

## QUELS APPORTS DE LA PROGRAMMATION POUR LA REPRODUCTION D'UNE FIGURE GÉOMÉTRIQUE ?

**Anne BILGOT**

COPIRELEM, INSPE de Paris  
anne.bilgot@inspe-paris.fr

**Richard CABASSUT**

COPIRELEM, INSPE de Strasbourg  
LISEC EA2310  
richard.cabassut@unistra.fr

**Bruno COURCELLE**

COPIRELEM, INSPE Clermont-Auvergne  
bruno.courcelle@uca.fr

**Gwenaëlle GRIETENS**

COPIRELEM, INSPE de Nantes  
gwenaelle.grietens@univ-nantes.fr

### Résumé

Ce texte est le compte-rendu d'un atelier mené par des membres de la COPIRELEM, qui était la reprise d'un atelier déjà proposé lors du colloque de 2017 à Épinal. Cet atelier a pour principal objectif d'interroger les apports des activités de programmation pour l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire. Il est construit autour d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique (une croix), que les participants doivent effectuer dans différents environnements (Scratch, GeoGebra, Papier-ciseaux). Il décrit le déroulement de l'atelier, et résume les principaux éléments de la discussion qui a suivi, en mentionnant des retours de formations effectués entre 2017 et 2019 à partir de cette situation.

Nous rendons compte dans ce texte d'un atelier mené par des membres de la COPIRELEM, qui était la reprise d'un atelier déjà proposé lors du colloque de 2017 à Épinal, également par des membres de la COPIRELEM. Cet atelier a pour principal objectif d'interroger les apports des activités de programmation pour l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire. Il est construit autour d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique, que les participants doivent effectuer dans différents environnements.

Nous invitons le lecteur à prendre d'abord connaissance du texte rédigé à l'occasion de l'atelier 2017 (Billy et al., 2018) ; ce texte figure intégralement en annexe 3. Il décrit le contexte institutionnel et le déroulement de l'atelier 2017, puis propose une analyse détaillée de la tâche de reproduction, en fonction de l'environnement dans lequel elle est effectuée. Il évoque enfin des premiers retours de formation.

Dans la suite de ce texte, nous ne rappelons pas ces éléments. Nous décrivons simplement le déroulement de l'atelier 2019, en deux parties : mise en situation des participants, puis discussion et apports. Nous mentionnons dans la première partie les aménagements par rapport au déroulement de l'atelier 2017, en signalant quelques productions des participants à cet atelier. Dans la seconde, nous résumons les principaux éléments de la discussion finale (réactions des participants, éléments d'analyse et retours de formations ayant eu lieu entre 2017 et 2019).

## I - MISE EN SITUATION DES PARTICIPANTS

### 1 Introduction

L'atelier a débuté par un bref rappel du contexte institutionnel français à propos des liens que peuvent entretenir, à l'école élémentaire, l'enseignement de la géométrie et les activités d'algorithmique et de programmation. Depuis l'atelier de 2017, les préconisations institutionnelles ont fait l'objet de nouvelles publications (MEN 2018, MEN 2019) mais ces nouveaux textes ne modifient pas l'esprit de ce qui était indiqué dans les programmes de 2015. Ainsi, lit-on toujours, dans la version consolidée des programmes de cycle 3 (MEN, 2018) :

- d'une part que « [Les activités spatiales et géométriques] constituent des moments privilégiés pour une première initiation à la programmation notamment à travers la programmation de déplacements ou de construction de figures » ;

- d'autre part que :

*Les situations faisant appel à différents types de tâches [...] portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques [...] et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances.*

Le texte précise les supports possibles : ceux-ci incluent « papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ».

Le déroulement de l'atelier a ensuite été présenté aux participants : un temps de travail en binôme autour d'une tâche de reproduction de figure dans différents environnements, suivi d'un temps, toujours en binôme, d'analyse du travail effectué dans la phase précédente, avant un temps collectif de discussion et d'apports des animateurs.

### 2 Recueil des regards spontanés sur la figure

Nous avons introduit cette phase par rapport au déroulement proposé en 2017, avec des intentions que nous préciserons en partie II.

La consigne de cette phase était la suivante :

*Nous allons projeter une figure. Sans échanger entre vous, vous devez écrire sur la feuille de papier qui vous a été remise ce que vous voyez spontanément, sans réfléchir (cette phase ne doit pas durer plus d'une minute !). Vous remettrez ensuite cette feuille à l'un des animateurs. Nous reviendrons sur vos messages un peu plus tard dans l'atelier.*

La figure, identique à celle qui avait été utilisée lors de l'atelier 2017, a alors été vidéo-projetée. Elle est présentée en Figure 1.

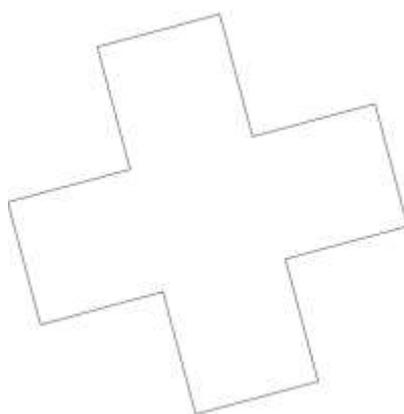


Figure 1. La figure à reproduire.

Nous consignons ici les descriptions recueillies à l'issue de cette phase (portées à la connaissance du groupe seulement plus tard dans l'atelier, au début de la discussion).

- Certaines sont formulées sans termes géométriques, en évoquant un objet du monde réel : « Croix du drapeau suisse », « Croix penchée », « Une croix », « Croix du drapeau suisse penchée vers la gauche » « Croce a braccia uguali inclinata » (Croix avec des bras inclinés égaux), « Un plus ».
- D'autres mentionnent ce même objet, « une croix », mais précisent également des objets géométriques qui la composent (des carrés) : « Une croix formée de cinq carrés », « Une croix suisse, un assemblage de carrés ».
- D'autres enfin mentionnent uniquement des objets géométriques, des carrés, tout en décrivant des relations de ces derniers obtenues suite à des actions matérielles : « 5 carrés juxtaposés », « Un carré dont on a enlevé 4 carrés à chaque sommet ».

### 3 Reproduction de la figure dans différents environnements

La consigne suivante a ensuite été donnée aux participants :

*En binôme, vous devez reproduire la figure en travaillant dans deux environnements différents, parmi : Scratch, GeoGebra, et papier-ciseaux à partir d'une feuille carrée. Nous vous invitons cependant à utiliser nécessairement le logiciel Scratch. Si vous avez effectué deux reproductions avant la fin de cette phase, nous vous proposons de travailler dans le troisième environnement.*

L'adresse d'un espace en ligne (« padlet ») a alors été communiquée à tous, afin de permettre une collecte des productions au fur et à mesure de l'avancée du travail, pour alimenter la mise en commun à suivre.

#### 3.1 Reproduction de la figure avec le logiciel scratch

Les codes produits par les participants (avec Scratch 2 ou Scratch 3) ont été similaires à ceux qui avaient été relevés dans l'atelier de 2017 (cf. annexe 3) : nous retrouvons des codes pour lequel un motif, répété 4 fois, a été reconnu (comme pour les deux codes à gauche en Figure 2), et d'autres codes pour lesquels une seconde régularité a été identifiée au sein du motif répété 4 fois (comme pour les deux codes à droite en Figure 2).



Figure 2. Reproduction avec le logiciel scratch : quatre codes écrits produits par des participants de l'atelier ; on retrouve ici des démarches identiques à celles qui avaient été observées au cours de l'atelier de 2017 (cf. annexe 3).

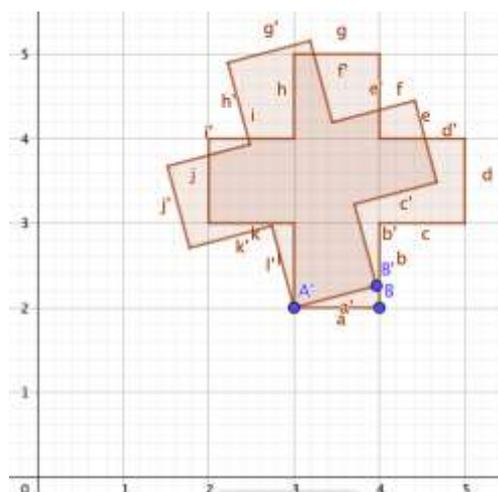
Au passage, on peut remarquer que seule la première production ne se préoccupe pas de l'orientation de la figure tracée par rapport aux bords du support ; les trois autres montrent une intention d'un tracé d'une croix « penchée », comme sur le modèle.

Pour certains participants, cet atelier était l'occasion d'une première prise en main du logiciel scratch, et des difficultés spécifiques à la programmation dans le logiciel scratch déjà évoquées dans le compte-rendu de l'atelier 2017 (cf. annexe 3) ont été retrouvées (initialisation de la position du lutin non automatisée et à programmer, dimensions de la scène à prendre en compte et dimensions de la figure à décider pour que le lutin n'en sorte pas). Elles ont été prises en charge au cas par cas par les animateurs, sans faire l'objet d'un traitement collectif (en revanche, quand un formateur intervient seul en formation auprès de formés découvrant le logiciel, il est utile de les avoir anticipées pour en assurer un traitement rapide, afin qu'elles ne prennent pas le pas sur les objectifs de la formation ...)

### 3.2 Reproduction de la figure avec le logiciel Geogebra

Le logiciel GeoGebra était familier de la plupart des participants à l'atelier, et cet environnement n'a été que très peu choisi parmi les environnements possibles. Nous avons récolté seulement une production, réalisée par des participants qui, jusqu'à alors, avaient très peu utilisé le logiciel.

La figure obtenue est présentée en Figure 3. Elle a été obtenue en traçant le contour d'un polygone par des translations et en utilisant la commande VecteurOrthogonal (un extrait du protocole de construction est présenté à droite en Figure 3) ; la croix finale a été obtenue comme image de la première croix par une rotation.



1 Point A	
2 Point B	Point sur Cercle(A, 1)
3 Point C	$A + \text{Vecteur}(A, B) + \text{VecteurOrthogonal}(\text{Segment}(A, B))$
4 Point D	$A + 2\text{Vecteur}(A, B) + \text{VecteurOrthogonal}(\text{Segment}(A, B))$
5 Point E	$A + 2\text{Vecteur}(A, B) + 2\text{VecteurOrthogonal}(\text{Segment}(A, B))$
6 Point F	$A + \text{Vecteur}(A, B) + 2\text{VecteurOrthogonal}(\text{Segment}(A, B))$
7 Point G	$A + \text{Vecteur}(A, B) + 3\text{VecteurOrthogonal}(\text{Segment}(A, B))$

Figure 3. Reproduction avec le logiciel geogebra : une production recueillie pendant l'atelier (des démarches plus fréquemment rencontrées en formation sont présentées en annexe 3).

Nous renvoyons le lecteur à Billy et al. (2018) en annexe 3 pour d'autres stratégies plus fréquemment observées en formation ; dans les formations que nous avons conduites, nous avons souvent observé le tracé de cinq carrés en utilisant à cinq reprises la commande « Polygone régulier », ou le tracé d'un premier carré, suivi de l'application à quatre reprises de la commande « symétrie axiale », par rapport à chacun des côtés du premier carré).

### 3.3 Reproduction de la figure avec du papier et des ciseaux à partir d'une feuille carrée

Dans cette phase également, nous avons retrouvé des productions similaires à celles qui avaient été observées lors de l'atelier 2017. Nous signalons simplement la production montrée en Figure 4, présentée par ses auteurs comme « un pliage permettant d'obtenir la croix par un partage en trois par un partage en quatre ». Dans cette démarche, la croix est vue comme un sous-ensemble des carrés d'un quadrillage régulier  $3 \times 3$ , lui-même vu comme un sous-ensemble des carrés d'un quadrillage régulier  $4 \times 4$ . C'est ce quadrillage  $4 \times 4$  qui est d'abord construit ; il l'est par des pliages bord à bord, permettant de partager la longueur et la largeur du carré initial en quatre parts égales (« partage en quatre »). Ensuite, dans chacune des dimensions, seuls trois quarts de la longueur sont conservés, pour former une nouvelle

longueur, qui, elle, se retrouve partagée en trois parts égales (« partage en trois ») : chaque part précédemment obtenue représente un tiers de la nouvelle longueur (puisqu'un quart est égal à un tiers de trois quarts). On obtient alors un quadrillage régulier  $3 \times 3$ , duquel la croix est obtenue en découpant les quatre carrés « des coins » (cf. Figure 4).

A la différence des procédures présentées en annexe 3, cette démarche n'a pas été mise en œuvre dans le souci de minimiser les coups de ciseaux, et n'est pas fondée sur la recherche d'axes de symétrie dans la figure initiale. Elle permet en revanche de reproduire la figure initiale à partir d'une vision « surface » de la figure initiale, vue comme un assemblage de 5 carrés superposables.

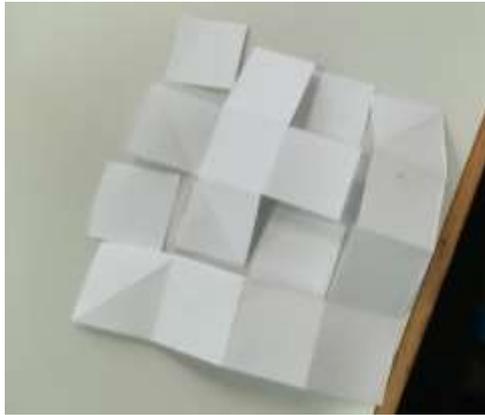


Figure 4. Reproduction « en papier-ciseaux » : une production recueillie pendant l'atelier. La croix est vue comme un assemblage de 5 carrés superposables, issus d'un quadrillage  $4 \times 4$  obtenu par des pliages successifs.

#### 4 Analyse de la tâche

La mise en situation des participants s'est achevée par le remplissage d'une grille par chacun des binômes, afin de fournir des éléments pour organiser la discussion collective à suivre. Les grilles remplies par les participants au cours de l'atelier sont consignées en annexe 2.

---

## II - DISCUSSION ET RETOURS DE FORMATION

---

La discussion a été organisée en commentant les productions des participants tout au long de l'atelier, et en les confrontant à d'autres productions, recueillies par les animateurs ou les auteurs de Billy et al., (2018), dans des classes de cycle 3, ou en formation, initiale ou continue, de professeurs des écoles.

### 1 Retour sur les regards spontanés sur les figures

Au cours de cette phase, les descriptions spontanées recueillies au début de la mise en situation, que nous avons citées dans le paragraphe I.2, ont été lues. Nous avons ensuite explicité nos intentions : ce recueil est là pour :

- permettre aux participants de prendre conscience de la variété des regards spontanés sur une même figure ;
- permettre à chaque participant de prendre conscience de l'évolution de son propre regard sur la figure au fur et à mesure des changements d'environnement, par rapport à sa description spontanée.

Nous avons ensuite complété cet éventail de descriptions en projetant des descriptions spontanées produites par des élèves de CM1 (cf. annexe 1). En formation d'enseignants, ce moment permet de rappeler - indépendamment des liens avec l'algorithmique et la programmation - qu'en classe, l'un des enjeux d'une tâche de reproduction d'une figure complexe est d'amener les élèves à analyser la figure en mettant en évidence des objets et des relations géométriques, et que l'on cherche alors à développer chez les élèves l'aptitude à ne pas rester cantonné aux éléments reconnus spontanément. Le formateur peut par exemple à cette occasion citer l'une des composantes de la compétence « Représenter » telle qu'elle est présentée dans les programmes de cycle 3 (MEN, 2018) : « Analyser une figure plane sous différents

aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points) ». On trouvera en annexe 3 (Billy et al., 2018) une analyse de la figure proposée dans l'atelier sous ces différents aspects.

## 2 Reproduction dans l'environnement scratch

La discussion sur la tâche de reproduction dans l'environnement Scratch a essentiellement porté sur trois points.

- Les éléments d'analyse de la figure utiles pour la reproduction de la figure : plusieurs participants ont indiqué avoir cherché à reproduire « un chemin », « un chemin fermé », (« qu'on chevauche », pour l'un des groupes), en « oubliant », ou « sans tenir compte » des carrés reconnaissables dans la figure.

Dans cet environnement, le travail de reproduction peut alors consister en un travail de description des angles tout au long du chemin (angles « intérieurs », « extérieurs », mesure des angles en degrés), et mobilise des compétences spatiales (savoir décrire un chemin en utilisant des repères relatifs au lutin qui se déplace, et non des repères fixes, absolus).

Ceci a permis une discussion dans l'atelier sur le fait qu'en formation initiale, et notamment en M1, en lien avec la préparation du CRPE, le travail de tracé de figures géométriques avec le logiciel scratch motive un travail sur les angles : il peut mettre au jour des difficultés des étudiants à disposer d'un ordre de grandeur des mesures d'angles en degrés, et donc des difficultés à représenter *grosso modo* un angle de valeur donnée avec l'écartement des mains ; il peut également mettre au jour des difficultés à utiliser un rapporteur. Ceci a également permis un échange entre participants sur les stratégies utilisées en formation pour aider les étudiants à se décentrer et adopter des repères dans le référentiel du lutin, comme par exemple ne pas utiliser le lutin « chat », qui apparaît de profil et n'aide pas à comprendre que l'on décrit un trajet vu de dessus, et lui préférer un lutin représentant une flèche →, ou un scarabée vu de dessus. Des participants ont aussi insisté sur la préférence qu'ils accordent au verbe « pivoter » (qui évoque un changement de direction du regard) par rapport au verbe « tourner » (qui peut évoquer, de manière inadaptée, un déplacement couplé à un changement d'orientation).

- Le fait que la figure choisie rend une reproduction pas à pas fastidieuse, incite donc à repérer des régularités, des motifs qui se répètent, des « patterns » pour faciliter l'écriture du code : conformément à ce que nous avons déjà pu observer en formation, des participants de l'atelier qui découvraient le logiciel ont, en cours de programmation, sollicité les animateurs pour savoir s'il était possible de « faire des copier-coller », ou s'il était possible de « répéter » des instructions. Ceci a donc permis de revenir dans la discussion sur le fait que la tâche de reproduction motive un apprentissage algorithmique, avec l'introduction des structures itératives (certes, le logiciel offre également une commande « Dupliquer », permettant de dupliquer des lignes de code, commode pour réduire le temps passé à saisir du code ; cependant, les codes produits restent alors fastidieux à lire).

A cette occasion, nous avons projeté des codes produits par des élèves de CM1, qui se sont engagés dans une programmation pas à pas du chemin, sans structure itérative, et qu'ils ne parviennent pas à mener à son terme (cf. annexe 3 (Billy et al. 2018), pour retrouver ces codes).

- Enfin, la discussion a soulevé des questions sur la démarche d'apprentissage par essais-erreurs : plusieurs participants ont dit avoir réussi à reproduire la figure après quelques tentatives et rectifications successives des valeurs des angles. Une telle démarche engage-t-elle des progrès chez les élèves ? Chez les étudiants ? Chez les enseignants en formation ? Un collègue signale qu'en tout cas, il paraît certain que chez la majorité des étudiants, une tentative infructueuse suscite le besoin de comprendre « pourquoi ça n'a pas marché ».

## 3 Reproduction avec le logiciel Geogebra

A propos de la tâche de reproduction avec Geogebra, nous avons mentionné un élément constaté à plusieurs reprises en formation : comme pour la reproduction avec le logiciel scratch, la figure choisie se prête à une reconnaissance d'un « motif » qui se répète ; il arrive alors que des participants s'enquière de la possibilité d'effectuer un « copier-coller ». L'impossibilité d'effectuer un copier-coller dans

l'environnement Geogebra, fournit alors l'occasion, en formation, d'aborder des éléments liés aux transformations géométriques.

Des participants ont également signalé que le logiciel Apprenti Géomètre pouvait fournir un environnement alternatif à Geogebra, dans lequel la reconnaissance des « patterns » serait favorisée.

#### 4 Reproduction avec papier ciseaux

La discussion a porté essentiellement sur deux points :

- la recevabilité du pliage en trois parts égales pour réussir la tâche ; les avis restent partagés ! En l'espèce, dans la situation de la croix, considérer comme recevable ce pliage permet de valoriser les analyses de la figure dans lesquelles on reconnaît « un grand carré » duquel on retire quatre petits carrés, dont les côtés ont pour longueur le tiers de la longueur du grand carré ; en ce sens, cette stratégie de pliage nous paraît intéressante.

En complément, nous avons cependant signalé une stratégie « en un seul coup de ciseaux » à partir d'une feuille carrée, n'utilisant que des pliages en deux parts égales, recueillie lors d'une formation d'enseignants du second degré en mathématiques à l'ESPE de Paris. Elle est illustrée en Figure 5 : les branches de la croix sont placées non pas le long des médianes du carré initial, mais le long des diagonales du carré initial. L'idée consiste alors à se rapporter, par pliage le long des axes de symétrie que sont les diagonales et médianes du grand carré, à la construction du trapèze en rouge sur la figure ci-dessous. Les points M et C, reconnus comme les milieux respectifs de [AH] et [HB], peuvent être placés par des pliages en deux parts égales. Une fois le triangle AHB obtenu par pliage, et les points M et C placés, il suffit de replier le triangle AMD sur le triangle MHC par pliage le long de [MK] pour pouvoir découper MHC et AMD en un seul coup de ciseaux, le long de [MC].

- la possibilité, en formation, de profiter de cette tâche pour évoquer (ou faire vivre) la situation dite *des napperons* (comme situation de formation, et situations pour la classe, pour travailler la symétrie axiale) (Peltier, 2003).

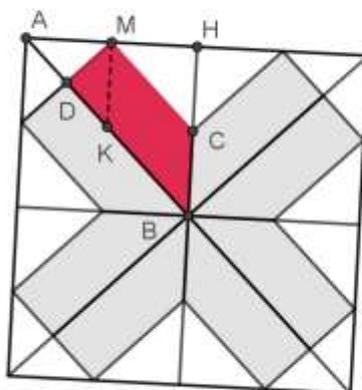


Figure 5. Reproduction « en papier-ciseaux » : une proposition recueillie en formation, qui permet d'obtenir la croix par des pliages bord à bord et un seul coup de ciseaux, sans passer par un pliage en trois parts égales.

### III - CONCLUSION

Nous avons conclu l'atelier en trois temps :

- un bref retour sur les grilles remplies par les participants (cf. annexe 2), pour évoquer des éléments non abordés dans la discussion précédente. Nous sommes en particulier revenus sur les implicites du contrat associé au verbe « Reproduire » (respect des dimensions, de l'orientation de la figure par rapport au support ...) : pour certains participants, le fait que seules la forme et les proportions de la figure initiale devaient être conservées paraissait naturel, tandis que pour d'autres, comme on peut le constater sur les

productions effectuées pendant l'atelier, l'orientation du modèle par rapport au support était un élément à prendre en compte dans la reproduction.

- un bilan sur le potentiel, en termes de formation, de la situation vécue, aussi bien à propos de l'enseignement de la géométrie (enjeux d'une situation de reproduction de figure en classe, importance des changements de regards sur les figures) que pour une introduction à l'algorithmique et à la programmation. Le lecteur pourra trouver une analyse plus détaillée de ce potentiel dans la situation 3 d'une brochure récemment publiée par des membres de la COPIRELEM (Guille-Biel Winder et al., 2019). Lors de la conclusion de l'atelier, nous avons indiqué d'une part qu'il nous semble que la situation proposée permet de souligner le rôle essentiel de l'environnement dans les activités de reproduction de figures ; d'autre part que l'utilisation du logiciel Scratch, permet de mettre l'accent sur un intérêt de repérer des structures itératives ou 'patterns' pour optimiser les scripts produits.

- De manière plus générale, nous avons mentionné l'importance que revêt la recherche de régularités dans les raisonnements en mathématiques (un exemple dans un tout autre domaine avait été donné lors de séance menée en ouverture du colloque par Stéphane Clivaz). Nous avons alors conclu en mentionnant des éléments proposés dans un document ressource institutionnel pour l'enseignement de l'algorithmique et de la programmation au cycle 4, que nous reproduisons ici (MEN, 2016) :

*[L'enseignement de l'informatique au cycle 4] a pour objectif de développer chez les élèves les compétences suivantes :*

- *décomposition : analyser un problème compliqué, le découper en sous-problèmes, en sous-tâches ;*
- *reconnaissance de schémas : reconnaître des schémas, des configurations, des invariants, des répétitions, mettre en évidence des interactions ;*
- *généralisation et abstraction : repérer les enchaînements logiques et les traduire en instructions conditionnelles, traduire les schémas récurrents en boucles, concevoir des méthodes liées à des objets qui traduisent le comportement attendu ;*
- *conception d'algorithme : écrire des solutions modulaires à un problème donné, réutiliser des algorithmes déjà programmés, programmer des instructions déclenchées par des événements, concevoir des algorithmes se déroulant en parallèle.*

Il nous semble que la situation décrite ici peut être l'occasion, en formation, d'illustrer plusieurs de ces compétences, et notamment la deuxième.

---

## IV - BIBLIOGRAPHIE

---

Billy C., Cabassut, R., Petitfour E., Simard A., Tempier F. (2018) Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Perspectives pour la formation, 191-207, in *Actes du 44<sup>e</sup> colloque COPIRELEM*, ARPEME.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale). (2016) Algorithmique et programmation, *Ressources pour le cycle 4*, Eduscol.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale). (2018) Programme du cycle 2, du cycle 3, du cycle 4.

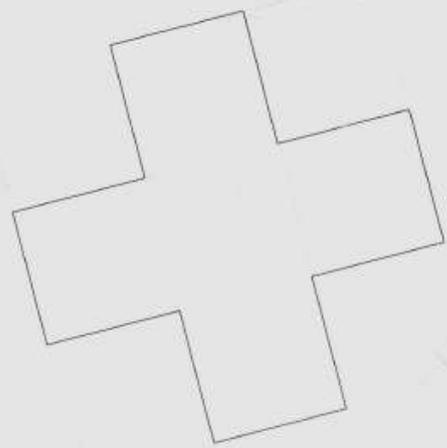
MEN (Ministère de l'Éducation Nationale). (2019) Repères annuels de progression pour le cycle 3.

Peltier, M.-L. (2003) « Le napperon ». Un problème pour travailler sur la symétrie axiale, *Carnets de route de la COPIRELEM*, T.2, 161-172, ARPEME.

Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. (2019) Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : situations, ressources, analyses. *COPIRELEM, Les outils du formateur*, Tome 1. ARPEME.

# V - ANNEXE 1 : DESCRIPTIONS PRODUITES PAR DES ELEVES DE CM1

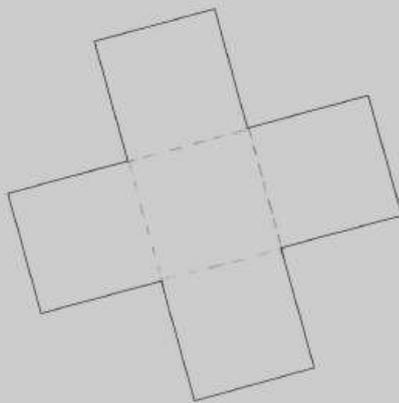
Zoé / Noémy



// Décris de façon assez brève la figure ci-dessus :

C'est une croix dans un carré.

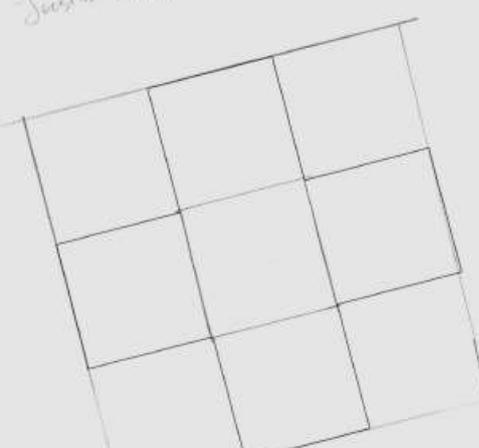
Emmy B et Emmy D



// Décris de façon assez brève la figure ci-dessus :

La figure a huit angles droits, elle a douze côtés elle a huit sommets et elle a cinq carrés à l'intérieur et chaque côté font quatre cm.

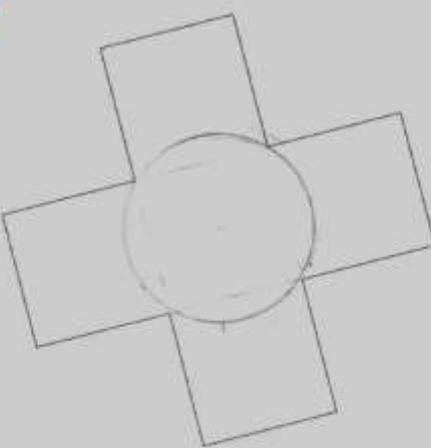
Justin / Enwan



// Décris de façon assez brève la figure ci-dessus :

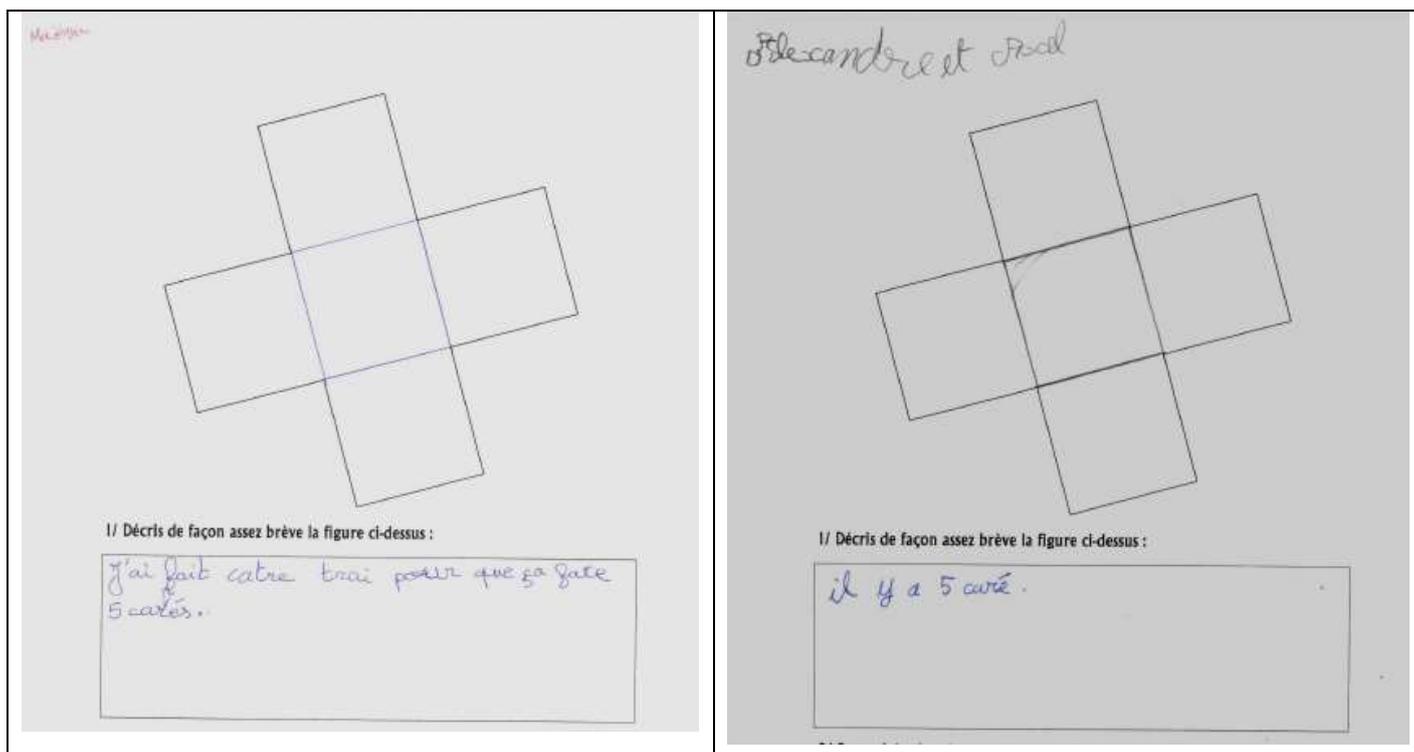
Tu as un carré dans le carré tu en poses quatre autres de plus petits mesurant dans chaque angle de 40cm.

Zinet Lola



// Décris de façon assez brève la figure ci-dessus :

On voit deux rectangles.



## VI - ANNEXE 2 : GRILLES D'ANALYSE REMPLIES ET DÉPOSÉES PAR LES PARTICIPANTS DE L'ATELIER

### Groupe 1

	Environnement Scratch	Autre environnement : papier-crayon
<b>Procédures</b>	Déterminer les éléments répétitifs (segment + angle) Saisie des blocs et ajustement par essai-erreur	A main levée : reproduction du dessin d'une croix
<b>Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques</b>	L'angle droit mesure 90° Repérage spatial	Tenue de l'outil scripteur Perception de la forme
<b>Compétences d'algorithmique et programmation</b>	Notion de boucle	Aucune
<b>Difficultés potentielles pour les élèves</b>	Orientation du chat lors des changements de direction	Orientation de la croix

## Groupe 2

	<b>Environnement Scratch</b>	<b>Autre environnement :</b> papier ciseaux
<b>Procédures</b>	Déplacement dans le plan Repérage du motif de base à répéter Utilisation de la procédure « répéter »	Analyse de la figure Repérage des symétries Pliages et report d'une longueur ➔ 1 coup de ciseaux
<b>Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques</b>	Repérage dans l'espace	Géométriques : symétrie axiale Obtenir une perpendiculaire par pliage
<b>Compétences d'algorithmique et programmation</b>	Connaître le logiciel Notions d'instruction Boucle	
<b>Difficultés potentielles pour les élèves</b>	Repérer la régularité -> boucle Latéralisation : tourner droite / gauche Se perdre dans la multitude de commandes à retrouver	Repérer les symétries Image mentale empêche les bons pliages

## Groupe 3

	<b>Environnement Scratch</b>
<b>Procédures</b>	Imaginer notre déplacement et décentration pour le faire réaliser par le chat en tâtonnant
<b>Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques</b>	Orientation du plan Estimation de l'orientation de la croix (valeur de l'angle) Passage de l'espace vécu (imaginer le déplacement) à l'espace représenté Connaissance des propriétés du carré (longueur et angles)
<b>Compétences d'algorithmique et programmation</b>	Initialisation Répétition d'une commande (répéter 3 fois, répéter 4 fois) = structure itérative avec le nombre d'étapes connues à l'avance
<b>Difficultés potentielles pour les élèves</b>	Orienter le chat = repérage relatif

## Groupe 4

	<b>Environnement Scratch</b>	<b>Autre environnement :</b> Papier crayon (1. pliage+compas ou 2. règle+équerre)
<b>Procédures</b>	Utilisation de boucle (répéter 4 fois)	Création du premier côté, identification de 2 perpendiculaires par pliage (2 fois : à gauche et à droite du premier côté) ; identification des sommets de la croix avec le compas ; identification d'une autre perpendiculaire qui passe par les sommets trouvés ; identification des derniers sommets ; dessin des côtés
<b>Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques</b>	Longueurs égales, angles, rotations, perpendicularité	Perpendiculaires par pliage ; utiliser le compas pour reporter une même longueur
<b>Compétences d'algorithmique et programmation</b>	Orientation dans le plan, identification d'une boucle	
<b>Difficultés potentielles pour les élèves</b>	Identification du début et de la fin de la boucle, identification du vers de rotation	Précision du pliage et dessin ; nombre de points à trouver

---

**VII - ANNEXE 3 : TEXTE DE L'ATELIER COPIRELEM 2017**


---

## QUELS APPORTS DE LA PROGRAMMATION POUR LA REPRODUCTION D'UNE FIGURE GEOMETRIQUE ? PERSPECTIVES POUR LA FORMATION

**Christophe BILLY**

COPIRELEM, ESPE de Toulouse Midi-Pyrénées  
christophe.billy@univ-tlse2.fr

**Richard CABASSUT**

COPIRELEM, Université de Strasbourg  
LISEC EA 2310  
richard.cabassut@unistra.fr

**Edith PETITFOUR**

COPIRELEM, ESPE de Rouen Normandie  
LDAR (EA 4434) Université de Rouen Normandie, UA UCP UPD UPEC  
edith.petitfour@univ-rouen.fr

**Arnaud SIMARD**

COPIRELEM, ESPE de l'Université de Franche-Comté  
LMB, FR-EDUC  
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

**Frédéric TEMPIER**

COPIRELEM, ESPE de Versailles  
LDAR (EA 4434) Université de Cergy-Pontoise, UR UA UCP UPD UPEC  
frederick.templier@u-cergy.fr

### Résumé

Les nouveaux programmes du cycle 3 (MEN, 2015) associent l'enseignement de la géométrie à une initiation à la programmation. Si la géométrie dynamique a apporté un point de vue nouveau sur la géométrie (Assude et Gelis, 2002), qu'en est-il de la programmation ? En nous appuyant sur des travaux de didactique de la géométrie (Perrin-Glorian et Godin, 2014 ; Petitfour, 2015), nous interrogeons les apports et les limites de cette approche de la géométrie à travers la programmation par la comparaison de la mise en œuvre d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique dans différents environnements. Des perspectives pour la formation sont esquissées à la fin.

---

## INTRODUCTION

---

Les programmes de 2015 (MEN, 2015) ont introduit l'algorithmique et la programmation aux cycles 2 et 3 à travers des activités de repérage dans l'espace au cycle 2 et de repérage dans l'espace et géométrie au cycle 3. Les activités de programmation apparaissent comme un support à la construction d'apprentissages dans ces domaines (espace et géométrie) : « Des activités géométriques peuvent être l'occasion d'amener les élèves à utiliser différents supports de travail : papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation de cartes, de plans » (MEN, 2015, p.198).

Les connaissances spatiales et géométriques concernées sont les suivantes : « **(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations** [...] avec de nouvelles ressources comme [...] des logiciels d'initiation à la programmation » (MEN, 2015, p.211) et

« **Reconnaître et utiliser quelques connaissances géométriques** [...] Exemples de matériels : papier/crayon, logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation » (MEN, 2015, p.212). Il existe également un document d'accompagnement "initiation à la programmation"<sup>1</sup> avec notamment une annexe proposant des exemples de construction de figures avec le logiciel de programmation Scratch.

Les activités spatiales et géométriques apparaissent réciproquement comme des points d'appui pour permettre une initiation à la programmation : « Une initiation à la programmation est faite à l'occasion notamment d'activités de repérage ou de déplacement (programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran), ou d'activités géométriques (construction de figures simples ou de figures composées de figures simples) » (MEN, 2015, p.214).

En partant de ces préconisations des programmes, le but de cet atelier est de questionner les apports et limites de l'utilisation de la programmation pour développer ou réinvestir effectivement des connaissances géométriques, dans le cas d'une activité de reproduction de figure géométrique. En effet, alors que la géométrie dynamique a apporté un point de vue nouveau sur la géométrie (Assude et Gelis, 2002), qu'en est-il de la programmation ?

Pour cela nous avons proposé aux participants de réaliser une même tâche de reproduction dans différents environnements : logiciel de programmation, logiciel de géométrie dynamique et papier-ciseaux. Pour l'analyse des connaissances et compétences en jeu, nous nous appuyerons sur les travaux récents en didactique de la géométrie (Perrin-Glorian et Godin, 2014 ; Petitfour, 2015) permettant de rendre compte de connaissances géométriques et compétences visuo-spatiales en jeu dans la reproduction de figures.

Nous avons choisi d'utiliser Scratch comme logiciel de programmation (préconisé par les programmes) et GeoGebra comme logiciel de géométrie dynamique. Nous avons écarté les « robots » (Probot, Thymio, ...) suite à des difficultés techniques d'utilisation pour obtenir des tracés suffisamment précis, ce qui nous amène à penser que leur utilisation dans l'enseignement (tracés géométriques) n'est pas tout à fait adaptée à l'école primaire pour le moment.

---

## I - REPRODUCTION D'UNE FIGURE GÉOMÉTRIQUE

---

La figure géométrique que nous avons choisie est la figure 1 ci-dessous :

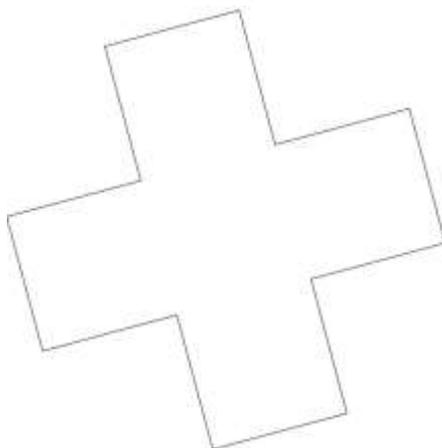


Figure 1

Il s'agit d'une figure pouvant être considérée comme complexe car composée de figures simples (carrés ou rectangles ou les deux). Cette figure possède certaines régularités (motifs isométriques par

---

1

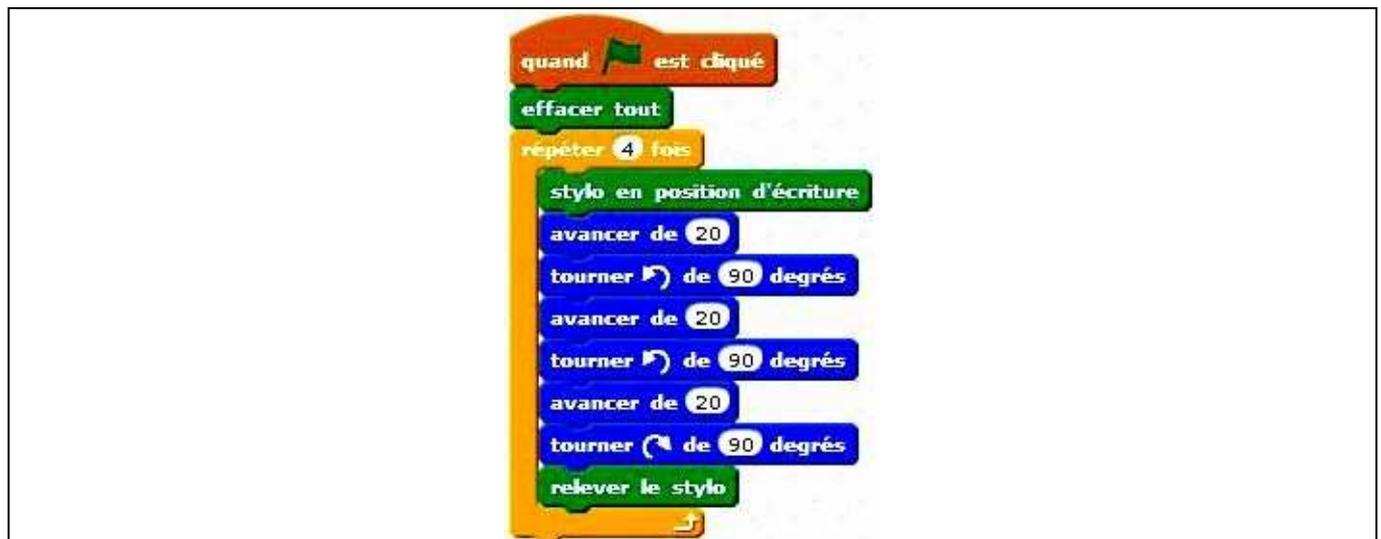
[http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Initiation\\_a\\_la\\_programmation/92/6/RA16\\_C2\\_C3\\_MATH\\_initiation\\_programmation\\_doc\\_maitre\\_624926.pdf](http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Initiation_a_la_programmation/92/6/RA16_C2_C3_MATH_initiation_programmation_doc_maitre_624926.pdf)

translation, rotation ou symétrie). Sa reproduction peut donc amener à utiliser certaines caractéristiques des logiciels choisis : des boucles dans le logiciel de programmation Scratch et des juxtapositions de carrés dans le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra. L'environnement papier-ciseaux permet d'exploiter la symétrie de la figure grâce au pliage. Une analyse de la tâche de reproduction sera proposée dans la partie II.

Lors de l'atelier, les participants ont d'abord été invités à reproduire cette figure dans l'environnement Scratch ainsi que dans un deuxième environnement parmi le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra ou l'environnement papier-ciseaux. Nous avons ensuite organisé une mise en commun des productions. Voici des exemples de constructions réalisées dans l'atelier suivies de commentaires sur leur réalisation et d'exemples de réalisations obtenues dans d'autres contextes (en classe ou en formation).

## 1 Reproductions avec Scratch

### 1.1 Reproduction 1 avec Scratch



Script 1

Production classique que l'on retrouve dans 4 groupes. Un motif a été reconnu ( □ dans le script ci-dessus mais d'autres ont choisi ◡ ) et reproduit quatre fois.

À ce stade, les problèmes suivants ont été soulevés :

- la procédure d'initialisation n'est pas évidente car dépendante de l'orientation initiale du lutin qu'il faut identifier ;
- la taille de la figure obtenue peut être trop petite (par exemple lorsque l'on conserve la valeur choisie par défaut pour le bloc « avancer de »). La figure sera alors en partie cachée par le lutin. Certains groupes choisissent 100 au lieu de 20 dans l'instruction "avancer de", d'autres déplacent le lutin à la fin du script et d'autres enfin changent le lutin choisi par défaut (le chat) en le remplaçant par la flèche ( ↓ ) pour visualiser également l'information sur l'orientation du lutin ;
- la taille de la scène<sup>2</sup> est imposée et oblige à estimer un ordre de grandeur du pas à inscrire dans l'instruction "avancer de" si l'on souhaite que la figure soit entièrement visible<sup>3</sup> ;

<sup>2</sup> Dans Scratch, la « scène » est l'espace de l'écran permettant de visualiser les objets créés. Il s'agit d'un rectangle de 480 pixels par 360 pixels. Elle est munie d'un repère dont l'origine est le centre de ce rectangle.

<sup>3</sup> Tout comme dans l'environnement papier-crayon pour prévoir si la figure sera réalisable sur la feuille proposée, il faut ici anticiper sur les dimensions des côtés.

- si la place prise par la figure sur la scène n'a pas été anticipée, le lutin peut "sortir de la scène" (il disparaît) et se pose alors le problème de le faire revenir. La seule solution trouvée dans l'atelier a été d'utiliser l'instruction "aller à x : 0 y : 0". La question s'est posée de savoir si cette situation ne pouvait pas être retenue pour donner du sens au repérage dans le plan et à l'utilisation d'un système de coordonnées de points ;
- l'unité de longueur est implicite ("avancer de 100") : il s'agit du pixel (unité graphique particulière) ;

Une fois cette première réalisation effectuée, plusieurs groupes ont cherché à rendre leur programme plus « efficace » (moins d'instructions). Les animateurs ont également proposé de produire un script permettant d'obtenir la croix en utilisant le moins de fois possible (voire une seule fois) l'instruction "avancer".

### 1.2 Reproduction 2 avec Scratch

<p><i>Script 2</i></p>	<p><i>Script 3</i></p>	<p><i>Script 4</i></p>
------------------------	------------------------	------------------------

Dans ces trois productions les groupes ont cherché à minimiser le nombre d'actions "avancer" et "tracer" en utilisant l'action "répéter" sur des motifs repérés sur la figure.

Dans le script 5, produit par un groupe, il est intéressant de noter que la contrainte forte "n'utiliser qu'une seule fois l'instruction avancer " engage à mobiliser des connaissances mathématiques hors de

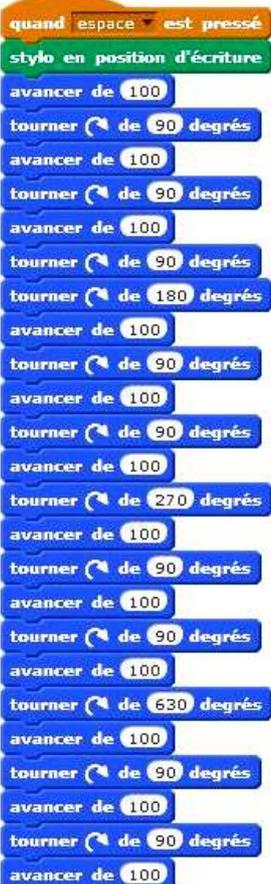
*Script 5*

portée des élèves de l'école ou du collège.

Dans cet environnement, comme dans les autres, les contraintes posées sur les outils disponibles (leur nature, le nombre d'utilisations possible, etc.) sont des variables didactiques de la situation de reproduction. Un groupe a proposé de donner un coût aux instructions plutôt que d'en limiter le nombre, le but étant de trouver une suite d'instructions permettant d'obtenir la figure au moindre coût.

Tous les groupes ont utilisé au moins une boucle ce qui traduit effectivement la reconnaissance d'un motif que l'on souhaite répéter. C'est ici un point important de l'algorithmique et de la programmation, terrain d'expression des mathématiques comme "science des modèles" (Kahane, 1995-1996). Modestement sur cette tâche, chacun a cherché à reconnaître un motif pour tirer parti de l'environnement Scratch permettant de réaliser à moindre coût la répétition dudit motif. Une analyse moins poussée aurait conduit à réaliser les tracés de segment un à un, les uns après les autres (en exprimant l'idée d'un déplacement pas à pas) comme nous avons pu l'observer dans des classes à qui nous avons proposé la même tâche de reproduction :

- le script 6 a été obtenu dans une classe de Cm1-Cm2. On notera une utilisation erratique des mesures d'angle ;
- le script 7<sup>4</sup> a été obtenu en classe de quatrième et permet d'obtenir la figure comme superposition de deux rectangles ;

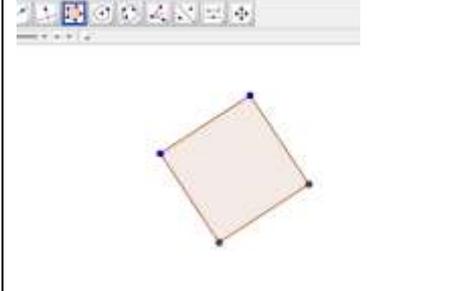
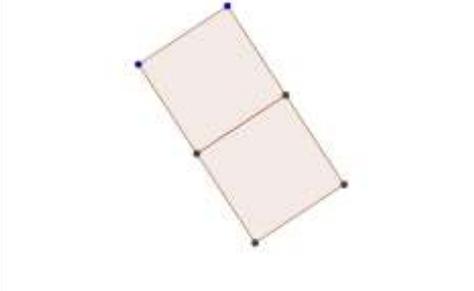
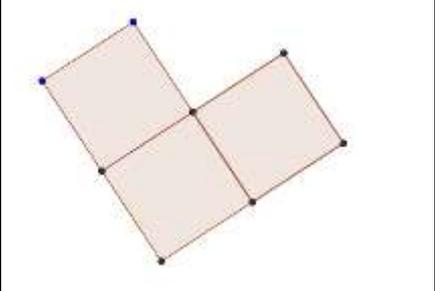
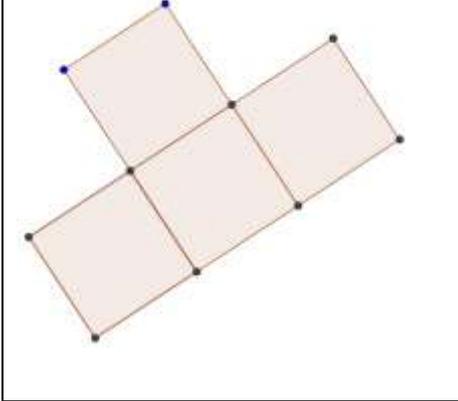
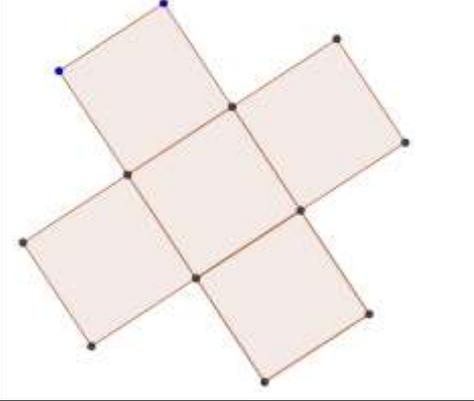
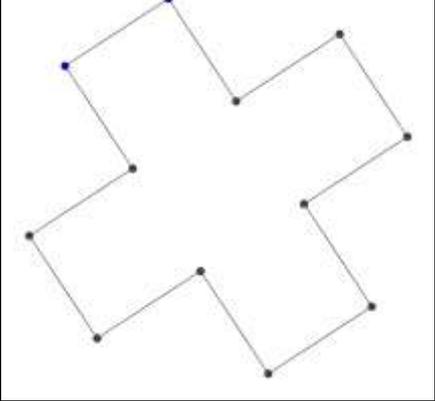
		
<p>Script 6</p>	<p>Script 7</p>	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin-right: 10px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin-right: 10px;"></div> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="font-size: 2em;">}</span> </div> <p style="text-align: center; margin: 10px 0;">puis</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 100px; margin-right: 10px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 100px;"></div> </div>

<sup>4</sup> Pour des raisons de mise en page le script 7 a été scindé en deux colonnes.

## 2 Reproductions avec GeoGebra

### 2.1 Reproduction 1 avec GeoGebra

Dans la construction suivante, le groupe a utilisé la fonction « polygone régulier à 4 côtés ». Cette fonction permet d'afficher à l'écran des carrés colorés, ce qui conduit à les appréhender comme des surfaces et la figure construite (la croix) comme un assemblage de ces surfaces juxtaposées.

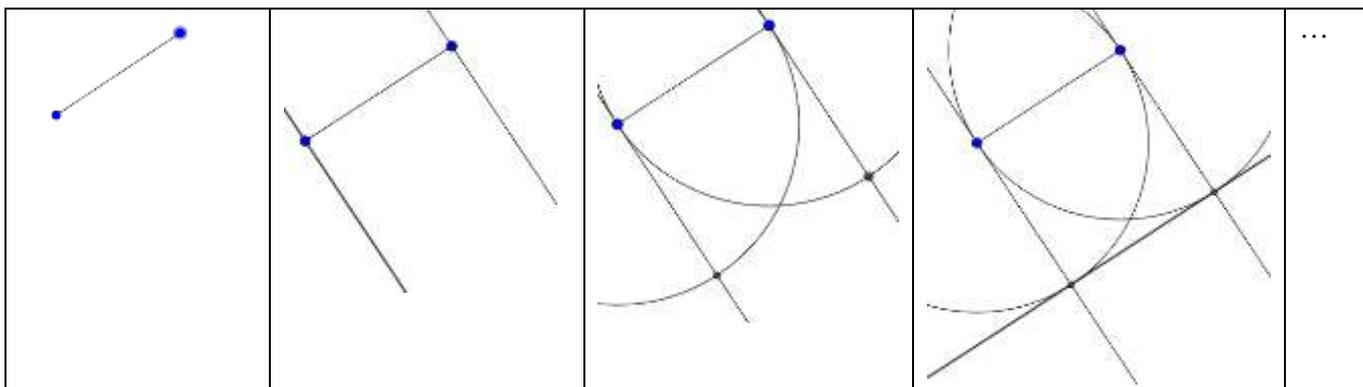
1. Tracé d'un carré comme polygone régulier à 4 côtés	2. Tracé d'un deuxième carré juxtaposé au premier en utilisant deux sommets du premier carré	3. Tracé d'un troisième carré par la même méthode
		
4. Tracé d'un quatrième carré par la même méthode	5. Tracé d'un cinquième carré par la même méthode	6. Tracé de segments formant les côtés de la figure et effacement des 5 carrés intérieurs.
		

Une variante de cette construction est apparue : un groupe a utilisé les mêmes étapes de construction mais en utilisant la symétrie axiale d'axe la droite support d'un des côtés du carré, ce qui met en jeu cette connaissance géométrique supplémentaire.

### 2.2 Reproduction 2 avec GeoGebra.

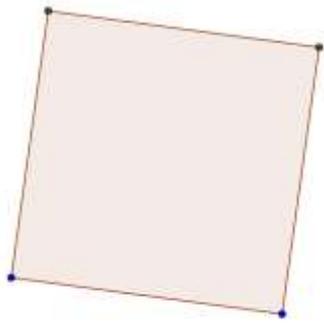
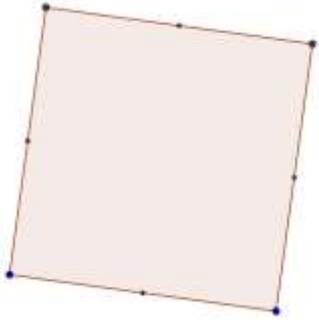
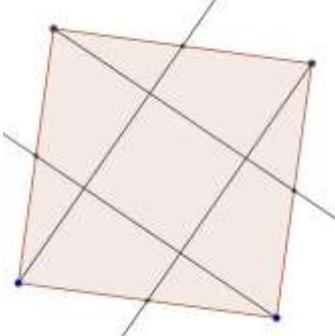
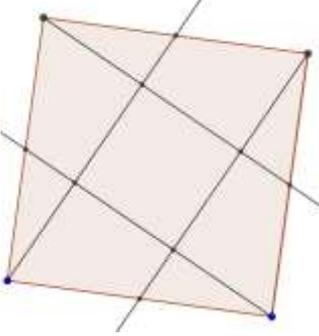
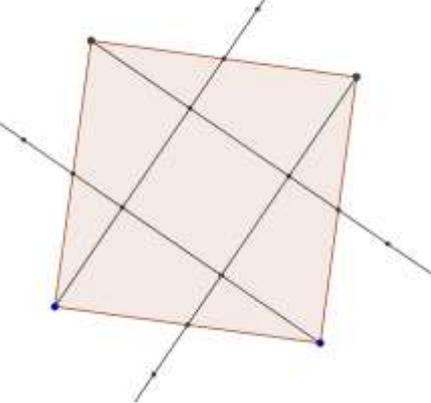
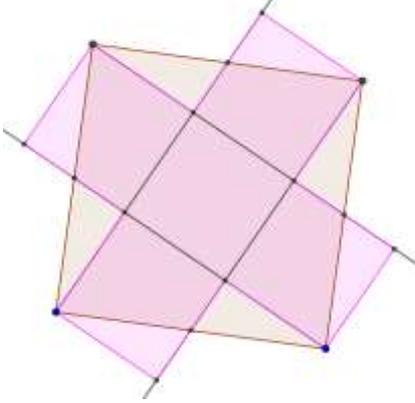
Un groupe a réalisé la construction côté par côté en utilisant la fonction « droite perpendiculaire » pour obtenir des angles droits et la fonction « cercle » pour les reports de longueurs. Cette réalisation s'appuie sur des relations entre les segments qui constituent le contour de la figure.

1. Tracé d'un segment et ses extrémités	2. Tracés de droites perpendiculaires	3. Tracés de cercles pour reporter la longueur du segment et création de points d'intersection	4. Tracé d'une droite passant par les deux points obtenus	Etc.
---	---------------------------------------	--	---	------



**2.3 Reproduction 3 avec GeoGebra**

Le travail de ce groupe suit une analyse très fine des sous-figures et sur-figures liées à la figure initiale. La familiarité avec des figures du même type utilisées dans les sujets de concours l’a orienté vers cette production. Il est à noter que sans recours à des tracés sur un brouillon, l’analyse ci-dessous aurait été beaucoup plus compliquée.

1. Tracé d’un carré comme polygone régulier à 4 côtés	2. Placement des milieux des côtés de ce carré	3. Tracé de demi-droites d’origine un sommet du carré et le milieu d’un côté opposé
		
4. Création des points d’intersection obtenus entre les demi-droites	5. Tracés des symétriques de ces points par rapport aux milieux des côtés du carré	6. Construction du polygone en joignant les points de la figure obtenus aux étapes précédentes.
		

Les participants des différents groupes sont assez familiers avec l’utilisation de GeoGebra, ainsi, peu de problèmes ont été signalés pour la prise en main. De manière implicite, la résistance au déplacement a été prise en compte pour la reproduction de la figure.

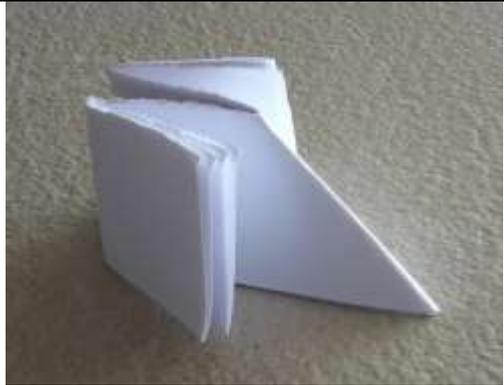
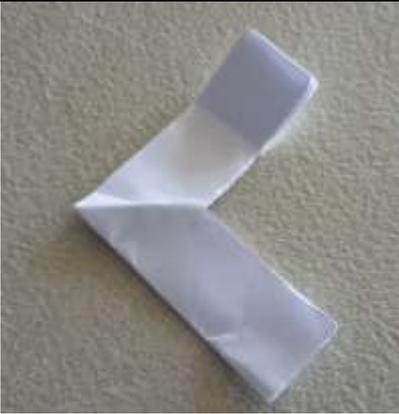
### 3 Reproductions dans l'environnement papier-ciseaux

L'environnement papier-ciseaux n'est pas classique. Il a été clarifié en début de mise en activité. Les participants ont à leur disposition le modèle de la croix à reproduire, une feuille A4 blanche et une paire de ciseaux. La reproduction doit être d'un seul tenant. On appellera « coup de ciseaux » l'opération qui consiste à découper la feuille de manière rectiligne (coupe aussi longue que l'on veut, sans changement de direction). Les participants peuvent plier la feuille comme ils le souhaitent. Bien entendu, la reproduction de la figure doit pouvoir être justifiée même si sa réalisation peut être approximative (tout comme dans l'environnement papier-crayon). L'introduction de contraintes sur l'utilisation des instruments (les ciseaux) est également possible dans cet environnement, ce qui a été fait dans l'atelier en introduisant la consigne « donner le moins de coups de ciseaux possibles ». Cela a permis aux participants d'approfondir leur recherche en travaillant sur d'autres procédés possibles.

Les participants n'étant pas familiers de cet environnement, il a fallu passer par une phase d'essais-erreurs pour parvenir à des reproductions satisfaisantes. On notera que plusieurs groupes ont tout d'abord utilisé le modèle de la croix, qu'ils ont plié en faisant se superposer les bords par transparence, pour essayer de trouver le nombre (et le lieu) de coups de ciseaux minimal. Presque tous les groupes ont choisi implicitement que la reproduction finale ne devait pas avoir de superposition de surface. Cette décision implique un minimum de deux coups de ciseaux (dont le premier est généralement pour passer du format A4 à une feuille carrée). Or, sans cette contrainte implicite, une réalisation en un seul coup de ciseaux est possible.

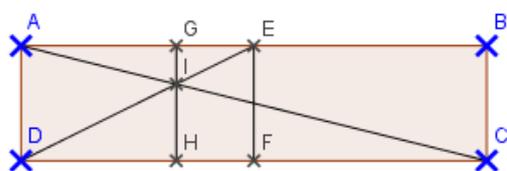
#### 3.1 Reproduction 1 en papier – ciseaux

La reproduction ci-dessous est la réalisation classique en deux coups de ciseaux. Le premier coup de ciseaux sert à passer du format A4 à une feuille carrée. Ensuite, par un jeu de superposition (correspondant à des symétries axiales de la figure), un second coup de ciseaux permet d'obtenir, après dépliage, une reproduction de la croix. La transcription ci-dessous permet de visualiser, à rebours, les pliages suffisants :

1. Après avoir obtenu une feuille carrée puis pliée trois fois en deux et une fois en trois...on coupe une fois...	2. Et on déplie...	3. Ceci est le quart de la croix...attention, c'est à ce stade que le pliage en trois est intervenu !
		
4. Le pliage en trois est visualisable	5. La croix, suite aux découpes après pliage	6. Une possibilité en un seul coup de ciseaux est de se passer de l'étape qui consiste à rendre la feuille de départ carrée et de superposer les morceaux superflus.



Une discussion a animé cette réalisation suite au passage obligatoire par un pliage en trois parties égales. Ce pliage est-il justifiable mathématiquement ou est-il seulement une construction « à l’œil » ? Une construction peut être réalisée en s’appuyant sur le théorème de Thalès (cf. Figure 2) : on obtient le point I par pliage selon [AC] et [DE], puis on obtient [DH] par un pli bord à bord passant par I. On notera que le questionnement autour de la légitimité du pliage en trois peut s’appliquer pour le pliage en deux dit « bord à bord ».



ABCD rectangle, E milieu de [AB].  
 I est le point d'intersection des droites (AC) et (DE).  
 G est le projeté orthogonal de I sur (AB).  
 $AG = 1/2 CH$   
 $GE = 1/2 DH$   
 Si on pose  $GE = 1$  alors  $DH = 2 = AG$  et  $CH = 4$   
 d'où  $CD = 6$  et  $AG = 2$  donc  $AG = 1/3 CD$ .

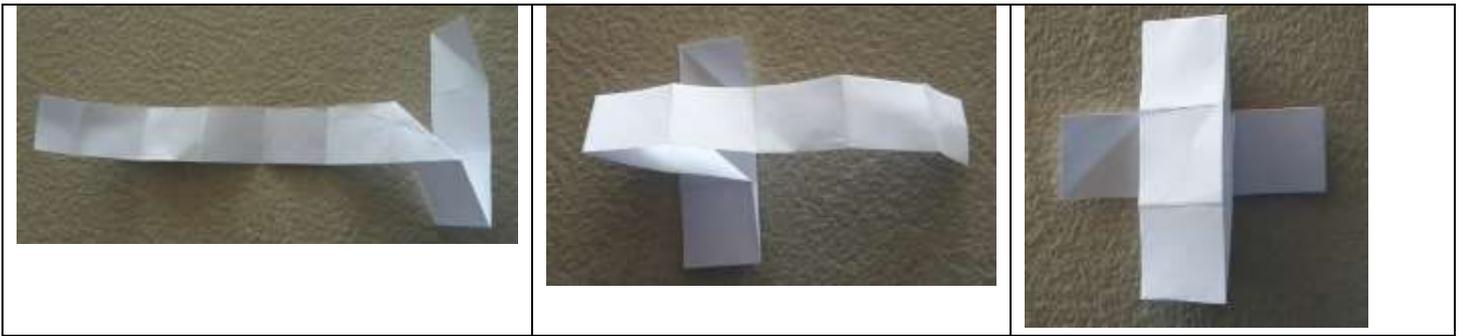
Figure 2 : partage d’une feuille en trois rectangles superposables par pliage

**3.2 Reproduction 2 en papier – ciseaux**

La production ci-dessous a été proposée par une étudiante de M2 familière des origamis à qui la tâche de reproduction a été proposée. L’idée est de découper, en un seul coup de ciseaux, une bande à bord parallèle suffisamment fine pour y faire apparaître 9 carrés superposables. Ensuite, par pliage, on peut reproduire la croix souhaitée (avec des superpositions de carrés).

1. En pliant bord à bord trois fois de suite, on obtient une bande à bords parallèles suffisamment fine.	2. Une fois la bande coupée <sup>5</sup> , on initialise la création des carrés.	3. La bande est pliée pour faire apparaître au moins 9 carrés superposables.
		
4. Pliage type origami.	5. On obtient la croix avec plusieurs superpositions.	6. Objet final.

<sup>5</sup> A ce stade, le « coup de ciseaux » est rectiligne même s’il faut cisailier plusieurs fois (tout dépend de la longueur de la lame !) L’opération de découpe peut intervenir après avoir construit les carrés. La découpe est alors plus imprécise (dû aux superpositions) mais le coup de ciseaux est plus net.



## II. OUTILS D'ANALYSE D'UNE TÂCHE DE REPRODUCTION DE FIGURES

Nous présentons maintenant quelques outils d'analyse permettant de rendre compte des connaissances et compétences en jeu dans une tâche de reproduction de figures, en appui sur des travaux de recherche concernant les différentes visions sur les figures (Perrin-Glorian et Godin, 2014) et l'action instrumentée (Petitfour, 2015). Nous utiliserons ces outils dans la partie suivante pour réaliser une analyse comparée de la tâche de reproduction de la croix dans les trois environnements étudiés.

Une tâche de reproduction de figures nécessite un enchaînement d'*actions instrumentées*. Nous appelons de telles actions celles d'un sujet qui, dans son environnement de travail, utilise corporellement des objets techniques, soit pour analyser des relations géométriques représentées graphiquement, soit pour produire des objets graphiques représentant des objets géométriques. Par exemple, la vérification d'un alignement de deux segments avec la règle (analyse d'une relation géométrique) et le tracé d'une droite avec la règle (production d'un trait droit représentant la droite) sont des actions instrumentées.

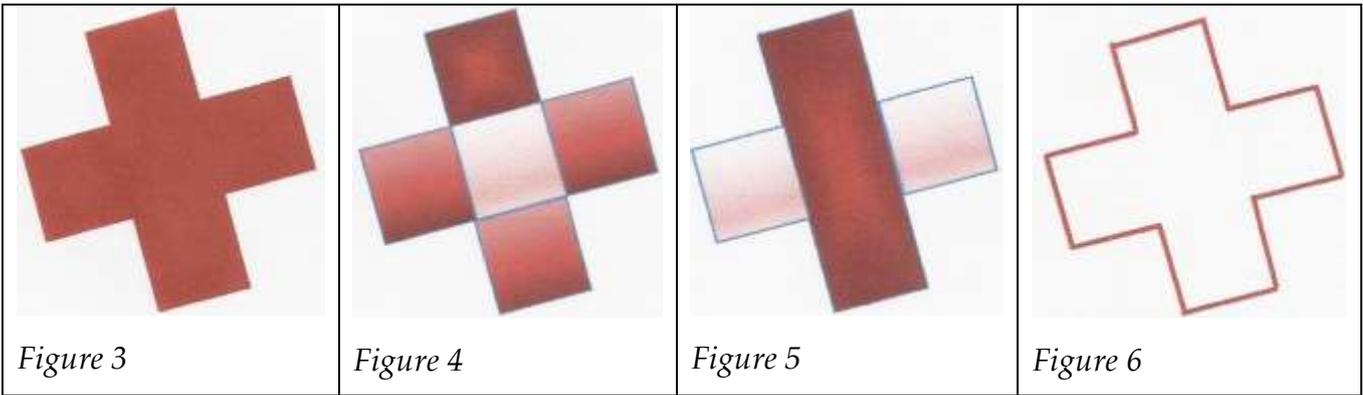
Les *objets techniques*, dépendant de l'environnement de travail, sont par exemple :

- la règle, l'équerre, le compas dans l'environnement papier-crayon ;
- les outils « cercle (centre-point) », « droite perpendiculaire » dans l'environnement technologique du logiciel GeoGebra ;
- « avancer de 10 pas », « répéter 10 fois » dans l'environnement technologique de Scratch ;
- la paire de ciseaux dans l'environnement papier-ciseaux.

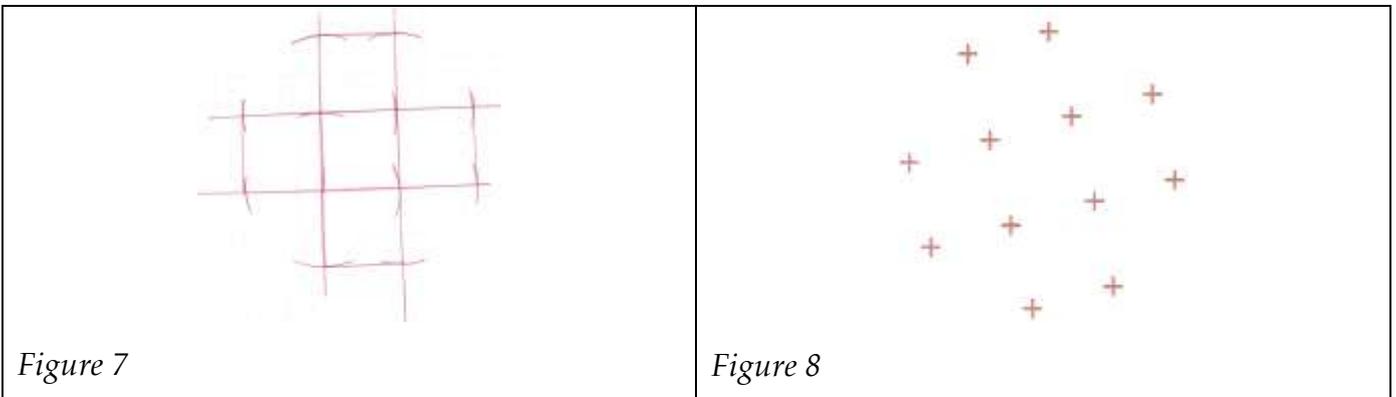
Les *objets graphiques* – traces du crayon sur une feuille de papier dans l'environnement papier-crayon, traces sur un écran dans un environnement technologique, plis et traits de découpe dans l'environnement papier-ciseaux – ont des caractéristiques spatiales qui rendent compte de propriétés géométriques de la figure.

Nous distinguons les trois visions suivantes des figures (Perrin-Glorian et Godin, 2014) que nous illustrons avec la figure étudiée dans l'atelier :

- dans une vision « surfaces », on peut voir une surface (par exemple la croix de la figure 3), des surfaces juxtaposées, comme les cinq carrés de la figure 4 ou le rectangle et les deux carrés de la figure 5. On peut voir aussi des surfaces qui se chevauchent, par exemple la croix et un carré sur la figure 4 et les deux rectangles sur la figure 5. On peut également voir des lignes mais seulement en tant que bords de surface. On peut voir par exemple le contour de la croix (figure 6). Cette vision étend la notion de forme 2D évoquée par Duval (2005) ;



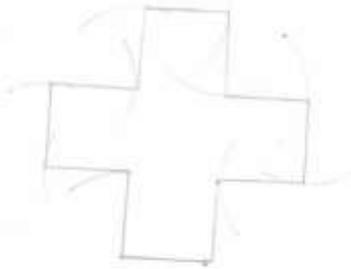
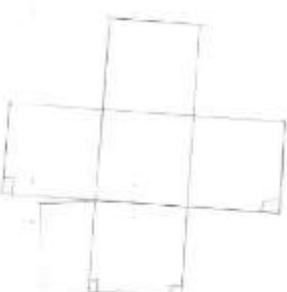
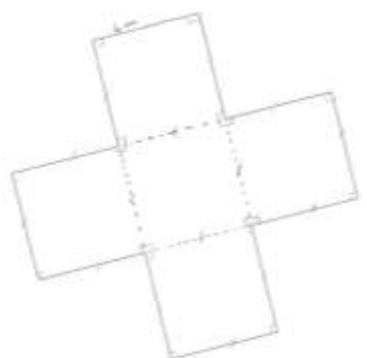
- dans une vision « lignes », on peut voir la figure comme constituée de lignes pouvant se tracer à la règle et au compas (figure 7). Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de droites supports des côtés ;
- Dans une vision « points », on peut créer des points par intersection de deux lignes et les points peuvent définir des lignes (figure 8) ;

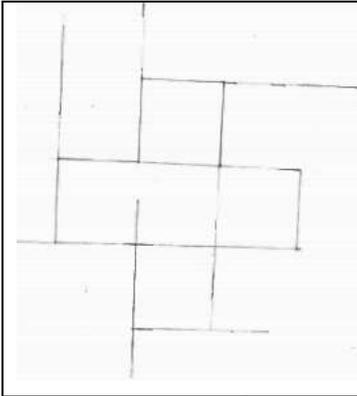
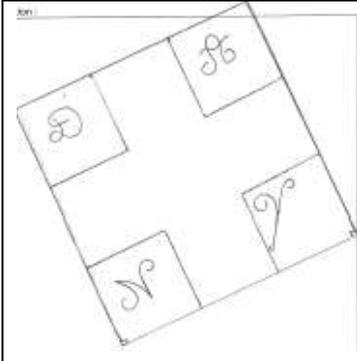


Les actions instrumentées mettent en jeu différents types de compétences (organisationnelles, manipulatoires, visuo-spatiales) et de connaissances (techniques, graphiques, géométriques). Nous nous intéressons ici aux connaissances géométriques et aux compétences visuo-spatiales :

- les *connaissances géométriques* sont relatives à la définition des objets géométriques et aux relations qui peuvent exister entre eux comme la perpendicularité, l'alignement, ...
- les *compétences visuo-spatiales* concernent la capacité à réaliser une analyse visuelle pour prélever et interpréter des informations spatiales (repérage d'objets graphiques, repérage de relations spatiales entre ces objets). Elles concernent également la capacité à réaliser une déconstruction dimensionnelle (Duval, 2005), à passer d'une vision « surfaces » à une vision « lignes » et « points ».

Nous illustrons la mise en jeu de ces connaissances et compétences dans une analyse de productions d'élèves de cycle 3, qui avaient la tâche de reproduire la croix dans l'environnement papier.

Productions des élèves	Compétences visuo-spatiales sous-jacentes à la construction	Connaissances géométriques sous-jacentes à la construction
 <p>« J'ai utilisé le compas pour tracer les arcs de cercle et l'équerre pour relier les traits, le crayon à papier pour tracer les traits. »</p>	<p>A la jonction de la vision « surfaces » et de la vision « lignes » : tracé du contour segment par segment</p> <p>Repérage d'égalités de longueur des côtés du polygone</p> <p>Alignements de côtés et angles droits non repérés (direction des côtés prise « au jugé »)</p>	<p>Les points d'un arc de cercle sont équidistants de son centre</p> <p>Égalité de longueurs</p>
 <p>« Cette figure est une croix qui se compose de deux rectangles. »</p>	<p>Vision « surfaces » : chevauchement de deux rectangles</p> <p>Repérage de la relation entre les deux rectangles</p>	<p>Propriétés du rectangle</p> <p>« Un quadrilatère ayant deux côtés de même longueur, chacun perpendiculaire à un troisième côté, est un rectangle. »</p> <p>Angle droit</p>
 <p>« La figure est composée de 5 carrés de 4 cm. »</p>	<p>Vision « surfaces » : juxtaposition de cinq carrés</p> <p>Repérage de l'organisation spatiale des carrés</p>	<p>Propriétés du carré</p> <p>« Un quadrilatère ayant quatre côtés égaux et quatre angles droits est un carré »</p> <p>Angle droit, égalité de longueur</p>

	<p>Vision « lignes »</p> <p>Repérage de demi-droites supports des côtés</p> <p>Repérage d'alignement de côtés, de la relation de perpendicularité</p>	<p>Report de longueur sur une demi-droite à partir d'un point</p> <p>Angle droit, égalité de longueur</p>
	<p>Vision « lignes » et « points »</p> <p>Construction d'une sur-figure par prolongement de côtés</p> <p>Repérage d'égalités de longueur, d'alignements et d'angles droits</p>	<p>Alignement, égalité de longueur, angle droit, point d'intersection</p>

### III. ANALYSE COMPARÉE DES REPRODUCTIONS DANS LES TROIS ENVIRONNEMENTS

	Compétences visuo-spatiales	Connaissances géométriques
<p><b>Logiciel de programmation</b></p>	<p>La vision « surfaces » avec la ligne vue comme le contour d'une surface est principalement mobilisée, soit dans sa globalité ("identifier que tous les côtés de la croix ont la même longueur"), soit en repérant "quatre fois un même parcours" (<i>Script 2</i>). Cette appréhension spatiale de la figure est associée à un point de vue « dynamique » avec les idées de déplacement, de chemin à parcourir provoquées par la nature des blocs disponibles comme "avancer de" qui permet, le stylo étant en position d'écriture, de tracer un segment.</p> <p>La réalisation de la tâche dans cet environnement nécessite également de "se mettre à la place du lutin (décentration et orientation) et de passer de l'espace au plan comme si on dessinait sur le sol de la cour."</p> <p>La scène étant de taille donnée fixe sans possibilité de zoom, la croix est à reproduire dans un espace contraint qui engage à</p>	<p>L'égalité des longueurs, les angles droits et leur mesure sont identifiés comme connaissances géométriques mobilisées dans la tâche de reproduction.</p> <p>La capacité à "décomposer une figure complexe en figures élémentaires" est à mettre en relation avec la recherche d'économie dans l'écriture du programme.</p>

	estimer la taille possible des segments.	
<b>Logiciel de géométrie dynamique</b>	Les visions "lignes" et "points" sont en jeu dans les constructions utilisant les droites et cercles alors que la vision "surfaces" est en jeu dans celles utilisant un assemblage de cinq carrés. Cette dernière peut être induite dans cet environnement par la possibilité d'utiliser dans le menu l'outil "polygone régulier" qui permet de tracer à moindre coût un carré puis de compléter la figure avec quatre carrés.	Les multiples procédés de construction envisageables dans cet environnement conditionnent les connaissances mises en jeu : cercles (distances égales), symétrie centrale et axiale (conservation des distances, image du carré), propriétés du carré.
<b>Papier-ciseaux</b>	Deux visions semblent privilégiées dans cet environnement. La vision "surfaces" conduisant à inclure la figure dans un carré ou à la voir comme la juxtaposition de carrés ; la vision "lignes" dans la reconnaissance et éventuellement le prolongement des axes de symétrie des différents carrés identifiés. Ces deux visions se répondent entre elles lorsque des propriétés de symétries, du carré par exemple, donnent des superpositions de segment (les côtés). Ici, la vision du « contour » est à l'intersection de la vision « surfaces » et de la vision « lignes ».  La vision « points » peut aussi être mobilisée lorsqu'il s'agit d'identifier le milieu d'un segment par exemple.	L'environnement et la contrainte imposés engagent à décomposer en figures simples la figure complexe, cette dernière s'obtenant comme juxtaposition (après symétries essentiellement) de ces figures simples.  Les propriétés géométriques recensées par les groupes sont principalement liées, dans cet environnement, à celles des symétries : axe de symétrie d'un segment pour obtenir son milieu, les diagonales d'un carré sont axes de symétrie de ce carré qui peut aussi être vu comme deux triangles rectangles isocèles juxtaposés.  L'utilisation de compositions de symétries est à mettre en relation avec la recherche d'un nombre minimal de coups de ciseaux.

#### IV. UNE EXPÉRIMENTATION EN FORMATION

Nous avons proposé cette tâche de reproduction en formation initiale à des professeurs des écoles stagiaires. Quatre ateliers correspondant à quatre environnements différents ont été mis en place :

Atelier 1 : papier-crayon avec comme contrainte d'utiliser l'équerre le moins de fois possible

Atelier 2 : papier-ciseaux avec comme contrainte de réaliser le moins de coups de ciseaux possible

Atelier 3 : GeoGebra (sur tablettes)

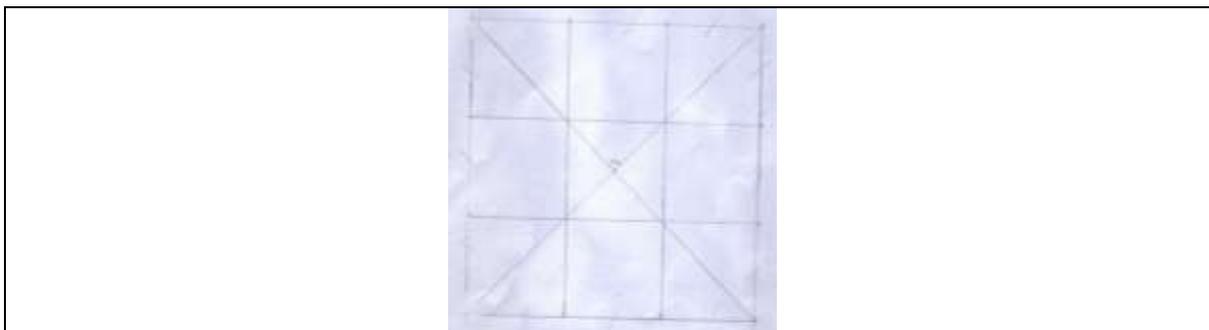
Atelier 4 : Scratch (sur tablettes)

Sur chacun des ateliers, deux groupes (de deux ou trois stagiaires) travaillent en parallèle. Ce dispositif vise à confronter, lors de la mise en commun, les productions obtenues d'une part au sein d'un même environnement et d'autre part dans des environnements distincts.

Voici un compte-rendu de quelques productions obtenues lors de la mise en œuvre.

### Atelier 1 (papier-crayon)

Les deux groupes ont utilisé la même sur-figure pour leur reproduction : le « grand » carré. Voici la reproduction réalisée dans un groupe.



Le groupe a d'abord réalisé le « grand » carré en utilisant deux fois l'équerre. Dans un second temps, en cherchant à minimiser le nombre d'utilisations de l'équerre, une étudiante a proposé d'exploiter la propriété sur les diagonales du carré pour n'utiliser qu'une fois l'équerre (construction du « grand » carré à partir de ses diagonales).

Les quatre groupes ont fait des découpages variés. Les découpes obtenues ne sont pas toujours d'un seul tenant. Elles ne mobilisent pas les mêmes visions de la figure : cinq carrés juxtaposés pour la première et la quatrième et un grand carré auquel on enlève quatre carrés dans les « coins » pour les deuxième et troisième figures.

<i>Première figure</i>	<i>Deuxième figure</i>	<i>Troisième figure</i>
Chevauchement de deux rectangles	Pliages et découpage par utilisation de la symétrie mais avec une erreur liée au non respect des longueurs des côtés (pliage en quatre).	Pliages et découpage par utilisation de la symétrie. Le partage en trois a été obtenu par un pliage par essais successifs de superpositions.

Le quatrième groupe a réalisé la reproduction déjà présentée en I. 3.2.

**Pour les ateliers 3 (GeoGebra) et 4 (Scratch)** les productions ont été similaires à celles obtenues dans l'atelier (cf. partie I).

La comparaison de ces différentes constructions lors de la mise en commun a permis de mettre en évidence les différents regards que l'on peut être amené à porter sur une même figure.

Un changement de regard peut être provoqué au sein d'un même environnement en instaurant des contraintes sur la nature et le nombre d'utilisation des instruments autorisés. On cherche alors à faire émerger en formation le point de vue exprimé par Duval (2005) affirmant que "la reproduction ne constitue pas un seul type de tâches, mais il y a autant de types de tâches de reproduction que de types d'instruments utilisés. La variation des instruments est une variable didactique essentielle (...)."

Le changement de regard peut aussi être induit par le changement d'environnement dans lequel la tâche est proposée. Par exemple, les groupes de l'atelier Scratch ont tous mobilisé une vision « surface » (par son contour) alors que dans les environnements GeoGebra ou papier-crayon, outre des visions surface (par juxtaposition ou superposition), des visions lignes et points sont aussi apparues. Cela avait déjà été mis en évidence dans la partie III.

Une fois que les étudiants prennent conscience de cette variété de regards possibles sur une même figure, le travail se poursuit par une réflexion sur la façon de faire évoluer les élèves d'une vision « surfaces » vers une vision « lignes » ou « points », cette dernière étant nécessaire à une entrée dans la géométrie pratiquée au collège.

---

## CONCLUSION

---

Que peut-on retenir comme apports et limites de cette approche de la géométrie à travers la programmation que nous avons illustrée par la mise en œuvre d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique dans différents environnements ?

Remarquons dans un premier temps que la connaissance nouvelle (ici celle se rapportant à la programmation en environnement Scratch) peut être un obstacle à la mobilisation des autres connaissances (ici les connaissances géométriques). Nous avons vu précédemment qu'un manque de connaissances de l'environnement Scratch sur les tailles de la croix, du lutin, de la scène, du placement du lutin sur la scène ou de l'orientation du lutin peuvent poser problèmes. Nous avons indiqué également avoir écarté les robots car des connaissances techniques sur le paramétrage des robots dans les mouvements de rotation n'étaient pas accessibles au niveau de l'école primaire. Et souvent dans l'enseignement ou la formation les problèmes de connaissances techniques sur l'environnement dominent les problèmes didactiques ou mathématiques (Cabassut et Trestini, 2006). Il faut donc en préalable avoir anticipé ces problèmes de connaissances de l'environnement afin qu'ils ne viennent pas perturber les problèmes mathématiques à résoudre.

L'environnement « programmation avec Scratch » amène à mobiliser des compétences visuo-spatiales pour résoudre le problème proposé. C'est alors une vision « surfaces » avec la ligne vue comme le contour d'une surface qui est en jeu, avec les notions de repérage et de déplacement jouant un rôle essentiel dans la reproduction. C'est une différence importante avec les autres environnements. Certaines notions géométriques peuvent prendre un nouveau sens dans cet environnement, comme la notion d'angle, qui apparaît dans Scratch comme « angle de rotation ».

Une autre spécificité de cet environnement est aussi liée au fait d'amener à repérer des répétitions de motifs dans la figure, ce qui n'est pas essentiel dans d'autres environnements. Par exemple le bord de la figure peut être décomposé selon quatre lignes brisées superposables. La justification de ces répétitions, perçues dans un premier temps, mobilise des connaissances géométriques. Les élèves se contenteront-ils d'une validation perceptive ou mobiliseront-ils une validation géométrique ? Dans ce cas il faut repérer le risque de dévalorisation de la validation géométrique que fait courir l'environnement de programmation s'il se contente d'une validation perceptive ou pragmatique (c'est vrai parce que je le vois ou parce que l'action a réussi).

Ces compétences visuo-spatiales (éventuellement en lien avec des connaissances géométriques) ont permis de mettre en œuvre des compétences de programmation : ceci peut illustrer les apports de la géométrie au domaine « algorithmique et programmation ».

En effet, la notion de programme est une connaissance travaillée dans ce type d'activité. Certes les élèves ont pu s'exercer, dans les activités de reproduction ou de construction d'une figure dans l'environnement papier-crayon, à la rédaction d'un programme de construction. De même avec un logiciel de géométrie dynamique, ils ont pu choisir dans des menus déroulants des actions qui, de manière cachée, étaient traduites en programmes adressées à l'ordinateur qui les exécutait. Ici l'élève produit un programme en langage Scratch, en s'initiant à la syntaxe rigoureuse des différentes

instructions de ce langage, aux caractéristiques de linéarité des séquences d'instructions et d'écriture par blocs. Le type d'activité de reproduction semble bien se prêter à cette initiation à la programmation.

Un second point abordé porte sur l'instruction de répétition. Elle nécessite le repérage d'un modèle (en anglais *pattern*, qu'on peut traduire aussi par motif). Ici la connaissance en algorithmique et programmation apporte à la connaissance géométrique un nouveau regard : celui qui repère les modèles (motifs ou *pattern*). Le concept d'invariant est fondamental en géométrie pour classer les différents objets et les caractériser : l'invariance de la longueur, de l'angle, etc. Le rôle de la symétrie dans l'analyse de la figure à reproduire a été déterminant pour plusieurs productions présentées précédemment. La répétition peut apparaître en mathématiques : elle est même formalisée dans le raisonnement par récurrence. Mais elle apparaît moins naturellement qu'en algorithmique et programmation, car ce concept de modèle (*pattern*) dépasse le cadre de la géométrie et se retrouvera plus tard dans les calculs itératifs, puis récursifs jusque dans les structures algébriques. Et c'est ce repérage d'un modèle dans l'objet considéré qui apporte un nouveau regard sur la géométrie et sur les mathématiques.

Nous avons vu se dessiner une progression classique dans l'apprentissage d'un nouveau domaine « algorithmique et programmation » : apprendre ce domaine avec les mathématiques connues (par exemple apprendre sur les tailles de la croix, du lutin, de la scène, du placement du lutin sur la scène ou de l'orientation du lutin à partir d'activités mathématiques), apprendre des nouvelles mathématiques à partir de la programmation en Scratch (par exemple repérer des modèles dans un objet géométrique ou un objet mathématique) puis apprendre de manière intégrée des mathématiques et de la programmation en Scratch. Il s'agit de détailler cette progression dans des parcours d'étude et de recherche intégrant mathématiques, algorithmique et programmation. Pour cela Trouche (2014) invite à concevoir des « orchestrations instrumentales [qui] sont les dispositifs que le maître doit construire dans la classe pour guider la constitution des instruments des élèves et faciliter leur contrôle ». Mais ce travail doit rassembler une équipe pluri-disciplinaire : « Concevoir des orchestrations instrumentales et plus généralement des scénarios d'exploitation didactique, est une nécessité dans les environnements technologiques complexes. Mais cela ne peut pas être du ressort d'un seul professeur. L'ingénierie didactique est un travail complexe, qui devrait reposer sur la recherche d'équipes pluridisciplinaires, associant des informaticiens, des didacticiens, des mathématiciens et des professeurs » (Trouche, 2014, p.190). Tout un programme !

Enfin, nous avons également présenté dans la dernière partie une expérimentation en formation initiale des enseignants du dispositif utilisé pour l'atelier, c'est-à-dire la comparaison de la reproduction d'une même figure dans différents environnements. L'expérimentation montre une variété importante de procédures utilisées par les futurs enseignants qui permet de les faire réfléchir ensuite aux apports et limites de l'environnement de programmation Scratch, tout comme cela a été fait au cours de l'atelier. Cela permet également de les former sur les différentes visions possibles d'une figure ainsi que sur les variables didactiques permettant de faire évoluer le regard sur les figures. Cette situation apparaît donc plus généralement comme un possible point de départ pour un travail sur la didactique de la géométrie en formation.

---

## BIBLIOGRAPHIE

---

ASSUDE T., GELIS J.M. (2002) La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de cabri-géomètre à l'école élémentaire, *Educational Studies in Mathematics*, 50, 259-287.

CABASSUT R., TRESTINI M. (2006) Les TIC dans la formation et l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, en collaboration avec Riemlinger P. et Trestini M., *Actes du XXXIIe Colloque COPIRELEM*, IREM de Strasbourg.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.

KAHANE J.-P. (1995 - 1996) Mathématiques et formation. *Petit x*, **40**, 5-14.

MEN (Ministère de l'Education Nationale) (2015) Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4).

PERRIN-GLORIAN M.-J., GODIN M. (2014) De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école*, **222**, 26-36.

PETITFOUR E. (2015) *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6<sup>ème</sup>*. Thèse de l'Université Paris 7.

TROUCHE L. (2004) Environnements informatisés et mathématiques, quels usages pour quels apprentissages ? *Educational Studies in Mathematics*, **55**, 181-197.