

RECHERCHE-ACTION ET DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL DES ENSEIGNANTS DE MATERNELLE ET DE PRIMAIRE EN MATHÉMATIQUES. LE CAS D'EDUMATH VALLEE EN ITALIE

Elisabetta ROBOTTI

Université de Genova
robotti@dima.unige.it

Sonia PELOSO

Université de la Vallée d'Aoste
s.pelosol@univda.it

Teresa GRANGE

Université de la Vallée d'Aoste
t.grange@univda.it

Résumé

La communication vise à décrire et discuter un projet de développement professionnel proposé à des enseignants de maternelle et de primaire pour l'enseignement des mathématiques. Dans le cadre des recherches sur la médiation sémiotique en didactique des mathématiques (Bartolini Bussi et Mariotti, 2008) nous avons conduit une recherche-action (Barbier, 1996) avec 30 professeurs d'école maternelle et primaire qui participent au groupe de recherche et formation dénommé EduMath Vallée, en Vallée d'Aoste en Italie. Dans le but de produire un changement positif dans les pratiques enseignantes, notamment pour ce qui est de l'inclusion des élèves avec troubles d'apprentissage en mathématiques (*MLD : Mathematical Learning Disabilities/ Difficulties*), nous avons mis en place une réflexion didactique à partir de la définition d'un problème particulier partagé par le groupe : l'apprentissage des fractions à l'aide d'artefacts. Nous avons monté une ingénierie didactique et nous en avons analysé les enjeux et les résultats, en nous appuyant sur des données recueillies par des enregistrements audio-vidéo, des journaux de bord et des observations directes.

I - INTRODUCTION

Le présent article se situe dans le thème du colloque de la COPIRELEM 2019, à savoir « la formation continue des enseignants », et a pour but de démontrer comment la formation des enseignants, en termes de recherche-formation des enseignants en service, peut être entendue comme « développement professionnel » par l'évolution de leurs praxéologies (Chevallard, 1985), comme on le verra plus loin.

Dans cet article, la thématique des dispositifs de formation vise principalement, au-delà de la recherche de liens entre la formation des enseignants et la réussite des élèves, à explorer des potentiels d'ingénierie de formation pouvant garantir la qualité d'une profession à travers ses stratégies de développement professionnel (Appel contribution COPIRELEM 2019, p. 4).

Dans ce but, le parcours de formation est mis en œuvre par un dispositif (sujet de cet article) capable d'accompagner la production d'un savoir didactique ultérieur au travers d'un double mouvement. D'un côté la formalisation des savoirs d'action et de l'autre la recherche de modèles d'intelligibilité de l'action éducative (Grange, 2015). Mouvement qui semble cohérent dans l'optique de développement professionnel.

Dans ce cadre de formation, nous adopterons le modèle de la Transposition Méta-Didactique (Aldon et al. 2013). Ce modèle « takes into consideration the practices of mathematics educators (researchers) and those of teachers, when both communities are engaged in teachers' education activities. [...] enabling a description of the evolution of their praxeologies over time. » (Aldon et al., 2013, p. 99).

Dans cette étude la formation est conçue comme « teachers education activities », en affirmant la possibilité d'identifier un développement professionnel des enseignants qui y sont engagés, par l'évolution de leurs praxéologies (Chevallardi, 1985).

Les enseignants, dont nous étudierons le développement professionnel, font partie d'un groupe appelé EduMathVallée (désormais EduMath) qui exerce sur le territoire de la région Vallée D'Aoste en Italie. La chercheuse qui collabore avec ce groupe est l'un de auteurs de cet article.

II - LE CADRE THÉORIQUE

Dernièrement, de nombreuses publications ont eu pour objet de recherche la formation des enseignants avec un regard soit sur les différents niveaux scolaires, soit sur la formation « pré-service teachers » et « in-service teachers » (International Handbook of Mathematics Teacher Education, 2008). En particulier, les études relatives à la formation des enseignants de mathématiques mettent l'accent sur les connaissances nécessaires à l'enseignement des mathématiques : les connaissances sur la science mathématique, les connaissances pédagogiques et les connaissances basées sur la didactique des mathématiques (Shulman, 1986 ; Ball et al., 2008).

Un autre volet important qui a caractérisé les études sur la formation des enseignants concerne l'engagement des enseignants dans l'analyse des caractéristiques qui font des projets didactiques un objet de recherche. L'élément central de ces études est la notion de « réflexion critique » conçue à la fois comme une attitude fondamentale à déployer chez les enseignants et comme responsabilité professionnelle. La réflexion critique est, en effet, associée à l'importance de partager les réflexions entre pairs et de ce fait avec le chercheur (Mason 1998, 2002 ; Schoenfeld 1998). Cette collaboration met en lien théorie et pratique et est fondamentale pour le développement professionnel des enseignants et chercheurs en matière de didactique des mathématiques. Une caractéristique particulière de cette recherche est le rôle majeur joué par les « enseignants-chercheurs ». Ces derniers sont des enseignants profondément engagés dans toutes les étapes du processus de recherche : dans la planification du déploiement, dans l'analyse des données jusqu'à leur diffusion. Les enseignants du groupe EduMath Vallée sont, en ce sens, des « enseignants-chercheurs ». De ce fait, nous pouvons parler d'évolution des praxéologies des enseignants. Comme déjà argumenté auparavant (Grange, 2015), le développement professionnel met en jeu de nouveaux savoirs, qui naissent de la relation théorie-pratique, mais aussi des processus cognitifs qui portent à transformer les pratiques en savoir, définis par Barbier de « savoirs d'action » (Barbier, 1996). Ces derniers sont constitués d'énoncés en lien avec une série d'actions considérées efficaces pour les apprentissages. Ce qui permet de poser de nouveaux problèmes professionnels, et qui dans le même temps, permet de promouvoir la sensibilisation à stimuler des processus de connaissance et de conceptualisation du savoir expérimental. Pour identifier le développement professionnel des enseignants, en terme « d'évolution de leurs praxéologies », nous adopterons le modèle de la Transposition Méta-Didactique (Aldon et al. 2013). Le modèle, qui considère les pratiques des chercheurs en matière de didactique des mathématiques et celles des enseignants qui sont engagés dans l'activité de formation, se base sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1985, 1992, 1999 ; Bosch et Chevallard 1999). Cette théorie est intégrée avec toute une série d'éléments qui se concentrent sur la spécificité des rôles des chercheurs, mais aussi des enseignants dans le contexte de formation et qui permettent une description de l'évolution au cours du temps de leurs praxéologies. L'utilisation du modèle est utile, dans le cadre de notre recherche, à révéler le développement professionnel des enseignants de mathématiques dans un contexte de formation. Le modèle de la Transposition Méta-Didactique est défini par cinq caractéristiques liées les unes aux autres : *aspects institutionnels* (différents niveaux d'institution tels que les communautés de recherche, les

écoles, le ministère de l'Éducation, associations d'enseignants, etc.), *praxéologies méta-didactiques* (les pratiques et les réflexions sur les activités d'enseignement y compris tâche, technique, discours sur la technique – technologie –, théorie), *double dialectique* entre les communautés (dialectique entre le niveau méta-didactique – interaction entre chercheurs, enseignants, situations didactiques – et le niveau didactique – interaction entre savoirs, élèves, professeur), *brokering processus* (il décrit le rôle que les enseignants et les chercheurs jouent souvent au sein des différentes communautés : passeur de savoirs d'une communauté à l'autre) et les dynamiques entre *les composants internes et externes* des communautés (mouvements externe-interne à une communauté ; elles marquent l'évolution des praxéologies qui intègrent des éléments a priori extérieurs). Ces caractéristiques permettent au modèle de la Transposition Méta-Didactique de se concentrer sur certains des principaux aspects relatifs à la formation des enseignants : la dialectique entre les communautés d'enseignants et celle des chercheurs et l'influence des composants institutionnels et leurs relations avec les populations impliquées.

Le modèle de la Transposition Méta-Didactique, prévoit en effet l'implication de la communauté d'enseignants ainsi que celle des chercheurs, tenant compte des difficultés ou des obstacles institutionnels dans lesquels les deux populations sont en relation entre elles, mais aussi avec le monde extérieur. Par exemple, les deux communautés sont en relation avec l'école en tant que lieu de travail, mais aussi en tant qu'institution. À l'intérieur de leur relation, les deux communautés sont aussi limitées par les institutions sociales (communauté de recherche, écoles, Ministère de l'Éducation, le pouvoir politique, les associations d'enseignants), par d'autres institutions de niveaux différents (national, régional, local) qui gèrent tout le système éducatif italien (de la maternelle à l'université) et aussi par la politique de l'Union européenne (directives sur la didactique au niveau de l'Union européenne en lien avec la convention de l'ONU en 2007). Dans le processus de formation, le modèle prévoit l'activation de praxéologies méta-didactiques (Aldon et al., 2013, p.101) faites de devoirs, techniques et « structured argument » qui se développent au cours du processus. Dans les praxéologies méta-didactiques ce qui est discuté n'est pas (seulement) l'activité didactique rapportée en classe, mais les pratiques et les réflexions théoriques développées pendant les activités de formation des enseignants. Ces dernières étant le résultat des interactions entre pratiques utilisées par les enseignants dans leur pratique professionnelle (leur routine didactique), les réflexions développées par les enseignants sur cette activité (en ce qui concerne EduMath les réflexions sont discutées dans le groupe même) ainsi que les réflexions ultérieures développées par la communauté de chercheurs suite aux effets de la formation des enseignants sur le groupe et en particulier sur les praxéologies des professeurs (dans notre cas c'est la réflexion du chercheur qui aboutit à la rédaction de cet article). Le résultat des interactions entre les deux communautés dans ce processus de formation (*double dialectique* entre les communautés) « consists of a more or less deeper amalgamation of the components of the two initial praxeologies » (Aldon et al., 2013, p.102) et pour ceci on fait référence en termes de « shared praxeology » (grâce aussi au *brokering processus*). Par exemple, à partir de la réflexion sur les différentes techniques pour affronter un problème (pour EduMath par exemple la discussion pour inclure les sujets atteints de MDL) les enseignants peuvent acquérir de nouvelles méthodes avec une justification théorique adéquate (pour EduMath apportée par le chercheur sur les recherches les plus récentes sur les élèves atteints de MLD), en changeant ou intégrant les anciennes techniques ou pratiques didactiques et en apportant un changement dans la structure des « mathematical knowledge for teaching¹ » (Aldon et al., 2013, V.1-p.98).

Dans cette évolution dynamique, certains des composants externes à la communauté jouent un rôle essentiel. Un des exemples typiques est quand l'activité est développée en réponse à une nécessité institutionnelle : l'évaluation des étudiants par exemple (dans le cas des institutions régionales auxquelles EduMath fait référence, l'évaluation sur l'inclusion scolaire pour réduire les cas des faux-positifs (élèves déclarés comme ayant des troubles d'apprentissage en mathématiques et qui n'en ont

¹MKT is defined as “the mathematical knowledge, skills, habits of mind, and sensibilities that are entailed by the actual work of teaching”, that is “the daily tasks in which teachers engage, and the responsibilities they have to teach mathematics, both inside and outside the classroom” (Bass, 2005).

pas) ou encore une évaluation dérivant des épreuves standardisées nationales INVALSI). La communauté de chercheurs s'interroge sur quelles sont les meilleures interventions pour poursuivre les objectifs demandés par l'institution. Ceci amène à une évolution au niveau des praxéologies des chercheurs et aussi celles des enseignants. L'ensemble du processus peut se répéter et se perfectionner ultérieurement (Fig. 1).

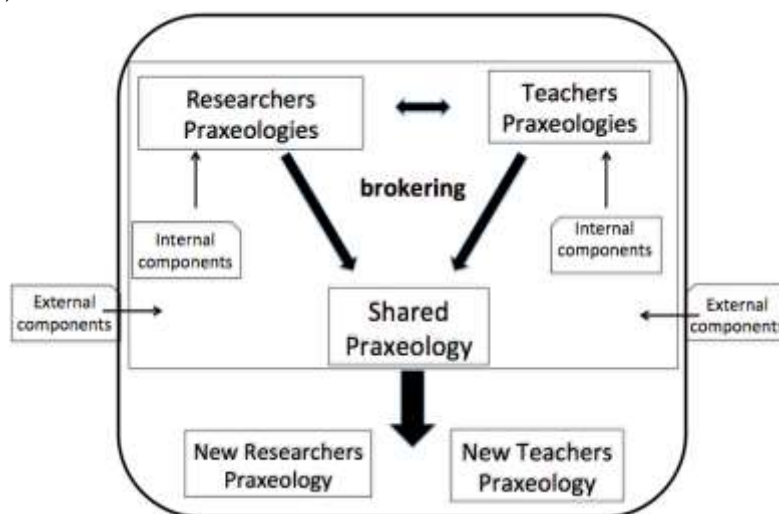


Fig. 1 : Modèle de la Transposition Méta-Didactique (Aldon et al., 2013, p. 102)

Une des caractéristiques essentielles de la Transposition Méta-didactique est donc l'évolution des praxéologies de la communauté. Plus spécifiquement, la communauté enseignante afférente au groupe EduMath, avec l'aide des chercheurs, s'efforce de faire face à la demande institutionnelle de réduction des faux-positifs au sein de l'école primaire régionale. Le chercheur introduit des connaissances sur les questions en lien avec les étudiants porteurs de MLD, des références en lien à l'école inclusive, des références théoriques pertinentes à la didactique des mathématiques et des connaissances instrumentales (digitales ou non) qui peuvent être utiles à poursuivre le but didactique. Au départ, les instruments et le cadre théorique de référence sont des éléments externes à la communauté enseignante. Cependant, au cours de la formation, à travers l'activation des praxéologies méta-didactiques, ces derniers deviennent petit à petit des composants internes à la communauté enseignante en contribuant à définir de nouvelles praxéologies pour cette dernière. Ce qui conditionne les activités didactiques dans les classes, mais aussi la vision de l'approche didactique inclusive (une approche méta-didactique). Dans cette communication, nous nous focaliserons sur l'évolution des pratiques des enseignants. Pour observer les praxéologies didactiques du groupe EduMath, nous faisons référence au cadre théorique de la « médiation sémiotique » (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008) introduit par le chercheur au cours des processus méta-didactiques. Le modèle de la médiation sémiotique (Fig.2) permet aux enseignants de se projeter dans l'activité didactique et d'analyser cette dernière en termes d'efficacité pour atteindre les objectifs didactiques fixés.

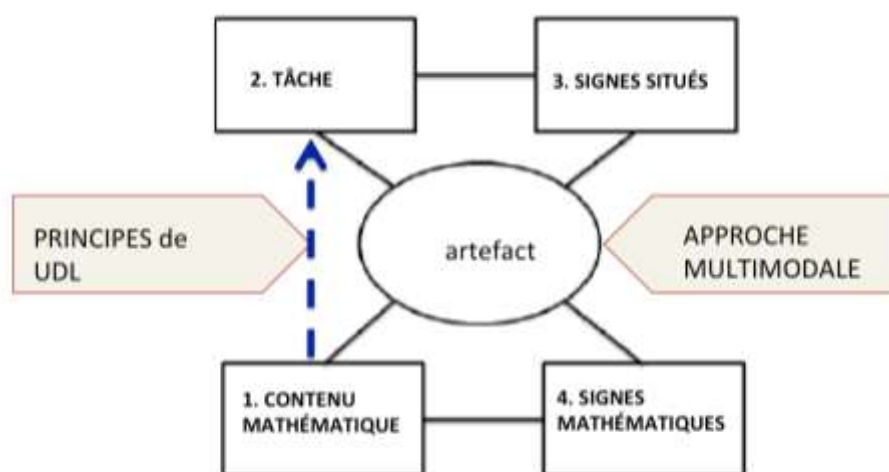


Fig. 2 : Schéma de la Médiation Sémiotique

Le modèle fonctionne comme ceci : l'enseignant se propose d'enseigner un certain contenu mathématique (1), qui est l'objectif didactique de l'activité. Dans ce but, il met en avant une tâche (2) qui prévoit l'utilisation d'un certain « artefact » (au centre de la fig.2). Le groupe EduMath conçoit la tâche sur la base des trois principes de l'*Universal Design for Learning*² qui caractérisent l'activité comme inclusive : soutenir les acquis, le rapport au savoir par différentes représentations ; les méthodes, les stratégies par le savoir-faire ; les aspects affectifs par le senti et le savoir-être. Les élèves, en réponse à une tâche assignée, doivent utiliser l'artefact. Cette action engendre des signes, contingents à l'artefact, appelés « signes situés » (3). Les « signes situés » peuvent être de divers types, se référant à différents registres sémiotiques et incluant les signes non verbaux comme les gestes (Arzarello, 2006). Les « signes situés » restent cependant liés à l'artefact, c'est-à-dire à la dimension concrète de la tâche. L'enseignant devra donc rendre explicite le lien entre les signes situés et les signes mathématiques (4) qui se réfèrent au contexte mathématique et sont reliés au contenu mathématique visée (1). L'approche multimodale, en accord avec les principes de l'UDL, guide les choix des enseignants sur les artefacts. En particulier, le cadre de l'« embodied cognition », développé par Gallese et Lakoff (2005), a aussi influencé la recherche sur l'enseignement des mathématiques (Arzarello et al. 2007; Nemirovsky 2003 ; Radford 2014). Selon cette approche, les processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques sont des activités multimodales. Ainsi, agir, toucher, bouger et voir sont des composantes essentielles des processus de la pensée mathématique, et cela dès le départ du développement conceptuel jusqu'aux processus d'apprentissage les plus avancés. Cela signifie que, en exploitant les composants perceptifs-moteurs, le corps devient essentiel dans les processus d'apprentissage. Dans cette perspective, le terme multimodalité est utilisé pour souligner l'importance et la coexistence mutuelle de diverses modalités ou ressources cognitives, matérielles et perceptives dans les processus d'enseignement-apprentissage et, plus généralement, dans la construction de contenu mathématiques (Radford, Edwards et Arzarello, 2009). À partir de ces considérations, les activités didactiques de cette étude sont conçues comme des activités perceptives-motrices dans lesquelles le mouvement du corps ainsi que l'utilisation d'objets façonnés deviennent essentiels dans les processus d'apprentissage.

III - LE GROUPE EDMATH VALLEE

Cet article porte sur la description et l'analyse du développement professionnel en mathématiques des enseignants d'école maternelle et primaire qui font partie du groupe de recherche EduMath Vallée (<http://www.edumath.scuole.vda.it>). Ce groupe est né en Vallée d'Aoste (Italie) en 2013, coordonné par

² UDL, <http://www.cast.org/our-work/about-udl.html#.XUAT3VBS9>

un chercheur universitaire (un des auteurs de cet article), et soutenu par l'Assessorat de l'éducation, de l'Université, de la recherche et des politiques de la jeunesse, par le département de la Surintendance des écoles valdôtaines. Actuellement, une étudiante de doctorat (un des auteurs) collabore avec le groupe EduMath. Le groupe est constitué d'une trentaine d'enseignants des écoles maternelles et primaires représentées dans presque toutes les écoles de la région. L'objectif prioritaire du groupe EduMath est d'entreprendre une réflexion commune entre le monde universitaire de la recherche et celui des enseignants sur les pratiques des mathématiques utilisées à l'école primaire et maternelle. L'objectif final du projet est le développement professionnel des enseignants et la construction de parcours s'appuyant sur des activités didactiques efficaces et inclusives pour des élèves avec troubles d'apprentissage en mathématiques ainsi que l'amélioration des compétences mathématiques des élèves. Comme déjà introduits, certains éléments se concentrent sur la spécificité des rôles des acteurs du groupe (chercheurs et enseignants) qui permettent de révéler et de décrire l'évolution dans le temps de leurs praxéologies. Au travers de ces éléments, il n'y a pas que l'interaction dynamique entre les deux communautés, mais aussi les nécessités exprimées par les institutions locales, et aussi les obstacles dus au contexte scolaire (par exemple les objectifs scolaires nationaux, les objectifs scolaires de la région Autonome VDA). Maintenant, le contexte des institutions sociales auquel EduMath fait face, c'est-à-dire la dimension institutionnelle en relation avec le groupe, est représentée par la politique régionale (Département de la Surintendance des écoles valdôtaines), les associations des enseignants et le chercheur, chacun avec son objectif par rapport à la formation des enseignants : la politique régionale vise à réduire le problème des faux-positifs par rapport aux troubles d'apprentissage en maths ; les associations d'enseignants visent à développer l'inclusivité ; le chercheur a développé une recherche applicative. Puisque les praxéologies « consist of the tasks, techniques, and justifying discourses that develop during the process of teacher education » (Aldon et al., 2013, p.201), l'évolution des praxéologies des enseignants sera identifiée au travers de l'évolution des tâches, des techniques et des références théoriques qui justifient les choix. Par exemple, « [...] from the discussion of different techniques to address a problem [dans notre cas, le développement d'une didactique inclusive sur les fractions], new ones can be acquired by the teachers, with a suitable theoretical justification [dans notre cas, les justifications théoriques relèvent à la fois des cadres théoriques de la didactique des mathématiques et du cadre de l'Universal Design for Learning], thus replacing or integrating old technique and resulting in a change in the teacher's MKT [mathematical knowledge for teaching] frame » (Aldon et al., 2013, p.102). On relève là un changement des praxéologies des enseignants ce qui sera aidant pour rejoindre les objectifs des différentes institutions en jeu. Les prochains paragraphes traitent de l'évolution des praxéologies des enseignants engagés dans le travail de groupe EduMath. Ils mettent en évidence comment le choix de la tâche change en fonction des nécessités institutionnelles et didactiques ; comment changent les techniques de résolution de ces tâches, à travers la confrontation au sein du groupe et quelles références théoriques les enseignants utilisent pour justifier leurs choix didactiques et méthodologiques.

IV - LE DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL DES ENSEIGNANTS DU GROUPE EDMATH VALLEE

Pour mettre en évidence l'évolution des praxéologies des enseignants dans leur pratique professionnelle, nous identifions « les fractions » comme l'objectif didactique qui nous servira de base pour développer le projet d'activités didactiques efficaces et inclusives. Ce thème mathématique a été choisi comme thème cible à cause de la difficulté rencontrée dans son enseignement-apprentissage. Difficulté tant dans les résultats des épreuves internationales OCSE-Pisa que dans les résultats des épreuves nationales italiennes INVALSI. Le premier objectif du groupe a été d'identifier les principales difficultés dans l'enseignement-apprentissage des fractions à l'école primaire, pour développer ensuite un parcours didactique inclusif et efficace. Ce qui a été concrétisé notamment par la création d'un bouquin et des articles destinés aux enseignants (Robotti et al, 2015, Robotti, 2017a, 2017b).

1 Étape 1 : identification du problème

Les enseignants de EduMath identifient un double problème didactique : d'un côté l'enseignement-apprentissage des fractions et dans l'autre côté, la nécessité de développer l'inclusivité. Le travail que le groupe veut affronter doit faire face à l'identification des principales difficultés liées à l'enseignement-apprentissage des fractions pour pouvoir développer un parcours didactique efficace ainsi qu'à la définition des caractéristiques que ce parcours doit avoir pour pouvoir être inclusif. De ce fait, pour affronter la première question, le groupe EduMath a enquêté sur les principales difficultés liées aux fractions mises en évidence dans le domaine de la didactique de la mathématique (Pantziara & Philippou, 2015 ; Baccaglini-Frank, A., Antonini, S., Robotti, E., Santi, G., 2014) et aussi dans le domaine des sciences cognitives (Marzocco & al., 2013 ; Lewis, 2014). En outre, les enseignants d'EduMath ont recueilli des informations sur les difficultés que les enfants rencontraient dans leur classe vis-à-vis du contenu mathématique « fractions ». Afin d'identifier les difficultés les plus significatives par rapport à l'apprentissage de fractions les enseignants passent par :

- l'observation et la réflexion sur leurs propres pratiques d'enseignement ;
- l'analyse des résultats des épreuves nationales en mathématiques (INVALSI) ;
- un test de départ soumis aux élèves de leurs classes respectives se basant sur les deux points cités ci-dessus.

Le groupe EduMath a choisi de développer à la fois un test initial pour la classe de CE2 (3^{ème} primaire, où d'habitude en Italie l'apprentissage des fractions est initié des fractions) et une épreuve initiale pour les élèves des classes de CM1 et CM2 (4^{ème} et 5^{ème} primaire). Pour des raisons d'espace, nous ne détaillerons pas les épreuves, mais les principaux résultats que nous en avons extraits.

Les tests ont été passés auprès de 30 classes d'école primaire pour un total de 436 élèves sur l'année scolaire 2017-2018.

Parmi ces 30 classes, il y a 15 classes de CE2 (soit 211 élèves), 10 classes de CM1 (soit 142 élèves) et 5 classes de CM2 (soit 83 élèves).

L'épreuve initiale a permis d'identifier les difficultés dans l'apprentissage des fractions, notamment chez les élèves porteurs de MLD. Pour élaborer cette épreuve, le groupe a mis en évidence les contenus qui sont source de difficulté avec une incidence majeure dans les épreuves nationales (INVALSI) pour l'école primaire et a élaboré des items en lien avec ces contenus. L'analyse des résultats obtenus de l'épreuve initiale a confirmé les principales difficultés qui émergent des épreuves nationales, à savoir :

- Difficulté à comprendre le sens du mot « égal » ;
- Difficulté à passer d'une fraction à l'unité de mesure (l'entier) qui l'a générée ;
- Difficulté à comprendre les fractions équivalentes ;
- Difficulté à ordonner des fractions sur la droite numérique sans les transformer en nombres décimaux.

Pour la suite, faute d'espace suffisant, nous illustrerons seulement quelques activités didactiques dont l'objectif est de :

- dépasser la difficulté à comprendre le sens du mot « égal » ;
- passer d'une fraction à l'unité de mesure (l'entier) qui l'a générée ;
- dépasser la difficulté à comprendre les fractions équivalentes.

2 Étape 2 : conception d'un parcours didactique inclusif et efficace

Pour planifier les activités didactiques inclusives sur les fractions (ce qui correspond à la tâche méta-didactique pour le groupe EduMath) il faut tenir compte des difficultés émergentes au contenu mathématique, mais aussi de l'objectif d'inclusivité. Dans ce but, les enseignants développent des hypothèses à partir de leurs expériences, c'est-à-dire de leurs propres praxéologies, ce qui relève des techniques pour le groupe EduMath. De son côté, le chercheur supporte ces hypothèses par les modèles théoriques pour projeter l'activité didactique en lien avec le contenu « fractions » (modèle de la

médiation sémiotique) et aussi pour rendre ces activités inclusives (Universal Design for Learning). Lorsque les activités didactiques ont été élaborées et qu'elles ont été justifiées par les cadres théoriques nous les mettons en place dans la classe.

Ce qui permet de :

- Collecter des données (par vidéo, enregistrement audio, photos, notes de l'enseignant, etc.) et les partager dans un espace commun pour les analyser (dans un espace Drive) ;
- Analyser ces données pour évaluer les effets des actions menées. Des procédures d'analyse seront partagées dans le groupe (par exemple, des grilles d'analyse) ;
- Apporter (concevoir) des actions correctives sur les activités didactiques.

On mettra en évidence comment ces actions, typiques des praxéologies du chercheur, deviennent au fur et à mesure des praxéologies des enseignants du groupe EduMath. Pour rendre explicite ce que l'on vient d'énoncer nous concentrons notre analyse sur certaines activités didactiques qui constituent le parcours « fractions » mis en place par le groupe EduMath. Nous ferons référence en particulier à la signification plus commune de la fraction entendue comme « partie d'un tout ». Pour commencer, le choix est d'affronter la difficulté liée au sens du mot « égal » en référence à la construction de fractions comme « parties d'un tout » (c'est-à-dire, partage d'une unité en sous-parties égales). Nous faisons le choix de travailler avec un artefact qui demande une manipulation directe par l'élève : une feuille de papier blanc A4.

On demande aux élèves de la partager en parties égales en la pliant ou en utilisant la règle. Différentes formes, qui correspondent à la même unité fractionnaire, sont obtenues (Fig. 3).



Fig. 3 : Formes différentes correspondant respectivement à $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$

Ensuite, les enseignants choisissent de faire comparer aux élèves les différentes formes de chaque unité fractionnaire (obtenu d'une même unité de mesure-papier blanc A4) et vérifient leur équivalence (Fig. 4) de façon à ce que les mêmes unités fractionnaires soient perçues en tant que surfaces équivalentes et non exclusivement congruentes.



Fig. 4 : Vérification de l'équivalence de deux formes différentes représentant $\frac{1}{2}$, obtenues par une même unité de fraction (papier A4).

Tout ceci englobe l'idée d'activité multimodale : agir, toucher, bouger, voir. Ces actions sont des composantes essentielles des processus de conceptualisation de l'unité fractionnaire et des unités fractionnaires équivalentes de formes différentes. Pour institutionnaliser la signification de « fraction

équivalente », en termes de fraction avec la même superficie, mais pas nécessairement la même forme, des boîtes pour chaque unité fractionnaire (moitié, quart, etc.) sont créées et mises à disposition des élèves ; ensuite chaque unité fractionnaire a été associée à une couleur. Par exemple, les « moitiés » sont jaunes, les quarts sont rouges, etc. (Fig. 5).



Fig. 5 : Boîtes des différentes unités fractionnaires colorées.

La couleur, en effet, est un outil très efficace pour soutenir la mémoire de travail et la mémoire à long terme en particulier pour les enfants en difficulté, car elle permet de récupérer en mémoire les significations des différentes unités fractionnaires construites auparavant, sans le « coût cognitif » de la re-construction. Dès qu'on a défini les unités fractionnaires en tant que parties d'un tout, les enseignants choisissent de travailler sur la difficulté concernant le retour à l'entier. Pour cela, on demande aux élèves de recouvrir une feuille A4 vierge par différentes unités fractionnaires (Fig. 6). La tâche concerne la composition de l'entier à partir des unités fractionnaires.

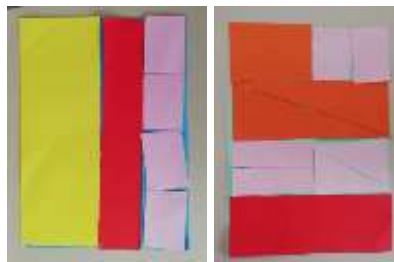


Fig. 6 : composition de l'entier à partir des différentes unités fractionnaires colorées.

Cette activité permet aux élèves de retourner à l'unité (unité de mesure) à travers une approche perceptive. Ce que les enfants produisent (l'entier ou l'unité de mesure à travers l'unité fractionnaire) constitue un signe situé, à l'aide de l'artefact (qui dans ce cas, est constitué des unités fractionnaires colorées et de l'unité de mesure entier). Le signe situé est appelé par les élèves « serviette colorée » et à ce stade, le rôle de l'enseignant est de lier ce signe au signe mathématique constitué par la somme des unités fractionnaires (dont le résultat est 1). Pour ce faire, les signes mathématiques sont expliqués et liés à chacune des unités fractionnaires ($1/2$, $1/8$, etc.) et le signe qu'en indique la composition, c'est à dire leur somme comme étant le signe qui indique la signification de leur propre somme (Fig. 7).



Fig. 7 : passage des signes situés aux signes mathématiques à travers le passage entre différents registres de représentation.

Afin de projeter l'activité didactique décrite et pour analyser son déroulement, les enseignants utilisent le modèle de la médiation sémiotique fournie par le chercheur. Les enseignants choisissent les artefacts à utiliser dans les activités en faisant attention au principe de la multimodalité. En considérant, de ce fait, divers registres sémiotiques de représentation, mais aussi la possibilité d'agir sur les signes de plusieurs façons différentes. Ils s'approprient, petit à petit, des praxéologies qui étaient propres au chercheur et les utilisent à la fois pour concevoir les tâches et pour analyser les signes produits par les élèves lors de l'activité avec les artefacts. Ainsi, par exemple (Fig. 8), si le but didactique est d'enseigner le concept de fractions équivalentes (1), l'enseignant met au point une tâche qui prévoit l'utilisation de l'artefact « unités fractionnaires colorées » (morceaux de papier colorés) : *Recomposer l'unité fractionnaire $\frac{1}{2}$ en utilisant d'autres unités fractionnaires disponibles dans les boîtes* (2). Les élèves résolvent la tâche en montrant l'équivalence des unités fractionnaires par le geste de superposer les morceaux de papier colorés (3). Le geste de superposition est interprété par l'enseignant en termes de signe situé. Pour ceci, sa tâche sera de démontrer comment ce dernier est lié au signe mathématique exprimé en écriture symbolique et comment cela sera associé à l'expression « fractions équivalentes ».

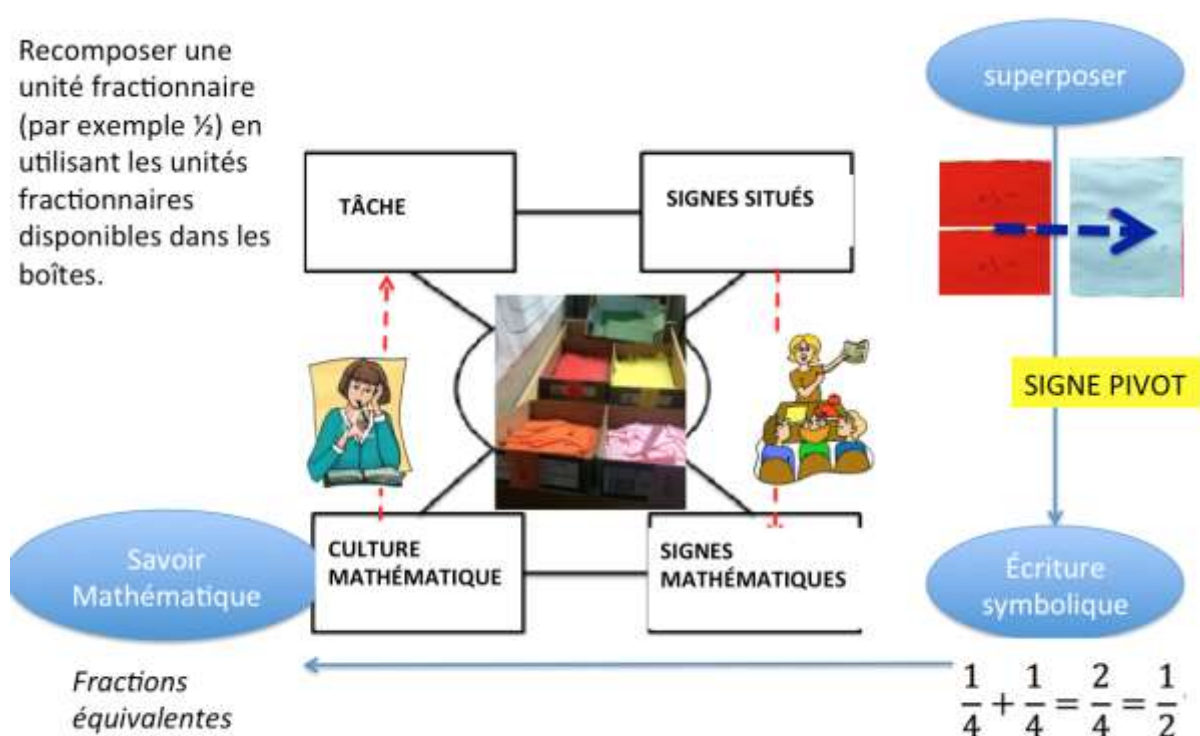


Fig. 8 : Déroulement du modèle de la Médiation Sémiotique dans l'exemple des fractions équivalentes avec les unités fractionnaires colorées.

L'utilisation du modèle de la médiation sémiotique a permis aux enseignants du groupe d'identifier des signes particuliers, qui ont été nommés « signes pivots ». L'analyse des activités dans le cadre théorique de référence a permis de caractériser ces signes comme étant des signes pouvant se référer à l'activité de l'artefact rappelant les actions instrumentales que ce soit dans le langage naturel ou dans le domaine mathématique (concept mathématique ciblé). La discussion au sein du groupe EduMath met en évidence comme ces signes jouent un rôle de « pivot » qui favorise le passage du contexte de l'artefact, c'est à dire d'un contexte concret vers un contexte mathématique. Toutefois, ces termes sont des termes hybrides, produits et utilisés au sein d'une classe et qui entendent exprimer un premier détachement de l'artefact, tout en maintenant le lien pour ne pas en perdre la signification. Par exemple, les termes (associés aux gestes) « superposer » et « superposables » ont joué un rôle de « signe-pivot ». En effet, ils ont exprimé pour les classes concernées l'idée d'équivalence entre les fractions comme premier détachement de l'artefact (morceaux de papier) tout en maintenant le lien et pour ne pas perdre la signification

d'« équivalence ». Nous pouvons observer que toutes les activités décrites ont un caractère de multimodalité et sont en cohérence avec les principes qui caractérisent les activités inclusives (principes de l'UDL). Les activités offrent de nombreuses possibilités sur le plan de la perception, sur le plan des expressions mathématiques et symboliques et aussi sur le plan de la compréhension, car elles permettent aux élèves de s'exprimer et de ce fait de communiquer de différentes façons. Elles offrent aussi différentes possibilités d'action, de mobilisation de fonctions exécutives, car elles guident l'élève dans l'établissement d'objectifs appropriés. Elles soutiennent la planification et l'élaboration de stratégies et elles facilitent la gestion de l'information et des ressources.

3 Étape 3 : analyse de l'activité par rapport à l'apprentissage de fractions des élèves avec MLD

Cette étape amène le groupe EduMath à faire le point sur ce qu'il a appris à propos de l'apprentissage des fractions des élèves avec MLD (et, par conséquent, sur les modalités de réponse aux requêtes institutionnelles) et sur les outils que l'approche méta-didactique a introduit dans leur conceptualisation professionnelle. Les enseignants ont alors identifié des caractéristiques pour construire des situations didactiques sur les fractions qui se révèlent efficaces et inclusives. Tout d'abord, l'approche perceptive et manipulative avec artefacts concrets est essentielle à la fois pour construire la signification de fraction et pour récupérer mémoire une telle signification (donc en termes de support à la mémoire). Cela signifie que le recours à l'artefact concret, même lorsque la tâche ne s'adresse plus directement à son usage, dure plus longtemps pour les sujets avec MLD. Nous soulignons ici le rôle clé des signes pivots en tant que signes qui constituent un pont entre le signe « concret » et le signe mathématique. Le temps pour qu'un modèle concret puisse être utilisé de manière abstraite est beaucoup plus long pour les élèves avec MLD que pour les autres élèves. Le temps est identifié par les enseignants comme une variable importante pour que l'apprentissage soit efficace pour tous les élèves y compris les élèves avec MLD. En outre, le groupe a mis en évidence le rôle essentiel de la fraction $\frac{1}{2}$ pour construire et comparer les autres fractions, cela pour tous les élèves et, en particulier, pour les élèves avec MLD. Tous les enfants semblent avoir développé une approche positive de l'erreur comme élément du processus d'apprentissage. Il est alors vraisemblable de dire qu'ils ont été mis dans de véritables conditions d'apprentissage.

V - CONCLUSION

Dans le travail du groupe EduMath il y a eu une évolution des praxéologies des enseignants-chercheurs, car on remarque le développement d'une nouvelle prise de conscience (sur le plan culturel) et de nouvelles compétences (sur le plan méthodologique-didactique), ce qui amène à activer, dans les classes une transposition didactique en phase avec les recherches récentes en didactique des mathématiques. Cela, aussi par rapport au but de concevoir de la didactique inclusive. Les praxéologies évoluent à la fois au niveau méthodologique – modèle pour l'ingénierie des activités didactiques, collecte et analyse des données – et aussi dans les discours (en tant que nécessité de justifier ses propres choix par des références théoriques). En ce sens, on peut dire que le groupe EduMath est un environnement propice au développement professionnel des enseignants, car il produit à la fois un changement positif dans les pratiques d'enseignement et un savoir didactique à transmettre hors du groupe EduMath. En d'autres termes, les compétences professionnelles et didactiques concernant les problématiques abordées par le groupe deviennent des compétences et des stratégies à disposition soit des enseignants en service (par exemple, production de manuels, cf. Robotti et al, 2016 et le site EduMath³), soit des enseignants en formation (par exemple, les étudiants du master d'enseignement pour professeur des écoles primaires) et de la chercheuse même (Robotti, 2017a, 2017b).

³ <http://www.edumath.scuole.vda.it/>

VI - BIBLIOGRAPHIE

Aldon, G., Arzarello F., Cusi A., Garuti R., Martignone F., Robutti O., Sabena C., & Soury-Lavergne S. (2013). *The meta-didactical transposition: a model for analysing teachers education programs*. Conference paper: PME 37, At Kiel Germany. Online : <https://urly.it/34044>

Arzarello, F. (2006). *Semiosis as a multimodal process*, Relime Vol Especial, 267-299.

Arzarello, F., Pezzi, G., & Robutti, O. (2007). Modelling body motion: an approach to functions using measuring instruments. In W. Blum, et al. (eds), *Modelling and Applications in Mathematics Education: the 14th ICMI Study* (chap 3.1.1 129–136). Springer : New York.

Baccaglini-Frank, A., Antonini, S., Robotti, E., Santi, G., (2014). Juggling reference frames in the microworld mak-trace: the case of a student with MLD. In p. Lijedahl, c. Nicol, s. Oesterle, & d. Allan (eds.), *Proceedings of PME 38, Vol 2, 81-88*, Vancouver, Canada : PME.

Barbier, J.M. (1996). *Savoirs théoriques et savoirs d'action*, PUF, Paris.

Bass, H. (2005). Mathematics, mathematicians and mathematics education. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 42(4), 417–430.

Bartolini Bussi, M.G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom. Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 746–783). New York : Routledge. Online : https://urly.it/3403_

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Objet d'étude et problématique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n° 1, 77-124.

Chervallard, Y. (1985). *Transposition Didactique du Savoir Savant au Savoir Enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12, 1, 73-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19, 2, 221-266.

Gallese, V. & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: the role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive neuropsychology*, 2005, 22 (3), 455–479. Online : http://www.neurohumanitiestudies.eu/archivio/Gallese-Lakoff_2005.pdf. Accès Juillet 2019.

Grange, T. (2015). *Pedagogia sperimentale e professionalità educative*, in Ulivieri S., Cantatore L., Ugolini F. (a cura di) *La mia Pedagogia*, ETS, Pisa, pp. 371- 380.

Jaworski, B. & Wood, T. (Eds.) (2008). *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Vol. 4, The mathematics teacher educator as a developing professional*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Lewis, K., (2014). Differences not deficit : Reconceptualizing mathematical learning disabilities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(3), 351-396.

Mason, J. (1998). Enabling teachers to be real teachers: Necessary levels of awareness and structure of attention. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1, 243–267.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London : The Falmer Press.

Mazzocco, M. , Myersg, G. F.,1, Lewisbk, E., Hanichd, L. B. , Et Murphy, M. (2013). Limited Knowledge of fraction representations differentiates middle school students with mathematical learning disability (Dyscalculia) vs. Low mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2): 371–387.

Nemirovsky, R. (2003). Three conjectures concerning the relationship between body activity and understanding mathematics. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J.T. Zilliox (Eds.), *Proc. 27th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 103-135). Honolulu, Hawai'I: PME.

Pantziara, M., & Philippou, G. (2015). Levels of students's « conception » of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 7(1), 61–83.

Radford L. (2004). Cose sensibili, essenze, oggetti matematici ed altre ambiguità. *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-23.

radford, l., edwards, l. & arzarelo, f.(2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 91-95.

Robotti, E. (2017a). How the representations take on a key role in an inclusive educational sequence concerning fraction, *Proceedings of CERME 10*, Dublino, Irlanda.

Robotti E., (2017b). Inquiring the role of visual-representations in inclusive educational activities concerning fractions. *In Proceedings of CIEAEM69*, Berlino, Germania.

Robotti E., Censi A., Peraillon L., Segor I. (2016). *Frazioni sul filo: strumenti e strategie per la scuola primaria*. Collana: “Artefatti intelligenti”, Erickson Editore

Schoenfeld, A. (1998). Toward a theory of teaching in context. *Issues in Education*, 4 (1), 1–94.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

UNESCO International Bureau of Education, (2009). International Conference on Education. Inclusive Education : The Way of the Future 28th Session Geneva 25–28 November 2008. UNESCO Paris. [Http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Policy_Dialogue/48th_ICE/ICE_FINAL_REPORT_eng.pdf](http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Policy_Dialogue/48th_ICE/ICE_FINAL_REPORT_eng.pdf). Accès 23 Juin 2016.