

UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN GÉOMÉTRIE POUR LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

Jimmy SERMENT

Professeur de collège et Formateur HEP, HEPL
UER MS (Unité d'Enseignement et de Recherche de Mathématiques et Sciences)
jimmy.serment@hepl.ch

Thierry DIAS

Professeur de collège et Formateur HEP, HEPL
UER MS (Unité d'Enseignement et de Recherche de Mathématiques et Sciences)
thierry.dias@hepl.ch

Résumé

Les enseignants de l'école primaire ont parfois des difficultés avec l'enseignement de la géométrie (Boublil-Ekimova, 2010). Ce dernier est en effet souvent lié à la production d'exercices sur feuilles qui privilégient des activités en 2D. Les tâches confiées aux élèves relèvent alors d'une abstraction importante par rapport à une géométrie plus intuitive en 3D. Dans ce type de tâches, les liens entre les connaissances spatiale et géométriques ne relèvent d'aucune évidence (Berthelot et Salin, 1993). Pour mieux maîtriser des objets géométriques, il semble primordial de faire des aller-retours entre ces deux types de connaissances et de proposer des tâches ancrées sur la manipulation et l'expérimentation (Dias, 2017).

Dans cet atelier, les auteurs proposent de travailler sur :

1. les liens entre les deux types de connaissances (spatiales et géométriques)
2. l'étude du passage entre géométrie 3D et la géométrie 2D pour des objets définis.

Les objectifs de l'atelier sont d'expérimenter des situations de géométrie spatiale par la construction de polyèdres en grande dimension et de bâtir un dispositif de formation continue ancré sur le passage de l'espace au plan.

Dans le contexte de la formation des enseignants en didactique des mathématiques, nous avons régulièrement constaté que les futurs enseignants rencontrent des difficultés dans leur enseignement de la géométrie. Boublil-Ekimova (2010) pointait déjà ces difficultés avec des étudiants, futurs enseignants de l'école primaire, grâce à l'analyse d'une vingtaine d'études de référence depuis 1949. Dans son travail, elle catégorise ces difficultés selon quatre types : difficultés visuelles, difficultés langagières, difficultés à raisonner et difficultés lors de la résolution de problèmes. Les études utilisées pour l'analyse montrent toutes que les enseignants du primaire ne sont pas suffisamment formés pour bien comprendre et enseigner cette discipline que ce soit en termes de connaissances scientifiques ou de connaissances didactiques. Le domaine de la géométrie semble en particulier celui dans lequel les enseignants ont le plus de mal à assurer un enseignement efficient d'autant qu'il est souvent considéré comme un domaine des mathématiques dont les connaissances sont déclaratives (qu'il suffit donc d'apprendre et de réciter). En conséquence, les élèves semblent construire des connaissances très contextuelles aux tâches scolaires et peu disponibles lors de la résolution de problèmes plus complexes in fine. Il faut également noter que la géométrie fait souvent l'objet d'un traitement mineur dans les programmations des enseignants en mathématiques, et que les tâches scolaires construisant des connaissances spatiales sont encore plus rares.

L'atelier proposé aux enseignants lors du colloque de la Copirelem que nous relatons ici, est construit sur des mises en situation de recherche qui mobilisent leurs connaissances géométriques. Il est conçu pour leur permettre de prendre conscience que l'enseignement de la géométrie ne se limite pas à l'apprentissage de connaissances déclaratives, qu'il nécessite des phases d'exploration avec un matériel spécifique, des problématisations sous forme de contraintes et qu'il permet d'exhiber les enjeux d'un

dispositif collaboratif s'appuyant sur des interactions langagières. Nous retrouvons ainsi les types de situations d'action, de formulation et de validation dans la lignée des travaux en didactique des mathématiques de la théorie de Brousseau (1999).

I - UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN GÉOMÉTRIE POUR LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE.

La conception pédagogique de l'atelier s'appuie sur des résultats obtenus lors d'une précédente expérience en formation continue relatée dans un article centré sur la construction de polyèdres géants (Dias & Serment, 2016). Pour l'heure, deux objectifs sont poursuivis avec cet atelier conduit à Lausanne et dédié aux formateurs d'enseignants. Le premier porte sur la notion de milieu (au sens de l'environnement didactique) et le suivant sur l'ingénierie de formation :

1. Explorer le potentiel d'un environnement matériel de géométrie spatiale pour créer des situations d'enseignement/apprentissage de géométrie plane.
2. Elaborer des dispositifs de formation continue pour aider des enseignants en difficulté avec la géométrie.

Nous relatons ci-dessous le déroulement en quatre étapes amenant progressivement ses participants à explorer des activités de découverte dans un milieu matériel spécifique, jusqu'à la création et l'élaboration d'un dispositif de formation.

1 Etape 1 : Exploration guidée du milieu matériel

Les participants sont d'abord séparés en deux groupes. Chaque groupe a plusieurs tâches à réaliser mais les deux équipes ont des tâches avec des objectifs différents (Annexe 1).

Le premier groupe doit construire un dodécaèdre géant à l'aide de baguettes en bois (de 1 m) et de connecteurs rigides. In fine, le solide fera plus de 2 mètres de hauteur ce qui permettra aux participants de changer leur point de vue sur un tel polyèdre en pouvant par exemple y pénétrer complètement. Il s'agit de faire vivre des expérimentations dans des tailles d'espaces plus importantes, dans le méso-espace ou le macro-espace (Berthelot & Salin, 1992). En immersion à l'intérieur des solides, les repères habituels sont modifiés et c'est l'appel aux connaissances mathématiques qui est nécessaire pour retrouver les propriétés des objets (isométrie des côtés, parallélisme, perpendicularité notamment). La reconnaissance des polygones même les plus élémentaires (carré, rectangle, triangles), devient complexe dans le méso-espace qui n'offre pas une vision panoramique, complète et directe des objets. Ce sont tous les repères construits lors des tâches papier/crayon qui sont également absentes. Pour reconnaître ces figures, ce sont alors des connaissances théoriques sur ces objets (et plus particulièrement leurs propriétés) qui sont nécessaires : on peut parler d'un passage du signifiant au signifié, de la représentation iconique à une mobilisation des propriétés de l'objet. Avec ce type de tâche, nous voulons confronter les participants à la notion de difficultés visuelles (Boublil-Ekimova, 2010). Les difficultés visuelles se manifestent par des erreurs dans la reconnaissance de figures géométriques qui ne sont pas liées à la connaissance des propriétés de ces figures mais à des images mentales stéréotypées. Reconnaître des figures non-prototypées demande par exemple une capacité de rotation mentale (Duval, 1995). Les élèves, mais aussi les enseignants, sont souvent en difficulté lorsqu'il s'agit de reconnaître une figure disposée inhabituellement (par exemple ayant une orientation non prototypique). Or, on sait que les différentes visualisations des figures sont nécessaires à la compréhension des propriétés de tels objets géométriques (Yakimanskaya, 1971). Enfin, et sans recherche d'exhaustivité à ce sujet, nous pouvons également citer les travaux de Laborde (1988) qui portent eux-aussi sur l'importance de la perception des figures dans la construction des savoirs théoriques. Ces travaux insistent notamment sur la complexité qui existe entre perception des objets du monde réel, représentation graphique de ces mêmes objets et références théoriques à leur propos.

Pour pallier cette difficulté d'ordre visuelle, nous avons fait le choix de contraindre les participants de notre atelier à une observation différente des figures planes notamment du fait de leur immersion possible à l'intérieur des polyèdres construits. Cette rencontre avec cette représentation des figures permet une visualisation radicalement différente : notion de face moins prédominante, importance de la notion de plan (non inscrit dans une feuille de papier et donc à reconstruire car non donné), changement de point de vue sur les angles par exemples.

La deuxième tâche confiée à ce premier groupe consiste ensuite à inscrire des polygones (puis des polyèdres) dans le dodécaèdre en utilisant de la laine (qui remplace ici le tracé avec un crayon) tout en répondant à quelques questions guides (chercher un triangle isocèle, un rectangle, un carré par exemples). L'objectif de cet atelier de découverte n'est donc pas la construction du solide de base (il est érigé rapidement du fait de l'environnement matériel fourni) mais plutôt d'explorer des questionnements relatifs aux propriétés de ce solide. Nous souhaitons montrer ainsi la potentialité d'un objet en trois dimensions comme repère pour effectuer des tâches relatives à la dimension deux. L'enseignement de la géométrie est souvent liée à la production d'exercices sur feuilles, cela implique des tâches dans une géométrie en 2D et donc déjà une abstraction par rapport à une géométrie plus intuitive en 3D. Dans ce cas, les liens entre géométrie spatiale et géométrie plane ne sont pas évidents à faire et les connaissances spatiales sont donc souvent séparées des connaissances géométriques (Berthelot & Salin, 1993). Il est essentiel que les apprenants fassent des aller-retours entre ces deux types de connaissances, qu'ils créent des liens entre la perception réelle et les objets théoriques géométriques. Il nous semble fondamental de montrer aux enseignants qu'il est plus important d'avoir « un système cohérent de connaissances » plutôt qu'une somme de savoirs tous déconnectés les uns des autres (Boublil-Ekimova, 2010).

Au contraire du groupe 1, les tâches du deuxième groupe sont dédiées à la rencontre des contraintes qui permettent ou non la construction de solides. Le questionnement n'est donc pas guidé par un ou plusieurs énoncés mais c'est la rencontre des faits et des phénomènes qui problématise la situation de formation. Les constructions sont aussi grandes en taille (avec des baguettes de 1m. ou de 50 cm.), mais les connecteurs (sommets) à disposition sont plus complexes. Certains sont souples et ne donnent pas d'indication sur l'angle de référence, d'autres sont rigides mais proposent plusieurs angles (au sein d'un même connecteur).

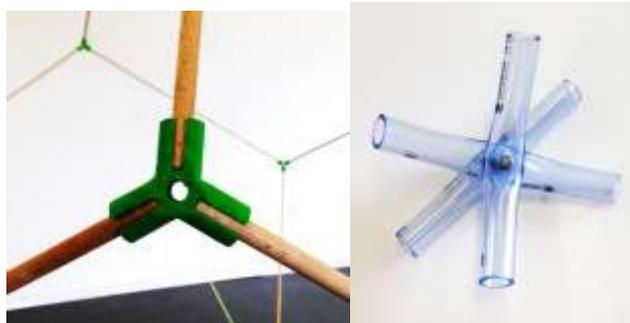


Fig. 1 : Connecteur rigide (dodécaèdre) à gauche et souple à droite

La particularité de l'environnement matériel est qu'il contraint les participants à collaborer, et donc à communiquer, pour réussir les tâches. En obligeant les participants à interagir sur le plan langagier, nous souhaitons leur faire prendre conscience de l'une des quatre difficultés (Boublil-Ekimova, 2010) en géométrie que rencontrent les apprenants. Le langage est en effet un élément clé dans l'acquisition des concepts en mathématiques (e.g. Vergnaud, 1991). De nombreuses difficultés dans l'apprentissage en mathématiques peuvent s'expliquer par une mauvaise maîtrise du lexique et/ou de la sémantique géométrique en impliquant par exemples une lecture de consignes incorrecte, une compréhension erronée de l'énoncé, mais également relever d'une difficulté à interagir oralement. Selon Yakimanska (1971), il est de la responsabilité de l'enseignant de créer des situations de communication où les élèves doivent échanger entre eux afin d'utiliser un langage géométrique en situation d'interaction. De plus, et

toujours selon Yakimanska, cela est également nécessaire pour dépasser les conséquences d'un enseignement parfois trop formaliste de la géométrie. En développant à la fois une écoute bienveillante et une attention **rigoureuse** l'enseignant sera en mesure de mieux repérer les difficultés de ses élèves.

Lors de cette phase de l'atelier, certains participants se sont isolés pour travailler individuellement, mais ils se sont confrontés rapidement à des difficultés de construction ou de résolution de problèmes dans les tâches à effectuer. Il est en effet périlleux de construire un de ces solides sans partager son travail avec les autres membres du groupe (la mise en commun peut révéler quelques surprises). Un des groupes a essayé mais a constaté au moment de la mise en commun des productions des doublons d'arêtes et de connecteurs lors de l'assemblage collectif du solide. Au final, ces participants ont choisi de construire les solides en commun en reprenant la tâche depuis le début.

Le deuxième groupe a construit collectivement le solide demandé, puis les participants ont répondu au questionnaire en gardant un dispositif collectif en multipliant les interactions (vérifications) avec le milieu matériel. « Les échanges, les interactions verbales ont lieu en situation d'expérimentation. » (Bronckart, 1997).

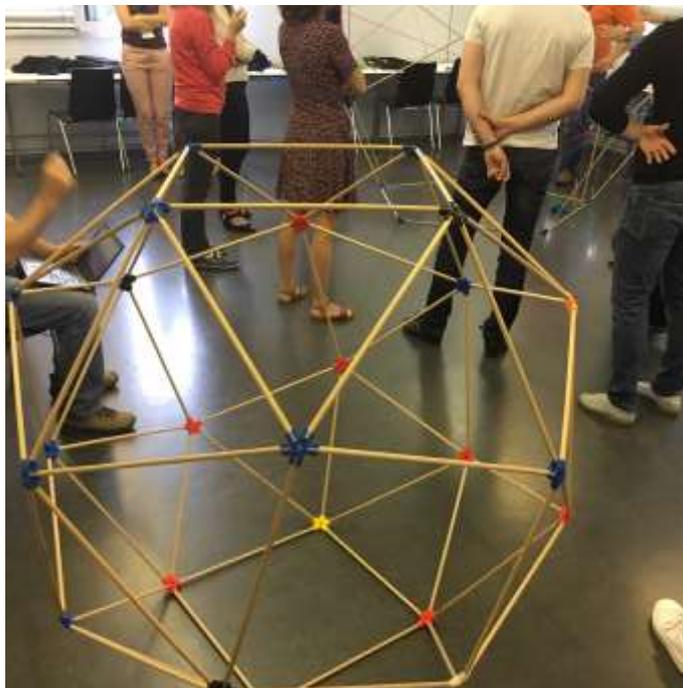


Fig. 2 : Solides des ateliers découvertes

Sur le cube adouci du premier plan, on remarque les différents angles (60° et 90°) que le connecteur rigide propose. Pour réussir à fermer ce solide semi-régulier, il faut que les participants observent l'agencement des polygones réguliers sur chaque sommet et reproduisent systématiquement cet arrangement, ce qui est assez complexe et demande une importante collaboration. Au second plan, on peut observer le travail collaboratif, tous les participants sont autour du même objet et discutent ensemble.

2 Etape 2 : Mise en commun des ateliers découvertes

Le but de cette étape est l'échange entre participants sur leurs activités respectives, un partage qui permet une réflexion sur les potentialités du matériel et la prise de conscience des liens qu'il y a entre les objets de la géométrie plane et ceux de la géométrie spatiale. Dans l'atelier découverte 1, le rapport entre ces géométries est guidé par les questions suite à la construction. Dans le cas de l'atelier découverte 2, ce

rapport se joue surtout dans la communication entre les participants, à propos de l'agencement de faces, des angles, des distances et du vocabulaire spécifique de géométrie plane.

La riche discussion a permis à tous les participants d'explorer le potentiel du matériel utilisé notamment pour :

1. analyser les processus de construction,
2. formuler des questions de géométrie plane en utilisant un référentiel en trois dimensions (en immersion dans un solide : sections),
3. choisir un type de connecteur adapté à la tâche demandée,
4. mettre en liens les connaissances spatiales et géométriques.

3 Etape 3 : Elaborer un dispositif de formation continue

Une fois la mise en commun effectuée, les groupes se sont reformés comme lors de l'étape 1. L'objectif étant désormais d'élaborer, de créer un dispositif de formation continue pour des enseignants du primaire en utilisant le matériel baguettes et connecteurs de l'étape 1.

Pour faciliter l'étape suivante devant permettre la présentation des travaux, un fichier pour l'élaboration d'un diaporama (Annexe 2) a été proposé afin de structurer l'élaboration du dispositif de formation. Cinq diapositives constituaient ce fichier guide :

1. Le titre (finalité)
2. Le cycle des enseignants formés et les objectifs de formation (cibler le public de la formation continue).
3. Les modalités de formation (programmation, dispositifs, etc.).
4. La liste des tâches et de(s) objectif(s) poursuivi(s).
5. Une liste des ressources complémentaires éventuellement nécessaires.

Les deux groupes ont élaboré une présentation en fonction des cinq diapositives proposées. Les annexes 3 et 4 présentent les travaux des participants ainsi que leurs diaporamas.



Fig. 3 : Travail d'un groupe sur l'élaboration du dispositif de formation continue

4 Etape 4 : Présentation des dispositifs

Une plateforme de stockage en ligne nous a permis de mettre à disposition de tous les participants les PowerPoint, les références théoriques, les fichiers pour imprimer les connecteurs, le fichier des tâches, les photos.

4.1 Groupe de travail 1 (Annexe 3)

Ce groupe juge l'activité suffisamment pertinente et porteuse pour la mettre en place pour tous les futurs enseignants. Bien que la grande taille des polyèdres construits soit relevée comme pertinente, les membres du groupe sont critiques sur les valeurs de ces grandeurs. Le temps nécessaire à la construction des solides est assez important et ils prennent en fine également beaucoup de place. Pour éviter de perdre du temps à construire un même objet plusieurs fois, ou par manque de place pour entreposer les solides, ce groupe propose de faire l'expérimentation sur une journée entière de formation dédiée à cette thématique géométrique.

Les participants du groupe mettent en avant deux objectifs, le premier étant similaire à celui de l'atelier, à savoir les liens entre l'espace et le plan, mais ils privilégient l'observation des différences plutôt que des analogies, ce qui était sous-jacent dans notre atelier. L'autre objectif concerne les variables didactiques en jeu dans la construction des solides. Le fait de proposer les deux types de connecteurs, rigides et souple, a permis aux participants de remarquer que les stratégies (et les contraintes) de constructions sont différentes en fonctions des connecteurs choisis. Les connecteurs souples n'offrent aucun indice quant aux angles des faces, ni quant au nombre d'arête par sommet (alors que les connecteurs rigides fournissent ces indices). De plus, les connecteurs souples ne permettent que la formation de solides avec un grand nombre de triangles équilatéraux, sinon les solides ne sont pas stables (ils s'écroulent), alors que les connecteurs rigides permettent la construction de tous les solides. Les stratégies pour construire un même solide changent donc en fonction de la variable *type de connecteur* choisie.

La première tâche proposée par les participants est la construction de deux dodécaèdres avec des contraintes différentes qui sera conclue par une discussion sur les variables didactiques inhérentes à chaque construction. La deuxième tâche consiste à utiliser le même milieu matériel pour la construction de segments et de triangles équilatéraux dans le but d'étudier les isométries de segments dans l'espace et de faire ensuite des liens avec le plan. L'objectif énoncé de cette tâche est de faire *raisonner* les élèves. Il nous semble intéressant de constater à cette occasion que le raisonnement en géométrie est une des quatre difficultés pointées par Boublil-Ekimova (2010). L'analyse du raisonnement de l'élève permet de le situer dans la progression de l'acquisition des concepts. Pour la géométrie, nous pouvons faire référence aux niveaux de Van Hiele (1959). La géométrie est un lieu riche pour entraîner les élèves au raisonnement, elle permet de faire des « vraies » mathématiques, par l'utilisation de plusieurs types de raisonnement : déductif, inductif et heuristique. Ces raisonnements décrits notamment par Dias (2011, 2017) s'inscrivent dans la dimension expérimentale des mathématiques et sont possibles grâce aux allers et retours entre objets sensibles et théoriques, par la manipulation, et par le recours à différents types de registres de représentations des objets mathématiques. Pour initier des pratiques d'enseignement permettant de construire des raisonnements en géométrie, on peut par exemple faire observer et analyser des figures géométriques porteuses de propriétés, puis dans un second temps offrir des activités permettant de mettre en relation les propriétés elles-mêmes et entre différentes figures (Wirszup, 1976).

En ce qui concerne le raisonnement visé par l'enseignement primaire, on peut décrire son emploi en référant aux processus mentaux qui favorisent la formation des idées et des jugements destinés à construire la connaissance, à mettre de l'ordre dans la connaissance, à choisir et appliquer les concepts et les processus appropriés à la tâche, à justifier, à convaincre, à prouver ou à réfuter et à développer des relations de dépendance entre des propositions pour aboutir à une conclusion. (Boublil-Ekimova, 2010, p.104)

La dernière tâche proposée par ce groupe de participants a pour objet l'étude du parallélisme et des quadrilatères inscrits dans le dodécaèdre. L'objectif étant de faire remarquer que quatre points ne sont pas forcément coplanaires et de saisir ainsi l'intérêt de travailler avec un matériel de grande taille.

4.2 Groupe de travail 2 (Annexe 4)

Ce groupe propose des activités de géométrie dans le méso-espace afin de montrer notamment aux enseignants l'importance de proposer différentes représentations d'un même objet mathématique. La formation peut être offerte en formation initiale ou en formation continue dans un dispositif de trois heures.

L'objectif des trois tâches proposées est basé sur les variables didactiques et leur influence sur les stratégies. Le groupe propose des constructions en parallèle d'un même solide avec du matériel différent, soit les Polydrons, soit les connecteurs/baguettes. Une mise en commun est ensuite effectuée dont la finalité est d'étudier les articulations entre variables didactiques et stratégies. Pour clore ce moment de formation, on propose in fine de travailler sur les patrons des solides, soit avec les Polydrons, soit avec les baguettes et connecteurs. Cette proposition de formation s'appuie sur la différence entre la construction de solides avec des connecteurs et baguettes et la construction avec des plaques en plastique de type polydrons. La construction avec des objets 0D (connecteurs) et 1D (baguettes) est capitale (Serment, 2019). La déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) des objets géométriques ne peut pas se faire en assemblant du matériel en deux dimensions, pour arriver à saisir les propriétés des figures en jeu, il faut que l'élève puisse « déconstruire mentalement » les objets, qu'il puisse voir les relations de parallélisme ou d'isométrie des côtés par exemple. Avec le matériel connecteurs et baguettes, les constructions vont amener les élèves plus facilement vers les propriétés des objets étudiés.

Il est à noter que ce groupe propose des ressources numériques complémentaires afin de passer au registre numérique à la suite des tâches prévues. Un tel changement de registre (Duval, 1995) nous semble tout à fait pertinent tel que nous l'avons présenté dans une étude plus complète (Serment & Dias, 2017).

II - CONCLUSION

Nous concluons cet article afin de ne pas laisser le lecteur avec des interrogations quant à la quatrième difficulté cernée par Boubilil-Ekimova (2010). La résolution de problèmes demande une activité cognitive complexe et exigeante ainsi que la mobilisation de connaissances en situation (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006). Face à une situation de résolution de problème, l'apprenant (qu'il soit apprenti enseignant ou élève) doit faire preuve d'autonomie et d'initiative, ce qui peut poser des difficultés à tous ceux qui ne l'ont pas suffisamment entraîné au cours de leur formation ou de leur scolarité. Progresser dans la compréhension des concepts passe par un entraînement à chercher, à prendre des initiatives (même lorsqu'elles s'appuient sur des démarches provisoirement erronées) à exercer les activités plus complexes, bref à faire des « vraies » mathématiques comme le propose Lockhart (2017). Cette posture d'enseignement est néanmoins spécifiquement complexe (notamment dans le domaine de la géométrie), car elle fait le pari d'une autonomie des élèves qu'il faudra néanmoins accompagner, rassurer et étayer au moment opportun. Le milieu matériel et humain que nous avons mis à l'étude dans le cadre de cet atelier de formation est une première esquisse de cette recherche entre un juste équilibre entre autonomie et étayage dans le cadre de la résolution de problème en géométrie.

III - BIBLIOGRAPHIE

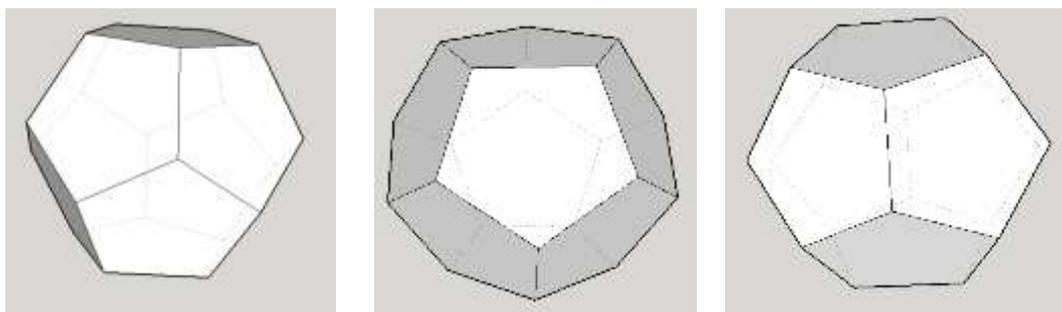
- Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse de Doctorat. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.
- Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39–56.
- Boublil-Ekimova, H. (2010). Lacunes mathématiques des futurs maîtres du primaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, volume 15, IREM de Strasbourg, France, 95-116.
- Bronckart, J.-P. (1997). Action, discours et rationalisation ; l'hypothèse développementale de Vygotsky revisitée. Dans C. Moro, B. Schneuwly, & M. Brossard (dir.), *Outils et signes : Perspectives actuelles de la théorie de Vygotsky* (p. 199-221). Berne : Peter Lang.
- Brousseau, G. (1999). Education et Didactique des mathématiques. In *Educacion y didactica de las matematicas*.
- Dias, T. & Serment, J. (2016). Formation à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres. Actes du XXXIII^e colloque COPIRELEM, Le Puy en Velay.
- Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris : Magnard.
- Dias, T. (2011). À la recherche des polyèdres réguliers. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 14(1), 29-48.
- Duval, R. (1995). Sémiosis et pensée humaine : registre sémiotique et apprentissages intellectuels, Berne : Peter Lang.
- Duval, R., & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.
- Lockhart, P. (2017). *La lamentation d'un mathématicien*. Boitsfort, Belgique : L'arbre de Diane. 
- Laborde, C. (1988). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 337–364.
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2006). Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e. Fascicule 2.
- Serment, J. (2019). Dispositif pour aborder la notion d'angle avec des élèves de 11-12 ans dans une classe d'enseignement spécialisé dans le canton de Vaud (Suisse). Actes du colloque EMF 2018.
- Serment, J. & Dias, T. (2017). Représenter un polyèdre : d'un registre à un autre en géométrie dans l'espace. Dans E. Petitfour (Ed.), *Actes du XXXIV COLLOQUE COPIRELEM*. <http://hdl.handle.net/20.500.12162/2891>
- Van Hiele, P.M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie, *Bulletin de l'APMEP*, no 198, p. 199-205.
- Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2-3), 133–170.
- Wirszup, I. (1976). Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry, In J. L. Martin & D. A. Bradbard. (Eds.), *Space and geometry, Papers from a research workshop*, Athens, GA: University of Georgia, Georgia Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics, 75–97
- Yakimanskaya, I.S. (1971). The development of spatial concepts and their role in the mastery of elementary geometric knowledge, In J. Kilpatrick & I. Wirszup (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*, 5, 145–168, Chicago: University of Chicago.

IV - ANNEXE 1 : 2 ATELIERS DE DÉCOUVERTE

Atelier découverte 1 : Faire de la géométrie plane en utilisant un milieu matériel spatial.

Dodécaèdre :

1. Construire un dodécaèdre avec des baguettes de 1m. et des connecteurs rigides.
2. Tracer avec de la laine des polygones à l'intérieur des solides.
3. Tracer avec de la laine un cube, un tétraèdre régulier et un octaèdre régulier à l'intérieur du dodécaèdre.
4. Calculer la longueur de l'arrête du cube, du tétraèdre et de l'octaèdre.
5. Reproduire les polygones et polyèdres des point 2. et 3. dans les squelettes du dodécaèdre.



Atelier découverte 2 : Problème de construction dans l'espace.

Construire :

1. Un icosaèdre avec des baguettes de 1m. et des connecteurs souples.
2. Un octaèdre tronqué avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
3. Un snubcube avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
4. Un cuboctaèdre avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
5. Un rhombicuboctaèdre avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.

V - ANNEXE 2 : DIAPORAMA MODÈLE

Titre

Niveau de formation des enseignants (cycle 1, 2 ou 3)

- Objectifs de formation des enseignants

Modalités de formation

Soit:

- formation continue nx3h
- formation continue longue durée (Lesson Studies)
- Formation en lien avec le référent (mesure Torossian)
- ...

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques...

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique
- Matériel
- Impression 3D
- ...

VI - ANNEXE 3 : DIAPORAMA RETOUR GROUPE DE TRAVAIL 1

Niveau de formation des enseignants (cycle 1, 2 ou 3)

- Objectifs de formation des enseignants
 - Partie disciplinaire (les maths pour l'adulte):
 - Lien entre l'espace et le plan : remarquer qu'il y a des propriétés qui sont vraies dans le plan et qui ne sont plus vraies dans l'espace.
 - Transposition
 - Construction de solides : quelles variables didactiques associées à la construction d'un solide par les élèves?
 - Quels objectifs ?

Modalités de formation

Formation initiale de professeurs des écoles
Une journée complète pour garder les solides construits.

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques...

- Faire construire 3 dodécaèdres avec différentes contraintes
 - photo + trop de matériel /
 - matériel nécessaire et suffisant / description
 - trop de matériel / le solide en bois miniature)
- Débat sur les variables didactiques associées à la construction de solide

Liste des tâches:

1- triangle

- Construire des segments dans le solide, qui ont comme extrémités des sommets du solide et qui ne soient pas des arêtes. 1- De trois longueurs différentes et de trois couleurs différentes (le premier peut proposer un segment, le deuxième en propose un autre et on ordonne etc..)
- Construire des triangles équilatéraux

OBJECTIF : passer de l'espace au plan, raisonner dans différents plan pour démontrer qu'on a la même longueur.

Liste des tâches:

2- coplanarité de 4 points

- Chercher des segments parallèles à ceux déjà construits
- Construire un carré
- En partant de deux segments de même longueur non coplanaires, montrer que les arguments pour démontrer qu'on a un rectangle « tombent »

OBJECTIF :

- saisir que 4 points ne sont pas forcément coplanaires et que 3 points le sont...
- Percevoir l'intérêt de travailler avec du matériel grandeurs nature, de « rentrer dedans », de les modalités possibles de ce type de séance, les contraintes matérielles etc...

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique
- Matériel
- Impression 3D
- ...

VII - ANNEXE 4 : DIAPORAMA RETOUR GROUPE DE TRAVAIL 2

Vivre l'espace

Niveau de formation des enseignants (cycle 3)

- Objectifs de formation des enseignants : travail sur différentes représentations de solides et propositions d'activités dans leurs classe

Modalités de formation

Soit :

- formation initiale
- Formation continue 3h
- ...

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques...

Objectif : réfléchir à l'influence des variables didactiques en fonction du matériel (1/2D ou uniquement 2D)

Modalité : 5 groupes (un ou deux solides de Platon sera à travailler par groupe)

Matériel : exactement ce qu'il faut en connecteurs/tiges, puis polydron

En groupe :

- 1/ Construction de solides avec tiges et connecteurs (Platon)
- 1bis/ Construction avec matériel type Polydron,

En collectif :

- 2/ Retour sur vocabulaire et nombre faces/arêtes/sommets, nom du polyèdre

En groupe :

- 3/ Faire un patron d'un des solides avec polydrons
- 3bis/ Tracer au sol à la craie un patron du même solide

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique : geogebra 3D, paint 3D
- Matériel : voir diapo avant
- Impression 3D : ?
- Ressources théoriques :
 - Déconstruction dimensionnelle de Duval (anales de sciences cognitives)
 - Revue Grand N