GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE VIRTUEL : RÉIFIER LE SENSIBLE ET LE GÉOMÉTRIQUE POUR APPRENDRE

Xavier NICOLAS

Formateur et doctorant, INSPE, Université Clermont Auvergne
S2HEP
xavier.nicolas@uca.fr

Jana TRGALOVA

Maître de conférences, INSPE, Université Claude Bernard Lyon 1
S2HEP
jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Résumé

La récente démocratisation des dispositifs de réalité virtuelle permet d'envisager de faire entrer cette technologie dans les classes. Les expérimentations sont encore peu nombreuses en particulier dans les domaines académiques comme l'enseignement des mathématiques.

L'atelier proposé vise à questionner le potentiel de ces nouveaux environnements en se centrant sur son utilité pour l'enseignement et les apprentissages de la notion de volume en cycle 3. Ce questionnement est soutenu par un dispositif pédagogique issu de l'approche conception centrée utilisateur qui se caractérise par une forte dimension pragmatique et collaborative.

Dans cet atelier nous explorerons les liens qui s'établissent entre des expériences sensibles mobilisant le corps et le développement de concepts abstraits en mathématiques. Les environnements virtuels immersifs offrent dans ce contexte de nouvelles opportunités pour créer des situations d'apprentissage permettant aux utilisateurs d'agir de façon naturelle dans un monde artificiel. L'atelier sera organisé en deux parties.

Dans la première partie, nous abordons les spécificités de la réalité virtuelle dans un contexte d'enseignement et d'apprentissage et les nouveaux défis que cela représente pour les enseignants en particulier dans la transposition didactique de savoirs mathématiques en expériences sensibles. Nous évoquons une approche de recherche et un type de dispositif de conception collaborative qui nous semble particulièrement adapté pour relever ces défis.

Dans la deuxième partie, nous présentons le dispositif de formation/conception mis en œuvre dans l'atelier et les productions des participants. Notre analyse des productions porte à la fois sur le traitement didactique permis par l'environnement de réalité virtuelle, sur l'identification d'éléments de la genèse instrumentale des participants et sur la pertinence du design du dispositif de conception en contexte de formation.

I - CADRAGE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIQUE

Dans cette partie, nous définissons en premier lieu les particularités qui démarquent la réalité virtuelle des traditionnels Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH) et nous les questionnons au regard de leur potentiel en termes d'apprentissage dans leur dimension cognitive et didactique. Nous précisons la nature de cet environnement artificiel perçu comme réel du point de vue des différents espaces mobilisés dans l'enseignement de la géométrie. Nous définissons une nouvelle forme de transposition didactique susceptible d'aider les élèves dans la conceptualisation de concepts mathématiques abstraits. Enfin dans une approche générale de recherche orientée par la conception (*design-based research*), nous proposons un processus de conception centré utilisateurs à même

d'accompagner et de soutenir les enseignants dans cette forme de transposition didactique. Ce processus participe à la genèse instrumentale de ces nouveaux artefacts.

1 La réalité virtuelle pour l'enseignement et les apprentissages

Le terme « réalité virtuelle » renvoie à des technologies qui permettent d'avoir une activité physique, sensori-motrice, dans un monde artificiel (Fuchs, Moreau & Berthoz, 2006). Cela nécessite que l'utilisateur soit immergé perceptivement dans cet environnement artificiel et qu'il puisse interagir de façon pseudo naturelle et non par le biais de métaphores informatiques (souris, clavier...) ; on parle alors d'interface comportementale. La particularité de ces environnements réside également dans le sentiment qu'éprouve l'utilisateur d'appartenir au monde artificiel où il se trouve immergé. Ce sentiment de « présence » résulte du lien qui se noue entre l'immersion, résultant des entrées sensorielles et les interactions et se manifeste par un comportement sensori-moteur et cognitif proche de celui que l'utilisateur aurait dans le monde réel. Cette proximité cognitive entre le réel et l'artificiel est déjà exploitée dans le domaine médical pour le traitement des phobies et dans le domaine de la formation professionnelle où elle introduit une dimension supplémentaire aux principes pédagogiques de la simulation. En revanche dans les domaines académiques, comme l'enseignement des mathématiques, la réalité virtuelle, dans sa dimension simulation du réel, semble moins pertinente, les expérimentations sont d'ailleurs peu nombreuses. Il semble nécessaire de pousser plus loin la réflexion sur les éventuelles plus-values offertes par cette technologie en termes d'enseignement et d'apprentissage.

Dans le domaine scientifique des interactions homme-machine et des apprentissages, les environnements de réalité virtuelle se distinguent des traditionnels EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain) par la réintroduction du corps (interface comportementale) et les possibilités quasi infinies de (re)modélisation du réel qui transcendent les limitations perceptives des êtres humains (Bukhardt, Lourdeaux & Mellet-d'Huart, 2006). Ces deux caractéristiques nouvelles nous amènent donc à questionner les situations d'apprentissage au regard de ces deux dimensions.

1.1 La réintroduction du corps dans les apprentissages

Dans le courant de l'« embodied cognition », ou cognition incarnée, le corps est la source de toute pensée et de toute conceptualisation. En effet d'une part le cerveau est lui-même un organe et notre perception de l'environnement est limitée par la physiologie du corps humain, et d'autre part nos comportements physiques reflètent et soutiennent notre réflexion (Winn, 2003).

Nuñez (2009) et Gallese & Lakoff (2005) poussent encore plus loin le lien étroit entre corps et concepts mathématiques. Pour eux, les objets mathématiques les plus abstraits ont été créés par l'imagination humaine via des usages spécifiques de mécanismes cognitifs ancrés dans la corporéité, comme les métaphores conceptuelles, les mouvements fictifs ou des schémas spécifiques. En effet une métaphore implique deux domaines, le domaine source et le domaine cible. Le domaine source est généralement familier, souvent ancré dans des expériences « de tous les jours » impliquant le monde physique et donc le corps. Le domaine cible est moins clairement défini, souvent abstrait. L'objectif et la force de la métaphore est de pouvoir soutenir le raisonnement dans le domaine cible par la projection de la structure inférentielle (connaissances permettant de structurer, manipuler les objets, penser et communiquer) du domaine source vers le domaine cible.

Dans le contexte des enseignements mathématiques, on peut percevoir ce lien entre corps et cognition dans la dialectique qui relie les ostensifs (les représentants tangibles) et les non-ostensifs (les représentés, les concepts mathématiques par exemple), les seconds étant émergents de la manipulation des premiers, tout en étant un moyen de contrôle et de guidage de cette manipulation (Bosch & Chevillard, 1999). En effet la manipulation d'entités tangibles, les ostensifs, implique forcément une dimension corporelle quel que soit le registre employé (discursif, gestuel, scriptural...). Les non-ostensifs, émergeant de cette manipulation embarqueront cette dimension qui sera répercutée sur les moyens de contrôle et de guidage.

Il semble donc que même les concepts les plus abstraits et formels soient contraints par une dimension corporelle et que les processus permettant de les construire puissent être abordés par le biais

d'expériences sensibles engageant le corps et la perception comme support d'une activité cognitive centrale (Coutat-Gousseau & Dorier, 2016).

1.2 Remodeler le réel : réifier le sensible et le géométrique

Comme le soulignent Perrin-Glorian et al. (2013), « La question des rapports entre mathématiques et réalité se pose particulièrement dans l'enseignement de la géométrie » où trois espaces distincts cohabitent : l'espace réel ou sensible, l'espace géométrique et l'espace graphique dans lequel on peut produire des schémas ou figures représentant à la fois un problème physique et un problème géométrique. « L'espace graphique, par le double regard qu'il permet sur les figures-dessins est un point clé de la modélisation géométrique » (Perrin-Glorian et al., 2013, p. 21). L'espace graphique offert par la réalité virtuelle est un lieu d'expérimentation où la proximité cognitive rend l'interface entre le monde sensible et géométrique quasi transparente.

Cette proximité cognitive est en effet à même d'ancrer dans le sensible des expériences totalement contrôlées et imaginées par les concepteurs de la ressource. Ces expériences « sensibles » nécessitent une forme de transposition didactique pour rendre tangibles des concepts abstraits en utilisant le principe des métaphores conceptuelles. L'utilisation d'analogies entre les concepts étudiés et des expériences sensibles pour aider la réflexion des élèves n'est pas une idée nouvelle, de nombreux enseignants l'utilisent, consciemment ou non, dans leurs pratiques.

L'enjeu est ici différent. Il s'agit de tirer parti d'un environnement artificiel, perçu comme réel, pour y concevoir une situation mobilisant la dimension corporelle et susceptible par le biais des métaphores conceptuelles de soutenir la réflexion sur des concepts abstraits objectifs d'apprentissage. Cela nécessite de pouvoir s'affranchir des contraintes du monde réel, tout en s'appropriant les nouvelles règles du monde artificiel pour en tirer parti. Soutenir et accompagner ce processus chez les enseignants est délicat et implique une démarche heuristique, le croisement des regards entre enseignants et chercheurs et des moyens d'évaluation de l'action en cours.

2 Une méthodologie de conception des ressources en réalité virtuelle

Pour étudier et concevoir des ressources mobilisant un environnement virtuel, nous adoptons une approche Design-Based Research (DBRC, 2003), qui est collaborative, itérative et centrée sur les utilisateurs (UX). Cette approche permet de combiner les visées pragmatiques (élaboration de ressources et construction du dispositif) en s'appuyant sur l'analyse des productions au fil du projet. Le caractère itératif de cette approche, conduite en conditions écologiques (au plus près des milieux de pratiques) favorise la prise en compte de la complexité des contextes étudiés. Ainsi, la collaboration entre et avec les acteurs de terrain est au cœur du questionnement de la recherche.

La phase de design itératif joue un rôle important au sein d'un processus DBR (Figure 1). Durant cette phase, un prototype (ressource manipulable par les élèves) est élaboré rapidement suite à la conception d'un scénario puis évalué pour être révisé.

Figure 1 : La phase de design itératif dans son contexte général du modèle SAM (Allen & Sites, 2012)

Cette approche présente les avantages suivants :

- Pour les utilisateurs finaux (les enseignants), leur implication, dès le début de la conception participative, reste un moyen d'obtenir une meilleure expression des besoins et de préciser le cahier des charges du point de vue de l'usage (Bourmaud, 2006).
- Cette implication permet également aux futurs utilisateurs de s'appropriier plus rapidement les situations pédagogiques et ressources associées en cours de conception. Une conception pour et dans l'usage (Rabardel & Pastré, 2005) favorise une conception centrée sur l'utilité (Loup-Escande et al., 2013).

Durant la phase de design itératif, les animateurs endossent les rôles d'experts (scientifiques et techniques) et accompagnent les enseignants en équipe pour enrichir la réflexion sur les contenus didactiques, sur les aspects méthodologiques, ergonomiques et techniques.

Des outils méthodologiques viennent en général soutenir les processus de conception collaborative, comme la carte d'expérience ou le « World Café ».

La carte d'expérience

La carte d'expérience est une représentation graphique et textuelle qui permet de décrire une expérience dans le temps avec un produit, un système ou un service (Kalbach, 2016). Elle peut être utilisée a posteriori pour analyser le réalisé ou de manière prospective pour la conception d'une situation ou d'une ressource.

Dans un contexte de situation pédagogique, voir la Figure 2, on utilisera l'axe horizontal pour représenter la chronologie de la situation avec un passé (les prérequis, les activités précédentes), un présent (qui sera le plus détaillé) et un futur (prolongements, suite de la séquence d'apprentissage...). L'axe vertical représente différentes dimensions de l'activité sur lequel doivent porter l'attention des concepteurs, ici par exemple les objectifs, les tâches de l'enseignant et des élèves ainsi que les supports mobilisés.

	AVANT	PENDANT	APRES	
Objectifs	Programme "actuel" Sans dérivée de robot. scatole	Matériau Thymus Préprogrammation Cible un environnement stimulant et qui fonctionne	Participer au défi scatole Lien avec Scimus/Robo défi robotique programmation scatole Scatole défi robotique avec programme Thymus	
Tâches Enseignant	Préparer le matériel (scatole, tablette)	PC pour le défi pour créer le programme		
Tâches Elèves	Apprendre les prérequis - travailler le programme sans dérivée de robot - et créer des dérivés de la programmation de Thymus	Faire tester le robot sur scatole "cible" ludique ① PC pour le programme ② élève crée le programme	1. Test sur cible avec et quelle "cible" 2. en groupe avec et quelle "cible" 3. Validation par le niveau - quel est le programme qui crée	Créer des programmes de construction pour géométrie.
Matériaux / Supports		différents scatole d'enseignement de programmation Cible mince ou homogène? changer d'environnement de programmation	Thymus - robot qui Thymus matériel pour fabrication de programme	

Figure 2 : Carte d'expérience dans un contexte de conception de séance pédagogique autour de la robotique pédagogique en formation initiale des enseignants du premier degré.

Afin de faciliter le caractère dynamique et modifiable de la carte, les assertions des utilisateurs sont notées sur des post-it (jaune). Ils permettent de décrire les différentes rubriques mais aussi d'énoncer des points de friction, des blocages identifiés lors de la conception. Un code couleur est alors pertinent pour indiquer la sévérité du blocage : orange (point critique mais non bloquant), rouge (point critique bloquant). Dans la Figure 2, on voit l'évolution d'un point de blocage (rouge, puis orange) vers une solution (jaune).

Le World Café

Le World Café est un processus créatif qui vise à faciliter le dialogue constructif et le partage de connaissances et d'idées, en vue de créer un réseau d'échanges et d'actions. Il s'agit d'une technique de gestion dynamique du travail de groupe. Habituellement lorsque l'on fait du travail de groupe, chaque groupe produit un travail qui est ensuite présenté au collectif. Dans le World Café, les entités groupes sont stables mais les membres de ces groupes sont amenés à changer à intervalles réguliers pour une itération (voir Figure 3). Un « expert », désigné par le groupe, reste et assure la continuité du travail en résumant la conversation précédente pour les nouveaux arrivés. Les conversations en cours dans chaque groupe sont alors fécondées par de nouveaux points de vue issus des autres conversations. Il existe plusieurs variantes, que ce soit dans la répartition des membres dans les groupes où dans le statut de l'expert. Il est possible par exemple que l'expert change de rôle après l'itération suivante, on préférera alors le terme de « passeur ».

Figure 3 : World café : rotation de chaque participant vers un autre groupe

En fin de compte, le nombre d'itérations étant à déterminer en fonction du nombre de groupes et de personnes, chaque participant doit pouvoir passer dans chaque groupe et donc avoir une vision d'ensemble des différentes conversations et problématiques abordées.

II - MISE EN ŒUVRE DE L'ATELIER ET ANALYSES

1 Objectifs de l'atelier

Dans cet atelier, nous avons mis en place une phase de design itératif dans laquelle nous avons demandé aux participants d'imaginer une ressource et un scénario d'usage dans un environnement virtuel de CAO (Conception Assistée par Ordinateur) sur la thématique de l'enseignement de la notion de volume au cycle 3.

Les objectifs étaient de :

- Permettre aux participants de s'approprier un nouvel environnement en se centrant sur son utilité pour les enseignements et les apprentissages ;
- Faire émerger des transpositions didactiques sur le principe des métaphores conceptuelles ;
- Evaluer la phase de design itératif comme dispositif de formation professionnelle.

Le dernier objectif est le prolongement de plusieurs expérimentations avec des publics d'enseignants en formation initiale et continue menées précédemment.

2 Thématique et type d'environnement mobilisés dans l'atelier

L'enseignement des grandeurs et mesures est une part importante des programmes de l'école obligatoire. Le traitement didactique recommandé de ces enseignements suit la programmation suivante :

- Activités de comparaison directe puis indirecte ;
- Activités de comparaison en utilisant une unité étalon ;
- Passage à l'unité conventionnelle ;
- Calcul de la mesure de la grandeur à partir de formules.

Pour les grandeurs longueur et aire, cette programmation est généralement proposée par les enseignants. En revanche dans le cas de la grandeur volume, on constate une difficulté à la mettre en œuvre avec un passage anticipé à l'utilisation des formules. Ce constat tire sans doute ses origines dans un matériel pédagogique peu adapté à la manipulation dans l'espace. Que ce soit les maquettes ou l'utilisation de liquide pour les comparaisons ou encore la difficulté à voir dans l'espace les représentations des objets tridimensionnels, de nombreux obstacles découragent nombre d'enseignants à traiter cette notion de manière convenable dans leur progression annuelle.

Or parmi les environnements virtuels disponibles, on trouve les applications de CAO. Ces applications permettent la création et la manipulation de maquettes 3D généralement à partir de formes primitives que sont les solides usuels (prisme, pyramide, cylindre, sphère). A la différence des environnements de géométrie dynamique, les environnements de CAO sont centrés sur la construction et la manipulation de volume, les propriétés géométriques bien que présentes ne sont pas mises en relief. La construction est à prendre au sens physique du terme, les objets sont en quelque sorte des matériaux sur lesquels on effectue des actions physiques (extrusion, sculptage, peinture, mesures).

3 Le dispositif

3.1 Organisation matérielle

L'artefact : l'environnement virtuel

Pour l'atelier nous avons mis à disposition des participants deux environnements virtuels immersifs identiques. Au niveau matériel, l'artefact est composé d'un casque de réalité virtuelle (HTC Vive), d'une zone de 3mx3m dans laquelle l'utilisateur peut se déplacer librement et interagir avec l'environnement à

l'aide de deux contrôleurs (un pour chaque main). L'ensemble des mouvements (tête, corps, mains) est retranscrit en temps réel dans l'environnement virtuel. L'environnement simulé est affiché dans le casque pour l'utilisateur et sur un écran d'ordinateur, éventuellement projeté sur un mur, pour les autres personnes.

Au niveau logiciel, nous avons utilisé « Google Block », un environnement de CAO grand public et gratuit, qui permet de créer, manipuler, modifier (formes et taille) des objets tridimensionnels (cubes, pavés, pyramides, cylindres etc.) afin de réaliser des constructions éventuellement exportables sous forme d'images 2D, d'objets 3D potentiellement imprimables en 3D.

Les îlots pour les groupes

Les participants se regroupent autour d'un îlot, ils ont à disposition la carte d'expérience du groupe, des post-it de couleurs, des documents ressources institutionnels sur l'enseignement de la grandeur volume au cycle 3 (extrait des programmes français 2015 et document d'accompagnement sur le thème grandeurs et mesures).

3.2 Déroulement

Phase de prise en main

Collectivement les participants reçoivent une information sur le matériel et le logiciel : manière d'interagir avec l'artefact, règles de sécurité, principales fonctionnalités du logiciel.

Phase de design itérative + World Café

Consignes

« Vous devez imaginer une activité possible avec des élèves mobilisant l'environnement de réalité virtuelle mis à disposition dans le cadre de l'enseignement de la notion de volume en cycle 3. Vous rendrez compte de votre proposition dans une carte d'expérience. La carte d'expérience doit consigner vos propositions mais également les points de friction, les difficultés que vous pourriez pointer. Chaque proposition ou point de friction prend la forme d'un post-it de couleur que l'on (dé)placera dans la catégorie adéquate de la carte.

Vous pouvez utiliser l'artefact pendant la phase de production et faire des allers-retours avec la carte d'expérience et les discussions collectives. »

Au bout de 30 minutes (pour la première itération, 15 minutes par la suite), les participants changent de groupe à l'exception d'un passeur désigné par le groupe avant chaque itération.

Phase de synthèse

Les participants sont invités à partager au collectif les points suivants :

- Les fonctionnalités intéressantes et les points de blocage identifiés pendant la phase de conception ;
- Des remarques sur leur expérience vécue dans le dispositif de design itératif.

4 Résultats et analyses

Nous avons fait le choix de décrire les activités proposées par les participants sous forme d'Organisations Mathématiques Ponctuelles (OMP, Chevallard, 1998). Rappelons que dans l'approche de la Théorie Anthropologique du Didactique, une OMP se compose d'un quadruplet :

- Le type de tâche (souvent exprimé par un verbe et un complément) ;
- La technique : les actions permettant de réaliser ce type de tâche ;
- La technologie : le discours justifiant et motivant les actions entreprises dans la technique ;
- La théorie : les savoirs constitués justifiant la technologie évoquée.

Ce choix de cadre d'analyse est motivé par la nécessité de pouvoir distinguer les différents types de tâches proposées dans la carte d'expérience, de décrire précisément comment l'artefact est mobilisé au sein de la technique de résolution et de voir la part du sensible et du géométrique dans la justification donnée au niveau de la technologie. Nous distinguons dans ce cas les technologies mathématiques, justifiées par une théorie mathématique et les technologies pratiques qui ne sont pas justifiées par une théorie mais sur la base d'une référence au monde sensible (Castela, 2008).

4.1 Groupe 1

Figure 4 : La carte d'expérience élaborée par le groupe 1

Description de la proposition du groupe 1

Les activités proposées par le groupe 1 (Figure 4) sont de type « comparaison directe » de volumes. Elle se situe clairement dans la démarche classique du traitement didactique des grandeurs et mesures. Les participants proposent en prérequis des activités de comparaison directe du volume par imbrication de solides de forme identique. Nous définissons la forme d'un solide par l'aspect de la portion d'espace délimitée par la surface du solide, nous élargissons le terme à l'ensemble des agrandissements et réductions possibles de la forme initiale.

Dans l'activité principale décrite, les solides dont les volumes sont à comparer sont de formes différentes (cube et pyramide), la comparaison directe de leur volume est donc problématique, elle nécessite un processus de déconstruction, reconstruction des objets afin de rendre possible leur imbrication. L'activité est l'homologue de celle réalisée classiquement pour le traitement des longueurs ou des aires dans laquelle les élèves doivent découper des objets avec des ciseaux par exemple pour ensuite reconstruire une forme comparable à l'objet de référence. Les participants ont donc transposé cette activité avec des objets tridimensionnels. Cependant le découpage d'un solide n'est pas pris en charge par le logiciel (point de blocage identifié). Les participants ont contourné le problème en générant le solide par assemblage de solides qui sont maintenus ensemble par la fonction « grouper » du logiciel. Le découpage revient alors à « dégrouper » l'assemblage pour le réorganiser.

Le groupe propose en prolongement une activité de mesure du volume par utilisation d'unité étalon.

Analyse

Nous pouvons identifier trois organisations mathématiques ponctuelles, OMP1 « Comparer le volume de formes identiques par imbrication », OMP2 « Comparer le volume de formes différentes » et OMP3 « Mesurer le volume d'un pavé droit » dans les activités proposées par le groupe 1. A noter que l'OMP2 convoque l'OMP1 au niveau de ces techniques (Tableau 1).

OMP 1	
Type de tâche	Comparer le volume (grandeur) de deux solides
Technique	Imbriquer le solide cible avec le solide source
Technologie pratique	Un solide qui ne dépasse pas lorsqu'il est mis à l'intérieur d'un autre solide a un volume inférieur.
Remarque	<p>On parle de technologie pratique car la technique est justifiée par la perception et une expérience du monde sensible : dans le plan pour comparer des objets, on les superpose. L'idée générale est de mettre au même endroit, au même moment les deux objets que l'on veut comparer selon certaines grandeurs.</p> <p>Dans le monde réel, il n'est pas possible de mettre au même endroit et au même moment des objets pleins (représentant des solides), il faut l'imaginer. Nous utilisons le terme « imbriquer » pour décrire cette action réalisée dans le monde virtuel. A noter que le terme « imbriquer » fait référence à des espaces vides que l'on comblerait ce qui n'est pas exactement ce que l'on fait mais il est préférable à celui d'emboîter ou d'amalgamer qui fait explicitement référence à un objet creux. En fait il n'existe pas à notre connaissance de terme ou de métaphore du monde réel pour décrire cette action.</p>
OMP 2	
Type de tâche	Comparer le volume (grandeur) de deux solides qui n'ont pas la même forme
Technique	<ul style="list-style-type: none"> • Décomposer un solide en plusieurs solides • Assembler les solides pour former un solide de même forme • Convoquer OMP 1
Technologie mathématique	<p>Une grandeur mesurable possède la propriété d'additivité. Le volume étant une grandeur mesurable, la somme des volumes des parties est égale au volume du tout.</p> <p>Deux solides peuvent avoir le même volume (grandeur) sans avoir la même forme.</p>
OMP3	
Type de tâche	Mesurer le volume d'un pavé droit
Technique	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir une unité étalon • Remplir le pavé droit avec des unités étalon • Dénombrer les unités étalon nécessaires
Technologie mathématique	<p>Une grandeur mesurable possède la propriété d'additivité. Le volume étant une grandeur mesurable, la somme des volumes des parties est égale au volume du tout.</p>

Tableau 1 : Organisations Mathématiques Ponctuelles du groupe 1

On observe ici une tentative de transfert des OMPs classiques du traitement didactique des grandeurs et mesures. OMP1, OMP2 et OMP3 sont en effet similaires à celles qui seraient proposées pour la notion d'aire. Cette transposition a été rendue possible par la possibilité d'imbriquer des objets dans l'environnement virtuel pour faire une comparaison directe. En revanche, face à un point de blocage identifié, l'absence d'un outil de découpage des solides, les participants ont contourné le problème en utilisant la fonctionnalité de groupement, dégroupement des objets. On voit ici un exemple de début d'instrumentalisation qui est potentiellement pertinent pour donner corps à la propriété d'additivité. Les techniques employées ont une justification sensible et mathématique.

4.2 Groupe 2

	AVANT	PENDANT	APRES	
Objectifs		<p>Reprendre des 3 unités cubique de volume (cm³, dm³, m³) et des relations entre les unités litre (L) → 1 dm³ (1 l)</p>	<p>Reprendre la notion de l'unité et faire de l'objet à partir de quelques m³ de matériau cubique</p>	
Tâches Enseignant	<p>Créer le m³ avec quatuorze</p>			
Tâches Elèves	<p>Se rendre compte de ce que mesure un m³ (un dm³ ? un l ?)</p>	<p>Donner quel objet permet travailler avec le cubique de 1 dm³ de l'air ?</p>		
Matériaux Support	<p>Tableur Globe et l'unité spécifique de l'unité mesure ?</p>	<p>Tableur cubique pour travailler sur le cubique que pour travailler sur l'unité</p>		

Figure 5 : La carte d'expérience du groupe 2

Description de la proposition du groupe 2

Les participants semblent situer les activités proposées plutôt en fin de séquence sur la notion de volume puisqu'ils abordent les notions d'unités conventionnelles et les relations pour passer de l'une à l'autre, du litre au dm³ et entre les sous unités du m³.

Ils proposent de construire une représentation de l'ordre de grandeur des unités, en demandant d'associer des volumes avec des sous-unités les plus adaptées pour exprimer leur mesure.

Analyse

Nous proposons deux organisations mathématiques ponctuelles pour décrire ces activités (Tableau 2)

OMP 1	OMP 2
<p>Type de tâche Identifier un cube pouvant contenir 1 L</p> <p>Technique Observer les solides</p> <p>Technologie pratique Le volume est proportionnel à la taille des objets représentés.</p>	<p>Type de tâche Evaluer l'ordre de grandeur d'un solide (1 cm³, 1 dm³, 1 m³)</p> <p>Technique Observer les solides</p> <p>Technologie pratique Le volume est proportionnel à la taille des objets représentés.</p>

Tableau 2 : Organisations Mathématiques Ponctuelles du groupe 2

Le groupe a centré sa réflexion sur les possibilités de représentation des solides à différentes tailles dans un environnement réaliste.

Cette ressemblance avec le sensible a conduit les participants à chercher des activités très proches de ce qui est généralement réalisé dans le réel, comme l'utilisation de liquide (litre de lait) pour comparer des volumes.

Du fait de l'illusion d'être dans un environnement réel, on peut supposer que les participants n'ont pas pu se détacher des activités sensibles autour de la notion de volume. Dans les OMPs, les technologies pratiques montrent bien cette forte référence au monde sensible.

D'ailleurs aucune fonctionnalité autre que celles pseudo-naturelles (observation, navigation) n'a été exploitée. Comme dans le réel, le traitement des unités conventionnelles est peu relié à des expériences sensibles, le groupe conclut sur le manque d'intérêt d'un tel dispositif pour le traitement des unités conventionnelles hormis la possibilité d'illustration inédite des volumes de plus grande taille.

4.3 Groupe 3

	PENDANT	APRES
Objets	<p>Observer de manière d'un volume par différents problèmes</p>	<p>Déterminer le volume des objets en se référant à un dénivelé donné.</p>
Tâches Enseigne	<p>créer un volume de forme quelconque dans lequel 1 litre doit rentrer</p>	
Tâches Élève	<p>remplir ce volume avec le maximum de cubes vides</p>	
Matériaux / Supports	<p>Matériaux utilisés : cubes, eau, lait, papier, carton, verre, bouteille, etc.</p> <p>Supports utilisés : feuille de papier, tableau, etc.</p>	

Figure 6 : la carte d'expérience du groupe 3

Description des activités proposées

Les activités proposées par le groupe 3 se situent au niveau de l'introduction de l'unité étalon pour mesurer des volumes. Elles font donc suite à ce que propose le groupe 1 (qui l'avait évoqué dans les prolongements). La mesure du volume d'un pavé droit se fait par le remplissage avec des cubes de même taille. Cette activité est identique à ce qu'on peut réaliser avec le remplissage d'une boîte à chaussure mais transposée dans une taille d'espace plus grand, le méso-espace (Brousseau, 2000).

Confronté au problème de la génération d'un nombre de cubes suffisant au remplissage, le groupe utilise les fonctionnalités de réplication des objets et la bibliothèque d'objets pour accélérer le processus.

Analyse

Nous proposons l'OMP 3 décrite dans le Tableau 1 pour rendre compte de cette proposition.

Le groupe 3 a mobilisé la même OMP 3 que le groupe 1 en se plaçant dans une taille d'espace différente, le méso-espace. Cette particularité se retrouve dans le groupe 2. Il est possible de voir ici une influence entre les groupes du fait des rotations des participants.

Le groupe est confronté à un problème de gestion du matériel. Il est intéressant de voir qu'il n'opte pas pour une approche purement sensible ; dans ce cas il aurait préparé un tas de cubes dans lequel les élèves iraient piocher. Il choisit d'utiliser la duplication, qui est une fonctionnalité commune des environnements informatiques. De plus, il a finalement recours à la bibliothèque d'objets qui permet de générer des itérations d'objets sauvegardés.

On voit ici qu'à partir d'une situation classique, les participants ont introduit des variations (changement de la taille de l'espace) et ont détourné la fonction de sauvegarde de la bibliothèque en étant confrontés à un point de friction bloquant.

5 Synthèse des analyses

Du point de vue du traitement didactique de la notion de volume, on note que les organisations mathématiques ponctuelles relevées ont balayé différents temps du traitement didactique des grandeurs et mesures :

- La comparaison directe
- La comparaison indirecte
- L'introduction des unités conventionnelles de volume

Les types de tâches identifiés sont principalement une transposition directe de ce que l'on pourrait faire avec la grandeur aire ou longueur dans un environnement classique : estimer un volume, comparer deux volumes, mesurer le volume. La principale évolution est la mobilisation du méso-espace pour réaliser ces activités.

Les techniques pour réaliser ces types de tâches relèvent en partie d'une technologie « pratique » (non mathématique) :

- Estimer un volume, un ordre de grandeur
- Imbriquer des solides l'un dans l'autre

et d'une technologie mathématique :

- Décomposition méréologique et recombinaison d'un solide
- Compter les unités étalon contenues dans le solide

Du point de vue de la genèse instrumentale de l'environnement virtuel, le dispositif de formation proposé mettait l'accent sur l'instrumentalisation de l'artefact, les fonctionnalités ont donc été découvertes progressivement en réponse à des problématiques d'usage. Le Tableau 3 répertorie les fonctionnalités mobilisées ou évoquées dans les cartes d'expériences.

Les fonctionnalités utilisées ou évoquées	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Navigation en room-scale (mésospace)	X	X	X
Création d'objet	X	X	X
Déplacement d'objet	X		X
Duplication			X
Groupement - dégroupement	X		X
Bibliothèque			X
Grille de référence (métrique)		X	

Tableau 3 : Tableau des fonctionnalités mobilisées ou évoquées par les groupes durant l'atelier

On constate un fort attrait pour la dimension sensible de l'environnement avec la sur-mobilisation des fonctionnalités liées à la navigation et l'observation. L'environnement virtuel nous plonge dans un univers inconnu, il est tentant de passer du temps à redécouvrir des objets connus en se déplaçant naturellement dans cet espace. Tous les groupes ont largement intégré cette dimension dans leurs propositions. La dimension perceptive a été également mobilisée au cœur des activités, comme moyen de construire une représentation (estimer un volume) ou pour valider un résultat (comparaison de volume).

Cet attrait pour le sensible a pu devenir un obstacle. Alors que la fonctionnalité de redimensionnement des objets (homothétiquement ou selon un axe) a été présentée, aucun groupe ne l'a utilisée dans sa proposition. Il est possible qu'il y ait ici une réticence à effectuer une manipulation qui n'existe pas dans le réel. Des commentaires recueillis en fin d'atelier vont dans ce sens.

Si l'on a constaté beaucoup de transferts du monde réel dans l'environnement virtuel, certains concepts informatiques comme les fonctionnalités de duplication (copier-coller) ou l'utilisation de la bibliothèque (sauvegarde et chargement) ont été spontanément assimilés à cet environnement.

Enfin du point de vue du dispositif de formation proposé aux participants, on note qu'ils ont appréciés les apports de connaissances qui sont donnés au moment où le besoin est ressenti et non en amont. Le rôle de passeur a été questionné, pour certains cela est déstabilisant car on doit présenter quelque chose que l'on n'a pas entièrement conçu mais pour d'autres cela est justement le point le plus intéressant.

Au niveau des rotations, on note que chaque groupe a fait une proposition différente, cela tend à montrer que les nouveaux participants des groupes ont investi les travaux précédents et n'ont pas cherché à reproduire ce qu'ils avaient déjà construit dans le groupe précédent. Cependant on perçoit certaines influences entre groupes, comme dans le cas de l'introduction du mésospace. Dans tous les cas, la mise en commun est ressentie plus efficace, car chacun a été à un moment donné impliqué dans la réflexion du groupe. Les problématiques ont été partagées.

6 Conclusion

Dans cette première itération de la phase de conception les activités proposées sont essentiellement des transpositions des activités classiques pour aire et longueur à la notion de volume. Cette transposition est rendue possible par les possibilités de manipulation inédites des objets tridimensionnels dans l'environnement virtuel, comme par exemple la superposition des solides.

Alors qu'il est possible de manipuler des objets de petite taille, les activités proposées mobilisent toutes le mésospace, on peut en déduire que c'est une caractéristique intéressante pour les enseignants.

La transposition d'activité du sensible a fait émerger des points de blocage face aux contraintes techniques de l'environnement. Ces blocages ont amené les participants à explorer les fonctionnalités du logiciel les amenant à se détacher progressivement d'une expérience simulant la réalité en intégrant des éléments informatiques comme la duplication ou le groupement/dégroupement. Cette première

approche des fonctionnalités du logiciel dans un but didactique a permis de créer des liens métaphoriques entre des concepts mathématiques, ici la propriété d'additivité des grandeurs et l'action de grouper et dégroupier des objets dans l'environnement virtuel. Ces liens sont encore ténus et méritent une réflexion plus poussée, cependant ces observations confortent nos hypothèses sur l'intérêt d'un tel dispositif pour amener à développer des usages pertinents de cette technologie.

III - RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Allen, M., & Sites, R. (2012). *Leaving Addie for SAM: An Agile Model for Developing the Best Learning Experiences*. New York: Association for Talent Development.
- Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Bourmaud, G. (2006). *Les systèmes d'instruments : méthodes d'analyse et perspectives de conception*. Thèse de doctorat. Université Paris 8.
- Brousseau, G. P. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. In U. de Crète (Ed.), *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire ; l'étude de l'espace et de la géométrie*, 67-83. Consulté à l'adresse <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00515110>
- Bukhardt, J. M., Lourdeaux, D., & Mellet-d'Huart, D. (2006). Le traité de la Réalité Virtuelle : Les applications de la Réalité Virtuelle, volume 4, chapter La conception des environnements virtuels pour l'apprentissage. *Les Presses de l'Ecole des Mines de Paris*, 43-103.
- Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(83), 135.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, 91-118.
- Coutat-Gousseau, S., & Dorier, J.-L. (2016). Comment la corporéité peut-elle intervenir dans l'apprentissage des mathématiques ? Quelques références et deux exemples. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, 38(2), 23-37.
- DBRC (Design-Based Research Collective) (2003). Design-based research: an emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive neuropsychology*, 22(3-4), 455-479.
- Fuchs, P., Moreau, G., & Berthoz, A. (2006). *Le traité de la réalité virtuelle volume 1 : L'Homme et l'environnement virtuel*. Presse des Mines.
- Kalbach, J. (2016). *Mapping experiences: a complete guide to creating value through journeys, blueprints, and diagrams*. Sebastopol: O'Reilly Media.
- Loup-Escande, É., Burkhardt, J., & Richir, S. (2013). Anticiper et évaluer l'utilité dans la conception ergonomique des technologies émergentes : une revue. *Le travail humain*, 76(1), 27-55.
- Núñez, R. (2009). Mathematical Idea Analysis: What Embodied Cognitive Science Can Say about the Human Nature of Mathematics. *Coleccio Digital Eudoxus*, 0(8).
- Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A. C., & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans. Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM*, 90, 5-41.
- Rabardel, P., & Pastré, P. (dir.) (2005). *Modèles du sujet pour la conception : dialectiques, activités, développement*. Toulouse : Octarès.
- Winn, W. (2003). Learning in artificial environments: Embodiment, embeddedness and dynamic adaptation. *Technology, Instruction, Cognition and Learning*, 1(1), 87-114.