

UNE ANALYSE DES EFFETS DE L'INTRODUCTION DANS LES CLASSES D'UN LOGICIEL DE CALCUL MENTAL ET DES ACTIVITÉS QUI L'ACCOMPAGNENT SUR LES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES

Isabelle LUDIER

Doctorante, sous la direction de D. Butlen et P. Masselot,
Inspé Académie de Versailles – Université de Cergy-Pontoise – LDAR

Isabelle.ludier@u-cergy.fr

Résumé

Cette communication porte sur une partie d'un travail mené dans le cadre de l'élaboration d'une thèse. Il s'agit de caractériser la nature des apprentissages des élèves à travers la mise en évidence des connaissances disponibles (au sens de A. Robert¹ : où l'exercice doit être résolu sans indication) lors de la pratique du jeu « Mathador ». Dans cet article, nous nous focaliserons sur la nature des connaissances en calcul aux différents niveaux du cycle trois (élèves de 9 à 11 ans) identifiées à travers les réponses à un test utilisé dans le cadre de cette recherche.

I - PRÉSENTATION DU CONTEXTE DE LA RECHERCHE ET DU JEU

Dans notre travail de thèse, nous analysons l'évolution des connaissances des élèves en calcul au cours du cycle 3 et leur disponibilité dans le jeu Mathador. Ce jeu est étudié dans le cadre d'un des projets « e-fran » : « Un territoire calculant en Bourgogne ». L'objectif de ces projets, financés par le ministère, est de soutenir et d'évaluer des projets de transformation de l'École traduisant la volonté des acteurs de l'Éducation et de leurs partenaires de créer des « territoires éducatifs d'innovation numérique » en prenant appui sur la recherche. Trois laboratoires de recherche, le réseau Canopé, des partenaires institutionnels, 1 500 élèves et 75 classes sont impliqués. Ce jeu est disponible sur deux applications informatiques : « solo » où l'élève joue seul pour atteindre son plus haut niveau et « chrono » où l'élève joue une « manche » en trois minutes seul ou en réseau avec un autre joueur.

Les joueurs doivent atteindre un nombre cible à partir de cinq nombres outils et des quatre opérations. Ces données définissent le tirage. Pour le calcul du score, une addition ou une multiplication donnent 1 point, une soustraction 2 points et une division 3 points. L'utilisation des quatre opérations lors d'une épreuve est appelée « coup Mathador » et fait gagner 13 points.



¹ A-Robert-1998-Outils-danalyses-des-contenus-mathematiques-a-enseigner-au-lycee-et-a-luniversite-Recherches-en-didactique-des-mathematiques-Vol-18-2-pp-139-190.pdf

Figure 1 : Écran de présentation d'un tirage (nombre cible : 54 ; nombres outils : 4 - 8 - 1 - 18 - 11)

Les valeurs issues du tirage à l'écran sont : 4 - 8 - 1 - 18 - 11 => 54. Les nombres 4 - 8 - 1 - 18 - 11 sont appelés nombres outils et le nombre 54 est le nombre cible . Avec ce tirage, on peut effectuer un « coup Mathador », par exemple : $11 \times 4 = 44$; $44 + 18 = 62$; $62 - 8 = 54$; $54 : 1 = 54$.

II - PROBLÉMATIQUE ; QUELQUES ÉLÉMENTS DE MÉTHODOLOGIE ET CADRES THÉORIQUES

1 Problématique

Notre questionnement porte sur le repérage de l'évolution des connaissances des élèves au cours du cycle trois dans le domaine du calcul mental ainsi que sur l'évolution de leur disponibilité dans le jeu « Mathador ». Nous cherchons d'abord à vérifier si les connaissances des élèves sont en adéquation avec les attendus des programmes, quelles sont les connaissances acquises par plus de 80 % des élèves d'une tranche d'âge et quelles sont celles qui, bien que faisant partie des programmes, ne sont mobilisables que par moins de 20 % des élèves ? Nous nous sommes demandé ensuite dans quelle mesure l'évolution de l'acquisition de ces connaissances pouvait être influencée par un contexte extérieur et plus précisément par l'introduction d'un logiciel de calcul mental et par des activités qui l'accompagnent. Nous étudions l'impact du jeu en tenant compte de la globalité du dispositif, incluant l'analyse des formations pour les enseignants impliqués, des pratiques de certains de ces enseignants et des élèves utilisant le logiciel.

2 Méthodologie de recueil des données

Plusieurs types de données, de sources et de natures différentes ont été recueillies. Des « data », traces des actions des élèves au cours du jeu, l'observation (enregistrements) des formations suivies par les enseignants, l'observation effective des pratiques des enseignants et des élèves et les résultats de tests de calcul mental.

Les **data** proviennent de deux bases : d'une part, les data du jeu en ligne incluant les éléments du tirage (nombre cible, nombres outils) et des éléments générés par le joueur dont les calculs effectués (générés par 1 500 élèves la première année et composés de plus de 200 000 lignes de calculs) et d'autre part, les data d'une autre base de données qui provient du concours proposé par Canopé. Ce concours est un concours « papier » se jouant en classe sans aide calculatoire. Cette deuxième base est composée des réponses à quinze tirages et un nombre de participants variant selon les tirages de 3 500 à 10 000. La base analysée est celle du concours 2016/2017 correspondant à la première année d'expérimentation. Les classes participant au concours ne sont pas forcément celles inscrites dans le projet.

Des **données** (audio) ont également été recueillies concernant le dispositif mis en place par le réseau Canopé pour accompagner les enseignants investis dans le projet, notamment les formations qui leur ont été proposées. L'année un : la formation de formateurs académique, trois des formations en département et le bilan final ont été observées. L'année deux : la formation consacrée au numérique, la formation de formateurs puis trois des formations en département ont été observées et enregistrées.

Durant deux années, les pratiques de onze enseignants participant au projet ont été observées (une enseignante de CM1 (élèves de 9 ans), une enseignante de CM1/CM2 (élèves de 9/10 ans), trois enseignants de CM2 (élèves de 10 ans), quatre enseignants de sixième (élèves de 11 ans), un enseignant de sixième SEGPA² et un enseignant de cinquième (élèves de 12 ans), certains sur les deux premières années, d'autres sur l'une des deux seulement. Ces observations (entre 2 et 8 par enseignant) ont porté à la fois sur les pratiques enseignantes dans le cadre de séances de calcul mental, d'utilisation du logiciel et sur des séances spécifiques créées « autour du logiciel » mais également sur l'observation des pratiques des élèves lors de l'utilisation du logiciel. La deuxième année, les enseignants ont été observés également sur leur première séance d'utilisation du logiciel Mathador avec leur classe.

² Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté

Lors de la première année, des tests portant sur le calcul mental, créés en collaboration avec le laboratoire Paragraphe, composés de 94 questions ont été passés en 4 sessions de 20 minutes. Afin notamment de mesurer les effets d'une pratique régulière du logiciel Mathador sur les apprentissages des élèves, ces 94 questions du pré-test ont été reprises en post-test après plusieurs mois de pratiques du logiciel par les élèves. Ces tests, identiques pour les trois niveaux scolaires, ont été passés par 495 élèves de 15 classes expérimentales participant au projet Mathador et de 15 classes témoins associées (une classe de CM1, deux classes de CM1/CM2, six classes de CM2 et six classes de sixièmes).

3 Méthodologie d'analyse des données

Nous avons étudié les pratiques des enseignants investis dans le projet, élaboré et traité des tests pour évaluer les élèves par niveau scolaire et enfin analysé des data du jeu Mathador afin dans un premier temps de créer des indicateurs nous permettant de rechercher les connaissances disponibles des élèves au travers du jeu et de repérer leur évolution.

Observer la pratique des enseignants et des élèves (lors des séances Mathador) permet de comprendre comment les enseignants intègrent le logiciel dans leur classe et comment les élèves s'en emparent. Des extractions des data ont été demandées pour les classes observées la première année. Après une première analyse, des élèves ont été choisis afin d'avoir un échantillon représentatif (4 ou 5 élèves par classe). Ils ont été filmés alors qu'ils jouaient à Mathador afin d'identifier, par comparaison avec les datas reçues, ce qui pouvait ne pas apparaître dans ces datas et ainsi affiner les résultats obtenus à la suite des analyses des seules data.

Les **interactions** entre enseignants et élèves, les séances en calcul mental observées permettent de compléter ces données. Les enseignants utilisent le logiciel Mathador en complément de séances de calcul mental, domaine dans lequel ils ont de plus bénéficié de formations. Ces données nous permettent d'appréhender des connaissances dans le domaine du calcul mental enseignées en dehors de l'utilisation du logiciel. Il nous a également été possible d'observer des séances élaborées et mises en œuvre par les enseignants en appui sur des « tirages ».

Les **tests** en calcul élaborés la première année permettent de faire un état des lieux des connaissances des élèves du cycle trois principalement dans le domaine du calcul mental mais aussi dans celui du calcul posé et de la résolution de problèmes.

Ces trois analyses sont complémentaires dans notre approche.

À partir de ces deux bases de données et des observations en classe, nous avons défini des indicateurs permettant ensuite de générer des informations à plus grande échelle afin d'être en mesure de définir des profils d'élèves dans le jeu Mathador.

Avec les résultats des tests, ceux des évaluations nationales, mais également en tenant compte des observations des pratiques des enseignants, nous avons regroupé les items par pourcentage de réussite à la fois pour les pré-tests et les post-tests. Les résultats en post-test sont analysés en distinguant classes témoins et expérimentales afin de mesurer les effets du dispositif.

4 Cadres théoriques

Nous nous inscrivons dans le cadre théorique de la double approche développé par Robert et Rogalski concernant les pratiques enseignantes et prenons en compte les travaux en calcul mental concernant la partie « connaissances ».

Du cadre de la double approche, nous retenons la méthodologie d'analyse des pratiques des enseignants en trois dimensions. La première prend en compte les contenus (à la fois à l'échelle de la notion mais également de manière plus fine à l'échelle de la séance observée), la seconde porte sur les modalités de travail et la troisième sur les interactions.

Nous nous sommes appuyées sur différents travaux en calcul mental (Butlen, Chesné, MacIntosh) pour créer des tests, ces tests étant destinés à faire un état des lieux des connaissances initiales des élèves du panel et de mesure différence entre ces connaissances initiales et leurs connaissances post-expérimentation

Ces travaux nous ont également permis de dégager une hiérarchisation des procédures concernant un même tirage pour lequel coexistent des procédures requérant des connaissances différentes.

III - DESCRIPTION DE PRATIQUES ENSEIGNANTES AVEC LE LOGICIEL

1 Description des formations

Les enseignants impliqués dans le projet ont bénéficié de formations à la fois dans le domaine du numérique mais également dans celui du calcul mental ainsi que d'un parcours collaboratif sur la plateforme M@gistere. Ces formations étaient également ouvertes aux enseignants des classes témoins, mais ces derniers les ont peu investies. Des éléments théoriques issus d'une conférence de D. Butlen et P. Masselot³ concernant la hiérarchisation des procédures en calcul mental, les conditions de l'installation de faits numériques leur ont été proposés. Des groupes de travail ont été effectués pour rechercher les différentes procédures de résolution des opérations. Une institutionnalisation en a été faite à partir des exemples. Un travail leur a également été proposé concernant les décompositions du nombre « 48 ».

2 Description des pratiques observées

Nous avons observé onze enseignants utilisant le logiciel Mathador. Selon le matériel disponible, trois modalités de travail ont été relevées : en classe entière, en demi-groupe ou en ateliers tournants. Trois séances de deux enseignants (modalité : « atelier tournant ») ont été transcrites. Les temps consacrés aux élèves jouant avec le logiciel ont été comptabilisés et classés en distinguant ceux correspondant aux consignes de passation, incluant l'appel des élèves concernés, ceux correspondant aux problèmes de connexion liés soit à la plateforme, soit au réseau internet et ceux destinés à enrôler les élèves (bravo, tu as fait un coup Mathador, par exemple). Les consignes représentent entre 8 % et 12 % du temps de la séance globale incluant les autres groupes, les problèmes de connexion entre 6 % et 33 %, le temps d'enrôlement est inférieur à 5 %. Les enseignants ne guident pas les élèves durant le jeu, ils utilisent ce temps pour se consacrer au reste de la classe. Il n'y a pas eu d'aide de l'enseignant concernant le jeu lui-même, ni d'institutionnalisation de cet atelier.

La première année, deux des enseignants ont créé des séances spécifiques autour du jeu qui portaient sur des tirages choisis afin de ménager des moments d'institutionnalisation. Cette pratique s'est répandue la deuxième année suite à la dernière formation au cours de laquelle les enseignants ont pu échanger sur leurs pratiques. Ces séances s'articulent autour d'un ou de plusieurs tirages proposés au groupe classe. Les élèves en recherchent seuls des solutions sur une feuille ou une ardoise qui sont ensuite exposées au groupe classe et marquées au tableau comme illustré sur la figure ci-dessous :

³ <https://magistere.education.fr/ac-dijon/course/view.php?id=7232§ion=15>

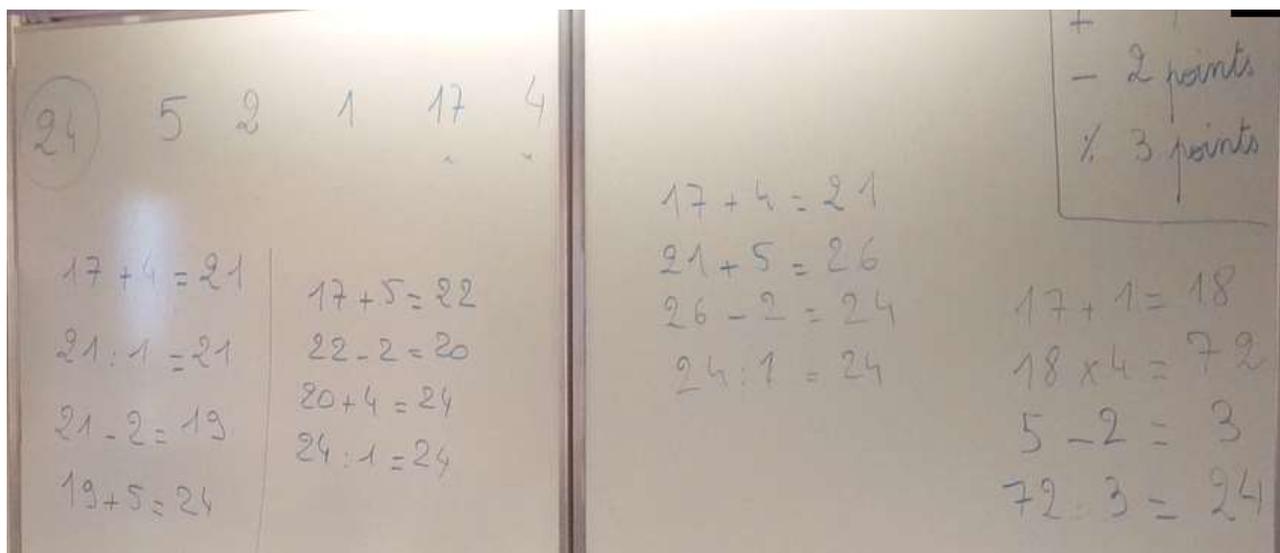


Figure 2 : Tableau recensant différentes procédures de résolution du tirage 5-2-1-17-4=>24. Le coup Mathador a été donné par l'enseignante.

L'enseignante recueille les procédures en demandant aux élèves leur score et en choisissant les scores les plus élevés. Elle demande ensuite aux élèves de noter une des solutions dans un cahier de procédures. La plupart du temps l'institutionnalisation est constituée seulement d'un recueil de procédures plus ou moins hiérarchisées en fonction du nombre de points (score) associé à chaque solution.

À deux reprises sur l'ensemble de mes observations, deux enseignantes ont fait verbaliser les élèves sur leur manière de trouver les solutions.

La première observation concerne le tirage : 12 - 3 - 4 - 8 - 5 → 46 qui était proposé à la classe. Les élèves avaient eu le temps de chercher (de manière individuelle) sur leur ardoise avant la synthèse effectuée par l'enseignante. Voici une transcription de la séance :

Enseignante : Comment vous faites dans votre tête au départ ? L., au départ, quand tu te dis que tu dois chercher le nombre 46, comment tu procèdes ?

L. : Je fais déjà 12 fois quelque chose parce que 12, c'est le plus grand nombre.

Enseignante : Les élèves qui n'ont pas réussi ; écoutez Léa : Léa, elle se dit je prends 12, le plus grand nombre.

L. : Et avec ce grand nombre je vais l'essayer... au début je l'ai essayé avec 3, ça n'a pas marché

Enseignante : D'accord

L. : Après j'ai essayé 12 fois 4

Enseignante : Donc tu prends le plus grand nombre et tu essaies 12 fois 3 ; 12 fois 4... »

La stratégie, décrite par L., qui consiste à multiplier ensemble deux nombres outils pour approcher le nombre cible est très utilisée par les élèves (ceci est de plus confirmé par les datas de jeu), les élèves procèdent à partir de différents produits en essayant et en utilisant la touche retour pour recommencer si nécessaire (par essais-erreurs). Cette stratégie a été explicitée de manière partielle par l'enseignante, toujours à partir des données du tirage.

La seconde observation a eu lieu la deuxième année d'observations. L'enseignante préparait sa classe au concours Mathador avec le tirage : 2 - 3 - 5 - 8 - 17 → 50.

Un élève donne sa stratégie : $17 + 8 = 25$; $25 \times 2 = 50$

« **Enseignante :** Comment t'es venue cette idée de procéder ainsi ?

Elève 1 : J'ai essayé de plusieurs façons et là j'ai vu que...

Enseignante : Quelles connaissances tu as sur 50 ? C'est un nombre dont on sait quoi ?

Elève 1 : Que la moitié, c'est 25.

Enseignante : que la moitié c'est 25, donc en arrivant à 25... au vu des nombres que tu avais on pouvait atteindre 50.

Elève 1 : Oui

Enseignante : Qu'est-ce qu'on sait d'autre sur 50 ? Qui permet aussi d'envisager une solution ?

Elève 2 : la moitié 25.

Enseignante : on vient de le dire, la moitié 25, qu'est-ce qu'on sait d'autre ?

Elève 3 : que c'est 5 fois 10.

Enseignante : que c'est 5 fois 10, donc là on a 25 est-ce que quelqu'un a utilisé une stratégie qui utilisait le 5 fois 10 quelque part ?

Elève 3 : 2 plus 8 égal 10 et 10 fois 5 égal 50.

Enseignante : Exactement, c'est une manière simple d'aboutir à 50. »

Dans cet extrait, l'enseignante guide l'élève pour l'emmener vers les décompositions multiplicatives du nombre cible.

Dans ces deux extraits, nous observons un échange sur les procédures des élèves, différent du simple recueil de procédures : prendre le plus grand nombre et essayer dans le premier cas, s'interroger sur ses connaissances concernant le nombre cible dans le second cas.

Ceci (croisé avec l'analyse *a priori* du logiciel) nous a permis de dégager deux manières différentes de trouver une solution : la première par essais-erreurs en multipliant deux nombres outils, la seconde en recherchant des diviseurs du nombre cible.

IV - PERFORMANCES DES ÉLÈVES EN CALCUL

1 Présentation des tests

Quatre séries de tests, chacune d'une vingtaine de minutes, ont été conçues en partenariat avec le laboratoire Paragraphe qui a proposé 11 des 94 questions (problèmes oraux). L'objectif de ces tests est double : tout d'abord faire un point des connaissances des élèves dans le domaine du calcul concernant le champ des nombres entiers et en second lieu, vérifier par l'analyse des groupes expérimentaux et témoins si l'expérimentation menée a un impact sur les performances en calcul et si oui, de préciser en quel domaine. Les tests ont été construits afin que les questions soient de difficultés différentes et puissent être proposées aux élèves du cycle trois. Certaines questions sont issues des évaluations en sixième passées en 2008, d'autres du « Number sense in School Mathematics: Student performance in four countries »⁴.

Le domaine numérique exploré est celui des nombres entiers. Les thématiques choisies sont : les automatismes, le calcul mental, le calcul en ligne, le calcul posé, l'estimation d'un ordre de grandeur, les problèmes oraux ainsi que des tâches de type « compte est bon ». La plupart des questions ont été posées sous un format ouvert (conduisant à une réponse libre) où l'élève devait répondre dans une case ou sur une ligne (par exemple : 92 moins 67) et quelques-unes l'ont été sous forme d'un questionnaire à choix multiples où l'élève devait choisir entre plusieurs propositions, par exemple :

Vous avez quatre nombres sur votre feuille : 400 ; 500 ; 600 et 700.

Je vous lis le problème : Dans une école, il y a 610 élèves. Si 98 élèves sont en sortie, combien d'élèves sont encore à l'école ? Je répète : Dans une école, il y a 610 élèves. Si 98 élèves sont en sortie, combien d'élèves sont encore à l'école ? »

Entourez sur votre feuille le nombre le plus proche de la réponse.

Pour trois de ces questions, il était dans un premier temps demandé aux élèves de donner leur résultat puis dans un deuxième temps d'indiquer les calculs effectués.

⁴ MacIntosh, *Number Sense in School Mathematics*. 1997

Des consignes de passation précises tant au niveau de la verbalisation des énoncés que du temps de réflexion accordé ont été données à l'identique pour toutes les classes. Une feuille support des réponses a également été distribuée afin d'homogénéiser le format des réponses.

Les pré-tests (passés en novembre) et post tests (passés en juin) sont identiques et sont proposés à quinze classes expérimentales « Mathador » et quinze classes témoins.

À partir des réponses aux pré-tests, concernant la totalité des élèves (classes expérimentales et classes témoins), nous avons mesuré les performances des élèves en calcul. L'échantillon considéré est composé d'un total de 495 élèves répartis de la manière suivante :

251 élèves issus des classes expérimentales « Mathador » : 99 en sixième (élèves de 11 ans), 114 en CM2 (élèves de 10 ans), 38 en CM1 (élèves de 9 ans) ; 244 élèves issus des classes témoins : 83 en sixième, 121 en CM2, 40 en CM1.

Une analyse *a priori* de chacune des questions a été effectuée en s'appuyant sur les résultats de recherches antérieures sur le calcul mental. Cette analyse *a priori* était indispensable pour la construction des tests afin d'élaborer les questions, de choisir les nombres, d'anticiper et de définir les codes permettant de relever les diverses procédures et les erreurs particulières d'élèves. Nous nous sommes principalement appuyés pour ce faire sur les travaux de Butlen et al ⁵(2007), de Chesné⁶ (2014) , de Fayol⁷ (2018) et de MacIntosh⁸(1997). Ensuite à partir des codages des réponses, les fréquences de réussite sont calculées en pré et post test et les résultats regroupés par niveau scolaire.

2 Méthodologie d'analyse des tests

Pour chaque question, les fréquences en pourcentage, pour chacun des codes (nombre d'élèves dont la réponse correspond au code considéré multiplié par 100 et divisé par l'effectif de l'échantillon) en pré et en post test ont été effectuées pour les différents niveaux, en prenant la totalité de l'échantillon et en séparant groupe expérimental et groupe témoin.

Premier exemple d'étude d'une question (format ouvert) :

Donner quatre décompositions du type : $a \times b = 36$ avec a et b entiers.

Les consignes de passation sont les suivantes « Sur votre feuille, complétez, à l'aide de nombres entiers, les quatre égalités. Donnez quatre réponses différentes. Vous avez 1 minute 30 secondes ».

Sur leur feuille, les élèves devaient compléter un cadre :

---- × ---- = 36	---- × ---- = 36
---- × ---- = 36	---- × ---- = 36

Cette question permet d'avoir une quantification des connaissances des élèves sur les décompositions du nombre 36, pouvant être ou non issues des tables de multiplication. Ce nombre peut faire référence au produit 6×6 ou au produit 9×4 . Il est néanmoins nécessaire pour trouver les quatre décompositions demandées de sortir des tables pour appeler le produit 12×3 ou 2×18 ou d'utiliser le facteur « 1 ». Il est à mentionner que rien n'était signalé dans la question quant à la possibilité d'utiliser la commutativité pour obtenir des réponses considérées comme différentes pour le codage ou de produire une décomposition comportant le facteur « 1 ». Pour le codage, ces deux possibilités ont été envisagées afin de quantifier leur pourcentage d'utilisation.

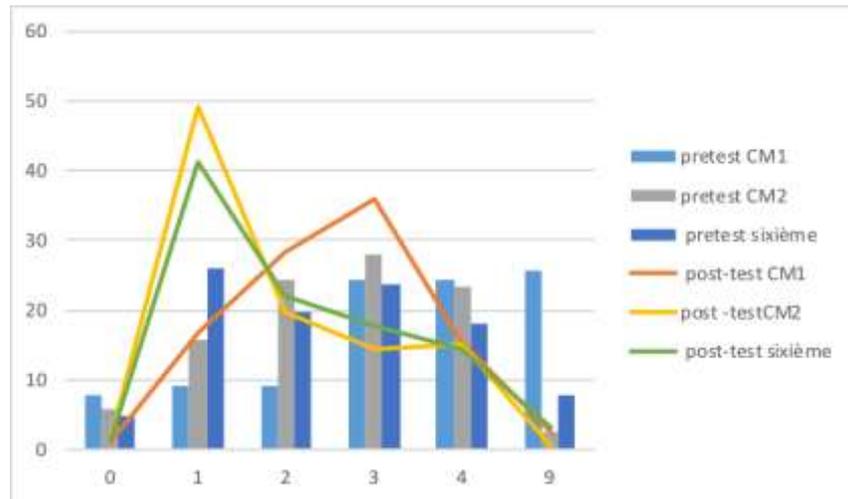
⁵ Butlen, *Le calcul mental entre sens et technique : recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques.*

⁶ Chesné, « D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental. »

⁷ Fayol, *L'acquisition du nombre : « Que sais-je ? » n° 3941.*

⁸ MacIntosh, *Number Sense in School Mathematics.*

L'histogramme ci-dessous donne les fréquences de réussites pour les groupes d'élèves de CM1, CM2 et sixième en pré et en post-test. Sur ce graphique, les classes expérimentales et les classes témoins sont réunies.



En abscisses, les codes : « 0 » pour une non réponse, « 1 » pour 4 décompositions correctes, « 2 » pour 3 décompositions correctes ; « 3 » pour 2 décompositions correctes, « 4 » pour 1 décomposition correcte et « 9 » pour des réponses fausses. En ordonnées, la fréquence de réussite calculée en fonction du nombre total d'élèves de l'échantillon. Ainsi pour les code « 1 » (4 décompositions correctes différentes), « 2 » (3 décompositions correctes), « 3 » (2 décompositions correctes) et « 4 » (1 décomposition correcte), on relève des fréquences respectives en pré-test de 9 %, 9 %, 24 % et 24 % des élèves de CM1 ayant passé le test et de 17 %, 28 %, 36 % et 15 % en post-test. En CM2, ces fréquences sont respectivement de 16 %, 24 %, 28 % et 23 % en pré-test et de 49 %, 19 %, 14 % et 15 % en post-test. En sixième, elles sont respectivement de 26 %, 20 %, 24 % et 18 % en pré-test et de 41 %, 22 %, 18 % et 14 % en post-test.

Ce graphique fait apparaître qu'en pré-test comme en post-test, plus de 50 % des élèves toutes classes confondues n'arrivent pas à donner 4 décompositions de 36 avec deux facteurs entiers. En post-test, pour les élèves des classes de CM2 et de sixième nous observons un pic correspondant au code « 1 » (4 solutions) alors que pour les élèves de CM1 le pic correspond au code « 3 » (2 solutions correctes). Les élèves des trois niveaux de classes évoluent au cours de l'année. Les élèves du niveau CM2 sont les plus performants sur cette question en post-test. Nous pouvons néanmoins conclure que les décompositions multiplicatives de 36 sont peu connues par les élèves de 9 à 11 ans.

Deuxième exemple d'étude d'une question avec recueil de stratégies :

Effectuer $96 : 4$.

Cette question a été choisie pour quantifier les différentes procédures mobilisées : procédures standards et procédures prenant en compte la spécificité des nombres proposés, comme celle relative au nombre 4 utilisant deux divisions successives par 2 et pour savoir si l'introduction de Mathador avait une influence sur la réussite à cette question.

Les consignes de passation sont les suivantes :

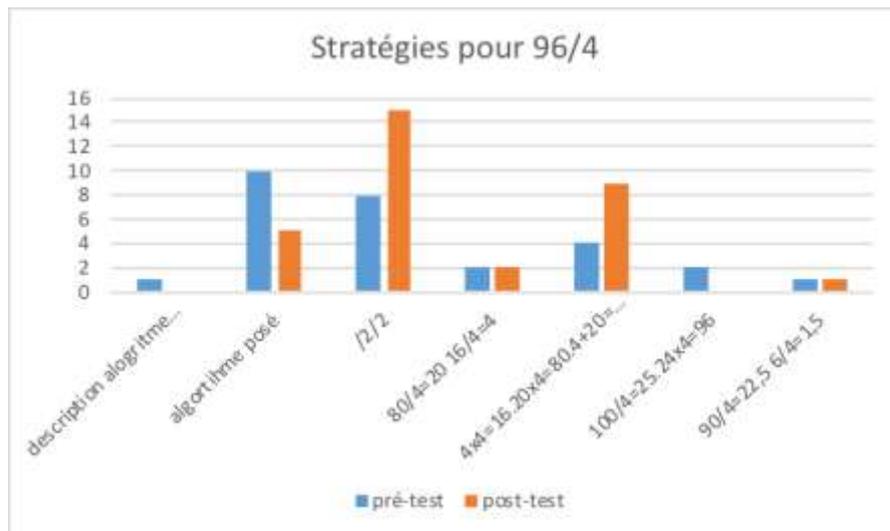
Dire « 96 divisé par 4 ; je répète 96 divisé par 4 » laisser 20 secondes pour écrire la réponse.

Puis dire « Écrivez vos calculs en dessous. » Laisser 20 secondes.

Les élèves doivent donner leur réponse dans un cadre et il y a une ligne pour préciser les calculs. Ici encore, les classes expérimentales et les classes témoins sont réunies. Pour le pré-test, 2 % des élèves de CM1 répondent correctement, 22 % donnent une réponse erronée et 76 % ne donnent pas de réponse ; 8 % des élèves de CM2 répondent correctement, 20 % donnent une réponse erronée et 72 % ne donnent pas de réponse ; 17,5 % des élèves de sixième donnent une réponse correcte, 30 % donnent une réponse erronée et 52,5 % ne donnent pas de réponse.

Les différentes stratégies utilisées par les élèves pour résoudre cette question ont été recensées à la fois pour le pré-test mais également pour le post-test **pour un total de 728 élèves** (incluant l'échantillon

précédent, tous niveaux confondus, ainsi que trois classes observées mais n'en faisant pas partie) et sont représentées sur le graphique ci-dessous :



En abscisses figurent les différentes procédures relevées :

Description de l'algorithme posé :

l'élève décrit les étapes de l'algorithme posé. Par exemple : un élève a écrit sur sa feuille : $9 : 4 = 2$ reste 1 ; $1 + 6 : 16 ; 16 : 4 = 4$.

Algorithme posé :

la division est posée sur la feuille.

Divisions par deux successives :

« $96 : 2 = 48$ » puis « $48 : 2 = 24$ ».

Utilisation de la distributivité à droite de la division par rapport à l'addition en décomposant « 96 » en « 80 + 16 » :
« $80 : 4 = 20$ » ; « $16 : 4 = 4$ » ; « $20 + 4 = 24$ ».

Utilisation de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

« $4 \times 4 = 16$ » ; « $20 \times 4 = 80$ » ; « $80 + 16 = 96$ ».

Mobilisation d'un fait numérique de type « multiplicatif » :

« $100 : 4 = 25$ » ou « $100 = 25 \times 4$ » pour conclure que « $24 \times 4 = 96$ ».

Utilisation de la distributivité à droite de la division par rapport à l'addition utilisant les nombres décimaux en décomposant « 96 » en « 90 + 6 » :

« $90 : 4 = 22,5$ » « $6 : 4 = 1,5$ » puis « $22,5 + 1,5 = 24$ ».

En ordonnées : le nombre d'élèves ayant répondu correctement (« 24 ») à la question et ayant dit avoir utilisé la procédure citée. (Tous niveaux confondus sans distinguer classes expérimentales et classes témoins).

Pour chaque procédure : le rectangle de gauche correspond aux résultats du pré-test et celui de droite aux résultats du post test.

Nous observons un faible nombre d'élèves donnant leurs procédures lorsque la demande en est faite. On dénombre en effet 28 réponses à la demande relative à la procédure utilisée pour le pré-test et 32 pour le post-test sur un total de 728 élèves. Bien qu'une procédure de calcul mental soit demandée, les élèves utilisent de manière privilégiée l'algorithme posé pour expliquer ce qu'ils ont fait. Toutefois on peut s'interroger sur la validité de cette réponse. Est-ce vraiment ce qu'ils ont fait pour trouver la solution ? Lors du post-test, deux stratégies émergent : faire deux divisions par deux successives ou utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition en décomposant 96 en 80 + 16.

3 Repérage des connaissances

L'analyse des évaluations nationales de CE2 (élèves de 8 ans) (années 2004 et 2005) donne un état des lieux des connaissances des élèves sur le niveau précédant la période scolaire étudiée lors des tests. Dans ces évaluations, nous avons repris les items se rapportant au calcul et les avons regroupés en fonction du pourcentage de réussite, par tranches de 20 % : les items réussis par plus de 80 % des élèves, ceux réussis par un nombre d'élèves compris entre 80 et 60 %, ceux réussis par un nombre d'élèves compris entre 60 et 40 %... Ce choix de tranches de 20 % a été guidé par plusieurs raisons comme nous allons le détailler. Il y est apparu que, pour une question réussie en pré-test par plus de 80 % des élèves, la progression en post test ne pouvait pas être mesurée à partir des tests statistiques. De plus, pour chaque question ce pourcentage de 20 % était suffisant pour indiquer une différence de progression entre les groupes témoins et Mathador lorsque les tests de *Student* et du Khi-deux étaient effectués. De surcroît, dans les comptes rendus des évaluations CE2 de l'année 2005 en mathématiques, nous pouvons lire « Les additions sont maîtrisées par plus de huit élèves sur dix tant en calcul mental qu'en calcul posé »⁹, nous retrouvons donc ce seuil de 80 %. Nous avons souhaité avoir un regard plus fin afin de voir au cours du cycle 3 comment les résultats à un même item évoluent.

Pour un groupe d'élèves, nous désignons par « connaissances acquises », celles en jeu dans les items réussis par plus de 80 % de ces élèves. À partir des réponses aux évaluations nationales CE2 de 2004, 2005, nous pouvons par exemple préciser **les connaissances acquises** (concernant les faits numériques) à l'entrée du CE2, nous trouvons : les tables d'addition (additionner deux nombres à un chiffre), les doubles des nombres jusqu'à 10 et le double de 50, les compléments à 10 permettant de donner le complément à la dizaine supérieure d'un nombre inférieur à 30. Ceci nous permet d'établir quelles sont les connaissances en calcul des élèves à l'entrée du niveau précédant ceux étudiés.

Chacune des 84 questions des tests créés par notre laboratoire ont été également regroupées, comme dans les deux études précédentes, par tranche de 20 % des taux de réussite et ceci pour la totalité de l'échantillon testé (classes Mathador et classes témoins).

Les questions portant sur les tables d'addition (additions de deux termes à un chiffre) et sur le fait que « 1 » est élément neutre pour la multiplication sont réussies par plus de 80 % des élèves de CM1. Nous considérons qu'elles font partie des connaissances acquises dès le CM1. En CM1, le produit « 4×25 » est connu pour un pourcentage d'élèves compris entre 40 % à 60 %, puis en CM2 et sixième entre 60 % et 80 % des élèves. Nous pouvons en conclure que, même en sixième, ce produit ne fait pas partie des connaissances acquises par les élèves.

En CM1 et en CM2, le complément à 100 de 25 est connu par 40 % à 60 % des élèves, et évolue vers la tranche 60 % - 80 % en sixième. Nous pouvons en conclure que, même en sixième, ce complément à 100 ne fait pas partie des connaissances acquises par les élèves. Nous avons testé deux produits issus des tables. Le produit « 6×8 » et le produit « 9×9 » qui est mieux réussi. En CM1, le pourcentage de réussite du produit « 6×8 » est dans la tranche 20 % - 40 %, puis en CM2 dans la tranche 60 % - 80 %, puis de nouveau dans celle 40 % - 60 % en sixième. En fait, les résultats sont très proches de 60 % dans les deux cas. Ce même fléchissement en sixième est cependant perceptible avec la question « donner quatre décompositions de 36 sous la forme $\dots \times \dots = 36$ ». Nous nous interrogeons sur ce fléchissement concernant les performances des tables de multiplications en sixième par rapport aux résultats des élèves de CM2.

Nous avons regroupé les questions par tranches de réussites de 20 % et ceci par niveau de classe pour avoir une évolution des connaissances au fil du cycle trois (élèves de 9 à 11 ans). Les différences d'évolution des deux groupes, celui des élèves de l'expérimentation et celui des élèves des classes témoins seront observées pour évaluer des effets du dispositif. Par exemple, pour la question « 6×8 », nous observons, pour les trois niveaux scolaires, une différence de tranche en post-test des élèves des classes expérimentales et ceux des classes témoins : les élèves de CM1 et de sixième des classes témoins sont dans la tranche de réussite 40 % - 60 %, ceux des classes expérimentales 60 % - 80 %, les élèves de CM2 des

⁹ (« Evaluation CE2 et 6^e » s. d.) <http://cisad.pleiade.education.fr/eval/pages-05/Evace26/index.htm>, consulté le 18 juillet 2019

classes témoins dans la tranche 60 % - 80 % et les élèves des classes expérimentales réussissent cette question à plus de 80 %. Ce décalage existait en CM2 et sixième en pré-test. Les tests de khi-deux confirment cependant l'influence du logiciel sur cette question pour les classes de CM1 et CM2. Lorsque nous regroupons toutes les questions des tests dans lesquelles la multiplication intervient, nous obtenons également une influence du logiciel. Ce travail est en cours et est à affiner.

Nous étudions également comment les réponses aux items testés évoluent au cours du cycle trois. Par exemple, l'item « 1209 plus 31 » à effectuer mentalement est réussi par 55 % des élèves de CM1, 52 % des élèves de CM2 et 55 % des élèves de sixième. Ce taux de réussite stagne autour de 50% nous montrant que ce type de question n'est probablement pas travaillé spécifiquement au cours du cycle 3. Si nous considérons en revanche l'item « 630 : 10 », il est réussi par 9 % des élèves de CM1, 42 % des élèves de CM2 et 67,5 % des élèves de sixième. Diviser par 10 est un item pour lequel la progression est importante, montrant que c'est un apprentissage qui est réalisé sur cette période et ceci conformément aux programmes.

VII- UNE CONCLUSION PARTIELLE

L'observation des pratiques des enseignants impliqués dans le projet nous montre que, durant les phases où les élèves jouent avec le logiciel, les interactions sont limitées aux consignes et aux aides matérielles (liées notamment aux problèmes de connexion). Certains enseignants ont créé des séances spécifiques afin d'avoir une phase d'échange autour des procédures. Cette phase est principalement dédiée à l'exposition des différentes procédures des élèves pour un tirage donné, même si nous avons observé à deux reprises un début d'exposé de méthodes de recherche.

Les résultats des tests montrent tout d'abord un décalage d'environ deux ans entre les attendus du programme et les connaissances des élèves. En second lieu, nous trouvons un effet du dispositif notamment sur l'apprentissage de la multiplication. L'apprentissage des tables interrogées sous la forme classique ou bien sous la forme « Dans combien de fois ? » est impacté et ceci pour les trois niveaux étudiés. Les autres questions portant sur la multiplication que ce soit en calcul mental ou en ligne (même si des différences existent selon le niveau scolaire) sont également impactées par le dispositif. Ce travail est en cours et se doit d'être encore affiné. Il faut néanmoins rappeler que le dispositif inclut des formations pour les enseignants impliqués dans le projet. À ce stade de notre travail, nous ne sommes pas en mesure de distinguer la part de l'impact du logiciel de celle de celui de l'enseignant.

V - BIBLIOGRAPHIE

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(2), 139–190. Retrieved from <https://revue-rdm.com/1998/outils-d-analyse-des-contenus/>

Butlen, D. (2007) Le calcul mental entre sens et technique : recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques, Presses Univ. Franche-Comté.

Butlen, D., Pézard, M. & al (2000) Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège, *Repères-IREM*, 41, 5-24. Metz : Topiques Éditions.

Chesné, J.-F. (2014) D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental. Thèse, Université Paris 7 – Denis Diderot.

Fayol, M. (2012) L'acquisition du nombre, *Que sais-je ? n° 3941*. Presses universitaires de France.

MacIntosh, A. & al (1997) Number Sense in School Mathematics : Student Performance in Four Countries. *MASTEC Monograph Series 5*. Perth : Australie.

Sitographie :

Évaluation CE2 et 6^{ème}. Consulté le 18 juillet 2019. <http://cisad.pleiade.education.fr/eval/pages-05/Evace26/index.htm>.