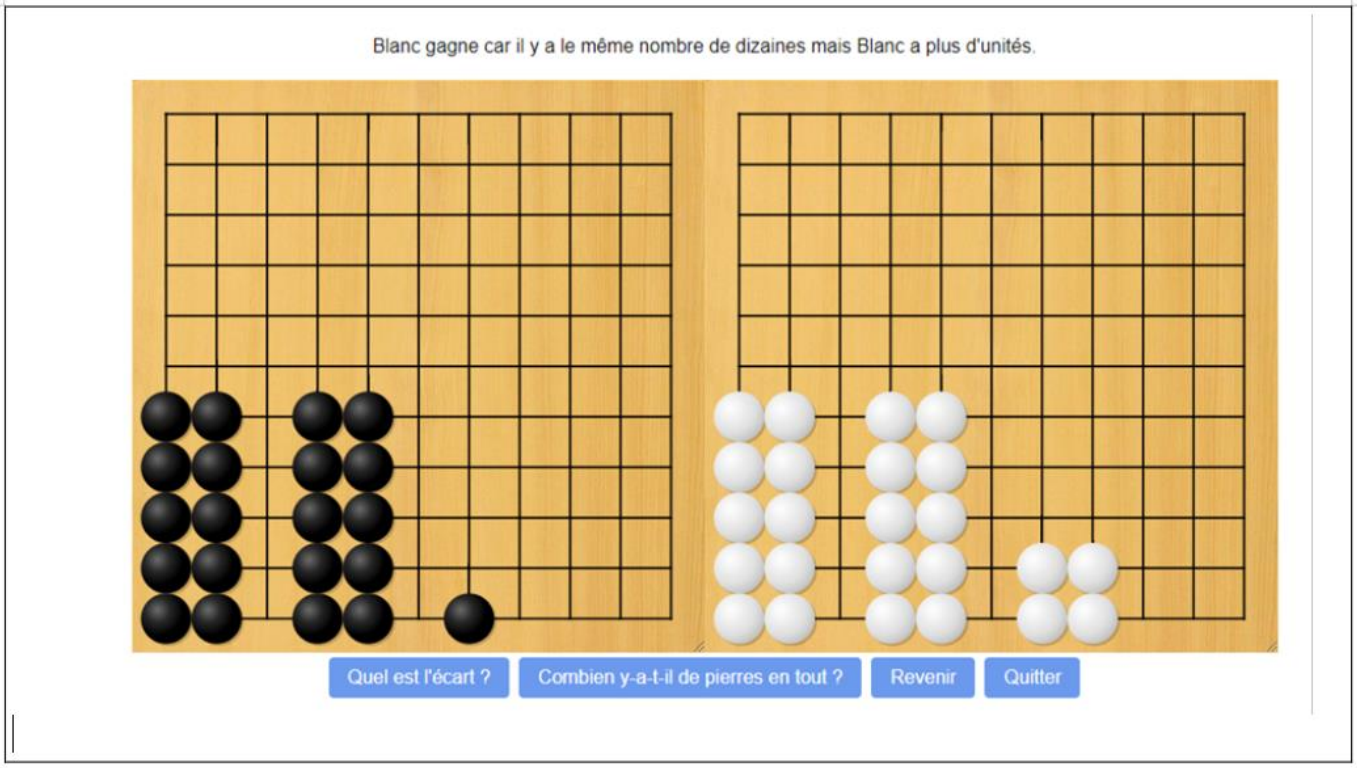
Reproduction d'un jeu


Blanc gagne car 24 est plus grand que 21
Résultat
Revenir
Quitter

ANNEXE 2 : PLATE-FORME DE JEU EN LIGNE

Voici des captures d'écran d'une plate-forme de jeu en ligne, avec des règles adaptées et l'exploitation du contenu mathématique. C'est un projet qui s'est développé du fait du confinement mais qui pourra être exploité en situation normale pour jouer en ligne.




Blanc gagne car il y a le même nombre de dizaines mais Blanc a plus d'unités.
Quel est l'écart ?
Combien y-a-t-il de pierres en tout ?
Revenir
Quitter

OBSERVER LES GESTES POUR ANALYSER LES HABILETÉS SPATIALES DES ÉLÈVES AYANT UNE DÉFICIENCE INTELLECTUELLE

Noémie Lacombe
Doctorante, UNIVERSITE DE FRIBOURG
noemie.lacombe@unifr.ch

Geneviève Petitpierre
Professeur, UNIVERSITE DE FRIBOURG
genevieve.petitpierre@unifr.ch

Thierry Dias
Professeur, HAUTE ECOLE PEDAGOGIQUE, VAUD
thierry.dias@hepl.ch

Résumé
Cet article présente les résultats préliminaires d'une recherche sur la place des gestes dans l'expression des habiletés spatiales tridimensionnelles. L'objectif de la recherche est d'observer si et comment des élèves de 12 à 18 ans ayant une déficience intellectuelle (DI) utilisent les gestes lors de la résolution de tâches spatiales. Trois groupes d'élèves ont été comparés : des élèves avec une DI et deux groupes d'élèves typiques respectivement appariés aux premiers sur les compétences visuospatiales et sur les compétences verbales. Cette recherche ouvre des perspectives innovantes d'enseignement-apprentissage dans le domaine spatial tridimensionnel afin de favoriser l'observation des gestes produits par les enfants dans un but d'évaluation, par les enseignants, de leurs processus d'apprentissage.

I - INTRODUCTION

Le rôle des gestes est reconnu comme intimement lié à la pensée de l'être humain (Hostetter et al., 2007). La présence de gestes spontanés (*co-thought gestures* and *co-speech gestures*) dans la communication et l'apprentissage, démontrée par maintes recherches (Kita et al., 2017; Wakefield et al., 2019), a été observée dans toutes les cultures (Feyereisen & deLannoy, 1991). Les gestes spontanés existent aussi lorsque personne n'est là pour les voir, comme c'est le cas lors d'un échange téléphonique (Tellier, 2009). Ils sont également manifestés par les personnes aveugles de naissance, de même que par les personnes sourdes, et ce en plus de la langue de signes (Iverson et Goldin-Meadow, 1988; Goldin-Meadow, Shield, et al., 2012).

En présence de tâches spatiales, les gestes sont particulièrement fréquents car ils permettent de donner des informations rapides, précises et simultanées, par exemple sur les emplacements, la direction ou la distance des éléments les uns par rapport aux autres, ce qui est plus difficile par le biais du langage qui ne peut documenter ces mêmes relations que de façon séquentielle et relative (Sauter et al., 2012; Newcombe & Huttenlocher, 2000). Pour parler d'espace, les adultes utilisent d'ailleurs deux fois plus de gestes que pour raconter une histoire ou décrire leur journée (Lavergne & Kimura, 1987). Les enfants, eux, expriment des compétences géométriques et spatiales par le biais de gestes avant de pouvoir en rendre compte par le langage (Calero et al., 2019). Les stratégies exprimées par les gestes sont d'ailleurs prédictives de la performance spatiale (Miller et al., 2020).

Bien que l'importance des gestes dans le processus de conceptualisation soit attestée par de nombreuses recherches, la prise en compte des gestes dans le dispositif d'évaluation des compétences géométriques et spatiales des élèves est extrêmement rare. Ce constat, relevé par Calero et al. (2019), invite à reconsidérer

l'approche évaluative de l'apprentissage spatial dans le milieu scolaire afin d'y inclure les gestes. Pour ces auteurs, une évaluation basée sur la performance, et/ou sur la réponse et les explications verbales, omet de prendre en compte le pouvoir qu'a le geste de donner accès aux concepts élaborés par l'enfant.

Ces constats ont amené à la conduite d'une étude empirique sur le rôle des gestes dans une tâche de rotation mentale chez 20 élèves avec une déficience intellectuelle (DI) ainsi que chez 40 élèves appariés sur les compétences visuospatiales qui seront nommés TDVS pour « *typical development visuospatial* » (TDVS n=20) et sur les compétences en langage oral (TDL = « *typical development langage* » n=20). À partir des résultats de la littérature, trois questions de recherche ont été formulées : 1) Quel est le nombre de gestes utilisés par les élèves avec ou sans DI lorsque ceux-ci résolvent une tâche ? ; 2) Quels sont les types de gestes utilisés par les élèves avec ou sans DI ? Le cas échéant des variables sont-elles corrélées aux différents types de gestes ? et finalement 3) Comment le matériel et la possibilité d'exprimer des contenus dans les gestes permettent-ils aux élèves avec DI de montrer leurs compétences de rotation mentale ?

Après une introduction, nous présenterons le rôle des gestes dans le domaine spatial puis les résultats d'une revue de littérature sur le rôle des gestes chez des élèves avec DI (Lacombe, Petitpierre & Dias, soumis). Les questions et hypothèses de recherche seront exposées, ainsi que la méthode utilisée dans la recherche. L'article se terminera par la présentation des résultats qui seront discutés au regard des connaissances de la littérature.

II - LES GESTES DANS L'APPRENTISSAGE SPATIAL

Les compétences spatiales sont à la fois essentielles à la vie de tous les jours (se déplacer dans et autour de sa maison, chercher un objet, aller au travail ou à l'école, etc.), mais elles sont également de solides prédicteurs de la réussite future des élèves en mathématiques, en sciences, en technologie ou en ingénierie (Davis, 2015) et cela à tous les niveaux scolaires (Bautista & Roth, 2012; Kim et al., 2011; Ng & Sinclair, 2015). Plusieurs recherches montrent leur rôle dans le développement de la cognition numérique, en particulier dans la compréhension du système positionnel des nombres et de la ligne numérique (Crollen & Noël, 2017; Karagiannakis & Noël, 2020).

Dans le domaine spatial, Göksun et al., (2013) montrent que les gestes combinés à la parole révèlent les représentations mentales de l'individu, offrant une alternative pour examiner les stratégies de rotation mentale. Selon Bergman et Kopp (2006), 51,38% des informations spatiales seraient communiquées uniquement par les gestes, ce qui signifie qu'un interlocuteur qui ne pourrait pas voir les mains du locuteur manquerait la moitié des informations communiquées. Chez les enfants, les stratégies exprimées par les gestes sont positivement corrélées à la réussite d'une tâche de rotation mentale (Ehrlich et al., 2006). Chu et Kita (2008) illustrent d'ailleurs le rôle prépondérant des gestes dans le développement de la rotation mentale en proposant un modèle de développement en trois étapes. Dans un premier temps, l'individu réalise des rotations mentales avec de vrais objets. Puis, au niveau deux, il fait des gestes pour simuler la rotation mentale. Finalement, au niveau trois, il réalise la rotation uniquement mentalement. À ce stade, bien que ni l'action ni les gestes ne soient utilisés, Zacks (2008) montre que les zones motrices du cerveau sont encore activées pendant que l'individu réalise la rotation mentale.

Mais quels sont les différents types de gestes utilisés par les élèves ?

1 Définition des gestes

Les gestes co-verbaux et co-réflexifs se réfèrent au modèle de McNeill (1992) et à celui de Kita et al. (2017) qui les définissent comme des mouvements spontanés ou intentionnels des mains et des bras accompagnant le discours et l'activité cognitive. Les premières études se sont centrées spécifiquement sur les gestes co-verbaux, pour analyser ensuite les gestes co-réflexifs soutenant la pensée (Kita et al., 2017).

Pour McNeill (1992), les gestes, le langage et la pensée sont différentes facettes d'un même processus mental.

2 Type de gestes

Il existe un large consensus dans la littérature scientifique sur la classification des gestes. La plupart des recherches adoptent le modèle théorique de McNeill (1992) qui différencie quatre types de gestes.

1. Les gestes iconiques qui ont une relation étroite avec le contenu sémantique exprimé par la parole (ex. dire « J'ai tourné la forme. » et indiquer le sens de rotation avec la main).

2. Les gestes métaphoriques qui s'apparentent aux gestes iconiques mais réfèrent à un concept ou un objet abstrait (ex. dire « C'est les mêmes. » et ouvrir sa main droite et sa main gauche pour signifier l'égalité).

3. Les gestes de pointage qui indiquent ou pointent des objets concrets ou abstraits (ex. dire « Je suis allé là-bas. » et pointer du doigt pour montrer la direction).

4. Les battements qui sont des gestes qui rythment le discours sans signification propre (ex. parler et produire des micro-gestes de haut en bas ou de l'avant ou de l'arrière pour accentuer certains propos).

Les trois premières catégories font référence à des gestes figuratifs, à savoir des gestes qui transmettent un contenu (Kita et al. 2017).

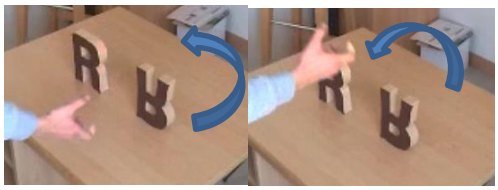
Gestes iconiques	**Gestes métaphoriques**	**Gestes déictiques**
		
La parole dit : « *Il faudrait la tourner comme ça.* » Le geste explicite le « comme ça » en montrant la rotation qu'il faudrait effectuer sur la forme de droite	La parole dit : «*C'est pareil.* ». Le geste illustre le concept abstrait de « même, pareil » par l'ouverture de la main droite puis de la main gauche en signe d'égalité	La parole dit « *ça* », le geste monte le volet de la maison permettant de préciser le « ça »

Figure 1 : Les trois types de gestes figuratifs d'après McNeill (1992) illustrés par des images de la présente recherche

3 Fonction des gestes

Chez les élèves typiques, la littérature relève trois fonctions principales des gestes dans l'apprentissage. La première est la récupération lexicale (Lexical Retrieval hypothesis), où le geste amorce la recherche lexicale des mots. Cette fonction peut notamment être observée lors des pauses d'hésitation juste avant l'apparition d'un mot (Butterworth & Beattie, 1978) tout comme chez les élèves avec un trouble du langage (Lavelli & Majorano, 2016). La deuxième fonction (Packaging hypothesis) met en évidence le rôle des gestes dans la conceptualisation et l'organisation de l'information (Alibali et al., 2000). Dans cette deuxième fonction, le corps, les signes et les artefacts concrets favorisent la construction et l'expression des concepts mathématiques (Healy & Fernandes, 2011; Kim et al., 2011). De manière plus spécifique dans le domaine spatial, Kita et al. (2017) met en évidence que les gestes permettent (a) d'activer des représentations spatiales présentes en mémoire ; (b) de manipuler des représentations spatiales ; (c) d'organiser des informations spatiales dans le but de les communiquer ; (d) d'explorer plusieurs possibilités ou de nouvelles idées. Finalement, Goldin-Meadow et Wagner (2005) relèvent que les gestes

facilitent l'apprentissage en réduisant la charge cognitive par exemple en permettant à l'élève d'exprimer sa compréhension d'un concept mathématique encore non entièrement élaboré (Reynolds & Reeve, 2002, p.457) ou encore non maîtrisé au niveau terminologique (Bikner-Ahsbahs, 2004).

Ainsi, l'importance des gestes dans l'expression des concepts élaborés par l'enfant ressort de manière prépondérante. Toutefois les recherches analysant leur impact chez des élèves avec une déficience intellectuelle (DI) font clairement défaut.

III - L'IMPACT DES GESTES CHEZ DES ELEVES AYANT UNE DI

La méta-analyse de Browder et al., (2008) relève que seul 3% des recherches avec des élèves ayant une DI étudie le domaine spatial et géométrique alors que les compétences spatiales sont indispensables à la vie quotidienne (Davis, 2015) et à la réussite future des élèves (Mix & Cheng, 2012). La plupart des recherches entraînent les élèves avec une DI dans des habiletés mathématiques de base (numératie), toutefois une réduction des attentes et/ou une absence d'opportunité d'exercer des mathématiques complexes entravent l'accès à l'indépendance (Browder et al., 2012). L'expertise collective de l'INSERM (2016), fondée sur près de 2500 documents, met en évidence que les effets dits « plateaux » observés chez les élèves avec une DI proviennent plus spécifiquement d'un manque d'offres d'apprentissage que des limitations dues à la déficience intellectuelle (INSERM, 2016, p. 35). D'autre part, le rapport de l'INSERM relève que les élèves avec une DI ont des difficultés à exprimer verbalement leur pensée ce qui entrave leur développement au regard de la fonction qu'exerce le langage sur le fonctionnement cognitif et sur l'acquisition des concepts. La prise en compte des gestes, dans le cadre scolaire, est donc une opportunité de voir quels sont concepts élaborés par les élèves avec une DI. Ce constat ressort des quelques études ayant analysé les gestes chez des élèves avec une DI. Pour Mastrogiuseppe et Lee (2017), par exemple, il est primordial que les professionnels observent, en plus du discours verbal de leurs élèves, les gestes qu'ils produisent, car ceux-ci apportent des informations complémentaires au langage verbal permettant de comprendre et d'analyser le processus de réflexion. Dans leur étude, chez des élèves avec un syndrome de Down, Stefanini et al. (2007) ont également montré que le niveau de précision des réponses augmente de manière significative si les gestes sont pris en compte comme étant une modalité de réponse valable. L'étude des gestes chez les élèves avec DI est ainsi centrale dans le domaine spatial car elle permet d'obtenir une meilleure appréciation (évaluation) des connaissances en particulier chez les enfants ayant des difficultés à s'exprimer sur le plan verbal (Stefanini et al., 2008).

1 Revue systématique

Afin de documenter scientifiquement l'utilisation des gestes chez les élèves avec une DI, une première revue systématique de littérature basée sur les recommandations PRISMA (*Preferred Reporting Items for Systematic reviews and Meta-Analyses statement,* Moher et al., 2009) a été effectuée (Lacombe, Petitpierre et Dias, soumis). L'équation de recherche utilisée pour cette revue est la suivante : (*gesture* OR *representational gesture* OR *co-thought gesture* OR *iconic gesture* OR *co-speech gesture*) AND (*intellectual disabilit** OR *developmental disabilit** OR *mental retardation* OR *Down syndrome* OR *Williams syndrome*). Les mots-clés ont été identifiés dans le titre, le résumé et les mots-clés des articles recensés dans Web of Science et dans Ovidsp. La recension dans Web of Science, banque de données « Web of Science Core Collection », a permis d'identifier 219 articles. La seconde recherche sur Ovidsp, bases de données ERIC, Ovid Medline, PsychINFO, Ovid Full Text Journals and Abstracts, Ovid Full Text Journals a permis de recenser 114 articles. Seuls les articles publiés dans des revues « *peer review* » ont été retenus. Parmi ces 333 articles, 91 doublons ont été supprimés, 242 articles ont été retenus. 213 études ont été supprimées suite à la première étape de sélection à partir du titre et du résumé des articles en suivant trois critères : 1) La recherche mesure le nombre de gestes, les types de gestes ou les fonctions de gestes. 2) Les participants ont un diagnostic de DI, 3) l'article est en anglais, français, espagnol ou italien. 29 articles ont été conservés pour la deuxième étape de sélection. Sur les 29 articles, 11 articles ont été conservés suite à la lecture intégrale.

Les autres ne répondaient pas aux critères suivants : 4) le design est empirique ; 5) l'âge des élèves est entre 4-18 an ; 6) la recherche analyse les gestes fait par les élèves eux-mêmes.

2 Nombre de gestes

Les résultats de la revue montrent que sept études se sont intéressées au nombre de gestes effectués par les élèves dans une tâche (par exemple pour décrire des images, raconter le contenu d'un dessin animé ou lors d'une leçon de mathématiques). Leurs résultats montrent que les élèves avec DI utilisent significativement plus de gestes que les enfants typiques appariés sur l'âge mental (MA) (4/6) et sur l'âge chronologique (CA) (3/3). Pour Galeote et al. (2011), cette constatation s'explique par les difficultés rencontrées dans le langage oral par les élèves avec une DI qui sont ainsi compensées par l'utilisation de gestes. L'étude de Stefanini et al (2007) confirme que par rapport aux enfants typiques, les élèves avec un syndrome de Down produisent un plus grand nombre de réponses verbales inintelligibles mais utilisent davantage de gestes iconiques permettant d'enrichir leur discours. Ainsi les gestes facilitent et soutiennent l'expression du sens lorsque les capacités linguistiques sont altérées (Lavelli & Majorano, 2016). Cette constatation rejoint les résultats de Reynolds et Reeves (2002) et Bikner-Ahsbahs (2004) chez les enfants typiques. Ces auteurs avaient montré que les gestes permettaient de compenser un lexique non maîtrisé et d'exprimer une compréhension des concepts avant de pouvoir le faire verbalement.

3 Types de gestes

Les résultats montrent que dans quatre études sur les cinq ayant analysé les types de gestes selon le modèle de McNeil (1992), les élèves avec DI utilisent significativement plus les gestes iconiques que leurs pairs appariés selon l'âge mental (MA), l'âge chronologique (CA) ou le niveau verbal (LA). Les auteurs suggèrent que les gestes permettraient à l'enfant d'exprimer un concept absent de son répertoire verbal. Ce constat se retrouve chez Stefanini et al. (2007) qui met en évidence que les enfants atteints d'un syndrome de Down (N= 15) produisent 67 gestes iconiques contenant des informations correctes, mais manquantes à la parole, alors que les enfants typiques, eux, ne produisent que 8 gestes iconiques avec des significations similaires au mot cible.

Les gestes de pointage sont également utilisés à de nombreuses reprises par les élèves avec DI. Dans quatre études sur cinq (Bello et al., 2003; Iverson et al., 2003; Stefanini et al., 2007, 2008), c'est le type de gestes le plus fréquemment utilisé et ceci quel que soit le groupe considéré. L'utilisation des gestes de pointage, lorsque le vocabulaire est limité, permet à l'enfant de créer du sens en indiquant à l'adulte le référent sur lequel il souhaite donner des informations. Le geste de pointage peut aussi déclencher en mémoire la connaissance sémantique d'un mot recherché (Stefanini et al., 2008).

4 Fonctions des gestes

Finalement, les résultats mettent en évidence dans cinq études sur six que les gestes apportent des informations supplémentaires au discours verbal (Galeote et al., 2008, 2011; Manghi Haquin et al., 2019; Mastrogiuseppe & Lee, 2017; Vandereet et al., 2011). En particulier dans le domaine spatial, Mastrogiuseppe et Lee (2017) soulignent que les élèves avec un syndrome de Williams utilisent un langage spatial avec une fréquence similaire aux élèves MA et CA mais produisent significativement plus de gestes transmettant des informations spatiales que les groupes contrôles MA et CA. Les auteurs concluent que les gestes sont utilisés pour compenser les difficultés de représentation spatiale. Pour Stefanini et al. (2007), ce n'est qu'en analysant à la fois les gestes et la parole qu'il est possible d'avoir un aperçu complet des connaissances conceptuelles des enfants. Une deuxième fonction relevée par deux études est celle de la récupération des informations ou des mots en mémoire (Bello et al., 2004 ; Mastrogiuseppe & Lee, 2017). Dans l'étude de Bello et al. (2003), les gestes iconiques ont ainsi aidé les participants avec un syndrome de Williams à rechercher un mot lorsqu'ils ne trouvaient pas l'étiquette verbale appropriée à l'image qu'ils avaient sous les yeux. Finalement, la recherche de Hord et al. (2016) permet de dégager quatre résultats principaux proches des fonctions relevées par Kita et al., (2017). Chez les élèves avec DI : 1), les gestes favorisent la compréhension des concepts, en particulier lorsque ceux-ci sont nouveaux ; 2) ils améliorent

la communication des concepts à d'autres personnes ; 3) ils aident à la visualisation et à la représentation mentale des données d'un problème ; 4) ils facilitent la résolution de tâches comportant plusieurs étapes en soulageant la mémoire de travail. L'abondance de gestes chez les élèves avec DI peut suggérer que non seulement ils jouent un rôle communicatif en soutien du langage verbal, mais qu'ils fournissent aussi une alternative pour organiser et communiquer les informations qui ne sont pas encore entièrement conceptualisées. Les gestes pourraient ainsi co-déterminer le discours (Kelly, 2001), activer un espace conceptuel-sémantique commun (Mastrogiuseppe & Lee, 2017 ; McNeill, 2000) et changer le cours de la parole et de la pensée (Kita et al., 2017).

IV - QUESTIONS ET HYPOTHESES DE RECHERCHE

En lien avec les modèles théoriques et les résultats de la revue de littérature, plusieurs questions et hypothèses de recherche ont été formulées :

a) Quel est le nombre de gestes utilisés par les élèves avec ou sans DI dans une tâche de rotation mentale?
H1 : le nombre de gestes est plus élevé chez les élèves ayant une déficience intellectuelle que chez les enfants typiques

b) Quels sont les types des gestes utilisés par les élèves avec ou sans DI et quelles sont les variables corrélées aux différents types de gestes utilisés ?
H1 : les gestes les plus utilisés sont les gestes de pointage
H2 : les gestes iconiques sont plus utilisés par les élèves avec une DI
H3 : le niveau de langage et le niveau visuospatial influence l'utilisation des différents types de gestes

c) Comment le matériel et la possibilité d'exprimer des contenus dans les gestes permet-il aux élèves avec DI d'exprimer des compétences en rotation mentale ?
H1 : le matériel proposé en 3D offre la possibilité de faire des gestes et permet l'observation de compétences spatiales supplémentaires au test en 2D proposé sur papier crayon

V - METHODE

1 Procédure

La recherche empirique s'appuie sur un plan expérimental de type *3x2 Between Subjects Factorial Design*.[1] Elle vise l'exploration des différences entre des élèves ayant une DI et des élèves typiques appariés sur l'âge mental visuospatial et sur le niveau de langage oral. Le *setting* expérimental de la recherche se compose d'une phase pré-expérimentale et d'une phase expérimentale. La phase pré-expérimentale a permis de tester les conditions de passation, les tâches, les consignes, le matériel, le positionnement des élèves, le positionnement de l'expérimentateur, le temps, les tests standardisés et le cadrage vidéo. Elle a duré 8 mois et s'est déroulée en deux parties : la phase à blanc et la phase pilote. La phase expérimentale a duré 16 mois et comprend trois étapes : le recrutement des participants avec DI et le recueil des données auprès de ce groupe, le passage dans plusieurs classes primaires de différents degrés afin de constituer des groupes contrôles et finalement le recueil des données auprès des élèves des deux groupes contrôles.

[1] Cela signifie qu'il y a 3 groupes d'élèves qui vont effectuer une tâche avec deux niveaux de complexité

2 Participants

Les participants du groupe cible (avec DI) proviennent de quatre établissements différents de Suisse Romande. Tous les enseignants (8 classes) des établissements concernés désirant participer à la recherche ont identifié, puis ont tirés au sort trois à quatre élèves, parmi ceux qui, dans leur classe, correspondaient aux critères d'inclusion. Les critères pour la sélection des participants étaient les suivants : a) être âgé de 12 à 18 ans, b) être au bénéfice de prestations de l'enseignement spécialisé et avoir reçu le diagnostic de DI, c) être de langue maternelle française ou avoir une maîtrise suffisante du français parlé, c) avoir une bonne vision binoculaire, d) ne pas présenter de troubles moteurs diagnostiqués. Les parents et les enfants ont ensuite été contactés par courrier afin d'obtenir leur double-consentement. Ceux qui ont accepté ont d'abord été testés à l'aide des Matrices de Raven et leurs enseignants ont rempli l'ABAS-II (mesure du comportement adaptatif). Quatre participants ont été retirés de l'échantillon composant le groupe cible car les compétences reflétées par les tests standardisés ne permettaient pas de confirmer le diagnostic de DI. Le groupe cible compte finalement 20 élèves. Par la suite, 40 élèves typiques appariés sur le niveau visuospatial (N=20) et le niveau de langage oral (N=20) ont été sélectionnés selon leurs résultats aux tests standardisés. Les élèves composant ces groupes ont entre 3 et 11 ans.

Variables	Groupe cible DI *n*=20	Groupe contrôle visuospatial *n*=20	Groupe contrôle langage oral *n*=20
Age chronologique	Min.-max = 12-17 ans *M* = 14.85 ans	Min.-max = 4-10 ans *M* = 6.6 ans	Min.-max = 3-11 ans *M* = 7.16 ans
Genre			
Fille	*n* = 7 (35%)	*n* = 7 (35%)	*n* = 8 (40%)
Garçon	*n* = 13 (65%)	*n* = 13 (65%)	*n* = 12 (60%)
Étiologie		-	-
DI	*n* =15 (76%)		
SD	*n* =2 (9.5%)		
TSA	*n* =2 (9.5%)		
SAF	*n* =1 (5%)		
Degré de scolarisation	8H-12H[2]	1H-6H	Pré-scolaire-7H
Raisonnement analogique	*M* = 23.15 (6.76)	*M* = 23.45 (6.67)	-
Empan visuospatial	*M* = 7.20 (1.79)	*M* = 7.0 (1.21)	-
Coordination visuo-motrice	*M* = 19.60 (4.13)	*M* = 19.60 (4.03)	-
Langage oral	*M* = 66.85 (15.23)	-	*M* = 67.15 (14.81)

Notes : DI = Déficience intellectuelle ; SD = Syndrome de Down ; TSA = Troubles du spectre de l'autisme ; SAF = Syndrome d'alcoolisation fœtale ; N = Nombre ; M = Moyenne (entre parenthèses c'est l'écart-type)

[2] En Suisse, la scolarisation commence en 1H à 4 ans ce qui signifie « 1ère harmos » en référence à l'harmonisation des systèmes scolaires dans les différents cantons. La 8H est par exemple la 8e année de scolarisation, les élèves ont entre 11-12 ans. La scolarité obligatoire se termine normalement en 11H, à 15 ans, mais une 12e année est possible notamment dans l'enseignement spécialisé afin de faciliter la recherche d'une place dans le monde professionnel.

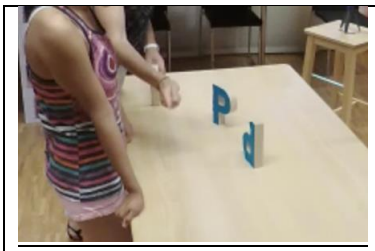
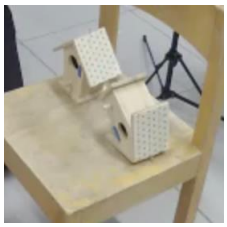
Figure 2. Tableau 2 : Présentation des trois groupes

Les élèves typiques ont été individuellement appariés aux élèves avec une déficience intellectuelle en deux groupes contrôles. Le premier groupe (TDVS) comprend 20 enfants âgés de 4 à 10 ans (M=6.6 ans) ; chaque enfant de ce groupe a été apparié individuellement à un enfant du même sexe et de compétences visuospatiales similaires. Les résultats aux tests spatiaux de raisonnement analogique (Matrices de Raven), coordination visuomotrice (Beery-VMI) et d'empan visuospatial (Blocs de Corsi) ont été utilisés pour procéder à l'appariement. Les analyses préliminaires (test non-paramétrique de Friedman) ont confirmé que les deux groupes ne différaient pas au niveau du raisonnement analogique (x^2 (1) = 1.333, p=.248), de la coordination visuomotrice (x^2 (1) = .067, p=.796) et de l'empan visuospatial (x^2 (1) = 1.316, p=251), ce qui confirme la qualité de l'appariement. Le deuxième groupe contrôle (TDL) est composé de 20 enfants âgés de 3 à 11 ans (M=7.16 ans) appariés sur le niveau de langage oral calculé à partir du test de langage oral BILO-3C. Les analyses préliminaires ont confirmé que les deux groupes ne différaient pas au niveau du langage verbal (x^2 (1) = .222, p=.637), ce qui confirme que l'appariement est approprié.

3 Instruments de mesure

Afin d'analyser l'impact de différentes variables (langage oral, niveau visuospatial, motricité) sur le nombre et les types de gestes utilisés, plusieurs tests standardisés ont été choisis : le BILO-3C (Khomsi et al., 2007) permet d'établir un profil langagier de l'enfant en mesurant la compréhension orale, le jugement lexical et grammatical ainsi que le lexique. Afin de mesurer le niveau visuospatial trois tests standardisés ont été utilisés : les blocs de Corsi (1972) qui mesurent l'empan visuospatial, le Beery-VMI (Keith, et al., 2010) qui teste la coordination visuo-motrice et les Matrices de Raven (Raven, & Court, 1998), qui mesurent le raisonnement analogique visuospatial. Finalement, afin de mesurer les liens entre la capacité motrice et la réalisation des gestes, deux tests ont été utilisés : l'évaluation de la motricité gnosopraxique distale (Vaivre-Douret, 1997) et quatre sous-tests de la batterie NP-MOT (Vaivre-Douret, 2006) soit ceux mesurant la latéralité, les praxies manuelles, l'habileté oculo-manuelle et l'orientation spatiale.

Afin de mesurer les gestes et leur impact, une batterie de tâche spatiales en 3D a été construite pour cette recherche. Celle-ci mesure les trois habiletés spatiales spécifiées dans le modèle de Pittalis et Christou (2010), à savoir l'orientation spatiale, la visualisation spatiale et les relations spatiales (rotation mentale). Seuls les résultats à la tâche de rotation mentale seront présentés ici. La démarche de construction de la batterie de tâches, la recherche des tests papier-crayon standardisés, ainsi que les références aux moyens d'enseignement romands, ont fait l'objet d'une publication dans la revue de mathématiques pour l'école (Lacombe, Dias & Petitpierre, 2020). Toutes les séances ont été réalisées par la chercheuse (première auteure de cet article) dans une pièce en individuel. Ces séances ont été filmées afin de pouvoir analyser les gestes et le discours des enfants.

		
Phase 1 : Exploration de la forme	***Phase 2 : Réalisation de la tâche (niveau 1)***	**Phase 2 : Réalisation de la tâche (niveau 2)**
Une forme tridimensionnelle représentant une lettre P est mise à disposition de l'élève	Niveau 1 : La lettre R est posée de façon fixe devant l'élève. Il doit la comparer successivement aux autres	Niveau 2 : Une maison est posée devant l'élève : un pan du toit est en couleur et l'un des volets est bleu.

(sur l'une des faces est collé un papier bleu). L'élève peut prendre la forme dans sa main et la manipuler comme il le souhaite afin de l'observer.	lettres R qui seront posées devant lui dans des positions différentes (trois lettres R sont présentées à l'élève). L'élève doit dire si ces formes correspondent ou non à une rotation du modèle (premier R présenté). Sur l'un des côtés du R est collé un papier brun. En effectuant une rotation mentale, l'élève doit identifier les côtés qui ont le papier du même côté et sont identiques au modèle (forme pareillement orientée) de ceux qui en sont différents.	L'élève doit la comparer à une autre maison dans une position différente et répondre à la question : ces deux maisons sont-elles les mêmes ? Trois maisons différentes sont successivement présentées. L'une est identique au modèle (toit et volet), alors que les deux autres ont soit le toit, soit le volet, soit aucun des deux repères du même côté que le modèle.

Figure 3 : La tâche « rotations et symétrie » mesurant l'habileté de relations spatiales

4 Codage des vidéos

Afin de recueillir des informations les plus précises possibles sur les gestes et le langage utilisé par les élèves, le codage des vidéos s'est fait en différentes phases : (a) à l'aide d'une grille de codage basée sur les catégories trouvées dans la littérature et élaborée lors de la phase pilote ; (b) puis, lors de l'étude expérimentale, à l'aide d'une grille enrichie tenant compte de la réalité différente de chaque tâche. Pour constituer la seconde grille, des nouvelles variables ont été ajoutées et d'autres mises de côté. Les principales catégories sont les suivantes : 1) discours, 2) nombre et types de gestes, 3) modalités, 4) fonctions en lien avec le langage, 5) fonctions spatiales, 6) interventions de la chercheuse.

Cette grille a été utilisée par un second codeur sur 10% des vidéos et toutes les divergences ont été discutées avec la chercheuse. Des précisions, parfois des nouvelles catégories, ont ainsi pu être identifiées. Finalement, un troisième codeur a effectué un interjuge sur 30% des vidéos. Pour effectuer ce codage, le logiciel ELAN (European Distributed Corpora Project [EUDICO] Linguistic Annotator), développé par le Max Planck Institute for Psycholinguistics a été utilisé.

VI - RESULTATS ET DISCUSSION

En raison du nombre relativement restreint d'élèves ayant participé à la recherche dans chacun des groupes, des analyses statistiques non-paramétriques ont été menées pour comparer les groupes entre eux.

1 Fréquence des gestes

La première hypothèse issue de la revue de littérature met en évidence un nombre plus élevé de gestes chez les élèves ayant une déficience intellectuelle. Les résultats de notre recherche sont présentés dans la figure 4.

	DI	TDVS	TDL
Nombre de gestes	30.75 (7.59)	31.90 (10.09)	29.60 (10.88)
Nombre de mots	67.30 (24,76)*	112.00 (45,36)*	116.45 (46,17)*

Nombre de gestes par mot	0.50 (0.18)*	0.31 (0.12)*	0.28 (0.13)*

*La différence est significative p< 0.01

Figure 4 : Fréquence des mots est des gestes utilisés par les élèves des trois groupes

Dans notre échantillon, le test non-paramétrique de Friedman, ne montre pas de différence significative entre le nombre moyen de gestes utilisés par les trois groupes (x^2 (2) = .347, p =.841). Toutefois, la moyenne des mots utilisés par les élèves des différents groupes est significativement différente (x^2 (2) = 15.872, p<.000). Pour cette variable, le test post-hoc de Dunn-Bonferroni montre que les élèves avec une DI utilisent significativement moins de mots que le groupe contrôle visuospatial (TDVS) (p=.034) et que le groupe contrôle langage oral (TDL) (p<.000). Ce constat rejoint les résultats des études de Stefanini et al., (2008) qui montrent un nombre de gestes équivalents entre les élèves ayant une DI et les contrôles appariés sur l'âge mental et celle d'Iverson et al., (2003) qui avaient également observé un nombre de gestes équivalent entre le groupe DI et le groupe typique ayant le même niveau de langage oral. Pour les auteurs de ces études, l'utilisation similaire des gestes dans les différents groupes peut s'expliquer par leur âge chronologique différent. En effet, chez les élèves typiques, plusieurs recherches montrent un nombre de gestes plus élevé chez les élèves plus jeunes (Özçalışkan & Goldin-Meadow, 2009). Dans notre échantillon, la moyenne d'âge des élèves avec une DI est de 14.85 ans alors que celle du groupe TDVS est de 6.6 ans et celle du groupe TDL de 7.16. Il est donc possible que le nombre élevé de gestes observé chez les élèves typiques soient dû à leur âge significativement plus bas que les élèves avec une DI. Pouvoir comparer les gestes effectués par un groupe contrôle apparié sur l'âge chronologique aurait été intéressant. Notre recherche ne permet pas de conclure sur ce point.

Si l'on compare le pourcentage de gestes et de mots utilisés par les trois groupes d'élèves, les résultats sont les suivants : les élèves avec DI utilisent les gestes à hauteur de 31% et les mots à hauteur de 69% alors que les élèves contrôle TDVS utilisent seulement 22% de gestes contre 78 % de mots et les élèves du groupe TDL 20% de gestes et 80% de mots.

Afin d'avoir une idée plus précise de l'utilisation des gestes par rapport au nombre de mots dans les trois groupes, des analyses complémentaires ont été menées. Celles-ci ont comparé le nombre de geste par mots utilisé dans les trois groupes d'élèves. Il est intéressant d'observer que le rapport entre le nombre gestes par mot (x^2 (2) = 27.151, p<.000) est significativement différents dans les trois groupes. En menant des tests post-hoc de Dunn-Bonferroni, il apparait que le groupe avec une DI utilise significativement plus de gestes par mot que les groupes contrôles TDVS (p=.001) et TDL (p=.000). Cela signifie que les élèves avec une DI s'appuient davantage sur le langage gestuel pour expliquer leurs stratégies alors que les élèves contrôles utilisent davantage le langage verbal.

Afin d'illustrer ce fait, un exemple tiré de l'étude est présenté ci-après. Dans cet exemple, les élèves font tous les deux exactement les mêmes gestes pour répondre (un geste de pointage puis deux gestes actions) ; par contre c'est au niveau du nombre de mot et de la clarté de l'explication verbale que se situe la plus grande différence. L'élève avec une DI utilise deux mots alors que son contrôle TDVS en prononce 35. Cette différence met donc en avant le rôle très important des gestes pour l'élève avec une DI. En effet, pour l'observateur, c'est grâce aux gestes que l'élève fait que son raisonnement est visible, alors que pour l'élève contrôle, le langage verbal permet de suivre son raisonnement.

Élève avec une DI 3

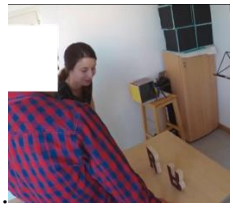
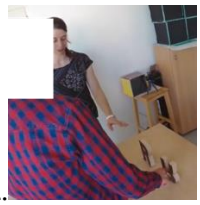
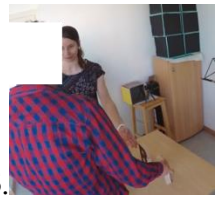
Question de l'expérimentateur : « Est-ce que les formes sont les mêmes ? «
1.  2.  3.  4.  5. 
Réponse gestuelle : L'élève pointe la forme (image 2) puis la prend pour la tourner (image 3) et la met face à l'autre (image 4). Il tourne ensuite la forme pour la mettre dans le même sens que la première (image 5)
Réponse verbale : « Non, faut tourner »

Figure 5 : Exemple d'une réponse verbale et gestuelle d'un élève avec une DI

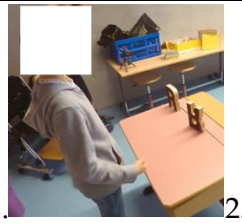
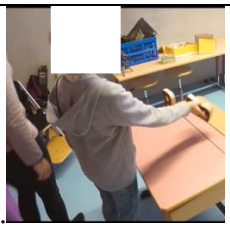
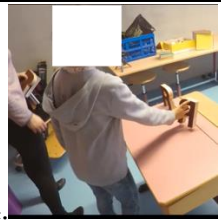
<u>Élève contrôle TDVS 3</u> Question de l'expérimentateur : « Est-ce que les formes sont les mêmes ? »
1.  2.  3.  4.  5. 
Réponse gestuelle : L'élève pointe la forme (image 2) puis la prend pour la tourner (image 3) et la met face à l'autre (image 4). Il tourne ensuite la forme pour la mettre dans le même sens que la première (image 5)
Réponse verbale : « Celui-là là.. il est.. on peut pas parce que si on le bouge comme ça, il sera à l'envers et pis on est obligé de le mettre comme ça, mais y'a pas la couleur de ce côté. »

Figure 6 : Exemple d'une réponse verbale et gestuelle d'un élève contrôle TDVS

2 Types de gestes

La seconde question de recherche s'intéresse aux différents types de geste utilisés dans les différents groupes. L'hypothèse formulée suite à la revue de littérature stipule que les gestes de pointage sont les plus utilisés dans chacun des groupes. Cette hypothèse est validée dans notre échantillon puisque les trois groupes d'élèves utilisent significativement plus de gestes de pointage.

	DI	TDVS	TDL
Gestes de pointages	17.40 (6.00)*	16.00 (9.04)*	14.45 (6.37)*

Gestes iconiques	7.65 (4.34)*	7.75 (6.10) *	8.05 (5.80)*
Gestes métaphoriques	0.20 (0.89)*	0.05 (0.22)*	0.05 (0.22)*
Gestes actions	4.80 (5.47)*	5.85 (4.90)*	5.15 (5.48)*

*La différence est significative p< 0,05

Figure 7 : Nombre d'occurrences des types de gestes utilisés par les trois groupes

Pour le groupe avec une DI, le test non-paramétrique de Kruskal-Wallis (ANOVA) pour échantillons indépendants montre une différence significative entre les différents types de gestes (x^2 (3) = 54.944, p<.000). Le post-test révèle que les élèves avec une DI utilisent significativement plus de gestes de pointage que de gestes iconiques (p=.005), métaphoriques (p=.000), et action (p=000). Dans le groupe TDVS (visuospatial), les résultats montrent qu'ils utilisent également significativement plus de gestes de pointage (x^2 (3) = 47.556, p = 0.00) que de gestes iconiques (p=.045), métaphoriques (p=.000) et action (p=.006). La différence est également significative pour le groupe contrôle-langage (x^2 (3) = 47.472, p<.001). Ceux-ci utilisent plus de gestes de pointage que de gestes iconiques (p=.028), métaphorique (p=.000), et action (p=.002). Pour le dernier groupe TDL (langage) cependant, la significativité corrigée par Bonferroni rend la différence entre les gestes de pointage et les gestes iconiques non-significative (p=.170). Les gestes de pointage sont donc les gestes les plus utilisés dans les trois groupes d'élève. En pourcentage, les élèves du groupe avec DI utilisent 58% de pointages, 25% de gestes iconiques, 1% de gestes métaphoriques et 16% de gestes-actions. Ceux du groupe TDVS, 54% de gestes de pointage, 26% de gestes iconiques et 20% de gestes-actions. Finalement, le groupe TDL utilise 52% de gestes de pointage, 29% de gestes iconiques et 19% de gestes-action.

Un test non-paramétrique de Friedman a ensuite été mené afin d'analyser les différences d'utilisation des gestes entre les groupes. Celui-ci ne révèle pas de différence significative. Il est donc possible de dire que les élèves avec une DI utilisent les différents types de gestes de manière similaire aux enfants typiques appariés sur le niveau visuospatial et sur le niveau verbal. Les élèves typiques étant sensiblement plus jeunes, il est possible d'émettre la même hypothèse que dans l'étude de Stefanini et al., (2007) : les élèves avec une DI utilisent les différents gestes de manière similaire aux enfants typiques mais avec un retard dans leur apparition. En revanche, ce résultat ne confirme pas la seconde hypothèse affirmant que les élèves avec une DI utilisent significativement plus de gestes iconiques que les élèves typiques. Des analyses complémentaires ont été donc été menées. Des analyses de corrélation non paramétrique de Spearman entre le niveau intellectuel mesuré par l'ABAS-II et les différents types de gestes utilisés montrent deux résultats très intéressants.

Groupe DI	ABAS-II
Gestes iconiques	.727**
Gestes actions	-.502*

** La corrélation est significative p<0.01

* La corrélation est significative p<0.05

Figure 8 : Analyses de corrélation entre le comportement adaptatif et les différents types de gestes utilisés

Dans le groupe avec une DI, plus le comportement adaptatif (qui est utilisé comme l'une des mesures de la déficience intellectuelle) est bon, plus les élèves utilisent des gestes iconiques (la corrélation entre les deux dimensions, très élevée, égale .727). À l'inverse plus les élèves ont un comportement adaptatif faible plus ils utilisent des gestes-actions (la corrélation, également très élevée, égale -.502). Cette constatation permet donc de préciser l'hypothèse précédemment formulée : dans notre échantillon, les élèves avec une DI plus légère utilisent significativement plus de gestes iconiques que les élèves ayant une DI modérée qui eux ont davantage recours aux actions réelles pour réaliser la tâche de rotation mentale. Cette nouvelle hypothèse s'intègre dans le modèle de développement de la rotation mentale proposé par Chu et Kita (2008). Les élèves avec une DI plus importante seraient donc au niveau 1 et bénéficieraient de la possibilité d'effectuer réellement l'action de tourner les objets, alors que les élèves avec une déficience plus légère peuvent déjà réaliser un geste iconique montrant la rotation qu'ils effectuent mentalement.

Afin d'analyser les variables liées à l'utilisation des différents types de gestes, des analyses de corrélations de Spearman ont été menées sur l'ensemble de l'échantillon (figure 9).

N=60	Niveau de langage oral	Empan visuospatial	Coordination visuomotrice	Raisonnement analogique
Gestes total	-.072 ns	-.020 ns	-.006 ns	-.078 ns
Gestes iconiques	.382**	.364**	.347**	.372**
Gestes actions	-.579**	-.354**	-.437**	-.420**

ns La corrélation n'est pas significative /** La corrélation est significative p<0.01 / * La corrélation est significative p<0.05

Figure 9

Si le nombre total de gestes ne corrèle pas de manière significative avec les différentes variables mesurées, deux types de gestes en revanche (les gestes iconiques et les gestes actions) corrèlent de manière systématique avec les différentes variables. Il est très intéressant d'observer que les élèves ayant un niveau de langage oral plus élevé font significativement plus de gestes iconiques que les élèves ayant un niveau de langage oral plus faible, qui eux font significativement plus de gestes-actions. Cela rejoint les conclusions de la littérature sur la co-expression des gestes et du discours (McNeill, 1992). Un niveau de langage plus élevé permet donc aux élèves de notre échantillon d'utiliser des gestes iconiques (c'est-à-dire des gestes qui montrent dans leur forme le contenu d'un mot ou d'une phrase). À l'inverse, lorsque le langage est plus faible, les élèves ont besoin de réaliser l'action réelle de rotation montrant ainsi le besoin de s'appuyer sur l'action pour pouvoir mettre des mots dessus. Dans notre échantillon ce n'est pas l'ensemble des gestes qui est plus utilisé chez les élèves ayant un niveau de langage plus faible mais uniquement les gestes-action. Étant donné les corrélations opposées au niveau des gestes iconiques et des gestes actions, il semble que celles-ci s'annulent lors de la prise en compte du nombre total de geste.

Dans la littérature, les auteurs n'ont pas pris en compte les gestes actions. Il serait dès lors très intéressant de mener de nouvelles recherches investiguant ces deux types de gestes chez les élèves avec une DI afin de confirmer ou préciser les résultats de cette recherche.

Toutes les corrélations mesurant le niveau visuospatial (empan, raisonnement et coordination visuomotrice) et les deux types de gestes (iconiques et actions) sont significatives. Ainsi, plus le niveau visuospatial est faible, moins les élèves utilisent de gestes iconiques et plus ils utilisent des gestes actions. Cette constatation rejoint les observations de Hadar et al. (1998). Dans leur étude, les auteurs ont étudié l'utilisation des gestes chez des patients ayant des déficits visuospatiaux et ils ont observés que ceux-ci utilisaient significativement moins de gestes iconiques. Les difficultés relevées par les auteurs dans les processus conceptuels pourraient être la cause de cette difficulté à utiliser des gestes iconiques. Les résultats de notre échantillon apportent une piste supplémentaire : chez les élèves ayant un faible niveau visuospatial les gestes-actions pourraient leur permettre de compenser leurs difficultés visuospatiales. Des études supplémentaires sont nécessaires pour confirmer cette hypothèse.

En résumé, la première hypothèse est validée : les gestes de pointage sont les gestes les plus utilisés dans notre échantillon. La deuxième hypothèse est nuancée : les élèves avec une DI légère utilisent plus de gestes iconiques que les élèves avec une DI plus importante. Les élèves avec un niveau intellectuel plus bas privilégient les gestes-actions. Finalement, dans l'ensemble de l'échantillon, les élèves ayant un niveau de langage oral plus faible tout comme ceux ayant un niveau visuospatial plus bas font significativement plus de gestes-actions, alors que des niveaux plus élevés dans ces deux variables corrèlent avec une plus grande utilisation des gestes iconiques.

3 Observation des effets du matériel et des gestes sur la réussite de la rotation mentale

La dernière question de recherche s'intéresse à la manière dont le matériel tridimensionnel et la prise en considération des gestes améliorent la visibilité des performances des élèves. Cette question reprend donc le constat de Calero et al., (2019), présenté en introduction qui met en avant la nécessité de reconsidérer l'approche évaluative de l'apprentissage spatial dans le milieu scolaire pour y inclure les gestes. Afin de répondre à cette question, les élèves ont réalisé trois tâches spatiales (rotation mentale, orientation spatiale et visualisation spatiale) avec du matériel en 3D et les mêmes tâches une deuxième fois en format 2D (les éléments tridimensionnels étant dessinés sur une feuille). Afin de s'assurer de ne pas avoir de biais en faveur du matériel 3D induit par les conditions de passation, les élèves ont systématiquement réalisé les tâches en 3D avant le test sur papier.

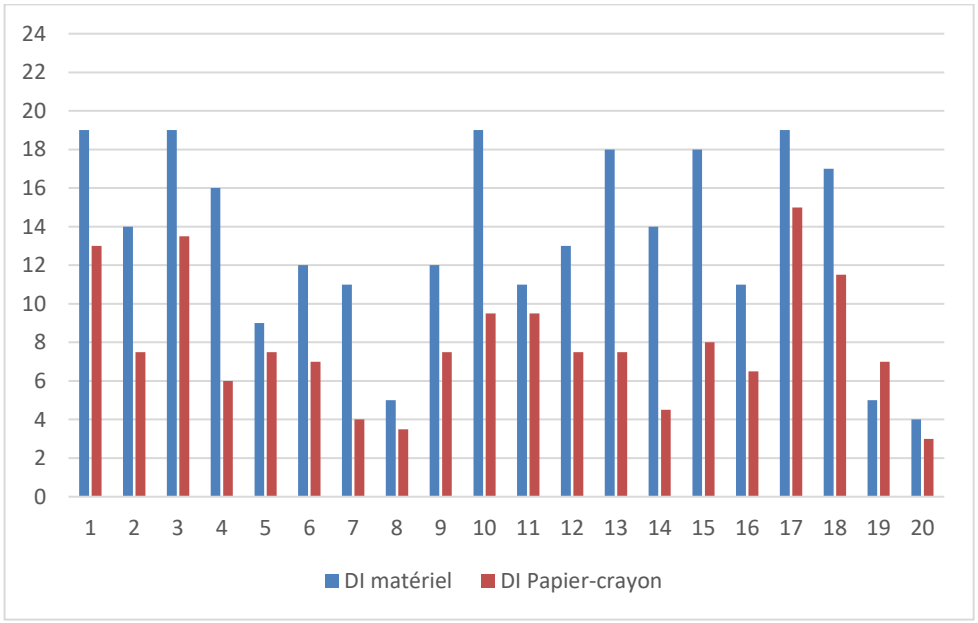


Figure 10. Scores de réussite aux tâches spatiales tridimensionnelles et sur papier-crayon (groupe DI)

Un test non-paramétrique de Kruskall-Wallis montre pour le groupe DI, une différence significative entre les scores aux tâches spatiales tridimensionnelles et les scores aux tâches sur papier crayon (x^2 (1) = 10.933, p = 0.01). Comme cela est illustré dans le graphique ci-dessus, les élèves avec une DI réussissent significativement mieux le test utilisant un matériel manipulable en trois dimensions. La prise en compte des gestes dans les réponses des élèves permet également de montrer leurs compétences (par exemple en tournant la forme correctement) indépendamment de leur compétence en langage oral. D'ailleurs la corrélation de Pearson entre le niveau de langage oral et la réussite des tâches en 3D chez les élèves avec DI n'est pas significative ce qui illustre bien que dans le dispositif prévu, les élèves peuvent montrer de bonnes performances dans les gestes indépendamment de leurs compétences en langage oral. Dans le groupe contrôle TDVS constitué d'enfants typiques, il est très intéressant de relever que ceux-ci réussissent également significativement mieux les tâches présentées en 3D x^2 (1) = 4.936, p = 0.026 tout comme dans le groupe contrôle TDL x^2 (1) = 4.296, p = 0.038. Ces résultats montrent qu'un dispositif d'évaluation prenant en compte les gestes et donnant la possibilité de manipuler du matériel permet à tous les élèves de montrer davantage de compétences. La significativité du test est toutefois plus forte dans le groupe avec DI. Finalement, si l'on considère les variables corrélées à la réussite des tâches en 3D dans l'ensemble de l'échantillon, plusieurs résultats ressortent : le nombre de mots prononcés par les élèves n'est pas corrélé à la réussite des tâches en 3D, ce qui illustre encore une fois la possibilité pour les élèves d'exprimer des compétences de manière multimodale. Par contre, le nombre de gestes figuratifs (iconiques + pointage + métaphorique) est lui corrélé à la réussite des tâches en 3D (r=.386** p<0.01).

Pour illustrer de manière qualitative ce que le geste apporte en plus à l'expression des concepts, une bibliothèque en images et en mots a été constituée. Celle-ci répertorie la manière dont les élèves expriment et argumentent leurs réponses. En voici un exemple :



« Non parce que là y'a » « et là aussi y'a »

Figure 11 : Illustration de la manière dont un enfant exprime, en geste (il touche la partie arrondie des deux R) et en mots, un argument visant à démontrer la différence entre les formes

Dans cette séquence, l'élève doit indiquer si la forme de droite est la même que celle de gauche après l'avoir retourné mentalement. Dans cette situation, l'élève répond : « Non parce que là y'a et là aussi y'a. ». Si l'on ne considère que son discours, celui-ci ne permet pas de comprendre ce sur quoi l'élève porte son attention et quelle est sa justification. Par contre au travers des gestes iconiques, cela s'éclaire. En effet, l'élève suit l'arrondi du R sur la forme de gauche puis suit l'arrondi du R retourné sur la forme de droite, indiquant ainsi l'impossibilité si l'on retourne la forme que celle-ci soit dans le même sens. De nombreux autres exemples illustrent ainsi l'apport très important du geste dans les réponses des élèves. Chez plusieurs élèves, ces gestes sont d'ailleurs réalisés sans accompagnement de langage.

VII - CONCLUSION

L'objectif du présent article était de présenter les résultats préliminaires d'une recherche visant à observer l'utilisation et le rôle des gestes dans l'expression des habiletés spatiales (rotation mentale) chez les élèves ayant une déficience intellectuelle. Les résultats indiquent que :

(1) Les élèves avec une DI utilisent en moyenne autant de gestes que les élèves typiques appariés sur le niveau visuospatial et sur le niveau verbal, mais prononcent significativement moins de mots. A partir de ce constat, une analyse détaillée a montré que les élèves avec DI font significativement plus de gestes par rapport au nombre de mots prononcés en comparaison de leurs pairs typiques. Le rapport est de 1.80 fois plus de gestes par mot que le groupe TDVS et 2.03 fois plus de gestes par mot que le groupe TDL ce qui signifie que les élèves avec une DI font environ 2 fois plus de gestes par mot que leurs pairs typiques.

(2) Les élèves avec une DI, tout comme les élèves typiques, utilisent significativement plus de gestes de pointage que de gestes iconiques, métaphorique ou de gestes actions. Par contre, il n'y a pas de différence entre les groupes dans l'utilisation des différents types de gestes.

(3) Le niveau de langage oral et le niveau visuospatial sont positivement et significativement corrélés au nombre de gestes iconiques et négativement et significativement corrélés aux gestes actions. Ce qui signifie que plus les élèves ont un faible niveau de langage oral ou un faible niveau visuospatial, plus ils font de gestes action. Et plus leurs niveaux sont élevés dans ces deux variables, plus ils utilisent les gestes iconiques.

(4) Tous les élèves réussissent significativement mieux les tâches spatiales présentées avec du matériel 3D en comparaison avec les mêmes tâches présentées sur un format 2D. Ce résultat signifie qu'un environnement matériel et la prise en compte des gestes comme modalité de réponse valable augmente la possibilité pour les élèves de montrer des compétences acquises.

VIII - BIBLIOGRAPHIE (FORMAT TITRE 1)

Alibali, M. W., Kita, S., & Young, A. J. (2000). Gesture and the process of speech production : We think, therefore we gesture. *Language and Cognitive Processes*, *15*(6), 593-613. https://doi.org/10.1080/016909600750040571

Bello, A., Capirci, O., & Volterra, V. (2003). Lexical production in children with Williams syndrome : Spontaneous use of gesture in a naming task. *Neuropsychologia*, *42*(2), 201-213. https://doi.org/10.1016/S0028-3932(03)00172-6

Bergman, K., & Kopp, S. (2006). Verbal or visual? How information is distributed across speech and gesture in spatial dialog. P*roceedings of the 10th Workshop on the Semantics and Pragmatics of Dialogue,* 90–97

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In *International Group for the Psychology of Mathematics Education*. International Group for the Psychology of Mathematics Education, South Africa. https://eric.ed.gov/?id=ED489695

Browder, D. M., Jimenez, B. A., & Trela, K. (2012). Grade-Aligned Math Instruction for Secondary Students with Moderate Intellectual Disability. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, *47*(3), 373-388.

Browder, D. M., Spooner, F., Ahlgrim-Delzell, L., Harris, A. A., & Wakemanxya, S. (2008). A Meta-Analysis on Teaching Mathematics to Students with Significant Cognitive Disabilities. *Exceptional Children*, *74*(4), 407-432. https://doi.org/10.1177/001440290807400401

Butterworth, B., & BEATTIE, G. (1978). Gesture and Silence as indicators of planning in speech. In *Recent Advances in the Psychology of Language : Formal and Experimental Approaches*, *4(b)*, 347-360. Plenum Publishers.

Calero, C. I., Shalom, D. E., Spelke, E. S., & Sigman, M. (2019). Language, gesture, and judgment : Children's paths to abstract geometry. *Journal of Experimental Child Psychology*, *177*, 70-85. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.07.015

Chu, M., & Kita, S. (2008). Spontaneous gestures during mental rotation tasks : Insights into the microdevelopment of the motor strategy. *Journal of Experimental Psychology: General*, *137*(4), 706-723. https://doi.org/10.1037/a0013157

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning : A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 420-464. Macmillan Publishing Co, Inc.

Crollen, V., & Noël, M.-P. (2017). How Does Space Interact with Numbers? In M. S. Khine (Éd.), *Visual-spatial Ability in STEM Education : Transforming Research into Practice*, 241-263. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_12

Davis, B. (2015). *Spatial Reasoning in the Early Years : Principles, Assertions, and Speculations*. Routledge.

Ehrlich, S. B., Levine, S. C., & Goldin-Meadow, S. (2006). The importance of gesture in children's spatial reasoning. *Developmental Psychology*, *42*(6), 1259-1268. https://doi.org/10.1037/0012-1649.42.6.1259

Feyereisen, P., & deLannoy, J.-D. (1991). *Gesture and speech : Psychological investigations.* Cambridge University Press

Galeote, M., Sebastián, E., Checa, E., Rey, R., & Soto, P. (2011). The development of vocabulary in Spanish children with Down syndrome : Comprehension, production, and gestures. *Journal of Intellectual & Developmental Disability*, *36*(3), 184-196. https://doi.org/10.3109/13668250.2011.599317

Galeote, M., Soto, P., Checa, E., Gómez, A., & Lamela, E. (2008). The acquisition of productive vocabulary in Spanish children with Down syndrome. *Journal of Intellectual & Developmental Disability*, *33*(4), 292-302. https://doi.org/10.1080/13668250802441870

Göksun, T., Goldin-Meadow, S., Newcombe, N., & Shipley, T. (2013). Individual differences in mental rotation : What does gesture tell us? *Cognitive Processing*, *14*(2), 153-162. https://doi.org/10.1007/s10339-013-0549-1

Goldin-Meadow, S., Shield, A., Lenzen, D., Herzig, M., & Padden, C. (2012). The gestures ASL signers use tell us when they are ready to learn math. *Cognition*, *123*(3), 448-453. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2012.02.006

Goldin-Meadow, S., & Wagner, S. M. (2005). How our hands help us learn. *Trends in Cognitive Sciences*, *9*(5), 234-241. https://doi.org/10.1016/j.tics.2005.03.006

Hadar, U., Burstein, A., Krauss, R., & Soroker, N. (1998). Ideational gestures and speech in brain damaged subjects. *Language & Cognitive Processes*, *13*, 59–76. doi:10.1080/016909698386591

Healy, L., & Fernandes, S. H. A. A. (2011). The role of gestures in the mathematical practices of those who do not see with their eyes. *Educational Studies in Mathematics*, *77*(2), 157-174. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9290-1

Hord, C., Marita, S., Walsh, J. B., Tomaro, T. M., Gordon, K., & Saldanha, R. L (2016). Teacher and Student use of gesture and access to secondary mathematics for students with learning disabilities: an exploratory study. *Learning disabilities: a contemporary Journal, 14*(2), 189–206.

Hostetter, A. B., Alibali, M. W., & Kita, S. (2007). I see it in my hands' eye : Representational gestures reflect conceptual demands. *Language and Cognitive Processes*, *22*(3), 313-336. https://doi.org/10.1080/01690960600632812

INSERM (2016). *Intellectual disabilities. Collective expertise. Summary and recommendations.* Paris: Inserm Edition.

Iverson, J. M., Longobardi, E., & Caselli, M. C. (2003). Relationship between gestures and words in children with Down's syndrome and typically developing children in the early stages of communicative development. *International Journal of Language & Communication Disorders*, *38*(2), 179-197. https://doi.org/10.1080/1368282031000062891

Karagiannakis, G., & Noël, M.-P. (2020). Mathematical Profile Test : A Preliminary Evaluation of an Online Assessment for Mathematics Skills of Children in Grades 1–6. *Behavioral Sciences*, *10*(8), 126. https://doi.org/10.3390/bs10080126

Kelly, S. D. (2001). Broadening the units of analysis in communication : Speech and nonverbal behaviours in pragmatic comprehension. *Journal of Child Language*, *28*(2), 325-349. https://doi.org/10.1017/S0305000901004664

Khomsi, A., Khomsi, J., Parbeau-Guéno, A., & Pasquet, F. (2007). *Bilan informatisé de langage oral au Cycle III et au collège* (BILO3C). Paris: ECPA

Kim, M., Roth, W.-M., & Thom, J. (2011). CHILDREN'S GESTURES AND THE EMBODIED KNOWLEDGE OF GEOMETRY. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *9*(1), 207-238. https://doi.org/10.1007/s10763-010-9240-5

Kita, S., Alibali, M. W., & Chu, M. (2017). How do gestures influence thinking and speaking? The gesture-for-conceptualization hypothesis. *Psychological Review*, *124*(3), 245-266. https://doi.org/10.1037/rev0000059

Lacombe, N., Petitpierre, G., & Dias, T. (2020). Observer les gestes pour analyser les habiletés spatiales des élèves ayant une déficience intellectuelle. *Revue Suisse de Pédagogie Spécialisée (2*), 47-53.

Lacombe, N., Dias, T., Petitpierre, G. (2020). Construction d'une batterie de tâches spatiales en 3D pour favoriser l'expression gestuelle des élèves ayant une déficience intellectuelle. *Revue de mathématiques pour l'école,* 81-92.

Lacombe, N., Petitpierre, G., Dias, T. (2021, soumis). Can gestures give us access to thought? A systematic literature review on the impact of co-thought and co-speech gestures in children with intellectual disabilities

Lavelli, M., & Majorano, M. (2016). *Spontaneous Gesture Production and Lexical Abilities in Children With Specific Language Impairment in a Naming Task* (world) [Research-article]. ASHA Wire; American Speech-Language-Hearing Association. https://doi.org/10.1044/2016_JSLHR-L-14-0356

Lavergne, J., & Kimura, D. (1987). Hand movement asymmetry during speech : No effect of speaking topic. *Neuropsychologia*, *25*(4), 689-693. https://doi.org/10.1016/0028-3932(87)90060-1

Manghi Haquin, D., Otárola Cornejo, F., Godoy Echiburú, G., Aranda Godoy, I., Álvarez Cruz, M., & Badillo Vargas, C. (2019). Semiotic potential of gestures in multimodal ensembles : Narrative meanings produced by school narrators with intellectual disability. *Linguistics and Education*, *49*, 62-71.

https://doi.org/10.1016/j.linged.2018.12.007

Mastrogiuseppe, M., & Lee, S. A. (2017). What gestures reveal about cognitive deficits in Williams Syndrome. *Developmental Neuropsychology*, *42*(7-8), 470-481. https://doi.org/10.1080/87565641.2017.1393685

McNeill, D. (1992). *Hand and Mind*. The Chicago University Press.

Miller, H. E., Andrews, C. A., & Simmering, V. R. (2020). Speech and Gesture Production Provide Unique Insights Into Young Children's Spatial Reasoning. *Child Development*, *91*(6), 1934-1952. https://doi.org/10.1111/cdev.13396

Mix, K. S., & Cheng, Y.-L. (2012). Chapter 6 - The Relation Between Space and Math : Developmental and Educational Implications. In J. B. Benson (Éd.), *Advances in Child Development and Behavior*, *42*, 197-243. JAI. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-394388-0.00006-X

Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., Altman, D. G., & The PRISMA Group (2009). Prefeered reporting items for systematic reviews and meta-analyses: the PRISMA statement. *PLOS Medicine, 6*(7). DOi: 10.1371/journal.pmed.1000097.

Özçalışkan, Ş., & Goldin-Meadow, S. (2009). When gesture-speech combinations do and do not index linguistic change. *Language and Cognitive Processes*, *24*(2), 190-217. https://doi.org/10.1080/01690960801956911

Pittalis, M. & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(2), 191–212.

Raven, J.C & Court, J.H. 1998. *Manual for Raven's Progressive Matrices and Vocabulary Scales*. Section 4: The Advanced Progressive Matrices. Harcourt Assessment, San Antonio, TX.

Reynolds, F. J., & Reeve, R. A. (2002). Gesture in collaborative mathematics problem-solving. *The Journal of Mathematical Behavior*, *20*(4), 447-460. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00091-3

Sauter, M., Uttal, D. H., Alman, A. S., Goldin-Meadow, S., & Levine, S. C. (2012). Learning what children know about space from looking at their hands : The added value of gesture in spatial communication. *Journal of Experimental Child Psychology*, *111*(4), 587-606. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.11.009

Stefanini, S., Caselli, M. C., & Volterra, V. (2007). Spoken and gestural production in a naming task by young children with Down syndrome. *Brain and Language*, *101*(3), 208-221. https://doi.org/10.1016/j.bandl.2007.01.005

Stefanini, S., Recchia, M., & Caselli, M. C. (2008). The relationship between spontaneous gesture production and spoken lexical ability in children with Down syndrome in a naming task. *Gesture*, *8*(2), 197-218. https://doi.org/10.1075/gest.8.2.05ste

Tellier, M. (2009). *The development of gesture*. de Bot. Language development over the lifespan, Routledge, 191-216

Vaivre-Douret, L. (1997).*Évaluation de la motricité gnosopraxique distale (EMG) [révision et adaptation du test de Bergès-Lézine*] Paris, éd.du Centre de psychologie appliquée

Vandereet, J., Maes, B., Lembrechts, D., & Zink, I. (2011). The role of gestures in the transition from one- to two-word speech in a variety of children with intellectual disabilities. *International Journal of Language*

& Communication Disorders, *46*(6), 714-727. https://doi.org/10.1111/j.1460-6984.2011.00050.x

Wakefield, E. M., Congdon, E. L., Novack, M. A., Goldin-Meadow, S., & James, K. H. (2019). Learning math by hand : The neural effects of gesture-based instruction in 8-year-old children. *Attention, Perception, & Psychophysics*, *81*(7), 2343-2353. https://doi.org/10.3758/s13414-019-01755-y

Zacks, J. M. (2008). Neuroimaging Studies of Mental Rotation : A Meta-analysis and Review. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *20*(1), 1-19. https://doi.org/10.1162/jocn.2008.20013

CONDITIONS D'UNE VIGILANCE DIDACTIQUE CHEZ LES PROFESSEURS DES ECOLES STAGIAIRES

Sylvie GRAU
MCF en didactique des mathématiques, INSPE Académie de Nantes

Laboratoire du CREN

Sylvie.grau@univ-nantes.fr

Résumé
A l'ESPE puis INSPE de Nantes, une recherche menée de 2017 à 2020 dans différentes disciplines sous la direction de Sylvain Doussot vise à comprendre comment se développe le regard didactique des enseignants et quelles conditions peuvent favoriser ce développement en formation initiale. Plusieurs résultats (Butlen et al., 2011 ; Charles-Pézard, 2010 ; Leroyer & Georget, 2019 ; Hersant 2020) nous amènent à considérer que la vigilance didactique s'exerce sur différents moments : la préparation de séances, l'ajustement en situation et l'analyse réflexive. Ce qui suppose de penser la formation au regard didactique sur ces trois temps. A partir d'une étude de cas, nous allons analyser dans le cadre de l'apprentissage par problématisation, comment une professeure des écoles stagiaire construit le problème de l'apprentissage du nombre en moyenne section et comment son regard didactique évolue pour l'amener à une analyse réflexive sur ses propres représentations durant son année de formation. Cette étude permet de pointer certaines conditions favorables pour les professeurs stagiaires à un changement de leur modèle de l'enseignement et de l'apprentissage, par la mise en évidence de la nécessité d'un regard didactique à porter sur l'activité. Mais elle montre aussi certains freins, en particulier la difficulté à agir sur le milieu afin de rendre la situation de classe plus contraignante.

A l'INSPE de Nantes, les stagiaires professeurs des écoles stagiaires peuvent choisir un séminaire de recherche en didactique des mathématiques qui va les amener à s'engager dans la mise en place d'une ingénierie didactique. L'objectif est de « construire avec les professeurs des dispositifs d'enseignement dont la responsabilité soit à la fois clairement située et pleinement partagée » (Sensevy, 2009). Cependant, malgré des lectures, une appropriation du cadre théorique et l'analyse *a priori* des séances expérimentées (Brousseau, 1992), il s'avère que les stagiaires ont bien du mal à exercer une vigilance didactique lors de leur mise en œuvre. Les observables relevés par l'enseignant stagiaire sont souvent limités au contenu (écart à la norme), ou à l'accomplissement de la tâche (sans tenir compte de l'apprentissage). Des analyses *a posteriori* et des entretiens d'explicitation visent à donner quelques éléments de compréhension de ce qui empêche cette vigilance. Pourquoi les questions de gestion de classe l'emportent-elles sur celles liées à la construction des savoirs ? En particulier, nous interrogeons ce sur quoi se fondent les étudiants pour évaluer les effets de leurs enseignements. Cette recherche menée dans différentes disciplines à l'INSPE de Nantes de 2017 à 2020 sous la direction de Sylvain Doussot vise à déterminer quelques caractéristiques d'une didactique de la formation à la didactique disciplinaire (Chevallard, 2010).

Malgré la formation initiale dispensée au sein de l'INSPE, lors de la mise en œuvre de leurs enseignements, les enseignants débutants « privilégient le dispositif lui-même au détriment des propriétés conceptuelles dont il est supposé favoriser l'acquisition » (Crinon & Delarue-Breton, 2018). Notre recherche vise donc à mieux comprendre comment les stagiaires peuvent développer une vigilance didactique (Pézard et al., 2012), c'est-à-dire ce qui, en formation initiale, peut favoriser la prise en compte des savoirs didactiques

pour concevoir, mettre en œuvre leur enseignement mais aussi développer un ajustement didactique en situation (Saillot, 2020) et faire l'analyse réflexive de leur pratique. Dans le cadre de l'analyse de l'apprentissage par problématisation (CAP), Fabre part de l'hypothèse que toute activité participe à la construction d'un problème et que cette construction est révélatrice de principes liés aux savoirs, aux représentations et aux valeurs de l'individu (Fabre, 2007). Ainsi, nous considérons que les pratiques des enseignants sont des mises en acte cohérentes de leurs conceptions des mathématiques, de leur enseignement, de l'apprentissage et de l'élève (Butlen et al., 2011). Des évènements de problématisation, considérés comme des évènements qui ouvrent de nouveaux possibles ou viennent établir de nouveaux faits, peuvent alors donner des indices sur les obstacles surmontés, sur l'évolution des représentations ou sur le poids de certaines valeurs et donc témoigner d'un apprentissage (Grau & Hersant, 2021). Notre méthodologie consiste à considérer l'activité de l'enseignant stagiaire comme une réponse à des problèmes dont nous analysons la construction par le stagiaire à partir de traces de son activité et de ce qu'il en dit (enregistrements audio, vidéos, observations, entretiens, productions écrites) en faisant l'hypothèse que ces traces permettent effectivement la reconstruction des problèmes construit par l'enseignant. Par ailleurs penser l'apprentissage par adaptation suppose l'existence d'un milieu sur, contre et avec lequel l'élève agit (Brousseau, 1988). Par analogie, nous cherchons à définir un milieu sur, contre et avec lequel le stagiaire pourrait agir dans le but d'acquérir une vigilance didactique par adaptation. Pour cela, le milieu doit être proactif, contraignant et rétroactif (Hersant, 2010). Le milieu doit en effet permettre de s'engager dans une activité, contraindre l'activité pour l'orienter en fonction de l'objectif d'enseignement, permettre de rencontrer des obstacles identifiés qu'il s'agit de dépasser et apporter des feedbacks permettant de tenter une nouvelle action adaptée. On peut estimer que la mise en œuvre d'une séance en classe est un milieu proactif puisque le stagiaire est de fait engagé dans une action, il est rétroactif puisque le milieu renvoie des informations qui permettent au stagiaire d'évaluer la portée de son action et d'envisager des adaptations. La difficulté réside cependant dans le fait que le milieu n'est pas contraignant puisqu'il n'oblige pas le stagiaire à construire les connaissances attendues, ici il peut ne pas faire apparaître la nécessité de développer un regard didactique. Comment alors penser, en tant que formateur, un milieu plus contraignant ? Quels sont les obstacles qui empêchent le stagiaire de tenir compte de certaines informations portées par le milieu ? Quelles connaissances manquent au stagiaire pour tirer de l'analyse un nouveau pouvoir d'agir porté par un regard didactique en situation ?

Pour tenter de répondre à ces questions, nous avons analysé la manière dont les stagiaires posent, construisent et résolvent des problèmes professionnels pendant leur deuxième année de master MEEF. Notre objectif est de mettre en lumière des conditions favorables à la construction d'un regard didactique en formation initiale.

Ce travail a été engagé dans le cadre d'un séminaire de recherche interdisciplinaire à l'INSPE de Nantes sur la « Formation au regard didactique » de 2017 à 2020. Nous avons pu ainsi nous appuyer sur des premiers résultats. Tout d'abord les professeurs des écoles débutants ont du mal à confronter les élèves de maternelle à de vrais problèmes en mathématiques. Si des activités sont proposées, il s'agit souvent plus de « faire » que d'apprendre. Les savoirs visés, les connaissances travaillées au travers de ces activités peuvent rester très flous (Hersant, 2018). Par ailleurs les travaux de Georget et Leroyer (2019) ont montré que les professeurs des écoles stagiaires ont du mal à s'approprier des ressources didactiquement pertinentes même si ces ressources sont élaborées et mises à disposition par les formateurs. Ils font l'hypothèse qu'un travail réflexif sur le travail documentaire est nécessaire et doit être l'objet d'une formation pour amener une réorganisation du système documentaire du stagiaire favorisant le développement de son regard didactique.

I - LES CADRES THEORIQUES MOBILISES

Pour analyser la manière dont un enseignant construit un problème professionnel, nous utilisons le cadre de l'apprentissage par problématisation qui articule deux dynamiques, celle de la résolution qui va de la

question à la solution du problème et celle de la construction par la mise en tension de données et de conditions. Les données du problème sont les faits construits, choisis, formulés et donc considérés comme vrais même si cela est temporaire. Il s'agit de repérer la factualisation par l'enseignant, ce qu'il tient comme vrai parmi les informations disponibles dans la situation. Les conditions du problème sont les connaissances, compétences, expériences de l'enseignant, son vécu et ses représentations, tout ce qui modélise en fait la manière dont il va construire le problème, tenir compte ou non de certains éléments, agir ou factualiser. La mise en tension des conditions et des données se fait au sein d'un registre explicatif considéré comme le paradigme dans lequel l'enseignant pense sa pratique. Ce paradigme ne peut pas toujours être défini, il est cependant caractérisé par les principes organisateurs de l'activité. Par ailleurs, la théorie de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002) étudie la double contrainte qui pèse sur les enseignants en mettant en évidence deux logiques : la logique d'instruction et la logique d'éducation. L'analyse de l'activité de l'enseignant peut alors se faire au travers de cinq composantes qui ne sont pas exclusives et peuvent se combiner entre elles, c'est là que réside toute la complexité de l'analyse de l'activité enseignante. On peut cependant repérer les composantes qui semblent être majoritairement convoquées afin de caractériser un certain style d'enseignement parmi :

- la composante personnelle correspondant à la représentation que l'enseignant se fait de son métier, de ce qu'est enseigner les mathématiques, de ce qu'est l'apprentissage en mathématiques ;
- la composante institutionnelle liée aux programmes, horaires, supports (comme les manuels par exemple) ;
- la composante sociale correspondant à la relation que l'enseignant cherche à construire avec les élèves, le groupe, les différents collectifs de l'école ;

Ces trois composantes sont liées à la professionnalisation du point de vue du métier.

- la composante médiative jouant sur le choix des organisations, des déroulements, des outils et supports ;
- la composante cognitive qui concerne les choix de contenus, leurs énoncés, les consignes, l'ordre dans lequel les notions sont abordées…

Ces deux dernières composantes sont associées à la facette didactique.

Les recherches de Butlen et Charles-Pezard menées avec ce cadre en milieu défavorisé ont pointé deux dimensions spécifiques de l'activité du professeur des écoles exerçant dans ces classes que sont l'installation de la paix scolaire (composante sociale) et exercer une vigilance didactique (composante cognitive) (Charles-Pezard, 2010). Plus récemment Hersant a montré que la composante médiative primait chez certains enseignants stagiaires en maternelle (Hersant, 2020), leurs pratiques étant basée sur une représentation « chronologique » de l'enseignement-apprentissage. Pour ces enseignants stagiaires, la structure du cours en étapes qui s'enchaînent sur le modèle manipulation-verbalisation-abstraction serait porteuse en soi des apprentissages. Ils portent donc toute leur attention à l'organisation matérielle et temporelle de ces étapes que ce soit au moment de la préparation, de la mise en œuvre ou de l'analyse réflexive. Ainsi le fait que la séance ait permis un déroulé conforme à leur préparation est un gage de réussite de l'enseignement sans que la construction des connaissances par les élèves ne soit interrogée.

Si nous analysons la pratique de l'enseignant dans le cadre de la problématisation, les cinq composantes jouent sur le processus de factualisation considéré comme la construction de faits, c'est-à-dire la formulation de vérités éventuellement temporaires. En effet, suivant les composantes dominantes, l'enseignant va retenir, construire, considérer comme vrais certains faits et pas d'autres. Suivant les nécessités mises en évidence, nous pouvons alors caractériser un certain style et mieux comprendre comment ce style peut ou non évoluer.

Par ailleurs, le rapport Villani-Torossian (2018) pointe certaines composantes qui pèsent négativement sur l'activité des enseignants : la difficulté à gérer la classe, l'adaptation permanente à des programmes qui changent, le peu d'estime de soi des enseignants du premier degré en mathématiques. Dans les recommandations des auteurs du rapport, nous pouvons lire en creux certaines représentations qu'il s'agirait pour eux de déconstruire :

- Faire des mathématiques est une opération exclusivement intellectuelle.
- Il faut éviter que les élèves fassent des erreurs.
- L'élève doit être en activité.
- La rigueur langagière est un des premiers objectifs.
- L'aisance technique précède la construction du sens.

Ainsi ces représentations jouent sur la manière dont les situations vont être mises en œuvre dans les classes par les enseignants et peuvent être des éléments caractéristiques du registre explicatif qu'ils mobilisent.

II - ETUDE DE CAS

Nous allons nous appuyer sur une étude de cas pour émettre quelques hypothèses sur les freins et les leviers à une évolution des représentations des enseignants débutants. Il s'agit d'une stagiaire en Master MEEF 2e année premier degré, en poste dans une classe de petite et moyenne section maternelle (enfants de 3 et 4 ans). En tant que formatrice, nous avons cette stagiaire dans différents espaces de formation : le cours de mathématiques du cycle 1 (10 HTP au 3e semestre), le séminaire recherche et le suivi de son mémoire, les visites dans sa classe et les analyses qui suivent ces visites (deux par an). Notre étude porte sur une année scolaire. La méthodologie consiste à analyser la construction du problème lié à l'enseignement du dénombrement au cycle 1 à partir des traces de son activité en classe (enregistrements audio, vidéos, observations, entretiens, productions des élèves) et de ce que dit la stagiaire de son activité (écrits intermédiaires, analyse de séance, enregistrement des séminaires, mémoire, échanges mails).

1 Première période de l'année

La formation en alternance mise en place à l'INSPE de Nantes amène la stagiaire à bénéficier d'un enseignement spécifique de didactique des mathématiques en cycle 1 dès la rentrée scolaire. Elle est inscrite peu de temps après dans un séminaire de recherche en didactique des mathématiques avec sept autres stagiaires dont une, également en stage en petite et moyenne section. Sa formation n'est pas scientifique, elle reconnaît être en difficulté avec les mathématiques. Son inscription dans un séminaire recherche en mathématique ne la réjouit pas mais elle pense cependant que c'est une bonne occasion de se former dans un domaine où elle a des besoins. C'est une stagiaire en reconversion, elle a une expérience de contractuelle dans l'éducation nationale et en particulier elle a déjà été remplaçante pendant une année scolaire dans l'école maternelle où elle fait son stage. Elle est reconnue par l'équipe, et en particulier par la directrice de l'école, comme une enseignante compétente et elle peut s'appuyer sur une expérience professionnelle acquise hors de la formation universitaire. Les composantes personnelle et sociale ne vont donc pas intervenir dans sa construction du problème en ce sens que les difficultés qu'elle rencontre ne seront jamais attribuées à un défaut de compétences pour le métier ou à un mauvais climat scolaire dont elle pourrait être responsable. De même, ayant déjà exercé une année à ce niveau et dans la même école, la stagiaire connaît bien les textes officiels, les ressources et le matériel de la classe, la composante institutionnelle est donc très peu appelée dans la construction du problème. Nous pouvons donc estimer que le contexte est favorable à la construction d'un regard didactique au travers des composantes médiatives et cognitives.

Lors de la première visite que nous effectuons dans sa classe en novembre, la stagiaire ne présente pas réellement une séance de mathématiques mais elle cherche à plusieurs moments de la matinée à amener

les élèves à dénombrer : absents et présents lors du rituel de l'appel, nombre d'élèves dans les ateliers… Elle ne propose pas de situations problèmes aux élèves mais plutôt des micro-tâches sans que le but soit clairement explicité aux élèves. En particulier, dans un atelier dirigé de six élèves visant l'acquisition et le développement de la conscience phonologique, la stagiaire va demander aux élèves de compter le nombre de lettres de leur prénom. Son objectif n'est pas de développer des compétences mathématiques mais de savoir reconnaître son prénom et d'identifier la lettre comme unité scripturale de l'écriture. Certains élèves connaissent la comptine numérique, d'autres moins, certains savent faire une correspondance terme à terme, d'autres se contentent d'oraliser la comptine numérique. L'enseignante montre les lettres une à une avec son doigt et dit les mots nombres, les élèves répètent à l'unisson, elle montre donc une procédure de comptage-numérotage (voir figure 1). Elle perd donc son objectif premier qui était d'amener les élèves à reconnaître les unités phonologiques dans leur prénom et d'identifier les lettres. Les élèves semblent perturbés du fait qu'habituellement on leur demande de nommer les lettres pointées L, U, C, I, E alors qu'ici les lettres pointées sont en quelque sorte nommées « un, deux, trois, quatre, cinq ». Elle corrige les erreurs après les avoir signalées, fait refaire aux élèves parfois plusieurs fois s'ils n'y arrivent pas. La validation passe toujours par elle sans un renvoi à d'autres élèves ou au groupe.



Figure 1 : comptage des lettres du prénom

Que ce soit lors de la visite ou pendant les séminaires recherche, la stagiaire montre des invariants dans sa pratique. Lors des analyses *a priori* de situations plus ou moins complexes, elle n'arrive pas à imaginer d'autres procédures que la procédure experte et dans toutes les situations où les élèves rencontrent des quantités, son intervention est de demander aux élèves de compter. Elle n'envisage pas une autre activité pour résoudre un problème lié à des quantités que le comptage numérotage.

A ce stade de l'année, la stagiaire semble avoir une représentation de l'enseignement des mathématiques basée sur le fait que :

- un problème mathématique a une unique solution ;
- il s'agit d'enseigner par l'exemple la procédure experte ;
- l'enseignant doit corriger les erreurs ;
- le comptage s'apprend par imprégnation (c'est par la répétition dans de multiples situations de comptage-numérotage que l'élève va généraliser la procédure tout en mémorisant la comptine numérique).

La stagiaire dans son analyse de séance énonce cependant une difficulté : les élèves ne semblent pas progresser, elle compare avec l'évolution de sa propre fille et n'arrive pas à comprendre pourquoi tous les élèves n'évoluent pas de la même manière.

En cours de didactique des mathématiques, elle a l'occasion de travailler dans le cadre de la théorie des situations didactiques de Brousseau (TSD) et donc de faire des analyses *a priori* et *a posteriori* sur des

exemples que les formateurs apportent. Elle prend conscience de la nécessité que les élèves se confrontent à de vrais problèmes et de l'enjeu des situations de formulation et de validation. Elle atteste de connaissances didactiques à l'oral comme à l'écrit, elle connaît les différentes procédures de dénombrement pour répondre à la question « combien », elle sait qu'il est possible de comparer des quantités sans les dénombrer. Son évaluation du semestre est positive.

2 Le séminaire de janvier

Dans son bilan d'auto-évaluation intermédiaire de début janvier la stagiaire écrit : « je dois anticiper les obstacles didactiques : être dans l'observation et l'analyse des procédures des élèves, je dois mener des stratégies d'étayage sans être trop « guidante » pour que les élèves soient acteurs de leurs apprentissages. » La stagiaire semble donc avoir fait évoluer ses représentations. Elle pense maintenant l'apprentissage comme une adaptation/assimilation de connaissances, ce qui l'amène à orienter son analyse du côté de l'élève pour mieux penser les ajustements en situation.

Peu de temps après, en séminaire de recherche, elle apporte l'enregistrement audio d'une situation qu'elle a proposée en atelier dirigé sur le dénombrement à cinq élèves de sa classe. Elle veut que nous l'aidions à comprendre les difficultés que rencontrent les élèves lors de la tâche. Son tuteur lui a fait un retour comme quoi elle était trop « guidante », ce qu'elle a d'ailleurs repris dans son bilan intermédiaire. Elle pense donc rencontrer un problème de posture et souhaite qu'on l'aide à faire évoluer ses feedbacks aux élèves. Une autre stagiaire a apporté un témoignage de sa pratique en petite section de maternelle autour de la construction du nombre. Le séminaire va donc s'organiser autour de la comparaison des déroulés dans les deux classes lors de deux situations certes différentes mais qui visent le même objectif d'apprentissage avec des élèves du même âge.

Nous n'allons pas décrire la situation mais un moment particulier de l'atelier qui pointe un paradoxe amenant la stagiaire à construire différemment le problème. En effet, l'écoute de l'enregistrement met en évidence une contradiction : la stagiaire demande aux élèves de compter un nombre d'objets mais jamais la réponse n'est formulée par les élèves. Elle écrira plus tard dans son mémoire :

> *Nous allons observer comment je prends à ma charge ce que je veux entendre de mes élèves et comment involontairement l'étayage que j'apporte à mes élèves fait obstacle à l'apprentissage dans cette séance. […] Si l'élève a énuméré " un, deux, trois, quatre ", je prends à ma charge de donner le cardinal de la collection.*

Elle s'appuie sur l'extrait qui va suivre. Elle va proposer aux élèves de jouer avec un jeu de cartes de sorte que la comparaison de quantités soit nécessaire pour gagner. Il s'agit de comparer des collections. Pour cela la stagiaire utilise des cartes représentant des collections de 1 à 5 fruits différents (voir figure 2). Le principe est celui de la bataille, chaque élève a un paquet de cartes faces cachées et en retourne une. Le joueur qui a la plus grande quantité de fruits gagne les cartes des autres, si les quantités sont égales, les joueurs retournent une autre carte et ainsi de suite. Le gagnant est celui qui a le plus de cartes au bout d'un certain nombre de tours.



Figure 2: cartes du jeu Halli Galli édité par Amigo Spiele (1992)

Avant de donner les règles du jeu, elle amène les élèves à découvrir le matériel mais elle demande explicitement aux élèves de dire « combien il y a de fruits sur la carte ? ».

On comprend donc ici que, même si elle souhaite mettre ses élèves face à une situation problème, (déterminer qui a gagné lors du tour) elle reste sur la représentation que son rôle est d'enseigner la procédure

experte avant que les élèves n'en aient besoin. Elle cherche donc à vérifier qu'ils savent bien énoncer la quantité de fruits sur chaque carte avant même de présenter le jeu et la règle du jeu. A aucun moment elle ne considère une autre procédure pour comparer les quantités, ni même que la comparaison entre cartes puisse se faire sur un autre critère (fruits, couleurs).

PE : Dans le jeu, il y a plusieurs objets. Qu'est-ce que vous voyez ?

A : ... des pommes.

S : ... des cartes.

PE : Qu'est-ce qu'il y a sur ces cartes ?

A : ... des fruits.

R : des fruits

PE : Bravo ! R. Tout ça ce sont des fruits, R a raison. Alors, je vais vous donner des cartes et vous allez me dire combien il y a de fruits sur cette carte. D'accord ?

R : ... d'accord.

PE : Je vous donne à chacun une carte, vous allez me dire combien, vous allez me le dire à moi...je tire au hasard.

PE : Allez, on retourne sa carte. Alors S, combien tu as de fruits sur ta carte ?

S : Un, deux, trois, quatre.

PE : quatre

Toujours dans l'idée d'un apprentissage par imitation et répétition, elle repose plusieurs fois la question en distribuant de nouvelles cartes. A chaque fois les élèves récitent la comptine mais aucun d'eux n'est en mesure d'énoncer la quantité. La stagiaire redit le dernier mot énoncé mais n'explicite jamais qu'il s'agit du mot nombre désignant la quantité de fruits sur la carte. A travers les échanges entre les membres du séminaire, la stagiaire en prend conscience et les questions posées sur le matériel l'amènent à réaliser que l'organisation des fruits peut permettre de résoudre le problème de comparaison sans qu'il soit nécessaire d'énoncer la quantité. Les savoirs didactiques qu'elle est pourtant capable de restituer en formation à l'INSPE ne sont donc pas mobilisés en situation. Elle semble même déstabilisée en mesurant l'écart entre l'analyse *a priori* qu'elle a pourtant faite et ses ajustements en situation.

3 La visite de février

La seconde visite est prévue en février et la stagiaire présente un atelier mathématique. La situation travaillée est issue de l'ouvrage « Maths à grand pas » (Thomas & Hersant, 2015) et consiste à proposer une boîte à deux compartiments, fermée par un couvercle amovible, permettant de cacher alternativement l'un ou l'autre des compartiments. Dans un compartiment, l'élève choisit et place une carte figurant un certain nombre de cercles, dans l'autre il dispose de cubes. L'élève doit cacher la carte et prendre en une seule fois autant de cubes que de cercles dessinés sur la carte (voir figure 3). L'objectif de cette situation est d'amener l'élève à mémoriser une quantité pour reconstituer une collection équipotente à une collection donnée. Les procédures peuvent aller d'une reconnaissance directe par subitizing pour les petites quantités à une désignation abstraite par le nombre écrit ou oral en passant par des collections intermédiaires effectives (doigts par exemple ou autre matériel mis à disposition), figuratives (carte constellation, dessin de doigts) ou évoquées (représentation mentale, rythme, avancée dans une suite ordonnée comme une comptine…) basés sur la correspondance terme à terme. La quantité peut aussi être mémorisée par une composition (« c'est trois et encore trois ») et pour certains élèves directement par la connaissance de faits numériques (« 3 et encore 3 ça fait 6 »).



Figure 3: trois étapes de l'activité "Juste assez"[1] (Thomas & Hersant, 2015)

Cette situation est considérée comme didactiquement pertinente du fait qu'elle est bien proactive car tous les élèves peuvent entrer dans la tâche et faire un premier essai, elle est contraignante du fait que le cache oblige l'élève à garder en mémoire la quantité et elle est rétroactive puisque la validation par le matériel renvoie des informations permettant un ajustement. Deux variables didactiques importantes sont la quantité représentée sur la carte et l'organisation spatiale de cette quantité (voir figure 4). La ressource propose de laisser l'élève choisir la carte afin de permettre à l'élève de comprendre en quoi certaines cartes sont plus faciles que d'autres et en quoi d'autres supposent une adaptation de ses connaissances.

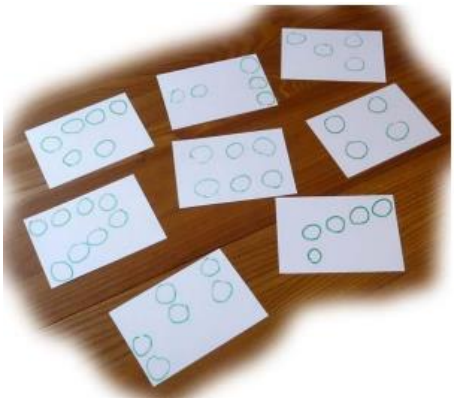


Figure 4: exemple de jeu de carte pour l'activité "Juste assez" (Thomas & Hersant, 2015)

Le problème professionnel construit par la stagiaire est toujours d'enseigner le dénombrement aux élèves de sa classe de moyenne section (enfants de 4 ans). Au moment de la préparation, la stagiaire peut s'appuyer sur des données : les instructions officielles, les évaluations des acquis des élèves, la ressource reconnue comme didactiquement pertinente. Elle a préparé le matériel avec une relative conformité avec la ressource, elle a pensé son organisation et tout se déroule comme elle l'a prévu. La composante médiative intervient donc peu dans la construction du problème, elle est hors question. Du point de vue des conditions pour traiter ces données, la stagiaire sait qu'il existe différentes manières de garder en mémoire une quantité, elle sait aussi qu'il n'est pas nécessaire de compter pour comparer le cardinal de deux collections. A l'issue de sa séance, une analyse écrite est demandée avant que ne soit organisé un entretien quelques jours après. Lors de son analyse de séance elle écrit par exemple[2] :

> *Il faut bien identifier les différentes procédures des élèves (qui sont écrites dans le manuel) :*
> *• La mise en mémoire du nombre avec les doigts comme trace de la quantité à mémoriser. (Collection équipotente au nombre de doigts).*
> *• La procédure experte quand l'élève sait dénombrer et maîtrise le dénombrement.*

[1] Ressource en accès libre sur le site Primatheux.fr

[2] Aucune modification (reformulation ou coupure) n'a été apportée aux écrits de la stagiaire.

• La procédure de l'élève qui reconnaît et dénombre par rapport à l'organisation spatiale des ronds organisés en constellations ou regroupés : l'élève fait des regroupements dénombre ou reconnaît 3 d'un côté et 2 de l'autre mais ne dénombre pas la quantité totale mais sa procédure est correcte puisqu'il répond à l'objectif du jeu, il peut prendre juste assez de cubes. En prendre 5 parce qu'il reconnaît la constellation du 3 et 2 mais ne sait pas que 3 et 2 ça fait 5. Alors que cette procédure est très intéressante dans la construction du nombre chez l'élève. Une organisation spatiale différente comme le serpent aligné où le dénombrement peut être plus compliquée pour cet élève alors que la quantité totale de ronds est moins importante.

• Une autre procédure où l'élève maîtrise la décomposition/ recomposition du nombre en disant que 3 et encore 2 ça fait 5 cubes.

Elle sait aussi que l'hypothèse d'un apprentissage par adaptation suppose que l'élève agisse sur un milieu et que ce milieu doit permettre des rétroactions. La ressource utilisée s'appuie explicitement sur cette hypothèse, la stagiaire sait que le milieu a été pensé par les auteurs et que des adaptations de la situation peuvent nuire au potentiel a-didactique de la situation. Elle écrit dans son analyse :

J'avais prévu d'évoquer avec les élèves l'auto-correction de l'activité mais je ne l'ai pas fait lors de ma séance. C'est à dire que l'on peut vérifier par la correspondance terme à terme des éléments « cubes-ronds », s'il nous reste des cubes c'est que l'on en a pris trop et si des ronds ne sont pas recouverts, on n'a pas pris assez de cubes.

Pourtant certaines adaptations au moment de la mise en œuvre de la situation ont modifié le déroulé prévu et n'ont pas permis aux élèves d'apprendre. Ces adaptations révèlent des modèles implicites qui interviennent dans la construction du problème par la stagiaire et qui peuvent devenir des obstacles au développement de son regard didactique.

Le premier obstacle que nous avons identifié est lié à la représentation que se fait la stagiaire de la compétence « mémoriser une quantité ». Malgré ses connaissances, elle reste convaincue que l'objectif de son enseignement est d'apprendre aux élèves à compter pour répondre à la consigne : « dire combien », elle croit qu'il faut nécessairement compter pour mémoriser une quantité, les autres procédures étant en fait des procédures qu'il faut éviter. Dans l'accompagnement de l'activité, elle demandera à chaque enfant de dire « combien tu dois prendre de cubes », « combien tu mets dans ta tête pour te souvenir », « alors ça fait combien en tout ». Elle notera dans son analyse de séance :

L'objectif de ma séance était de mémoriser la quantité totale. Alors que l'objectif de la séance proposée par " Maths à grands pas " est de recomposer/reconstituer la même quantité " juste assez " mais pas de dénombrer forcément la quantité totale.

Par ailleurs, la stagiaire cherche à guider l'apprentissage en fonction de sa représentation du comptage en proposant aux élèves des quantités de plus en plus grandes :

Dans le jeu, il est dit que les élèves choisissent librement les cartes, ce que je n'ai pas fait puisque mon objectif était de dénombrer la quantité totale donc j'augmentais la quantité en distribuant les fiches alors que certaines fiches étaient plus compliquées à dénombrer par rapport à une organisation spatiale des ronds alors que la quantité totale était moindre.

En fait, un premier obstacle didactique est ici lié à la dialectique outil/objet (Douady, 1986), le comptage pouvant être un outil pour mémoriser une quantité, devient pour la stagiaire l'objet d'étude indépendamment de la situation.

Le second obstacle est lié à la représentation que la stagiaire a de l'apprentissage et en particulier du rôle du matériel dans l'apprentissage. Pour elle, le matériel ne vient qu'illustrer le savoir enseigné et la verbalisation doit être organisatrice de l'activité de l'élève. Ainsi on peut observer des décalages entre les formulations et l'action, la stagiaire ayant tendance à verbaliser la procédure théorique attendue sans tenir compte de l'activité réelle de l'élève et en particulier de son agir avec le matériel. Les objets dénombrés sont rarement cités par la stagiaire qui va formaliser « tu en as combien ? » sans préciser s'il s'agit de cubes ou de cercles. Pour ce qui est de la validation par exemple, elle reconnaît « une petite

difficulté/inconvénient du matériel pour certains élèves avec des fiches de ronds plus petites que les cubes : un cube peut recouvrir plusieurs ronds s'ils sont collés dans la disposition spatiale. » En effet, dans la ressource les cercles dessinés sur les cartes sont un peu plus grands que les cubes à disposition. Ainsi l'élève peut contrôler son choix en posant un cube sur chaque rond tout en gardant visible la trace du rond qui entoure le cube posé à l'intérieur. De manière perceptive, il est alors possible de vérifier si on a effectivement pris «juste assez » de cubes. Ici la taille des cubes ne permet pas ce contrôle, un cube pouvant recouvrir plusieurs ronds dessinés (voir figure 5).



Figure 5 : A gauche le matériel conseillé par la ressource et à droite le matériel utilisé par la stagiaire

Dans le parcours de cette stagiaire, cette séance a été l'occasion d'une prise de conscience. Comme on peut le lire dans ses analyses, elle perçoit des adaptations allant à l'encontre de ses intentions initiales. On comprend que la stagiaire cherche à ne pas répondre à la place de l'élève, cependant elle ne laisse pas encore l'élève agir avec le milieu et ne tire pas suffisamment d'informations pour, elle-même, adapter ses interactions avec l'élève. Quelle modification du milieu a alors permis à la stagiaire de dépasser l'obstacle didactique lié à sa représentation du savoir à enseigner ?

Nous avons repris la vidéo de la séance et un moment spécifique semble constituer un événement de problématisation (voir annexe). Une élève a comme carte une représentation de la constellation du six sur le dé. La stagiaire lui demande combien elle doit mémoriser, toujours dans l'idée de mémoriser la quantité grâce à l'énonciation du mot nombre désignant la quantité. L'élève lui répond alors 3. La stagiaire ne corrige pas et laisse l'élève prendre ses cubes en maintenant la paroi de sorte qu'elle ne puisse pas regarder à nouveau la carte. L'élève prend trois cubes et s'apprête à en prendre d'autres. A cet instant la stagiaire a l'intention d'invalider la réponse et nous sommes intervenues pour simplement lui signifier de ne rien dire et de laisser l'élève agir. L'élève a alors pris de nouveau 3 cubes et organisé sur la table deux paquets de 3 cubes. La stagiaire a alors pu réaliser l'écart entre son interprétation de la réponse de l'élève et la capacité effective de l'élève à mettre en place une procédure efficace. L'élève a en fait reconnu la quantité trois et décomposé la quantité de cercle en « trois et encore trois ». Si elle n'a pas été en capacité de le formuler ainsi, en acte, elle prend effectivement trois et encore trois cubes qu'elle sépare spatialement sur la table.

On peut estimer que le fait d'empêcher la stagiaire d'intervenir est une nouvelle contrainte que nous avons introduite dans le milieu de l'espace problème de la stagiaire, l'amenant à tenir compte d'une nouvelle donnée « l'élève a une procédure valide tout en énonçant une quantité erronée ». Ce nouveau fait, remet en tension sa représentation initiale, l'amenant à construire un nouveau problème : comment expliquer que l'élève énonce 3 et prend 6 cubes comme attendu ? Les connaissances théoriques de la stagiaire l'ont alors amenée à considérer la décomposition/recomposition du nombre non pas comme une compétence consécutive d'une compétence de dénombrement mais bien comme une compétence qui se construit en parallèle du dénombrement.

La rédaction de son mémoire dans les semaines qui vont suivre semble attester que sa représentation de l'enseignement des mathématiques en maternelle a évolué. Elle considère maintenant que l'analyse *a priori* doit permettre avant tout de bien identifier l'objectif d'apprentissage et d'anticiper les procédures que peuvent mettre en œuvre les élèves, que plusieurs procédures peuvent amener à résoudre le problème et

que les situations auto-validantes apportent des rétroactions parfois plus efficaces que les feedbacks de l'enseignant, d'autant plus que celui-ci peut interpréter ce que l'élève dit ou fait de manière erronée.

III - CONCLUSION ET DISCUSSION

Nous avons mené différentes études de cas, elles nous ont permis d'identifier certains leviers permettant un éveil didactique en formation. Le premier est le retour réflexif sur la pratique via la vidéo ou l'audio. En effet, la complexité des situations est telle, qu'il est absolument nécessaire de pouvoir revenir sur certains moments de la séance. Lors des visites il n'est pas toujours possible de filmer, parfois la transcription par un observateur peut suffire, mais le plus souvent des éléments n'apparaissent que dans le croisement des analyses à distance de la séance. Le deuxième levier est donc le partage entre pairs, la confrontation des expériences, des évocations. Cette confrontation est particulièrement riche lorsque les stagiaires ont préparé la séance collectivement et qu'ils se sont mis d'accord sur sa mise en œuvre. L'écart entre le prévu et le réalisé permet de pointer tous les ajustements en situation et de réfléchir aux choix effectués. Ce qui nous amène au troisième levier, la possibilité de reprise. Lorsqu'un feedback permet de repenser la situation et qu'il est alors possible d'éprouver l'effet des modifications envisagées, la comparaison permet de mieux intégrer dans les pratiques effectives les aspects théoriques évoqués dans les analyses. C'est possible en maternelle lorsque le travail en atelier est repris avec un autre groupe d'enfants, ou lorsque différents stagiaires peuvent expérimenter la même situation à des moments différents. Un quatrième levier est donc le temps long au sein d'un collectif constitué et soutenant.

L'analyse présentée dans cet article pointe ainsi une nécessité de la formation en alternance. Le savoir didactique n'est pas opérationnel s'il n'est pas éprouvé dans l'agir professionnel. Comment alors articuler les apports didactiques avec la pratique de terrain ? De plus, le travail en formation, même s'il s'appuie sur les pratiques de classe, ne se fait très souvent que sur des temporalités différentes. Il n'est pas possible d'injecter des éléments dans le milieu permettant au stagiaire des adaptations au cours de la mise en œuvre. Dans l'étude de cas précédente, il semble que ce soit une contrainte posée au moment de l'agir qui amène la stagiaire à un paradoxe et donc à construire un problème explicatif. Lors des séminaires, les analyses de vidéos ou audios apportés par les stagiaires ne peuvent qu'ouvrir des possibles sans apporter une réelle nécessité. Au mieux, ces possibles sont considérés comme des hypothèses que le stagiaire pourra ou non explorer ultérieurement, au pire comme des prescriptions appliquées sans analyse réflexive. Cela nous invite à penser l'articulation entre les différentes modalités de formation et à l'intérêt de co-animations au moment de la mise en œuvre, en particulier pour forcer les situations, c'est-à-dire contraindre le milieu pour qu'il puisse apporter les rétroactions permettant la construction d'un regard didactique en situation. Enfin les représentations évoluent sur un temps long, après de multiples tentatives et des analyses croisées entre stagiaires dans un cadre théorique déterminé. Le principe ici est de construire une communauté apprenante.

Il semble par ailleurs que le contexte de formation présenté ici ne soit que peu représentatif de ce qui se fait en formation initiale en France. En effet, l'INSPE de l'académie de Nantes avait fait le choix d'organiser la formation à et par la recherche sous forme de séminaires d'une dizaine de stagiaires comptabilisant 12h par semestre et le formateur qui accompagnait ce séminaire était aussi le tuteur qui effectuait les visites en classe de ces stagiaires. Dans d'autres académies, les choses peuvent être très différentes, par exemple les visites ne sont pas toujours effectuées par le tuteur du mémoire et la recherche n'est pas toujours encadrée par des didacticiens. A Nantes, ces conditions étaient particulièrement favorables à une mise en cohérence théorie-pratique. Elles ont changé avec la mise en place des nouvelles maquettes à la rentrée 2021. Ce qui pose la question de la conception d'ingénieries de formation permettant la mise en tension de la pratique effective, des savoirs d'expérience et des savoirs didactiques rencontrés en formation dans les maquettes actuelles.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : Le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *9*(3), 309-336.

Butlen, D., Charles-Pézard, M., & Masselot, P. (2011). Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des classes de milieux défavorisés : Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Le travail enseignant au XXIème siècle Perspectives croisées : didactique et didactique professionnelle.* Colloque international INRP. http://www.inrp.fr/archives/colloques/travail-enseignant/contrib/70.pdf

Charles-Pézard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 30(2), 197-261.

Charles-Pézard, M., Butlen, D., & Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP.* Editions La pensée sauvage. https://revue-rdm.com/ouvrage/professeurs-des-ecoles-debutants-en-zep/

Crinon, J., & Delarue-Breton, C. (2018). Normes et valeurs dans le discours des enseignants du primaire : Entre pluralité et contradictions internes. *Recherche formation*, *n° 88*(2), 17-32.

Fabre, M. (2007). La pirogue de Robinson. In *Les situations de formation, entre savoirs, problèmes et activités* (p. 60-80). L'Harmattan.

Leroyer, L., & Georget, J.-P. (2019, octobre 18). *L'appropriation de ressources « didactiques » pour enseigner les mathématiques*. Séminaire ESPE Nantes « Formation au regard didactique », Nantes.

Grau, S., & Hersant, M. (2021). *Former les enseignants au regard didactique : Deux études de cas au cycle 1.* Séminaire recherche INSPE de Nantes du 10 février 2021.

Hersant, M. (2010). *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : De l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires* [Note de synthèse de travaux]. Université de Nantes laboratoire du CREN.

Hersant, M. (2020). Pratiques de débutants en mathématiques en maternelle : Matérialité des situations et chronologie. *Revue française de pédagogie*, 208(3), 17-30.

Robert, A. (2011). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. *Actes Ecole d'été de l'ARDM* , 57-64.

Robert, A., & Rogalski, M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de classe. *Petit x*, *60*, 6-25.

Saillot, E. (2020). *(S') ajuster au cœur de l'activité d'enseignement-apprentissage. Construire une posture d'ajustement.* L'Harmattan.

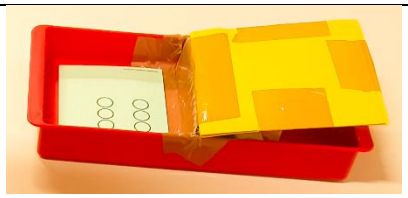
Thomas, Y., & Hersant, M. (2015). *Maths à grands pas pour les PS.MS.* Retz.

Villani, C., & Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. *La documentation française*, p. 96. [Rapport public]. Ministère de l'éducation nationale. https://www.ladocumentationfrancaise.fr/rapports-publics/184000086/

V - ANNEXE : TRANSCRIPTION EXTRAIT DE LA VIDEO

PE désigne la professeure des écoles stagiaires

E l'élève de moyenne section

00 :00	PE	Alors il y en a combien des petits ronds ? *(la PE regarde sa fiche d'observation sans regarder l'activité de l'élève).*	
	E	*L'élève semble pointer un rond, bouge la carte, regarde ailleurs.*	
00 : 09	PE	Alors combien tu as enregistré là ? Combien tu as compté ?	
		Silence (l'élève bouge beaucoup sur la chaise)	
00 :15	PE	Combien tu as compté de petits ronds ?	
	E	Trois	
	PE	Trois / Il y a trois petits ronds là ? (*Montre la carte)*	
	E	*L'élève hoche la tête en assentiment*	
	PE	Alors combien tu vas préparer ?	
	E	Trois \ (*l'élève lève trois doigts et maintient les deux autres avec l'autre main)*	
00 :31	PE	Trois / Tu prépares une commande de trois ?/ Trois petits cubes / Alors vas-y. Je te laisse faire.	

		L'élève tourne la paroi de séparation, la PE maintient la paroi avec son doigt et l'élève prend trois cubes un à un puis s'apprête à en prendre un autre.	
00 :39	PE	Trois, tu as dit trois \ qu'est-ce qu'on fait /	
		La chercheuse fait signe à la PE de laisser l'élève continuer. La PE suspend son geste et l'élève continue et prend trois autres cubes un à un faisant ainsi sur la table deux paquets de trois cubes.	
	E	Trois \	
00 :47	PE	Trois / Alors vas-y, je te laisse vérifier.	
		L'élève tourne la paroi de séparation et pose les cubes sur les ronds tracés sur la carte en commençant par la colonne de droite en bas puis celle de gauche par le haut, puis le rond du bas et enfin le dernier cube au milieu de cette deuxième colonne.	
01 :08	E	J'ai fini.	
	PE	Alors, est-ce que c'est bon ?	
	E	*Hoche la tête pour dire oui.*	

QUELLES PRATIQUES ENSEIGNANTES POUR QUELLE FORMATION DES ELEVES EN RESOLUTION DE PROBLEMES ?

Annie CAMENISCH
Maitre de conférences en Sciences du langage
INSPE, Université de Strasbourg
annie.camenisch@unistra.fr

Serge PETIT
Professeur de mathématiques honoraire
IUFM d'Alsace, Université de Strasbourg
serge.labaroche@sfr.fr

Cette communication rend compte d'une recherche en cours, portant sur les problèmes additifs à énoncés verbaux. Cette recherche a débuté à l'automne 2019 et a été proposée dans plusieurs circonscriptions réparties sur tout le territoire hexagonal concernant plus de 220 enseignants et plus de 3000 élèves des cycles 2 et 3 durant l'année scolaire 2019-2020. Cette recherche propose aux enseignants concernés un protocole strict d'apprentissage de certains écrits intermédiaires au sens large (écrits, graphiques, schémas, etc.) et trouve ses fondements dans les travaux de Duval (1995), notamment pour ce qui concerne les difficultés inhérentes aux changements de registres de représentations proposés en résolution de problèmes. L'accent sera mis sur la formation continue des professeurs qui est induite par le « dispositif élèves » mis à leur disposition. L'effet de cette formation est notamment évalué par une analyse des progrès des élèves et par les difficultés qui subsistent à l'issue du travail proposé. Le « dispositif élèves » sera questionné à partir des résultats obtenus.

I - INTRODUCTION

Des énoncés de problèmes additifs inspirés des travaux de Vergnaud, ont été proposés à des publics variés lors de conférences données depuis une dizaine d'années. Le public était constitué de professeurs des écoles, conseillers pédagogiques, inspecteurs de l'éducation nationale, référents mathématiques, etc. La réussite de l'ordre de 5 % (arrondi à l'entier le plus proche) retournée par 1234 enseignants et cadres au problème suivant interroge :

Lundi à midi, Ali reçoit 145 euros. Lundi après-midi, il fait des courses. Le soir, quand il rentre à la maison, il constate qu'il a 67 euros de moins que le matin. Combien a-t-il dépensé lundi après-midi ?

Cet énoncé de problème ne présente aucune difficulté au niveau du lexique, pas davantage qu'au niveau syntaxique. Les situations décrites sont familières (*recevoir de l'argent, aller faire des courses, constater, dépenser de l'argent*). Voici le détail des réponses des enseignants arrondis au point le plus près :

Réponses	Non-réponses	Réponse juste (212)	78 (145 – 67)	67
Pourcentages	17 %	5 %	15 %	63 %

Figure 1. Résultats de 1234 professeurs et cadres à un problème additif

Pareils résultats ne peuvent qu'interroger sur la formation des enseignants et leur pratique en résolution de problèmes dans leurs classes ou en formation pour les formateurs concernés par ces résultats.

Il ne s'est pas agi de réponses recueillies par un quelconque logiciel de tests, mais bien de réponses rendues sous forme « papier », ce qui permet l'observation des traces écrites et d'éventuelles vérifications. Les traces écrites ne laissent apparaitre que très peu de schémas (moins d'une dizaine chez les enseignants), cinq ou six tentatives d'utilisation de diagrammes dits « en barres » et aucune trace de vérification. Les reformulations de l'énoncé n'apparaissent pas car, si certains enseignants en ont mobilisé, c'est vraisemblablement de manière mentale. Un bon nombre d'enseignants écrivent ou disent spontanément en rendant leur feuille « je ne suis pas sûr(e) », mais ne savent visiblement pas comment vérifier.

Il serait possible d'objecter que la résolution de ce problème a été donnée lors de conférences ou de formations et que les enseignants ou cadres concernés n'étaient pas dans leur milieu habituel. Certes, mais bon nombre d'entre eux ont échangé et la durée proposée était toujours suffisante.

Se pose donc très clairement la question de la représentation de la situation que se font les enseignants ou cadres à la lecture de l'énoncé. Des outils intermédiaires, soit langagiers (comme la reformulation), soit relevant des graphiques ou des schémas, visiblement insuffisamment mobilisés, pourraient sans doute concourir à améliorer les performances des enseignants et cadres et peut-être permettre de vérifier les résultats.

Ce constat et cette réflexion préalables ont conduit à proposer des dispositifs explicites et détaillés d'enseignement adaptés aux différents niveaux ciblés. Ces dispositifs portaient sur la résolution de problèmes additifs de natures diverses. Un tel travail méthodique des outils de représentation (y compris langagiers) que nous pensions pertinents en résolution de problèmes dits « additifs », problèmes portant sur des comparaisons, des transformations, ou plus complexes, mélangeant ces deux types de problèmes élémentaires, quel que soit l'état, la transformation ou la comparaison à déterminer.

Proposer un tel travail pour les élèves constituait indirectement aussi à nos yeux une action de formation à destination de leurs enseignants.

Trois protocoles de travail ont été proposés à des classes de professeurs volontaires, originaires de toutes régions de la France métropolitaine (un pour les CP, un pour les CE1 et CE2, un pour les CM1 et CM2).

II - METHODOLOGIE

1 Principe

Pour tous les niveaux, la méthodologie définie *a priori* était la même :

1. il serait fait appel à des professeurs volontaires à l'issue de conférences données par l'un ou l'autre des deux auteurs de cette communication,

2. un test initial serait proposé à l'ensemble des élèves de chacune des catégories retenues,

3. les résultats à ce test initial permettraient de former, par catégorie, deux groupes à résultats équivalents (un groupe témoin et un groupe test),

4. un protocole strict de travail serait proposé au groupe test, le groupe témoin poursuivant les apprentissages habituels

5. un test final serait proposé à la fois au groupe témoin et au groupe test

6. le groupe témoin serait invité à engager le protocole de manière différée et une évaluation finale, similaire à celle du groupe test, lui serait aussi proposée.

2 Matériel distribué aux professeurs

Afin que le protocole soit suivi de la même manière par l'ensemble des participants d'une catégorie donnée, des documents très détaillés ont été fournis aux professeurs participants :

1. consignes de passation strictes (élèves concernés, présentation du test initial, précision sur les dates de passation, anonymisation, modalités de retour des résultats, etc.),
2. protocole de passation et consignes item par item,
3. les points observés (en langue et en mathématiques),
4. les consignes précises de codage se rapportant aux points observés, tant pour les mathématiques que pour la langue,
5. le test initial.

Les enseignants corrigeaient eux-mêmes les tests et les encodaient selon les consignes spécifiées. Le test final accompagné de documents analogues n'est envoyé à l'enseignant qu'après réception des résultats (anonymisés) au test initial, une fois le travail d'enseignement réalisé. Les copies que nous avons reçues ne faisaient pas apparaitre de fortes déviations dans les corrections.

III - LE PROTOCOLE DE TRAVAIL EN CE (CE1 ET CE2)

Le même dispositif a été proposé aux élèves de CE1 (501 élèves) et de CE2 (424 élèves) portant sur un même objet d'apprentissage : la résolution de problèmes comparatifs et exclusivement ces problèmes. Le choix de proposer le même protocole à ces deux niveaux pourra se discuter au vu des résultats.

1 Test initial, descriptif sommaire

Le test initial comporte huit problèmes qui sont à résoudre par blocs de deux sur quatre jours d'une même semaine. Les quatre premiers énoncés portent uniquement sur des comparaisons, objet de l'enseignement prévu, alors que les quatre derniers, portant sur des transformations, constituent à la fois des distracteurs par rapport au travail qui sera engagé et des points de repères d'éventuels effets de transfert.

Les énoncés de problèmes comparatifs ont tous la même structure linguistique comprenant trois phrases : une phrase déclarative portant sur une comparaison, une phrase déclarative indiquant un état et une phrase interrogative. Les énoncés figurent dans le tableau suivant :

1. Anne a 2 billes de plus que Karim. Anne a 7 billes. Combien de billes a Karim ?	2. Lucie a 4 balles de plus que Pol. Pol a 5 balles. Combien de balles a Lucie ?
3. Karim a 2 billes de moins qu'Anne. Anne a 7 billes. Combien de billes a Karim ?	4. Pol a 4 balles de moins que Lucie. Pol a 5 balles. Combien de balles a Lucie ?

Figure 1. Quatre premiers énoncés du test CE1 et CE2

La résolution de ces problèmes peut présenter des degrés de difficultés variables, expliqués pour partie par le concept de congruence Duval (1995).

L'analyse de congruence prend en compte l'ordre d'apparition dans l'énoncé des unités signifiantes et l'ordre dans lequel ces unités signifiantes sont transposées dans l'égalité résolvante que nous appellerons « experte » c'est-à-dire une égalité qui n'est pas « à trou » (sans renier pour autant l'expertise des élèves qui mobilisent des égalités résolvantes à trou), et l'éventuelle opposition sémantique apparente entre des unités signifiantes elles-mêmes (« plus » et le signe « - ») par exemple (Petit & Camenisch, 2018). En effet, le comparatif « de plus » renvoie à un autre mot que le nom du signe « + », l'homonymie porte à confusion.

Dans le premier énoncé, les unités signifiantes sont dans l'ordre : **2** ; **de plus** ; **7**. Or, l'égalité experte permettant la résolution de ce problème est **7 – 2** =___. Dans ce cas, ni l'ordre, ni la correspondance sémantique ne sont respectés. Cet énoncé apparait donc comme « fortement non-congruent ». Nous retenons à priori quatre classes de congruence pour les énoncés proposés pour le test initial : fortement non-congruent (noté - -), non-congruent (noté -), congruent (noté +) et fortement congruent (noté ++) (Petit & Camenisch, 2018).

Les quatre problèmes à une comparaison présentent donc des degrés de congruence différents (Camenisch & Petit, 2018) et vont par paire. Les problèmes 1 et 3 font référence à une même situation que l'on peut décrire par « Anne a 7 billes. Karim a 5 billes », le problème 3 étant le pendant du problème 1 : « Karim a 2 billes de moins qu'Anne. Anne a 7 billes (fond tramé jaune du tableau, à gauche). Combien de billes a Karim ? » Les problèmes 2 et 4 font référence une même situation (fond tramé bleu, à droite) que l'on peut résumer par : « Lucie a 9 balles. Pol a 5 balles. »

Les problèmes 1 et 4 ont été donnés du CE1 au CM2, afin de rendre compte de la progression « naturelle » des résultats sur ce tronçon de la scolarité.

Les résultats des élèves sont analysés tant du point de vue de la réussite en mathématique qu'en langue. Les consignes d'encodage (voir exemple ci-après) ont été très explicites, en anticipant au maximum les erreurs des élèves. Elles peuvent aussi servir d'outil pour l'enseignant afin de distinguer les types d'erreurs commises par les élèves. Ainsi ce qui importe pour considérer la réponse comme juste n'est pas la capacité à réaliser un calcul, mais celle de poser une opération conduisant à ce calcul. Une égalité erronée conduisant à un résultat juste, comme 2 – 7 = 5, est considérée comme une erreur, à distinguer de l'erreur qui porte sur le mauvais choix de l'opération, comme mentionné dans le tableau des consignes ci-dessous :

M01[1] Premier item de mathématique (un item par problème qui évalue la qualité de la réponse mathématique et elle seule)

0	Aucune réponse
1	**L'élève a écrit 5, cinq** ou **7 – 2,** dans la partie calcul ou en réponse, avec ou sans phrase ou groupe nominal, avec ou sans calcul juste. Mais pas 5 = 2 – 7 (code 7)
7	**L'élève a répondu 5 en posant « l'égalité » 5 = 2 – 7 ou 2 – 7 = 5**
8	L'élève a répondu **9 ou 2 + 7 ou 7 + 2**, dans la partie calcul ou en réponse, avec ou sans phrase ou groupe nominal, que le calcul 2 + 7 soit juste ou non.
9	Autre réponse.

Figure 2. Consignes de codage du P 1 en mathématiques

Les écrits réalisés par les élèves ont aussi été analysés du point de vue de la langue. La consigne demandait explicitement aux élèves d'écrire une « phrase réponse ». Notre premier point d'observation porte donc sur la qualité syntaxique et sémantique de cette phrase réponse. Cette phrase répondait-elle à la question posée en utilisant la syntaxe appropriée, sachant que le modèle syntaxique de la phrase réponse figurait dans l'énoncé (*Anne a 7 billes*) ?

[1] M01 pour Mathématiques Item 1

F01[2] : Qualité syntaxique et sémantique de la phrase réponse

0	L'élève n'a écrit aucun mot, seulement un chiffre ou rien du tout.
1	L'élève a fait une **phrase**, **syntaxiquement et sémantiquement correcte**, quelle que soit sa qualité orthographique, quelle que soit la réponse mathématique, sans erreur ni oubli des marqueurs de phrase (Majuscule, point final). Accepter les phrases « Karim a X billes. » « Il a X billes. » « Il en a X. » (X écrit en chiffres ou en lettres) Refuser les phrases du type : « Il **y** a X billes » ou « Elle a X billes ».
2	L'élève a fait une **phrase**, **syntaxiquement et sémantiquement correcte**, quelle que soit sa qualité orthographique, avec oublis sur les marqueurs de phrases (Majuscule et/ou point final).
8	La réponse de l'élève contient un **groupe nominal juste**, (X **billes**), quelle que soit la valeur de x, quelle que soit l'orthographe de « billes » avec ou sans la marque de pluriel « s ».
9	Autre réponse.

Figure 3. Consignes de codage du P 1 en français, qualité sémantique de la phrase réponse

La qualité orthographique de la phrase réponse porte sur des faits de langue, qu'ils soient grammaticaux (verbe *avoir*, marque du pluriel en « s ») ou lexicaux (mots simples *balle* ou *bille* à copier de l'énoncé).

F02 Qualité orthographique lexicale et grammaticale de la phrase réponse

0	L'élève n'a écrit aucun mot, seulement un chiffre ou rien du tout.
1	L'élève a écrit les mots « **billes** » et « **a** », sans erreur orthographique ni grammaticale.
2	L'élève a écrit « **a** » sans erreur et a remplacé **billes** par le pronom « **en** » dans une syntaxe juste.
7	L'élève a écrit « **à** », au lieu de « a », sans aucune erreur sur **billes** (ou en utilisant **en**).
8	L'élève a écrit **bille**, sans la marque « -s » du pluriel, quelle que soit l'orthographe lexicale, sans erreur sur « **a** ».
9	Autre réponse.

Figure 4. Consignes de codage du P 1 en français, qualité orthographique de la phrase réponse

S'il est possible de répondre par « 5 » ou « cinq », comme on le fait couramment à l'oral à la question *Combien de billes a Karim ?* Ce n'est cependant pas possible dans tous les problèmes de comparaison, par exemple quand l'injonction est de la forme « *Compare…* », sans phrase interrogative.

2 Test initial, quelques résultats en CE

Nous observerons les résultats à un même niveau (CE1) pour l'ensemble des quatre items portant sur les comparaisons, puis pour les quatre niveaux du CE1 au CM1 pour l'énoncé 1 (P 1).

Test initial	P 1	P 4	P 3	P 2
Congruence	- -	-	+	++
Égalité résolvante	7 – 2 =	4 + 5 =	7 – 2 =	4 + 5 =
Déc. 2019 : 501 élèves	36,9 %	56,4 %	56,8 %	74,1 %
Élèves présents[3]	485	487	486	486

Figure 5. Degré de congruence et réussites aux problèmes 1 à 4 en CE1 (501 élèves)

Dans le tableau ci-dessus, les fonds tramés de même couleur renvoient aux mêmes situations. Pour chacune des situations, les distributions des réponses des élèves ne suivent pas la même loi au seuil de 1%. La valeur du khi² étant de 39,76 entre les items P1 et P3 et de 7,34 entre les items P2 et P4. Ces deux

[2] F01 pour Français Item 1

[3] Les pourcentages sont calculés sur le nombre de présents lors de la passation de l'item indiqué et pas sur le nombre total d'élèves ayant participé à l'une ou l'autre épreuve (501). Cette remarque vaut pour tous les tableaux.

indépendances sont constatées quelle que soit l'opération à effectuer (P1 et P3 se résolvant par une soustraction dans l'égalité résolvante que nous appelons « experte », P2 et P4 se résolvant tous deux par une addition). Les meilleurs résultats concernant P2 et P4 pourraient s'attribuer au fait que leur résolution mobilise l'addition, mais l'indépendance et au seuil de 1% dans les deux couples d'items (P1, P3) d'une part et (P2, P4) de l'autre est indépendante de l'opération à effectuer. Il convient donc d'en chercher les raisons ailleurs que du côté de l'opération à effectuer. L'analyse des énoncés, dans chacun des couples ci-dessus montre que P1 est moins congruent que P3 et que P4 est moins congruent que P2.

Nous émettons la conjecture que les différences de réussites aux problèmes relevant de la même situation peuvent être attribuées aux phénomènes de congruence, phénomènes inhérents à la construction même des énoncés de problèmes. Cette conjecture impose d'effectuer un travail portant sur la lecture et la compréhension d'énoncés, les élèves ne se représentant par la même situation sous-jacente de la même manière que l'énoncé soit ou non congruent[4].

Ces constats orientent vers un protocole de travail portant sur la représentation de la situation en langue à partir de situations concrètes. Ce choix, de travailler explicitement la langue en situation de résolution de problèmes, est rendu encore plus impérieux par l'observation des résultats portant sur la langue. Ainsi, les élèves échouent majoritairement dans l'écriture correcte d'une phrase réponse, syntaxiquement et sémantiquement correcte, avec un taux de réussite qui se situe entre 18% et 30%, pour les problèmes de comparaison.

	Qualité **syntaxique et sémantique** de la phrase réponse		Qualité **orthographique** de la phrase réponse	
P 1	F01	29,1 %	F02	40,4 %
P 2	F03	18,3 %	F04	42,1 %
P 3	F05	26,9 %	F06	44,2 %
P 4	F07	20,9 %	F08	39,0 %

Figure 6. Résultats des 501 élèves de CE1 portant sur la qualité de la phrase réponse au P 1 (test initial)

Les résultats en orthographe montrent que majoritairement les élèves ne portent pas beaucoup d'attention à la correction orthographique de la phrase produite. Pourquoi ne pas, dès lors, profiter des travaux en mathématiques pour contribuer à des apprentissages langagiers fondamentaux ? On peut aussi considérer que l'énonciation correcte de la phrase réponse constitue un bon indicateur de la compréhension de la partie injonctive de l'énoncé et fournit le cap à suivre. Le protocole intègre donc un travail explicite sur la langue afin de favoriser les transferts de connaissances linguistiques des élèves et développer leur attention à la langue.

3 Le protocole CE1 et CE2 (CE)

Les apprentissages proposés par le protocole portent exclusivement sur les problèmes de comparaison. Il a été explicitement demandé aux enseignants de ne procéder à aucun travail de résolution de problèmes à transformation, afin, d'une part, de mieux cibler le travail, et d'autre part, de pouvoir évaluer un éventuel effet de transfert vers les problèmes à une transformation du travail réalisé sur les problèmes de comparaison. Ces apprentissages se sont déroulés sur six semaines dont la dernière ne concernait que l'évaluation finale.

[4] Il convient de noter que notre analyse de congruence réalisée a priori est à remettre en cause, les problèmes P3 et P4 ne se distinguant pas statistiquement. Peut-être ne faudrait-il conserver que trois niveaux de congruence : fortement non congruent, moyennement congruent et fortement congruent. Cela reste à étudier de manière plus fine.

Nous résumons ci-dessous les séances et activités prévues semaine par semaine, à raison d'environ une heure et demie par semaine. Certains enseignants ont dépassé les durées préconisées sans que nous ne puissions évaluer l'amplitude de ces dépassements, d'autres les ont suivies très scrupuleusement.

Semaine 1 : Cette semaine est consacrée à la correction réflexive des problèmes du test initial afin de focaliser l'attention des élèves sur les erreurs commises par des associations du type (mot « plus »-addition ; mot « moins »-soustraction) donc de l'effet inducteur de certaines expressions. Un travail spécifique est dédié à la compréhension de la polysémie de ces mots. Une autre activité vise à bien distinguer *énoncé de problème* et *situation décrite* par l'énoncé, la situation se situant dans le monde réel ou fictif.

Semaine 2 : Tout énoncé de problème de comparaison repose sur une situation concrète sous-jacente ou une situation fictive. Le travail durant cette semaine vise à apprendre à chaque élève à se forger une représentation mentale ou langagière de la situation sous-jacente à un énoncé de problème de comparaison. Pour ce faire sont mises en œuvre des situations de manipulations, de jeux de scènes, de représentation de situations réelles vécues en classe. Ces situations sont ensuite représentées en langue orale puis en langue écrite selon plusieurs points de vue (celui de l'acteur, celui du spectateur notamment).

Semaine 3 : Afin de renforcer la représentation de situations de comparaison, deux situations de comparaison sont proposées aux élèves chaque jour. Dans la continuité du travail de la semaine 2, sont favorisées les manipulations, les mises en scène, l'oralisation, l'écriture selon plusieurs points de vue.

Semaine 4 : L'objectif de cette semaine est le développement de stratégies de compréhension d'énoncés de problèmes additifs à comparaison en prenant appui sur des outils intermédiaires comme la reformulation. Les activités portent sur la résolution de deux problèmes additifs à comparaison par jour. La stratégie portant sur la reformulation est exigée, comme l'est le fait d'écrire les phrases reformulées.
Donnons un exemple : l'énoncé étant « Anne a 2 billes de plus que Karim. Anne a 7 billes. Combien de billes a Karim ? » L'écriture, en début de recherche, de la phrase réponse à trou : « Karim a ___ billes. » conduit à chercher une phrase commençant par Karim. Une telle phrase s'obtient par reformulation de la première phrase de l'énoncé qui donne : « Karim a 3 billes de moins qu'Anne ». Cette reformulation, qui n'a rien d'évident pour un bon nombre d'élèves, transforme un énoncé non-congruent en un énoncé congruent assurant ainsi une meilleure réussite.
Cette stratégie d'ordre textuelle repose sur des variations sémiotiques à valeur sémantique égale[5].

Semaine 5 : Cette dernière semaine du protocole vise l'entrainement à la résolution de problèmes additifs à une comparaison. Aucune stratégie n'est imposée aux élèves qui doivent cependant expliciter leur stratégie, après confrontation et comparaison des résultats. Deux séances sont consacrées à la résolution de quatre problèmes par séance. Aucun problème à transformation n'est donné.

Semaine 6 : Passation du test final.

4 Test final, les résultats en CE1

Du fait de la pandémie, nous ne disposons des résultats que de 360 élèves de CE1 et 301 élèves de CE2. Il n'a par ailleurs pas été possible de choisir un groupe témoin comme initialement prévu. Les tableaux qui

[5] Cette stratégie se distingue des travaux de E. Sander puisqu'elle n'est guidée par aucune des trois analogies (intuitive, de substitution, ou de scénario).

suivent renvoient les résultats[6] aux tests, initial et final, des élèves ayant suivi l'ensemble du travail (test initial, enseignement, test final) et eux seulement.

Les problèmes du test final ont les mêmes structures que ceux du test initial, seules les données numériques et l'habillage (prénoms ; billes→ jetons ; balles → jouets, etc.) ont été modifiées.

	Problèmes de comparaison					Problèmes de transformation			
	Test initial	Congruence	Test final	Variation		Test initial	Congruence	Test final	Variation
P 1	36,5 %	– –	61,0 %	+ 67 %	P 5	27,0 %	–	54,8 %	+ 103 %
P 2	75,1 %	+ +	83,3 %	+ 11 %	P 6	55,2 %	– –	64,1 %	+ 16 %
P 3	58,0 %	+	65,8 %	+ 13 %	P 7	65,6 %	– –	68,0 %	+ 4 %
P 4	56,9 %	–	71,2 %	+ 25 %	P 8	40,5 %	– –	53,4 %	+ 32 %

Figure 7. Résultats en mathématiques des 360 élèves de CE1 aux tests initial et final

Résultats aux problèmes de comparaison

Le tableau ci-dessus nous enseigne que les élèves ont progressé dans le domaine des problèmes à une comparaison (de + 11 % à + 67 %), seuls problèmes travaillés durant les apprentissages proposés par le protocole. On constate que la progression est d'autant plus forte que le problème est moins congruent. L'ordre des énoncés à comparaison du moins congruent au plus congruent est P 1, P 4, P 3, P 2, l'ordre des progressions est le même : +67%, +25%, +13%, + 11%. Cela semble indiquer que le travail proposé qui consiste, à partir de manipulations, à travailler explicitement la langue écrite et orale en tenant compte des spécificités des problèmes à résoudre peut porter des fruits.

Le test initial retournait des couples de réponses à P1 et P3 d'une part, et à P2 et P4 d'autre part, indépendants au seuil de 1%. Le test final retourne des couples de réponses (P1, P3) [khi² = 0,4] et (P2, P4) [khi² = 2,06] dont on peut rejeter l'indépendance au seuil de 5%. La capacité des élèves à résoudre, relativement à une même situation, un énoncé fortement non congruent et un énoncé moyennement congruent ne se distingue plus statistiquement, de même que la capacité à résoudre un énoncé moyennement congruent et un énoncé fortement congruent.

Toutefois, les items P1 et P2, statistiquement indépendants au test initial au seuil de 1% (khi² = 31,29), le sont encore au seuil de 1% (khi² = 7,5) au test final et ce, malgré la progression des résultats des élèves de 67% à P1 et de 11% à P2. Ces deux items se caractérisent par le fait que P1 est fortement non congruent et que P2 est fortement congruent, même s'ils ne renvoient pas à la même situation. Certaines difficultés relatives à l'énonciation en lien avec le phénomène de non-congruence semblent résister, tout en diminuant (baisse marquée par la baisse du khi²). On peut s'interroger sur le biais induit par l'opération à effectuer, soustraction pour P1 et addition pour P2, cette dernière étant plus systématiquement mobilisée par les élèves de CE1.

Au seuil de 1%, on note une indépendance entre les résultats au test initial et au test final relatifs au problème P 3 [khi² = 14,98] avec une progression du taux de réussite de 67%. Un tel premier travail portant sur la langue en résolution de problèmes à ce niveau des enseignements semble, au vu des résultats, d'une importance capitale, notamment pour la résolution des problèmes à une comparaison fortement non-congruents.

[6] Les couleurs varient en fonction des taux de réussite des élèves (vert résultats supérieurs à 75 %, jaune entre 50% et 75%, orange entre 25% et à 50 %, rouge pour les résultats inférieurs à 25%). Elles n'ont aucune valeur statistique.

Résultats aux problèmes à transformation

Les résultats aux problèmes à transformation interrogent. En effet, les résultats au test initial à deux problèmes fortement non congruents (P 6 et P 7) sont bien meilleurs que ceux des problèmes 5 (moyennement congruent) et 8 (fortement non congruent). L'explication réside vraisemblablement dans le fait que, encore relativement tôt en CE1, certains élèves sont davantage habitués à effectuer des additions, opération qu'ils mobilisent de manière préférentielle. Cette procédure conduit automatiquement à de bons résultats aux P 6 et P 7 dont l'égalité résolvante « experte » mobilise l'addition. Statistiquement, on ne peut pas, au seuil de 5% distinguer les réponses des élèves à ces deux problèmes entre le test initial et le test final. Le comportement des élèves a changé entre le test initial et le test final pour le problème moyennement non-congruent P 5, comme le montre l'indépendance des résultats au seuil de 1 % ($khi^2 = 23,68$). Il en est de même pour le problème P 8, fortement non congruent au seuil de 5% ($khi^2 = 4,3$). Cette information croisée avec des augmentations du taux de réussite respectivement de 103% et 32% indique une évolution positive très nette des élèves.

Ces problèmes à transformation, non travaillés durant la période d'apprentissage, renvoient tous de meilleurs résultats au test final, cette information renforcée par l'indépendance statistique constatée pour les problèmes 5 et 8 montre clairement un effet de transfert du travail sur les problèmes de comparaison vers les problèmes à transformation (nous le rappelons : non travaillés).

À titre d'illustration, voici les énoncés du problème 5 aux deux tests.

P 5, test **initial** : « À midi, Zoé reçoit 4 images. Le soir, elle a 12 images. Combien d'images avait-elle le matin ? »
P 5, test **final** : « Dans la journée, Emma ramasse 5 coquillages. Le soir, elle a 14 coquillages. Combien de coquillages avait-elle le matin ? »

Le transfert dont il est question n'est pas un transfert d'une technique de résolution, mais bien plus vraisemblablement un transfert de posture devant les problèmes, qui se traduit par une attitude réflexive et une attitude de doute relativement au choix de l'opération notamment. L'évolution se trouve liée, en toute vraisemblance, à une meilleure capacité à comprendre l'énoncé et à se représenter la situation. Ce travail réalisé en mathématiques n'aurait-il pas été tout simplement un travail de lecture ? Agir pour comprendre, agir pour verbaliser et surtout, agir pour écrire afin de mieux comprendre les énoncés de problèmes additifs en général ?

Ces considérations nous invitent à observer rapidement les résultats obtenus en langue, résultats qui portent à la fois sur l'écriture d'une phrase réponse sémantiquement correcte, c'est-à-dire répondant à l'énoncé (que la réponse mathématique soit juste ou fausse) et sur la capacité à écrire une phrase correcte du double point de vue de la correction orthographique lexicale et grammaticale.

		Qualité sémantique et syntaxique de la phrase réponse				Qualité orthographique de la phrase réponse			
		Items	Test initial	Test final	Variation	Items	Test initial	Test final	Variation
Comparaisons	P 1	F01	29,1 %	74,7 %	+156 %	F02	40,4 %	84,4 %	+109 %
	P 2	F03	18,3 %	69,6 %	+ 280 %	F04	42,1 %	80,4 %	+ 91 %
	P 3	F05	26,9 %	71,5 %	+ 165 %	F06	44,2 %	83,9 %	+ 90 %
	P 4	F07	20,9 %	67,5 %	+ 223 %	F08	39,0 %	84,2 %	+ 116 %
Transformation	P 5	F09	16,3 %	33,0 %	+ 102 %	F10	32,7 %	48,0 %	+ 47 %
	P 6	F11	16,3 %	27,0 %	+ 66 %	F12	26,8 %	50,0 %	+ 87 %
	P 7	F13	18,7 %	35,7 %	+ 91 %	F14	27,1 %	48,9 %	+ 80 %
	P 8	F15	14,2 %	31,7 %	+ 123 %	F16	26,3 %	50,3 %	+ 91 %

Figure 8. Résultats en langue des 360 élèves de CE1 aux tests initial et final

Dans tous les domaines de la langue, qu'il s'agisse de l'un ou l'autre des deux types de problèmes (comparaison ou transformation), les résultats des élèves ont très nettement progressé. Cette progression n'est peut-être pas étrangère à l'accroissement des résultats sur le plan mathématique. On peut en effet penser, par exemple, qu'un élève qui doit écrire une phrase réponse « à trou » sémantiquement correcte aura davantage conscience de ce qu'il cherche puisqu'il va s'agir pour lui de combler ce trou numériquement après avoir réellement compris ce qui lui est demandé. Il a orienté sa boussole vers le bon cap. Il en est tout autrement d'élèves qui ne sont habitués, à ce niveau de la scolarité, qu'à compléter des phrases à trou déjà rédigées, activités, qui même réalisées au hasard, permettraient dans bien des cas d'obtenir un score voisin de la moyenne.

On doit aussi remarquer que la progression des résultats en langue est moins forte pour les problèmes de transformation, problèmes qui n'ont pas fait l'objet d'un travail spécifique explicite en langue. Au niveau de la correction de la phrase réponse, cela peut s'expliquer en particulier par des structures syntaxiques plus complexes dans ce type d'énoncé. Mais cela n'explique pas les erreurs d'accord ni les erreurs d'orthographe lexicale qui renvoient strictement aux mêmes connaissances et compétences. Ceci laisse à penser que certaines activités mathématiques nécessitent et justifient un travail en langue spécifique, adapté et intégré au travail mathématique. Un tel travail devrait non pas s'effectuer de manière très concentrée comme dans le cas de cette recherche, mais de manière continue, au cours de tous les apprentissages en mathématiques.

Les progressions des taux de réussites en mathématiques, pour ce qui concerne ces énoncés de problèmes à ce niveau des enseignements semble en effet être corrélées avec les progrès réalisés en langue, surtout en ce qui concerne l'adéquation sémantique entre la question et la phrase réponse. C'est le cas des problèmes de comparaison.

5 Test final, les résultats en CE2

Les résultats au test initial et au test final en mathématiques sont donnés dans le tableau ci-après qui concerne les 301 élèves qui ont suivi l'ensemble du travail. On constate que les CE2 répondent plus massivement de manière correcte aux questions mathématiques que les CE1.

Problème	Test Initial	Test Final	Congruence	Variation	Problème	Test Initial	Test Final	Congruence	Variation
P 1	66,0%	75,9%	– –	+ 15%	P 5	64,1%	74,5%	–	+ 16%
P 2	87,9%	90,4%	+ +	+ 3%	P 6	80,0%	76,6%	– –	- 4%
P 3	74,0%	80,7%	+	+ 9%	P 7	70,6%	77,2%	– –	+ 9%
P 4	63,0%	76,8%	–	+ 22%	P 8	66,4%	73,6%	– –	+ 11%

Figure 9. Résultats en mathématiques des 301 élèves de CE2 aux tests initial et final

S'il est possible de constater des progrès en mathématiques, ces progrès sont moins marquants que ceux observés en CE1 puisque les taux de réussites de départ sont supérieurs. Mais ce tableau met cependant en relief l'importance de la congruence. En effet, les quatre problèmes pour lesquels les progrès des élèves sont les plus nets sont des problèmes non-congruents. L'observation des taux de réussite au P 6 est intéressante. Elle fait en effet apparaitre une régression du taux de réussite entre le test initial et le test final. Ce point de vue est à relativiser puisque, comme on le sait, certains élèves avaient réussi en additionnant, comme par habitude, les deux données de l'énoncé. Cette apparente régression pourrait indiquer le fruit d'une réflexion des élèves qui ont réellement choisi entre les deux opérations possibles, en se trompant dans ce cas.

Ces résultats montrent que le test et le travail d'apprentissage n'étaient sans doute pas tout à fait adaptés aux élèves de CE2 en mathématiques. Le test CM l'aurait vraisemblablement été davantage et ce d'autant plus qu'il ne porte que sur des attendus de fin de Cycle 2 explicitement mentionnés dans les programmes.

Si ce travail semble peu pertinent en mathématiques, qu'en est-il en langue ? Le tableau suivant montre que les variations des taux de réussite en langue sont très nettement supérieures à ce qu'elles sont en mathématiques.

		Qualité sémantique et syntaxique de la phrase réponse				Qualité orthographique de la phrase réponse			
		Items	Test Initial	Test final	Variation	Items	Test Initial	Test final	Variation
Comparaisons	P 1	F01	55,3 %	88,3 %	+60 %	F02	60,5 %	92,6 %	+53 %
	P 2	F03	49,3 %	82,3 %	+ 67 %	F04	63,8 %	88,7 %	+ 39 %
	P 3	F05	55,1 %	83,9 %	+ 52 %	F06	62,7 %	91,1 %	+ 45 %
	P 4	F07	45,9 %	75,4 %	+ 64 %	F08	58,6 %	87,1 %	+ 49 %
Trans -formation	P 5	F09	48,6 %	56,8 %	+ 17 %	F10	50,7 %	66,5 %	+ 31 %
	P 6	F11	44,8 %	59,7 %	+ 33 %	F12	55,2 %	78,1 %	+ 41 %
	P 7	F13	51,7 %	60,9 %	+ 18 %	F14	52,8 %	72,1 %	+ 37 %
	P 8	F15	44,1 %	57,6 %	+ 31 %	F16	55,9 %	78,3 %	+ 32 %

Figure 10. Résultats en langue des 360 élèves de CE1 aux tests initial et final

Les progrès les plus nets réalisés concernent la qualité sémantique de la phrase réponse dans le domaine des problèmes de comparaison, les seuls travaillés. Comparativement, la relative faiblesse des progrès réalisés à propos de la qualité sémantique de la phrase réponse concernant les problèmes à transformation semble montrer la nécessité de développer des apprentissages langagiers sur les structures spécifiques à ce type d'énoncés (marqueurs temporels notamment).

La grande différence qui existe entre les résultats des élèves de CE1 et ceux des élèves de CE2 pourrait laisser penser que l'enseignement, sans prêter autant d'attention que celle portée dans ce travail d'apprentissage, suffit bien et que les résultats récoltés en cours d'année scolaire témoigneraient d'une réussite quasi-totale en fin de CE2.

L'étude diachronique des résultats à deux problèmes à une comparaison (les P 1 et P 4) prouve que non, comme le montre le tableau suivant qui reprend les résultats au test initial de l'ensemble des élèves.

Niveau	CE1[7]	CE2	CM1	CM2
Effectifs	501	424	463	813
P 1	36,9 %	63,2 %	80,3 %	84,4 %
P 4	56,4 %	61,7 %	71,4 %	76,1 %

Figure 11. Tableau « diachronique » des réussites test initial aux P 1 et P 4

Entre un sixième et un quart des élèves sont en effet en échec en résolution d'un problème additif à une comparaison en milieu de CM2 (P 1 et P 4 respectivement).

[7] Le score de réussite de 56,4 % en P4 des élèves de CE1 est surévalué (figure 11) par le fait que l'égalité résolvante « experte » mobilise une addition, il est de plus faussé par les 27 élèves qui répondent de manière constante par une addition à tous les items du test initial (contre 2 au test final), augmentant d'environ 4 points le pourcentage de réussite.

Pour le problème 4, problème non congruent, à l'issue du protocole, les résultats des élèves de CE2 au test final (76,8% de réussite) ne se distinguent pas de ceux des élèves de CM1 et CM2 au test initial et ce, au seuil de 5%. En quelques semaines, les élèves de CE2 ont rattrapé les élèves de cycle 3 (qui servent de fait de groupe témoin) pour ce type de problème. Concernant le problème 1, la différence des résultats entre le test final des CE2 (75,9 %) et le test initial des CM1 n'est pas non plus significative au seuil de 5 %. Les élèves de CE2 ont donc aussi progressé d'une année en suivant ce protocole.

Un travail spécifique portant sur la langue, analogue à celui que nous avons proposé dans le cadre du protocole CE pourrait vraisemblablement contribuer à améliorer les résultats en CM. Un tel travail est d'ailleurs préconisé par les programmes du cycle 2 revus en 2018 (p. 20) : « La pratique de la langue, orale et écrite, est constitutive de toutes les séances d'apprentissage et de tous les moments de vie collective. Par la répétition, elle permet un véritable entraînement. Les activités d'oral, de lecture, d'écriture sont quotidiennement intégrées dans l'ensemble des enseignements ».

IV - LE PROTOCOLE DE TRAVAIL EN CM (CM1 ET CM2)

Les premiers retours des évaluations des classes de CM, qui montraient un taux d'échec bien plus élevé qu'escompté, nous ont contraints à modifier le protocole initialement prévu. Le protocole de travail avec les classes de CM s'en est trouvé retardé, alourdi et réparti en deux séquences. Ce sont 463 élèves de CM1 et 813 élèves de CM2 provenant de l'ensemble du territoire national de la métropole qui ont participé au test initial. Ils provenaient de tous types de milieux scolaires.

1 Test initial, descriptif sommaire

Les documents remis aux enseignants et les consignes sont analogues à celles concernant les classes de CE. Le test initial comporte deux séries d'énoncés. Les quatre premiers problèmes relèvent des problèmes de comparaison. Les P 1 et P 4 sont identiques à ceux du test initial des classes de CE et ne comportent qu'une comparaison. Les P 2 et P 3 sont des problèmes à deux comparaisons pour en trouver une troisième.

P 2. Karim a 18 billes de plus que Pol. Sarah a 22 billes de moins que Karim. Compare le nombre de billes de Sarah et de Pol.	**P 3**. Pol a 18 billes de moins que Karim. Pol a 4 billes de plus que Sarah. Compare le nombre de billes de Karim et de Sarah.

Figure 12. Énoncés des problèmes 2 et 3, CM1 et CM2, Test initial

Les problèmes 5 à 8 sont des problèmes additifs à deux transformations, dits « complexes » car ils composent des problèmes élémentaires (problèmes à une transformation ou une comparaison). Les problèmes à deux transformations les plus faciles sont ceux où il est possible de dérouler les calculs en suivant l'ordre d'énonciation qui est à dans ce cas, l'ordre chronologique. Les problèmes proposés étaient tous non-congruents du point de vue de l'ordre chronologique.

	Problèmes	Nature du problème[8]
Problèmes de comparaison	P 1	Une comparaison (idem CE)
	P 2	Deux comparaisons sans état connu
	P 3	Deux comparaisons sans état connu
	P 4	Une comparaison (idem CE)
Problèmes de transformation et mixtes	P 5	Deux transformations : Ef, T1, T2, (Ei ?)
	P 6	Mixte : Comp. Ef-Ei, T1, (T2 ?)
	P 7	Deux transformations : T1, T2, Ef, (Ei ?)
	P 8	Mixte : T1, Comp. Ef-Ei, (T2 ?)

Figure 12. Énoncés des problèmes 5 à 8, CM1 et CM2, Test initial

Parmi les problèmes les plus difficiles figure le problème 8, massivement échoué par les enseignants eux-mêmes (introduction). La difficulté de ces énoncés suit un gradient que nous n'avons pas étudié.

2 Test initial, résultats en mathématiques

Les tableaux ci-dessous présentent les énoncés de problèmes en mathématiques en CM1 et en CM2 aux huit problèmes du test initial.

		CM1 / 483	CM2 / 813
Comparaisons	P 1	80,3 %	84,4 %
	P 2	8,6 %	16,2 %
	P 3	9,2 %	13,8 %
	P 4	71,4 %	76,1 %

		CM1 / 483	CM2 / 813
Mixtes	P 5	20, 2 %	31,7 %
	P 6	5,0 %	14,6 %
	P 7	21,2 %	38,3 %
	P 8	7,2 %	4,3 %

Figure 13. Tableau des résultats en mathématiques au test initial en CM1 et CM2

Les problèmes P 1 et P 4, problèmes simples mais non-congruents, proposés à tous les niveaux sont loin d'être réussis en CM1 et en CM2. Un travail portant sur la langue, analogue à celui proposé aux élèves de CE pourrait être également envisagé en CM.

Les problèmes P 2 et P 3, qui relèvent du cycle 2, renvoient un taux de réussite étonnamment faible (resp. 8,6% et 9,2% en CM1 ; 16,2 % et 13,8 % en CM2). Cet échec massif peut s'interpréter comme une difficulté pour l'élève à définir ce qu'il doit faire. L'injonction de faire qui se distingue ici d'une question nécessite de l'élève qu'il mobilise à la fois les éléments lexicaux et syntaxiques de la réponse. Il semble qu'il y ait là une difficulté majeure inhérente à la maitrise de la langue puisque les élèves ne parviennent pas à construire une phrase syntaxiquement et sémantiquement correcte (taux de réussite resp. de 8,6 % et 12,5 % en CM1 et de 16,2 % et 17,7 % en CM2) , que le résultat soit juste ou faux.

Les productions des élèves ne font quasiment pas apparaitre la mobilisation d'outils graphiques et ce, quel que soit le problème à résoudre, pas plus d'ailleurs qu'elles ne font apparaitre d'éventuelles reformulations qui constituent des outils puissants en résolution de problèmes.

[8] Ei ou Ef : état initial ou final, T1 : première transformation dans l'ordre chronologique, T2 : la deuxième, Comp.Ef-Ei : comparaison entre l'état final et l'état initial. L'objet de la question et sa place dans l'énoncé sont indiqués entre parenthèses.

Le protocole mis en place tient compte des constats ci-dessus. Il vise la mobilisation d'outils linguistiques, la rédaction de phrases réponses et la construction d'outils graphiques pertinents (diagrammes et schémas notamment), outils intermédiaires au sens de Goudy (2006), conversions de registres au sens de Duval (1995) et la vérification systématique des résultats par les élèves eux-mêmes.

3 Description sommaire du protocole

Le dispositif proposé (protocole) comprend deux séquences.

La séquence 1 (les dix premières séances) a pour objectif de permettre aux élèves de maitriser des outils de base pour la résolution de problèmes de comparaison (une ou deux comparaisons). Parmi ces outils, citons des diagrammes pour représenter les nombres (Petit & Camenisch, 2015).

La séquence 2 (les six dernières séances) a pour objectif de permettre aux élèves de maitriser, après l'avoir construit ensemble, un outil fondamental pour résoudre les problèmes additifs à une ou deux transformations, quelle que soit la donnée manquante, qu'il s'agisse d'un état (initial, intermédiaire ou final) ou d'une transformation, quelle que soit sa position, ou d'une composition de transformations et de schématiser ces différents outils. Ces outils constituent des écrits intermédiaires (Chabanne & Bucheton, 2002) qui accordent une place importante à la représentation de l'axe temporel ainsi qu'à la visualisation des variations de la variable de l'énoncé (Petit, 2018).

4 Résultats en mathématiques en CM au test final

Le fait que nous ayons dû, au vu des premiers résultats retournés, revoir le protocole de travail en CM a entrainé un retard à la mise en route du protocole, qui a débuté début janvier pour les premières classes. La crise sanitaire n'a ensuite pas permis de mettre en œuvre ce protocole dans la grande majorité des classes. Nous ne disposons donc que des résultats de 91 élèves répartis dans 5 classes provenant de zones géographiques différentes.

Le tableau ci-dessous présente les résultats[9] au test initial et les résultats au test final pour les seuls 91 élèves qui ont suivi le protocole décrit ci-dessus. Les problèmes qui ont fait l'objet d'un travail explicite sont les problèmes à deux comparaisons sans état connu (P 2 et 3) et les problèmes comprenant deux transformations (P 5 et 7). Pour ces deux derniers problèmes, la complexité résidait en particulier dans l'ordre d'énonciation des données, différent de l'ordre chronologique (*figure 13).* Les autres problèmes étaient soit plus faciles, supposément acquis au cycle 2 (P 1 et 4), soit au contraire plus difficiles, au-delà des compétences habituellement acquises au cycle 3 (P 6 et 8). Le problème 8 est le même qui a été proposé aux enseignants, formateurs et cadres (Introduction).

[9] Les pourcentages indiqués n'ont pas de véritable valeur étant donné la faiblesse des effectifs. Ils ne figurent dans le tableau que pour suggérer qu'il pourrait peut-être y avoir des augmentations significatives sur un grand effectif d'élèves, ce qui reste à démontrer.

	Items	Test Initial	Nature du problème	Test final	Variation
Problèmes de comparaison	P 1	91 %	Une comparaison (cf. CE)	95 %	+ 4 %
	P 2	12 %	Deux comparaisons sans état connu	75 %	+ 525 %
	P 3	10 %	Deux comparaisons sans état connu	72 %	+ 620 %
	P 4	82 %	Une comparaison (cf. CE)	87 %	+ 6 %
Problèmes de transformation et mixtes	P 5	34 %	Deux transformations : Ef, T1, T2, Ei (?)	75 %	+ 121 %
	P 6	16 %	Mixte : Comp. Ef-Ei, T1, T2 (?)	41 %	+ 156 %
	P 7	29 %	Deux transformations : T1, T2, Ef, Ei (?)	65 %	+ 124 %
	P 8	2,3 %	Mixte : T1, Comp. Ef-Ei, T2 (?)	26,7 %	+ 1060 %

Figure 14. Résultats en mathématiques en CM portant sur 91 élèves

Ces résultats, bien que reposant sur un effectif réduit, sont éloquents et semblent montrer la pertinence d'un tel dispositif qui demande à être renforcé par une reprise de ce travail de recherche sur un effectif plus consistant et si possible en référence à des groupes témoins.

V - CONCLUSION

Du point de vue de la formation des enseignants, il semblerait au vu des résultats de l'introduction que les enseignants disposent de peu d'outils pertinents en résolution de problème additifs ou, s'ils en possèdent, ne les mettent pas eux-mêmes en œuvre, pas davantage qu'ils ne vérifient leurs résultats. Les outils proposés doivent permettre d'effectuer ces vérifications et l'attention des enseignants devrait être portée à cette attitude de vérification systématique des résultats avancés, attitude qui contribue de plus à la construction de l'autonomie des élèves. Le processus de formation proposé aux enseignants par la mise à disposition de ces dispositifs pédagogiques devait se clore par un questionnaire pour évaluer les effets de ce travail sur leur propre formation et sur la manière dont ils anticipent leur enseignement après avoir contribué à cette recherche. L'interruption du travail par la situation sanitaire a empêché cette phase ultime du travail de recherche proposé. Cependant, une dizaine d'enseignants ont spontanément indiqué en retour des évaluations finales que ce dispositif a contribué à leur propre formation continue.

Plusieurs recherches parallèles s'intéressent à la résolution de problèmes additifs. Parmi ces recherches, on peut citer celle centrée sur *l'inhibition* (Houdé, 2019) qui part du principe que des élèves se sont construits des automatismes (*heuristiques*), des représentations initiales, dont certains sont préjudiciables à la bonne résolution de problèmes et qu'il convient d'*inhiber*. Ces automatismes sont connus depuis fort longtemps en didactique des mathématiques et pourraient, à notre avis, dans bien des cas être détruits dans l'œuf pour peu que l'on propose aux élèves très tôt et ce, dès la maternelle des énoncés de problèmes judicieusement choisis, énoncés par lesquels serait construite l'absence de lien entre le mot *moins* et le fait d'*enlever* ou le mot *plus* et le fait d'*ajouter*. Ce point rejoint le concept d'*analogie intuitive* développée par Sander (2020), dont les recherches mobilisent trois types d'analogies pouvant soit faciliter soit au contraire s'ériger en obstacle en résolution de problèmes. Ses recherches fondées sur ce qu'il appelle le *recodage sémantique*, concluent, après une expérimentation en situation d'enseignement, à de bien meilleures performances des élèves ayant été pris en charge par le dispositif proposé.

Notre recherche que l'on pourrait appeler, par analogie, *recodage sémiotique,* s'est davantage inscrite dans un temps court, relevant de la remédiation, que dans un dispositif d'enseignement s'inscrivant dans la durée. Elle semble également pouvoir conduire à une forte augmentation des performances des élèves. Elle mériterait d'être reproduite avec un groupe expérimental et un groupe témoin, et sur des effectifs plus importants, notamment au niveau du cycle 3. Elle pourrait être déclinée dans une version intégrée de manière naturelle aux apprentissages usuels en classe.

Un travail systématique et régulier sur les représentations sémiotiques, la construction d'outils graphiques, de schémas, avec les élèves, une attention permanente portée à la langue, la pratique d'activités langagières adaptées, ciblées, semblent permettre d'accroitre notablement les réussites des élèves en résolution de problèmes additifs de toutes natures.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Chabanne J.-C., Bucheton D. (2002), *Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire L'écrit et l'oral réflexif*. PUF.

Duval R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*. Peter Lang.

Goody J. (2006), La littératie, un chantier toujours ouvert, *Pratiques* (131-132), 69-75.

Houdé O. (2019), *Apprendre à résister pour l'école contre la terreur*, Le Pommier.

Sander E. (2020) *Le rôle des analogies dans la résolution de problèmes aux cycles 2 et 3,* ENS-IFÉ Lyon. http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/

Petit S., Camenisch A. (2015), *J'apprends à résoudre des problèmes*, *Cahier 2, Cycle 2*. Nathan.

Petit S., Camenisch A. (2018), *Congruence et résolution de problèmes de comparaison*, in 45e colloque de la COPIRELEM, Blois, 557-570.

Petit S. (2018), *Résolution de problèmes et représentations sémiotiques,* in colloque Académie des sciences, La main à la pâte, Irem. https://public.weconext.eu/academie-sciences/2018-12-12/video_id_004/index.htmlParis

Petit S. Camenisch A. (2019), *Je construis les maths avec les NuméRas, Cycle 2, Niveau 2*, Lea.fr Nathan.

LES « FICHES ÉLÈVES » LORS D'ATELIERS DE JEUX EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES : CONTRAINTES ET OBJECTIFS DE L'INSTITUTION SCOLAIRE

Caroline POISARD, Philippe LE GUEN, Gwenaëlle RIOU-AZOU, Rozenn ROBIN et Françoise VALDIVIESO
IREM de Brest
contact : caroline.poisard@univ-brest.fr

Résumé
Le travail présenté ici a été réalisé par le groupe MAREL (Mathématiques en Ateliers : Ressources et Enjeux Ludo-éducatifs) de l'IREM de Brest. Cette communication analyse les contraintes et objectifs de l'institution scolaire lors d'ateliers de jeux en classe de mathématiques (GS, CM1-CM2 et Seconde). Nous présentons tout d'abord nos choix méthodologiques et théoriques. Puis, nous détaillons plusieurs exemples de jeux de cartes (autocorrectifs et non autocorrectifs) testés en classe en pointant les objectifs d'apprentissage en mathématiques. Nous montrons que les fiches que les élèves ont remplies lors du jeu (« fiches élèves ») permettent de favoriser les processus de dévolution et d'institutionnalisation des savoirs mathématiques.

Cette communication rejoint deux aspects de notre travail de recherche déjà abordés par ailleurs. D'une part, nous plaçons les travaux des élèves comme une ressource centrale pour le travail documentaire du professeur afin que les apprentissages puissent être efficaces pour tous les élèves (Poisard, 2017). D'autre part, nous pensons que les pratiques d'animation scientifique -dont les ateliers de jeu sont un exemple- permettent des mises en œuvre en classe motivantes pour les élèves. Pour répondre aux attentes de l'école en termes d'apprentissage lors de séances de jeu, il est nécessaire de prendre en compte les contraintes et objectifs de l'institution scolaire (Poisard, 2018). Ce travail de recherche se poursuit depuis quelques années dans le groupe MAREL (Mathématiques en Ateliers : Ressources et Enjeux Ludo-éducatifs) de l'IREM de Brest (Poisard et al., 2022). Après avoir présenté nos choix méthodologiques et théoriques, nous analysons deux types de jeux de cartes testés en classes : des jeux de cartes auto-correctifs (niveaux CM1-CM2 et 2nde) et des jeux de cartes non auto-correctifs (niveaux CM1-CM2 et GS). Lors de ces jeux, les élèves avaient à compléter une « fiche élève » de suivi de jeu dont l'objectif est de favoriser les processus de dévolution et d'institutionnalisation des savoirs mathématiques en classe en lien avec ces jeux de cartes.

I - ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES ET THÉORIQUES

Concernant nos choix méthodologiques de recueil de données, nous travaillons de manière collaborative au sein du groupe IREM. Des réunions régulières permettent des discussions sur les séances qui sont élaborées, mises en œuvre, observées, filmées et qui peuvent être transcrites. Nous collectons les travaux d'élèves dans les classes, des questionnaires, les fiches de préparation des professeurs, *etc*. Des entretiens avec les élèves et les professeurs complètent également ces données. Les données recueillies l'ont été dans trois classes avec trois professeurs différents : avec des élèves de GS, de CM1-CM2 et de Seconde.

Au niveau des choix théoriques, nous retenons pour ce travail plusieurs concepts issus de deux théories : la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2007) et la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998). Nous nous référons à la notion d'*institution* chez Chevallard. La classe est une institution, un établissement scolaire aussi ; le système éducatif est une institution. Chaque institution

possède un rapport au savoir spécifique qui est attendu d'être partagé. Dans l'institution scolaire, il est attendu que le rapport personnel, individuel au savoir d'un élève se rapproche du savoir institutionnel attendu par l'école. Nous tentons ici d'apporter des réponses sur les contraintes et objectifs de l'institution scolaire lors d'ateliers de jeux en mathématiques. Nos observations ont eu lieu dans l'institution scolaire avec des contraintes et objectifs spécifiques en termes de savoirs mathématiques et d'apprentissages (programmes scolaires, organisation de l'école, évaluations, *etc.*). Nous avons introduit dans les classes des jeux sous forme d'ateliers mais il n'est pas possible de jouer à l'école comme il est possible de le faire en famille, avec des amis ou bien sur les temps périscolaires. Une question à laquelle nous devons répondre est celle des apprentissages visés, des apprentissages possibles par les élèves. Afin de répondre à cette question, l'analyse des jeux s'est portée sur les tâches soumises aux élèves lors des séances. Que demande-t-on aux élèves de résoudre en mathématiques lorsqu'ils participent au jeu ? Quelles tâches sont soumises aux élèves ? Nous incluons cette analyse des tâches dans l'*analyse a priori* des jeux que nous proposons. Un autre aspect qui nous semble important pour l'*analyse a priori* des jeux est celles des *variables didactiques* :

> *« Une variable didactique est un élément de la situation qui peut être modifié par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solutions (par le coût, la validité, la complexité). La modification des valeurs de ces variables permet donc d'engendrer, à partir d'une situation, un champ de problèmes auxquels correspondent des stratégies différentes de résolution. » (Briand et Chamarro 1991, p.144)*

L'*analyse a priori* des jeux nous permet de définir les tâches qu'il est possible de soumettre aux élèves et cela en fonction de *variables didactiques* afin d'analyser les savoirs mathématiques qui peuvent être travaillés en classe avec ces jeux. Nous poursuivons en analysant les processus de *dévolution* et d'*institutionnalisation* des connaissances mathématiques qui sont des processus fondamentaux en théorie des situations didactiques :

> *« La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage(a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert. » (Brousseau 1990 p.325)*
>
> *« Les maîtres doivent prendre acte de ce que les élèves ont fait, décrire ce qui s'est passé et ce qui a un rapport avec la connaissance visée, donner un statut aux évènements de la classe, comme résultat des élèves et comme résultat de l'enseignant, assumer un objet d'enseignement, l'identifier, rapprocher ces productions de connaissances des autres (culturelles ou du programme), indiquer qu'elles peuvent resservir. » (Brousseau 1998, p.311)*
>
> *« La dévolution, fait pendant à l'institutionnalisation. Ce sont les deux interventions didactiques du professeur sur la situation « élève –milieu -connaissance ». Elle est un élément important sui generis du contrat didactique. » (Brousseau 2010, p.5)*

Nous avons mis au point des « fiches élèves » que ceux-ci complètent lors des ateliers de jeu. Chaque jeu à une fiche spécifique en fonction des règles du jeu et des objectifs d'apprentissage. Ceci permet au professeur, mais aussi à l'élève, d'avoir une trace, une mémoire du travail réalisé lors du jeu. Le professeur peut repérer des imprécisions, des erreurs et les réussites des élèves. Il pourra donc travailler plus spécifiquement sur certaines notions en groupe classe ou de manière individualisée afin de remédier à des erreurs et aussi pour proposer d'institutionnaliser certaines techniques de résolution parfois utilisées par seulement quelques élèves. Lors du processus de dévolution, le professeur explique la règle du jeu (comment jouer) mais également les enjeux mathématiques que la « fiche élève » permet de pointer spécifiquement. Ces phases de dévolution sont réalisées par le professeur en groupe classe, en jouant à jeu ouvert entre plusieurs élèves (avec un visualiseur afin de projeter au tableau les cartes du jeu et les fiches). Cette organisation est reprise régulièrement après les séances d'atelier pour faire évoluer les procédures des élèves.

Pour ce travail, nous formulons les trois questions suivantes :

- Comment répondre aux contraintes et objectifs de l'institution scolaire lors d'ateliers de jeux en mathématiques en classe ?

- Est-ce que les spécificités du jeu en classe pourraient gêner le côté ludique pour les élèves ?

- Quel est le rôle du professeur lors des processus de dévolution et d'institutionnalisation lors d'ateliers de jeu en classe de mathématiques ?

Dans le paragraphe suivant, nous présentons quatre exemples de jeux de cartes de la GS à la 2nde. Pour chaque jeu, nous commençons par présenter brièvement la règle du jeu ainsi qu'une *analyse a priori* des savoirs mathématiques. Ensuite, nous proposons des éléments d'analyse qui prennent en compte la « fiche élève » dans les processus de dévolution et d'institutionnalisation des connaissances.

II - EXEMPLES DE JEUX DE CARTES AUTO-CORRECTIFS AVEC UNE FICHE ÉLÈVE (CM1-CM2 ET SECONDE)

Nous avons choisi deux jeux de cartes auto-correctifs c'est-à-dire que sur ces cartes, le recto présente la question et le verso la réponse (Figure 1). En CM1-CM2, le jeu Cartatoto (Fundels) travaille sur les tables de multiplication : par exemple la question « 8×5 » et au verso la réponse « 40 » avec également inscrit en plus petit : « 4×10=5×8=8×5=10×4 ». En 2nde, le jeu du sablier pour les développement (IREM de Rennes) présente « 3(4x-5)-(3x+8) » et la réponse au verso « 9x-23 ». L'objectif est d'entraîner les élèves à faire des calculs afin d'automatiser les résultats et/ou procédures de calcul.

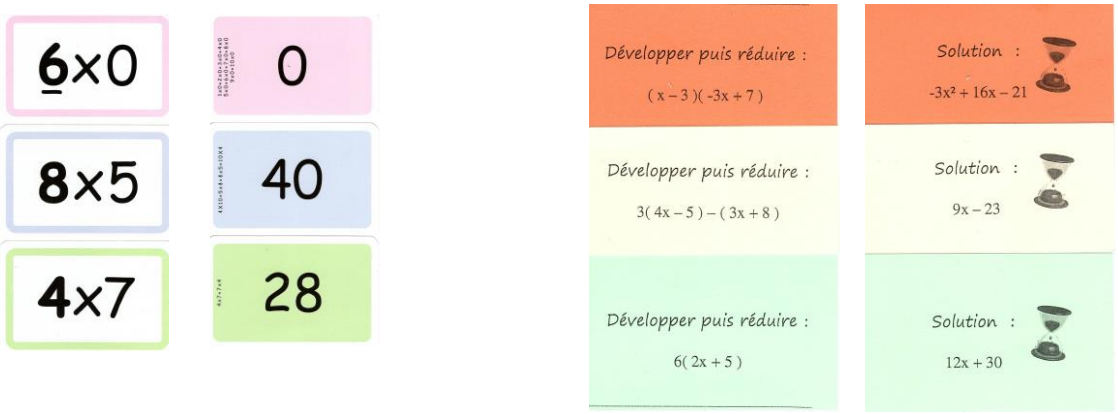


Figure 1. Exemples de cartes auto-correctives recto-verso : « Cartatoto « (gauche) et « Développement » (droite)

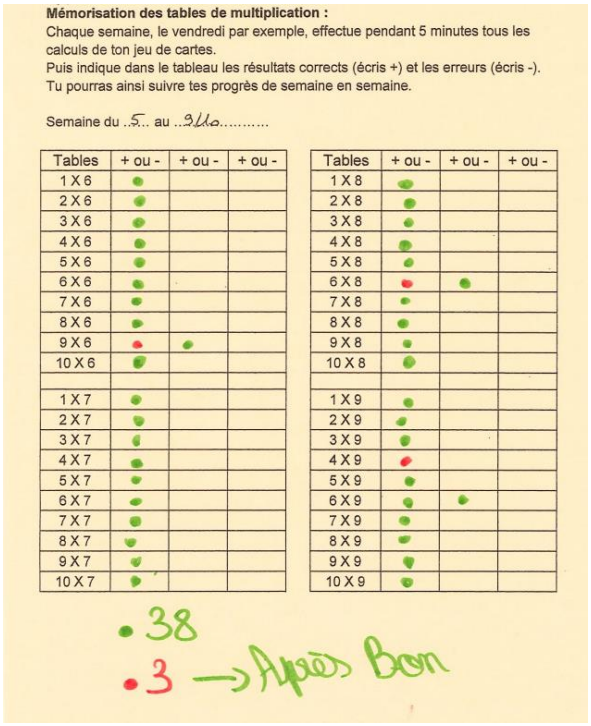
1 Le jeu de cartes « Cartatoto des multiplications » (Fundels) en classe de CM1-CM2

Ce jeu de cartes possède plusieurs règles du jeu issues des jeux de bataille et de memory. Nous avons proposé en classe de jouer au jeu des multiplications sous forme de bataille c'est-à-dire le plus grand résultat remporte la bataille. Chaque joueur doit énoncer à l'oral le résultat obtenu du produit écrit sur la carte. Si un joueur se trompe de résultat, il est éliminé du tour. Ce jeu à trois ou quatre joueurs a été proposé lors des ateliers en classe sous la forme de bataille. Les tâches pour les élèves sont : effectuer un produit de deux facteurs (chaque facteur vaut de 0 à 10), dire le résultat à l'oral et comparer les résultats. Ensuite, il est remis aux élèves des jeux fabriqués pour les tables de six, sept, huit et neuf. La professeure demande aux élèves de pratiquer ce jeu au moins une fois par semaine, en devoirs à la maison. La règle a été adaptée pour jouer en solo. Les élèves doivent effectuer tous les calculs du jeu et remplir une « fiche élève » (Figure 2) qui liste l'ensemble des produits des tables. L'élève note « + » si la réponse est juste et « – » si elle est fausse. Ceci permet aux élèves de remplir rapidement la fiche. Il serait possible de demander aux élèves de prendre plusieurs cartes et de les comparer mais nous n'avons pas testé cette possibilité. Le jeu

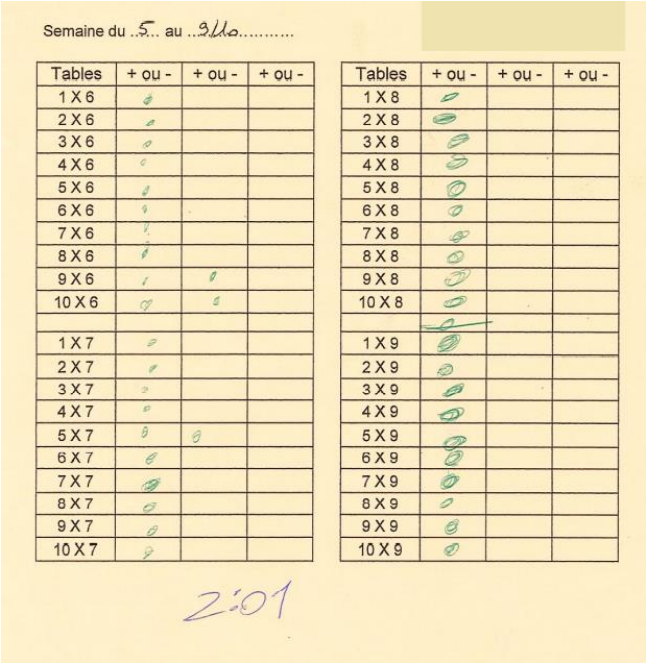
en classe a été introduit en septembre 2020, les élèves devaient jouer une fois par semaine d'octobre 2020 à janvier 2021, ensuite le professeur a proposé une réactivation une fois par mois. En réalité, la plupart des élèves a joué trois ou quatre fois par semaine sur la première période. La fiche A (Figure 2) montre une élève qui pour la première partie a fait trois erreurs (9×6 ; 6×8 et 4×9) puis a repris les trois cartes avec des erreurs pour s'entraîner. Certains élèves les plus à l'aise se sont chronométrés (à leur initiative) et leur motivation était alors de s'améliorer sur le temps de passation de l'ensemble des cartes tout en répondant sans erreur. Par exemple, l'élève qui a rempli la fiche B (Figure 2) est passé de 2'01 avec quelques erreurs à 1'49 sans erreur la semaine suivante. La rapidité est une compétence importante sur ce type de calculs qui doivent être automatisés par les élèves afin de pouvoir apprendre les opérations posées en colonnes (multiplication et division ici). Les variables didactiques sont :

- le nombre de joueurs, qui détermine le nombre de cartes à comparer. Plus le nombre de cartes est important plus le nombre de résultats à comparer est important. Comparer cinq ou six nombres est plus complexe que de n'en comparer que deux (pour deux joueurs).

- les tables choisies, les tables de six à neuf sont les plus compliquées à retenir par les élèves. Il est possible de trier les cartes pour adapter les tables au niveau des élèves : les tables jusqu'à cinq ou bien au contraire les tables au-delà de cinq.



Fiche A



Fiche B

Figure 2. Exemple de fiches élève « Cartatoto », CM1-CM2

Lors de la présentation du jeu et de la fiche associée, toutes les cartes ont été présentées à la classe et les élèves remplissent la fiche (environ 10 minutes). La dévolution porte sur les règles du jeu, les objectifs mathématiques (automatisation des tables) et la manière de remplir la fiche. Pour la professeure, l'intérêt de la « fiche élève » est que : « Ils ont une trace de ce qu'ils savent et de ce qu'ils ne savent pas. C'est mieux que de dire en devoirs : « revoyez la table de 7. Beaucoup d'élèves se chronométraient ! » Cette fiche permet d'avoir une trace, une mémoire didactique du travail effectué à la maison. La professeure a également accès à la fiche qui est ramassée une fois par semaine afin de suivre les apprentissages des élèves. Cette fiche apparaît donc utile aussi bien pour les élèves que pour les professeurs afin de suivre l'avancée des apprentissages.

En fin d'année scolaire, lors d'un entretien avec la professeure de la classe, nous lui avons demandé son point de vue sur différents aspects des apprentissages des élèves. Tout d'abord, l'entraînement hebdomadaire a été arrêté en janvier :

> *« Parce que les tables étaient bien maîtrisées. […] Je vois bien qu'elles sont maîtrisées car on a fait les autres techniques opératoires. C'est très net sur les divisions posées. Ça ne s'est jamais aussi bien passé en CM1 et CM2 ! Tout le monde sait poser une division, c'est la première fois ! On a pu se concentrer sur le principe de la division et les calculs venaient tout de suite. » (Entretien avec la professeure de CM1-CM2, juin 2021)*

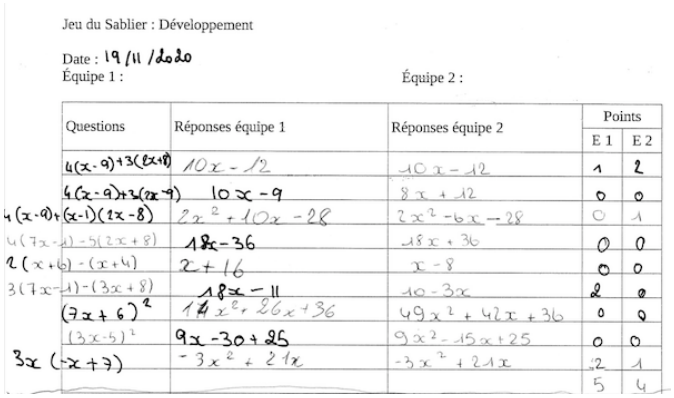
La professeure pense également que l'entraînement sur les tables a eu un effet positif sur la résolution de problèmes de proportionnalité (« trois fois plus grand, cinq fois plus grand »), surtout pour les élèves de CM1 : « le fait d'en faire souvent, il n'y a pas d'appréhension et ils progressent vite ». La professeure précise les pratiques des élèves à leur initiative, ils ont introduit le chronomètre comme une sorte de défi et certains ont joué à la bataille en famille :

> *« Après quelques semaines, certains CM sont arrivés à faire toutes les cartes en moins de deux minutes (1 min 30) en complétant la fiche. Certains se chronométraient même sans faire la fiche d'abord et ensuite remplissait la fiche ! Ils voulaient progresser au chronomètre. Ils trient les calculs justes et faux ! C'est les élèves qui ont proposé cette règle, ils ont proposé eux-mêmes le chronomètre ! […] Quelques-uns ont jouer à la bataille avec les frères et sœurs également. » (Entretien avec la professeure de CM1-CM2, juin 2021)*

2 Le jeu de cartes « Jeu du sablier, développement » (IREM de Rennes) en classe de Seconde

Ce jeu de cartes s'appelle le « jeu du sablier » (IREM de Rennes, disponible en ligne[1]) car il peut se jouer avec un sablier qui détermine le temps de jeu. Le joueur qui a fait le plus de calculs justes dans le temps écoulé gagne. L'objectif est de s'entrainer à calculer rapidement, à automatiser des calculs. Il existe un jeu similaire sur les calculs avec des fractions. En classe de Seconde, nous avons retenu le jeu sur les développements algébriques. Dans cette classe, le professeur a présenté le « jeu du sablier, développement » afin de jouer avec des groupes de cinq élèves : deux équipes de deux joueurs s'affrontent ainsi qu'un maître du jeu. Celui-ci remplit la « fiche élève » (Figure 3, fiche A), vérifie les calculs et rapporte les questions et les remarques au professeur. Le sablier n'a pas été utilisé ici. L'objectif est de marquer le plus de points possibles. Si la réponse est juste, le comptage est : deux points pour le joueur le plus rapide, un point pour le joueur le moins rapide. Aucun point en cas de réponse fausse. Il a ensuite été distribué un jeu par élève afin de jouer seul à la maison (lors des congés de fin d'année 2020). Chaque élève remplit sa fiche en écrivant sa réponse et vérifie si elle est juste ou non (Figure 3, fiche B). Ce travail a été proposé de manière facultative à la maison et a été réalisé par la majorité des élèves. Certains élèves constatent alors leurs erreurs mais n'arrivent pas à les comprendre, ni à les dépasser. C'est l'analyse des fiches par le professeur qui va permettre de mettre à jour des erreurs récurrentes de distributivité. Les tâches soumises aux élèves sont : développer puis réduire une expression algébrique à l'écrit et vérifier un résultat. Le maître du jeu quant à lui a la tâche de : dire à l'oral une expression algébrique (ce qui n'est pas une tâche courante à ce niveau scolaire) et valider les réponses. Les variables didactiques sont fonction des propriétés en jeu dans les énoncés : distributivité simple, distributivité double, identités remarquables et sommes ou différences. Le nombre de cartes et celui de joueurs sont aussi des variables car les cartes sont tirées plusieurs fois sur une même partie. Lorsqu'une carte est tirée une deuxième fois, les élèves peuvent se rappeler de la procédure (ou du résultat déjà énoncé).

1https://irem.univ-rennes1.fr/groupe-jeux-et-mathematiques



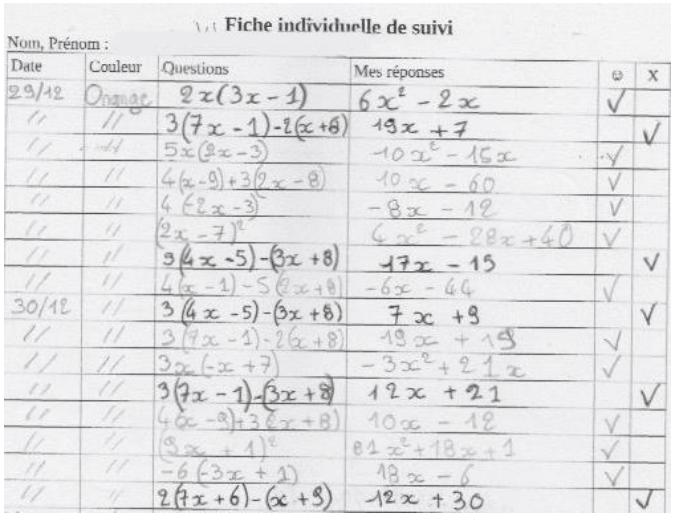
Jeu du Sablier : Développement

Date : 19/11/2020

Équipe 1 : Équipe 2 :

Questions	Réponses équipe 1	Réponses équipe 2	Points E1	Points E2
$4(x-9)+3(2x-8)$	$10x-12$	$10x-12$	1	2
$4(x-9)+3(2x-9)$	$10x-9$	$8x+12$	0	0
$4(x-9)+(x-1)(2x-8)$	$2x^2+10x-28$	$2x^2-6x-28$	0	1
$4(7x-4)-5(2x+8)$	$18x-36$	$18x+36$	0	0
$2(x+6)-(x+4)$	$2+16$	$x-8$	0	0
$3(7x-4)-(3x+8)$	$18x-11$	$10-3x$	2	0
$(7x+6)^2$	$14x^2+26x+36$	$49x^2+42x+36$	0	0
$(3x-5)^2$	$9x-30+25$	$9x^2-15x+25$	0	0
$3x(-x+7)$	$-3x^2+21x$	$-3x^2+21x$	2	1
			5	4

Fiche A



Fiche individuelle de suivi

Nom, Prénom :

Date	Couleur	Questions	Mes réponses	☺	X
29/12	Orange	$2x(3x-1)$	$6x^2-2x$	√	
//	//	$3(7x-1)-2(x+8)$	$19x+7$		√
//	//	$5x(2x-3)$	$10x^2-15x$	√	
//	//	$4(x-9)+3(2x-8)$	$10x-60$	√	
//	//	$4(2x-3)$	$-8x-12$	√	
//	//	$(2x-7)^2$	$4x^2-28x+40$	√	
//	//	$3(4x-5)-(3x+8)$	$17x-15$		√
//	//	$4(x-1)-5(2x+8)$	$-6x-44$	√	
30/12	//	$3(4x-5)-(3x+8)$	$7x+9$		√
//	//	$3(7x-1)-2(x+8)$	$19x+19$	√	
//	//	$3x(-x+7)$	$-3x^2+21x$	√	
//	//	$3(7x-1)-(3x+8)$	$12x+21$		√
//	//	$4(x-8)+3(2x+8)$	$10x-12$	√	
//	//	$(3x+1)^2$	$9x^2+18x+1$	√	
//	//	$-6(-3x+1)$	$18x-6$	√	
//	//	$2(7x+6)-(x+8)$	$12x+30$		√

Fiche B

Figure 3. Exemple de fiche élève « Développement », Seconde

Les fiches élèves ont permis au professeur d'identifier des erreurs qu'il reprend en groupe classe. La fiche A remplie en classe (Figure 3) montre que les identités remarquables ne sont pas acquises, le professeur fait donc un rappel sur ce point. Les fiches A et B (Figure 3) permettent d'identifier des erreurs lorsqu'il y a une différence de deux expressions à calculer, le (-1) n'est pas distribué correctement dans l'expression. Il choisit donc de reprendre cette erreur en groupe classe de la manière suivante :

> *Professeur : Je reviens sur l'erreur … C'est développer une expression du type (2x+1)(3x-2)-(4x+1)(x+2). Comment s'y prend-t-on ? Lou !*
> *Lou : D'abord on développe la première partie.*
> *Professeur : Oui alors ça donne ?*
> *Lou : deux x fois trois x …*
> *[Développement de (2x+1)(3x-2)] […] [Puis de -(4x+1)(x+2)]*
> *Professeur : Et après ? Oui Raphaël*
> *Raphaël : On met le moins et on ouvre une autre parenthèse et après on fait quatre x fois x …*
> *Professeur : Donc jusque-là généralement tout va bien et ensuite ?*
> *Raphaël : Comme il y a un moins devant la parenthèse on change tous les signes donc ça fait moins quatre x carré moins huit x moins deux.*
> *Professeur : Oui exact, effectivement la règle est bien appliquée. (Classe de 2nde, groupe classe)*

Nous voyons que les fiches élèves sont des traces du travail et en particulier des erreurs des élèves. Les élèves n'arrivent pas à repérer et remédier à ces erreurs mais grâce aux fiches et à l'analyse que le professeur en fait, ces erreurs sont repérées et traitées en classe. Nous voyons ici que les fiches élèves sont un moyen pour le professeur de reprendre le processus d'institutionnalisation des connaissances sur les règles et propriétés des expressions algébriques. Sans ces fiches élèves, il est assez délicat d'observer le travail des élèves en classe avec six ou sept groupes d'élèves qui jouent en même temps et un seul professeur. Et en autonomie à la maison, le professeur n'a aucune visibilité du travail réalisé ou non avec ce type de jeu. Enfin, ces fiches sont un très bon moyen pour que les élèves évaluent eux-mêmes leur travail. Certains élèves ont pu formuler des demandes de précisions au professeur quand ils n'arrivaient pas à comprendre certaines de leurs erreurs. Ceci est aussi le cas sur les fiches individuelles qui permettent de voir rapidement le nombre de réponses justes et fausses.

III - EXEMPLES DE JEUX DE CARTES NON AUTO-CORRECTIFS AVEC

UNE FICHE ÉLÈVE (CM1-CM2 ET GS)

Dans cette partie, les jeux de cartes ne sont pas auto-correctifs c'est-à-dire que les joueurs n'ont pas accès à la réponse. Ils peuvent essayer de trouver la bonne réponse entre élèves mais l'aide du professeur peut être nécessaire pour s'assurer de la validité d'une réponse. La fiche élève permet donc au professeur d'avoir une trace de la partie de jeu et de repérer d'éventuelles erreurs. Nous avons choisi ici le jeu « Défis nature » (Bioviva) (Figure 4) qui existe en deux versions : une adaptée aux CM1-CM2 et l'autre, « Défis nature des petits » pour la GS. Nous apportons ici quelques précisions sur le contenu des cartes proposées ci-dessous. Pour le « Défis nature » sur le thème « Espace », pour le critère diamètre relativement à Mars, la Terre et le Soleil, il faut comparer : 1 392 000 km, 12 756 km et 6 794 km. Pour le « Défis nature des petits », sur le thème de la « Savane », les trois cartes présentées sont le girafon, le caracal et le lionceau, il faut choisir un des deux critères (rose ou bleu, masse ou nombre de petits dans la portée) puis comparer les quantités de un à cinq. Pour ces jeux, l'objectif est de travailler des notions du domaine de grandeurs et mesures, également de comparer des nombres.

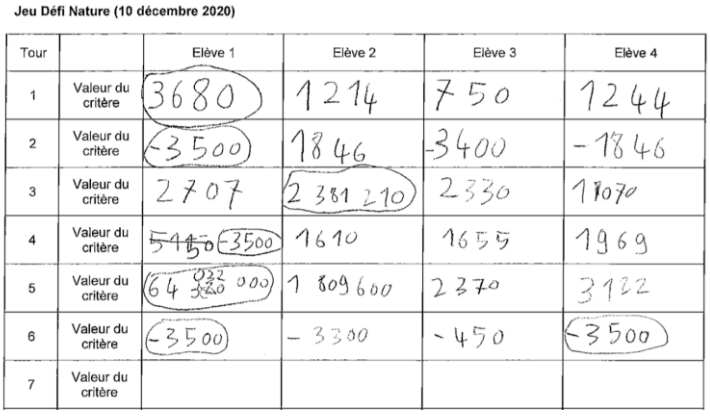


Figure 4. Exemples de cartes non auto-correctives « Défis nature Espace » (gauche) et « Défis nature des petits Savane » (droite)

1 Le jeu de cartes « Défis nature » (Bioviva) en classe de CM1-CM2

Nous avons choisi le jeu de cartes « Défis nature, Espace » (Bioviva) pour mettre en place des séances d'ateliers sur le thème de grandeurs et mesures en CM1-CM2. Chaque carte présente un astre (planète, étoile, astéroïde, exoplanète, *etc.*) et comporte quatre caractéristiques relatives à cet astre : distance au soleil (minutes-lumière ou heures-lumière), diamètre (km), température (degrés Celsius, nombres négatifs ou positifs) et découverte (la date la plus ancienne remporte le tour de jeu soit le plus petit nombre, la date peut être négative *i.e.* avant J.-C.). L'unité de mesure est précisée sur les cartes. Le joueur qui a la main choisit une caractéristique qui sera celle à considérer pour la comparaison. Le joueur qui a la grandeur la plus élevée ou la date la plus ancienne remporte le tour. Chaque élève énonce à l'oral la valeur de son critère et remplit sa fiche en indiquant le résultat de chaque élève et le gagnant du tour (Figure 5). Chaque carte du jeu possède également une pastille de couleur (en haut à gauche) : rouge, orange, jaune ou verte, de la plus difficile à la plus facile à observer dans le ciel. Ceci peut permettre en cas de bataille de désigner le gagnant. Les ateliers comportent trois ou quatre élèves sur ce jeu. Les tâches proposées aux élèves sont : lire, énoncer à l'oral et écrire en chiffres des grands nombres et nombres négatifs, connaître et estimer des ordres de grandeur, choisir une grandeur en fonction de sa valeur, et trouver le plus grand nombre (comparer). Les variables didactiques sont fonction du thème de jeu choisi. En effet, selon le thème, les types de nombres sont différents, par exemple pour le thème des insectes, les grandeurs peuvent être des nombres décimaux et des pourcentages. Il est donc intéressant de proposer aux élèves plusieurs thèmes pour ce jeu. Le nombre de joueurs influence le nombre de critères à comparer donc le nombre de joueurs est aussi une variable didactique. Jouer à deux permet de n'avoir que deux nombres à comparer par

exemple. Il est aussi possible de jouer en solo en tirant plusieurs cartes (nous n'avons pas testé cette version en solo).



Jeu Défi Nature (10 décembre 2020)

Tour		Elève 1	Elève 2	Elève 3	Elève 4
1	Valeur du critère	3680	1214	750	1244
2	Valeur du critère	-3500	1846	-3400	-1846
3	Valeur du critère	2707	2 381 210	2330	1070
4	Valeur du critère	5150 -3500	1610	1655	1969
5	Valeur du critère	64 320 000	1 809 600	2370	3122
6	Valeur du critère	-3500	- 3300	- 450	-3500
7	Valeur du critère				

Figure 5. Exemple de fiche élève « Défis nature », CM1-CM2

Lors de la dévolution de la tâche aux élèves, la professeure propose une partie à découvert en groupe classe (avec un visualiseur) en remplissant la « fiche élève ». L'exemple de fiche élève (Figure 5) montre deux erreurs rectifiées : en tour 4 pour (- 3 500) et en tour 5 pour 64 032 000. Au tour 4, l'élève a d'abord écrit 5 150 puis a rectifier pour (- 3 500). Il semble que l'élève 1 a n'a pas énoncé le bon critère puis a rectifié après discussion entre élèves. En tour 5, le même élève a écrit 64 320 000 (ou 64 32 000) puis 64 032 000. L'élève 1 a dicté à l'oral ce nombre : « soixante-quatre-millions-trente-deux-mille ». L'élève qui a écrit sur la fiche a commencé à écrire en chiffres « trente-deux » en milliers en oubliant le zéro des centaines de mille, puis a rectifié sûrement après une discussion du groupe d'élèves. Ce jeu permet de travailler sur des tâches de lecture et d'écriture en chiffres des grands nombres qui sont un travail très intéressant au cycle 3. On voit aussi la bataille du tour 6 qui n'a semble-t-il pas pu avoir lieu (le tour 7 de bataille n'a pas été inscrit sur la fiche). Certains élèves ont précisé l'unité de mesure, il serait intéressant de le demander à tous les élèves. Un entretien avec la professeure (juin 2021) précise que :

> *« Je me suis aperçue que certains élèves, même des élèves de CM2, avaient du mal à lire et écrire en chiffres les grands nombres. Comme ils jouaient à quatre, petit à petit, tout le monde a réussi à lire les nombres. Ça me montre une trace, mais il n'y a pas d'erreur, parce qu'ils se corrigent entre eux. Ce n'est pas la même utilité que dans d'autres jeux pour cette fiche. La deuxième fois, je leur ai dit que ce n'était pas obligé, mais les élèves ont choisi de la remplir quand même. Tout le monde a voulu la remplir ! » (Entretien avec la professeure de CM1-CM2, juin 2021)*

Dans cet exemple aussi, même lorsque la fiche à remplir est facultative, les élèves préfèrent en majorité continuer à la remplir. Les fiches élèves semblent permettre aux élèves de se rendre compte de leur travail et de leur progrès, tout en continuant la partie de jeu. La fiche est utile autant du côté du professeur que des élèves. Les fiches élèves semblent permettre une régulation au niveau des attendus réciproques du professeur et des élèves relativement aux savoirs mathématiques lors du jeu de cartes, nous sommes donc ici au niveau du contrat didactique et de son explicitation afin de correspondre aux attentes et objectifs des apprentissages à l'école.

2 Le jeu de cartes « Défis nature des petits » (Bioviva) en classe de GS

En classe de GS, c'est le jeu de cartes « Défis nature des petits, la savane » (Biovivia) que nous avons choisi. Chaque carte présente un bébé animal en photo et comporte deux caractéristiques : la masse à la naissance

(en rose) (le jeu mentionne le « poids ») et le nombre de bébés à la naissance (portée, en bleu). Les caractéristiques sont notées de une à cinq étoiles et expliquées dans la règle du jeu (Figure 6). Pour la masse, la catégorisation se fait de : moins de 100 g, de 100 g à 500 g, de 500 g à 1 kg, de 1 kg à 6 kg et de plus de 6 kg. Pour la portée : un, deux, trois, de quatre à sept, et huit et plus de bébés. Lors de la première séance, la règle du jeu est présentée avec deux joueurs (bataille) ainsi que la fiche à remplir pour l'équipe : résultat du joueur 1, résultat du joueur 2 et le plus grand nombre est entouré. Le joueur qui remporte le tour regarde sa carte, énonce le critère qu'il retient puis les deux cartes sont comparées. Les élèves comprennent assez vite la stratégie d'énoncer la caractéristique la plus forte mais ceci n'assure pas de gagner. En effet, avec le caracal par exemple, les valeurs sont deux étoiles roses et trois bleues, il est probable que ce joueur perde la main. Les tâches des élèves sont : dénombrer les étoiles de un à cinq (par comptage ou reconnaissance globale), énoncer à l'oral des nombres, comparer des quantités de un à cinq en utilisant le vocabulaire « plus que », « moins que » et « autant », écrire les chiffres de un à cinq (graphisme). Les tâches suivantes peuvent être facilement demandées par le professeur : montrer la quantité énoncée sur ses doigts et estimer des masses. Les variables didactiques sont constituées : du nombre de joueurs qui détermine le nombre de cartes à comparer. Il est possible d'adapter la règle en demandant à chaque joueur de prendre deux cartes puis d'additionner le critère choisi, ceci permet de travailler sur les additions et ensuite de comparer des nombres plus grands.



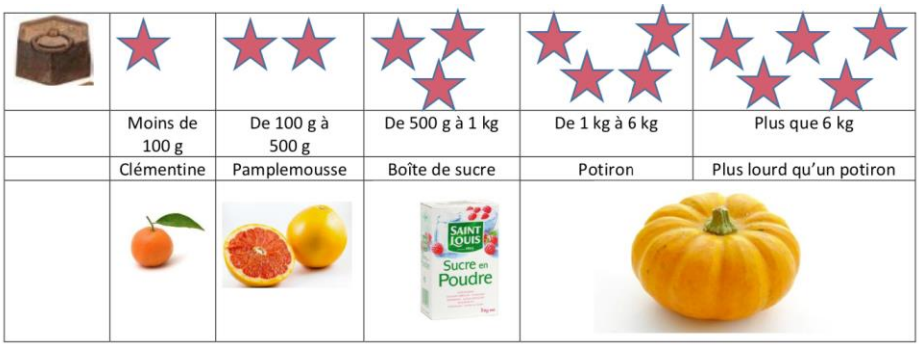


Figure 6. Fiche règle du jeu « Défis nature de petits » (gauche) et extrait de la fiche de préparation du professeur

Il est tout à fait possible de jouer à ce jeu en loisirs ou en famille sans avoir connaissance de la signification utilisée pour attribuer le nombre d'étoiles aux grandeurs. Mais, afin d'exploiter ce jeu en atelier de mathématiques en classe, la professeure a choisi de réaliser un travail conséquent de compréhension des critères. Lors de la première séance et afin de travailler sur l'estimation des masses, les objets et végétaux suivants ont été sous-pesés en classe : clémentine, pamplemousse, 1 kg de sucre, un potiron (Figure 6, extrait de la fiche de préparation du professeur). La dévolution de la tâche aux élèves s'est faite avec une contextualisation en lien avec des végétaux de saison (l'automne) connus des élèves.

Nous proposons l'extrait de transcription entre deux élèves, Clervie et Zora lors de la séance 2 :

> *Zora : Je choisis la masse. T'as 2 et j'ai 4.*
> *Clervie : Ah non. Ah oui, c'est à toi. [Prend le stylo et écrit 2 dans la colonne élève 2 puis 4 dans la colonne élève 1]*
> *Zora : [Commente ce qu'écrit Clervie] 2. Et puis 4 et donc c'est moi qui aurais gagné. Tu entoures lui [montre le 4].*
> *Professeur : Pourquoi est-ce qu'on entoure celui-là ?*
> *Zora : Parce que j'ai plus et elle, elle a 2.*
> *Professeur : 4 est plus grand que 2. C'est ça ? Oui d'accord.*
> *Zora : On peut faire celui-là sur la forêt ? [même jeu sur un autre thème] (Extrait de séance Clervie et Zora, GS, novembre 2020)*

Cet extrait montre que les deux élèves verbalisent les quantités et les écrivent sur la fiche (Figure 7). Elles s'entrainent même au graphisme des chiffres en écrivant parfois deux fois de suite le résultat (colonne 1, lignes 1 et 2). Le jeu n'est pas entravé par le fait de remplir la fiche, les élèves souhaitent même continuer en découvrant le jeu similaire sur la thématique de la forêt.



Figure 7. Exemple de fiche élève « Défis nature des petits », GS

CONCLUSIONS

Notre étude porte sur différents niveaux scolaires : GS, CM1-CM2 et Seconde, avec trois professeurs différents, trois classes et quatre jeux de cartes. La « fiche élève » est à adapter selon la règle du jeu et les objectifs d'apprentissages mathématiques. Elle est spécifique pour chaque jeu afin de permettre d'avoir des traces du travail des élèves et de s'assurer de poursuivre l'activité de jeu. Le choix du jeu se fait en particulier par l'analyse des tâches mathématiques possibles en classe et l'analyse des variables didactiques afin identifier et de faire évoluer les procédures des élèves. Les exemples de mises en œuvre en classe analysés montrent que l'utilisation d'une « fiche élève » lors d'ateliers de jeux en classe permet de répondre aux contraintes et objectifs de l'institution scolaire par rapport à la pratique d'un jeu de cartes. Les fiches élèves sont des traces des attendus, du travail et des erreurs relativement à un savoir

mathématique. Côté professeur, la fiche facilite les processus de dévolution et d'institutionnalisation des connaissances. La dévolution comporte la présentation des règles du jeu lors d'une partie à jeu découvert en groupe classe mais également la présentation des tâches mathématiques qui permet l'identification des savoirs en remplissant la « fiche élève » à ce moment-là également. Le processus d'institutionnalisation est enrichi par la fiche élève qui représente une mémoire didactique du travail réalisé par les élèves (en classe ou en individuel à la maison). Côté élèves, la fiche permet à ceux-ci de voir leurs apprentissages, leurs erreurs et leurs progrès. Cette fiche est utilisée par les élèves même si elle est facultative. Enfin, elle n'empêche pas le bon déroulement du jeu. Nous avons donc identifié des savoirs mathématiques relatifs à différents jeux de cartes utilisés en classe. La mise en œuvre en classe est enrichie par l'utilisation de « fiches élèves » qui permettent de participer aux processus de dévolution et d'institutionnalisation des connaissances et est bénéfique aussi bien pour le travail du professeur que celui des élèves.

BIBLIOGRAPHIE

Briand, J. & Chamorro, C. (1991). Glossaire de didactique. In *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques. Tome 1.* Actes du stage de Cahors. Paris : IREM de Paris VII, 141-145.

Brousseau, G. (2010). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques.* Site personnel de l'auteur.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *RDM 9-3, 309-336.*

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2007) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éd.), Sociedad, Escuela y Mathemáticas. *Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico*, Universidad de Jaén, 705-746.

Poisard, C., Riou-Azou, G., Valdivieso, F., Robin, R., et Le Guen, P. (2022). Éléments d'analyse de deux expériences d'ateliers mathématiques : en fin d'école primaire et en formation des professeurs. *Revue MathemaTICE.* En ligne : http://revue.sesamath.net/spip.php?article1490

Poisard, C. (2018, oct). La didactique des mathématiques pour décrire et analyser des activités d'animation scientifique. *Actes du colloque EMF Espace mathématique francophone.* Paris Gennevilliers, France.

Poisard, C. (2017). Ressources pour les professeurs au cycle 3 : quand un instrument de calcul ancien s'invite dans une classe utilisant les nouvelles technologies. *Actes des conférences dans les actes du colloque de l'IREM de Poitiers.* Conférence filmée : https://uptv.univ-poitiers.fr/maths2017

APPORT COMBINE DE DEUX ALGORITHMES D'IA POUR L'OPTIMISATION DES PARCOURS D'APPRENTISSAGE DANS LE PROJET ADAPTIV'MATH

François BOUCHET
Maître de conférences, Sorbonne Université
LIP6, équipe MOCAH
francois.bouchet@lip6.fr

Didier ROY
Chercheur, Inria
équipe Flowers
didier.roy@inria.fr

Résumé
Les algorithmes employant des techniques d'intelligence artificielle se retrouvent de plus en plus dans des solutions à destination des élèves et enseignants, mais il s'agit toutefois généralement de briques isolées. L'objectif de ce travail est de montrer comment deux algorithmes peuvent avoir des apports complémentaires dans le cadre d'une solution d'apprentissage des mathématiques en cycle 2. D'une part, un algorithme utilisant l'apprentissage par renforcement (ZPDES) personnalise le parcours de chaque élève, en suivant en temps réel sa progression et en lui proposant les exercices qui lui sont les plus adaptés. D'autre part, un algorithme de regroupement de profils (SACCOM) définit des groupes homogènes d'élèves autour de critères donnés (réussite à un exercice, nature des erreurs, …), facilitant la mise en place de pratiques pédagogiques différenciées et compensant la divergence des activités des élèves avec les parcours personnalisés.
Le projet Adaptiv'Math combine ces deux approches, proposant ainsi des phases d'apprentissage en autonomie et des interventions pédagogiques de l'enseignant en petits groupes.

INTRODUCTION

Le domaine des Systèmes Tuteurs Intelligents (STI) a vu son essor s'accroître ces dernières années, avec l'apparition des MOOCs, des jeux sérieux à objectif pédagogique, et l'utilisation de dispositifs numériques dans les écoles et les familles. Une question-clé en découle : comment personnaliser au mieux les parcours des utilisateurs afin qu'il soit proposé à chacun les exercices les plus adaptés et les plus motivants ?

Par ailleurs, si le système tuteur intelligent est destiné à être utilisé en classe, alors que l'on demande aux enseignants de mener des pratiques de pédagogie différenciée, un risque pourrait être que la personnalisation de parcours se fasse au détriment de la possibilité pour l'enseignant de savoir précisément ce que fait chacun. Une question-clé supplémentaire vient donc compléter la précédente : comment aider les enseignants à suivre l'activité de leurs élèves au sein du système tuteur intelligent de la meilleure façon possible en faisant émerger des regroupements de profils pour construire les stratégies pédagogiques les plus efficaces ?

Le projet Adaptiv'Math (https://www.adaptivmath.fr) s'inscrit dans cette problématique. Adaptiv'Math est une application à destination d'élèves du CP au CE2 visant à faire travailler différents domaines ou objectifs d'apprentissage (sens du nombre, résolution de problèmes...) regroupées au sein de cinq modules thématiques. Deux algorithmes d'Intelligence Artificielle (IA) travaillent conjointement à répondre aux deux questions précédemment posées : d'un côté, l'algorithme d'apprentissage adaptatif ZPDES choisit individuellement les exercices de chaque élève en fonction des compétences identifiées, de l'autre côté, l'algorithme de clustering SACCOM regroupe les élèves selon les exercices effectués et la manière dont ils sont réalisés par les élèves afin de proposer à l'enseignant des regroupements d'élèves aux caractéristiques

similaires. Dans cet article, nous nous proposons de décrire successivement le fonctionnement de chacun de ces deux algorithmes, puis de montrer leur complémentarité au sein de la solution Adaptiv'Math et les perspectives ouvertes par cette solution.

I - IA DANS LE PROJET ADAPTIV'MATH : L'APPROCHE ZPDES

1 Le contexte d'émergence de l'algorithme ZPDES

L'algorithme ZPDES (Zone of Proximal Development and Empirical Success) est issu des travaux de l'équipe Flowers d'Inria sur la modélisation des mécanismes d'apprentissage des humains (Clément, 2018). Les chercheurs de l'équipe conjuguent intelligence artificielle et différentes disciplines du développement (sciences cognitives, psychologie du développement, neurosciences, sciences de l'éducation) pour étudier les mécanismes d'apprentissage.

Le domaine de recherche des travaux de Flowers s'inscrit principalement dans le champ de l'intelligence artificielle développementale. L'intelligence artificielle développementale est un domaine de l'intelligence artificielle qui tire son inspiration de la psychologie développementale, et en particulier, de la façon dont les enfants apprennent en interagissant avec leur environnement. En robotique, l'intelligence artificielle développementale a de nombreuses applications et permet notamment d'envisager l'élaboration de robots qui sont capables de se construire leurs propres représentations du monde au travers de leurs interactions, et donc, d'être plus aptes à évoluer dans des environnements peu prédictibles.

Ainsi, l'équipe construit des algorithmes qui sont ensuite testés sur des machines afin de mieux comprendre comment les enfants humains apprennent, et cette recherche permet également de prototyper des machines ayant des capacités d'apprentissage.

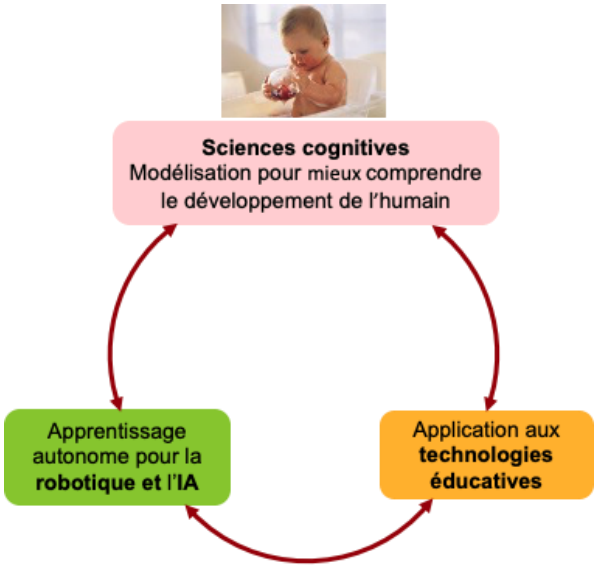


Figure 1. Champs de recherche de l'équipe Inria Flowers

Les algorithmes évoqués sont des algorithmes d'apprentissage automatique (machine learning), qui apprennent à partir de données. Dans le cas d'algorithmes du type de ZPDES, ils apprennent comment l'utilisateur peut progresser à partir de ce qu'il fait dans son parcours avec les exercices qui lui sont proposés. Ils permettent ainsi de déterminer le meilleur parcours d'apprentissage pour un apprenant humain à un instant donné, rendant possible une personnalisation des parcours.

2 La motivation intrinsèque, un moteur de l'apprentissage

Ces algorithmes exploitent des travaux fondamentaux de l'équipe Flowers sur la curiosité comme motivation intrinsèque fondamentale, moteur des apprentissages (humains, et par mimétisme, machines dans ce cas particulier). De même qu'un bébé explore son environnement et exploite les éléments de celui-

ci pour acquérir de nouvelles connaissances, ces algorithmes utilisent une "exploration par curiosité" pour personnaliser des parcours d'apprentissage humain en maximisant l'efficacité des exercices proposés et la motivation des apprenants. Chez l'humain, la motivation intrinsèque est définie comme le fait de faire une tâche pour la satisfaction inhérente qu'elle procure plutôt que pour une conséquence distincte. Lorsqu'une personne est intrinsèquement motivée, elle est amenée à agir pour le plaisir ou le défi présenté plutôt que pour des produits, des pressions ou des récompenses externes (Ryan & Deci, 2000).

Dès la naissance, les enfants explorent spontanément leur environnement. Ils font preuve d'une volonté omniprésente d'apprendre et d'explorer sans avoir besoin d'incitations extérieures pour le faire. Cette tendance naturelle à la motivation est un élément essentiel du développement cognitif, social et physique (Blaye & Lemaire, 2007).

L'expérience d'un progrès en apprentissage dans une tâche donnée déclenche en retour une récompense intrinsèque, l'apprentissage en soi influençant donc de manière causale l'état de curiosité et la motivation intrinsèque. Ainsi, il existe une boucle de rétroaction fermée et auto-renforcée entre l'apprentissage et la motivation intrinsèque suscitée par la curiosité (Gottlieb et al., 2013). Ce mécanisme peut être utilisé dans des algorithmes d'apprentissage actif afin de sélectionner des tâches (Baranes & Oudeyer, 2013), et la maximisation des progrès de l'apprentissage empirique permet de générer automatiquement des séquences d'exercices, dont l'efficacité est optimale pour certaines catégories d'exercices, et très efficace en général (Lopes et al., 2012).

Oudeyer et al. (2016) ont montré que le progrès en apprentissage est une mesure pertinente de la qualité des exercices (activités proposées par le système). Ainsi, les algorithmes développés sont basés sur l'idée que déterminer les exercices les plus pertinents, c'est identifier ceux avec lesquels l'apprenant progresse. Or disposer d'une métrique permettant de classer les exercices à destination de l'élève du plus pertinent au moins pertinent à instant donné (en fonction de ce que l'on sait de ses connaissances et capacités à cet instant) est un pré-requis indispensable à un type d'algorithmes dits de « bandit manchot multi-bras ».

3 Les algorithmes de bandit manchot au coeur de ZPDES

Dans le but d'identifier les exercices les plus efficaces pour l'apprenant, les algorithmes étudiés se basent sur des méthodes d'inférence statistique appelés algorithmes de bandit manchot multi-bras (ou MAB pour « multi-armed bandit »). Ces algorithmes permettent de résoudre le problème suivant : un utilisateur, face à des machines à sous (bandits-manchots) possédant des espérances de gain différentes, les récompenses moyennes pour une même somme pariée, doit décider sur quelle machine il est le plus rentable de jouer. L'objectif est de maximiser le gain cumulé de l'utilisateur. Ainsi, en fonction des tirages successifs, l'algorithme va inférer quelle est la machine qui a la plus grande espérance de gain et l'utiliser plus que les autres (on parle « d'exploitation ») tout en continuant d'explorer les autres machines afin de vérifier qu'elles sont moins pertinentes. Pour trouver la meilleure machine, il faut donc dépenser de l'argent à explorer chacune d'entre elles avant de pouvoir toujours déterminer la meilleure. C'est un compromis exploration-exploitation très utilisé dans le domaine de l'apprentissage machine.

Dans le cadre des travaux de l'équipe Flowers avec des systèmes tuteurs intelligents, ce ne sont pas des machines à sous qui sont étudiées, mais des exercices. Le joueur est remplacé par l'algorithme, le choix de la machine est remplacé par un choix de paramètres d'exercices, et le gain en argent est remplacé par un gain en progrès d'apprentissage de l'élève. Ainsi, l'algorithme va choisir les exercices en fonction du progrès qu'elles permettent à l'apprenant de faire, tout en explorant un « graphe d'activités[1] » pour trouver d'autres exercices pertinents. Une des particularités ici est que si l'espérance de gain d'une machine à sous reste la même tout au long du jeu, il n'en va pas de même pour l'espérance de gain en progrès d'apprentissage avec un exercice qui, elle, est non stationnaire. En effet, un exercice donné cessera

[1] Nous considérerons dans le contexte de cet article exclusivement des exercices à réaliser par l'élève, mais du point de vue de l'algorithme, il peut tout aussi bien s'agir d'une autre activité (par exemple une vidéo à regarder – la réussite consistant alors à l'avoir vue entièrement).

de fournir un progrès d'apprentissage lorsque l'élève aura atteint un certain niveau de maîtrise de la compétence qu'il fait travailler. Inversement, un exercice précédemment trop difficile pour élève (ne lui permettant donc pas de progresser) peut, une fois les notions pré-requises maîtrisées, devenir accessible et fournir désormais un progrès d'apprentissage important pour lui. Cela nécessite par conséquent des mécanismes spécifiques pour suivre l'évolution de la récompense en progrès d'apprentissage.

4 Une banque d'exercices à explorer-exploiter avec ZPDES

En supposant un graphe d'activités pédagogiques préalablement défini pour un système tuteur intelligent (par exemple à la manière de (Térouanne et al., 2021)), des méthodes appropriées peuvent alors explorer et exploiter celui-ci pour proposer des exercices à l'apprenant. Ces exercices, issus d'une banque d'exercices, peuvent se présenter de différentes manières telles que des questions à choix multiples, des opérations abstraites à calculer au crayon, des jeux où les objets doivent être comptés par manipulation, etc. Ce formalisme permet de définir les différentes possibilités de sélection par l'algorithme, le défi consistant alors à trouver la séquence d'exercices qui va maximiser le progrès de l'élève et sa motivation.

La banque d'exercices pouvant être très grande, le problème à traiter par l'algorithme de bandit manchot multi-bras peut devenir très complexe et nécessiter beaucoup d'activités à faire par l'apprenant avant d'avoir une sélection optimale des exercices. Pour résoudre ce problème, deux théories sont mobilisées et combinées, celle de la Zone Proximale de Développement (ZPD)[2] (Vygotsky, 1978) et celle du Flow[3] (Csikszentmihalyi 1975 ; Csikszentmihalyi, 1990). Ceci apporte des contraintes dans l'exploration du graphe afin de limiter le nombre d'exercices sélectionnables en même temps, et ainsi de guider l'algorithme de bandit manchot multi-bras dans son exploration (cf. Figure 2).

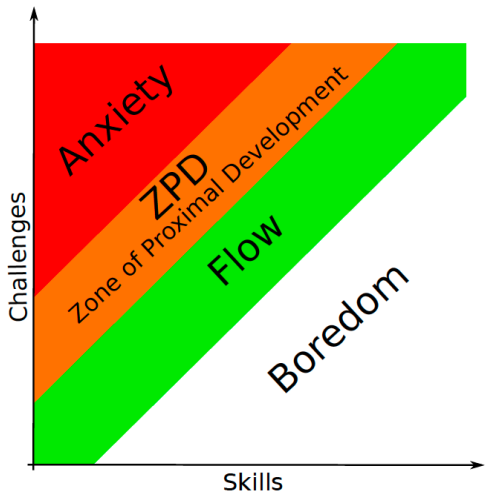


Figure 2. Entre ennui et anxiété, l'importance de choisir des exercices adaptés : ni trop faciles, ni trop difficiles

La Figure 3 montre pour un élève donné comment évolue la zone d'exploration-exploitation dans laquelle opère ZPDES en fonction des résultats de cet élève. ZPDES et d'autres algorithmes du même type ont été expérimentés en situation pour en mesurer l'impact.

[2] Le concept de ZPD a été introduit par Vygotsky (1978) et représente l'ensemble des activités qu'un apprenant peut faire avec de l'aide et ne peut pas faire sans et suggère que cet ensemble d'activités présente une valeur pédagogique particulière.

[3] Concept selon lequel, "au-delà de l'ennui et de l'anxiété", les gens sont intrinsèquement motivés par des activités qui présentent un défi optimal leur permettant d'entrer dans l'état de Flow. Il est ensuite (1991) décrit comme l'état mental dans lequel une personne est totalement immergée dans un sentiment de concentration énergique, d'implication totale et de plaisir dans le processus d'une activité conduisant à une expérience optimale. Pour entrer dans cet état, l'habileté de la personne doit correspondre au défi de l'activité, c'est-à-dire présenter un défi optimal, ni trop facile ni trop difficile.

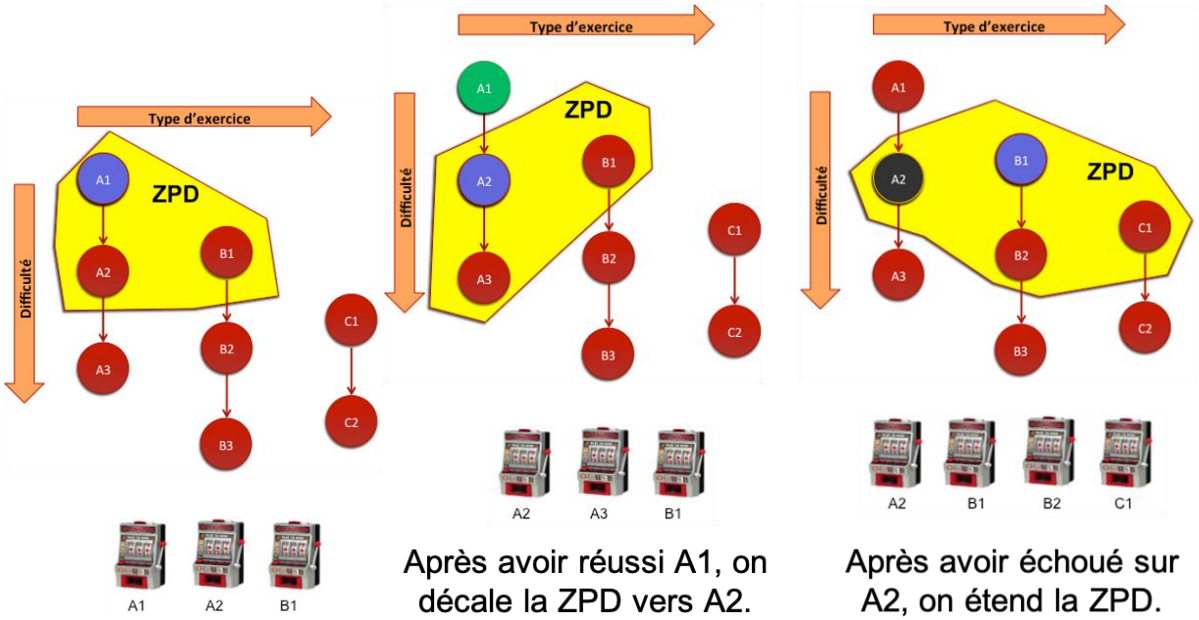


Figure 3. Un exemple d'exploration-exploitation de la banque d'exercices

5 Expérimentations en classe : le projet Kidlearn

L'équipe Flowers travaillant également sur la conception de méthodologies d'évaluation utilisant des outils de psychologie expérimentale pour mesurer les impacts des algorithmes, tels que ZPDES, en terme d'efficacité de l'apprentissage et de motivation des utilisateurs, des expérimentations ont été conduites, en partenariat avec le rectorat de l'académie de Bordeaux, au sein de plusieurs dizaines de classes de CE1, dans le cadre du projet Kidlearn[4].

L'algorithme ZPDES a été dans un premier temps testé en simulation puis en situation réelle dans le projet Kidlearn auprès de plus de 1000 enfants de CE1 (Clément, 2018). Pour cela, une application sous forme d'un learning game sur l'utilisation de la monnaie a été développé, dans laquelle plusieurs types d'exercices sont proposés. L'élève peut être client ou marchand, avec un ou plusieurs objets, et doit composer des montants avec des pièces et des billets, avec des nombres entiers ou décimaux, les niveaux scolaires couverts s'étendant du CP au CM1 afin d'avoir une banque d'exercices suffisamment importante à explorer (cf. Figure 4) et couvrant des compétences mathématiques suffisamment larges.

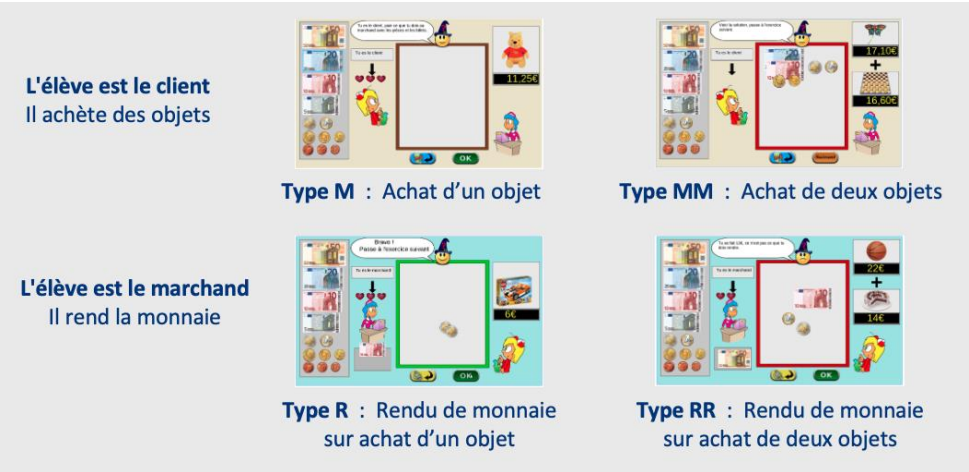


Figure 4. Les différents types de rôles et d'exercices dans Kidlearn (Clément, 2018)

[4] https://flowers.inria.fr/research/kidlearn/

La stratégie de personnalisation menée avec ZPDES consiste à suivre en temps réel les progrès individuels d'apprentissage de chaque apprenant, en analysant ses résultats, pour lui proposer en permanence les exercices qui vont lui être les plus profitables et les plus motivants. Pour cela, ZPDES permet d'explorer des activités du graphe et d'en estimer l'impact sur l'apprentissage de l'élève concerné, puis d'exploiter celles estimées comme étant les plus efficaces.

6 L'algorithme ZPDES en action

Les figures suivantes montrent une comparaison des parcours d'exercices réalisés par les élèves selon qu'ils suivent un parcours pédagogique prédéfini par un enseignant-expert ou ce parcours réorganisé dynamiquement en temps réel par ZPDES pour l'adapter et le personnaliser pour chaque élève.

En ordonnées sont disposés les différents types d'exercices présents dans le jeu d'apprentissage du projet Kidlearn sur l'utilisation de la monnaie. Plus on monte dans les ordonnées, plus la difficulté est importante. Les petits rectangles verticaux représentent les couples élève-activité, en vert si l'exercice a été réussi, en violet si l'exercice n'est pas encore réussi, sans couleur si l'exercice n'a pas encore été réalisé.

On observe qu'avec ZPDES les parcours sont plus variés et amènent les élèves plus loin dans leurs apprentissages (cf. Figures 5 et 6).

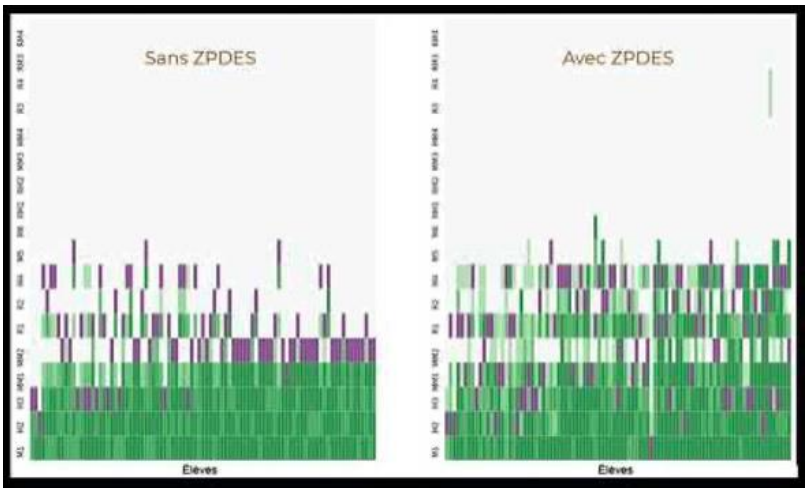


Figure 5. Parcours avec et sans ZPDES pour 100 élèves (en abscisse)

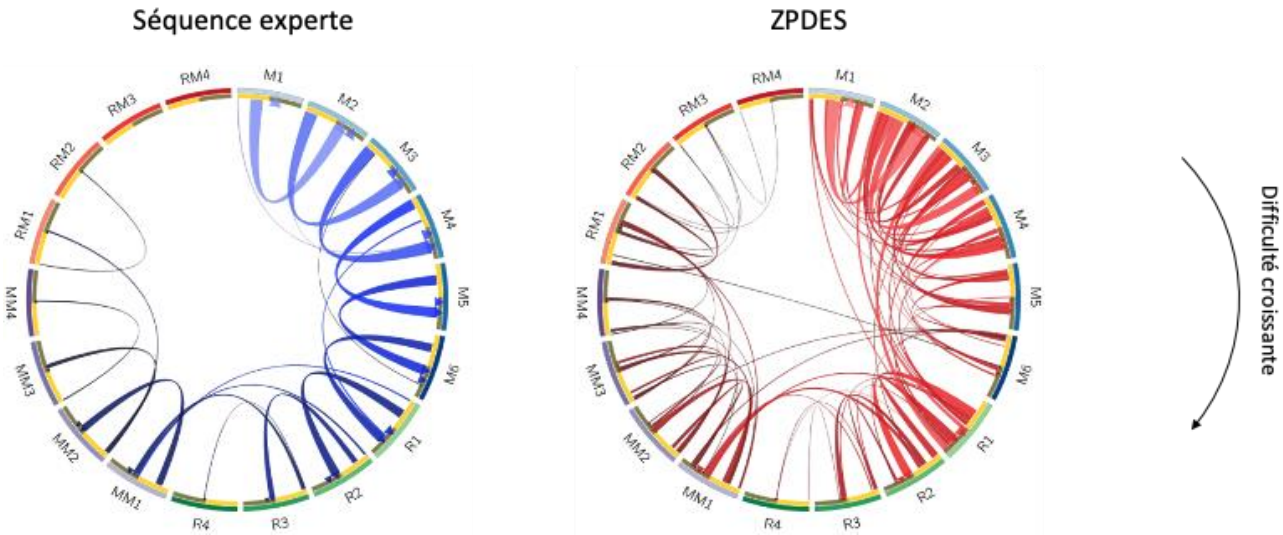


Figure 6. Une autre représentation de la comparaison avec ou sans ZPDES

Sur la Figure 6, l'épaisseur d'un tracé est proportionnelle au nombre d'élèves concernés par le changement de type d'exercice. Nous constatons là aussi que les parcours des élèves sont plus variés avec ZPDES, visibles avec les tracés traversant le disque, et que les niveaux atteints sont plus élevés.

Une thèse a été réalisée sur la conception et l'étude l'algorithme ZPDES (Clément 2018), décrivant l'algorithme lui-même en détails, et également les outils, mesures et questionnaires mis en œuvre pour analyser son impact sur les progrès et la motivation des apprenants. Les conclusions de ce travail de recherche indiquent que ZPDES est efficace pour l'apprentissage des élèves et permet de les maintenir motivés.

II - IA DANS LE PROJET ADAPTIV'MATH : L'ALGORITHME SACCOM

L'algorithme SACCOM (Student Activity Clustering for Classroom Orchestration & Monitoring) a été développé pour le projet Adaptiv'Math en vue de répondre à la deuxième question évoquée en introduction, à savoir comment faire des regroupements d'élèves permettant à l'enseignant de suivre de manière simple et compréhensible la diversité des parcours de ses élèves. Il repose sur des méthodes dites de **clustering** relativement classiques mais modifiées pour prendre en compte les nombreuses spécificités du contexte d'application. Il est développé par l'équipe MOCAH du LIP6 qui se spécialise dans la combinaison des approches d'IA dite numérique (fondée sur l'analyse de données) et symbolique (pour la représentation des connaissance et le raisonnement) en éducation, en s'attachant notamment à la compréhensibilité des décisions par l'utilisateur final (apprenant ou enseignant).

1. Principe général du clustering

Le clustering est une technique d'apprentissage automatique (ou machine learning) dite non supervisée. Dans un algorithme supervisé, on fournit des exemples de ce que l'on souhaite identifier automatiquement (par exemple des photos de chats), des contre-exemples (des photos sans chats) et moyennant un travail (non trivial) de bonne mise en forme des données, on laisse le soin à l'algorithme de déterminer ce qui distingue les éléments à classifier dans le but d'identifier aussi bien que possible de futures instances (i.e. dire si dans une photo jamais vue il y a ou non un chat). Dans le cas de l'apprentissage non supervisé, on ne connaît pas a priori les catégorisations à faire. On fournit donc à l'algorithme un ensemble d'exemples mises en forme de manière aussi pertinente que possible, et on lui laisse le soin de les regrouper "au mieux". On peut ensuite analyser les regroupements produits pour leur donner une interprétation a posteriori.

2. Le clustering en contexte éducatif

Des recherches antérieures ont largement proposé des restitutions aux enseignants en constituant des groupes au sein d'une classe à partir des méthodes de clustering pour les aider à suivre la progression des élèves. Ainsi Fadljevic et al. (2020) proposent un système adaptatif visant à constituer des groupes de différents niveaux de compétences en lecture pour des élèves de collège. Les résultats du clustering (algorithme K-Means) ont montré des corrélations positives entre les niveaux de difficulté du texte et le temps de lecture pour les 4 groupes étudiés. Li et Yoo (2006) ont pour leur part proposé une chaîne de Markov basée sur du clustering pour modéliser les comportements en ligne des élèves pendant le processus d'apprentissage pour un enseignement plus efficace et adaptatif. D'autres approches utilisent des méthodes de clustering (algorithme K-Means ou clustering hiérarchique) pour regrouper les séquences d'interactions des élèves dans les MOOCs (Köck & Paramythis, 2011) ou les environnements hybrides (Akpinar et al., 2020). McBroom et al. (2020) s'appuient sur un nouvel algorithme de clustering hiérarchique (DETECT) pour identifier les tendances du comportement des élèves à partir des données temporelles. En particulier, il permet de capturer les comportements des élèves susceptibles d'abandonner sur certains types d'exercices, information qui pourrait nous intéresser par la suite pour analyser les trajectoires individuelles de chaque élève.

Au-delà de ces exemples, les techniques de clustering peuvent également être utilisées à des fins plus diverses dans un contexte éducatif. Ainsi Lopez et al. (2012) ont employé une méthode de clustering par maximisation des espérances (EM) pour déterminer si la participation des élèves sur Moodle pourrait être

un bon prédicteur des notes finales, et Käser et al. (2013) ont utilisé le résultat de l'application de l'algorithme de clustering K-Means pour prédire le pourcentage de réussite/échec des élèves. D'autres ont regroupé les élèves dans des catégories selon leur niveau d'engagement (Bouchet et al., 2013; Khalil et al., 2016) ou selon la nature des questions posées par ceux-ci (Harrak et al., 2020).

3. Du besoin d'adaptation du clustering

3.1 Un algorithme en deux temps

Traditionnellement, un algorithme de clustering fonctionne en un temps unique : à partir des données représentant N instances décrites selon M attributs qui lui sont présentées, l'algorithme détermine le meilleur partitionnement de celles-ci en un nombre K de groupes. La valeur de K peut être fixée par l'utilisateur ou déterminée automatiquement. En fonction de ce partitionnement, et du type d'algorithme de clustering utilisé, chaque instance existante peut ensuite être associée à un, plusieurs ou aucun des clusters appris. Dans le contexte d'Adaptiv'Math, N représenterait les élèves d'une classe (donc $N \in [15, 35]$) et est donc relativement faible, ce qui peut poser certains problèmes :

1. des comportements atypiques, mais correspondant à des problèmes réels bien que peu fréquents, risquent de ne se retrouver que chez un ou deux élèves dans la classe. Ils sont alors peu susceptibles d'être capturés par le clustering (soit ils seront filtrés au préalable dans une phase de détection des données aberrantes, soit l'algorithme de clustering risque de les associer, à tort, avec d'autres points distants) ;
2. inversement, certains élèves présentant des comportements atypiques mais pour des raisons extrinsèques (ex : problème avec une machine, interruptions répétées par un camarade ou par l'enseignant pendant qu'il fait des exercices) pourraient de manière artificielle constituer un cluster qui n'aurait que peu de sens d'un point de vue pédagogique. C'est d'autant plus vrai si ces problèmes ont lieu en début d'utilisation, où peu de traces ont été collectées au niveau de la classe.
3. ZPDES induit intrinsèquement une part d'aléatoire dans les exercices présentés aux élèves puisqu'il explore notamment différents objectifs ouverts à chaque élève pour déterminer son niveau sur ces exercices. Sur un petit effectif, il est donc normal d'avoir des exercices traités qui sont assez différents, ce qui complique la recherche de similarité dans les activités des élèves.

Le clustering traditionnel dont nous venons de lister les inconvénients dans notre contexte n'est donc pas idéal dans le cas d'Adaptiv'Math. Nous y référerons sous le terme de "**clustering local"** (puisque l'on apprend que sur les données, locales, d'une classe unique d'élèves). Par opposition à ce clustering local, nous proposons donc une approche en deux temps, inspirée des travaux de Harrak, Bouchet & Luengo (2019):

1. dans un premier temps, une **phase** dite **d'entraînement** permet de déterminer le meilleur partitionnement possible à partir des traces d'activité de l'ensemble des élèves ayant travaillé sur le système. Ce partitionnement permet de former plusieurs groupes ou clusters. Au sein de chaque cluster, il est possible de déterminer un centroïde, qui correspond à un élève prototypique représentatif des caractéristiques de ce cluster.
2. dans un second temps, une **phase** dite de **prédiction** permet d'appliquer le partitionnement précédemment appris pour déterminer à quel cluster appartient un nouvel élève, en fonction de la distance de ce nouvel élève à chacun des centroïdes des différents clusters.

Dans cette version adaptée du clustering, le nombre d'élèves considéré est alors bien supérieur, augmentant les chances d'obtenir des clusters réellement représentatifs de profils d'activités différents puisqu'ils se retrouvent au sein de différentes classes. Nous référerons par la suite à ce type d'approche dans lequel on apprend sur un ensemble de données avant d'appliquer ce partitionnement à de nouvelles données sous le terme de "**clustering global"**.

Un des problèmes liés au clustering global est celui dit du "démarrage à froid". Ce problème est courant dans l'apprentissage automatique : il est lié au fait qu'en absence de données initiales, un algorithme est

parfois très peu performant. Ce problème est magnifié dans le cas du clustering global qui demande de disposer de données sur un grand nombre d'élèves avant de pouvoir prédire quoi que ce soit. SACCOM contourne ce problème lors du lancement d'un nouveau module en commençant par un mode "dégradé" utilisant le clustering local, puis lorsque suffisamment de traces sont disponibles, un entraînement est réalisé à partir de l'ensemble des traces avec ensuite un basculement vers le clustering global. Cet entraînement lui-même peut être réalisé à intervalles réguliers (par exemple tous les mois) pour y intégrer les dernières traces, et ce au moins jusqu'à ce qu'une année scolaire complète ait eu lieu pour avoir une vision aussi complète que possible des différentes activités des élèves.

3.2 Contraintes pédagogiques

Un algorithme de clustering standard peut proposer un nombre arbitraire de clusters. Certains nombres correspondent toutefois mieux à la structure sous-jacente des données, et on préfère donc utiliser certaines heuristiques (optimisation du BIC [critère d'information bayésien] ou ``elbow method'') afin de sélectionner automatiquement ce nombre. Cependant, dans le contexte d'une aide au suivi et au pilotage de classe, il n'est pas souhaitable de se fonder uniquement sur ces heuristiques qui pourraient résulter en deux cas extrêmes :

- un partitionnement avec un unique cluster : si une classe est particulièrement homogène, il pourrait arriver que tous ses élèves se retrouvent dans un cluster unique. Il ne serait alors pas possible pour l'enseignant de distinguer des sous-groupes éventuels au sein de ce cluster unique.
- un partitionnement avec un nombre élevé de clusters (par exemple 10) : si une classe est particulièrement hétérogène, il pourrait arriver que les élèves se retrouvent dans de nombreux clusters, ce qui limite l'intérêt pratique des clusters qui est de réduire le nombre de cas à regarder pour l'enseignant.

Nous avons donc mis en place des heuristiques visant à rendre impossible ces cas extrêmes en garantissant un nombre de clusters systématiquement compris entre 2 et 5. En pratique, cela revient respectivement à scinder en deux les élèves d'un cluster unique, et à regrouper les élèves les plus proches de clusters distincts.

Même en fixant le nombre de clusters souhaité, il n'y a pas de garantie dans l'équilibre du nombre d'élèves associés à chacun d'entre eux. Il est donc possible d'avoir une classe de 25 élèves séparée en 3 clusters, avec 22 élèves d'un côté, 2 élèves dans un deuxième cluster, et 1 élève seul dans le dernier cluster. Pour l'enseignant, cela signifie traiter un groupe constitué quasiment de toute la classe (donc pas de petite taille), et inversement de faire du cas par cas (donc pas de travail en groupe), alors que la pédagogie différenciée préconise plutôt d'avoir recours à des petits groupes. Pour limiter ce phénomène, nous avons donc mis en place des contraintes dans la recherche de clusters qui visent à effectuer des regroupements de clusters comportant en priorité peu d'élèves pour constituer des clusters plus conséquents en taille, en respectant la limite minimale de 2 clusters par classe.

3.3 Choix des variables

Bien que non spécifique au contexte d'Adaptiv'Math, toute utilisation d'un algorithme de type clustering pose la question de la modélisation des données, autrement dit, l'identification des M attributs utilisés pour effectuer les regroupements. Plus ces données sont fines, plus les clusters constitués seront sémantiquement pertinents. Inversement, si par exemple on ne dispose que du temps passé sur chaque exercice, les clusters formés ne pourront représenter que les élèves rapides vs. les élèves lents.

Un autre point important, et moins courant, est la question de la restitution de l'information permettant à l'enseignant-utilisateur de comprendre la nature des clusters dans sa classe. En effet, même en limitant à un sous-ensemble des variables existantes celles utilisées pour la constitution des clusters, rien n'empêche d'utiliser l'ensemble pour leur interprétation. Ainsi sur la figure 7 à gauche, chaque instance est représentée par deux coordonnées (X et Y) correspondant donc à deux variables différentes. Bien qu'il soit évidemment possible d'utiliser les dimensions X et Y pour constituer des clusters, il est également possible de n'utiliser qu'une seule dimension (par exemple X) pour les former, ce qui donne les clusters rouges et

bleus sur la figure 7 à droite. Quand il s'agit d'interpréter ce qui distingue les clusters rouges et bleus, il est alors possible de se référer aux variables qui ont été utilisées pour la constitution de ceux-ci (par exemple pour dire que le cluster bleu se caractérise par une valeur de X plus élevée) mais aussi aux variables non utilisées pour leur constitution (par exemple pour dire que le cluster bleu se caractérise aussi par une valeur de Y plus élevée).

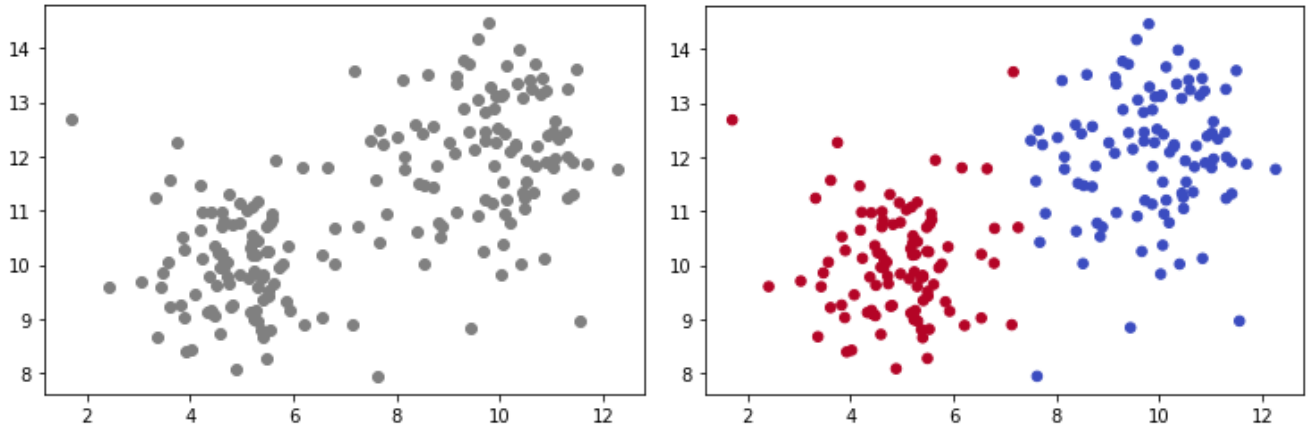


Figure 7. Clusters de points dans un espace en 2 dimensions (X, Y) mais dont la constitution ne dépend que de l'axe X

En pratique, dans le contexte d'Adaptiv'Math, parmi les attributs communs à tous les clusterings (quel que soit le module), pour chaque objectif (15 à 20 par module) et chaque niveau de difficulté (4 à 6 selon les objectifs), on calcule :

- le score moyen obtenu - qui permet de déterminer à quel point un niveau est déjà maîtrisé ou en cours d'acquisition ;
- la durée moyenne passée sur un exercice - qui donne une idée de la facilité avec laquelle un élève réalise un exercice (s'il est réussi) ou du degré d'effort impliqué dans sa réalisation. Associé au score, il peut donc donner une idée du degré de maîtrise d'un objectif ;
- le niveau de difficulté maximum atteint - qui donne une idée de la progression de l'élève sur cet objectif, puisqu'un niveau *n* ne se débloque que si un niveau *n-1* est considéré comme maîtrisé par ZPDES (i.e. un certain score a été atteint sur les exercices de niveau *n-1* dans cet objectif) ;
- le nombre d'exercices - qui donne une idée de la proportion de temps passé par l'élève à travailler ou valider un niveau de difficulté donné.

3.4 Fenêtre temporelle

Au fil du temps, chaque élève accumule des traces de ses différentes activités lorsqu'il travaille sur les exercices qui lui sont proposés automatiquement par ZPDES. Dans le contexte d'une utilisation sur une période étendue (plusieurs mois), qui est une hypothèse pertinente dans le cas d'Adaptiv'Math qui intègre plusieurs milliers d'exercices[5] au sein de chaque module (même si chaque élève n'a pas vocation à tous les faire), une nouvelle contrainte relative au choix des traces est à considérer. En effet, lorsqu'on est au début du mois de juin, il est intuitivement peu pertinent d'accorder autant de poids aux exercices réalisés par un élève au mois de septembre qu'à ceux faits au mois de mai.

Pour résoudre ce problème, nous avons mis en place un système de fenêtre temporelle : lors de l'entraînement, on segmente les traces en période de *Tj* jours (par exemple 15 jours), ce qui a pour bénéfice d'augmenter également le nombre d'instances *N* disponibles pour l'entraînement (ex : là où un élève actif pendant deux mois n'aurait généré qu'une seule séquence complète d'activités, il génère désormais quatre

[5] Chaque module est réalisé par une équipe d'auteurs distinctes qui génèrent et valident manuellement des variantes d'exercices standards initialement proposés

séquences de 15 jours). Pour la prédiction du cluster d'appartenance d'un élève donné, on ne considère alors que les traces d'activité produites au cours des *Tj* derniers jours. Il est alors nécessaire d'introduire également un nombre minimum d'exercices réalisés sur une période de *Tj* jours pour considérer l'élève actif sur cette période – dans le cas contraire, on ignore les quelques traces éventuellement produites.

III - FONCTIONNEMENT CONJOINT DES ALGORITHMES DANS ADAPTIV'MATH

Pour comprendre en pratique comment les algorithmes fonctionnent de concert dans le contexte d'Adaptiv'Math, nous nous proposons dans cette section de décrire le déroulement d'une séquence d'utilisation du logiciel par un élève, tel qu'illustré dans la figure 8.

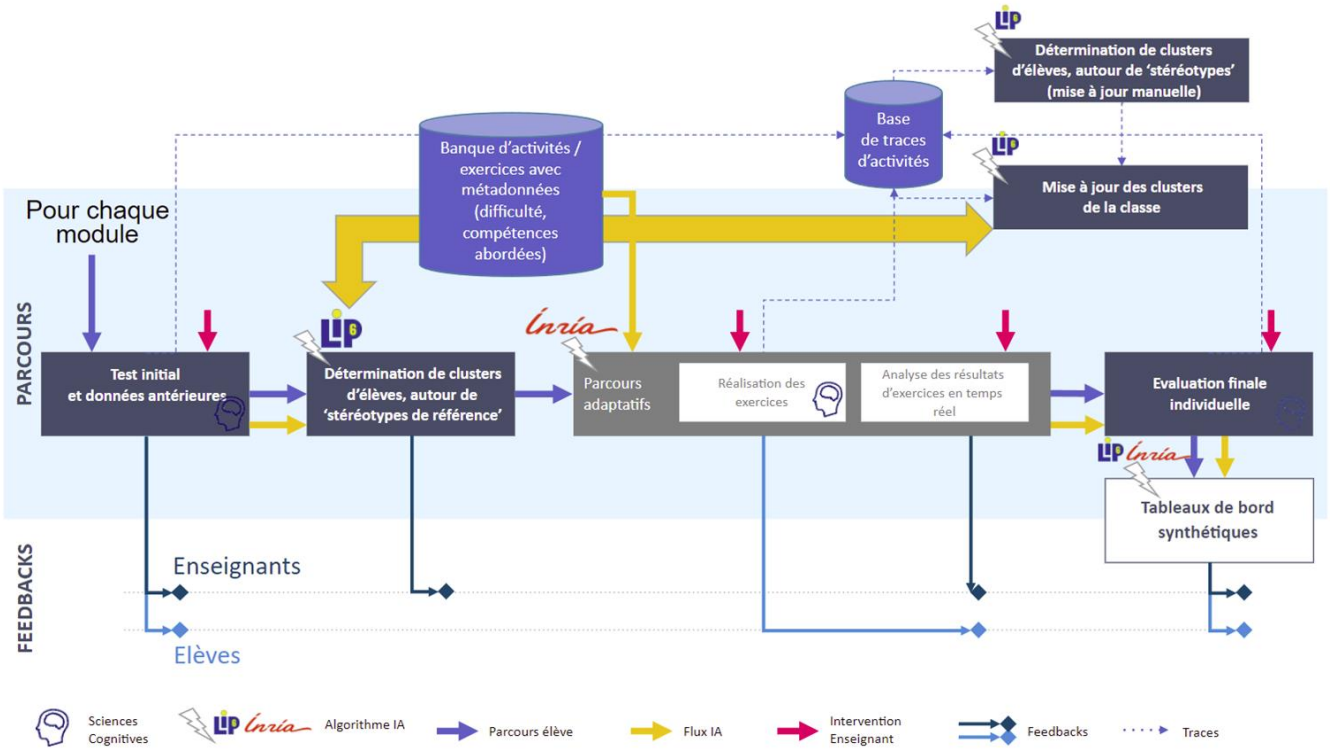


Figure 8. Les différentes étapes d'utilisation d'Adaptiv'Math illustrant l'intervention des deux algorithmes d'IA

Quand l'élève commence à utiliser l'application, il voit les modules qui ont été débloqués pour lui par l'enseignant parmi les cinq disponibles. Quand il commence un module, il doit passer un test initial qui utilise des exercices choisis pour estimer au mieux le niveau de l'élève parmi les exercices réalisés par les experts en sciences cognitives. Toutes les traces d'activité de l'élève (les bonnes/mauvaises réponses mais aussi les essais de glisser-déposer, les hésitations, les temps de réponse…) sont enregistrées dans la base de traces d'activité. Ce sont ces traces qui sont collectées à large échelle (en cas d'accord préalable de l'élève et de l'enseignant) et qui servent à déterminer des clusters comme vu dans la présentation de l'algorithme SACCOM. Une fois le test terminé, l'enseignant en est informé via le tableau de bord à partir duquel il peut piloter sa classe (cf. Figure 9). Lorsque tous les élèves de la classe ont réalisé ce test initial, il est possible de déterminer les clusters de la classe en communiquant avec le module d'IA SACCOM qui connaît les clusters de référence sur toutes les classes, et va renvoyer un partitionnement des élèves propre à la classe mais qui tire partie des connaissances accumulées sur l'ensemble des élèves ayant utilisé Adaptiv'Math. Les exercices de départ sont alors attribués à chaque élève en fonction du cluster auquel il est rattaché (au lieu d'avoir des exercices de départ potentiellement différents pour chaque élève), renforçant ainsi la cohérence des parcours dans la classe tout en gardant une individualisation des

parcours par la suite. Chaque élève commence alors à réaliser des exercices de ce module conçus par des experts en sciences cognitives, selon un parcours propre à chacun grâce à l'algorithme ZPDES. Ces résultats sont analysés en temps réel pour déterminer le meilleur exercice suivant pour l'élève, c'est-à-dire celui qui le fera progresser le plus vite. Il s'appuie donc pour cela sur une banque d'exercices finement indexée, et les traces de ce que font chaque élève dans ces exercices, comme dans le test initial, sont enregistrées. Ces informations individuelles sur ce que fait chaque élève sont bien sûr toujours visibles sur le tableau de bord de l'enseignant, qui peut voir les types d'exercices réalisés par chaque élève et le niveau de difficulté atteint pour chaque type d'exercice. Quand les élèves ont fait suffisamment d'exercices, un nouveau calcul des clusters de la classe peut être proposé à l'enseignant s'il ne le fait pas par lui-même. Ces clusters ou regroupements d'élèves sont bien sûr visualisables par l'enseignant, également sur le tableau de bord de pilotage de sa classe (cf. Figure 10). Finalement, à la fin d'un module, un test synthétique permet de bien vérifier ce que l'élève a pu apprendre. Son résultat est également affiché sur le tableau de bord et ses traces sont enregistrées.

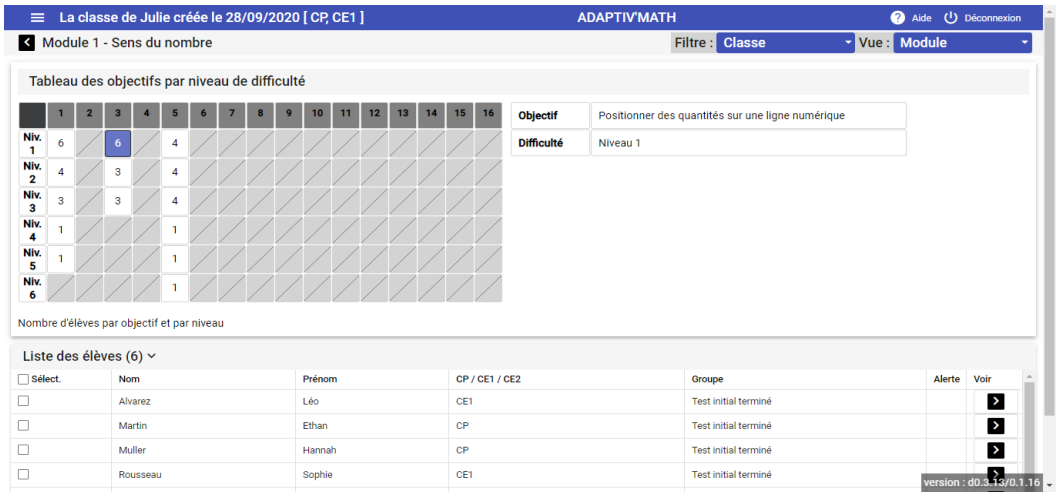


Figure 9. Tableau de bord permettant de voir la progression des élèves au sein des différents objectifs de ZPDES

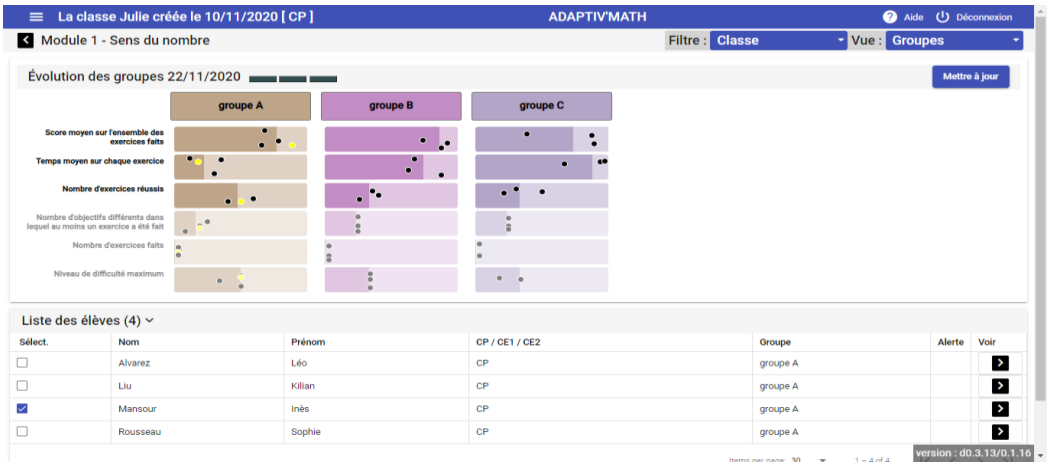


Figure 10. Tableau de bord de suivi des élèves au sein des clusters (3 clusters pour cette classe)

À tout moment l'enseignant garde le contrôle de la progression de sa classe et de chaque élève. Il peut ainsi donner ou non accès aux exercices d'un module à un élève, limiter l'accès à certains exercices dans le graphe d'activités utilisé par ZPDES (s'il veut par exemple que certaines notions ne soient pas encore abordées, même par des élèves en avance), visualiser les clusters et s'en servir pour donner des exercices de remédiation qui viennent s'insérer dans la séquence normalement déterminée par ZPDES. Cet usage de l'intelligence artificielle n'est donc bien sûr pas destiné, de quelque façon que ce soit, à faire remplacer

l'enseignant par un dispositif numérique auto-adaptatif, ce qui serait à la fois absurde et inefficace, mais vise à mettre un outil supplémentaire à sa disposition.

CONCLUSION

Nous avons présenté ici deux algorithmes, SACCOM et ZPDES, fondés sur deux paradigmes différents d'IA (apprentissage non supervisé et apprentissage par renforcement) qui, une fois associés, offrent une expérience pour l'enseignant qui n'aurait pas été possible en considérant chaque algorithme de manière séparée. L'ambition est de permettre à l'enseignant de construire des temps de classe proposant des contenus personnalisés pour chaque élève, prenant en compte ses réussites et ses échecs. C'est une aide à la réussite de chaque élève, en difficulté scolaire ou non, d'autant plus intéressante que durant ce temps l'enseignant peut accompagner plus spécifiquement les élèves à besoins particuliers.

Début 2021, les deux algorithmes sont exploités au sein de l'application Adaptiv'Math en cours de test parmi un ensemble de 137 classes pilotes (Harrak & Bouchet, 2021), réparties sur plusieurs académies, mais aussi au sein d'Adaptiv'Langue[6], solution pour les cours de grammaire et d'orthographe en lycée, puisque les algorithmes sont agnostiques par rapport au domaine considéré (il est uniquement nécessaire que les exercices soient indexés et tracés). Parmi les perspectives d'évolution, l'intégration des deux algorithmes pourrait être encore renforcée pour que les regroupements d'élèves ne soient pas utilisés par ZPDES uniquement au début d'un module mais également plus tard. Ce point est cependant complexe car les activités divergent de plus en plus au fil du temps et dans une classe hétérogène, le risque serait réel de retarder les plus rapides ou de forcer les élèves qui sont en cours d'acquisition d'une notion à avancer trop vite. Au niveau de l'algorithme SACCOM, l'exploitation d'attributs basés sur des séquences significatives (ex : échec sur plusieurs exercices successifs) au lieu d'événements individuels (ex : réussite sur un exercice) pourrait permettre d'améliorer la constitution ou au moins l'explication associée à chaque cluster.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Akpinar, N.-J., Ramdas, A., & Acar, U. (2020). Analyzing Student Strategies in Blended Courses Using Clickstream Data. *Proc. of the 13th International Conference on Educational Data Mining*. EDM 2020, Ifrane, Morocco.

Baranes, A., & Oudeyer, P. Y. (2013). Active learning of inverse models with intrinsically motivated goal exploration in robots. *Robotics and Autonomous Systems*, *61*(1), 49-73.

Bouchet, F., Harley, J. M., Trevors, G. J., & Azevedo, R. (2013). Clustering and Profiling Students According to their Interactions with an Intelligent Tutoring System Fostering Self-Regulated Learning. *Journal of Educational Data Mining*, *5*(1), 104-146.

Clément, B. (2018). *Adaptive Personalization of Pedagogical Sequences using Machine Learning*. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux. https://hal.inria.fr/tel-01968241

Csikszentmihalyi, M. (1990). *Flow: The psychology of optimal experience*. New York: Harper & Row.

Csikszentmihalyi, M. (1975). *Beyond boredom and anxiety*. San Francisco: Jossey-Bass.

Fadljević, L., Maitz, K., Kowald, D., Pammer-Schindler, V., & Gasteiger-Klicpera, B. (2020). Slow is good : The effect of diligence on student performance in the case of an adaptive learning system for health

6 https://www.dane.ac-versailles.fr/outils/article/adaptiv-langue-et-adaptiv-langue-plus-la-grammaire-par-l-intelligence

literacy. *Proceedings of the Tenth International Conference on Learning Analytics & Knowledge*, 112-117. https://doi.org/10.1145/3375462.3375502

Gottlieb, J., Oudeyer, P. Y., Lopes, M., & Baranes, A. (2013). Information-seeking, curiosity, and attention: computational and neural mechanisms. *Trends in cognitive sciences*, *17*(11), 585-593. https://doi.org/10.1016/j.tics.2013.09.001.

Harrak, F., Bouchet, F., & Luengo, V. (2020). Liens entre performance, assiduité et questions posées et votées en ligne dans le cadre d'une classe inversée. *Sciences et Technologies de L´Information et de La Communication Pour L´Éducation et La Formation*, *27*(2). https://doi.org/10.23709/sticef.27.2.2

Harrak, F., & Bouchet, F. (2021). Aide au suivi de la progression de groupes d'apprenants pour la mise en place d'une pédagogie différenciée. In M. Lefevre & C. Michel (Éds.), *10e Conférence sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain* (p. 312-317). https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03287778

Käser, T., Busetto, A. G., Solenthaler, B., Kohn, J., von Aster, M., & Gross, M. (2013). Cluster-Based Prediction of Mathematical Learning Patterns. In H. C. Lane, K. Yacef, J. Mostow, & P. Pavlik (Éds.), *Artificial Intelligence in Education* (p. 389-399). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-39112-5_40

Khalil, M., & Ebner, M. (2016). Clustering patterns of engagement in Massive Open Online Courses (MOOCs) : The use of learning analytics to reveal student categories. *Journal of computing in higher education*, 1-19. https://doi.org/10.1007/s12528-016-9126-9

Köck, M., & Paramythis, A. (2011). Activity sequence modelling and dynamic clustering for personalized e-learning. *User Modeling and User-Adapted Interaction*, *21*(1), 51-97. https://doi.org/10.1007/s11257-010-9087-z

Li, C., & Yoo, J. (2006). Modeling student online learning using clustering. *Proceedings of the 44th annual Southeast regional conference*, 186-191. https://doi.org/10.1145/1185448.1185490

Lopes, M., Lang, T., Toussaint, M., & Oudeyer, P. Y. (2012). Exploration in model-based reinforcement learning by empirically estimating learning progress. *Advances in neural information processing systems*, 206-214.

Lopez, M. I., Luna, J. M., Romero, C., & Ventura, S. (2012). Classification via Clustering for Predicting Final Marks Based on Student Participation in Forums. *Proc. of the 5th International Conference on Educational Data Mining*. EDM 2012, Chania, Greece. https://eric.ed.gov/?id=ED537221

McBroom, J., Yacef, K., & Koprinska, I. (2020). DETECT: A Hierarchical Clustering Algorithm for Behavioural Trends in Temporal Educational Data. In *International Conference on Artificial Intelligence in Education* (pp. 374-385). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-52237-7_30

Oudeyer, P. Y., Gottlieb, J., & Lopes, M. (2016). Intrinsic motivation, curiosity, and learning: Theory and applications in educational technologies. *Progress in brain research*, *229*, 257-284.

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Intrinsic and Extrinsic Motivations : Classic Definitions and New Directions. Contemporary Educational Psychology, 25(1), 54-67. https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1020

Térouanne, S., Croset, M.-C., Guiol, D., & Soury-Lavergne, S. (2021). Les concepts didactiques comme outils de conception pour l'Intelligence Artificielle en éducation. *Actes du 47ème colloque de la COPIRELEM*. Grenoble, France.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Titre : Actes du 47e Colloque de la COPIRELEM
Grenoble les 15, 16 et 17 juin 2021

Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

Auteurs : Conférenciers, orateurs de communication et animateurs d'atelier du Colloque, COPIRELEM

Mots-Clefs : Formation des enseignants, didactique des mathématiques, dispositif de formation

Dépôt légal : Juin 2022

Nombre de pages : 868 pages A4

Editeur : ARPEME

ISBN : 978-2-917294-35-2

EAN : 9782917294352

Public Concerné : Formateurs de mathématiques chargés de la formation des professeurs des écoles

Résumé : Cette brochure contient les textes complets des conférences de Gilles ALDON et Monica PANERO, Marie-Caroline CROSET et Marie-Line GARDES, Annie SAVARD ainsi que l'intégralité des textes des ateliers et communications du colloque.

Prix : 15 euros

