hep/

COPIRELEM

46e colloque international sur la formation en mathématiques des professeurs des écoles

Dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au XXIe siècle

Du 4 au 6 juin 2019
HEP Vaud

ACTES



hep/

COPIRELEM

46e colloque international sur la formation en mathématiques des professeurs des écoles

Dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au XXIe siècle

Du 4 au 6 juin 2019
HEP Vaud

ACTES



Sommaire

Comité Scientifique …….....4

Comité d'organisation …….5

Bilan du comité scientifique ……...…….6

LES CONFERENCES 10

LES ATELIERS.....11

LES COMMUNICATIONS.....13

Comité scientifique :

Thierry DIAS, Professeur HEP,
UER MS, HEP Vaud, Lausanne, Suisse,
Président du comité scientifique.

Agnès BATTON, Formatrice, UCP ÉSPÉ de l'Académie de Versailles, site de Cergy, COPIRELEM, France.

Christophe BILLY, Formateur, ÉSPÉ de Toulouse Midi-Pyrénées, site d'Albi, Université de Toulouse 2 Jean-Jaurès, IRES de Toulouse, COPIRELEM, France.

Richard CABASSUT, Maître de Conférences, Laboratoire interuniversitaire des Sciences de l'Education (LISEC), Université de Strasbourg, IREM de Strasbourg, COPIRELEM, France.

Stéphane CLIVAZ, HEP Vaud, Suisse.

Bruno COURCELLE, Formateur, ÉSPÉ d'Auvergne, Site du Puy en Velay, COPIRELEM, France.

Marie-Line GARDES, Université de Lyon 1, France.

Christine GERON, Haute École de la ville de Liège, Belgique .

Gwénaëlle GRIETENS, Formatrice, ÉSPÉ de l'Académie de Nantes, COPIRELEM, France.

Christine DEL NOTARO, Université de Genève, Suisse.

Michel DERUAZ, HEP Vaud, Lausanne, Suisse.

Nicolas DREYER, HEP Fribourg, Suisse.

Édith PETITFOUR, Maîtresse de Conférences,
ÉSPÉ de Rouen, Université de Rouen, Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR), COPIRELEM, France.

Elisabetta ROBOTTI, Université de Turin, Italie.

Arnaud SIMARD, Maître de Conférences, ÉSPÉ de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté, COPIRELEM, France.

Céline VENDEIRA-MARÉCHAL, Université de Genève, Suisse.

Comité d'organisation :

Michel DERUAZ, Responsable UER MS, HEP Vaud, Lausanne.

Cyril PETITPIERRE, Directeur de formation, HEP Vaud, Lausanne.

Thierry DIAZ, Président du comité scientifique, HEP Vaud, Lausanne.

Luc-Olivier BÜNZLI, HEP Vaud, Lausanne.

Martine BALEGNO, HEP Vaud, Lausanne.

Stéphanie DÉNERVAUD, HEP Vaud, Lausanne.

Christian CARRARD, HEP Vaud, Lausanne.

Barbara FOURNIER, HEP Vaud, Lausanne.

Francesca GREGORIO, HEP Vaud, Lausanne.

BILAN DU COMITE SCIENTIFIQUE

Par Thierry DIAS, président du Comité Scientifique

1 Thème spécifique du colloque

Interroger la thématique des dispositifs de formation vise principalement, au-delà de la recherche de liens entre la formation des enseignant·e·s et la réussite des élèves, à explorer des potentiels d'ingénierie de formation pouvant garantir la qualité d'une profession à travers ses stratégies de développement professionnel.
La formation à l'enseignement des mathématiques pour l'école primaire est une problématique d'actualité (ou récurrente). En France, le rapport de la « mission-maths » (Villani & Torossian, 2018) insiste fortement sur des mesures nécessaires dans ce domaine en mettant en avant :
• la restructuration de deux dimensions essentielles : la formation initiale (mesure 1) et la formation continue (mesures 14, 15 et 16) ;
• l'importance de l'innovation (mesures ….).
L'étude ICMI 15 (Even & Ball, 2009) a posé les bases d'une réflexion nécessaire sur la formation des enseignant·e·s. Les travaux menés lors du colloque de la COPIRELEM 2019 à la HEP Vaud de Lausanne se sont situés dans ces perspectives et plus précisémentselon trois axes de réflexion.

1.1. Quel type de formation initiale pour enseigner les mathématiques à l'école primaire ?

Lors de ce colloque, les regards croisés ont permis de conduire une investigation concernant tous les éléments de la formation initiale. On s'est intéressé aux paramètres de durée de la formation, d'ancrage universitaire, de connaissances disciplinaires fondamentales nécessaires, de ressources et de personnalisation des parcours en fonction des contextes professionnels.

1.2. La formation continue : des mutations nécessaires

Les modalités de la formation dite « continue » doivent subir des mutations structurelles importantes à la lumière des apports des institutions éducatives internationales. Ainsi peuvent être légitimement interrogés les aspects collaboratifs des dispositifs de formation par les pair·e·s utilisés dans le cadre des lesson studies ou études collectives de leçons (Clivaz, 2015; Miyakawa & Winsløw, 2009) par exemple.
On s'est également intéressé à la terminologie plus globalement utilisée à l'international de « développement professionnel » (au lieu de formation continue) dans ce qu'elle peut apporter en termes de changements de point de vue dans le cadre de la formation à l'enseignement des mathématiques.

1.3. Dispositifs et innovation dans la formation des enseignant·e·s

Nous avons également souhaité privilégier le partage des informations concernant les dispositifs de formation existants, qu'ils soient éprouvés ou innovants. Ont ainsi été interrogées les modalités de ressources de formation (MOOC, FLOT, etc.), les techniques d'analyses des situations professionnelles (vidéo) ainsi que les modalités même des dispositifs : présentiels, distants (e-learning), peer-learning. La pertinence, l'efficacité et la réussite de ces dispositifs en termes de formation méritent d'être analysées dans le cadre spécifique de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, tant du point de vue du profil de ses acteurs que de ses contenus.

2 Organisation du colloque

Le 46e colloque international sur la formation en mathématiques des professeur·e·s des écoles a été organisé conjointement par l'Unité d'Enseignement et de Recherche en Didactiques des Mathématiques et des Sciences de la nature (UER MS) de la Haute École Pédagogique du Canton de Vaud (HEP Vaud) à Lausanne et la Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire (COPIRELEM) sous la responsabilité du Comité Scientifique (composition en page 4)

Les 165 participant·e·s provenaient principalement de France (112) et de Suisse Romande (42) mais aussi de Belgique (4), d'Italie (4), du Canada (1), des États-Unis (1) et même de Nouvelle Calédonie (1).
Parmi les participants on pouvait compter des professeur·e·s d'Universités, des formatrices et formateurs, des chercheur·e·s, des membres des corps d'inspection et des conseiller·e·s pédagogiques ainsi que des enseignant·e·s et des enseignant·e·s en formations. 80 enseignant·e·s vaudois·e·s ont également participé à la demi-journée du mardi dans le cadre d'une session de formation continue.

Le colloque a permis d'organiser différentes formes de communications :
- une leçon de recherche suivie d'une table ronde,
- trois conférences plénières (cf. programme annexe 1, 2 et 3),
- 20 ateliers de deux heures repartis sur deux sessions,
- et 31 communications d'une heure réparties sur quatre sessions d'une heure.

2.1. La leçon de recherche et table ronde

La leçon de recherche est menée par **Stéphane Clivaz.**. Il est actuellement professeur en didactique des mathématiques à la Haute École Pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne. Il a auparavant enseigné les mathématiques au secondaire durant plus de 10 ans. Il travaille depuis 2003 à la HEP Vaud et y contribue à la formation à l'enseignement des mathématiques pour les degrés primaires et secondaires. Sa thèse de doctorat et l'ouvrage qui s'en inspire portent sur les connaissances mathématiques pour enseigner et l'influence de ces connaissances sur l'enseignement à l'école primaire. Il a publié en 2018 avec Michel Deruaz un ouvrage de mathématiques destiné aux enseigant·e·s primaires "Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire".
Stéphane Clivaz est cofondateur du *Laboratoire Lausannois Lesson Study* (3LS) et en a été le premier responsable jusqu'en 2018. Il est membre du conseil de la *World Association of Lesson Studies*. Ses recherches portent principalement sur les influences qu'ont les connaissances mathématiques des enseignant·e·s et sur le développement de ces connaissances, en particulier en lien avec les lesson studies.
Intervenants à la table ronde :
- **Martine BALEGNO,** Formatrice chercheuse et enseignante, HEP Vaud, Lausanne.
- **Anne CLERC-GEORGY,** Professeur ordinaire, HEP Vaud, Laboratoire 2LS, Lausanne.
- **Stéphane CLIVAZ**, Professeur ordinaire, HEP Vaud, Laboratoire 2LS, Lausanne.
- **Thierry DIAS**, Professeur ordinaire, HEP Vaud, Lausanne.
- **Marie-Line GARDES**, Maître des conférences, Université de Lyon 1, France.
- **Akihiko TAKAHASHI**, Professeur associé à l'Université DePaul, Chicago, USA.

2.2. Les conférences

Trois conférences plénières ont eu lieu pendant le colloque.

Conférencières et conférenciers lors du colloque :

Akihiko Takahashi est professeur associé à l'Université DePaul (Chicago), où il enseigne les mathématiques et l'éducation mathématique. Il a été enseignant primaire au Japon avant d'intervenir dans la formation initiale des enseignant·e·s·s en mathématiques.
Au cours de sa carrière d'enseignant au Japon, il fut actif au plan national dans le domaine des lessons studies en mathématiques, l'enseignement de leçons de recherche publiques et a publié de nombreux articles portant sur la résolution par les élèves de problèmes mathématique dans de nombreux journaux scientifiques. Il a obtenu son doctorat de l'Université de l'Illinois à Urbana-Champaign.
Internationalement reconnu, son curriculum vitae compte aujourd'hui plus de 80 articles scientifiques dans le domaine. Il est également l'auteur de chapitres de livre en anglais et en japonais et a participé à de très nombreuses présentations en tant que conférencier et animateur d'atelier à travers le monde.

Chiara Andrà est chercheure à l'Université du Piémont oriental à Alessandria depuis l'automne 2018. Auparavant, elle occupait un poste de professeure adjoint à l'école polytechnique de Milan, où elle avait

la charge de promouvoir des initiatives d'avant-garde pour améliorer les compétences numériques des étudiants de l'université. Elle porte d'ailleurs un intérêt spécifique aux MOOC conçus pour les étudiant·e·s de première année ainsi qu'aux difficultés en mathématiques lors de la transition du lycée à l'université. A ce titre, elle fait partie d'une équipe de recherche composée de concepteurs de sites Internet, d'enseignant·e·s de mathématiques au secondaire et de chercheur·e·s en didactique des mathématiques. Ce groupe a pour vocation d'examiner les potentialités et les inconvénients de formats d'apprentissage tels que les *Flipped Classroom*.
Elle mène depuis de nombreuses années une collaboration Internationale avec Peter Liljedahl et Annette Rouleau (Université Simon Fraser, Canada) et avec Pietro Di Martino (Università Di Pisa, Italie). Cette collaboration vise à comprendre les changements des pratiques des enseignant·e·s après qu'ils aient suivi des formations continues.

Caroline Lajoie est professeure titulaire au département de mathématiques de l'Université du Québec à Montréal (UQAM). Son implication à titre de formatrice dans des cours de mathématiques et de didactique des mathématiques pour des futurs enseignant·e·s de l'école primaire remonte au début des années 90, alors qu'elle était étudiante aux études supérieures à l'Université Laval. Elle est membre du Groupe de Recherche sur la Formation à l'Enseignement des Mathématiques (GREFEM) depuis sa création en 2010 et elle en assure la direction depuis 2012. Depuis le début des années 2000, elle mène des travaux visant à faire ressortir le potentiel du jeu de rôles comme dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Ces travaux l'ont amenée à collaborer avec divers formateur·rice·s et chercheur·e·s canadiens et, plus récemment, avec des formateur·rice·s et chercheur·e·s français·es.
Caroline Lajoie est éditrice de la Revue Canadienne d'Enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies depuis 2012. Au cours de l'année 2018-2019, elle a travaillé avec Frédérick Tempier à l'édition d'un numéro spécial portant sur les dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques.

2.3. Les ateliers

Vingt ateliers ont eu lieu pendant le colloque. Les ateliers avaient une durée de deux heures et ils étaient repartis sur deux sessions. Un atelier est un moment intense d'échanges et de débats ayant pour objectif d'échanger sur diverses expériences et thèmes de recherche.
Pour cette édition du colloque, le Comité scientifique a intégré plusieurs chercheur·e·s qui n'appartiennent pas à la communauté COPIRELEM pour ouvrir les travaux sur d'autres points de vue. Nous avons ainsi invité **Mme la Professeure Christine Géron** de la Haute école de la ville de Liège qui, accompagnée de sa collègue Pauline Lambrecht de la Haute école de Louvain en Hainaut, ont proposé un atelier intitulé : *Comment (ré)agir face aux difficultés d'élèves en résolution de problèmes mobilisant le concept d'aire ?*

2.4. Les communications

31 communications ont eu lieu pendant le colloque. Les communications avaient une durée d'une heure et elles étaient reparties sur quatre sessions.
Une communication est organisée en deux moments. Un premier moment de présentation de la recherche suivi d'un deuxième moment de réponses aux questions.
Comme pour les ateliers, le Comité scientifique a intégré plusieurs chercheur·e·s n'appartenant pas à la communauté COPIRELEM pour ouvrir les discussions sur d'autres points de vue. Nous avons ainsi invité **Mme Marie-Line Garde** de l'ESPE de l'Académie de Lyon et de l'Institut des Sciences Cognitives (CNRS, Université Lyon 1), qui accompagnée de sa collègue Marie-Caroline Croset de l'ESPE de l'Académie de Grenoble, ont présenté une communication intitulée : *Tâches essentielles, matériel et rituels pour la construction du nombre en maternelle. Étude d'un manuel et de ressources Montessori.*
Une autre invitation a été ainsi faite à **Mme la Professeure Elisabetta Robotti** de l'Université de Genova qui, accompagnée de ses collègues Teresa Grange et Sonia Peloso de l'Université de la Vallée d'Aoste, a

présenté une communication intitulée : *Recherche action et développement professionnel des enseignant de maths en maternelle et primaire. Le cas d'EduMath Vallée (Italie).*

3 Évaluation du colloque

Un questionnaire d'évaluation sous format électronique a été envoyé le dernier jour de colloque. L'évaluation des résultats a été menée par la Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire. Elle permettra la régulation des colloques à venir..
Ce questionnaire vise à recueillir l'appréciation des participant·e·s au sujet de l'organisation et des contenus. Le degré de satisfaction s'inscrit sur une échelle de Likert en 4 niveaux, cette évaluation quantitative est complétée d'un espace qualitatif sous la forme d'un espace de commentaires. Les questions posées sont les suivantes :
1) Niveau d'appréciation de chaque conférence.
2) Niveau d'appréciation de chaque atelier suivi.
3) Niveau d'appréciation de chaque communication suivie.
4) Quelles sont vos remarques éventuelles sur la durée des différentes plages et le rythme du colloque ?
5) L'ambiance générale du colloque a-t-elle été satisfaisante ?
6) Avez-vous apprécié la soirée festive du colloque ?
7) Quelles sont vos remarques éventuelles sur l'organisation matérielle du colloque ?
8) Les dates du colloque sont-elles bien choisies ? trop tôt ? trop tard ?
9) Autres remarques
10) À combien de colloques COPIRELEM avez-vous déjà participé ?

4 Perspectives et publications scientifiques directement issus du colloque

Ce colloque s'inscrit dans une perspective d'innovation pédagogique et didactique. Il faut noter ici que la prochaine édition (qui aura lieu à Chambéry, France) portera sur la même thématique.
Chaque contributeur (présentation d'une conférence, d'un atelier ou d'une communication) a été sollicité pour la rédaction d'un texte destiné aux actes de l'événement en vue de sa publication.

LES CONFÉRENCES

C1

Lesson Study, enseignement par la résolution de problèmes et *Neriage* : réflexions autour de l'observation d'une leçon de mathématiques
Akihiko Takahashi
Université DePaul, Chicago

Page 17

C2

Comprendre les tensions des enseignants de mathématiques pour comprendre les effets de la formation continue
Chiara Andrà
Università del Piemonte Orientale, Italie

Page 27

C3

Le jeu de rôles dans la formation à l'enseignement des mathématiques : potentialités et limites selon différents points de vue
Caroline Lajoie
Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques (GREFEM)
Département de mathématiques, UQAM, Montréal

Page 35

LES ATELIERS

A1.1 Page 49	**Des "capsules vidéos" comme dispositif innovant de formation continue d'enseignants du primaire** Marina De Simone, Jean-Luc Dorier
A1.2 Page 68	**Des écrits de recherches des élèves aux écrits institutionnels : des pistes de travail en formation continue des enseignants** L'équipe de formateurs de mathématiques de l'ESPE d'Aquitaine, site Gironde.
A1.3 Page 81	**Comprendre des signes qui rendent compte de la numérosité** Catherine Houdement, Edith Petitfour
A1.4 Page 96	**Comment (ré)agir face aux difficultés d'élèves en résolution de problèmes mobilisant le concept d'aire ?** Christine Géron, Pauline Lambrecht
A1.5 Page 106	**Mises en œuvre d'un jeu de rôles en formation initiale pour apprendre à aider un élève** Claire Guille-Biel Winder, Frédérick Tempier, Caroline Lajoie, Christine Mangiante, Pascale Masselot
A1.8 Page 121	**Quand un collectif d'enseignants s'empare d'une situation mathématique issue du quotidien, retour sur une Lesson Study au cycle 3 sur la situation de "La Caisse"** Frédéric Hartmann, Blandine Masselin, Hélène Declercq
A1.9 Page 129	**Former des enseignants par un simulateur informatique d'interactions humaines : l'exemple du logiciel VTS (Virtual Training Suite)** Fabien Emprin, Hussein Sabra, Patrick Gadat
A1.10 Page 142	**Dispositif de formation utilisant le jeu de Go pour enseigner les mathématiques à l'école primaire** Antoine Fenech, Richard Cabassut
A2.1 Page 150	**Usages d'outils de questionnement en formation mathématique de futurs enseignants du premier degré** Christophe Billy, Pierre Danos
A2.2 Page 168	**Géométrie dans l'espace virtuel : réifier le sensible et le géométrique pour apprendre** Xavier Nicolas, Jana Trgalova
A2.4 Page 183	**Construire des situations en géométrie plane grâce à la géométrie dans l'espace : un dispositif de formation continue** Jimmy Serment, Thierry Dias

A2.5 Page 195	**Des ateliers de grandeurs en formation initiale des enseignants : pour quels apprentissages ?** Céline Mousset, Coryse Moncarey
A2.6 Page 212	**Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ?** Bruno Courcelle, Gwenaëlle Grietens
A2.7 Page 242	**Défi calcul : un dispositif de formation de formateurs, d'enseignants, d'élèves au calcul mental** Christine Chambris, Agnès Batton, Guylaine Freguis et Alexandra Radovanovic
A2.8 Page 267	**Évaluation des compétences attendues des futurs enseignants formés à la HEP Fribourg** Nicolas Dreyer, Yves Schubnel
A2.9 Page 301	**Quel bilan d'une action de formation sur les fractions pour les enseignants de CM1 CM2 ?** Eric Mounier, Nicolas Pelay
A2.10 Page 311	**Learn-O : faire des maths en courant** Arnaud Simard

LES COMMUNICATIONS

C1.1 Page 327	**Tâches essentielles, matériel et rituels pour la construction du nombre en maternelle. Étude d'un manuel et de ressources Montessori** Marie-Line Gardes, Marie-Caroline Croset
C1.2 Page 338	**Rôle de l'estimation de la mesure de longueur dans la compréhension des unités de mesure de longueur et des liens qui les unissent** Pascal Sirieix
C1.3 Page 352	**Quelles conditions pour une formation initiale des enseignants du premier degré en didactique des mathématiques par le travail sur le mémoire ?** Sylvie Grau
C1.4 Page 365	**En formation initiale, quels freins à la diffusion de travaux de recherche en didactique de la géométrie ? Le cas de la notion de déconstruction dimensionnelle** Cédric Fruchon, Valentina Celi
C1.5 Page 380	**Analyse des gestes professionnels d'enseignants débutants de l'école primaire en classe de géométrie** Caroline Bulf
C1.6 Page 396	**Exploration du rôle et de l'implication des gestes dans des tâches spatiales tridimensionnelles chez des élèves avec une déficience intellectuelle (DI)** Noémie Lacombe
C1.7 Page 409	**Maths au menu !" Un sandwich hebdomadaire agrémenté d'analyses de situations entre pairs** Nolwenn Guedin
C1.8 Page 419	**Enseigner la résolution de problèmes aux élèves de cycle 2 via « Les problèmes non applicatifs » : analyse d'un dispositif de formation** Catherine Rivier, Édouard Gentaz Faculté Sciences de l'Éducation Université de Genève
C1.9 Page 429	**Associer une pratique de l'anglais à la construction de compétences sur le nombre, la numération et le calcul : le coin marchande** Elisabeth Boisson, Catherine Würtz,
C2.1 Page 457	**Conceptions des élèves de cycle 2 et cycle 3 sur la numération décimale de position** Stéphanie Croquelois, Jean-Luc Martinez, Jean-Pierre Rabatel, Sophie Soury-Lavergne
C2.2 Page 478	**Co-construction de dispositifs de formation à distance** Catherine Taveau

C2.3 Page 487	**Le jeu Mathador et le calcul mental** Isabelle Ludier
C2.4 Page 499	**Analyse d'un dispositif de formation continue des PE en maths hybridant les temps (scolaire -9h d'animation pédagogique) et hors temps scolaire (dispositif LéA)** Aline Blanchoin
C2.5 Page 518	**Lesson Study adaptée: présentation d'une formation continue innovante** Blandine Masselin
C2.8 Page 528	**Comment engager les professeurs des écoles dans un travail autour de la phase de dévolution d'un problème numérique complexe ?** Patricia Richard
C3.1 Page 547	**Recherche action et développement professionnel des enseignants de maths en maternelle et primaire. Le cas d'EduMath Vallée (Italie)** Elisabetta Robotti, Teresa Grange, Sonia Peloso
C3.2 Page 560	**Développer un travail géométrique complet et cohérent chez les étudiants en première année de master** Assia Nechache, Alain Kuzniak
C3.3 Page 572	**Des documents et des modalités de formation pour favoriser la mise en œuvre de situations de recherche et de preuve entre pairs dans des classes de l'école primaire** Jean-Philippe Georget, Cécile Dufy
C3.4 Page 583	**Droites perpendiculaires en SEGPA, perspectives d'analyse au sein d'un collectif de professeurs-chercheurs** Francine Athias, Philippe Le Borgne
C3.6 Page 593	**Environnements virtuels pour le développement de connaissances spatiales** Sylvia Coutat
C3.7 Page 605	**Dispositifs de formation à distance : étude des représentations des formateurs** Richard Cabassut, Marc Trestini
C3.8 Page 618	**Les mathématiques au sein d'une licence pluridisciplinaire pour les futurs professeurs des écoles** Floriane Wozniak
C3.9 Page 632	**De la mise en œuvre d'une ingénierie didactique broussaldienne élaborée dans les années 80 dans des classes actuelles : le cas de l'ingénierie didactique de la soustraction à l'école primaire** Michèle Couderette

C4.1 Page 643	**Du projet collaboratif à la formation : continuité des apprentissages et de l'enseignement de la numération du cycle 2 au cycle 3** Stéphanie Croquelois, Jean-Luc Martinez, Jean-Pierre Rabatel, Sophie Soury-Lavergne
C4.2 Page 653	**"Outiller" des enseignants spécialisés pour analyser leur pratique d'enseignement des mathématiques autour et à partir des supports d'apprentissage** Laurence Leroyer
C4.4 Page 666	**Enseigner les mathématiques à partir des grandeurs : expérimenter, manipuler, faciliter, structurer** Jérôme Coillot
C4.5 Page 679	**L'apport de l'étude de modèles épistémologiques de référence à la formation des enseignants du primaire ou du secondaire** Julie Jovignot-Candy, Ismaïl Mili
C4.6 Page 688	**Assistance à l'enseignement des mathématiques en cycle 2, basé sur l'intelligence artificielle et la psychologie cognitive** Richard Cabassut
C4.7 Page 698	**Aide à la résolution problème : que trouve-t-on dans les manuels ?** Audrey Daina
C4.8 Page 707	**Une analyse d'un dispositif hybride de formation continue sur la numération décimale conçu dans le cadre d'un partenariat ESPE - Rectorat** Anne Bilgot, Nicole Matulik

LESSON STUDY, ENSEIGNEMENT PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET NERIAGE : RÉFLEXIONS AUTOUR DE L'OBSERVATION D'UNE LEÇON DE MATHÉMATIQUES

Stéphane CLIVAZ
HEP Vaud, Lausanne, Suisse
stephane.clivaz@hepl.ch

Akihiko Takahashi
DePaul University, Chicago, USA
atakahas@depaul.edu

Résumé
Ce texte rend compte d'une leçon de mathématiques, donnée en public lors du colloque de la COPIRELEM en juin 2019, à des élèves d'une classe de 6H de Suisse Romande (équivalent CM1). Cette leçon portait sur une séance de résolution de problèmes. Le texte commence par une présentation des Lesson Studies au Japon et en Suisse Romande. Il se focalise ensuite sur le moment du *Neriage*, qui est le cœur de la leçon de mathématiques au Japon. Il décrit ensuite le déroulement de la leçon observée par les participants, et présente les éléments d'analyse qui ont été proposés ensuite par les conférenciers et par différents observateurs.

I - INTRODUCTION

Le colloque de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire) a réuni en juin 2019 plus d'une centaine de formateurs francophones à l'enseignement des mathématiques au primaire. Adossée au colloque, une demi-journée de formation continue a réuni plus de 70 enseignants vaudois en plus des participants au colloque. L'après-midi s'est articulé autour de l'observation d'une leçon, donnée en public, à des élèves de 6H[1]. Lors de discussions détaillées précédant et suivant la leçon, plusieurs questions liées à l'enseignement par la résolution de problèmes en mathématiques ont été abordées par l'ensemble des participants, en particulier celles liées à la mise en commun. Ces discussions se sont appuyées fortement sur l'observation de la leçon par les participants. Cet article met en évidence les éléments saillants des présentations précédant et suivant la leçon en insistant sur les éléments liés à la mise en commun, de la leçon elle-même, ainsi que des observations et des discussions suscitées par l'observation de cette leçon. Les deux auteurs de cet article ont animé cet après-midi, le premier auteur en tant qu'enseignant de la leçon (désigné comme « l'enseignant ») et les deux auteurs comme conférenciers.

II - LESSON STUDY ET LEÇON DE DÉMONSTRATION, AU JAPON ET EN SUISSE ROMANDE

Les lesson study (LS) sont une activité de développement professionnel systématique qui utilise la classe en direct. En examinant la pratique réelle de la classe, les enseignants peuvent développer une compréhension et une image communes de ce qu'implique une pratique d'enseignement favorisant l'apprentissage des élèves.

Comme décrit par Clivaz (2015), les *jugyo kenkyu*, littéralement études de leçon, sont nées au Japon dans les années 1890. À l'occasion d'une réforme scolaire, les enseignants ont commencé à se réunir afin

[1] Élèves de 9-10 ans. Le degré 6H correspond au grade 4 ou encore au CM1 en France.

d'observer des leçons, en particulier de mathématiques, et de les examiner de manière critique. Ces études de leçons se sont ensuite généralisées dans l'ensemble du Japon. Dans les années 1990, à la suite des études internationales montrant les bonnes performances des élèves japonais en mathématiques, de l'étude TIMMS video[2] qui a comparé en détail les leçons de mathématiques de 8ème année[3] (10H) et de l'ouvrage *The teaching gap* (Stigler & Hiebert, 1999) qui a montré que les enseignants japonais avaient un enseignement des mathématiques à la fois efficace et essentiellement axé sur la compréhension des mathématiques et la résolution de problèmes grâce aux *jugyo kenkyu*, les LS se sont répandues aux USA et dans le reste du monde.

Les LS partent d'une difficulté à propos d'un sujet d'enseignement, relevée par un groupe d'enseignants. Les enseignants analysent l'apprentissage visé, étudient la notion mathématique, consultent les divers moyens d'enseignement, étudient des articles de revues professionnelles… Cette étude leur permet de planifier une leçon. Cette leçon est mise en œuvre dans la classe d'un des membres du groupe. Les autres enseignants observent la leçon en direct et analysent son impact sur les apprentissages des élèves. Le groupe peut décider de planifier une version améliorée de la leçon qui sera donnée dans la classe d'un·e autre enseignant·e. Le résultat du travail est diffusé, à la fois sous la forme d'un plan de leçon détaillé utilisable par d'autres enseignants et d'articles dans des revues professionnelles.

Plusieurs représentations graphiques des LS existent (voir par exemple (Clivaz, 2015)) et mettent l'accent sur divers aspects du processus. Celle proposée par Akihiko Takahashi (en Figure 1) insiste sur la présence de *knowledgeable others*, des experts externes permettant de guider l'étude du sujet et d'approfondir les conclusions tirées de l'observation de la leçon.

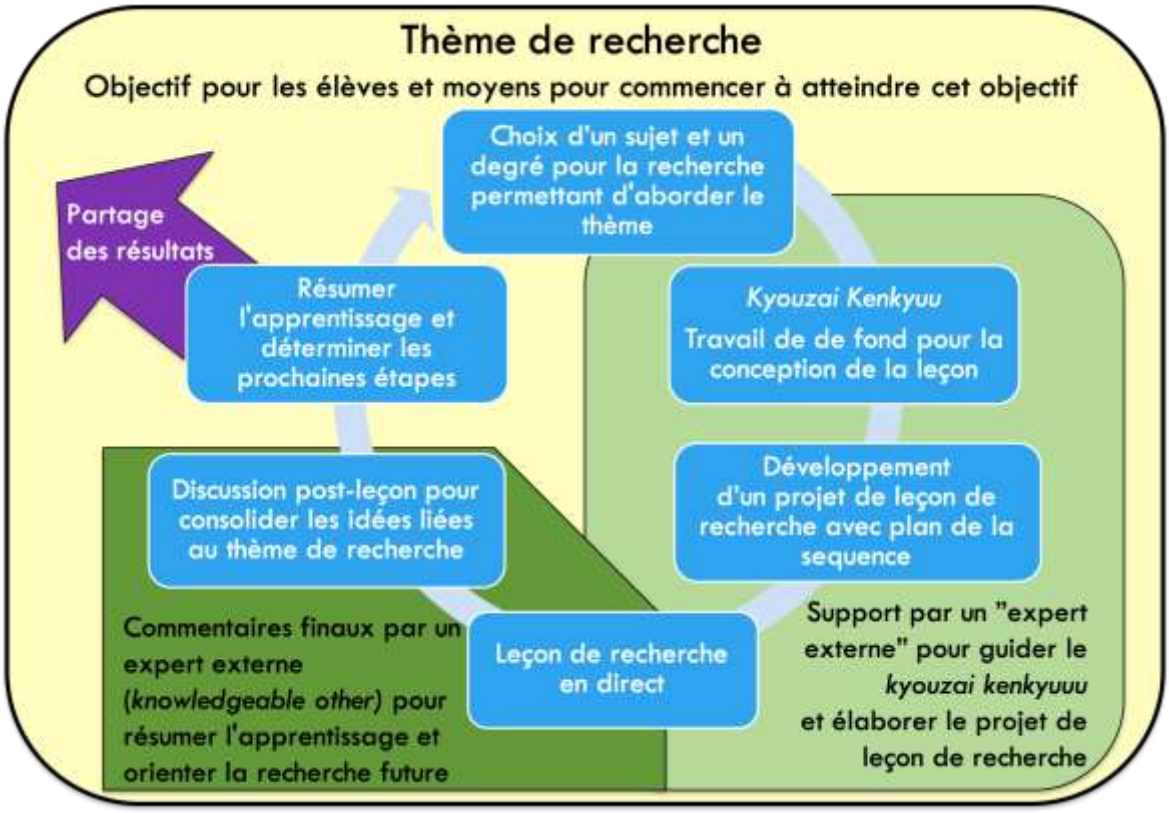


Figure. 1 : Le cyle LS (d'après Takahashi & McDougal, 2016)

Les LS sont pratiquées très régulièrement par la quasi-totalité des enseignants primaires au Japon, dans toutes les disciplines et particulièrement en mathématiques. Elles ont toutes un objectif de recherche par les enseignants et peuvent avoir lieu à l'échelle de l'école, du district ou de la région. Un autre type de

[2] Voir http://www.timssvideo.com

[3] Élèves de 13-14 ans, 10H en Suisse ou encore 4ème en France.

leçons est lui destiné à la diffusion de pratiques exemplaires, les leçons de démonstration. La leçon est alors donnée par un enseignant·e expérimenté·e qui ne connaît pas les élèves, mais qui a généralement enseigné cette même leçon de multiples fois. La leçon s'appuie souvent sur une pratique de LS préalable.

Hors du Japon, et c'est le cas des LS pratiquées à Lausanne au sein du Laboratoire Lausannois Lesson Study[4], ce sont surtout des LS dans les écoles qui sont pratiquées. Le résultat de ces LS sont diffusés à la fois sous forme d'articles dans des revues scientifiques (voir la liste disponible sur le site 3LS), par des articles dans des revues professionnelles (par exemple Azpilicueta & al., 2011; Baetschmann & al., 2015; Clivaz, 2015) ou par les plans de leçon (eux aussi disponibles sur le site du 3LS). La leçon publique présentée ici est une version un peu hybride par rapport aux habitudes japonaises.

III - NERIAGE : LE CŒUR DE LA LEÇON DE MATHÉMATIQUES JAPONAISE

Les observations de leçons de mathématiques japonaises, analysées notamment par Stigler et Hiebert (1999) indiquent que le professeur présente un problème aux élèves sans leur montrer comment le résoudre et que cette pratique contraste avec celle observée aux USA. En particulier, dès le début des années 1990, les manuels de mathématiques japonais, notamment pour les élèves du primaire, utilisaient une approche fondée sur la résolution de problèmes. Les recherches ont également mis en évidence une structure particulière de ces leçons (pour une description détaillée en français, voir par exemple Batteau & Miyakawa, sous presse). Cette structure est souvent présentée en quatre phases :

- *Hatsumon* (question). L'enseignant·e introduit un problème ouvert, une question qui suscite l'intérêt des élèves.
- *Kikan-shido* (enseignement à la table). Cette phase comprend une analyse ciblée par l'enseignant·e des processus de résolution de problèmes individuels de l'élève. Pendant que l'enseignant·e se déplace dans la classe, surveillant silencieusement les activités des élèves, il/elle effectue deux activités importantes qui sont étroitement liées à la discussion en classe qui suivra le travail individuel. Tout d'abord, l'enseignant·e évalue les progrès des élèves en matière de résolution de problèmes. Deuxièmement, il/elle prend des notes sur les élèves qui ont utilisé les approches attendues et ceux qui ont utilisé des approches différentes pour résoudre le problème. Il/elle se pose des questions telles que : "Quelles méthodes de résolution les élèves doivent-ils présenter en premier ?" ou "Comment puis-je orienter la discussion pour intégrer les diverses idées des élèves ?". Certaines des réponses à ces questions ont peut-être été préparées durant la planification de la leçon, mais d'autres ne le sont pas (Shimizu, 1999).
- *Neriage* (prononcer nériagué). C'est la discussion collective et collaborative durant la leçon. Le terme signifie « lustrer, peaufiner » et « élever », telle une métaphore du processus de finalisation des idées des élèves et du développement de connaissances mathématiques par l'intégration de ces idées lors d'une discussion avec toute la classe.
- *Matome* (résumé). Discours public de l'enseignant·e à toute la classe. Il/elle passe explicitement en revue les discussions du *neriage* et ce que les élèves ont appris et ce qui constituait l'essentiel de la leçon au sens mathématique, parfois en indiquant ou même en reformulant les méthodes les meilleures ou les plus innovantes. Selon Shimizu (2006, p.142), cette phase offre beaucoup de points communs avec l'institutionnalisation au sens utilisé en didactique des mathématiques francophone, car elle constitue une situation de passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution à celui de référence pour de futurs usages personnels ou collectifs.

La phase de *neriage* constitue le cœur de la leçon. C'est principalement durant cette phase que les élèves vont « faire des mathématiques » grâce à la comparaison et à la justification des démarches écrites au tableau. En fait, du point de vue des enseignants japonais, la résolution individuelle ou en groupe du problème est la préparation au *neriage*. C'est pourquoi il est important que les élèves « luttent » avec le problème et trouvent leur propre solution, car cette expérience leur permettra de faire le lien entre leur

[4] 3LS, voir www.hepl.ch/3LS

apprentissage précédent et le contenu qu'ils vont apprendre grâce au *neriage*. Pour préparer cette phase, les enseignants observent les élèves durant le *kikan-shido* et notent, souvent sur un plan de la classe, les approches de chaque groupe et planifient la manière de conduire la discussion.

Durant les *neriage*, les enseignants notent soigneusement les solutions au tableau pour permettre aux élèves de voir toutes les procédures différentes, correctes ou erronées, de leurs camarades et pour les aider à comprendre chaque méthode. Une fois que les idées sont écrites au tableau, elles sont comparées et contrastées oralement. L'enseignant·e demande aux élèves de voir s'il existe des idées ou des approches communes parmi les méthodes de résolution ou des différences, amène les élèves à voir si chaque approche présente des avantages et des inconvénients, dirige la discussion de manière à rassembler toutes les approches et idées afin de voir le lien entre elles. Le rôle de l'enseignant·e n'est pas de pointer la meilleure solution, mais de guider la discussion vers une idée intégrée, d'orchestrer les différentes idées en vue d'apprendre des connaissances mathématiques.

La façon de noter les solutions au tableau durant le *neriage* est un véritable art, le *bansho* (Tan & al., 2018). Les enseignants notent et organisent les différents éléments de la leçon au tableau. Par l'usage notamment de couleurs ou de plaques magnétiques avec des figures géométriques, ils mettent en évidence les éléments essentiels. Ils indiquent systématiquement, souvent à l'aide d'une plaque magnétique, le nom de l'élève ou le numéro du groupe d'élèves à côté de chaque procédure afin de pouvoir s'y référer dans la discussion. De plus, ils essaient de garder tout ce qui est écrit pendant la leçon sur le tableau noir sans l'effacer. Du point de vue de l'élève, il est plus facile de comparer plusieurs solutions si elles apparaissent simultanément sur le tableau. De plus, le tableau est un compte rendu écrit de toute la leçon, ce qui donne aux élèves et à l'enseignant·e une vue d'ensemble de ce qui s'est passé dans la classe à la fin de chaque leçon (Shimizu, 2006). « Le tableau noir a une fonction de mémoire et d'affichage, une fonction de partage d'idées et permet une construction collective des connaissances » (Batteau & Miyakawa, sous presse). Toutes les classes sont équipées d'un grand tableau noir (360 cm × 120 cm), souvent doublé d'un projecteur vidéo couplé à une visionneuse, voire d'un tableau interactif. Lors de la préparation de la plupart de leurs leçons, les enseignants japonais planifient leur *bansho*. Cette planification du tableau est d'ailleurs un des éléments importants des plans de leçons diffusés à la suite des LS.

La qualité du *neriage* dépend en grande partie de la qualité de la planification de la leçon. C'est le lieu où les enseignants doivent utiliser toutes leurs connaissances mathématiques, leurs connaissances en matière d'enseignement des mathématiques, leurs connaissances des élèves et leurs compétences pour faciliter la discussion en classe entière. Le *neriage* est le lieu privilégié de l'expression des connaissances et des compétences des enseignants.

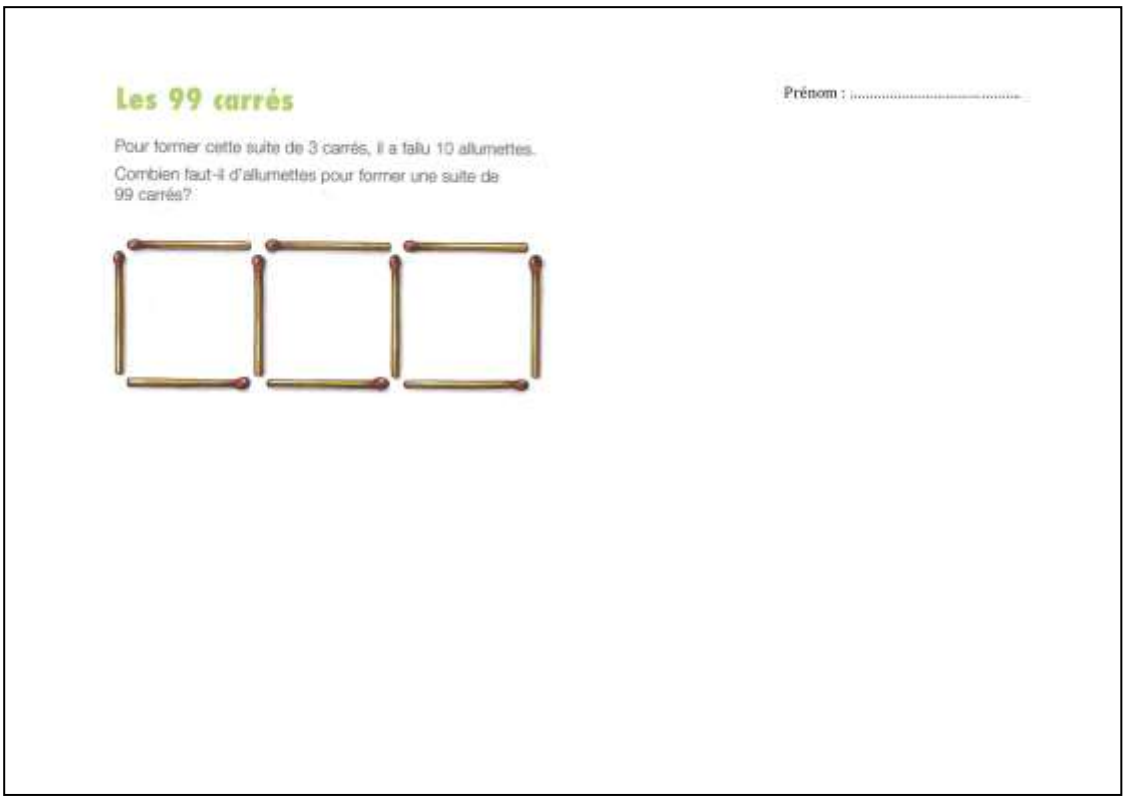
Si on constate des ressemblances entre le *neriage* japonais et la mise en commun telle que prônée ou pratiquée dans les classes de Suisse romande, on constate aussi plusieurs différences. La première est le rôle central du *neriage* qui est le cœur de la leçon, le moment principal de la construction des connaissances. Du point de vue japonais, le travail de recherche individuel ou en groupe sert de préparation au *neriage*. A l'opposé, en Suisse romande, la mise en commun conclut le moment de recherche qui est le cœur de la leçon. « La mise en commun permet de mettre en évidence les connaissances construites ou utilisées lors de l'activité et d'en préciser certaines particularités » (Danalet & al., 1999, livre du maître, p. 20). Cette différence de conception trouve son origine dans plusieurs éléments de la culture scolaire et de la culture en général. Ces origines constituent une piste de recherche actuelle (voir par exemple Miyakawa & Clivaz, 2018). Cette caractéristique a pour conséquence immédiate une durée plus importante du *neriage*, et surtout une présence effective dans les leçons réalisées dans les classes alors que, souvent, les leçons de mathématiques réalisées en Suisse romande réduisent à la part congrue, voire omettent complètement, la phase de mise en commun, souvent faute de temps en fin de leçon. Une autre conséquence est le soin particulier que mettent les enseignants japonais dans la préparation de ce moment, avant la leçon, mais aussi pendant celle-ci (durant la phase de recherche) et une réalisation très soignée, notamment par l'art du tableau noir. Ce rôle central a également une conséquence pour les élèves, habitués à consacrer une part importante de leur travail mathématique non seulement à trouver la solution du problème, mais à considérer d'autres stratégies, à comparer les stratégies entre elles et à construire des connaissances mathématiques à partir de cette comparaison.

Le fait de comparer une pratique très développée au Japon et souvent laissée de côté en Suisse romande, le *neriage* / mise en commun, afin de réaliser des leçons basées sur la résolution de problèmes, elles aussi très développées au Japon, nous a paru intéressant dans un processus issu des LS et ouvert, sous forme d'observation, aux participants de la COPIRELEM et aux enseignants vaudois. Cette comparaison ne vise nullement à importer directement une pratique, mais bien à la contraster avec une pratique locale qui pose difficulté aux enseignants afin de mieux comprendre cette pratique locale et peut-être de lui permettre d'évoluer.

IV - LA CLASSE ET LE TRAVAIL RÉALISÉ AVANT LA LEÇON OBSERVÉE

La classe participant à la leçon est une classe de la région lausannoise comptant 22 élèves. Avant la leçon publique, et en collaboration avec l'enseignante de la classe, l'enseignant du jour a conduit quatre leçons de 90 minutes dans la salle de classe habituelle. Les trois premières leçons portaient sur de la résolution de problèmes travaillés lors de LS japonaises (détermination de l'aire d'une forme en L par décomposition-recomposition) ou lausannoises (travail autour d'un carré magique 3×3, problèmes additifs). Ces leçons avaient pour objectif de sensibiliser les élèves au fait qu'un problème peut se résoudre de plusieurs manières, au fait que la manière de noter les calculs permet de décrire la manière de résoudre le problème et au fait que la comparaison des méthodes permet non seulement de vérifier la solution, mais aussi de comprendre la structure du problème et de développer des connaissances mathématiques. Plusieurs mises en commun de type *neriage* ont eu lieu durant ces leçons.

La quatrième leçon, réalisée la veille de la leçon publique et déjà observée par Akihiko Takahashi, était basée sur le travail d'un groupe LS et sur le plan de leçon réalisé par ce groupe en 2015[5] autour du problème *Les 99 carrés*, tiré du manuel officiel romand de 6H (Danalet & al., 1999).


Les 99 carrés

Prénom : .....

Pour former cette suite de 3 carrés, il a fallu 10 allumettes.
Combien faut-il d'allumettes pour former une suite de 99 carrés?

Figure. 2 : Le problème Les 99 carrés. Feuille distribuée aux élèves

[5] Plan de leçon disponible sur le site 3LS, ou directement via l'url https://tinyurl.com/PL99carres ou via le QRcode

Lors de la leçon, et conformément au plan de leçon, les élèves ont résolu le problème par groupes de deux et ont noté leurs stratégies sur une feuille A4 en format paysage (voir Figure 2). Les aides suggérées par le plan de leçon ont été apportées et un certain nombre de procédures différentes sont apparues. Celles-ci ont été reprises lors de la mise en commun réalisée lors de la leçon publique que nous allons décrire maintenant.

V - LA LEÇON PUBLIQUE

Pour la leçon publique, les élèves étaient placés sur la scène de l'amphithéâtre de la HEP dans une disposition répliquant celle de la salle de classe. Le tableau noir était remplacé par un tableau interactif permettant à la fois d'écrire, de projeter des productions d'élèves préalablement photographiées ou directement projetées depuis une visionneuse. Plus de 180 participants à la formation continue et au congrès de la COPIRELEM étaient dans la salle. Ils pouvaient observer le déroulement de la leçon en direct, via les deux écrans de l'amphithéâtre, le premier reprenant le contenu du tableau interactif, le second donnant la vidéo en direct avec zoom sur les groupes d'élèves. L'enseignant disposait d'un micro-cravate et les élèves de plusieurs micros mobiles ou fixes.

Une fois les élèves installés sur la scène, l'enseignant a rappelé que toutes les personnes dans la salle, que tous les participants, élèves, enseignants, observateurs, étaient là pour apprendre les uns des autres. La leçon a alors débuté par un bref moment durant lequel les élèves ont pu se remettre dans le bain de leur recherche dans le but de présenter leurs résultats et leurs stratégies à la classe. En plus de l'enseignant, quatre observateurs (qui allaient être appelés à commenter la leçon, voir ci-dessous) étaient en bordure de scène pour observer plus en détail le travail des élèves ou pour faciliter le passage des micros.

La phase de mise en commun / *neriage* a alors duré environ 21 minutes et celle de synthèse / *matome* environ 14 minutes. Durant le *neriage*, quatre types de procédures ont été présentées :

a. comptage une à une des allumettes (2 groupes, conduisant chaque groupe vers un comptage systématique de type c. ou d. ci-dessous)
b. répétition de motifs élémentaires de 3 carrés, ou de 10 carrés, en corrigeant, dans un second temps, l'allumette « en trop » au moment de grouper ces « wagons » (5 groupes)
c. comptage des 99 (autant que de carrés) allumettes du haut, puis des 99 bas, puis des 100 (1 de plus que de carrés) allumettes verticales
d. comptage de 3 allumettes par carré, plus une pour fermer conduisant à multiplier par 3 le nombre de carrés et à ajouter 1 (2 groupes)

L'enseignant avait placé toutes les photographies des productions des groupes au tableau interactif (partie gauche du tableau de la Figure 3) regroupées par type de procédure. Il en choisissait une, l'agrandissait (au centre du tableau de la Figure 3) et appelait l'un des élèves ayant réalisé cette procédure pour la présenter en montrant sa feuille à la classe via la visionneuse. Une discussion s'en suivait alors à partir de la question de l'enseignant : quels sont les avantages et les désavantages de cette méthode ? La discussion portait également sur les ressemblances et les différences entre les méthodes. Durant la phase de synthèse, l'enseignant a indiqué que trois constats pouvaient être tirés et les a notés au tableau (partie supérieure droite de la Figure 3). Les élèves ont recopié ces constats sur la partie gauche d'une feuille A4 distribuée. Grâce aux fonctions du logiciel du tableau interactif, l'enseignant a ensuite réduit l'écriture des trois constats pour libérer de l'espace afin de donner des exemples. Chaque exemple associait une stratégie pour 6 carrés à une production d'élève discutée durant le *neriage*. Cette partie, réalisée au centre du tableau (Figure 3), s'est déroulée en dialogue avec les élèves qui ne copiaient pas cette partie.

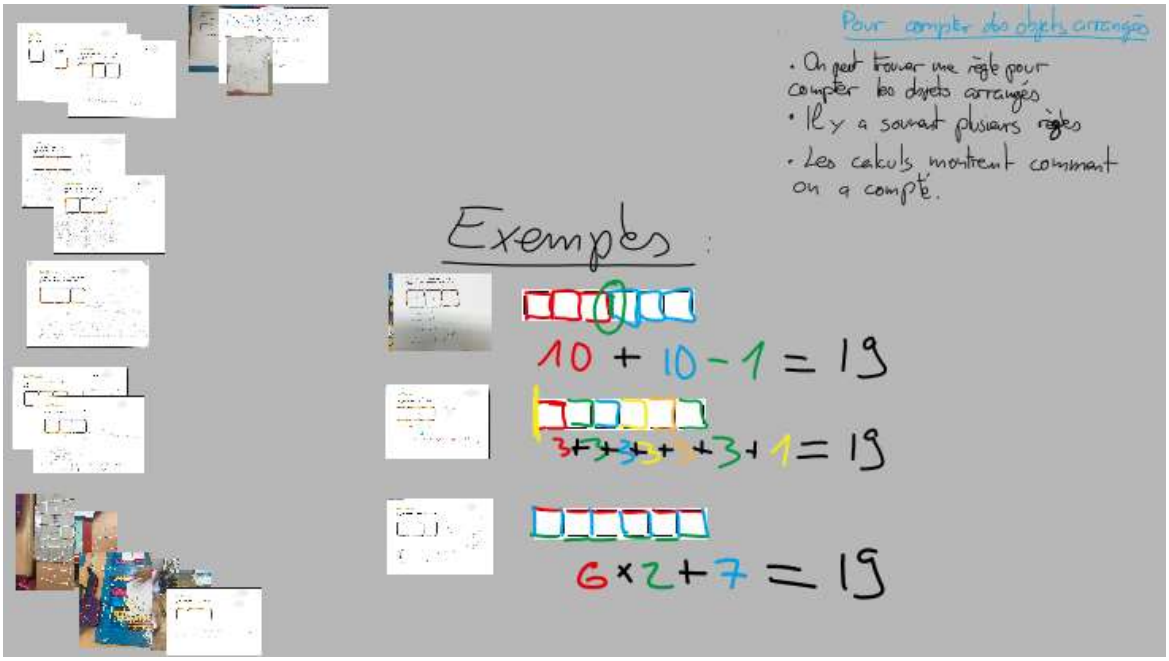


Figure. 3 : Le tableau à la fin de la leçon

L'enseignant a alors indiqué aux élèves qu'ils pouvaient recopier deux des exemples sur la droite de leur feuille qui comportait déjà 6 carrés dessinés comme au tableau, déjà intitulées respectivement « Ma manière de compter les allumettes » et « La manière de…… », en choisissant la méthode qui correspondait à la leur et une autre méthode qu'ils trouvaient intéressante. Durant les 3 minutes de ce moment, l'enseignant est passé vers chaque groupe pour vérifier qu'ils parvenaient à faire le lien entre leur méthode et une des méthodes notées au tableau. La leçon s'est conclue sur l'annonce que ces méthodes seraient reprises lors de la leçon suivante, en classe, pour résoudre d'autres problèmes.

VI - DISCUSSIONS ET ANALYSE DE LA LEÇON

La discussion suivant la leçon a permis successivement à l'enseignant du jour et à cinq observateurs[6] d'apporter un bref commentaire sur des éléments de la leçon. Les autres observateurs ont pu discuter de la leçon durant la pause et apporter environ 60 commentaires via leur téléphone portable. Ces commentaires reflétaient une grande variété de sujets pratiques, didactiques ou liés à la recherche en didactique. Certains de ces commentaires ont été également discutés par les cinq observateurs.

1 Le déroulement de la leçon

Concernant le déroulement de la leçon, l'enseignant et les observateurs ont pointé l'intérêt d'observer une leçon « réelle » qui ne se déroule pas sans accrocs et qui permet de pointer des éléments d'amélioration utiles pour d'autres leçons. Ils ont particulièrement pointé des difficultés liées à l'espace disponible sur scène, à l'utilisation et à la gestion du tableau interactif ne permettant pas de garder des traces du flot de la leçon, contrairement à un grand tableau noir ; ou liées à une certaine tension de l'enseignant qui, par moment, enseignait plus pour le public que pour les élèves. En revanche, si l'enseignant n'a pas réussi à faire abstraction du public, les élèves ont oublié la présence d'observateurs durant une bonne partie de la leçon. Un autre élément de tension résidait dans la gestion du temps, car tout prenait un peu plus de temps sur scène que lors d'une leçon ordinaire et dans le souhait de l'enseignant de parvenir à la partie des prolongements de la leçon, prolongements constitués du problème inversé et permettant de développer une forme de préalgèbre.

[6] Martine Balegno, enseignante de la classe et participante au groupe LS ayant travaillé sur la leçon *les 99 carrés*, Anne Clerc-Georgy, HEP Vaud et co-facilitatrice du groupe LS, Marie-Line Gardes, ESPÉ Lyon et CRNL, Thierry Dias, HEP Vaud et Akihiko Takahashi. La traduction entre français et anglais était assurée par Sara Presutti, HEP Vaud.

2 Les groupes et les stratégies

Plusieurs groupes et méthodes ont fait l'objet de l'attention et des commentaires des observateurs, en particulier lors de la leçon de la veille, telle que reflétée partiellement lors de la mise en commun. Ces commentaires ont permis de mettre en évidence le fait que plusieurs groupes avaient déjà utilisé et comparé plusieurs méthodes, soit afin de vérifier ou de justifier leur résultat, soient afin de le généraliser au moment de la demande supplémentaire de déterminer le nombre d'allumettes nécessaires pour construire 427 carrés. Toutefois le fait que beaucoup de groupes aient utilisé le motif de base de 3 carrés – 10 allumettes, ce qui était prévu par le plan de leçon, mais dont l'enseignant ne pensait pas que cette stratégie serait prédominante, a été un frein à l'apparition des stratégies plus efficaces. Enfin un groupe n'avait pas vraiment résolu le problème et, lorsque l'enseignant est passé vers eux à la fin du moment de mise en commun, ils ont déclaré qu'ils avaient utilisé la méthode des 3 allumettes par carrés. La question demeure de ce qu'il est possible ou souhaitable de faire dans ce cas, mais aussi de savoir ce que les élèves de ce groupe ont réellement appris durant la leçon.

3 Le *neriage* et le *matome*

Les moments de *neriage* / mise en commun et de *matome* / institutionnalisation ont été particulièrement commentés. Tout d'abord, le fait que la temporalité ait été contrainte par les 60 minutes de la leçon publique a été mentionné. Les différences entre les conceptions japonaise et romande ont été pointées et les conditions et contraintes de réalisation d'une telle phase lors de la leçon observée ont été discutées : tension entre les contraintes temporelles et la volonté des élèves de présenter leur solution, difficulté pour des élèves peu habitués à entrer dans une méthode de résolution différente de la leur, nécessité d'un affichage efficace, absence de formulation explicite des critères permettant de comparer les méthodes, compétences mathématiques et didactiques nécessaires, tendance de l'enseignant à formuler lui-même les constats… La question de savoir quelles mathématiques avaient été réellement pratiquées et par quels élèves durant cette phase a également été débattue. Toutefois, l'intérêt de cette modalité de travail a été souligné comme permettant de tenir compte de l'hétérogénéité et comme la plus propice pour permettre à tous les élèves d'apprendre grâce à l'explicitation des stratégies et à la verbalisation des prises de conscience.

4 Leçon publique et lesson study

Si la leçon publique était basée sur le travail antérieur d'un groupe LS, elle n'était pas vraiment une lesson study telle que pratiquée au sein du laboratoire 3LS, car le groupe n'avait pas préparé cette partie de la leçon et ne l'avait pas fait dans un passé récent, car l'enseignant n'était pas un enseignant du groupe, mais son facilitateur et, car les observateurs n'avaient pas participé à la préparation de la leçon. Ce dernier point explique un effet de personnalisation généralement absent des LS : « en tant qu'observatrice, j'ai observé la prestation de l'enseignant, alors que, quand je suis dans un groupe LS et que je participe à la préparation de la leçon, j'oublie de regarder celui qui enseigne et je vais regarder l'effet de notre choix collectif sur l'apprentissage des élèves[7] ».

5 Résolution de problèmes

L'enseignante de la classe a mis en perspective la leçon observée avec le travail réalisé avec sa classe durant deux ans en matière de résolution de problèmes. Elle a en particulier mis en évidence le fait que tous les élèves osent entrer dans le processus, que même les élèves en difficulté trouvent des solutions et les partagent, comme durant la leçon observée.

6 Manuels et lesson study

De la même manière que dans les discussions post-leçon des LS japonaises (voir Figure 1), un commentaire plus développé a été apporté par un expert externe en l'occurrence Akihiko Takahashi. Le premier commentaire de cet observateur externe concernait un véritable choc, lors de la première partie de la leçon réalisée en classe. Ce choc concernait la page du classeur du maître consacrée à la tâche. L'absence

[7] Commentaire apporté par Anne Clerc-Georgy.

d'objectif d'enseignement indiqué, le peu de commentaires et l'absence de justification des choix (par exemple, la calculatrice n'est pas à disposition pendant la recherche, mais pour quelle raison ?) ont été contrastés avec le contenu sur une tâche quasi identique d'un manuel japonais traduit en anglais. Cette comparaison a permis d'illustrer en quoi le travail des enseignants utilisant un tel manuel est facilité, mais aussi plus détaillé, car pouvant être plus approfondi grâce à l'appui sur des objectifs clairs et sur des choix didactiques argumentés. La comparaison a aussi permis d'expliciter le lien d'une part entre les LS réalisées à partir de tâches des manuels, largement observées et commentées, et d'autre part la conception évolutive des manuels japonais qui sont à la fois riches et concis, approuvés par les chercheurs et plébiscités par les enseignants. Ce processus qui se déroule depuis plus d'un siècle au Japon est assez unique, mais il commence à inspirer de nombreux pays depuis les années 2000. Le choix des variables didactiques (99 carrés pour le manuel helvétique, 30 pour le manuel nippon, présence ou non d'allumettes, distribution ou non d'une fiche avec le schéma des 3 carrés, …) a également été discuté. Cette discussion pourrait à elle seule faire l'objet d'un article et nous ne pouvons la développer ici.

Il nous est également impossible faute de place de reprendre les observations détaillées réalisées et partagées par Akihiko Takahashi au moyen de l'application gratuite Lesson Note[8], ces observations reprenant et illustrant largement les points évoqués ci-dessus.

VII - CONCLUSION

L'observation d'une leçon de recherche est un moment essentiel d'un processus de LS. Il est le cœur de ce processus de développement professionnel. Si l'observation et la discussion d'une leçon publique comme celle du colloque de la COPIRELEM 2019 ne permettent pas toute la richesse de l'ensemble d'un processus LS, elles permettent toutefois de mettre en lumière bon nombre de questions susceptibles de générer un développement professionnel. Beaucoup de sujets ont été évoqués ici. Ces thèmes, autour du processus LS et de son lien avec la conception de manuel, autour des phases de mise en commun et d'institutionnalisation ou autour de l'utilisation de moyens, classiques ou électroniques, permettant de rendre visibles les stratégies de résolution et les connaissances en construction, sont des questions ouvertes, pour la recherche en didactique des mathématiques, pour la formation initiale et continue des enseignants et pour la pratique quotidienne de l'enseignement des mathématiques. Nous sommes convaincus que la posture de recherche de tous les acteurs de cet après-midi, élèves, enseignants, formateurs, chercheurs ou autorités scolaires a permis à tous ces acteurs d'apprendre beaucoup. Merci très sincèrement à eux tous !

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Azpilicueta, N., Correvon, F., Giauque, I. & Vessaz, M. (2011). Les learning studies : une première en Suisse. Expérience dans l'établissement primaire de Payerne. Educateur, 18-19.

Baetschmann, K., Balegno, M., Baud, E., Chevalley, M., Clerc-Georgy, A., Clivaz, S. et al. (2015). Une expérience de Lesson Study en mathématiques en 5-6 Harmos. L'Educateur(11), 32-34. Consulté le 24 janvier 2020, dans https://www.hepl.ch/files/live/sites/systemsite/files/laboratoire_3ls/EducateurLessonStudy11_2015.pdf

Batteau, V. & Miyakawa, T. (sous presse). Des spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon: une étude des pratiques d'un enseignant. Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives, 25.

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? Math-Ecole, 224, 23-26. Consulté le 24 janvier 2020, dans http://www.revue-mathematiques.ch/files/2614/6288/8786/ME224_Clivaz.pdf

[8] Voir www.lsalliance.org/lessonnote/

Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C. & Villars-Kneubühler, F. (1999). Mathématiques 4ème année: Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève. Neuchâtel : COROME.

Miyakawa, T. & Clivaz, S. (2018, 7 Juin). Le partage du carré : deux « mêmes » leçons en Suisse et au Japon. Texte présenté au congrès Diversité des Lesson Studies: conceptions, pratiques et impacts, Lausanne. Consulté le 24 janvier 2020. Vidéo disponible, dans https://vimeo.com/275770527

Shimizu, Y. (1999). Aspects of mathematics teacher education in Japan: Focusing on teachers' roles. Journal of Mathematics Teacher Education, 2(1), 107-116.

Shimizu, Y. (2006). How Do You Conclude Today's Lesson ? The Form and Functions of" Matome" in Mathematics Lessons. In D. Clarke, J. Emanuelsson, E. Jablonka & I. A. C. Mok (Eds.), Making connections: Comparing mathematics classrooms around the world. Rotterdam: Sense.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). The teaching gap. Best ideas from the worlds teachers for improving education in the classroom. New York: The Free Press.

Takahashi, A. & McDougal, T. (2016). Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. ZDM, 48(4), 1-14. Consulté le 24 janvier 2020, dans http://dx.doi.org/10.1007/s11858-015-0752-x

Tan, S., Fukaya, K. & Nozaki, S. (2018). Development of bansho (board writing) analysis as a research method to improve observation and analysis of instruction in lesson study. International Journal for Lesson and Learning Studies, 7(3), 230 - 247. Consulté le 24 janvier 2020, dans https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/IJLLS-02-2018-0011/full/html

COMPRENDRE LES TENSIONS DES ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUES POUR COMPRENDRE LES EFFETS DE LA FORMATION CONTINUE

Chiara ANDRA
Università del Piemonte Orientale, Italie
chiara.andra@uniupo.it

Résumé
L'objectif prioritaire de la recherche est l'évolution des pratiques enseignants et en particulier de savoir si, comment et dans quelle mesure leurs pratiques peuvent réellement changer pendant et/ou après un cours de perfectionnement professionnel. La recherche montre que les enseignants participent à la formation continue pour plusieurs raisons. Certains arrivent y assistent à contrecœur, d'autres sont à la recherche d'un développement professionnel motivés par un désir personnel de changement. Pour ceux qui cherchent le changement, l'impulsion provient souvent des tensions qu'ils subissent dans leur pratique quotidienne. Cependant, la participation à la formation continue peut créer de nouvelles tensions lorsque les enseignants transfèrent leur apprentissage professionnel à leurs classes. La tension est une situation dans laquelle une solution parfaite n'est pas disponible. La tension est un conflit entre deux objectifs concurrents et valables. Des tensions surgissent face à la difficulté de choisir entre au moins deux forces d'égale importance, le choix de l'une excluant nécessairement les autres. Différentes tensions qui se dégagent des récits des enseignants sur leurs expériences professionnelles à l'école, avec leurs collègues, avec les élèves et avec les parents, sont présentées. Des liens avec les croyances et les émotions des enseignants, tels qu'ils ont été conceptualisés et compris dans les recherches en didactique des mathématiques, sont également fournis afin de donner une image plus étendue du phénomène.

I - INTRODUCTION

Le but principal de nos recherches est d'observer l'évolution des pratiques des enseignants et en particulier de savoir si, comment, et dans quelle mesure leurs pratiques peuvent réellement changer pendant et / ou après un cours de perfectionnement professionnel. Les recherches actuelles montrent que les enseignants participent à la formation continue pour plusieurs raisons, même les plus variées. Certains enseignants assistent simplement, à contrecœur, d'autres voudraient un développement professionnel et sont motivés par un désir personnel de changement. Après un cours, l'enseignant retourne à l'école parmi ses élèves. Le but de notre recherche n'est pas de comprendre quelles sont les raisons qui ont amené l'enseignant au cours, mais plutôt de savoir si et comment, après le cours, il a changé ses pratiques, ses croyances, et cetera.

L'objectif d'un cours de formation continue est en effet de provoquer un changement des pratiques enseignantes (Green, 1971). Pourtant, un tel changement n'est que parfois recherché par l'enseignant lui-même. Beaucoup de recherches ont étudié les croyances ('beliefs' en anglais) des enseignants et ont établi que les croyances sont souvent des obstacles au changement. Notre conviction est qu'il y aurait plusieurs raisons pour produire (ou non) un changement. Donc la question, qui reste ouverte, est la suivante : dans quelles conditions ce changement se produit-il ? Dans quelles conditions perdure-t-il dans le temps ?

Dans la sphère affective, les tensions jouent un rôle particulier dans la vie professionnelle d'un enseignant (Andrà, Rouleau, Liljedahl et Di Martino, 2019). Le désir d'un changement provient souvent des tensions que les enseignants subissent dans leur pratique quotidienne (Liljedahl, Andrà, Di Martino et Rouleau, 2015). Cependant, comme suggère Neumayer-DePiper (2013), la participation à la formation continue pourrait créer de nouvelles tensions lorsque les enseignants transfèrent leur apprentissage

professionnel aux classes. Pour cette raison, nous positionnons les tensions à la fois comme l'origine et le résultat d'une évolution des pratiques d'enseignement pendant la formation continue.

Dans cet article, nous montrons les différentes tensions qui se dégagent des récits des enseignants sur leurs expériences professionnelles à l'école, avec leurs collègues, avec les élèves et avec les parents. Nous présentons également une classification des tensions qui pourraient éclairer le rôle, l'intensité et l'importance des tensions entre les enseignants qui ont participé à la formation continue. Des liens avec les croyances et les émotions des enseignants, tels qu'ils ont été conceptualisés et compris par les recherches en didactique des mathématiques, sont également fournis afin de donner une image plus étendue du phénomène.

II - REVUE DE LITTÉRATURE

Les tensions sont un aspect qui s'est révélé intéressant pour la recherche sur l'évolution des pratiques des enseignants. En particulier, il s'agit des tensions qui surviennent lorsque les enseignants transfèrent leur apprentissage professionnel à leurs classes.

Mais comment la tension est-elle définie ? Selon Katz et Rath (1992), la tension est une situation dans laquelle une solution parfaite n'est pas disponible, alors que Ball (1993) la considère comme un conflit entre deux objectifs qui sont concurrents et valables en même temps. Ces deux définitions soulignent que des tensions surgissent face à la difficulté de choisir entre au moins deux forces d'égale importance, le choix de l'une excluant nécessairement l'autre. Considérées comme endémiques à la profession d'enseigner, Berry (2007) a décrit les tensions comme les sentiments de tourmente interne vécus par les enseignants alors qu'ils se trouvaient entraînés dans des directions différentes par des exigences pédagogiques concurrentes.

Nous vous montrons un exemple tiré de la littérature (Berlak & Berlak, 1981), celui de M. Roche. Dans la classe de M. Roche, un élève est particulièrement timide. Il s'appelle Thomas. Il ne parle à personne et lorsque quelqu'un lui dit «bonjour», la peau de Thomas pâlit, ses lèvres se ferment et ses yeux se tournent vers le sol. Un jour, pendant la pause, quelque chose de magique se produit : lorsque M. Roche entre dans la classe, il voit Thomas parler du football avec un camarade de classe. Le cours de mathématiques commence, tous les élèves se taisent et écoutent le problème de M. Roche, qui est à résoudre individuellement. Après quelques minutes, M. Roche revoit Thomas parler de football avec son nouvel ami. Pour M. Roche, le dilemme est le suivant : laisser parler Thomas avec ses nouveaux amis, après des mois de solitude et de silence (donc, de considérer chaque élève comme unique), ou de considérer les élèves tous pareils et donc inviter Thomas à rester silencieux et à se concentrer sur les mathématiques ? Le conflit de M. Roche n'est pas résoluble parce que les deux objectifs sont valables et l'un ne peut pas exclure l'autre. Toutefois, c'est M. Roche qui doit décider.

La plupart des recherches sur les tensions dans l'enseignement des mathématiques se concentrent sur l'identification des tensions dans des contextes spécifiques, tels que les classes de mathématiques primaires (Page & Clark, 2010), la modélisation mathématique (Barbosa & de Oliveira, 2008) ou les classes de mathématiques multilingues (Adler, 2001). Ces études ont fourni au domaine de la recherche une liste de tensions à la fois intéressantes et utiles pour comprendre la pratique. L'omniprésence des tensions et leur potentiel de réflexion et de modification de la pratique émergent de ces taxonomies. Cette nature des tensions est liée à leur nature globale : un accent mis sur les tensions dans l'enseignement des mathématiques peut contribuer à révéler les spécificités des problèmes d'enseignement des mathématiques tout en mettant en lumière les liens possibles avec des problèmes généraux liés à la formation des enseignants. Neumayer-DePiper (2013) soutient que l'enseignement des mathématiques se situe au carrefour de tensions : les tensions liées aux capacités des élèves, aux conceptions différentes des mathématiques, aux différentes formes d'évaluation,... L'identité de l'enseignant se développe continuellement et il doit changer souvent sa position par rapport à ces différentes tensions.

Evans, Morgan et Tsatsaroni (2006) suggèrent que des conflits potentiels entre des positions aussi contrastées pourraient générer des émotions. Et comme le soulignent Brown et Reid (2006), une partie de

notre travail en tant que formateurs d'enseignants de mathématiques consiste à encourager les enseignants à réfléchir sur leurs actions, sur leur choix didactiques et leurs sentiments associés à ces actions et à ces choix. Il est donc essentiel pour la formation des enseignants de mathématiques de faire attention aux tensions car les approches traditionnelles du raisonnement exigent la suppression ou le contrôle des émotions (Zan, Brown, Evans et Hannula, 2006). Ce qui nous intéresse particulièrement est la fréquence à laquelle les mots chargés d'émotions apparaissent conjointement avec des descriptions de tensions ; cela suggère que les tensions semblent être intrinsèquement émotives. Nous croyons qu'il faudrait comprendre comment les tensions et les émotions interagissent et provoquent le changement chez les enseignants.

Le problème de la recherche concerne tout d'abord la question de laisser véritablement émerger les tensions des enseignants puis de les interpréter. Dans le prochain paragraphe, nous écrivons quelques détails méthodologiques.

III - METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

Notre objectif est d'identifier et d'interpréter les tensions des enseignants, les raisons de ces tensions, leurs conséquences, et de comprendre les attitudes émotionnelles qui caractérisent les tensions. Nous adoptons une approche exploratoire et qualitative axée sur l'explication des tensions plutôt que sur la quantification de leur prévalence. À cette fin, nous avons conçu des entretiens semi-structurés pour des enseignants de différents niveaux scolaires ayant participé à des sessions de formation continue. Certains d'entre eux ont accepté d'être interrogés oralement, tandis que d'autres ont préféré donner leurs réponses écrites aux mêmes questions. Les entretiens ont duré de 30 à 60 minutes et ont été enregistrés et transcrits. Nous publions des extraits d'entretiens oraux de 5 enseignants et les réponses écrites de 4.

La structure de l'entretien visait à laisser les tensions émerger à travers le récit, demandant aux enseignants de décrire leur école, la relation avec leurs collègues et avec les parents, sans faire explicitement référence aux tensions qu'ils ont vécues. L'utilisation de récits permet de prendre en compte les croyances et les émotions psychologiquement centrales des enseignants (Di Martino & Zan, 2015). Comme De Bellis et Goldin (2006), nous sommes bien conscients que les significations émotionnelles sont souvent inconscientes et difficiles à verbaliser, mais comme Evans et al. (2006), nous pensons que l'analyse textuelle des récits des enseignants nous permet d'identifier le rôle des expressions émotionnelles dans le positionnement des enseignants.

Dans l'analyse des données nous identifions les tensions qui apparaissent dans différents contextes : développement professionnel, programme et évaluation, relations avec les collègues et les parents. Les tensions sont classées en fonction du cadre de Berry et de nos constatations précédentes (voir Liljedahl et al., 2015), mais les émotions mentionnées par les enseignants dans leurs entretiens sont également annotées. Pour chaque contexte, nous annotons également les thèmes généraux auxquels les enseignants se réfèrent tels que : apprentissage efficace, contrôle, isolement, tradition versus innovation. Après avoir analysé les différents contextes, nous discutons de la manière avec laquelle ces résultats préliminaires nous aident à mieux comprendre les conditions dans lesquelles un changement chez un enseignant peut avoir lieu.

IV - RÉSULTATS

1 Tensions résultant des exigences du curriculum, y compris de l'évaluation

Nos données incluent plusieurs tensions exprimées au sujet des contraintes du programme d'étude en mathématiques. Enrique partageait les tensions d'un programme trop chargé, tandis que Thérèse ressentait une tension d'être limitée par son programme spécifique. Elle dit d'avoir eu des difficultés avec les limitations suivantes : « C'est la première année, c'est la deuxième année. Vous n'enseignez pas la deuxième année [7 ans] en première année [6 ans] ». Rester dans les limites du programme de sa classe est devenu plus difficile lorsqu'elle a commencé à intégrer une pédagogie basée sur la résolution de problèmes. Elle dit :

> *Ce n'est pas possible que j'apprenne implicitement à mes élèves comment résoudre les problèmes. C'est juste maintenant que nous faisons des activités de résolution de problèmes ou que maintenant on leur présentera de nouvelles stratégies, cela vient tout naturellement.*

Cette tension, caractéristique de l'enseignement des mathématiques, entre compétences et sentiments, est également apparue à Neumayer-DePiper (2013). La tension de Thérèse vient aussi du sentiment qu'elle retenait certains de ses élèves : « Je ne savais pas que les élèves de première année pouvaient aller au-delà du programme, au-delà de la première année. Et digérer du matériel de deuxième année, tu sais. ».

Une tension spécifique aux mathématiques est donc liée aux pratiques pédagogiques générales, ce qui peut limiter les possibilités d'apprentissage des élèves. Selon Berry, nous voyons une tension entre la planification et la réactivité, à savoir entre la mise en œuvre d'un programme prédéterminé (par exemple, n'enseignez pas la deuxième année en première année), et la réponse aux opportunités d'apprentissage qui se présentent dans le contexte de la pratique (comme elles se présentent souvent dans une pédagogie par problèmes). Nous notons que dans cet extrait, Thérèse ne mentionne aucune émotion, alors que le thème principal est la pédagogie par problèmes.

Chez Enrique, nous trouvons des tensions dues à un trop vaste programme scolaire. Le risque est que les élèves n'approfondissent aucun sujet. Enrique partage : « Je pense que j'ai toujours ressenti la pression. Je sentais que je devais tout leur apprendre, m'assurer de ne rien manquer ». Une nouvelle proposition de mise en œuvre du programme d'études a permis à Enrique de passer de « simplement enseigner beaucoup de choses » à la recherche d'un objectif – ce qu'il appelle « une petite idée de ce que nous pouvons relier. Donc, il y a toujours quelque chose de central dans ce que nous faisons aujourd'hui. Quelque chose qui pousse ». Nous voyons deux couples de tensions émerger dans les mots d'Enrique : l'un est entre raconter et croître, à savoir entre « juste enseigner beaucoup de choses » et « une petite idée de ce à quoi nous pouvons nous connecter » ; l'autre se situe entre le temps et les résultats, à savoir entre s'assurer de tout enseigner et trouver quelque chose de central dans ce que l'on fait « aujourd'hui ». Nous pouvons également constater une tension entre deux conceptions des mathématiques et de leur apprentissage : à savoir entre les mathématiques en tant que liste de concepts et les mathématiques en tant qu'activité de création de sens. L'émotion liée à cette tension est la pression, ce qui est un choix de mot intéressant lorsque l'on considère que Berry décrit les tensions comme étant « tirées » par des demandes concurrentes. Selon le récit d'Enrique, nous pouvons imaginer des tensions comme des forces qui se sont repliées sur elles-mêmes jusqu'à ce qu'elles soient atténuées par des modifications du programme d'étude.

L'évaluation en mathématiques représente une source sérieuse de tensions. Selon les termes de Carlotta, il apparaît clairement que l'évaluation imposée est vécue comme un obstacle potentiellement incompatible avec les objectifs éducatifs des enseignants :

> *Je suis fermement convaincue que l'attribution d'une note numérique à un enfant est extrêmement simpliste. De plus, cela n'aide pas l'enfant dans son processus d'apprentissage. C'est pourquoi à chaque fois que je suis obligée d'attribuer la note numérique (par exemple à la fin de l'année scolaire), je vais en crise !*

Sa tension est enracinée dans l'inadéquation entre son objectif et l'activité qui est imposée.

Elirose partage ce point de vue : « Mes difficultés majeures ont été de comparer ma méthode d'évaluation à celle qui a parfois été imposée, ou parfois proposée, par l'école ». Une tension entre action et intention, entre travailler pour atteindre un objectif et mettre cet objectif en péril par l'action choisie pour l'atteindre. Nous constatons une pression pour nous conformer aux normes qui semblent en conflit avec les croyances pédagogiques personnelles, ce qui peut être interprété comme une tension entre des formes d'évaluation pouvant provoquer des réactions émotionnelles négatives et les décourager, ainsi que d'autres formes permettant à l'enseignant de faire des commentaires constructifs susceptibles d'encourager les élèves à améliorer leurs résultats en mathématiques. Elirose ne mentionne aucune émotion de manière explicite, mais Carlotta utilise le mot « crise ».

2 Tensions de la relation avec d'autres enseignants

Pour les enseignants de cette étude, les tensions avec les collègues apparaissent marquées par des conflits ou par l'isolement. Viviane explique que « bien qu'il existe des îles heureuses de groupes d'enseignants où l'ambiance est bonne », l'atmosphère générale n'est pas sereine. Notant qu'« il y a beaucoup de compétition interne », elle ajoute : « nos réunions sont plus souvent une occasion de se battre qu'une occasion de coopérer ». Cela crée une tension pour elle car elle valorise la cohésion et la collaboration d'une équipe pédagogique. Viviane se sent isolée des autres professeurs. Thérèse a également des tensions liées au manque d'engagement de ses collègues, qui ne sont pas intéressés par la discussion et le partage d'idées. Lorsqu'on lui demande si elle considère ses collègues comme une ressource, elle explique : « Je ne sais pas comment ils [collègues] enseignent leurs mathématiques. Je pense qu'ils ne savent rien de mes maths ». Elle a ensuite ajouté :

> *Je n'ai pas eu l'occasion de montrer aux autres enseignants ce que je faisais et personne ne s'est intéressé à ce que je faisais. Vous savez, nous sommes simplement seuls dans cette classe et c'est tout .*

Les enseignants qui essaient d'apporter leur expérience de formation continue parmi leurs collègues ont l'impression que leur objectif n'est pas d'imposer leur pédagogie personnelle à leurs collègues, mais plutôt de gagner à identifier et à réfléchir à une variété de pratiques mathématiques par le dialogue. Nous remarquons également que les tensions qui se font jour ne sont ni spécifiques aux mathématiques ni ne peuvent être limitées aux professeurs de mathématiques. Selon Berry, on peut constater une tension entre dire et se développer, entre savoir ce qu'il faut faire et pouvoir ou vouloir partager des expériences, puisque la pratique établie est de travailler en vase clos avec peu ou pas de communication

3 Tensions liées aux relations avec les parents d'élèves

Plusieurs enseignants ont mentionné avoir ressenti des tensions avec les parents plus tôt dans leur carrière, comme le dit Caroline :

> *Au début de mon expérience professionnelle en tant qu'enseignante, les parents avaient une forte influence sur moi. J'étais très inquiète et les discussions avec les parents m'effrayaient.*

Cependant, Sophie vit actuellement des tensions avec les parents : la plupart d'entre eux surviennent lorsque les parents rencontrent des pratiques d'enseignement non traditionnelles (en particulier parce que Sophie ne donne pas de tests de mathématiques à ses élèves). Dans les couples de tensions de Berry, cela peut être qualifié de tension entre confiance (dans l'enseignement traditionnel) et incertitude.

Les tensions avec les parents peuvent être considérées comme une « impasse » (Neumayer-DePiper, 2013) entre l'enseignement des mathématiques et les problèmes sociaux, les parents partageant leurs points de vue sur les mathématiques et leur apprentissage, ce qui peut être contraire aux pratiques pédagogiques non traditionnelles. Sophie accorde peu d'importance à la mémorisation et a tendance à se concentrer sur le processus de compréhension plutôt que sur le produit. Le conflit entre différentes conceptions des mathématiques est caractérisé par la tension entre les mathématiques en tant que compétences et les mathématiques en tant que créatrices de sens. Cela crée une tension avec les parents pour qui les faits de multiplication mémorisés « sont en quelque sorte la barre » par laquelle ils mesurent les capacités de leurs enfants. Sophie ne veut pas modifier sa pédagogie et doit expliquer ses actes à certains de ses parents, pour être digne de confiance. Il est intéressant de noter que l'un des thèmes majeurs qui se dégage dans ce contexte est le dialogue avec les parents non experts en éducation en général.

4 Tensions résultant de la formation continue

Les enseignants en formation professionnelle sont souvent invités à mettre en œuvre des changements dans la pratique. Cela crée des tensions pour les enseignants qui essaient d'équilibrer ces nouvelles exigences pédagogiques avec leurs pédagogies établies et leurs connaissances. Selon Neumayer-DePiper (2013), ce type de tension est spécifique à la formation des enseignants de mathématiques.

Pour Sophie, des tensions apparaissent lorsqu'on suggère de regrouper les élèves au hasard, ce qui est en contradiction avec sa méthode de création des groupes. Sophie a l'habitude de diviser ses élèves en petits groupes qu'elle choisit. De cette façon elle réunit les élèves qui travaillent bien ensemble. Elle

explique : « Lorsque [l'animateur] m'a demandé de faire des regroupements aléatoires la première fois, je ne pensais pas vraiment que tout se serait bien passé ». Puisqu'elle était « bloquée » sur sa préférence pour la création de ses propres groupes stratégiques, elle était convaincue que les groupes aléatoires seraient « un gros désastre », car elle ne pensait pas que certains étudiants travailleraient bien ensemble. Selon Berry il s'agit d'une tension entre sécurité et défi. L'auteur du texte suggère que Sophie anticipait une perte de contrôle alors qu'elle envisageait le chaos qui en découlerait. Pour Sophie, le choix de ses propres groupes procure un climat de sécurité dans sa classe, nécessaire pour que l'apprentissage se déroule, tandis que les groupes aléatoires sont perçus comme une forme de pédagogie destinée à remettre en question ses idées sur l'enseignement et l'apprentissage. Sophie craint que cette nouvelle pratique limite les possibilités de ses élèves à se lancer dans les mathématiques et en particulier dans les pratiques mathématiques (voir aussi Neumayer-DePiper, 2013). Sophie, cependant, se laisse aller au défi et le résultat de sa tentative est perçu comme très positif : « J'ai essayé et j'ai remarqué un tel changement dans la classe, tout le monde était passionné. Ils travaillaient tous très bien ensemble et cela m'a totalement surprise. ». Sophie s'éloigne de son approche bien établie des regroupements dans laquelle elle se sentait confiante que les étudiants apprendraient, pour explorer de nouvelles approches plus incertaines de sa pédagogie. Avec le contrôle, cela suggère qu'un autre domaine important pour Sophie est un apprentissage efficace. Les émotions qui soulignent les tensions de Sophie passent de « coincée » à « surprise ». Nous considérons le terme « bloqué » comme un attachement émotionnel à ses groupes traditionnels qui est remplacé par « une surprise » lorsque la mise en œuvre réussie.

Dans la réponse écrite de Michelle, nous trouvons un changement d'émotions similaire. Notant qu'« essayer de mettre en pratique ce qui émerge d'un cours de formation est généralement très difficile », Michelle raconte que l'animateur a demandé d'abandonner la prise de notes des étudiants dans sa classe. Elle déclare avec force que « son cahier de règles mathématiques était ma base ». Reconnaissant qu'on lui a demandé « d'abandonner certaines approches bien établies pour laisser la place à d'autres approches nouvelles », elle a expliqué que cela avait créé « de la confusion et de l'incertitude ». Elle termine le récit en expliquant que « l'abandonner a été traumatisant au début ». Nous constatons une tension entre la sécurité (cahier de mathématiques) et le défi (l'abandon), à savoir une tension entre une pratique sûre où les élèves ont l'occasion d'apprendre les mathématiques en enregistrant des faits pertinents pendant la leçon, et une nouvelle où les résultats d'apprentissage possibles sont moins certains. Cependant, son utilisation du mot « initialement » suggère que ses émotions (fortes, traumatiques) concernant la tension ont quelque peu diminué. La perception de soi de l'enseignant de mathématiques joue clairement un rôle dans l'apparition de cette tension liée à la charge émotionnelle d'un changement important dans les habitudes d'enseignement personnelles.

V - CONCLUSION

Notre intérêt de recherche porte sur les variables qui affectent le changement des enseignants. L'hypothèse est que la formation continue vise un changement et que par conséquent, les facteurs sachant stimuler ou inverser le changement sont essentiels pour les chercheurs et les formateurs d'enseignants (nous sommes les deux). En particulier nous nous sommes concentrés sur les tensions. Actuellement peu de recherches sur les tensions révèlent que les tensions sont cruciales pour provoquer le changement. Nous ajoutons à ces résultats notre affirmation selon laquelle les émotions traduisent les tensions entre enseignants d'une manière susceptible de provoquer ou d'entraver un changement et nous ajoutons une perspective affective aux analyses existantes des tensions entre enseignants en termes de couples de forces opposées. De plus nous distinguons différents contextes dans lesquels des tensions apparaissent. À première vue, nous constatons à la fois que les enseignants ont des difficultés avec le programme d'étude et l'évaluation (de nombreux couples de tensions apparaissent) et que les tensions entre le dire et la croyance ainsi qu'entre la confiance et l'incertitude caractérisent presque tous les contextes. Dans les données, les changements d'enseignants ne se produisent que dans les programmes de formation continue et les programmes d'étude. Une situation plus complexe se dégage dans laquelle les tensions n'interviennent pas uniquement pendant les parcours de formation continue, mais font

partie intégrante de tous les aspects de la carrière professionnelle d'un enseignant. Nous essayons maintenant de creuser plus profondément ce phénomène.

Une des premières choses qui nous frappe est que dans certains cas, aucune émotion n'a été mentionnée. L'absence d'émotion déclarée se produit principalement autour des collègues et semble liée à l'absence de dialogue. Cette absence d'émotion (déclarée) peut toujours être liée à une tension sociale impliquant la relation (d'absence ou critique) avec des collègues. Nous avons rassemblé plusieurs rapports d'enseignants décrivant les difficultés liées au sentiment de solitude des enseignants dans leur volonté d'expérimenter de nouvelles solutions didactiques. La relation avec les collègues est également caractérisée par l'absence de changement, comme si l'absence d'émotion et l'isolement étaient étroitement liés dans les expériences des enseignants avec leurs collègues, qui résistent au changement.

Cependant, dans le contexte du curriculum, une émotion spécifique a attiré notre attention, à savoir la pression. Berry (2007) décrit les tensions comme des forces qui entraînent l'enseignant dans une direction ou une autre. Cela évoque une image physique de la force centrifuge. Cependant la pression évoque la force opposée, à savoir être comprimée par différentes forces contrastantes. Des pressions apparaissent dans les exigences du programme d'étude et dans les relations avec les parents, deux contextes dans lesquels les enseignants peuvent avoir l'impression que quelqu'un envahit leur espace et le comprime. Une contrepartie possible de la pression est la confusion (ce qui peut signifier que les choses se répandent dans l'espace), ce qui émerge dans le domaine de la formation continue. Dans ce cas il n'y a personne qui envahisse l'espace d'un enseignant mais l'espace est élargi. Une conclusion préliminaire que nous pouvons tirer de ces considérations est que le changement chez un enseignant est favorisé lorsque l'on élargit sa perspective au lieu d'envahir son espace.

En outre, une émotion qui peut accompagner l'apprentissage tout au long de la vie est le sentiment de se perdre dans l'espace plutôt que d'être en sécurité dans sa zone de confort. Ce n'est peut-être pas par hasard que la tension entre sécurité et défi n'émerge que dans le contexte du développement professionnel.

Un autre adjectif qui a attiré notre attention est « bloqué », ce qui indique un état d'attachement émotionnel. Dans les données, il émerge avec le thème du contrôle. Pour Berlak et Berlak (1981), le contrôle est très central dans le système scolaire, pas seulement pour chaque enseignant. De nos données il ressort que tant que l'on reste coincé dans son besoin de tout contrôler, aucun changement ne peut se produire. Nous le remarquons avec Sophie qui a ensuite été prise au dépourvu lors de la mise en place de groupements aléatoires car elle n'attendait que peu de succès. Une conclusion provisoire est que, pour Sophie, les enseignants ne sont libérés de leurs craintes que lorsqu'ils se permettent de les laisser partir.

La surprise est donc une autre émotion qui mérite d'être vécue. Sophie, qui a été surprise, a eu un retour positif sur la nouvelle pratique qu'elle était initialement réticente à introduire en classe. Cette émotion positive a renforcé son processus de changement en cours. Cet épisode dans nos données nous permet de formuler deux types de considérations : l'une sur la relation entre les émotions positives et la volonté de changer et l'autre sur la nature même du changement. Les psychologues postulent que les émotions positives favorisent l'épanouissement et le fonctionnement optimal de l'homme (Güsewell & Ruch, 2012). Et ce dernier nous permet de voir le changement comme un processus et non comme un allumage / extinction instantané ; c'est un processus qui comporte des hauts et des bas. Des études comme Güsewell et Ruch nous enseignent que des émotions positives sont nécessaires à la survie du changement. Notre interprétation est que les émotions négatives initiales (associées à des tensions) provoquent le changement, mais que les enseignants devraient vivre des émotions positives afin de maintenir le changement en vie.

VI - REMERCIEMENTS

La recherche a été menée dans le cadre d'une collaboration internationale avec Peter Liljedahl et Annette Rouleau de Simon Fraser University (Vancouver, Canada) et Pietro Di Martino de l'Université de Pise (Italie).

VII - BIBLIOGRAPHIE

Andrà, C., Rouleau, A., Liljedahl, P. et Di Martino, P. (2019). An affective lens for tensions emerging from teacher professional development. *For the learning of mathematics*, *39*, 2-6.

Adler, J. (2001). *Teaching mathematics in multilingual classrooms*. Dordrecht: Kluwer Academic.

Ball, D.-L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal*, *93*, 373-397.

Barbosa, J. et De Oliveira, A. (2008). The teachers' tensions in the practice of mathematical modelling. In (pp.61-72) *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education, ICME*.

Berlak, A. et Berlak, H. (1981). *The dilemmas of schooling*. London : Methuen.

Berry, A. (2007). Reconceptualizing teacher educator knowledge as tensions: exploring the tension between valuing and reconstructing experience. *Studying Teacher Education*, *3*, 117-134.

Brown, L. et Reid, D. (2006). Embodied Cognition: Somatic Markers, Purposes And Emotional Orientations. *Educational Studies in Mathematics*, *63*, 179-192.

De Bellis, V. et Goldin, G.A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: a representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, *63*, 131-147.

Di Martino, P. et Zan, R. (2015). *The construct of attitude in mathematics education, in from beliefs to dynamic affect systems in mathematics education*. Springer.

Evans, J., Morgan, C. et Tsatsaroni, A. (2006). Discursive positioning and emotion in school mathematics practice. *Educational Studies in Mathematics*, *63*, 209-226.

Green, T. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.

Güsewell, A. et Ruch, W. (2012). Are only emotional strengths emotional? Character strengths and disposition to positive emotions. *Applied Psychology: Health And Well-Being*, *4*, 218-239.

Katz, L. et Rath, J. (1992). Six Dilemmas In Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, *43*, 376-385.

Liljedahl, P., Andrà, C., Di Martino, P. et Rouleau, A. (2015). Teacher tension: important considerations for understanding teachers' actions, intentions, and professional growth needs. In (pp. 193-200) *Proceedings of the 39th meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME*, Vol 2.

Neumayer-Depiper, J. (2013). Teacher identity work in mathematics teacher education. *For the Learning of Mathematics*, *33*, 9-15.

Page, S. et Clark, J. (2010). Experiences of learning and teaching mathematics: using activity theory to understand tensions in practice. In (pp. 462-468) *Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Merga*.

Zan, R., Brown, L., Evans, J. et Hannula, M. (2006). Affect in mathematics education: an introduction. *Educational Studies in Mathematics*, *63*, 113-121.

LE JEU DE RÔLES POUR FORMER À ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES : POTENTIALITÉS ET LIMITES SELON DIFFÉRENTS POINTS DE VUE

Caroline LAJOIE
Professeure, Université du Québec à Montréal
GREFEM (Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques)
lajoie.caroline@uqam.ca

Résumé
Au milieu des années 1990, une approche par jeu de rôles a été développée à l'UQAM (Université du Québec à Montréal) par une équipe de didacticiens des mathématiques pour un cours de didactique de l'arithmétique dispensé en formation initiale des maîtres du primaire (5-12 ans). Au départ, les jeux de rôles devaient satisfaire la curiosité des formateurs, qui souhaitaient voir leurs étudiants enseigner. Ils devaient aussi répondre à une critique des étudiants à l'effet que la formation dans les murs de l'université était trop éloignée de l'exercice du métier d'enseignant. Au fil du temps, l'idée de rapprocher la formation de la pratique est devenue de plus en plus forte, les intentions des formateurs se sont précisées, et les jeux de rôles ont pris de plus en plus de place dans le cours.
Depuis leur implantation à l'UQAM, les jeux de rôles ont fait l'objet d'études ponctuelles. Aussi, ils ont attiré l'attention de formateurs-chercheurs ailleurs au Québec, et en France. L'exportation des jeux de rôles dans des contextes de formation autres que celui dans lequel ils ont été conçus a non seulement donné lieu à des adaptations documentées du dispositif mais elle a aussi permis de mieux saisir le potentiel et les limites de ce dispositif.
Dans ce texte, je présente le dispositif développé à l'UQAM en m'appuyant sur des exemples tirés du cours *Didactique de l'arithmétique au primaire*. Ensuite, en m'appuyant sur ma propre expérience de formatrice et de conceptrice, mais surtout sur les recherches et les écrits auxquels j'ai participé au cours des vingt dernières années, je propose un éclairage sur le potentiel et les limites de ce dispositif pour la formation à l'enseignement des mathématiques.

I - LA FORMATION DES MAÎTRES AU QUÉBEC : QUELQUES ÉLÉMENTS DE CONTEXTE

Jusqu'au début des années 1970, la formation à l'enseignement au Québec relève de la responsabilité des Écoles Normales. Au cours des années 1960, on assiste au Québec à une vaste réforme de tout le système d'éducation québécois, du primaire (6-12 ans) à l'université (à partir de 19 ans), et à la transformation du système de formation des maîtres. À partir des années 1970, la formation des maîtres relève alors de la responsabilité des Universités, totalisant au minimum seize ans de scolarisation (si on compte toutes les années de scolarisation à partir de la première année du primaire jusqu'à l'obtention du diplôme universitaire).

Vingt ans plus tard, la formation des enseignants subit une fois de plus d'importantes transformations. En particulier, la durée des programmes de formation à l'enseignement au préscolaire et au primaire dans les Universités passe de trois à quatre ans et les jeunes adultes souhaitant devenir enseignants, que ce soit au primaire ou au secondaire, doivent s'inscrire dès leur première année universitaire dans un programme de formation à l'enseignement.

Les Universités québécoises peuvent faire preuve d'une certaine souplesse dans leurs programmes de formation à l'enseignement. Elles doivent toutefois se plier à certaines exigences du ministère de l'éducation québécois (aujourd'hui nommé Ministère de l'éducation et de l'enseignement supérieur - MÉES). Ainsi, par exemple, elles doivent prévoir dans leurs programmes de formation à l'enseignement l'équivalent d'une année de formation pratique dans les écoles.

II - LA FORMATION À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE : LE CAS DE L'UQAM

À l'UQAM (Université du Québec à Montréal), les étudiants du baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire doivent suivre à chacune des trois premières années de leur programme un cours théorique obligatoire de 45 heures offert par le Département de mathématiques de la Faculté des sciences : *L'activité mathématique* en 1ère année, *Didactique de l'arithmétique* en 2e année et *Didactique de la mesure et de la géométrie* en 3e année. Par la suite, alors qu'ils sont en 4e et dernière année de leur baccalauréat, ils doivent suivre le cours *Difficultés d'apprentissage en mathématiques en classe ordinaire* offert par le Département d'éducation et de formation spécialisées de la Faculté des sciences de l'éducation.

En ce qui concerne leur formation pratique en salle de classe, les futurs enseignants du primaire à l'UQAM réalisent à chaque année de formation un stage d'une durée de quatre à huit semaines consécutives selon l'avancement dans le baccalauréat. Au terme de leur formation, les futurs enseignants du primaire auront passé cent quarante-quatre jours en stage. Les stages sont offerts en alternance avec les cours théoriques. Ainsi, lorsque les étudiants suivent l'un ou l'autre des cours mentionnés précédemment, ils n'ont pas accès à une classe. Aussi, il est à noter que les didacticiens du Département de mathématiques ne sont pas impliqués dans les stages (ce qui s'explique en partie par le fait que les stagiaires sont appelés à enseigner d'autres matières que les mathématiques, comme par exemple le français, la géographie, les arts plastiques, etc.)

III - INTRODUCTION DES JEUX DE RÔLES DANS LE COURS *DIDACTIQUE DE L'ARITHMÉTIQUE* À L'UQAM

1 Premier temps de l'introduction

Au milieu des années 1990 sont introduits dans le cours *Didactique de l'arithmétique* cinq jeux de rôles :

1. Retour sur des solutions à des problèmes mathématiques
2. Des questions comme réponses à des questions mathématiques
3. L'intervention face à des erreurs produites par des élèves
4. Les mises en situations pour introduire une nouvelle notion
5. L'organisation et l'animation du travail en équipe

Par ces jeux de rôles, l'intention des formateurs à l'égard des futurs maîtres est triple : les faire exercer à enseigner les mathématiques, les voir en action et leur offrir une rétroaction.

Les jeux de rôles sont alors présentés comme une activité de mise en pratique d'habiletés en enseignement des mathématiques, complémentaire au cours, c'est-à-dire sans lien très fort avec les autres activités. Les formés s'y prêtent sans trop de résistance mais les formateurs sentent un faible engagement de leur part. Les formés semblent en effet les concevoir comme une occasion de détente plutôt que comme une occasion d'apprentissage et de développement professionnel.

2 Deuxième temps de l'introduction

Au début des années 2000, les programmes de formation des maîtres dans les universités québécoises vivent à nouveau des transformations importantes, qui tiennent compte de transformations en cours dans tout le système scolaire québécois. Un des changements importants auxquels les universités doivent s'ajuster est l'introduction dans la formation des maîtres d'une approche favorisant le développement de *compétences professionnelles*.

On parle ainsi de la nécessité, pour l'enseignement, d'un « savoir-agir » en contexte qui permette de réaliser des interventions appropriées au développement de l'élève. Cette compétence professionnelle déployée en contexte réel « se manifeste par un savoir-agir réussi, efficace, efficient et récurrent » et « exige que, dans le vif de l'action, la personne compétente sache interpréter les exigences et les contraintes de la situation, sache identifier les ressources disponibles et sache faire une action en

intégrant, en combinant, en orchestrant ces ressources de manière pertinente et efficace par rapport à la situation donnée » (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001, p. 45-52). Cette compétence professionnelle, de plus, n'est pas de l'ordre de *l'application* mais plutôt de celui de la *construction* :

> Cette décision d'action sur le vif exige du jugement, un sens de l'à-propos et de la sagacité. L'enseignante ou l'enseignant peut alors être vu comme un *interprète* au sens où il lit la situation d'une certaine manière, lui donne une signification, et, au besoin, s'adapte, invente ou improvise pour y faire face (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001, p. 52).

Les universités québécoises sont alors tenues — elles le sont d'ailleurs toujours — de développer chez les futurs enseignants douze compétences professionnelles, treize pour l'UQAM et les autres universités montréalaises (voir Fig. 1 pour la liste des treize compétences).

LES COMPÉTENCES PROFESSIONNELLES LIÉES À LA PRATIQUE ENSEIGNANTE

		Pages
1	*Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.*	6
2	*Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.*	5
3	*Concevoir des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.*	7
4	*Piloter des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.*	8
5	*Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.*	8
6	*Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.*	9
7	*Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.*	9
8	*Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.*	NE
9	*Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte des objectifs éducatifs de l'école.*	6
10	*Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.*	NE
11	*S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.*	5
12	*Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.*	6
13	*S'approprier la réalité pluriethnique de la société québécoise et de l'école montréalaise, se sentir réellement concerné dans ses actions pédagogiques, développer les compétences de l'éducation interculturelle (propre à l'UQÀM).*	7

Fig. 1 : Les treize compétences professionnelles[1] (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001)

Il va sans dire qu'une telle visée de professionnalisation représente un défi important aux formateurs universitaires. En effet, ces derniers ne sont pas sans savoir que leurs approches en classe paraissent

[1] Il est à noter qu'au moment d'écrire cet article, le Ministère de l'éducation et de l'enseignement supérieur procède à une révision des compétences professionnelles pour l'enseignement.

souvent décontextualisées, donnant l'impression d'un écart entre théorie et pratique (Boucher et Vachon, 1995) qui conduit les étudiants à dévaloriser les apprentissages autres que ceux réalisés en stage (Perrenoud & *al.*, 2008; Miklos et Greene, 1987).

Cette visée de professionnalisation amène donc notre équipe de formateurs à se demander comment elle pourrait contribuer, dans le cadre d'un cours théorique en didactique de l'arithmétique, au développement des compétences professionnelles des étudiants. L'enjeu est de taille : on nous demande de contribuer de développement de compétences en contexte « réel » alors que, d'une part, nous n'intervenons pas dans les stages et que, d'autre part, la structure du programme d'éducation préscolaire et d'enseignement primaire à l'UQAM ne nous permet pas, dans nos cours de didactique des mathématiques, de tirer directement profit des expériences vécues par nos étudiants en classes de stage (puisque les cours de didactique et les stages ne se déroulent pas en même temps). Nous décidons alors d'exploiter les jeux de rôles comme contextes réalistes dans lesquels plonger nos étudiants de manière à y développer leurs compétences professionnelles et nous allons jusqu'à en faire l'approche principale du cours.

IV - LE JEU DE RÔLES : UNE APPROCHE UTILISÉE À PLUSIEURS FINS

D'un point de vue général, le jeu de rôles est la mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages ayant un rôle donné. Il peut être utilisé à des fins thérapeutiques, de formation personnelle, de formation professionnelle, ou encore comme méthode pédagogique (Mucchiellli, 1983, p. 3). L'idée derrière le jeu de rôles est que des personnes doivent se glisser dans la peau de personnages plongés dans une situation donnée et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir. L'objectif du jeu de rôles, lorsqu'il est utilisé dans l'enseignement, est d'amener les étudiants-acteurs, de même que tout le reste de la classe, à apprendre quelque chose à propos des personnages eux-mêmes et/ou de la situation (Van Ments, 1989, p. 16).

En contexte de formation à l'enseignement, le jeu de rôles peut être vu comme un moyen de faire émerger les idées personnelles des formés, de faire évoluer leur compréhension et de les entraîner à un rôle, en l'occurrence celui de l'enseignant :

> In considering role-play in teacher education, Van Ments (1983) described it as experiencing a problem under unfamiliar constraints, as a result of which one's own ideas emerge and one's understanding increases. In this sense, role-playing can also be seen as role-training. It is aimed at increasing teachers' awareness of various aspects of their actual work (Zazkis, 2018, p. 751).

Comme je l'ai expliqué ailleurs (Lajoie, 2018), en contexte de formation à l'enseignement des mathématiques, le jeu de rôles s'insère dans la grande catégorie d'approches *d'approximation de la pratique* (une expression de Grossman & *al*. 2009), au même titre que le « rehearsal » (Lampert and Graziani, 2009) et le « script writing » (Zazkis, 2018), par exemple.

V - LE DISPOSITIF DE JEU DE RÔLES DÉVELOPPÉ À L'UQAM

1 Intentions de formation déclarées à l'origine de la deuxième mouture des jeux de rôles

Les intentions des formateurs à l'origine de la deuxième mouture des jeux de rôles dans le cours *Didactique de l'arithmétique* sont multiples. Dorénavant au centre du cours, les jeux de rôles doivent non seulement contribuer au développement des compétences professionnelles des étudiants mais ils doivent aussi amener ces derniers à :

> réfléchir aux contenus arithmétiques à être enseignés au primaire et aux compétences à être développées chez les élèves ; réfléchir sur leur propre compréhension des concepts mathématiques et à leur propre maîtrise de certaines compétences ; analyser des raisonnements à partir de productions d'élèves et élaborer des stratégies d'intervention visant à amener les élèves à raffiner leur compréhension ; juger de la pertinence d'une situation d'enseignement-apprentissage face au développement d'une compétence

> (transversale ou disciplinaire) donnée et/ou à l'enseignement d'un sujet mathématique donné et proposer des améliorations s'il y a lieu; juger de la pertinence de certaines approches pédagogiques et de certains matériels didactiques face au développement d'une compétence (transversale ou disciplinaire) donnée et/ou à l'enseignement d'un sujet mathématique donné et proposer des améliorations s'il y a lieu; anticiper des réactions d'élèves dans une situation donnée et intervenir en respectant ces réactions, etc. (Lajoie & Pallascio, 2001, p. 124)

Les formateurs souhaitent aussi, par les jeux de rôles, permettre aux étudiants de travailler en coopération, de prendre des décisions sur le champ, de développer leur autonomie, de défendre leurs idées (dans leurs équipes et devant toute la classe), de communiquer mathématiquement, de faire face à l'imprévu, etc. (Lajoie & Pallascio, 2001, p. 124).

2 Une approche en quatre temps

D'un commun accord, notre équipe procède à une réécriture du cours *Didactique de l'arithmétique* visant à faire des jeux de rôles le principal dispositif utilisé. Une douzaine de jeux de rôles sont ainsi élaborés. Chacun de ces jeux est conçu pour se dérouler en quatre temps.

2.1 Temps 1

Une mise en situation impliquant un enseignant et un ou des élève(s) est présentée aux étudiants. Deux exemples de mises en situations sont présentés aux Fig. 2 et 3. Il est à noter que par souci de concision, un seul exemple d'erreur d'élève accompagne le premier exemple de mise en situation (Fig. 2) alors qu'en temps normal il y en aurait plusieurs.

2.2 Temps 2 (environ une heure pour préparer trois mises en scène)

Les étudiants (ils sont au total une quarantaine) se préparent en équipes (de quatre), qui demeurent les mêmes au fil des quarante-cinq heures de cours. Ils anticipent alors différents scénarios d'interactions possibles entre l'enseignant et l'élève (ou les élèves) impliqués dans la mise en situation. Pour ce faire, ils ont à leur disposition des ressources externes (notes de cours, articles, matériel, manuels scolaires, etc.), mais ils peuvent aussi s'appuyer sur ce qu'ils connaissent déjà des concepts (mathématiques et didactiques) en jeu, de l'enseignement et de l'apprentissage.

2.3 Temps 3 (environ une demi-heure pour trois mises en scène)

Des étudiants (choisis par le formateur) provenant d'équipes différentes (de manière à ce qu'ils ne se soient pas préparés ensemble) jouent, de manière à éviter que le jeu devienne un sketch où tous les acteurs seraient arrangés entre eux, ce qui ne reflèterait aucunement ce qui se passe sur le terrain avec des élèves du primaire. Le formateur et les autres étudiants sont alors des observateurs.

2.4 Temps 4 (environ une heure pour revenir sur les trois mises en scènes)

Un retour centré principalement sur des aspects didactiques a lieu. On y traite les bons coups et les moins bons coups. On envisage aussi d'autres alternatives qui ont été ou qui auraient pu être envisagées. Le formateur et les étudiants (incluant acteurs et observateurs) y participent. Ce temps est parfois séparé en trois parties (une partie à la suite de chacune des trois mises en scène), parfois réalisé en un seul bloc à la suite des trois mises en scènes.

3 Une approche ayant fait l'objet de plusieurs adaptations

Il est à noter que l'approche décrite dans cet article correspond à l'approche développée au début des années 2000 par l'équipe de l'UQAM. Cette approche est grosso modo celle que j'adopte lorsque j'enseigne le cours *Didactique de l'arithmétique*. Selon les équipes qui ont la responsabilité de ce cours, différents choix sont faits relativement aux jeux de rôles, différentes adaptations peuvent être apportées. Il arrive même que les jeux de rôles ne soient pas utilisés par l'équipe, au profit d'autres approches.

Le dispositif du jeu de rôles élaboré à l'UQAM a inspiré des formateurs à l'extérieur de l'UQAM, qui l'ont soit repris tel quel, soit adapté selon leurs intentions de formation. À ma connaissance, deux de ces

adaptations sont documentées : celle d'une équipe de formateurs intervenant dans le baccalauréat en adaptation scolaire et sociale à l'Université de Sherbrooke (Marchand & *al*., 2012 ; Lajoie & *al*., 2012) et celle d'une équipe de formateurs des Professeurs des Écoles en France (Lajoie & *al*., 2019a ; Copirelem, 2019).

4 Quelques choix de conception et de pilotage des jeux de rôles

4.1 Pour la mise en situation (temps 1)

Au départ d'un jeu de rôles, une mise en situation reflétant le travail quotidien de l'enseignant du primaire en classe et impliquant des interactions entre un enseignant et un ou des élève(s), est présentée aux futurs enseignants. Cette mise en situation peut impliquer différentes tâches d'enseignement, comme par exemple l'introduction d'une nouvelle notion ou d'un nouvel algorithme, l'aide à un ou des élève(s) qui rencontre(nt) une difficulté, la gestion d'un retour (mise en commun) suite à la résolution d'un problème ou à la réalisation d'une tâche, l'organisation et l'animation d'un travail en équipes, etc.

La mise en situation est souvent teintée d'attentes explicites de la part du formateur. Celles qui reviennent le plus souvent sont : l'appui, au moment de l'intervention, sur des supports variés (matériel concret, calculatrices, …) ; le questionnement des élèves pour les faire progresser, les aider à cheminer, exploiter leurs raisonnements et leurs erreurs, verbaliser, donner du sens, faire des liens, …

Vos élèves de 3e cycle (10-12 ans) ont travaillé à réaliser différentes tâches impliquant des nombres rationnels, et ils font maintenant une mise en commun de leurs résultats. Vous observez quelques erreurs. Vous souhaitez aider vos élèves à ne plus commettre ces erreurs et vous êtes soucieuses et soucieux de ne pas régler les problèmes en surface seulement mais plutôt en profondeur.

Chaque *enseignante ou enseignant* désigné aura quelques minutes pour amener un *élève* à réaliser correctement la tâche (choisie par le formateur) tout en partant de la démarche de l'élève (et non en repartant à zéro).

Une des tâches mathématiques accompagnée de deux solutions erronées (exemple 1) :

Un élève de la classe a fait une erreur de division. Peux-tu trouver son erreur ?

18181 ÷ 9 = 22,111 reste 1

Solution de Mia : L'élève a tout faux ! La bonne réponse est 2020 reste 1/18181.

Solution de Félix : L'élève a tout faux ! La bonne réponse est 2020 reste 0,111.

Fig. 2 : Exemple 1 d'une mise en situation (tiré de Lajoie et Maheux, 2013 et GREFEM, 2018)

Vos élèves de 3e cycle (10-12 ans) explorent avec l'aide de leur calculatrice personnelle quelques exercices et problèmes mathématiques. Ils n'arrivent pas tous aux mêmes réponses, ce qui semble les choquer[2]. Après tout, ils n'ont pas pu se tromper puisqu'ils ont effectué les divers calculs à l'aide de leur calculatrice ! Que se passe-t-il ? Vous souhaitez amener vos élèves à répondre eux-mêmes à cette question, et aux autres questions qu'ils pourraient avoir relativement aux exercices et problèmes initiaux !

Chaque *enseignante ou enseignant* désigné aura quelques minutes pour amorcer le retour (la mise en commun) avec toute la classe. Attention d'explorer différentes calculatrices, pour tirer profit des différents résultats, et d'amener les élèves à répondre à leurs propres questions.

Tâches mathématiques à réaliser avec la calculatrice (exemple 2)

1) 2 x 12 + 3 x 10 = ?

[2] Voir Fig. 4 pour quelques exemples de réponses données à un même calcul réalisé par différentes calculatrices.

2) 123 456 x 456 789 = ?

3) (4 ÷ 3) x 3 = ?

4) 500 – 8% = ?

5) 5% + 2% = ?

Fig. 3 : Exemple 2 d'une mise en situation (tiré de Lajoie, 2009; 2018)

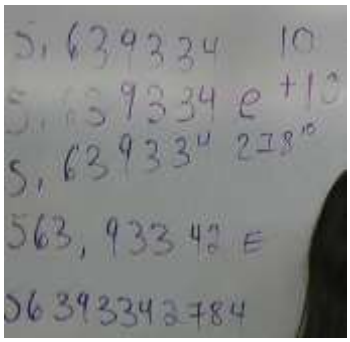


Fig. 4 : Exemples de réponses données par les calculatrices des formés (tâche 2 de la Fig. 3).

4.2 Pour la préparation (temps 2)

Au moment de la préparation, les équipes de quatre sont invitées à : examiner la ou les tâche(s) mathématique(s) en jeu ; anticiper des questions, solutions et raisonnements d'élève et se préparer à les défendre comme le ferait un élève ; anticiper les réponses, explications, questions et relances de l'enseignant.

Diverses ressources peuvent être mises à profit par les futurs enseignants pour soutenir leur préparation, comme par exemple : leurs connaissances et expériences ; des rappels mathématiques (donnés à l'oral ou à l'écrit) ; des consignes didactiques (données à l'oral ou à l'écrit) ; des articles (à lire à la maison avant séance) tirés principalement de revues professionnelles et portant sur les concepts en jeu, sur des erreurs fréquentes, sur des approches d'enseignements, etc. ; des supports divers comme par exemple des manuels scolaires, des calculatrices, du matériel concret, … La Fig. 5 présente de manière schématique les ressources fournies pour la préparation du jeu de rôles dont la mise en situation est présentée à la Fig. 2.

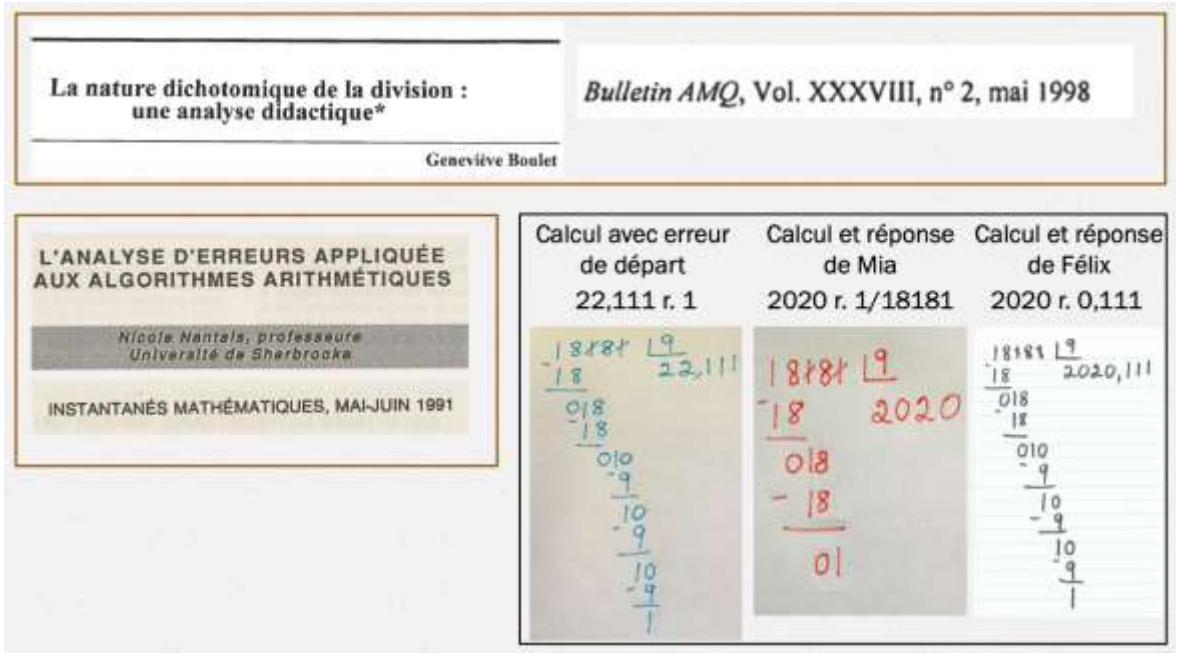


Fig. 5 : Exemple de ressources mises à la disposition des formés pour la préparation (en lien avec la mise en situation présentée à la Fig. 1)

Enfin, il est à noter que toutes les équipes se préparent à l'éventualité d'être choisies pour qu'un de leurs membres joue le rôle d'un enseignant ou celui d'un élève. Elles préparent donc les deux rôles en simultané. Aussi, le choix des acteurs se fait le jour même par le formateur, pendant le temps de préparation, et les acteurs choisis pour la mise en scène proviennent nécessairement d'équipes différentes (pour éviter une trop grande connivence entre les acteurs).

4.3 Pour la mise en scène (temps 3) et le retour (temps 4)

La mise en scène se déroule devant toute la classe pour que tous, incluant le formateur, aient la possibilité de *voir* les mêmes choses et donc d'avoir une base commune d'observations au moment du retour. Les pauses et les arrêts sur l'image sont exceptionnels, question de laisser s'exprimer les connaissances et pratiques émergentes des formés. L'observation n'est pas explicitement guidée mais, implicitement, une liste de critères se construit au fil des différentes mises en scène. Le retour est animé par le formateur.

VI - POTENTIELS ET LIMITES DU DISPOSITIF DE JEU DE RÔLES : DIFFÉRENTS POINTS DE VUE

1 Le point de vue de la formatrice

Au fil des ans, j'ai été amenée en tant que formatrice-utilisatrice des jeux de rôles à percevoir un certain nombre de potentialités de ce dispositif. Ainsi, il m'apparaît que les jeux de rôles me permettent entre autres choses de :

- voir les étudiants se préparer et anticiper ce que pourraient dire ou faire élève(s) et enseignant ;
- les voir s'approprier les ressources pour l'action puis exploiter ces ressources dans l'action et lors du retour ;
- les voir en action dans le rôle de l'élève et dans celui de l'enseignant ;
- les voir en interaction, voir comment l'un et l'autre s'écoutent et se répondent ;
- voir comment ils interprètent la théorie dans l'action ;
- avoir accès à ce qui attire l'attention des observateurs ;
- avoir accès à diverses idées, connaissances, conceptions des étudiants à propos des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement ;
- sentir la légitimité de mes interventions ;
- disposer d'une marge de manœuvre dans mes interventions.

En tant que formatrice, je n'ai toutefois aucune difficulté à reconnaitre que les jeux de rôles viennent avec leur lot de défis, difficultés et limites. Je trouve particulièrement difficile de vivre avec les inconforts des formés (avant, pendant et après chacun des jeux de rôles), de ne pas pouvoir tout voir et entendre pendant la préparation dans les équipes, d'accepter de ne pas pouvoir rebondir sur tout ce que j'observe ou sur tout ce qui est rapporté par les observateurs et d'accepter que pour certains étudiants les jeux de rôles semblent peu pertinents pour leur formation.

2 Le point de vue de la (co-)conceptrice

En tant que (co-)conceptrice des jeux de rôles, j'en suis venue à apprécier la souplesse du dispositif. En effet, ce dispositif peut facilement être adapté selon le contexte dans lequel le formateur intervient, ses intentions, ses pratiques de formation, etc. Ces adaptations peuvent toucher tant les tâches d'enseignement et les tâches mathématiques imbriquées dans la mise en situation que le pilotage du jeu de rôles par le formateur. Le lecteur intéressé à en savoir plus relativement à des adaptations possibles pourra consulter Lajoie & al. (2012), Marchand & al. (2012) et Lajoie & al. (2019a).

La complexité de ce dispositif et la place qu'il laisse à l'imprévu font toutefois en sorte qu'il peut être difficile d'en faire un dispositif *clé en main* pour d'autres formateurs. Il n'est pas simple en effet de communiquer le rationnel derrière les choix du concepteur à un formateur n'ayant pas participé à la conception. Il en va de même pour :

- les adaptations possibles selon les intentions du formateur ou le contexte dans lequel il intervient ;
- l'anticipation de ce qui pourrait être observé au moment de la mise en scène ;
- l'anticipation de différentes directions que pourrait prendre la discussion avec les formés lors du retour ;
- l'anticipation de relances possibles par le formateur lors du retour ;
- etc.

Il existe toutefois des tentatives en ce sens qui m'apparaissent prometteuses, en particulier celle proposée dans Copirelem (2019), qui consiste en la présentation d'un scénario de formation s'appuyant sur un jeu de rôles, et celle évoquée par Winder Guille-Biel, Lajoie, Mangiante-Orsola, Masselot et Tempier dans ce volume, soit une mise en abyme du jeu de rôles sous forme d'atelier proposant aux formateurs de jouer un jeu de rôles mettant en scène une séance de formation s'appuyant elle-même sur un jeu de rôles …

2.1 Le point de vue des étudiants

Au début des années 2010, l'équipe en place a souhaité donner la parole à nos étudiants. Nous voulions savoir comment ils vivaient l'expérience des jeux de rôles. Nous leur avons posé plusieurs questions, dont une visait à savoir quelles étaient selon eux les principales forces et principales faiblesses des jeux de rôles. Leurs réponses ont été recueillies grâce à des questionnaires remis à deux occasions et elles ont été analysées (Lajoie et Maheux, 2011).

Plusieurs potentialités ont été relevées par les étudiants. Ceux-ci disent apprécier le fait que les jeux de rôles : permettent de revenir en profondeur sur certains concepts mathématiques ; permettent de partager plusieurs points de vue (comme élève ou enseignant) ; donnent à voir différentes façons d'expliquer, de questionner, etc.; développent la verbalisation, l'écoute et l'observation ; développent le sens critique. Il est à noter que les éléments de réponse qui semblaient moins liés à l'approche des jeux de rôles elle-même, comme le fait que les tâches étaient variées, que le travail avec le matériel était aidant, etc., ont été laissés de côté.

L'analyse des réponses des étudiants révèle aussi qu'ils perçoivent toutefois un certain nombre de limites. Les étudiants soulèvent entre autres choses que : il est stressant, voire pénible, de ne pas savoir à l'avance qui jouera quoi ; il est insécurisant d'enseigner devant des adultes ; il faudrait présenter davantage de « théorie » au moment de la préparation ou même préalablement à la préparation ; les retours sont trop brefs et il est parfois difficile de savoir ce qu'il faut retenir ; il est frustrant de terminer sans savoir quelle aurait été LA bonne façon de faire.

3 Le point de vue de la recherche

Le dispositif de jeux de rôles présenté précédemment et certaines de ses adaptations ont fait l'objet de travaux de recherche récents. Je présente ces travaux très brièvement en faisant ressortir au passage les principales potentialités du dispositif de jeu de rôles que ces travaux mettent en évidence, de même que certaines limites qu'ils laissent entrevoir, que ce soit du côté du formateur ou de celui du formé.

Dans une recherche menée sur la contextualisation dans l'enseignement des mathématiques, le GREFEM (Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques) se penche sur trois cas de pratiques ciblant la division (GREFEM, 2018). Un de ces cas met en scène le jeu de rôles présenté à la Fig. 2. L'analyse des interactions entre l'enseignant-formé et l'élève-formé (les acteurs de la mise en scène) permet de dégager le sens que peut prendre dans l'action une contextualisation improvisée, la fonction qui peut lui être attribuée, et les difficultés qui peuvent en résulter, tant pour l'enseignant que pour l'élève.

Certains des travaux de recherche dans lesquels j'ai été impliquée apportent un éclairage sur le type de connaissances susceptibles d'être sollicitées et développées à travers les jeux de rôles. L'un d'entre eux illustre (du moins partiellement), à travers l'analyse d'une mise en scène du jeu de rôles présenté à la Fig. 2, ce qu'est, en mathématiques, le *savoir intervenir sur le champ* (un concept emprunté à Mason & Spence, 1999), et de quelles manières ce savoir peut (ou non) se manifester dans l'action (Lajoie & Maheux, 2013). Un autre, à travers cette fois l'analyse de mises en scène du jeu de rôles présenté à la Fig. 3 et des retours suivant ces mises en scène, fait ressortir différentes occasions d'apprentissage qui se présentent aux formés, en particulier des occasions d'apprentissage du *savoir remarquer sur le champ (*en anglais *noticing in-the-moment*) et du *savoir intervenir sur le champ* (en anglais *knowing to act-in-the-moment)*, des concepts empruntés à Mason & Davis (2013) et à Mason & Spence (1999) respectivement (Lajoie, 2018). Il ressort toutefois de ces analyses que certains formés peuvent au final ne pas retirer autant du jeu de rôles que le formateur le souhaiterait, dépendant de la manière dont il s'investit (dans son rôle d'élève, d'enseignant ou d'observateur) pendant la séance.

Dans le cadre d'un travail de recherche mené en collaboration avec des collègues formateurs de professeurs des écoles en France (6 à 11 ans), un scénario de formation basé sur un jeu de rôles a été conçu et mis en œuvre auprès d'étudiants en formation initiale (Lajoie & al., 2019). Ledit jeu de rôles plonge les futurs enseignants dans une situation d'aide à un élève rencontrant une difficulté dans une tâche portant sur les nombres décimaux[3]. Des analyses préalables du scénario et une analyse *a posteriori* de sa mise en œuvre effective permettent d'anticiper les connaissances (mathématiques, didactiques, professionnelles) et pratiques susceptibles d'émerger dans un tel contexte, de documenter les connaissances et pratiques qui ont effectivement émergé et de dégager des potentialités (du scénario) qui s'offrent au formateur pour faire évoluer ces connaissances et pratiques. Ces analyses mettent au jour aussi un nombre non négligeable de points de vigilance pour le formateur, dont l'importance de prévoir des supports pertinents, la difficulté à obtenir l'adhésion de tous les formés pour la mise en scène, la nécessité de s'adapter et de trier à chaud et le réinvestissement à moyen et à long terme des apprentissages réalisés en contexte de jeux de rôles Elles mettent aussi au jour des limites du côté des formés. Ainsi, l'attention des formés peut se diriger vers des éléments non pertinents, les formés peuvent retirer des généralités et ils peuvent aussi ne pas s'y investir à fond.

Le travail de recherche décrit précédent met en évidence que pour aller au-delà d'une simple mise en activité des étudiants, un travail exigeant est nécessaire de la part du formateur. C'est à ce travail du formateur que nous avons consacré notre plus récente étude, toujours en cours (Lajoie & *al*., 2019b). L'analyse de la mise en œuvre du scénario évoqué précédemment (celui basé sur un jeu de rôles plongeant les futurs enseignants dans une situation d'aide à un élève rencontrant une difficulté dans une tâche portant sur les nombres décimaux) par deux formateurs n'ayant pas participé à la conception du scénario nous permet déjà d'anticiper une grande variabilité dans les pratiques des formateurs[4]. Nous constatons entre autres choses que les formateurs n'organisent pas la mise en scène de la même manière, qu'ils ne prennent pas en compte de la même manière ce que font les étudiants pendant la mise en scène, ni les points qu'ils soulèvent lors du retour, qu'ils ne relèvent pas les mêmes gestes professionnels, qu'ils n'institutionnalisent pas les mêmes savoirs et qu'ils ne légitiment pas les savoirs de la même manière.

VII - CONCLUSION

Globalement, les travaux de recherche décrits précédemment confirment d'importantes potentialités du jeu de rôles. D'abord, le jeu de rôles donne beaucoup à voir, tant aux formés, au formateur qu'au chercheur. En particulier, le jeu de rôles fait émerger chez les formés des connaissances mathématiques et didactiques, des gestes professionnels, des pratiques qui pourraient ne pas émerger dans d'autres contextes. Aussi, le jeu de rôles offre aux formés et au formateur des occasions d'enseignement et

[3] Le scénario peut être trouvé dans Lajoie & al. (2019) mais aussi d'une manière plus détaillée dans Copirelem (2019).

[4] Le concept de variabilité des pratiques est ici emprunté à Sayac (2012).

d'apprentissage, soit des occasions de faire avancer les connaissances des formés et d'enrichir leurs gestes et pratiques. Enfin, le jeu de rôles présente un intérêt pour la formation des maîtres et pour la recherche sur cette formation. En effet, ce dispositif laisse place à différentes mises en œuvre de la part des formateurs, des mises en œuvre qui laissent quant à elles entrevoir différentes intentions voire même projets de formation que ceux-ci peuvent avoir. En ce sens, le jeu de rôles peut, en tant que contexte de formation, permettre au chercheur ou au formateur de formateurs d'en savoir plus sur le projet de formation du formateur, sur ses pratiques de formation, sur les cadres sur lesquels il s'appuie, etc.

Mes diverses expériences avec les jeux de rôles en tant que formatrice, conceptrice, chercheure, m'incitent à continuer à utiliser ce dispositif et de poursuivre à profiter de cette fenêtre qu'il m'offre sur les connaissances et pratiques des formés, de même que sur celles des formateurs.

VIII - RÉFÉRENCES

Boucher, L. P., & Vachon, J. C. (1995). Une démarche d'élaboration des savoirs professionnels : fondements et étapes. In Garant, C., Lacourse, F. & Scholer, M. (Eds). *Nouveaux défis pour la formation des maîtres* (pp. 153-161). Sherbrooke : CRP.

COPIRELEM (2019). Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : Situations-Ressources-Analyses, Tome 1. Arpeme.

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record*, **111(9)**, 2055-2100.

GREFEM (2018). Contextualiser pour enseigner les mathématiques : un enjeu de formation. *Annales de didactique et de sciences cognitives* **23**, 69-105.

Lajoie, C. & Pallascio, R. (2001). Role-play by pre-service elementary teachers as a means to develop professional competencies in teaching mathematics. *Proceedings of SEMT '01 - International Symposium Elementary Mathematics Teaching*. Prague, République Tchèque : Université Charles.

Lajoie, C. (2010). Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. In J. Proulx & L. Gattuso (Eds.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (pp. 101–113). Sherbrooke, Canada : Éditions du CRP.

Lajoie, C., Maheux, J.-F., Marchand, P., Adihou, A. & Bisson, C. (2012). Le jeu de rôles comme approche de formation à l'enseignement des mathématiques. Quels choix ? Pour quelles intentions ? Pour quelle formation ? *Actes du colloque du GDM 2012* (pp. 48-56). Université Laval, Québec.

Lajoie, C. (2018). Learning to act in-the-moment: Prospective Elementary Teachers' roleplaying on numbers. In K. Hino & G. J. Stylianides (Eds.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers: An International Perspective* (pp. 231–244). ICME-13 Monographs. Springer, Cham.

Lajoie, C. & Maheux, J.-F. (2013). Richness and complexity of teaching division: prospective elementary teachers' roleplaying on a division with remainder. *Proceedings of the Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8*). Antalya, Turkey: Manavgat-Side.

Lajoie, C., Mangiante, C., Masselot, P., Tempier, F. & C. Winder Gille-Biel (2019a). Former à aider un élève en mathématiques : une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles. *Revue canadienne d'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies / Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education* (*numéro spécial sur les* d*ispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques)* **19(2)**, 168-188.

Lajoie, C. Mangiante, C., Masselot, P., Tempier, F. & C. Winder Guille-Biel, (2019b). *Pratiques de formateurs lors de la mise en œuvre d'un jeu de rôles*, Symposium de didactique des mathématiques, REF 2019 (les seizièmes

rencontres du réseau international de recherche en éducation et en formation), Université Toulouse Jean Jorès, Toulouse, 9 et 10 juillet 2019.

Lampert, M., & Graziani, F. (2009). Instructional activities as a tool for teachers' and teacher educators' learning. *Elementary School Journal*, **109(5)**, 491-509.

Marchand, P., Adihou, A., Lajoie, C., Maheux, J.-F. & C. Bisson (2012). Les jeux de rôles en formation initiale : mettre les compétences professionnelles en action dans la formation didactique. *Actes du 27e Congrès de l'Association internationale de pédagogie universitaire* (AIPU) (pp. 198-208). UQTR.

Mason, J. & Spence, M. (1999). Beyond Mere Knowledge of Mathematics : The Importance of Knowing to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics* **38**, 135–161.

Miklos, E. & Greene, M. (1987). Assessments by Teachers of their Preservice Preparation Programs, *Alberta Journal of Educational Research* **33 (3)**, 191-205.

Ministère de l'éducation du Québec (2001). *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles.* Gouvernement du Québec : Ministère de l'Éducation.

Mucchielli, A. (1983). *Les jeux de rôles*. Paris : Presses universitaires de France, Que sais-je ? 126 pages.

Perrenoud, P., Altet, M., Lessard, C. & Paquay, L. (Eds.) (2008). Conflits de savoirs en formation des enseignants. Bruxelles : De Boeck.

Sayac, N. (2012). Pratiques de formateurs en mathématiques dans le premier degré. Les savoirs de la formation. *Recherche et formation*, **71**, 115-130. ENS Editions.

Van Ments, M. (1989). The effective use of role-play: A handbook for teachers and trainers. New York: Nichols publishing.

Zazkis, R. (2018). Dialogues on Numbers: Script-writing as approximation of practice. In *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 749-767). Springer, Cham.

ATELIERS

DES "CAPSULES VIDÉOS" COMME DISPOSITIF INNOVANT DE FORMATION CONTINUE D'ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

Sylvia COUTAT
Chargée d'Enseignement, Université de Genève
Equipe DiMaGe
Sylvia.Coutat@unige.ch

Marina DE SIMONE
Collaboratrice scientifique, Université de Genève
Equipe DiMaGe
Marina.DeSimone@unige.ch

Jean-Luc DORIER
Professeur ordinaire, Université de Genève
Equipe DiMaGe
Jean-Luc.Dorier@unige.ch

Stéphane FAVIER
Doctorant FNS, Université de Genève
Equipe DiMaGe
Stephane.Favier@unige.ch

Patricia RIEDWEG
Coordinatrice de discipline, DIP, Genève
Patricia.Riedweg@edu.ge.ch

Céline VENDEIRA
Chargée d'Enseignement, Université de Genève
Equipe DiMaGe
Celine.Marechal@unige.ch

Résumé
Suite à l'actualisation des moyens d'enseignement romands (MER) de mathématiques 1P-2P (4-6 ans), nous avons élaboré une formation continue à destination d'enseignants du primaire du canton de Genève. Les MER de mathématiques sont les manuels officiels proposés par l'institution pour chaque niveau scolaire. Ils se présentent sous la forme d'une réserve de problèmes. Le dispositif de formation, qui fait l'objet de cet atelier, porte sur la mise en œuvre de certains problèmes nouveaux et/ou emblématiques des MER et qui ont été expérimentés dans les classes. Il s'appuie sur trois des six "capsules vidéos" qui ont été réalisées dont le but est de présenter aux enseignants à la fois des mises en œuvre possibles de ces problèmes, le travail des élèves ainsi qu'une analyse didactique de ces processus d'enseignement et apprentissage.
L'atelier a été organisé selon les temps suivants :
- Introduction du dispositif de formation basé sur les "capsules vidéos".
- Travaux de groupes (chaque groupe travaillant sur une capsule) : appropriation de la capsule vidéo ; échanges autour des suggestions, modifications, manques (etc.) repérés dans la capsule.
- Mise en commun, débats.
- Synthèse, conclusion.

I - CONTEXTE

Dans toute la Suisse romande (la partie de Suisse où on parle le français) le concordat HarmoS visant à l'harmonisation des systèmes éducatifs des différents cantons ayant été adopté, un nouveau Plan d'études romand (PER) est entré en vigueur depuis 2011. Ce PER régit tout l'enseignement sur les 11 années de la scolarité obligatoire à partir de l'âge de 4 ans. Dans toute la Suisse romande l'enseignement primaire comprend 8 années divisées en deux cycles : cycle 1 (1P à 4P), cycle 2 (5P à 8P). Le secondaire 1 comprend 3 années (9e à 11e).

Par ailleurs, en mathématiques, depuis les années septante, la Conférence intercantonale de l'instruction publique de Suisse romande et du Tessin (CIIP) pilote la mise en place d'un moyen d'enseignement officiel commun et unique pour chacune des 11 années que compte la scolarité obligatoire. Le terme « moyen d'enseignement » est culturellement important et ne doit pas être confondu avec manuel. En effet, une forte tradition romande, dans la lignée du constructivisme, veut que les moyens d'enseignement mis à la disposition des enseignants constituent une ressource qui ne guide pas trop les choix de l'enseignant. En ce sens le moyen donne un ensemble d'activités laissant un choix très libre pour la planification. Aucun élément de cours n'est donné dans les moyens. Nous renvoyons le lecteur intéressé par plus de détails aux textes d'un atelier de Arditi et Daina (2013) à la XXXIXe COPIRELEM et de la conférence de Daina et Dorier (2016) à la XXXXIIe COPIRELEM.

Si les moyens d'enseignement du secondaire 1 en mathématiques ont été refaits immédiatement après la mise en place du PER, ce n'est pas le cas pour ceux du primaire. Après plusieurs débats, la décision a été prise que ces moyens, que nous nommerons à présent simplement MER, seraient refaits par deux équipes de rédacteurs (une pour chaque cycle).

Les années 1P et 2P sont les seules à n'avoir qu'un seul moyen commun le MER 1P/2P. Ce moyen a été finalisé dans le courant de l'année 2017 et est rentré en vigueur progressivement selon les cantons.

En collaboration avec Patricia Riedweg, enseignante détachée coordinatrice pour les mathématiques au primaire au DIP (Département de l'instruction publique de la formation et de la jeunesse), notre équipe a été sollicitée pour mettre en place une formation continue touchant tous les enseignants (on parle dans ce cas de recyclage) pour la mise en place du nouveau MER 1P/2P. C'est ce travail de mise en place qui fait l'objet de cet atelier.

1 Le nouveau MER 1P/2P

Le choix a été fait que ce moyen serait entièrement en ligne sur une plateforme nommée ESPER accessible seulement aux enseignants.

La structure du moyen s'appuie sur celle du PER. Elle en reprend les 4 grands axes thématiques : Espace, Nombres, Opérations, Grandeurs et mesures, auxquels vient s'ajouter un axe appelé Recherche et stratégies, qui travaille spécifiquement la résolution de problème.

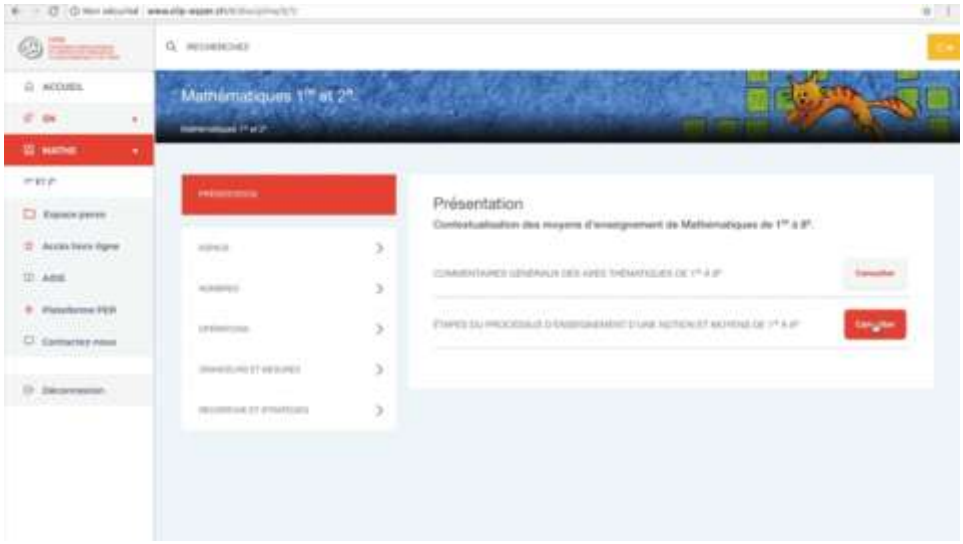


Figure 1- Structure générale du MER 1P/2P

Pour chaque axe thématique, on a accès à des commentaires didactiques généraux. Ensuite chaque axe se découpe en plusieurs apprentissages visés qui sont mis en regard avec les attentes du PER. Quand on clique sur un apprentissage visé on a accès à des activités classées en deux catégories : introduction et entraînement. Enfin un ensemble de problèmes communs à tout l'axe thématique vient compléter le tout.

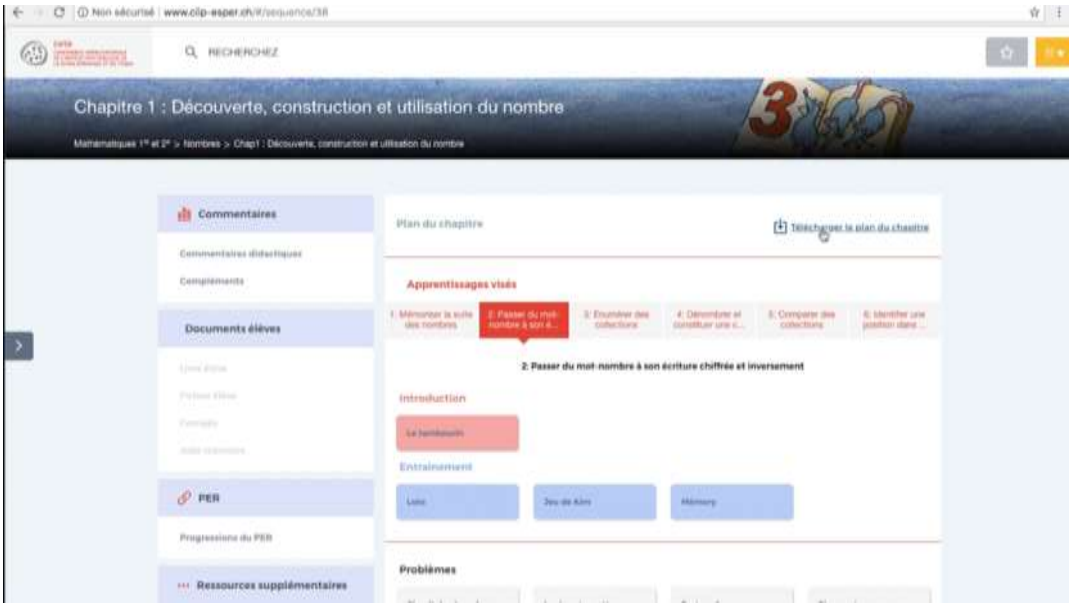


Figure 2- Structure de l'axe sur les nombres

On peut retrouver l'ensemble d'un seul coup d'œil dans une fiche téléchargeable.

NOMBRES - Tableau des activités

<table>
<tr><td rowspan="2">PER</td><td colspan="7">Expérimentation des premiers nombres, signification des nombres par des exemples proches de l'enfant (nombre d'élèves de la classe, jours du mois,…) (nombres fréquentés) (2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mémorisation de la suite numérique (nombres fréquentés) (3)</td><td colspan="3">Utilisation des nombres (nombres familiers) comme outil pour dénombrer, comparer des collections organisées (dés, dominos, …) ou non organisées (objets disposés aléatoirement,…) (1, 2, 5)
Dénombrement d'une petite collection d'objets, et expression orale de sa quantité (nombres familiers) (1, 2)
Comparaison de deux collections ou constitution d'une collection ayant un nombre donné d'objets par correspondance terme à terme (nombres familiers) (1)</td><td>Estimation du nombre d'objets d'une collection par perception globale (nombres familiers) (2)</td><td>Augmentation et diminution du nombre d'objets d'une collection (nombres familiers) (4)</td></tr>
<tr><td>Apprentissages visés</td><td>1 : Mémoriser la suite des nombres</td><td>2 : Passer du mot nombre à son écriture chiffrée et inversement</td><td>3 : Énumérer des collections</td><td>4 : Dénombrer et constituer une collection d'objets</td><td>5 : Comparer des collections</td><td>6 : Identifier une position dans une liste ordonnée</td><td rowspan="2">Une sensibilisation à cet apprentissage est possible au travers des activités suivantes :
- Pochettes surprises
- Encore des jetons
- Balles folles
- Partage 1</td><td rowspan="2">Les activités ci-dessous permettent de travailler cet apprentissage :
- Livres à compter
- Comptines et jeux de doigts ainsi que l'axe "Opérations"</td></tr>
<tr><td>Activités d'introduction</td><td>- Comptines et jeux de doigts</td><td>- Le tambourin</td><td>- Porte-monnaie</td><td>- Autant de pions que de gommette
- Immeuble 1
- Encore des jetons</td><td>- Grande bataille
- Qui va le plus loin</td><td>- Bestiaire</td></tr>
<tr><td>Activités d'entraînement</td><td>- Attrapons les poissons
- Activités quotidiennes rituelles
- Calendriers
- Marelle
- Le nombre caché
- La grenouille</td><td>- Loto
- Jeu de kim
- Mémory</td><td>- Jardin de fleurs</td><td>- Prés1
- Boîte chantante
- Tous à table
- La piste avec pion
- Petit poisson de rien du tout
- En avant Pipo
- Traversée de rivière
- Sur ma couleur je gagne</td><td>- Balles folles
- Girafe
- Pochettes surprises</td><td>- Bande de smarties
- File de nombres
- Bons nombres
- Les enfants nombres</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Problèmes</td><td colspan="7">- Circuit des 4 couleurs
- Lapins et carottes
- Partage 1
- Pipo part en voyage
- Speed
- Prés 3
- Les arbres
- Le damier numérique
- Courses au marché
- Bandes numériques
- Livres à compter</td></tr>
</table>

Figure 3 - Tableau des activités sur les nombres

Le lecteur trouvera en annexe les textes des trois activités dont les capsules ont été observées pendant l'atelier : *Jardin de fleurs*, *Classement* et *Des points partout*.

Du fait que le moyen est en ligne, il est possible pour chaque enseignant de sélectionner des activités favorites, de mettre des annotations, etc. Il existe également une section de matériel imprimable et chaque classe est également équipée de matériel collectif. Par contre, tout est fait pour éviter que les enseignants impriment toutes les fiches des activités et utilisent au mieux les potentialités de l'outil en ligne.

Globalement ce moyen est assez proche du moyen qui l'a précédé et qui était le plus récent de toutes les années de scolarité du primaire. Les nouveautés essentielles, outre le passage à un moyen tout en ligne, sont essentiellement liées au fait que les activités sont présentées de façon plus structurée. Auparavant elles étaient seulement sous forme de fiche sans ordre dans un classeur subdivisé en quatre axes : *Raisonnement, Formes et transformations géométriques, Nombre et opérations* et *Mesure*. Même si certaines progressions étaient proposées, la structure laissait une grande place à l'interprétation et aux choix de l'enseignant. C'est bien sûr un élément qui peut sembler tout à fait positif, mais de fait cela rendait la tâche des enseignants assez complexe. La structure du nouveau moyen avec sa référence aux entrées du PER qui découpe de façon plus fine les différentes rubriques et délimite entre activités d'introduction et d'entraînement est un changement culturel important pour la Suisse romande, même si en comparaison des manuels français, on peut juger que la structuration reste encore très souple et ne contraint que peu les enseignants.

En outre, même si beaucoup d'activités se retrouvent de l'ancien moyen, il y a quelques nouveautés ici et là avec des activités très nouvelles et certaines anciennes qui ont disparu et certaines encore qui ont été assez profondément modifiées. Toutefois, l'effet de nouveauté sur ce terrain restera limité. De façon globale encore, les commentaires didactiques qui accompagnent les activités à destination de l'enseignant ne diffèrent pas fondamentalement de ce qui était déjà disponible.

2 Structure de la formation continue

La Direction générale de l'enseignement obligatoire DGEO avait décidé, quand nous avons été contactés, fin 2017 qu'une formation continue touchant « tous » les enseignants devait être mise sur pied pour que ceux-ci puissent utiliser ces nouveaux moyens à la rentrée 2018-2019. A cette époque le moyen était encore en cours d'élaboration et nous n'avions que les moyens 1P-2P. A Genève, comme en France, les enseignants primaires sont formés pour pouvoir enseigner dans toutes les années de scolarité, contrairement à beaucoup d'autres cantons suisses, où il existe une spécialisation dans un des deux cycles. Cette situation rendait sensible la question de savoir si la formation devait toucher tous les enseignants du primaires (environ 2'500) ou seulement ceux enseignant en Cycle 1, voir dans une classe de 1P, 2P ou à double niveau 1P/2P. A l'époque, la volonté politique était que les moyens devaient sortir au rythme de 3P et 5P en 2019, 4P et 6P en 2020, 7P en 2021 et 8P en 2022[1]. Il était donc tout à fait raisonnable de planifier sur le moyen terme en régulant les flux et d'étaler la formation continue sur au moins quatre ans. Finalement le choix a été fait de former prioritairement les enseignants ayant une classe de 1P, 2P ou à double niveau 1P/2P l'année 2018-19 (environ 600), puis tous les autres enseignants en Cycle 1 l'année suivante en intégrant quelques éléments du moyen de 3P.

Vu le nombre d'enseignants à former, il était impensable que notre équipe puisse assumer ce recyclage. Cela tombait plutôt bien car nous n'étions pas du tout en faveur d'une telle solution de toute façon, préférant de loin une collaboration avec un groupe restreint d'enseignants qui formerait ensuite l'ensemble de leurs collègues. Malgré certaines réticences, nous avons fait accepter ce schéma de formation à deux étages, moyennant le fait que les enseignants avec lesquels nous allions collaborer assurent les formations en binôme avec un coordinateur pédagogique. Le principe général sur lequel nous avons également pu nous mettre d'accord a été de faire une formation par groupe de 20 enseignants sur deux demi-journées séparées de plusieurs mois pour que les enseignants puissent expérimenter sur le terrain entre temps. Lors de la première demi-journée, il fallait passer un minimum de temps à la prise en main

[1] En fait ce rythme n'a pas pu être tenu.

de l'outil de la plateforme en renvoyant ceux qui seraient trop peu habiles avec l'outil informatique à des formations spécifiques supplémentaires. Il restait donc environ 1h30 pour une formation réellement didactique avec possibilité de demander des retours du terrain à la deuxième demi-journée. Nous avons alors choisi 6 activités du nouveau moyen (une de chaque axe, sauf deux pour les nombres) qui sont toutes sauf une (sur la construction de collections équipotentes) des activités nouvelles du moyen. L'idée était de travailler avec les enseignants une analyse didactique pour aider à la prise en main et la mise en scène d'une activité en partant des informations fournies dans le moyen. L'analyse a priori était suivie de choix des valeurs des variables didactiques qui restaient encore ouvertes tout en suivant les consignes du moyen (avec éventuellement quelques variantes). Puis, nous avons filmé les classes des enseignants et sur la base des observations nous avons fait une analyse a posteriori. On pourra, pour avoir une idée plus précise du contexte théorique global issu de la Théorie des situations de Brousseau, se reporter à Dorier (2011), dont nous nous permettons de faire une assez longue citation ici :

« Il ne faut donc pas voir l'analyse a priori comme un produit fini qu'un bon chercheur se devrait de fournir après de longues heures de réflexion dans son bureau, mais comme un élément d'un processus d'élaboration d'une compréhension des enjeux d'apprentissage d'une situation. Il existe donc un processus dialectique entre analyse a priori et observations, qui est au cœur de la spécificité du rôle de l'expérimentation dans la théorie des situations. (…) Dans ce sens, la démarche de l'analyse a priori, surtout si on la pense comme un outil pour l'enseignant, correspond à une posture nécessitant de faire un pas de côté, de prendre un peu de distance par rapport à la réalité de la classe, mais aussi et surtout par rapport au savoir mathématique en jeu. Dans ce sens, on limite souvent l'analyse a priori à sa fonction de prédiction des procédures des élèves, mais en fait, la question qui est au cœur de l'analyse a priori est : « avec tout ce que mes élèves savent et ce qu'ils ont à disposition –le milieu– comment la question que je leur pose ou le problème que je leur soumets peut-il prendre sens –problème de dévolution– et que doivent-ils apprendre de nouveau pour arriver à le résoudre ? ». La question du sens est donc centrale ! Il ne s'agit pas seulement de trouver une activité qui permet aux élèves de faire des choses seuls, mais encore faut-il que ce qu'ils fassent leur apprenne des mathématiques ! » (Dorier 2011, p.5)

De plus au vu des spécificités de ces petits degrés, nous voulions mettre l'accent sur les questions de la dévolution et des mises en commun, sachant par ailleurs que l'institutionnalisation reste forcément limitée à cet âge.

3 Préparation de la formation, réalisation des capsules vidéos

Nous avons alors lancé un appel d'offre auprès de tous les enseignants du canton ayant une classe 1P, 2P ou un double niveau 1P/2P au début de l'année 2017-18. Le texte de l'appel spécifiait que :

- il s'agirait de s'investir pour préparer la formation sur les nouveaux moyens, qu'il y aurait en 2017-18 deux demi-journées et une journée complète de collaboration avec l'équipe de didactique des mathématiques à Genève (DiMaGe), plus des rencontres informelles ;
- il y aurait des observations et des films de séances de classe ;
- les enseignants s'engageraient ensuite à animer en 2018-19 des ateliers de formation pour des groupes d'une vingtaine de collègues en binôme avec leur coordinateur pédagogique[2] ;
- dans les formations on utiliserait des petits extraits de ce qui aurait été filmé dans les classes.

Moyennant toutes ces conditions, nous avons sans aucune difficulté trouvé 12 enseignantes volontaires (pas un seul homme !). Une première rencontre a été organisée à l'université entre la coordinatrice de discipline (Patricia Riedweg), ces 12 enseignantes, et 7 membres de l'équipe DiMaGe (Sylvia Coutat, Audrey Daina, Marina De Simone, Jean-Luc Dorier, Stéphane Favier, Jana Lackova et Céline Vendeira). Lors de cette première rencontre, Patricia Riedweg a présenté aux enseignantes la structure du nouveau moyen et les six activités que nous avions choisies. Nous leur avons donné les grandes lignes de ce que nous envisagions et leur avons demandé de choisir en binôme une des six activités. Nous nous étions par

[2] A Genève, les coordinateurs pédagogiques (CP) sont rattachés à deux ou trois groupes scolaires. Chaque enseignant a donc un CP référent qui anime des rencontres plusieurs fois l'année dans son école ou dans un regroupement.

ailleurs en amont réparti entre Patricia et les membres de DiMaGe les mêmes 6 activités en binôme (certains d'entre nous étaient sur deux activités simultanément).

Nous avions donc pour chacune des 6 activités, un binôme d'enseignantes et un binôme de didacticiens.

Nous avons alors fixé une ou deux rencontres dans les écoles de chacun des doubles binômes pour discuter ensemble des enjeux de l'activité, et de certains éléments d'analyse et nous avons fixé les choix à faire en termes de valeurs de variables didactiques en faisant en général deux variantes. Puis nous avons planifié des dates pour filmer dans chacune des deux classes (bien sûr après avoir obtenu les différents accords de la hiérarchie et des parents, sachant qu'il était bien précisé que l'usage des vidéos se cantonnerait à des formations d'enseignants ou des communications entre chercheurs).

Avant de filmer, nous avons eu une nouvelle demi-journée de travail en commun où chaque binôme d'enseignantes a présenté au groupe une synthèse des analyses des activités et les choix qui avaient été arrêtés.

Une fois les expérimentations et les films réalisés, il y a eu un bilan, par couple de binômes, sur ce qui s'était passé dans les deux classes et ce qu'il fallait en retenir.

Puis chaque binôme de didacticiens a eu la charge de réaliser une présentation de l'analyse de l'activité avec des éléments d'analyse a priori, une mise en contexte par rapport au PER et au MER mais aussi par rapport à des recherches existantes en didactique (qui avaient été discutées avec les enseignantes) et enfin des éléments d'analyse a posteriori. Le tout devait faire une vingtaine de minutes, s'appuyer sur un diaporama agrémenté d'une sélection bien choisie de courts extraits des films des classes pour illustrer le propos.

Chacun des six binômes a d'abord travaillé seul, puis a fait une présentation à l'équipe (filmée) d'un prototype qui a ensuite été retravaillé puis filmé dans des conditions professionnelles. Le produit fini pour chacune des 6 activités constitue donc une capsule vidéo d'une vingtaine de minutes sous forme d'un diaporama avec l'orateur-trice visible en petit en bas à droite de l'écran et de temps à autres de courts extraits des films des classes.

Les objectifs de chaque vignette sont de :

- Présenter l'activité ;
- La situer dans le PER et caractériser les objectifs d'apprentissage ;
- Donner quelques éléments d'analyse a priori en montrant les enjeux d'apprentissages, les choix possibles qui restent encore ouverts en montrant les enjeux des différentes alternatives possibles. En s'appuyant éventuellement sur des travaux de didactique des mathématiques existants.
- Les choix des valeurs des variables didactiques qui ont été arrêtés dans chacune des expérimentations ;
- Un focus sur la gestion de la consigne (dévolution);
- Une illustration des stratégies des élèves et de leurs difficultés ;
- Un focus sur la mise en commun.

Chaque binôme de didacticiens a alors montré la capsule à son binôme d'enseignantes et au CP référent. Ceci a donné lieu à discussion mais les réalisations des didacticiens ont toutes été approuvées par les enseignantes, qui ont de façon unanime trouvé le dispositif enrichissant et valorisant pour elles, malgré les craintes initiales de certaines qui avaient peur de mal faire et de se sentir jugées.

Enfin, une journée entière en juin a regroupé tout le monde y compris les CP et a permis de présenter l'ensemble des capsules et de travailler à la mise en œuvre concrète de la formation continue qui a démarré à la rentrée 2019.

En fait des 12 enseignantes, 8 ont pu continuer[3] et une des activités s'est trouvée orpheline (les deux enseignantes qui l'avaient expérimentée ayant dû abandonner). Toutefois, comme c'était une activité sur la construction de collections équipotentes, qui est très classique, la vignette a pu être utilisée dans d'autres contextes.

Durant l'été, les 6 vignettes ont été mises en ligne sur un site de la DGEO dédié aux mathématiques et aux enseignants du primaire et dès la rentrée les premiers ateliers ont démarré.

Chaque enseignant ayant une classe de 1P, 2P ou double niveau 1P/2P a été convoqué pour le recyclage et a donc suivi, entre la rentrée et Noël, un premier atelier avec une seule des activités. Il leur a été toutefois signalé l'existence des 5 autres capsules auxquelles ils avaient libre accès. Lors de ces ateliers, les 8 enseignantes n'ont jamais montré la vignette dans son intégralité mais se sont appuyées sur le travail collaboratif pour faire en présentiel un retour sur leurs analyses de la prise en main et la mise en scène de l'activité. Elles nous ont confirmé que pour elles l'existence de la capsule vidéo avait été précieuse et elles se sont librement inspirées de sa structure en prenant appuis sur les extraits des films de leurs classes qui avaient été choisis. Les CP ont aussi beaucoup apprécié ce dispositif.

Les deuxièmes ateliers d'une demi-journée ont été suivis entre février et avril et ont essentiellement porté sur des retours d'utilisation de la plateforme et d'expérimentation d'activité, principalement celle qui avait été au cœur du premier atelier.

Outre les retours excellents des 12 enseignantes et encore plus des 8 ayant poursuivi, les évaluations du recyclage sont très bonnes et les enseignants ont beaucoup apprécié. Nous n'avons encore pu analyser les évaluations dans les détails mais l'appréciation générale ne trompe pas. En outre, il apparaît que plusieurs enseignants ont visionné les capsules. Il est difficile de savoir l'impact réel que cela peut avoir, mais c'est en tout cas un support qui plaît car il permet de montrer concrètement la réalisation dans la classe et permet peut-être de faire passer des éléments plus théoriques que peu d'enseignants vont aller lire dans des écrits qui souvent les rebutent d'emblée.

II - OBJECTIF DE L'ATELIER – COMPTE – RENDU

L'objectif de l'atelier proposé au colloque de Lausanne a été bien sûr d'abord d'expliquer tout le contexte que nous venons de détailler. Puis nous avons sélectionné trois des six capsules. Nous avons demandé aux participants de se répartir selon ces trois activités. Nous leur avons distribué la fiche que vous trouverez en annexe et ensuite ils ont visionné la capsule. Puis, dans chacun des trois groupes les participants ont débattu autour des deux axes suivants :

- Regard critique sur la façon dont les objectifs annoncés (voir plus haut) de la capsule ont été mis en œuvre.

- Efficacité d'un tel outil pour un usage autonome / pour servir de base dans le cadre de la formation initiale ou continue.

Dans chacun des groupes un rapporteur a été désigné pour rendre compte en grand groupe à la fin de l'atelier des débats de son sous-groupe. Après les trois rapports, un débat collectif a clos la séance.

Les trois activités sont :

- « Jardin de fleurs » de l'axe thématique Nombres (Jean-luc Dorier et Patricia Riedweg)
- « Classement » de l'axe thématique Espace (Sylvia Coutat et Céline Vendeira)
- « Des points partout » de l'axe thématique Recherche et stratégies (Marina De Simone et Stéphane Favier)

Dans ce qui suit nous allons pour chacune des activités tour à tour présenter de façon succincte ce que contient la capsule puis une synthèse des discussions qui ont eu lieu pendant cette phase de l'atelier.

Une fois les trois activités présentées nous conclurons par une synthèse de la discussion générale.

[3] Une des enseignantes est tombée enceinte, deux avaient des engagements institutionnels autres incompatibles en termes d'heures de décharge et une a préféré arrêté pour raison privée.

1 Jardin de fleurs

Cette activité est en lien avec l'énumération qui dans le moyen est définie par le fait de passer en revue une fois et une seule chacun des objets d'une collection. Cet apprentissage visé est une particularité car il n'est pas présenté explicitement dans le PER. Les rédacteurs du moyen l'ont introduit dans l'axe des nombres à travers deux activités. Une d'introduction, « porte-monnaie », variante de la situation des boîtes d'allumettes de Briand (2000), emblématique de cette connaissance d'énumération mise en évidence par Brousseau dans ses premières recherches et dont Briand fera le sujet de sa thèse (1993) et de plusieurs articles. Il s'agit là de l'énumération d'une collection d'objets déplaçables. La deuxième activité, dite d'entrainement, est « Jardin de fleurs » et porte sur l'énumération de collections d'objets non déplaçables. On est ici face à une connaissance qui n'est pas toujours connue des enseignants mais qui a fait l'objet de nombreux travaux, outre ceux de Briand (1999), on peut citer ceux plus récents de Margolinas et Wozniak (2015) et la thèse de Rivière (2017). L'introduction de la capsule se devait de rappeler ce contexte.

Pour récupérer tous les jetons déposés sur chaque fleur du jardin et cachés par un bouchon, les élèves ne peuvent pas se fier à leur seule mémoire pour se souvenir des bouchons déjà soulevés mais remis en place après avoir enlevé le jeton. Ils doivent mettre en place des stratégies pour parcourir la collection selon des lignes plus ou moins claires : horizontales, verticales ou obliques, selon un tour, comme une boucle autour du jardin, voire en escargot qui s'enroule ou alors en faisant des groupes ou des paquets disjoints à traiter séparément,…

Il s'agit aussi de bien regarder les conditions matérielles de passation de l'activité avec les élèves, qui comme souvent dans les petits degrés peuvent être cruciales. Ici par exemple, il faut avoir bien pensé

1) le matériel : un jardin assez grand, des jetons plutôt que des perles pour éviter que ça ne roule, des capsules de crème de lait ou des bouchons de bouteille assez gros, mais pas trop et bien opaques ;
2) un espace où l'élève peut bien voir le jardin et se mouvoir avec aisance ;
3) le déroulement de l'activité avec la mise en place d'une première partie très simple, dite « à blanc » par les enseignantes pour bien faire comprendre aux élèves ce qu'ils doivent faire.

On peut ensuite montrer avec quelques exemples bien choisis de parties qu'au démarrage les élèves ne sont pas tous au même niveau. Certains y arrivent très bien et devraient rapidement passer à des jardins plus compliqués, alors que d'autres n'ont aucune stratégie et soulèvent les bouchons au petit bonheur la chance. Mais la quasi-totalité progresse vite et met en place des stratégies. On peut montrer la variété des stratégies sur un même exemple en montrant quelques parties d'élèves quitte à redessiner le trajet ensuite. Mais on peut aussi montrer comment les élèves sont capables de communiquer comment ils ont fait avec un vocabulaire assez riche. Dans la capsule on a pu voir deux traitements assez distincts de cette mise en commun. En effet une enseignante avec ses élèves assis sur les petits bancs demande à tour de rôle à ceux qui veulent de venir montrer sur un jardin au sol avec le doigt le parcours qu'ils ont fait. L'autre utilise le tableau blanc interactif TBI en projetant le jardin en grand et les élèves viennent à tour de rôle montrer au TBI. On a pu ainsi voir traiter une difficulté, qui n'avait pas été forcément très anticipée, qui consiste, quand les élèves sont dans une stratégie « tour », à ne pas re-soulever à la fin le premier jeton.

Ici on est dans le cas d'une situation pour laquelle la littérature est importante et les connaissances en jeu pas toujours bien connues des enseignants. Les parties sont rapides donc la vidéo est très parlante et évite une verbalisation laborieuse. Par ailleurs la mise en commun permet de voir que les élèves ont pleinement conscience de ce qu'ils ont fait, sont capables de le montrer si on leur en laisse la possibilité et même de mettre des mots pour désigner leurs stratégies.

Les participants à l'atelier ont bien mis en évidence ces derniers points. Mais ils notent aussi que la capsule est longue et risque de décourager les enseignants qui la regarderaient seuls. Plusieurs participants suggèrent que la capsule devrait être « chapitrée » pour qu'un utilisateur puisse aller retrouver des passages facilement. D'autres rétorquent qu'ils peuvent aussi noter eux-mêmes les temps des passages et faire en quelque sorte le « chapitrage » selon leur besoin et leur propre lecture, évitant ainsi un usage trop passif de l'outil.

On se demande aussi si une telle capsule peut permettre de faire l'économie d'une mise en situation des formés dans une stratégie d'homologie. Ceci paraît d'autant plus important pour les enseignants en formation initiale et moins en formation continue.

Pourrait-on utiliser une telle capsule selon le modèle de la classe inversée ?

Jusqu'où peut-on aller pour bien faire comprendre l'intérêt de l'énumération dans les activités de dénombrement ? Comment pourrait-on créer de nouveaux jardins ? Selon quels critères ? Comment peut-on problématiser cela dans la capsule ?

2 Classement

Cette activité appartient à l'axe thématique Espace. Elle a pour but le classement de formes géométriques à partir de différents critères. Toute la complexité, mais aussi l'intérêt, de cette activité réside dans le choix de la collection proposée par l'enseignant aux élèves. Les commentaires qui accompagnent la description de l'activité proposent trois critères : la taille, la couleur et le type de formes. Si les critères de taille et de couleur ne sont pas géométriques le critère concernant le type de forme est quant à lui central pour la reconnaissance de formes. Les commentaires proposent de travailler un critère bien que deux critères peuvent être mobilisés par les élèves dans leur classement. En ce qui concerne le critère type de forme seules les formes simples sont proposées (carré, cercle, triangle). Les enseignants ont d'ailleurs à disposition, dans leur matériel de classe, un ensemble de ces formes découpées dans différentes tailles et différentes couleurs. Ces formes simples sont en général les premières formes géométriques que les élèves manipulent. Il faut cependant être vigilant à varier leur orientation et leur dimension en particulier pour le triangle et le rectangle. En effet, le triangle est souvent équilatéral, parfois isocèle, mais rarement rectangle ou quelconque. Ainsi lorsqu'un élève est face à un triangle rectangle il peut considérer que celui-ci est la moitié d'un triangle cherchant ainsi à se ramener à un triangle isocèle ou équilatéral. Il en est de même avec le rectangle qui est souvent proposé dans les mêmes proportions ayant pour conséquence qu'un rectangle très allongé n'est généralement pas considérée comme tel mais comme une barre. Ces formes aux proportions particulières deviennent des formes référentes pour les élèves que l'on nomme des formes prototypiques en didactique des mathématiques. Cela a pour conséquence que tout triangle ou rectangle s'écartant de ces formes référentes ne sont pas considérés comme appartenant à cette classe. Il s'agit alors de familiariser les élèves avec un panel de triangles et rectangles assez riche (dans leurs dimensions et donc contenant des « barres » et des triangles quelconques). L'activité « Classement » sera d'autant plus riche que les formes de la collection s'éloignent des formes prototypiques. Dans leur travaux, Vendeira et Coutat (2017) proposent des collections de formes inhabituelles. Ainsi, en se confrontant à des formes nouvelles les élèves sont amenés à se focaliser sur leurs caractéristiques plutôt que sur leur aspect global.

Les connaissances que les élèves vont investir dans leur classement sont dépendantes des formes mises à leur disposition. Ainsi le choix des formes par les enseignants est une variable didactique essentielle de l'activité « classement ». La consigne peut rester très vague afin que les critères de classement soient identifiés par les élèves. Il faut que les élèves aient assez de place (ou assez de contenants) pour organiser spatialement leur classement. L'activité peut être réalisée en 1P ou en 2P les objectifs étant adaptés à chaque année de scolarité. Dans les classes de 1P ont visera plutôt un classement avec 1 critère alors qu'en 2P un classement selon 2 critères (forme et taille ou forme et couleur ou taille et couleur) peut être envisagé. Si l'on souhaite coder les critères de classement, le critère de taille pose problème pour deux raisons. Tout d'abord ce critère est relatif. En effet, selon la collection de formes, un triangle classé dans les formes moyennes selon une collection peut être classé dans une les formes grandes selon une autre collection. Ensuite il n'existe pas de codage spécifique pour ce critère. Concernant l'organisation du travail, un travail en groupe est intéressant car il oblige les élèves à échanger et utiliser un vocabulaire pour formuler leur critère de classement. Si l'enseignant prend soin d'utiliser un vocabulaire géométrique, on peut laisser volontiers les élèves choisir leur propre terminologie tant que celle-ci a du sens pour eux et est compréhensible par les autres.

Lors de l'atelier, tout comme pour l'activité précédente, les participants ont considéré que la vidéo était longue et qu'il serait peut-être intéressant de la découper en ajoutant un « chapitrage ». Les discussions

ont également suscité des réflexions autour des activités de tri versus les activités de classement. La distinction entre les deux étant souvent méconnue, cette activité peut être l'occasion d'en discuter dans le cadre de la formation des enseignants. Deux potentiels à exploiter en formation initiale ont été pointés par les participants. Le premier concerne la collection de formes. Il est ainsi possible de travailler autour d'une progression à partir des différentes collections et des impacts sur les connaissances des élèves. Le deuxième concerne le rôle de l'enseignant dans les phases collectives. En effet elles sont centrales et doivent être anticipées par l'enseignant.

3 Des points partout

Cette activité fait partie de l'axe thématique Recherche et stratégies. Elle vise précisément l'apprentissage : utiliser la stratégie « ajustements d'essais successifs » pour résoudre un problème. Sur la plateforme ESPER, cette stratégie est définie de la manière suivante :

> appelée 'ajustements d'essais successifs', 'tâtonnement réfléchi' ou 'essai-erreur', [cette stratégie] consiste à faire des essais pour tester une solution puis, en fonction des résultats obtenus, à faire de nouveaux essais. Contrairement au simple tâtonnement, les essais sont fonction des résultats précédents et ne sont pas totalement le fruit du hasard. Si l'on procède au hasard, on a très peu de chance de trouver la solution.

Le matériel principal est un géoplan ou planche à clous. Il s'agit d'une planche carrée sur laquelle sont disposées cinq rangées de cinq clous. Ces clous servent à accrocher un élastique. Ainsi, cette activité de manipulation consiste à placer un élastique sur un géoplan, dont certains clous sont colorés. L'élastique doit passer par tous les clous jaunes, encercler strictement (c'est-à-dire sans les toucher) tous les clous rouges, laisser à l'extérieur strictement aussi tous les clous verts. Une solution est donc un positionnement de l'élastique qui respecte les trois règles à la fois. Ce positionnement peut représenter soit un polygone soit un polygone croisé. Nous avons décidé de bloquer cette dernière configuration en établissant une quatrième règle qui pourrait se formuler de la manière suivante : l'élastique ne doit pas faire de croisement. Ce qui signifie qu'un clou ne peut être utilisé qu'une seule fois dans le positionnement de l'élastique. Parmi les autres variables didactiques de l'activité, nous retrouvons le nombre de couleurs sur la planche, la tension de l'élastique, la présence d'une fiche récapitulant les règles du jeu et l'ordre dans lequel elles apparaissent, le nombre des clous de chaque couleur et leurs positions relatives.

Dans cette activité, les élèves peuvent mettre en œuvre principalement deux stratégies. Nous appelons « stratégie par couleur » la stratégie de base pour ce problème. Dans ce cas, les élèves peuvent poser l'élastique de telle sorte qu'il respecte la règle associée à une des couleurs, puis l'ajuster de manière à respecter la règle relative à une deuxième couleur et enfin l'ajuster pour que la règle correspondant à la dernière couleur soit respectée. Dans le cas où cette stratégie se révèle inefficace, autrement dit si les élèves repèrent un clou qui n'est pas conforme aux règles, ils peuvent surmonter cette difficulté en mettant en œuvre une « stratégie par zone ». Cela peut se traduire par des ajustements au niveau local, c'est-à-dire qu'une solution est obtenue grâce à des ajustements dans la zone qui contient le problème repéré. Donc, il s'agit de déplacer la partie de l'élastique concernée par le problème à régler sans toucher au reste du tracé. Toutefois, certaines configurations résistent à ce type d'ajustements et vont provoquer des ajustements au niveau global. Pour espérer trouver une solution, sans réinitialiser la recherche, il est nécessaire d'intervenir aussi sur les zones non concernées directement par le problème relevé. Une partie du tracé de l'élastique, potentiellement correcte a priori, devra être remise en question et modifiée pour permettre de régler le problème identifié.

Nous renvoyons le lecteur intéressé par une présentation plus détaillée des variables didactiques et des stratégies à Favier (2018) et à Favier et De Simone (à paraître).

Dans la première partie de la capsule les extraits vidéo concernent les stratégies des élèves. Dans la deuxième partie, l'accent est mis sur la question de la validation du travail de l'élève ainsi que les différentes erreurs et difficultés rencontrées par les élèves. Concernant la mise en commun nous avons choisi d'illustrer les difficultés supplémentaires inhérentes à l'utilisation du Tableau Blanc Interactif. En effet ce dernier ne permet pas de reproduire les mêmes conditions de recherche dans lesquelles les élèves ont travaillé (ils dessinent le tracé de l'élastique avec les doigts, ce qui supprime les contraintes matérielles

de l'élastique). De plus, il s'avère difficile pour les élèves de se souvenir et de verbaliser leur raisonnement du fait du grand nombre d'ajustements qu'ils peuvent réaliser et ce sans aucune trace.

Lors de l'atelier, les participants ont trouvé intéressante l'approche de l'activité sous l'angle des stratégies des élèves. Ils ont également apprécié le fait de mettre l'accent sur le travail des élèves et non pas sur une manière de mener l'activité de la part de l'enseignant qui aurait pu paraître prescriptive. Les participants ont trouvé que la partie relative à la mise en commun n'était pas assez développée. En particulier, un manque repéré concerne les situations de blocage rencontrées par les élèves lors de leur recherche. Les participants proposaient aussi d'enrichir la partie institutionnalisation par des formulations de savoirs du type : « dans un problème il peut exister plusieurs solutions ». Le choix de termes « local/global » pour désigner les stratégies a été l'objet de discussion et d'ambiguïté du fait de la polysémie de ces termes en didactique des mathématiques.

Ensuite, différentes idées ont été émises. Pour que la recherche ne soit pas impactée par l'ordre de présentation des règles du jeu, différentes suggestions ont été évoquées : une règle du jeu découpée en trois morceaux ou sous la forme d'un disque, une planche correcte déjà résolue. Concernant la gestion de la mise en commun, les participants imaginaient l'utilisation d'une visionneuse à la place du TBI de manière à permettre de rendre compte des contraintes matérielles de l'élastique. De plus, l'idée d'utiliser certains extraits de la capsule, durant les mises en commun, permettrait d'illustrer les différentes stratégies aux élèves.

Les participants envisagent d'utiliser la capsule en formation initiale des enseignants pour travailler certaines notions didactiques comme, par exemple, l'analyse a priori.

Synthèse

Les réflexions qui ont émergé autour de ces trois capsules sont d'ordre parfois très différent et parfois du même ordre mais contradictoires. Par exemple, la capsule sur "jardin de fleurs" a été perçue comme trop longue pour certains alors que les participants qui ont visionné "des points partout" ont trouvé qu'il y manquait des éléments sur la mise en commun et l'institutionnalisation. Malgré le fait que nous nous soyons donné un cadre commun, nous avons pu constater que les capsules ont pris des formes différentes en fonction de l'activité sélectionnée et de ce qui a pu être observé dans les classes. Nous avons été dans une démarche "bottom up" plutôt que "top down" ce qui a eu pour effet d'aboutir à des capsules difficilement comparables. Lors de la synthèse de l'atelier, il ne s'est donc pas avéré pertinent de généraliser certaines observations sur ces capsules.

Les personnes présentes à cet atelier imaginaient assez bien comment utiliser ces capsules en formation initiales et continues.

III - CONCLUSION

Ces capsules vidéo ont été très bien accueillies par les enseignants lors des formations. Ils ont en particulier apprécié le fait qu'elles s'appuyaient sur des films réalisés dans des classes genevoises, dans les mêmes conditions que celles dans lesquelles ils enseignent. Ces enseignants ont senti une réelle prise en compte de leur réalité et de leurs pratiques et ils se sont montrés engagés et motivés dans leur formation. Les deux tiers d'entre eux affirment avoir visionné d'autres capsules de manière individuelle. Toutefois, nous n'avons pas d'information sur la manière dont ils les ont comprises et/ou utilisées.

Les coordinateurs pédagogiques qui ont donné les formations ont réussi à s'approprier le contenu des capsules. Ils ont fait vivre aux enseignants les différentes étapes de l'appropriation de l'activité ne gardant que des extraits vidéo pour illustrer leurs propos ou pour alimenter les réflexions du groupe. Si au début de la conception de la formation, ils étaient hésitants à donner ces formations n'étant pas eux-mêmes didacticiens, le travail qui a été fait autour de la capsule et la capsule elle-même leur a donné du matériel sur lequel s'appuyer lors des ateliers de formation.

Les enseignantes qui ont fait tout le processus depuis l'expérimentation des activités en classe jusqu'à l'animation des formations ont apprécié de ne pas se sentir jugées et de se centrer sur l'activité des élèves et les notions mathématiques. Elles ont apprécié l'ensemble du processus et la majorité d'entre elles a souhaité continuer la collaboration sur les moyens 3P.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Arditi, S., Daina, A. (2013). Manuels scolaires et pratiques des enseignants en France et en Suisse romande (communication C1), in *Actes du XXXIXème colloque COPIRELEM*, Quimper, IREM de Brest.

Briand, J. (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections*. Thèse de doctorat Université de Bordeaux I.

Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs prénumériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine prénumérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **19(1)**, 41-76.

Briand, J., Lacave-Luciani, M.-J., Harvouët, M., Bedere, D., & Goua de Baix, V. (2000). Enseigner l'énumération en moyenne section. *Grand N, Numéro spécial maternelle, approche du nombre*, **T1**, 123-138.

Daina, A., Dorier J.-L. (2016). Une recherche sur l'utilisation des ressources dans le contexte de l'enseignement primaire genevois, 15–38, in *Actes du XXXIIe colloque COPIRELEM*, IREM de Besançon.

Dorier J.-L. (2011). L'analyse a priori : un outil pour la formation d'enseignants – exemple d'un jeu issu des manuels suisses romands de première année primaire (Atelier B3), in *Actes du XXXVI colloque COPIRELEM*, Auch.

Favier, S. (2018). Zoom sur la stratégie « ajustements d'essais successifs » au travers de l'activité Des points partout (1H-2H). *Revue de mathématiques pour l'école*, **230**, 15-22.

Favier, S., De Simone, M. (à paraître) « Des points partout » : une analyse du travail des élèves en termes de la structure de l'attention. *Grand N*.

Margolinas, C., Wozniak, F., & RIVIÈRE, O. (2015). Situations d'énumération et exploration des collections. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **35(2),** 183-220.

Rivière, O. (2017). *Continuité des connaissances d'énumération et conséquences sur les savoirs - Mieux comprendre les difficultés des élèves confrontés à des problèmes d'énumération*. Thèse de doctorat de l'université de Clermont Auvergne

Vendeira, C. & Coutat, S. (2017). « C'est une montagne ou une trompette ? » entre perception globale et caractéristiques des formes aux cycles 1 et 2. *Grand N*, **100**, 79-103.

V - ANNEXE 1 : FICHE DE L'ACTIVITÉ « JARDIN DE FLEURS »

Entraînement Année : 1ère à 2ème



Apprentissage visé

Enumérer des collections

Nombre d'élèves

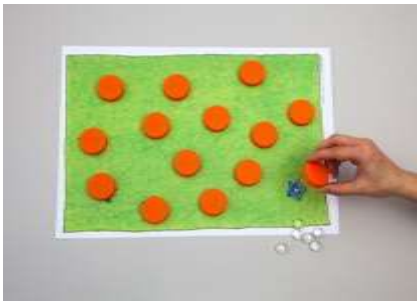
1 élève.

Durée de l'activité / Fréquence

A reprendre plusieurs fois.

Matériel

- un jardin de fleurs
- des perles de verre (ou des jetons) en nombre équivalent aux
- fleurs
- des caches (par exemple des gros bouchons de bouteilles PET) à déposer sur chaque fleur
- un récipient (panier ou bol)



Remise du matériel

La mise en place est à faire devant les élèves, en tout cas la première fois.

Sur chaque fleur du jardin est déposée une perle de verre que le joueur va devoir récupérer. Chaque perle de verre est alors recouverte par un cache.

Consigne

« Soulève un cache, prend la perle de verre et dépose-la dans le récipient, puis remet le cache en place sur la fleur. S'il n'y pas de perle de verre sous le cache retourné, la partie est terminée (perdue). Si tu penses avoir terminé, tu peux enlever tous les caches et s'il ne reste pas de perle de verre, tu as réussi. »

Gestion de l'activité

L'énumération est une composante du dénombrement et se retrouve dans les situations où des collections doivent faire l'objet d'un inventaire. Ces collections peuvent être non déplaçables comme dans l'exemple du jardin de fleurs (ce sont en fait les fleurs qu'il s'agit d'énumérer) ou déplaçables (voir l'activité « Porte-monnaie »).

Dans les 2 cas, l'élève doit organiser son travail pour parvenir à ses fins.

L'organisation sera :

- spatiale dans le cas des objets non déplaçables
- matérielle au niveau du stockage des éléments énumérés dans le cas des objets déplaçables.

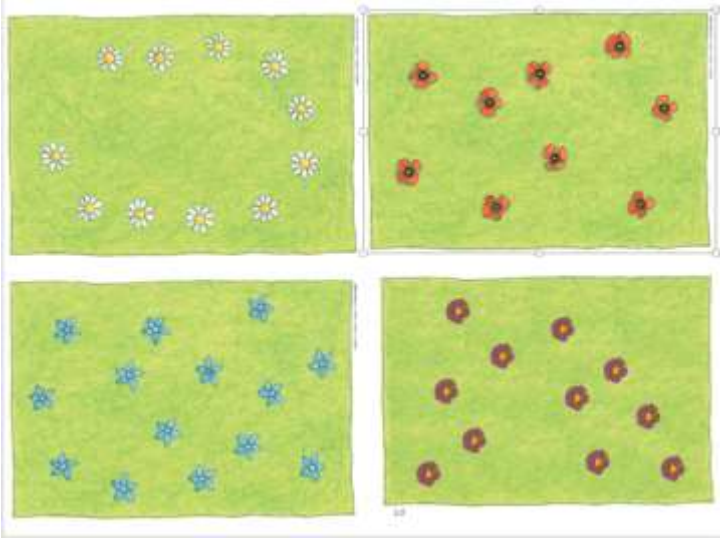
Selon le thème en cours et l'imagination de l'enseignant, des planches de jeu peuvent être adaptées ou créées.

Une mise en commun permettra de montrer les limites de certaines procédures (voir erreurs et blocages) et de valoriser les plus expertes. De ce fait et suivant la disposition des fleurs, il peut être préférable d'organiser un découpage de l'espace en plusieurs zones voire en lignes.

La procédure qui consiste à découper l'espace en plusieurs zones voire en lignes devrait apparaître et pourrait même donner lieu à une modélisation du type de celle annexée.

Éléments de différenciation

Différentes planches de jeu peuvent être proposées selon le niveau des élèves et les stratégies recherchées. La planche illustrée de fleurs en disposition circulaire oblige l'élève à "marquer" le point de départ (il peut par exemple commencer par la fleur le plus à droite, ou encore se repérer sur un détail matériel sur la planche de jeu).



Procédure

Pour réussir la tâche, l'élève doit organiser sa collecte. C'est-à-dire qu'il doit faire en sorte de passer par toutes les fleurs sans passer 2 fois par la même, et s'arrêter quand toutes ont été explorées. Plusieurs stratégies sont efficaces mais le nombre de fleurs ainsi que l'organisation spatiale permettent de différencier la tâche (Margolinas 2012).

Erreurs / Blocages

Les premières fois que les élèves font cette activité, ils se lancent sans anticiper la complexité de la tâche et se retrouvent vite perdus. Avec un peu plus d'expérience, ils peuvent aller plus avant dans la tâche, mais se retrouvent alors facilement empruntés au moment de décider de la fin de l'énumération. Quand par exemple le ramassage a suivi un mouvement circulaire: il faut alors se rappeler où a été commencée l'énumération.

Prolongements

- D'autres types d'énumérations peuvent être entraînées en prolongement (en salle de sport par exemple) : les tapis disposés dans tout l'espace de la salle, les élèves doivent passer par tous les tapis sans en oublier. L'énumération peut être ici associée au nombre de tapis visités. Et permettre un début de validation mais surtout servir à invalider les énumérations "ratées" et donc à questionner les procédures
- Dans le jeu "Balles Folles", une procédure pourrait faire appel au dénombrement pour comparer deux ou trois collections. Il est donc nécessaire dans ce cas de procéder à un comptage organisé (en utilisant l'énumération des objets déplaçables cette fois). L'encombrement occasionné par les ballons (ils roulent et les ballons comptés se mélangent avec les autres) nécessite aussi d'organiser la tâche.

VI - ANNEXE 2 : FICHE DE L'ACTIVITÉ « CLASSEMENT »

Introduction Année(s) 1ère – 2ème

Apprentissage visé

Classer des objets selon un critère.

Nombre d'élèves

4 élèves

Matériel

- Un choix de surfaces selon les critères suivants : 2 grandeurs, 3 formes (carré, rond, triangle), 4 couleurs ;
- Blocs logiques ou formes de type ASEN ou les formes de l'activité « La promenade »;
- Bacs ou boîtes pour classer le matériel, en suffisance pour ne pas induire une restriction dans les choix des élèves.

Remise du matériel

Le matériel est mis à disposition des élèves. Les bacs sont posés à proximité.

Consigne (ou règle)

1er temps

Laisser les élèves observer et manipuler librement le matériel. Il n'y a pas de consigne particulière.

2e temps

- **Phase 1** : « Le matériel est mélangé à présent ! J'ai besoin de votre aide pour le ranger. A vous de décider comment vous voulez faire. Vous m'expliquerez ensuite vos choix. Des bacs sont à votre disposition. »
- **Phase 2** : Demander aux élèves de classer selon des consignes précises orales ou symbolisées, par ex. classer les carrés ensemble - classer les ronds ensemble - classer les triangles verts ensemble - classer les formes épaisses ensemble - …

Mise en commun de la phase 1 : sous forme de dialogue constructif en demandant aux élèves d'expliquer leur choix « Qu'est-ce qui vous a fait mettre ce matériel ensemble ? » On observe les manières de procéder de chacun, les élèves expliquent comment ils ont procédé.

Mise en commun de la phase 2 : moment de vérification et de verbalisation par les élèves et l'enseignant.

Gestion de l'activité

1er temps

Il s'agit d'un temps de familiarisation durant lequel les élèves s'approprient le matériel, l'enseignant n'intervient pas.

2e temps

Le critère de la couleur n'est pas un enjeu mathématique, cependant le matériel est la plupart du temps en couleur et cela permet de travailler un critère de plus. II s'agit simplement de travailler plus spécifiquement les critères formes et grandeurs que le critère couleurs.

Durant le temps de mise en commun, il est nécessaire de laisser les élèves s'exprimer avec leurs propres mots d'abord et de reformuler avec un vocabulaire mathématique afin qu'ils s'en imprègnent, puis l'entraînent et l'utilisent eux aussi progressivement.

Procédures

Ce qui est en jeu est la comparaison et la définition de critères. Le vocabulaire et la communication sont très présents, car c'est par l'explication de ses choix que l'élève apprend et classe.

Les élèves vont souvent utiliser un vocabulaire qui leur est propre : « J'ai mis les pointus ensemble. » ou encore « J'ai mis les toits ensemble. » Puis progressivement ils vont utiliser un vocabulaire mathématique (nom des formes, côtés, longueur).

Institutionnalisation

La reconnaissance du cercle, du carré, du rectangle et du triangle est attendue à la fin du cycle. Après cette activité, il est possible d'institutionnaliser :

- la reconnaissance perceptive du cercle et du carré parmi un certain nombre de figures;
- l'utilisation des critères arrondi-pointu.

Prolongements

1. A l'aide de l'album «Pezzettino» (Lionni. Leo (2015). Pezzettino. Editions l'Ecole des Loisirs), un travail plus spécifique autour du carré est possible.
2. Consigne donnée : « Triez et sortez du bac tous les carrés, placez-les sur la table. » Il est possible ensuite de réaliser des personnages à la manière de Pezzettino.
3. A partir de l'album « Trois souris en papier », (Stoll Walsh, Ellen. (2008). Editions Mijade), il est possible de donner une motivation à cette activité de classement.
4. De même à partir des œuvres d'artistes 4. tels que Vasarely.

Liens avec les capacités transversales

Participer à un échange collectif en acceptant d'écouter autrui, en attendant son tour de parole et en restant dans le propos de l'échange.

Liens avec d'autres domaines / disciplines

A 14 AV Rencontrer divers domaines et cultures artistiques: les œuvres de Vasarely, Calder, Kandinsky, Klee, Mondrian…

VII - ANNEXE 3 : FICHE DE L'ACTIVITÉ « DES POINTS PARTOUT »

Problèmes Année : 1ère à 2ème

Apprentissage visé

Utiliser la stratégie "Ajustements d'essais successifs" pour résoudre un problème

Nombre d'élèves

1 élève.

Durée de l'activité / Fréquence

Le temps dont l'élève a besoin.

Matériel

Un géoplan de 5 sur 5 (ou planche à clous), marqué selon une des propositions du document à imprimer et des élastiques de différentes longueurs.

Remise du matériel

Le géoplan est préparé par l'enseignant en fonction des possibilités de l'élève (propositions à imprimer).

Consigne

« Place l'élastique pour que les marques rouges soient à l'intérieur, les marques vertes à l'extérieur et les marques jaunes sur l'élastique. »

Gestion de l'activité

1er temps (familiarisation)

Phase 1

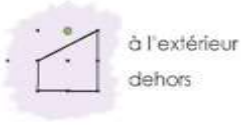
Des géoplans, des élastiques et des marques ont été mis à disposition dans la classe sous forme de jeu libre. Une consigne peut être donnée pour stimuler la mise en œuvre :

- « Invente des formes. »
- « Fais un dessin en accrochant les élastiques aux pointes. »
- « Reproduis un modèle. »

L'élève peut ainsi expérimenter librement des notions spatiales et géométriques. Voir l'activité "Recopie mes figures".

Phase 2

Demander à l'élève de placer un seul élastique en tenant compte d'une consigne à la fois.

« Place ton élastique pour que le point jaune soit sur la bordure ». L'enseignant valide.	
« Place ton élastique pour que le point rouge soit à l'intérieur ». L'enseignant valide.	
« Place ton élastique pour que le point vert soit à l'extérieur ». L'enseignant valide.	

Les illustrations peuvent rester à disposition des élèves comme soutien pour qu'ils se rappellent de la consigne. L'enseignant vérifie que chaque consigne est réalisée correctement et valide la réussite. Il s'agit de vérifier la compréhension des notions d'intérieur - extérieur - sur.

2e temps (essais, ajustements)

Phase 1

L'élève doit tenir compte des 3 informations en même temps « Place l'élastique pour que les perles rouges soient à l'intérieur, les perles vertes à l'extérieur et les perles jaunes sur l'élastique. »

C'est un moment de recherche et d'ajustements afin de respecter les 3 consignes. Dans un premier temps, il est peut-être préférable de préciser que l'élastique ne peut pas faire de "croisement".

Phase 2

Mise en commun ou discussion réflexive individuelle, afin de vérifier avec l'élève - ou en petit groupe si plusieurs élèves ont réalisé l'activité en même temps - si le placement de l'élastique correspond à la consigne.

Puis, prendre le temps de demander :

- « Comment as-tu fait pour placer l'élastique comme demandé »
- « Est-ce que tu y es arrivé du premier coup ou as-tu eu besoin d'aide ? »
- « Que regardais-tu à chaque fois que tu bougeais l'élastique ? »

Il existe différents modèles de géoplan. Les marques peuvent se faire :

- en enfilant une perle
- en colorant le bout de la pointe
- en posant un oeillet coloré.

Éléments de différenciation

Il est possible de mettre à disposition des modèles sur papier (voir géoplan vierge imprimable) que l'élève doit d'abord reproduire avant de faire la tâche à proprement parler.

L'enseignant peut sans problème créer ou adapter de nouveaux supports. Pour cela, il lui suffit de placer l'élastique d'abord, puis les marques de couleurs et de présenter la planche à l'élève en ayant enlevé l'élastique.

Les variables didactiques à disposition permettent de différencier :

- utiliser une seule couleur (en premier rouge pour intérieur)
- utiliser deux couleurs de marques (par exemple rouge et vert pour intérieur et extérieur)
- disposer des marques afin de simplifier ou de complexifier le travail de l'élève (voir document imprimable).

Procédure

Plusieurs stratégies sont mobilisables.

- Un repérage sur les perles jaunes bordant la forme géométrique semble plutôt efficace car il permet de positionner l'élastique de part et d'autre des autres perles. Il est possible par exemple de faire un tour complet autour des clous ornés d'une perle jaune, obligeant ainsi l'élastique à passer par ces dernières.
- Entourer des perles rouges à l'intérieur de l'élastique dans premier temps puis, en manipulant l'élastique, extraire les vertes tout en veillant à ce que les jaunes soient sur un bord ou un sommet de la forme est aussi une stratégie efficace. Un des risques de cette procédure est que les perles rouges se retrouvent sur le bord de la forme obtenue.

Quelle que soit la démarche, l'élève doit constamment réguler son action et agir en conséquence. Il doit effectuer une action après l'autre en prenant le temps après chaque action d'observer et réfléchir. Il observe et valide (ou non) le nouveau résultat obtenu à chacune de ses actions pour au final réussir l'activité par ajustements successifs.

Erreurs / Blocages

Certains élèves vont peut-être considérer le fait que l'élastique passe d'un côté ou de l'autre d'une perle signifie qu'elle se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur. Après leur avoir donné raison, Il sera peut-être nécessaire de lui leur expliquer que dans cette activité, quand l'élastique touche la pointe ou le clou, on considère que la perle est sur (le bord de) l'élastique.

L'apparition de polygones croisés est possible et risque de poser problème tant à l'enseignant (peut- être même plus) qu'à l'élève dans la définition d'intérieur. Une simple clarification de la consigne, « L'élastique ne peut pas se croiser », devrait suffire à les exclure.

Prolongements

Une exigence permettant d'accroître le niveau d'expertise pourrait être d'entourer les perles rouges avec une forme qui a le moins possible de « côtés ».

Référence

Conférence de JACQUART, André. (18 avril 2007). Développement de la pensée logique et résolution de problèmes en maternelle St Marcel Bel Accueil – IUFM de Douai.

DES ÉCRITS DE RECHERCHES DES ÉLÈVES AUX ÉCRITS INSTITUTIONNELS : DES PISTES DE TRAVAIL EN FORMATION CONTINUE DES ENSEIGNANTS DU PREMIER DEGRÉ

C. BULF, S. DUTAUT, L. FOULQUIER, P. LAMBERT, C. REYDY, P. URRUTY
INSPÉ de l'académie de Bordeaux, Université de Bordeaux.
Caroline.bulf@u-bordeaux.fr
Sophie.dutaut@u-bordeaux.fr
Laurianne.foulquier@u-bordeaux.fr
Patricia.lambert@u-bordeaux.fr
Carine.reydy@u-bordeaux.fr
Patrick.urruty@u-bordeaux.fr

Résumé
Des travaux de recherche récents (Allard, 2015) pointent le fait que le processus d'institutionnalisation est complexe voire parfois « sacrifié » et que les moments d'exposition de connaissances (dont les traces écrites) peuvent être inexistants ou coupés de l'activité des élèves. Notre atelier avait pour objectif d'échanger sur ce sujet en prenant appui sur la conception et la mise en œuvre en Gironde d'un dispositif de formation émanant d'une injonction ministérielle concernant le cycle 2 pour l'année 2018-2019 qui est issue du rapport Villani-Torrosian (2018). Deux parcours ont été élaborés par une équipe pluricatégorielle (PEMF, CPC, PESPE) sur la résolution de problèmes d'une part, la numération et le calcul d'autre part. Dans ces deux parcours, une attention particulière a été donnée aux écrits intermédiaires (ceux des élèves, ceux de l'enseignant), à la façon dont ils peuvent être co-élaborés puis orientés vers une forme stabilisée et partagée des savoirs.

Ce texte se compose de quatre parties. Dans la première partie nous présentons le dispositif de formation continue en Gironde, conçu et mis en œuvre par une équipe pluricatégorielle, tel qu'il a été présenté aux participants de l'atelier ainsi que les modalités de conception des deux parcours de formation développés et déployés sur le département en 2018-2019. Dans un second temps, nous précisons le contexte dans lequel ont été élaborés et recueillis les documents[1] que les participants de l'atelier ont eus à analyser avec comme objectif de questionner le passage des écrits de recherche des élèves aux écrits institutionnels. La troisième partie rend compte des échanges menés avec les participants de l'atelier au regard des choix d'utilisation des données effectués par les formateurs de Gironde. Dans la dernière partie nous exposons quelques conclusions de notre travail sur l'utilisation en formation continue de matériaux collectés en classe ainsi que sur les difficultés rencontrées par les enseignants pour passer des écrits intermédiaires produits par les élèves aux écrits institutionnels.
Dans un souci de synthèse, nous utilisons les acronymes suivants :

- FC : Formation Continue ;
- PESPE : Professeur (enseignant-chercheur ou enseignant) de l'ESPE (Ecole Supérieure du Professorat et de l'Éducation, devenue depuis le 1er Septembre 2019 l'INSPE, Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation) ;
- CPC : Conseiller Pédagogique de Circonscription ;
- PEMF : Professeur des Écoles Maitre Formateur ;
- PEMF-FI et PEMF-FC : Professeur des Écoles Maitre Formateur en Formation Initiale et Professeur des Écoles Maitre Formateur en Formation Continue ;
- RMC : Référent Mathématiques de Circonscription ;
- DSDEN : Direction des Services Départementaux de l'Éducation Nationale ;

[1] Il s'agit de traces des séances expérimentées dans des classes de cycle 2 dans le cadre du parcours de formation sur la résolution de problèmes (extraits vidéos, productions d'élèves, écrits produits au tableau, etc.).

- P1 : présentiel 1 ;
- P2 : présentiel 2.

I - PRESENTATION DU CONTEXTE GIRONDIN DE LA FORMATION CONTINUE ET DES DOCUMENTS MIS À DISPOSITION POUR LES PARTICIPANTS

Nous proposons un retour d'expérience sur des modalités de travail testées en Gironde dans le cadre de la formation continue des enseignants du premier degré. Nous nous inscrivons dans les axes 2 et 3 du colloque : « *La formation continue : des mutations nécessaires* » et « *Les dispositifs et innovation dans la formation des enseignants* ».

1 Des modalités de FC en Gironde évolutives

1.1 2017-2018 : écueils d'un premier dispositif de FC

En Gironde, depuis 2017, on distingue les PEMF-FI et les PEMF-FC selon leur mission. Les PEMF-FI interviennent auprès des étudiants préparant le concours de recrutement de professeur des écoles ou bien auprès des professeurs des écoles stagiaires (cours de Master MEEF prodigués à l'ESPE, visites de classe), alors que les PEMF-FC proposent des animations pédagogiques au sein de parcours inscrits au plan académique de formation (PAF). Par ailleurs, les personnes susceptibles de déployer un parcours de FC peuvent être des PEMF-FC, des CPC, des PESPE (et des RMC depuis 2018). En 2017-2018, quatre parcours cycle 3 ont été conçus par les PESPE et déployés en deux temps :
- le premier temps (P1) était assuré principalement par le PESPE ; il était accompagné par un PEMF-FC et CPC qui assistaient à ce P1,
- le deuxième temps (P2) était assuré conjointement par le PEMF-FC et le CPC, sans le PESPE.
Entre ces deux temps, les enseignants étaient invités à réinvestir ou expérimenter dans leur classe des éléments proposés durant le P1.
Si pour le pôle formation de la DSDEN ce fonctionnement permettait de garantir la présence de formateurs pour toutes les sessions de formation, le bilan tiré par les PEMF-FC, les CPC et les PESPE était quant à lui mitigé. En effet, les PEMF-FC ont eu des difficultés à s'approprier des supports de formation sachant qu'ils n'avaient pas été associés à leur conception et les CPC n'assuraient que la partie intendance et administrative (réservation des lieux, présences, etc.). La conception des parcours par les PESPE n'ayant donné lieu à aucune forme de rémunération, ces derniers ont également eu le sentiment d'avoir préparé des parcours complets à donner « clé en main » aux collègues qui devaient en assurer la suite, et de n'avoir été rétribués que pour en déployer la moitié, sans pouvoir apprécier les effets du premier temps de formation sur les formés.

1.2 2018-2019 : de nouvelles modalités de mise en œuvre

Lors de l'année scolaire 2018-2019, deux parcours ont été conçus et déployés pour les enseignants de cycle 2 : l'un intitulé « Nombres et calculs » et l'autre « Résolution de problèmes ». Cette fois-ci, ces deux parcours ont été conçus sur des temps longs et par des équipes pluricatégorielles composées de PESPE, de CPC, de PEMF et de RMC. Les PEMF, RMC et les CPC bénéficiaient alors de jours de formation spécifiques dédiés à ce travail de concertation et de conception : deux journées de travail étaient communes aux deux parcours, puis trois journées de travail par parcours ont été mises en place. Le travail de conception débutait dès le début de l'année (septembre 2018) et les parcours étaient déployés à partir de mars 2019. Le format des deux parcours était identique :
- un premier présentiel (P1) de trois heures portait sur des apports didactiques sur le thème du parcours en lien avec les programmes et documents officiels ; trois pistes de travail étaient ensuite proposées afin de réinvestir les connaissances didactiques exposées ;
- un distanciel de 3 heures permettait ensuite aux PE de préparer et de mettre en place - à partir de documents mis à disposition - dans leurs classes respectives une ou plusieurs pistes de travail du P1 ;

- le deuxième présentiel (P2) de trois heures donnait lieu à un retour sur les expérimentations menées en classe et des compléments apportés par les formateurs.

Dans la répartition du travail de conception envisagée, les PESPE prenaient en charge les aspects théoriques et didactiques. Les pistes de travail étaient choisies collectivement. Enfin, les CPC, les PEMF-FC et les RMC expérimentaient ou faisaient expérimenter les différentes pistes afin de récolter des données qui pourraient alimenter le P2.

Les parcours ont ensuite été déployés par les membres de l'équipe pluricatégorielle lors de sessions de formation d'une trentaine de PE : une même personne déployait intégralement un parcours. Ce fonctionnement différait donc de celui employé l'année précédente : désormais, le principe « qui conçoit déploie et qui déploie a conçu » était adopté. Notons que pour les PESPE, une rémunération était cette fois-ci perçue pour la conception et pour le déploiement des parcours.

Durant la première partie de l'atelier (qui a duré entre 20 et 30 minutes), des échanges interactifs avec les participants ont permis aux collègues présents de faire part des conditions de FC de leurs propres contextes d'exercice. De nombreux échanges ont notamment porté sur la MHM[2] et la méthode de Singapour[3], méthodes dont l'utilisation tend à se généraliser dans les classes et qui suscitent toujours beaucoup de questions de la part des formateurs CPC, PEMF-FC et RMC, quel que soit le contexte.

Bien que les modalités de formation aient évolué par rapport à l'année précédente, notre expérience de l'année 2018-2019 nous a permis de constater que le fait de produire un objet de formation à partir des données recueillies en classe ne va pas de soi pour l'ensemble des formateurs impliqués, et que cela peut conduire à l'émergence de nouveaux écueils. En particulier, nous avons pu constater que peu de CPC, PEMF-FC ou RMC avaient finalement récolté des données et que leur exploitation suscitait de nombreuses interrogations que nous avons souhaitées partager avec les participants lors de cet atelier. Pour cela nous avons pris appuis sur différents extraits et documents ayant servi au P2. C'est ce que nous présentons dans la partie suivante.

II - TRAVAIL DES PARTICIPANTS DE L'ATELIER EN GROUPES

Avant de s'engager dans le travail de groupes avec une quinzaine de participants, nous avons présenté les grands enjeux du parcours de FC sur la résolution de problèmes. À partir d'extraits bruts du diaporama du parcours correspondant, nous avons resitué les différents types de problèmes au sens de Houdement (2017) : les problèmes basiques, les problèmes complexes et les problèmes atypiques. Nous avons fait des liens avec les travaux de Vergnaud (1990) et de Julo (1995). Nous entendons par là la typologie des problèmes additifs (problèmes de composition, de transformation ou de comparaison) ainsi que les apports de Julo sur les processus cognitifs en jeu dans la résolution de problème et le fait qu'il n'est pas possible de séparer le travail de compréhension de l'énoncé avec celui de la construction d'une stratégie. Nous insistons notamment sur la nécessité de la confrontation régulière à des problèmes afin que les élèves enrichissent leur « mémoire de problèmes ».

Nous avons ainsi précisé aux participants de l'atelier les principaux apports didactiques développés dans le P1 en accordant une place essentielle au rôle des écrits intermédiaires tels que les schémas, ainsi qu'à celui de la manipulation. Nous avons ensuite présenté aux participants de l'atelier les trois pistes de travail proposées aux enseignants lors du P1 en lien avec la typologie tirée des travaux de Houdement (2017). L'une des pistes consistait, à partir d'une série de problèmes basiques du champ additif déjà constituée, à penser des séquences d'apprentissage en faisant vivre des schémas adaptés dans les mises en commun, les écrits stabilisés ou les affichages pour la classe. La deuxième piste invitait à une mise en œuvre de problèmes complexes à partir du comptage d'euros dans une caisse. Enfin, la troisième piste était consacrée à la mise en œuvre de séquences autour de problèmes atypiques (une liste variée de problèmes était proposée). Les participants au parcours étaient invités à recueillir les productions de leurs élèves, à prendre des photos ou des vidéos de leurs expérimentations et à les envoyer au formateur

[2] Méthode Heuristique de Mathématiques conçue par Nicolas Pinel : https://methodeheuristique.com/.
[3] adaptation française de la méthode Singapourienne, éditée en France par la Librairie des écoles.

avant le P2. Nous avons choisi de limiter les documents mis à disposition des participants de l'atelier à des éléments renvoyant à la piste 1 (problème basique) ou à la piste 3 (problème atypique).

La consigne suivante a été donnée aux participants de l'atelier :

Chaque groupe va recevoir un ensemble de données constitué d'un document présentant une séance, de photos de productions d'élèves et de deux extraits vidéo de cette séance d'environ 3 minutes chacun.
Vous devez faire une proposition d'exploitation de ces données en formation avec comme objectif de questionner le passage des écrits de recherche des élèves aux écrits institutionnels.
Si vous aviez dû vous appuyer sur ces données pour alimenter le P2, comment les auriez-vous utilisées ?
Proposez, sur une affiche, une trame de formation et faites une liste des points délicats en tant que formateurs.

Puis collectivement, les participants ont visionné des extraits vidéos : pour la piste 1, il s'agissait de la phase de dévolution des problèmes à résoudre et pour la piste 3 de phases de recherche des élèves et de la mise en commun. Les participants choisissaient alors de s'engager sur la piste 1 (problème basique) ou sur la piste 3 (problème atypique). Selon la piste de travail retenue, ils se réunissaient par groupe de trois ou quatre et recevaient ensuite les documents correspondants que nous décrivons ci-après.

Piste 1 (problèmes basiques) :

- fiche de préparation de la professeure des écoles de la classe dans laquelle a été tourné un des extraits de film présentés (CE1-CE2) ;
- feuille recto-verso avec les schémas produits par des élèves et les trois affiches de l'enseignante (annexe 1) ;
- deux vidéos mettant en évidence des difficultés d'élèves.

Piste 3 (problèmes atypiques) :

- feuille explicative de la piste 3 du P1 (annexe 2) ;
- feuille (3 pages) avec des procédures schématiques produites par des élèves de CE1-CE2 sur le problème des « 26 bonbons »[4] (annexe 3).

Les participants ont ensuite échangé durant 20 à 30 minutes. Les animateurs de l'atelier circulaient dans les groupes et apportaient, à la demande, des éléments de contexte ou participaient aux échanges.
Nous avions choisi ces documents-là car ils avaient suscité de nombreuses questions lors de la conception du P2 avec les formateurs associés. Nous souhaitions alors soumettre les participants à ces différents questionnements, ce qui fait l'objet de la partie suivante.

III - ÉCHANGES COLLECTIFS ET APPORTS

Nous retranscrivons ici les échanges oraux collectifs recueillis lors de l'atelier (finalement les participants n'ont pas fait d'affiches). Ils ont duré environ 35 minutes.

1 Échanges des participants relatifs à la piste 1 (problèmes basiques)

Le premier extrait vidéo montrait une enseignante donnant une consigne exclusivement orale. : « Je vais vous lire la première petite situation problème. On va la réexpliquer pour voir si vous avez compris ce que je vous ai lu et ensuite ce sera à vous de jouer pour essayer de résoudre le problème. Alors, première situation problème : Léa avait 25 billes. A la récréation elle en a gagné. Maintenant elle a 37 billes. Combien Léa a-t-elle gagné de billes ? ». Les extraits suivants mettaient en évidence un schéma institutionnalisé (Annexe 1.C) dont l'usage était ensuite systématisé, ce qui de notre point de vue pouvait générer des difficultés chez les élèves au premier rang desquelles on trouve :

- la manière de placer les nombres dans le schéma (il faut mettre « le plus grand nombre » du trio en haut), ce qui demande d'avoir une bonne interprétation du problème ;

[4] Il aurait fallu préciser aux participants de l'atelier de la Copirelem que les productions données en ressources ne sont pas directement extraites des séances filmées mais sont celles recueillies lors du présentiel 2 auprès des enseignants formés qui avaient testé les mêmes problèmes (ou proches) dans leur classe.

- l'absence de lien avec les connaissances en calcul réfléchi : on voit un élève pour qui l'addition à trou n'est rien de plus qu'un schéma supplémentaire, qui aide à poser des mots sur la situation mais qui n'apparaît pas comme un outil de calcul (au final, il s'oriente vers la soustraction car l'affiche suggère que c'est équivalent, mais l'addition à trou serait plus facile à calculer).

Les problèmes proposés aux élèves dans ces extraits relevaient de différentes catégories (au sens des structures additives de Vergnaud) et mobilisaient les mêmes données numériques dans les problèmes et dans les affiches, ce qui pouvait donc également prêter à confusion chez les élèves. En bref, ces extraits donnaient à voir des éléments de pratique d'une enseignante volontaire qui répondait à une commande de formation, mais dont les choix didactiques et pédagogiques pouvaient être discutables et pouvaient donc être mis à mal par les collègues lors des P2. La posture à adopter en tant que formateur nous semblait dès lors délicate : la PE n'était pas là pour se défendre lors des P2 et il s'agissait donc d'être vigilant à ne pas basculer vers des jugements de valeur ou des débats personnels confrontant des pratiques individuelles. Nous avons laissé s'exprimer les participants sur leur propre posture avant d'exposer nos choix.

Les participants réfléchissant sur la piste 1 étaient répartis dans deux groupes de quatre participants environ, au sein desquels les échanges ont été nombreux, riches et diversifiés. Nous en retranscrivons ci-dessous quelques éléments « bruts ».

Groupe 1 :

- *En fait ici on va des écrits institutionnels aux écrits de recherche et non l'inverse.*
- *On n'a pas les écrits des élèves qui ont amené à cette institutionnalisation.*
- *Les élèves font le schéma pour faire plaisir à l'enseignante.*
- *C'est l'enseignante qui oriente vers le schéma.*
- *Dans la représentation schématique choisie, on perd complètement l'aspect quantité.*
- *On pourrait avoir un affichage qui prend en charge les différents schémas.*
- *La vidéo est un entrainement à la technique (glissement vers la technique).*
- *Comment vous faites la mise en commun ?*
- *Quel statut de cet écrit (en parlant de la boite de Fischer[5]) ? Est-il institutionnel ?*
- *Il peut être intéressant de montrer la vidéo des élèves en difficulté lors du P2.*

Le groupe 2 s'est davantage focalisé sur des points de vigilance :

- *On dit « le jeu de la boite » mais il s'agit en fait d'une représentation par une boite.*
- *Jeu de transformation et représentation par un schéma de composition.*
- *Le schéma permet de compter et donc peut empêcher les élèves de calculer.*

Avant que nous présentions nos propres choix concernant le P2, les deux groupes ont partagé leurs réflexions à tous les participants de l'atelier. Les différents choix pédagogiques et didactiques évoqués précédemment ont également été repérés et discutés. Les collègues ont fini par converger vers l'idée qu'il devrait y avoir une négociation claire avec l'enseignante sur les moments qui vont être montrés en P2.

Après cela, nous avons exposé très brièvement, à partir des extraits bruts du diaporama déployé lors du P2, nos choix qui ont consisté à nous centrer sur les rôles du schéma en nous éloignant du contexte de cette enseignante et en analysant également d'autres schémas produits par des élèves (en plus de ceux produits durant la séance observée, voir annexe 1.A et A.B) ; nous nous appuyions en particulier sur les différentes fonctions du schéma décrites dans les travaux de Laparra et Margolinas (2009) en lien avec les travaux de Vergnaud et de Julo[6] :

[5]La boite de Fischer (Fischer 1993) est une représentation schématique mettant en évidence la propriété d'inclusion du type de celle donnée en annexe 1.A. Elle est donc une représentation souvent privilégiée pour les problèmes dits de composition (selon la typologie de Vergnaud), comme cela est par exemple le cas dans les ouvrages d'Ermel (2016).

[6]Julo entend par schématisation, une activité cognitive au delà de la trace graphique. Houdement (2017, p.63) s'y réfère et rappelle : « Attention, il ne s'agit pas de schémas graphiques, mais de schémas cognitifs : des structures

> *« Il importe d'organiser méthodiquement la constitution d'un répertoire de schémas, faute de quoi, on la laisse au seul hasard des usages successifs de schémas variés. Par ailleurs, il est nécessaire de comprendre la différence entre les problèmes du champ additif, notamment entre les problèmes de type parties/tout et les problèmes de type transformation d'état, ce qui est très difficile à l'oral où l'on utilise inévitablement une succession qui provoque une confusion entre les deux. (...) Nous rejoignons ici Julo (2001), qui propose d'introduire des schématisations dans l'enseignement de la résolution de problème, en s'appuyant notamment sur Vergnaud (1997). En effet, la production d'un schéma demande de s'appuyer sur une catégorisation des problèmes. Il s'agirait dans ce cas d'un véritable enseignement, reposant, sur les deux schémas de base. »* (*Laparra et Margolinas*, 2009, pp.34-35)

Les différentes fonctions reconnues des écrits intermédiaires, comme aide cognitive ou comme source de difficultés, aussi bien du point de vue de l'élève que de celui de l'enseignant ont alors été explorées au regard des travaux apportés par les enseignants - souvent le jour même - lors du P2, toujours en appui sur les travaux de Laparra et Margolinas (2009):
- l'écrit comme moyen de fixer des données : on passe de la liste (qui est déjà une première étape par rapport à l'aspect narratif) à l'écriture schématique mêlant écriture discursive et représentations graphiques et permet donc de s'affranchir de l'ordre des données numériques ;
- l'écrit comme moyen de réduction de la complexité : on retient seulement ce qui est pertinent, comme par exemple la relation d'inclusion dans les problèmes de composition ;
- l'écrit pour agir dessus : on peut dénombrer des éléments dessinés ;
- l'écrit pour s'affranchir de la temporalité narrative (l'ordre des éléments énoncés oralement n'est pas nécessairement conservé).

2 Échanges des participants relatifs à la piste 3 (problèmes atypiques)

De la même façon que pour la piste 1, les participants, répartis également en deux groupes, ont proposé de nombreuses pistes de réflexion concernant la piste 3. L'un des points sensibles portait sur les choix didactiques opérés par l'enseignante dans l'extrait visionné pour le P2 alors qu'encore une fois, cette enseignante était volontaire et répondait à une commande (émanant en l'occurrence d'un CPC participant à la conception du parcours). L'enseignante avait fait le choix, pour la résolution du problème (voir énoncé annexe 3), de mettre à la disposition des élèves du matériel (les 26 bonbons), ce qui ne permettait pas de favoriser l'apparition de procédures de calcul. Nous transcrivons ici quelques extraits « bruts » d'échanges entre les participants à l'atelier :

Groupe 3
- Comment faire en sorte que les élèves passent du dessin au schéma ?
- Le matériel peut permettre de donner l'énoncé : exemple un matériel pair différent par sac, résolution puis les sacs à distance et demander de quelles informations ils auront besoin[7]*.*
- Faire comprendre aux élèves que je peux faire quelque chose autrement qu'en manipulant et qu'en dessinant.

Groupe 4
- Est-ce qu'ils ont donné du matériel ? Il manque le contexte par rapport aux écrits que l'on a.
- Réinvestissement d'une opération vue antérieurement ?
- Cela pose la question du recueil des données ; annoter avec une chronologie apparente.

---

cognitives qui stockées dans la mémoire à long terme, sélectionnent et traitent l'information de manière inconsciente (au sens d'automatique) ». Toutefois, Julo (2002, p.40) formule également des réserves en précisant qu'il ne s'agit pas non plus d'enfermer les élèves dans un schéma-type.

[7] Comme précisé plus haut, il s'agit d'extrait brut des propositions des participants de l'atelier donc nous ne pouvons que donner une interprétation possible (parmi d'autres) de ce que ce participant a voulu dire. Une interprétation peut donc être : *on donne par exemple aux élèves du matériel en nombre pair x dans un sac. Le nombre x n'est pas le même pour tous les sacs. Les élèves résolvent le problème « Une maman a x bonbons à partager entre les enfants. Chaque enfant reçoit 2 bonbons. Combien d'enfants sont présents à l'anniversaire ? ». Le matériel est ensuite mis à distance et l'enseignant demande aux élèves de quelles informations ils ont besoin pour résoudre le problème (réponse attendue : le nombre de bonbons dans le sac, le nombre de bonbons donnés à chaque enfant).*

- Peut-être exploiter les productions pour leur faire toucher du doigt la nécessité de préciser le contexte. Y a-t-il eu étayage ?

De façon similaire à la piste 1, nous avons ensuite présenté nos choix pour développer la piste 3 lors du P2. Plus particulièrement, l'un de nos choix consistait à essayer d'amener les participants à décentrer leur attention de la pratique individuelle de l'enseignante observée sur les choix didactiques de l'enseignante. Nous souhaitions également revenir sur des pratiques de différenciation et sur le rôle du matériel, notamment au cycle 2 où il s'agit d'induire des procédures qui permettent de prévoir les résultats sans le recours au matériel, et donc de calculer, le matériel n'étant alors mobilisé que pour la validation.

IV - DISCUSSION ET SYNTHÈSE GLOBALE DE L'ATELIER

Lors de cette synthèse, nous avons mis en avant que durant les P2 nous avions constaté que les participants à la FC étaient plus virulents au sujet de la vidéo de la piste 1 qu'au sujet de celle de la piste 3. Les choix pédagogiques étaient plus souvent critiqués par les professeurs des écoles que les choix didactiques qui, de notre point de vue de formateur, nous paraissent pourtant plus importants. Enfin, nous sommes revenus sur l'utilisation de vidéos en formation qui, de façon plus générale, doit entraîner des choix éthiques auxquels il est nécessaire de sensibiliser les formateurs. L'objectif, selon nous, est de décentrer l'attention des participants de la pratique individuelle de l'enseignante observée pour les amener à réfléchir plutôt sur les choix pédagogiques et didactiques.

Pour ce qui concerne le passage des écrits de recherche des élèves aux écrits institutionnels, nous avons pu, à travers le prisme de la formation, relever les difficultés des enseignants à s'appuyer sur les écrits produits par leurs élèves. Le statut des écrits intermédiaires des élèves est souvent ambigu pour l'enseignant et rappelle celui décrit par Laparra et Margolinas au sujet du schéma : « produit pour soi, outil méthodologique, (...) l'organisation interne, les codes sémiotiques, leur fonctionnalité, etc. ne sont pas travaillés en tant que tels et sont considérés comme transparents » (Laparra & Margolinas 2009, pp.27-28). En effet lors du P2, plusieurs enseignants ont donné tous les écrits intermédiaires produits par leurs élèves au formateur, semblant ainsi ne pas leur attribuer de valeur, ou au moins n'ayant pas l'intention de prendre appui sur ces derniers pour la suite des apprentissages. Nous avons également fait le constat qu'il y avait peu de retours sur ces écrits avec les élèves et que quand il y en avait un, il pouvait être démotivant car il soulignait de manière excessive des imperfections telles que les erreurs orthographiques alors que l'élève avait produit un écrit pertinent du point de vue mathématique.

En guise de conclusion et d'ouverture, nous avons signalé que ce questionnement dépassait la classe de mathématiques ; d'autres pratiques de classe, en français par exemple lors de l'apprentissage de la lecture-écriture (situation d'encodage notamment), proposent d'emblée des schémas institutionnalisés avec leurs lots d'écueils.

BIBLIOGRAPHIE

Allard C. (2015) *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions.* Thèse de doctorat, université Paris Diderot.

ERMEL (2016) *Les essentielles CE1*, Hatier : Paris.

Fischer J.-P. (1993) La résolution des problèmes arithmétiques verbaux : propositions pour un enseignement proactif, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **5**, 177-210.

Houdement C. (2017) Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N* **100**, 59-78.

Julo J. (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.* Rennes : P.U.R.

Julo J. (2002) Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand N*, **69**, 31-52.

Laparra M. et Margolinas C. (2009) Analyse de situations et production des inégalités scolaires. In *Actes du premier colloque de didactique comparée : Où va la didactique comparée ?* Genève, Suisse. 1-12.

Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherche en didactique des mathématiques* **10 n.2-3**, 133-170.

Villani C. & Torossian C. (2018) 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. Rapport du 12 février 2018. http://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html

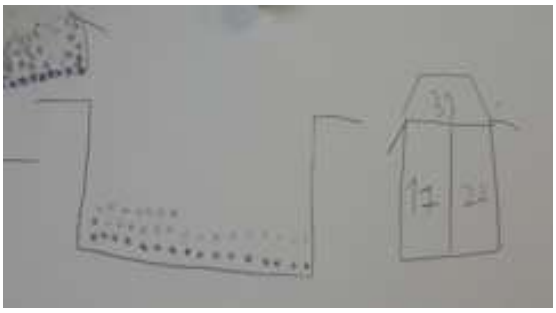
ANNEXE 1 : SUPPORT DE TRAVAIL PAR GROUPE (PISTE 1 - PROBLÈMES BASIQUES)

Extraits de productions d'élèves (annexe 1.A), de traces écrites au tableau (Annexe 1.B) et d'affiches pour la classe (CE1-CE2) type « boite de Fischer » (Annexe 1.C).

Annexe 1.A

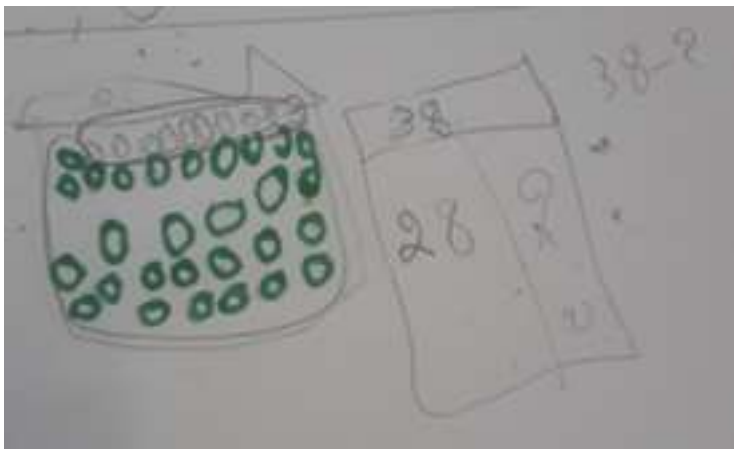
17 + … = 39

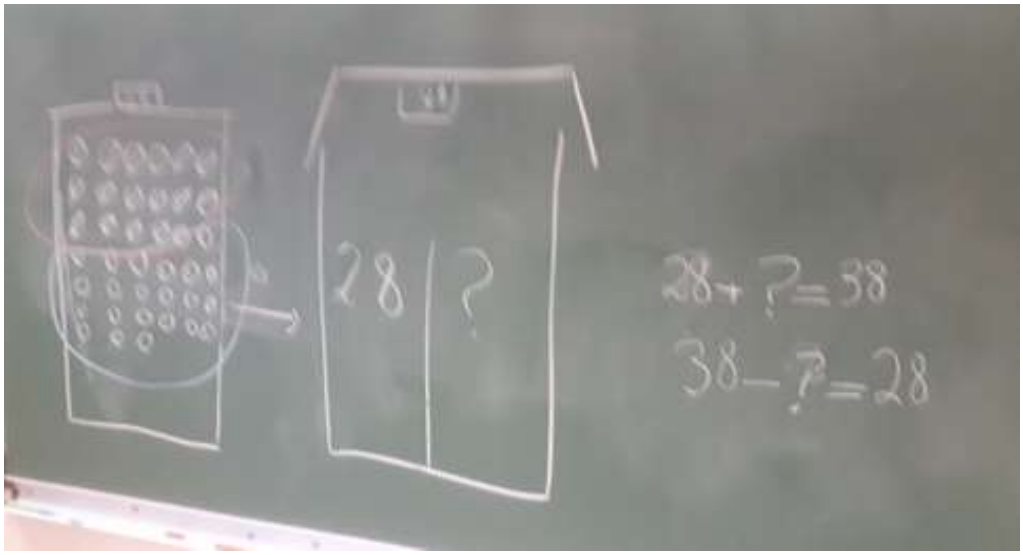




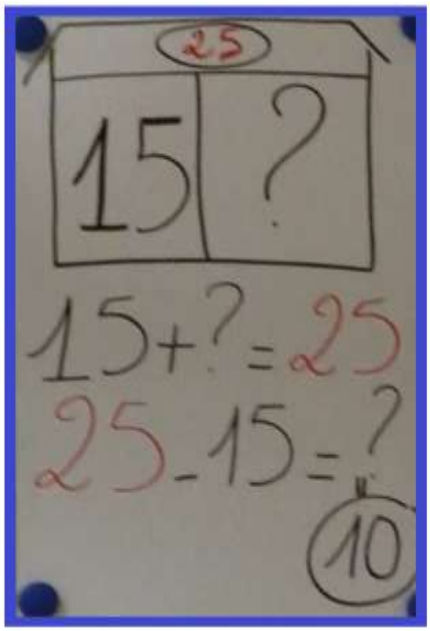
Annexe 1.B

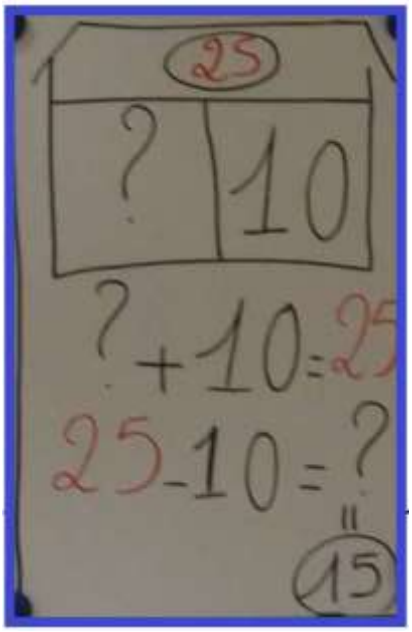
38 - … = 28

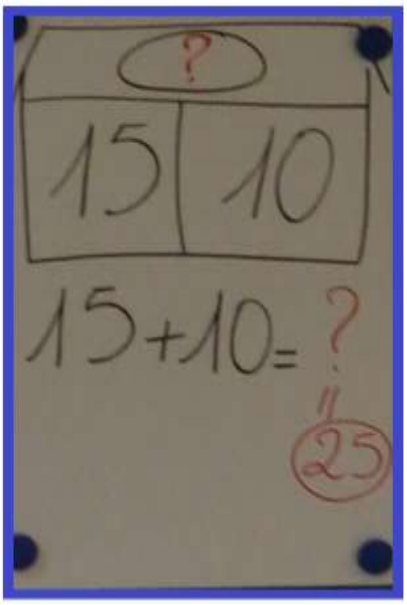




Annexe 1.C







ANNEXE 2 : FICHE EXPLICATIVE DE LA PISTE 3 (PROBLEMES ATYPIQUES) ISSUE DU PRÉSENTIEL 1

Présentiel 1 : travail de groupe

Consigne pour les enseignants :

Mettre en œuvre dans sa classe une courte séquence organisée autour de la résolution d'un problème atypique. (voir des exemples ci-dessous)

Point de vigilance *:*

Veiller à faire identifier des procédures par les élèves puis les réinvestir.

Travail en classe :

Expérimenter (a minima) une situation proposée et collecter des traces du travail conduit (photos de productions d'élèves, du tableau après correction d'un problème).

Présentiel 2 :

- Chaque groupe présentera oralement ses éléments de réflexion à l'ensemble des participants (communiquer si possible en amont les supports aux formateurs).
- Compléments : les formateurs alimenteront la réflexion sur les propositions retenues à partir de leurs propres ressources

Exemples d'énoncés de problèmes :



CP/CE1 : le paquet de biscuits

Un paquet contient 24 biscuits. Chaque tas de biscuits contient 6 biscuits. Combien trouvera-t-on de tas de biscuits en ouvrant le paquet ?

CP/CE1 : les bonbons

Pour un goûter d'anniversaire, une maman a 26 bonbons à partager entre les enfants. Chaque enfant reçoit 2 bonbons. Combien d'enfants sont présents à l'anniversaire ?

CP/CE1 : les 32 cartes

Un paquet contient 32 cartes. Les cartes sont distribuées. Chaque joueur récupère 4 cartes. Combien y a-t-il de joueurs ?

CE1 : les nombres

……. dizaines +…… unités

On peut compléter les trous en piochant dans les 5 étiquettes : 3 – 6 – 8 – 2 - 12

Faire la liste de tous les nombres qu'on peut obtenir.

CE2 : les nombres

…… unités + …….. dizaines +…… centaines

On peut compléter les trous en piochant dans les 4 étiquettes : 3 - 5 - 7 - 12

Faire la liste de tous les nombres qu'on peut obtenir.

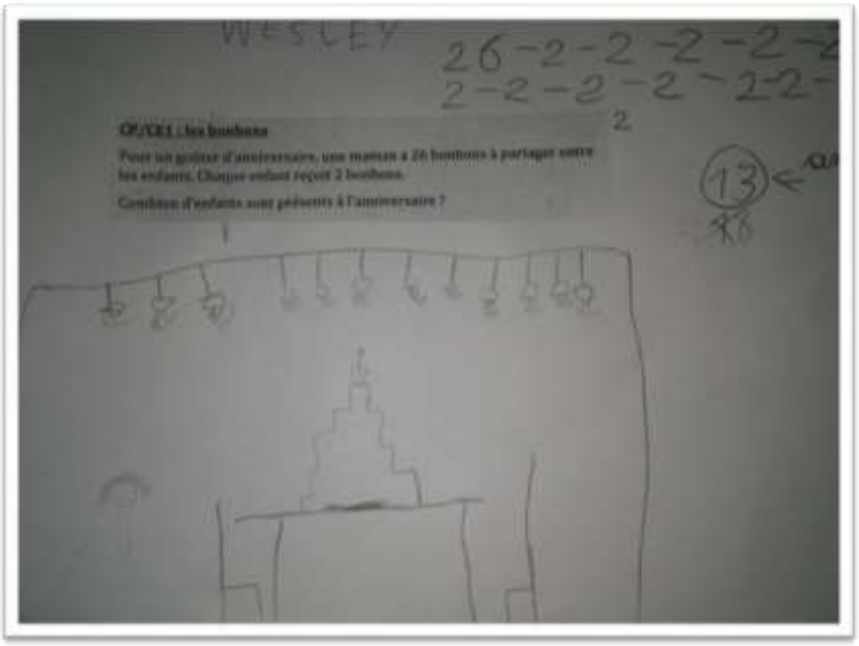
Extrait des programmes de C2 (2018) :

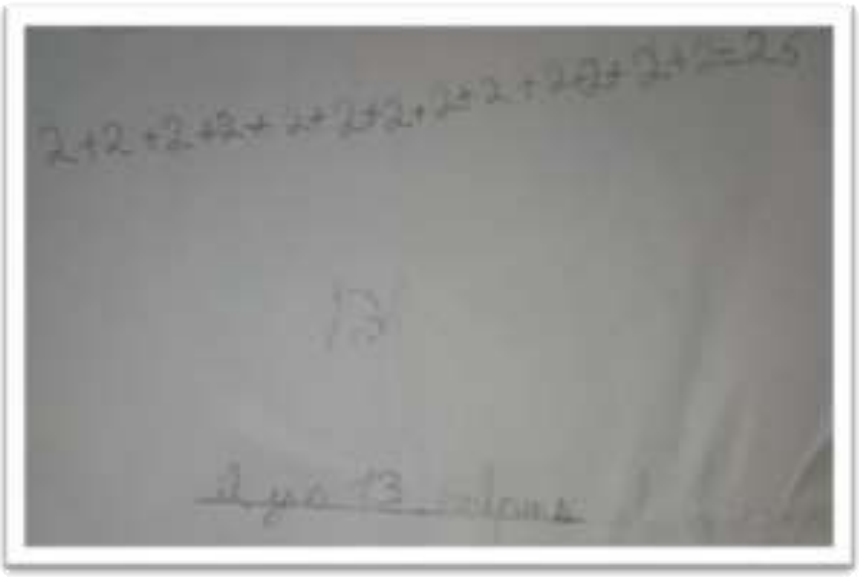
Introduction :

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, **développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer**. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment ≪ Questionner le monde ≫, ce qui contribue a renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Ils ont le plus souvent possible un caractère ludique. On veillera aussi a proposer aux élèves **dès le CP des problèmes pour apprendre a chercher** qui ne soient pas de simples problèmes d'application a une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.

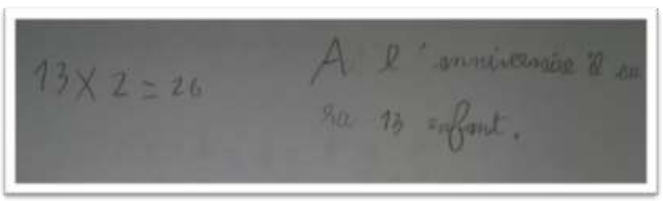
ANNEXE 3 : SUPPORT DE TRAVAIL PAR GROUPE (PISTE 3 - PROBLÈMES ATYPIQUES)

Extraits de production d'élèves pour le problème des « 26 bonbons » :
« Pour un goûter d'anniversaire, une maman a 26 bonbons à partager entre les enfants. Chaque enfant reçoit 2 bonbons. Combien d'enfants sont présents à l'anniversaire ? »

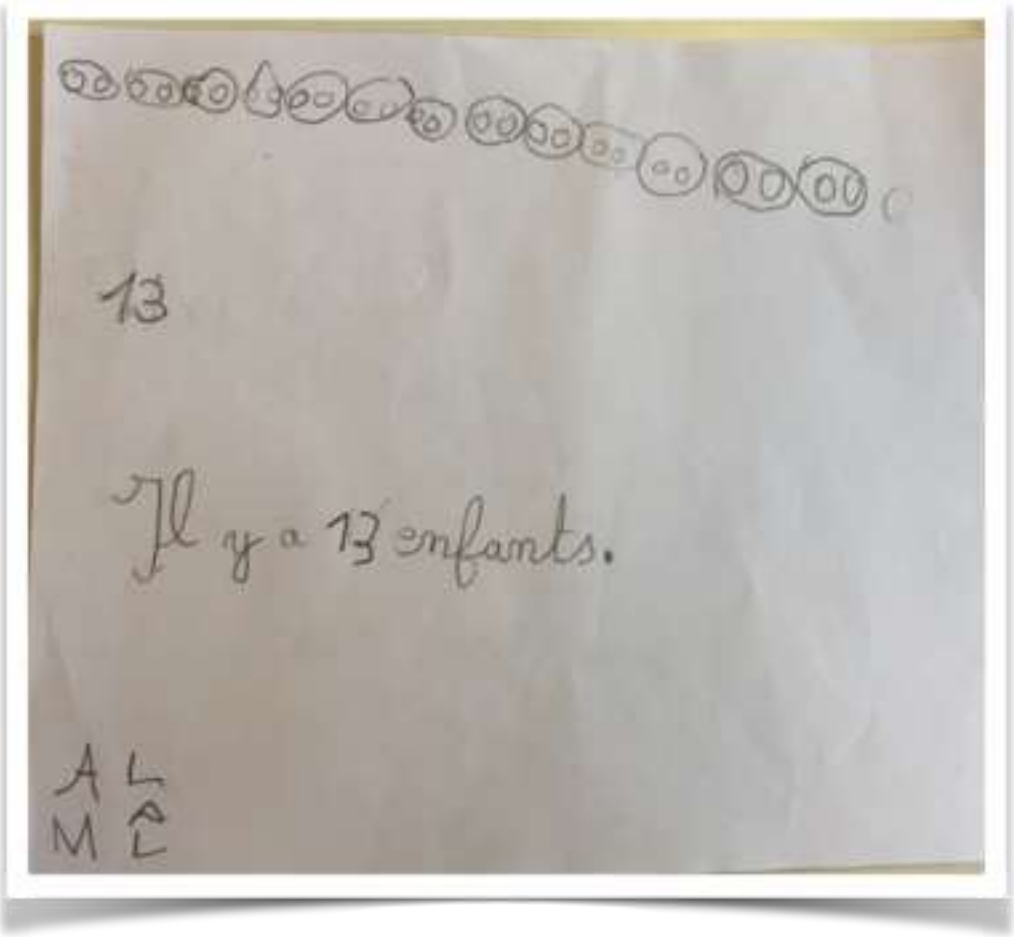











13
Il y a 13 enfants.

COMPRENDRE DES SIGNES QUI RENDENT COMPTE DE LA NUMÉROSITÉ

Catherine HOUDEMENT
PU, Université Rouen Normandie
Laboratoire de Didactique André Revuz
catherine.houdement@univ-rouen.fr

Édith PETITFOUR
MCF, ESPE Université Rouen Normandie
Laboratoire de Didactique André Revuz
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Résumé
Notre objectif est double : d'un côté partager avec des formateurs des connaissances didactiques sur l'enseignement de la numération (notamment en maternelle) et éveiller leur vigilance sémiotique sur les signes mathématiques ; de l'autre utiliser une modalité de formation, intéressante en formation d'enseignants, car favorisant les échanges et les questions sur des connaissances professionnelles, permettant de faire passer certaines astuces pédagogiques de gestion de classe, et confrontant les participants aux incertitudes et aux émotions d'un sujet en apprentissage. La situation, de type homologie-transposition, a été construite à l'occasion de la formation d'enseignants spécialisés. La réalisation et l'analyse des tâches proposées avec des outils d'analyse didactiques et sémiotiques permettent de revenir sur des difficultés d'apprentissage mathématiques et sémiotiques relatives à la construction du nombre et de faire émerger des connaissances pour l'enseignant.

L'acquisition de connaissances sur la numération constitue un enjeu important d'enseignement et d'apprentissage pour les élèves dès le plus jeune âge. Les enseignants en formation ont des savoirs naturalisés sur les nombres qui les empêchent parfois de percevoir la complexité de leur enseignement et d'appréhender les difficultés que pourraient rencontrer les élèves. Ces difficultés sont très souvent amplifiées lorsqu'il s'agit d'élèves en situation de handicap. Former à l'enseignement de la numération est donc incontournable.

Dans ce texte, nous proposons une situation de formation, ensemble de tâches à partir desquelles un formateur peut élaborer un scénario de formation (Guille-Biel Winder *et al*., 2019).

Cette situation a, selon nous, un grand potentiel didactique, à la fois sur des facettes de la numération, sur la compréhension des signes mathématiques, et elle incite plus largement à développer une attention *sémiotique* sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Nous nous appuyons sur une numération « écrite »[1], peu connue en général, mais en usage dans la communauté des personnes aveugles ou fortement malvoyantes, la numération en braille[2]. Nous renvoyons le lecteur à l'article de Wikipédia[3] pour plus d'informations sur ce système d'écriture. Nous nous sommes intéressées à ces questions lors de la formation d'enseignants spécialisés, dont certains sont amenés à travailler en braille avec leurs élèves aveugles ou malvoyants. Précisons cependant que les concepts sous-jacents à l'écriture des nombres entiers en braille sont les mêmes que ceux de la numération décimale indo-arabe : un nombre braille est aussi une juxtaposition de chiffres braille selon les principes décimal et positionnel (Tempier, 2016).

[1] D'autres avant nous ont utilisé des numérations anciennes (égyptienne, babylonienne, …)

[2] Le système d'écriture porte le nom de son inventeur, le français Louis Braille (1809-1852) qui avait perdu la vue à la suite d'un accident. En mathématiques, l'usage en France depuis 2007 est d'utiliser les chiffres Antoine, un peu différents des chiffres d'origine de Louis Braille.

[3] https://fr.wikipedia.org/wiki/Braille

Cette situation a, selon nous, un grand potentiel de formation de formateurs[4], voire d'enseignants. La situation proposée est de type homologie-transposition (Houdement & Kuzniak, 1996). D'abord il s'agit de faire vivre aux formés ce que vivent des apprenants lorsqu'ils sont dans une situation d'apprentissage pour leur permettre de mieux percevoir ce que les apprenants ont besoin de comprendre et les difficultés auxquelles ils peuvent être confrontés. Ensuite, il s'agit d'analyser la situation vécue avec des outils d'analyse didactiques et sémiotiques (Houdement & Petitfour, 2018), en la transposant à une situation analogue mais adaptée à la classe, pour dégager des *connaissances pour l'enseignant*. Ainsi, nous faisons l'hypothèse que vivre une complexité proche de celle que vivent les élèves qui apprennent notre numération, conjointement à une analyse de cette numération, permet, pour les enseignants de mieux anticiper les difficultés des élèves, pour les formateurs de débusquer des connaissances professionnelles nécessaires aux enseignants.

Dans une première partie, nous présentons la situation de formation relative à l'étude d'un système de numération, en pointant des connaissances professionnelles (pour l'enseignant) qu'elle permet d'évoquer, grâce notamment aux analogies et différences avec notre numération écrite indo-arabe. Dans une deuxième partie, nous apportons quelques éléments sur la sémiotique, pour enrichir les connaissances du formateur et l'inciter à sensibiliser les enseignants en formation à ces questions. Dans la dernière partie, nous analysons des interactions liées aux mathématiques entre une enseignante et une élève aveugle, en appui sur les outils d'analyse introduits dans les parties précédentes.

I - À LA DÉCOUVERTE D'UNE « DRÔLE » D'ÉCRITURE DES NOMBRES

Dans cette partie, nous présentons les trois activités proposées dans l'atelier. Les deux premières sont relatives aux premiers apprentissages numériques, elles concernent plus précisément les processus d'acquisition des nombres, « comme objet culturel permettant de rendre compte de la 'numérosité' des 'collections', autrement dit, de la mesure des quantités discrètes » (Mercier & Quilio, 2019, p.134). La troisième concerne l'usage des nombres dans le calcul. Nous exposons différentes tâches et en présentons l'analyse. Les *connaissances pour l'enseignant* sont mises en exergue par l'emploi de l'italique.

Il faut savoir que les participants de l'atelier ont été avertis des finalités de l'atelier et des modalités de travail, mais rien ne leur été communiqué de plus : en bref le terme braille n'a pas été mentionné au début.

1 Activité n°1 : « la carte du sept »

Un lot de dix cartes plastifiées (Figure 1) dans une enveloppe est distribué à chaque participant avec la consigne orale de chercher « la carte du sept » puis de la lever au signal donné. Chacun est invité à observer et comparer les différentes propositions, puis la formatrice précise à chacun si la carte qu'il a choisie est la bonne ou non.

> *Préparation matérielle : Chaque lot de cartes est d'une couleur donnée, une personne et ses deux voisins ne doivent pas avoir un lot de la même couleur pour éviter les mélanges de cartes dans les lots. Prévoir un lot de cartes grand format à utiliser lors des temps collectifs.*
>
> *Disposition : Les participants sont installés en U et peuvent ainsi voir les cartes levées par chacun.*
>
> *Ces deux choix relèvent de connaissances professionnelles pédagogiques (conseils pour l'organisation de la classe).*

[4] Au moins ressentie, comme l'ont confirmé les participants de l'atelier.

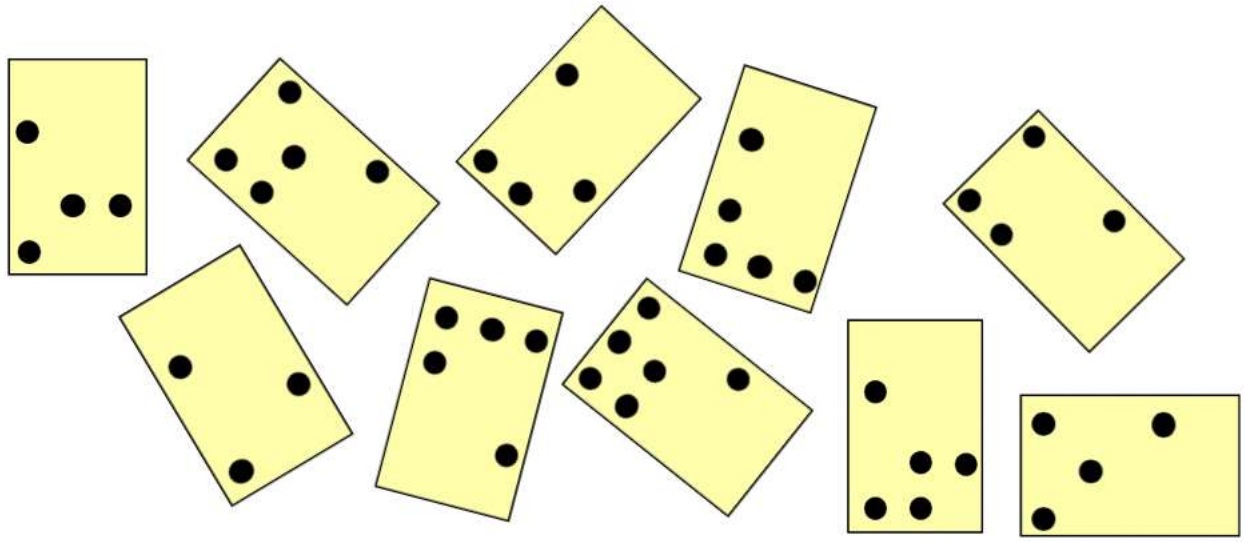


Figure 1.

Ce premier temps permet aux participants de faire des hypothèses sur la relation entre sept et une carte, mais en laisse beaucoup perplexes.

En effet chaque carte est constituée de configurations (non usuelles) d'un certain nombre de points (3, 4, 5 ou 6) : on ne reconnaît ni constellations de dés ou de dominos, ni quelque autre régularité (notamment parce qu'aucune orientation des cartes n'est décelable *a priori*). Ainsi, pour les participants, ignorant le braille, il n'est pas du tout évident d'organiser la série de cartes, voire même de repérer que deux voisins ont exactement la même série de cartes.

Comme aucune carte ne contient sept points, « la carte du sept » ne peut pas être interprétée en termes de quantité de points. Certains participants détournent même la consigne « LA carte » (*phénomène courant en classe, en situation de blocage*) en associant une carte à trois points à une carte à quatre points. À ce stade, les connaissances des participants sur le nombre, pourtant riches, ne leur permettent pas de répondre à la consigne. Il leur faut oublier l'interprétation spontanée en termes de quantité pour en construire une autre, totalement arbitraire *a priori,* mais pourtant conventionnelle dans la communauté connaissant le braille. Il faudra apprendre cette convention avec une personne plus experte.

En revanche, il est peut-être possible, par une exploration visuelle des cartes, d'y repérer des régularités, en inférant que les cartes sont construites selon une logique…spatiale. Cette tâche sera facilitée si le formateur propose l'orientation conventionnelle en braille des cartes (Annexe 1) : sont alors repérables des alignements de points par ligne (horizontale) et colonne (verticale) ; la trame de fond commune, un quadrillage de trois lignes et trois colonnes, chaque case contenant un point ou restant vide, peut se « révéler » pour certains. Ce travail de visualisation correspond, au sens de Duval (2005), à une construction dimensionnelle 0D vers 1D ou 0D vers 1D x 1D. Sur les cartes orientées conventionnellement présentées en annexe 1, on peut percevoir que chaque ligne du bas comporte un point à gauche et un autre à droite. Mais savoir orienter les cartes avec un point en bas à gauche et un en bas à droite ne permet pas encore d'identifier la « carte du sept ».

La formatrice précise alors que ces cartes représentent les chiffres en braille, avec une adaptation pour les voyants : les points, qui devraient être des picots en relief pour être perceptibles au toucher (*chiffres braille Antoine*), sont ici « en noir » pour être perceptibles par la vue. Nous parlerons de *chiffres Antoine en noir* et en abrégé de *chiffres Antoine*. Ces chiffres Antoine, actuellement en usage depuis 2007 pour les mathématiques en France, ont été construits en appui sur l'alphabet braille (Figure 2).

Avec cette information et la mise à disposition de la Figure 2, chaque participant est invité à faire des hypothèses pour proposer une interprétation de la signification des dix cartes.

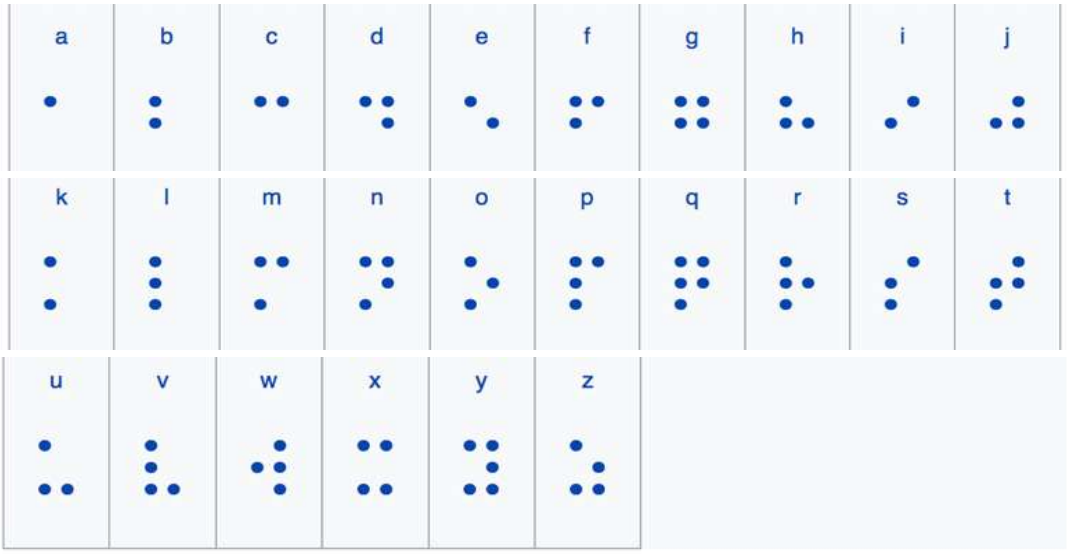
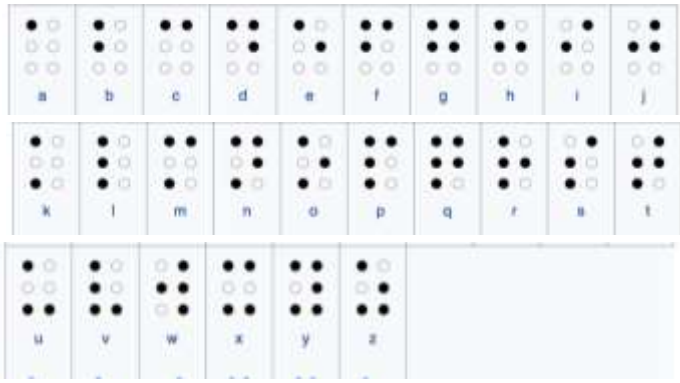
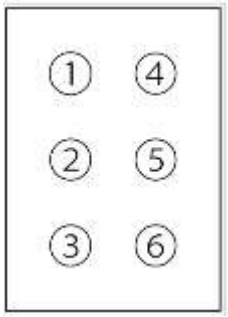


Figure 2. Alphabet Braille. Source : https://fr.wiktionary.org/wiki/alphabet_braille

Chaque lettre est formée à partir d'une matrice (appelée cellule) de 6 points (3 lignes de 2 points) dont certains points sont noircis et d'autres non. Les six points sont repérés usuellement en braille par un nombre selon la Figure 3, et les lettres sont oralisées en donnant la suite numérique ordonnée des numéros des points noircis. Ainsi la lettre « a » est point 1, la lettre « b » points 1-2, la lettre « c » aux points 1-4, etc.





Codage des points

Figures 3 et 3 bis. Cellules de l'alphabet braille et codage des points dans la cellule.

Dans le système Antoine, un chiffre est représenté par deux cellules : la première cellule composée uniquement du point 6 annonce qu'il s'agit d'un chiffre (préfixe), et non d'une lettre ; la seconde cellule ressemble à celle d'une lettre de l'alphabet (de a à i), mais avec le point 6 aussi noirci.

Ces informations permettent d'ordonner neuf des dix cartes en s'appuyant sur l'ordre alphabétique. On obtient le rangement des cartes présenté sur la Figure 4. La dixième carte ne correspond à aucune lettre de l'alphabet, il est à ce stade alors difficile de « la ranger ».

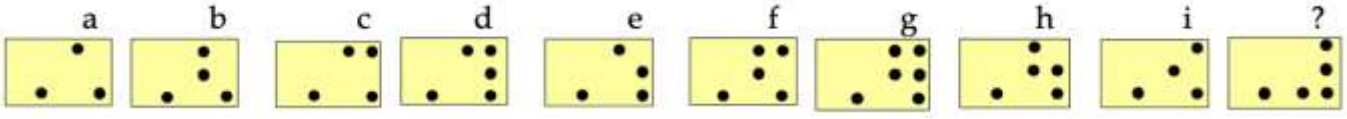


Figure 4.

La connaissance de l'ordre des cartes ne suffit toujours pas pour savoir quelle est la « carte du sept ». Il nous faut aussi savoir à quel chiffre correspond la carte construite à partir de la lettre « a ». Deux hypothèses sont envisageables : la suite de chiffres commence par zéro ou elle commence par un. La deuxième hypothèse est celle choisie par le codage Antoine : chacun des chiffres Antoine de un à neuf correspond en fait à son rang de la lettre dans l'alphabet. La dixième carte, non construite dans la

« logique » des autres, correspond au chiffre 0[5]. La carte du chiffre Antoine sept se déduit donc de l'écriture de la lettre « g », septième lettre de l'alphabet, elle est composée d'un préfixe point 6, suivi de la cellule points 1-2-4-5-6. On peut la noter (points 6, 1-2-4-5-6).

Les chiffres Antoine, de même que les chiffres indo-arabes, sont des signes symboliques, et non iconiques : il n'y a pas de ressemblance entre les signes utilisés (configurations d'un certain nombre de points pour les uns, signes graphiques pour les autres) et les quantités qu'ils représentent.

L'orientation des chiffres Antoine nous permet de rappeler que l'orientation concerne aussi les chiffres indo-arabes occidentaux : un élève ne doit pas confondre **6** *et* **9** *; ni* **2** *et* **5***; ni* **1** *et* **7** *; il doit écrire* **3** *et pas* **Ɛ** *…*

*Pour reconnaître un chiffre (*i.e. *le traduire à l'oral), un apprentissage est nécessaire. Si pour les aveugles, la mémoire kinesthésique et spatiale est sollicitée, la mémoire visuelle et spatiale l'est pour les voyants. La connaissance de la comptine orale (l'ordre porté par l'énoncé de la comptine orale) est un support puissant pour cette reconnaissance, à l'instar de la suite alphabétique écrite pour le braille.*

2 Activité n°2 : appropriation de l'écriture chiffrée

Chaque participant a sur sa table les dix cartes (ni orientées, ni ordonnées). L'alphabet braille (Figure 2) est affiché au tableau. Différents types de tâches, assez élémentaires, mais en réalité coûteuses en concentration pour le participant débutant en braille, sont proposés pour travailler l'appropriation de l'écriture chiffrée (en chiffres Antoine).

2.1 Lever la carte du chiffre Antoine énoncé à l'oral

Le type de tâches 1 « lever la carte du chiffre Antoine énoncé à l'oral » permet de travailler le passage **du code verbal à l'écriture chiffrée**. On peut par exemple demander de lever la « carte du cinq ». Le mot-nombre énoncé (cinq) est à associer à la lettre correspondant au rang indiqué par ce nombre (cinquième lettre de l'alphabet). En l'absence de mémorisation visuelle des lettres et/ou chiffres Antoine, l'affichage de l'alphabet braille est une aide incontournable pour trouver la représentation de cette lettre. Ainsi, on compte jusqu'à cinq en pointant visuellement chacune des lettres, en démarrant par la lettre « a » et en se déplaçant de gauche à droite. Une fois la bonne représentation repérée, on cherche à la retrouver sur une des dix cartes du lot posé sur la table. Il faut pour cela bien orienter les cartes (les points 6 des deux cellules constituant le chiffre, cf. Figure 3bis). On peut s'appuyer ensuite sur une mémorisation visuelle de la représentation cherchée, ou encore verbale (« points un, cinq, six »). Un certain nombre de va-et-vient entre le plan vertical du tableau (où se trouve le référent alphabet) et le plan horizontal de la table (où se trouve les dix cartes) ainsi que la mise en œuvre d'une énumération (Margolinas, 2013) sont nécessaires. Des confusions sont possibles entre certaines représentations, comme par exemple celles du cinq et du neuf qui ont l'une et l'autre deux points placés en oblique mais de façon symétrique : 

Transposition à l'enseignement de l'écriture chiffrée indo-arabe en maternelle :

On peut percevoir l'importance de la présence de la bande numérique, en plus de la connaissance de la comptine numérique pour l'élève lorsqu'il doit trouver une écriture chiffrée qu'il n'a pas encore mémorisée : sans la connaissance de l'ordre des cartes et de la comptine numérique orale, il est impossible de trouver l'écriture Antoine.

La bande numérique affichée à distance de la table de l'élève nécessite une mémorisation à court terme qui peut avoir un coût cognitif important. Une bande numérique sous les yeux réduit ce coût.

2.2 Énoncer à l'oral le mot-nombre[6] du chiffre Antoine montré sur une carte

Le type de tâches 2 « énoncer à l'oral le mot-nombre du chiffre Antoine montré sur une carte » permet de travailler le passage **de l'écriture chiffrée au code verbal**. On peut par exemple demander de « lire la carte  ». On est ainsi amené à comparer visuellement cette configuration de points à celles des lettres

[5] Le 0 a aussi un statut particulier dans l'écriture décimale indo-arabe.

[6] Un chiffre Antoine a deux oralisations : celle conventionnelle, et celle descriptive de la cellule, sous forme de liste des points noircis. Dans ce texte, nous désignons la première par *mot-nombre*.

de l'alphabet braille pour trouver celle qui lui correspond (ici la lettre « b »). On détermine alors le rang de cette lettre dans l'alphabet, en comptant depuis la lettre « a » (ici « b » est la deuxième lettre). Le chiffre représenté sur la carte est donc « deux ».

2.3 Lever la carte du chiffre Antoine représentant une quantité donnée

Le type de tâches 3 « lever la carte du chiffre Antoine représentant une quantité de points ou de doigts montrée » permet de travailler le passage d'**une représentation analogique à son écriture chiffrée.** On peut par exemple demander de lever la carte représentant telle quantité de points ( ). On est amené ici à dénombrer les points. On peut passer par l'oral (« il y a six points »), puis on est ramené au type de tâches 1.

Remarquons que de nombreuses significations de six sont en jeu :

- six, interprété comme quantité, peut être illustré par six points (représentation analogique),
- la quantité six points se code en chiffres Antoine par une configuration particulière de cinq points ( ),
- le chiffre Antoine six s'écrit à partir de la lettre Braille de rang 6 dans l'ordre alphabétique,
- les points Braille noircis du chiffre six sont le point 6 dans la cellule préfixe et les points 1-2-4-6 dans la deuxième cellule.

2.4 Montrer un nombre de doigts correspondant à un chiffre Antoine donné

Le type de tâches 4 « montrer un nombre de doigts correspondant à un chiffre Antoine donné » permet de travailler le passage de **l'écriture chiffrée à une représentation analogique.** On peut par exemple demander de montrer un nombre de doigts correspondant à ». On est amené au type de tâches 2 – énoncer le mot-nombre correspondant à cette écriture chiffrée – ici « huit », puis à lever cette quantité de huit doigts.

3 Activité n°3 : calcul

Les participants sont invités à effectuer les trois calculs en ligne (Figure 5) et à écrire le résultat à l'aide des chiffres Antoine

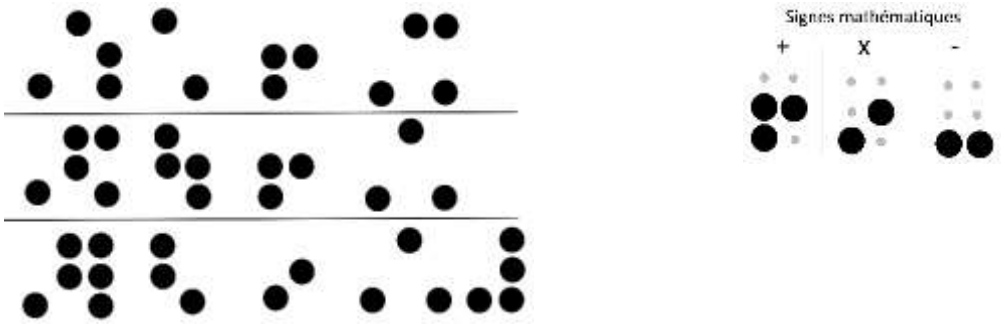


Figure 5. Calcul en ligne.

Comme développé dans l'introduction, la numération en braille est analogue à notre numération décimale de position. Un nombre Antoine est une juxtaposition de chiffres Antoine, mais dans une écriture arithmétique, la cellule préfixe « point 6 » n'est présente que devant chaque nombre (et non devant chaque chiffre). Sur la Figure 5, la première ligne correspond à 51 + 3, la seconde à 68 + 1 et la dernière 72 x 10. Le lecteur aura repéré la présence de signes opératoires dans la ligne d'écriture.

Certains participants se retrouvent en difficulté pour effectuer les calculs : ils n'ont pas automatisé le décodage de l'écriture chiffrée en chiffres Antoine, n'ont plus accès au référent alphabet, doivent effectuer des calculs qu'ils sauraient faire si on les avait formulés oralement. Ils sont ainsi mis en situation de double tâche, telle que peuvent la vivre des élèves pour lesquels « cela va trop vite », notamment des élèves à besoins éducatifs particuliers.

Ces différentes tâches donnent ainsi l'occasion aux participants de se rendre compte qu'une succession de tâches, même élémentaires, utilisant des signes nouveaux pour eux, pour lesquels les interprétations sont encore fragiles, sont très coûteuses en concentration et épuisent assez vite la mémoire de travail.

Pourtant ils maitrisent les concepts dont ces signes rendent compte ![7] *Un argument de plus pour prendre conscience que l'analyse sémiotique est une analyse complémentaire aux analyses épistémologiques et didactiques « classiques ».*

II - QUELQUES ÉLÉMENTS SUR LA SÉMIOTIQUE

Nous reprenons dans cette partie quelques éléments sur la sémiotique présentés dans Houdement et Petitfour (2018) et les complétons.

1 Sémiotique en général

La sémiotique étudie la production, la codification et la communication de signes. Elle a dépassé l'étude de la langue grâce notamment aux travaux de Charles Sanders Peirce (1839-1914). Selon Peirce et d'autres chercheurs développant un modèle sémiotique triadique (le triangle sémiotique), la sémiotique étudie les relations entre les trois pôles suivants : référent ou objet ; signes ou représentations sémiotiques ; interprétations. Nous retiendrons ces expressions de préférence aux nombreuses autres de la littérature sémiotique[8].

Par exemple, dans le domaine de la langue, un mot est un signe, le référent est ce à quoi ce mot fait référence et l'interprétation est ce qu'en comprend la personne qui entend ou lit ce mot. Le contexte influe sur l'interprétation du signe : le mot *braille*, par exemple, est interprété différemment selon qu'il est associé à un système d'écriture tactile à points saillants à l'usage des personnes déficientes visuelles, au cri du paon ou à une façon de crier assourdissante.

Certains signes ont plus de « ressemblance » que d'autres avec l'objet qu'ils représentent. Peirce distingue trois modes de renvoi d'un signe à l'objet qu'il représente. Le signe est iconique quand il existe un rapport de similarité avec l'objet, une ressemblance, il est indiciel quand il existe un rapport de contiguïté contextuelle avec l'objet (le signe évoque l'objet) et il est symbolique quand il existe un rapport de loi avec l'objet (le signe est conventionnel et arbitraire).

Un objet a de multiples signes qui lui font référence. Par exemple la quantité six peut être représentée par le chiffre Antoine  (signe symbolique), par une représentation analogique de six objets (signe iconique), etc. Un signe ne peut donner à voir, entendre, sentir qu'une facette de l'objet, il ne peut pas rendre compte de l'objet dans son entièreté.

Une interprétation d'un signe n'est pas figée, elle est liée au contexte d'émission, à l'expérience et aux connaissances du sujet qui l'interprète. Peirce s'intéresse au processus d'évolution des interprétations et met en avant ce mouvement d'une interprétation à une autre.

2 Sémiotique et mathématiques

Des chercheurs ont déjà développé cette approche sémiotique en s'intéressant plutôt aux pratiques mathématiques expertes. Par exemple, Chevallard (1994) a introduit dans la Théorie Anthropologique du Didactique la distinction ostensif et non ostensif. Plus généralement, Vergnaud (1990) intègre une facette sémiotique, dans son modèle de la conceptualisation : « les formes langagières et non langagières qui permettent de représenter le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant) » (Vergnaud, 1990, p.145) sont un des trois volets du concept.

Pour Duval (2006), les mathématiques sont un domaine particulièrement sensible aux questions sémiotiques : en effet les objets mathématiques sont par essence théoriques, ils sont perceptivement et

[7] Ce qui ne sera pas nécessairement le cas des étudiants auxquels serait proposée cette situation dans le cadre de la formation initiale d'enseignants…

[8] Par exemple, Peirce utilise les termes : objet, representamen et interprétant.

instrumentalement inaccessibles, ils ne sont « visibles » que par leurs représentations sémiotiques, leurs signes. Dans une vision mathématique naturaliste, une représentation sémiotique tend à se subsister à l'objet mathématique qu'elle dénote. Or, le signe n'est pas l'objet. Duval affirme qu'en mathématiques, la multiplicité des représentations sémiotiques d'un même objet est cruciale pour appréhender cet objet et qu'une représentation n'est intéressante que dans la mesure où elle peut se transformer en une autre représentation. Plus précisément, Duval distingue deux types de transformations fondamentales : les transformations à l'intérieur d'un système sémiotique et les conversions d'un système sémiotique en un autre. Par exemple, les nombres ont plusieurs représentations sémiotiques organisées en systèmes : écritures décimales finies ou non, écritures fractionnaires : « 4/3 » donne immédiatement à voir « 4 partagé en 3 » ; « 1,333… » donne immédiatement à voir l'ordre de grandeur, entre 1 et 2 ; cet ordre de grandeur aurait aussi pu être obtenu par une transformation de « 4/3 » en « 1 + 1/3 ». Bien sûr, l'interprétation des écritures n'est pas transparente : comme toute représentation sémiotique, elle est à construire…

III - ANALYSE D'UN EXTRAIT DE PROTOCOLE

1 Présentation du contexte

Nous nous intéressons à une séance de mathématiques qui se déroule dans une classe d'un établissement médico-social accueillant des enfants déficients visuels. L'enseignante, Lise[9], déjà en poste depuis 4 ans dans cet établissement, est en formation CAPPEI[10] pour être reconnue comme enseignante spécialisée. Dans cette séance, elle intervient auprès de trois élèves, déficients visuels, de niveaux scolaires hétérogènes.

Nous proposons un extrait de protocole d'une séance qu'elle a enregistrée et retranscrite en vue de l'étudier avec ses pairs dans le cadre de la formation CAPPEI. L'objectif annoncé est de familiariser Sandra avec l'écriture des chiffres[11] en braille.

Dans cet extrait (Annexe 2), Lise intervient auprès d'une élève de 15 ans déficiente visuelle à troubles associés, Sandra, non voyante depuis l'âge de 4 ans. Lise nous la présente avec en plus une déficience intellectuelle et un manque de tonicité musculaire des doigts. Lise évalue le niveau en mathématiques de Sandra de Grande Section/Cours Préparatoire. Elle nous signale aussi des difficultés de concentration importantes et un besoin constant d'attention : Sandra cherche à attirer l'attention de l'enseignante à chaque fois que cette dernière s'occupe d'un autre élève. Lise nous dit en conséquence chercher à « proposer une séance très rythmée pour que Sandra ne se disperse pas et ne se déconnecte pas de la séance ». Elle précise que, pour garder l'attention des deux élèves et maintenir « une cohésion de groupe, un esprit de classe », elle leur propose la même tâche, avec des valeurs différentes de certaines variables : par exemple pour la tâche faire la somme de 2 nombres, Sandra travaille avec une collection de gommettes et l'autre élève avec une écriture chiffrée.

Le but n'est pas de juger de la pertinence (mathématique ou didactique) de l'activité proposée, mais d'analyser les tâches puis les interactions qu'elle produit.

2 Activité mathématique proposée

L'exercice proposé à Sandra, qui est en plein apprentissage des chiffres Antoine, lui est familier. Deux « calculs en ligne » sont proposés. L'activité est découpée par Lise en une succession de micro-tâches : dénombrer oralement des gommettes, trouver l'étiquette du chiffre Antoine correspondant, justifier le

[9] Les noms des acteurs, enseignant comme élèves, ont été modifiés.

[10] Cette formation rectorale en alternance, délivrée à l'ESPE sur une durée d'un an, vise à préparer la Certification d'Aptitude Professionnelle aux Pratiques de l'Éducation Inclusive (CAPPEI).

[11] Par commodité, nous utiliserons abusivement, comme Lise, le terme « chiffre » pour « nombre à un chiffre ».

choix de cette étiquette, faire un calcul additif en ligne, trouver l'étiquette du chiffre Antoine correspondant.

Les quantités sont fournies sous forme de collections de gommettes en mousse (de différentes formes) collées en lignes et délimitées par un signe braille (Figure 6). Sur la première ligne sont collées trois gommettes rondes et six gommettes rectangulaires, séparées par le signe « + » écrit en braille, et sur la deuxième, deux gommettes ovales, trois gommettes carrées et une gommette en forme de goutte, ces trois collections de gommettes étant séparées également par le signe « + » écrit en braille.

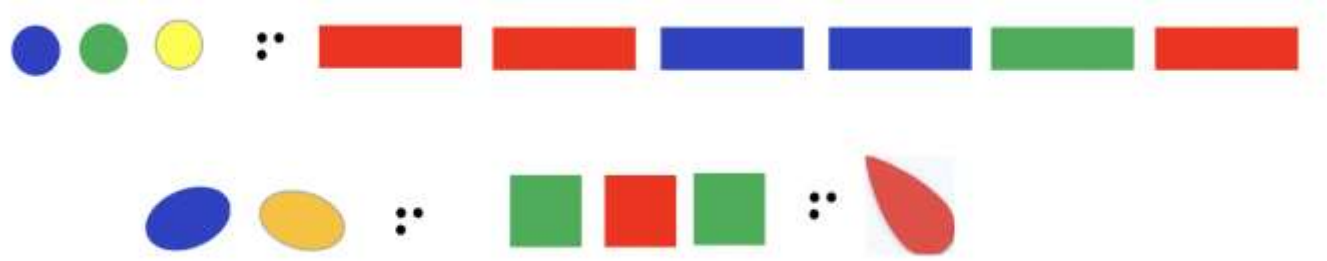


Figure 6. Représentation de la feuille de travail de Sandra

Lise a préparé neuf boîtes, chacune contenant plusieurs étiquettes du même « chiffre Antoine » (de un à neuf), avec, sur le couvercle, ce même chiffre.

Lise a fait des choix pour cet exercice, pour motiver l'élève, la rassurer ou jouer sur des variables didactiques. Rappelons que son objectif est d'enrichir la reconnaissance des chiffres Antoine par Sandra et/ou de la tester.

- Elle propose des objets plutôt que des écritures chiffrées : elle explique ce choix pour permettre à Sandra et à sa voisine, plus avancée, de travailler toutes deux sur des calculs en ligne. Elle justifie aussi ainsi l'introduction du symbole « plus » en Braille.
- Elle choisit pour les gommettes des formes connues, positionnées de façon prototypique sur la feuille, facilement discernables au toucher, ce qui permet de bien différencier les sous-collections à dénombrer (variable didactique).
- La disposition spatiale des gommettes (variable didactique) choisie, en ligne, facilite l'énumération (parcours usuel de l'espace avec les doigts en suivant une ligne horizontale de gauche à droite).
- La somme pour chaque ligne ne dépasse pas neuf (variable didactique). Lise limite le champ numérique sans doute pour centrer l'activité de Sandra sur l'écriture d'un chiffre braille et économiser sa mémoire de travail.
- La disposition spatiale des neuf boîtes d'étiquettes de chiffres Antoine (variable didactique) est différente de d'habitude. Les boîtes ne sont plus disposées en ligne dans l'ordre croissant du nombre figurant sur le couvercle. La reconnaissance des chiffres ne pourra pas se faire directement en s'appuyant sur l'énoncé des mots-nombres mis en lien avec une énumération des boîtes.

Sandra devra réaliser plusieurs fois les différents types de tâches citées pour rendre compte de la numérosité (quantité d'éléments présents) sur chacune des lignes.

3 Analyse des tâches mathématiques

Une tâche préliminaire, demandée par Lise à Sandra, consiste à reconnaître et nommer les formes géométriques correspondant aux gommettes (ligne 3. « Peux-tu me dire la forme de ces gommettes ? »). Sandra les reconnaît par le toucher tandis que Lise valide ses réponses par perception visuelle. Le lecteur voyant peut s'étonner de la grande simplicité de cette tâche : elle se justifie car contrairement à lui, qui voit tout d'un seul coup d'œil, Sandra ne peut prendre connaissance de ce qui est devant elle que par le toucher. Le toucher l'aide aussi à délimiter son espace de travail (bords de la feuille), les sous-collections de gommettes, les boites d'étiquettes. L'enseignante contrôle par le regard la pertinence de cette prise d'informations.

3.1 Dénombrer une quantité et trouver la bonne étiquette

Pour ce qui est du dénombrement d'une quantité, la consigne de Lise oriente Sandra sur la stratégie à adopter (ligne 16. « Tu vas devoir compter le nombre de formes et y associer le bon chiffre »). Sandra doit donc passer d'une collection de gommettes à un codage verbal de la quantité (mot-nombre obtenu éventuellement par l'énoncé de la comptine orale associée à une énumération par toucher des gommettes disposées en ligne), puis associer ce nombre à sa représentation en braille (codage en chiffre Antoine). Les boîtes d'étiquettes étant disposées dans le désordre, deux possibilités s'ouvrent à elle : prendre le temps d'organiser les boites en ligne dans l'ordre croissant du nombre sur le couvercle, ou chercher au coup par coup l'étiquette ad hoc en palpant le couvercle des boites. Dans les deux cas, la lecture kinesthésique des étiquettes, le repérage spatial des picots (points « noircis ») intervient. Cette lecture nécessite au préalable d'orienter l'étiquette dans le bon sens de lecture : par exemple de repérer les deux points 6 des cellules (préfixe numérique et radical) de l'étiquette et placer cette ligne en bas.

3.2 Ajouter deux nombres et trouver la bonne étiquette

Sandra doit effectuer les calculs demandés pour chaque ligne. Pour trouver la réponse orale, elle peut convoquer un fait numérique mémorisé, procéder par surcomptage en choisissant le terme d'appui et celui à ajouter, mais elle peut aussi dénombrer la collection entière puisque les gommettes sont disponibles. Il reste alors à trouver la bonne étiquette.

4 Analyse *a posteriori*

Nous nous centrons d'abord sur le repérage des occurrences du nombre, la nature du signe qui le code et la fonction qu'il assure. Puis nous analysons les besoins d'aide de Sandra pour résoudre l'exercice et les réponses apportées par Lise.

4.1 Fonctions du nombre

Dans cette situation et dans les interactions entre Sandra et Lise, les nombres apparaissent sous forme de différents signes, avec de multiples fonctions et sollicitant différents canaux sensitifs.

Signe	Gommettes (en mousse)	Nombres en braille (picots en relief)	Nombre oral
Nature du signe (Peirce)	Iconique	Symbolique (relié à l'alphabet braille)	Symbolique (autonome)
Canal sensitif	Vue et toucher	Toucher et vue	Audition
Fonction	Constituer une collection	Coder une quantité Écrire un nombre oral Rendre compte d'un calcul	Coder une quantité (cardinal) Coder une position (ordinal) Oraliser une écriture chiffrée Outiller le dénombrement (la comptine) Outiller le calcul (surcomptage)

Dans leur aspect cardinal, les nombres sont présentés sous forme analogique avec des gommettes, mais aussi dans une écriture mixte mêlant le symbolique à l'analogique. L'emploi « abusif » du signe « + » répond au souhait de Lise de donner une tâche à Sandra qui ressemble à celle donnée à l'élève qui est à côté d'elle et qui est plus avancée en mathématiques (« elle a les mêmes calculs mais sans les gommettes »). Sandra se renseigne toujours sur ce que fait sa voisine nous dit Lise, aussi Lise cherche-t-elle à ce que Sandra se sente « comme tout le monde ».

Les nombres sont également présentés en braille sur les étiquettes.

Des nombres, énoncés à l'oral, sont utilisés pour exprimer une grandeur (ligne 23. « trois gommettes rondes et six rectangulaires ») ou une mesure (ligne 23. « trois plus six »). Ils sont utilisés aussi comme repère dans une tâche de comptage numérotage (ligne 27. Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit »)

ou comme repère de position de point dans une cellule de chiffre Antoine (ligne 51. « Ah oui, le point six »).

4.2 Besoins d'aide de Sandra

Sandra ne sait pas calculer seule la première somme. Elle ne connaît pas par cœur le résultat de « 3 + 6 » : (ligne 23. « Trois plus six ça fait combien ça ma maîtresse ? »), puis donne la réponse « sept » à Lise qui lui renvoie la question.

Lise lui apporte une première aide, orale, en lui demandant de servir de ses doigts. Sandra ne se montre pas apte à utiliser ses doigts de façon efficace : elle énonce la comptine numérique de un à huit en levant ses doigts. Lise, qui observe que Sandra « se perd dans ses doigts » prend en charge des étapes de la mise en œuvre d'une technique de surcomptage avec les doigts.

Ainsi, Lise prend l'initiative de transformer la somme 3 + 6 en 6 + 3 sans exprimer ni motiver son choix auprès de Sandra (ligne 32. « On garde six dans notre tête et on commence »). Les échanges en formation montreront que Lise n'avait pas conscience que cette connaissance était à enseigner : pour ajouter deux nombres par une technique de surcomptage, il est plus économique de commencer par le plus grand des deux nombres. Lise lève ensuite un à un des doigts de Sandra tandis que cette dernière démarre la comptine numérique à partir de sept. Sandra a la charge de l'arrêt du comptage (la mémoire du nombre à ajouter), qu'elle réussit. Elle associe bien les levers de doigts au nombre de gommettes rondes :

37. Sandra : Neuf !! C'est Neuf !!
38. Lise : Est-ce qu'on rajoute un autre doigt ?
39. Sandra : Non juste trois. Y'a que trois gommettes rondes.

On peut se demander si le passage par cette collection de doigts, équipotente à la collection des gommettes rondes, est une aide pertinente pour Sandra puisqu'elle est dépourvue de l'agilité digitale nécessaire (manque de tonicité musculaire) pour se servir en autonomie de ses doigts comme instrument de dénombrement.

Une deuxième demande est faite par Sandra à l'enseignante pour trouver une étiquette du chiffre neuf. Sandra affirme qu'il n'y en a pas (ligne 41. « Oh la la on n'a pas d'étiquettes du neuf par contre ! ». L'aide apportée par Lise consiste à la recentrer sur la recherche de l'étiquette et à lui certifier que la boîte d'étiquettes neuf est bien là.

Une difficulté apparaît enfin pour décrire à l'oral la cellule braille du six. Lise ne signale aucune difficulté de la part de Sandra pour trouver cette étiquette correspondant aux six rectangles du premier calcul. En revanche, les échanges entre Lise et Sandra pour le deuxième calcul révèlent que Sandra peine à oraliser le chiffre braille six. Elle l'associe spontanément à la lettre e alors qu'il s'agit de la lettre f. Toutefois, savoir que six correspond à la lettre f n'est pas une aide pour elle car elle ne connaît pas bien cette lettre :

62. Lise : Et comment tu tapes le f ?
63. Sandra : un, deux, cinq !
64. Lise : Ah bah non un, deux, cinq c'est le h !

Cela révèle, chez Sandra, des connaissances encore fragiles, telles que : l'écriture braille du nombre s'appuie sur celle de la lettre de rang ce nombre dans l'alphabet (ce qui lui rappelle Lise, ligne 60 : « Le six rappelle-toi c'est comme la sixième lettre de l'alphabet »).

Le protocole permet aussi de pointer la double signification de certains signes qui ne peut être démêlée qu'en contexte. Ainsi, en ligne 49, dans « Lise, deux c'est un, deux ? » le premier « deux » correspond au nombre cardinal de la collection de gommettes alors que le second est un nombre ordinal, repère du point noirci dans la cellule. La suite « un, deux » n'est pas le début de la comptine numérique verbale, mais les repères des deux points noircis de la cellule du chiffre braille deux.

IV - CONCLUSION

Un des objectifs était, d'une part de partager avec nos collègues formateurs des connaissances mathématiques et didactiques, du côté de la vigilance sémiotique (la « vie » des signes) et de l'énumération, pour les outiller dans la formation des étudiants professeurs.

Dans les situations d'enseignement des mathématiques, une diversité de signes mathématiques circule. Un signe, proposé dans un contexte donné, déclenche une interprétation personnelle de la part des élèves, nécessairement partielle et parfois erronée. Une interprétation n'est pas statique, elle s'enrichit en fonction des utilisations de ce même signe dans d'autres contextes. Peirce (1931-1953) insiste sur le dynamisme des interprétations, le processus d'enrichissement des interprétations d'un signe, jusqu'à l'interprétant ultime, qui correspond en mathématiques au concept. Simultanément un concept est dénoté par des signes multiples sous lesquels il faut reconnaitre le même concept. Un signe n'est pas transparent : ses interprétations, ses significations sont à construire, à apprendre, en contexte. Le processus d'enrichissement des interprétations d'un signe relève de l'apprentissage.

Le système de signes le plus étudié est sans doute le langage, mais il n'est pas le seul sollicité dans l'apprentissage et l'enseignement. Par exemple en mathématiques, on peut déjà citer les systèmes de représentations sémiotiques suivants : les écritures décimales des nombres, les écritures fractionnaires des nombres, les écritures algébriques (Duval, 2006), les figures en géométrie (Duval, 2005).

La situation de formation proposée dans cet atelier permet aussi d'approfondir des facettes du nombre, notamment à propos des objets « suite[12] orale des mots-nombres » et « suite numérique écrite en chiffres ». Margolinas et Wozniak (2012)[13] ont pointé le rôle fondamental de la suite orale des mots-nombres, notamment en maternelle. Elles font même l'hypothèse d'une fonctionnalité maximale dans les situations de comparaison ou de dénombrement de collections quand l'élève l'appréhende comme une *collection intermédiaire* (de mots) permettant de transporter l'information d'une collection sur une autre, ou de la comptine orale sur la collection. En revanche la connaissance de la « suite orale des mots-nombres » seule ne permet, ni de lire un nombre en chiffres, ni de traduire un mot-nombre par son écriture en chiffres. Pour que cette technique réussisse, la liste numérique écrite doit être ordonnée. Cette nécessité, vécue par les participants sous la forme de l'alphabet braille fourni, rend essentielle la mise à disposition des élèves, dans leur espace proche, de la « suite numérique écrite en chiffres ». Atteindre le niveau de maîtrise dans lequel l'écriture d'un chiffre ou sa lecture s'effectue sans plus se référer à l'ordre de la suite écrite n'est pas immédiat et a un coût cognitif important en début d'apprentissage.

Un autre objectif était d'expérimenter une modalité de formation, l'homologie-transposition : mettre des adultes face à des questions, à un problème lié aux mathématiques, pensé par analogie à un problème que peuvent rencontrer les élèves. Comme les élèves concernés par le savoir visé ici sont jeunes, la situation de formation à construire doit mettre en « fragilité », « surprendre » compte tenu des connaissances du public auquel elle s'adresse : les adultes doivent être confrontés aux incertitudes et aux émotions d'un sujet en apprentissage. La situation de formation doit aussi permettre, autant que faire se peut, d'associer, de mobiliser, de faire résonnance avec des connaissances déjà là sur l'enseignement ou des questions liées à la pratique. Ce ne peut évidemment pas être celle que l'on donnera aux élèves (et peut-être pas non plus celle qu'un formateur proposera en formation d'enseignants). Il s'agit d'une stratégie complexe, désignée par Houdement et Kuzniak (1996) homologie-transposition, qu'il est conseillé de faire suivre d'une double phase de transposition : pointer les connaissances dégagées, les mettre en résonnance avec une situation de classe.

[12] Nous appelons ici *suite* de nombres, la *liste* de ces nombres ordonnée dans l'ordre croissant.

[13] Nous renvoyons à cet ouvrage pour d'autres développements sur le Nombre en maternelle.

V - BIBLIOGRAPHIE

Chevallard Y. (1994) Ostensifs et non ostensifs. *Conférence de Turin*. En ligne sur : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Ostensifs_et_non-ostensifs.pdf

Duval R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnement. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **10**, 5-53.

Duval R. (2006) Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques, 67-89. *Actes du 32e colloque de la COPIRELEM* : *Enseigner les mathématiques en France, en Europe et ailleurs*. *Strasbourg 2005*. IREM de Strasbourg.

Guille-Biel Winder C., Mangiante-Orsola C., Masselot P., Petitfour E., Simard A., Tempier F. (2019). Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Situations-Ressources-Analyses. Collection Les outils du formateur, tome 1. ARPEME. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnement. Annales de didactique et de sciences cognitives,10, 5-53.

Houdement C., Kuzniak A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **16**(3). 289-322. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Houdement C., Petitfour E. (2018). Malentendus sémiotiques dans l'enseignement spécialisé. *Actes du 44e colloque de la COPIRELEM*, 79-96, Épinal, juin 2017.

Margolinas, C., Wozniak, F. (2012). Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique. Bruxelles : De Boeck.

Margolinas, C. (2013). Des savoirs à la maternelle. Oui, mais lesquels ? *Actes du 39e colloque de la COPIRELEM*, 13-33, Quimper, juin 2012.

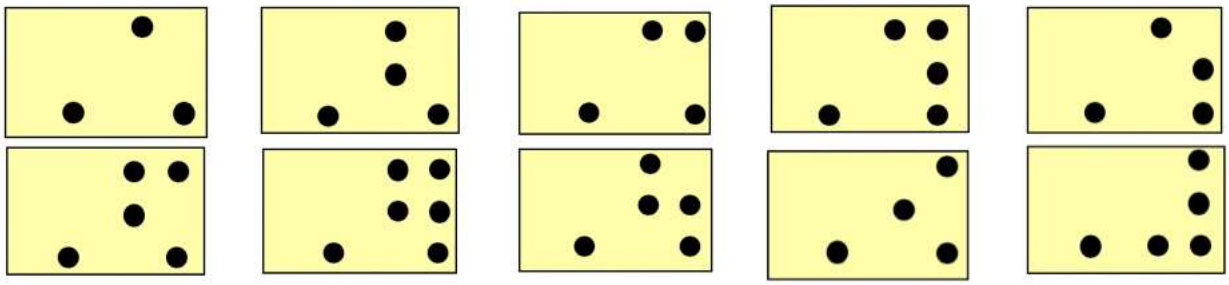
Mercier A., Quilio S. (2019). Enseigner les nombres comme des 'représentations de la numérosité'. *Actes du 45e colloque de la COPIRELEM*, 133-146, Blois, juin 2018.

Peirce C.S. (1931 à 1953), *Écrits sur le signe (rassemblés, traduits et commentés par Gérard Deledalle)*. Paris : Éditions du Seuil 1978.

Tempier F. (2016), Composer et décomposer ; un révélateur des de la comprehénsion de la numération chez les élèves, *Grand N*, 98, 67-90.

Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, *10* (2-3), 133-170.

VI - ANNEXE 1 : SUITE DES CHIFFRES ANTOINE



VII - ANNEXE 2 : PROTOCOLE

1. L: Qu'as-tu sous les doigts Sandra ?
2. S: Des gommettes.
3. L: Des gommettes. Peux-tu me dire les formes de ces gommettes ?
4. S: Des ronds, des rectangles, des...qu'est-ce-que c'est ça..? Des carrés ?
5. L: Oui des carrés.
6. S: Des triangles, des p'tits ronds, des œufs …*Silence*
7. L: Alors ce que tu appelles des œufs on va plutôt appeler ça des ovales. D'accord ? Ici ce que tu touches (*Lise positionne les mains de Sandra sur les ovales*) Qu'est-ce-que tu sens d'autre ?
8. S *les mains en l'air* : Des p'tits cœurs
9. L: Alors ils sont où les petits cœurs ?
10. S repose les mains sur les ovales, réfléchit : Ah non ici c'est les ovales.
11. L: Oui ici, ce sont les ovales.
12. S *les mains sur les gouttes* : Là les gouttes !
13. L: Très bien.
14. L: C'est bon tu as tout bien en tête ? On peut commencer ?
15. S: Oui c'est bon.
16. L: Alors écoute bien la consigne. Tu vas devoir compter le nombre de formes et y associer le bon chiffre. Tu te rappelles ? Comme d'habitude !
17. S: Ouiiii.
18. L: Et ensuite on va effectuer les calculs de ligne. Par exemple
19. S *coupe la parole en touchant l'ensemble de la feuille :* Ah ouiii c'est bon je sais, j'adore cet exercice, je veux commencer.
20. L: Attention, aujourd'hui, je change un petit peu la donne, toutes tes petites boîtes d'étiquettes avec tes chiffres dedans , je les ai mélangées!
21. S *l'air désespéré* : Oh non... T'es pas sérieuse Lise ? T'as pas fait ça ?
22. L: Hé si je suis bien sérieuse.
23. S *sourit et positionne ses mains sur la première ligne* :



Trois gommettes rondes et six rectangulaires.
Elle associe le bon nombre à chaque collection en retrouvant la bonne boîte.
Trois plus six ça fait combien ça ma maitresse ?

24. L: C'est la question que je te pose justement.
25. S: Ça fait sept.
26. L: Non je ne suis pas d'accord. Sers-toi de tes doigts.
27. S: Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit. *Elle se perd dans ses doigts*.
28. L: On va reprendre ensemble. On doit rajouter combien à six ?
29. S: Trois car y'a trois ronds.

30. L: Oui, très bien, on va donc partir directement de six et ajouter que trois doigts. On ferme le poing.
31. S *ferme le poing*
32. L: On garde six dans notre tête et on commence. *Lise lève un doigt de Sandra.*
33. S: Sept
34. L: Oui. *Lise lève un autre doigt de Sandra.*
35. S: Huit
36. L: Oui. *Lise lève un autre doigt de Sandra.*
37. S: Neuf !! C'est Neuf !!
38. L: Est-ce qu'on rajoute un autre doigt ?
39. S: Non juste trois. Y a que trois gommettes rondes.
40. L: Très bien Sandra.
41. S: Olala on a pas d'étiquettes du neuf par contre !!
42. L: Bah bien sûr que si. Regarde sous tes doigts.
43. S *cherche la boîte du neuf et se déconcentre* : Lise tu vas faire quoi ce week-end ?
44. L: C'est pas à propos Sandra, cherche le neuf on parlera de notre week-end plus tard.
45. S *se reconcentre et cherche parmi les boîtes. Elle tourne bien ses étiquettes dans le bon sens de lecture pour avoir le point six sous les doigts :* Maitresse, c'est bon j'ai le neuf. Le neuf c'est bon !
46. L *vérifie* : Très bien ! En dessous, tu pars sur les ovales.



47. S *compte :* un, deux
48. L: Très bien.
49. S *cherche une étiquette* : Deux ... Comme le B, un, deux. Lise, deux c'est un, deux ?
50. L: Oui, comme la deuxième lettre de l'alphabet. Mais pour pas la confondre avec le B, il ne faut pas oublier quoi ?
51. S: Ah oui le point six !!!
52. L: Toujours le point six en mathématiques. Avant et dans le chiffre. C'est important.
53. S: Ah bah voilàààààà ! J'ai retrouvé le deux.
54. L: Très bien Sandra.
55. S: Trois carrés, trois carrés … *Sandra cherche l'écriture du trois, puis colle son étiquette et parle ensuite d'autre chose.*
56. L: Sandra on doit finir cet exercice de gommettes ! OK ?
57. S *un peu déçue* : Bon d'accord.... Deux, trois et un.
58. L: Ça fait combien tout ça ?
59. S: Six ! Et le six c'est comme le E !
60. L: Et bien non. Le six rappelle-toi c'est comme la sixième lettre de l'alphabet.
61. S: Ah bah oui le F!
62. L: Et comment tu tapes le F?
63. S: un, deux, cinq !
64. L: Ah bah non un, deux, cinq c'est le H ! Rappelle-toi comme notre ami le
65. S *coupe la parole* : Hibou !
66. L: Très bien ! Le F c'est un, deux, quatre.
67. S: Je me rappelle jamais de celui-là. On met un, deux, quatre et six ! Je l'ai !
68. L: Super Sandra, t'as bien travaillé !
69. S: Merci ma maitresse.

COMMENT (RÉ)AGIR FACE AUX DIFFICULTÉS D'ÉLÈVES EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES MOBILISANT LE CONCEPT D'AIRE ?

Christine GÉRON
Maître assistant, HEL
(Haute École de la ville de Liège)
christine.geron@hel.be

Pauline LAMBRECHT
Maître assistant, HELHa
(Haute École Louvain en Hainaut)
lambrechtp@helha.be

Résumé
À partir de la résolution de problèmes mobilisant le concept d'aire, cet atelier avait pour objet d'amener les participants - à l'instar du travail réalisé avec nos étudiants (instituteurs primaires) - à identifier des sources de certaines difficultés relevées chez les élèves. Des productions d'élèves (principalement des copies issues du Rallye Mathématique Transalpin) ont été analysées et une attention particulière a été portée à l'analyse des erreurs. Les principales difficultés et erreurs identifiées sont de deux types : d'une part celles qui proviennent du concept d'aire lui-même, d'autre part celles liées à la résolution de problèmes. L'accent a été mis sur les méthodes géométriques : décompositions/recompositions et reproductions de figures.

Le Rallye Mathématique Transalpin (RMT) est un concours de classe donnant l'occasion aux élèves de résoudre des problèmes mathématiques en équipe. Les élèves doivent s'organiser sans l'aide de l'enseignant pour résoudre, ensemble, 5 à 7 problèmes en 50 minutes. Il est destiné aux classes de l'enseignement primaire et secondaire (collège) et est organisé en Italie, Suisse, France, Luxembourg et Belgique. Sa particularité réside dans le fait que, pour chacun des problèmes, les élèves sont amenés à expliciter leurs stratégies, seul moyen d'obtenir les 4 points attribués à chacun des problèmes pour une réponse correcte et clairement justifiée (voir exemples d'épreuves et d'analyse *a priori* sur rmt-belgique.be). Le RMT est de ce fait un très bon outil d'aide à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques. Une présentation assez complète de ce rallye apparaît dans les actes du XXXVI[e] colloque de la COPIRELEM (Grugnetti, Jaquet, Skilbecq, 2009). Nous présentons ici un dispositif utilisé avec de futurs enseignants du primaire et du secondaire, dans lequel nous les invitons à envisager la résolution de problèmes sous l'angle de l'analyse des erreurs des élèves.

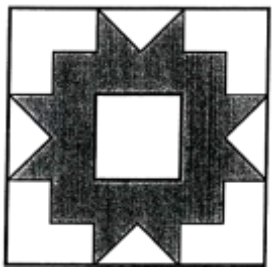
À partir de problèmes mobilisant le concept d'aire issus du RMT, les participants à l'atelier ont été invités, tout comme nous le demandons à nos étudiants, à imaginer différentes procédures de résolution ainsi que des difficultés ou des erreurs des élèves. Après une mise en commun, l'examen de productions d'élèves (issues principalement du RMT) a permis de compléter l'inventaire des stratégies et d'en illustrer la diversité. La suite de l'atelier a donné l'occasion d'échanger sur les pratiques en formation initiale ou continuée.

I - PROBLÈMES TRAVAILLÉS

Pour commencer l'atelier, nous avons donc proposé aux participants les deux problèmes suivants, tous deux issus du Rallye Mathématique Transalpin.

1 La rosace de Julie

Ce premier problème est issu de la deuxième épreuve de la 15e édition du RMT et est destiné aux élèves des catégories 5 et 6, ce qui correspond à des élèves de 10 à 12 ans.



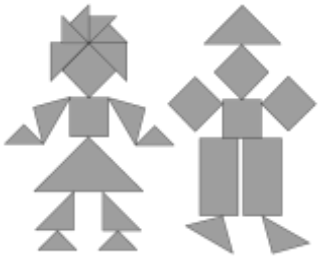
Julie veut repeindre le cadre de ce miroir en blanc et en gris. Elle se demande si elle doit acheter plus de peinture blanche ou plus de peinture grise. Bien sûr, le miroir (le carré au centre) ne doit pas être repeint et la couche de peinture aura partout la même épaisseur.

Devra-t-elle utiliser plus de gris que de blanc, plus de blanc que de gris, autant de blanc que de gris ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

2 Coupe et découpe

Le deuxième problème proposé a été repris dans la première épreuve de la 15e édition du RMT. Il est destiné aux élèves du même âge.



En collant des pièces qu'il avait découpées dans du carton, Aldo a fait un tableau qui représente deux personnages : une fillette à gauche et un garçon à droite.

Selon vous, pour faire son tableau, Aldo a-t-il utilisé plus de carton pour la fillette ou pour le garçon ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Pour préparer les pièces de son tableau, Aldo a utilisé plusieurs feuilles de carton, carrées et de même grandeur. II les a pliées une, deux ou trois fois, puis découpées en suivant certains des plis obtenus. Cette figure montre une feuille carrée de carton et les différents pliages qu'Aldo a pu effectuer :



II - ANALYSE DE PRODUCTIONS

Tout comme nous procédons avec nos étudiants, après avoir eu un temps d'appropriation du problème en travail individuel, nous avons proposé aux participants de confronter leurs résolutions par binômes, et d'essayer d'envisager d'autres stratégies que des élèves auraient pu employer. Ensuite, nous leur avons distribué des copies d'élèves à analyser[1] et avons continué par une discussion collective à partir de ces copies, que nous avons classées, ensemble, en trois catégories : les stratégies pouvant aboutir à la solution, les stratégies n'aboutissant pas à la solution mais qui sont sur la bonne voie et celles dans lesquelles il y a des conceptions erronées qui empêchent d'aboutir à la solution.

1 Stratégies pouvant aboutir à la solution

1.1 Décomposer pour recomposer des figures identiques

La discussion a commencé à partir de la présentation de la figure 1. Les participants ont été invités à réfléchir à ce que les élèves avaient pu imaginer comme stratégie pour résoudre le problème avec un tel dessin et la phrase « la forme grise est dessous » et les quelques explications qui accompagnaient.

[1] Les copies d'élèves utilisées dans la suite de cet article proviennent de classes belges et suisses.

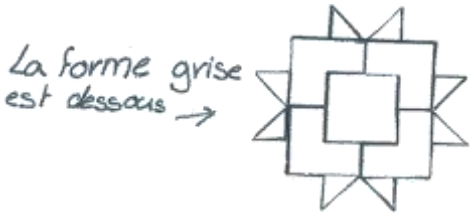


Figure 1

Pour comprendre ce dessin, il faut imaginer que les élèves ont découpé les parties blanches de la figure initiale (figure 2) et les ont superposées aux parties grises de la figure. Lors d'un de nos cours, une étudiante institutrice primaire avait représenté cette même situation avec des couleurs (figure 3), ce qui s'apparente à de l'appariement. Les participants avaient des propositions qui illustraient ce même mode opératoire, mais aucun n'a utilisé concrètement des ciseaux.

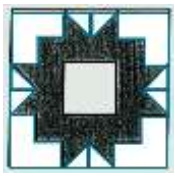


Figure 2



Figure 3

La figure 4 est une production d'élèves qui s'apparente également à de la découpe, mais, au lieu de superposer les formes blanches et grises qui se correspondent, les enfants ont recomposé deux rectangles, un gris et un blanc, en emboitant les pièces comme dans un puzzle. Ces rectangles s'avèrent être identiques. Les morceaux du puzzle blanc sont les mêmes que dans la figure 2, et ceux du gris sont représentés à la figure 5.

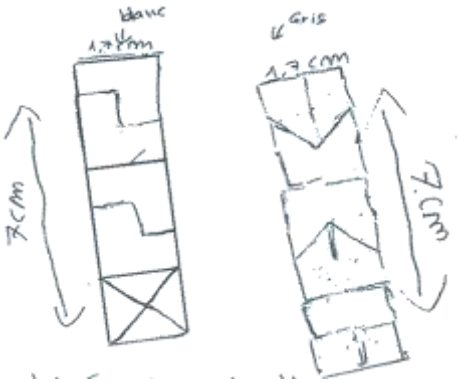


Figure 4



Figure 5

1.2 Utiliser une figure étalon pour dénombrer… ou apparier

Une autre stratégie utilisée par de nombreux participants (et qui est des plus courantes chez nos étudiants) a été d'identifier un étalon et de s'en servir pour comparer, grâce au dénombrement de ces étalons pouvant recouvrir les parties blanche et grise du dessin. L'étalon le plus évident est le carré tel qu'il est utilisé dans la figure 6, mais certains élèves privilégient le petit triangle comme unité de référence, comme l'illustre un peu maladroitement la figure 7. Nous avons également rencontré une résolution dans laquelle il n'était pas question de dénombrement, mais d'appariement. Le résultat est celui de la figure 8.

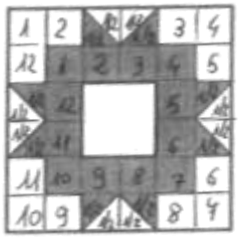


Figure 6

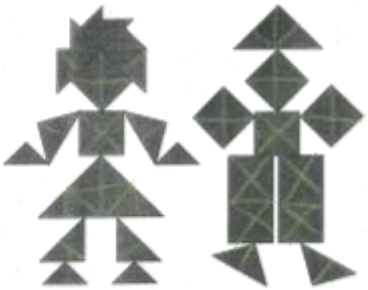


Figure 7

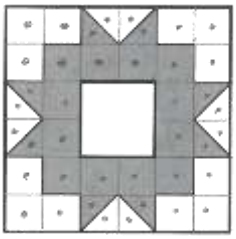


Figure 8

Le résultat final peut laisser penser à un dénombrement. C'est la réalisation, que nous avons eu l'occasion d'observer, qui permet de savoir que la procédure utilisée a été de l'appariement. En effet, à chaque fois qu'un carré blanc était pointé, un carré gris l'était également. Il en a été de même pour les triangles.

1.3 Mélanger différentes stratégies

Les figures 9 à 13 illustrent des procédures utilisées par les enfants et montrent la richesse de l'utilisation croisée des stratégies.

Certaines résolutions ont utilisé plusieurs étalons différents successivement pour apparier : des carrés et triangles des dessins d'abord (croix blanches) puis les triangles (bleus) correspondant aux demi-carrés précédents.

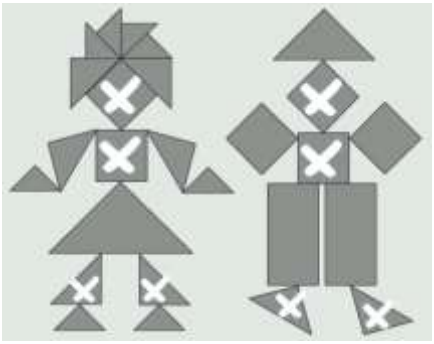


Figure 9

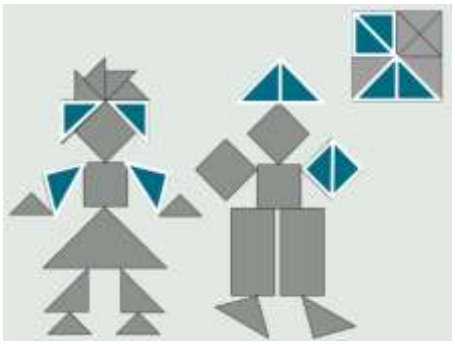


Figure 10

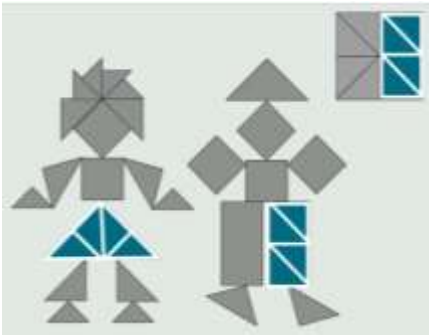


Figure 11

Certains enfants et étudiants, contrairement aux participants à l'atelier, ont vraiment découpé avant d'apparier (comme en atteste le travail d'un étudiant à la figure 12) tandis que d'autres ont utilisé des couleurs pour assembler des pièces du puzzle, les regrouper en entités pouvant alors être appariées (Figure 13).

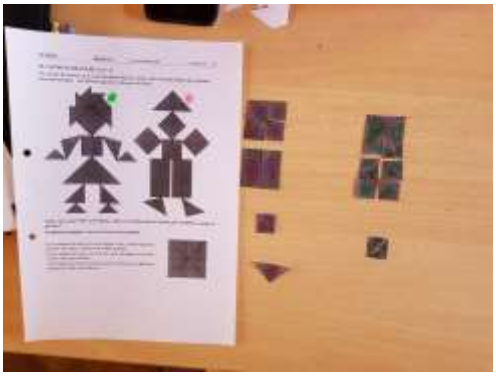


Figure 12



Figure 13

2 Stratégies n'aboutissant pas à la solution

Certains enfants utilisent des stratégies prometteuses mais qui n'aboutissent pas pour diverses raisons. On peut néanmoins s'emparer de ces exemples et les retravailler de manière ciblée avec les enfants concernés pour les faire évoluer.

En reproduisant toutes les formes sur feuille quadrillée (Figure 14), un groupe d'élèves a voulu ensuite dénombrer tous les petits carrés du quadrillage de la feuille formant les différentes formes. La réponse correcte aurait pu être trouvée si un problème de reproduction ne s'était pas posé. En effet, les élèves qui ont réalisé cette copie ont représenté tous les triangles avec l'angle droit correspondant à un angle du quadrillage. Cela n'aurait pas posé problème si les mesures des longueurs des côtés de l'angle droit des différents triangles avaient été entières. Or, pour certains triangles du dessin, c'est la longueur de l'hypoténuse, placée à l'horizontale, qui avait une mesure entière. Les élèves ne s'en sont probablement pas aperçus et ont arrondi les mesures des côtés de l'angle droit pour pouvoir représenter les triangles sur le quadrillage. Par exemple, $\sqrt{2}$ a été arrondi à 1,5. Cette erreur de reproduction ne permet pas aux élèves de trouver le bon nombre de « petits carrés » nécessaires pour réaliser les deux personnages. Néanmoins, la réponse « il avait utilisé plus de carton pour le garçon » est correcte. Il est donc indispensable d'aller au-delà de la phrase réponse pour repérer les erreurs des élèves détectables par l'analyse fine des procédés utilisés, quand ceux-ci sont détaillés sur les copies.

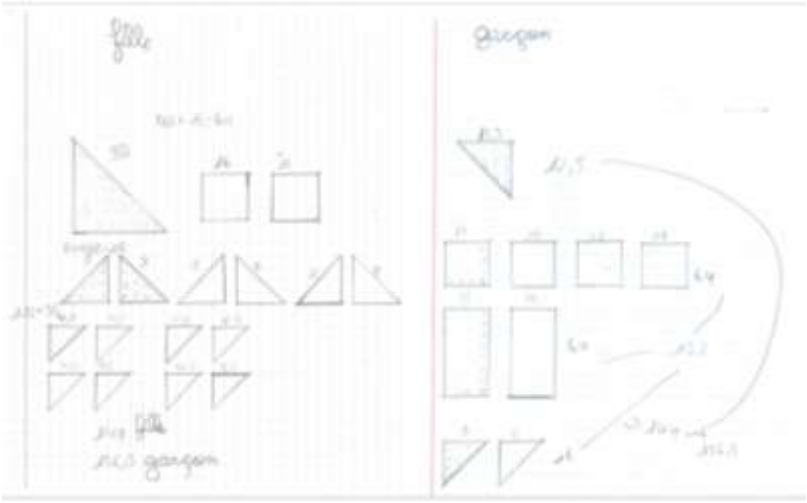


Figure 14

Pour certains enfants et même étudiants, dès que des problèmes d'aire apparaissent, il faut utiliser des formules. Pour ce faire, il fallait donc mesurer les longueurs des côtés (puisqu'on n'en donnait aucune) et effectuer des calculs. Cette procédure pourrait être efficace si des erreurs de mesure ou de calculs ne venaient pas tout compliquer.

Essayons de comprendre la copie de la figure 15 (extrait de la résolution). Le RMT est un concours de classe, ce qui implique que les élèves travaillent ensemble autour d'un problème. Cette copie nous donne

une belle preuve de ce travail d'équipe même si, dans ce cas et par manque de communication, cela les a empêchés d'aboutir à la solution. Dans le calcul que nous avons entouré en bleu, les enfants ont sans doute mesuré la largeur du rectangle, ils ont obtenu 0,9 cm. Par contre, dans le calcul de l'aire d'un petit carré (en bas à droite de la figure 15), ils ont choisi 0,85 cm pour mesure du côté. On peut imaginer que celui qui a proposé ce nombre s'est basé sur la longueur d'un petit rectangle (1,7 cm) qu'il a divisée en deux. Aussi petite que soit cette différence, elle empêche les enfants d'aboutir à une solution correcte qui est celle de l'égalité entre les parties blanche et grise de la figure.

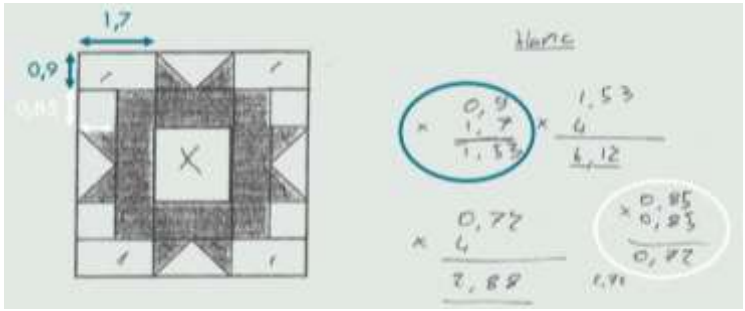


Figure 15

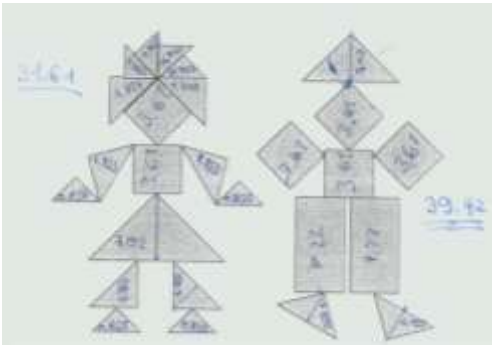


Figure 16

3 Conceptions erronées qui empêchent d'aboutir à la solution

Une erreur régulièrement commise par les élèves est de prendre en compte le nombre de formes plutôt que leur aire, comme l'explique le texte de la figure 17, ou encore plus explicitement celui de la figure 18. Ce qui pourrait l'expliquer tient dans la formulation de l'énoncé « Aldo a-t-il utilisé plus de carton pour la fillette ou pour le garçon ? ».

Les participants à l'atelier ont d'ailleurs souligné la difficulté de compréhension de la consigne. Outre le fait qu'elle est fort longue, on y parle notamment de « quantité » de carton. Les enfants pourraient se demander s'il s'agit du nombre de pièces de carton (ce qui conduirait au dénombrement des pièces nécessaires à chacun des puzzles) ou de la masse du carton utilisée pour chaque puzzle, qui doit être liée à l'aire des pièces de carton, ce qui n'est pas d'emblée évident. Un simple « s » au mot « carton » pourrait leur donner raison. Ceci amène à un autre point de discussion sur la rigueur qu'on doit adopter lorsqu'on écrit un énoncé de problème. Nous n'avons pas creusé davantage la question avec les participants de l'atelier pour ne pas nous écarter du sujet.



Figure 17

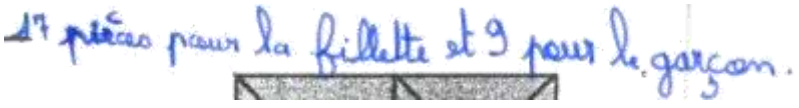


Figure 18

Une autre erreur communément rencontrée est la confusion aire-périmètre. La figure 19 ne laisse pas de doute sur la stratégie employée par ce groupe d'enfants : le terme « périmètre » y est clairement utilisé, et l'unité de mesure y correspond. Pour ce qui est de la figure 20 (extrait d'une résolution), c'est la confrontation à la figure qui permet de se rendre compte que leur stratégie s'appuie sur un calcul de périmètre.

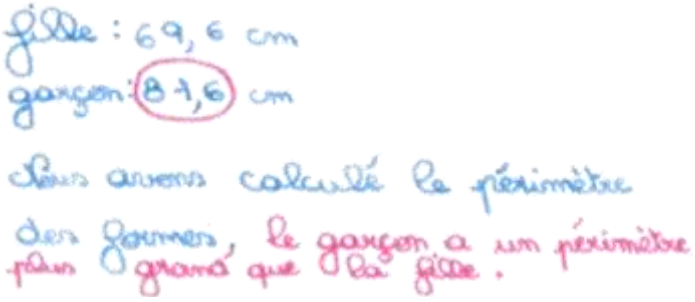


Figure 19

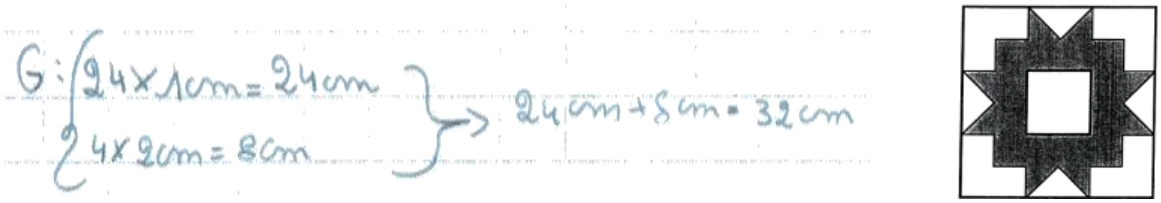


Figure 20

Il y a effectivement 24 segments sur le contour de la forme grise (même s'ils ne sont pas tous de même mesure) et à cela, ils ajoutent le périmètre du carré intérieur.

Ce type de copie d'élèves est très intéressant à discuter ensuite en classe, après le concours. Cela permet aux enfants de confronter leurs représentations et de se rendre compte que le calcul de périmètre effectué ne correspond pas au recouvrement dont il est question dans l'énoncé.

4 Discussion

D'une manière générale les participants à l'atelier ont rapidement imaginé les différentes méthodes de résolution produites par les enfants, fort semblables à celles produites par nos étudiants. Lors de l'analyse des productions, certaines erreurs étaient sujettes à de multiples interprétations. L'absence de mesure sur les dessins semble avoir donné du fil à retordre à plusieurs groupes d'élèves. Certains enfants ont immédiatement mesuré les longueurs des côtés afin de les multiplier pour trouver l'aire des différentes pièces du puzzle. Cette stratégie de résolution n'est pas la plus efficace en raison des erreurs de mesures et approximations inévitables pour des mesures non entières ; elle témoigne par ailleurs d'un automatisme peu sujet à réflexion de la part des élèves.

Il a été souligné également par les participants que la verbalisation du procédé demandée dans la consigne se révèle fort ardue pour les élèves. Dans un énoncé tel que ceux présentés lors de l'atelier, la grande majorité des procédures de résolution s'appuie sur le dessin. La demande d'expliquer comment la réponse a été trouvée pourrait laisser croire que les élèves doivent rédiger des phrases et expliquer en « mots » ce qu'ils ont produit par « dessin ». Ce passage à l'écrit constitue une grande difficulté pour les élèves. Les participants à l'atelier s'accordent à dire qu'il est nécessaire de le travailler avec les élèves et qu'il faut leur faire prendre conscience qu'un dessin bien réalisé, accompagné d'une ou deux phrases, est parfois plus explicite qu'un texte.

Enfin, une résolution sur laquelle nous sommes revenus est celle utilisant les axes de symétrie, dans le cas de la rosace de Julie (Figure 21). Tracer les médianes pour réduire le problème à un quart du miroir est une stratégie qui permet de gagner en efficacité et de diminuer le risque d'erreur de comptage. De l'avis général, la détection des éventuelles symétries et le travail des techniques de repérage sont assurément à travailler avec les élèves dans les classes, mais remarquons que ce n'est pas une stratégie spontanée pour les enfants de cet âge, ni pour la plupart de nos étudiants. Des participants l'ont anticipée, mais l'illustration de la figure 21 fait suite à un travail mené après une discussion collégiale en classe.

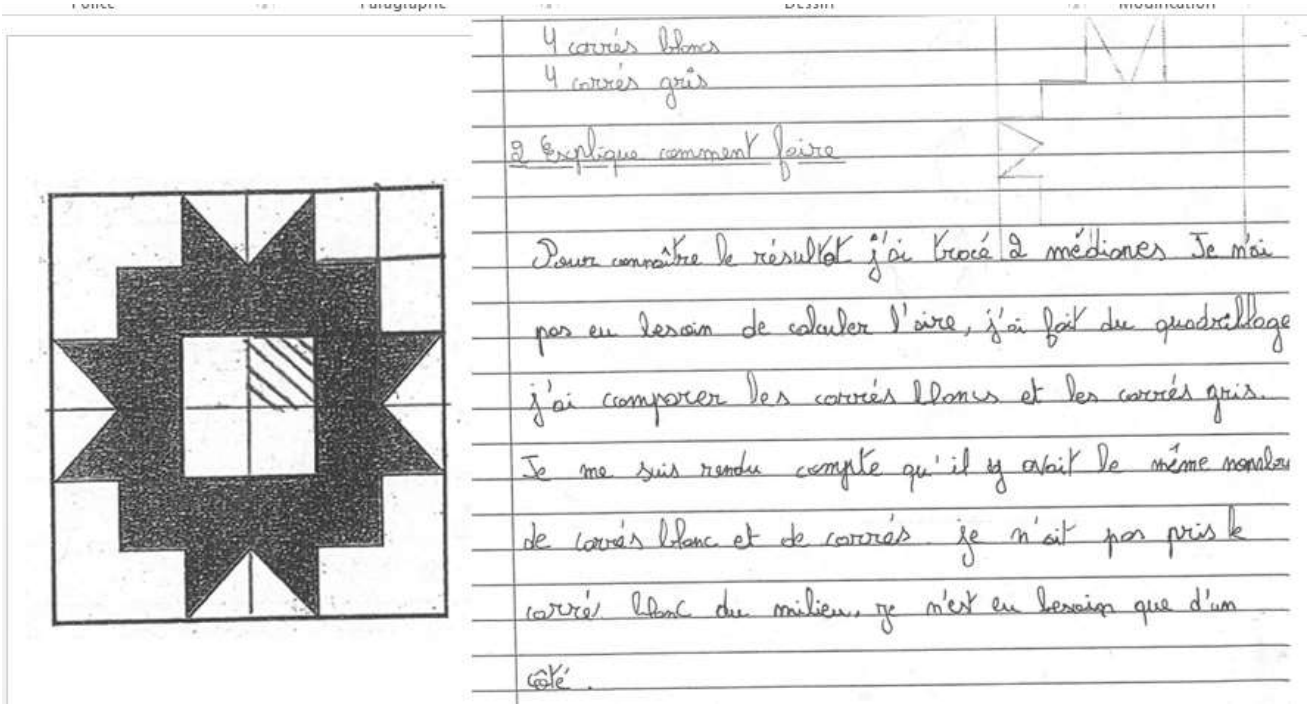


Figure 21

III - POUR POURSUIVRE

Pour continuer la réflexion, nous évoquerons deux éléments : la banque de problèmes de l'ARMT[2] qui permet de préparer des problèmes qui aideront les élèves à développer des stratégies pour un thème particulier ; et une activité d'apprentissage qui aide à s'ouvrir aux procédures géométriques dès le plus jeune âge.

1 Banque de problèmes

Nous avons proposé aux participants ce que nous travaillons avec nos étudiants. Pour continuer à réfléchir sur ce genre de problématique, l'ARMT a mis au point une banque de problèmes qui permet de réaliser une sélection dans le but de travailler spécifiquement un type de problème avec les élèves afin de les aider à développer diverses stratégies. Elle est disponible à l'adresse suivante :

http://www.projet-ermitage.org/ARMT/doc/bp-rmt-acces2-fr.html

Cette « problémothèque » est destinée à tout enseignant soucieux de travailler la résolution de problèmes avec ses élèves. Elle permet aux enseignants de trouver notamment des problèmes liés à un concept particulier. Elle donne également accès aux analyses *a priori* des problèmes. Il s'agit d'un relevé de démarches possibles déterminé avant que le problème n'ait été soumis aux élèves, ou basé sur des analyses de problèmes similaires précédemment proposés. Cette analyse *a priori* est autant que possible accompagnée d'analyses *a posteriori* des démarches réellement mises en œuvre par les élèves lors de la passation du concours. Certains extraits de copies d'élèves sont parfois disponibles. Ils permettent de se rendre compte du mode de raisonnement des élèves et des difficultés qu'ils rencontrent.

[2] Association Rallye Mathématique Transalpin

2 Dès le plus jeune âge

Le travail de diverses stratégies en primaire est primordial pour que les élèves ne s'enferment pas dans des procédures de calculs basés sur des formules lorsque ce ne sont pas les plus pertinentes. Mais, amener les élèves à y être confrontés dès le plus jeune âge est un atout pour la suite de leur scolarité.

Le Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM, Belgique) s'est intéressé à une activité à mener avec des enfants de l'école maternelle dans laquelle ils sont amenés à réaliser des puzzles. Ils doivent paver, avec diverses formes, des poissons dans lesquels ces formes ne sont pas nécessairement placées dans leur position privilégiée (CREM, 2017).

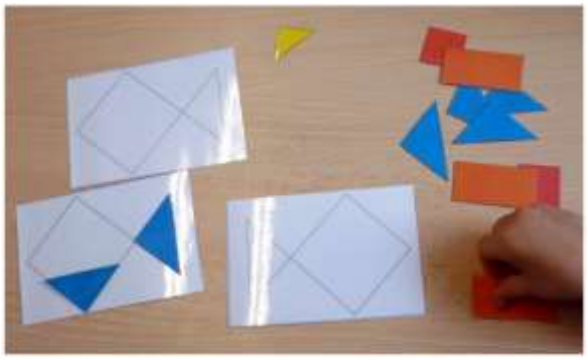


Figure 22

Amener les enfants à réaliser ce genre de puzzles devrait les aider à concevoir plus facilement des décompositions plus tard. Nous n'avons malheureusement pas eu le temps de faire vivre cette activité aux participants. Nous les avons renvoyés aux actes de l'année passée car un atelier avait été consacré aux *Math & Manips*, desquelles est issue cette activité (Guissard & Lambrecht, 2018).

IV - CONCLUSION

À travers le concours, l'objectif du RMT est d'inciter les enseignants à proposer des problèmes à leurs élèves. Outre les apprentissages mathématiques qui en découlent, ici pour le concept d'aire, le fait d'entrainer les élèves à travailler en équipe permet de développer leurs compétences sociales et argumentatives, puisqu'il leur faut défendre les démarches qu'ils proposent. L'observation des élèves en activité et l'analyse de leurs productions amènent non seulement à percevoir les capacités d'organisation et d'ouverture d'esprit des élèves mais aussi à repérer leur manière d'appréhender un problème et les stratégies de résolution qu'ils privilégient. L'examen détaillé des démarches utilisées constitue un atout majeur pour un enseignant puisqu'il permet de s'emparer des erreurs, de les comprendre afin de chercher l'aide appropriée à apporter. Fort de ces analyses, l'enseignant peut alors agir auprès des élèves de manière ciblée et individualisée pour les faire progresser. C'est là l'enjeu essentiel du message délivré à nos étudiants en formation lors des modules consacrés à la résolution de problèmes.

En ce qui concerne le concept d'aire en particulier, il est indispensable de prendre conscience que le recours aux formules, pouvant être perçu de prime abord comme étant la démarche experte, n'est pas nécessairement le plus adéquat. Des démarches d'appariement, de décomposition/recomposition, de reproduction, de découpage en étalons ont l'air moins élaborées mais sont parfois bien plus judicieuses et témoignent d'une compréhension plus profonde du concept.

Certes, faire apprendre par la résolution de problèmes n'est pas une sinécure puisqu'on prend le risque de laisser les élèves se tromper, qu'on est confronté à une diversité de procédures et qu'il faut pouvoir réagir de manière idoine mais les bénéfices que les élèves en retirent sont tels qu'il serait dommage de s'en priver. Comme le dit Julo (2002, p.43), « On ne sait toujours pas en quoi consiste exactement un `apprentissage par la résolution de problème', on constate seulement sa réalité et ses avantages. »

V - BIBLIOGRAPHIE

CREM (2017). *Math & Manips* : des manipulations pour favoriser la construction des apprentissages en mathématiques. https://www.crem.be/publication/M&M

Grugnetti L., Jaquet F. Skilbecq Ph. (2009). Un même problème, une diversité de procédures de résolution : comment les analyser ?, in *Actes du XXXVI^e colloque COPIRELEM*, Auch.

Guissard M.-F. & Lambrecht P. (2018). *Math & Manips* : Favoriser l'apprentissage de l'organisation spatiale par la manipulation à l'école maternelle, in *Actes du 45^e colloque COPIRELEM*, Blois.

Julo J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, **69**, 31-54.

VI - SITOGRAPHIE

Banque de problèmes de l'ARMT : http://www.projet-ermitage.org/ARMT/doc/bp-rmt-acces2-fr.html

Site de l'ARMT : http://www.armtint.org/fr

Site du RMT : https://rmt.crem.be/

FORMER LES FORMATEURS À METTRE EN ŒUVRE UN JEU DE RÔLES EN FORMATION INITIALE

Claire GUILLE-BIEL WINDER
COPIRELEM, INSPE d'Aix-Marseille, France
ADEF (UR-4671), Aix-Marseille Université
claire.winder@univ-amu.fr

Caroline LAJOIE
GREFEM, Université du Québec à Montréal, Canada
lajoie.caroline@uqam.ca

Christine MANGIANTE
COPIRELEM, INSPE Lille Hauts de France, France
LML (EA 2462), Université d'Artois
christine.mangiante@inspe-lille-hdf.fr

Pascale MASSELOT
COPIRELEM, INSPE de l'Académie de Versailles, France
LDAR (EA 4434), UA, CYCPU, UP, UPEC, URN, CY Cergy Paris Université
pascale.masselot@u-cergy.fr

Frédérick TEMPIER
COPIRELEM, INSPE de l'Académie de Versailles, France
LDAR (EA 4434), UA, CYCPU, UP, UPEC, URN, CY Cergy Paris Université
frederick.tempier@u-cergy.fr

Résumé
Cet atelier est en lien avec la conférence de Caroline Lajoie.
Au milieu des années quatre-vingt-dix, une approche par Jeu de Rôles a été développée à l'Université du Québec à Montréal par une équipe de didacticiens des mathématiques en formation initiale des maitres du primaire (Lajoie et al, 2012). L'objectif de cet atelier est d'interroger les potentialités des Jeux de Rôles pour le développement professionnel des futurs enseignants ainsi que leurs modalités de mise en œuvre en formation. Pour cela nous nous appuyons sur un scénario de formation basé sur un Jeu de Rôles que nous avons développé (Lajoie et al, 2019) et qui plonge les futurs enseignants dans une situation d'aide à un élève rencontrant une difficulté dans une tâche portant sur les nombres décimaux.

Notre travail prend appui sur des résultats de recherches portant sur le développement professionnel des professeurs des écoles, plus particulièrement sur les enjeux de la formation en mathématiques de ces professeurs et sur les effets de certains dispositifs de formation sur les pratiques des enseignants (Robert, 2005 ; Charles-Pézard & al., 2011 ; Butlen & al., 2017). Nous en retenons l'hypothèse suivante : un dispositif de formation visant le niveau local des routines professionnelles et s'appuyant sur des observations de moments d'enseignement est susceptible d'enrichir les pratiques, c'est-à-dire d'amener le futur enseignant à envisager différentes alternatives, à « élargir la palette des possibles ». Rester au plus près de la « logique » déjà en germe de cet enseignant, se situer dans la « zone proximale de développement des pratiques », rendrait l'enseignant plus apte à s'approprier ces alternatives.

Dans le contexte de la formation initiale en France, il est difficile d'avoir accès aux pratiques d'enseignement des stagiaires dans leur classe. Il est alors tentant pour des formateurs de s'appuyer sur des dispositifs permettant d'importer des traces de ces pratiques en formation. Une telle manière de faire permet, dans un premier temps, d'initier chez les formés un questionnement prenant en compte à la fois leurs besoins ressentis et ceux identifiés ou déjà connus par les formateurs et dans un second temps,

d'amener les formés à envisager d'autres pistes « à leur portée », sans les déstabiliser, de manière à éviter un rejet systématique des propositions des formateurs.

C'est dans cette perspective que nous nous sommes intéressés au *Jeu de Rôles*, développé au milieu des années quatre-vingt-dix en formation initiale des maitres du primaire à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) par une équipe de didacticiens des mathématiques (Lajoie et Pallascio, 2001 ; Lajoie, 2010, 2018 ; Lajoie & al., 2012). Selon l'approche développée à l'UQAM[1], le Jeu de Rôles place les étudiants dans un contexte proche de l'exercice de la classe : il les amène à se glisser dans la peau d'enseignants plongés dans une situation donnée reflétant leurs tâches au quotidien en ce qui a trait aux mathématiques (introduction d'une nouvelle notion, enseignement d'algorithmes, résolution de problèmes, intervention face à une erreur, utilisation du matériel, exploitation de la calculatrice, ...), et à agir comme le feraient, selon eux, des enseignants en service.

L'objectif de cet atelier est double : faire découvrir aux participants cette modalité de formation — le Jeu de Rôles — ainsi que ses potentialités et interroger le rôle du formateur dans sa mise en œuvre. Pour cela, nous nous appuyons sur un scénario de formation basé sur un Jeu de Rôles que nous avons nous-mêmes élaboré (Lajoie & al., 2019), qui vise à plonger les futurs enseignants dans une situation d'aide à un élève en difficulté dans des tâches portant sur les nombres décimaux. Et nous proposons une mise en abyme du Jeu de Rôles consistant à faire vivre aux formateurs un Jeu de Rôles sur la mise en œuvre de ce Jeu de Rôles avec des formés.

Dans une première partie, nous présentons le scénario de formation élaboré (Lajoie & al., 2019). Dans une deuxième partie, nous détaillons le dispositif mis en place pour l'atelier — un Jeu de Rôles *pour formateurs* — et nous rapportons le contenu des échanges à propos des potentialités du scénario et du rôle du formateur. La dernière partie présente nos conclusions.

I - LE SCÉNARIO DE FORMATION « AIDER UN ÉLÈVE EN DIFFICULTÉ SUR LES NOMBRES DÉCIMAUX »

Un Jeu de Rôles correspond à la mise en scène d'une situation problématique impliquant des acteurs ayant un rôle donné. Lorsqu'il est utilisé dans l'enseignement, l'objectif du Jeu de Rôles est d'amener les étudiants-acteurs, et le reste de la classe, à apprendre quelque chose à propos des protagonistes eux-mêmes et/ou de la situation (Van Ments, 1989). Suivant l'approche développée à l'UQAM (voir par exemple Lajoie et Pallascio, 2001), chaque Jeu de Rôles est structuré de la même manière. Le scénario de formation élaboré prend appui sur cette approche. Il s'adresse à des futurs enseignants pour lesquels le thème des nombres décimaux, la réflexion sur les aides à apporter aux élèves et celle sur l'utilisation de supports variés en classe n'ont pas fait l'objet d'une intervention spécifique du formateur dans les cours précédents. Il se structure en cinq grandes étapes précisées dans ce qui suit.

1 Prélude

Le scénario commence par une phase de rappel à propos des nombres décimaux et de certains obstacles liés à leur apprentissage. Par groupes, les formés (futurs enseignants) complètent un questionnaire portant sur les nombres décimaux (définition, distinction nombre et écriture, continuités et ruptures avec les nombres entiers, lien avec les fractions décimales). Puis le formateur organise une discussion collective et une synthèse prenant appui sur les réponses des différents groupes. Cette phase permet aux formés de faire le point sur la notion elle-même et au formateur de s'assurer d'un certain état des connaissances des formés sur la notion considérée. La synthèse constitue une référence commune pour des connaissances mathématiques et didactiques mobilisables au moment d'aider un élève, dans le contexte du scénario élaboré ou dans tout autre contexte. Elle a pour but de soutenir les formés dans la préparation et la mise en œuvre futures du Jeu de Rôles.

[1] Pour plus d'information sur cette approche, on pourra se référer à la conférence de C. Lajoie dans ce même volume.

2 Présentation de la situation problématique au cœur du Jeu de Rôles

Le formateur présente aux étudiants, placés en équipes de trois ou quatre, une mise en situation problématique associée au Jeu de Rôles. Celle-ci implique un ou des « élèves » (selon le jeu) et un « enseignant » et appelle une solution. Elle est la suivante :

> « Vous avez proposé à vos élèves de CM1 ou de CM2 des tâches qui font toutes intervenir des nombres décimaux. Vous trouverez dans le document des productions d'élèves. Dans un premier temps, vous analyserez ces productions. Dans un second temps, vous vous préparerez à intervenir auprès d'un élève qui a fait des erreurs. Il s'agit d'identifier les difficultés de l'élève et de l'aider à les dépasser. Vous avez à votre disposition différents supports matériels usuellement utilisés en classe. »

Le formateur présente le déroulement du Jeu de Rôles (les différentes phases), la production de différents élèves pour chacune des six tâches mathématiques (annexe 1), ainsi que les supports à disposition : carrés quadrillés de 100 carreaux, rectangles de longueurs différentes (rapports 10 et 100), droite graduée avec des graduations de pas différents (rapports 10 et 100), pièces de monnaie (en euros et centimes) et deux tableaux de numération (annexe 2).

3 Préparation en deux temps

Toutes les équipes se préparent, ne sachant pas à l'avance si l'un de ses membres devra jouer l'un des rôles devant tout le groupe. Au sein des équipes, les formés analysent tout d'abord des productions d'élèves : ils cherchent à comprendre les raisonnements, à repérer les erreurs, à identifier leur logique, font des hypothèses sur l'origine de ces erreurs dans le but d'intervenir de manière adaptée. Ensuite, ils préparent leur intervention pour une ou plusieurs tâches, non seulement pour intervenir auprès d'un élève en tant qu'enseignant, mais aussi pour jouer le rôle d'un élève en anticipant ses comportements et réactions.

4 Mises en scène

Le formateur désigne les équipes qui vont envoyer une personne à l'avant de la classe pour jouer un rôle (il fait en sorte que les différents acteurs proviennent d'équipes différentes, de manière à éviter que ceux-ci ne s'entendent préalablement sur le déroulement). Puis les mises en scène ont lieu et les autres formés, tout comme le formateur, ont l'occasion d'observer l'enseignant et son(ses) élève(s) en action. Trois mises en scène se succèdent ainsi, impliquant à chaque fois un nouveau duo enseignant/élève et une nouvelle tâche mathématique, en commençant par les tâches 1, 2 puis 5 (annexe 1). En cas de difficulté (de la part de l'enseignant ou de l'élève), il est possible de faire un « arrêt sur image » (une pause) pour discuter collectivement avant de reprendre la mise en scène.

Les formés ne jouant pas un rôle spécifique, les « observateurs », identifient ce qui émerge, au niveau des pratiques ou des connaissances, en prenant appui sur certains critères amenés progressivement par le formateur. Ces critères orientent l'observation vers différents aspects des pratiques et connaissances émergentes, comme par exemple la pertinence du choix par l'enseignant du support matériel ou encore celle de certains de ses gestes professionnels pour aider l'élève (prend-il appui sur le support matériel ? amène-t-il l'élève à comprendre son erreur ? évite-t-il de guider l'élève « pas à pas » ? fait-il en sorte que l'élève puisse réinvestir ce qu'il a appris ?).

5 Retours

Les mises en scène sont entrecoupées de discussions collectives animées par le formateur. Chaque discussion peut porter sur tout aspect pertinent ayant retenu l'attention des observateurs ou des acteurs : identification de moments clés, clarification de concepts mathématiques ou didactiques, discussion à propos des choix faits par l'enseignant ou des réactions de l'élève éventuellement accompagnée de propositions d'alternatives. Ces discussions sur ce qui a été fait par les acteurs et sur des alternatives possibles peuvent nourrir les mises en scènes ultérieures et éclairer ce qui pourrait se passer dans une « vraie » classe. En ce sens, les retours collectifs sont une occasion d'attirer l'attention sur les pratiques et connaissances qui ont émergé grâce à la mise en scène dans l'intention de les faire évoluer.

6 Synthèse et institutionnalisation

Une nouvelle discussion à l'issue des trois jeux et des échanges successifs aboutit à une synthèse des éléments à retenir, voire à une institutionnalisation de certains outils ou concepts de la part du formateur. Cette synthèse s'appuie sur les critères d'observation et s'organise sous forme de conseils généraux pour aider un élève en difficulté et pour choisir des supports pertinents relativement à la tâche proposée, aux difficultés rencontrées par l'élève et aux savoirs en jeu.

II - LE DISPOSITIF MIS EN PLACE POUR L'ATELIER

Dans cet atelier, nous visons l'appropriation de la modalité de formation *Jeu de Rôles* par les participants tout en les amenant à interroger le rôle du formateur dans ce dispositif. Nous faisons le choix d'une mise en abîme : leur faire vivre un Jeu de Rôles portant sur la mise en œuvre d'un Jeu de Rôles avec des formés. Ainsi les participants seront amenés à partir de la mise en scène d'une situation problématique pour le formateur à envisager et discuter des alternatives qui pourront émerger. Le travail se déroule en six temps présentés ci-après.

1 Appropriation du Jeu de Rôles « Aider un élève – tâche 2 »

Les participants, installés par équipes de quatre, ont à leur disposition une partie du Jeu de Rôles présenté dans la partie précédente (seule la tâche 2 avec la production de l'élève nommé Paul est traitée) ainsi que la situation problématique associée (annexe 1). Pour leur permettre de s'approprier ce dispositif de formation, dans un premier temps la même tâche que celle des formés est proposée : analyser la production de Paul, c'est-à-dire comprendre son raisonnement, repérer ses erreurs et faire des hypothèses sur leur origine. Dans un deuxième temps, il leur est demandé d'anticiper l'aide qu'un enseignant pourrait proposer à Paul. Nous les plaçons également dans une posture de formateur en leur demandant d'anticiper les difficultés que des formés pourraient rencontrer dans le cadre de ce Jeu de Rôles lors de la préparation et de la mise en scène.

Équipe 1. Les membres de l'équipe échangent à propos de la « stratégie » de Paul et recherchent une certaine « cohérence » dans les différentes réponses données. Ils s'accordent sur le fait que soit l'élève considère d'abord les parties entières puis raisonne sur la partie décimale, soit il fait abstraction de la virgule. Ils estiment aussi que Paul peut avoir fait le choix d'une stratégie puis l'avoir abandonnée parce qu'il a rencontré une difficulté. Selon eux, cet élève ne fait pas vraiment la différence entre nombres entiers et nombres décimaux. Ils envisagent ensuite les différents choix possibles à propos des supports et de leur pertinence : la droite graduée permet d'invalider la proposition de Paul mais à condition de réussir préalablement à positionner les nombres ; les bandes ou les surfaces quadrillées permettent de travailler le sens et peuvent conduire l'enseignant à rappeler le partage de l'unité en dix parties égales pour obtenir un dixième ; la monnaie possède une dimension sociale mais peut engendrer des difficultés pour le formé-enseignant au moment de la mise en scène. L'équipe débat aussi de la pertinence de l'usage du tableau de numération (le premier tableau). Les échanges portent davantage sur les choix que chacun ferait en tant qu'enseignant que sur les difficultés à prévoir pour des enseignants en formation.

Équipe 2. Les membres de l'équipe analysent les quatre réponses de Paul pour la tâche 2, c'est-à-dire ses réussites et surtout ses erreurs. Ils constatent que la première ligne de l'exercice n'a pas posé de problème, les nombres ayant le même format (un chiffre avant la virgule et un chiffre après la virgule) avec des parties entières différentes (les nombres peuvent alors être facilement comparés). Ils cherchent ensuite à identifier la logique de l'élève (« si on voit comment il fait ses choix avant, ça peut éclairer le dernier »). Pour la deuxième ligne, deux hypothèses sont proposées : l'élève compare 521, 515 et 512 (sans se soucier de la virgule) ; l'élève compare les trois nombres 21, 15 et 12 puisque la partie entière est la même. Ils remarquent que parfois plusieurs raisonnements différents pourraient se cacher derrière les erreurs de Paul. Pour la troisième ligne, ils évoquent d'abord la règle erronée « moins il y a de chiffres (en tout) plus c'est petit » en notant que cette hypothèse marcherait aussi pour la quatrième ligne, puis celle consistant à remarquer que les trois nombres ont la même partie entière et à comparer uniquement les nombres situés après la virgule (3, 28 et 401). Pour la quatrième ligne, ils mentionnent deux possibilités : Paul est cohérent

et n'a qu'une seule manière de faire (hypothèse précédente) ou bien il change de procédure. Les participants cherchent le plus d'hypothèses possible, conscients du fait qu'au moment de la mise en scène si l'un d'eux est enseignant et que l'élève a un raisonnement qu'ils n'ont pas anticipé, l'enseignant sera déstabilisé ! Mais ils reconnaissent aussi qu'ils ne peuvent pas tout anticiper. Ils prévoient des réponses que l'élève pourrait donner (« j'ai oublié », « je ne sais plus », …) et des questions qui pourraient lui être posées (« oui mais réfléchis, qu'est-ce que tu faisais, quel support t'as pris ? »). Ils évoquent la possibilité de contextualiser la situation dans le cadre des mesures de prix mais remarquent que « sur un ticket de caisse on ne verrait pas 6,4 € pour 6,40 € ». La scénarisation de l'utilisation des supports est évoquée. Les membres de l'équipe envisagent enfin de s'appuyer sur ce que dit Paul de sa procédure : « Comment as-tu fait ? Comment as-tu choisi six virgule quatre ? ». Quelqu'un mentionne qu'il « va falloir faire confiance à Paul » !

Équipe 3. De même que pour les équipes 1 et 2, la discussion s'engage d'abord à propos de la stratégie de l'élève. Plusieurs interprétations sont avancées : l'élève fait abstraction de la virgule et ordonne les nombres comme des entiers (64 est alors inférieur à 604 et à 644), ou il considère le nombre décimal comme juxtaposition de deux entiers. Dans ce cas, soit il ne situe pas 4 centièmes par rapport à 4 dixièmes, soit il lit « symétriquement » le nombre situé après la virgule (4 est inférieur à 40 et à 44), soit il prend en compte le nombre de chiffres après la virgule (4 est inférieur à 04 et à 44). Le groupe s'intéresse alors au support qu'il est envisageable d'utiliser pour aider l'élève, en tenant compte de l'origine de son erreur. Les bandes sont retenues : elles permettent d'émettre un diagnostic sur l'origine de l'erreur, mais aussi de travailler le sens. Le tableau de numération est évoqué, mais il apparaît insuffisant pour aider à une représentation des nombres décimaux. La monnaie est rejetée car potentiellement source d'erreur (on dit « 6 euros et 4 centimes », même si on écrit 6,04 €).

Équipe 4. La discussion s'engage autour des difficultés que pourraient rencontrer les formés dans ce Jeu de Rôles pour identifier et interpréter l'erreur de l'élève : notamment avoir tendance à se concentrer sur une réponse sans penser qu'il pourrait y avoir une cohérence entre les quatre réponses. Par ailleurs, en formation initiale, les formés ne connaissent pas les différentes progressions d'apprentissage (pertinentes ou pas) et ne peuvent pas s'appuyer sur leur courte expérience de l'enseignement. Le groupe souligne aussi que les formés n'ont pas forcément vécu ces progressions en tant qu'élèves. Les membres de l'équipe notent que l'enseignant-formé pourrait rencontrer une difficulté à interroger l'élève pour savoir comment Paul a procédé ou pour confirmer son diagnostic, c'est-à-dire pour s'assurer que la conception qu'il pense avoir identifiée en analysant les erreurs de Paul est effectivement la conception de l'élève. Ils envisagent plusieurs réactions possibles de l'enseignant-formé : signaler à Paul qu'il a fait une erreur ou proposer une représentation avec les bandes ou sur la droite graduée pour valider ou invalider sa réponse. Ils remarquent que l'erreur ciblée est assez classique et essaient de voir rapidement le raisonnement derrière cette erreur. Le principal raisonnement évoqué est celui qui consiste à comparer le nombre de chiffres (de la partie décimale ou du nombre lui-même). L'examen des supports permet d'envisager les limites de leur utilisation : les tableaux de numération font ressortir les automatismes ; certains supports comme la monnaie sont susceptibles de renforcer les conceptions (erronées) des élèves. Les membres de l'équipe s'entendent sur le fait que le support choisi par l'enseignant risque de permettre à l'élève de produire la bonne réponse sans que l'élève ne comprenne réellement : il ne suffit pas de savoir utiliser le support et de savoir appliquer les règles, mais il faut plutôt revenir au sens des écritures à virgule. D'ailleurs, ils finissent par demander aux animatrices s'il est vraiment nécessaire d'utiliser un support.

Dans le temps imparti, la tâche des participants était complexe avec différentes échelles à considérer. Globalement ils ont analysé ce que les formés pourraient évoquer à propos de l'erreur de l'élève et des hypothèses relatives à sa production, la nature des supports et leur intérêt en lien avec les difficultés rencontrées par Paul et avec la tâche proposée, ce qui prépare les rôles de l'enseignant et de l'élève. Cependant ils ont peu évoqué ce qui relève de la mise en actes effective de l'aide, ce que dirait exactement le formé-enseignant, ce que pourrait répondre le formé-élève, la manière de présenter les supports.

Une fois ce premier travail réalisé, nous amenons les participants à s'interroger davantage sur le rôle du formateur dans la mise en œuvre de ce Jeu de Rôles en formation en les plaçant eux-mêmes dans un Jeu de Rôles *pour formateurs*.

2 Présentation de la situation de formation problématique

Le Jeu de Rôles pour formateurs met en scène un moment particulier de la mise en œuvre du Jeu de Rôles dont la préparation vient d'être analysée (à propos de la tâche 2) et se joue entre quatre acteurs : un formateur, un formé-enseignant, un formé-élève ainsi qu'un formé-observateur. Les animateurs présentent ces différents rôles, la situation de formation problématique ainsi que le déroulement. La consigne est la suivante :

> « Vous faites vivre ce Jeu de Rôles (tâche 2) à vos formés. Le travail de préparation a été réalisé, et la mise en scène a eu lieu. Vous avez à votre disposition la transcription de cette mise en scène. Vous devez réaliser le retour sur la mise en scène. Vous souhaitez aider vos formés à faire évoluer leurs pratiques autour de l'aide à un élève dans le cadre de la comparaison des nombres décimaux. Vous cherchez donc à faire émerger et analyser les choix réalisés par « l'enseignant » concernant l'aide qu'il a pu apporter à « l'élève ». »

3 Préparation en deux temps

En s'appuyant sur la transcription de la mise en scène réalisée entre un formé jouant le rôle de l'enseignant et un autre formé jouant le rôle de Paul (annexe 3), les participants, toujours par équipes de quatre, doivent préparer la discussion collective que pourrait animer le formateur en essayant d'anticiper les réponses que pourrait fournir le formé qui joue l'enseignant, les réactions que pourrait avoir le formé qui joue l'élève, les commentaires que pourrait faire le formé qui a été observateur. Tous les rôles doivent être préparés puisque les participants ne savent pas à l'avance qui viendra jouer, ni pour quel rôle.

Équipe 1. Après lecture de la transcription, les membres de l'équipe échangent à propos du support retenu et commencent à faire des choix d'éléments d'analyse à mettre en avant au moment de la discussion collective. Pour eux, le formateur a « des fils » à tirer quant au choix du support fait par le formé-enseignant : évoquer la « chronologie de l'utilisation du support » et « revenir sur le sens », discuter des limites du tableau, voire mettre en relation les différents supports en questionnant « ce qu'on ajoute, ce qu'on enlève » dès lors que l'on choisit un support plutôt qu'un autre. La question du langage et de la désignation des nombres décimaux est aussi évoquée. Ils envisagent les différents rôles possibles. En particulier les formés-observateurs pourraient souligner les « blancs » qui correspondent à des moments où le formé-enseignant est confronté à la difficulté de Paul et ne sait pas trop « à quoi se raccrocher ».

Équipe 2. Les membres de l'équipe remarquent tout de suite que le formé-élève utilise un raisonnement différent de ceux qu'ils avaient anticipés. Ils s'entendent sur le fait qu'il faut préparer les quatre rôles, et s'intéressent aux choix de chacun des personnages. Le choix du formé-élève est d'adopter le raisonnement : « à partie entière égale, moins il y a de chiffres après la virgule, plus le nombre est petit ». Le formé-enseignant, quant à lui, choisit de démarrer avec le tableau. Le choix d'utiliser les pièces de monnaie est remis en question par une partie du groupe, au profit des bandes qui permettent des « comparaisons directes ». Une formatrice insiste sur la nécessité de représenter les nombres et note que le matériel à envisager doit prendre en charge la comparaison. Le caractère abstrait de la comparaison des pièces de monnaie apparaît, malgré la familiarité des élèves avec ce type de matériel. Au constat que le deuxième tableau ne permet pas de répondre à la question de la comparaison, le choix du support par le formé-enseignant est ensuite questionné et apparaît comme objet de discussion potentiel avec les formés : avantages et inconvénients de chacun des supports ; manière de les utiliser ; ce que chaque support prend en charge et ce qui est laissé à la charge de l'élève ; facilité plus ou moins grande d'utilisation des supports, en lien avec le fait que certaines grandeurs sont plus faciles à comparer que d'autres (longueurs *versus* aires par exemple), en particulier pour les élèves en difficulté. Le groupe suggère alors des questions s'adressant au formé-enseignant et qui portent sur : la manière dont il a analysé la réponse de l'élève ; ce qu'il a compris ; la procédure qu'il a utilisée pour comparer ; les conceptions en lien avec ces procédures ; ce qui a motivé son choix du tableau et ce qui l'a amené à passer aux bandes ; ce qui, dans le matériel qu'il a proposé, pourrait permettre de montrer à l'élève que sa procédure est erronée. La discussion porte ensuite sur des difficultés / conceptions / connaissances du formé-enseignant qui expliqueraient, du moins en partie, ces choix, ainsi que des questions qui pourraient être abordées en formation. Même si ce n'est pas explicite, on sent que les questions énumérées soulèvent des points importants à aborder avec l'ensemble des formés. Ils estiment que cette mise en scène permettrait de faire ressortir le fait que, lorsque

l'enseignant a du matériel dans sa classe, il est important qu'il se demande ce que ce matériel peut porter comme connaissance ou difficulté, comment il peut l'utiliser, qui il va aider et comment … Ils se disent aussi qu'ils pourraient poser des questions du genre « Et si l'élève (ou l'enseignant) avait plutôt … ? ».

Équipe 3. Les membres de l'équipe se projettent d'abord dans le rôle du formateur et mettent au point les grandes lignes de son intervention : commencer le retour en s'appuyant sur les observateurs, en vue de dégager les différentes étapes du déroulement de la mise en scène. Ils en identifient trois : 1) le formé-enseignant utilise le tableau de numération, 2) il propose les bandes, 3) il utilise ces deux matériels simultanément. Ceci devrait permettre au formateur de revenir sur les « points de blocage » : un vocabulaire (dixième, centième) peu utilisé ; une non-réactivation des relations entre sous-unités (que ce soit par une manipulation, ou à l'aide d'un dessin) ; des bandes qui ne sont pas explicitement associées à une grandeur (longueur ou aire ?). Le formateur devrait aussi souligner que l'apport de vocabulaire approprié ne constitue pas une réponse à la question. Puis le groupe cherche à mettre au point des justifications aux actions du formé-enseignant. Il relève que le formé-élève ne sait pas ce que veut le formé-enseignant mais qu'il suit ce qu'il lui dit. Le rôle du formé-observateur est nourri par toute l'analyse qui vient d'être réalisée.

Équipe 4. Les membres de l'équipe notent que le formé-enseignant s'est rendu compte qu'il y avait des limites au tableau – puisque le formé-élève redit la même chose, (« il y a un chiffre après la virgule », « deux chiffres après la virgule ») – et que c'est pour cette raison qu'il a fini par aller chercher des bandes. Ils s'entendent pour dire que le formé-enseignant pourrait être interrogé là-dessus. Une succession de questions est proposée : « Tu as commencé par un tableau et ensuite qu'est-ce que tu as fait ? Pourquoi as-tu commencé par le tableau ? Pourquoi est-ce que tu es allé chercher autre chose ? Qu'est-ce qui t'a fait penser que c'était la bonne chose à faire ? ». Une discussion s'enclenche lorsqu'une personne dans l'équipe est d'avis que cette série de questions a une visée normative, qu'elle suggère au formé-enseignant que son choix n'était pas un « bon » choix. Un membre explique que l'idée est de chercher à savoir sur quoi le formé-enseignant s'est appuyé pour faire ses choix : ses connaissances, ses expériences ou la recherche. Il ajoute que les formés se sont sûrement préparés pour le jeu, qu'ils ont nécessairement eu des apports, ce qui justifie de questionner à propos de ces apports. Un doute est toutefois émis sur le fait que les formés soient en mesure de mobiliser tous ces apports à chaud, en contexte de Jeu de Rôles. Le groupe souligne que l'enseignant doit faire un choix entre tout déconstruire (ou diagnostiquer) la connaissance qu'a l'élève du nombre décimal et simplement remédier à l'erreur, que ce choix dépendra du temps dont l'enseignant dispose, du niveau scolaire de l'élève, de même que du contrat didactique de formation. La discussion se poursuit autour du rôle du formateur : doit-il outiller les formés à remédier localement à une erreur (ici à l'aide de la manipulation) ou à (re)construire en profondeur le concept de nombre décimal par une séquence d'enseignement ? La question de l'utilisation des bandes pour représenter ou comparer des nombres est enfin évoquée.

Durant cette phase, les animateurs de l'atelier circulent dans la salle en portant attention au contenu des discussions entre les membres de chaque groupe (les éléments de débat, ceux qui font consensus, ce sur quoi porte les interrogations). Leurs observations les conduisent à déterminer dans quel groupe sera choisi quel rôle (il y a exactement quatre équipes dans l'atelier, soit une par rôle). Une dizaine de minutes avant la fin de la préparation, les animateurs indiquent à chacune des équipes le rôle que l'un de ses membres aura à jouer et les laisse échanger, négocier, affiner leurs analyses et leurs choix. L'équipe 1 est sollicitée pour le rôle du formé-observateur, l'équipe 2 pour celui du formé-enseignant, l'équipe 3 pour celui du formé-élève et l'équipe 4 pour celui du formateur.

4 Mise en scène

Dès que les différents rôles sont attribués, la mise en scène peut débuter. Tous les autres participants (animateurs compris) sont observateurs du jeu.

La mise en scène dure environ quinze minutes. Le « formateur » choisit de ne pas changer de place et de garder la même disposition de salle (les tables sont disposées en cercle). Il lance la discussion en s'adressant d'abord au formé-enseignant. Il lui demande de revenir sur ce qui a été prévu comme intervention dans le travail de groupe qui a précédé la mise en scène, ce qui permettra de mieux

comprendre les choix effectués lors de la mise en scène. Le formé-enseignant explique que, lors de ce travail, le groupe avait réfléchi aux procédures, difficultés et conceptions des élèves sur les décimaux et identifié deux interprétations possibles de l'erreur de Paul. C'est pourquoi il a demandé à Paul d'expliquer son résultat. Le groupe avait envisagé en premier lieu le tableau de numération, puis les bandes. Le formateur demande une justification de ces choix (prendre en compte les conceptions de l'élève, mobiliser tel outil, etc.). Le formé-enseignant revient alors sur un autre type de matériel évoqué dans son groupe (la monnaie), puis justifie le choix du tableau par le fait qu'il l'utilisait en tant qu'élève. Le formateur résume certains éléments sur lesquels se sont fondés les formés pour préparer leur intervention : usage du « concret », « déjà vu en classe », « vécu en tant qu'élève ». Le formé-enseignant fait remarquer qu'il faudrait aller plus loin et se questionner sur ce que ces matériels peuvent apporter.

Le formateur ouvre alors le questionnement aux autres groupes, leur demandant leur avis sur les choix de préparation du groupe du formé-enseignant ainsi que sur son intervention. Le formé-observateur explique qu'il lui avait semblé que le formé-enseignant n'était pas sûr de ces choix pendant l'intervention et que le formé-élève ne paraissait pas convaincu par l'aide apportée. Le formé-élève précise que lors du travail de préparation, son groupe n'avait pas bien compris les difficultés de l'élève. Il explique ensuite que lors de la mise en scène il n'avait pas l'impression de comprendre ce qu'était un nombre décimal : il suivait les instructions de « l'enseignant » (prendre des bandes, colorier, …) sans comprendre où il voulait l'emmener. Il émet un doute sur l'intérêt de l'usage des bandes mais aussi sur celui du tableau de numération.

Le formateur demande ensuite comment anticiper les erreurs des élèves dans la classe et sur quoi il est possible de s'appuyer. Le formé-observateur fait remarquer que certaines questions importantes sont apparues lors des arrêts sur image, notamment concernant le matériel proposé dans cette activité et les choix à faire : faut-il découper les bandes ? Peut-on « fabriquer » tous les nombres avec ces bandes ? Le formateur rappelle alors qu'il n'était pas obligatoire d'utiliser le matériel et revient sur sa question précédente en demandant sur quoi les formés s'appuient pour faire leurs choix, en essayant de dépasser le cadre de cette aide particulière. Le formé-enseignant propose de regarder ce qu'il y a comme matériel dans les classes et revient sur l'importance de réfléchir à la nature du support, sur ce qu'il prend en charge à la place de l'élève et ce qu'il laisse à la charge de l'élève. À la question du formateur sur ce qui est attendu de la part d'un enseignant, le formé-enseignant évoque les références institutionnelles. Le formateur conclut la discussion en expliquant qu'il faut s'appuyer sur d'autres références, notamment en appui sur la recherche.

5 Retour

Les animateurs de l'atelier engagent une discussion collective qui prend appui sur une analyse « à chaud » du jeu, par les acteurs mais aussi par les observateurs.

Les participants échangent et s'interrogent à propos des objectifs du Jeu de Rôles. Voici ceux qui sont nommés et questionnés :

- bousculer les pratiques, les croyances, revenir sur les conceptions erronées que peuvent avoir les formés, comme par exemple ici des conceptions en lien avec l'utilisation du tableau de numération ;
- faire sentir l'intérêt et les limites de l'usage du matériel ;
- mettre en avant la nécessité pour l'enseignant d'appuyer ses choix sur des textes issus de la recherche.

Les participants soulèvent certains fils qu'ils auraient tenté de tirer s'ils avaient été dans la position du formateur :

- un retour sur certains moments de classe : comment faire par exemple lorsqu'on se trouve dans une impasse (un élève en difficulté, un matériel non adapté) ? L'intérêt de l'enseignement spiralé est alors souligné par une participante ;
- un retour sur les « fausses réussites » : il est important pour l'enseignant de relever les erreurs mais il est tout aussi important de relever les « fausses réussites » (par exemple, lorsqu'on compare 2,3 et 2,45 on peut trouver la bonne réponse sans que la procédure soit adaptée) ;

- une référence à des documents d'accompagnement comme points d'appui pour l'enseignant, tant pour travailler sur les conceptions des élèves que sur les siennes (un document ressource sur les fractions et décimaux est mentionné).

Une animatrice ajoute que d'autres fils auraient aussi pu être tirés, comme par exemple le choix et l'usage du matériel, la réaction de l'élève qui renvoie à l'enseignant que son aide n'est pas adaptée, l'objectif réellement visé par l'aide de l'enseignant[2] (la réussite immédiate par l'élève ou la compréhension des connaissances en jeu), conduisant à la mise en évidence de deux types d'aide (à visée constructive ou procédurale).

La discussion amène les participants et les animateurs à échanger à propos des intentions du formateur lorsqu'il anime le retour. Une des participantes affirme que deux intentions doivent guider le formateur : revenir au thème de la séance (elle précise que son équipe avait envisagé des enjeux autour de ça pour le retour) et se servir de la tribune des Jeux de Rôles pour travailler des questions vives du métier. Elle en profite pour mentionner que, pour elle, la force du dispositif est qu'il permet de jouer sur ces deux intentions à la fois. D'autres forces du dispositif sont relevées : permettre de travailler à un « grain très fin » en particulier des blocages ; aborder des questions importantes à propos du langage employé par l'enseignant (les questions posées à l'élève, la reformulation permettant de passer du langage de la manipulation – par exemple en lien avec les bandes – au langage mathématique) ; questionner des évidences professionnelles (par exemple l'idée que l'utilisation d'un tableau de numération va nécessairement aider l'élève) ; mettre en évidence la nécessité de l'analyse *a priori* des tâches ; rendre visibles plusieurs gestes professionnels et permettre par le fait même de discuter de ces gestes avec les formés.

Une animatrice mentionne qu'elle fournit graduellement aux formés des critères d'observation de la mise en scène pour orienter leur observation et qu'elle envisage de laisser éventuellement un temps aux formés après chaque retour, afin de leur permettre de s'approprier la synthèse et de la réinvestir par la suite.

La question des limites du dispositif est très brièvement abordée. Par exemple, la dimension de la gestion d'un élève en difficulté pendant le déroulement de l'activité n'est pas prise en compte dans le Jeu de Rôles, du moins pas dans celui qu'ont pu expérimenter les participants au cours de l'atelier.

III - CONCLUSION

Dans cet atelier, nous avons proposé une mise en abyme du Jeu de Rôles à travers une mise en scène d'une séance de formation qui s'appuyait elle-même sur un Jeu de Rôles, en se focalisant sur le moment de la discussion collective qui suit la mise en scène où un formé-enseignant aide un formé-élève. Les formateurs ont analysé la transcription de cette mise en scène et se sont préparés à intervenir en tant que formateur, formé-enseignant, formé-élève et observateur.

Dans le premier temps de préparation (familiarisation avec le dispositif), les équipes ont plus ou moins fait la même analyse de l'erreur de Paul et envisagent à peu près les mêmes raisonnements pouvant se cacher derrière cette erreur. Elles se sont entendues sur le fait que le tableau de numération pose un certain nombre de difficultés (entre autres il ne fait travailler que des automatismes), de même que les pièces de monnaie pour trois équipes sur quatre (en particulier parce qu'on ne voit pas dans la vie de tous les jours des montants tels que 6,4 €). À cette première étape de préparation, des participants ont commencé à anticiper les questions que pourrait poser le formé-enseignant à Paul (pour confirmer/infirmer son diagnostic ou pour le faire cheminer dans son intervention), les réponses de Paul, le support que le formé-enseignant pourrait choisir pour l'aider, la manière dont Paul utiliserait ce support et les difficultés qui pourraient advenir au cours de l'intervention.

Dans le deuxième temps de préparation (lecture du verbatim et préparation de la mise en scène), différentes stratégies ont été envisagées pour l'animation du retour (discussion collective) : se centrer sur l'enseignant, ses connaissances, ses intentions, ses interprétations, ses choix ; se centrer sur les supports, leurs avantages/inconvénients, les risques qu'ils comportent ; se centrer sur les nombres décimaux, leur

[2] Le lecteur intéressé à en savoir plus pourra consulter Lajoie et al. (2019) ou encore Copirelem (2019).

désignation, les savoirs en jeu. Cette diversité témoigne de l'ouverture de ce dispositif de formation en lien avec la variété de ses possibilités de mise en œuvre par le formateur selon ses préoccupations principales, ses objectifs, ses expériences de formation, …

La mise en scène du Jeu de Rôles pour formateurs, sur un moment spécifique du dispositif initial en appui sur une transcription d'une mise en scène entre un formé-enseignant et un formé-élève, montre un exemple simulé d'utilisation du Jeu de Rôles *en formation* à travers les interactions entre ces quatre acteurs. Dans cette mise en scène, le formateur est revenu sur les choix de préparation qui ont guidé les actions du formé-enseignant pendant l'intervention auprès du formé-élève, puis a cherché à faire émerger certaines raisons de ces choix. Plusieurs arguments sont apparus (comme l'utilisation du tableau de numération en tant qu'élève) et ont amené le formateur à souligner l'importance de faire des choix raisonnés, en s'appuyant notamment sur certaines références théoriques.

La discussion finale en grand groupe, à laquelle participaient les animateurs de l'atelier, a permis de pointer certaines potentialités du Jeu de Rôles en formation. Pour les participants, ce dispositif peut permettre de dégager certaines conceptions des formés (par exemple relativement à l'usage du tableau de numération pour aider un élève) mais aussi de travailler sur des gestes professionnels ainsi que des connaissances mathématiques et didactiques en relation avec des questions d'enseignement.

Ce dispositif original de mise en abîme du Jeu de Rôles a permis aux participants de s'approprier ce type de dispositif tout en les amenant à s'engager dans une réflexion approfondie sur les comportements des formés dans un Jeu de Rôles et sur le rôle du formateur. Il a permis de faire émerger des alternatives pour une mise en œuvre par le formateur que l'on peut mettre en lien avec les enjeux qu'il se fixe en proposant cette modalité de formation et même plus généralement avec les enjeux plus généraux qu'il donne à la formation (tension entre une approche normative et travail réflexif, place accordée aux savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques, prise en compte de la diversité des situations professionnelles, etc.).

Cette modalité nous semble donc une piste à approfondir pour la formation de formateurs.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Butlen, D., Mangiante, C. et Masselot, P. (2017). Routines et gestes professionnels, un outil pour l'analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des professeurs des écoles en mathématiques. *Recherches en Didactiques*, 24, 25–40.

Charles-Pézard, M., Butlen, D. et Masselot, P. (2011). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble, France : La pensée Sauvage.

Copirelem (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : Situations-Ressources-Analyses, Tome 1*. Arpeme.

Lajoie, C. (2010). Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. In J. Proulx & L. Gattuso (Dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (p.101-113). Sherbrooke, Canada : Éditions du CRP.

Lajoie, C. (2018). Learning to act in-the-moment: Prospective Elementary Teachers' roleplaying on numbers. In K. Hino et G. J. Stylianides (Dir.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers: An International Perspective* (p.231-244). ICME-13 Monographs. Springer, Cham.

Lajoie, C., Maheux, J.-F., Marchand, P., Adihou, A. & Bisson, C. (2012). Le jeu de rôles comme approche de formation à l'enseignement des mathématiques. Quels choix ? Pour quelles intentions ? Pour quelle formation ? *Actes du colloque du GDM 2012, Université Laval, Québec, 23 - 25 mai 2012*, (pp.48-56).

Lajoie, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Tempier, F. & Winder-Guille-Biel, C. (2019), Former à aider un élève en mathématiques. Une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 19(2)*, 168-188.

Lajoie, C. & Pallascio, R. (2001). Role-play by pre-service elementary teachers as a means to develop professional competencies in teaching mathematics. *Proceedings of SEMT '01 - International Symposium Elementary Mathematics Teaching.* Prague, Czech Republic: Charles University.

Robert, A. (2005). Des recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique, *Annales de didactique et de sciences cognitives, 10*, 209–249.

Van Ments, M. (1989). *The effective use of role-play: A handbook for teachers and trainers.* New York: Nichols Publishing.

V - ANNEXE 1 : LES SIX TÂCHES MATHÉMATIQUES ET LES RÉPONSES DES ÉLÈVES

Tâche proposée en formation : JEU DE RÔLES SUR LES NOMBRES DECIMAUX

Vous avez proposé à vos élèves de CM1 ou de CM2 une tâche qui fait intervenir des nombres décimaux. Vous trouverez dans le document la production d'un élève.

- Dans un premier temps, vous analyserez cette production.
- Dans un second temps, vous vous préparerez à intervenir auprès de l'élève (appelé.e Paul.e) qui a fait des erreurs. *Il s'agit d'identifier les difficultés de Paul.e et de l'aider à les dépasser*.

Vous avez à votre disposition différents supports matériels usuellement utilisés en classe.

Tâche mathématique donnée à l'élève Paul

Sur chaque ligne, entoure le plus petit des trois nombres (réponse en gras, case grisée)

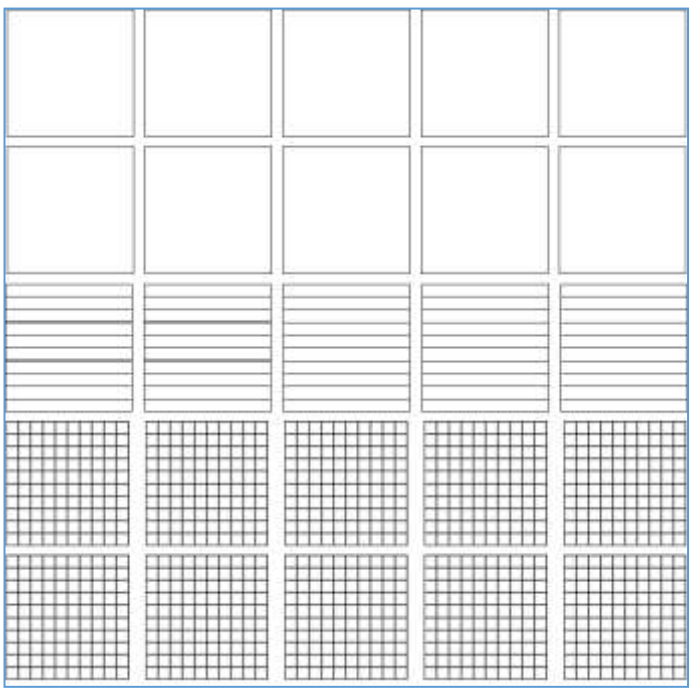
3,7	7,1	5,1
5,21	5,15	**5,12**
7,3	7,28	7,401
6,04	**6,4**	6,44

VI - ANNEXE 2 : LES SUPPORTS PROPOSÉS EN FORMATION

La monnaie



Surfaces quadrillées

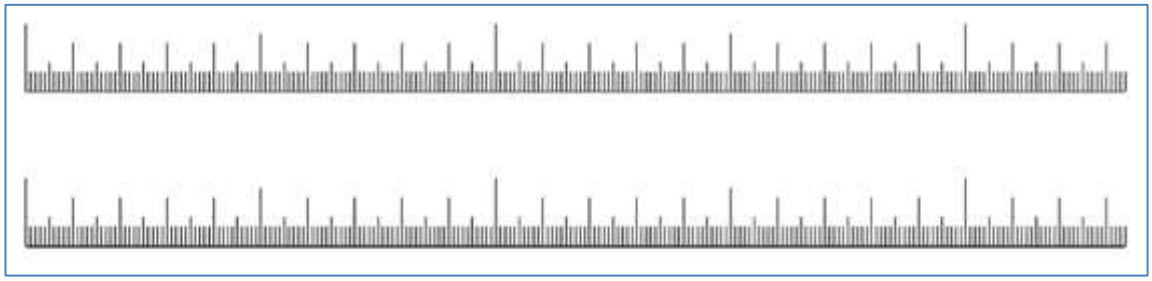


Tableaux de numération

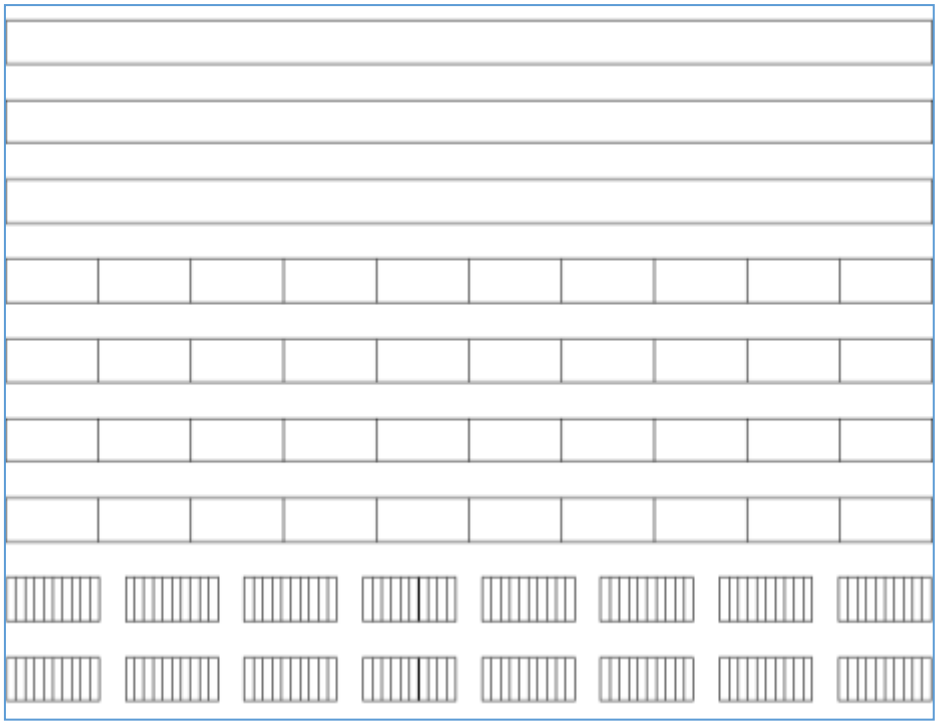
1 000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes

Partie entière									Partie décimale		
Millions			Milliers			Unités					
c	d	u	c	d	u	c	d	u	Dixième 0,1	Centième 0,01	Millième 0,001

Droites graduées



Bandes



VII - ANNEXE 3 : LA TRANSCRIPTION DE LA MISE EN SCÈNE SUR LA TÂCHE MATHÉMATIQUE N°2

(en surligné gris, les « arrêts sur image »)

1. P : alors pourquoi t'as choisi de mettre ce nombre là, six virgule quatre ?
2. El : pourquoi j'ai choisi de mettre ça ? Bah parce que y'a un chiffre après la virgule.
3. P : D'accord.
4. El : donc c'est plus petit
5. P : OK. Alors si tu devais le représenter sur le tableau, ici, tu mettrais quoi ?
6. El : Sur le tableau là ?
7. P : oui ce tableau
8. El://
9. P : alors déjà/ Vas-y. [El écrit correctement 6,4 dans le tableau]
10. P : D'accord. Et si tu devais représenter six virgule zéro quatre. Parce que là tu dois comparer six virgule zéro quatre, six virgule quatre et six virgule quarante quatre. Maintenant tu peux m'écrire le nombre six virgule zéro quatre. [El écrit correctement dans le tableau]
11. P : d'accord. Pourquoi tu l'as représenté comme ça ? Par rapport à six virgule quatre ? Pourquoi tu as écrit six virgule zéro et quatre ? Pourquoi tu l'as représenté comme ça ? Comment tu pourrais expliquer ?
12. El : bah parce que y'a deux chiffres après la virgule.
13. P : d'accord. Si tu devais le représenter maintenant avec les bandes qui sont ici [montre les bandes affichées au tableau). Comment tu pourrais représenter ce nombre ? Six virgule quatre. // Comment tu pourrais le représenter ? [El ne sait toujours pas quoi faire] On imagine que ///
14. For : c'est quoi le problème ?
15. P : je veux pas trop lui donner de ... Si je lui donne trop après ...
16. St (souffleur) : faut que tu dises ce qui représente les centièmes et les dixièmes ensuite tu ...
17. P : OK mais dans ce cas là j'explique tout alors.
18. For : Oui il faut savoir xxx
19. P : alors si les grandes bandes ça correspond à des unités, un carré ... un rectangle correspond à une dizaine//un dixième, et un petit rectangle comme ça à un centième. Donc si t'avais des bandes, combien t'aurais besoin de bandes comme ça, de grandes bandes pour faire une unité ?
20. El : pour faire lequel ?
21. P : pour faire six virgule quatre, pour représenter six virgule quatre.
22. El : bah j'en prends six comme ça [montre grande bande].
23. P : donc six unités. Et combien de/
24. El : bah quatre.
25. P : quatre combien ? ça ça représente quoi ?
26. El : un dixième.
27. P : donc ça ferait combien de dixièmes en fait ?
28. El : bah quatre dixièmes.
29. P : quatre dixièmes. D'accord. Alors maintenant si tu dois représenter six virgule zéro quatre. Donc combien t'aurais besoin de bandes unités ?
30. El [s'adressant au formateur] : faut que je dise la vérité ou pas ?
31. For : non faites l'élève ! ARRET car problème avec matériel affiché.
32. El : ce qui est gênant c'est d'avoir uniquement trois unités pour l'élève. Parce que du coup il se dit, même en tant qu'adulte on se dit c'est un peu idiot parce que comment on le représente ?
33. P : toi tu voudrais qu'on ait six bandes avec des couleurs.
34. El : parce que du coup on a l'impression qu'on ne peut pas aller plus que trois.
35. For : ou alors il faut juste en montrer une seule et dire combien il en faudrait des comme ça ?
36. El : oui
37. For : c'est vrai que le fait de n'en avoir que trois ça perturbe plus qu'autre chose. On peut faire comme si y'en avait qu'une.
38. P : on fait comme si y'en a qu'une.
39. El : oui en fait c'est mieux. Une comme ça, une comme ça et en fait une comme ça.
40. P : avec des couleurs différentes. Ce qui serait bien c'est que l'unité ça correspond à une couleur, un dixième ça correspond à une autre couleur et un centième à une autre couleur. Que ça soit visuel.
41. For : allez on reprend avec ce matériel là.
42. El : oui mais c'est pas évident en fait.
43. El : donc en fait j'en prends six comme ça et quatre comme ça [montre 4 ?].
44. P : alors j'avais dit ... Quatre comme ça ?
45. El : oui
46. P : Ces quatre là si tu devais les comparer avec celles qui sont au-dessus. Elles sont plus petites ou... ?

47. El : oui elles sont plus petites ?
48. P : Pourquoi ... est-ce que dans ce cas là ... tu peux changer ta réponse ? Par rapport à ce que t'as mis là. T'as dit que c'était six virgule quatre qu'était plus petit. Est-ce que là maintenant tu penses que tu as changé d'avis ? Par rapport à ce que tu viens de me dire ?
49. El : non. [Rires ...]
50. P : par exemple là maintenant t'as ton tableau là. Est-ce que, si on pouvait les transférer. Ces bandes là si tu pouvais les mettre, si on pouvait les déplacer, tu fais des dessins qui correspondent aux bandes. [El dessine les bandes dans le tableau de numération, dans les colonnes, en-dessous de l'écriture en chiffres] Maintenant ces bandes qui correspondent à un dixième. Tu les dessines avec les couleurs, je ne sais pas quelle couleur, jaune. Voilà. Et pour les centièmes pareil. Et pareil pour le deuxième aussi. Pour le deuxième nombre. Dessous, dessous.
51. El : dessous qu'est-ce que je fais ? Là je peux rien faire parce que ...
52. P : tu fais pareil pour le deuxième nombre.
53. El : alors je fais la même chose.
54. P : pour pouvoir comparer. Mais tout en conservant les colonnes qui sont au-dessus. Là. Voilà six unités.
55. El : je fais comme ça ? Là voilà. Et puis là/ [El dessine 4 bandes de 1 dixième découpées en 10].
56. P : ça représente quoi ça ?
57. El : bah quoi je fais quatre.
58. P : D'accord mais tu viens de me dire que en fait ce que je t'ai expliqué c'est qu'un petit rectangle comme ça ça fait un centième.
59. El : ah d'accord.
60. P : Donc là est-ce que ... tu m'en as fait combien des centièmes ?
61. El : plein. A mon avis y'en a ... [El efface]
62. P : donc combien il faut de centièmes?
63. El : quatre.
64. P : y'en a combien de centièmes en fait là ?
65. El : quatre.
66. P : maintenant si tu veux comparer, quand tu as ton tableau de numération, donc t'as d'un côté les unités, hein, et après la partie décimale. Où se trouve la partie décimale dans ton tableau ? Pour les deux nombres. Tu peux la montrer ?
67. El : après la virgule, là.
68. P : d'accord. Donc si tu compares les deux nombres au niveau du dixième. Qu'est-ce que tu peux remarquer ?
69. El : dixièmes ?
70. P : c'est à dire la première colonne après la virgule.
71. El : là y'en a quatre et là y'en a pas.
72. P : D'accord, donc est-ce que tu peux comparer ces deux nombres, en sachant ... quel est le plus petit ? Tu compares quoi en fait après ? T'as comparé les unités. Est-ce que les unités sont les mêmes ? T'as le même nombre d'unités ou pas dans ces deux nombres ?
73. El : dans les dixièmes?
74. P : dans les six virgule quatre et six virgule zéro quatre
75. El : oui y'a le même nombre d'unités
76. P: D'accord, donc après quand t'as comparé les unités, qu'est-ce que tu dois comparer ?
77. El : bah les dixièmes.
78. P : D'accord.
79. El : la colonne d'après.
80. P : Et quel est le plus petit chiffre des dixièmes ?
81. El : c'est celui-là.
82. P : D'accord. Donc qu'est-ce que tu peux en conclure ? Est-ce que tu peux conclure quelque-chose ou pas ? Est-ce que tu peux conclure qu'il y en a un qui est plus petit que l'autre ? [El est sceptique]
83. P : C'est pas très clair ? [les acteurs sortent de la mise en scène]
84. El : euh, oui mais je trouve pas ça ...
85. P : c'est pas clair ?
86. El : bah euh en fait. Non mais je dis pas ça pour toi.
87. For : on va en discuter après. Finissez quand même.
88. El : oui bah c'est plus petit oui.
89. Après quand on fait ça je trouve pas ça super clair.
90. For : Merci on va s'arrêter là.

QUAND UN COLLECTIF D'ENSEIGNANTS S'EMPARE D'UNE SITUATION ISSUE DU QUOTIDIEN, RETOUR SUR UNE LESSON STUDY ADAPTÉE, AU CYCLE 3 SUR LA SITUATION DE LA CAISSE

Frédéric HARTMANN
Enseignant, Collège Pierre-Mendès-France de Lillebonne
IREM de Rouen
frederic.hartmann@ac-rouen.fr

Blandine MASSELIN
Enseignante, Cité scolaire Camille-Saint-Saëns de Rouen
IREM de Rouen
Docteure, Université Paris-Diderot
LDAR
blandine-lucie.masselin@ac-rouen.fr

Résumé
Lors de cet atelier, après avoir présenté le groupe « Activités » de l'IREM de Rouen, nous avons relaté une expérimentation concernant une Lesson Study adaptée (LSa) dans le cadre d'une liaison entre l'école (1er degré) et le collège (2e degré) dans deux collèges de l'Académie de Rouen. Après avoir rappelé ce que nous appelons « Lesson Study » nous avons décliné les objectifs spécifiques d'une liaison école-collège en France et nous avons montré en quoi ces objectifs pouvaient être atteints via une LSa. Après avoir montré le déroulement sur deux journées et demie, d'une telle formation, les participants à l'atelier ont été mis à contribution. Ils ont dû se mettre à la place d'un enseignant en amorçant une analyse *a priori* de la situation proposée en formation. A partir de ce travail, des échanges ont eu lieu entre les différents participants de l'atelier, appuyés par des productions des enseignants de l'expérimentation (énoncés, scénarios, analyse *a priori*). Les outils spécifiques de cette expérimentation (grille d'analyse *a priori*, scénario, grille d'intervention, vidéothèque, fiches d'observateur) ont été partagés et discutés. Un moment particulier de la formation a été évoqué : le bilan du travail réalisé avec les élèves.

Le groupe « Activités » de l'IREM de Rouen est constitué de sept membres enseignants en collège et en lycée dans l'Académie de Rouen. Une de ses membres est doctorante LDAR (Paris-Diderot) ce qui favorise les échanges entre recherche et « terrain ».

Nous ne rappellerons pas ici ce que nous entendons par LSa, pour cela nous vous renvoyons à la communication C2.5 « Lesson Study adaptée : présentation d'une formation continue innovante ».

I - UNE EXPÉRIMENTATION DANS L'ACADÉMIE DE ROUEN

1 La liaison école-collège

Les liaisons école-collège sont organisées par les IPR (Inspecteurs Pédagogiques Régionaux) de mathématiques et les IEN (Inspecteurs de l'Éducation Nationale) de circonscription durant lequel se retrouvent des professeurs des écoles et des professeurs de collège d'un même bassin. Ce moment permet en particulier des échanges sur les contenus disciplinaires, les programmes, les progressions dans de nombreuses disciplines, en particulier en mathématiques. Les professeurs des écoles ne sont pas spécialisés en mathématiques contrairement à ceux du collège et cela donne aux discussions une couleur particulière. Les professeurs concernés (écoles et collèges) forment deux groupes issus d'une même circonscription (regroupement local d'écoles et collèges). Enfin, le terme « Cycle 3 » désigne un ensemble

de trois classes : les deux dernières classes du premier degré (CM1 et CM2) et la première classe du collège (sixième). Ainsi, on peut parler indifféremment de liaison Cycle 3 ou de liaison école-collège.

Parmi les objectifs des liaisons école-collège que nous avons retenus, citons le renforcement du lien entre école et collège, l'appropriation d'une ressource et l'inscription de réflexions sur l'enseignement dans un collectif de pairs. On comprend alors que la modalité LSa convient particulièrement à ce type de rencontre puisque les professeurs des écoles et ceux de collège seront amenés à travailler réellement, effectivement ensemble en échangeant autour des pratiques de classe et au sujet de contenus mathématiques avec un objectif bien précis : la mise en œuvre par l'un des enseignants dans une classe et l'observation de cette mise en œuvre par les autres.

Les liaisons école-collège qui seront relatées ci-après ont vu le jour durant l'année scolaire 2018/2019 sur deux sites en parallèle, l'une en REP+[1] (Le-Havre-Caucriauville) et l'autre en zone rurale (Romilly-sur-Andelle). Nous présenterons ici le fruit du travail de ces deux LSa.

La classe utilisée pour la mise en œuvre est une classe de sixième, c'est la première classe du collège. Les mises en œuvre ont eu lieu dans les collèges des deux sites. Les classes n'étaient sous la responsabilité d'aucun acteur de la liaison (ni formateurs, ni enseignants présents).

Trois temps sont comptés pour cette liaison sur deux journées entières (J1 et J2) puis une demi-journée (J3).

II - LA SITUATION DE LA CAISSE

La situation proposée se doit d'être suffisamment riche pour alimenter les discussions autour des modalités de mise en œuvre (travail en groupe, temps de recherche, etc.), mais aussi autour des solutions mathématiques à proprement parler (modélisation, aspects numériques et géométriques, etc.). La situation proposée doit aussi permettre de faire émerger de multiples stratégies de résolution. La situation de « La Caisse » remplissant ces conditions a été exploitée lors de cette Lesson Study et de cet atelier.

1 Une situation apportée par les formateurs

Un énoncé initial (figure 1) est proposé aux enseignants dès le matin, lors de la première journée (J1). Cet énoncé, analysé en premier lieu est ensuite discuté, remanié et finalement stabilisé. Il est important de fixer assez rapidement un énoncé collectif de façon à pouvoir par la suite, collectivement, faire une analyse *a priori* de la tâche proposée, établir un scénario et remplir parallèlement une grille d'intervention de l'enseignant-expérimentateur. Ce triplet (énoncé, scénario, grille d'intervention) est appelé « feuille de route de l'enseignant expérimentateur » ou simplement « feuille de route ». Ce document sert de fil conducteur à suivre pendant la mise en œuvre de la situation.

2 Les productions des stagiaires

Nous allons maintenant montrer les écarts qui peuvent se produire à partir d'une situation proposée sous la forme d'un même énoncé, à deux collectifs différents.

2.1 Les énoncés

Si les énoncés sont assez similaires (figure 2) malgré des choix différents pour les photos et la question posée, c'est lors de la construction des scénarios que des différences vont faire leur apparition.

[1] - Établissements classés selon un « indice social » qui comptent davantage d'élèves « en difficulté ».



Figure 1 : Diapositive illustrant la situation de la caisse

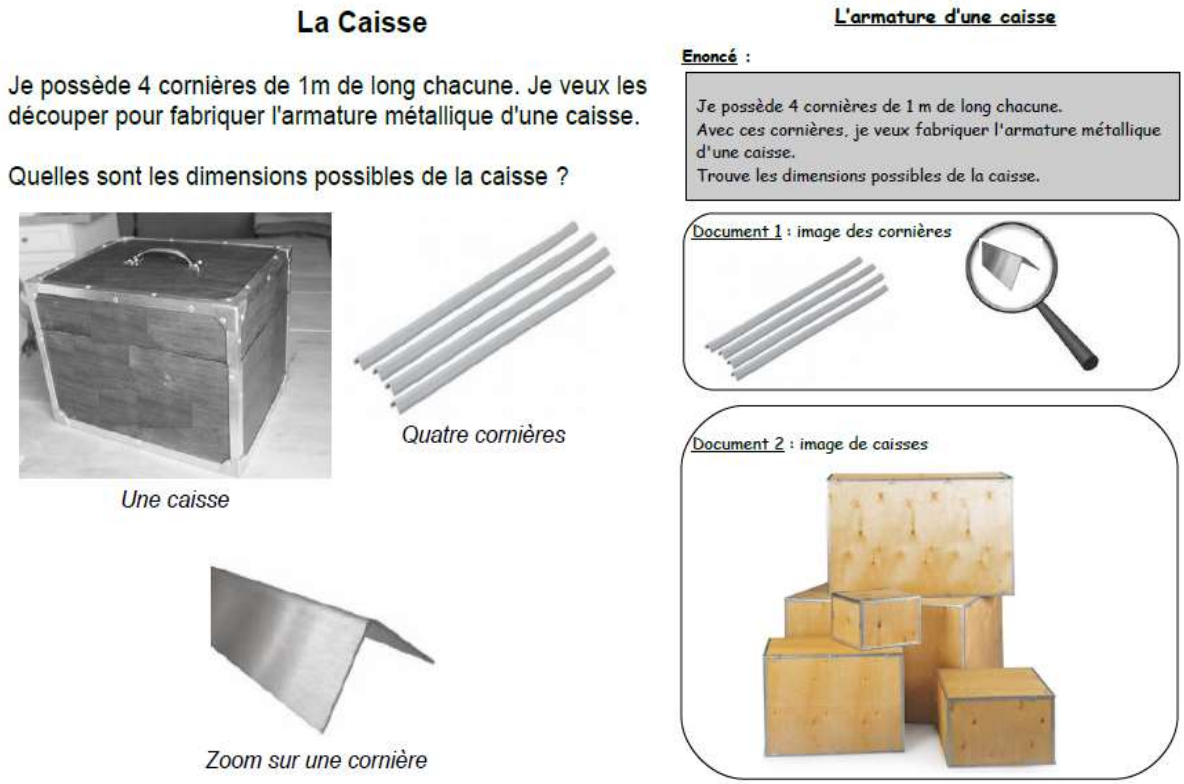


Figure 2 : Énoncés Caucriauville/Romilly-sur-Andelle

2.2 Les scénarios et grilles d'intervention

Il apparaît nettement que le scénario retenu sur le site de Caucriauville (figure 3) laisse une part de manipulation aux élèves avant d'entrer dans la situation de la caisse. Ce n'est pas le cas sur le site de Romilly-sur-Andelle (figure 4). Pendant la phase de manipulation, les élèves doivent construire l'armature d'une boîte de mouchoirs (à disposition) à partir des pics en bois (pics à brochettes) et de petites boules de pâte à modeler. Les piques en bois mises à disposition sur les tables sont de tailles différentes (d'une table à l'autre, mais aussi dans un même lot) et ne constituent aucunement les douze

arêtes attendues. Cette « bonne intention » qu'est la mise en place d'une phase de manipulation a pris du temps de travail lors de la mise en œuvre en J2, ce qui était prévu.

Rappel des différentes phases du déroulement de la Lesson
Phase 1: (10-12 min) Construire l'armature d'une boite de mouchoirs « en plus petit » a l'aide du matériel distribué. Les pics ne doivent pas etre découpes.
Phase 2 : (8-10 min) Bilan. Apport du vocabulaire. Ne pas dévoiler le nombre d'arêtes et le concept de dimension.
Phase 3 : (10 min) Distribution, des énoncés. Lecture à voix haute par l'enseignant ou silencieuse (au choix). **Point sur vocabulaire.**
Phase 4 : (5 min) Recherche individuelle.
Phase 5 : (20 min) Recherche en groupe, interventions de l'enseignant.
Pause (10 min)
Phase 6 : Bilan

Rappel des différentes phases du déroulement de la Lesson
Phase 0 (1 ou 2 minutes) : Lecture individuelle • Distribution de l'énoncé et lecture individuel avec énoncé vidéo projeté
Phase 1 (5 minutes) : Lecture collective • Phase orale collective d'explication de la consigne, explicitation du vocabulaire et on montre la cornière.
Phase 2 (5 minutes) : Recherche individuelle • Recherche individuelle d'une solution
Phase 3 (20 minutes): travail de groupe • Mise en commun au sein d'îlots des réponses. • Le professeur n'intervient pas dans les cinq premières minutes du travail de groupe sauf s'il ne se passe vraiment rien.
Phase 4 (20 minutes) : mise en commun • La fiche synthèse du groupe est scannée. • Un groupe propose sa solution (choisi par le prof ou volontaire?) et l'explique à l'ensemble de la classe. • Chaque groupe passe ainsi expliquer sa réponse ou rajouter une solution. • Le professeur écrit un résumé de chaque travail de groupe au fur et à mesure des passages sur l'ordinateur et un polycopié sera distribué à la séance suivante avec l'ensemble des solutions proposées.
Phase 5 (minutes) : Institutionnalisation • Trace écrite ? Bilan de l'activité.

Figure 3 : Scénario Caucriauville

Figure 4 : Scénario Romilly-sur-Andelle

Cependant, cette phase n'a pas fait l'objet d'une réelle analyse *a priori* lors de la préparation en J1. Aucune relance autour des difficultés qui peuvent apparaître lors de la phase de manipulation ne figure dans la grille d'intervention de l'enseignant-expérimentateur. C'est un travers de la phase de manipulation laissée aux élèves qui a été relevé. Les élèves ont, par exemple, copié la forme exacte de la boîte de mouchoirs en essayant de garder les dimensions de celle-ci. D'autres se sont autorisés à couper des pics ou à en recoller à l'aide la pâte à modelé, ce qui n'était pas prévu (figure 5). L'objectif de cette phase était de faire prendre conscience aux élèves du nombre d'arêtes que compte un pavé droit et des égalités de longueur quatre à quatre. Les deux illustrations précédentes montrent que ces objectifs n'ont pas forcément été atteints.

Comme le montre un extrait d'une grille d'intervention (figure 6), l'incompréhension des mots « armature » et « dimensions » est anticipée en amont lors de J1. C'est un invariant de cet énoncé pour des élèves de cette classe d'âge. On remarque aussi que le collectif d'enseignants souhaite contraindre à faire utiliser les 4 mètres de cornières en excluant les procédures « avec chutes ». Cette discussion autour des chutes est aussi un invariant de cette ressource.

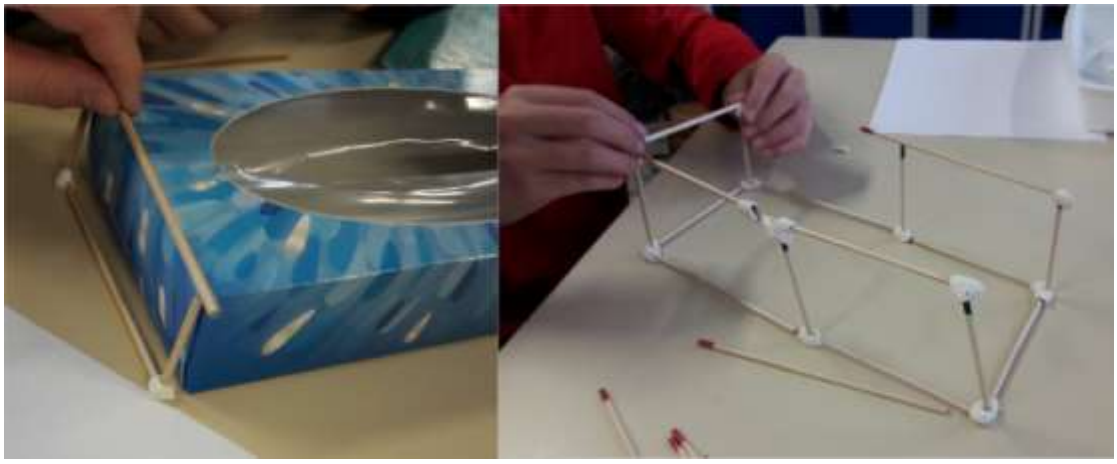


Figure 5 : Des initiatives d'élèves non prévues par le collectif en amont de la séance

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
1	Qu'est ce qu'une « armature » ?	Montrer sur une boite de mouchoirs	Comprendre la signification du mot et visualisation de la tâche.
4	Un élève ne rentre pas dans le problème. « J'comprends rien ».	Reformulation	Mettre l'élève au travail
5	Difficultés à obtenir 1m = 100cm	Se référer au tableau de conversion de Clément.	Débloquer la situation
5	Que sont les « dimensions » de la caisse ?	Questionner les élèves à l'aide de leur construction, de la boîte de mouchoirs ou même l'armoire.	Débloquer la situation
5	Doit-on tout utiliser ?	Ce serait bien de tout utiliser pour limiter le gaspillage.	Contraindre à tout utiliser

Figure 6 : Extrait d'une grille d'intervention

III - CONTRIBUTIONS DE L'ATELIER VISANT À AMÉLIORER LES LSA

1 Autour de l'énoncé

C'est sur cet énoncé que les participants à l'atelier ont été mis à contribution. Comme les enseignants en formation, les participants ont eu un temps pour chercher leur solution au problème de la caisse. Ce temps est important pour pouvoir rentrer dans la tâche et avoir le recul nécessaire pour rendre possible une analyse *a priori*. Sans cela, comment discuter des différentes stratégies de résolution du problème ? Un tour de table des participants a permis de rendre publique la solution générale du problème. C'est un point important, lors de cet atelier comme lors des liaisons, certains enseignants obtiennent une ou plusieurs caisses possibles, mais se questionnent encore sur l'ensemble des solutions.

Un fait a été questionné par le collectif des participants à l'atelier : l'énoncé, dans sa tournure initiale ne laisse en rien supposer qu'il y a plusieurs triplets solutions possibles (ici une infinité). Il ne laisse pas non plus sous-entendre qu'une solution unique est attendue. Un des participants de l'atelier parle alors de « grain de sable » dans l'énoncé qui est une occasion de discuter de la façon dont on peut s'approprier un énoncé et sa mise en œuvre dans le cadre d'une Lesson Study. On peut très bien imaginer une suite de questions menant à une solution unique, mais on peut aussi bien laisser un énoncé avec des éléments non explicites qui seront pris en charge dans le scénario.

D'autres « grains de sable » ont été relevés : la polysémie du mot « dimension » et la façon dont les cornières s'agencent dans les coins de la caisse. C'est l'occasion de discuter de la place de la modélisation dans le travail de l'élève.

Il ressort de ces échanges qu'un énoncé n'est pas figé, il est plus ou moins ouvert et que le degré d'ouverture dépend du collectif et de ses visées.

2 La phase d'observation

Les questions des participants ont ensuite porté sur les observateurs de la séance de classe. Y a-t-il des axes d'observations définis a priori comme cela peut exister comme dans des Lesson Studies (par exemple, celle vécue en partie lors de la COPIRELEM 2019) ? Notre réponse est claire : il n'y a pas d'axe d'observation spécifique. Notre grille d'observation est épurée, elle comporte trois colonnes : *n° de phases/Horaire/Observations*. Les observations sont factuelles, l'observateur note tout ce qu'il se passe, entre élèves ou entre l'enseignant et les élèves, aucune interprétation n'a sa place, seulement les faits observés. Le fait de noter l'horaire incite à ne noter que des observations objectives : il s'est passé telle chose à tel moment.

3 L'enseignant-expérimentateur

La désignation de l'enseignant-expérimentateur parmi le collectif d'enseignant est une phase délicate au regard de notre expérience de formateurs. « Que faire dans le cas où aucun volontaire ne souhaite s'engager ? » est une question qui a été soulevée en atelier. L'idée qu'un formateur endosse ce rôle a été suggérée. Dans ce cas, on peut imaginer que l'enseignant-expérimentateur suivra plus fidèlement la feuille de route, mais celui-ci sera davantage marqué par les cycles qu'il a vécus antérieurement en tant que formateur. Une autre remarque a été faite : revenir sur un site où une LSa a déjà eu lieu rendra plus facile le choix de l'enseignant-expérimentateur.

4 La phase de bilan

Cette phase, souvent délaissée, car moins « séduisante » que la phase de recherche doit être particulièrement soignée pour au moins une raison : c'est à ce moment-là que les élèves peuvent corriger certaines conceptions erronées et comprendre ce qui ne l'était pas. Une autre raison est davantage liée au format LSa. C'est à la fin de la première journée que se décide qui animera la mise en œuvre. Si la préparation de la phase de bilan reste trop approximative, mal préparée et trop sujette à l'improvisation, elle découragera les enseignants à se porter volontaires. C'est aux formateurs de rassurer le collectif sur ce point en réduisant le plus possible cette part d'improvisation.

À cet égard, sur le site de Caucriauville, une gestion précise du tableau a été prévue pour le bilan de la situation de la caisse. Une organisation en cinq diapositives (annexe 1) a été montrée lors de cet atelier. La dernière image montre une partie du tableau construit par l'enseignante-expérimentatrice.

L'aspect complexe de cette phase de bilan a été relevé lors des discussions de l'atelier. Un parallèle a été établi avec la phase de bilan menée par S. Clivaz avec une école vaudoise la veille devant les participants à la COPIRELEM.

IV - CONCLUSION

L'atelier a permis, grâce aux échanges entre les participants, de porter un regard neuf et extérieur sur les LSa. Certains enjeux comme le choix de la ressource, le mode opératoire des observations ou encore les modalités du choix de l'enseignant-expérimentateur ont été mis en lumière. Aujourd'hui encore, à l'heure où nous écrivons ces lignes, l'équipe organisatrice des LSa continue de réfléchir collectivement et de modifier ses pratiques de façon à rendre plus aisés ces moments de formation des enseignants.

La situation de la caisse soulève de nombreuses questions dont peuvent s'emparer les animateurs de la LSa pour questionner les enseignants. Quelle part de manipulation ? Quelle part de modélisation ? Quels sont les aspects géométriques de la situation ? Le carré est-il un rectangle ? Que sont les dimensions d'un objet ? Peut-on préciser les types de géométrie utilisés (en référence aux paradigmes définis par Houdement) ? Quelles questions numériques soulève la situation ? Que faire de l'infinité des réponses ?

Peut-on parler d'équations ? Quid de la valeur exacte de 100/3 ? Et que dire de l'utilisation de la calculatrice à l'école et au collège ?

Cette situation, comme beaucoup d'autres[2], a un ancrage dans le quotidien et les mathématiques qui émergent de ce type de situation s'avèrent très intéressantes. Simples au départ les situations issues du quotidien se révèlent infiniment riches et complexes tant du point de vue des mathématiques que de leur mise en œuvre en classe et en Lesson Study.

D'autres façons de s'approprier la situation de la caisse en Lsa sont relatées dans un ouvrage (Masselin, 2020) issu de réflexions collectives. Cet ouvrage contient, pour cette situation et d'autres, un écrit incluant la séance documentée et la recherche collective.

V - BIBLIOGRAPHIE

Artigue, M. (2004). L'enseignement du calcul aujourd'hui : problèmes, défis perspectives, *Repères IREM (*54), 23-40.

Coquide, M.-L. et Lebeaume, J. (2003). La découverte de la nature et des objets à l'école : hier et aujourd'hui, *Grand N* (72), 105-113.

Houdement, C. (2013). Programmes de mathématiques 2002 : conceptions, perspectives et limites, 19-36, *in Actes du XXXIe colloque COPIRELEM*, ARPEME.

Masselin, B. (2020). *Ingénieries de formation en mathématiques de l'école au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies*, Ed. Presses Universitaires de Rouen et du Havre.

Robert, A., Lattuati, M. et Pennincx J. (1999). *L'enseignement des mathématiques au lycée. Un point de vue didactique. Paris* : Ellipses.

[2] Le groupe « Activités » de l'IREM de Rouen a co-écrit avec l'IREM de Caen, le document Eduscol paru en 2016: « Mathématiques et quotidien » : https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/8/RA16_C3_C4_MATH_math_et_quotidien_600998.pdf

VI - ANNEXE 1 : ORGANISATION DU TABLEAU

Tableau de la salle de classe et étapes du bilan (LS Caucriauville)

Présence d'une règle graduée en cm

Zone de vidéo-projection

Partie blanche

Etape 1 et 1bis Exposition de procédures et organisationdes triplets proposés

1 Recueil des stratégies

Projection de certaines synthèses de groupe sélectionnées

P relève au fur et à mesure les triplets de dimensions proposées

Choix et organisation de ces synthèses scannées pendant la pause des élèves

-> montrer une variété de procédures (géométrique et numérique)

-> pas toutes retenues

*-> certaines pourront être partiellement présentées**

**extraits reliés à une erreur par ex*

1bis recueil des triplets obtenus

Construction d'un tableau en laissant de la place pour une 5ème colonne à venir

Groupe	1ère dim	2ème dim	3ème dim
N°3	25	50	25
N°...	...	...	...
N°...	...	...	...
N°...	25	25	50
N°6	33	33	33

Etape 2 La validation (ou invalidation) des triplets proposés

Plusieurs propositions de test attendues parmi

Somme des 3 dim vaut 100

Somme des 3 inf ou égale à 100

Somme de 4 fois chaque égale 400

Somme de 4 fois chaque inf ou égale à 400

** ici pour l'exemple de trace tableau, le test porte sur la somme des 3 dim égale à 100*

2 La validation

P demande à la classe comment vérifier si ces dimensions conviennent.

P choisit un test et ajoute une colonne au tableau de l'étape 2Bis

Groupe	1ère dim	2ème dim	3ème dim	Test* + indiquer
N°3	25	50	25	100
N°...	...	...	...	...
N°...	...	...	...	...
N°...	25	25	50	100
N°6	33	33	33	99

P demande à la classe l'examen de chaque proposition

Institutionnalisation sur le fait que Ce problème a plusieurs solutions.

Etape 3 L'ordre de grandeur

* ou proposition de type

N°6	33,3	33,3	33,3	99,9

3 Prise en compte du cube s'il apparaît

*P revient sur un triplet de trois dimensions identiques comme (33 33, 33) **

Groupe	1ère dim	2ème dim	3ème dim	Test* + indiquer
N°3	25	50	25	100
N°...	...	...	...	...
N°...	...	...	...	...
N°...	25	25	50	100
N°6	33	33	33	99

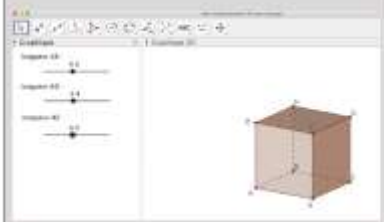
P écrit :

$100 = 3\times33 + 1$

ou $3\times33 = 100$

Institutionnalisation sur division euclidienne et reste, ordre de grandeur

Etape 4 Le cube, un pavé droit (suite)



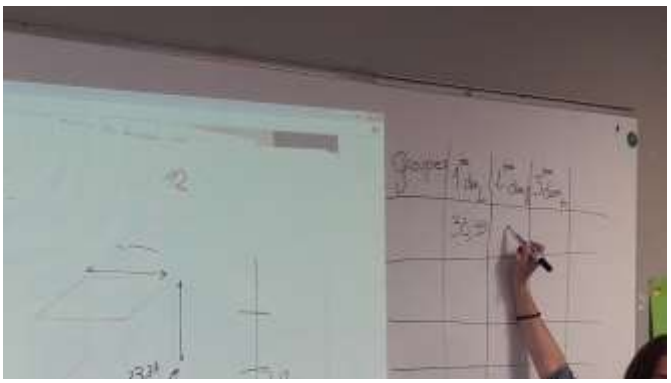
Groupe	1ère dim	2ème dim	3ème dim	Test* + indiquer
N°3	25	50	25	100
N°...	...	...	...	...
N°...	...	...	...	...
N°...	25	25	50	100
N°6	33	33	33	99

$100 = 3\times33 + 1$

ou $3\times33 = 100$

Etape 4 (ajout)

Institutionnalisation sur le fait qu'un cube est un pavé droit.



FORMER DES ENSEIGNANTS PAR UN SIMULATEUR INFORMATIQUE D'INTERACTIONS HUMAINES : L'EXEMPLE DU LOGICIEL VTS (VIRTUAL TRAINING SUITE)

Fabien EMPRIN
Université de Reims,
CEREP (EA 4692),
IREM de REIMS
fabien.emprin@univ-reims.fr

Hussein SABRA
Université de Reims,
CEREP (EA 4692),
IREM de REIMS
hussein.sabra@univ-reims.fr

Patrick GADAT
Serious Factory
pgadat@seriousfactory.com

Résumé
La simulation est une méthode reconnue dans le monde de la formation, c'est pourquoi cet article vise à réfléchir à son usage dans la formation des enseignants. Plus généralement nous questionnons le fait de simuler des interactions humaines dans l'enseignement, pour former des enseignants, mais aussi pour enseigner aux élèves. Nous nous centrons dans cet article sur l'usage d'un outil spécifique : Virtual Training Suite (VTS) qui permet aux formateurs ou aux enseignants de concevoir leurs propres simulations. En effet, l'hypothèse qui sous-tend l'atelier présenté au colloque de la COPIRELEM 2019, et donc cet article, est que pour que de tels outils soient pertinents il est essentiel que les formateurs d'enseignants et les enseignants soient impliqués au plus près de leur conception. L'outil que nous prenons en exemple ici permet, sans connaissances de la programmation, de concevoir des outils de formation. Avant le temps d'atelier, les participants ont reçu un lien de téléchargement comprenant : le logiciel VTS editor avec une licence étudiant et trois exemples de simulations. L'atelier s'est déroulé en cinq temps : une première réflexion générale sur les usages de la simulation, une présentation des simulations déjà réalisées qui ont pu être également testées par les participants, un temps de présentation rapide du fonctionnement de VTS editor, un temps de conception durant lequel les participants ont pu essayer de fabriquer leur propre simulation et une conclusion / retour d'expériences. Nous commençons par présenter une première réflexion sur les simulateurs en général puis nous décrivons trois usages des simulateurs d'interactions humaines. Enfin, nous donnons un aperçu des raisons qui nous ont conduits à utiliser VTS.

I - INTRODUCTION

La simulation est une méthode reconnue dans le monde de la formation, c'est pourquoi cet article vise à réfléchir à son usage dans la formation des enseignants. Plus généralement nous questionnons le fait de simuler des interactions humaines dans l'enseignement, pour former des enseignants, mais aussi pour enseigner aux élèves. Nous nous centrons dans cet article sur l'usage d'un outil spécifique : Virtual Training Suite (VTS)[1] qui permet aux formateurs ou aux enseignants de concevoir leurs propres simulations. En effet, l'hypothèse qui sous-tend l'atelier présenté au colloque de la COPIRELEM 2019, et donc cet article, est que pour que de tels outils soient pertinents il est essentiel que les formateurs

[1] https://www.seriousfactory.com/virtual-training-suite/,

d'enseignants et les enseignants soient impliqués au plus près de leur conception. L'outil que nous prenons en exemple ici permet, sans connaissances de la programmation, de concevoir des outils de formation. Avant le temps d'atelier, les participants ont reçu un lien de téléchargement comprenant : le logiciel VTS editor avec une licence étudiant et trois exemples de simulations. L'atelier s'est déroulé en cinq temps : une première réflexion générale sur les usages de la simulation, une présentation des simulations déjà réalisées qui ont pu être également testées par les participants, un temps de présentation rapide du fonctionnement de VTS editor, un temps de conception durant lequel les participants ont pu essayer de fabriquer leur propre simulation et une conclusion / retour d'expériences. Nous commençons par présenter une première réflexion sur les simulateurs en général puis nous décrivons trois usages des simulateurs d'interactions humaines. Enfin, nous donnons un aperçu des raisons qui nous ont amenés à utiliser VTS.

1 Quelques réflexions sur la simulation pour commencer

Dans son introduction à un numéro de thématique de la revue « recherche et formation », Audran (2016) met en avant que « la formation par la simulation s'est banalisée sans toujours avoir suffisamment subi l'analyse critique de la recherche en sciences de l'éducation. » Notre démarche va dans ce sens en proposant à la communauté des didacticiens des mathématiques et de celle des formateurs d'enseignants de s'emparer de la question de l'usage des outils disponibles pour simuler les interactions humaines, de proposer des usages et de les questionner. Il s'agit d'examiner les potentialités non seulement pour la formation des enseignants, mais aussi les apprentissages des élèves en regardant les processus d'enseignement apprentissage donc du point de vue didactique. Pastré (2005) met en avant plusieurs raisons qui poussent à utiliser les simulateurs : ils sont moins risqués et moins coûteux que la pratique réelle, les cas les plus évidents sont les simulateurs de vol ou de conduite de centrales nucléaires, de plus ils permettent d'accélérer et de contrôler l'acquisition d'expérience. En effet, comparée à l'expérience réelle qui est soumise aux hasards des situations que la personne rencontre, la simulation permet de créer des situations extraordinaires (au sens littéral) et ainsi de contrôler l'expérience acquise. Par ailleurs, ce même auteur distingue deux types de simulateurs :

- Les simulateurs à échelle complète sont caractérisés par le fait que tous les éléments de la situation sont reproduits dans le simulateur. Ils sont à échelle 1 : 1, le plus réaliste possible, avec un déroulement en temps réel des événements (choix de l'utilisateur et effets de ces choix) et permettent l'entrainement à réaction en situation réelle.
- Les simulateurs à échelle partielle sont caractérisés par la centration sur un aspect de la pratique. Ils ne sont pas à échelle 1 : 1 ce qui veut dire que la situation peut être déployée sur un écran de tablette ou d'ordinateur, le temps n'est pas le temps réel pour permettre à l'utilisation de réfléchir à ses choix et il peut récupérer des informations sur le résultat de ses choix sans en voir le déroulement réel. Ce type de simulateur se situe plus dans une démarche de résolution de problème et vise la réflexivité (au sens de Schön [1994]).

Si des simulateurs existent dans beaucoup de formation professionnelle leur usage dans la formation des enseignants peut poser question.

2 Les simulateurs en formation des enseignants : remise en cause de la pratique réelle et des démarches de formation ?

Même dans les formations où une part importante est dédiée à la simulation, cette dernière ne remplace pas la pratique réelle. Par exemple, dans la formation des pilotes d'hélicoptères de l'armée, en 2014, « Près de 40 % des heures de vol dans l'aviation légère de l'armée de Terre (ALAT) sont dorénavant effectuées sur simulateurs. » (Lepinard 2014, p.39). Mais, malgré l'importance de ce type de formation, le même auteur identifie des manques de recherches sur les spécificités de ce type de formation : « […] il s'agit de combler un gap dans la littérature scientifique qui n'a pas identifié complètement certaines caractéristiques clés de la formation par la simulation » (p. 41). La simulation est donc un nouveau type de formation ayant ses caractéristiques propres. L'objectif de notre travail est d'imaginer de nouveaux dispositifs, permettant de répondre à des limites des formations existantes et de les analyser.

En ce qui concerne la formation des enseignants, l'accent est mis depuis plusieurs années sur le développement de la réflexivité. Des scénarii de formation basés sur l'analyse de pratiques ont été développés par exemple par Robert et Pouyanne (2004) mais il y est difficile d'anticiper ce à quoi les enseignants vont être confrontés. Rogalski et Robert (2015) précisent à propos d'une formation de formateurs :

> *« On voit la justification d'un temps long pour cette formation, dans la mesure où chaque analyse a un caractère opportuniste, dépendant de ce qui sort dans la séance. Sur la durée, l'aléatoire des apports des participants amène à rencontrer suffisamment de thèmes pour donner matière aux participants pour les adaptations dont ils auront besoin pour conduire leurs propres formations d'enseignants. » (Rogalski et Robert, 2015, p 109)*

Le déploiement de formations sur un temps long n'étant pas toujours possible. La simulation permet-elle de répondre à cette difficulté ? Y a-t-il d'autres cas où la simulation permet d'apporter des réponses à des problèmes d'enseignement ou de formation ?

3 Un outil de simulation

Nous avons identifié et expérimenté quatre grandes catégories d'usages de la simulation d'interactions humaines dans l'éducation (les trois premières pour la formation et la dernière pour l'enseignement). La première consiste à simuler la pratique de classe. Plusieurs simulateurs de classes existent et ont été détaillés dans Emprin et Sabra (2019). La deuxième utilisation consiste à simuler la relation tuteur — tutoré, c'est-à-dire l'entretien de formation à partir de la pratique. Ce type de travail permet de former les tuteurs, mais peut également être utilisée en formation des enseignants en les mettant en position de tuteur (virtuel) ils font un pas de côté par rapport à leur pratique. Le troisième type d'usage consiste à faire programmer aux étudiants des simulations. En concevant les interactions, les étudiants utilisent leurs connaissances, mais aussi leurs représentations de l'enseignement, du processus d'apprentissage, etc.

II - TROIS USAGES DE LA SIMULATION D'INTERACTIONS HUMAINES EN ÉDUCATION ET FORMATION

1 Les simulateurs informatiques de classe

Nous avons trouvé cinq simulateurs informatiques de classe que nous pouvons classer en trois grandes catégories :

TeachLive[2] simule à grande échelle et en temps réel les interactions élèves-enseignants en fonction de leur motivation. C'est un outil immersif de réalité virtuelle (fig. 1).

> *« TeachLive est une simulation de salle de classe utilisée pour préparer les enseignants aux défis du travail en classe de la maternelle à la 12e année. Son principal usage est de donner aux enseignants l'occasion de répéter leurs compétences en matière de gestion de classe, de pédagogie et de prestation de contenu dans un environnement qui ne nuit pas aux vrais enfants et qui ne fait pas en sorte que l'enseignant soit perçu comme faible ou peu sûr par une véritable classe d'élèves. » (Barmaki & Hughes, 2016, p. 663 [traduction personnelle]).*

Il est complètement à part des autres outils par le fait qu'il est en temps réel et à échelle complète, mais aussi par sa centration sur un repérage d'indices posturaux, verbaux et psychologiques pour une réaction à chaud de l'enseignant.

[2] http://exceptionaleducation.buffalostate.edu/teach-live



Fig. 1 : exemple de situation de formation avec teachlive tiré de O'Callaghan et Piro (2016, p 106).

Ensuite Tprof (https://t-prof.fr) et Simschool (https://www.simschool.org) sont caractérisés par leur centration sur des éléments pédagogiques et de gestion de classe, mais aussi par une assez forte indépendance de scénarios d'usages. Ces outils sont aussi utilisés dans plusieurs disciplines d'enseignement. Le premier s'appuie sur les sciences de l'éducation, la psychologie de l'enfant avec une centration des objets de formation qui sont dits « tous centrés sur pédagogie en classe ». Le second se concentre principalement sur les techniques de gestion de classe basées sur ce que les concepteurs définissent comme « des profils d'élèves liés aux styles d'enseignement et aux profils des apprenants » (https://www.simschool.org).



Fig. 2 : Copies d'écran de simschool (à gauche) et T-prof (à droite)

Lesson Sketch (www.lessonsketch.org) et SIC (cerep-sic.univ-reims.fr) simulent tous les deux la prise de décisions à portée didactique et pédagogique. Lesson Sketch avec un système de QCM présentant les choix (Fig. 3) et Sic avec une liste de choix (Fig. 4). Ils se caractérisent donc par leur centration sur le processus d'enseignement apprentissage d'un contenu disciplinaire (le triangle enseignant – élèves – savoir) et la forte dépendance à un scénario de formation, en ligne ou en présentiel (ils ne sont pas conçus pour être utilisés indépendamment d'un scénario de formation). Ces deux outils ont la particularité d'être attachés aux mathématiques et aux sciences. Ces deux outils mettent aussi en avant

un ancrage dans la pratique avec un recueil a priori de scénarios qui peut servir de base à la programmation.

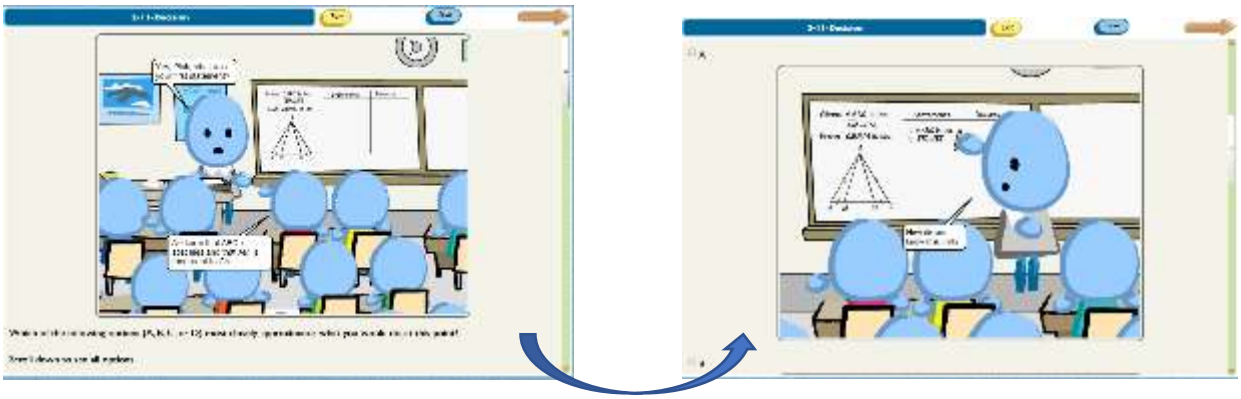


Fig. 3 : exemple de prise de décision dans Simteach : à droite l'énoncé du choix et en faisant défiler l'écran les choix possibles (https://www.lessonsketch.org)

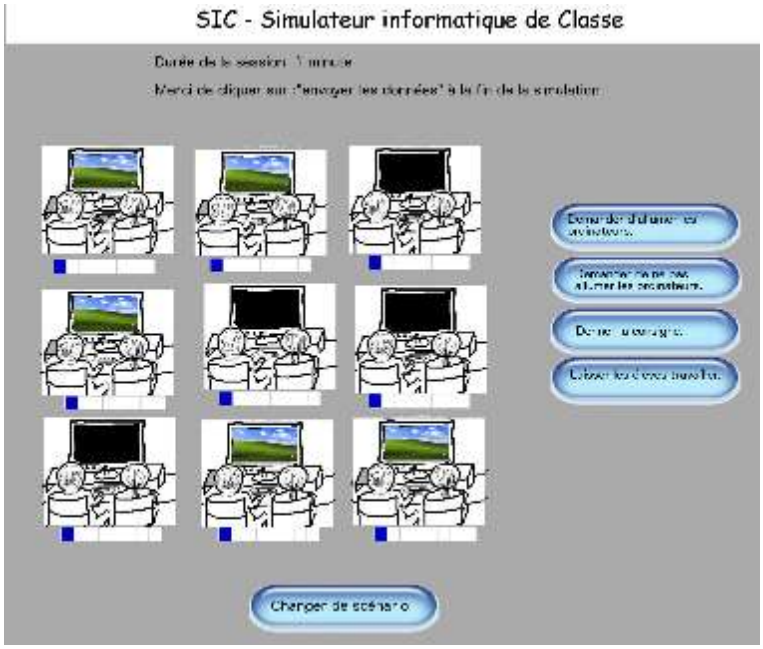


Fig. 4 : copie d'écran de SIC, à gauche les activités des élèves et à droite les choix des enseignants.

Sans aller plus en détail dans le descriptif de ces outils, nous pouvons remarquer deux éléments. D'abord le niveau d'ouverture de ces outils pour un utilisateur lambda est en général faible. Sans être impliqué dans les projets eux-mêmes, il n'est quasiment pas possible de modifier ces simulations. Ensuite à l'exception de TeachLive les systèmes d'interaction sont assez schématiques : les expressions faciales dans LessonSketch sont des smileys, l'agitation dans SIC est formalisée par un vumètre. Des outils comme VTS sont des environnements ouverts qui permettent aux formateurs de concevoir leurs simulations et ils exploitent les possibilités multimédias actuelles : avatars réalistes avec des émotions, réponses prononcées ou sous forme de vidéos présentant des actions… Actuellement cet outil n'est pas adapté à la simulation de classe, il n'y a que peu d'avatars enfants et les environnements de type classe sont réduits (deux élèves au tableau, environnement avec cinq personnages). Il reste néanmoins possible de simuler des situations particulières de la classe : l'aide individuelle, la gestion d'une mise en commun avec un élève au tableau… Ce sont des possibilités ouvertes et à exploiter.

2 La simulation de la situation d'entretien professionnel

Lorsqu'il s'agit de former un tuteur, c'est à dire un formateur qu'il soit universitaire ou enseignant (en France les enseignants peuvent passer une certification : le CAFIPEMF Certificat d'aptitude aux fonctions d'instituteur ou de professeur des écoles maître formateur) à la situation d'accompagnement de la pratique il faut mobiliser plusieurs acteurs. D'abord un enseignant qui accepte d'accueillir dans sa classe le tuteur (et le ou les formateurs de ce tuteur ou filmés) et d'avoir un temps d'entretien. L'observation de la classe débouche alors sur cet entretien en présence des formateurs (ou filmé). C'est cet entretien qui devient alors l'objet de la formation avec tout le caractère opportuniste de ce qui peut avoir été rencontré dans les deux temps de pratiques (la leçon et l'entretien). Dans ce cadre, comme pour la situation de classe, la simulation permet de contrôler la situation. Nous avons donc conçu un tel simulateur en utilisant le logiciel VTS et en croisant deux cadres qui permettent de mieux définir l'activité d'accompagnement. (Matteï-Mieusset, 2013) identifie quatre dilemmes associés à cette facette du travail qu'est l'analyse de pratiques professionnelles :

Transmettre le métier ou faire réfléchir pour permettre à l'ES (Enseignant Stagiaire) de construire sa réponse, ce qui est caractérisé par des discours du type :

> *« […] quelles difficultés il a rencontrées, quelles difficultés, ça peut être gestion du groupe », « pour faire passer tel contenu mathématique, comment d'abord il l'a vécue », « Parce que sinon la réflexion forcément elle s'arrête quoi, il ne va pas réfléchir si déjà tu lui donnes la solution » « Euh tu peux lui demander ce qu'il a pensé de sa séance, comment il l'a vécue, » (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013)*

Pointer les erreurs et les réussites de l'ES ou l'aider à les faire émerger, ce qui est caractérisé par des discours du type :

> *« je vais essayer de pas lui dire voilà ce que j'ai vu, je vais plutôt l'interroger, tiens j'ai constaté ça, qu'est-ce que tu en penses, comment ça se fait que, est-ce que toi tu as constaté alors je fais quoi là, je lui donne mes solutions ? Après on peut lui donner un éventail de solutions, » (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013)*

Soutenir l'ES ou l'évaluer, qui est caractérisé par des discours du type :

> *« parce que encore une fois, j'évalue, et ils ont peur qu'on dise qu'ils s'en sortent pas, moi je veux dire, je le comprends bien ça. Psychologiquement, c'est-à-dire que, l'affectif, même si on peut trouver quelqu'un agréable, il faut aussi qu'on garde, c'est pas une distance, je suis le maître […], mais il faut être bienveillant, » (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013)*

Guider, imposer un cadre, des outils à l'ES ou le laisser libre de ses choix, ce qui est caractérisé par des discours du type :

> *« Mais dans ce que tu dois transmettre à un futur enseignant, jusqu'à quel point tu dois poser un regard par rapport à ce que toi tu ne tolères pas ou ce que tu tolères, et ça je trouve, ça me pose toujours un problème, » (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013)*

Ces dilemmes, identifiés dans le cadre de l'activité d'accompagnement pédagogique en France, peuvent être utilisés comme premier cadre pour modéliser les interactions entre l'utilisateur (formateur) et l'enseignant virtuel. Le modèle MERID - MEntor Role In Dialgoque (Hennissen & al., 2008) permet quant à lui de qualifier les postures en fonction du type d'interactions. En effet le travail d'accompagnement qui est étudié dans le contexte français renvoie à celui de mentoring dans le contexte anglo-saxon. Dans une étude documentaire (Hennissen & al, 2008), cinq aspects clés ont été identifiés :

> *« En réponse à la première question de recherche, cinq aspects clés des dialogues de mentoring ont émergé des études empiriques sélectionnées, qui sont souvent au centre de la recherche : le*

contenu du dialogue, le style et les compétences de supervision des enseignants mentors, les commentaires des enseignants mentors, les aspects temporels du dialogue et les phases du dialogue. En réponse à la troisième question de recherche, les données empiriques des études sélectionnées indiquent que trois aspects clés sont liés au comportement distinctif des enseignants mentors dans les dialogues de mentoring : le style/compétences de supervision, les apports et les aspects temporels. Ces trois aspects sont des candidats plausibles pour constituer un cadre conceptuel. Nous avons relié ces aspects clés dans le modèle MERID, qui montre quatre rôles de mentor enseignant pendant les dialogues de mentorat : imperator, initiateur, conseiller et "encouragement". » (Hennissen & al, 2008, [traduction personnelle])

Ce modèle est représenté par la Figure 5.

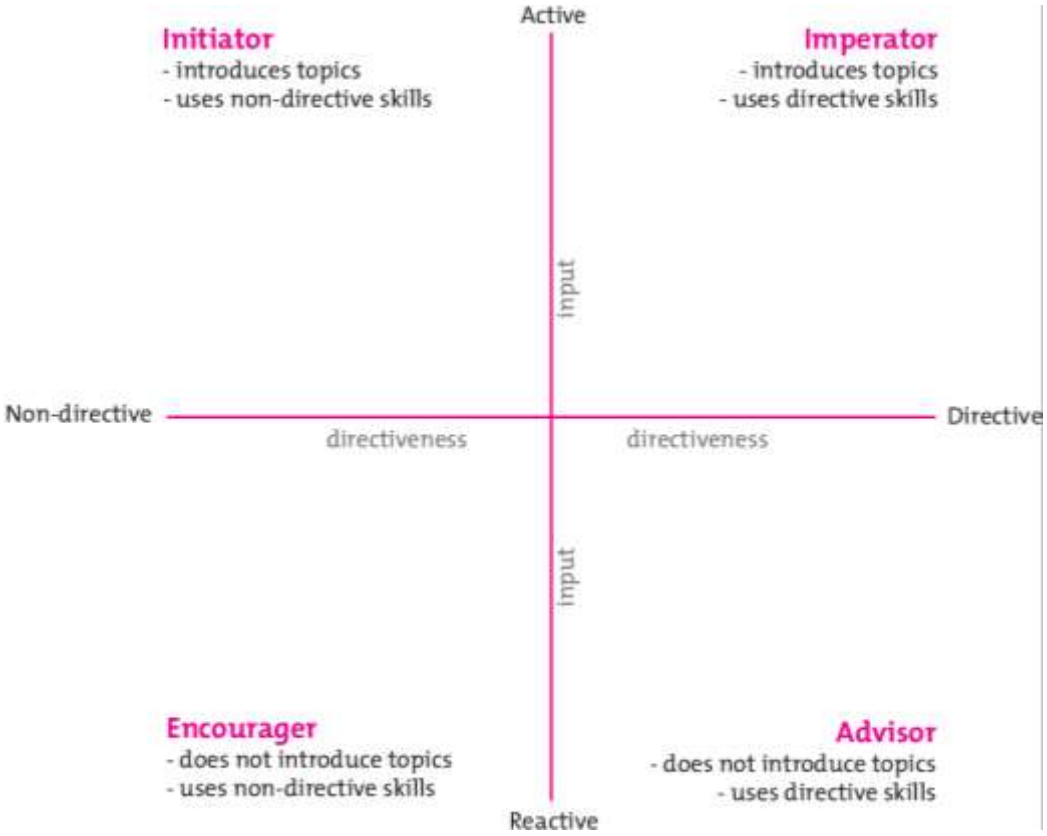


Fig. 5 : modèle MERID (Crasborn & Hennissen, 2010, p 48)

Le modèle MERID offre un nouveau regard sur l'activité de mentorat. En superposant le modèle de Brau-Antony & Mieusset (2013), on se rend compte qu'ils sont complémentaires : en plaçant les dilemmes de la situation de conseil sur le modèle MERID précédent, on se rend compte qu'ils permettent d'obtenir des analyses sur des dimensions transversales (ils représentent des diagonales sur la figure ci-dessous). En coordonnant ces deux modèles, il est possible de modéliser l'interaction construite par le formateur au cours de l'activité de conseil.

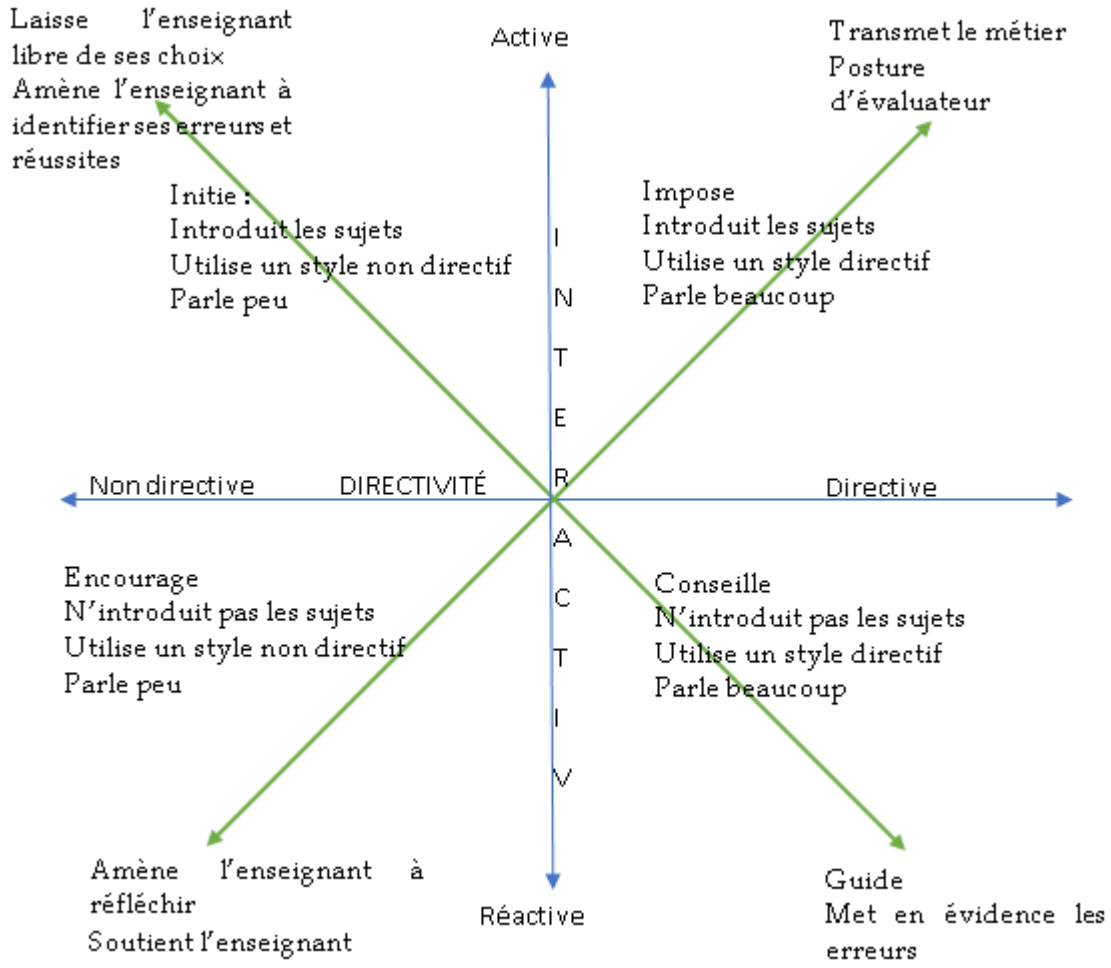


Fig. 6 : croisement du modèle MERID et de dilemmes de Brau-Antony & Mieusset (2013)

Le croisement de ces deux approches nous fournit donc une grille d'analyse très fine des pratiques professionnelles du tuteur/mentor en situation d'entretien.

Nous avons donc conçu et expérimenté un simulateur d'entretien professionnel dans le logiciel VTS. Il débute par l'analyse d'une séance censée avoir été menée par l'enseignante virtuelle. Des extraits de préparation de classe et d'échanges prof-élèves sont disponibles. Une fois que l'utilisateur a suffisamment d'informations sur la séance, il commence l'entretien. Il dispose alors d'une liste de choix (Fig 7. à gauche). L'enseignant virtuel (à droite) lui répond verbalement en prenant des attitudes faciales reflétant ses émotions.

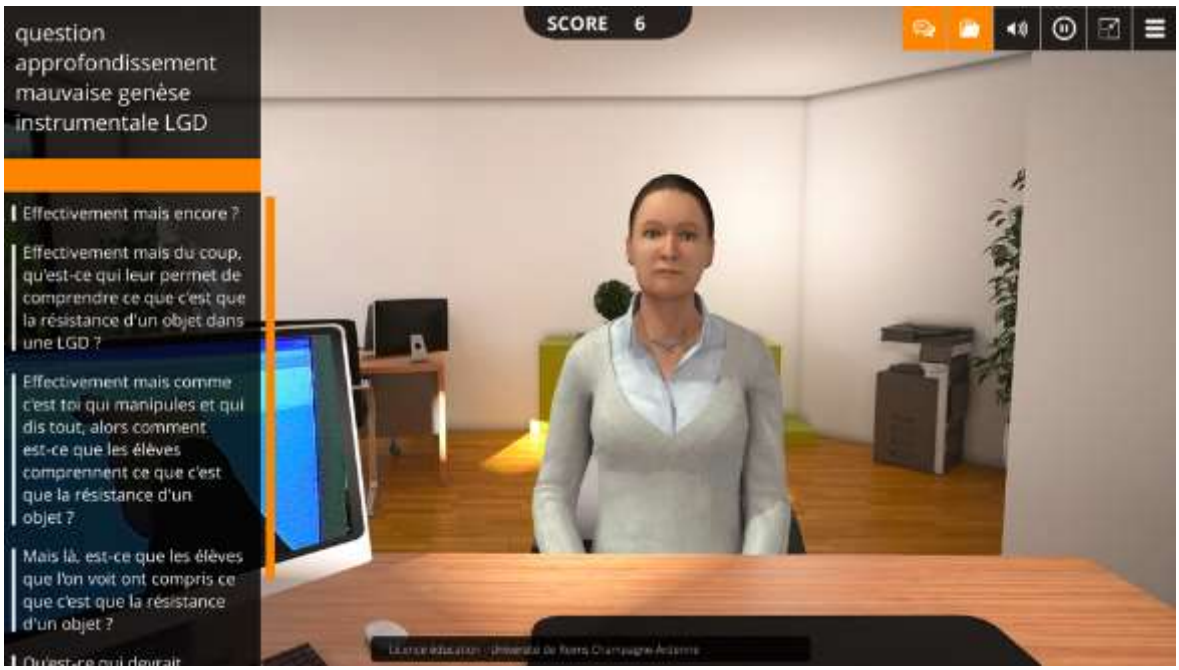


Fig. 7 : capture d'écran de la simulation d'analyse de pratiques (SAP).

À la fin du scénario, l'utilisateur doit dire s'il pense que l'enseignante virtuelle s'est approprié certains concepts en lien avec la situation puis il reçoit une analyse du logiciel qui le positionne suivant les différents dilemmes (fig. 8). L'entretien qui a été mené dans l'exemple relève d'une posture de transmission (transmettre au centre et faire réfléchir à l'extérieur), pointe les erreurs et guide l'enseignant. La posture est moins tranchée sur le dilemme soutenir/évaluer. Très peu de concepts didactiques ont été abordés dans l'entretien (2).



Fig. 8 : capture d'écran de la simulation d'analyse de pratiques (SAP).

Un des enjeux de la formation est alors d'amener les utilisateurs à discuter ce positionnement, à refaire des simulations pour modifier leur profil. Il n'y a pas de velléités à vouloir affirmer que ce positionnement est absolu, mais bien au contraire à amener les utilisateurs à comprendre et discuter les choix de programmation. SAP a été expérimenté en formation de formateur, mais aussi en formation d'enseignants. En effet, il permet aux enseignants de faire un pas de côté par rapport à leurs pratiques et la questionner. En formation d'enseignant, les dilemmes sont moins centraux par rapport aux questions didactiques soulevées. L'intérêt de la simulation informatique est qu'elle permet la formation à distance. Ce simulateur est implanté sur une plateforme Moodle™ et sur la plateforme M@gistère de l'éducation nationale française. Cela nous permet d'associer à l'utilisation du SAP, un scénario de formation : analyse de la séance, anticipation des questions didactiques et des dilemmes, test sur simulateur, mise en commun et discussion. Par questionnaire, nous avons vérifié plusieurs points : l'acceptabilité de l'outil,

le réalisme de situation, le fait que l'utilisateur pense avoir travaillé des compétences sur l'enseignement des mathématiques ou de tuteur et enfin un niveau de satisfaction. Le petit nombre de répondants actuellement ne permet pas de dégager des résultats significatifs, mais toutes les réponses actuellement recueillies sont positives sur ces quatre points.

3 Faire concevoir des simulations

Dans le cadre d'une formation de troisième année de licence sciences de l'éducation dont l'objet est les modèles d'analyse des pratiques enseignantes, nous avons fait le choix de remplacer les évaluations classiques par la conception d'une simulation Les étudiants utilisent un cadre théorique pour décrire les choix possibles de l'enseignant. Durant le cours sont étudiés différents cadres permettant de comprendre et décrire les pratiques d'enseignement : la double approche (Robert et Rogalski, 2002), le multiagenda (Bucheton et Soulé, 2009),… À partir de ces cadres, les étudiants sont ensuite amenés à analyser des situations d'enseignement. Si les étudiants sont, à ce stade, capables de restituer des connaissances et des analyses nous avons voulu les amener à une compréhension plus approfondie, pour cela nous avons consacré la seconde partie du module et notamment les travaux dirigés à concevoir des simulations de pratiques. À partir d'une situation de départ, d'un contexte d'enseignement ou de formation, les étudiants doivent concevoir une simulation d'interactions en utilisant un des modèles de leur choix.

L'utilisation du logiciel VTS a deux avantages : l'ergonomie du logiciel aide les étudiants à visualiser le système d'interactions. La copie d'écran (fig. 9) montre le graphe construit dans une simulation.



Fig. 9 : graphe représentant les différentes décisions et relation dans une simulation VTS.

Chaque chemin correspond à une possibilité, une décision. Les blocs correspondent à des interactions : choix de l'utilisateur, réponse du logiciel… cette modélisation est éclairante pour l'étudiant qui peut la manipuler, déplacer les blocs, créer de nouvelles arborescences de façon dynamique.

Le deuxième intérêt de l'usage du logiciel réside dans le processus de validation de la production. Cette validation se fait en testant la simulation. Lors des travaux dirigés les étudiants compilent leur simulation, échangent leur production avec un pair qui la teste et la discute. Une mise en commun permet de revenir sur les choix.

4 Aider à la formation à distance

De plus en plus de temps de formation sont menés à distance que ce soit en distance intégrale ou en formation hybride avec des aller-retour présentiel distanciel. Dans tous les cas l'arrivée sur une plateforme de cours à distance nécessite, de la part de l'utilisateur un temps d'appropriation, de lecteur, de visionnage de vidéo, etc. En tant que responsable d'un master intégralement à distance (parcours Ingénierie des e-Formations et des usages du numérique – IeFUN) au sein de l'INSP (Institut National

Supérieur du Professorat) de l'académie de Reims (France), nous sommes confrontés à ces difficultés de transmission de l'information. Notre choix s'est porté sur l'usage d'un avatar pour accueillir et orienter les étudiants dans certains modules de formation. La copie d'écran (Fig. 10) montre la page sur laquelle arrivent directement les étudiants quand ils ouvrent le module « conception et mise en œuvre d'une FOAD » du semestre 1 sur la plateforme Moodle de l'université de Reims.



Fig. 10 : copie d'écran de la page d'accueil du module « conception et mise en œuvre d'une FOAD »

Un avatar sonorisé et doublé d'une annonce textuelle leur présente le contenu et lors propose de choisir de commencer par une des trois parties. Tout au long de ce module, l'avatar apparaît pour accompagner le parcours. Ce master venant de se terminer l'analyse de cette organisation du module est en cours.

5 Pourquoi ce logiciel de simulation ?

Le logiciel VTS editor développé par la société Sérious Factory n'est pas spécifique à l'éducation, il est payant avec une licence annuelle ou permanente. Il existe une licence éducation à tarif réduit. Ce logiciel « editor » permet de concevoir les simulations. En revanche une fois qu'elles sont construites elles peuvent être exportées et utilisées gratuitement. Cette démarche permettant de diffuser gratuitement les simulations nous semble bien adaptée à l'éducation. Les formats d'exportation sont de trois types : VTS (avec un player gratuit), web (pour être installé sur un site web) ou SCORM (pour être implanté dans une plateforme à distance type Moodle). Pour lire format VTS il faut installer un player gratuit. Il en existe pour les principaux systèmes d'exploitation : Window, Mac OS, Android, IOS. Ainsi les simulations peuvent être utilisées sur ordinateurs, tablettes ou smarphones. Là encore cela permet un usage en classe avec une classe de tablettes ou en formation avec les smartphones, tablettes, ordinateurs personnels des étudiants.

La conception de la simulation se fait en insérant des blocs d'action, d'interaction ou de logique et en les reliant par des chemins. Plusieurs blocs d'action existent et permettent, en plus de l'animation de l'avatar (paroles, attitudes faciales…), d'intégrer des images, des sons et des vidéos. Les blocs d'interaction permettent des QCM, des choix parmi une liste, des clics sur des zones d'images… les blocs de logique permettent d'orienter le déroulement de la simulation en fonction de variables booléennes ou entières et même de choix aléatoires. Les phrases que l'avatar ou le joueur doivent dire sont saisies au clavier, elles peuvent être générées par synthèse vocale (payant) ou enregistrées par le concepteur. Nous ne détaillons pas plus ici les fonctionnalités qui ont été présentées et testées lors de l'atelier, l'important étant pour nous qu'un formateur ou un enseignant intéressé puisse comprendre le fonctionnement global et se référer ensuite aux didacticiels disponibles en ligne.

III - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.

L'enjeu de l'atelier de la COPIRELEM et de cet article était double : présenter et analyser le rôle que peut jouer la simulation d'interactions humaines dans la formation des enseignants, mais aussi montrer qu'il est possible pour un formateur non informaticien de concevoir ses propres simulations. In fine nous espérons inciter des collègues formateurs à utiliser ce type d'outil et constituer ainsi une base ressource pour la formation et l'enseignement. Nous sommes essentiellement revenus dans cet article sur le premier enjeu, le second étant plus technique, mais nous exposons quelques éléments clefs dans cette conclusion.

Nous avons présenté trois usages qui ont d'ores et déjà été expérimentés au travers du logiciel VTS : la simulation de classe, la simulation d'entretien professionnel et l'accompagnement de la formation à distance. Nous avons, pour ces quatre usages, conçu des prototypes qui ont permis de valider nos premières hypothèses d'acceptabilité et de fonctionnalité. Des tests à plus grande échelle et la programmation de nouvelle simulation pour cela l'outil que nous avons pris comme support (VTS) nous semble adapté.

Quels sont les retours des participants de l'atelier ?

Les retours à chaud des participants montrent que le logiciel est facile à utiliser et qu'il ne nécessite pas de compétences spécifiques en programmations. Néanmoins le travail prévu durant cet atelier était trop important et n'a pas permis à tous de produire une simulation opérationnelle. En effet, le temps d'installation, de prise en main et de test des propositions déjà existantes a limité le temps réel de travail avec l'éditeur.

Plusieurs questions ergonomiques ont été posées notamment la compatibilité des simulations avec la réalité virtuelle (VR) ainsi que la possibilité d'interagir avec le logiciel via la synthèse vocale (l'utilisateur parle et son discours est interprété par la machine). Si la VR est bien accessible dans les nouvelles versions du logiciel, la partie synthèse vocale n'est qu'à l'étude. Cela nous amène à poser la question des études indispensables pour analyser les effets réels de ce type d'innovation. Comment savoir ce qu'apporterait réellement la VR dans le cadre de la simulation de classe ou d'entretiens ? Est-ce que cela changerait le processus de formation ? Est-ce que tout ce qui est possible est souhaitable et va dans le sens de l'amélioration du processus d'apprentissage ? Ce sont des questions complexes qui pourront être abordées notamment en relation avec d'autres champs de recherche comme la psychologie par exemple.

Nous espérons, au travers de cet article et de cet atelier pourvoir initier un travail commun entre didacticiens pour développer et analyser de nouveaux outils et même de nouveaux usages.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Audran J. (2016) Se former par la simulation, une pratique qui joue avec la réalité. Recherche et formation, (82), 9-16.

Barmaki R., Hughes C. E. (2016) Towards the Understanding of Gestures and Vocalization Coordination in Teaching Context. In ED. 663-665.

Brau-Antony S., Mieusset C. (2013) Accompagner les enseignants stagiaires : une activité sans véritables repères professionnels. Recherche et formation, (72), 27-40.

Bucheton D., Soulé Y. (2009) Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. Éducation et didactique, 3 (3), 29-48.

Crasborn F. J. A. J., Hennissen P. (2010) The skilled mentor. Mentor teachers' use and acquisition of supervisory skills. Eindhoven: Eindhoven School of Education.

Emprin F., Sabra H. (2019) Les simulateurs informatiques, ressources pour la formation des enseignants de mathématiques. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 1-13.

Hennissen P., Crasborn F., Brouwer N., Korthagen F., Bergen T. (2008) Mapping mentor teachers' roles in mentoring dialogues. Educational research review, 3(2), 168-186.

Lépinard P. (2014) Du serious gaming au full flight simulator : proposition d'un cadre conceptuel commun pour la formation des formateurs en simulation. Systemes d'information management, 19 (3), 39-68.

Matteï-Mieusset C. (2013) Les dilemmes d'une pratique d'accompagnement et de conseil en formation. analyse de l'activite reelle du maitre de stage dans l'enseignement secondaire (Doctoral dissertation).

Pastré P. (2005) Apprendre par la simulation : de l'analyse du travail aux apprentissages professionnels. Octarès.

Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. Canadian Journal of Math, Science & Technology Education, 2 (4), 505-528.

Robert A., Pouyanne N. (2004) Formateurs d'enseignants de mathématiques du second degré : éléments pour une formation. IREM, Université Paris 7.

Rogalski J., Robert A. (2015) De l'analyse de l'activité de l'enseignant à la formation des formateurs Le cas de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire. Dans : Valérie Lussi Borer éd., Analyse du travail et formation dans les métiers de l'éducation (pp. 93-113). Louvain-la-Neuve, Belgique : De Boeck Supérieur. doi:10.3917/dbu.lussi.2015.01.0093

Schön D. (1994) Le praticien réflexif. À la recherche du savoir caché dans l'agir professionnel, Montréal, Éditions Logiques.

DISPOSITIF DE FORMATION UTILISANT LE JEU DE GO POUR ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Antoine FENECH
Professeur de mathématiques, Capitaine de l'Équipe de France de Jeu de Go,
Collège International de l'Esplanade, Strasbourg
antoine.fenech@gmail.com

Richard CABASSUT
Maître de Conférences, Université de Strasbourg
LISEC EA 2310
richard.cabassut@unistra.fr

Résumé
Nous présentons les premiers résultats d'un groupe de l'IREM[1] de Strasbourg qui a réfléchi à l'enseignement des mathématiques dans les écoles primaires françaises en utilisant le jeu de Go. Ce groupe réunit joueurs de Go, enseignants et chercheurs pour produire des ressources pédagogiques, les mettre en œuvre dans la classe et réfléchir à l'évaluation et l'amélioration de ces ressources. Grâce aux différents registres de représentation offerts par le jeu de Go, différents domaines mathématiques peuvent être étudiés : nombre, géométrie, grandeurs, raisonnement, algorithmique. Pour analyser les ressources et les pratiques, nous proposons le cadre de la théorie anthropologique du didactique.

Le jeu est un moyen d'apprendre avec plaisir, comme le rappelle le rapport Villani-Torossian : « Afin de ne pas laisser s'installer l'anxiété face à la tâche scolaire en mathématiques, inspirons-nous du Canada, de Singapour, des États-Unis ou encore du Nord de l'Europe, où les activités scolaires en mathématiques sont la plupart du temps associées à la notion de plaisir. Jeux, énigmes, concours, défis et histoires sont au rendez-vous ! » (Villani & al. 2018, p.15). Poirier & al. (2009) ont montré la relation entre le jeu et l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Des recherches ont montré l'intérêt des jeux de stratégie pour l'enseignement des mathématiques (Movshovitz-Hadar, 2011). Parmi ces jeux de stratégie, Jancarik (2017) a montré que « les domaines développés par les échecs sont avant tout le pouvoir de résolution de problèmes, mais aussi la pensée logique et la capacité de visualiser en géométrie »[2] (*Ibid*. p.226). Des recherches à l'école primaire ont montré que le jeu de Go, un autre jeu de stratégie, développait les fonctions cognitives (Tachibana & al., 2012). Le but du groupe est d'étudier les possibilités offertes par le jeu de Go pour apprendre les mathématiques et de proposer un cours de formation d'enseignants pour mettre en œuvre le jeu de Go dans les écoles primaires françaises conformément au programme français.

I - CADRE THEORIQUE

En utilisant la terminologie de la théorie anthropologique du didactique de Chevallard (Bosch & al., 2006), nous considérons que le Club de Jeu de Go de Strasbourg (Strasgo, 2019) est une institution qui produit la connaissance des règles de Jeu de Go et des techniques de jeu. Les règles adaptées, mises au point pour le niveau primaire, sont celles qu'on appelle dans la communauté internationale des joueurs de Go, les règles strasbourgeoises. L'école primaire française est une autre institution où le programme

[1] Institut de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Université de Strasbourg https://mathinfo.unistra.fr/irem/groupes/jeu-de-go/

[2] Traduction française de R.C. : " the areas that are developed through chess are primarily problem-solving power but also logical thinking and ability to visualize in geometry"

de mathématiques est enseigné. Nous étudions la double transposition de la connaissance du jeu de Go et du programme mathématique à l'école primaire française. Nous étudions différentes tâches d'enseignement proposées en classe, la manière de les réaliser et de les justifier[3], du point de vue du jeu de Go et du point de vue mathématique. Nous utilisons les problèmes offerts par le jeu de Go comme une nouvelle approche pour apprendre les mathématiques, car nous supposons que, dans ce contexte, « le plaisir, l'exaltation et la satisfaction se produisent »[4] (Debellis & al., 2006, p.134). De plus, le matériel utilisé dans le jeu de Go (plateau et pierres) permet de travailler dans un nouveau registre de représentations. « La compréhension mathématique commence lorsque la coordination des registres commence. […] Les processus de pensée mathématiques dépendent d'une synergie cognitive des registres de représentation »[5] (Duval, 2006, p.126). Nous supposons que le contexte du jeu de Go aidera à apprendre des mathématiques.

II - MÉTHODOLOGIE UTILISÉE

Cette recherche a lieu dans un IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des mathématiques) : « Indépendantes des départements de mathématiques, mais proches de ceux-ci, ces structures universitaires accueillent mathématiciens universitaires, enseignants, formateurs d'enseignants, didacticiens et historiens des mathématiques qui travaillent en collaboration à temps partiel dans des groupes thématiques, en développant la recherche action, des sessions de formation pour enseignants basées sur leurs activités et en produisant du matériel pour l'enseignement et la formation des enseignants »[6] (Artigue et al., 2019, p.13). Nous utilisons la méthodologie de l'ingénierie didactique : « une phase d'analyse préliminaire et de conception, une phase d'expériences d'enseignement et une phase d'analyse rétrospective »[7] (Margolinas et al., 2015, p.901). Une fois par mois, le groupe de recherche se réunit avec les phases suivantes : jeu et apprentissage du jeu Go, compte rendu des expériences en classe et partage des ressources produites, réflexion sur les expériences et conception de nouvelles expériences à mettre en œuvre avant la prochaine réunion. Pour analyser l'expérience d'enseignement, nous avons utilisé la méthodologie de la double approche : « Cette méthode propose une double approche : d'une part - dans une approche centrée sur la didactique - nous avons développé un cadre général d'analyse des pratiques enseignantes prenant en compte deux éléments très étroitement liés, les activités des élèves et la gestion de la classe par l'enseignant, [...]; et d'autre part - dans une approche d'ergonomie cognitive - nous avons considéré l'enseignant comme un professionnel effectuant un travail spécifique »[8] (Robert et al., 2005, p. 270).

III - EXEMPLES D'ACTIVITES

Le groupe de recherche regroupe des membres variés : un universitaire chercheur en didactique des mathématiques, un enseignant de mathématiques post-secondaire membre du club de Go de Strasbourg,

[3] Ce que les anthropologues appellent des praxéologies (Bosch & al. 2006)

[4] Traduction française de R.C. : "pleasure, elation and satisfaction occur"

[5] Traduction française de R.C.: "Mathematical comprehension begins when coordination of registers starts up. […] Mathematical thinking processes depend on a cognitive synergy of registers of representation"

[6] Traduction française de R.C.: "Independent from, but close to mathematics departments, these university structures welcome university mathematicians, teachers, teacher educators, didacticians and historians of mathematics who collaboratively work part-time in thematic groups, developing action-research, teacher training sessions based on their activities and producing material for teaching and teacher education

[7] Traduction française de R.C.: "a phase of preliminary analysis and design, a phase of teaching experiments, and a phase of retrospective analysis"

[8] Traduction française de R.C.: "This method proposes a twofold approach: on the one hand – in a didactics-centred approach – we developed a general frame-work for analyzing teachers' practices taking into account two elements that are very closely linked, students' activities and the teacher's management of the class, [...]; and on the other hand – in a cognitive ergonomics approach – we have considered the teacher as a professional who is performing a specific job"

un enseignant de collège capitaine de l'Équipe de France de Jeu de Go, et une dizaine d'enseignants de l'école primaire. Certains enseignants n'ont aucune expérience du jeu de Go, alors que d'autres pratiquent avec les élèves le jeu de Go, dans un club en dehors de la classe et des cours obligatoires et remarquent la motivation des élèves à jouer car la règle du jeu est facile à comprendre. Certains élèves ayant des difficultés linguistiques (le français n'étant pas leur langue maternelle) ont plus de facilité à s'exprimer pendant le jeu.

1 Apprentissage des connaissances du jeu de Go

Brève présentation du jeu

Introduisons brièvement le jeu de Go. C'est un jeu de stratégie pour deux joueurs, l'un ayant les pierres[9] noires et l'autre les blanches, qui seront déposées sur un plateau. Le plateau, appelé Goban, est constitué d'un quadrillage carré et sa taille pourra être choisie en fonction de la durée de la partie et de la complexité souhaitées pour le jeu. Un joueur à son tour place une pierre sur un point d'intersection vide du quadrillage du Goban. Les pierres ne sont pas déplacées. Ce joueur capture une pierre ou un groupe de pierres de l'autre couleur quand elles sont entourées de ses pierres sur tous les points adjacents orthogonalement. À la fin de la partie, le gagnant est le joueur qui a le plus grand nombre de pierres sur le plateau. Les variantes des règles du jeu suggérées ici sont celles du Club de Go de Strasbourg (Strasgo, 2019).

Il existe des règles du jeu de Go différentes suivant les pays et les traditions. Les règles dites strasbourgeoises ont été créées pour permettre aux enfants de découvrir ce jeu. Elles sont faciles à comprendre et bien adaptées à une introduction progressive à l'école primaire. Lors de la première réunion du groupe de recherche, différentes notions ont été introduites (but du jeu et capture d'une chaîne de pierres en particulier).

Le but du jeu : le vainqueur est le joueur qui a le plus grand nombre de pierres sur le plateau à la fin de la partie. La discussion porte sur la manière dont les élèves comparent les deux nombres de pierres.

Une chaîne est constituée de pierres qu'on ne peut pas capturer séparément. Une chaîne encerclée est capturée et retirée du plateau. Le nombre de libertés d'une chaîne est le nombre de pierres adverses nécessaires pour la capturer.

Ici des exercices de différents types sont proposés.

Exercices d'observation : compter les libertés d'une chaîne, capturer une chaîne en un coup, reconnaître une chaîne capturée, déterminer le vainqueur d'une partie (figures 1.1 à 1.4).

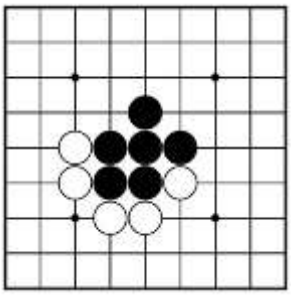


Figure 1.1
Combien la chaîne noire a-t-elle de libertés ?
Termine son encerclement.

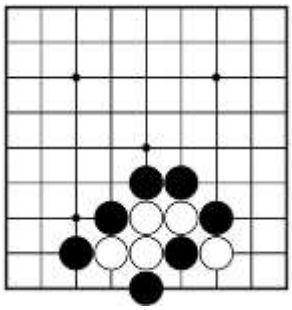


Figure 1.2
Noir joue et capture une chaîne blanche.

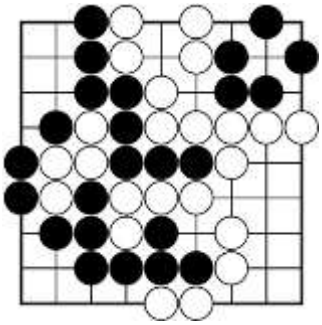


Figure 1.3
Quelle est la chaîne capturée ?

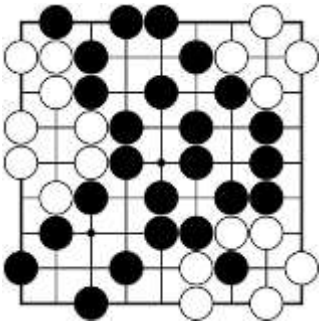


Figure 1.4
Lequel des deux joueurs a le plus de pierres sur le plateau ?

Premiers exercices de raisonnements : dénombrer les chaînes de 3 ou 4 pierres (figures 2.1 et 2.2), capturer une chaîne en 2 coups (figures 3.1 et 3.2).

[9] Dans le jeu on utilise le mot pierre pour désigner un jeton.

Pour la règle adaptée aux niveaux Maternelle à CE1, la partie est terminée lorsqu'un joueur a capturé au moins 5 pierres en tout. Les joueurs comparent alors les pierres sur le plateau pour connaître le vainqueur (figure 1.4). À partir du CE2 on fait évoluer en cours d'année la règle définissant la fin de la partie pour pouvoir introduire des notions plus complexes.

Lors des réunions suivantes du groupe de recherche, d'autres notions sont présentées dans cette formation d'enseignants pour être transposées dans l'activité de la classe.

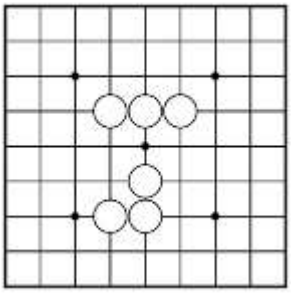


Figure 2.1
Toutes les chaînes de 3 pierres

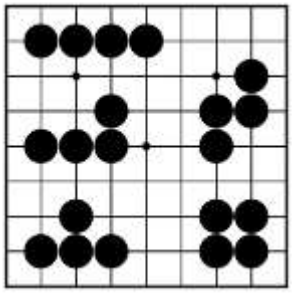


Figure 2.2
Toutes les chaînes de 4 pierres

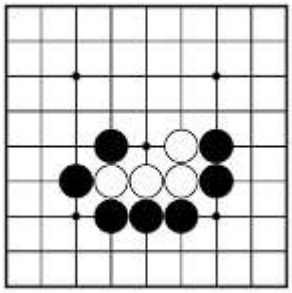


Figure 3.1
Noir joue et capture la chaîne blanche en deux coups.

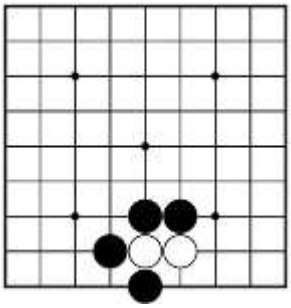


Figure 3.2
Noir joue et capture la chaîne blanche en deux coups.

2 Apprentissage des connaissances mathématiques

Pour **les nombres**, les procédures de comparaison sont proposées, en regroupant les pierres en rectangles ou en lignes sans qu'il soit nécessaire de compter (figure 4) ou en énumérant (figure 5).

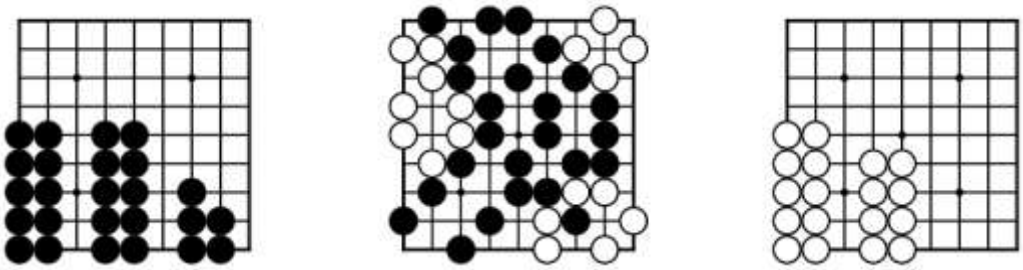


Figure 4. Comparer sans compter

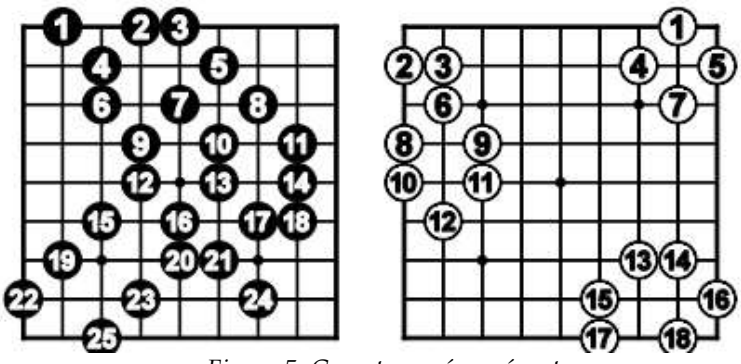


Figure 5. Compter en énumérant

Le regroupement des pierres peut offrir des registres de représentation (Duval, 2006) pour différentes notions mathématiques. Le regroupement en lignes de même longueur peut constituer un registre de représentation de la multiplication compris comme l'itération d'une addition (par exemple 20 = 5 + 5 + 5 + 5). Le regroupement dans un rectangle peut être un registre de représentation de la multiplication compris comme le produit de deux grandeurs (par exemple 20 = 5x4). Le regroupement en 2 lignes de 5 pierres ou en 1 ligne de 10 pierres peut constituer un registre de représentation du système de nombres décimaux.

La géométrie (figure 6) peut être travaillée avec des lignes (les pierres forment-elles une ligne droite ?), avec la reconnaissance de formes (triangle, rectangle ...). Le territoire entouré (frontière, zone) peut permettre de travailler des grandeurs (longueur, aire …).

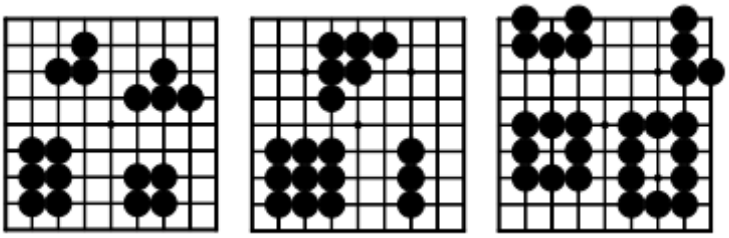


Figure 6. Configurations géométriques

D'autres domaines peuvent être travaillés : raisonnement avec les stratégies de jeu, coordonnées sur le tableau de Go, organisation des données avec les résultats d'un tournoi de jeu de Go, algorithmique et programmation …

IV - RETOUR D'EXPÉRIENCES PÉDAGOGIQUES

1 Premières observations

Les expériences montrent que différentes parties du programme peuvent être travaillées avec le Jeu de Go, par exemple dès le CP (cours préparatoire) : addition (complément à 10) ou lignes (horizontale, verticale, diagonale). Les élèves semblent mieux représenter la notion dans le contexte familier du jeu de Go. Certains enseignants considèrent les avantages généraux du jeu de Go. La règle morale est importante : ne trichez pas lorsque vous jouez. Les élèves habiles avec le jeu de Go ne sont pas toujours ceux qui sont habiles en mathématiques. Les élèves jouent entre eux et changent de partenaire de jeu. La vie sociale de la classe est améliorée. Un enseignant a travaillé sur l'algorithmique et la programmation en travaillant dans des situations optimales avec le langage de programmation Scratch (Figure 7).



Figure 7. Programmation avec Scratch

2 Modalités de travail

Les élèves peuvent jouer ou réfléchir **en groupe**, par exemple un couple de joueurs et un arbitre (figure 8). Une discussion **collective** en utilisant le tableau de la classe (figure 9) aide beaucoup les élèves en difficulté. Les difficultés peuvent être du côté du jeu pour comprendre les règles ou du côté mathématique pour comprendre une idée mathématique. Un travail **individuel** sur ordinateur (figure

10) est possible à l'aide du logiciel développé par le Club de Go de Strasbourg (Strasgo, 2019).



Figure 8. Couple d'élèves



Figure 9. Classe entière

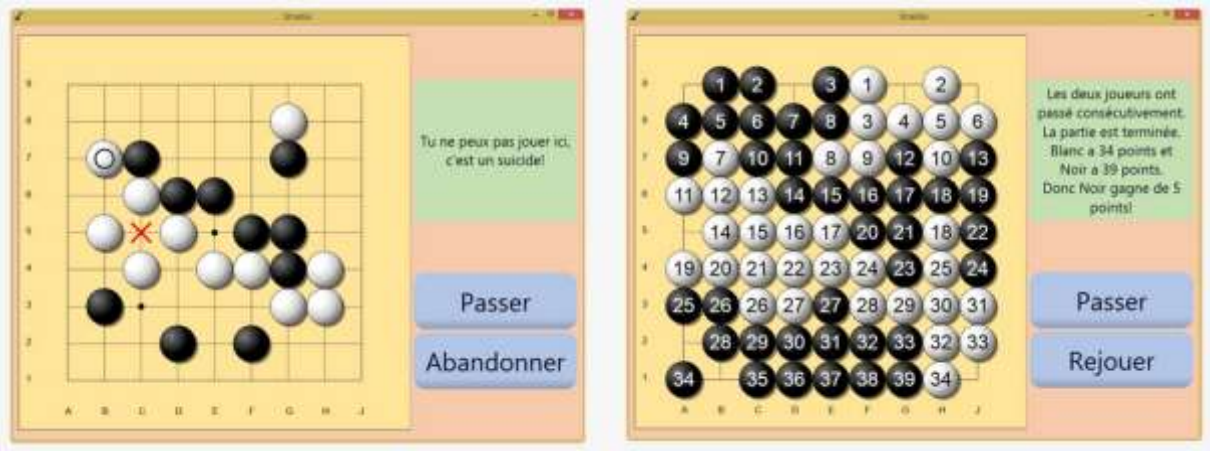


Figure 10. Travail individuel avec un logiciel

3 Activités décrochées et accrochées

Enfin on peut travailler sur des **activités décrochées** où seul le matériel du jeu de Go est utilisé sans que ce soit une partie de Go qu'on analyse ou joue. Un enseignant a adapté le bâton de comptage (Millet & al. 2007, p. 138) pour apprendre les tables de multiplication avec des étiquettes représentant les nombres avec des rectangles de pierres de Go (figure 11).



Figure 11. Rectangles de pierres de jeu de Go pour une table de multiplication

Suite à la remarque des participants de l'atelier de la COPIRELEM, lors des prochains colloques et salons, on privilégiera la présentation des activités accrochées au Jeu de Go.

4 Partage de matériel et de ressources

Un logiciel (Strasgo, 2019) est disponible et permet de s'entraîner individuellement sur un ordinateur (figure 10). Certains enseignants utilisent des vidéos sur des histoires de dragons ou de mangas pour motiver les élèves et intégrer le contexte culturel.

V - RÉSULTATS ET CONCLUSIONS

Avec les premières expériences, il est possible de déplacer le jeu de Go d'activités volontaires hors programme et hors la classe vers des activités obligatoires à l'intérieur de la classe et dans le cadre du programme. Pour la connaissance du jeu de Go, les expériences montrent qu'il est possible d'apprendre

des règles de Go adaptées et de jouer au jeu de Go dès la première classe de l'école élémentaire (CP). La progression proposée dans le groupe pour apprendre la règle du jeu de Go a été bien adaptée à la diversité des situations de classe. Du point de vue des élèves, les expériences montrent que la motivation, le plaisir, le comportement social se développent à travers des activités de jeu de Go. Pour le savoir mathématique, de nombreuses parties du programme français de l'école primaire peuvent être enseignées à l'aide du jeu de Go. Le jeu de Go apporte des registres de représentation intéressants et le changement de registres est un bon moyen de comprendre les concepts et les procédures.

Pour la plupart des enseignants et des élèves, ce fut une première rencontre avec le jeu de Go, et l'année prochaine, la familiarité et la confiance aideront l'enseignement et l'apprentissage. L'évaluation des expériences doit devenir plus précise. Le groupe développe des ressources et de nouvelles situations en adéquation avec le programme. Pour l'instant, ce projet de recherche est en phase d'exploration avec une évaluation qualitative. L'évaluation devrait mieux préciser les compétences développées et les critères à respecter pour vérifier le développement de ces compétences, en précisant l'analyse *a priori* et l'analyse *a posteriori* de l'ingénierie didactique proposée. Il serait intéressant de disposer d'un groupe de contrôle n'utilisant pas le jeu de Go et d'observer s'il existe des différences significatives pour certaines évaluations. Les collègues intéressés peuvent contacter les auteurs. Des recherches plus académiques pourront approfondir la problématique envisagée (Haye, 2019).

VI - REFERENCES

Artigue, M., Bosch, M., Chaachoua, H., Chellougui, F., Chesnais, A., Durand-Guerrier, V., Knipping, C., Maschietto, M., Romo-Vazquez, A., Trouche, L. (2019). The French Didactic Tradition in Mathematics. In Blum W. & al. (eds.) *European Traditions in Didactics of Mathematics.* Springer. ICME-13 Monographs.

Bosch, M., Gascon, J. (2006). 25 years of didactic transposition. ICMI Bulletin, 58, 51–65.

Debellis, V., Goldin, G. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: a representational perspective. *Educational Studies in Mathematics, 63*(2), 131-147.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics (2006) 61: 103–13.*

Haye, T. (2019 à paraitre) *Étude des conditions et des contraintes d'implémentation d'un jeu de société à l'école, comme vecteur d'apprentissages mathématiques. Cas du jeu de go au cycle 3*. Thèse. Université de Montpellier.

Jancarik, A. (2017) The potential of the chess environment in mathematics education – pre-service teacher's perspective. *In J. Novotna, & H. Moraova (eds.), International Symposium Elementary Maths Teaching. SEMT 17.* Proceedings, 225-235. Prague : Charles University, Faculty of Education.

Margolinas, C., Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM Mathematics Education (*2015) 47: 893–903.

Millett, A., Brown, M., Askew, M. (2007) Primary mathematics and the developing professional. Springer.

Movshovitz-Hadar, N. (2011). Bridging between mathematics and education courses : strategy games as generators of problem solving tasks. In *O. Zaslavsky & P. Sullivan (eds.), Constructing knowledge for teaching secondary mathematics : tasks to enhance prospective and practicing teacher learning,* 117-140, Springer.

Poirier, L., Novotna, J., Godmaire, C. (2009). Games and learning mathematics. In J. Novotná, H. Moraová (eds.), International Symposium Elementary Mathematics Teaching SEMT 09 (pp. 277–278). Prague: Charles University, Faculty of Education.

Robert, A., Rogalski, J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a french 10th-grade class. *Educational Studies in Mmathematics*, 59: 269–298

Strasgo (2019, march 28) an application brought to you by the Strasbourg Go Club to discover the game of Go. Retrieved from http://strasgo.gostrasbourg.fr/index_en.html .

Tachibana Y, Yoshida J, Ichinomiya M, Nouchi R, Miyauchi C, Takeuchi H. (2012). A go intervention program for enhancing elementary school children's cognitive functions and control abilities of emotion and behavior: study protocol for a randomized controlled trial. *Trials 2012. 13:8.*

Villani C., Torossian C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.* Ministère de l'Éducation Nationale. France.

USAGES D'OUTILS DE QUESTIONNEMENT EN FORMATION MATHEMATIQUE DE FUTURS ENSEIGNANTS DU PREMIER DEGRE

Jean-François BERGEAUT
Christophe BILLY
Pierre DANOS
Cédric FRUCHON
Formateurs, ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées
Site départementaux respectifs : Foix, Albi, Auch et Toulouse
Université Toulouse 2 Jean Jaurès
jean-francois.bergeaut@univ-tlse2.fr
christophe.billy@univ-tlse2.fr
pierre.danos@univ-tlse2.fr
cedric.fruchon@univ-tlse2.fr

Résumé
Désireux de questionner nos étudiants de Master MEEF (Métiers de l'Enseignement de l'Éducation et de la Formation) sur les mathématiques pour et à enseigner (Copirelem, 2018), nous avons commencé à introduire dans nos travaux dirigés des outils de questionnement (boîtiers de vote, application elaastic) motivant un apprentissage par les pairs (Mazur, 1997). Après une présentation des dispositifs employés, nous avons proposé de travailler dans l'atelier sur la recherche de questions permettant, en s'inspirant des catégories de Loewenberg Ball, Hoover Thames & Phelps (2008), d'enrichir les connaissances mathématiques pour et à enseigner. Les participants ont également été sollicités pour envisager comment l'usage accompagné de tels dispositifs par des enseignants novices pourrait être un levier pour accélérer leur développement professionnel.

I - CONTEXTE

L'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation Toulouse Midi-Pyrénées (devenue depuis Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation Toulouse Occitanie-Pyrénées) est implantée dans chacun des huit départements de la Région Midi-Pyrénées. Ses activités de formation initiale, continue et continuée sont ainsi dispensées sur tout le territoire de l'académie.

En formation initiale, l'équipe académique des formateurs de mathématiques conçoit des contenus de travaux dirigés communs qui sont, de la sorte, proposés à l'ensemble des étudiants.

Lors du printemps 2015, Jean-François Parmentier, Ingénieur de recherche en pédagogie à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, présente à l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) l'utilisation des boîtiers de vote en cours en amphithéâtre avec environ 200 étudiants. Au-delà de l'outil, deux concepts clés émergent : celui de *peer learning* (Mazur, 1997) ou apprentissage par les pairs et celui de questions-clés lié aux *misconceptions* ou conceptions erronées en mathématiques.

À la rentrée 2015, l'équipe décide d'introduire ces outils de questionnement dans ses TD de Master 1 (M1). À la rentrée 2018, ils sont mis en lien avec la nature de notre évaluation d'une UE de didactique des mathématiques en Master 2 (M2) sous forme de QCM.

Un budget de la mention 1er degré a permis à l'ensemble des sites de s'équiper d'une mallette de boitiers de vote Turning Point ® (une trentaine de boitiers, une clé de réception et un boitier de commande).

II - ATELIER PHASE 1

1 Questionnement

Dans l'atelier, les participants ont été répartis en groupes pour favoriser les interactions entre pairs. Afin de présenter le dispositif, nous les sollicitons pour répondre à une première question :



Fig. 1. Première question

L'organisation du questionnement reprend celle adoptée dans les TD et illustrée lors de l'atelier par la projection d'un extrait vidéo.

1.1 Étape 1 : recherche individuelle et premier vote

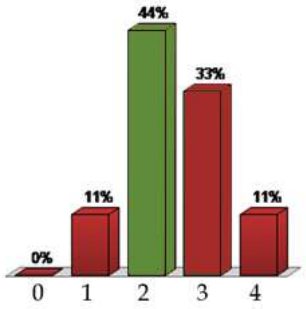
Elle vise à forcer chaque participant à s'engager dans la recherche d'une réponse afin de se prononcer sur la question posée. Wang, Chung, & Yang (2014) indiquent, et nous l'avons noté dans nos TD, que la participation des étudiants approche les 100 %. Cela est dû en partie à l'anonymat des réponses, à la facilité d'utilisation du matériel et à la possibilité pour les étudiants de confronter statistiquement leur réponse à celles du groupe tout entier.

1.2 Étape 2 : projection des résultats du vote

Les résultats obtenus conditionnent la suite des étapes. C'est bien l'absence de consensus qui provoque la nécessité de débattre des choix proposés et de confronter son point de vue à celui de ses pairs. C'est l'occasion d'évoquer le choix des questions et des réponses à soumettre. Pour certains auteurs, il en va de la pertinence même de l'utilisation des boîtiers de vote « More important than the technology, is the need to ask the right questions. Poorly structured questions or ones that do not focus on key concepts or reveal misunderstandings can undermine the value of clickers (Wang et al., 2014, p 4) ». Crouch & Mazur (2001) précisent que les réponses erronées doivent être plausibles et lorsque cela est possible basées sur des conceptions erronées des étudiants : « incorrect answer choices should be plausible, and, when possible, based on typical student misunderstandings » (p 974). Ils poursuivent en classant les questions suivant le pourcentage de bonnes réponses obtenu : si celui-ci se situe en deçà de 35 %, trop peu d'étudiants maîtrisent le concept en jeu et il est peu probable que la discussion soit fructueuse sans une intervention assez forte de l'enseignant ; si plus de 70 % d'étudiants répondent correctement alors il y a aussi peu de bénéfice à attendre de la discussion. C'est donc dans le cas d'un pourcentage de bonnes réponses compris entre 35 % et 70 % que l'intérêt de l'étape 3 est le plus manifeste.

Pour cette première question, les résultats (Fig. 2) ont été particulièrement propices à une confrontation.

Fig. 2. Étape 2



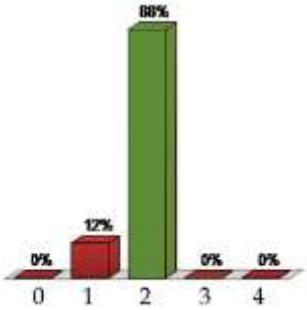
1.3 Étape 3 : confrontation entre pairs

La discussion s'engage et chacun essaie de convaincre les membres de son groupe en développant son argumentation. Nous pensons, suivant Mazur (1997) ou Kay & LeSage (2009), que ces interactions entre pairs favorisent, lorsque dans le groupe la réponse correcte émerge et s'impose, la construction d'apprentissages.

1.4 Étape 4 : second vote

On note (Fig. 3) une évolution des résultats illustrant les points évoqués dans l'étape 3.

Fig. 3. Étape 3



Les participants témoignent de leur ressenti sur l'ensemble du déroulé : le débat s'est installé dans tous les groupes, l'argumentation a permis à chacun de confronter son point de vue à celui des autres membres et d'éventuellement le faire évoluer.

Dans l'atelier, des limites sont pointées sur cet exemple. En particulier, la possibilité de répondre juste sans avoir le bon raisonnement interroge le statut du QCM et sa construction, la place de l'argumentation, le choix des distracteurs de façon à ce qu'ils permettent de révéler des erreurs riches pour l'apprentissage en faisant émerger des conceptions erronées. On reviendra dans la deuxième partie sur des outils permettant d'analyser les questions que l'on soumet.

La deuxième question posée aux participants, extraite du Learning Mathematics for Teaching (LMT) Project[1], interroge cette fois-ci des choix du professeur. Cette étude, centrée autour des connaissances mathématiques nécessaires pour enseigner, nous semble fournir un type de questionnement intéressant à proposer en formation de futurs enseignants. Là encore, la confrontation entre pairs provoquée par le questionnement nous semble être un vecteur efficace dans la construction de compétences professionnelles.

[1] Learning Mathematics for Teaching Project (LMT). http://www.umich.edu/~lmtweb/history.html

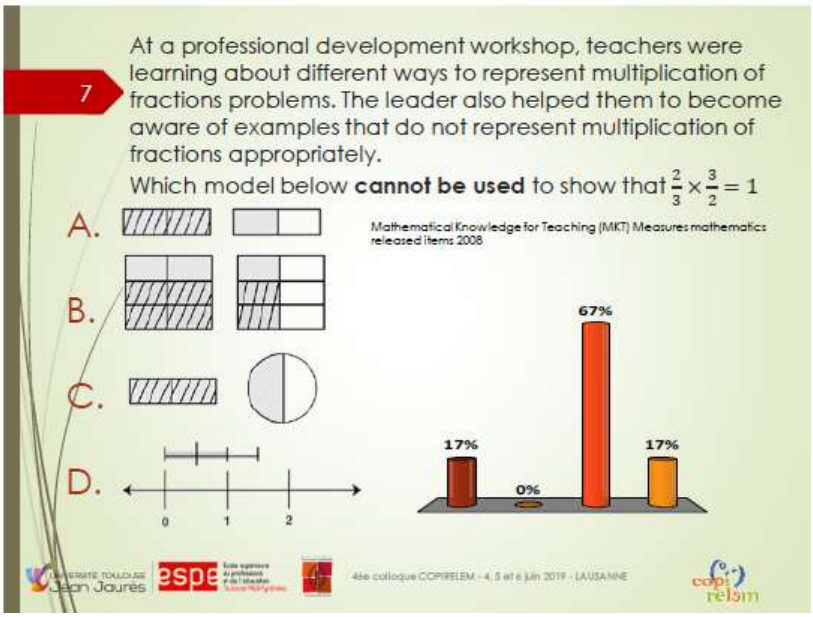


Fig. 4. Deuxième question

Comme pour la question précédente, les deux premières étapes (recherche individuelle et vote) sont reconduites mais du fait du résultat du vote (Fig.4), il n'en est pas proposé de second. La discussion s'anime cependant sur le choix des distracteurs, certains participants évoquent la difficulté à reconnaître la bonne représentation.

2 Premier bilan en lien avec des résultats de la recherche

À partir de cette première expérience vécue par les participants, nous mettons en exergue l'apprentissage par les pairs (Mazur, 1997) et le point de vue de Dehaene (2014) sur des facteurs déterminant la vitesse et les facilités d'apprentissage parmi lesquels l'engagement actif (importance de l'évaluation et de la métacognition) et le retour d'information (signaux d'erreurs, motivation et récompense). L'usage des boîtiers de vote nous offre, semble-t-il, l'opportunité d'agir sur ces deux facteurs, d'ordre essentiellement cognitifs.

Au-delà de l'expérience vécue lors de l'atelier, nous présentons les bénéfices pointés par Thienpont (2010) citant Kay & LeSage (2009) au nombre desquels nous notons :

- Taux de présence élevé aux TD ;
- Attention, participation et engagement accrus durant le cours ;
- Interactions entre pairs ;
- Discussions entre pairs pour construire la connaissance (constructivisme pédagogique) ;
- Adaptation du cours par l'enseignant suivant les retours d'informations (contingent teaching) ;
- Meilleures performances aux examens ;
- Plus-value qualitative des savoirs acquis (meilleure compréhension) ;
- Retours d'informations (feedback) réguliers entre étudiants et professeur ;
- Évaluation formative ;
- Retours d'informations entre le groupe d'étudiants et un étudiant.

III - RETOUR SUR L'UTILISATION DES BOÎTIERS EN FORMATION, RÉSULTATS ET QUESTIONNEMENT

1 Choix initiaux dans nos TD

Les supports de TD conçus collectivement présentent toujours peu ou prou la même structure : deux parties « Exercices » et « Analyse didactique » précédées d'une partie nommée « Activités mentales ». C'est dans cette dernière que nous avons principalement choisi d'utiliser les boîtiers de vote. Au début de notre mise en œuvre de ce dispositif, les questions posées visaient à contrôler des connaissances de base, essentiellement en mathématiques, correspondant dans la classification de Loewenberg Ball et al. (2008) à la seule catégorie du CCK[2]. Nous développerons ce point dans la partie suivante. Un exemple de TD et une question à choix multiples issue de la partie « Activités mentales » sont fournis en annexe 1.

2 Les retours des étudiants

Désireux de connaître le point de vue de nos étudiants de M1 et M2 sur ces différents aspects, nous les avons interrogés sur l'utilisation des boîtiers en formation. Nous présentons, en annexe 2, les résultats obtenus sur près de 150 questionnaires complétés (étudiants des sites d'Albi, Auch et Toulouse). Nous retenons dans les grandes lignes les points suivants :

2.1 Ressenti

L'attractivité et la projection dans une utilisation future en situation d'enseignement dominent largement.

2.2 Enrôlement

Nous retrouvons l'engagement accru des étudiants et l'impact du dispositif sur la nécessité d'argumenter ses choix.

2.3 Apprentissage

Nous n'avons pas mesuré l'effet réel du dispositif sur les apprentissages. Cependant, les étudiants semblent notamment en pointer l'efficacité dans la prise de conscience des erreurs et leur dépassement. Ce ressenti nécessiterait d'être confirmé par une étude permettant de distinguer le perçu du réel. Toutefois, ils nous encouragent à poursuivre l'utilisation, dans nos cours, de ce matériel et du dispositif associé.

IV - ATELIER PHASE 2

Nous proposons ensuite aux participants de l'atelier d'élaborer par groupe une question dans un des domaines enseignés à l'école primaire.

1 Le travail sur les questions

Consigne : Vous préparez un TD pour des étudiants de M1 pour l'équipe de Toulouse (!) et pour cela vous devez proposer des QCM sur un des domaines de l'école. Chaque groupe choisit son domaine et doit produire trois questions sur la notion de son choix.

Pour rappel les thèmes du cycle 4 (de 11 à 15 ans) du programme de mathématiques de l'Éducation Nationale française sont :

- Thème A – Nombres et calculs
- Thème B – Organisation et gestion de données, fonctions
- Thème C – Grandeurs et mesures
- Thème D – Espace et géométrie
- Thème E – Algorithmique et programmation

[2] CCK : Common Content Knowledge

2 Productions

Les trois groupes de l'atelier ont retenu chacun un thème et ont produit les questions suivantes :

2.1 Thème A : Nombres et calculs

Je suis un nombre. J'ai trois cent quarante-six dixièmes et 3 milliers. Qui suis-je ?

A. 300014610

B. 314,6

C. 3034,6 et 3034,600

D. 334,06

E. 3034,600

F. Je ne sais pas

2.2 Thème D - Espace et géométrie

Parmi ces propositions, qu'est-ce qui vous paraît être moins prioritaire lorsque vous enseignez la géométrie ?

A. La précision des tracés

B. L'usage d'un vocabulaire adapté

C. La connaissance des propriétés

D. La justesse des constructions

E. Aucune de celles-ci : autres

2.3 Thème C – Grandeurs et mesures

La figure A est un rectangle, on « retire un carré à chaque coin » pour obtenir la figure B.

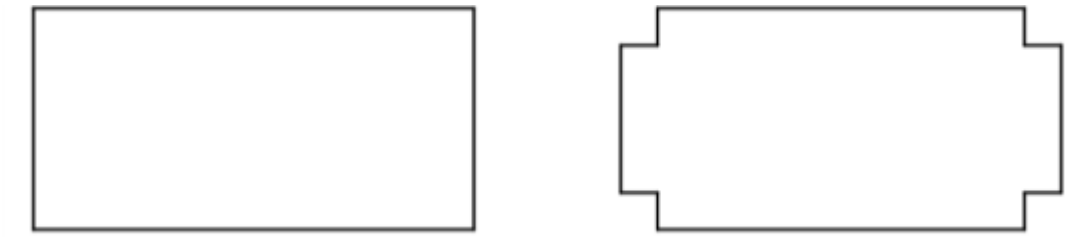


Fig. 5. figures A et B

Version 1

Voici plusieurs affirmations,

I. la figure A a une aire plus grande que la figure B

II. la figure A a un périmètre plus grand que la figure B

III. la figure A a une aire égale à la figure B

IV. la figure A a un périmètre égal à la figure B

Parmi les affirmations ci-contre, laquelle est correcte ?

A. I et II sont vraies

B. I et IV sont vraies

C. I et VI sont vraies

D. III et II sont vraies

E. III et IV sont vraies

F. III et VI sont vraies

V. la figure A a une aire plus petite que la figure B
VI. la figure A a un périmètre plus petit que la figure B

G. V et II sont vraies
H. V et IV sont vraies
I. V et VI sont vraies

Version 2

Voici plusieurs affirmations,

I. la figure A a une aire plus grande que la figure B
II. la figure A a une aire plus petite que la figure B
III. la figure A a une aire égale à la figure B
IV. la figure A a un périmètre plus grand que la figure B
V. la figure A a un périmètre plus petit que la figure B
VI. la figure A a un périmètre égal à la figure B

Parmi les affirmations ci-contre, laquelle est correcte ?

A. I et IV sont vraies
B. I et V sont vraies
C. I et VI sont vraies
D. II et IV sont vraies
E. II et V sont vraies
F. II et VI sont vraies
G. III et IV sont vraies
H. III et V sont vraies
I. III et VI sont vraies

3 Analyse des productions

3.1 Élaboration des questions

Avant d'aller plus loin, les participants pointent la difficulté de penser les questions et peut-être encore davantage la proposition des distracteurs qui doivent rester plausibles et, idéalement, convoquer des représentations erronées fréquentes chez les formés.

Dans un groupe, une participante opte spontanément pour une question en géométrie qu'elle pose lors de ses séances avec des M2. Même si elle propose des réponses à choisir, la question reste toutefois très ouverte, elle permet en fait de révéler des conceptions initiales sur l'enseignement de la géométrie plane, pas nécessairement erronées. Un travail est donc nécessaire pour que cette question entre dans les contraintes du QCM, notamment avec la présence d'une réponse correcte. L'outil permet la mise en évidence de plusieurs réponses correctes mais une seule réponse de chaque votant est prise en compte avec les boitiers, la dernière qui a été saisie. La discussion pourrait alors s'engager sur la justification du choix de la réponse.

On retrouve ici les éléments évoqués par Wang, Chung & Yang (2014) d'une part et Crouch et Mazur (2001) d'autre part, que nous citons plus haut, concernant la réflexion à engager sur la conception des questions et des réponses à proposer lors de l'utilisation des boîtiers de vote.

Cette réflexion sur les questions est peu présente dans la littérature. Thienpont (2010) pointe que « *les discours des chercheurs accordent tellement d'importance à l'interactivité et aux techniques de questionnement que nous regrettons le faible nombre de recherches se penchant sur l'étude des questions projetées* » (p 11).

Nous présentons aux participants de l'atelier, une méthodologie proposée par Li (2007) mettant en évidence un cheminement possible de conception de questions pour un enseignant adoptant ce dispositif.

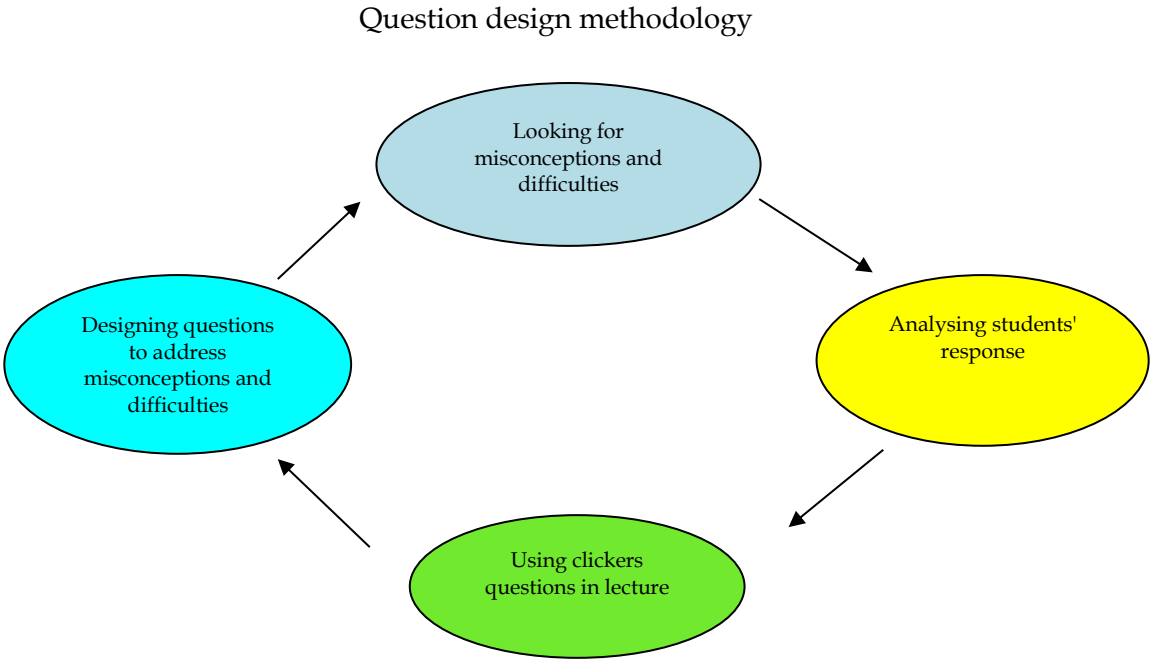
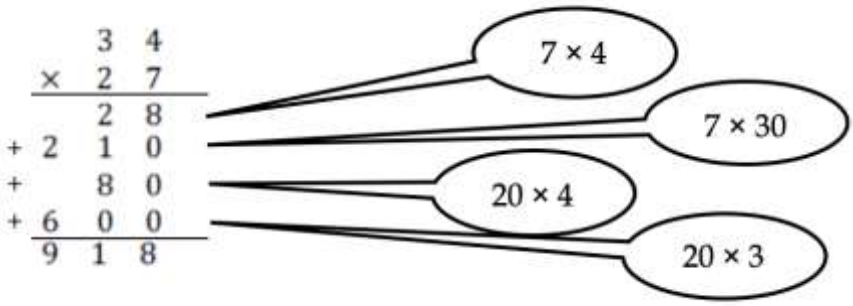


Fig.6. Li (2007), p.69

3.2 Outil d'analyse

Pour analyser la nature des questions produites, nous proposons la grille fournie en annexe 3. Élaborée par Hurrell (2013), elle fournit quelques exemples de questions illustrant l'appartenance des questionnements à tel ou tel domaine de connaissance au sens de Ball et al. (2008). Afin de s'approprier les différents domaines de connaissance élaborés par Ball et al. (2008), nous proposons, durant l'atelier, de l'illustrer sur l'exemple de la technique opératoire de la multiplication.

Dans l'enseignement de la technique opératoire de la multiplication de deux entiers, la première connaissance de l'enseignant mise en jeu est celle relative au niveau de l'école au cours duquel cette technique est rencontrée (CE2, élèves de 8-9 ans, s'agissant de la France). Cette connaissance est indéniablement curriculaire et relève donc du KCC (connaissances du programme et des moyens d'enseignement). Lorsqu'il propose à ses élèves un tel calcul et qu'il s'attache à vérifier leurs productions, un enseignant utilise ses connaissances des tables de multiplication (répertoire multiplicatif) et de la technique opératoire enjeu. Ce faisant, il mobilise des connaissances relevant du CCK (connaissances mathématiques communes). Pour expliquer aux élèves l'addition finale, l'enseignant s'appuie sur sa connaissance, *a minima* en-acte, de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, connaissance appartenant au SCK (connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement). L'un des choix de l'enseignant relatifs à la progressivité de l'apprentissage de cette technique opératoire peut consister à proposer aux élèves d'écrire dans un premier temps sur une ligne distincte chaque produit partiel (voir l'exemple ci-dessous). La connaissance sur laquelle s'appuie ce choix relève du KCT (connaissances du contenu et l'enseignement du sujet mathématique). Enfin, les connaissances permettant à l'enseignant d'anticiper les erreurs des élèves telles que la confusion entre la technique opératoire visée avec d'autres techniques opératoires connues ou une gestion défectueuse des retenues s'apparentent au KCS (connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet mathématique).

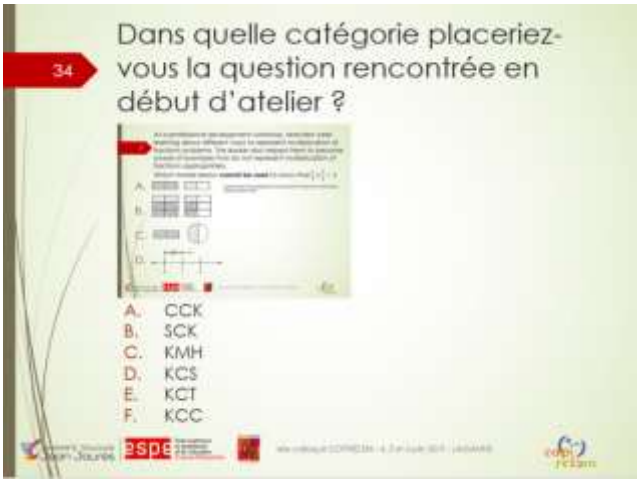


Cette rapide analyse, inspirée de Deruaz & Clivaz (2018), montre les différents types de connaissances mises en œuvre par un enseignant au cours d'une phase classique d'enseignement.

3.3 Classement d'une question précédente

Nous revenons sur la seconde question posée en début d'atelier (Fig.7), non plus en attendant la réponse à la question posée mais en demandant la catégorie à laquelle elle appartient.

Fig. 7. Retour sur la deuxième question



L'interrogation engage rapidement un débat dans un groupe ; dans le dispositif utilisant les boitiers de vote, il est nécessaire de rappeler l'importance d'un choix préalable individuel avant toute discussion entre participants.

Les résultats du premier vote sont extrêmement répartis (Fig.8), un débat est convoqué dans chaque groupe puis un second vote est réalisé (Fig.9).

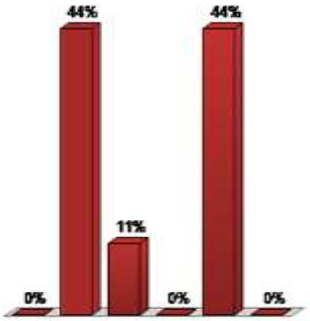


Fig. 8. Premier vote

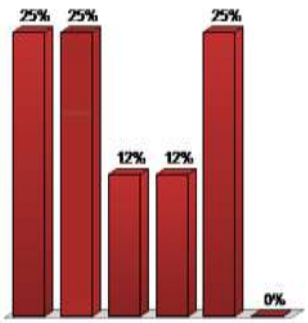


Fig. 9. Second vote

Les deux exemples de capacité « Identifier ce qu'implique d'utiliser une représentation particulière ? » (SCK) et « Choisir des exemples pour permettre aux élèves d'approfondir les contenus mathématiques ? » (KCT) sont mis en regard dans la discussion d'un groupe qui finit par choisir la première classe.

Lors de la discussion en grand groupe, l'interprétation du classement dans KMH suscite un débat. Il est avancé que la justification peut se placer relativement au niveau de la classe dans laquelle la question est posée. Dans tous les cas, il ressort une certaine porosité des « domaines de connaissances pour enseigner les mathématiques ».

Nous illustrons sur cet exemple comment, à partir d'un même sujet de problème, le questionnement peut être double pour le formateur : d'une part, identifier lui-même la bonne réponse et être capable en formation de justifier que tel ou tel choix est pertinent et d'autre part, identifier le domaine dont il relève en termes de compétences professionnelles.

3.4 Analyse des questions des groupes

Nous reprenons alors les questions des participants pour les classifier. Pour les questions des thèmes A (nombre et calculs) et C (grandeurs et mesures), la classe est CCK. Par contre, pour le thème D (espace et géométrie), l'intention de recueillir les représentations de l'enseignement de la géométrie chez les futurs enseignants place la question dans la catégorie KCC si on considère que le futur enseignant pourrait trouver des éléments de réponse dans les programmes d'enseignement mais aussi dans KCT si la réponse s'appuyait sur des connaissances ouvragées (Vause, 2010).

Revenant ensuite sur les questions construites par l'équipe des formateurs de Toulouse, nous constatons, qu'à l'image de ce qui a été produit dans l'atelier, une majorité de questions figurent dans la classe CCK.

La quête de l'équipe est donc actuellement, d'une part, de diversifier les domaines interrogés au sens de Ball et al. (2008) et d'autre part de privilégier des questions interrogeant des conceptions erronées des étudiants tant sur des notions mathématiques que sur des notions didactiques. Nous nous inspirons des travaux du Learning Mathematics for Teaching Project qui propose des questions non seulement sur les mathématiques pour enseigner mais aussi à enseigner engageant les futurs enseignants dans une réelle posture professionnelle réflexive. Deux exemples sont fournis en annexe 4.

V - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cet atelier, nous avons présenté un dispositif permettant de solliciter en temps réel un groupe de formés au cours de séances de mathématiques à l'aide de boitiers de vote électronique. Au-delà de l'outil, la réflexion porte sur l'élaboration des questions de type QCM : quel choix de questions mais aussi de distracteurs pour interroger les conceptions initiales des formés sur des concepts clés en mathématiques. La diversité des questions peut être assurée en ayant recours à la classification de Ball et al. (2008) qui se placent du point de vue de l'enseignant et des mathématiques convoquées dans l'élaboration de ses cours.

Des points restent à interroger :

- l'anonymat des réponses : une enquête au lycée tend à prouver que l'anonymat est important afin de favoriser les réponses sans crainte de se tromper. « *L'idée de se soustraire au regard d'autrui est très présente pour les élèves qui préfèrent répondre de façon non-nominative.* » (Faillet, Marquet & Rinaudo, 2013, p 20). Mais un élève de terminale annonce au cours d'un entretien : « *Quand c'est anonyme, il y en a beaucoup qui répondent au hasard sans vraiment réfléchir, et donc, ça devient presque inutile* » (op. cit, p 21). En ce qui concerne l'expérimentation à l'ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées, un seul site fonctionne avec des boitiers attitrés. Au-delà de la réponse instantanée, un étudiant nous interroge sur le traitement *a posteriori* des informations recueillies si le vote est nominatif. Un autre étudiant dit préférer le vote anonyme qui peut éviter de s'abstenir de répondre. En situation, le traitement de la nature de la réponse de chacun n'est pas possible, on peut simplement porter un regard sur le fait que l'étudiant a répondu ou non (cela permet de le solliciter sur le moment) voire s'il a changé d'avis au cours de la phase d'interrogation. Dans l'absolu, le recueil numérique des

réponses autoriserait un traitement individuel des étudiants. Dans les faits, nous n'avons pas exploité cette potentialité. On pourrait envisager que l'analyse des réponses produites puisse conduire à la constitution de groupes de besoin par exemple.

- la nature de la réponse. L'outil présenté est principalement dédié à une réponse fermée (type QCM, Vrai/Faux…). D'autres dispositifs permettent de poser des questions ouvertes, sur lesquelles le formé peut estimer son degré de certitude (Deruaz & Clivaz, 2012). Une application comme « elaastic » (http://questions.elaastic.com/) propose ces deux fonctionnalités et mérite d'être testée. L'avantage est de pouvoir ici non seulement fournir une réponse textuelle mais également, dans une deuxième phase, de se prononcer sur les réponses formulées par des pairs. Outre la nécessité de passer par une étape d'inscription à cette plateforme, l'inconvénient de ce dispositif repose sur l'infrastructure matérielle nécessaire : le terminal individuel (smartphone ou ordinateur de l'étudiant, tablette fournie…) et le réseau qui doit supporter le nombre de connexions.

- l'intégration par des enseignants débutants d'un tel outil dans leur pratique de classe. Certains se sont lancés mais il est intéressant de noter que la nature des questions renvoie très souvent à la restitution de faits numériques. Il nous semblerait intéressant d'accompagner des enseignants débutants dans l'appropriation de l'outil à la lumière des éléments d'analyse fournis dans ce texte notamment. Malgré nos sollicitations, ce travail n'a été qu'amorcé au sein de notre ÉSPÉ.

VI - BIBLIOGRAPHIE, WEBOGRAPHIE

Clivaz, S. (2011). Des mathématiques pour enseigner : Analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire (University of Geneva). https://doi.org/10.13097/archive-ouverte/unige:17047

COPIRELEM (2018), Quelles mathématiques pour une formation initiale des professeurs des écoles ? http://www.univ-irem.fr/spip.php?article1457

Crouch, C. H., & Mazur, E. (2001). Peer Instruction : Ten years of experience and results. American Journal of Physics, 69(9), 970-977. https://doi.org/10.1119/1.1374249

Dehaene, S. (2014). Fondements cognitifs des apprentissages scolaires. https://www.college-de-france.fr/media/stanislas-dehaene/UPL8196986955284719122_Cours_3_Fondements_cognitifs_des_apprentissages_scolaires.pdf

Deruaz, M., & Clivaz, S., (2018). Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire (1re éd.). PPUR.

Deruaz M., Clivaz S. (2012) Un cours de savoirs disciplinaires en mathématiques en formation des maîtres primaires. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (GT1, 183-194). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

Faillet, V., Marquet, P., & Rinaudo, J.-L. (2013). L'élève invisible : Recherche sur l'utilisation des boitiers de vote au lycée. Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation et la Formation, 20(1), 531-552. https://doi.org/10.3406/stice.2013.1082

Hurrell, D. (2013). What Teachers Need to Know to Teach Mathematics : An argument for a reconceptualised model. Australian Journal of Teacher Education, 38(11). https://doi.org/10.14221/ajte.2013v38n11.3

Kay, R. H., & LeSage, A. (2009). Examining the benefits and challenges of using audience response systems : A review of the literature. Computers & Education, 53(3), 819-827. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2009.05.001

Li, P. (2007). Creating and evaluating a new clicker methodology. Ph.D. Thesis. The Ohio State University, 2007

Loewenberg Ball, D., Hoover Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Mazur, E. (1997). Peer instruction : A user's manual. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.

Thienpont, M. (2010). Recherches sur les Boîtiers de Votes Électroniques : Théories, contenus et méthodes. Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation et la Formation, 17, 145-173.

Vause, A. (2010). Le processus de construction de la connaissance ouvragée des enseignants. Les cahiers de Recherche en Éducation et Formation, 82.

Wang, Y., Chung, C.-J., & Yang, L. (2014). Using Clickers to Enhance Student Learning in Mathematics. International Education Studies, 7(10), 1-13. https://doi.org/10.5539/ies.v7n10p1

VII - ANNEXE 1

Extrait d'un support de TD donné en M1 avec trois parties Activités mentales/Analyse didactique/Exercices

UE 75 TD 4 : RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES

I. ACTIVITÉS MENTALES

Les questions seront posées en séance.

II. ANALYSE DIDACTIQUE

1. Résoudre le problème suivant en utilisant deux méthodes dont l'une est accessible à un élève de Cycle 3.

   Dans la ferme d'Anna, il y a des poules et des lapins. Elle a compté 10 têtes et 32 pattes. Combien a-t-elle de lapins ?

2. La question sera posée en séance.

III. EXERCICES

Exercice 1.

1. Un père a 40 ans de plus que son fils ; dans 15 ans son âge sera le triple de celui de son fils. Quel est l'âge actuel de ce dernier ?
2. Trouver l'âge d'une personne sachant que si du triple de cet âge on retranche le double de l'âge que la personne aura dans 10 ans, on obtiendra l'âge qu'elle avait il y a 20 ans.
3. Trouver l'âge d'une personne sachant que si du triple de cet âge on retranche le double de l'âge que la personne aura dans 10 ans, on aura pour résultat l'âge qu'elle aura dans 3 ans.

Fig. 1. Extrait TD M1

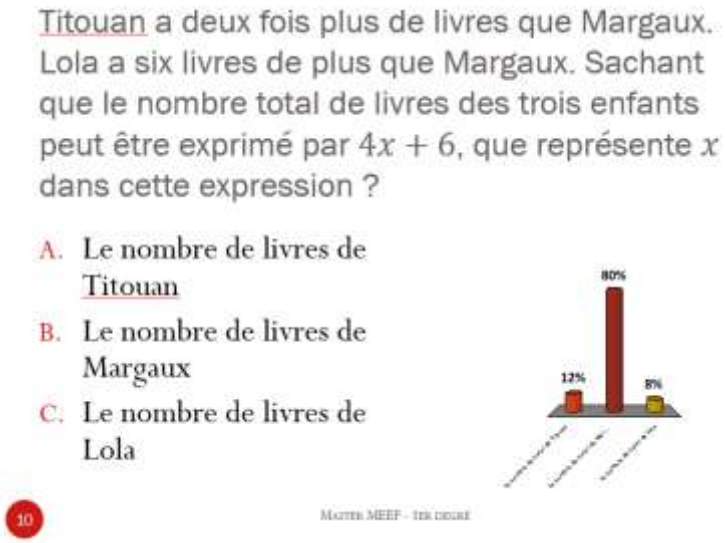


Fig. 2. Exemple de question posée dans la partie "Activités mentales"

VIII - ANNEXE 2

Résultats de l'enquête menée auprès de 150 étudiants de Master MEEF 1 & 2 (Métier de l'enseignement, de l'éducation et de la formation) des sites d'Albi, Auch et Toulouse.

1.1 Ressenti

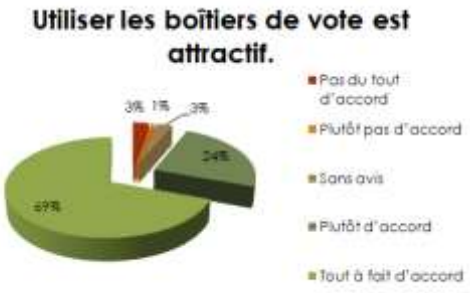


Fig. 1. Ressenti



Fig. 2. Ressenti

1.2 Enrôlement



Fig. 3. Enrôlement



Fig. 4. Enrôlement



Fig. 5. Enrôlement



Fig. 6. Enrôlement



Fig. 7. Enrôlement



Fig. 8. Enrôlement

1.3 Apprentissage



Fig. 9. Apprentissage



Fig. 10. Apprentissage

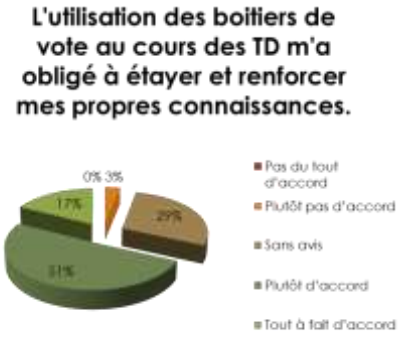


Fig. 11. Apprentissage



Fig. 12. Apprentissage



Fig. 13. Apprentissage



Fig. 14. Apprentissage

IX - ANNEXE 3

Grille élaborée par Hurrell (2013) fournissant quelques exemples de questions illustrant l'appartenance des questionnements à tel ou tel domaine de connaissance au sens de Ball et al.(2008).

Domaine	Exemples : Êtes-vous capable de …
CCK, Common Content Knowledge ou Connaissances mathématiques communes (*)	• Calculer une réponse correctement ? • Résoudre un problème mathématique correctement ? • Comprendre les mathématiques que vous enseignez ? • Identifier qu'un élève fournit une réponse erronée ? • Identifier lorsqu'un manuel est inapproprié ou fournit une ou des définitions erronées ? • Utiliser le vocabulaire et les notations appropriées ?
SCK, Specialised Content Knowledge ou Connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (*)	• Présenter des idées mathématiques ? • Répondre aux questions du type « Pourquoi ? » formulées par les élèves ? • Trouver un exemple illustrant un point mathématique ? • Identifier ce qu'implique d'utiliser une représentation particulière ? • Lier les représentations et ce qu'elles permettent de souligner et les lier entre elles ? • Lier les sujets enseignés à ceux des années passées et à venir ? • Expliquer les enjeux mathématiques aux parents ? • S'approprier et adapter les contenus mathématiques des manuels ? • Complexifier ou simplifier une tâche ? • Évaluer la pertinence des demandes des élèves ? • Donner ou juger une explication mathématique ? • Choisir et développer une définition utilisable ? • Utiliser des notations et un langage mathématique et critiquer ses usages ? • Poser des questions mathématiques productives ? • Choisir des représentations dans un but précis ?
KMH Knowledge at the mathematical horizon ou Connaissance de l'horizon mathématique (*)	• Établir des connexions à travers les différents sujets de mathématiques ? • Établir des liens à travers les différents domaines des mathématiques ? • Articuler les maths enseignées avec celles rencontrées plus tard ?

KCS Knowledge of Content and Students ou Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet mathématique (*)	• Anticiper ce que les élèves peuvent penser ? • Prévoir ce que les élèves peuvent trouver intéressant et motivant dans les exemples proposés ? • Anticiper ce que les élèves peuvent trouver difficile et facile dans la réalisation d'une tâche ? • Entendre et interpréter les idées émergentes et incomplètes des élèves ? • Reconnaître les conceptions erronées des élèves sur certains contenus mathématiques ?
KCT Knowledge of Content and Teaching Ou Connaissances du contenu et l'enseignement du sujet mathématique (*)	• Organiser en séquences l'enseignement des mathématiques ? • Choisir des exemples pour permettre aux élèves d'approfondir les contenus mathématiques ? • Choisir des représentations adaptées pour illustrer des contenus ?
KCC Knowledge of content and Curriculum ou Connaissances du programme et des moyens d'enseignement(*)	• Faire ressortir les composantes du programme ? • Articuler/Énoncer les compétences du programme ? • Comprendre la structure des programmes ?

(*) traduction de Ball et al. (2008) proposée par Clivaz (2011)

X - ANNEXE 4

Deux exemples de questions issues du LMT project

15. Mrs. Jackson is getting ready for the state assessment, and is planning mini-lessons for students around particular difficulties that they are having with subtracting from large whole numbers. To target her instruction more effectively, she wants to work with groups of students who are making the same kind of error, so she looks at a recent quiz to see what they tend to do. She sees the following three student mistakes:

I	II	III
4 12 ~~502~~ − 6 406	4 15 ~~3500~~ − 6 34009	6 9 8 15 ~~7805~~ − 7 6988

Which have the same kind of error? (Mark ONE answer.)

a) I and II

b) I and III

c) II and III

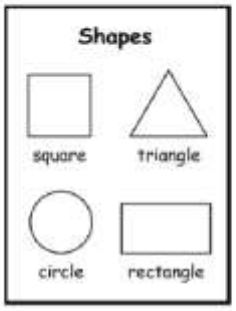
d) I, II, and III

Fig.1. Exemple issu du LMT Project

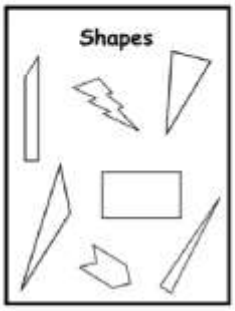
24. Ms. Miller wants her students to write or find a definition for triangle, and then improve their definition by testing it on different shapes. To help them, she wants to give them some shapes they can use to test their definition.

She goes to the store to look for a visual aid to help with this lesson. Which of the following is most likely to help students improve their definitions? (Circle ONE answer.)

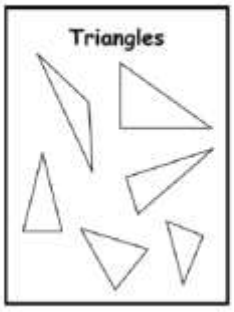
a)



b)



c)



d)

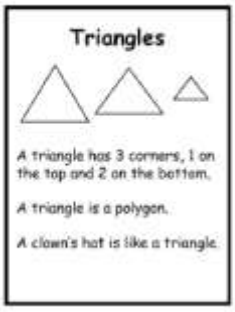


Fig. 2. Autre exemple issu du LMT Project

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE VIRTUEL : RÉIFIER LE SENSIBLE ET LE GÉOMÉTRIQUE POUR APPRENDRE

Xavier NICOLAS
Formateur et doctorant, INSPE, Université Clermont Auvergne
S2HEP
xavier.nicolas@uca.fr

Jana TRGALOVA
Maître de conférences, INSPE, Université Claude Bernard Lyon 1
S2HEP
jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Résumé
La récente démocratisation des dispositifs de réalité virtuelle permet d'envisager de faire entrer cette technologie dans les classes. Les expérimentations sont encore peu nombreuses en particulier dans les domaines académiques comme l'enseignement des mathématiques.
L'atelier proposé vise à questionner le potentiel de ces nouveaux environnements en se centrant sur son utilité pour l'enseignement et les apprentissages de la notion de volume en cycle 3. Ce questionnement est soutenu par un dispositif pédagogique issu de l'approche conception centrée utilisateur qui se caractérise par une forte dimension pragmatique et collaborative.

Dans cet atelier nous explorerons les liens qui s'établissent entre des expériences sensibles mobilisant le corps et le développement de concepts abstraits en mathématiques. Les environnements virtuels immersifs offrent dans ce contexte de nouvelles opportunités pour créer des situations d'apprentissage permettant aux utilisateurs d'agir de façon naturelle dans un monde artificiel. L'atelier sera organisé en deux parties.

Dans la première partie, nous abordons les spécificités de la réalité virtuelle dans un contexte d'enseignement et d'apprentissage et les nouveaux défis que cela représente pour les enseignants en particulier dans la transposition didactique de savoirs mathématiques en expériences sensibles. Nous évoquons une approche de recherche et un type de dispositif de conception collaborative qui nous semble particulièrement adapté pour relever ces défis.

Dans la deuxième partie, nous présentons le dispositif de formation/conception mis en œuvre dans l'atelier et les productions des participants. Notre analyse des productions porte à la fois sur le traitement didactique permis par l'environnement de réalité virtuelle, sur l'identification d'éléments de la genèse instrumentale des participants et sur la pertinence du design du dispositif de conception en contexte de formation.

I - CADRAGE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIQUE

Dans cette partie, nous définissons en premier lieu les particularités qui démarquent la réalité virtuelle des traditionnels Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH) et nous les questionnons au regard de leur potentiel en termes d'apprentissage dans leur dimension cognitive et didactique. Nous précisons la nature de cet environnement artificiel perçu comme réel du point de vue des différents espaces mobilisés dans l'enseignement de la géométrie. Nous définissons une nouvelle forme de transposition didactique susceptible d'aider les élèves dans la conceptualisation de concepts mathématiques abstraits. Enfin dans une approche générale de recherche orientée par la conception (*design-based research*), nous proposons un processus de conception centré utilisateurs à même

d'accompagner et de soutenir les enseignants dans cette forme de transposition didactique. Ce processus participe à la genèse instrumentale de ces nouveaux artefacts.

1 La réalité virtuelle pour l'enseignement et les apprentissages

Le terme « réalité virtuelle » renvoie à des technologies qui permettent d'avoir une activité physique, sensori-motrice, dans un monde artificiel (Fuchs, Moreau & Berthoz, 2006). Cela nécessite que l'usager soit immergé perceptivement dans cet environnement artificiel et qu'il puisse interagir de façon pseudo naturelle et non par le biais de métaphores informatiques (souris, clavier…) ; on parle alors d'interface comportementale. La particularité de ces environnements réside également dans le sentiment qu'éprouve l'utilisateur d'appartenir au monde artificiel où il se trouve immergé. Ce sentiment de « présence » résulte du lien qui se noue entre l'immersion, résultant des entrées sensorielles et les interactions et se manifeste par un comportement sensori-moteur et cognitif proche de celui que l'utilisateur aurait dans le monde réel. Cette proximité cognitive entre le réel et l'artificiel est déjà exploitée dans le domaine médical pour le traitement des phobies et dans le domaine de la formation professionnelle où elle introduit une dimension supplémentaire aux principes pédagogiques de la simulation. En revanche dans les domaines académiques, comme l'enseignement des mathématiques, la réalité virtuelle, dans sa dimension simulation du réel, semble moins pertinente, les expérimentations sont d'ailleurs peu nombreuses. Il semble nécessaire de pousser plus loin la réflexion sur les éventuelles plus-values offertes par cette technologie en termes d'enseignement et d'apprentissage.

Dans le domaine scientifique des interactions homme-machine et des apprentissages, les environnements de réalité virtuelle se distinguent des traditionnels EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain) par la réintroduction du corps (interface comportementale) et les possibilités quasi infinies de (re)modélisation du réel qui transcendent les limitations perceptives des êtres humains (Bukhardt, Lourdeaux & Mellet-d'Huart, 2006). Ces deux caractéristiques nouvelles nous amènent donc à questionner les situations d'apprentissage au regard de ces deux dimensions.

1.1 La réintroduction du corps dans les apprentissages

Dans le courant de l'« embodied cognition », ou cognition incarnée, le corps est la source de toute pensée et de toute conceptualisation. En effet d'une part le cerveau est lui-même un organe et notre perception de l'environnement est limitée par la physiologie du corps humain, et d'autre part nos comportements physiques reflètent et soutiennent notre réflexion (Winn, 2003).

Nuñez (2009) et Gallese & Lakoff (2005) poussent encore plus loin le lien étroit entre corps et concepts mathématiques. Pour eux, les objets mathématiques les plus abstraits ont été créés par l'imagination humaine via des usages spécifiques de mécanismes cognitifs ancrés dans la corporéité, comme les métaphores conceptuelles, les mouvements fictifs ou des schémas spécifiques. En effet une métaphore implique deux domaines, le domaine source et le domaine cible. Le domaine source est généralement familier, souvent ancré dans des expériences « de tous les jours » impliquant le monde physique et donc le corps. Le domaine cible est moins clairement défini, souvent abstrait. L'objectif et la force de la métaphore est de pouvoir soutenir le raisonnement dans le domaine cible par la projection de la structure inférentielle (connaissances permettant de structurer, manipuler les objets, penser et communiquer) du domaine source vers le domaine cible.

Dans le contexte des enseignements mathématiques, on peut percevoir ce lien entre corps et cognition dans la dialectique qui relie les ostensifs (les représentants tangibles) et les non-ostensifs (les représentés, les concepts mathématiques par exemple), les seconds étant émergents de la manipulation des premiers, tout en étant un moyen de contrôle et de guidage de cette manipulation (Bosch & Chevallard, 1999). En effet la manipulation d'entités tangibles, les ostensifs, implique forcément une dimension corporelle quel que soit le registre employé (discursif, gestuel, scriptural…). Les non-ostensifs, émergeant de cette manipulation embarqueront cette dimension qui sera répercutée sur les moyens de contrôle et de guidage.

Il semble donc que même les concepts les plus abstraits et formels soient contraints par une dimension corporelle et que les processus permettant de les construire puissent être abordés par le biais

d'expériences sensibles engageant le corps et la perception comme support d'une activité cognitive centrale (Coutat-Gousseau & Dorier, 2016).

1.2 Remodeler le réel : réifier le sensible et le géométrique

Comme le soulignent Perrin-Glorian et al. (2013), « La question des rapports entre mathématiques et réalité se pose particulièrement dans l'enseignement de la géométrie » où trois espaces distincts cohabitent : l'espace réel ou sensible, l'espace géométrique et l'espace graphique dans lequel on peut produire des schémas ou figures représentant à la fois un problème physique et un problème géométrique. « L'espace graphique, par le double regard qu'il permet sur les figures-dessins est un point clé de la modélisation géométrique » (Perrin-Glorian et al., 2013, p. 21). L'espace graphique offert par la réalité virtuelle est un lieu d'expérimentation où la proximité cognitive rend l'interface entre le monde sensible et géométrique quasi transparente.

Cette proximité cognitive est en effet à même d'ancrer dans le sensible des expériences totalement contrôlées et imaginées par les concepteurs de la ressource. Ces expériences « sensibles » nécessitent une forme de transposition didactique pour rendre tangibles des concepts abstraits en utilisant le principe des métaphores conceptuelles. L'utilisation d'analogies entre les concepts étudiés et des expériences sensibles pour aider la réflexion des élèves n'est pas une idée nouvelle, de nombreux enseignants l'utilisent, consciemment ou non, dans leurs pratiques.

L'enjeu est ici différent. Il s'agit de tirer parti d'un environnement artificiel, perçu comme réel, pour y concevoir une situation mobilisant la dimension corporelle et susceptible par le biais des métaphores conceptuelles de soutenir la réflexion sur des concepts abstraits objectifs d'apprentissage. Cela nécessite de pouvoir s'affranchir des contraintes du monde réel, tout en s'appropriant les nouvelles règles du monde artificiel pour en tirer parti. Soutenir et accompagner ce processus chez les enseignants est délicat et implique une démarche heuristique, le croisement des regards entre enseignants et chercheurs et des moyens d'évaluation de l'action en cours.

2 Une méthodologie de conception des ressources en réalité virtuelle

Pour étudier et concevoir des ressources mobilisant un environnement virtuel, nous adoptons une approche Design-Based Research (DBRC, 2003), qui est collaborative, itérative et centrée sur les utilisateurs (UX). Cette approche permet de combiner les visées pragmatiques (élaboration de ressources et construction du dispositif) en s'appuyant sur l'analyse des productions au fil du projet. Le caractère itératif de cette approche, conduite en conditions écologiques (au plus près des milieux de pratiques) favorise la prise en compte de la complexité des contextes étudiés. Ainsi, la collaboration entre et avec les acteurs de terrain est au cœur du questionnement de la recherche.

La phase de design itératif joue un rôle important au sein d'un processus DBR (Figure 1). Durant cette phase, un prototype (ressource manipulable par les élèves) est élaboré rapidement suite à la conception d'un scénario puis évalué pour être révisé.

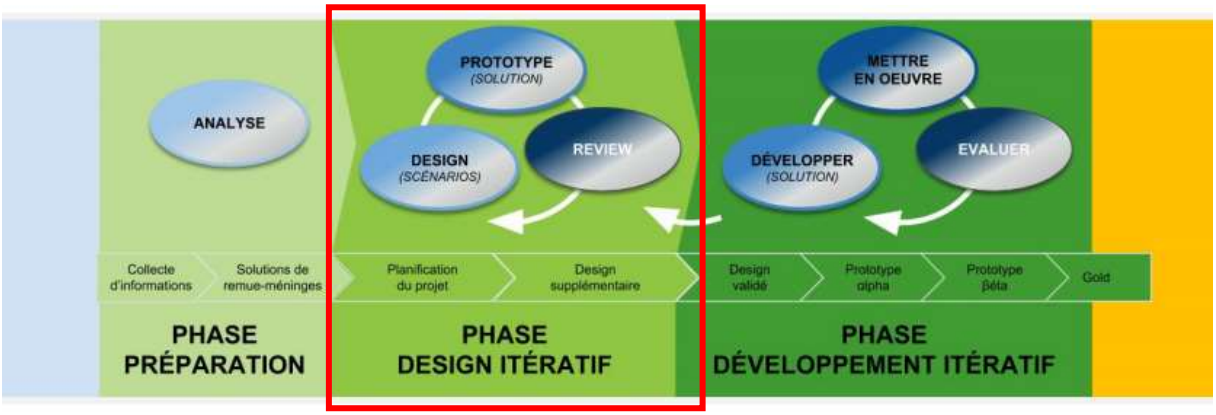


Figure 1 : La phase de design itératif dans son contexte général du modèle SAM (Allen & Sites, 2012)

Cette approche présente les avantages suivants :

- Pour les utilisateurs finaux (les enseignants), leur implication, dès le début de la conception participative, reste un moyen d'obtenir une meilleure expression des besoins et de préciser le cahier des charges du point de vue de l'usage (Bourmaud, 2006).
- Cette implication permet également aux futurs utilisateurs de s'approprier plus rapidement les situations pédagogiques et ressources associées en cours de conception. Une conception pour et dans l'usage (Rabardel & Pastré, 2005) favorise une conception centrée sur l'utilité (Loup-Escande et al., 2013).

Durant la phase de design itératif, les animateurs endossent les rôles d'experts (scientifiques et techniques) et accompagnent les enseignants en équipe pour enrichir la réflexion sur les contenus didactiques, sur les aspects méthodologiques, ergonomiques et techniques.

Des outils méthodologiques viennent en général soutenir les processus de conception collaborative, comme la carte d'expérience ou le « World Café ».

La carte d'expérience

La carte d'expérience est une représentation graphique et textuelle qui permet de décrire une expérience dans le temps avec un produit, un système ou un service (Kalbach, 2016). Elle peut être utilisée a posteriori pour analyser le réalisé ou de manière prospective pour la conception d'une situation ou d'une ressource.

Dans un contexte de situation pédagogique, voir la Figure 2, on utilisera l'axe horizontal pour représenter la chronologie de la situation avec un passé (les prérequis, les activités précédentes), un présent (qui sera le plus détaillé) et un futur (prolongements, suite de la séquence d'apprentissage…). L'axe vertical représente différentes dimensions de l'activité sur lequel doivent porter l'attention des concepteurs, ici par exemple les objectifs, les tâches de l'enseignant et des élèves ainsi que les supports mobilisés.

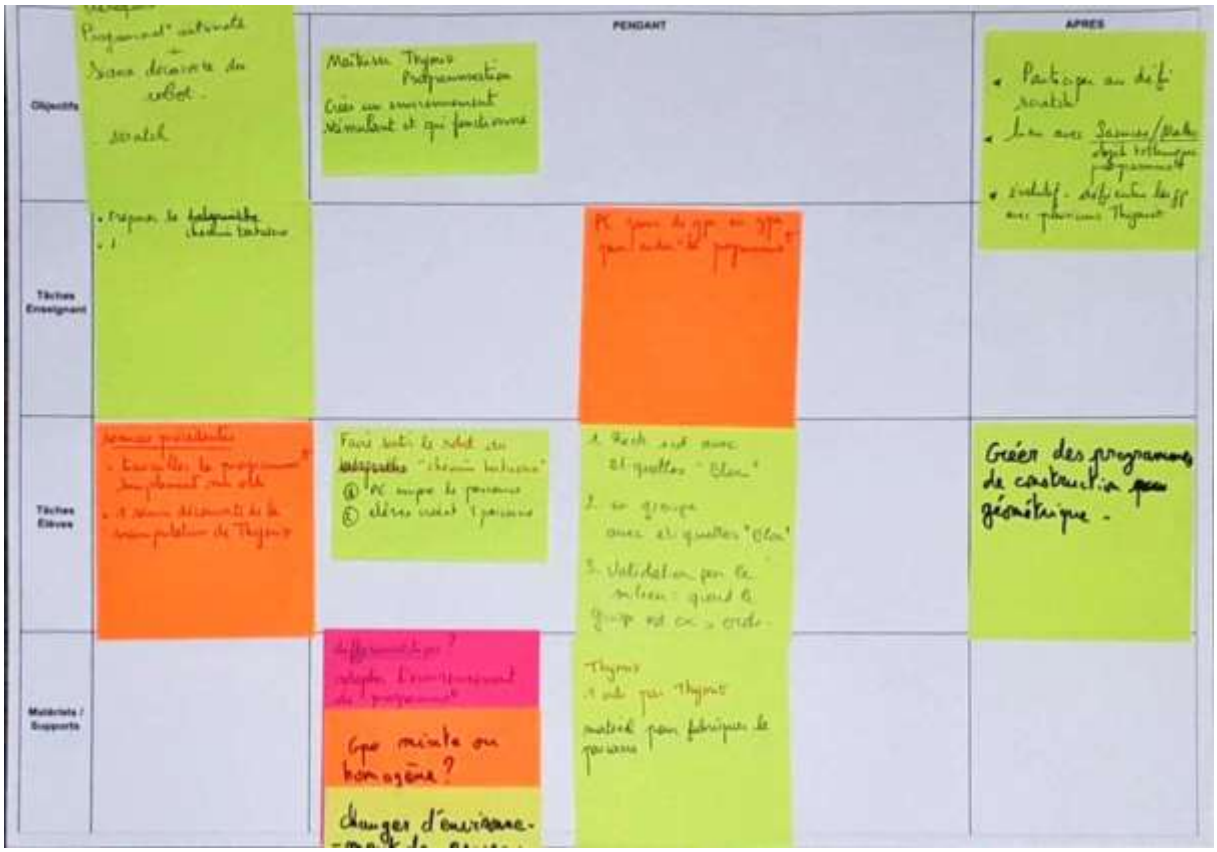


Figure 2 : Carte d'expérience dans un contexte de conception de séance pédagogique autour de la robotique pédagogique en formation initiale des enseignants du premier degré.

Afin de faciliter le caractère dynamique et modifiable de la carte, les assertions des utilisateurs sont notées sur des post-it (jaune). Ils permettent de décrire les différentes rubriques mais aussi d'énoncer des points de friction, des blocages identifiés lors de la conception. Un code couleur est alors pertinent pour indiquer la sévérité du blocage : orange (point critique mais non bloquant), rouge (point critique bloquant). Dans la Figure 2, on voit l'évolution d'un point de blocage (rouge, puis orange) vers une solution (jaune).

Le World Café

Le World Café est un processus créatif qui vise à faciliter le dialogue constructif et le partage de connaissances et d'idées, en vue de créer un réseau d'échanges et d'actions. Il s'agit d'une technique de gestion dynamique du travail de groupe. Habituellement lorsque l'on fait du travail de groupe, chaque groupe produit un travail qui est ensuite présenté au collectif. Dans le World Café, les entités groupes sont stables mais les membres de ces groupes sont amenés à changer à intervalles réguliers pour une itération (voir Figure 3). Un « expert », désigné par le groupe, reste et assure la continuité du travail en résumant la conversation précédente pour les nouveaux arrivés. Les conversations en cours dans chaque groupe sont alors fécondées par de nouveaux points de vue issus des autres conversations. Il existe plusieurs variantes, que ce soit dans la répartition des membres dans les groupes où dans le statut de l'expert. Il est possible par exemple que l'expert change de rôle après l'itération suivante, on préférera alors le terme de « passeur ».

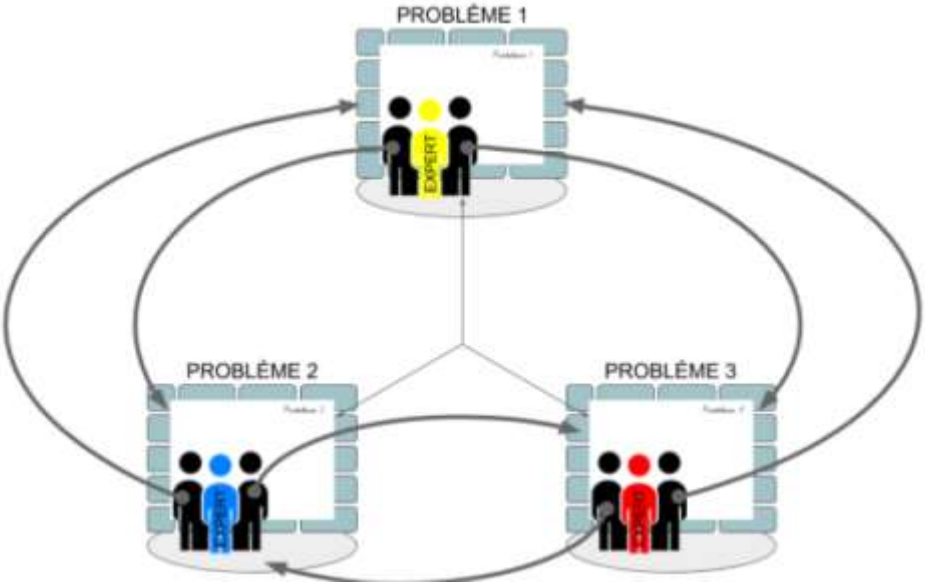


Figure 3 : World café : rotation de chaque participant vers un autre groupe

En fin de compte, le nombre d'itérations étant à déterminer en fonction du nombre de groupes et de personnes, chaque participant doit pouvoir passer dans chaque groupe et donc avoir une vision d'ensemble des différentes conversations et problématiques abordées.

II - MISE EN ŒUVRE DE L'ATELIER ET ANALYSES

1 Objectifs de l'atelier

Dans cet atelier, nous avons mis en place une phase de design itératif dans laquelle nous avons demandé aux participants d'imaginer une ressource et un scénario d'usage dans un environnement virtuel de CAO (Conception Assistée par Ordinateur) sur la thématique de l'enseignement de la notion de volume au cycle 3.

Les objectifs étaient de :

- Permettre aux participants de s'approprier un nouvel environnement en se centrant sur son utilité pour les enseignements et les apprentissages ;
- Faire émerger des transpositions didactiques sur le principe des métaphores conceptuelles ;
- Evaluer la phase de design itératif comme dispositif de formation professionnelle.

Le dernier objectif est le prolongement de plusieurs expérimentations avec des publics d'enseignants en formation initiale et continue menées précédemment.

2 Thématique et type d'environnement mobilisés dans l'atelier

L'enseignement des grandeurs et mesures est une part importante des programmes de l'école obligatoire. Le traitement didactique recommandé de ces enseignements suit la programmation suivante :

- Activités de comparaison directe puis indirecte ;
- Activités de comparaison en utilisant une unité étalon ;
- Passage à l'unité conventionnelle ;
- Calcul de la mesure de la grandeur à partir de formules.

Pour les grandeurs longueur et aire, cette programmation est généralement proposée par les enseignants. En revanche dans le cas de la grandeur volume, on constate une difficulté à la mettre en œuvre avec un passage anticipé à l'utilisation des formules. Ce constat tire sans doute ses origines dans un matériel pédagogique peu adapté à la manipulation dans l'espace. Que ce soit les maquettes ou l'utilisation de liquide pour les comparaisons ou encore la difficulté à voir dans l'espace les représentations des objets tridimensionnels, de nombreux obstacles découragent nombre d'enseignants à traiter cette notion de manière convenable dans leur progression annuelle.

Or parmi les environnements virtuels disponibles, on trouve les applications de CAO. Ces applications permettent la création et la manipulation de maquettes 3D généralement à partir de formes primitives que sont les solides usuels (prisme, pyramide, cylindre, sphère). A la différence des environnements de géométrie dynamique, les environnements de CAO sont centrés sur la construction et la manipulation de volume, les propriétés géométriques bien que présentes ne sont pas mises en relief. La construction est à prendre au sens physique du terme, les objets sont en quelque sorte des matériaux sur lesquels on effectue des actions physiques (extrusion, sculptage, peinture, mesures).

3 Le dispositif

3.1 Organisation matérielle

L'artefact : l'environnement virtuel

Pour l'atelier nous avons mis à disposition des participants deux environnements virtuels immersifs identiques. Au niveau matériel, l'artefact est composé d'un casque de réalité virtuelle (HTC Vive), d'une zone de 3mx3m dans laquelle l'utilisateur peut se déplacer librement et interagir avec l'environnement à

l'aide de deux contrôleurs (un pour chaque main). L'ensemble des mouvements (tête, corps, mains) est retranscrit en temps réel dans l'environnement virtuel. L'environnement simulé est affiché dans le casque pour l'utilisateur et sur un écran d'ordinateur, éventuellement projeté sur un mur, pour les autres personnes.

Au niveau logiciel, nous avons utilisé « Google Block », un environnement de CAO grand public et gratuit, qui permet de créer, manipuler, modifier (formes et taille) des objets tridimensionnels (cubes, pavés, pyramides, cylindres etc.) afin de réaliser des constructions éventuellement exportables sous forme d'images 2D, d'objets 3D potentiellement imprimables en 3D.

Les îlots pour les groupes

Les participants se regroupent autour d'un îlot, ils ont à disposition la carte d'expérience du groupe, des post-it de couleurs, des documents ressources institutionnels sur l'enseignement de la grandeur volume au cycle 3 (extrait des programmes français 2015 et document d'accompagnement sur le thème grandeurs et mesures).

3.2 Déroulement

Phase de prise en main

Collectivement les participants reçoivent une information sur le matériel et le logiciel : manière d'interagir avec l'artefact, règles de sécurité, principales fonctionnalités du logiciel.

Phase de design itérative + World Café

Consignes

« Vous devez imaginer une activité possible avec des élèves mobilisant l'environnement de réalité virtuelle mis à disposition dans le cadre de l'enseignement de la notion de volume en cycle 3. Vous rendrez compte de votre proposition dans une carte d'expérience. La carte d'expérience doit consigner vos propositions mais également les points de friction, les difficultés que vous pourriez pointer. Chaque proposition ou point de friction prend la forme d'un post-it de couleur que l'on (dé)placera dans la catégorie adéquate de la carte.

Vous pouvez utiliser l'artefact pendant la phase de production et faire des allers-retours avec la carte d'expérience et les discussions collectives. »

Au bout de 30 minutes (pour la première itération, 15 minutes par la suite), les participants changent de groupe à l'exception d'un passeur désigné par le groupe avant chaque itération.

Phase de synthèse

Les participants sont invités à partager au collectif les points suivants :

- Les fonctionnalités intéressantes et les points de blocage identifiés pendant la phase de conception ;
- Des remarques sur leur expérience vécue dans le dispositif de design itératif.

4 Résultats et analyses

Nous avons fait le choix de décrire les activités proposées par les participants sous forme d'Organisations Mathématiques Ponctuelles (OMP, Chevallard, 1998). Rappelons que dans l'approche de la Théorie Anthropologique du Didactique, une OMP se compose d'un quadruplet :

- Le type de tâche (souvent exprimé par un verbe et un complément) ;
- La technique : les actions permettant de réaliser ce type de tâche ;
- La technologie : le discours justifiant et motivant les actions entreprises dans la technique ;
- La théorie : les savoirs constitués justifiant la technologie évoquée.

Ce choix de cadre d'analyse est motivé par la nécessité de pouvoir distinguer les différents types de tâches proposées dans la carte d'expérience, de décrire précisément comment l'artefact est mobilisé au sein de la technique de résolution et de voir la part du sensible et du géométrique dans la justification donnée au niveau de la technologie. Nous distinguons dans ce cas les technologies mathématiques, justifiées par une théorie mathématique et les technologies pratiques qui ne sont pas justifiées par une théorie mais sur la base d'une référence au monde sensible (Castela, 2008).

4.1 Groupe 1



Figure 4 : La carte d'expérience élaborée par le groupe 1

Description de la proposition du groupe 1

Les activités proposées par le groupe 1 (Figure 4) sont de type « comparaison directe » de volumes. Elle se situe clairement dans la démarche classique du traitement didactique des grandeurs et mesures. Les participants proposent en prérequis des activités de comparaison directe du volume par imbrication de solides de forme identique. Nous définissons la forme d'un solide par l'aspect de la portion d'espace délimitée par la surface du solide, nous élargissons le terme à l'ensemble des agrandissements et réductions possibles de la forme initiale.

Dans l'activité principale décrite, les solides dont les volumes sont à comparer sont de formes différentes (cube et pyramide), la comparaison directe de leur volume est donc problématique, elle nécessite un processus de déconstruction, reconstruction des objets afin de rendre possible leur imbrication. L'activité est l'homologue de celle réalisée classiquement pour le traitement des longueurs ou des aires dans laquelle les élèves doivent découper des objets avec des ciseaux par exemple pour ensuite reconstruire une forme comparable à l'objet de référence. Les participants ont donc transposé cette activité avec des objets tridimensionnels. Cependant le découpage d'un solide n'est pas pris en charge par le logiciel (point de blocage identifié). Les participants ont contourné le problème en générant le solide par assemblage de solides qui sont maintenus ensemble par la fonction « grouper » du logiciel. Le découpage revient alors à « dégrouper » l'assemblage pour le réorganiser.

Le groupe propose en prolongement une activité de mesure du volume par utilisation d'unité étalon.

Analyse

Nous pouvons identifier trois organisations mathématiques ponctuelles, OMP1 « Comparer le volume de formes identiques par imbrication », OMP2 « Comparer le volume de formes différentes » et OMP3 « Mesurer le volume d'un pavé droit » dans les activités proposées par le groupe 1. A noter que l'OMP2 convoque l'OMP1 au niveau de ces techniques (Tableau 1).

OMP 1
Type de tâche Comparer le volume (grandeur) de deux solides
Technique Imbriquer le solide cible avec le solide source
Technologie pratique Un solide qui ne dépasse pas lorsqu'il est mis à l'intérieur d'un autre solide a un volume inférieur.
Remarque On parle de technologie pratique car la technique est justifiée par la perception et une expérience du monde sensible : dans le plan pour comparer des objets, on les superpose. L'idée générale est de mettre au même endroit, au même moment les deux objets que l'on veut comparer selon certaines grandeurs. Dans le monde réel, il n'est pas possible de mettre au même endroit et au même moment des objets pleins (représentant des solides), il faut l'imaginer. Nous utilisons le terme « imbriquer » pour décrire cette action réalisée dans le monde virtuel. A noter que le terme « imbriquer » fait référence à des espaces vides que l'on comblerait ce qui n'est pas exactement ce que l'on fait mais il est préférable à celui d'emboîter ou d'amalgamer qui fait explicitement référence à un objet creux. En fait il n'existe pas à notre connaissance de terme ou de métaphore du monde réel pour décrire cette action.
OMP 2
Type de tâche Comparer le volume (grandeur) de deux solides qui n'ont pas la même forme
Technique • Décomposer un solide en plusieurs solides • Assembler les solides pour former un solide de même forme • Convoquer OMP 1
Technologie mathématique Une grandeur mesurable possède la propriété d'additivité. Le volume étant une grandeur mesurable, la somme des volumes des parties est égale au volume du tout. Deux solides peuvent avoir le même volume (grandeur) sans avoir la même forme.
OMP3
Type de tâche Mesurer le volume d'un pavé droit
Technique • Choisir une unité étalon • Remplir le pavé droit avec des unités étalon • Dénombrer les unités étalon nécessaires
Technologie mathématique Une grandeur mesurable possède la propriété d'additivité. Le volume étant une grandeur mesurable, la somme des volumes des parties est égale au volume du tout.

Tableau 1 : Organisations Mathématiques Ponctuelles du groupe 1

On observe ici une tentative de transfert des OMPs classiques du traitement didactique des grandeurs et mesures. OMP1, OMP2 et OMP3 sont en effet similaires à celles qui seraient proposées pour la notion d'aire. Cette transposition a été rendue possible par la possibilité d'imbriquer des objets dans l'environnement virtuel pour faire une comparaison directe. En revanche, face à un point de blocage identifié, l'absence d'un outil de découpage des solides, les participants ont contourné le problème en utilisant la fonctionnalité de groupement, dégroupement des objets. On voit ici un exemple de début d'instrumentalisation qui est potentiellement pertinent pour donner corps à la propriété d'additivité. Les techniques employées ont une justification sensible et mathématique.

4.2 Groupe 2

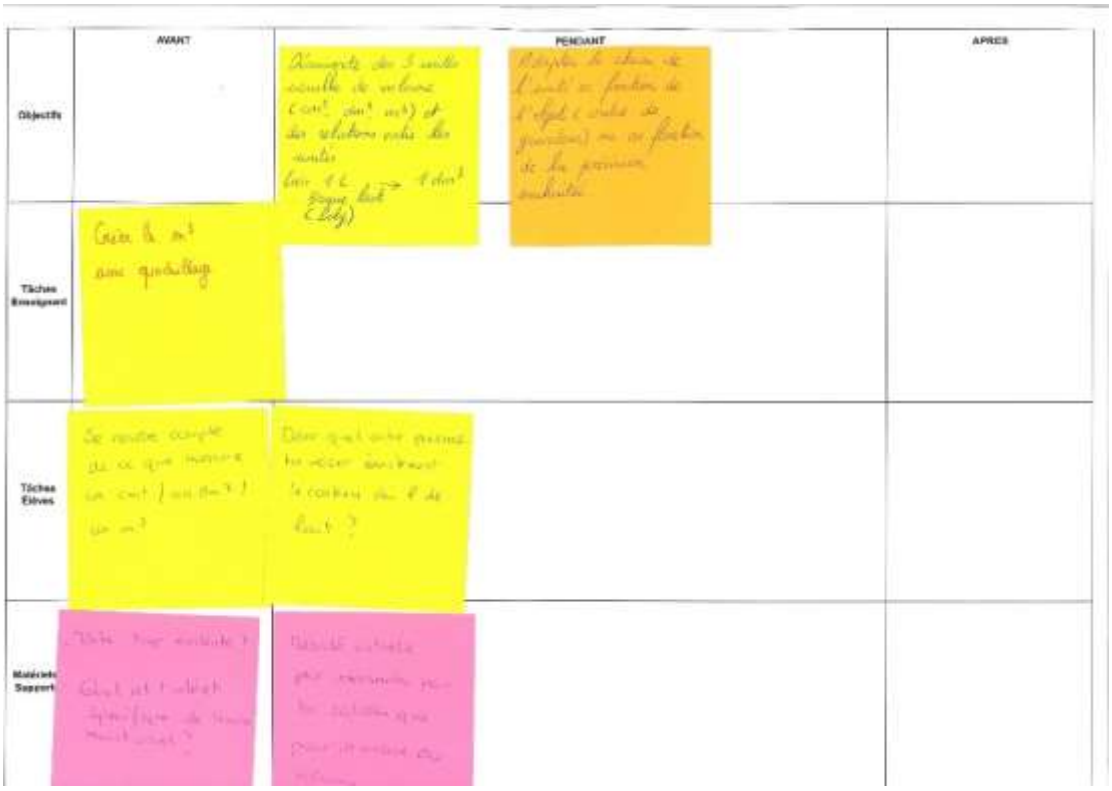


Figure 5 : La carte d'expérience du groupe 2

Description de la proposition du groupe 2

Les participants semblent situer les activités proposées plutôt en fin de séquence sur la notion de volume puisqu'ils abordent les notions d'unités conventionnelles et les relations pour passer de l'une à l'autre, du litre au dm^3 et entre les sous unités du m^3.

Ils proposent de construire une représentation de l'ordre de grandeur des unités, en demandant d'associer des volumes avec des sous-unités les plus adaptées pour exprimer leur mesure.

Analyse

Nous proposons deux organisations mathématiques ponctuelles pour décrire ces activités (Tableau 2)

OMP 1	OMP 2
Type de tâche Identifier un cube pouvant contenir 1 L **Technique** Observer les solides **Technologie pratique** Le volume est proportionnel à la taille des objets représentés.	**Type de tâche** Evaluer l'ordre de grandeur d'un solide (1 cm^3, 1 dm^3, 1 m^3) **Technique** Observer les solides **Technologie pratique** Le volume est proportionnel à la taille des objets représentés.

Tableau 2 : Organisations Mathématiques Ponctuelles du groupe 2

Le groupe a centré sa réflexion sur les possibilités de représentation des solides à différentes tailles dans un environnement réaliste.

Cette ressemblance avec le sensible a conduit les participants à chercher des activités très proches de ce qui est généralement réalisé dans le réel, comme l'utilisation de liquide (litre de lait) pour comparer des volumes.

Du fait de l'illusion d'être dans un environnement réel, on peut supposer que les participants n'ont pas pu se détacher des activités sensibles autour de la notion de volume. Dans les OMPs, les technologies pratiques montrent bien cette forte référence au monde sensible.

D'ailleurs aucune fonctionnalité autre que celles pseudo-naturelles (observation, navigation) n'a été exploitée. Comme dans le réel, le traitement des unités conventionnelles est peu relié à des expériences sensibles, le groupe conclut sur le manque d'intérêt d'un tel dispositif pour le traitement des unités conventionnelles hormis la possibilité d'illustration inédite des volumes de plus grande taille.

4.3 Groupe 3

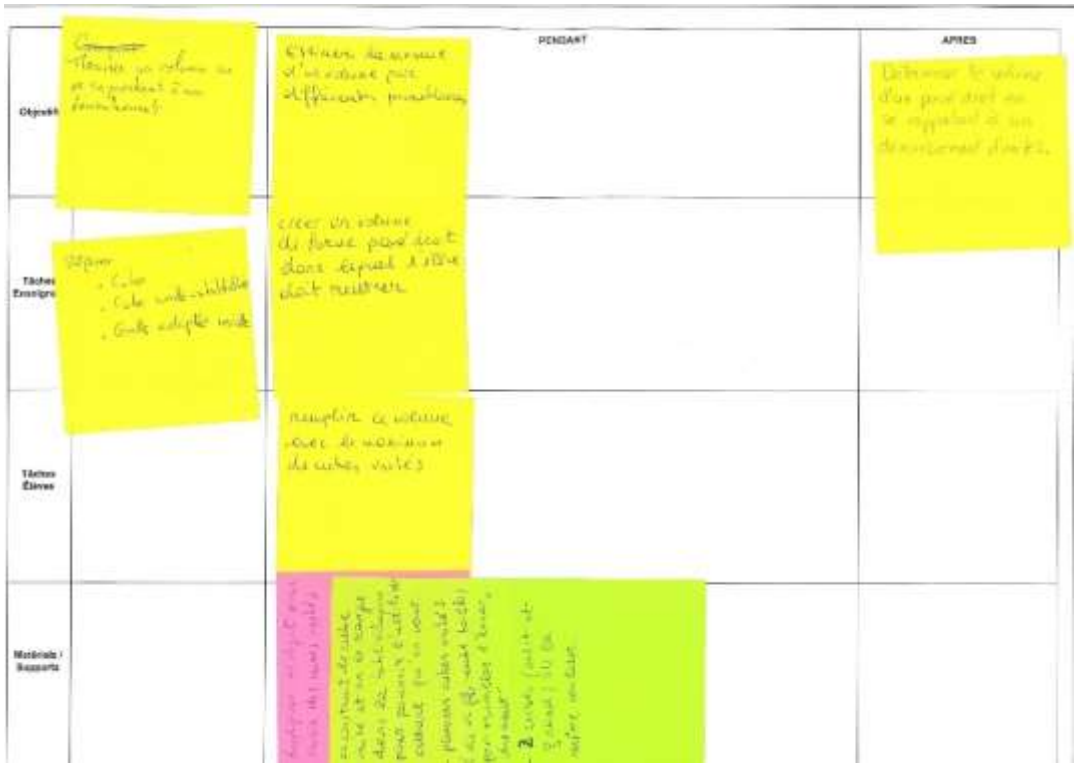


Figure 6 : la carte d'expérience du groupe 3

Description des activités proposées

Les activités proposées par le groupe 3 se situent au niveau de l'introduction de l'unité étalon pour mesurer des volumes. Elles font donc suite à ce que propose le groupe 1 (qui l'avait évoqué dans les prolongements). La mesure du volume d'un pavé droit se fait par le remplissage avec des cubes de même taille. Cette activité est identique à ce qu'on peut réaliser avec le remplissage d'une boîte à chaussure mais transposée dans une taille d'espace plus grand, le méso-espace (Brousseau, 2000).

Confronté au problème de la génération d'un nombre de cubes suffisant au remplissage, le groupe utilise les fonctionnalités de réplication des objets et la bibliothèque d'objets pour accélérer le processus.

Analyse

Nous proposons l'OMP 3 décrite dans le Tableau 1 pour rendre compte de cette proposition.

Le groupe 3 a mobilisé la même OMP 3 que le groupe 1 en se plaçant dans une taille d'espace différente, le méso-espace. Cette particularité se retrouve dans le groupe 2. Il est possible de voir ici une influence entre les groupes du fait des rotations des participants.

Le groupe est confronté à un problème de gestion du matériel. Il est intéressant de voir qu'il n'opte pas pour une approche purement sensible ; dans ce cas il aurait préparé un tas de cubes dans lequel les élèves iraient piocher. Il choisit d'utiliser la duplication, qui est une fonctionnalité commune des environnements informatiques. De plus, il a finalement recours à la bibliothèque d'objets qui permet de générer des itérations d'objets sauvegardés.

On voit ici qu'à partir d'une situation classique, les participants ont introduit des variations (changement de la taille de l'espace) et ont détourné la fonction de sauvegarde de la bibliothèque en étant confrontés à un point de friction bloquant.

5 Synthèse des analyses

Du point de vue du traitement didactique de la notion de volume, on note que les organisations mathématiques ponctuelles relevées ont balayé différents temps du traitement didactique des grandeurs et mesures :

- La comparaison directe
- La comparaison indirecte
- L'introduction des unités conventionnelles de volume

Les types de tâches identifiés sont principalement une transposition directe de ce que l'on pourrait faire avec la grandeur aire ou longueur dans un environnement classique : estimer un volume, comparer deux volumes, mesurer le volume. La principale évolution est la mobilisation du méso-espace pour réaliser ces activités.

Les techniques pour réaliser ces types de tâches relèvent en partie d'une technologie « pratique » (non mathématique) :

- Estimer un volume, un ordre de grandeur
- Imbriquer des solides l'un dans l'autre

et d'une technologie mathématique :

- Décomposition méréologique et recomposition d'un solide
- Compter les unités étalon contenues dans le solide

Du point de vue de la genèse instrumentale de l'environnement virtuel, le dispositif de formation proposé mettait l'accent sur l'instrumentalisation de l'artefact, les fonctionnalités ont donc été découvertes progressivement en réponse à des problématiques d'usage. Le Tableau 3 répertorie les fonctionnalités mobilisées ou évoquées dans les cartes d'expériences.

Les fonctionnalités utilisées ou évoquées	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Navigation en room-scale (méso-espace)	X	X	X
Création d'objet	X	X	X
Déplacement d'objet	X		X
Duplication			X
Groupement - dégroupement	X		X
Bibliothèque			X
Grille de référence (métrique)		X	

Tableau 3 : Tableau des fonctionnalités mobilisées ou évoquées par les groupes durant l'atelier

On constate un fort attrait pour la dimension sensible de l'environnement avec la sur-mobilisation des fonctionnalités liées à la navigation et l'observation. L'environnement virtuel nous plonge dans un univers inconnu, il est tentant de passer du temps à redécouvrir des objets connus en se déplaçant naturellement dans cet espace. Tous les groupes ont largement intégré cette dimension dans leurs propositions. La dimension perceptive a été également mobilisée au cœur des activités, comme moyen de construire une représentation (estimer un volume) ou pour valider un résultat (comparaison de volume).

Cet attrait pour le sensible a pu devenir un obstacle. Alors que la fonctionnalité de redimensionnement des objets (homothétiquement ou selon un axe) a été présentée, aucun groupe ne l'a utilisée dans sa proposition. Il est possible qu'il y ait ici une réticence à effectuer une manipulation qui n'existe pas dans le réel. Des commentaires recueillis en fin d'atelier vont dans ce sens.

Si l'on a constaté beaucoup de transferts du monde réel dans l'environnement virtuel, certains concepts informatiques comme les fonctionnalités de duplication (copier-coller) ou l'utilisation de la bibliothèque (sauvegarde et chargement) ont été spontanément assimilés à cet environnement.

Enfin du point de vue du dispositif de formation proposé aux participants, on note qu'ils ont appréciés les apports de connaissances qui sont donnés au moment où le besoin est ressenti et non en amont. Le rôle de passeur a été questionné, pour certains cela est déstabilisant car on doit présenter quelque chose que l'on n'a pas entièrement conçu mais pour d'autres cela est justement le point le plus intéressant.

Au niveau des rotations, on note que chaque groupe a fait une proposition différente, cela tend à montrer que les nouveaux participants des groupes ont investi les travaux précédents et n'ont pas cherché à reproduire ce qu'ils avaient déjà construit dans le groupe précédent. Cependant on perçoit certaines influences entre groupes, comme dans le cas de l'introduction du méso-espace. Dans tous les cas, la mise en commun est ressentie plus efficace, car chacun a été à un moment donné impliqué dans la réflexion du groupe. Les problématiques ont été partagées.

6 Conclusion

Dans cette première itération de la phase de conception les activités proposées sont essentiellement des transpositions des activités classiques pour aire et longueur à la notion de volume. Cette transposition est rendue possible par les possibilités de manipulation inédites des objets tridimensionnels dans l'environnement virtuel, comme par exemple la superposition des solides.

Alors qu'il est possible de manipuler des objets de petite taille, les activités proposées mobilisent toutes le méso-espace, on peut en déduire que c'est une caractéristique intéressante pour les enseignants.

La transposition d'activité du sensible a fait émerger des points de blocage face aux contraintes techniques de l'environnement. Ces blocages ont amené les participants à explorer les fonctionnalités du logiciel les amenant à se détacher progressivement d'une expérience simulant la réalité en intégrant des éléments informatiques comme la duplication ou le groupement/dégroupement. Cette première

approche des fonctionnalités du logiciel dans un but didactique a permis de créer des liens métaphoriques entre des concepts mathématiques, ici la propriété d'additivité des grandeurs et l'action de grouper et dégrouper des objets dans l'environnement virtuel. Ces liens sont encore ténus et méritent une réflexion plus poussée, cependant ces observations confortent nos hypothèses sur l'intérêt d'un tel dispositif pour amener à développer des usages pertinents de cette technologie.

III - RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Allen, M., & Sites, R. (2012). *Leaving Addie for SAM: An Agile Model for Developing the Best Learning Experiences*. New York: Association for Talent Development.

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.

Bourmaud, G. (2006). *Les systèmes d'instruments : méthodes d'analyse et perspectives de conception*. Thèse de doctorat. Université Paris 8.

Brousseau, G. P. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. In U. de Crète (Éd.), *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire ; l'étude de l'espace et de la géométrie*, 67-83. Consulté à l'adresse https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00515110

Bukhardt, J. M., Lourdeaux, D., & Mellet-d'Huart, D. (2006). Le traité de la Réalité Virtuelle : Les applications de la Réalité Virtuelle, volume 4, chapter La conception des environnements virtuels pour l'apprentissage. *Les Presses de l'Ecole des Mines de Paris,* 43-103.

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(83), 135.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, 91–118.

Coutat-Gousseau, S., & Dorier, J.-L. (2016). Comment la corporéité peut-elle intervenir dans l'apprentissage des mathématiques ? Quelques références et deux exemples. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, 38(2), 23-37.

DBRC (Design-Based Research Collective) (2003). Design-based research: an emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5–8.

Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive neuropsychology*, 22(3-4), 455–479.

Fuchs, P., Moreau, G., & Berthoz, A. (2006). *Le traité de la réalité virtuelle volume 1 : L'Homme et l'environnement virtuel*. Presse des Mines.

Kalbach, J. (2016). *Mapping experiences: a complete guide to creating value through journeys, blueprints, and diagrams*. Sebastopol: O'Reilly Media.

Loup-Escande, É., Burkhardt, J., & Richir, S. (2013). Anticiper et évaluer l'utilité dans la conception ergonomique des technologies émergentes : une revue. *Le travail humain*, 76(1), 27-55.

Nuñez, R. (2009). Mathematical Idea Analysis: What Embodied Cognitive Science Can Say about the Human Nature of Mathematics. *Coleccio Digital Eudoxus*, 0(8).

Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A. C., & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans. Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM*, 90, 5–41.

Rabardel, P., & Pastré, P. (dir.) (2005). *Modèles du sujet pour la conception : dialectiques, activités, développement*. Toulouse : Octarès.

Winn, W. (2003). Learning in artificial environments: Embodiment, embeddedness and dynamic adaptation. *Technology, Instruction, Cognition and Learning*, 1(1), 87–114.

UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN GÉOMÉTRIE POUR LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

Jimmy SERMENT
Professeur de collège et Formateur HEP, HEPL
UER MS (Unité d'Enseignement et de Recherche de Mathématiques et Sciences)
jimmy.serment@hepl.ch

Thierry DIAS
Professeur de collège et Formateur HEP, HEPL
UER MS (Unité d'Enseignement et de Recherche de Mathématiques et Sciences
thierry.dias@hepl.ch

Résumé
Les enseignants de l'école primaire ont parfois des difficultés avec l'enseignement de la géométrie (Boublil-Ekimova, 2010). Ce dernier est en effet souvent lié à la production d'exercices sur feuilles qui privilégient des activités en 2D. Les tâches confiées aux élèves relèvent alors d'une abstraction importante par rapport à une géométrie plus intuitive en 3D. Dans ce type de tâches, les liens entre les connaissances spatiale et géométriques ne relèvent d'aucune évidence (Berthelot et Salin, 1993). Pour mieux maîtriser des objets géométriques, il semble primordial de faire des aller-retours entre ces deux types de connaissances et de proposer des tâches ancrées sur la manipulation et l'expérimentation (Dias, 2017).
Dans cet atelier, les auteurs proposent de travailler sur :
1. les liens entre les deux types de connaissances (spatiales et géométriques)
2. l'étude du passage entre géométrie 3D et la géométrie 2D pour des objets définis.
Les objectifs de l'atelier sont d'expérimenter des situations de géométrie spatiale par la construction de polyèdres en grande dimension et de bâtir un dispositif de formation continue ancré sur le passage de l'espace au plan.

Dans le contexte de la formation des enseignants en didactique des mathématiques, nous avons régulièrement constaté que les futurs enseignants rencontrent des difficultés dans leur enseignement de la géométrie. Boublil-Ekimova (2010) pointait déjà ces difficultés avec des étudiants, futurs enseignants de l'école primaire, grâce à l'analyse d'une vingtaine d'études de référence depuis 1949. Dans son travail, elle catégorise ces difficultés selon quatre types : difficultés visuelles, difficultés langagières, difficultés à raisonner et difficultés lors de la résolution de problèmes. Les études utilisées pour l'analyse montrent toutes que les enseignants du primaire ne sont pas suffisamment formés pour bien comprendre et enseigner cette discipline que ce soit en termes de connaissances scientifiques ou de connaissances didactiques. Le domaine de la géométrie semble en particulier celui dans lequel les enseignants ont le plus de mal à assurer un enseignement efficient d'autant qu'il est souvent considéré comme un domaine des mathématiques dont les connaissances sont déclaratives (qu'il suffit donc d'apprendre et de réciter). En conséquence, les élèves semblent construire des connaissances très contextuelles aux tâches scolaires et peu disponibles lors de la résolution de problèmes plus complexes in fine. Il faut également noter que la géométrie fait souvent l'objet d'un traitement mineur dans les programmations des enseignants en mathématiques, et que les tâches scolaires construisant des connaissances spatiales sont encore plus rares.

L'atelier proposé aux enseignants lors du colloque de la Copirelem que nous relatons ici, est construit sur des mises en situation de recherche qui mobilisent leurs connaissances géométriques. Il est conçu pour leur permettre de prendre conscience que l'enseignement de la géométrie ne se limite pas à l'apprentissage de connaissances déclaratives, qu'il nécessite des phases d'exploration avec un matériel spécifique, des problématisations sous forme de contraintes et qu'il permet d'exhiber les enjeux d'un

dispositif collaboratif s'appuyant sur des interactions langagières. Nous retrouvons ainsi les types de situations d'action, de formulation et de validation dans la lignée des travaux en didactique des mathématiques de la théorie de Brousseau (1999).

I - UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN GÉOMÉTRIE POUR LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE.

La conception pédagogique de l'atelier s'appuie sur des résultats obtenus lors d'une précédente expérience en formation continue relatée dans un article centré sur la construction de polyèdres géants (Dias & Serment, 2016). Pour l'heure, deux objectifs sont poursuivis avec cet atelier conduit à Lausanne et dédié aux formateurs d'enseignants. Le premier porte sur la notion de milieu (au sens de l'environnement didactique) et le suivant sur l'ingénierie de formation :

1. Explorer le potentiel d'un environnement matériel de géométrie spatiale pour créer des situations d'enseignement/apprentissage de géométrie plane.

2. Elaborer des dispositifs de formation continue pour aider des enseignants en difficulté avec la géométrie.

Nous relatons ci-dessous le déroulement en quatre étapes amenant progressivement ses participants à explorer des activités de découverte dans un milieu matériel spécifique, jusqu'à la création et l'élaboration d'un dispositif de formation.

1 Etape 1 : Exploration guidée du milieu matériel

Les participants sont d'abord séparés en deux groupes. Chaque groupe a plusieurs tâches à réaliser mais les deux équipes ont des tâches avec des objectifs différents (Annexe 1).

Le premier groupe doit construire un dodécaèdre géant à l'aide de baguettes en bois (de 1 m) et de connecteurs rigides. In fine, le solide fera plus de 2 mètres de hauteur ce qui permettra aux participants de changer leur point de vue sur un tel polyèdre en pouvant par exemple y pénétrer complètement. Il s'agit de faire vivre des expérimentations dans des tailles d'espaces plus importantes, dans le méso-espace ou le macro-espace (Berthelot & Salin, 1992). En immersion à l'intérieur des solides, les repères habituels sont modifiés et c'est l'appel aux connaissances mathématiques qui est nécessaire pour retrouver les propriétés des objets (isométrie des côtés, parallélisme, perpendicularité notamment). La reconnaissance des polygones même les plus élémentaires (carré, rectangle, triangles), devient complexe dans le méso-espace qui n'offre pas une vision panoramique , complète et directe des objets. Ce sont tous les repères construits lors des tâches papier/crayon qui sont également absentes. Pour reconnaître ces figures, ce sont alors des connaissances théoriques sur ces objets (et plus particulièrement leurs propriétés) qui sont nécessaires : on peut parler d'un passage du signifiant au signifié, de la représentation iconique à une mobilisation des propriétés de l'objet. Avec ce type de tâche, nous voulons confronter les participants à la notion de difficultés visuelles (Boublil-Ekimova, 2010). Les difficultés visuelles se manifestent par des erreurs dans la reconnaissance de figures géométriques qui ne sont pas liées à la connaissance des propriétés de ces figures mais à des images mentales stéréotypées. Reconnaître des figures non-prototypées demande par exemple une capacité de rotation mentale (Duval, 1995). Les élèves, mais aussi les enseignants, sont souvent en difficulté lorsqu'il s'agit de reconnaître une figure disposée inhabituellement (par exemple ayant une orientation non prototypique). Or, on sait que les différentes visualisations des figures sont nécessaires à la compréhension des propriétés de tels objets géométriques (Yakimanskaya, 1971). Enfin, et sans recherche d'exhaustivité à ce sujet, nous pouvons également citer les travaux de Laborde (1988) qui portent eux-aussi sur l'importance de la perception des figures dans la construction des savoirs théoriques. Ces travaux insistent notamment sur la complexité qui existe entre perception des objets du monde réel, représentation graphique de ces mêmes objets et références théoriques à leur propos.

Pour pallier cette difficulté d'ordre visuelle, nous avons fait le choix de contraindre les participants de notre atelier à une observation différente des figures planes notamment du fait de leur immersion possible à l'intérieur des polyèdres construits. Cette rencontre avec cette représentation des figures permet une visualisation radicalement différente : notion de face moins prédominante, importance de la notion de plan (non inscrit dans une feuille de papier et donc à reconstruire car non donné), changement de point de vue sur les angles par exemples.

La deuxième tâche confiée à ce premier groupe consiste ensuite à inscrire des polygones (puis des polyèdres) dans le dodécaèdre en utilisant de la laine (qui remplace ici le tracé avec un crayon) tout en répondant à quelques questions guides (chercher un triangle isocèle, un rectangle, un carré par exemples). L'objectif de cet atelier de découverte n'est donc pas la construction du solide de base (il est érigé rapidement du fait de l'environnement matériel fourni) mais plutôt d'explorer des questionnements relatifs aux propriétés de ce solide. Nous souhaitons montrer ainsi la potentialité d'un objet en trois dimensions comme repère pour effectuer des tâches relatives à la dimension deux. L'enseignement de la géométrie est souvent liée à la production d'exercices sur feuilles, cela implique des tâches dans une géométrie en 2D et donc déjà une abstraction par rapport à une géométrie plus intuitive en 3D. Dans ce cas, les liens entre géométrie spatiale et géométrie plane ne sont pas évidents à faire et les connaissances spatiales sont donc souvent séparées des connaissances géométriques (Berthelot & Salin, 1993). Il est essentiel que les apprenants fassent des aller-retours entre ces deux types de connaissances, qu'ils créent des liens entre la perception réelle et les objets théoriques géométriques. Il nous semble fondamental de montrer aux enseignants qu'il est plus important d'avoir « un système cohérent de connaissances » plutôt qu'une somme de savoirs tous déconnectés les uns des autres (Boublil-Ekimova, 2010).

Au contraire du groupe 1, les tâches du deuxième groupe sont dédiées à la rencontre des contraintes qui permettent ou non la construction de solides. Le questionnement n'est donc pas guidé par un ou plusieurs énoncés mais c'est la rencontre des faits et des phénomènes qui problématise la situation de formation. Les constructions sont aussi grandes en taille (avec des baguettes de 1m. ou de 50 cm.), mais les connecteurs (sommets) à disposition sont plus complexes. Certains sont souples et ne donnent pas d'indication sur l'angle de référence, d'autres sont rigides mais proposent plusieurs angles (au sein d'un même connecteur).

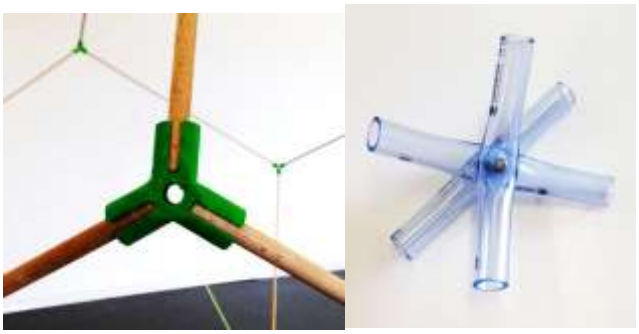


Fig. 1 : Connecteur rigide (dodécaèdre) à gauche et souple à droite

La particularité de l'environnement matériel est qu'il contraint les participants à collaborer, et donc à communiquer, pour réussir les tâches. En obligeant les participants à interagir sur le plan langagier, nous souhaitons leur faire prendre conscience de l'une des quatre difficultés (Boublil-Ekimova, 2010) en géométrie que rencontrent les apprenants. Le langage est en effet un élément clé dans l'acquisition des concepts en mathématiques (e.g. Vergnaud, 1991). De nombreuses difficultés dans l'apprentissage en mathématiques peuvent s'expliquer par une mauvaise maîtrise du lexique et/ou de la sémantique géométrique en impliquant par exemples une lecture de consignes incorrecte, une compréhension erronée de l'énoncé, mais également relever d'une difficulté à interagir oralement. Selon Yakimanska (1971), il est de la responsabilité de l'enseignant de créer des situations de communication où les élèves doivent échanger entre eux afin d'utiliser un langage géométrique en situation d'interaction. De plus, et

toujours selon Yakimanska, cela est également nécessaire pour dépasser les conséquences d'un enseignement parfois trop formaliste de la géométrie. En développant à la fois une écoute bienveillante et une attention **rigoureuse** l'enseignant sera en mesure de mieux repérer les difficultés de ses élèves.

Lors de cette phase de l'atelier, certains participants se sont isolés pour travailler individuellement, mais ils se sont confrontés rapidement à des difficultés de construction ou de résolution de problèmes dans les tâches à effectuer. Il est en effet périlleux de construire un de ces solides sans partager son travail avec les autres membres du groupe (la mise en commun peut révéler quelques surprises). Un des groupes a essayé mais a constaté au moment de la mise en commun des productions des doublons d'arêtes et de connecteurs lors de l'assemblage collectif du solide. Au final, ces participants ont choisi de construire les solides en commun en reprenant la tâche depuis le début.

Le deuxième groupe a construit collectivement le solide demandé, puis les participants ont répondu au questionnement en gardant un dispositif collectif en multipliant les interactions (vérifications) avec le milieu matériel. « Les échanges, les interactions verbales ont lieu en situation d'expérimentation. » (Bronckart, 1997).

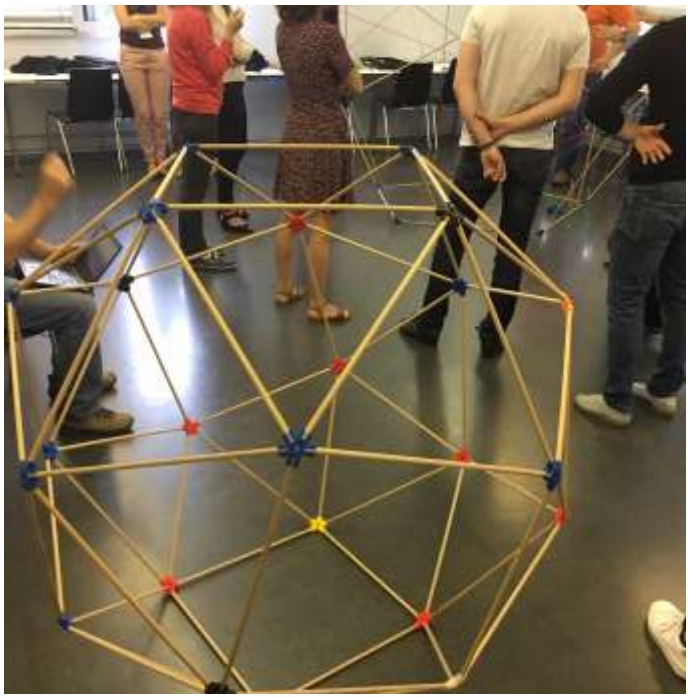


Fig. 2 : Solides des ateliers découvertes

Sur le cube adouci du premier plan, on remarque les différents angles (60° et 90°) que le connecteur rigide propose. Pour réussir à fermer ce solide semi-régulier, il faut que les participants observent l'agencement des polygones réguliers sur chaque sommet et reproduisent systématiquement cet arrangement, ce qui est assez complexe et demande une importante collaboration. Au second plan, on peut observer le travail collaboratif, tous les participants sont autour du même objet et discutent ensemble.

2 Etape 2 : Mise en commun des ateliers découvertes

Le but de cette étape est l'échange entre participants sur leurs activités respectives, un partage qui permet une réflexion sur les potentialités du matériel et la prise de conscience des liens qu'il y a entre les objets de la géométrie plane et ceux de la géométrie spatiale. Dans l'atelier découverte 1, le rapport entre ces géométries est guidé par les questions suite à la construction. Dans le cas de l'atelier découverte 2, ce

rapport se joue surtout dans la communication entre les participants, à propos de l'agencement de faces, des angles, des distances et du vocabulaire spécifique de géométrie plane.

La riche discussion a permis à tous les participants d'explorer le potentiel du matériel utilisé notamment pour :

1. analyser les processus de construction,
2. formuler des questions de géométrie plane en utilisant un référentiel en trois dimensions (en immersion dans un solide : sections),
3. choisir un type de connecteur adapté à la tâche demandée,
4. mettre en liens les connaissances spatiales et géométriques.

3 Etape 3 : Elaborer un dispositif de formation continue

Une fois la mise en commun effectuée, les groupes se sont reformés comme lors de l'étape 1. L'objectif étant désormais d'élaborer, de créer un dispositif de formation continue pour des enseignants du primaire en utilisant le matériel baguettes et connecteurs de l'étape 1.

Pour faciliter l'étape suivante devant permettre la présentation des travaux, un fichier pour l'élaboration d'un diaporama (Annexe 2) a été proposé afin de structurer l'élaboration du dispositif de formation. Cinq diapositives constituaient ce fichier guide :

1. Le titre (finalité)
2. Le cycle des enseignants formés et les objectifs de formation (cibler le public de la formation continue).
3. Les modalités de formation (programmation, dispositifs, etc.).
4. La liste des tâches et de(s) objectif(s) poursuivi(s).
5. Une liste des ressources complémentaires éventuellement nécessaires.

Les deux groupes ont élaboré une présentation en fonction des cinq diapositives proposées. Les annexes 3 et 4 présentent les travaux des participants ainsi que leurs diaporamas.

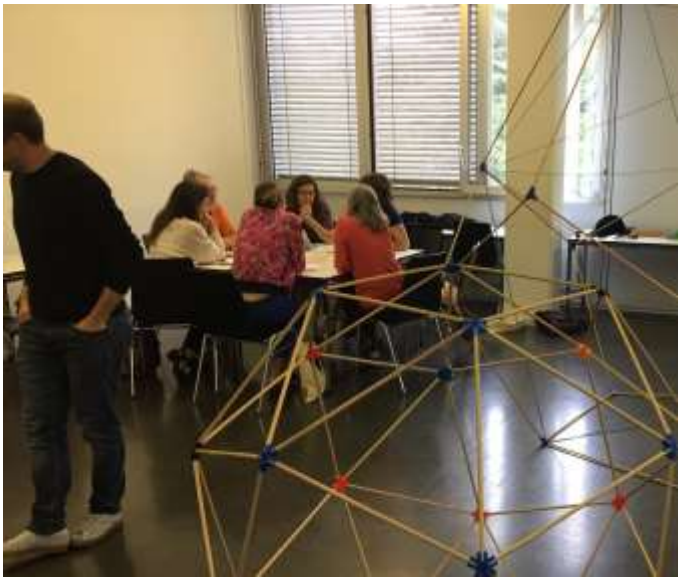


Fig. 3 : Travail d'un groupe sur l'élaboration du dispositif de formation continue

4 Etape 4 : Présentation des dispositifs

Une plateforme de stockage en ligne nous a permis de mettre à disposition de tous les participants les PowerPoint, les références théoriques, les fichiers pour imprimer les connecteurs, le fichier des tâches, les photos.

4.1 Groupe de travail 1 (Annexe 3)

Ce groupe juge l'activité suffisamment pertinente et porteuse pour la mettre en place pour tous les futurs enseignants. Bien que la grande taille des polyèdres construits soit relevée comme pertinente, les membres du groupe sont critiques sur les valeurs de ces grandeurs. Le temps nécessaire à la construction des solides est assez important et ils prennent in fine également beaucoup de place. Pour éviter de perdre du temps à construire un même objet plusieurs fois, ou par manque de place pour entreposer les solides, ce groupe propose de faire l'expérimentation sur une journée entière de formation dédiée à cette thématique géométrique.

Les participants du groupe mettent en avant deux objectifs, le premier étant similaire à celui de l'atelier, à savoir les liens entre l'espace et le plan, mais ils privilégient l'observation des différences plutôt que des analogies, ce qui était sous-jacent dans notre atelier. L'autre objectif concerne les variables didactiques en jeu dans la construction des solides. Le fait de proposer les deux types de connecteurs, rigides et souple, a permis aux participants de remarquer que les stratégies (et les contraintes) de constructions sont différentes en fonctions des connecteurs choisis. Les connecteurs souples n'offrent aucun indice quant aux angles des faces, ni quant au nombre d'arête par sommet (alors que les connecteurs rigides fournissent ces indices). De plus, les connecteurs souples ne permettent que la formation de solides avec un grand nombre de triangles équilatéraux, sinon les solides ne sont pas stables (ils s'écroulent), alors que les connecteurs rigides permettent la construction de tous les solides. Les stratégies pour construire un même solide changent donc en fonction de la variable *type de connecteur* choisie.

La première tâche proposée par les participants est la construction de deux dodécaèdres avec des contraintes différentes qui sera conclue par une discussion sur les variables didactiques inhérentes à chaque construction. La deuxième tâche consiste à utiliser le même milieu matériel pour la construction de segments et de triangles équilatéraux dans le but d'étudier les isométries de segments dans l'espace et de faire ensuite des liens avec le plan. L'objectif énoncé de cette tâche est de faire *raisonner* les élèves. Il nous semble intéressant de constater à cette occasion que le raisonnement en géométrie est une des quatre difficultés pointées par Boublil-Ekimova (2010). L'analyse du raisonnement de l'élève permet de le situer dans la progression de l'acquisition des concepts. Pour la géométrie, nous pouvons faire référence aux niveaux de Van Hiele (1959). La géométrie est un lieu riche pour entraîner les élèves au raisonnement, elle permet de faire des « vraies » mathématiques, par l'utilisation de plusieurs types de raisonnement : déductif, inductif et heuristique. Ces raisonnements décrits notamment par Dias (2011, 2017) s'inscrivent dans la dimension expérimentale des mathématiques et sont possibles grâce aux allers et retours entre objets sensibles et théoriques, par la manipulation, et par le recours à différents types de registres de représentations des objets mathématiques. Pour initier des pratiques d'enseignement permettant de construire des raisonnements en géométrie, on peut par exemple faire observer et analyser des figures géométriques porteuses de propriétés, puis dans un second temps offrir des activités permettant de mettre en relation les propriétés elles-mêmes et entre différentes figures (Wirszup, 1976).

> *En ce qui concerne le raisonnement visé par l'enseignement primaire, on peut décrire son emploi en référant aux processus mentaux qui favorisent la formation des idées et des jugements destinés à construire la connaissance, à mettre de l'ordre dans la connaissance, à choisir et appliquer les concepts et les processus appropriés à la tâche, à justifier, à convaincre, à prouver ou à réfuter et à développer des relations de dépendance entre des propositions pour aboutir à une conclusion.* (Boublil-Ekimova, 2010, p.104)

La dernière tâche proposée par ce groupe de participants a pour objet l'étude du parallélisme et des quadrilatères inscrits dans le dodécaèdre. L'objectif étant de faire remarquer que quatre points ne sont pas forcément coplanaires et de saisir ainsi l'intérêt de travailler avec un matériel de grande taille.

4.2 Groupe de travail 2 (Annexe 4)

Ce groupe propose des activités de géométrie dans le méso-espace afin de montrer notamment aux enseignants l'importance de proposer différentes représentations d'un même objet mathématique. La formation peut être offerte en formation initiale ou en formation continue dans un dispositif de trois heures.

L'objectif des trois tâches proposées est basé sur les variables didactiques et leur influence sur les stratégies. Le groupe propose des constructions en parallèle d'un même solide avec du matériel différent, soit les Polydrons, soit les connecteurs/baguettes. Une mise en commun est ensuite effectuée dont la finalité est d'étudier les articulations entre variables didactiques et stratégies. Pour clore ce moment de formation, on propose in fine de travailler sur les patrons des solides, soit avec les Polydrons, soit avec les baguettes et connecteurs. Cette proposition de formation s'appuie sur la différence entre la construction de solides avec des connecteurs et baguettes et la construction avec des plaques en plastique de type polydrons. La construction avec des objets 0D (connecteurs) et 1D (baguettes) est capitale (Serment, 2019). La déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) des objets géométriques ne peut pas se faire en assemblant du matériel en deux dimensions, pour arriver à saisir les propriétés des figures en jeu, il faut que l'élève puisse « déconstruire mentalement » les objets, qu'il puisse voir les relations de parrallélisme ou d'isométrie des côtés par exemple. Avec le matériel connecteurs et baguettes, les constructions vont amener les élèves plus facilement vers les propriétés des objets étudiés.

Il est à noter que ce groupe propose des ressources numériques complémentaires afin de passer au registre numérique à la suite des tâches prévues. Un tel changement de registre (Duval, 1995) nous semble tout à fait pertinent tel que nous l'avons présenté dans une étude plus complète (Serment & Dias, 2017).

II - CONCLUSION

Nous concluons cet article afin de ne pas laisser le lecteur avec des interrogations quant à la quatrième difficulté cernée par Boublil-Ekimova (2010). La résolution de problèmes demande une activité cognitive complexe et exigeante ainsi que la mobilisation de connaissances en situation (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006). Face à une situation de résolution de problème, l'apprenant (qu'il soit apprenti enseignant ou élève) doit faire preuve d'autonomie et d'initiative, ce qui peut poser des difficultés à tous ceux qui ne l'ont pas suffisamment entraîné au cours de leur formation ou de leur scolarité. Progresser dans la compréhension des concepts passe par un entraînement à chercher, à prendre des initiatives (même lorsqu'elles s'appuient sur des démarches provisoirement erronées) à exercer les activités plus complexes, bref à faire des « vraies » mathématiques comme le propose Lockhart (2017). Cette posture d'enseignement est néanmoins spécifiquement complexe (notamment dans le domaine de la géométrie), car elle fait le pari d'une autonomie des élèves qu'il faudra néanmoins accompagner, rassurer et étayer au moment opportun. Le milieu matériel et humain que nous avons mis à l'étude dans le cadre de cet atelier de formation est une première esquisse de cette recherche entre un juste équilibre entre autonomie et étayage dans le cadre de la résolution de problème en géométrie.

III - BIBLIOGRAPHIE

Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse de Doctorat. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.

Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Grand N, 53, 39–56.

Boublil-Ekimova, H. (2010). Lacunes mathématiques des futurs maîtres du primaire. Annales de didactique et de sciences cognitives, volume 15, IREM de Strasbourg, France, 95-116.

Bronckart, J.-P. (1997). Action, discours et rationalisation ; l'hypothèse développementale de Vygotsky revisitée. Dans C. Moro, B. Schneuwly, & M. Brossard (dir.), *Outils et signes : Perspectives actuelles de la théorie de Vygotsky* (p. 199-221). Berne : Peter Lang.

Brousseau, G. (1999). Education et Didactique des mathématiques. In *Educacion y didactica de las matematicas*.

Dias, T. & Serment, J. (2016). Formation à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres. Actes du XXXXIII[E] colloque COPIRELEM, Le Puy en Velay.

Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris : Magnard.

Dias, T. (2011). À la recherche des polyèdres réguliers. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, *14*(1), 29-48.

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensée humaine : registre sémiotique et apprentissages intellectuels, Berne : Peter Lang.

Duval, R., & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, *76*, 7-27.

Lockhart, P. (2017). *La lamentation d'un mathématicien.* Boitsfort, Belgique : L'arbre de Diane.

Laborde, C. (1988). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 337–364.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2006). Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e. Fascicule 2.

Serment, J. (2019). Dispositif pour aborder la notion d'angle avec des élèves de 11-12 ans dans une classe d'enseignement spécialisé dans le canton de Vaud (Suisse). Actes du colloque EMF 2018.

Serment, J. & Dias, T. (2017). Représenter un polyèdre : d'un registre à un autre en géométrie dans l'espace. Dans E. Petitfour (Ed.), *Actes du XXXXIV COLLOQUE COPIRELEM*. http://hdl.handle.net/20.500.12162/2891

Van Hiele, P.M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie, *Bulletin de l'APMEP*, no 198, p. 199-205.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2-3), 133–170.

Wirszup, I. (1976). Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry, In J. L. Martin & D. A. Bradbard. (Eds.), *Space and geometry, Papers from a research workshop*, Athens, GA: University of Georgia, Georgia Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics, 75–97

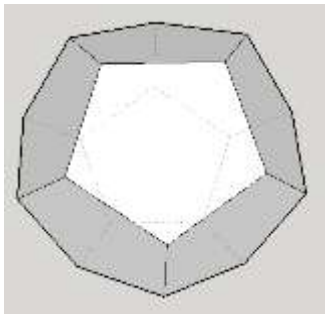
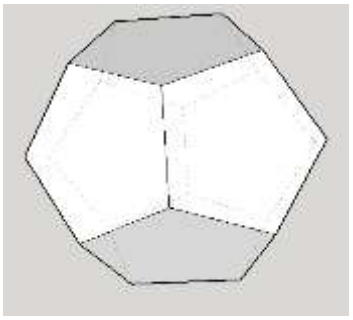
Yakimanskaya, I.S. (1971). The development of spatial concepts and their role in the mastery of elementary geometric knowledge, In J. Kilpatrick & I. Wirszup (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*, *5*, 145–168, Chicago: University of Chicago.

IV - ANNEXE 1 : 2 ATELIERS DE DÉCOUVERTE

Atelier découverte 1 : Faire de la géométrie plane en utilisant un milieu matériel spatial.

Dodécaèdre :

1. Construire un dodécaèdre avec des baguettes de 1m. et des connecteurs rigides.
2. Tracer avec de la laine des polygones à l'intérieur des solides.
3. Tracer avec de la laine un cube, un tétraèdre régulier et un octaèdre régulier à l'intérieur du dodécaèdre.
4. Calculer la longueur de l'arrête du cube, du tétraèdre et de l'octaèdre.
5. Reproduire les polygones et polyèdres des point 2. et 3. dans les squelettes du dodécaèdre.

Atelier découverte 2 : Problème de construction dans l'espace.

Construire :

1. Un icosaèdre avec des baguettes de 1m. et des connecteurs souples.
2. Un octaèdre tronqué avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
3. Un snubcube avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
4. Un cuboctaèdre avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
5. Un rhombicuboctaèdre avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.

V - ANNEXE 2 : DIAPORAMA MODÈLE

Titre

Niveau de formation des enseignants (cycle 1, 2 ou 3)

- Objectifs de formation des enseignants

Modalités de formation

Soit:

- formation continue nx3h
- formation continue longue durée (Lesson Studies)
- Formation en lien avec le référent (mesure Torossian)
- ...

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques…

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique
- Matériel
- Impression 3D
- ...

VI - ANNEXE 3 : DIAPORAMA RETOUR GROUPE DE TRAVAIL 1

Niveau de formation des enseignants (cycle 1, 2 ou 3)

- Objectifs de formation des enseignants
  - Partie disciplinaire (les maths pour l'adulte):
    - Lien entre l'espace et le plan : remarquer qu'il y a des propriétés qui sont vraies dans le plan et qui ne sont plus vraies dans l'espace.
  - Transposition
    - Construction de solides : quelles variables didactiques associées à la construction d'un solide par les élèves?
    - Quels objectifs ?

Modalités de formation

Formation initiale de professeurs des écoles
Une journée complète pour garder les solides construits.

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques…

- Faire construire 3 dodécaèdres avec différentes contraintes
  - photo + trop de matériel /
  - matériel nécessaire et suffisant / description
  - trop de matériel / le solide en bois miniature)
- Débat sur les variables didactiques associées à la construction de solide

Liste des tâches:

1- triangle

- Construire des segments dans le solide, qui ont comme extrémités des sommets du solide et qui ne soient pas des arêtes. 1- De trois longueurs différentes et de trois couleurs différentes (le premier peut proposer un segment, le deuxième en propose un autre et on ordonne etc..)
- Construire des triangles équilatéraux

OBJECTIF : passer de l'espace au plan, raisonner dans différents plan pour démontrer qu'on a la même longueur.

Liste des tâches:

2- coplanarité de 4 points

- Chercher des segments parallèles à ceux déjà construits
- Construire un carré
- En partant de deux segments de même longueurs non coplanaires, montrer que les arguments pour démontrer qu'on a un rectangle « tombent »

OBJECTIF :

- saisir que 4 points ne sont pas forcément coplanaires et que 3 points le sont…
- Percevoir l'intérêt de travailler avec du matériel grandeurs nature, de « rentrer dedans », de les modalités possibles de ce type de séance, les contraintes matérielles etc…

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique
- Matériel
- Impression 3D
- ...

VII - ANNEXE 4 : DIAPORAMA RETOUR GROUPE DE TRAVAIL 2

Vivre l'espace

Niveau de formation des enseignants (cycle 3)

- Objectifs de formation des enseignants : travail sur différentes représentations de solides et propositions d'activités dans leurs classe

Modalités de formation

Soit :

- formation initiale
- Formation continue 3h
- ...

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques…
Objectif : refléchir à l'influence des variables didactiques en fonction du matériel (1/2D ou uniquement 2D)
Modalité : 5 groupes (un ou deux solides de Platon sera à travailler par groupe)
Matériel : exactement ce qu'il faut en connecteurs/tiges, puis polydron

En groupe :
- 1/ Construction de solides avec tiges et connecteurs (Platon)
- 1bis/ Construction avec matériel type Polydron,

En collectif :
- 2/ Retour sur vocabulaire et nombre faces/arêtes/sommets, nom du polyèdre

En groupe :
- 3/ Faire un patron d'un des solides avec polydrons
- 3bis/ Tracer au sol à la craie un patron du même solide

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique : geogebra 3D, paint 3D
- Matériel : voir diapo avant
- Impression 3D : ?
- Ressources théoriques :
  - Déconstruction dimensionnelle de Duval (anales de siences cognitives)
  - Revue Grand N

DES ATELIERS DE GRANDEURS EN FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS : POUR QUELS APPRENTISSAGES ?

Céline MOUSSET
Maitre-assistante en mathématiques et didactique, HELHa
GEM - CRIPEDIS
mussetc@helha.be

Résumé
Dans le cadre de la formation initiale d'instituteurs primaires en Belgique, je propose depuis plusieurs années un dispositif dense autour des grandeurs et du mesurage. Désireuse de continuer à le faire évoluer, je souhaitais le soumettre au regard averti de collègues de la COPIRELEM. Lors de l'atelier à Lausanne, après une brève mise en contexte, les participants ont eu l'occasion de vivre en sous-groupes quatre des activités sur lesquelles il se base. Ils les ont ensuite analysées selon différents axes que je leur ai proposés et ont compilé leurs observations en temps réel sur un outil collaboratif en ligne, un padlet. Enfin, un temps de partage et de prise de recul par axe a permis d'identifier, dans divers domaines, des apprentissages que les étudiants pouvaient retirer du dispositif et de dégager des pistes d'amélioration pour l'avenir.

I - PRÉSENTATION DU DISPOSITIF DE FORMATION INITIALE ET DE SES BÉNÉFICES DE BASE ATTENDUS

Dès leur première année d'étude, les étudiants en formation initiale d'instituteur primaire en Belgique suivent une unité d'enseignement (UE) assez conséquente (8 crédits), appelée « Ateliers de Formation Professionnelle » (AFP). Dans mon établissement, l'équipe a choisi de l'organiser en dix journées à thème, cogérées par un instituteur (Professeur des Écoles en France), un didacticien et un psychopédagogue qui offrent un triple regard sur la thématique du jour et la déclinent selon leur spécificité propre. L'objectif général de cette UE est de permettre aux étudiants d'avoir un premier aperçu des différents champs de didactique disciplinaire développés à l'école primaire, de leur faire initier une « boite à outils pour enseigner » et de les accompagner dans la rédaction d'une préparation de leçon. Le tout doit faire l'objet de plusieurs transferts lors des premiers sujets enseignés en stage.

Pour ma part, j'interviens dans deux journées : l'une concerne la construction du système de numération, l'autre traite des grandeurs et mesures. Cette dernière a pour ambition supplémentaire de faire évoluer la relation, souvent abimée, qu'entretiennent les étudiants avec les mathématiques et de bousculer leurs représentations de ce qu'est faire des mathématiques à l'école primaire. Un sondage mené en 2018 auprès de l'ensemble des étudiants en formation à cette époque semble confirmer ces bénéfices secondaires (voir Mousset, 2019a).

Au niveau des connaissances disciplinaires et didactiques, les neuf activités proposées autour des grandeurs correspondent à différents temps d'apprentissage des enfants, offrant ainsi un aperçu global du chemin à parcourir et quelques situations d'expérimentation qui devraient aider à construire ces apprentissages avec sens. Elles sont organisées en ateliers tournants. Les étudiants les vivent en partie comme ils pourront les faire vivre dans les classes, dans une idée d'isomorphisme (Meirieu, 2015), d'homologie (Houdement et Kuzniak, 1996). De plus, certaines consignes du carnet de bord qui les accompagne les concernent exclusivement, les invitant à une prise de recul, un approfondissement, un transfert, amorçant ainsi les prémices de la construction de leur posture professionnelle de praticien réflexif (Paquay, 1994).

Dans les quinze jours qui suivent cet AFP « Grandeurs », quatre heures de cours sont consacrées à la reprise des tâches, de leur contenu, de certains prolongements et des aspects didactiques qui sous-tendent le tout. Les étudiants reçoivent un document dont le contenu dépasse les informations traitées

oralement, en soutien à leurs réflexions futures et à leurs préparations de leçons. L'appropriation de ce document, sa compréhension en profondeur et la capacité des étudiants à s'appuyer dessus pour concevoir leurs situations de classe constituaient jusqu'ici l'objectif d'apprentissage ultime de l'AFP au niveau mathématique et didactique. Comme nous allons le voir dans la suite de ce texte, le travail d'analyse réalisé autour de l'atelier de la COPIRELEM risque de faire bouger les lignes à ce niveau.

II - CONFRONTATION AVEC LE MODÈLE DE LA DÉMARCHE EXPÉRIMENTALE

Lorsque l'on interroge les étudiants sur leurs souvenirs de ce dispositif, ils utilisent immanquablement le mot « manipulation ». Or, au-delà de la manipulation, il s'avère que la collection d'activités proposée en AFP répond aux caractéristiques de la démarche expérimentale telle que présentée dans Dias (2017). Reprenons-en les grandes lignes et confrontons-les au dispositif qui nous préoccupe.

1. « C'est l'enseignant qui choisit la situation d'apprentissage. » De fait, les activités sont imposées aux étudiants. Le matériel est en outre disposé au préalable sur neuf tables.
2. « Ce sont les élèves qui conduisent la résolution du problème. » Ils le font de façon autonome, répartis en groupes et guidés par les consignes de leur carnet de bord. Chacun est responsable de sa prise de notes personnelle.
3. « L'organisation du travail permet les échanges argumentés. » Le travail en groupe génère ces échanges.
4. « Un étayage constant et raisonné est assuré par l'enseignant. » Ce point est clairement défaillant dans le dispositif. Les contraintes organisationnelles m'obligent à travailler seule avec environ soixante étudiants répartis en neuf groupes, ce qui ne me permet pas d'être systématiquement au bon endroit, au bon moment pour assurer un étayage optimal. L'expérience m'a permis de pallier un peu ce problème majeur en affinant le carnet de bord et en choisissant les ateliers dans lesquels je passe à des moments que je sais délicats. Lors du débriefing également, une attention toute particulière est portée aux tâches habituellement plus problématiques. Cette année enfin, j'aurai la chance d'être assistée par deux collègues, ce qui devrait améliorer grandement la qualité de l'étayage.
5. « Un temps est dédié à la structuration des connaissances. » Ce temps, bien que nettement insuffisant (deux fois deux heures jusqu'ici), est pris sur les heures de cours de mathématiques dans les jours qui suivent les ateliers. Cette année, ce sont trois fois deux heures qui y seront consacrées.
6. « Un cahier d'expérience rend compte de tout le processus. » Ce fait a déjà été évoqué. Les étudiants reçoivent en outre un solide dossier méthodologique et didactique qui développe le tout.

Au-delà des manipulations d'objets au sens premier du terme, les étudiants sont invités à essayer, tester, vérifier, éprouver, autant de tâches propres à l'expérimentation.

Dans le temps de structuration postérieur à la journée d'ateliers, il serait riche et peu coûteux de rendre explicite cette concordance du dispositif avec la démarche expérimentale. Le cadre théorique de Dias (2017) constituerait un apprentissage supplémentaire à portée de main, d'autant plus parlant pour les étudiants qui l'auraient eux-mêmes vécu et donc en auraient une illustration directe.

III - CADRE DU TRAVAIL D'ANALYSE RÉALISÉ À LAUSANNE

Revenons à l'atelier qui s'est déroulé à Lausanne. Répartis aléatoirement en quatre sous-groupes, les participants ont été invités à vivre véritablement l'une des neuf activités du dispositif qui nous occupe. Le lecteur intéressé trouvera les quatre ateliers sélectionnés pour l'occasion en Annexe 1. Ils sont numérotés de 3 à 6, comme dans le dispositif plus large d'où ils sont issus.

Après la phase d'expérimentation, les participants ont pris du recul sur ce qu'ils venaient de vivre en répondant aux six questions que voici.

a) Quels sont les contenus de type « savoirs », les concepts du champ des grandeurs travaillés dans l'activité ?
b) Quels contenus de type « savoir-faire », gestes de mesurage peuvent être identifiés ?
c) Parmi les principes méthodologiques suivants, proposés dans Lucas et al. (2018), lesquels sont d'application ?
    1. Découvrir les grandeurs par le corps (au sens de vivre une expérience physique)
    2. Recourir à beaucoup de matériel de cycle en cycle
    3. S'attarder sur l'approche qualitative des grandeurs
    4. Explorer le mesurage dans toute sa complexité
        - « Il est utile de travailler, d'abord, avec des étalons et des unités de mesure de grandeurs naturels. (…)
        - Il est essentiel de laisser découvrir et admettre que le mesurage ne tombe pas juste. (…)
        - C'est important de travailler, aussi, le choix de l'étalon pertinent. (…)
        - Enfin, avec les étalons naturels, il est possible de construire la notion de systèmes d'unités de mesure. (…) »
    5. Se construire des repères dans les systèmes conventionnels
    6. Ancrer les formules dans des expériences manipulatoires
    7. Tester la pertinence des démarches pour les mobiliser à bon escient
        - « Il faut éviter de limiter les enfants à une seule procédure. (…) Il est important de solliciter plusieurs façons de faire (…)
        - On travaille ainsi les démarches en termes de savoir conditionnel : à quelles conditions, quand vaut-il mieux procéder comme ceci ? (…) »
    8. Découvrir, développer un vocabulaire particulièrement riche, précis, rigoureux
    9. Découvrir, par les grandeurs, l'ici et l'ailleurs, l'aujourd'hui et l'hier
    10. Pratiquer l'interdisciplinarité en lien avec les grandeurs

d) Parmi les « stratégies pour apprendre » listées ci-dessous (proposées par Fiorella et Mayer, 2015 et reprises dans Tricot, 2017), lesquelles sont activées ?
    1. Résumer : sélectionner les informations lues, les organiser, les intégrer, utiliser ses propres mots
    2. Cartographier : construire un réseau conceptuel, mettre en relation des concepts, créer des structures graphiques (ex. carte conceptuelle, graphique…)
    3. Dessiner
    4. Imaginer : créer mentalement des images
    5. S'auto-évaluer : se tester de manière répétée, se poser des questions sur un contenu déjà appris
    6. S'auto-expliquer : s'expliquer le contenu à soi-même
    7. Expliquer à autrui : ce n'est pas simplement redire, c'est élaborer sa réponse et pouvoir aussi répondre aux questions des autres
    8. Agir physiquement : manipuler des objets, mettre en action, faire des mouvements

e) Quelles sont les spécificités pour l'adulte en formation ?
f) Identifiez des pistes d'amélioration, des variantes.

Afin de consigner les réponses à ces questions en temps réel et en un seul lieu, les participants ont été invités à utiliser un padlet, outil collaboratif en ligne, que j'avais préorganisé en tableau à double entrée. La production collective, trace des contributions écrites à l'atelier, se trouve en Annexe 2.

Ensuite, dans chaque groupe, les participants se sont attribués un ou deux axes d'analyse, une ou deux questions ; de nouveaux groupes ont été constitués par axe afin de tenter de dégager des éléments transversaux aux quatre activités testées. Enfin, un temps de synthèse collectif a permis un partage final.

IV - APPRENTISSAGES IDENTIFIÉS PAR LES PARTICIPANTS

Voici les productions des participants en réponse au questionnement suscité, complétées d'éléments apparus lors des échanges oraux.

1 Apprentissages au niveau des contenus (savoirs et savoir-faire)

Les quatre activités (qui, pour rappel, sont numérotées de 3 à 6) sont des tâches de mesure avec des unités non conventionnelles. Trois grandeurs sont travaillées : la longueur (deux fois), la masse, la contenance/capacité. Dans la première activité (atelier n°3), la mesure est donnée et il faut trouver l'étalon. Dans la deuxième (atelier n°4), il s'agit de peser quelques objets plusieurs fois avec des étalons différents ; la notion d'intervalle, d'encadrement est présente. Dans la troisième (atelier n°5), la notion de système d'unités de mesure entre en jeu (en base trois dans l'activité). La quatrième (atelier n°6) met en avant les limites des unités non conventionnelles et amorce la découverte d'une unité conventionnelle de base, le mètre.

Le panel d'activités proposées induit la pratique de beaucoup de gestes de mesurage, tels que reporter un étalon, utiliser une balance à plateaux (interpréter ses mouvements, l'équilibrer), remplir des récipients à niveau, définir un encadrement par deux mesures et amène à pratiquer des conversions et à estimer. Les actions engagées requièrent de la précision et font appel au dénombrement et à l'utilisation d'un tableau à double entrée.

2 Apprentissages au niveau des principes méthodologiques de Lucas et al. (2018)

Le principe méthodologique retrouvé de manière unanime dans les ateliers est « Explorer le mesurage dans toute sa complexité ». Les principes 2, 3, 7 et 9 (voir plus haut dans ce texte, au §III, question c) sont cités deux fois chacun. Le 2 concerne la présence de beaucoup de matériel, ce qui semble justifié dans l'ensemble des ateliers. Le 3 par contre a fait l'objet d'un malentendu : en Belgique, par « approche qualitative », on entend « travail sur des grandeurs non mesurées », ce qui n'est pas le cas en France d'après les personnes présentes à l'atelier. Le principe 7 « Tester la pertinence des démarches pour les mobiliser à bon escient » fait référence aux essais, erreurs et ajustements que les participants eux-mêmes ont vécu lors de leurs expérimentations. Ils ont reconnu le 9 « Découvrir, par les grandeurs, l'ici et l'ailleurs, l'aujourd'hui et l'hier » dans le texte évoquant l'histoire du mètre, mais également dans l'utilisation d'une balance à plateau et d'étalons non conventionnels.

Seul le principe 6 n'est pas cité du tout, ce qui est normal puisqu'il concerne les formules d'aire et de volume, il est donc sans lien avec le sujet exploré. On est donc bien dans des situations qui sont en phase avec les principes méthodologiques de Lucas et al. (2018). La question de la pertinence de ces principes n'a pas été abordée.

3 Apprentissages au niveau des stratégies pour apprendre activées (Fiorella et Mayer, 2015)

Dans la plupart des tâches proposées, les participants relèvent qu'ils ont eu à imaginer, s'auto-évaluer, s'auto-expliquer, expliquer à autrui, agir physiquement. A deux reprises, ils ont dû dessiner. En revanche, les stratégies « résumer » et « cartographier » semblent sous-exploitées. Il serait intéressant de voir si des tâches associées à ces catégories pourraient être intégrées. Néanmoins, les deux stratégies absentes relèvent du travail de mise en lien et de structuration qui, dans tous les cas, doit impérativement être présent à la suite d'expérimentations. Dans le dispositif qui nous occupe, il a lieu dans le temps d'institutionnalisation postérieur aux ateliers. C'est l'occasion de rendre évidente, si besoin en était, l'importance de ce temps, mobilisant des stratégies cognitives non exploitées jusque-là.

Notons que toutes les stratégies pour apprendre ne sont pas à utiliser en même temps, leur choix pouvant dépendre de l'activité, du niveau de maitrise des apprenants, du contexte, …

4 Activités, apprentissages spécifiques à l'enseignant en formation

Danse et Faulx (2015) distinguent deux types de situation d'isomorphisme : réfléchi et réflexif. Dans un isomorphisme réfléchi, les situations sont adaptées au niveau du public, les futurs enseignants. Pourtant,

les participants à l'atelier de la COPIRELEM identifient comme spécifiques aux enseignants trois éléments qui concernent en réalité les enfants également :

- la prise de conscience que la mesure diffère en fonction du choix de l'étalon
- les unités non conventionnelles
- le fait d'être amené à organiser ses essais pour mesurer (compétence plus transversale).

Ce faisant, ils confirment, d'une certaine manière, la non-acquisition par une partie du public en formation initiale des apprentissages de base autour des grandeurs.

Dans un isomorphisme réflexif, un temps de prise de recul suit la tâche pour en dégager les ingrédients, en permettre une organisation structurée, une synthèse et amorcer la réflexion en vue d'un transfert. Le padlet collectif mentionne seulement le fait de se projeter dans une situation d'enseignement.

5 Identification de forces, faiblesses et pistes d'amélioration des quatre activités et du dispositif

Le tableau « padlet » et la discussion de synthèse ont amené une collection d'éléments que nous rassemblons ici. Ils permettront une évolution réelle des tâches proposées lors de la prochaine organisation de l'AFP « Grandeurs ». Évoquons tout d'abord les éléments spécifiques à chaque activité.

Dans l'atelier n°3 « Choisir l'étalon », les participants se sont trouvés en difficulté pour identifier la pile comme étalon qui avait été utilisé pour la mesure car ils ne prenaient pas en compte, dans leur report, le « petit bout » dépassant du pôle +. Ils ont souligné qu'on pourrait apporter des variations sur les objets étalons proposés (qui sont toutefois déjà en assez grand nombre), sur la longueur du personnage à mesurer. Ils ont aussi questionné la présence de ce personnage fictif qui pourrait peut-être se voir remplacé par un « vrai » objet, comme une table ; resterait de toute façon à justifier l'intérêt de la mesure de cette table avec des étalons non conventionnels, ce qui, en dehors de la mise au défi, est peu argumentable. Il a été suggéré d'avoir parmi les étalons à disposition un objet juste plus petit que la pile, d'avoir la possibilité de reporter l'étalon sur une feuille (création d'une règle graduée en piles) ou sur un bout de ficelle (longueur souple). Il a été fait mention de l'intérêt du travail avec des étalons « vrais » par rapport à une bandelette de référence qui, recoupée, est toujours une bandelette.

Les participants à l'atelier n°4 « Mesurer avec des étalons non conventionnels » ont débattu à plusieurs reprises de façon très pointue et ont par conséquent manqué de temps pour s'acquitter de l'entièreté de leur tâche « padlet ». Ils ont toutefois mentionné la nécessité de clarifier le terme « efficace » présent dans les consignes. Ils se sont demandé si le tableau, tel que proposé, n'induisait pas une façon de travailler et si celle-ci était la plus adéquate. Ils ont trouvé de l'intérêt à une stratégie expérimentée lors de leurs manipulations : utiliser un objet dont on a déterminé le poids dans un certain étalon comme « représentant » de cette collection d'étalons pour peser un autre objet (on part du premier objet et on complète ensuite en surcomptant).

Pour l'atelier n°5 « Système d'étalons », il serait intéressant de faire vérifier les conversions par la pratique, en transvasant, et de faire exprimer les équivalences aussi en termes du plus grand étalon pour exploiter les élastiques. On m'a demandé si le fait que les mesures « tombent juste » était une volonté de ma part ; en fait, c'est un hasard. Enfin, le texte de clarification sur le sens à donner à la mesure dans les 3 étalons gagnerait à être déplacé plus avant.

Les collègues ayant expérimenté l'atelier n°6 n'ont pas bien compris le terme « pas ». Mon expérience montre que c'est également le cas des étudiants en formation initiale. De où à où mesure-t-on un pas ? Le questionnement, le débat qui en émergent font partie de la richesse de la tâche. Le texte historique pourrait tout de même, selon les collègues, être abordé avec les enfants, peut-être dans un autre contexte. L'intérêt des dessins demandés pour représenter les unités non conventionnelles est remis en question.

Les participants ont proposé d'explorer ce qu'il y avait en amont du mesurage : comparer et ordonner des grandeurs. C'est effectivement l'objet des ateliers 1 et 2 non présentés à Lausanne.

Dans le temps d'analyse *a posteriori* des 9 ateliers, un travail intéressant à faire mener par les étudiants pourrait être l'identification des prérequis propres à chaque activité.

Enfin, un groupe s'est demandé si ce n'était pas un peu tôt, à 18 ans, pour un tel AFP : les étudiants ont-ils le recul nécessaire pour un dispositif d'une telle ampleur ?

V - APPORTS SUPPLÉMENTAIRES

Comme développé dans Mousset (2018), il est parfois utile de rappeler cette tautologie : l'apprentissage du mesurage ne peut se faire qu'en mesurant. En Belgique, tout le travail avec des étalons non conventionnels est souvent négligé, voire inexistant dans les classes de primaire. Les quatre ateliers présentés à Lausanne lui redonnent la part belle. C'est une occasion d'éclairer les étudiants sur son intérêt (voir à ce propos Mousset, 2019b) et de les outiller un peu pour qu'ils osent proposer des tâches de ce type aux enfants. Et comme défendu par Meirieu (2015), mon expérience m'a confirmé que « les enseignants ne font jamais avec leurs élèves ce qu'on leur a dit de faire, mais ce que l'on a fait avec eux ». Ce sont ces motivations qui m'ont amenée à concevoir ce dispositif de formation initiale qui fait la part belle aux propositions concrètes d'expérimentations pour la classe.

A Lausanne, les participants, professionnels de la formation de formateurs, se sont prêtés au jeu des tâches transférables aux enfants, des consignes spécifiques aux étudiants en formation et de l'analyse entre collègues des ESPE, IREM et autres. C'est sur un triple niveau qu'ils ont donc fonctionné.

Les tâches soumises aux étudiants ne sont transférables qu'en partie dans les classes car elles comportent des caractéristiques propres à un public d'adultes en formation. Outre les éléments relevés dans la partie IV.4, on peut encore souligner deux choses : d'une part, la présence de questions métacognitives sur les processus et les cheminements, qui relèvent d'un isomorphisme réflexif ; d'autre part, les caractéristiques du dispositif en lui-même, en isomorphisme réfléchi : une multitude de compétences travaillées en parallèle, des temps très courts, la densité de certains ateliers (comme par exemple le n°6) et le fait qu'il y ait peu de retours ultérieurs sur la validation des réponses à proprement parler, mais plutôt un travail d'institutionnalisation sur les tâches en elles-mêmes et leurs caractéristiques didactiques. Le fait que les collègues de la COPIRELEM n'aient pas fait mention de tout cela dans leur analyse attire mon attention sur la nécessité d'une clarification auprès des étudiants.

Des moments de travail avec les étudiants comme celui évoqué dans cet atelier sont des occasions rêvées pour un travail pluridisciplinaire, permettant l'intervention de plusieurs profils de formateurs. Les deux référentiels (méthodologique et cognitif) imposés pour l'analyse n'étaient là qu'à titre d'exemples. L'atelier de la COPIRELEM l'a illustré : en formation initiale, des tâches comme celles proposées ici autour des grandeurs peuvent être analysées par la suite sous des angles disciplinaires, didactiques, méthodologiques, pédagogiques, cognitifs, … Soumettre le vécu des étudiants à l'analyse à travers une collection de filtres choisis lui donne une autre dimension. Cela permet d'amorcer la prise de conscience que poser un choix d'activité n'a rien de gratuit, à aucun niveau. Cela constitue une occasion d'opérer des liens entre théorie et pratique, dans l'optique de cheminer vers davantage de transfert. Cela stimule également la créativité au niveau du type de tâches proposées (stratégies pour comprendre), ouvrant la porte à des variantes, des adaptations.

VI - LIMITES ET PERSPECTIVES

L'atelier proposé à Lausanne, tout comme le dispositif auquel il s'intéressait, était ambitieux.

Je voulais, en deux heures, faire vivre quatre activités habituellement proposées dans le cadre d'un dispositif plus large autour de l'apprentissage de la mesure et des grandeurs, les faire analyser selon différents axes, puis faire prendre du recul axe par axe afin d'identifier des composantes du dispositif et des pistes d'amélioration. C'était peut-être un peu trop compte tenu du temps imparti ; des problèmes techniques qui ont surgi en début de séance m'ont aussi mise à mal dans la gestion de mon timing. Les participants sont toutefois pleinement rentrés dans les tâches qui leur étaient demandées ; immédiatement, certains étaient dans le débat et la prise de recul. A contrario, le temps de globalisation

transversalement aux ateliers (analyse par axe) n'a pas permis, autant que je l'aurais souhaité, de prendre de la hauteur sur l'entièreté du processus. C'est dire si la tâche est dense et complexe, et nécessite un temps d'appropriation, de digestion. La question soulevée par un groupe de la pertinence du dispositif en début de formation initiale est justifiée ; personnellement, je me la pose chaque année. Il est évident qu'une partie de la richesse du dispositif de formation est perdue à cause de sa précocité. L'autre élément générant des pertes par rapport au potentiel de formation est le temps d'exploitation de cet AFP, qui gagnerait à être amplifié. Point n'est besoin de mentionner l'importance de l'institutionnalisation dans l'apprentissage… Des collègues psychopédagogues pourraient également s'emparer des neuf ateliers comme objet concret d'analyse, renforçant le propos et le positionnant dans la réalité complexe du métier d'instituteur.

Dans le cadre de la réforme de la formation initiale des enseignants qui se profile en Belgique, les équipes sont actuellement amenées à repenser leur programme de formation. Le travail mené avant, pendant et après la COPIRELEM de Lausanne m'a armée d'idées concrètes pour améliorer encore les tâches proposées dans le dispositif qui était au centre de l'analyse ici menée et pour argumenter en faveur de son intégration dans les nouvelles grilles, sous une forme plus riche, pluridisciplinaire, que l'on pourrait proposer en deuxième année de bachelier. Histoire à suivre, donc…

VII - RÉFÉRENCES

Danse, C., Faulx, D. (2015). *Comment favoriser l'apprentissage et la formation des adultes ?* Louvain-La-Neuve : De Boeck Supérieur.

Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques. Agir, réfléchir, faire des maths autrement.* Paris : Magnard.

Fiorella, L., Mayer, R. E. (2015). *Learning as a generative activity: Eight learning strategies that promote understanding*. Cambridge : MIT Press.

Guéritte-Hess, B., Causse-Mergui, I., Romier, M.-C. (2005) ; *Les maths à toutes les sauces. Pour aider les enfants à apprivoiser les systèmes numérique et métrique.* Paris : Le Pommier.

Houdement, C., Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématique*s, 16(3). Grenoble : La pensée sauvage.

Hypothèse asbl (2018). *126 grammes.* Repéré à http://www.hypothese.be/upload/files/126GR-light.pdf

LAMAP (2006). *Des balances pour comparer, des balances pour mesurer*. Repéré à https://www.fondation-lamap.org/fr/page/11359/des-balances-pour-comparer-des-balances-pour-mesurer

Lucas, F., Colantonio, D., Jamaer, C., Larsimont, M. (2018). *Explorer les grandeurs, se donner des repères.* Mont-Saint-Guibert : Van In - De Boeck.

Meirieu, P. (2015). Former les enseignants en établissement : un impératif. Repéré à http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/04/03042015Article635636383758830418.aspx

Mousset, C. (2018). Grandeurs et mesures : des gestes construits pour des apprentissages opérationnels et porteurs de sens. Repéré à https://www.academie-sciences.fr/fr/Seances-publiques/enseignement-mathematiques-ecole-primaire.html

Mousset, C. (2019a). Quand soixante étudiants manipulent pour appréhender l'univers des grandeurs et ses aspects didactiques. *Actes du 45e colloque de la COPIRELEM. Blois, 2018*, 604-615. Blois : ARPEME.

Mousset, C. (2019b). Fondements du mesurage. *Traces de changements, 241.*

Paquay, L. (1994). Vers un référentiel des compétences professionnelles de l'enseignant. *Recherche et formation*, 15. Repéré à http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/recherche-et-formation/RR016-02.pdf

Tricot, A. (2017). *L'innovation pédagogique*. France : Éditions Retz.

VIII - ANNEXE 1 : LES ATELIERS SOUMIS AUX PARTICIPANTS

Atelier 3 : Choisir l'étalon

Dans cet atelier se trouve un Monsieur Cordier de papier. Il est long, hein !

Nous avons voulu connaître sa taille, et nous avons découvert qu'il mesurait 37…

Ta mission est simple : retrouver 37 *QUOI* !!! En d'autres termes, qu'avons-nous utilisé pour mesurer la longueur de notre Monsieur Cordier de papier ?

.....

Explique comment ton équipe a procédé pour réfléchir à l'énigme.

Comment avez-vous fait vos choix ? **A partir de votre premier choix (premier étalon), qu'avez-vous pu déduire ? Comment avez-vous choisi l'étalon suivant ?**

.....

.....

.....

.....

Imagine comment on pourrait **transposer cet atelier au domaine des capacités**.

Quel matériel proposerais-tu ? Quelle serait la consigne ?

.....

.....

.....

Et pour le domaine des **poids/masses** ? .....

.....

.....

.....

Atelier 4 : Mesurer avec des étalons non conventionnels

Tu vas chercher à déterminer le poids de différents objets grâce à trois étalons : des piles, des morceaux de sucre et des billes. Une balance est à ta disposition. Note les résultats des différentes pesées en piles, morceaux de sucre et billes dans le tableau suivant.

Attention, il s'agit bien de peser chaque objet 3 fois, avec un seul étalon à la fois !

Les étalons naturels / Les différents objets à peser	Billes	Morceaux de sucre	Piles

Dans quel ordre procèdes-tu pour compléter ce tableau ?

.....

.....

Peux-tu décrire une démarche qui serait plus efficace que celle que tu as suivie ?

.....

.....

.....

Pose quelques questions que tu pourrais poser aux enfants suite à cette activité.

.....

.....

.....

Atelier 5 : Systèmes d'étalons non conventionnels

Sur la table se trouvent plusieurs récipients.
Trois des récipients sont numérotés : n°1, n°2 et n°3. Ces récipients vont te servir d'étalons pour tes mesures des capacités des récipients A et B.

1. Construction d'instruments de mesure gradués

1.1 **Remplis le récipient n°1, verses-en le contenu dans le n°2**.

Place un élastique sur le récipient n°2 pour marquer le niveau atteint par l'eau.

Renouvelle cette manipulation deux fois ; à chaque fois, place un élastique pour marquer le nouveau niveau atteint par l'eau dans le récipient n°2.

Tu n'as plus besoin pour l'instant du récipient n°1.

1.2 **Prends le récipient n°3 et verses-y le contenu actuel du n°2 (c'est-à-dire au niveau du troisième élastique)**. Place un élastique sur le récipient n°3 à hauteur du niveau de l'eau. **Verse encore deux fois** la même quantité dans le récipient n°3 ; à chaque fois, place un élastique pour marquer le nouveau niveau atteint par l'eau dans le récipient n°3.

Tu viens de créer un système de référence pour mesurer la capacité d'autres récipients.

Dessine ici tes trois récipients mesureurs avec les élastiques.







2. Estimation et mesure grâce aux instruments construits

Il te reste les deux récipients A et B.

2.1. Dans un premier temps, **estime** la capacité de ces deux récipients en termes de tes récipients mesureurs.

Remarque importante : quand l'eau arrive au niveau du troisième élastique d'un récipient mesureur (que ce soit sur le récipient n°2 ou n°3), nous considérons que ce récipient mesureur est rempli.

2.2. Ensuite, **mesure** réellement ces capacités, **en utilisant le plus possible le récipient n°3, puis au besoin les n°2 et 1 pour affiner la mesure, pour préciser** ce qui n'a pas pu être mesuré avec le n°3 (il s'agit donc d'une SOMME de mesures avec 3 étalons)

Note tes réponses dans les tableaux ci-dessous.

Récipient A			
J'estime	…… 	…… 	…… 
Je vérifie	…… 	…… 	…… 

Je peux exprimer autrement le résultat obtenu (équivalence métrique) :

Récipient A		
Autre écriture	…… 	…… 

Ou encore (autre expression équivalente) :

Récipient A	
Autre écriture	…… 

Récipient B			
J'estime	…… 	…… 	…… 
Je vérifie	…… 	…… 	…… 

Je peux exprimer autrement le résultat obtenu (équivalence métrique) :

Récipient B		
Autre écriture	…… 	…… 

Ou encore (autre expression équivalente) :

Récipient B	
Autre écriture	…… 

Explique pourquoi tu peux exprimer ta mesure de plusieurs façons, opter pour l'une ou l'autre écriture.

……

……

……

……

Atelier 6 : Mesurer des longueurs : limite des étalons non conventionnels et découverte de l'unité conventionnelle de base

Première partie : limite des étalons non conventionnels

1. Avec ton équipe, trouve les définitions des unités de mesures suivantes : le pas, l'empan, le pouce. Pour chacune de ces unités, réalise un petit dessin explicatif.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dessins :

2. Travaille seul dans un deuxième temps.

- Mesure le couloir principal avec ton pas : *le couloir mesure ..... pas.*
- Mesure ton pas avec ton empan : *mon pas mesure .....empans.*
- Mesure ton empan avec ton pouce : *mon empan mesure ..... pouces.*

3. Compare tes mesures à celles des autres membres de ton équipe. Que constates-tu ? Comment l'expliques-tu ? Quelles conclusions en tires-tu ?

.....

.....

.....

Deuxième partie : découverte de l'unité conventionnelle de base

Le mètre est l'unité conventionnelle de référence pour les mesures de longueur.

1. Mets-toi debout, et montre sur ton corps avec ta main ce que tu crois être une distance d'1 mètre entre le sol et ta main.

Demande à un membre de ton équipe de vérifier avec l'un des instruments de mesure qui sont à votre disposition.

Colle ensuite une petite étiquette sur tes vêtements à une hauteur de 1 mètre du sol.

Ton estimation était correcte – trop courte – trop longue (barre ce qui ne correspond pas).

2. A présent, montre un mètre entre tes deux mains, et demande à quelqu'un de ton équipe de vérifier.

Ton estimation était correcte – trop courte – trop longue (barre ce qui ne correspond pas).

Refais encore la même chose entre tes deux pieds.

3. Trouve autour de toi des exemples de choses qui mesurent moins d'1 mètre, exactement 1 mètre, et plus d'1 mètre. Inscris-les dans le tableau ci-dessous. Précise bien la dimension de l'objet que tu prends en compte.

Utilise les mètres qui sont à ta disposition pour vérifier tes affirmations.

Moins d'un mètre	Un mètre	Plus d'un mètre

4. Pour connaître un peu l'histoire du mètre, lis le texte suivant. Au fil de ta lecture, surligne au fluo des éléments qui te semblent importants, intéressants, surprenants.

« Maître mètre depuis deux cents ans : la création du mètre étalon

« Un poids et une mesure ! » Parmi les mille doléances inscrites par des milliers de mains sur des milliers de pages à travers tout le royaume à l'occasion de la convocation des Etats généraux de 1788, revient sans cesse celle-ci : disposer enfin d'une commune mesure sur tout le territoire ! (...)

Et voici comment, il y a deux cents ans, est né celui que l'on a surnommé la « mesure des Lumières » : le mètre.

Où trouver la nouvelle mesure ?

Jusqu'à la Révolution, l'homme fut presque toujours la référence de la mesure... Hommée, oeuvrée, palme, toise, coudée, pouce, pied... Ce n'est pas de cette universalité-là que l'on pouvait se satisfaire. Il en fallait une invariable, éternelle et indiscutable. On chercha une unité qui dans sa détermination ne renferme rien d'arbitraire. Rien qui fasse référence à un peuple en particulier. N'appartenant exclusivement à aucune nation, elle pourra donc être adoptée par toutes. Seule la Nature offre semblables garanties. Pour mesurer toutes choses sur Terre, c'est un morceau de Terre qui est alors choisi : un méridien terrestre. Ligne imaginaire qui encercle le globe en passant par les pôles. Ce sera celui de Paris.

Après avoir consulté Condorcet, Laplace, Lagrange, Lavoisier, Borda, Monge... le 26 mars 1791, l'Assemblée constituante décrète que l'unité réelle de longueur du nouveau système de mesure sera « le quart de méridien terrestre ». On choisit cette partie, qui va du pôle à l'équateur, parce qu'elle est « interceptée » par l'angle de 90°, considéré comme angle unité, angle « naturel ». Vu les difficultés (voire l'impossibilité, en mer par exemple) de l'entreprise, c'est seulement un arc de ce quart de méridien qui a été mesuré : on a donc calculé la distance entre Dunkerque et Barcelone, villes toutes deux situées au niveau de la mer.

Quant à l'unité usuelle - qu'on appellera désormais « mètre » - elle doit être utilisable dans les actes de la vie quotidienne. C'est pourquoi l'Assemblée décrète que ce sera la « dix-millionième partie » du quart du méridien. Une longueur proche de celle des « cannes que les citoyens aiment à porter ».

Pourquoi le mètre est-il universel ? Tiré de la Nature, le mètre ne « présente rien qui soit particulier à la France, rien qui n'intéresse également toutes les nations, rien qui ne mérite d'être universellement adopté ». De quoi satisfaire aux principes d'universalité et d'éternité, chers à la Révolution française (...)

Le mètre, et après ? Surface, volume, capacité, masse... qui étaient jusqu'alors le plus souvent indépendantes les unes des autres, vont être réunies en un tout cohérent et « faire système ». (...) Elles vont toutes dépendre du mètre, « père » de toutes les mesures - mètre, mètre carré, mètre cube, kilogramme. Elles se déclinent toutes suivant une seule échelle, l'échelle décimale et leurs nominations feront également système, les noms étant bâtis à partir des relations qui lient les mesures entre elles.

On choisit pour cause d'universalité le latin et le grec pour les préfixes : les multiples seront grecs, kilo, hecto, myria. Les sous-multiples seront latins, déci, centi, milli.

Pour obtenir l'unité de masse, il faut peser un certain volume d'une certaine matière. Ce sera un décimètre cube d'eau. Eau, liquide naturel et universel que l'on peut « retrouver partout dans le même degré de pureté distillée à sa plus grande densité et pesée dans un cylindre de laiton » (1).

Mais ce n'est pas le tout d'avoir une mesure, encore faut-il, avec elle, effectuer d'élémentaires ou de savants calculs. C'est le système décimal qui a prévalu. Exit (ou presque !) les douzaines, les huitaines, les soixantaines... « L'art simplifié par le calcul décimal rendra toutes les opérations du commerce et de la comptabilité beaucoup plus faciles et plus sûres. Réduite à ce qu'il y a de plus simple, elle sera à la portée de tout le monde ; tous les enfants la sauront, et ce sera encore une cause de moins d'inégalité parmi les hommes », affirme Monge à la Convention, le 17 nivôse an II (adresse à la Commission des Poids et mesures).

(...)

Pourquoi est-ce une révolution ? Comme l'astronomie moderne avait jadis expulsé la Terre du centre du monde, le système métrique décimal chasse l'homme comme référence de la mesure. C'est la Terre qui a pris sa place : d'anthropocentrique, le mesurage est devenu géocentrique. »

GUEDJ Denis, le 23 mai 1995 à 04 : 50

http://www.liberation.fr/sciences/1995/05/23/maitre-metre-depuis-deux-cents-ans-la-creation-du-metre-etalon_132602, consulté le 15/10/2013.

IX - ANNEXE 2 – LA PRODUCTION COLLECTIVE

Atelier	Contenu « savoirs », « concepts »	Contenu « savoir-faire », gestes	Principes méthodos en œuvre	Stratégies pour comprendre activées	Contenu spécifique enseignant en formation	Pistes d'amélioration
3. Choisir l'étalon	Concept de longueur, unité de mesure non conventionnelle	Report de l'unité et dénombrement Estimation, rapport entre les objets, précision	3, 4	4, 5, (6 ou 7), 8	Prise de conscience de la mesure qui diffère en fonction du choix de l'étalon Organisation des essais, se projeter dans une situation d'enseignement	Choix des étalons, longueur du personnage, un objet juste plus petit que la pile, possibilité de reporter sur une feuille, un bout de ficelle (longueur souple)
4. Mesurer avec des étalons non conventionnels	Concept de masse, équilibre de la balance qui traduit l'égalité des masses, mesurage et mesure, notion d'intervalle	Savoir définir un encadrement de pesée, savoir interpréter l'équilibre de la balance, savoir lire le tableau, dénombrer	2, 4, 7, 9	4, 5, 6, 7, 8		
5. Système d'étalons	Mesure de capacité avec une unité non conventionnelle en base 3	Savoir-faire au niveau du mesurage : mettre à niveau, changer d'unité, additionner des unités Convenir des unités de mesure	2, 3, 4	3, 4, 6, 7, 8	Unités non conventionnelles car les enseignants connaissent les conversions	Faire vérifier par la pratique les conversions. Déplacer la consigne pour expliciter le tableau. Voir ce qu'il y a en amont : comparer et ordonner des grandeurs. Exprimer aussi en termes du plus grand pour exploiter les élastiques.
6. (Longueurs)	La grandeur longueur Unités non conventionnelles et unités conventionnelles	Mesurer avec unités non conventionnelles (corporelles), mesurer avec un mètre	1, 4, 5, 7, 8, 9	1, 3, 4, 7, 8	Le texte historique cible certainement les adultes.	Un peu tôt, à 18 ans, pour un tel atelier ? Ont-ils le recul nécessaire ?

QUELS APPORTS DE LA PROGRAMMATION POUR LA REPRODUCTION D'UNE FIGURE GÉOMÉTRIQUE ?

Anne BILGOT
COPIRELEM, INSPE de Paris
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Richard CABASSUT
COPIRELEM, INSPE de Strasbourg
LISEC EA2310
richard.cabassut@unistra.fr

Bruno COURCELLE
COPIRELEM, INSPE Clermont-Auvergne
bruno.courcelle@uca.fr

Gwenaëlle GRIETENS
COPIRELEM, INSPE de Nantes
gwenaelle.grietens@univ-nantes.fr

Résumé
Ce texte est le compte-rendu d'un atelier mené par des membres de la COPIRELEM, qui était la reprise d'un atelier déjà proposé lors du colloque de 2017 à Épinal. Cet atelier a pour principal objectif d'interroger les apports des activités de programmation pour l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire. Il est construit autour d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique (une croix), que les participants doivent effectuer dans différents environnements (Scratch, GeoGebra, Papier-ciseaux). Il décrit le déroulement de l'atelier, et résume les principaux éléments de la discussion qui a suivi, en mentionnant des retours de formations effectués entre 2017 et 2019 à partir de cette situation.

Nous rendons compte dans ce texte d'un atelier mené par des membres de la COPIRELEM, qui était la reprise d'un atelier déjà proposé lors du colloque de 2017 à Épinal, également par des membres de la COPIRELEM. Cet atelier a pour principal objectif d'interroger les apports des activités de programmation pour l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire. Il est construit autour d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique, que les participants doivent effectuer dans différents environnements.

Nous invitons le lecteur à prendre d'abord connaissance du texte rédigé à l'occasion de l'atelier 2017 (Billy et al., 2018) ; ce texte figure intégralement en annexe 3. Il décrit le contexte institutionnel et le déroulement de l'atelier 2017, puis propose une analyse détaillée de la tâche de reproduction, en fonction de l'environnement dans lequel elle est effectuée. Il évoque enfin des premiers retours de formation.

Dans la suite de ce texte, nous ne rappelons pas ces éléments. Nous décrivons simplement le déroulement de l'atelier 2019, en deux parties : mise en situation des participants, puis discussion et apports. Nous mentionnons dans la première partie les aménagements par rapport au déroulement de l'atelier 2017, en signalant quelques productions des participants à cet atelier. Dans la seconde, nous résumons les principaux éléments de la discussion finale (réactions des participants, éléments d'analyse et retours de formations ayant eu lieu entre 2017 et 2019).

I - MISE EN SITUATION DES PARTICIPANTS

1 Introduction

L'atelier a débuté par un bref rappel du contexte institutionnel français à propos des liens que peuvent entretenir, à l'école élémentaire, l'enseignement de la géométrie et les activités d'algorithmique et de programmation. Depuis l'atelier de 2017, les préconisations institutionnelles ont fait l'objet de nouvelles publications (MEN 2018, MEN 2019) mais ces nouveaux textes ne modifient pas l'esprit de ce qui était indiqué dans les programmes de 2015. Ainsi, lit-on toujours, dans la version consolidée des programmes de cycle 3 (MEN, 2018) :

- d'une part que « [Les activités spatiales et géométriques] constituent des moments privilégiés pour une première initiation à la programmation notamment à travers la programmation de déplacements ou de construction de figures » ;
- d'autre part que :

> *Les situations faisant appel à différents types de tâches […] portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques […] et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances.*

Le texte précise les supports possibles : ceux-ci incluent « papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ».

Le déroulement de l'atelier a ensuite été présenté aux participants : un temps de travail en binôme autour d'une tâche de reproduction de figure dans différents environnements, suivi d'un temps, toujours en binôme, d'analyse du travail effectué dans la phase précédente, avant un temps collectif de discussion et d'apports des animateurs.

2 Recueil des regards spontanés sur la figure

Nous avons introduit cette phase par rapport au déroulement proposé en 2017, avec des intentions que nous préciserons en partie II.

La consigne de cette phase était la suivante :

> *Nous allons projeter une figure. Sans échanger entre vous, vous devrez écrire sur la feuille de papier qui vous a été remise ce que vous voyez spontanément, sans réfléchir (cette phase ne doit pas durer plus d'une minute !). Vous remettrez ensuite cette feuille à l'un des animateurs. Nous reviendrons sur vos messages un peu plus tard dans l'atelier.*

La figure, identique à celle qui avait été utilisée lors de l'atelier 2017, a alors été vidéo-projetée. Elle est présentée en Figure 1.

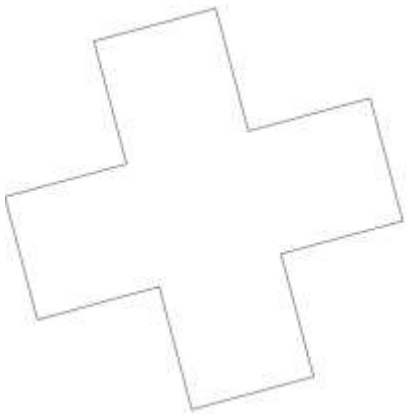


Figure 1. La figure à reproduire.

Nous consignons ici les descriptions recueillies à l'issue de cette phase (portées à la connaissance du groupe seulement plus tard dans l'atelier, au début de la discussion).

- Certaines sont formulées sans termes géométriques, en évoquant un objet du monde réel : « Croix du drapeau suisse », « Croix penchée », « Une croix », « Croix du drapeau suisse penchée vers la gauche » « Croce a braccia uguali inclinate » (Croix avec des bras inclinés égaux), « Un plus ».
- D'autres mentionnent ce même objet, « une croix », mais précisent également des objets géométriques qui la composent (des carrés) : « Une croix formée de cinq carrés », « Une croix suisse, un assemblage de carrés ».
- D'autres enfin mentionnent uniquement des objets géométriques, des carrés, tout en décrivant des relations de ces derniers obtenues suite à des actions matérielles : « 5 carrés juxtaposés », « Un carré dont on a enlevé 4 carrés à chaque sommet ».

3 Reproduction de la figure dans différents environnements

La consigne suivante a ensuite été donnée aux participants :

> *En binôme, vous devrez reproduire la figure en travaillant dans deux environnements différents, parmi : Scratch, GeoGebra, et papier-ciseaux à partir d'une feuille carrée. Nous vous invitons cependant à utiliser nécessairement le logiciel Scratch. Si vous avez effectué deux reproductions avant la fin de cette phase, nous vous proposons de travailler dans le troisième environnement.*

L'adresse d'un espace en ligne (« padlet ») a alors été communiquée à tous, afin de permettre une collecte des productions au fur et à mesure de l'avancée du travail, pour alimenter la mise en commun à suivre.

3.1 Reproduction de la figure avec le logiciel scratch

Les codes produits par les participants (avec Scratch 2 ou Scratch 3) ont été similaires à ceux qui avaient été relevés dans l'atelier de 2017 (cf. annexe 3) : nous retrouvons des codes pour lequel un motif, répété 4 fois, a été reconnu (comme pour les deux codes à gauche en Figure 2), et d'autres codes pour lesquels une seconde régularité a été identifiée au sein du motif répété 4 fois (comme pour les deux codes à droite en Figure 2).

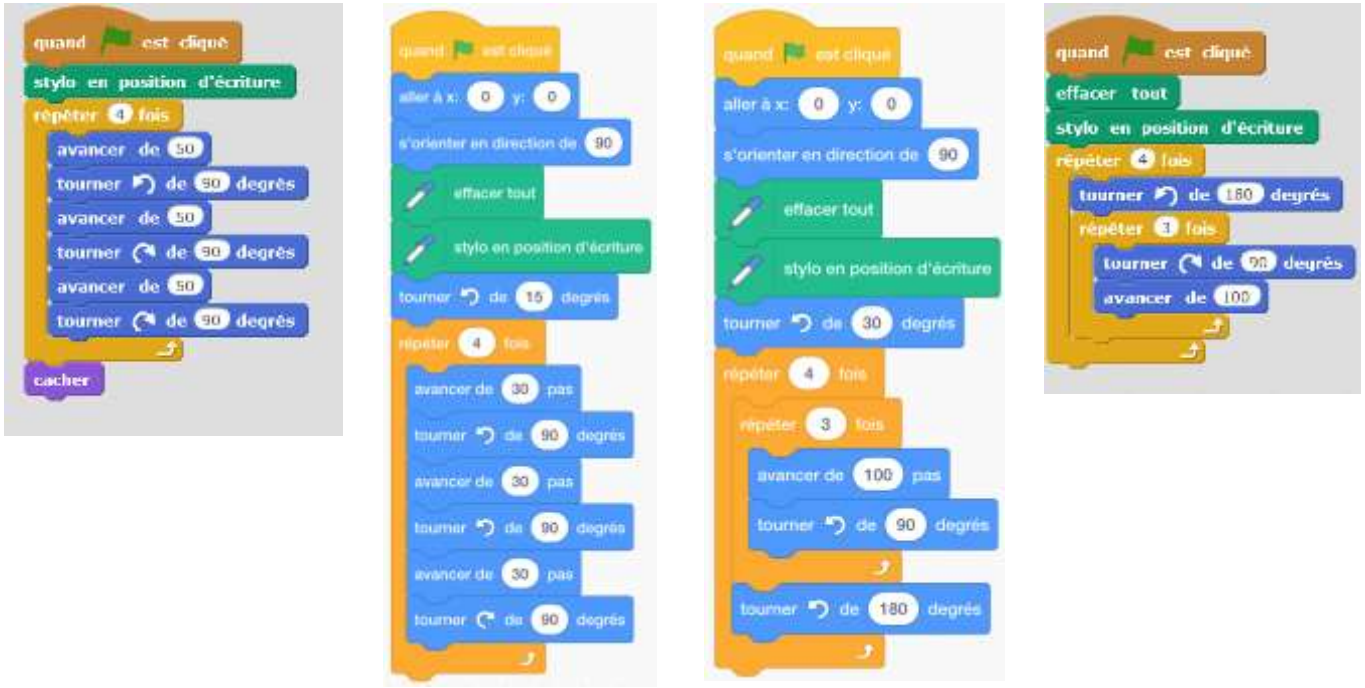


Figure 2. Reproduction avec le logiciel scratch : quatre codes écrits produits par des participants de l'atelier ; on retrouve ici des démarches identiques à celles qui avaient été observées au cours de l'atelier de 2017 (cf. annexe 3).

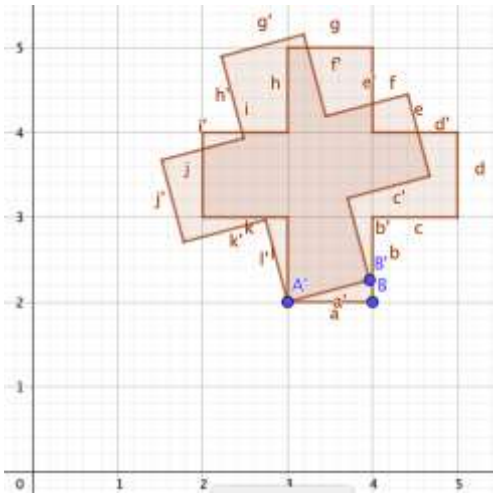
Au passage, on peut remarquer que seule la première production ne se préoccupe pas de l'orientation de la figure tracée par rapport aux bords du support ; les trois autres montrent une intention d'un tracé d'une croix « penchée », comme sur le modèle.

Pour certains participants, cet atelier était l'occasion d'une première prise en main du logiciel scratch, et des difficultés spécifiques à la programmation dans le logiciel scratch déjà évoquées dans le compte-rendu de l'atelier 2017 (cf. annexe 3) ont été retrouvées (initialisation de la position du lutin non automatisée et à programmer, dimensions de la scène à prendre en compte et dimensions de la figure à décider pour que le lutin n'en sorte pas). Elles ont été prises en charge au cas par cas par les animateurs, sans faire l'objet d'un traitement collectif (en revanche, quand un formateur intervient seul en formation auprès de formés découvrant le logiciel, il est utile de les avoir anticipées pour en assurer un traitement rapide, afin qu'elles ne prennent pas le pas sur les objectifs de la formation …)

3.2 Reproduction de la figure avec le logiciel Geogebra

Le logiciel GeoGebra était familier de la plupart des participants à l'atelier, et cet environnement n'a été que très peu choisi parmi les environnements possibles. Nous avons récolté seulement une production, réalisée par des participants qui, jusqu'à alors, avaient très peu utilisé le logiciel.

La figure obtenue est présentée en Figure 3. Elle a été obtenue en traçant le contour d'un polygone par des translations et en utilisant la commande VecteurOrthogonal (un extrait du protocole de construction est présenté à droite en Figure 3) ; la croix finale a été obtenue comme image de la première croix par une rotation.



1	Point A	
2	Point B	Point sur Cercle(A, 1)
3	Point C	A + Vecteur(A, B) + VecteurOrthogonal(Segment(A, B))
4	Point D	A + 2Vecteur(A, B) + VecteurOrthogonal(Segment(A, B))
5	Point E	A + 2Vecteur(A, B) + 2VecteurOrthogonal(Segment(A, B))
6	Point F	A + Vecteur(A, B) + 2VecteurOrthogonal(Segment(A, B))
7	Point G	A + Vecteur(A, B) + 3VecteurOrthogonal(Segment(A, B))

Figure 3. Reproduction avec le logiciel geogebra : une production recueillie pendant l'atelier (des démarches plus fréquemment rencontrées en formation sont présentées en annexe 3).

Nous renvoyons le lecteur à Billy et al. (2018) en annexe 3 pour d'autres stratégies plus fréquemment observées en formation ; dans les formations que nous avons conduites, nous avons souvent observé le tracé de cinq carrés en utilisant à cinq reprises la commande « Polygone régulier », ou le tracé d'un premier carré, suivi de l'application à quatre reprises de la commande « symétrie axiale », par rapport à chacun des côtés du premier carré).

3.3 Reproduction de la figure avec du papier et des ciseaux à partir d'une feuille carrée

Dans cette phase également, nous avons retrouvé des productions similaires à celles qui avaient été observées lors de l'atelier 2017. Nous signalons simplement la production montrée en Figure 4, présentée par ses auteurs comme « un pliage permettant d'obtenir la croix par un partage en trois par un partage en quatre ». Dans cette démarche, la croix est vue comme un sous-ensemble des carrés d'un quadrillage régulier 3 × 3, lui-même vu comme un sous-ensemble des carrés d'un quadrillage régulier 4 × 4. C'est ce quadrillage 4 x 4 qui est d'abord construit ; il l'est par des pliages bord à bord, permettant de partager la longueur et la largeur du carré initial en quatre parts égales (« partage en quatre »). Ensuite, dans chacune des dimensions, seuls trois quarts de la longueur sont conservés, pour former une nouvelle

longueur, qui, elle, se retrouve partagée en trois parts égales (« partage en trois ») : chaque part précédemment obtenue représente un tiers de la nouvelle longueur (puisqu'un quart est égal à un tiers de trois quarts). On obtient alors un quadrillage régulier 3 × 3, duquel la croix est obtenue en découpant les quatre carrés « des coins » (cf. Figure 4).

A la différence des procédures présentées en annexe 3, cette démarche n'a pas été mise en œuvre dans le souci de minimiser les coups de ciseaux, et n'est pas fondée sur la recherche d'axes de symétrie dans la figure initiale. Elle permet en revanche de reproduire la figure initiale à partir d'une vision « surface » de la figure initiale, vue comme un assemblage de 5 carrés superposables.



Figure 4. Reproduction « en papier-ciseaux » : une production recueillie pendant l'atelier. La croix est vue comme un assemblage de 5 carrés superposables, issus d'un quadrillage 4×4 obtenu par des pliages successifs.

4 Analyse de la tâche

La mise en situation des participants s'est achevée par le remplissage d'une grille par chacun des binômes, afin de fournir des éléments pour organiser la discussion collective à suivre. Les grilles remplies par les participants au cours de l'atelier sont consignées en annexe 2.

II - DISCUSSION ET RETOURS DE FORMATION

La discussion a été organisée en commentant les productions des participants tout au long de l'atelier, et en les confrontant à d'autres productions, recueillies par les animateurs ou les auteurs de Billy et al., (2018), dans des classes de cycle 3, ou en formation, initiale ou continue, de professeurs des écoles.

1 Retour sur les regards spontanés sur les figures

Au cours de cette phase, les descriptions spontanées recueillies au début de la mise en situation, que nous avons citées dans le paragraphe I.2, ont été lues. Nous avons ensuite explicité nos intentions : ce recueil est là pour :

- permettre aux participants de prendre conscience de la variété des regards spontanés sur une même figure ;
- permettre à chaque participant de prendre conscience de l'évolution de son propre regard sur la figure au fur et à mesure des changements d'environnement, par rapport à sa description spontanée.

Nous avons ensuite complété cet éventail de descriptions en projetant des descriptions spontanées produites par des élèves de CM1 (cf. annexe 1). En formation d'enseignants, ce moment permet de rappeler - indépendamment des liens avec l'algorithmique et la programmation - qu'en classe, l'un des enjeux d'une tâche de reproduction d'une figure complexe est d'amener les élèves à analyser la figure en mettant en évidence des objets et des relations géométriques, et que l'on cherche alors à développer chez les élèves l'aptitude à ne pas rester cantonné aux éléments reconnus spontanément. Le formateur peut par exemple à cette occasion citer l'une des composantes de la compétence « Représenter » telle qu'elle est présentée dans les programmes de cycle 3 (MEN, 2018) : « Analyser une figure plane sous différents

aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points) ». On trouvera en annexe 3 (Billy et al., 2018) une analyse de la figure proposée dans l'atelier sous ces différents aspects.

2 Reproduction dans l'environnement scratch

La discussion sur la tâche de reproduction dans l'environnement Scratch a essentiellement porté sur trois points.

- Les éléments d'analyse de la figure utiles pour la reproduction de la figure : plusieurs participants ont indiqué avoir cherché à reproduire « un chemin », « un chemin fermé », (« qu'on chevauche », pour l'un des groupes), en « oubliant », ou « sans tenir compte » des carrés reconnaissables dans la figure.

Dans cet environnement, le travail de reproduction peut alors consister en un travail de description des angles tout au long du chemin (angles « intérieurs », « extérieurs », mesure des angles en degrés), et mobilise des compétences spatiales (savoir décrire un chemin en utilisant des repères relatifs au lutin qui se déplace, et non des repères fixes, absolus).

Ceci a permis une discussion dans l'atelier sur le fait qu'en formation initiale, et notamment en M1, en lien avec la préparation du CRPE, le travail de tracé de figures géométriques avec le logiciel scratch motive un travail sur les angles : il peut mettre au jour des difficultés des étudiants à disposer d'un ordre de grandeur des mesures d'angles en degrés, et donc des difficultés à représenter *grosso modo* un angle de valeur donnée avec l'écartement des mains ; il peut également mettre au jour des difficultés à utiliser un rapporteur. Ceci a également permis un échange entre participants sur les stratégies utilisées en formation pour aider les étudiants à se décentrer et adopter des repères dans le référentiel du lutin, comme par exemple ne pas utiliser le lutin « chat », qui apparait de profil et n'aide pas à comprendre que l'on décrit un trajet vu de dessus, et lui préférer un lutin représentant une flèche →, ou un scarabée vu de dessus. Des participants ont aussi insisté sur la préférence qu'ils accordent au verbe « pivoter » (qui évoque un changement de direction du regard) par rapport au verbe « tourner » (qui peut évoquer, de manière inadaptée, un déplacement couplé à un changement d'orientation).

- Le fait que la figure choisie rend une reproduction pas à pas fastidieuse, incite donc à repérer des régularités, des motifs qui se répètent, des « patterns » pour faciliter l'écriture du code : conformément à ce que nous avions déjà pu observer en formation, des participants de l'atelier qui découvraient le logiciel ont, en cours de programmation, sollicité les animateurs pour savoir s'il était possible de « faire des copier-coller », ou s'il était possible de « répéter » des instructions. Ceci a donc permis de revenir dans la discussion sur le fait que la tâche de reproduction motive un apprentissage algorithmique, avec l'introduction des structures itératives (certes, le logiciel offre également une commande « Dupliquer », permettant de dupliquer des lignes de code, commode pour réduire le temps passé à saisir du code ; cependant, les codes produits restent alors fastidieux à lire).

A cette occasion, nous avons projeté des codes produits par des élèves de CM1, qui se sont engagés dans une programmation pas à pas du chemin, sans structure itérative, et qu'ils ne parviennent pas à mener à son terme (cf. annexe 3 (Billy et al. 2018), pour retrouver ces codes).

- Enfin, la discussion a soulevé des questions sur la démarche d'apprentissage par essais-erreurs : plusieurs participants ont dit avoir réussi à reproduire la figure après quelques tentatives et rectifications successives des valeurs des angles. Une telle démarche engage-t-elle des progrès chez les élèves ? Chez les étudiants ? Chez les enseignants en formation ? Un collègue signale qu'en tout cas, il paraît certain que chez la majorité des étudiants, une tentative infructueuse suscite le besoin de comprendre « pourquoi ça n'a pas marché ».

3 Reproduction avec le logiciel Geogebra

A propos de la tâche de reproduction avec Geogebra, nous avons mentionné un élément constaté à plusieurs reprises en formation : comme pour la reproduction avec le logiciel scratch, la figure choisie se prête à une reconnaissance d'un « motif » qui se répète ; il arrive alors que des participants s'enquièrent de la possibilité d'effectuer un « copier-coller ». L'impossibilité d'effectuer un copier-coller dans

l'environnement Geogebra, fournit alors l'occasion, en formation, d'aborder des éléments liés aux transformations géométriques.

Des participants ont également signalé que le logiciel Apprenti Géomètre pouvait fournir un environnement alternatif à Geogebra, dans lequel la reconnaissance des « patterns » serait favorisée.

4 Reproduction avec papier ciseaux

La discussion a porté essentiellement sur deux points :

- la recevabilité du pliage en trois parts égales pour réussir la tâche ; les avis restent partagés ! En l'espèce, dans la situation de la croix, considérer comme recevable ce pliage permet de valoriser les analyses de la figure dans lesquelles on reconnait « un grand carré » duquel on retire quatre petits carrés, dont les côtés ont pour longueur le tiers de la longueur du grand carré ; en ce sens, cette stratégie de pliage nous parait intéressante.

En complément, nous avons cependant signalé une stratégie « en un seul coup de ciseaux » à partir d'une feuille carrée, n'utilisant que des pliages en deux parts égales, recueillie lors d'une formation d'enseignants du second degré en mathématiques à l'ESPE de Paris. Elle est illustrée en Figure 5 : les branches de la croix sont placées non pas le long des médianes du carré initial, mais le long des diagonales du carré initial. L'idée consiste alors à se rapporter, par pliage le long des axes de symétrie que sont les diagonales et médianes du grand carré, à la construction du trapèze en rouge sur la figure ci-dessous. Les points M et C, reconnus comme les milieux respectifs de [AH] et [HB], peuvent être placés par des pliages en deux parts égales. Une fois le triangle AHB obtenu par pliage, et les points M et C placés, il suffit de replier le triangle AMD sur le triangle MHC par pliage le long de [MK] pour pouvoir découper MHC et AMD en un seul coup de ciseaux, le long de [MC].

- la possibilité, en formation, de profiter de cette tâche pour évoquer (ou faire vivre) la situation dite *des napperons* (comme situation de formation, et situations pour la classe, pour travailler la symétrie axiale) (Peltier, 2003).

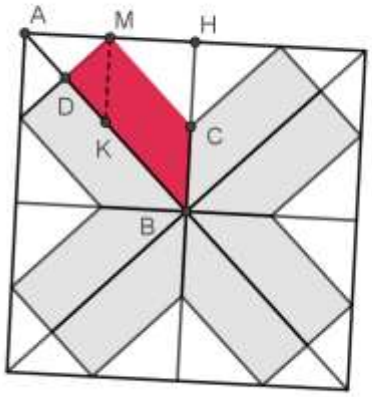


Figure 5. Reproduction « en papier-ciseaux » : une proposition recueillie en formation, qui permet d'obtenir la croix par des pliages bord à bord et un seul coup de ciseaux, sans passer par un pliage en trois parts égales.

III - CONCLUSION

Nous avons conclu l'atelier en trois temps :

- un bref retour sur les grilles remplies par les participants (cf. annexe 2), pour évoquer des éléments non abordés dans la discussion précédente. Nous sommes en particulier revenus sur les implicites du contrat associé au verbe « Reproduire » (respect des dimensions, de l'orientation de la figure par rapport au support …) : pour certains participants, le fait que seules la forme et les proportions de la figure initiale devaient être conservées paraissait naturel, tandis que pour d'autres, comme on peut le constater sur les

productions effectuées pendant l'atelier, l'orientation du modèle par rapport au support était un élément à prendre en compte dans la reproduction.

- un bilan sur le potentiel, en termes de formation, de la situation vécue, aussi bien à propos de l'enseignement de la géométrie (enjeux d'une situation de reproduction de figure en classe, importance des changements de regards sur les figures) que pour une introduction à l'algorithmique et à la programmation. Le lecteur pourra trouver une analyse plus détaillée de ce potentiel dans la situation 3 d'une brochure récemment publiée par des membres de la COPIRELEM (Guille-Biel Winder et al., 2019). Lors de la conclusion de l'atelier, nous avons indiqué d'une part qu'il nous semble que la situation proposée permet de souligner le rôle essentiel de l'environnement dans les activités de reproduction de figures ; d'autre part que l'utilisation du logiciel Scratch, permet de mettre l'accent sur un intérêt de repérer des structures itératives ou 'patterns' pour optimiser les scripts produits.

- De manière plus générale, nous avons mentionné l'importance que revêt la recherche de régularités dans les raisonnements en mathématiques (un exemple dans un tout autre domaine avait été donné lors de séance menée en ouverture du colloque par Stéphane Clivaz). Nous avons alors conclu en mentionnant des éléments proposés dans un document ressource institutionnel pour l'enseignement de l'algorithmique et de la programmation au cycle 4, que nous reproduisons ici (MEN, 2016) :

> *[L'enseignement de l'informatique au cycle 4] a pour objectif de développer chez les élèves les compétences suivantes :*
>
> • *décomposition : analyser un problème compliqué, le découper en sous-problèmes, en sous-tâches ;*
>
> • *reconnaissance de schémas : reconnaître des schémas, des configurations, des invariants, des répétitions, mettre en évidence des interactions ;*
>
> • *généralisation et abstraction : repérer les enchaînements logiques et les traduire en instructions conditionnelles, traduire les schémas récurrents en boucles, concevoir des méthodes liées à des objets qui traduisent le comportement attendu ;*
>
> • *conception d'algorithme : écrire des solutions modulaires à un problème donné, réutiliser des algorithmes déjà programmés, programmer des instructions déclenchées par des événements, concevoir des algorithmes se déroulant en parallèle.*

Il nous semble que la situation décrite ici peut être l'occasion, en formation, d'illustrer plusieurs de ces compétences, et notamment la deuxième.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Billy C., Cabassut, R., Petitfour E., Simard A., Tempier F. (2018) Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Perspectives pour la formation, 191-207, in *Actes du 44e colloque COPIRELEM*, ARPEME.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale). (2016) Algorithmique et programmation, *Ressources pour le cycle 4,* Eduscol.

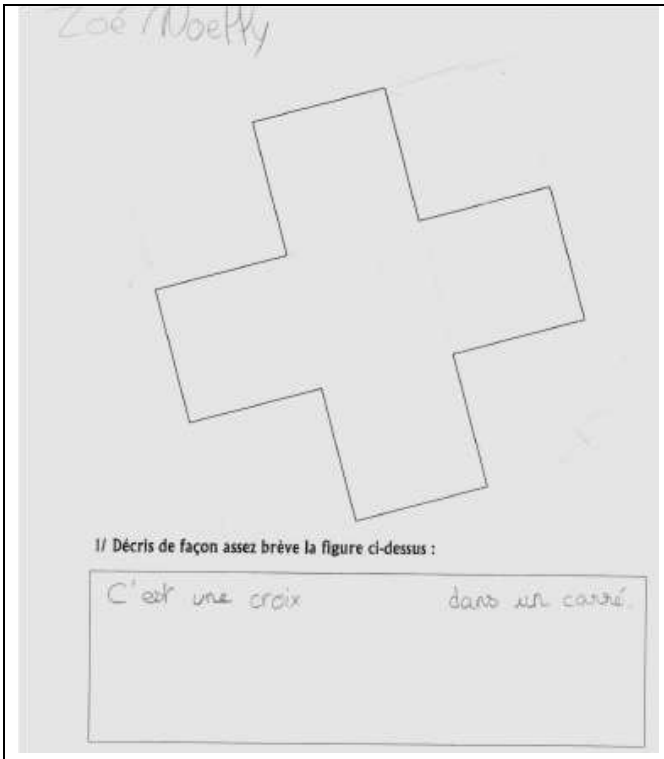
MEN (Ministère de l'Éducation Nationale). (2018) Programme du cycle 2, du cycle 3, du cycle 4.

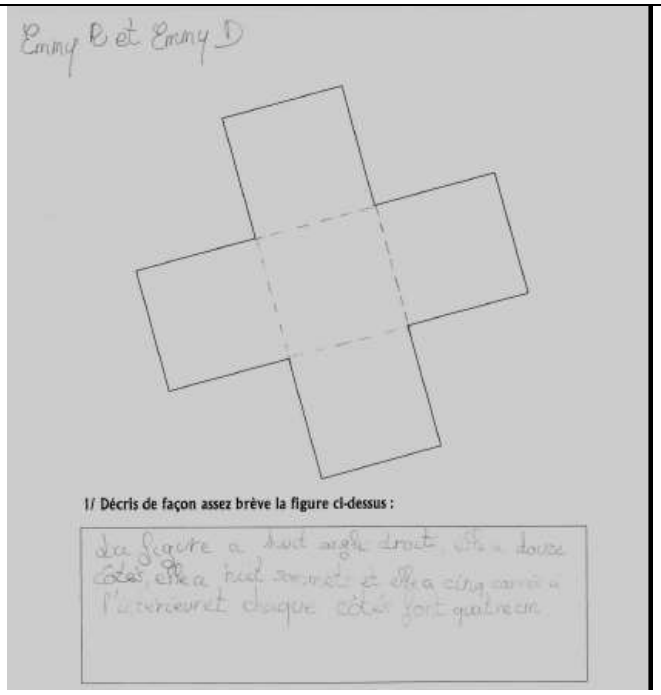
MEN (Ministère de l'Éducation Nationale). (2019) Repères annuels de progression pour le cycle 3.

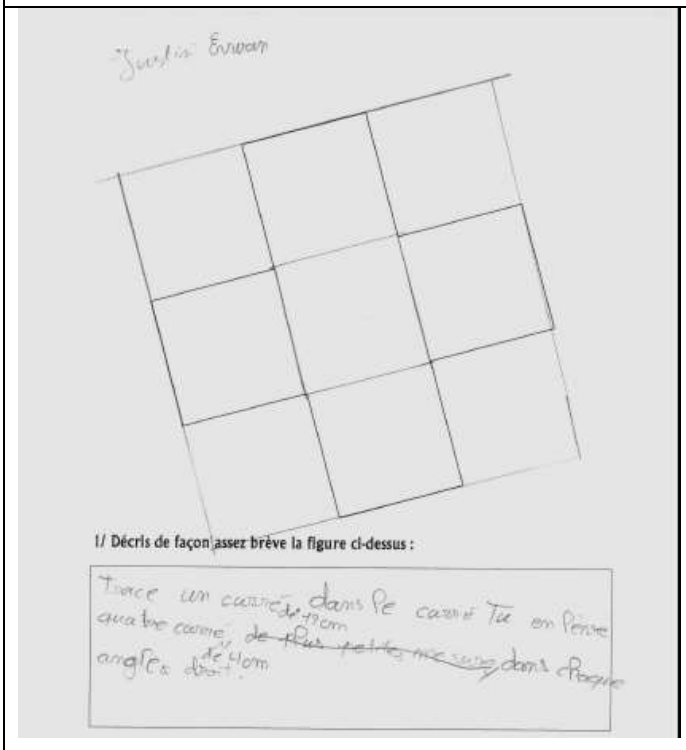
Peltier, M.-L. (2003) « Le napperon ». Un problème pour travailler sur la symétrie axiale, *Carnets de route de la COPIRELEM*, **T.2,** 161-172, ARPEME.

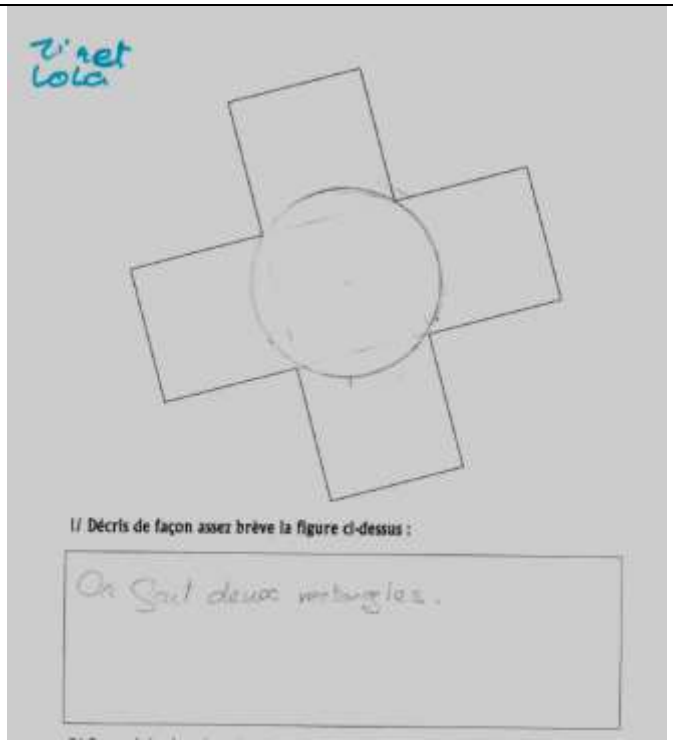
Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. (2019) Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : situations, ressources, analyses. *COPIRELEM, Les outils du formateur*, Tome 1. ARPEME.

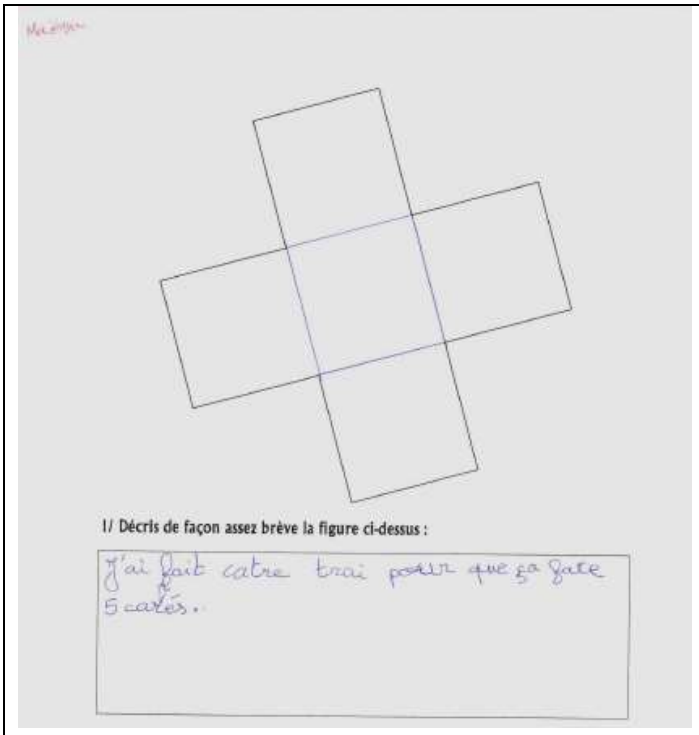
V - ANNEXE 1 : DESCRIPTIONS PRODUITES PAR DES ELEVES DE CM1

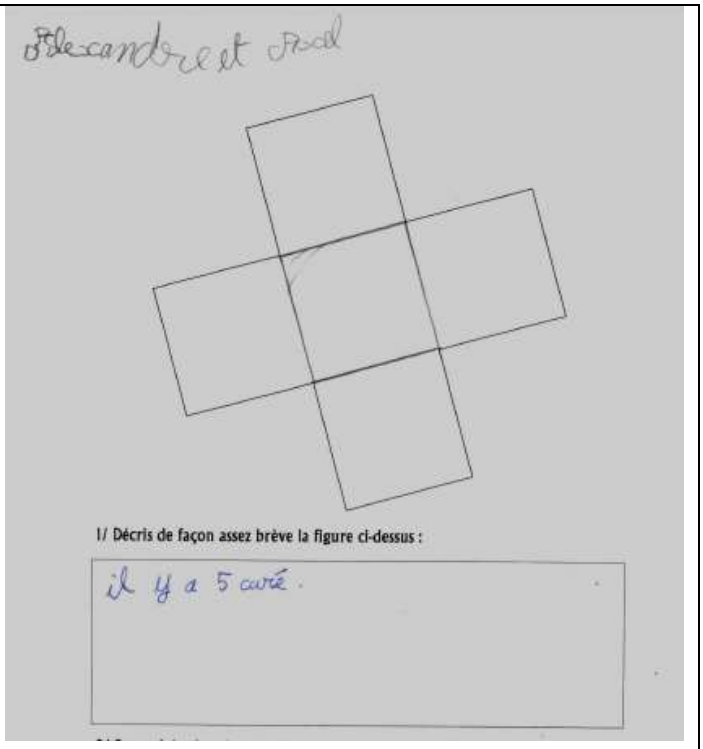












VI - ANNEXE 2 : GRILLES D'ANALYSE REMPLIES ET DÉPOSÉES PAR LES PARTICIPANTS DE L'ATELIER

Groupe 1

	Environnement Scratch	**Autre environnement** : papier-crayon
Procédures	Déterminer les éléments répétitifs (segment + angle) Saisie des blocs et ajustement par essai-erreur	A main levée : reproduction du dessin d'une croix
Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques	L'angle droit mesure 90° Repérage spatial	Tenue de l'outil scripteur Perception de la forme
Compétences d'algorithmique et programmation	Notion de boucle	Aucune
Difficultés potentielles pour les élèves	Orientation du chat lors des changements de direction	Orientation de la croix

Groupe 2

	Environnement Scratch	**Autre environnement** : papier ciseaux
Procédures	Déplacement dans le plan Repérage du motif de base à répéter Utilisation de la procédure « répéter »	Analyse de la figure Repérage des symétries Pliages et report d'une longueur ➔ 1 coup de ciseaux
Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques	Repérage dans l'espace	Géométriques : symétrie axiale Obtenir une perpendiculaire par pliage
Compétences d'algorithmique et programmation	Connaître le logiciel Notions d'instruction Boucle	
Difficultés potentielles pour les élèves	Repérer la régularité -> boucle Latéralisation : tourner droite / gauche Se perdre dans la multitude de commandes à retrouver	Repérer les symétries Image mentale empêche les bons pliages

Groupe 3

	Environnement Scratch
Procédures	Imaginer notre déplacement et décentration pour le faire réaliser par le chat en tâtonnant
Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques	Orientation du plan Estimation de l'orientation de la croix (valeur de l'angle) Passage de l'espace vécu (imaginer le déplacement) à l'espace représenté Connaissance des propriétés du carré (longueur et angles)
Compétences d'algorithmique et programmation	Initialisation Répétition d'une commande (répéter 3 fois, répéter 4 fois) = structure itérative avec le nombre d'étapes connues à l'avance
Difficultés potentielles pour les élèves	Orienter le chat = repérage relatif

Groupe 4

	Environnement Scratch	**Autre environnement** : Papier crayon (1. pliage+compas ou 2. règle+équerre)
Procédures	Utilisation de boucle (répéter 4 fois)	Création du premier côté, identification de 2 perpendiculaires par pliage (2 fois : à gauche et à droite du premier côté) ; identification des sommets de la croix avec le compas ; identification d'une autre perpendiculaire qui passe par les sommets trouvés ; identification des derniers sommets ; dessin des côtés
Compétences de repérage et représentation dans l'espace et compétences géométriques	Longueurs égales, angles, rotations, perpendicularité	Perpendiculaires par pliage ; utiliser le compas pour reporter une même longueur
Compétences d'algorithmique et programmation	Orientation dans le plan, identification d'une boucle	
Difficultés potentielles pour les élèves	Identification du début et de la fin de la boucle, identification du vers de rotation	Précision du pliage et dessin ; nombre de points à trouver

VII - ANNEXE 3 : TEXTE DE L'ATELIER COPIRELEM 2017

QUELS APPORTS DE LA PROGRAMMATION POUR LA REPRODUCTION D'UNE FIGURE GEOMETRIQUE ? PERSPECTIVES POUR LA FORMATION

Christophe BILLY
COPIRELEM, ESPE de Toulouse Midi-Pyrénées
christophe.billy@univ-tlse2.fr

Richard CABASSUT
COPIRELEM, Université de Strasbourg
LISEC EA 2310
richard.cabassut@unistra.fr

Edith PETITFOUR
COPIRELEM, ESPE de Rouen Normandie
LDAR (EA 4434) Université de Rouen Normandie, UA UCP UPD UPEC
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Arnaud SIMARD
COPIRELEM, ESPE de l'Université de Franche-Comté
LMB, FR-EDUC
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Frédérick TEMPIER
COPIRELEM, ESPE de Versailles
LDAR (EA 4434) Université de Cergy-Pontoise, UR UA UCP UPD UPEC
frederick.tempier@u-cergy.fr

Résumé
Les nouveaux programmes du cycle 3 (MEN, 2015) associent l'enseignement de la géométrie à une initiation à la programmation. Si la géométrie dynamique a apporté un point de vue nouveau sur la géométrie (Assude et Gelis, 2002), qu'en est-il de la programmation ? En nous appuyant sur des travaux de didactique de la géométrie (Perrin-Glorian et Godin, 2014 ; Petitfour, 2015), nous interrogeons les apports et les limites de cette approche de la géométrie à travers la programmation par la comparaison de la mise en œuvre d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique dans différents environnements. Des perspectives pour la formation sont esquissées à la fin.

INTRODUCTION

Les programmes de 2015 (MEN, 2015) ont introduit l'algorithmique et la programmation aux cycles 2 et 3 à travers des activités de repérage dans l'espace au cycle 2 et de repérage dans l'espace et géométrie au cycle 3. Les activités de programmation apparaissent comme un support à la construction d'apprentissages dans ces domaines (espace et géométrie) : « Des activités géométriques peuvent être l'occasion d'amener les élèves à utiliser différents supports de travail : papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation de cartes, de plans » (MEN, 2015, p.198).

Les connaissances spatiales et géométriques concernées sont les suivantes : « **(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations** […] avec de nouvelles ressources comme […] des logiciels d'initiation à la programmation » (MEN, 2015, p.211) et

« **Reconnaître et utiliser quelques connaissances géométriques** [...] Exemples de matériels : papier/crayon, logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation » (MEN, 2015, p.212). Il existe également un document d'accompagnement "initiation à la programmation"[1] avec notamment une annexe proposant des exemples de construction de figures avec le logiciel de programmation Scratch.

Les activités spatiales et géométriques apparaissent réciproquement comme des points d'appui pour permettre une initiation à la programmation : « Une initiation à la programmation est faite à l'occasion notamment d'activités de repérage ou de déplacement (programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran), ou d'activités géométriques (construction de figures simples ou de figures composées de figures simples) » (MEN, 2015, p.214).

En partant de ces préconisations des programmes, le but de cet atelier est de questionner les apports et limites de l'utilisation de la programmation pour développer ou réinvestir effectivement des connaissances géométriques, dans le cas d'une activité de reproduction de figure géométrique. En effet, alors que la géométrie dynamique a apporté un point de vue nouveau sur la géométrie (Assude et Gelis, 2002), qu'en est-il de la programmation ?

Pour cela nous avons proposé aux participants de réaliser une même tâche de reproduction dans différents environnements : logiciel de programmation, logiciel de géométrie dynamique et papier-ciseaux. Pour l'analyse des connaissances et compétences en jeu, nous nous appuierons sur les travaux récents en didactique de la géométrie (Perrin-Glorian et Godin, 2014 ; Petitfour, 2015) permettant de rendre compte de connaissances géométriques et compétences visuo-spatiales en jeu dans la reproduction de figures.

Nous avons choisi d'utiliser Scratch comme logiciel de programmation (préconisé par les programmes) et GeoGebra comme logiciel de géométrie dynamique. Nous avons écarté les « robots » (Probot, Thymio, …) suite à des difficultés techniques d'utilisation pour obtenir des tracés suffisamment précis, ce qui nous amène à penser que leur utilisation dans l'enseignement (tracés géométriques) n'est pas tout à fait adaptée à l'école primaire pour le moment.

I - REPRODUCTION D'UNE FIGURE GÉOMÉTRIQUE

La figure géométrique que nous avons choisie est la figure 1 ci-dessous :

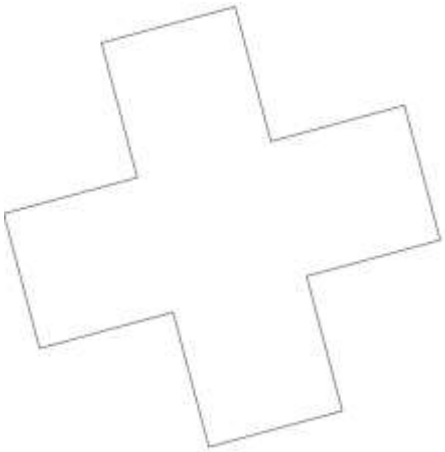


Figure 1

Il s'agit d'une figure pouvant être considérée comme complexe car composée de figures simples (carrés ou rectangles ou les deux). Cette figure possède certaines régularités (motifs isométriques par

[1] http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Initiation_a_la_programmation/92/6/RA16_C2_C3_MATH_inititation_programmation_doc_maitre_624926.pdf

translation, rotation ou symétrie). Sa reproduction peut donc amener à utiliser certaines caractéristiques des logiciels choisis : des boucles dans le logiciel de programmation Scratch et des juxtapositions de carrés dans le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra. L'environnement papier-ciseaux permet d'exploiter la symétrie de la figure grâce au pliage. Une analyse de la tâche de reproduction sera proposée dans la partie II.

Lors de l'atelier, les participants ont d'abord été invités à reproduire cette figure dans l'environnement Scratch ainsi que dans un deuxième environnement parmi le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra ou l'environnement papier-ciseaux. Nous avons ensuite organisé une mise en commun des productions. Voici des exemples de constructions réalisées dans l'atelier suivies de commentaires sur leur réalisation et d'exemples de réalisations obtenues dans d'autres contextes (en classe ou en formation).

1 Reproductions avec Scratch

1.1 Reproduction 1 avec Scratch



Script 1

Production classique que l'on retrouve dans 4 groupes. Un motif a été reconnu (⌴ dans le script ci-dessus mais d'autres ont choisi ⌝⌞) et reproduit quatre fois.

À ce stade, les problèmes suivants ont été soulevés :

- la procédure d'initialisation n'est pas évidente car dépendante de l'orientation initiale du lutin qu'il faut identifier ;
- la taille de la figure obtenue peut être trop petite (par exemple lorsque l'on conserve la valeur choisie par défaut pour le bloc « avancer de »). La figure sera alors en partie cachée par le lutin. Certains groupes choisissent 100 au lieu de 20 dans l'instruction "avancer de", d'autres déplacent le lutin à la fin du script et d'autres enfin changent le lutin choisi par défaut (le chat) en le remplaçant par la flèche ( ) pour visualiser également l'information sur l'orientation du lutin ;
- la taille de la scène[2] est imposée et oblige à estimer un ordre de grandeur du pas à inscrire dans l'instruction "avancer de" si l'on souhaite que la figure soit entièrement visible[3] ;

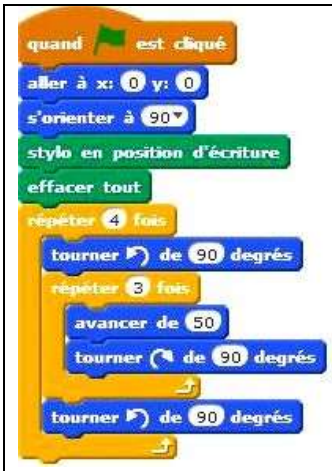
[2] Dans Scratch, la « scène » est l'espace de l'écran permettant de visualiser les objets créés. Il s'agit d'un rectangle de 480 pixels par 360 pixels. Elle est munie d'un repère dont l'origine est le centre de ce rectangle.

[3] Tout comme dans l'environnement papier-crayon pour prévoir si la figure sera réalisable sur la feuille proposée, il faut ici anticiper sur les dimensions des côtés.

- si la place prise par la figure sur la scène n'a pas été anticipée, le lutin peut "sortir de la scène" (il disparaît) et se pose alors le problème de le faire revenir. La seule solution trouvée dans l'atelier a été d'utiliser l'instruction "aller à x : 0 y : 0". La question s'est posée de savoir si cette situation ne pouvait pas être retenue pour donner du sens au repérage dans le plan et à l'utilisation d'un système de coordonnées de points ;
- l'unité de longueur est implicite ("avancer de 100") : il s'agit du pixel (unité graphique particulière) ;

Une fois cette première réalisation effectuée, plusieurs groupes ont cherché à rendre leur programme plus « efficace » (moins d'instructions). Les animateurs ont également proposé de produire un script permettant d'obtenir la croix en utilisant le moins de fois possible (voire une seule fois) l'instruction "avancer".

1.2 Reproduction 2 avec Scratch



Script 2



Script 3



Script 4

Dans ces trois productions les groupes ont cherché à minimiser le nombre d'actions "avancer" et "tracer" en utilisant l'action "répéter" sur des motifs repérés sur la figure.

Dans le script 5, produit par un groupe, il est intéressant de noter que la contrainte forte "n'utiliser qu'une seule fois l'instruction avancer " engage à mobiliser des connaissances mathématiques hors de



Script 5

portée des élèves de l'école ou du collège.

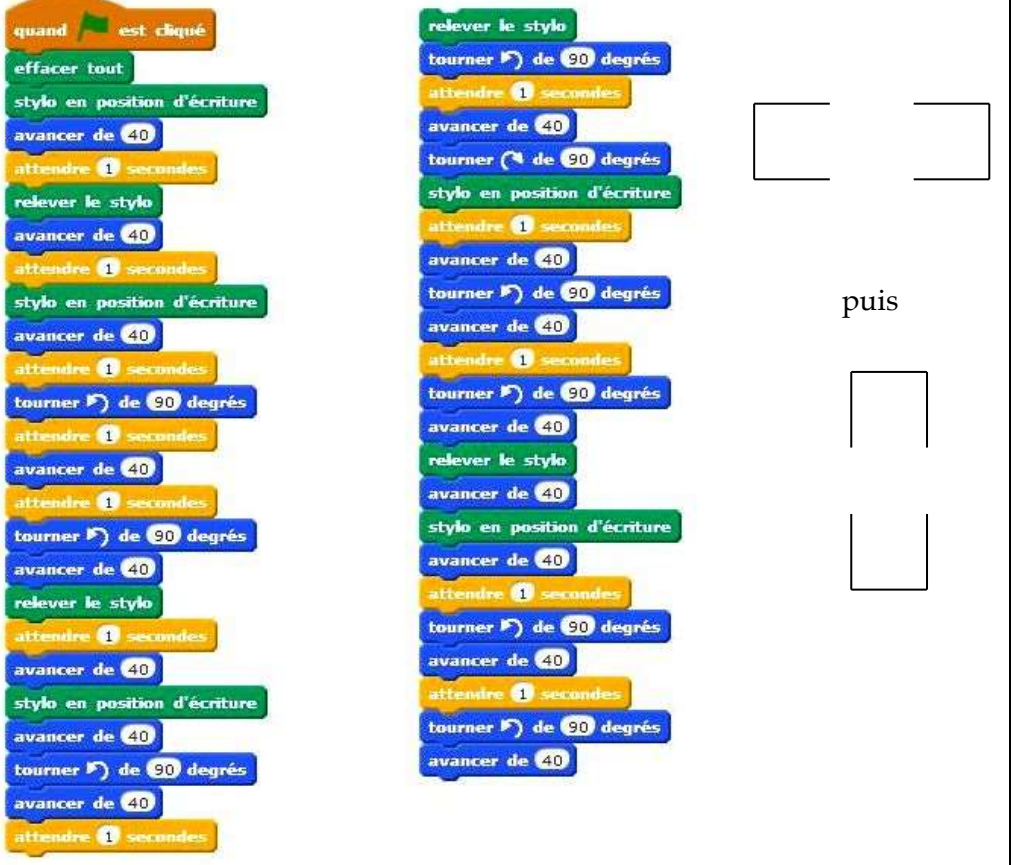
Dans cet environnement, comme dans les autres, les contraintes posées sur les outils disponibles (leur nature, le nombre d'utilisations possible, etc.) sont des variables didactiques de la situation de reproduction. Un groupe a proposé de donner un coût aux instructions plutôt que d'en limiter le nombre, le but étant de trouver une suite d'instructions permettant d'obtenir la figure au moindre coût.

Tous les groupes ont utilisé au moins une boucle ce qui traduit effectivement la reconnaissance d'un motif que l'on souhaite répéter. C'est ici un point important de l'algorithmique et de la programmation, terrain d'expression des mathématiques comme "science des modèles" (Kahane, 1995-1996). Modestement sur cette tâche, chacun a cherché à reconnaître un motif pour tirer parti de l'environnement Scratch permettant de réaliser à moindre coût la répétition dudit motif. Une analyse moins poussée aurait conduit à réaliser les tracés de segment un à un, les uns après les autres (en exprimant l'idée d'un déplacement pas à pas) comme nous avons pu l'observer dans des classes à qui nous avions proposé la même tâche de reproduction :

- le script 6 a été obtenu dans une classe de Cm1-Cm2. On notera une utilisation erratique des mesures d'angle ;
- le script 7[4] a été obtenu en classe de quatrième et permet d'obtenir la figure comme superposition de deux rectangles ;



Script 6



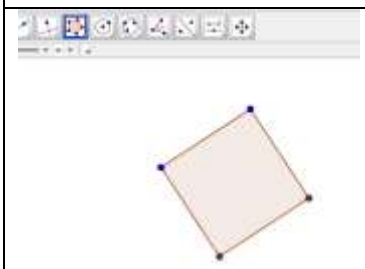
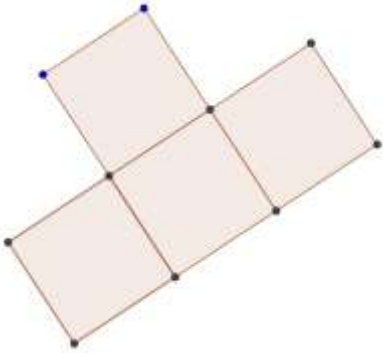
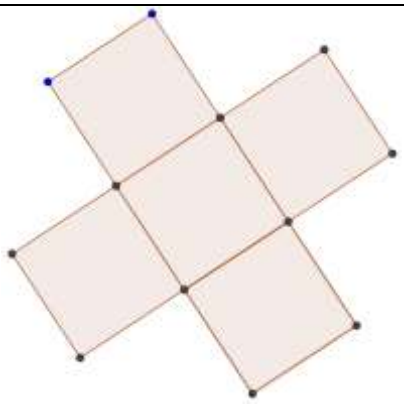
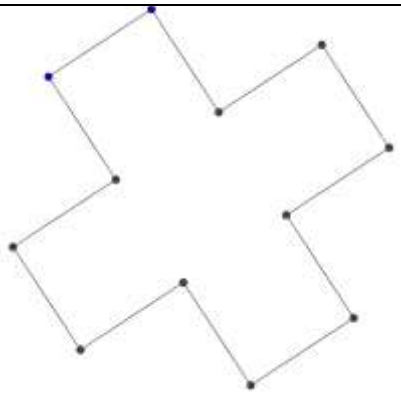
Script 7

[4] Pour des raisons de mise en page le script 7 a été scindé en deux colonnes.

2 Reproductions avec GeoGebra

2.1 Reproduction 1 avec GeoGebra

Dans la construction suivante, le groupe a utilisé la fonction « polygone régulier à 4 côtés ». Cette fonction permet d'afficher à l'écran des carrés colorés, ce qui conduit à les appréhender comme des surfaces et la figure construite (la croix) comme un assemblage de ces surfaces juxtaposées.

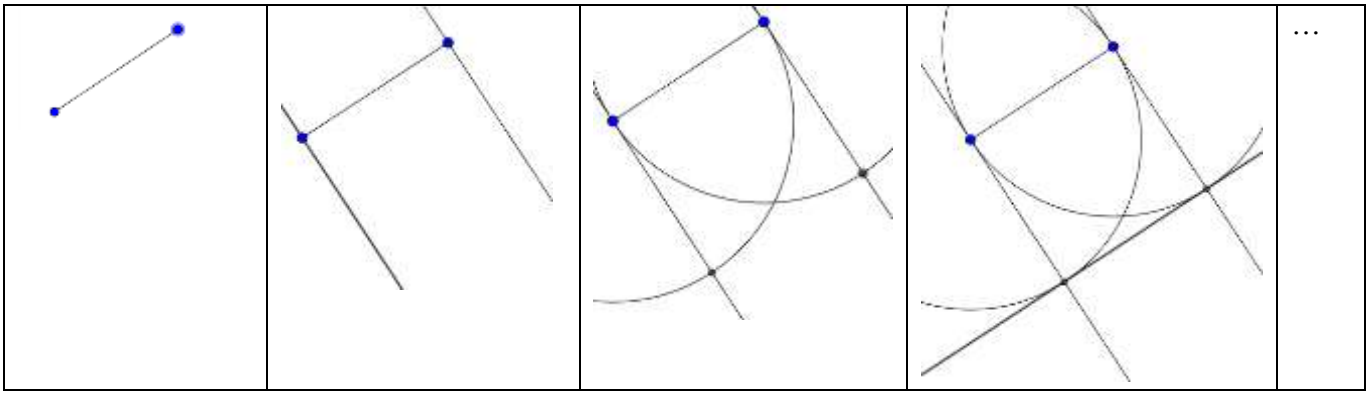
1. Tracé d'un carré comme polygone régulier à 4 côtés	2. Tracé d'un deuxième carré juxtaposé au premier en utilisant deux sommets du premier carré	3. Tracé d'un troisième carré par la même méthode
		
4. Tracé d'un quatrième carré par la même méthode	5. Tracé d'un cinquième carré par la même méthode	6. Tracé de segments formant les côtés de la figure et effacement des 5 carrés intérieurs.
		

Une variante de cette construction est apparue : un groupe a utilisé les mêmes étapes de construction mais en utilisant la symétrie axiale d'axe la droite support d'un des côtés du carré, ce qui met en jeu cette connaissance géométrique supplémentaire.

2.2 Reproduction 2 avec GeoGebra.

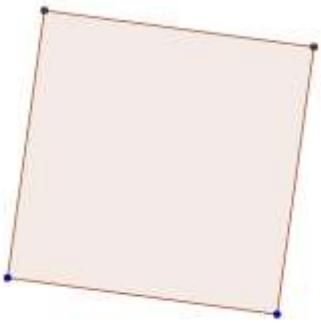
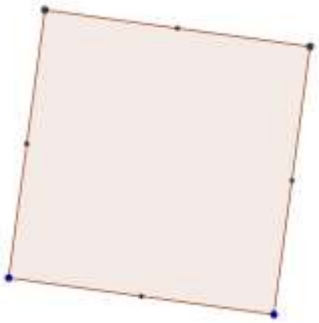
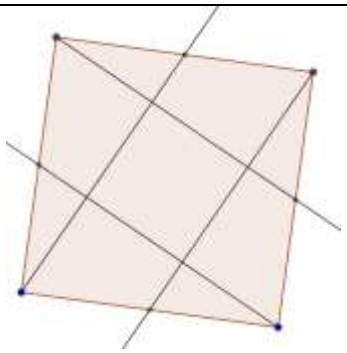
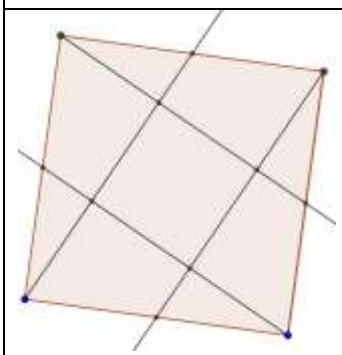
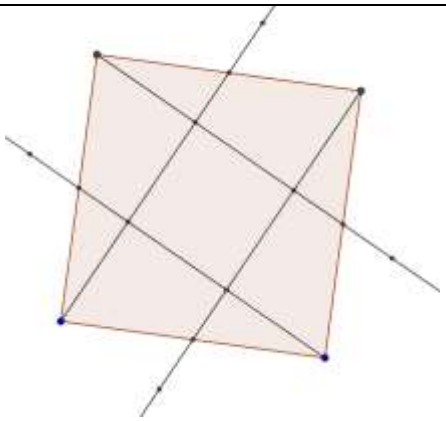
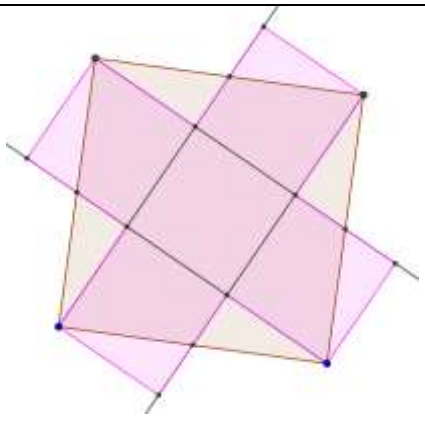
Un groupe a réalisé la construction côté par côté en utilisant la fonction « droite perpendiculaire » pour obtenir des angles droits et la fonction « cercle » pour les reports de longueurs. Cette réalisation s'appuie sur des relations entre les segments qui constituent le contour de la figure.

1. Tracé d'un segment et ses extrémités	2. Tracés de droites perpendiculaires	3. Tracés de cercles pour reporter la longueur du segment et création de points d'intersection	4. Tracé d'une droite passant par les deux points obtenus	Etc.



2.3 Reproduction 3 avec GeoGebra

Le travail de ce groupe suit une analyse très fine des sous-figures et sur-figures liées à la figure initiale. La familiarité avec des figures du même type utilisées dans les sujets de concours l'a orienté vers cette production. Il est à noter que sans recours à des tracés sur un brouillon, l'analyse ci-dessous aurait été beaucoup plus compliquée.

1. Tracé d'un carré comme polygone régulier à 4 côtés	2. Placement des milieux des côtés de ce carré	3. Tracé de demi-droites d'origine un sommet du carré et le milieu d'un côté opposé
		
4. Création des points d'intersection obtenus entre les demi-droites	5. Tracés des symétriques de ces points par rapport aux milieux des côtés du carré	6. Construction du polygone en joignant les points de la figure obtenus aux étapes précédentes.
		

Les participants des différents groupes sont assez familiers avec l'utilisation de GeoGebra, ainsi, peu de problèmes ont été signalés pour la prise en main. De manière implicite, la résistance au déplacement a été prise en compte pour la reproduction de la figure.

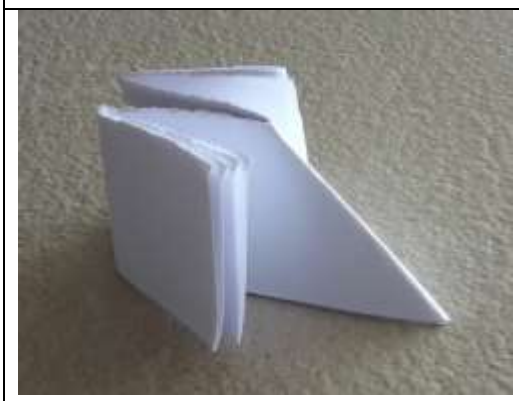
3 Reproductions dans l'environnement papier-ciseaux

L'environnement papier-ciseaux n'est pas classique. Il a été clarifié en début de mise en activité. Les participants ont à leur disposition le modèle de la croix à reproduire, une feuille A4 blanche et une paire de ciseaux. La reproduction doit être d'un seul tenant. On appellera « coup de ciseaux » l'opération qui consiste à découper la feuille de manière rectiligne (coupe aussi longue que l'on veut, sans changement de direction). Les participants peuvent plier la feuille comme ils le souhaitent. Bien entendu, la reproduction de la figure doit pouvoir être justifiée même si sa réalisation peut être approximative (tout comme dans l'environnement papier-crayon). L'introduction de contraintes sur l'utilisation des instruments (les ciseaux) est également possible dans cet environnement, ce qui a été fait dans l'atelier en introduisant la consigne « donner le moins de coups de ciseaux possibles ». Cela a permis aux participants d'approfondir leur recherche en travaillant sur d'autres procédés possibles.

Les participants n'étant pas familiers de cet environnement, il a fallu passer par une phase d'essais-erreurs pour parvenir à des reproductions satisfaisantes. On notera que plusieurs groupes ont tout d'abord utilisé le modèle de la croix, qu'ils ont plié en faisant se superposer les bords par transparence, pour essayer de trouver le nombre (et le lieu) de coups de ciseaux minimal. Presque tous les groupes ont choisi implicitement que la reproduction finale ne devait pas avoir de superposition de surface. Cette décision implique un minimum de deux coups de ciseaux (dont le premier est généralement pour passer du format A4 à une feuille carrée). Or, sans cette contrainte implicite, une réalisation en un seul coup de ciseaux est possible.

3.1 Reproduction 1 en papier – ciseaux

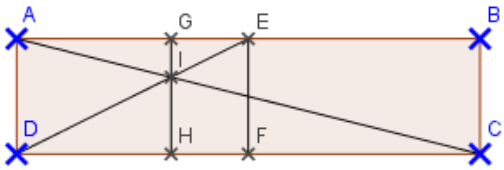
La reproduction ci-dessous est la réalisation classique en deux coups de ciseaux. Le premier coup de ciseaux sert à passer du format A4 à une feuille carrée. Ensuite, par un jeu de superposition (correspondant à des symétries axiales de la figure), un second coup de ciseaux permet d'obtenir, après dépliage, une reproduction de la croix. La transcription ci-dessous permet de visualiser, à rebours, les pliages suffisants :

1. Après avoir obtenu une feuille carrée puis plié trois fois en deux et une fois en trois…on coupe une fois…	2. Et on déplie…	3. Ceci est le quart de la croix…attention, c'est à ce stade que le pliage en trois est intervenu !
		
4. Le pliage en trois est visualisable	5. La croix, suite aux découpes après pliage	6. Une possibilité en un seul coup de ciseaux est de se passer de l'étape qui consiste à rendre la feuille de départ carrée et de superposer les morceaux superflus.





Une discussion a animé cette réalisation suite au passage obligatoire par un pliage en trois parties égales. Ce pliage est-il justifiable mathématiquement ou est-il seulement une construction « à l'œil » ? Une construction peut être réalisée en s'appuyant sur le théorème de Thalès (cf. Figure 2) : on obtient le point I par pliage selon [AC] et [DE], puis on obtient [DH] par un pli bord à bord passant par I. On notera que le questionnement autour de la légitimité du pliage en trois peut s'appliquer pour le pliage en deux dit « bord à bord ».



ABCD rectangle, E milieu de [AB].
I est le point d'intersection des droites (AC) et (DE).
G est le projeté orthogonal de I sur (AB).
AG=1/2CH
GE=1/2DH
Si on pose GE=1 alors DH=2=AG et CH=4
d'où CD=6 et AG=2 donc AG=1/3 CD.

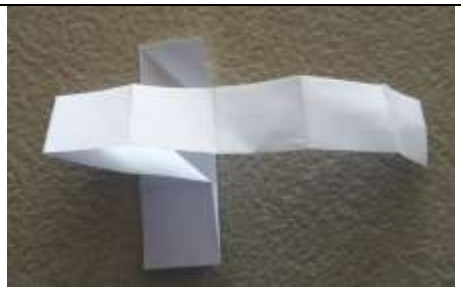
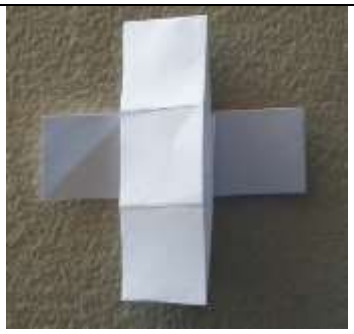
Figure 2 : partage d'une feuille en trois rectangles superposables par pliage

3.2 Reproduction 2 en papier – ciseaux

La production ci-dessous a été proposée par une étudiante de M2 familière des origamis à qui la tâche de reproduction a été proposée. L'idée est de découper, en un seul coup de ciseaux, une bande à bord parallèle suffisamment fine pour y faire apparaitre 9 carrés superposables. Ensuite, par pliage, on peut reproduire la croix souhaitée (avec des superpositions de carrés).

1. En pliant bord à bord trois fois de suite, on obtient une bande à bords parallèles suffisamment fine.	2. Une fois la bande coupée[5], on initialise la création des carrés.	3. La bande est pliée pour faire apparaître au moins 9 carrés superposables.
		
4. Pliage type origami.	5. On obtient la croix avec plusieurs superpositions.	6. Objet final.

[5] A ce stade, le « coup de ciseaux » est rectiligne même s'il faut cisailler plusieurs fois (tout dépend de la longueur de la lame !) L'opération de découpe peut intervenir après avoir construit les carrés. La découpe est alors plus imprécise (dû aux superpositions) mais le coup de ciseaux est plus net.

II. OUTILS D'ANALYSE D'UNE TÂCHE DE REPRODUCTION DE FIGURES

Nous présentons maintenant quelques outils d'analyse permettant de rendre compte des connaissances et compétences en jeu dans une tâche de reproduction de figures, en appui sur des travaux de recherche concernant les différentes visions sur les figures (Perrin-Glorian et Godin, 2014) et l'action instrumentée (Petitfour, 2015). Nous utiliserons ces outils dans la partie suivante pour réaliser une analyse comparée de la tâche de reproduction de la croix dans les trois environnements étudiés.

Une tâche de reproduction de figures nécessite un enchaînement d'*actions instrumentées*. Nous appelons de telles actions celles d'un sujet qui, dans son environnement de travail, utilise corporellement des objets techniques, soit pour analyser des relations géométriques représentées graphiquement, soit pour produire des objets graphiques représentant des objets géométriques. Par exemple, la vérification d'un alignement de deux segments avec la règle (analyse d'une relation géométrique) et le tracé d'une droite avec la règle (production d'un trait droit représentant la droite) sont des actions instrumentées.

Les *objets techniques*, dépendant de l'environnement de travail, sont par exemple :

- la règle, l'équerre, le compas dans l'environnement papier-crayon ;
- les outils « cercle (centre-point) », « droite perpendiculaire » dans l'environnement technologique du logiciel GeoGebra ;
- « avancer de 10 pas », « répéter 10 fois » dans l'environnement technologique de Scratch ;
- la paire de ciseaux dans l'environnement papier-ciseaux.

Les *objets graphiques* – traces du crayon sur une feuille de papier dans l'environnement papier-crayon, traces sur un écran dans un environnement technologique, plis et traits de découpe dans l'environnement papier-ciseaux – ont des caractéristiques spatiales qui rendent compte de propriétés géométriques de la figure.

Nous distinguons les trois visions suivantes des figures (Perrin-Glorian et Godin, 2014) que nous illustrons avec la figure étudiée dans l'atelier :

- dans une vision « surfaces », on peut voir une surface (par exemple la croix de la figure 3), des surfaces juxtaposées, comme les cinq carrés de la figure 4 ou le rectangle et les deux carrés de la figure 5. On peut voir aussi des surfaces qui se chevauchent, par exemple la croix et un carré sur la figure 4 et les deux rectangles sur la figure 5. On peut également voir des lignes mais seulement en tant que bords de surface. On peut voir par exemple le contour de la croix (figure 6). Cette vision étend la notion de forme 2D évoquée par Duval (2005) ;

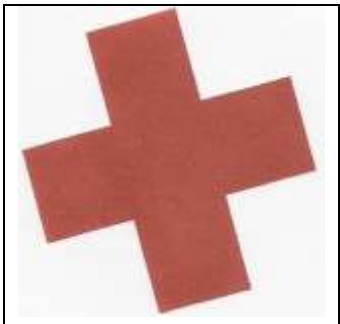


Figure 3

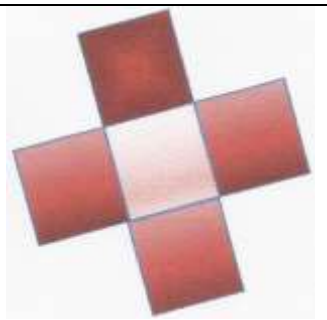


Figure 4

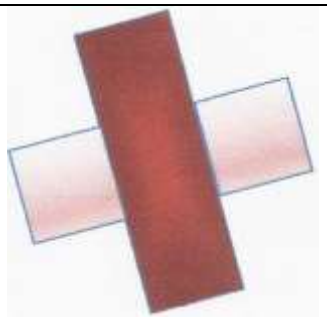


Figure 5

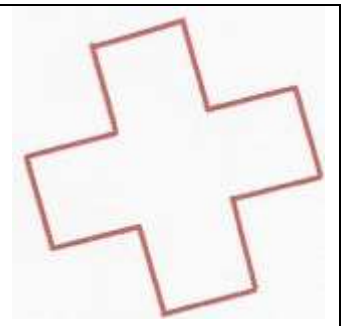


Figure 6

- dans une vision « lignes », on peut voir la figure comme constituée de lignes pouvant se tracer à la règle et au compas (figure 7). Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de droites supports des côtés ;
- Dans une vision « points », on peut créer des points par intersection de deux lignes et les points peuvent définir des lignes (figure 8) ;

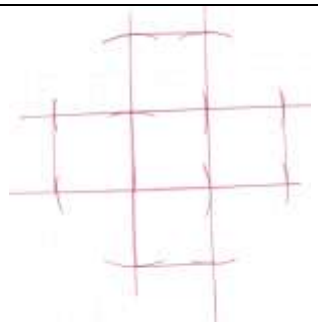


Figure 7

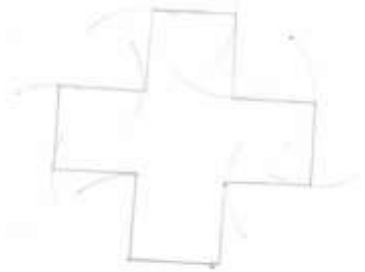
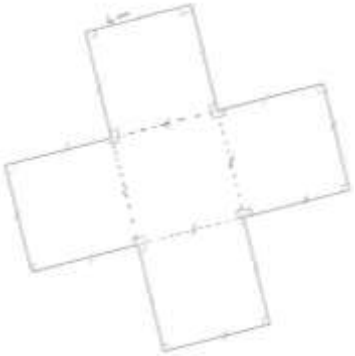


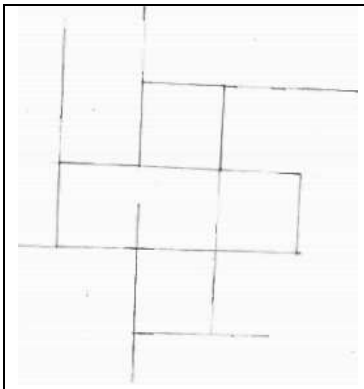
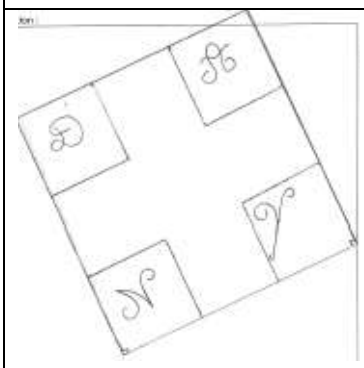
Figure 8

Les actions instrumentées mettent en jeu différents types de compétences (organisationnelles, manipulatoires, visuo-spatiales) et de connaissances (techniques, graphiques, géométriques). Nous nous intéressons ici aux connaissances géométriques et aux compétences visuo-spatiales :

- les *connaissances géométriques* sont relatives à la définition des objets géométriques et aux relations qui peuvent exister entre eux comme la perpendicularité, l'alignement, ...
- les *compétences visuo-spatiales* concernent la capacité à réaliser une analyse visuelle pour prélever et interpréter des informations spatiales (repérage d'objets graphiques, repérage de relations spatiales entre ces objets). Elles concernent également la capacité à réaliser une déconstruction dimensionnelle (Duval, 2005), à passer d'une vision « surfaces » à une vision « lignes » et « points ».

Nous illustrons la mise en jeu de ces connaissances et compétences dans une analyse de productions d'élèves de cycle 3, qui avaient la tâche de reproduire la croix dans l'environnement papier.

Productions des élèves	Compétences visuo-spatiales sous-jacentes à la construction	Connaissances géométriques sous-jacentes à la construction
 « J'ai utilisé le compas pour tracer les arcs de cercle et l'équerre pour relier les traits, le crayon à papier pour tracer les traits. »	A la jonction de la vision « surfaces » et de la vision « lignes » : tracé du contour segment par segment Repérage d'égalités de longueur des côtés du polygone Alignements de côtés et angles droits non repérés (direction des côtés prise « au jugé »)	Les points d'un arc de cercle sont équidistants de son centre Égalité de longueurs
 « Cette figure est une croix qui se compose de deux rectangles. »	Vision « surfaces » : chevauchement de deux rectangles Repérage de la relation entre les deux rectangles	Propriétés du rectangle « Un quadrilatère ayant deux côtés de même longueur, chacun perpendiculaire à un troisième côté, est un rectangle. » Angle droit
 « La figure est composée de 5 carrés de 4 cm. »	Vision « surfaces » : juxtaposition de cinq carrés Repérage de l'organisation spatiale des carrés	Propriétés du carré « Un quadrilatère ayant quatre côtés égaux et quatre angles droits est un carré » Angle droit, égalité de longueur

	Vision « lignes » Repérage de demi-droites supports des côtés Repérage d'alignement de côtés, de la relation de perpendicularité	Report de longueur sur une demi-droite à partir d'un point Angle droit, égalité de longueur
	Vision « lignes » et « points » Construction d'une sur-figure par prolongement de côtés Repérage d'égalités de longueur, d'alignements et d'angles droits	Alignement, égalité de longueur, angle droit, point d'intersection

III. ANALYSE COMPARÉE DES REPRODUCTIONS DANS LES TROIS ENVIRONNEMENTS

	Compétences visuo-spatiales	Connaissances géométriques
Logiciel de programmation	La vision « surfaces » avec la ligne vue comme le contour d'une surface est principalement mobilisée, soit dans sa globalité ("identifier que tous les côtés de la croix ont la même longueur"), soit en repérant "quatre fois un même parcours"(*Script 2*). Cette appréhension spatiale de la figure est associée à un point de vue « dynamique » avec les idées de déplacement, de chemin à parcourir provoquées par la nature des blocs disponibles comme "avancer de" qui permet, le stylo étant en position d'écriture, de tracer un segment. La réalisation de la tâche dans cet environnement nécessite également de "se mettre à la place du lutin (décentration et orientation) et de passer de l'espace au plan comme si on dessinait sur le sol de la cour." La scène étant de taille donnée fixe sans possibilité de zoom, la croix est à reproduire dans un espace contraint qui engage à	L'égalité des longueurs, les angles droits et leur mesure sont identifiés comme connaissances géométriques mobilisées dans la tâche de reproduction. La capacité à "décomposer une figure complexe en figures élémentaires" est à mettre en relation avec la recherche d'économie dans l'écriture du programme.

	estimer la taille possible des segments.	
Logiciel de géométrie dynamique	Les visions "lignes" et "points" sont en jeu dans les constructions utilisant les droites et cercles alors que la vision "surfaces " est en jeu dans celles utilisant un assemblage de cinq carrés. Cette dernière peut être induite dans cet environnement par la possibilité d'utiliser dans le menu l'outil "polygone régulier" qui permet de tracer à moindre coût un carré puis de compléter la figure avec quatre carrés.	Les multiples procédés de construction envisageables dans cet environnement conditionnent les connaissances mises en jeu : cercles (distances égales), symétrie centrale et axiale (conservation des distances, image du carré), propriétés du carré.
Papier-ciseaux	Deux visions semblent privilégiées dans cet environnement. La vision "surfaces" conduisant à inclure la figure dans un carré ou à la voir comme la juxtaposition de carrés ; la vision "lignes" dans la reconnaissance et éventuellement le prolongement des axes de symétrie des différents carrés identifiés. Ces deux visions se répondent entre elles lorsque des propriétés de symétries, du carré par exemple, donnent des superpositions de segment (les côtés). Ici, la vision du « contour » est à l'intersection de la vision « surfaces » et de la vision « lignes ». La vision « points » peut aussi être mobilisée lorsqu'il s'agit d'identifier le milieu d'un segment par exemple.	L'environnement et la contrainte imposés engagent à décomposer en figures simples la figure complexe, cette dernière s'obtenant comme juxtaposition (après symétries essentiellement) de ces figures simples. Les propriétés géométriques recensées par les groupes sont principalement liées, dans cet environnement, à celles des symétries : axe de symétrie d'un segment pour obtenir son milieu, les diagonales d'un carré sont axes de symétrie de ce carré qui peut aussi être vu comme deux triangles rectangles isocèles juxtaposés. L'utilisation de compositions de symétries est à mettre en relation avec la recherche d'un nombre minimal de coups de ciseaux.

IV. UNE EXPÉRIMENTATION EN FORMATION

Nous avons proposé cette tâche de reproduction en formation initiale à des professeurs des écoles stagiaires. Quatre ateliers correspondant à quatre environnements différents ont été mis en place :

Atelier 1 : papier-crayon avec comme contrainte d'utiliser l'équerre le moins de fois possible

Atelier 2 : papier-ciseaux avec comme contrainte de réaliser le moins de coups de ciseaux possible

Atelier 3 : GeoGebra (sur tablettes)

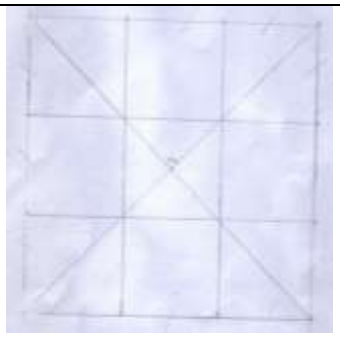
Atelier 4 : Scratch (sur tablettes)

Sur chacun des ateliers, deux groupes (de deux ou trois stagiaires) travaillent en parallèle. Ce dispositif vise à confronter, lors de la mise en commun, les productions obtenues d'une part au sein d'un même environnement et d'autre part dans des environnements distincts.

Voici un compte-rendu de quelques productions obtenues lors de la mise en œuvre.

Atelier 1 (papier-crayon)

Les deux groupes ont utilisé la même sur-figure pour leur reproduction : le « grand » carré. Voici la reproduction réalisée dans un groupe.


Le groupe a d'abord réalisé le « grand » carré en utilisant deux fois l'équerre. Dans un second temps, en cherchant à minimiser le nombre d'utilisations de l'équerre, une étudiante a proposé d'exploiter la propriété sur les diagonales du carré pour n'utiliser qu'une fois l'équerre (construction du « grand » carré à partir de ses diagonales).

Les quatre groupes ont fait des découpages variés. Les découpes obtenues ne sont pas toujours d'un seul tenant. Elles ne mobilisent pas les mêmes visions de la figure : cinq carrés juxtaposés pour la première et la quatrième et un grand carré auquel on enlève quatre carrés dans les « coins » pour les deuxième et troisième figures.

		
Première figure	*Deuxième figure*	*Troisième figure*
Chevauchement de deux rectangles	Pliages et découpage par utilisation de la symétrie mais avec une erreur liée au non respect des longueurs des côtés (pliage en quatre).	Pliages et découpage par utilisation de la symétrie. Le partage en trois a été obtenu par un pliage par essais successifs de superpositions.

Le quatrième groupe a réalisé la reproduction déjà présentée en I. 3.2.

Pour les ateliers 3 (GeoGebra) et 4 (Scratch) les productions ont été similaires à celles obtenues dans l'atelier (cf. partie I).

La comparaison de ces différentes constructions lors de la mise en commun a permis de mettre en évidence les différents regards que l'on peut être amené à porter sur une même figure.

Un changement de regard peut être provoqué au sein d'un même environnement en instaurant des contraintes sur la nature et le nombre d'utilisation des instruments autorisés. On cherche alors à faire émerger en formation le point de vue exprimé par Duval (2005) affirmant que "la reproduction ne constitue pas un seul type de tâches, mais il y a autant de types de tâches de reproduction que de types d'instruments utilisés. La variation des instruments est une variable didactique essentielle (…)."

Le changement de regard peut aussi être induit par le changement d'environnement dans lequel la tâche est proposée. Par exemple, les groupes de l'atelier Scratch ont tous mobilisé une vision « surface » (par son contour) alors que dans les environnements GeoGebra ou papier-crayon, outre des visions surface (par juxtaposition ou superposition), des visions lignes et points sont aussi apparues. Cela avait déjà était mis en évidence dans la partie III.

Une fois que les étudiants prennent conscience de cette variété de regards possibles sur une même figure, le travail se poursuit par une réflexion sur la façon de faire évoluer les élèves d'une vision « surfaces » vers une vision « lignes » ou « points », cette dernière étant nécessaire à une entrée dans la géométrie pratiquée au collège.

CONCLUSION

Que peut-on retenir comme apports et limites de cette approche de la géométrie à travers la programmation que nous avons illustrée par la mise en œuvre d'une tâche de reproduction d'une figure géométrique dans différents environnements ?

Remarquons dans un premier temps que la connaissance nouvelle (ici celle se rapportant à la programmation en environnement Scratch) peut être un obstacle à la mobilisation des autres connaissances (ici les connaissances géométriques). Nous avons vu précédemment qu'un manque de connaissances de l'environnement Scratch sur les tailles de la croix, du lutin, de la scène, du placement du lutin sur la scène ou de l'orientation du lutin peuvent poser problèmes. Nous avons indiqué également avoir écarté les robots car des connaissances techniques sur le paramétrage des robots dans les mouvements de rotation n'étaient pas accessibles au niveau de l'école primaire. Et souvent dans l'enseignement ou la formation les problèmes de connaissances techniques sur l'environnement dominent les problèmes didactiques ou mathématiques (Cabassut et Trestini, 2006). Il faut donc en préalable avoir anticipé ces problèmes de connaissances de l'environnement afin qu'ils ne viennent pas perturber les problèmes mathématiques à résoudre.

L'environnement « programmation avec Scratch » amène à mobiliser des compétences visuo-spatiales pour résoudre le problème proposé. C'est alors une vision « surfaces » avec la ligne vue comme le contour d'une surface qui est en jeu, avec les notions de repérage et de déplacement jouant un rôle essentiel dans la reproduction. C'est une différence importante avec les autres environnements. Certaines notions géométriques peuvent prendre un nouveau sens dans cet environnement, comme la notion d'angle, qui apparaît dans Scratch comme « angle de rotation ».

Une autre spécificité de cet environnement est aussi liée au fait d'amener à repérer des répétitions de motifs dans la figure, ce qui n'est pas essentiel dans d'autres environnements. Par exemple le bord de la figure peut être décomposé selon quatre lignes brisées superposables. La justification de ces répétitions, perçues dans un premier temps, mobilise des connaissances géométriques. Les élèves se contenteront-ils d'une validation perceptive ou mobiliseront-ils une validation géométrique ? Dans ce cas il faut repérer le risque de dévalorisation de la validation géométrique que fait courir l'environnement de programmation s'il se contente d'une validation perceptive ou pragmatique (c'est vrai parce que je le vois ou parce que l'action a réussi).

Ces compétences visuo-spatiales (éventuellement en lien avec des connaissances géométriques) ont permis de mettre en œuvre des compétences de programmation : ceci peut illustrer les apports de la géométrie au domaine « algorithmique et programmation ».

En effet, la notion de programme est une connaissance travaillée dans ce type d'activité. Certes les élèves ont pu s'exercer, dans les activités de reproduction ou de construction d'une figure dans l'environnement papier-crayon, à la rédaction d'un programme de construction. De même avec un logiciel de géométrie dynamique, ils ont pu choisir dans des menus déroulants des actions qui, de manière cachée, étaient traduites en programmes adressées à l'ordinateur qui les exécutait. Ici l'élève produit un programme en langage Scratch, en s'initiant à la syntaxe rigoureuse des différentes

instructions de ce langage, aux caractéristiques de linéarité des séquences d'instructions et d'écriture par blocs. Le type d'activité de reproduction semble bien se prêter à cette initiation à la programmation.

Un second point abordé porte sur l'instruction de répétition. Elle nécessite le repérage d'un modèle (en anglais pattern, qu'on peut traduire aussi par motif). Ici la connaissance en algorithmique et programmation apporte à la connaissance géométrique un nouveau regard : celui qui repère les modèles (motifs ou pattern). Le concept d'invariant est fondamental en géométrie pour classer les différents objets et les caractériser : l'invariance de la longueur, de l'angle, etc. Le rôle de la symétrie dans l'analyse de la figure à reproduire a été déterminant pour plusieurs productions présentées précédemment. La répétition peut apparaître en mathématiques : elle est même formalisée dans le raisonnement par récurrence. Mais elle apparaît moins naturellement qu'en algorithmique et programmation, car ce concept de modèle (pattern) dépasse le cadre de la géométrie et se retrouvera plus tard dans les calculs itératifs, puis récursifs jusque dans les structures algébriques. Et c'est ce repérage d'un modèle dans l'objet considéré qui apporte un nouveau regard sur la géométrie et sur les mathématiques.

Nous avons vu se dessiner une progression classique dans l'apprentissage d'un nouveau domaine « algorithmique et programmation » : apprendre ce domaine avec les mathématiques connues (par exemple apprendre sur les tailles de la croix, du lutin, de la scène, du placement du lutin sur la scène ou de l'orientation du lutin à partir d'activités mathématiques), apprendre des nouvelles mathématiques à partir de la programmation en Scratch (par exemple repérer des modèles dans un objet géométrique ou un objet mathématique) puis apprendre de manière intégrée des mathématiques et de la programmation en Scratch. Il s'agit de détailler cette progression dans des parcours d'étude et de recherche intégrant mathématiques, algorithmique et programmation. Pour cela Trouche (2014) invite à concevoir des « orchestrations instrumentales [qui] sont les dispositifs que le maître doit construire dans la classe pour guider la constitution des instruments des élèves et faciliter leur contrôle ». Mais ce travail doit rassembler une équipe pluri-disciplinaire : « Concevoir des orchestrations instrumentales et plus généralement des scénarios d'exploitation didactique, est une nécessité dans les environnements technologiques complexes. Mais cela ne peut pas être du ressort d'un seul professeur. L'ingénierie didactique est un travail complexe, qui devrait reposer sur la recherche d'équipes pluridisciplinaires, associant des informaticiens, des didacticiens, des mathématiciens et des professeurs » (Trouche, 2014, p.190). Tout un programme !

Enfin, nous avons également présenté dans la dernière partie une expérimentation en formation initiale des enseignants du dispositif utilisé pour l'atelier, c'est-à-dire la comparaison de la reproduction d'une même figure dans différents environnements. L'expérimentation montre une variété importante de procédures utilisées par les futurs enseignants qui permet de les faire réfléchir ensuite aux apports et limites de l'environnement de programmation Scratch, tout comme cela a été fait au cours de l'atelier. Cela permet également de les former sur les différentes visions possibles d'une figure ainsi que sur les variables didactiques permettant de faire évoluer le regard sur les figures. Cette situation apparaît donc plus généralement comme un possible point de départ pour un travail sur la didactique de la géométrie en formation.

BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T., GELIS J.M. (2002) La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de cabri-géomètre à l'école élémentaire, *Educational Studies in Mathematics,* 50, 259-287.

CABASSUT R., TRESTINI M. (2006) Les TIC dans la formation et l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, en collaboration avec Riemlinger P. et Trestini M., *Actes du XXXIIe Colloque COPIRELEM*, IREM de Strasbourg.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* **10**, 5-53.

KAHANE J.-P. (1995 - 1996) Mathématiques et formation. *Petit x*, **40**, 5-14.

MEN (Ministère de l'Education Nationale) (2015) Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4).

PERRIN-GLORIAN M.-J., GODIN M. (2014) De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école*, **222**, 26-36.

PETITFOUR E. (2015) *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème*. Thèse de l'Université Paris 7.

TROUCHE L. (2004) Environnements informatisés et mathématiques, quels usages pour quels apprentissages ? *Educational Studies in Mathematics,* **55**, 181-197.

DÉFI CALCUL : UN DISPOSITIF DE FORMATION DE FORMATEURS, D'ENSEIGNANTS, D'ÉLÈVES AU CALCUL MENTAL

Agnès BATTON
Formatrice, CY Cergy Paris Université-INSPE de Versailles
LDAR, IREM de Paris
agnes.batton@u-cergy.fr

Christine CHAMBRIS
MCF, CY Cergy Paris Université
LDAR, IREM de Paris
Christine.chambris@u-cergy.fr

Isabelle MELON
CPC, DSDEN Paris
IREM de Paris
Isabelle.melon@ac-paris.fr

Guylaine **FREGUIS**
CPC, DSDEN Val d'Oise
Guylaine.freguis@ac-versailles.fr

Alexandra **RADOVANOVIC**
CPC, DSDEN Val d'Oise
alexandra.radovanovic@ac-versailles.fr

Résumé
L'atelier vise à faire émerger des points clés d'un projet de formation de formateurs sur le calcul mental en appui sur le « Défi Calcul », un dispositif développé dans le cadre du groupe IREM-Primaire-collège de Paris Diderot (Chambris, Haspekian, Melon, & Pasquet-Fortune, 2018) et par la suite, en formation de formateurs sur le Val d'Oise. L'objectif de ce projet est de former les formateurs à former les enseignants qui formeront les élèves à analyser les calculs pour améliorer leurs compétences.

Durant l'atelier, les participants sont mis en situation de calculer afin d'engager une réflexion sur les enjeux du calcul mental (connaissances des nombres, des faits numériques, des propriétés des opérations). Ils sont amenés à analyser des outils pour les enseignants (banque de calculs, traces écrites, exemples d'entrainement, programmation, etc.) et pour les formateurs (analyse de scénarios et de ressources pour la formation). Des exemples de mises en œuvre du dispositif en formation (de formateurs, d'accompagnement d'équipe), en classe viennent nourrir la réflexion et les échanges.

L'aventure du Défi-Calcul a démarré avec le Groupe IREM de Paris cycle 3 constitué de chercheurs en didactique et d'enseignants de collège et de primaire. Un premier dispositif de formation issu des travaux de ce groupe a été présenté au colloque *Mathématiques en cycle 3* à l'IREM de Poitiers en 2017, qui a donné lieu à une publication en ligne (Chambris, Haspekian, Melon, Pasquet-Fortune, 2017)[1]. A la suite

[1] Une partie des ressources présentées dans ce texte sont en ligne sur le site du colloque de l'IREM de Poitiers : https://irem.univ-poitiers.fr/colloque2017/ressources/At42_Annexe.pdf

de ce travail, depuis deux ans, nous avons développé, avec le soutien de l'IREM de Paris et celui d'autres partenaires de la formation de la région Ile de France (ESPE de Versailles, DAFOR Versailles et Paris, DSDEN 95, DSDEN 91) des formations de formateurs avec des participants de l'Académie de Versailles majoritairement mais aussi de l'Académie de Paris. Ce texte présente le dispositif de formation utilisé avec les formateurs. Il inclut des analyses de mises en œuvre de la formation avec des enseignants et des retours de mises en œuvre dans leur classe par les enseignants formés.

L'objectif de cet atelier est de découvrir un dispositif de formation qui vise à :

- enrichir les connaissances didactiques et mathématiques des formés (formateurs ou enseignants des 1er ou 2nd degrés) ;
- mieux identifier ou comprendre les enjeux de l'enseignement-apprentissage du calcul mental (voir aussi Artigue 2004, Butlen 2007);
- préparer des enseignants à l'enseignement du calcul mental (en termes de contenus et de gestes professionnels), notamment en mettant à disposition des formateurs des outils pour la formation initiale et continue ;

et tout cela en vue du développement des compétences des formés, pour la réussite de tous les élèves.

L'atelier se déroule en trois phases : 1) découvrir le *défi calcul*, un dispositif de calcul mental, en étant mis en situation de calculer puis des outils construits autour du défi calcul, 2) vivre en tant qu'actant une séquence d'apprentissage de calcul mental puis analyser tant les apprentissages que la construction de la séquence à l'aide d'outils, 3) accéder à des retours sur les mises en œuvre dans les classes et les analyser en termes de points de vigilance.

Les participants à l'atelier sont placés en situation d'homologie (au sens d'Houdement, Kuzniak 1996), jouant le rôle d'enseignants dans une formation d'enseignants qu'ils pourraient être amenés à construire et animer, la formation mettant elle-même les enseignants en situation d'homologie. La transposition à l'échelle de la formation des enseignants est évoquée au cours de l'atelier, essentiellement dans les deux premières phases. Des éléments sur les mises en œuvre du dispositif avec les élèves par des enseignants formés, sont apportés notamment dans la partie points de vigilance.

Nous avons fait le choix d'inclure dans ce texte une partie des diapositives utilisées lors de l'atelier car elles constituent une ressource pour les formations (de formateurs ou d'enseignants). De plus, pour clarifier les rôles, dans le texte, animatrice(s) désigne les formatrices lorsqu'elles ont animé l'atelier, formateurs désignent les formateurs lorsqu'ils mettent en œuvre le défi calcul en formation, participants à l'atelier désigne les formateurs participant à l'atelier à l'exclusion des animatrices.

I - LE DÉFI CALCUL : MISES EN SITUATION

1 Le dispositif : première mise en situation

La mise en place de la première mise en situation comporte trois principaux éléments : une feuille[2] distribuée à chaque participant, qu'il doit garder face écrite cachée le temps que toutes soient distribuées ; une calculatrice (ou l'application calculatrice du portable) ; la présentation des principes du défi calcul. Une série de calculs va être proposée mais pour chaque calcul, avant de l'effectuer, le participant choisit entre deux modalités : calcul mental ou avec calculatrice. A chaque modalité de calcul est associé un nombre de points (fig.1). Les calculs justes effectués à la calculatrice rapportent 2 points, les calculs justes effectués mentalement rapportent 4 points, aucun point en cas de non-réponse et -1 point si le résultat du calcul est faux. Les participants vivent ensuite les différentes phases du défi calcul.

1.1 Différentes phases de la mise en situation

La feuille (proposée face cachée) comporte une série de sept calculs écrits dans un tableau (fig.2). Les calculs sont à faire en suivant plusieurs étapes (chacune ayant un temps limité). Entre deux étapes les

[2] Voir annexe 1

participants retournent leur feuille afin de ne pas anticiper sur les étapes suivantes. La première étape est dédiée au choix de la modalité de calcul : pour chaque calcul le participant choisit d'utiliser la calculatrice ou de le faire de tête. Dans le tableau, il écrit M s'il choisit le calcul mental, C s'il choisit d'utiliser la calculatrice. Cette étape est un temps d'analyse des calculs. La phase de calcul se déroule ensuite en deux temps. Dans le premier, les calculs indiqués par le M (calcul mental) sont réalisés, dans le second temps, bien distinct du précédent, les calculs indiqués par le C (avec utilisation de la calculatrice) sont réalisés.

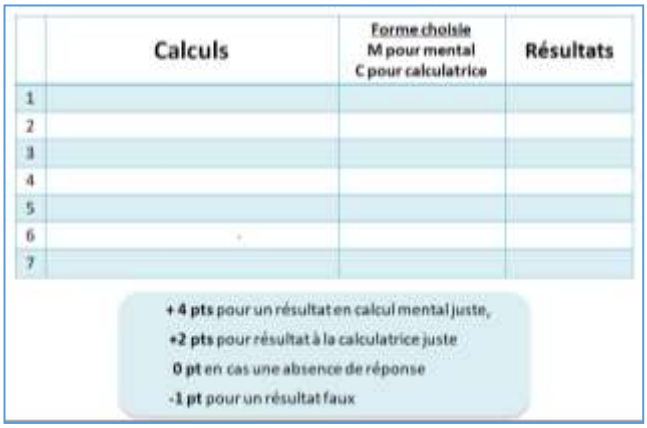


Figure 1. diapositive présentant le tableau à remplir ainsi que et le barème

	Calculs	Choix : M pour mental C pour calculatrice	Résultats
1	28 x 15		
2	36,1 + 36,2 + 36,3 + (7 x 36,2)		
3	62 474 x 9 587		
4	564 758 – 4 700		
5	0,2 + 0,60 + 0,4 + 0,80		
6	(102 – 27) x 4		
7	390 – 356,875		

Figure 2. feuille distribuée à chaque participant

Certains participants démarrent en soupirant, d'autres en souriant. Une participante dit « C'est stratégique votre truc. » Certains se trouvent très ambitieux, d'autres restent prudents. D'autres interviennent pour demander quel temps leur est imparti car cela va sans doute infléchir leur décision de choisir mental ou instrumenté. Le temps de l'atelier étant très contraint, environ deux minutes sont accordées pour le choix (dans les faits, quand la plupart des participants a fait son choix, on passe à la suite), trois minutes pour effectuer les calculs mentalement puis une minute pour faire ceux à la calculatrice. Ce qui est important est de se projeter, avant la réalisation des calculs ! (fig. 3)

Certains participants disent ne pas être sûrs d'« avoir fait juste », d'autres se rendent compte qu'ils auraient tout à fait pu faire certains calculs de tête en envisageant après coup une procédure à laquelle ils n'avaient pas pensée du tout au moment du choix : « J'ai pas pensé à ça ! » c'est le cas par exemple pour les calculs 2) et 7)

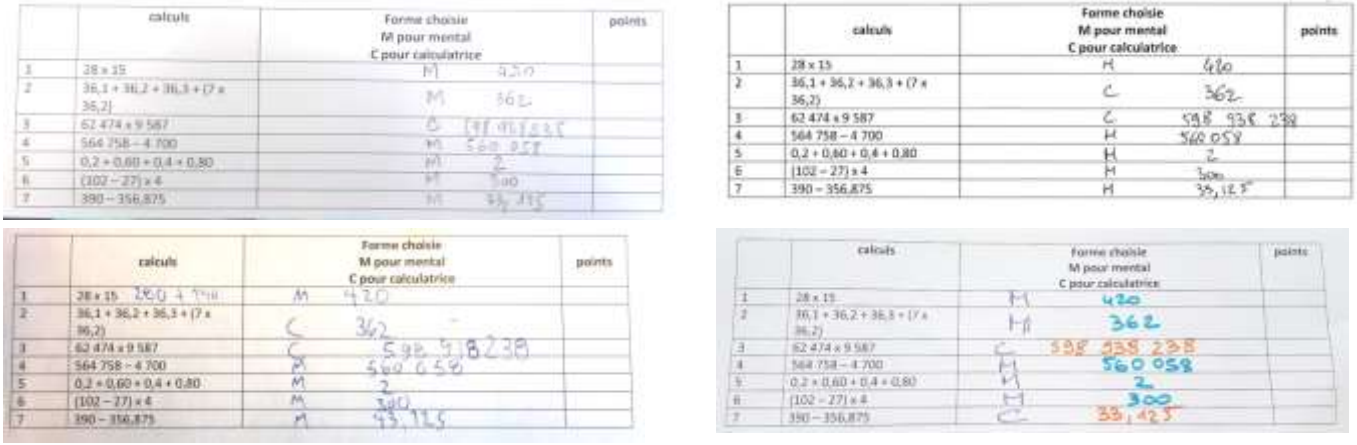


Figure 3. feuilles de calculs de quelques participants

En classe, avec les élèves, il est suggéré de changer de couleur de stylo à chacune des étapes : écriture du mode de calcul, effectuation des calculs mentalement, effectuation des calculs à la calculatrice. Certains enseignants préfèrent faire commencer par les calculs à effectuer mentalement avant de faire utiliser la calculatrice. Ils craignent que certains élèves n'utilisent la calculatrice pour faire les calculs prévus

mentalement et ne gardent les résultats en mémoire. Le temps imparti dépend de la vitesse à laquelle le groupe avance.

1.2 Retour sur des mises en œuvre en formation

1 – Pour chacun des calculs, et cela quels que soient les formés, on commence par donner le résultat du calcul et par faire un sondage sur le choix de la modalité utilisée. Cela permet de savoir combien de participants ont effectué le calcul à la calculatrice et combien mentalement et de questionner ultérieurement la pertinence des choix, une fois les procédures de calcul explicitées. L'enjeu est ici de montrer des évolutions possibles sur les modalités de calculs, notamment avec les élèves.

2– Les différentes stratégies sont ensuite explicitées. Les participants les énoncent oralement, elles sont ensuite retranscrites en ligne, étape par étape au tableau. Vient ensuite une analyse des procédures.

Premier calcul : 28 × 15

1) « Vingt-huit c'est quatre fois sept. Quatre fois quinze c'est soixante. Soixante fois sept, quatre-cent-vingt. »	28 = 7×4 4×15 = 60 60×7 = 420
2) « …fois quinze c'est fois dix et fois cinq, pour fois cinq c'est fois dix divisé par deux donc deux-cent-quatre-vingts plus cent-quarante ça fait quatre-cent-vingt »	28×15 = 28×(10+5) = (28×10) + (28×5) = (28×10) + (28×10 :2) = 280 + 140 = 420
3) « Trente fois quinze ça fait quatre-cent-cinquante, moins deux fois quinze … »	30×15 = 450 2×15 = 30 28×15 = (30-2)×15 = (30×15) – (2×15)= 450 – 30

Analyse des propriétés mobilisées dans les calculs

Autant de stratégies mobilisées, autant de propriétés en jeu (fig. 4).

Première procédure : Le répertoire des premiers multiples de 15 est utilisé, ici 4×15 = 60, dont l'usage entraine une décomposition multiplicative de l'autre facteur pour faire apparaitre la table de 4 (28=7×4), puis l'associativité de la multiplication : 28×15 = (7×4)×15 = 7×(4×15) = 7×60.

Deuxième procédure : La décomposition de 15 en 10+5 utilise des connaissances de numération. La distributivité de la multiplication sur l'addition est ensuite mise en œuvre. Mais une autre propriété est utilisée lors du calcul utilisant la multiplication par 5, (×5 c'est ×10 : 2), compensation multiplicative.

Troisième procédure : On utilise d'abord un ordre de grandeur à la dizaine près de 28 (28 c'est presque trente) puis la distributivité de la multiplication sur la soustraction est ensuite mise en œuvre après avoir au préalable décomposé 28 en 30-2.

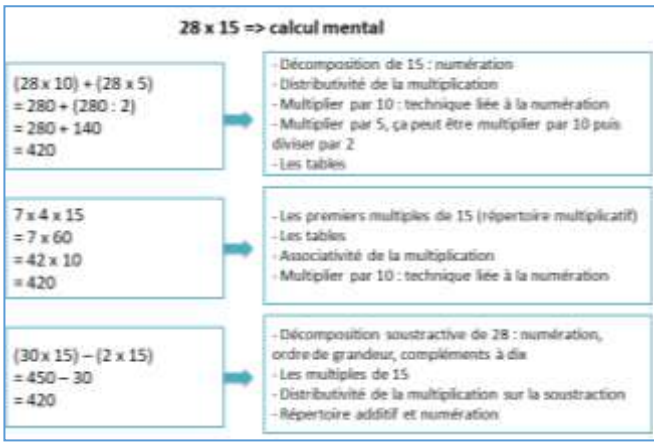


Figure 4. diapositive présentant trois exemples de procédures pour le calcul 28×15[3]

[3] Pour celui qui est sûr de ses connaissances en mathématiques, ces diapositives ne sont probablement pas utiles. Elles sont souvent perçues favorablement par les formateurs non spécialistes en mathématiques car elles les rassurent (qu'ils les utilisent ou non). Dans le diaporama communiqué aux formateurs, elles sont aussi un moyen de garder une trace des propriétés en jeu dans les calculs et des échanges ayant eu lieu en formation. Leur utilisation avec des enseignants éloigne forcément, au moins un peu, des procédures réelles des formés.

Une discussion a lieu sur « **×5 c'est ×10 : 2** ». Certains enseignants peuvent l'enseigner comme une stratégie complètement routinière, utilisée sans être interrogée en termes de propriétés mathématiques et qui peut être ou non énoncée à partir d'exemples (par exemple : comparaisons d'une liste de nombres multipliés par 5, par 10, lien de double-moitié). Dans ce cas, cette procédure reste très locale.

Certains participants y voient l'usage de la multiplication de rationnels et donc la propriété est celle de l'associativité de la multiplication. Mais l'utilisation de cette propriété n'est pas justifiable de cette façon en élémentaire, puisqu'on reste sur les propriétés des opérations sur les entiers. Certains textes (Ma, Kessel 2018) explicitent cette propriété de « compensation » en expliquant que l'on compense une multiplication par une division. Ici en multipliant par 10 on multiplie « trop » donc on compense par une division par 2 (car on a multiplié deux fois trop par rapport au calcul de départ). Ces « compensations » sont liés au fait que multiplication et division, addition et soustraction sont des opérations inverses l'une de l'autre. Certains participants réagissent sur la « rigueur mathématique » de cette explication. Ce qui est clairement identifié alors est la difficulté des mathématiques de l'école, qui ne peuvent utiliser de façon explicite toutes les connaissances sur les propriétés des opérations sur les rationnels et qui utilisent donc des connaissances sur les propriétés des entiers, ici le fait que multiplication et division se compensent, soient des opérations réciproques, comme addition et soustraction. Une participante dit alors ne pas avoir utilisé le « ×5 c'est ×10 : 2 » mais directement comme une technique acquise, le fait que le résultat de la multiplication par 5 est la moitié de celui de la multiplication par 10, sans aller chercher de propriétés associées (deux-cent-quatre-vingt plus la moitié) puis a rayé sa réponse dans le doute… avec des arguments de comparaison par rapport au nombre initial…même si après elle trouve par ailleurs les autres procédures utilisées très simples. Bien évidemment, l'usage de plusieurs propriétés différentes est possible ici. Une autre participante quant à elle annonce que dans tous les cas elle travaille sur les rationnels et qu'elle utilise alors la propriété d'associativité de la multiplication de rationnels. Effectivement, si l'on considère la division par deux comme la multiplication par un demi, on travaille alors avec des rationnels et on peut utiliser l'associativité de la multiplication. Si on est à l'école, cela reste difficile à expliquer, à formaliser, car à l'école on se limite aux propriétés avec des entiers. Dans la littérature de recherche en didactique des mathématiques, ces propriétés sont effectivement formulées en termes de compensation : comme dans l'exemple ci-dessus où l'on compense une multiplication par une division. Une des participantes trouve que cette explicitation est une explicitation de type stratégique. Une autre affirme que ce ne sont pas des propriétés mathématiques. En tout cas, cette difficulté liée à l'usage de l'associativité apparaît en élémentaire avec la division et la soustraction, qui ne sont pas des opérations associatives. Dans la littérature anglo-saxonne, certains traités de mathématiques pour l'école existent (Ma, Kessel 2018) dans lesquels la compensation[4] est indiquée comme propriété de l'addition et de la soustraction (et des propriétés du même ordre sont données pour la multiplication et la division), ça dépend par quoi on commence. Le fait de voir ×5 c'est ×10 : 2 comme une technique ou de la voir comme une propriété ne va pas avoir le même effet sur la flexibilité cognitive de certains élèves. Si certains élèves le voit comme une technique rigidifiée sur ce triplet de nombres, ils ne vont pas forcément pouvoir le transférer à ×3 c'est ×6 : 2 par exemple ; alors que si c'est exprimé en termes de propriété, il peut y avoir plus de flexibilité. Les mêmes questions se posent avec la procédure « +9 c'est +10 – 1 » pour certains élèves qui ne savent pas la transférer à « +8 c'est +10 – 2 » alors que la mise en mots de la propriété, cette manière de la nommer « compensation », permet de faire un pas vers l'abstraction (ou la généralisation), transférable à d'autres situations. Ainsi, le fait de ne pas pouvoir nommer en termes de propriétés si l'on veut rester sur des savoirs de type collège, risque de contraindre certains élèves à rester sur des micro-savoirs locaux. Ceci est vrai pour les élèves mais aussi pour les enseignants en formation : tout ce travail d'analyse, de mise en mots, d'« étiquetage » des propriétés semble leur permettre de se poser des questions et de se rendre compte des savoirs à mobiliser et de leur variété.

[4] Voir annexe 4

Pour 28 × 15, une participante propose alors d'utiliser la compensation en utilisant le fait que pour multiplier par quinze on peut multiplier par trente puis diviser par deux. Diviser par deux puis multiplier par 30 est alors plus opportun.

D'autres participants évoquent la distributivité de la multiplication sur la soustraction, lors de l'utilisation du passage de 28 à 30 – 2. Le choix d'un ordre de grandeur « rond » proche de 28 est alors évoqué comme utilisant aussi des connaissances sur la numération. La stratégie classique de (20×15) + (8×15) n'est pas utilisée[5]. Les participants expliquent qu'utiliser la table de 8 n'est ni le plus simple, ni le plus sûr. Il est plus simple de choisir les tables de 5 et de 10, de 30 et de 2 que de choisir celles de 20 et de 8. On peut supposer que si le calcul avait été 22×15, personne n'aurait décomposé en (30 – 8) × 15.

Une des participantes explique qu'en fait elle n'aime pas les additions, d'où l'utilisation de 30 – 2. Un des participants propose de changer 28 en 88 pour présenter 88×15, de façon à observer si les élèves, ou les formés de manière générale, utilisent l'ordre de grandeur 100 – 12. Cette proposition est discutée.

Bien entendu, en termes de répertoire, les compléments à 10 sont convoqués ici.

Cette situation, analyse de procédures de calcul avec explicitation des connaissances utilisées, montre un nombre important de propriétés mises en œuvre dont certaines sont présentées sur la figure 4.

Deuxième calcul : 36,1 + 36, 2 + 36,3 + 7 × 36,2

Le sondage sur « mental » ou « calculatrice » fait apparaitre que certains participants ont utilisé la calculatrice, pour certains à cause du temps imparti même s'ils pensaient qu'il y avait sans doute quelque chose de « sympathique » caché. D'autres ont été gênés par la disposition sur la feuille (un retour à la ligne était apparu lors de l'impression des bulletins). D'autres affirment qu'avec le temps d'analyse collectif, après coup, ils se rendent bien compte qu'il était faisable de tête. Deux procédures sont affichées, détaillées (fig. 5).

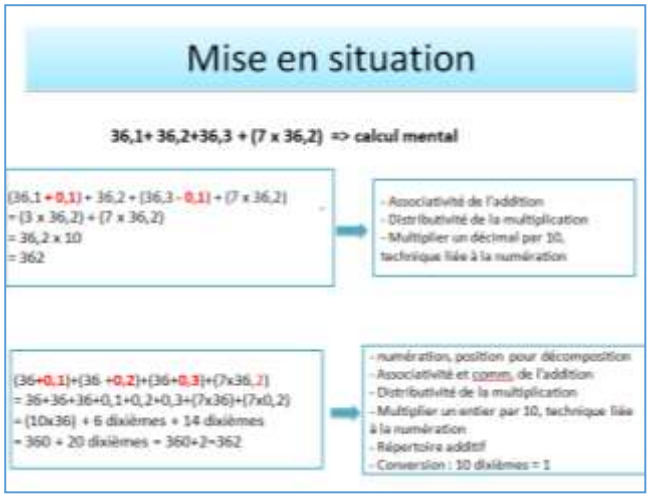


Figure 5. diapositive présentant deux procédures pour le calcul 36,1+36,2+36,3+(7×36,2)

Une des procédures consiste à repérer que les nombres sont proches de 36,2 et que donc par compensation on peut ajouter un dixième à l'un des termes et l'enlever à un autre, la somme ne changera pas. Ainsi on fait appel à l'associativité de l'addition, la distributivité de la multiplication sur l'addition dans le sens de la factorisation (« trois fois et sept fois ça fait dix fois ») et on doit aussi savoir multiplier un nombre décimal par 10 ce qui met en œuvre des connaissances en numération.

La deuxième procédure n'utilise pas les mêmes propriétés, on utilise ses connaissances en numération pour décomposer les décimaux à l'aide de leur partie entière puis grâce à la commutativité et à l'associativité de l'addition, on va pouvoir associer les calculs sur les entiers (36×10) et ceux sur les parties décimales et achever le calcul avec des conversions en unités simples à l'aide des connaissances sur la numération.

Troisième calcul : 62 414 × 9 587

Ce calcul est effectué par tous à la calculatrice.

La présence régulière de certains calculs à faire à l'aide de la calculatrice est évoquée. Elle est nécessaire pour que les élèves se posent vraiment la question de son usage, pour qu'ils s'en servent aussi sans

[5] Par rapport à la plupart des formations que nous dispensons, le public de la COPIRELEM est légèrement différent car majoritairement composé de spécialistes de la discipline.

jugement de valeur lorsqu'ils en ressentent le besoin (fatigue, temps trop court, analyse peu efficace ou calcul trop compliqué).

Quatrième calcul : 64 758 – 4 700

Deux stratégies mentales sont proposées, qui utilisent des connaissances de numération, numération écrite ou orale (noms des nombres), selon la façon dont on entre dans la lecture du nombre. Certains repèrent la position : 4 au rang des milliers, 7 au rang des centaines. D'autres le verbalisent et entrent par l'oral : soixante-quatre-mille-sept-cent-cinquante-huit moins quatre-mille-sept-cents et « gardent » soit soixante-mille et cinquante-huit.

Cinquième calcul : 0,4 + 0,20 + 0,60 + 0,8

Ce calcul utilise des nombres décimaux de « formats » différents : au dixième pour certains, au centième pour d'autres mais avec ce que certains ouvrages appellent les « zéros inutiles ». Cette diversité de format peut perturber la lecture des nombres et infléchir le choix de l'outil de calcul. Ce calcul peut se faire mentalement en utilisant commutativité et associativité de l'addition, avec l'usage des compléments à 10 au rang des dixièmes pour le complément à l'unité. Penser tous les nombres avec deux chiffres après la virgule (un zéro terminal) est une technique qui apparaît fréquemment.

Sixième calcul : (102 – 27) × 4

Deux procédures sont proposées pour ce calcul. La première fait appel à la propriété de conservation des écarts par translation (ajouter ou soustraire un même nombre aux deux termes d'une différence ne change pas cette différence). Cette propriété est utilisée sur l'exemple (fig. 6) et permet ensuite de mobiliser le répertoire des multiples de 25. Elle pourrait aussi être combinée avec une connaissance de numération en soustrayant un nombre entier de dizaines : (102+3) – (27+3) = 105 – 30.

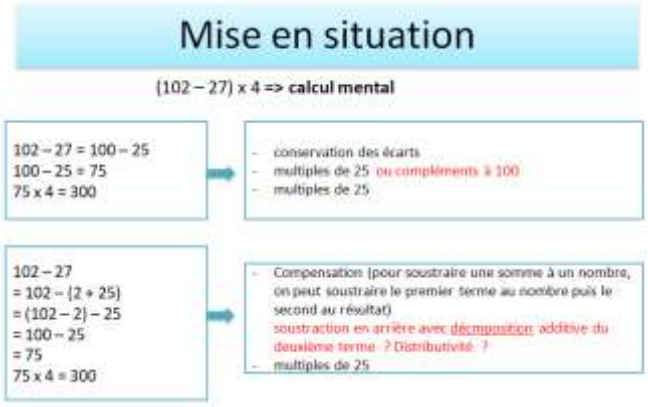


Figure 6 : deux procédures possibles

La deuxième procédure proposée consiste à soustraire *« en reculant »*, c'est-à-dire à décomposer le nombre à soustraire en passant par un nombre « rond » (utilisation de la numération) ici en passant par 100. Certains proposent plutôt une soustraction « en avant », par usage du complément, c'est-à-dire de chercher par combien je dois compléter 27 pour faire 102 : de 27 à 30 il y a 3, de 30 à 100 il y a 70, de 100 à 102 il y a 2 et donc en tout il manque 75 (3+70+2). C'est un choix de stratégie guidé par l'assurance de la réussite mais qui, comparé à l'usage de la conservation des écarts, paraît ici, à son auteur, moins efficace. De fait, cette stratégie est correcte mais, en classe, c'est la comparaison avec les autres qui permet de montrer aux élèves qu'ici ce n'est pas la plus efficace. C'est intéressant d'en parler avec les élèves car ils n'ont pas forcément tous cette stratégie en « bagage » et sa mise en mot en termes de propriété rend plus facile son transfert à d'autres calculs.

Les participants questionnent alors la manière de trouver 75 × 4 , « septante cinq fois quatre » : certains utilisent le double du double, d'autres connaissent le fait numérique « 75 c'est les trois quarts de 100 » donc $75 \times 4 = = \frac{3}{4} \times 100 \times 4 = 3 \times 100$.

Cela permet aux animatrices de l'atelier de montrer qu'il est intéressant de connaitre certains faits numériques comme ceux de la table de 25. Ils seront notamment utiles au collège pour le travail sur les pourcentages.

Faute de temps, le calcul suivant n'est pas évoqué : 390 – 356,875.

Le protocole est, en revanche, rappelé (qui peut être le même en formation de formateurs, d'enseignants comme en classe) : sondage (nombre de participants ayant choisi la calculatrice, nombre de participants ayant choisi le calcul mental), mise en commun et échange sur les procédures, analyse et nom des propriétés sous-jacentes, comparaison de ces procédures au vu des nombres en jeu avec les critères de

rapidité, fiabilité, efficacité et cela pour chacun des calculs de manière à ce que le répertoire des faits numériques connus et celui des propriétés s'étoffent au fur et à mesure.

2 Des outils pour les formations

L'analyse des stratégies de calcul dans la mise en situation précédente permet de repérer des connaissances à enseigner aux élèves de cycle 3. La suite amènera les formés à les catégoriser, ce qui peut se faire également avec des enseignants en formation mais pas avec des élèves en classe.

Dans un premier temps, il est demandé aux participants de lister les propriétés rencontrées. A la volée, l'animatrice de l'atelier organise la liste (fig. 7) puis les catégories sont nommées : propriétés liées aux opérations, faits numériques, propriétés liées à la numération.

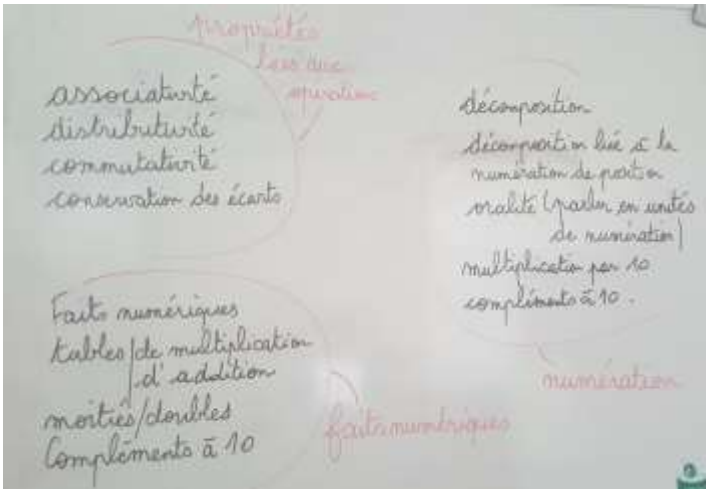


Figure 7. Tableau construit lors de l'atelier qui organise les propositions des participants sur les connaissances mises en jeu

La « compensation », introduite lors de la discussion qui a précédé, n'apparaît pas dans cette énumération : elle n'a été pas reconnue comme une propriété par les formés.[6]

Les compléments à 10 apparaissent d'abord dans deux catégories (faits numériques et numération, voir fig. 7). La discussion amène à les caractériser comme une connaissance de faits numériques, leur usage impliquant la numération décimale.

Ce classement a pour objectif de montrer les catégories de connaissances qui sont en jeu dans le calcul mental. Il donne à voir une première liste organisée de ces connaissances. Cette catégorisation facilite la compréhension et l'appropriation, par les formés et par les enseignants, d'un outil pour les formations utilisé pour analyser des calculs mais aussi pour en créer. Elle leur permet en effet de mieux comprendre la manière dont l'outil a été construit et comment il fonctionne.

2.1 Analyser des stratégies de calcul : deuxième mise en situation

Un des entrainements créés par l'IREM en 2014[7] est proposé aux participants (fig. 8).

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 7 Date : .....

	Calculs	Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	15 563 - 8 263			
2	23+24+25+(7x24)			
3	651 - 487			
4	240+120+360+480			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

Figure 8. Entrainement au défi créé en 2014 pour le groupe IREM et distribué aux participants lors de l'atelier

[6] La « compensation » ne fait pas partie de la culture mathématique des enseignants français (voir annexe 4)

[7] voir annexe 2 pour la série des entrainements

Les participants vont devoir analyser le calcul numéro 4 (240+120+360+480) à l'aide d'un outil : un tableau[8] dans lequel sont reprises les différentes catégories de connaissances, organisées par colonnes et détaillées (fig. 9). Au préalable l'outil est présenté.

Le tableau est construit autour de six axes :

- les propriétés liées aux opérations ;
- les propriétés liées à la numération ;
- les faits numériques ;
- les « types » de nombres utilisés : les nombres entiers, décimaux, fractions ;
- les types d'écritures : chiffrées, en unités de numération, fraction ;
- la structure du calcul, avec la présence ou non de parenthèses.

Propriété \ exemple	opérations				Répertoires de faits numériques				numération					Types de nombres	Types d'écritures	parenthèses
	Associativité de + ou x	Commutativité de + ou x	Ecart constant / compensation pour +, - x ou :	Distributivité de x ou : sur + ou -	Rep. additif ou multiplicatif en composition ou décomposition	Multiples de 25	Multiples de 15	Compléments à dix	Position (add / soust ; décompositions add.)	Relations entre unités (comp. à dix, x10, retenue.)	Compléments à la diz / cent sup	Calcul par troncature de nombre	Ordre de grandeur	entiers / décimaux / fractions	chiffrées / en unités / fraction	oui chgt de struc/ oui prioritaire / non

Figure 9. En-tête du tableau organisant et détaillant les propriétés mises en jeu en calcul mental (document de travail)

Un exemple d'utilisation de l'outil est montré à partir du calcul 28×15. Différentes lignes apparaissent pour ce même calcul car différentes procédures de calcul peuvent être utilisées et donc différentes propriétés mobilisées. Ainsi pour 28 × 15, pour la suite de calculs :

28 × 15 = (28 × 10) + (28 × 5) = 280 + (280 : 2) = 280 + 140 = 420,

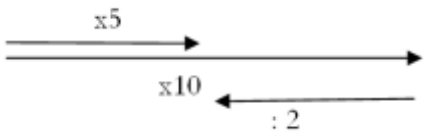
les connaissances utilisées sont :

- pour 28 = 20+8 : usage de la numération (décomposition additive canonique, selon les « canons » de la numération en « dizaines et unités » ou en appui sur la numération orale : vingt-huit c'est vingt et huit ») ;

- pour 28 × 15 = (28 × 10) + (28 × 5) : distributivité de la multiplication sur l'addition ;

- pour 28 × 10 = 280 : relations entre les unités de numération notamment lors de l'usage de la multiplication par 10 (certains élèves utilisent une technique ne fonctionnant que sur les entiers dont la règle serait à peu près « quand je multiplie par dix j'ajoute le zéro du dix à la fin du nombre que je multiplie », mélangeant alors allègrement opération, écriture… !);

- pour 28 × 5 = 280 : 2 : on retrouve comme lors de la première mise en situation l'usage d'une technique apprise sans forcément avoir du sens « le résultat de ×5 c'est la moitié du résultat de ×10 » ou bien l'usage de la compensation multiplicative qui permet de dire que si l'on multiplie par 10 au lieu de multiplier par 5, on multiplie deux fois trop et que donc, pour revenir au résultat cherché, il faut diviser par deux, parfois représentée par le schéma ci-contre.



- pour 280 + 140 = 420 : on utilise à nouveau les connaissances sur la numération (ici la position et les relations entre les unités pour l'usage de la retenue) avec ou sans usage de troncature et d'un travail sur

[8] Ce tableau est un document de travail. La version donnée en annexe 3 (un peu différente de celle utilisée pendant l'atelier et dans le corps de ce texte) est celle qui nous semble la plus aboutie actuellement. Il est modifié et enrichi au fil des formations, notamment celles mises en œuvre dans le Val d'Oise depuis plus de deux ans.

les unités de numération : 280 = 28D (28 dizaines), 140 = 14D (14 dizaines), 28D+14D = 42D (avec retenue) et 42D = 420 (connaissances des unités de numérations et du système de position).

Si la suite de calculs est : 28 × 15 = 7 × 4 × 15 = 7 × 60 = 42 × 10 = 420, les propriétés sont les suivantes :

- pour 28 × 15 = 7 × 4 × 15 : on utilise une décomposition multiplicative de 28 à l'aide des faits numériques de la table de 7, 28 = 7 × 4;

- pour 7 × 4 × 15 = 7 × 60 : on utilise l'associativité de la multiplication 7×4×15 = 7 × (4 × 15) mais aussi des connaissances sur les faits numériques de la table de 15, 4×15 = 60 ou bien le fait que ×4 c'est ×2 ×2 c'est-à-dire le double du double de 15 ;

- pour 7 × 60 = 7 × (6 × 10) = (7 × 6) × 10 on utilise également l'associativité de la multiplication ;

- pour 42 × 10 = 420 : connaissance des propriétés de la numération lors de la multiplication par 10 ;

Dans le tableau, les propriétés en jeu dans les suites de calculs sont marquées, au fur et à mesure, par des croix. De même le type de nombres (entiers), le type d'écriture des nombres (en écriture chiffrée), la présence ou non de parenthèses induisant ou non un changement de structure y sont repérés par des abréviations (respectivement E, CH, NON).

Propriété \ exemple	opérations				Répertoires de faits numériques				numération					Types de nombres	Types d'écritures	parenthèses
	Associativité de + ou x	Commutativité de + ou x	Ecart constant/ compensation pour +, - x ou :	Distributivité de x ou : sur + ou -	Rep. additif ou multiplicatif en composition ou décomposition	Multiples de 25	Multiples de 15	Compléments à dix	Position (add / soust ; décompositions add.)	Relations entre unités (comp. à dix, x10, retenue.)	Compléments à la diz / cent sup	Calcul par troncature de nombre	Ordre de grandeur	entiers / décimaux / fractions	chiffrées / en unités / fraction	oui chgt de struc/ oui prioritaire / non
28x15 (28 x 10) + (28 x 5) = 280 + (280 : 2) = 280 + 140 = 420			X	X	X				X	X				E	CH	NON
28x15 7 x 4 x 15 = 7 x 60 = 42 x 10 = 420	X				X		X			X				E	CH	NON
28x15 (30 x 15) – (2 x 15) = 450 – 30 = 420				x	X		x		X				(X)			
240+120+ 360+480=																

Figure 10. Tableau distribué aux participants avec exemple analysé et calcul à analyser

Les participants sont alors invités à compléter le tableau (fig. 10) pour le calcul 240 + 120 + 360 + 480.

Proposition 1 : faire apparaitre 120 comme facteur commun de chaque terme en vue de le factoriser :

- la décomposition multiplicative : 240 = 2 × 120 ; 360 = 3 × 120 ; 480 = 4 × 120
donc 240+120+360+480 = (2 × 120) + (1 × 120) + (3 × 120) + (4 × 120) ;

- en utilisant ou non les unités de numération 24D = 2 × 12D, …

- la distributivité de la multiplication sur l'addition dans le sens de la factorisation :
(2 × 120) + (1 × 120) + (3 × 120) + (4 × 120) = (2 + 1 + 3 + 4) × 120 = 10 × 120 ;

- l'usage des propriétés de numération lors de la multiplication par 10.

Cette proposition n'avait jamais été évoquée dans aucune des formations précédentes.

Proposition 2 : 240 + 120 + 360 + 480 = 240 + 360 + 120 + 480 = 600 + 600 = 1200

- usage de la commutativité de l'addition pour échanger l'ordre des termes ;

- usage des compléments à 100 si le raisonnement se fait sur les dizaines, soit avec une troncature et un travail effectué sur les unités de numérations « dizaine »[9] : 24 D + 12 D+ 36 D + 48 D par usage des compléments à 10 et des connaissances sur la numération pour la retenue.

A posteriori, le choix de 240 + 120 + 360 + 480 apparaît discutable pour entrer dans l'outil, tellement les propositions des participants très focalisées sur les multiples de douze, sont spécifiques du calcul et sans doute aussi du contexte de l'atelier avec le travail préalable sur les multiples de 36,1 et de 15[10]. Comme second exemple, un calcul « plus simple », engageant une diversité moindre de procédures, serait peut-être plus adapté pour l'appropriation du tableau comme outil d'analyse d'un calcul.

Lors des discussions, le terme « factoriser » est questionné par les participants. Certains se demandent si c'est une propriété ou si cela regroupe plusieurs propriétés. La distributivité est évoquée dans ses deux « sens » (développer et factoriser). Ainsi elle « transforme » la structure faisant passer de produit à somme ou différence ou inversement. Cette discussion montre aussi les limites d'une expression du type « les parenthèses sont prioritaires » qui peut empêcher des élèves à réfléchir à (et à comprendre) la modification d'une structure, pensant qu'ils doivent *d'abord calculer ce qui est entre parenthèses*.

La discussion montre que cet outil est efficace et essentiel. En effet, il donne à voir une synthèse organisée des propriétés mises en œuvre lors de la mise en situation. Lorsqu'il est apporté, chacun peut encore poser des questions et être rassuré (car peu de professeurs des écoles sont scientifiques et les propriétés, par exemple, sont pour eux des souvenirs de collège). Mais cet outil n'est pas transférable tel quel en classe pour les élèves.

Il permet aussi bien un rappel des propriétés (voire une remise à niveau des enseignants et formateurs) qu'une redéfinition et une mise en commun des langages liés aux propriétés mathématiques utilisées avec les élèves à l'école élémentaire et au collège. Lors de formations inter-degré, il permet de construire une culture commune et de donner un horizon aux enseignants du primaire qui perçoivent que les propriétés qu'ils installent à l'école vont servir pour l'étude de l'algèbre et par exemple à factoriser.

2.2 Une mise en situation pour créer des calculs

Dans cette deuxième situation, il est demandé aux participants de créer un calcul faisant intervenir trois propriétés issues du tableau (fig. 11) : l'associativité, l'écart constant et la troncature du nombre, calcul utilisant des nombres entiers en écriture chiffrée.

Propriété \ exemple	opérations				Répertoires de faits numériques				numération					Types de nombres	Types d'écritures	parenthèses
	Associativité de + ou x	Commutativité de + ou x	Ecart constant / compensation pour +, -, x ou :	Distributivité de x ou : sur + ou -	Rep. additif ou multiplicatif en composition ou décomposition	Multiples de 25	Multiples de 15	Compléments à dix	Position (add / soust ; décompositions add.)	Relations entre unités (comp. à dix, x10, retenue.)	Compléments à la diz / cent sup	Calcul par troncature de nombre	Ordre de grandeur	entiers / décimaux / fractions	chiffrées / en unités / fraction	oui chgt de struc/ oui prioritaire / non
	x		Éc cst									x			Entiers	
	x															

Figure 11. diapositive présentant le tableau avec les propriétés choisies pour construire un calcul complexe

[9] L'abréviation D pour dizaine doit être élucidée avec les élèves.

[10] Et peut-être aussi du profil des participants à l'atelier !

Plusieurs propositions sont faites par les participants :

Proposition 1 : (1020 - 270) × 3 × 4 avec comme suite de calculs possibles :

(1020 - 270) × 3 × 4 = 750 × 3 × 4 = 750 × 4 × 3 = (75 D × 4) × 3 = (75 × 4 D) × 3 = (150 × 2 D) × 3 = (300 D) × 3 = 900 D = 9 000

- pour l'usage de l'écart constant par translation, on peut utiliser :

1020 – 270 = (1020 – 20) – (270 – 20) = 1000 – 250

et utiliser les fait numériques de la table de 25 ou le complément à 100 de 25

ou 1020 – 270 = (1020 + 30) – (270+30) = 1050 – 300 = 750 ;

- 75 × 4 = 75 × 2 × 2 : associativité de la multiplication ;

- 750 = 75 D (dizaines) : troncature et usage des unités de numération.

Les participants ajoutent alors l'usage de la commutativité de la multiplication et des connaissances sur les relations entre unités de numération.

Proposition 2 : (102-27) × 12 + 280 avec la suite de calculs suivants :

(75 × 12) + 280 = (75 × 4 × 3) +280 = (300 × 3) +280 = 900 + 280 = 1 180

- (102 – 27) = (102 + 3) – (27 + 3) = 105 – 30 : usage de l'écart constant par translation (on ajoute aux deux termes de la soustraction le même nombre) ;
- décomposition multiplicative de 12 à l'aide de la table de 4 (pour ensuite utiliser la table de 75 mais aussi celle de 25) : 75 × 12 = 75 × 4 × 3 ;
- 75 × 4 = 75 × 2 × 2 = 150 × 2 = 300 ou 75 × 4 = 3 × 25 × 4 = 3 × (25 × 4) = 3 × 100 : associativité de la multiplication ;
- 300 × 3 = 3C × 3 = 9C = 900 : usage des unités de numération ;
- 900 + 280 = 9C + 2C + 80 = 11C + 80 = 1 100 + 80 = 1 180 : usage de décompositions canoniques additives, des relations entre unités de numérations (retenue) et des calculs avec troncatures et unités de numération.

Il peut arriver que, pour la classe, les enseignants choisissent un calcul qui permet d'utiliser, selon les procédures choisies, une seule propriété. Le tableau permet de voir que le calcul proposé peut faire intervenir d'autres propriétés et que par conséquent il peut s'avérer plus complexe que prévu initialement. Cet outil peut donc permettre d'ajuster les calculs proposés et d'être conscient des propriétés à mobiliser.

Participer à un défi, faire des entrainements n'est pas suffisant. Si l'on veut qu'il y ait apprentissage, si l'on veut que les élèves progressent, il faut mettre en place des situations d'apprentissages qui permettront à tous les élèves de développer des stratégies de calcul éventuellement d'abord avec l'aide d'un écrit puis mental.

II - SÉQUENCE D'APPRENTISSAGE AUTOUR DE DIVISER PAR 4

Une autre dimension du dispositif de formation repose sur une proposition faite aux enseignants de vivre une séquence d'apprentissage en calcul mental. Pour concevoir et mettre en œuvre ce moment du dispositif, nous avons pris appui sur les outils mis à disposition des cadres de l'Éducation Nationale (en France) fin 2017 pour la mise en œuvre du « parcours national cycle 3 ». Nous avons ajusté et adapté ces outils à nos besoins et à notre projet.

Dans le bulletin officiel d'avril 2018 on trouve : « Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de

modules de calcul élémentaires automatisés. »[11] Cet extrait permet d'aborder, en formation, la question de la séquence d'apprentissage pour favoriser un apprentissage construit et massé de compétences en calcul mental.

Afin de faire prendre conscience aux enseignants des enjeux d'un apprentissage organisé en séquences, il nous a paru important de leur proposer une séquence d'apprentissage pour la classe. Pour différentes raisons que nous n'expliciterons pas, nous avons choisi de faire « apprendre à diviser par 4 ».

La première étape de la séquence (fig. 12) est la suivante. Un calcul est projeté au tableau : « 172 : 4 ». La consigne est de le résoudre mentalement, puis de produire une trace écrite de la procédure de calcul. L'animatrice recueille ensuite les différentes procédures puis fait formuler les propriétés en jeu (étape 2).

Ci-après, nous proposons une énumération de catégories de procédures (avec quelques exemples).

- diviser par 2 puis par 2, (172 : 2) : 2 = 86 : 2 = 43 : propriété sous-jacente : l'associativité de la multiplication mais sur les rationnels (ou compensation). En explicitant la propriété sous-jacente, il sera plus facile de la transférer sur un autre calcul comme par exemple *« diviser par 8, c'est diviser par 4 puis diviser par 2 (comme quand on a fait : 4 c'est :2 :2) » ;*
- diviser par 4, c'est prendre le quart c'est-à-dire la moitié de la moitié : si l'on prend telle quelle cette affirmation, il n'est nul besoin de passer par l'usage d'une écriture fractionnaire ;



Figure 12 : diapositive pour la 1e étape de la séquence « diviser par 4 »

- en revanche, si on traduit la division par quatre par l'usage d'une fraction-opérateur ($\square : 4 = \square \times \frac{1}{4}$), on utilise une propriété que l'on ne peut expliquer telle quelle au élèves de cycle 3, il s'agit de l'associativité de la multiplication sur les rationnels : en effet, $\square \times \frac{1}{4} = \square \times \frac{1}{2\times2} = \square \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\square \times \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$ ce qui peut à nouveau, se traduire par « la moitié de la moitié » ;
- utiliser une décomposition additive de deux nombres divisibles par 4 et utiliser une propriété de la division (qui découle de la distributivité de la multiplication sur l'addition - faute de distributivité de la division 8 : (2+2) ≠ 8: 2 + 8: 2) → 172 : 4 = (160+12) : 4 = (160 : 4) + (12 : 4) = 40 + 3 = 43
- utiliser la troncature et les unités de numération :
  → dans 172, on isole 17 dizaines et 2 unités, que l'on divise par 4
  → (17 D + 2 u) : 4 ; c'est 17D : 4, 4D et reste 1 D
  → (17 D + 2 u) : 4 = 4D + (1D et 2 u) : 4
  → 12 u : 4 = 3 u
  → (17 D + 2 u) : 4 = 4 D + 3 u = 43
- décomposer 172 en une somme de multiples de 4 avec des unités de numération : 172 = 16 D + 12 u ; (16 D + 12 u) : 4 = (16 D : 4) + (12 u : 4) = 4D + 3 u = 43 ;
- poser la division mentalement. Vu la flexibilité visée en calcul mental, cette dernière procédure n'est pas jugée pertinente (même si elle est correcte, voire efficace).

[11] Bulletin officiel spécial n° 3 du 26 avril 2018, Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire

Une telle situation est proposée également formation d'enseignants. Le formateur recueille les différentes procédures (fig. 13). Elles doivent être validées (en termes de juste ou faux), puis évaluées en termes d'efficacité. Le formateur (ou les enseignants) identifie et nomme les connaissances, en lien avec la situation vécue, nécessaires pour calculer mentalement et hierarchise les procédures. C'est le début de l'institutionnalisation :

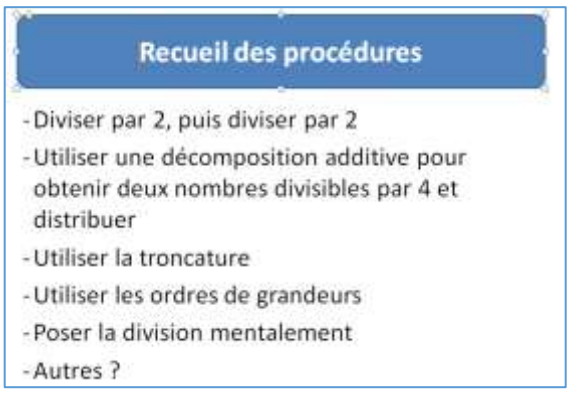


Figure 13. Diapositive de recueil de procédures (justes) qui doivent être hierarchisées

- nécessité de connaître la table de 4 : le formateur explicite des termes issus des programmes comme « connaissance des faits numériques » ;
- nécessité de travailler sur les décompositions additives de manière « intelligente » : décomposer le nombre pour trouver des multiples de 4 ;
- possibilité d'utiliser des connaissances en numération pour alléger la charge mentale de calcul ; par exemple ici 17 D : 4 est plus facile à traiter mentalement que 170 : 4 ;
- nécessité d'utiliser les connaissances sur les propriétés des opérations : l'associativité de la multiplication de nombres rationnels n'est pas au programme de l'école élémentaire mais elle doit être rappelée en formation d'enseignants de cycle 3 (avec ici une procédure sous-jacente « *diviser par 4, c'est diviser par 2, et encore par 2* »).

Vient la troisième étape de la séquence. L'animatrice projette un nouveau calcul : 456 : 4 (fig. 14). Lors de la mise en commun, les constats suivants sont effectués :



fig. 14 : diapositive pour la 3e étape de la séquence « diviser par 4

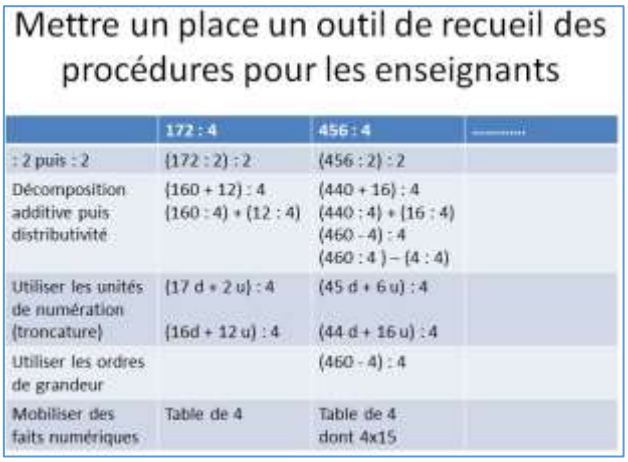
- des participants changent de procédures. Ils utilisent des procédures qu'ils n'avaient pas envisagées pour le premier calcul ; -
- de nouvelles procédures sont identifiées comme par exemple avec l'utilisation d'une décomposition soustractive (avec un arrondi supérieur) en multiples de 4 : 456 : 4 = (460 – 4) : 4 = 460 : 4 – 4 : 4 = 115 – 1 = 114 ou 456 : 4 = (400 + 60 – 4) : 4 = (400 : 4) + (60 : 4) – (4 : 4)

Cette étape peut se dérouler de la même manière en formation d'enseignants ou en classe. Les connaissances mises en jeu sont notées au fur et à mesure au tableau.

Cette étape dans la séquence d'apprentissage, vécue par les formés (enseignants, formateurs dans l'atelier) permet de prendre conscience que le temps de recueil des procédures, de l'émergence de la multiplicité des possibilités de calculs et de leur explicitation est un moment nécessaire qui favorise les apprentissages.

Lors des formations, le formateur note en général de manière plus ou moins organisée les procédures des enseignants et les connaissances mobilisées associées aux calculs. Pour un enseignant en classe, recueillir les procédures est une tâche complexe.

Il est possible d'envisager un outil de recueil des procédures à l'usage des formateurs, des enseignants mais aussi des élèves. Plusieurs modalités ont été envisagées lors du travail effectué en amont de l'atelier, dont celle qui apparaît sur la figure 15.



Mettre un place un outil de recueil des procédures pour les enseignants

	172 : 4	456 : 4	.....
: 2 puis : 2	(172 : 2) : 2	(456 : 2) : 2	
Décomposition additive puis distributivité	(160 + 12) : 4 (160 : 4) + (12 : 4)	(440 + 16) : 4 (440 : 4) + (16 : 4) (460 - 4) : 4 (460 : 4) – (4 : 4)	
Utiliser les unités de numération (troncature)	(17 d + 2 u) : 4 (16d + 12 u) : 4	(45 d + 6 u) : 4 (44 d + 16 u) : 4	
Utiliser les ordres de grandeur		(460 - 4) : 4	
Mobiliser des faits numériques	Table de 4	Table de 4 dont 4x15	

Figure 15. outil de recueil des procédures

Ce tableau n'a pas encore été utilisé en formation d'enseignants mais nous l'avons introduit dans l'atelier car il nous a semblé utile pour organiser le temps de mise en commun, pour que les formateurs, enseignants ou élèves puissent garder une mémoire des procédures utilisées par le groupe, pour rendre visible les possibles et formaliser les connaissances mobilisées.

Dans une 4e étape, l'animatrice propose une série de 10 calculs à effectuer dans un temps limité (fig. 16). Lors de la mise en commun, elle échange avec les participants sur les procédures et les connaissances mobilisées mais aussi sur le transfert de cette étape en formation d'enseignants.

En formation d'enseignants, lors de la mise en commun, le formateur échange avec les enseignants sur les procédures et les compétences mobilisées. Les enseignants verbalisent leurs choix des procédures, leur attitude face à la tâche :

- observer le calcul pour faire le choix de la procédure de calcul la plus rapide, en ayant recours au calcul intelligent. Cette attitude est provoquée par la contrainte « nombre de calculs à résoudre en un temps donné » ;

- il n'y a pas une procédure possible, mais des procédures possibles, qui ne sont pas figées, mais choisies en fonction du calcul. Une procédure efficace pour un calcul peut ne plus l'être pour un autre. Il est important (mais difficile) d'institutionnaliser le domaine de validité des procédures avec les élèves.

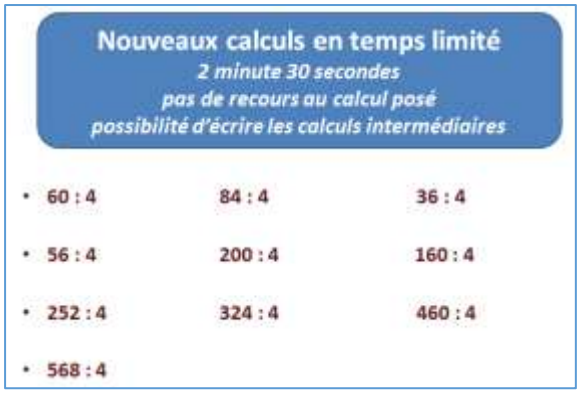


Figure 16. Étape 4 de la séquence « diviser par 4 »

Lors de l'atelier, comme en formation d'enseignants ou en classe, l'entrainement permet de mémoriser des faits numériques, comme 15 × 4 = 60 (en appui sur les quatre quarts d'heure notamment) mobilisée dans différents calculs, à plusieurs reprises. L'entrainement permet de faire des liens entre les calculs, réutiliser des connaissances, être flexible (par exemple, lien entre **60** : 4 et 4**60** : 4 ; entre **56** : 4 et **56**8 : 4).

Le rôle du formateur en formation d'enseignants, à ce niveau, est de permettre aux enseignants d'expliciter les liens entre les calculs, afin qu'ils soient ensuite capables d'utiliser cette compétence et de la transmettre à leurs élèves.

Dans la 5e étape de la séquence, l'animatrice propose une série de cinq nouveaux calculs (fig. 17) à effectuer dans un temps limité, afin de faire émerger des nouvelles procédures et la mobilisation de nouvelles connaissances sur les nombres.

Lors de la mise en commun, comme en formation avec les enseignants, elle échange avec les participants sur les procédures et les compétences mobilisées. Plusieurs procédures sont possibles par calcul. Nous donnons un exemple avec 5,6 : 4 :

- avec des propriétés de numération 5,6 : 4, c'est 56 dixièmes : 4 ; c'est 14 dixièmes ; c'est 1,4 ;

- avec des propriétés des opérations (ici l'associativité de la multiplication sur les rationnels), 5,6 : 4 c'est 56 : 4 : 10 ; c'est 14 : 10 ; c'est 1, 4.

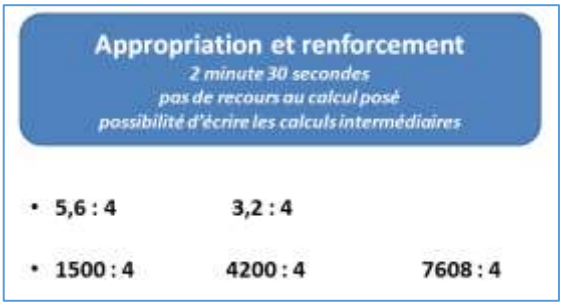


Figure 17. Étape 5 de la séquence « diviser par 4 »

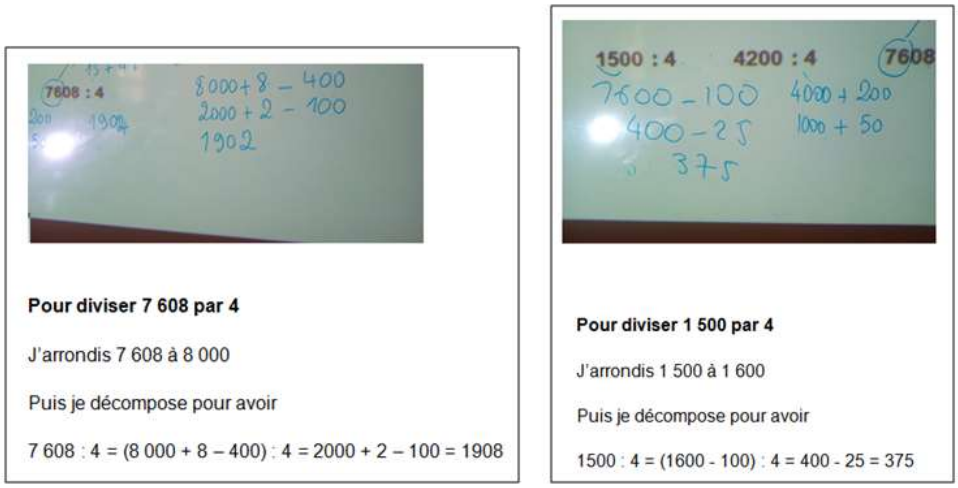


Figure 18. Des exemples sur des grands nombres proposés par des enseignants en formation

Avec les grands nombres (fig. 18), l'animatrice évoque de nouvelles procédures de calculs comme par exemple l'usage des ordres de grandeur, d'arrondis, de décompositions, de la compensation additive ou multiplicative.

En formation d'enseignants, ces derniers jouent avec les propriétés des opérations et des nombres. Il y a un plaisir à observer les calculs, à calculer, à faire des mathématiques. Le défi calcul devient un outil pour affiner le regard des enseignants sur les calculs, mais aussi en classe, celui des élèves.

Enfin (étape 6), l'animatrice propose une série de nouveaux calculs (fig. 19), afin d'évoquer le transfert et l'extension des connaissances construites à partir des corpus de calcul sur le « diviser par 4 » vers le « × 25 ». Diviser par 4 est mis en lien avec « multiplier par 25 ».

La propriété de l'associativité de la multiplication ou la compensation de la division par la multiplication sont explicitées.

En formation d'enseignants, les formés prennent alors conscience que le fait de « masser » l'enseignement de « diviser par 4 » permet :

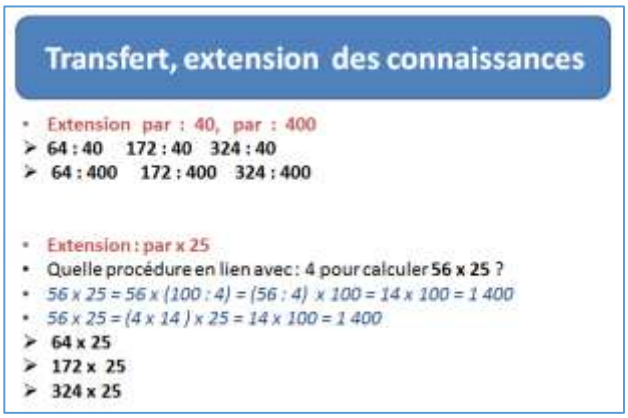


Figure 19. Étape 6 de la séquence, transfert et extension

- de mémoriser des faits numériques qui sont souvent mobilisés comme « 15 × 4= 60 » ou « 25 × 4 =100» ;
- d'observer les nombres avant de s'engager dans une démarche de calcul : observer par exemple 56 et se questionner : 56 est-il un multiple de 4 ? Si oui, on peut gagner en efficacité de calcul et le

traiter avec des décompositions multiplicatives à l'aide de la table de 4 : $56 \times 25 = 14 \times 4 \times 25 = 14 \times 100 = 1\,400$

III - POINTS DE VIGILANCE

Depuis 2017, le dispositif proposé a évolué. Il a été largement déployé dans le Val d'Oise lors de formations d'enseignants. Cela a permis au groupe IREM d'avoir des retours sur les formations et sur la mise en œuvre au quotidien du dispositif dans les classes. Nous avons ainsi identifié, en tant que formateurs, des points de vigilance à avoir quant à l'appropriation du dispositif, ainsi que des obstacles que peuvent rencontrer certains enseignants en formation comme en classe. Ces points de vigilance sont liés soit aux connaissances didactiques et pédagogiques en calcul, soit aux gestes professionnels (mise en commun, institutionnalisation) qui sont des objets complexes qu'il faut pouvoir anticiper en tant que formateurs et en tant qu'enseignant.

1 Points de vigilance constatés sur les savoirs mathématiques en jeu

1.1 Jusqu'à quel point sont-ils repérés, maitrisés par l'enseignant ?

Parfois ces savoirs sont formulés de façon inadéquate ou sont inexistants. C'est le cas lorsque l'enseignant n'identifie pas les propriétés en jeu dans les procédures présentées par les élèves ou lorsqu'il ne les identifie pas dans les tâches qu'il propose. Un extrait vidéo illustre cette difficulté : on y voit une mise en commun des procédures à partir de 651 – 487. Seule la procédure consistant à « poser » l'opération en colonnes mentalement est proposée par les élèves. L'enseignante, n'ayant pas anticipé les procédures possibles (compensation, conservation des écarts par translation), n'amène pas les élèves à appréhender le calcul autrement, ce qui la conduit à valider l'unique procédure qui prend le statut de procédure de référence.
Parfois, les traces écrites, données aux élèves comme référent commun du savoir institutionnalisé, n'explicitent pas les savoirs mathématiques, ni les propriétés en jeu, ni les procédures de calculs. Par exemple « 12 + 9, mets le plus grand dans ta tête et le plus petit sur tes doigts et additionne-les » est une formulation qui est assez fréquente notamment en cycle 2. De telles procédures ne font pas avancer la connaissance des élèves sur les faits numériques et ont en outre un domaine de validité très local.
Les retours sur des mises en œuvre nous confortent ainsi dans l'idée qu'identifier, nommer et répertorier les savoirs mathématiques en jeu dans le calcul mental est nécessaire en formation mais ne suffit pas. Les transferts dans les pratiques enseignantes ne sont pas assurés. Il faut continuer à accompagner les collègues dans la durée pour les rendre plus performants.

1.2 La formulation du savoir est-elle existante, adaptée ?

Des savoirs partiellement maitrisés amènent aussi les enseignants à faire des métaphores ou à utiliser des « trucs » qui ne favorisent pas la compréhension des objets mathématiques et qui sont parfois très discutables : « Pour multiplier par 10, je prends mon zéro par la main… et je le mets après le nombre.» ou « Pour multiplier par 10, j'ajoute un zéro à la fin. ». Dans ces exemples, la relation entre la multiplication par 10 et les propriétés de la numération n'apparaît pas, ce sont des techniques privées de sens et qui ont pour seul domaine de validité celui des entiers. Derrière ces « trucs et astuces », l'intention de l'enseignant est toujours bonne, alléger la tâche des élèves mais nous pensons qu'avant d'automatiser une technique il faut en intégrer le sens.

2 Points de vigilance constatés sur les gestes professionnels

2.1 Sur le statut des procédures

Le plus souvent, pour un calcul, plusieurs procédures sont possibles, qui sollicitent des propriétés différentes, de complexité ou d'efficacité équivalentes ou non. Il apparaît dès lors nécessaire que l'enseignant ne se limite pas à la présentation d'une seule procédure mais qu'il favorise l'émergence de cette diversité des procédures. De plus, lorsqu'une seule procédure est présentée comme efficace, à savoir fiable et rapide, cela ne permet pas de questionner ou d'évaluer l'efficacité éventuellement moindre d'autres procédures (par comparaison).

2.2 Sur l'exploitation des outils en classe

Enfin, ces points de vigilance peuvent concerner l'exploitation des outils dans la classe, par exemple lorsque l'élève est invité à rechercher l'affiche qui correspond au calcul proposé. L'attention de l'élève ne porte plus sur les caractéristiques du calcul. Et l'on s'éloigne du pilotage du calcul par le raisonnement.

IV - CONCLUSION

Lors de cet atelier, nous avons présenté notre démarche : d'une pratique de classe à une pratique de formation à divers degrés, formation continue d'enseignants, formation de formateurs. Cette démarche n'a été possible que parce que nous l'avons conçue au sein d'un collectif apprenant, nous sommes un groupe pluri-catégoriel au sein duquel les compétences des uns et des autres se complètent, interagissent et mutualisent.

Notre conviction est que notre dispositif, dans un contexte de formation, peut outiller les formateurs, les enseignants du point de vue des savoirs en jeu en calcul mental, des enjeux de l'enseignement-apprentissage du calcul mental et qu'il peut permettre d'amorcer leur réflexion sur la didactique du calcul mental. La durée de la formation des formateurs et leur accompagnement sont alors déterminants afin que les formateurs puissent intégrer ces savoirs dans leur pratique auprès des enseignants et les outiller à leur tour.

V - BIBLIOGRAPHIE

Artigue, M. (2004) L'enseignement du calcul aujourd'hui : problèmes, défis perspectives, *Repères IREM*, **54**, 23-40.

Butlen, D. (2007) *Le calcul mental entre sens et technique*, Presses Universitaire de Franche Comté.

Chambris, C, Haspekian, M., Melon, I., Pasquet-fortune, N. (2018) Le défi calcul : entre calcul mental et calculatrice. Atelier. In B. Lebot and F. Vandebrouck (eds) *Actes du colloque mathématiques en cycles 3*, *IREM de Poitiers, 8-9 juin 2017* (p. 227-238). http://irem.univ-poitiers.fr/colloque2017/ressources/Actes.pdf

Houdement, C., Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, **16(3)**, 289-322.

Ma, L., Kessel, C. (2018) The Theory of School Arithmetic: Whole Numbers. In: Bartolini Bussi M., Sun X. (eds) *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades.* (p. 439-463) New ICMI Study Series. Springer, Cham

VI - ANNEXE 1 : DOCUMENT POUR LA PREMIÉRE MISE EN SITUATION

	Calculs	Choix : M pour mental C pour calculatrice	Résultats
1	28 x 15		
2	36,1 + 36,2 + 36,3 + (7 x 36,2)		
3	62 474 x 9 587		
4	564 758 – 4 700		
5	0,2 + 0,60 + 0,4 + 0,80		
6	(102 – 27) x 4		
7	390 – 356,875		

VII - ANNEXE 2 : SÉRIE D'ENTRAINEMENTS CONSTRUITE EN 2014 PAR LE GROUPE IREM

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 1 Date : .....

Calculs		Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	42+31+24			
2	25 004 x 100			
3	546 x 346			
4	70+70+70+70			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 2 Date : .....

Calculs		Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	40+20+60+80			
2	62 474 – 9587			
3	562 358 – 2 300			
4	1 234 – (23x10)			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 3 Date : .....

Calculs		Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	98+100+102			
2	45+25+55+75			
3	150+(7x89)			
4	150+(2x75)			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 4 Date : .....

Calculs		Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	45 212 – (52x100)			
2	86 400 – (59x307)			
3	562 548 – 51 226			
4	23+24+25			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 5 Date : .....

Calculs		Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	24x50			
2	78+37+22+63			
3	104x25			
4	87+31+64+25			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 6 Date : .....

Calculs		Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	78+37+22+63+17			
2	1 275 – (25x3)			
3	600 – 256			
4	2 465 – (26x7)			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

Prénom : ..... **Défi calcul** Entraînement n° 7 Date : .....

Calculs		Résultats		Points
		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats	
1	15 563 – 8 263			
2	23+24+25+(7x24)			
3	651 – 487			
4	240+120+360+480			
			Total des points	
			Nombre de résultats justes en calcul mental	

VIII - ANNEXE 3 : TABLEAU DES PROPRIÉTÉS

					Propriété \ exemple
				Associativité de + ou x	Opérations
				Commutativité de + ou x	
				Ecart constant / compensation pour +, -, x ou :	
				Définition et relations entre opérations	
				Distributivité de x ou : sur + ou -	
				Rep. additif ou multiplicatif en composition ou décomposition	Répertoires de faits numériques
				Multiples de 25	
				Multiples de 15	
				Compléments à dix	
				Position (add / soust ; décompositions add.)	Numération
				Relations entre unités (conversions) ex : x 10d= 1c , x10, retenue.	
				Compléments à la diz / cent sup, unité sup	
				Calcul par troncature et usage des unités de numération	
				Ordre de grandeur	
				entiers / décimaux / fractions	Types de nombres
				Chiffrées / fraction / en unités de numération	Types d' écritures
				chgt de struc ou de place : POP sans changement :S	Parenthèses

Propriétés des opérations : addition et soustractions sont des opérations inverses, multiplication et division sont des opérations inverses

Associativité : les nombres sont associés de différentes façons // Commutativité : les nombres peuvent commuter, changer de place

Commutativité de l'addition : 6 + 4 = 4 + 6 Commutativité de la multiplication : 6 × 4 = 4 × 6 // 3+3+3+3=4+4+4

Associativité de l'addition : 3+2+4 // (3+2)+4=3+(2+4) // 8+5=(3+5)+5=3+(5+5)=3+10

Associativité de la multiplication : (3×4) ×5=3× (4×5) // 12×5=(3×4) ×5=3× (4×5)= 3×20

Écart constant : une différence ne change pas si on ajoute ou si on soustrait le même nombre aux deux termes de la différence.52 – 28 =(52 + 2) - (28 + 2)=54 - 30

Compensation (add /soustr) :

1) pour soustraire une somme à un nombre, on peut soustraire le premier terme au nombre puis le second au résultat. 9 - (3 + 4)=(9 - 3) - 4
2) pour soustraire un nombre à une somme, on peut soustraire ce nombre à l'un ou l'autre des termes de la somme. (6 + 4) - 3 = (6 - 3) + 4 = 6 + (4 - 3)

Propriétés de compensation liées à la multiplication et à la division. Exemples :

- Pour diviser un produit par un nombre, on peut diviser l'un ou l'autre facteur du produit par le nombre (30 × 12) : 6 = (30 : 6) ×12 = 30× (12 : 6))

- Pour multiplier un quotient par un nombre, on peut multiplier le dividende par le nombre ou diviser le diviseur par le nombre

- On ne modifie pas la valeur d'un quotient en multipliant ou divisant, diviseur et dividende par le même nombre. 30 : 6 = (30 : 3) : (6 : 3) (correspond à la règle d'équivalence des fractions)

On ne modifie pas la valeur d'un produit en divisant l'un des facteurs par un nombre et en divisant l'autre facteur par le même nombre. 14 × 6 = (14 : 2) × (6 × 2) (lié aux opérations inverses)

Propriété correspondant à l'associativité pour la division : 30 : (3×2) = (30 : 3) : 2 = (30 : 2) : 3

Propriété correspondant à la commutativité pour la division : comme 12 : 3 = 4, alors 12 : 4 = 3

Distributivité de la multiplication (ou de la division) sur l'addition (ou la soustraction) : 4×(10+2)=(4×10)+(4×2) // 4×12=(4×10)+(4×2) // (56×98)+(56×2)=56×(98+2)=56×100

Utilisation des répertoires additifs et multiplicatifs (ou faits numériques) :

Comp / déc : composition / décomposition pour l'addition ou la multiplication :
A comp 3+4=7 (sommes sous dix) ou M comp 3×4=12 (table de 3 ou 4) / M dec 15=3×5 (table de 5 ou 3) ou A dec 13=6+7 ; compléments à dix : 7 dixièmes + 3 dixièmes = 10 dixièmes

Répertoires mobilisés : tables de multiplication de 2 à 9 ; addition : sommes sous dix, sommes sous vingt ; multiples de 15 : 15, 30, 45, 60 ; multiples de 25 : 25, 50, 75, 100 ; compléments à dix

Et d'autres…

Propriétés de la numération

Position : Position (add/ soust) : 647 = 600 + 40 + 7 ou 647 = 6C 4D 7u (position simple)
45+3D=4D+3D+5 (position simple & répertoire additif sous dix)

Relations entre les unités de numération : 10 dizaines = 1 centaine.

0,7+0,30=7 dixièmes + 3 dixièmes = 10 dixièmes = 1 (position, puis complément à dix puis position puis relation entre les unités)

123×10 = (1C 2D 3u) × 10 = 1M 2C 3D (multiplication par dix)

40 + 380 = 3C + 12D = 3C +10D + 2D = 3C + 1C + 2D = 4C 2D (retenue)

Propriété de la troncature : 567=5C 6D 7u ; 5C=50D ; 567=50D + 6D+7u= 56 D+7u.

Calcul par troncature : 268+60=26D+6D+8=32D+8=328. // Complément à la (une) diz / cent sup : complément à la (une) dizaine à la (une) centaine supérieure : 56 → 80 ; 18 → 100 ; 0,7→ 1

On pourrait ajouter : estimations, ordre de grandeur : 297+45+587 =300 + 50 + 600 - (3 + 5 + 13) = 950 - (20 + 1) = 930 – 1

Utilisation des parenthèses (conventions d'écritures) :

S : parenthèses présentes, il n'est pas nécessaire de modifier la structure pour effectuer le calcul

POP : parenthèses présentes ou qui le seront dans le développement du calcul, il est nécessaire d'utiliser une propriété d'une opération pour modifier la structure du calcul afin d'effectuer le calcul mentalement (distributivité ou autre) : 27+(60-3) = 27+60-3 = 60 +27-3 = 60+24 // 4×12=4× (10+2) = (4×10)+(4×2) = 40+8

Propriété \ exemple	opérations				Répertoires de faits numériques				numération					Types de nombres	Types d'écritures	parenthèses
	Associativité de + ou x	Commutativité de + ou x	Ecart constant / compensation pour +, -, x ou :	Distributivité de x ou : sur + ou -	Rep. additif ou multiplicatif en composition ou décomposition	Multiples de 25	Multiples de 15	Compléments à dix	Position (add / soust ; décompositions add.)	Relations entre unités (comp. à dix, x10, retenue.)	Compléments à la diz / cent sup	Calcul par troncature de nombre	Ordre de grandeur	entiers / décimaux / fractions	chiffrées / en unités / fraction	oui chgt de struc/ oui prioritaire / non
28x15 (28 x 10) + (28 x 5) = 280 + (280 : 2) = 280 + 140 = 420			X	X	X				X	X				E	CH	NON
28x15 7 x 4 x 15 = 7 x 60 = 42 x 10 = 420	X				X		X			X				E	CH	NON
28x15 (30 x 15) – (2 x 15) = 450 – 30 = 420				x	X		x		X				(X)			
240+120+ 360+480=																

IX - ANNEXE 4 : COMPENSATION (MA, KESSEL 2018)

Compensation Property for Addition

If an addend is increased and the other addend is decreased by the same amount, their sum is unchanged. For example, 5 + 3:

$$5+3=(5+2)+(3-2)=(5-2)+(3+2).$$

Therefore, if one addend increases (or decreases) by a given amount and the other addend is unchanged, then their sum increases (or decreases) by the same amount. For example, 5 + 3 = 8:

$$\text{Since } 5+3=8, \text{then } (5+2)+3=8+2 \text{ and } (5+3)+2=5+(3+2).$$

The corresponding property for subtraction is: if the minuend and subtrahend increase (or decrease) by a given amount, their difference is unchanged. For example, 12 – 7 = 5:

$$\text{Since } 12-7=5, \text{then } (12+2)-(7+2)=5 \text{ and } (12-2)-(7-2)=5.$$

If the minuend increases (or decreases) by a given amount and the subtrahend is unchanged, their difference increases (or decreases) by the same amount. For example, 12 – 7 = 5:

$$\text{Since } 12-7=5, \text{then } (12+2)-7=5+2 \text{ and } (12-2)-7=5-2.$$

If the minuend is unchanged and the subtrahend increases (or decreases) by a given amount, their difference decreases (or increases) by the same amount. For example, 12 – 7 = 5:

$$\text{Since } 12-7=5, \text{then } 12-(7+2)=5-2 \text{ and } 12-(7-2)=5+2.$$

(page 459-460)

Compensation Property of Multiplication

If the multiplicand is multiplied by and the multiplier is divided by the same amount, their product is unchanged. For example, 12 × 9:

$$\text{Since } 12\times 9=108, \text{then } (12\times 3)\times(9\div 3)=108 \text{ and } (12\div 3)\times(9\times 3)=108.$$

$$\text{Equivalently, } 12\times 9=(12\times 3)\times(9\div 3)=(12\div 3)\times(9\times 3).$$

Therefore, if the multiplicand is enlarged (or diminished) by a given amount and the multiplier is unchanged, then their product is enlarged (or diminished) by the same amount.

$$\text{Since } 12\times 9=108, \text{then:}$$

$$(12\times 3)\times 9=108\times 3$$

$$12\times(9\times 3)=108\times 3 \text{ and } (12\div 3)\times 9=108\div 3 \text{ and } 12\times(9\div 3)=108\div 3.$$

If both the dividend and the divisor are enlarged (or diminished) by a given amount, then their quotient is unchanged. For example, 36 ÷ 4:

$$\text{Since } 36\div 4=9, \text{then } (36\times 2)\div(4\times 2)=9 \text{ and } (36\div 2)\div(4\div 2)=9.$$

Therefore, the dividend is enlarged (or diminished) by a given amount and the divisor is unchanged, and then their quotient is enlarged (or diminished) by the same amount.

If the dividend is unchanged and the divisor is enlarged (or diminished) by a given amount, their quotient is enlarged (or diminished) by the same amount.

$$\text{Since } 24\div 6=4, \text{then:}$$

$$(24\times 2)\div 6=4\times 2 \text{ and } (24\div 2)\div 6=4\div 2$$
$$\text{and } 24\div(6\times 2)=4\div 2 \text{ and } 24\div(6\div 2)=4\times 2.$$

(page 461)

ÉVALUATION DES COMPÉTENCES ATTENDUES DES FUTURS ENSEIGNANTS FORMÉS À LA HEP FRIBOURG

Nicolas DREYER
Professeur, HEP FRIBOURG
nicodreyer@gmail.com

Yves SCHUBNEL
Professeur, HEP FRIBOURG
SchubnelY@edufr.ch

Résumé
Quelles connaissances en mathématiques les futurs enseignants à l'école primaire devraient avoir ? À cette question, on trouve généralement des réponses centrées sur la maîtrise de contenus ; contenus qui sont en lien plus ou moins direct avec ce que ces enseignants devront enseigner.
Les professeurs de mathématiques de la Haute École Pédagogique de Fribourg (HEP Fribourg, Suisse) ont fait, depuis une dizaine d'années, un choix centré sur les compétences des enseignants à faire des mathématiques. L'atelier a permis dans un premier temps de présenter le dispositif d'évaluation des étudiants, ainsi que ce qui a conduit à la mise sur pied de ce dispositif. Dans un deuxième temps, les participants ont répondu aux problèmes posés aux étudiants. Dans un dernier temps, quelques productions d'étudiants ont été évaluées par les participants.

I - LE DISPOSITIF D'ÉVALUATION

Depuis une vingtaine d'années, les plans d'études romands de mathématiques (PER) mettent en exergue l'importance de la résolution de problèmes dans les apprentissages en mathématiques durant la scolarité obligatoire. Or, les professeurs[1] de mathématiques de la HEP Fribourg constataient année après année que bon nombre d'étudiants ne savaient pas résoudre les problèmes qu'ils proposaient à leurs élèves. Il était donc difficile pour ces étudiants d'analyser ces problèmes, d'en saisir les enjeux d'apprentissage et finalement d'enseigner. Il a donc été décidé d'évaluer les étudiants aussi bien sur leur compétence à faire des mathématiques que sur leurs connaissances mathématiques. Nous nous plaçons donc ici dans une posture en amont de toute réflexion didactique liée à l'enseignement à proprement parler. Ceci n'a pas été facile à obtenir puisque dans les représentations de la direction de la HEP Fribourg, les étudiants avaient déjà été évalués durant leur cursus précédent leur formation d'enseignant. Les méconnaissances des étudiants furent finalement le meilleur argument pour convaincre la direction de la nécessité d'une évaluation ciblée sur les compétences mathématiques des futurs enseignants.

1 L'examen

Puisque le PER[2] précise que les enseignants doivent développer chez leurs élèves des compétences à résoudre des problèmes de mathématiques, nous avons décidé, en cohérence, de proposer un examen où il s'agit de résoudre des problèmes. L'examen est composé de quatre problèmes. Ces problèmes sont inspirés de ceux que l'on trouve dans les moyens d'enseignement de l'école primaire, voire du cycle d'orientation. Un contenu mathématique bien défini est présent en filigrane. Les étudiants doivent résoudre, au mieux, ces problèmes. Ils ont pour cela 3 heures à disposition. Précisons encore que la HEP

[1] Dans ce texte, afin d'en faciliter la lecture, l'utilisation du genre masculin est adoptée sans discrimination.

[2] http://www.plandetudes.ch/CIIP.

Fribourg est une HEP bilingue. Le même examen est proposé aux étudiants francophones et germanophones. Il y a donc un travail intéressant de traduction des énoncés dans la langue partenaire qui est à réaliser par les professeurs. En annexe 1, on peut prendre connaissance de l'examen du 27 août 2014, proposé aux participants de cet atelier. Nous reviendrons plus loin sur l'analyse des quatre problèmes proposés aux étudiants lors de cet examen.

2 L'évaluation

Techniquement, l'évaluation se fait « à l'aveugle » ; les dossiers sur lesquels répondent les étudiants sont numérotés et ce n'est que tout à la fin du processus de correction que nous découvrons à quel étudiant correspond tel numéro. Dès le début, il nous a semblé essentiel de nous protéger au mieux des différents biais connus de l'évaluation, notamment des a priori positifs ou négatifs que nous pourrions avoir sur les étudiants.

Sur le fond, nous attribuons à chaque problème un maximum de 3 points. Nous nous inspirons ici des 3 moments de la résolution de problèmes (Plan d'Études romand de mathématiques, COROME[3], 1997) que nous ajoutons en Annexe 2 :

- L'appropriation du problème
- Le traitement des données
- La communication des démarches et des résultats

Chacun de ces critères vaut 1 point, étant entendu que ces critères sont, tout comme les 3 moments de la résolution de problèmes, en interdépendance continue. Un étudiant qui ne s'approprierait pas le problème et en traiterait « un autre » plus simple ne va que difficilement obtenir le maximum des points liés aux autres critères.

Il y a donc 12 points au maximum qui peuvent être obtenus ; le seuil de réussite a été fixé à 8 points.

Au terme de la première correction, tous les travaux considérés en échec sont lus par les autres correcteurs qui confirment ou infirment le résultat du premier correcteur. Dans tous les cas, la décision de non-validation du travail d'un étudiant est prise solidairement par l'ensemble des professeurs aux termes d'échanges parfois nourris. En cas d'échec, l'étudiant a la possibilité de se représenter lors de la session de rattrapage plus tard dans l'année.

En moyenne, il y a 20 à 25% des étudiants qui échouent lors de la première passation sur les quelque 150 étudiants en moyenne d'une volée.

II - AUTOUR DE L'ÉPREUVE DU 27 AOÛT 2014

1 Généralités

L'examen du 27 août 2014, dont on pourra prendre connaissance en annexe 1, a été proposé aux étudiants lors d'une session de rattrapage. Il est représentatif des examens que nous avons écrits ces dernières années quant aux types de problèmes et de difficultés. Il nous semblait important que les participants puissent prendre du temps pour faire ces problèmes et non pas simplement les lire.

La discussion générale a permis de mettra en évidence les aspects suivants :

Tout d'abord, les étudiants n'ont plus l'habitude de résoudre ce type de problèmes car ils sont éloignés des mathématiques qu'ils ont pu faire au gymnase ou au lycée. Pas de dérivée, pas d'étude de fonctions, pas de lieu géométrique à déterminer. L'étudiant est ici responsable de mettre en œuvre ses propres connaissances mathématiques indépendamment d'une quelconque démarche à suivre qui lui aurait été donnée lors des cours. Si, au gymnase ou au lycée, les étudiants sont souvent amenés à exécuter une procédure, il s'agit ici de la construire.

[3] Commission Romande Des Moyens d'Enseignement.

La deuxième remarque forte qui a été formulée tient au temps donné aux étudiants. Lors de la présentation de l'épreuve plusieurs participants se disaient dans leur for intérieur « 3 heures ! c'est beaucoup pour 4 problèmes. » La prise de connaissance des problèmes a largement atténué ce sentiment. « Il y a du travail ! » En premier lieu dans la prise de connaissance du problème : il y a beaucoup à lire ; il faut être attentif et l'appropriation des problèmes n'est pas immédiate.

Enfin, et dans la suite du point précédent, la résolution de ces problèmes n'est pas directement immédiate. Il faut véritablement initier une procédure et la mettre en œuvre, puis prendre du recul par rapport aux réponses trouvées et finalement communiquer, de manière convaincante, les résultats aux correcteurs.

D'une manière générale, les participants ont relevé que ces problèmes correspondaient, pour eux, pleinement aux attentes de futurs enseignants de l'école primaire. Ce retour était pour nous important car c'était la première fois que nous partagions nos évaluations à l'extérieur de la HEP Fribourg.

2 Les problèmes

Ci-dessous un bref retour et une analyse des quatre problèmes de cet examen sont proposés.

2.1 Les pirates

Une bande de 9 pirates possède un trésor constitué de pièces d'or d'égale valeur.
Ils projettent de se les partager de manière égale et de donner le reste au cuisinier chinois. Celui-ci recevrait alors 6 pièces d'or.
Mais les pirates se querellent, et 3 d'entre eux sont tués. Un nouveau partage donnerait au cuisinier3 pièces.
Dans un naufrage ultérieur, seuls le trésor, 4 pirates et le cuisinier sont sauvés. Le partage donne alors 1 pièce d'or à ce dernier.

Ce problème est une adaptation d'un problème classique en arithmétique supérieure qui débouche sur le « théorème des restes chinois ». Nous avons joué ici sur les variables didactiques numériques afin que le problème puisse être résolu par de futurs enseignants du primaire. Les participants à l'atelier ont d'ailleurs relevé que le choix de ces variables donnait bien un problème de niveau 7H ou 8H (CM2 – 6e).

Les savoirs en jeu sont liés principalement à la division euclidienne et par ricochets aux concepts de multiples et de diviseurs qui permettront d'initier les principales démarches de résolution du problème. Les principales difficultés seront la prise en compte des différentes contraintes qui s'emboîtent, la prise en compte des restes et le fait d'imaginer qu'il puisse y avoir plusieurs solutions. Il est vrai que bien souvent les étudiants sont déjà contents d'en trouver une.

2.2 D'après le jeu du Mastermind

Dans une première question, nous demandons le nombre de codes différents que l'on peut former avec les cinq couleurs présentes au plus une fois.

On dispose de pions de couleurs différentes : des rouges, des verts, des jaunes, des bleus et des bruns.
Un joueur – le codeur – forme une suite de trois pions de trois couleurs différentes – appelée un code – qu'il cache à la vue d'un autre joueur – le décodeur.
Par exemple :

rouge	*vert*	*jaune*

Nous sommes ici en présence d'un problème classique de dénombrement avec le concept de multiplication comme savoir principal. La difficulté principale rencontrée par les élèves, mais également bon nombre d'étudiants, est l'organisation de la recherche. Si le concept de multiplication est mobilisable par l'étudiant, la question est traitée assez simplement. Par contre, si l'étudiant s'engage dans une recherche exhaustive des codes, en les nommant, il risque fort de se retrouver dans une impasse en ne pouvant décider si la recherche est terminée ou non.

Une deuxième question est proposée aux étudiants.

Le codeur a caché un code, qu'il s'agit pour vous de découvrir. Pour pouvoir le décoder, vous disposez des informations suivantes :

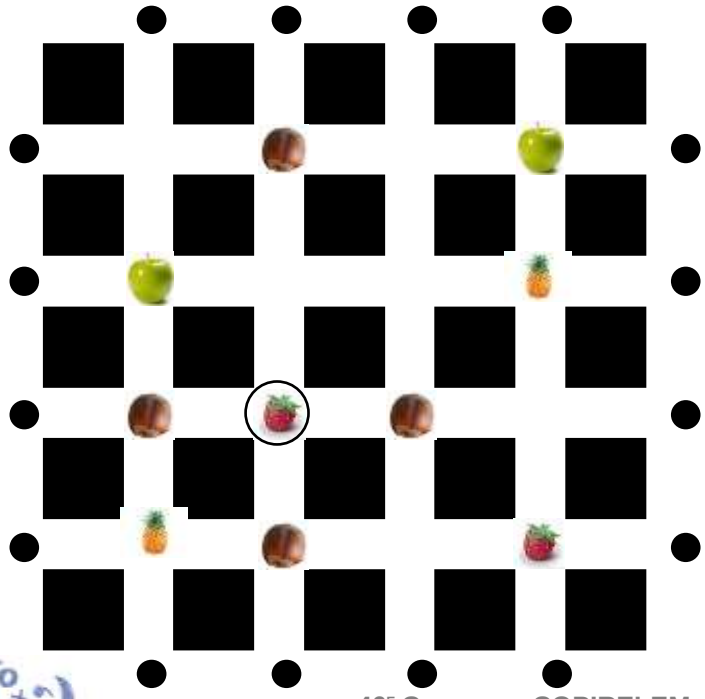
Propositions faites par le décodeur	*Réponses données par le codeur*
jaune vert bleu	*n*
jaune rouge brun	*b b*

Y a-t-il plusieurs codes possibles ? On explicitera le raisonnement suivi.

Les savoirs en jeu sont ici d'une tout autre nature puisqu'il n'y a pas à proprement parlé de savoirs mathématiques touchés par cette question. Nous sommes par contre pleinement dans du raisonnement. L'étudiant devra déduire que le jaune ne sera pas présent et qu'il y aura donc du rouge et du brun. De là, déduire que la bonne couleur au premier essai est soit le vert, soit le bleu.

Plusieurs activités des moyens romands sont inspirées du jeu du Mastermind. Ce problème a également été jugé adapté pour évaluer les compétences des futurs enseignants. Les participants ont relevé la difficulté d'exprimer les raisonnements à mettre en œuvre et donc à argumenter leurs réponses. Il a également été remarqué qu'il aurait été plus simple, à la lecture, de mettre des pastilles noires et blanches à la place des lettres n et b pour donner les renseignements car il y avait au moment de traiter le problème beaucoup de lettres à gérer. On voit bien dans cette remarque la difficulté d'écriture de ces problèmes d'évaluations qui doivent « se tenir par eux-mêmes », sans aides particulières, contrairement à des activités « de classe » où l'enseignant a la possibilité d'intervenir, d'interagir avec les élèves sur la compréhension du problème, de choisir un dispositif de travail dans lequel les élèves vont pouvoir échanger sur leurs diverses procédures.

2.3 Le panier rempli



Questions

a. *Barrez d'une croix trois points noirs depuis lesquels on ne peut pas partir pour ramasser quatre fruits différents selon la règle décrite ci-dessus. Donnez des arguments qui expliquent vos réponses.*
b. *Dessinez le chemin le plus court qui permet de ramasser quatre fruits différents selon la règle donnée.*

Ce problème est une reprise de l'activité « Le panier rempli » des moyens de 3H (CP) de Suisse romande, que l'on peut voir en annexe. Seules les questions posées aux étudiants diffèrent. Les savoirs en jeu sont principalement le repérage dans le plan. Par contre, il demande de la part des étudiants des compétences à anticiper, à vérifier ses réponses et à argumenter. Si ce problème n'a pas été jugé difficile pour les étudiants, il a quand même été relevé qu'il mobilisait manifestement les compétences visées.

2.4 Déploiement triangulaire

L'armée d'un pays tout neuf comprend des soldats, des lieutenants, des commandants et un seul général. Elle a une particularité peu commune : toute son organisation repose sur le nombre 9. Ainsi un lieutenant a toujours sous ses ordres un groupe de 9 soldats. Un commandant dirige 9 lieutenants. Le général, lui, a sous ses ordres 9 commandants. Prévoyant de parader dans un stade, le général souhaite déployer ses hommes (et lui à leur tête) selon un schéma triangulaire : un homme sur la première ligne, deux sur la deuxième, trois sur la troisième…

Questions

1) *Pour une première parade, seuls les militaires suivants sont concernés : le général, tous les commandants et tous les lieutenants.*
   Est-ce que la dernière ligne sera complète avec ce déploiement triangulaire ?

2) *Une deuxième parade doit comprendre tous les militaires dont le général.*
   Est-ce que la dernière ligne sera complète avec ce déploiement triangulaire ?

Dans nos cours, nous ne rencontrons que très peu de formules mathématiques. Nous préférons apprendre à nos étudiants à réfléchir, à essayer, à oser. Cependant, notamment parce que les moyens d'enseignement proposent aux élèves des situations riches où les suites arithmétiques et les sommes des termes qui y sont associés sont présentes, nous démontrons ce joli résultat exprimant la somme des n premiers nombres entiers (le « petit Gauss », dans le jargon). Les étudiants s'attendent, normalement, à devoir résoudre un problème de ce type. La difficulté pour certains étudiants devient à « repérer » le problème où il y a une série arithmétique, puis à se souvenir correctement de la seule formule vue en cours.

Dans ce problème, d'autres savoirs apparaissent comme le concept de puissance. En effet, la tâche de l'étudiant consistera à déterminer si les sommes de puissances de 9 sont ou pas des nombres triangulaires

III - AUTOUR DE L'ÉVALUATION DE DEUX ÉTUDIANTS

Lors de cet atelier, les documents en annexes 4 et 5 ont été distribués aux participants afin d'évaluer les copies de deux étudiants n° 104 et n° 120. Nous n'avons eu le temps que de discuter les deux premiers

problèmes. Ce qui est ressorti assez clairement est la différence de compétences montrées par ces deux étudiants.

Nous retrouvons dans le problème 1 chez l'étudiant 104 clairement une traduction mathématique du problème, notamment en ce qui concerne la division euclidienne. Sa procédure consiste essentiellement à établir des listes de nombres possibles pour chacune des conditions. L'étudiant 104 trouve ainsi aisément plusieurs solutions en généralisant quasiment l'ensemble des réponses possibles. L'étudiant 120, quant à lui, réécrit le problème avec ses propres mots et pose qu'une pièce vaut 1 franc. Tout ceci n'apporte rien d'essentiel ni à l'appropriation ni à la résolution du problème. Par la suite, sa résolution raconte plus ce qui se passe dans sa tête (« J'ai essayé de trouver une relation… mais pour l'instant je patauge. »). Par une espèce de démarche essai-erreur, l'étudiant 120 trouve 33 (l'argumentation n'étant pas aussi structurée que celle de l'étudiant 104). Enfin, cet étudiant conclut qu'il n'y a pas d'autres solutions, mais nous ne savons pas clairement les raisons qui ont poussé à cette conclusion. En termes d'évaluation, nous avons un étudiant 104 qui nous montre clairement une appropriation correcte du problème, une résolution structurée et une argumentation claire. L'étudiant 120 nous montre une résolution partielle du problème avec des argumentations qui tiennent plus d'une certaine subjectivité (« J'ai essayé cette méthode avec les autres M9 (multiple de 9), mais je n'en ai plus trouvé. » que d'une réflexion scientifique.

Le deuxième problème nous permet de retrouver les mêmes caractéristiques chez les deux étudiants. Pour la question du nombre de codes possibles, l'étudiant 104 exemplifie le « au plus une fois », puis il modélise les codes et résout le problème en utilisant la multiplication à bon escient. L'argumentation est également très claire. L'étudiant 120, quant à lui, réécrit, comme dans le problème 1, l'énoncé avec ses propres mots. Il écrit notamment : « On peut utiliser 1x ou plus une couleur. » Sa méthode de résolution consiste à lister, dans un premier temps, tous les codes puis à résoudre le problème à l'aide d'un arbre où manifestement il considère que l'on peut prendre plusieurs fois la même couleur, montrant ainsi un défaut d'appropriation. Avec une certaine cohérence dans son erreur, il trouve une réponse erronée.

Pour la deuxième question de ce problème, la résolution du problème est facile à suivre. L'étudiant utilise à bon escient des représentations. On peut l'accompagner dans ses réflexions aisément. Contrairement à l'étudiant 120 dont on peut se demander comment il lit et ce qu'il lit. Ce qui semble récurrent dans son fonctionnement est de beaucoup réécrire ce qui est donné dans les énoncés, mais qu'il ne semble pas prendre de recul à tout cela. Ainsi, sa première déduction est que le jaune est bien placé… « et qu'il ne faut plus le toucher. » Comme justement, le jaune doit être éliminé, le reste de la résolution en pâtit fortement.

En conclusion, l'étudiant a un travail important à faire, sur lui, pour pouvoir donner du sens et même donner un sens correct à un énoncé mathématique. En l'état, il nous (les professeurs de la HEP Fribourg et les participants à l'atelier) paraît difficile d'imaginer l'étudiant 120 se lancer dans la conduite d'activités mathématiques contenant une certaine complexité. On peut légitimement imaginer que cet étudiant va spontanément proposer des activités très fermées à ses élèves, activités où il ne prendra aucun risque en tant qu'enseignant car il sait faire ou, pour le moins, il connaît les réponses.

La tâche consistant à mettre des points est donc délicate, car cela nécessite une bonne appropriation des critères. Même si nous ne sommes pas allés jusqu'au bout de l'évaluation lors de l'atelier, les regards des participants étaient très convergents et allaient dans le sens de l'évaluation portée par les professeurs de la HEP Fribourg.

D'une manière générale, le regard porté par les participants nous a confirmé que les prestations des étudiants nous permettaient de donner une valeur aux compétences à faire des mathématiques de la part de nos étudiants. Ils ressortaient également que ces compétences étaient forcément liées à des connaissances mathématiques, disponibles ou non.

Cet atelier a conforté les animateurs dans ce choix d'évaluer des compétences au travers de la résolution de problèmes, d'autant plus qu'elle permet d'évaluer également la maîtrise de certains contenus mathématiques.

IV - ANNEXE 1 : ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES DU 27 AOÛT 2014

Prüfung Mathematik

Kurs 1-502, 27. August 2014

Épreuve de mathématiques

Cours 1-502, 27 août 2014

Identifikations-Nummer:
Numéro d'identification :.....

Bitte direkt auf die Aufgabenblätter schreiben. Es sollte genügend Platz zur Verfügung stehen. Falls zu wenig Platz vorhanden ist, können die leeren Seiten am Ende des vorliegenden Dossiers benutzt werden. Notizen ähnliche Ausführungen werden nicht in die Beurteilung mit einbezogen.

Für alle Aufgaben wird verlangt, dass die Ausführungen und Lösungen so präsentiert werden, dass Überlegungen und Gedankengänge nachvollziehbar sind. Diese sind grundlegende Elemente der Beurteilung.

Der Gebrauch eines Taschenrechners ist nicht erlaubt.

Vous répondez directement sur le dossier. Il y a en principe suffisamment de place pour répondre. Si vous n'avez pas assez de place, vous pouvez utiliser les pages blanches à la fin de ce dossier. Les brouillons ne sont pas pris en considération.

Pour tous les problèmes, la rédaction de vos réponses doit permettre de suivre votre raisonnement. C'est le raisonnement qui sera à la base de l'évaluation.

La calculatrice n'est pas autorisée.

	Anzahl der erhaltenen Punkte – *Nombre de points obtenus*
Die Piraten – *Les pirates*	
Wie beim Mastermind – *D'après le jeu du Mastermind*	
Ein gefüllter Korb – *Un panier rempli*	
Aufstellung im Dreieck – *Déploiement triangulaire*	

Punktetotal – *Nombre total de points*	
Erfüllt – *Acquis*	
Nicht erfüllt – *Non acquis*	

Die Piraten – *Les pirates*

Eine Piratenbande, bestehend aus 9 Piraten, besitzt eine Schatztruhe, die gleichwertige Goldstücke beinhaltet.

Die Piraten haben vor, die Goldstücke gerecht zu verteilen, und was übrig bleibt, dem chinesischen Koch zu geben. Dieser würde 6 Goldstücke erhalten.

Aber die Piraten geraten in einen Streit, bei dem 3 Piraten getötet werden. Bei einer neuen Verteilung würde der Koch 3 Goldstücke erhalten.

Bei einem späteren Untergang des Schiffes werden nur die Schatztruhe, 4 Piraten und der Koch gerettet. Bei erneuter Verteilung bleibt für den Koch 1 Goldstück übrig.

Une bande de 9 pirates possède un trésor constitué de pièces d'or d'égale valeur.

Ils projettent de se les partager de manière égale et de donner le reste au cuisinier chinois. Celui-ci recevrait alors 6 pièces d'or.

Mais les pirates se querellent, et 3 d'entre eux sont tués. Un nouveau partage donnerait au cuisinier3 pièces.

Dans un naufrage ultérieur, seuls le trésor, 4 pirates et le cuisinier sont sauvés. Le partage donne alors 1 pièce d'or à ce dernier.

Fragen

Wie viele Goldstücke wird der Koch erhalten, wenn er sich entscheidet, die restlichen Piraten zu vergiften?

Gibt es mehrere Lösungen?

Questions

Combien de pièces d'or aura le cuisinier s'il décide d'empoisonner le reste des pirates ?

Y a-t-il plusieurs solutions ?

Wie beim Mastermind – *D'après le jeu du Mastermind*

Erster Teil – *Première partie*

Man verfügt über verschieden farbige Spielsteine: rote, grüne, gelbe, blaue und braune.

Ein Spieler – der Codierer – bildet eine Reihe bestehend aus drei Spielsteinen und drei verschiedenen Farben. Diese Reihe bezeichnen wir als Code. Die Reihe ist für den anderen Spieler – den Decodierer – nicht sichtbar.

Beispiel:

rot	grün	gelb

On dispose de pions de couleurs différentes : des rouges, des verts, des jaunes, des bleus et des bruns.

Un joueur – le codeur – forme une suite de trois pions de trois couleurs différentes – appelée un code – qu'il cache à la vue d'un autre joueur – le décodeur.

Par exemple :

rouge	*vert*	*jaune*

Frage

Wie viele verschiedene Codes kann der Codierer mit den Spielsteinen bilden, wenn jede der fünf Farben höchstens einmal vorkommen darf?

Question

Combien de codes différents le codeur peut-il former si chacune des cinq couleurs est présente au plus une fois ?

Zweiter Teil – *Deuxième partie*

Es geht jetzt darum, dass der Decodierer den vom Codierer gebildeten Code herausfindet.
Der Decodierer bildet dabei einen dreireihigen Code mit drei verschiedenen Farben und der Codierer gibt ihm folgende Hinweise:

- Für die Anzahl Spielsteine mit richtiger Farbe am richtigen Ort, legt der Codierer die entsprechende Anzahl schwarzer Jetons (s).
- Für die Anzahl Spielsteine mit richtiger Farbe am falschen Ort, legt der Codierer die entsprechende Anzahl weisser Jetons (w).

Nehmen wir zum Verständnis das oben erwähnte Beispiel:

Vom Decodierer gebildete Codes	Hinweise des Codierers
grün braun blau	w
blau rot gelb	s w
rot grün gelb	s s s

Il s'agit maintenant, pour le décodeur, de trouver un code formé par le codeur. Pour cela, le décodeur propose une suite de trois pions de trois couleurs différentes, et le codeur lui répond en précisant :

- le nombre de pions de la bonne couleur bien placés – il utilise à cet effet autant de jetons noirs (n),
- le nombre de pions de la bonne couleur mal placés – il utilise autant de jetons blancs (b).

Reprenons l'exemple ci-dessus :

Propositions faites par le décodeur	*Réponses données par le codeur*
vert brun bleu	*b*
bleu rouge jaune	*n b*
rouge vert jaune	*n n n*

Frage

Der Codierer hat einen Code gebildet, den Sie nun herausfinden sollen. Sie verfügen dabei über folgende Hinweise:

Vom Decodierer gebildete Codes	Hinweise des Codierers
gelb grün blau	s
gelb rot braun	w w

Gibt es mehrere mögliche Codes? Erläutern Sie Ihre Überlegungen.

Question

Le codeur a caché un code, qu'il s'agit pour vous de découvrir. Pour pouvoir le décoder, vous disposez des informations suivantes :

Propositions faites par le décodeur	*Réponses données par le codeur*
jaune vert bleu	*n*
jaune rouge brun	*b b*

Y a-t-il plusieurs codes possibles ? On explicitera le raisonnement suivi.

Ein gefüllter Korb – *Un panier rempli*

Es geht darum, in diesem Labyrinth vier verschiedene Früchte einzusammeln, wobei die eingekreiste Frucht zwingend dabei sein muss.
Anfang und Ende des Weges müssen jeweils auf einem schwarzen Punkt liegen. Man darf nicht zweimal am selben Ort vorbeikommen.

Dans ce labyrinthe, on veut ramasser quatre fruits différents. Un des quatre fruits doit être celui qui est entouré. On doit partir d'un point noir et on doit arriver à un autre point noir. On ne peut passer deux fois au même endroit.

Fragen

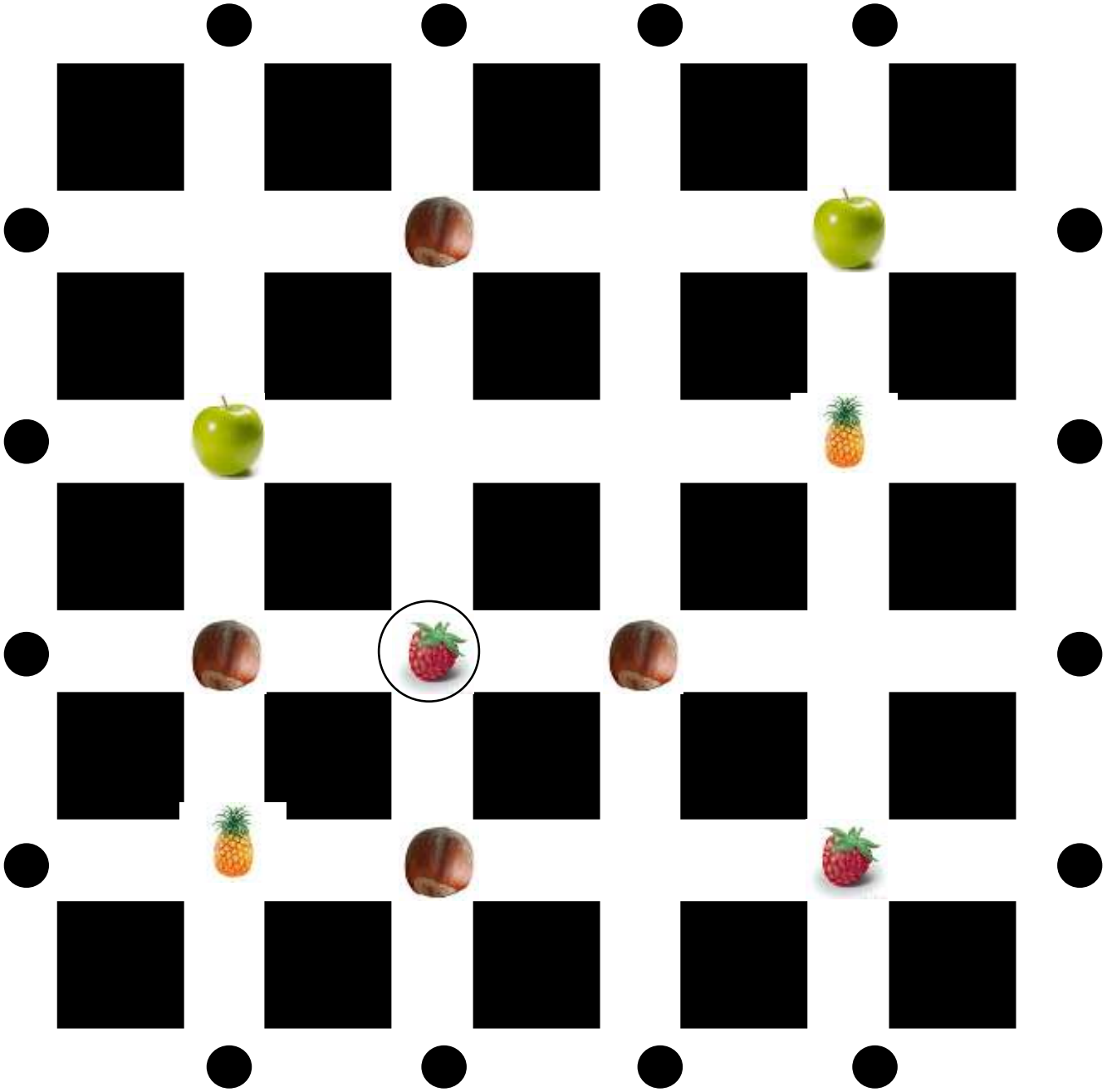
a. Durchkreuzen Sie drei schwarze Punkte, von welchen man nicht starten kann, um nach der oben beschriebenen Regel vier verschiedene Früchte einzusammeln.
   Begründen Sie Ihre Antwort.
b. Zeichnen Sie den kürzesten Weg ein, um nach vorgegebener Regel vier verschiedene Früchte einzusammeln.

Weitere kleinere Labyrinthe stehen Ihnen für Ihre Versuche auf den Seiten 12 und 13 zur Verfügung.

Questions

a. *Barrez d'une croix trois points noirs depuis lesquels on ne peut pas partir pour ramasser quatre fruits différents selon la règle décrite ci-dessus. Donnez des arguments qui expliquent vos réponses.*
b. *Dessinez le chemin le plus court qui permet de ramasser quatre fruits différents selon la règle donnée.*

D'autres labyrinthes, plus petits, se trouvent en pages 12 et 13 pour vos essais.



Aufstellung im Dreieck – *Déploiement triangulaire*

Die Armee eines neuen Landes umfasst Soldaten, Leutnants, Kommandanten und einen einzigen General. Die Armee hat eine ungewöhnliche Eigenheit: Die gesamte Organisation beruht auf der Zahl 9. So sind jedem Leutnant immer 9 Soldaten unterstellt. Ein Kommandant befiehlt über 9 Leutnants. Der General hat 9 Kommandanten unter sich.

Für eine Parade in einem Stadion wünscht der General, seine Untertanen (und er an deren Spitze) in einem dreieckigen Schema aufzustellen: ein Mann in der ersten Reihe, zwei Männer in der zweiten Reihe, drei Männer in der dritten Reihe…

L'armée d'un pays tout neuf comprend des soldats, des lieutenants, des commandants et un seul général. Elle a une particularité peu commune : toute son organisation repose sur le nombre 9. Ainsi un lieutenant a toujours sous ses ordres un groupe de 9 soldats. Un commandant dirige 9 lieutenants. Le général, lui, a sous ses ordres 9 commandants.

Prévoyant de parader dans un stade, le général souhaite déployer ses hommes (et lui à leur tête) selon un schéma triangulaire : un homme sur la première ligne, deux sur la deuxième, trois sur la troisième…

Fragen

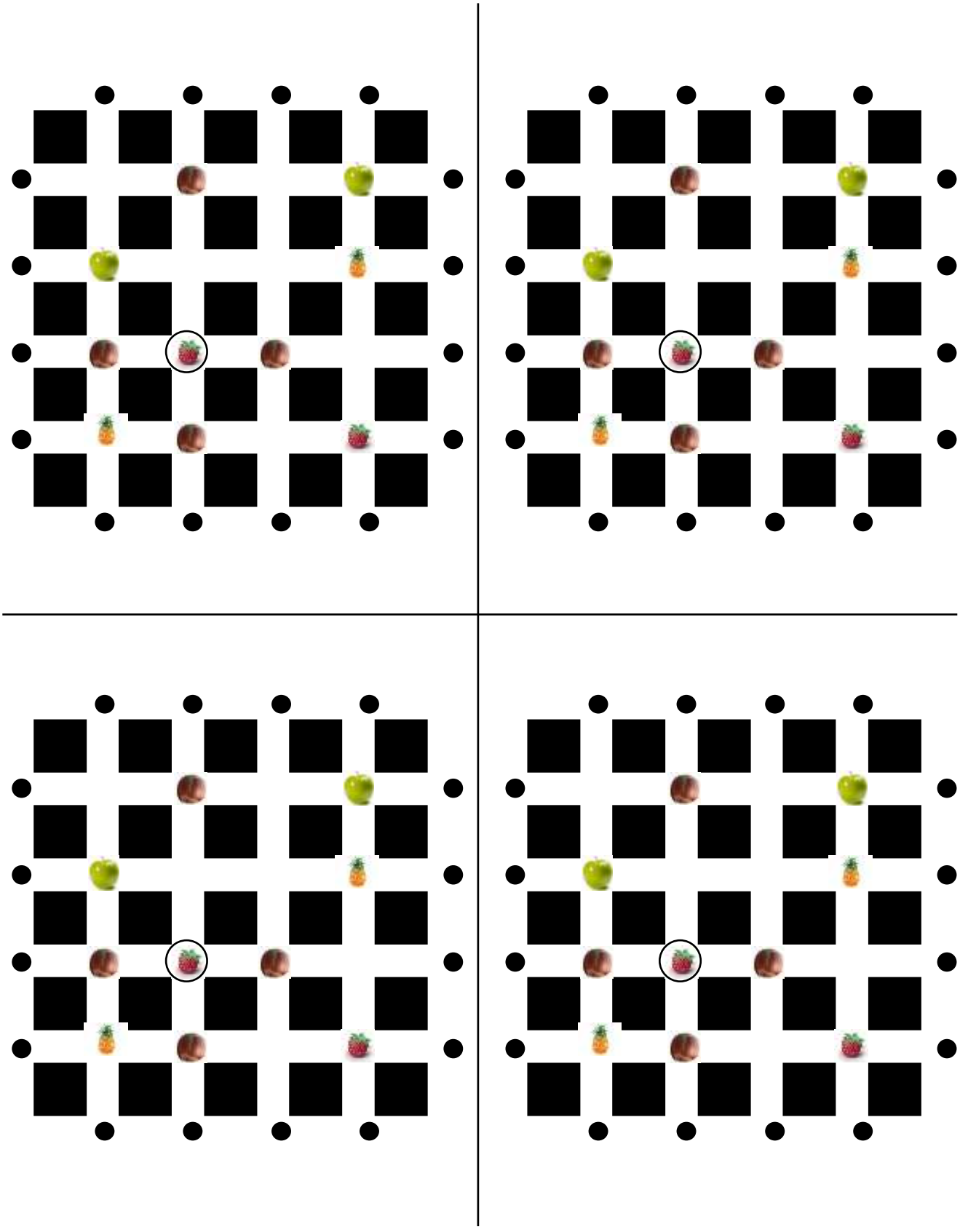
1) Für eine erste Parade sind nur folgende Männer betroffen: der General, alle Kommandanten und alle Leutnants.
   Wird die letzte Reihe bei dieser Aufstellung im Dreieck vollständig sein?

2) Eine zweite Parade umfasst alle Männer, mitsamt dem General.
   Wird die letzte Reihe bei dieser Aufstellung im Dreieck vollständig sein?

Questions

1) *Pour une première parade, seuls les militaires suivants sont concernés : le général, tous les commandants et tous les lieutenants.*
   Est-ce que la dernière ligne sera complète avec ce déploiement triangulaire ?

2) *Une deuxième parade doit comprendre tous les militaires dont le général.*
   Est-ce que la dernière ligne sera complète avec ce déploiement triangulaire ?



ANNEXE 2 : CRITÈRES D'ÉVALUATION

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES: TROIS MOMENTS

L'APPROPRIATION DU PROBLÈME

S'approprier le problème pour se représenter le but à atteindre, c'est

- prendre en compte la consigne
- repérer la question posée, ou formuler une question
- trier les informations, repérer et organiser celles qui sont pertinentes
- ...

LE TRAITEMENT DES DONNÉES

Traiter le problème, c'est:

- essayer «pour voir»
- ajuster des essais successifs
- se constituer un stock de résultats, y mettre de l'ordre, en conserver une trace écrite
- poser des conjectures, chercher à les vérifier (les confirmer ou les infirmer)
- déduire une information nouvelle à partir de celles qui sont connues
- recourir à des outils tels que diagrammes, calculs, dessins, procédures standard
- réduire temporairement sa complexité
- s'assurer de la validité des solutions
- ...

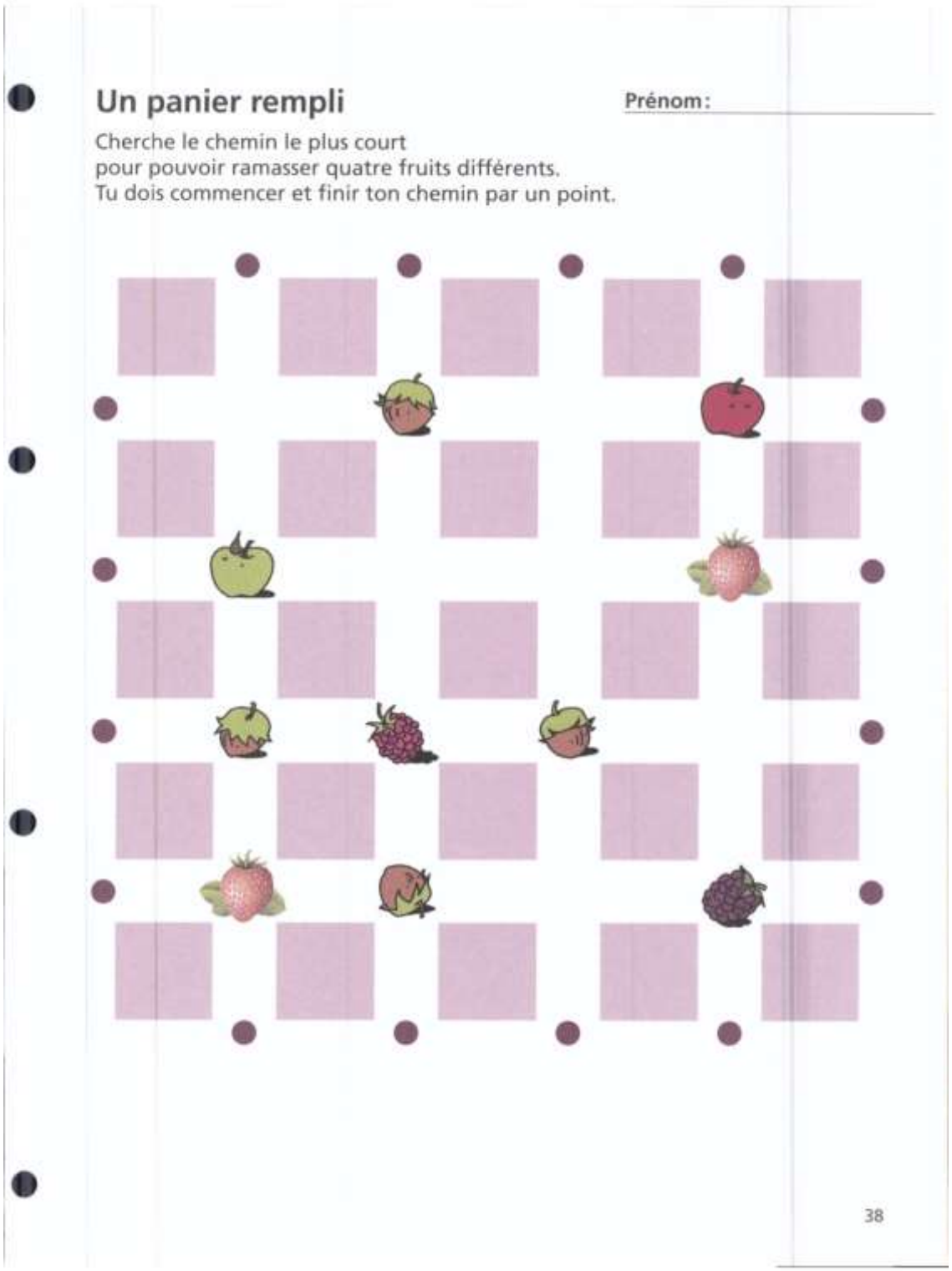
LA COMMUNICATION DES DÉMARCHES ET DES RÉSULTATS

Communiquer les résultats de la recherche, c'est:

- les mettre en forme accessible à autrui
- choisir une représentation adéquate et utiliser, au besoin, des symboles conventionnels
- produire des arguments sur la validité d'une démarche, d'une solution, de l'exhaustivité des solutions
- ...

La résolution complète du problème passe par des allers et retours entre ces trois moments.
Il appartient au maître d'officialiser certains savoirs apparus dans le problème.

ANNEXE 3 : UN PANIER REMPLI, ACTIVITÉ DE 3H



Un panier rempli

Prénom :

Cherche le chemin le plus court
pour pouvoir ramasser quatre fruits différents.
Tu dois commencer et finir ton chemin par un point.

38

ANNEXE 4 : ÉTUDIANT 104

Prüfung Mathematik

Kurs 1-502, 27. August 2014

Épreuve de mathématiques

Cours 1-502, 27 août 2014

Identifikations-Nummer: 104
Numéro d'identification : .....

Bitte direkt auf die Aufgabenblätter schreiben. Es sollte genügend Platz zur Verfügung stehen. Falls zu wenig Platz vorhanden ist, können die leeren Seiten am Ende des vorliegenden Dossiers benutzt werden. Notizen ähnliche Ausführungen werden nicht in die Beurteilung mit einbezogen.

Für alle Aufgaben wird verlangt, dass die Ausführungen und Lösungen so präsentiert werden, dass Überlegungen und Gedankengänge nachvollziehbar sind. Diese sind grundlegende Elemente der Beurteilung.

Der Gebrauch eines Taschenrechners ist nicht erlaubt.

Vous répondez directement sur le dossier. Il y a en principe suffisamment de place pour répondre. Si vous n'avez pas assez de place, vous pouvez utiliser les pages blanches à la fin de ce dossier. Les brouillons ne sont pas pris en considération.

Pour tous les problèmes, la rédaction de vos réponses doit permettre de suivre votre raisonnement. C'est le raisonnement qui sera à la base de l'évaluation.

La calculatrice n'est pas autorisée.

	Anzahl der erhaltenen Punkte – *Nombre de points obtenus*
Die Piraten – *Les pirates*	
Wie beim Mastermind – *D'après le jeu du Mastermind*	
Ein gefüllter Korb – *Un panier rempli*	
Aufstellung im Dreieck – *Déploiement triangulaire*	

Punktetotal – *Nombre total de points*	
Erfüllt – *Acquis*	
Nicht erfüllt – *Non acquis*	

Die Piraten – *Les pirates*

Eine Piratenbande, bestehend aus 9 Piraten, besitzt eine Schatztruhe, die gleichwertige Goldstücke beinhaltet.
Die Piraten haben vor, die Goldstücke gerecht zu verteilen, und was übrig bleibt, dem chinesischen Koch zu geben. Dieser würde 6 Goldstücke erhalten.
Aber die Piraten geraten in einen Streit, bei dem 3 Piraten getötet werden. Bei einer neuen Verteilung würde der Koch 3 Goldstücke erhalten.
Bei einem späteren Untergang des Schiffes werden nur die Schatztruhe, 4 Piraten und der Koch gerettet. Bei erneuter Verteilung bleibt für den Koch 1 Goldstück übrig.

Une bande de 9 pirates possède un trésor constitué de pièces d'or d'égale valeur.
Ils projettent de se les partager de manière égale et de donner le reste au cuisinier chinois. Celui-ci recevrait alors 6 pièces d'or.
Mais les pirates se querellent, et 3 d'entre eux sont tués. Un nouveau partage donnerait au cuisinier3 pièces.
Dans un naufrage ultérieur, seuls le trésor, 4 pirates et le cuisinier sont sauvés. Le partage donne alors 1 pièce d'or à ce dernier.

Fragen

Wie viele Goldstücke wird der Koch erhalten, wenn er sich entscheidet, die restlichen Piraten zu vergiften?
Gibt es mehrere Lösungen?

Questions

Combien de pièces d'or aura le cuisinier s'il décide d'empoisonner le reste des pirates ?
Y a-t-il plusieurs solutions ?

Selon l'énoncé de la consigne :

① 9 pirates → Trésor → x pièces
+
1 cuisinier

x	9
reste 6 pièces	

② 9 - 3 = 6 pirates → il en reste que 6 + 1 cuisinier

x	6
reste 3 pièces	

③ 4 pirates + 1 cuisinier

x	4
reste 1 pièce	

Dans un premier temps, il faut calculer le nombre de pièces qu'il se trouve dans le trésor :

Multiple de 9

9 + 6 = 15
18 + 6 = 24
27 + 6 = 33
36 + 6 = 42
45 + 6 = 51
54 + 6 = 60
63 + 6 = 69
72 + 6 = 78
81 + 6 = 87
90 + 6 = 96

Multiple de 6

6 + 3 = 9
12 + 3 = 15
18 + 3 = 21
24 + 3 = 27
30 + 3 = 33
36 + 3 = 39
42 + 3 = 45
48 + 3 = 51
54 + 3 = 57
60 + 3 = 63
66 + 3 = 69
72 + 3 = 75
78 + 3 = 81
84 + 3 = 87
90 + 3 = 93

Multiple de 4

4 + 1 = 5
8 + 1 = 9
12 + 1 = 13
16 + 1 = 17
20 + 1 = 21
24 + 1 = 25
28 + 1 = 29
32 + 1 = 33
36 + 1 = 37
40 + 1 = 41
44 + 1 = 45
48 + 1 = 49
52 + 1 = 53
56 + 1 = 57
60 + 1 = 61
64 + 1 = 65
68 + 1 = 69
72 + 1 = 73

Prüfung im Fach Mathematik 27. August 2014 – *Examen de mathématiques 27 août 2014* Seite – *page* 3

2

HEP Fribourg - PH Freiburg
Rue de Morat 36
1700 Fribourg

possibles.
Avec mes recherches, j'en ai déjà trouvé 2

Nbr de pièces possibles = 33 / 69

Si le cuisinier emporte les 4 dernières pièces, il aura alors le total des pièces présentes dans le coffre

Il existe peut être d'autres solutions que ces 2

Je continue les recherches

96	93	73
105	99	77
123	105	81
132	111	85
141	123	89
150	129	93
159	135	97
168	141	101
177	147	105
		109
		113
		117
		121
		125

Je trouve alors une nouvelle possibilité !

33 = 3·9+6
5·6+3
8·4+1

69 = 7·9+6
11·6+3
17·4+1

105 = 11·9+6
17·6+3
26·4+1

Il existe plusieurs réponses. Pour toutes les trouver, il faut faire

33 = 3·9+6 = 5·6+3 = 8·4+1
(+36) (+4) (+6) (+9)
69 = 7·9+6 = 11·6+3 = 17·4+1
(+36) (+4) (+6) (+9)
105 = 11·9+6 = 17·6+3 = 26·4+1
(+36) (+4) (+6) (+9)
141 = 15·9+6 = 23·6+3 = 35·4+1

Soit toujours +4 si on part des M9, soit toujours +6 si on part des M6 et +9 si on part des M4

3 →

Soit toujours + 36 en partant de 33 !

Donc au minimum, le cuisinier aura 33 pièces.

4

Wie beim Mastermind – *D'après le jeu du Mastermind*

Erster Teil – *Première partie*

Man verfügt über verschieden farbige Spielsteine: rote, grüne, gelbe, blaue und braune.
Ein Spieler – der Codierer – bildet eine Reihe bestehend aus drei Spielsteinen und drei verschiedenen Farben. Diese Reihe bezeichnen wir als Code. Die Reihe ist für den anderen Spieler – den Decodierer – nicht sichtbar.
Beispiel:

rot	grün	gelb

On dispose de pions de couleurs différentes : des rouges, des verts, des jaunes, des bleus et des bruns.
Un joueur – le codeur – forme une suite de trois pions de trois couleurs différentes – appelée un code – qu'il cache à la vue d'un autre joueur – le décodeur.
Par exemple :

rouge	*vert*	*jaune*
Rouge	jaune	vert

> 2 possibilités différentes

Frage

Wie viele verschiedene Codes kann der Codierer mit den Spielsteinen bilden, wenn jede der fünf Farben höchstens einmal vorkommen darf?

Question

Combien de codes différents le codeur peut-il former si chacune des cinq couleurs est présente au plus une fois ?

Dans ce problème, il est important de bien comprendre la phrase " présent au plus une fois " ⇔ ne peut pas être présente plus d'une fois ! → On ne peut donc pas avoir → V V B par exemple !

Il y a 5 couleurs - - R (rouge)
- V (vert)
- J (jaune)
- B (bleu)
- Br (brun)

5

Exemple de codes :

R V B

J B V



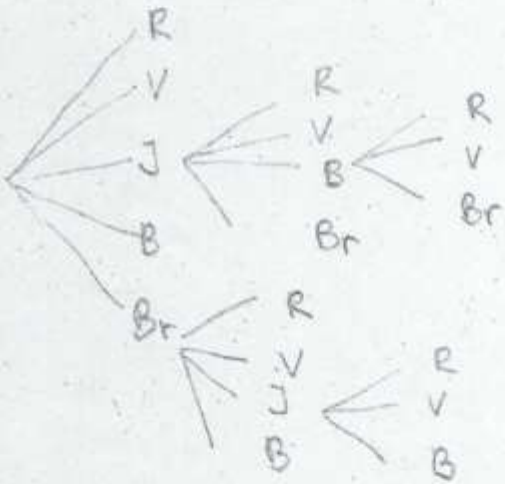
5 possibilités 4 possibilités 3 possibilités

$5 \times 4 \times 3 = \boxed{60}$

$5 \times 4 = 20$

$20 \times 3 = 60$

Il y a donc 60 possibilités !



Le coderu aura dans un premier temps choisi entre les 5 couleurs - R - V - J - B - Br
Pour la deuxième case il aura droit plus qu'à 4 couleurs vu qu'il ne peut pas utiliser 2 fois la même couleur.
Et pour la dernière case, il aura le choix qu'entre les 3 couleurs restantes

→ $5 \times 4 \times 3 = 60$

Prüfung im Fach Mathematik 27. August 2014 – *Examen de mathématiques 27 août 2014* Seite – *page* 5

6

Frage

Der Codierer hat einen Code gebildet, den Sie nun herausfinden sollen. Sie verfügen dabei über folgende Hinweise:

Vom Decodierer gebildete Codes	Hinweise des Codierers
gelb grün blau	s
gelb rot braun	w w

Gibt es mehrere mögliche Codes? Erläutern Sie Ihre Überlegungen.

Question

Le codeur a caché un code, qu'il s'agit pour vous de découvrir. Pour pouvoir le décoder, vous disposez des informations suivantes :

Propositions faites par le décodeur	*Réponses données par le codeur*
jaune Vvert B bleu	*n*
J jaune Rrouge B brun	*b b*

Y a-t-il plusieurs codes possibles ? On explicitera le raisonnement suivi. Oui

1) J V B = n - un est bien placé + la couleur est juste

Ce n'est pas J car au second tour, il n'y a plus de couleurs bien placées et J est toujours au même endroit. Donc n soit pour V soit pour B

2) Si V = n

□ V □

Si B = n

□ □ B

Au second tour le codeur dit que 2 couleurs sont justes mais mal placés. → J ne peut pas faire partie de ces 2 couleurs. Car elle est 2 fois à la même place ce qui signifie qu'au premier tour elle y aurait dû avoir un b. Mais aussi b n'est écrit nul part si J était n, il devrait avoir un n au second tour et ce n'est pas le cas

HEP Fribourg - PH Freiburg
Rue de Morat 36
1700 Fribourg

2) Si V = n



R Br

Si B = n



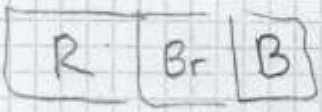
R B

→ le rouge est le brun sont donc V les deux BB

→ R Br sont donc mal placé



Brun - vert - rouge



Rouge - Brun - Bleu

↳ 2 POSSIBILITÉS !

9

ANNEXE 5 : ÉTUDIANT 120

Prüfung Mathematik

Kurs 1-502, 27. August 2014

Épreuve de mathématiques

Cours 1-502, 27 août 2014

Identifikations-Nummer:
Numéro d'identification : 120

Bitte direkt auf die Aufgabenblätter schreiben. Es sollte genügend Platz zur Verfügung stehen. Falls zu wenig Platz vorhanden ist, können die leeren Seiten am Ende des vorliegenden Dossiers benutzt werden. Notizen ähnliche Ausführungen werden nicht in die Beurteilung mit einbezogen.

Für alle Aufgaben wird verlangt, dass die Ausführungen und Lösungen so präsentiert werden, dass Überlegungen und Gedankengänge nachvollziehbar sind. Diese sind grundlegende Elemente der Beurteilung.

Der Gebrauch eines Taschenrechners ist nicht erlaubt.

Vous répondez directement sur le dossier. Il y a en principe suffisamment de place pour répondre. Si vous n'avez pas assez de place, vous pouvez utiliser les pages blanches à la fin de ce dossier. Les brouillons ne sont pas pris en considération.

Pour tous les problèmes, la rédaction de vos réponses doit permettre de suivre votre raisonnement. C'est le raisonnement qui sera à la base de l'évaluation.

La calculatrice n'est pas autorisée.

	Anzahl der erhaltenen Punkte – *Nombre de points obtenus*
Die Piraten – *Les pirates*	
Wie beim Mastermind – *D'après le jeu du Mastermind*	
Ein gefüllter Korb – *Un panier rempli*	
Aufstellung im Dreieck – *Déploiement triangulaire*	

Punktetotal – *Nombre total de points*	
Erfüllt – *Acquis*	
Nicht erfüllt – *Non acquis*	

Die Piraten – *Les pirates*

Eine Piratenbande, bestehend aus 9 Piraten, besitzt eine Schatztruhe, die gleichwertige Goldstücke beinhaltet.
Die Piraten haben vor, die Goldstücke gerecht zu verteilen, und was übrig bleibt, dem chinesischen Koch zu geben. Dieser würde 6 Goldstücke erhalten.
Aber die Piraten geraten in einen Streit, bei dem 3 Piraten getötet werden. Bei einer neuen Verteilung würde der Koch 3 Goldstücke erhalten.
Bei einem späteren Untergang des Schiffes werden nur die Schatztruhe, 4 Piraten und der Koch gerettet. Bei erneuter Verteilung bleibt für den Koch 1 Goldstück übrig.

Une bande de 9 pirates possède un trésor constitué de pièces d'or d'égale valeur.
Ils projettent de se les partager de manière égale et de donner le reste au cuisinier chinois. Celui-ci recevrait alors 6 pièces d'or.
Mais les pirates se querellent, et 3 d'entre eux sont tués. Un nouveau partage donnerait au cuisinier3 pièces.
Dans un naufrage ultérieur, seuls le trésor, 4 pirates et le cuisinier sont sauvés. Le partage donne alors 1 pièce d'or à ce dernier.

Fragen

Wie viele Goldstücke wird der Koch erhalten, wenn er sich entscheidet, die restlichen Piraten zu vergiften?
Gibt es mehrere Lösungen?

Questions

Combien de pièces d'or aura le cuisinier s'il décide d'empoisonner le reste des pirates ?
Y a-t-il plusieurs solutions ?

Tout d'abord, nous cherchons à savoir combien de pièces aura le cuisinier s'il est le seul survivant.

Au départ, il y a 9 pirates et 1 cuisinier. Ce dernier reçoit 6 pièces.
Puis, il reste 6 pirates et le cuisinier reçoit 3 pièces, soit 2x moins
A la fin, il reste 4 pirate et un cuisinier qui reçoit 1 pièce.
Si le cuisinier est seul, il aura x pièces

Ce qu'on sait sur le coffre c'est qu'il contient des pièces de même valeur.
Je vais prendre cette valeur: 1 pièce = 1.–

nbr pirates	9	6	4	0
or cuisinier	6	3	1	33

Imaginons que dans le coffre il y a 96 pièces de 1.- Les neufs pirates en prennent 10 chacun. Il en reste donc 6 et ils décident de donner au cuisinier.
Sauf que cette hypothèse ne marche pas pour la suite.

J'ai essayé de trouver une relation avec les multiples pour voir si ça pouvait fonctionner, mais pour l'instant je patauge.
Tout compte fait, ça ne peut pas être un multiple de 9 ou 6 ou 4. Cela dit, écrire 99 multiples de chacun des nbr de pirates m'a servi.

M 9 { 9, 18, 27, 36, 45, 54 }
M 6 { 6; 12; 18; 24, 30, 36 }
M 4 { 4; 8; 12, 16, 20, 24, 28, 32 }

Je prenais un des multiples de 9 et je rajoutais 6. au résultat
Ex. 27 + 6 = 33 → R 6
et je voyais si ça marchait avec les nbr ≠ de pirates.

Donc j'ai pris le nbr 33 (= nbr de pièces). Si j'ai 9 pirates, ils prennent 3 pièces chacun:

33 → 9 → 3p → R6 (9·3 = 27, 27+6 = 33, reste du cuisinier)
nbr pièces ; pirates ; pièces prise par pers

33 → 6 → 5p. → R3 (6·5 = 30, 30+3 = 33)
33 → 4 → 8p → R1 (3·4 = 32, 32 m)
33 → 1 → 33 → R0

On voit que le nbr 33 marche si on veut répartir correctement cette somme.

Donc si le cuisinier tue tout le monde, il aura 33 pièces d'or pour lui tout seul!

je n'ai pas trouvé d'autres solutions

Prüfung im Fach Mathematik 27. August 2014 – *Examen de mathématiques 27 août 2014* Seite – *page* 3

→ j'ai essayé d'être plus claire dans la démarche à la page 14.
(Il faut prendre toutes les pages en compte!)

Pirates - démarche

J'ai d'abord essayé de prendre un nombre au bol: 96. J'ai vu que ça marchait pour la répartition avec les 9 pirates + cuisinier, mais ça ne savait plus pour répartir avec 6 pirates + cuisinier.

J'ai essayé de chercher une méthode. J'ai écrit quelques multiples de 9, 6 et 4.

J'ai essayé de calculer avec un multiple de 9, mais ça ne fonctionne pas car il n'y a jamais de reste et le partage ne serait pas égal.

Donc je me suis dit : et si je prenais un multiple de 9 et y ajoutais 6 ?

J'ai essayé avec 9+6 ; 18+6 → aucun résultat. Puis, 27+6 = 33.

J'ai essayé :

nbr pirate	9	6	4	0
pièces pirate	3	5	8	0
total	27	30	32	0
Reste cuisinier	6	3	1	33

Cela a fonctionné ! Dans le coffre, il y a 33 pièces et si le cuisinier est le seul survivant, il aura les 33 pièces d'or.

J'ai essayé cette méthode avec les autres M9, mais je n'en ai plus trouvé.

33 pièces est donc la seule solution

Wie beim Mastermind – *D'après le jeu du Mastermind*

Erster Teil – *Première partie*

Man verfügt über verschieden farbige Spielsteine: rote, grüne, gelbe, blaue und braune.
Ein Spieler – der Codierer – bildet eine Reihe bestehend aus drei Spielsteinen und drei verschiedenen Farben. Diese Reihe bezeichnen wir als Code. Die Reihe ist für den anderen Spieler – den Decodierer – nicht sichtbar.
Beispiel:

rot	grün	gelb

On dispose de pions de couleurs différentes : des rouges, des verts, des jaunes, des bleus et des bruns.
Un joueur – le codeur – forme une suite de trois pions de trois couleurs différentes – appelée un code – qu'il cache à la vue d'un autre joueur – le décodeur.
Par exemple :

rouge	*vert*	*jaune*

Frage

Wie viele verschiedene Codes kann der Codierer mit den Spielsteinen bilden, wenn jede der fünf Farben höchstens einmal vorkommen darf?

Question

Combien de codes différents le codeur peut-il former si chacune des cinq couleurs est présente au plus une fois ?

Une suite est formée de 3 pions de couleur.

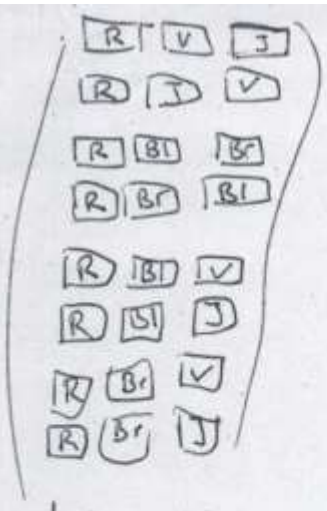
On cherche à savoir combien de codes différents le codeur peut former

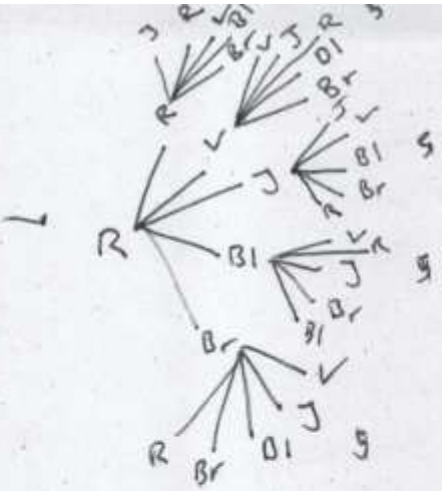
si chacune des 5 couleurs est présente au plus une fois.

Il y a toujours 3 cases.

Les couleurs qu'on a sont R V J Bl Br

On peut utiliser 1x ou plus une couleur





Sur un arbre en prenant 1 couleur pour la première case on obtient 25 possibilités. Si on dessinerai les 5 arbres (on par couleur de départ on obtiendrait 125 possibilités.

$5 \cdot 5 = 25$

$25 \cdot 5 = 125$

→ on a 5 branchettes par branche et comme on a 5 branches on fait 5·5. Comme on a aussi 5 couleurs différentes on fait $25 \cdot 5 = 125$

Ça en fait des 5!

Solution

Le codeur peut former 125 possibilités en utilisant 5 couleurs

Zweiter Teil – *Deuxième partie*

Es geht jetzt darum, dass der Decodierer den vom Codierer gebildeten Code herausfindet. Der Decodierer bildet dabei einen dreireihigen Code mit drei verschiedenen Farben und der Codierer gibt ihm folgende Hinweise:

- Für die Anzahl Spielsteine mit richtiger Farbe am richtigen Ort, legt der Codierer die entsprechende Anzahl schwarzer Jetons (s).
- Für die Anzahl Spielsteine mit richtiger Farbe am falschen Ort, legt der Codierer die entsprechende Anzahl weisser Jetons (w).

Nehmen wir zum Verständnis das oben erwähnte Beispiel:

Vom Decodierer gebildete Codes	Hinweise des Codierers
grün braun blau	w
blau rot gelb	s w
rot grün gelb	s s s

Il s'agit maintenant, pour le décodeur, de trouver un code formé par le codeur. Pour cela, le décodeur propose une suite de trois pions de trois couleurs différentes, et le codeur lui répond en précisant :

- le nombre de pions de la bonne couleur bien placés – il utilise à cet effet autant de jetons noirs (n),
- le nombre de pions de la bonne couleur mal placés – il utilise autant de jetons blancs (b).

Reprenons l'exemple ci-dessus :

Propositions faites par le décodeur	*Réponses données par le codeur*
vert brun bleu	*b*
bleu rouge jaune	*n b*
rouge vert jaune	*n n n*

On sait que les pions noirs signifient qu'un pion est bien placé et qu'un blanc signifie qu'il est juste mais mal placé (la couleur)

Frage

Der Codierer hat einen Code gebildet, den Sie nun herausfinden sollen. Sie verfügen dabei über folgende Hinweise:

Vom Decodierer gebildete Codes	Hinweise des Codierers
gelb grün blau	s
gelb rot braun	w w

Gibt es mehrere mögliche Codes? Erläutern Sie Ihre Überlegungen.

Question

Le codeur a caché un code, qu'il s'agit pour vous de découvrir. Pour pouvoir le décoder, vous disposez des informations suivantes :

Propositions faites par le décodeur	*Réponses données par le codeur*
jaune vert bleu	*n*
jaune rouge brun	*b b*

Y a-t-il plusieurs codes possibles ? On explicitera le raisonnement suivi.

On sait qu'une couleur est bien placé. Je regarde la couleur qui est en commun avec les deux lignes: jaune.

On sait alors que le jaune est bien placé et qu'il ne faut plus y toucher.

Ensuite, on sait que dans la 2e ligne, 2 couleurs sont justes mais mal placées: le rouge et brun.

On en déduit donc que l'ordre correcte est: jaune - brun - rouge. Il n'y a pas d'autres possibilités car on sait que de toute façon il y a jaune comme il y a un jeton noir et que la couleur vert et bleu est fausse car il n'y a aucun jeton. On sait donc qu'il reste le rouge et brun qui nous indique, grâce aux jetons blancs, qu'ils sont justes mais mal placé.

Réponse

Il n'y a qu'une seule réponse que voici : jaune brun-rouge

QUEL BILAN D'UNE ACTION DE FORMATION CONTINUE SUR LES FRACTIONS POUR LES ENSEIGNANTS DE L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE[1] ?

Eric MOUNIER
Maitre de conférences, INSPE de l'académie de Créteil, Université Paris-Est Créteil
Laboratoire de didactique Anfré Revuz, Université de Paris
Adresse email

Nicolas PELAY
Plaisir-Maths R&D

Résumé
Texte résumé (style résumé)

I - INTRODUCTION

La proposition d'un atelier au colloque de la Copirelem 2019 a été motivée par la conjonction de deux « nouveautés ». D'un côté, l'élaboration récente par des membres de la Copirelem (Mangiante & al., 2017) d'un nouveau cadre d'analyse qui permet d'étudier *a priori* et *a postériori* des formations d'enseignants. D'un autre côté, une formation de professeurs des écoles (PE) sur les fractions (cf. annexe 1), que nous proposions pour la première fois. L'approche était nouvelle pour nous dans le sens où nous utilisions le levier du jeu pour enrôler les participants dans les tâches que nous leur proposions (le support est le jeu l'atelier des potions[2] (Pelay & Boissière, 2018, cf. annexe 3) et en outre nous choisissions une entrée notionnelle spécifique pour l'apprentissage des fractions qui peut être source de discussion (cf. annexe 2).

Nous avons alors poursuivi trois objectifs dans l'atelier proposé au colloque de la Copirelem (appelé dans la suite atelier Copirelem), s'appuyant sur trois niveaux d'analyse non indépendants :

- faire découvrir le cadre d'analyse aux participants de l'atelier pour leur permettre d'en disposer comme outil professionnel (pour élaborer *a priori* un scénario de formation et/ou pour l'analyser *a posteriori*),
- éprouver ce cadre pour analyser *a priori*[3] notre formation sur les fractions (enjeux didactiques, levier ludique) : que permet-il de « dire » ?
- éprouver l'utilisation de ce cadre pour la formation de formateurs (atelier Copirelem).

Le but de l'article est de rendre compte de résultats selon ces trois objectifs. Afin de pouvoir aborder le dernier (formation de formateur), qui nous semble particulièrement intéressant dans le cadre du colloque de la Copirelem, nous avons choisi et synthétisé les points les plus importants pour répondre à chacun des premiers et deuxièmes objectifs.

[1] Enseignants en France en classes de CM1 et CM2, Cours Moyens 1ère et 2e année (Grades 4 et 5, élèves âgés de 9 à 11 ans).

[2] www.atelier-potions.fr

[3] La formation a déjà été menée, mais nous proposons d'en faire une analyse *a priori* au sens où elle se base sur un scénario *a priori*, celui prévu par les concepteurs de cet atelier. Nous donnerons cependant dans l'article quelques éléments d'analyse *a posteriori* qui rendront compte d'une certaine façon de la robustesse du scénario.

Dans la suite de ce texte, nous allons alors présenter le scénario de formation sur les fractions en direction des PE, puis le cadre d'analyse de situations de formation de la Copirelem, son utilisation dans notre atelier Copirelem et les résultats obtenus concernant l'analyse de la formation sur les fractions. Ceci nous permettra en conclusion de proposer des éléments de réponse concernant les trois niveaux d'analyse.

II - PRÉSENTATION DU SCÉNARIO DE FORMATION EN DIRECTION DES PE

La formation s'est adressée à douze PE enseignant en CM1 ou CM2 (Cours Moyens 1ère et 2e année, Grades 4 et 5, élèves âgés de 9 à 11 ans) d'une même circonscription[4] de l'académie de Créteil, certains débutant en CM1 (voire titulaires pour leur première année), d'autres ayant déjà eu le niveau CM au moins une année. Elle s'est déroulée sur trois demi-journées de 3h chacune (novembre 2018, décembre 2018 et avril 2019), dans les locaux de la circonscription. Les PE étaient volontaires pour participer à cette formation inscrite dans le cadre des 18 heures annuelles de formation continue obligatoire. Les objectifs étaient de (re)visiter l'apprentissage des fractions et d'apporter des outils d'enseignement.

La notion de fraction est nouvelle pour les élèves de CM1, bien qu'ils aient ou pu fréquenter les écritures telles que ½ ou ¼. Les opérations avec les fractions ne sont pas visées au CM, si ce n'est une approche de l'addition, mais sans institutionnalisation d'une règle. Outre le moyen d'introduire les nombres décimaux, ce sont plutôt des aspects conceptuels qui sont visés ; les écritures fractionnaires devant pouvoir être associées à des situations qui leur donne du sens (Ministère de l'Education Nationale, 2018). Nous ne détaillons pas ces enjeux didactiques dans cet article et renvoyons par exemple aux travaux de Brousseau (2011), ceux de Rouche (1995) ou plus récemment de Allard (2015)[5]. Dans la formation, nous visions prioritairement la compréhension d'une fraction comme notation d'un nouveau nombre (indiquant le cardinal d'une quantité discrète), nombre qu'il était nécessaire de mobiliser dans des situations nouvelles proposées par l'enseignant : nous en proposons une aux PE à travers la situation « pizza » (cf. annexe 2). Nous faisons remarquer que cet objectif de formation, que ce soit pour les PE ou pour les participants à l'atelier de la Copirelem, n'est pas connu au début de l'atelier, et sera révélé plus tard, nous y reviendrons.

L'Atelier des potions (Pelay & Boissière, 2018) est un jeu de société didactique et ludique, qui permet aux élèves de travailler les fractions dans un univers ludique. Dans la formation des PE, il a été utilisé comme levier pour enrôler les enseignants, en leur indiquant une utilisation possible en classe qui débute par une découverte du jeu avec des cartes spécifiques pour la formation (cf. annexe 3).

Le scénario détaillé de la formation des PE est donné en annexe 1 (c'est ce même document qui est donné aux participants de l'atelier Copirelem) : il s'agit de la première demi-journée articulée avec le début de la deuxième qui a été étudiée. Le lecteur pourra ainsi se rendre compte du premier travail d'analyse proposé dans l'atelier, travail que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

III - DU CADRE D'ANALYSE A SON UTILISATION DANS L'ATELIER DE LA COPIRELEM

1 Le cadre d'analyse de situations de formation

Le cadre proposé par des membres de la Copirelem a été élaboré en convoquant la double approche (Robert et Rogalski, 2002) articulant des éléments ergonomiques (le travail en conditions réelles) et

[4] En France, une circonscription est une entité administrative qui regroupe plusieurs écoles d'un même territoire géographique. C'est ici que peuvent avoir lieu des actions de formation réunissant des PE de la circonscription.

[5] Concernant les obstacles épistémologiques qui sont sources de difficultés d'apprentissage et d'enseignement, le lecteur peut en voir des « conséquences » sur les résultats dans différentes évaluations nationales en France et à l'internationale.

didactiques (avec donc une prise en compte de l'épistémologie des objets d'apprentissage). Cinq types d'activités sont alors prises en compte dans une situation de formation :

> […] « activité mathématique » lorsque le formé convoque des mathématiques dans la résolution d'une tâche mathématique ; « activité d'analyse mathématique » lorsque le formé analyse les mathématiques en jeu dans la résolution d'une tâche mathématique ; « activité didactique et/ou pédagogique » lorsque le formé met en lumière les choix didactiques et/ou pédagogiques liés à la tâche mathématique ; « activité d'analyse didactique et/ou pédagogique » lorsque le formé analyse ces choix didactiques et/ou pédagogiques ; « activité de problématisation » lorsque le formé identifie et investigue une question professionnelle, en mobilisant des concepts mathématiques, didactiques et pédagogiques. Guille-Biel Winder & al. (2019), page 3.

Ces types d'activités sont alors reliés à trois dimensions : le type de connaissances convoquées, le degré de décontextualisation de ces connaissances et la posture attendue du formé dans l'activité (Mangiante & al., 2017). Le cadre permet d'identifier des paliers : cf. Fig 1, extraite de Guille-Biel Winder & al. (2019).

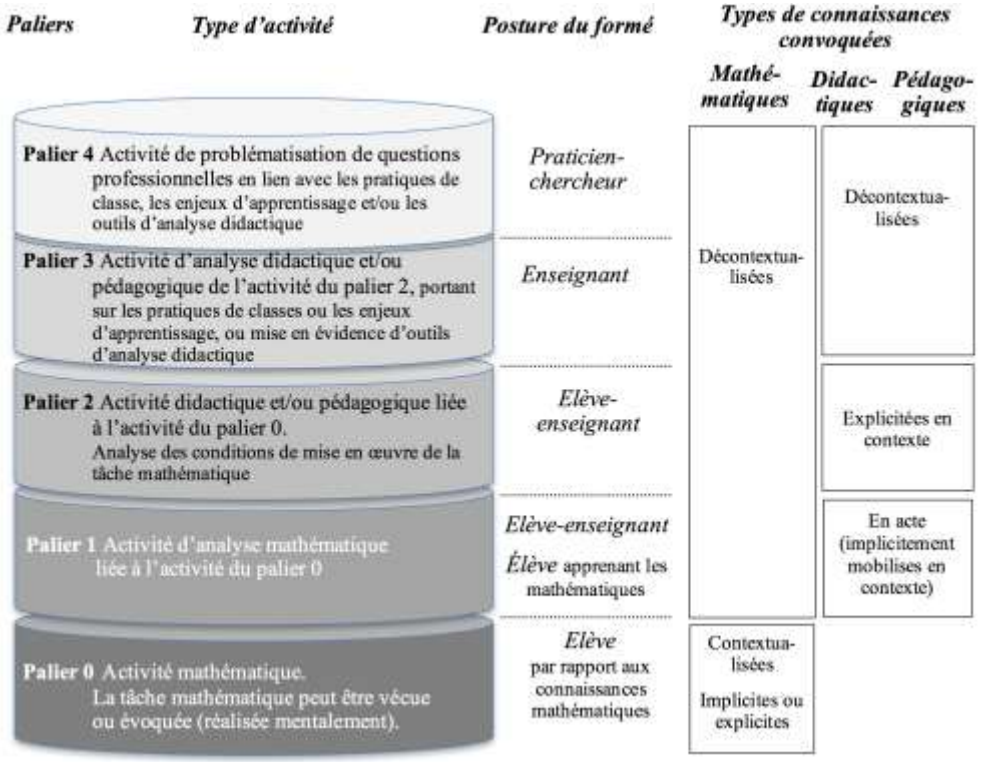


Fig.1 : présentation du cadre d'analyse

Pour une description détaillée, notamment des fondements théoriques et des utilisations visées, nous renvoyons le lecteur aux articles précités.

2 Utilisation du cadre dans l'atelier Copirelem

Après une présentation via un diaporama que les auteurs du cadre nous ont fournis, nous avons donné aux participants de l'atelier un glossaire qui résume les grands principes.

Le cadre permet d'analyser la nature et l'articulation des tâches successives données en formation en tenant compte des aspects épistémologiques des notions visées dans l'enseignement. Nous avons aussi voulu l'utiliser comme un outil de formation entre formateurs. Nous avons donc proposé aux participants de l'atelier Copirelem de le mobiliser pour analyser la formation sur les fractions données aux PE. Il s'agit d'éprouver ce cadre dans sa capacité à mettre en relief certains éléments du scénario, mais aussi d'engager des débats autour des leviers de formation. Il nous a semblé pertinent de ne pas détailler dans un premier temps les tâches proposées aux PE afin de focaliser l'analyse sur les paliers : c'est aussi le choix fait par Guille-Biel Winder & al. (à paraître) et Mangiante-Orsola & Petitfour (2015). C'est donc le document en annexe 1 qui a été d'abord fourni aux participants. Ensuite, après une première mise en commun et un premier bilan, ces derniers ont été confrontés aux tâches proposées au

PE permettant ainsi un deuxième niveau d'analyse. Une deuxième mise en commun et un deuxième bilan ont clôt la formation.

IV - RÉSULTATS DE L'ANALYSE DE LA FORMATION SUR LES FRACTIONS

1 Analyse *a priori*

1.1 *1er temps : analyse en termes de paliers du scénario du jour 1 sans le détail des tâches proposées (cf. annexe 1)*

Les analyses faites par les participants (en petits groupes) et par nous ont convergé.

Phase 1 : activité sur les fractions avec le jeu de l'atelier des potions.

Palier 0 vers palier 1 : connaissances mathématiques sur les fractions contextualisées au moment de jouer (palier 0) puis décontextualisées lors des échanges entre pairs et avec les formateurs (connaissances didactiques et pédagogiques implicites en contexte ; palier 1)

Phase 2 : mise en commun sur l'activité précédente et bilan.

Palier 1 pour le point sur la notion de fraction : connaissances mathématiques décontextualisées et didactiques/pédagogiques implicites en contexte.

Palier 1 vers palier 2 concernant l'analyse des conditions de mise en œuvre du jeu en classe : connaissances mathématiques décontextualisées et didactiques/pédagogiques explicites en contexte.

Palier 3 concernant la nécessité d'une situation pour présenter l'aspect « nombre » : connaissances mathématiques décontextualisées et didactiques/pédagogiques décontextualisées.

Paliers 3 (voire 4) concernant la place du jeu dans les apprentissages (pratiques de classe).

Phase 3 : étude de séquences d'introduction des fractions

Paliers 0 à 2 pour l'étude de chaque séquence, vers palier 3 (voire 4) pour la comparaison des situations lors de la discussion entre pairs et avec les formateurs (phases d'une situation didactique).

1.2 *2e temps : analyse a priori des tâches proposées le jour 1 (cf. annexes 2 et 3)*

Les tâches ont été données à vivre aux participants de l'atelier, tout d'abord le jeu « atelier des potions » avec des cartes du jeu et d'autres élaborées spécifiquement pour la formation (cf. annexe 3), puis la situation « pizza » (cf. annexe 2). La méthode d'analyse n'était pas imposée. Les discussions ont porté essentiellement sur deux sujets : d'une part ce que chaque tâche permettait de mettre en avant pour les PE au niveau notionnel et d'autre part la cohérence avec l'analyse *a priori* en paliers faite auparavant. Il n'est pas possible de retranscrire ici tous les échanges, nous en donnons une synthèse.

Un consensus est apparu sur le fait que les tâches ludiques de l'atelier des potions permettaient potentiellement d'atteindre les objectifs identifiés précédemment en termes de paliers (paliers 0 et 1), les discussions entre pairs amenant des questions sur l'enseignement (palier 1 vers 2). Ceci permet d'orienter la mise en commun (phase 2) et son contenu (notionnel en particulier) pour atteindre les paliers 3, voire 4. Il a été signalé le rôle prépondérant des formateurs dans cette phase pour mener les débats à partir des tâches effectuées, alors que le scénario ne précisait pas son activité à ce moment. Les tâches proposées dans la phase 3 du jour 1 (la séquence « pizza » à analyser) sont considérées comme une prolongation pertinente aux deux premières phases pour aborder le palier 3 voire le 4. Elles sont signalées comme reposant des questions sur la notion même de fraction, certaines ayant été abordées dans les phases précédentes mais demandant un approfondissement (la fraction vue comme une écriture de nouveaux nombres, le rôle de l'unité de compte, l'intérêt de considérer dès le début des nombres supérieurs à 1). Ces partis-pris ont auguré alors des débats entre les formateurs de l'atelier sur les différents aspects des fractions, ceux à enseigner et ceux à mettre en avant lors de leur introduction au CM1.

2 Analyse a posteriori : que s'est-il passé lors de la formation des PE ?

Nous avons alors évoqué pendant l'atelier l'analyse que nous avons faite *a posteriori* en la confrontant à celle *a priori*. D'un point de vue méthodologique nous avions enregistré (jour 1) ou filmé les déroulements (jour 2) afin d'étudier les activités engendrées et les discours.

Il ressort essentiellement que les paliers identifiés dans l'analyse *a priori* sont atteints, avec cependant des fluctuations bien plus importantes que celles envisagées : nous retrouvons un résultat de Guille-Biel Winder & al. (2019). Ainsi, même si les tâches proposées relèvent par exemple du palier 0, les PE peuvent aborder rapidement entre eux des questions qui relèvent des paliers supérieurs. Il est également significatif de noter que des phases de palier supérieur, font intervenir des questions de palier inférieur trouvant leur origine ou leur réponse dans l'expérience partagée des tâches mathématiques de palier 0 soumises précédemment (les tâches du jeu de l'atelier des potions, celles de la situation « pizza »).

En outre, la nature de ces tâches de palier 0 a influencé la dynamique de formation. En effet, les participants ont joué à l'atelier des potions avec les mêmes règles que les élèves mais les cartes ont été adaptées (variables didactiques) pour susciter des « obstacles » pour les adultes. La conservation de l'aspect ludique, associée pour les enseignants à une perspective d'utilisation en classe, a joué un rôle d'enrôlement important.

Ces cartes ont généré des procédures qui ont mis en jeu les connaissances reprises dans la mise en commun. Même si ces connaissances ont permis de faire le lien avec les éléments de savoirs prévus, comme signalé dans l'analyse *a priori*, le formateur a joué un rôle médiateur prépondérant pour orienter les discussions vers ce savoir. Cela n'est pas sans rappeler ce qui se passe en classe lorsque l 'enseignant doit faire le lien entre les activités des élèves et le savoir visé (Mounier, 2013).

Par ailleurs, l'enrôlement par le jeu a permis d'aborder des aspects notionnels sans que les PE se soient sentis « en position d'élève » par rapport aux mathématiques. Il nous semble que cela a aussi facilité l'abord d'un autre palier 0, le moment où les PE ont vécu la situation « pizza ».

V - CONCLUSION À DIFFÉRENTS NIVEAUX

1 La découverte et l'appropriation du cadre d'analyse par les participants de l'atelier de la Copirelem

Bien que des compléments de lecture sur le sujet restent nécessaires pour mieux en comprendre les fondements théoriques, la présentation assez rapide du cadre d'analyse à l'aide du diaporama des auteurs et de la mise à disposition après discussion d'un glossaire nous a semblé une première entrée suffisante pour le faire fonctionner de manière pertinente. Il est en effet remarquable que l'outil d'analyse ait fourni un résultat consensuel en termes de paliers, quels que soient les participants de l'atelier (formateurs de terrains ou INSPE, didacticiens des mathématiques). En ce sens nous avons pu éprouver une certaine robustesse de ce cadre d'analyse. Le fait de disposer d'un outil solide, et dont l'appropriation apparait assez aisée, nous semble un élément favorable à sa diffusion comme outil professionnel pour faire une analyse *a priori* d'un scénario de formation destiné aux enseignants. Nous avons fait ici une analyse *a priori* « après coup », ce qui permet de la confronter avec les déroulements réels et de souligner si les objectifs en termes de paliers sont atteints. Il nous semble tout à fait envisageable d'utiliser une telle analyse pour aider à l'élaboration d'un scénario de formation.

2 Éprouver ce cadre pour analyser *a priori* la formation sur les fractions qui a été donnée (enjeux didactiques, levier ludique) : que permet-il de « dire » ?

Le cadre a permis de faire émerger la structure du scénario de formation en termes de paliers. Il a mis en lumière certains rouages que les auteurs de la formation avaient pu penser de manière implicite. Il a permis alors de distinguer certains rôles assignés à des phases du scénario (qui peuvent être communs à toute formation d'enseignants) et les tâches données pour les atteindre. Cet élément nous semble

important, ils permettent selon nous de penser les tâches en fonction de ces paliers[6]. Il nous semble possible (et utile) de faire une analyse des tâches proposées avec une double visée : les contenus précis envisagés et les paliers à atteindre. Il s'agit alors ici de tendre à une double robustesse contenus/paliers.

L'outil d'analyse nous apparait particulièrement pertinent pour penser l'articulation des tâches proposées dans le scénario comme levier pour atteindre les enjeux de la formation. Cependant, nous n'avons pas pu saisir l'aspect « motivationnel » ou « enrôlement » que nous avions envisager avec l'aspect ludique de nos tâches (de palier 0) et qui s'est avéré un moteur très efficace. D'ailleurs, la position des PE ne nous a pas semblé être celle d'élèves face aux mathématiques (cf. Fig. 1) dans le sens où la situation proposée n'était pas vécue comme une situation d'apprentissage formelle, puisque sous le joug d'un double contrat didactique et ludique (Pelay, 2011). En fait, nous pensons que des leviers concernant ces aspects « motivationnels » et « enrôlement » sont identifiables « en creux » avec les différents paliers. En effet le pallier 4 nous apparaît différent des autres du fait qu'il problématise des enjeux d'apprentissage « du côté de l'enseignant » : il permet d'identifier des questions que se pose chacun des enseignants présents en formation (et non pas un enseignant générique). Selon nous, ces questions « personnelles » et plus générales (dans le sens où elles abordent des aspects de l'enseignement qui dépassent celui des seules fractions[7]) qui émergent dans le pallier 4, n'apparaissent pas explicitement dans les autres paliers. Leur importance pour les enseignants pourrait éclairer le fait qu'en formation ils abordent rapidement entre eux des questions qui relèvent des paliers supérieurs. L'outil d'analyse permettant d'envisager de travailler dès le début de la formation au palier 4, une des possibilités pour enrôler les participants pourrait aussi être de commencer la formation par la formulation d'un problème professionnel partagé. Il resterait à élaborer les tâches, informations et discours adéquats.

3 L'utilisation de ce cadre pour la formation de formateurs

En permettant de ne pas donner tout de suite aux participants de l'atelier le détail des tâches données aux PE dans le scénario à étudier, le cadre d'analyse de la Copirelem a permis de constituer et d'utiliser un langage commun pour discuter de certains aspects des dispositifs de formation. En effet, exposer d'emblée de manière détaillée les contenus, les tâches, les objectifs ne favorise pas un focus sur les ressorts du dispositif de formation tels que ceux mis en évidence avec les paliers. Ceci nous apparait comme un « gain » dans la formation de formateur par rapport à une focalisation sur les tâches en fonction des objectifs notionnels et didactiques. En d'autres termes, les formateurs peuvent ainsi parler « dispositif de formation ». Notons cependant que les aspects de la formation sur les fractions qui ont été mis en évidence grâce à l'analyse via le cadre de la Copirelem, et objets de discussion entre formateurs, sont liés à une approche didactique de l'apprentissage donc de la formation. Ceci n'est pas surprenant car dans ce cadre, le point de vue « développement professionnel » est prioritairement abordé via son articulation avec les aspects didactiques des notions mathématiques à enseigner (variables, procédures, connaissances, etc.). Il nous semble que d'autres aspects peuvent aussi être abordés en formation de formateurs, liés à l'enrôlement des formés et à la position du formateur. Pour ce faire, on pourrait poser la question de la place et l'ordre des paliers (peut-on mettre le palier 4 en premier ?). Pour notre part, nous avons choisi de proposer de vivre et d'étudier des situations ludiques, ce qui attire l'attention sur ce possible ressort en formation. Pour aller plus loin nous pourrions aussi analyser notre dispositif d'atelier de formation de formateurs avec le cadre Copirelem …

Le retour que nous avons fait ici sur l'atelier Copirelem ne rend compte que très imparfaitement de la richesse et de la qualité des échanges. Les échanges qui ont continué bien au-delà du temps imparti, et ceci est pour nous un signe de la richesse de l'outil d'analyse. Nous remercions chaleureusement la

[6] Rappelons que l'analyse en termes de paliers a pu être faite à partir d'une description de la formation qui ne détaille pas les tâches proposées. Une question pour de futures recherches : de manière plus générale, pour entreprendre une analyse d'un scénario de formation à l'aide du cadre Copirelem, quel niveau de description dans le scénario faut-il fournir (détails des tâches, articulation des phases, objectifs) ?

[7] En France le professeur des écoles est un enseignant polyvalent (il enseigne toutes les disciplines scolaires). Il a toute l'année la responsabilité d'une seule classe, à raison de 24h par semaine.

bienveillance des participants. Bien que court, le nécessaire temps d'appropriation de cet outil, associé ici avec la complexité de l'enseignement de la notion de fraction, ne permet pas d'en apprécier toutes les qualités dans le temps limité d'un atelier. Gageons que son indéniable intérêt œuvrera pour sa popularité.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Allard C. (2015). *Etude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions.* Thèse de doctorat. Paris Diderot, Paris.

Brousseau G. (2011). Dossier n°9 « Les expériences sur l'enseignement des Rationnels et des décimaux 1973-1998 ». Repéré à http://guy-brousseau.com/1878/dossier-n%c2%b010-%c2%ab-les-experiences-sur-lenseignement-des-rationnels-et-des-decimaux-1973-1998%c2%bb/

Guille-Biel Winder C., Mangiante-Orsola C., Masselot P., Petitfour E. & Simard A. (2019). Identification des potentialités d'un jeu de rôles dans le cadre d'une formation de professeurs des écoles. *Actes du colloque EMF 2018*. Paris.

Mangiante C., Masselot P., Petitfour E., Simard A., Tempier F. & Winder C. (2017). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. *Actes du colloque ARCD 2016*. Toulouse.

Mangiante-Orsola C. & Petitfour (2015). L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? *Actes du XXXXI colloque de la Copirelem*. Mont de Marsan.

Ministère de l'Education Nationale (2018). Programme du cycle 3. Repéré à https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/2/Cycle_3_programme_consolide_1038202.pdf

Mounier E. (2013). Y a-t-il des marges de manœuvre pour piloter la Classe durant une phase de bouclage ? *Recherches en didactique des mathématiques*. 33(1), 79-113.

Pelay N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique.* Thèse de doctorat. Université Claude Bernard - Lyon I.

Pelay N. & Boissière A. (2018). L'atelier des potions, un jeu didactique et ludique pour l'apprentissage des fractions. *Actes du séminaire de didactique de l'ARDM, mars 2018*.

Robert A. & Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques de enseignants de mathématique : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies* 2/4 505-528.

Rouche N. (1995). *Le sens de la mesure*. Paris : Didier Hatier.

VII - ANNEXE 1 : SCÉNARIO DE FORMATION SUR LES FRACTIONS

JOUR 1 : NOVEMBRE 2018

Phase 1 (1h) : activité sur les fractions avec l'Atelier des potions

Les participants disposent d'un jeu sur les fractions destiné aux élèves de CM1 et CM2 : l'atelier des potions. Ce jeu mobilise l'association des écritures fractionnaires (données sur des cartes) avec des représentations manipulables d'objets unitaires prédécoupés. Les PE participants de la formation doivent y jouer par binôme ou par quatre, réaliser les défis posés par les différentes cartes, et en indiquer l'intérêt pour l'apprentissage des élèves.

Sont ensuite proposées des écritures fractionnaires qui ne sont pas présentes dans le jeu initialement et qui sont potentiellement sources de recherches voire de difficultés pour les participants.

Phase 2 (40 min) : mise en commun sur l'activité précédente et bilan

Mise en commun initiée à partir des questions : « Qu'est-ce qu'un jeu permet de travailler sur les fractions ? Qu'est-ce que ce jeu permet de travailler sur les fractions ? ».

Bilan prévu :

Les potentialités de ce jeu dans l'apprentissage des fractions et décimaux.

Une définition de la fraction en tant que représentation de nouveaux nombres (rationnels).

La nécessité de situations d'introduction adéquates pour présenter cet aspect « nombre » aux élèves (importance de la notion d'unité).

Phase 3 (1h) : étude de séquences d'introduction des fractions

Trois situations sont proposées par les formateurs (dont la situation « pizza », annexe 2)). L'analyse didactique *a priori* qui en a été faite révèle des potentialités pour présenter l'aspect « nombre » des fractions : dans le cadre de partage de quantités (fraction vue comme moyen de noter un nombre d'unités non entier), dans le cadre de la mesure de longueurs (fraction vue comme moyen de donner une mesure non entière d'une longueur), dans le cadre de la résolution d'un problème numérique (fraction vue comme solution à une équation bx=a).

Les PE participants doivent étudier les tâches données aux élèves afin de discuter de leur intérêt et limites par rapport à l'objectif visé par les formateurs, c'est-à-dire introduire les fractions comme moyen de noter des nombres non forcément entiers.

Les PE ont à disposition le matériel pour tester les tâches proposées aux élèves. Le travail se fait individuellement puis par groupe, les formateurs passent dans les groupes.

Il n'y a pas de mise en commun mais un bilan est distribué sur le fait qu'une écriture fractionnaire désigne un nombre (un nombre rationnel) et la possibilité d'introduire cette notation dans trois cadres différents.

JOUR 2 (DÉCEMBRE 2018) ET 3 (AVRIL 2019)

Retour sur les 3 situations de la phase 3 de la 1ère séance, préparation de séances et de séquences pour la classe, retour sur les séances réalisées par les enseignants

VIII - ANNEXE 2 : SITUATION « PIZZA »

Exercices à destination des élèves, donnés à vivre et à analyser ; d'une part aux PE (phase 3 du scénario en annexe 1) pour une transposition en classe, et d'autre part aux participants de l'atelier pour une analyse de leur pertinence en termes de palier(s) et de notion(s) visée(s). Les interventions de l'enseignant ne sont pas précisées, ni le fait de donner les exercices à la suite ou de ne donner que le premier. Ce sont des objets de discussion dans les groupes des formés.

Matériel distribué pour les exercices : des « pizzas » rondes en papier de diamètre 8 cm environ (des ciseaux sont mis à disposition selon demande).

La tâche se réalise par groupe de quatre personnes.



Exercice 1 :

Vous devez partager équitablement huit pizzas entre les quatre personnes du groupe.

Faire ce partage et indiquer en utilisant des chiffres le nombre de pizzas obtenues par chaque personne (tout le monde doit en avoir autant). Vous devez vous mettre d'accord sur l'écriture utilisée.

Exercice 2 :

C'est le même exercice que le précédent mais cette fois-ci vous avez trois pizzas à vous partager.

Exercice 3 :

C'est le même exercice que le précédent mais cette fois-ci vous avez sept pizzas à vous partager.

Exercice 4 :

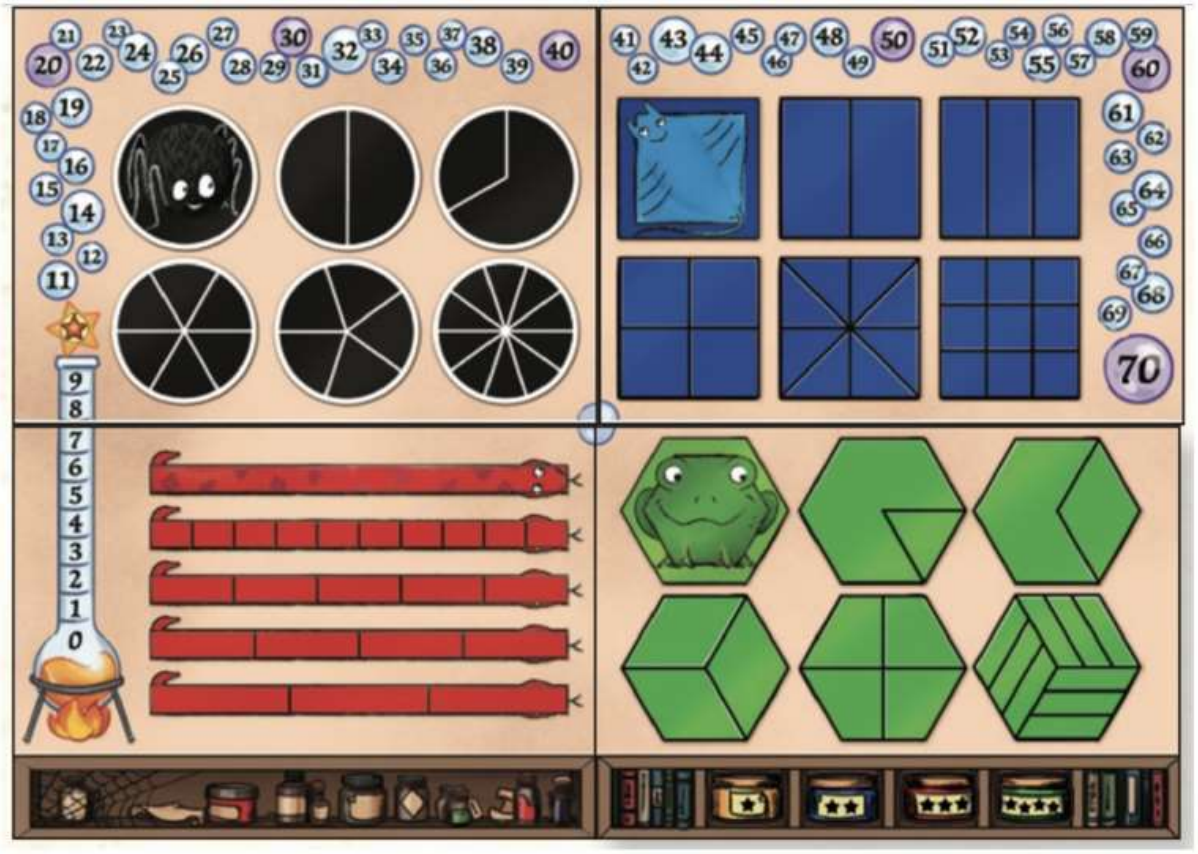
C'est le même exercice que le précédent mais cette fois-ci vous avez cinq pizzas à vous partager.

A retenir :

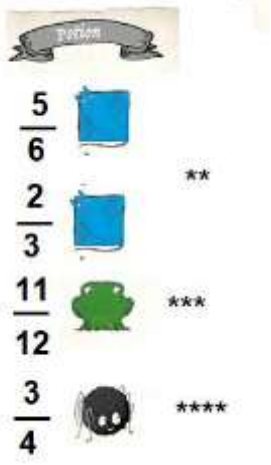
IX - ANNEXE 3 : L'ATELIER DES POTIONS

Exemples de tâches données à vivre aux PE (phase 1 du scénario en annexe 1) pour une transposition en classe, et aux participants de l'atelier pour une analyse de sa pertinence en termes de paliers et de notions visées.

Un joueur dispose d'un tableau avec quatre « ingrédients » pour faire des potions magiques (en temps limité ou non) : araignée, raie, serpent, grenouille. La réussite permet de gagner des points (des étoiles) et d'avancer sur la piste dessinée en bordure du tableau.



Les éléments sont aimantés et détachables, par exemple l'ingrédient araignée se trouve en 1, en 1/2, en 1/3 et 2/3, en 1/6, en 1/5, en 1/10.



Il s'agit de réaliser la potion demandée (en temps limité) avec les morceaux d'ingrédients à disposition sur le plateau. Un grimoire des solutions permet de valider sa réponse par superposition des éléments sélectionnés sur une surface.

L'exemple ci-contre est une carte élaborée pour la formation. Il a été aussi demandé en formation 17/12 grenouille, 5/3 raie et 7/4 avec l'ingrédient de son choix.

LEARN-O : DES MATHEMATIQUES AUTREMENT

Arnaud SIMARD
Maitre de Conférences, ESPE de l'Université de Franche-Comté
Laboratoire de Mathématiques de Besançon, UFR-EDUC
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Résumé
Le concept Learn-O est basé sur un principe de course d'orientation. Il s'agit pour l'élève de se déplacer physiquement dans un maillage de balises en résolvant des problèmes ayant traits à différentes disciplines (langues, mathématiques, géographie …). Ce dispositif s'adapte à tous les niveaux scolaires, de la Très Petite Section de l'école maternelle (3 ans), jusqu'au niveau post baccalauréat, voire même en formation d'enseignants. L'atelier vise à présenter le dispositif en faisant vivre aux participants trois situations emblématiques.

L'acronyme Learn-O rassemble l'essence du concept. Le « L » désigne le mot « ludique », le « E » désigne « éducatif », le « A » autonome, le « R » réflexif. Ensuite le « N » peut désigner « numérique » mais également « neuro ergonomique » et enfin le « O » peut désigner « orienté » ou « ouvert ». Chacun de ces termes sera commenté dans la première partie de cet article pour décrire le plus précisément possible le concept tout en le raccrochant aux cadres théoriques sous-jacents. Du côté pratique, il s'agit pour l'élève de se déplacer physiquement dans un maillage de balises en résolvant des problèmes ayant traits à différentes disciplines (langues, mathématiques, géographie …). Le concept Learn-O est original à plus d'un titre, le plus remarquable étant de pouvoir mettre des groupes de 40 élèves de tous niveaux mélangés en activité en même temps sur des thématiques distinctes dans la bonne humeur, sans lassitude et sur des situations pertinentes. Dans cet article, nous présentons le dispositif (Simard, 2016) en focalisant sur des compétences mathématiques des 3-12 ans en France. Dans la seconde partie, trois situations emblématiques des possibilités du concept sont commentées après avoir été proposées aux participants de l'atelier. Enfin, en dernière partie, les discussions et commentaires lors de l'atelier sont relatés.

I - DESCRIPTIF DU CONCEPT

Le dispositif nécessite un espace suffisamment grand pour que l'ensemble des élèves de la classe puisse courir en même temps (cour d'école, terrain de sport). Le matériel utilisé est conséquent : de 10 à 26 balises et un ordinateur. La disposition des balises dépend de l'activité proposée : quadrillage (figure 1a), arc de cercle (figure 1b), ou autres dispositions spécifiques aux connaissances en jeu.0

(a)  (b) 

Figure 1. Dispositions possibles des balises

Chaque balise électronique possède son propre identifiant informatique. L'élève possède un « doigt électronique » de type SPORTident (figure 2a) lui permettant de biper les balises qu'il choisit, tout en conservant l'identifiant ainsi que l'ordre des balises bipées.

Les activités proposées se présentent toutes sous la même forme. Une carte à jouer est tirée au hasard dans une boite à pioche (figure 2b) par l'élève. Cette carte contient des informations qu'il faut croiser avec la répartition des balises dans l'espace de jeu pour réaliser un parcours. Des exemples de carte sont présentés figure 3.

(a)  (b) 

Figure 2. (a) « Doigt électronique » - (b) Boite à pioche

1 L'acronyme Learn-O

1.1 L pour Ludique

Comme le martèle Idriss Aberkhane, le jeu est le moyen naturel d'apprendre. La force du jeu est de maximiser l'attention et l'engagement des élèves pendant un temps long. Learn-O tente de capter cette motivation à des fins éducatives et propose aux élèves de devenir, chacun, le héros de son propre jeu/apprentissage. Learn-O se déroule dans l'espace de jeu qu'est la cour de l'école, cet espace appartient aux élèves et les règles de Learn-O sont les mêmes que celles de la cour d'école : « on peut se défouler, seul ou à plusieurs, mais on fait attention aux autres ».

L'entrée dans l'activité est rapide (sans consigne), simple (très en dessous du niveau de classe) et doit mettre tous les élèves en réussite, ce qui est un gage d'enrôlement. L'erreur n'est pas vécue comme une faute mais comme une étape vers la réussite (les élèves s'empressent de recommencer lors d'une erreur).

1.2 E pour Educatif

Toutes les cartes de jeu et toutes les activités sans cartes ont pour origine une compétence scolaire liée aux programmes de l'école. Que cette compétence soit explicite (exemple : calcul mental) ou implicite (exemple : raisonnement), qu'elle soit mathématique (exemple : géométrie) ou d'une autre discipline (exemple : anglais), la compétence ciblée est la clef de la réussite ou de la rapidité d'exécution du jeu.

1.3 A pour Autonome

Dès le plus jeune âge (des essais en crèche avec des enfants de 2 ans ont été réalisés avec succès), les élèves deviennent autonomes sur le système en quelques minutes. L'absence de consigne, l'attrait pour les nouvelles technologies (« doigts électroniques » / balises / ordinateurs), couplés à la liberté que procure le jeu grandeur nature dans un espace dédié rendent l'activité Learn-O suffisamment attractive pour que l'élève s'engage de manière autonome en voulant comprendre et réussir.

1.4 R pour Réflexif

L'ordinateur permet une validation rapide et autonome pour l'élève. Un écran vert signifie une réponse exacte à la carte de jeu choisie, un écran rouge signale une erreur. L'élève décide alors du retour qu'il souhaite. Il peut passer outre la rétroaction et s'engager dans une nouvelle tâche (ou refaire la même) mais il peut aussi choisir de comprendre par lui-même son (ou ses) erreur(s). Dans ce dernier cas, plusieurs informations lui sont proposées à l'écran ce qui lui permet d'identifier son erreur et de la corriger.

1.5 N pour Numérique ou Neuro-ergonomique

Le numérique intervient dans le concept Learn-O en tant qu'outil mais pas en tant qu'objet d'apprentissage. Les doigts électroniques, les balises et les ordinateurs permettent une individualisation

des niveaux de jeu et une rétroaction instantanée. En outre l'aspect innovant a un impact motivationnel important sur les élèves.

La neuro-ergonomie est l'application des théories et des outils des neurosciences à l'ergonomie. Elle mobilise des connaissances dans deux domaines : les neurosciences cognitives, par l'étude des processus cognitifs et neuronaux, et les facteurs humains qui permettent l'adaptation des technologies aux capacités et limitations humaines afin que l'utilisateur puisse travailler efficacement. La neuro-ergonomie permet ainsi de concevoir des produits adaptés au fonctionnement cognitif humain[1]. Le concept Learn-O est adapté au sujet : l'élève, tout en lui faisant travailler son objet : les savoirs scolaires.

Les idées développées par I. Aberkhane telles que :

- les barrières d'entrée et de sortie dans une activité (qui permettent d'imager l'implication de l'élève) ;
- la « mignonitude » (qui permet d'accaparer l'attention et le temps des élèves) ;
- l'utilisation des paramètres joie et plaisir pour maximiser l'apprentissage ;
- le recours au jeu et à l'amour de l'activité pour maximiser la persévérance ;

sont autant de concepts clefs qui fondent Learn-O.

1.6 O pour Orienté ou Ouvert

L'orientation ou la Course d'Orientation (CO) a une connotation Education Physique et Sportive (EPS) marquée, alors que cette discipline nécessite beaucoup de compétences transversales. De plus, en milieu scolaire cette discipline souffre d'une grande difficulté de mise en œuvre (utilisation non efficiente de la boussole, lecture de cartes trop complexes, limitation des risques en situation réelle …). Learn-O utilise le matériel de CO débarrassé de ses aspects non essentiels (carte IGN, boussole qui sont trop complexes à l'école). Toutes les activités Learn-O proposées sont fondées sur le déplacement du corps dans l'espace (maillage ou positionnement aléatoire des balises) et peuvent être reliées à la lecture / compréhension ou à la création d'un plan. La mémorisation et le repérage sont au cœur de chacune des activités mais il relève de l'enseignant de le rendre explicite ou de le laisser implicite.

L'ouverture de Learn-O se décode par la volonté de rendre les enseignants et les élèves autonomes jusque dans la construction de leurs propres cartes de jeux. Le site www.Learn-O.com propose un générateur de cartes qui permet d'importer les visuels choisis par l'utilisateur et ainsi de créer ses cartes de jeux en quelques clics. Les enseignants peuvent créer des jeux spécifiques et les élèves peuvent également s'en emparer pour développer des jeux pour leurs camarades.

2 Interprétation des cadres théoriques

2.1 La course d'orientation

Bonnard (2012) propose une interprétation théorique de l'action dans le cadre de la course d'orientation. Les catégories d'actions présentées dans cette thèse (motrice, verbale et réflexive) entrent en résonance avec nos hypothèses. Dans une course d'orientation classique, les balises sont réparties sur un terrain naturel inconnu et la carte topographique (avec ou sans boussole) est l'instrument (au sens de (Rabardel, 1995)), que l'élève doit utiliser pour trouver les balises et réaliser le parcours. Le terrain inconnu devient un terrain connu.

Pour LEARN-O, le terrain est connu. La répartition des balises rend ce terrain inconnu pour l'élève. La carte à jouer associée à la connaissance travaillée est l'instrument que l'élève doit utiliser pour trouver les balises à biper et réaliser le parcours.

2.2 Les intelligences multiples

Gardner (1996) identifie 8 intelligences dont tout être humain dispose de manière plus ou moins développée. Ces intelligences sont relativement autonomes mais ne peuvent être observées isolément :

[1] Source : Wikipédia

intelligence linguistique, spatiale, rythmique, mathématique, corporelle, intra personnelle, interpersonnelle, naturaliste.

Nombre d'enseignants s'emparent de ce modèle pour diversifier et dynamiser leurs pratiques. Il en découle une pédagogie centrée sur l'élève où l'efficacité personnelle des élèves peu performants scolairement est ciblée. Les éducatifs proposés avec LEARN-O font appel à diverses intelligences pour travailler des objectifs disciplinaires spécifiques.

2.3 Neurosciences

Stanislas Dehaene est mis en lumière médiatique ces dernières années pour ses travaux sur l'apprentissage. Il identifie quatre piliers fondamentaux sur lesquels repose l'apprentissage (Dehaene, 2018).

Le premier de ces piliers est l'attention. Or un élève n'est jamais aussi attentif que lorsque c'est lui qui choisit ce qu'il va faire. C'est l'objectif de la boite à pioche : les cartes de jeux sont pêle-mêle toutes différentes. L'élève a tout loisir de trier et choisir la carte qui lui convient ou qui lui plait. Le rôle de l'intervenant Learn-O est de placer de nouvelles cartes de jeux dans la boite à pioche sans enlever celles qui s'y trouvent déjà. Le but de cette manœuvre est quadruple. En premier, il s'agit de mettre tous les élèves en réussite avec des cartes simples. Puis on suscite la curiosité avec de nouvelles cartes de jeux dont les élèves s'emparent. Ensuite on emmène les élèves vers les cartes dont la thématique est l'objectif de la séance. Finalement, les cartes « simples » étant toujours dans la boite à pioche, les élèves peuvent se remettre en confiance en les réalisant lorsqu'ils sont en échec sur des cartes trop difficiles.

Le second pilier est l'engagement actif. Avec Learn-O, l'engagement dans la tâche passe par le corps. La solution au problème proposé nécessite un déplacement. Learn-O propose une « pédagogie » basée sur le mouvement physique sans interdiction de communication avec les pairs. Et ce système plaît aux élèves sans restriction.

Le troisième pilier est le retour d'information immédiat. Dans la réalisation de la tâche, l'élève peut savoir rapidement si la direction qu'il a prise est bonne, il lui suffit de valider (ordinateur) et analyser ses réponses. Ce retour d'information, rendu immédiat par le numérique, est également rendu autonome, l'élève n'ayant pas besoin de l'adulte pour s'auto-évaluer.

Le dernier pilier est la consolidation. La boite à pioche contient les cartes de jeux depuis le début du jeu, ainsi l'élève peut revenir sur des cartes déjà effectuées à tout moment. Ce retour permet de se remettre en confiance et permet également de consolider les notions sous-jacentes. L'élève peut faire plusieurs fois de suite la même carte ou le même type de carte sans se lasser (la vitesse de réalisation intervient ici comme gage de motivation). Lorsque Dehaene parle du quatrième pilier, il insiste sur les phases de sommeil de l'élève qui sont d'une importance capitale pour le cerveau. Or de nombreuses études prouvent une corrélation positive entre activité physique et sommeil. Ainsi, Learn-O pourrait également contribuer, par le biais de l'activité physique à ce point crucial de l'apprentissage : le sommeil. Nous ne disons pas que Learn-O contribue à un « sommeil réparateur » mais que la pratique d'une activité physique est un facteur à mettre en avant dans une société ou la sédentarité des élèves commence à être dénoncée.

2.4 Zone proximale de développement

Les premières cartes de jeux sont choisies pour être très facilement réalisables pour tous les élèves présents. La mise en réussite initiale est importante pour la dévolution. Ensuite les cartes de jeux sont travaillées pour ne pas présenter de saut cognitif trop important, l'élève doit pouvoir être en réussite rapide en se référant à son travail préalable. Si ce n'est pas le cas et que l'élève se trouve en échec de compréhension, les cartes présentes dans la boite à pioche lui permettent de retrouver confiance et de se confronter à nouveaux à la difficulté.

3 Nos hypothèses de travail

Nous supposons que :

- la dépense physique est intrinsèque à de nombreux jeux décidés par les élèves (il suffit de regarder une cour de récréation) ;
- lorsqu'un élève court et que ses décisions peuvent impliquer un gain de temps et d'effort, nous estimons qu'il se concentre davantage pour gagner en efficacité ; nous mettons à profit ce gain de concentration pour travailler sur des thématiques que nous choisissons ;
- un élève gagne en motivation pour apprendre quand l'objet de la connaissance est un outil qui lui permet de réussir un défi ludique (la motivation pour jouer devient motivation pour apprendre) ;
- les connaissances disciplinaires (mathématiques ou autres) gagnent à être revisitées hors du contrat didactique classique ;
- l'élève doit prendre beaucoup de décisions sur un temps court, son temps de travail est alors optimisé (peu de temps mort), ce qui rend l'activité vivante et rapide ;
- le défi de vitesse face aux autres élèves et face à lui-même est source de motivation ; la correction instantanée (ordinateur) et la possibilité d'autocorrection est également un gage de motivation ;
- le travail en groupe profite à chaque individu lorsque chacun participe selon ses compétences pour un but commun.

II - MISE EN ACTIVITE DES PARTICIPANTS

L'atelier proposé est resté relativement confidentiel et seulement 11 personnes ont participé, ce qui fait peu pour travailler en équipe et avoir des échanges réellement constructifs. Quoiqu'il en soit en début d'atelier les participants ont été groupés aléatoirement : 3 groupes de 3 personnes et un binôme.

De plus sur ces 11 personnes, 6 avaient un doigt électronique rouge et 5 un doigt électronique bleu (les couleurs sont utilisées pour faire des jeux d'équipes bleus contre rouges selon le choix de l'intervenant).

Les participants se sont retrouvés dans les conditions des élèves, aucune consigne ne leur a été donnée hormis les consignes de sécurité (on ne passe pas ni au-dessus ni en dessous des barres rouge et blanche) et de regroupement (lorsque l'animateur tape dans ses mains on se regroupe devant les ordinateurs).

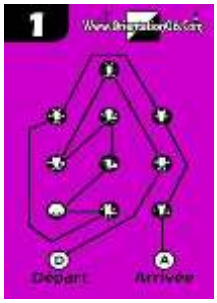
1 Learn-O 10 balises : localisation

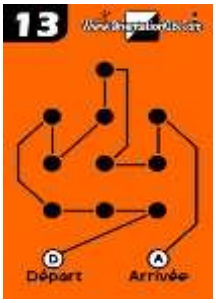
Les cartes violettes correspondent à des activités de localisation avec silhouettes d'animaux visibles sur les cartes et sur les balises (figure 3a). Elles ont été proposées en premier suivies des cartes orange (localisation sans les silhouettes, figure 3b). Quelques différenciations ont été testées.

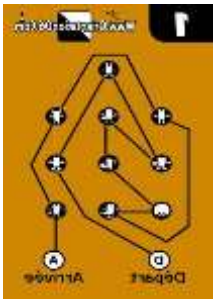
Certains participants ont testé les cartes orange (figure 3b) scotchées au mur (ils ne l'ont plus à la main et doivent faire des allers-retours ou mémoriser des morceaux de parcours). Plus la carte est scotchée loin du parcours, plus la mémorisation est identifiée comme la procédure la plus efficace.

Un participant a testé une carte verte (inversée, figure 3c) scotchée avec une seule visualisation possible pendant une minute (exercice que des élèves de CM2 réussissent mais qui est largement échoué par les adultes).

Enfin un couple de participantes a été mis en situation de communication. Une participante « réceptrice » doit faire une carte orange scotchée dans son dos, pour cela elle a l'aide d'une « émettrice » assise sur une chaise à l'écart et dos au parcours.

(a) 

(b) 

(c) 

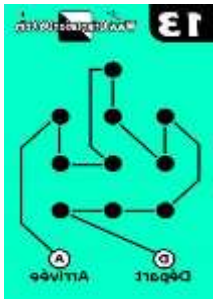
(d) 

Figure 3. Exemples de cartes

2 Learn-O 16 balises : calcul mental

Les participants sont regroupés devant un seul ordinateur de validation. Les 16 balises sont disposées selon le plan proposé figure 4, en une calculatrice gigantesque. L'idée du jeu se base sur « le compte est bon » : un nombre est donné et chacun doit essayer de le réaliser sur la calculatrice sans taper sur deux touches numériques consécutives (une touche numérique, une opération, une touche numérique, une opération, etc). Le calcul réalisé est cumulatif sans ordre, comme par exemple :

« 2 » « + » « 3 » « × » « 7 » = (2 + 3) × 7 = 35).

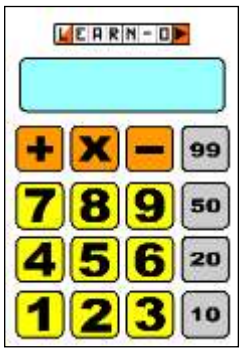


Figure 4. Plan du jeu « Calculatrice géante »

Pour rendre ce jeu plus rapide et donc plus ludique pour les élèves, l'équipe des doigts électroniques rouges est en compétition contre l'équipe des doigts électroniques bleus. Une liste de 10 résultats par équipe est affichée sur l'écran de contrôle et chaque fois qu'un des résultats est rapporté par un membre de l'équipe, il s'efface. L'équipe gagnante est celle qui a effacé tous ses nombres. L'intérêt de cette situation est double. D'une part les élèves calculent (rapidement et avec un enjeu) et d'autre part les élèves savent dans quelle équipe ils sont mais ne savent pas avec quels joueurs ils sont et contre quels joueurs ils jouent. L'important pour l'élève est de jouer pour son équipe et pour cela il apporte son propre niveau de compétence. Attention « rapidité » et « lucidité » ne doivent pas être mis en opposition, les élèves se confrontent à leur façon d'agir : aller vite au risque de faire des erreurs de calcul ou aller moins vite en se concentrant davantage sur les calculs. Une mise en commun *a posteriori* permet de faire remarquer que la vitesse physique n'est pas forcément le meilleur moyen d'aller plus vite sur ce genre d'exercice.

3 Learn-O 26 balises : géoplan immersif et collaboratif

Dans ce dispositif, les cônes sont placés en quadrillage 5 par 5. Les cartes de jeux sont remplacées par des géoplans. Le géoplan devient le fond de carte qui représente la répartition des cônes. Un élastique est placé sur le géoplan, le joueur doit suivre le parcours défini par l'élastique en bippant sur les balises qui en structurent le contour et se rendre à l'ordinateur pour valider par lui-même en comparant le géoplan physique avec la représentation à l'écran du tracé réalisé sur le terrain. Des exemples sont présentés figure 5.

(a)  (b) 

Figure 5. Exemples de parcours avec géoplan

Les géoplans proposés suivent une progression fine adaptée depuis la petite section de maternelle. Sur les balises, 25 animaux sont représentés. Le premier géoplan possède une représentation de ces 25

animaux. Le second géoplan ne possède plus que 5 animaux repères. Le troisième géoplan est translucide et ne possède plus aucun repère (hormis un morceau de scotch qui matérialise les ordinateurs pour orienter le plan). Le quatrième géoplan est translucide et ne possède aucun repère. Le cinquième géoplan n'est pas translucide. En classe, la prise en main de ce dispositif se fait par deux avec un seul géoplan pour susciter le débat (attention, le travail en binôme n'est pas imposé, il est conseillé aux élèves mais chacun est libre de travailler seul).

Les consignes se succèdent en fonction de ce que l'on veut travailler :

- tracé point par point ;
- invariance des figures par rotation ;
- reconnaissance de figure et auto-évaluation ;
- symétrie axiale (fond translucide pour avoir recours au retournement, puis fond mat) ;
- rotation (ou répétition d'un motif) ;
- …

Bien entendu, avoir le géoplan à la main et avoir un géoplan fixe change radicalement la donne et ces dispositifs ne mettent pas en jeux les mêmes compétences.

La longueur entre deux balises (sur les bords du quadrillage) est définie comme étant l'unité de longueur. Le logiciel donne pour chaque figure réalisée son périmètre et son aire (en unité au carré). Il est alors évident de travailler sur les thèmes aire / périmètre par le biais de petits défis géométriques. La figure 6 présente une carte de défi niveau difficile (cycle 4). Les géoplans physiques sont à disposition ainsi que des feutres effaçables pour chercher en traçant directement sur la carte de jeu.

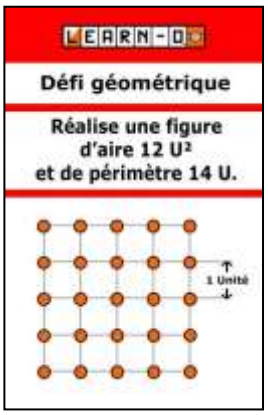


Figure 6. Exemple de carte « défi géométrique »

Finalement les participants sont regroupés par quatre et doivent réaliser une tâche commune. Le « super géoplan » est formé de quatre géoplans accolés (ce qui forme un géoplan 9 par 9) et le but est de réaliser une figure qui s'étend sur les quatre géoplans. La figure 7 présente un exemple de carte. Pour tracer sur le géoplan 1, il suffit de partir dans le maillage 5 × 5 en ayant initialisé son doigt avec la balise « effacer n°1 » ; pour tracer sur le géoplan 2, il suffit de partir dans le maillage 5 × 5 en ayant initialisé son doigt avec la balise « effacer n°2 » ; et ainsi de suite jusqu'au numéro 4. Les membres de l'équipe sont obligés de discuter pour comprendre et construire la figure en se répartissant les tâches. Bien entendu, un participant seul peut également réaliser la tâche complétement (intelligence inter ou intra personnelle). Les figures peuvent être données à reproduire entièrement ou complétées par symétries.

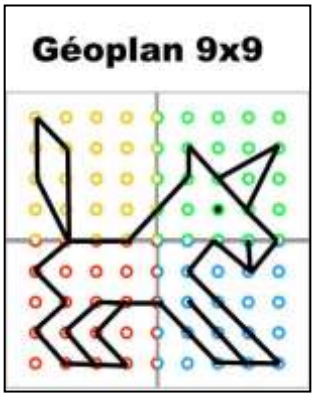


Figure 7. Exemple de carte pour géoplan 9 × 9

III - DISCUSSION

Comme il est malheureusement le cas régulièrement, le manque de temps en fin d'atelier a restreint le temps de discussion. Les participants se sont néanmoins exprimés sur différents points.

Adaptabilité des cartes de jeux et construction des cartes

Le site internet www.Learn-O.com propose un générateur de cartes de jeu. Il suffit pour cela de charger dix visuels avec lesquels on veut travailler (que ce soit des nombres, des photos, des lettres …), poser des questions dont les réponses figurent parmi ces dix visuels et le générateur de cartes créée instantanément toutes les cartes de jeux. Cet outil peut être pris en main par des classes pour créer des cartes de jeux pour faire jouer les autres classes (Ecole Fulconis de Saint Martin de Vésubie) ou pour des contextes plus généraux. La figure 8 présente l'exemple des élèves de CM2 de l'école de Etalans (25) qui ont créé des cartes de jeux relatives à une exposition temporaire d'art dans l'école pour faire jouer les parents lors du vernissage.



Figure 8. Création de cartes par des élèves de CM2

Publics concernés par ce média

Des expérimentations ont été menées (et sont encore menées) sur un public le plus large possible. Maternelle, Elémentaire, Collège, Lycée, supérieur, classes rurale, classes urbaines, classes multi-niveaux, REP+, SEGPA, IME, ULIS, CLIS, UPE2A, EREA, handicap moteur et plus récemment crèches, EPHAD et aveugles (cartes en braille).

L'absence de consignes écrite et/ou orale permet une entrée dans le jeu pour tous les élèves (en particulier les élèves en difficulté à l'écrit et à l'oral).

Coût d'un tel dispositif

Learn-O est sous licence. La personne qui veut s'équiper doit se procurer le matériel minimal (36 cônes, 2 ordinateurs dédiés, 33 boitiers Sport-ident, 40 doigts électroniques sport-ident, 1 table pliante, 7 barres rétractables, un enrouleur, des boites de rangement). Ensuite, Learn-O vend les cartes de jeux et le logiciel avec ses mises à jour. Il faut compter, en 2019, un minimum de 6000 euros (hors formation). Ce dispositif est cher pour une école, mais largement envisageable pour un regroupement d'école ou une circonscription.

Transfert de connaissances

C'est la question récurrente des didacticiens et institutionnels (inspecteurs). Quelle est la plus value sur les élèves ? Les connaissances des élèves sont-elles modifiées ? Y a-t-il accroissement des connaissances ? Toutes ces questions légitimes sont à l'étude ou en projet d'étude. Aucune donnée statistique n'est encore publiée, nous ne pouvons nous baser que sur du ressenti expérimental.

Chaque séance réalisée en classe obtient une adhésion presque totale des publics élèves et enseignants concernés. Aucun élève ne reste inactif, et chaque engagement dans la tâche relève d'une attitude ou d'une connaissance scolaire à valoriser.

Le système permet de revoir les fondamentaux (exemple calcul mental) mais également d'introduire ou de travailler en profondeur des notions (exemple tableaux à double entrée en GS ou symétrie axiale en cycle 2/3) tout en les réinvestissant dans différents cadres. Sur chaque carte de jeux, les élèves ont une tâche à réaliser. Pour réaliser la tâche, ils cherchent, raisonnent, calculent, ils manipulent différentes représentations, ils modélisent et ils communiquent.

De retour en classe, les enseignants peuvent reprendre des jeux Learn-O (calculatrice inversée, géométrie…) par le biais du site internet www.Learn-O.com sur lequel des versions virtuelles sont en libre accès.

Des interviews d'élèves ont été réalisées (juin 2019, école Ile de France, Besançon) pour mettre en lumière le transfert de connaissance. Il s'agissait de demander directement aux élèves, individuellement, ce qu'ils faisaient comme lien entre les séances Learn-O dans la cour et les séances ordinaires en classe. Il apparait clairement que les élèves font le lien sur des notions géométriques (manipulation de figures simple, décomposition de figures complexes, construction de figures, aires, périmètres, symétrie axiale) et sur le calcul mental. Les compétences mathématiques sont moins évoquées, certainement par manque de familiarisation (les attitudes mathématiques ne sont pas considérées comme des mathématiques par les élèves).

Parole aux élèves.

Un questionnaire (annexe 1) est ouvert en ligne et anonyme. Les élèves sont invités à y répondre individuellement pour exprimer leur ressenti vis-à-vis du concept. Ce questionnaire ouvert (sans mot inducteur) a été établi en se basant sur les intelligences multiples (questions 1/2/3), la psychologie cognitive (question 4/5/6/7/8), et les piliers de l'apprentissage selon les neurosciences (9/10/11). En juin 2019, seulement 362 élèves ont complété ce questionnaire mais les résultats sont éloquents (annexe 2).

En formation d'enseignants ?

Le concept Learn-O est un formidable outil de formation pour les enseignants (formation initiale et continue). Il permet de revisiter certaines notions mathématiques, d'approfondir le questionnement sur les compétences mathématiques, de discuter les concepts didactiques classiques.

En classe, les enseignants se surprennent à considérer certains élèves autrement, ils apprennent également à lâcher prise et à faire confiance aux capacités de leurs élèves.

IV - CONCLUSION

Le concept Learn-O est innovant, inclusif, interdisciplinaire et adaptable à tout public. Les caractères ludique et physique remportent l'adhésion et l'attention des élèves. L'engagement dans la tâche est immédiat et actif pour tous. Le numérique apparait comme un outil favorisant la rapidité du retour d'information et enfin l'attrait de la performance implique une répétition des tâches sans lassitude. Le rapport de l'élève à l'erreur est placé dans le contexte du jeu « si je perds, je rejoue pour gagner ». Ces différents aspects font de Learn-O un outil singulier dans le monde éducatif.

Chaque élève peut être suivi individuellement grâce aux réponses qu'il fournit par le biais de son doigt électronique. Ainsi une masse énorme de données est collectée et ne demande qu'à être traitée. Cela ouvre naturellement la voie à de nombreux projets de recherche tant en didactique des mathématiques qu'en neuro-ergonomie ou en psychologie cognitive.

V - BIBLIOGRAPHIE

Arberkane, I. (2017). *Libérez votre cerveau*. Paris : Robert Laffont.

Bonnard, A (2012). *Interpréter pour (inter)agir et apprendre : La Course d'Orientation en Education Physique et Sportive au Baccalauréat*. Thèse de doctorat, Université de Besançon.

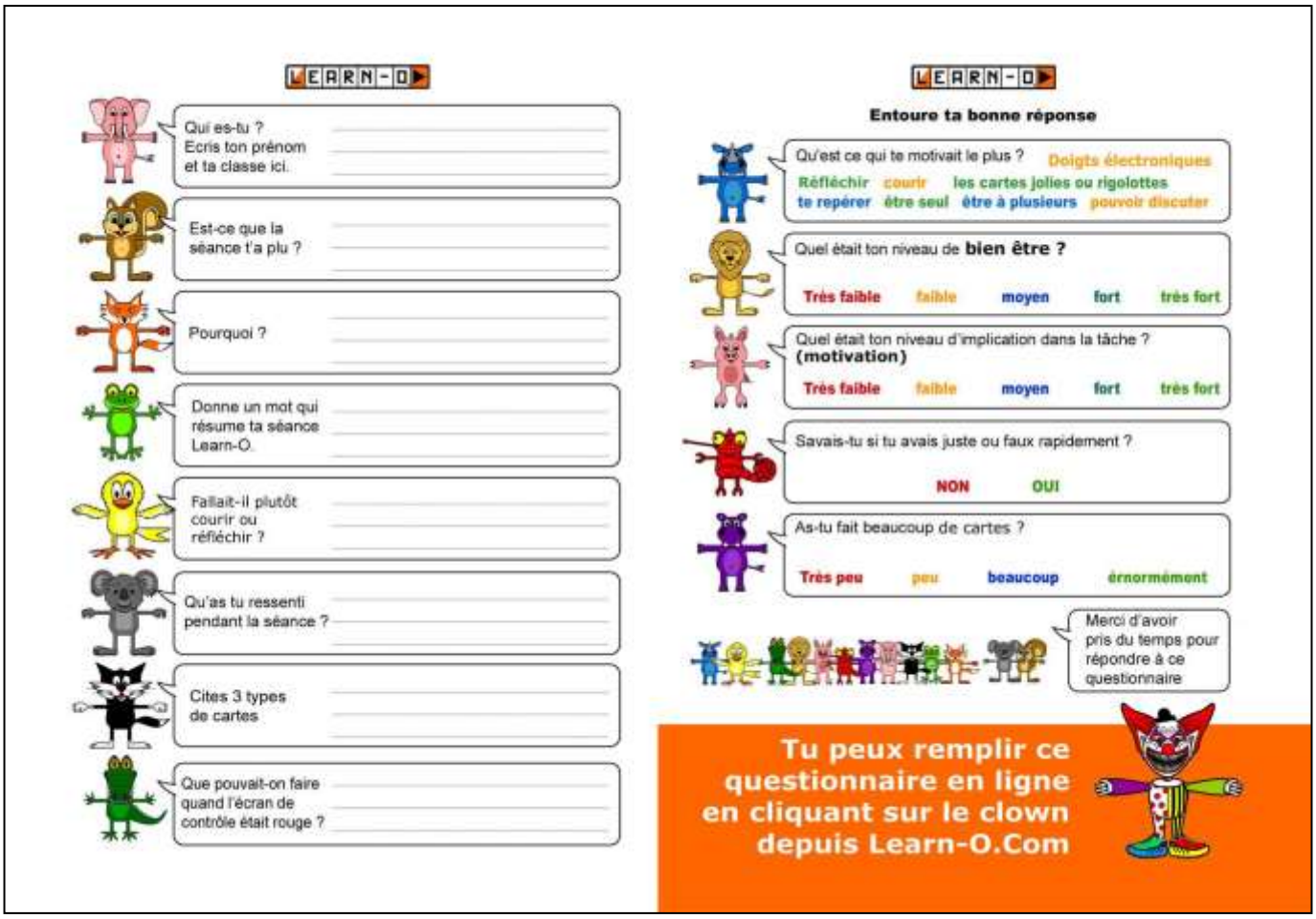
Dehaene, S. (2018). *Apprendre !*. Paris : Odile Jacob.

Gardner, H (1996). *Les intelligences multiples*. Paris : RETZ.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Simard, A (2016). Learn-O : faire des maths en courant. *Math-École* 226, 35 – 40.

VI - ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE



VII - ANNEXE 2 : RÉSULTATS DU QUESTIONNAIRE

	Est-ce que la séance t'a plu ?	OUI	98.5 %
		NON	1.49 %
	Pourquoi ?	COURIR	27.11 %
		LUDIQUE	19.49 %
		REFLECHIR	16.1 %
		TECHNOLOGIE	14.4 %
		NOUVEAUTE	9.32 %
		DIVERS	6.77 %
		MATHS	2.54 %
		TROP BIEN	2.54 %
		MIGNONITUDE	0.84 %
		TROP LONG	0.84 %
	Donne un mot qui résume ta séance Learn-O.	TROP BIEN	38.88 %
		AMUSEMENT	12.22 %
		GEOMETRIE	11.11 %
		TECHNOLOGIE	10 %
		COURIR	8.88 %
		DIVERS	6.66 %
		MATHEMATIQUES	3.33 %
		MIGNONITUDE	2.22 %
		PLAISIR	2.22 %
		REFLECHIR	2.22 %
		FATIGUE	1.11 %
		LOCALISATION	1.11 %
	Fallait-il plutôt courir ou réfléchir ?	COURIR ET REFLECHIR	62.63 %
		REFLECHIR	32.96 %
		COURIR	4.39 %

	Qu'as tu ressenti pendant la séance ?	JOIE	49.47 %
		AMUSEMENT	12.63 %
		TROP BIEN	9.47 %
		DIVERS	7.36 %
		REFLECHIR	6.31 %
		COURIR	4.21 %
		FATIGUE	3.15 %
		AMITIE	2.1 %
		MOTIVATION	2.1 %
		TECHNOLOGIE	2.1 %
		CONFIANCE	1.05 %
	Que pouvait-on faire quand l'écran de contrôle était rouge ?	REESSAYER	87.5 %
		EFFACER	5.68 %
		ERREUR	4.54 %
		RIEN	1.13 %
		SE FAIRE AIDER	1.13 %
	Qu'est ce qui te motivait le plus ?	REFLECHIR	22.16 %
		COURIR	21.2 %
		ETRE EN GROUPE	12.58 %
		SE REPERER	11.62 %
		DOIGTS ELECTRONIQUES	11.49 %
		CARTES RIGOLOTES	4.37 %
		ETRE SEUL	3.83 %
		DISCUTER	0.13 %
	Quel était ton niveau de bien-être ?	TRES ELEVE	63.63 %
		ELEVE	28.4 %
		MOYEN	6.81 %
		TRES FAIBLE	1.13 %
	Quel était ton niveau d'implication dans la tâche ? (Motivation)	TRES ELEVE	45.97 %
		ELEVE	39.08 %
		MOYEN	12.64 %
		FAIBLE	1.14 %
		TRES FAIBLE	1.14 %
	Savais-tu si tu avais juste ou faux rapidement ?	OUI	81.6 %
		NON	18.39 %
	As-tu fait beaucoup de cartes ?	BEAUCOUP	50 %
		ENORMEMENT	38.63 %
		PEU	9.09 %
		TRES PEU	2.27 %
Compilation de 362 fiches (enfants)			

COMMUNICATIONS

UNE CARTE DES CONNAISSANCES POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE EN MATERNELLE

Marie-Caroline Croset
Université de Lyon et CNRS
Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod
UMR5304

Marie-Line Gardes
Université de Lyon et CNRS
Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod
UMR5304

Résumé
Dans le cadre d'une recherche portant sur l'évaluation de l'impact de la pédagogie Montessori sur les premiers apprentissages, nous avons élaboré une cartographie des connaissances à acquérir pour construire le concept du nombre chez un élève de l'école maternelle en France. Dans cet article, après avoir présenté ce projet de recherche, nous détaillons la construction de cette carte des connaissances. Nous en montrons ensuite l'usage dans une modélisation de ressources qui nous permet d'interroger les enseignements du nombre présents dans l'institution[1] Montessori. Enfin, nous terminons en présentant l'usage de cette carte en formation.

I - LE CONTEXTE – LE PROJET COGMONT

Selon des recherches très récentes (Marshall, 2017 ; Courtier, 2019), très peu d'études ont examiné les bénéfices de la pédagogie Montessori et celles qui ont été réalisées ont obtenu des résultats contradictoires. Alors que certaines études ont trouvé de meilleurs résultats pour la pédagogie Montessori que pour l'éducation conventionnelle (Dohrmann, Nishida, Gartner, Lipsky, & Grimm, 2007; Lillard & Else-Quest, 2006), d'autres n'ont trouvé aucun effet ou des effets mitigés (Ansari & Winsler, 2014; Lopata, Wallace, & Finn, 2005; Miller, Dyer, Stevenson, & White, 1975). D'autre part, ces études ont des particularités méthodologiques qui permettent difficilement d'établir les bénéfices du système Montessori. Par exemple, les groupes d'élèves ne sont pas constitués de manière aléatoire ou les études peuvent être menées sur une très courte période. Enfin, ces recherches ont lieu principalement aux Etats-Unis. De manière générale, il n'y a donc pas de réelle preuve dans la littérature à ce jour que la pédagogie Montessori ait des bénéfices à court ou long terme pour les enfants issus d'un milieu socio-économique défavorisé, et encore moins en France.

1 Une rencontre entre enseignants et chercheurs

En 2015, des enseignants d'une école maternelle de l'enseignement public français appliquant la pédagogie Montessori dans leurs classes sont venus solliciter notre équipe de recherche. Ils étaient soucieux d'évaluer à court et long terme les avantages cognitifs d'une telle pédagogie. Ils nous ont demandé si nous pouvions alors construire et mettre en place un protocole de recherche pour évaluer les effets de leur enseignement sur les apprentissages. Pour répondre à cette demande, le projet Cogmont a vu le jour.

Ce projet étudie l'impact de la pédagogie Montessori sur des compétences des enfants français en fin de maternelle (6 ans), enfants suivis pendant toute leur scolarité de maternelle (de 3 à 6 ans). Les compétences

[1] Nous utilisons *institution* au sens de Chevallard (2003), c'est-à-dire un dispositif social qui permet à ses membres de mettre en jeu des manières de faire et de penser propres. Ainsi la classe peut être considérée comme une institution, de même que l'école peut l'être aussi.

testées sont de l'ordre du contrôle exécutif telle que l'inhibition ou la flexibilité, des compétences sociales telle que la capacité des enfants à comprendre les croyances et les désirs d'autrui, des compétences langagières et des compétences mathématiques sur la construction du nombre. La méthodologie de recherche consiste en une étude séquentielle, transversale et longitudinale, randomisée sur un échantillon d'enfants dans une école maternelle publique de milieu défavorisé. En effet, tout d'abord, l'école qui collabore au projet est un établissement du Réseau d'Education Prioritaire Renforcé. Ensuite, trois des neuf classes de maternelle sont des classes multi-niveaux et suivent une pédagogie Montessori tandis que les six autres sont des classes d'un seul niveau ou de doubles niveaux et suivent une pédagogie que l'on qualifiera de « traditionnelle », par opposition aux pédagogies alternatives. Enfin, un système de loterie a été utilisé pour assigner les enfants aux classes Montessori ou aux classes traditionnelles, à l'entrée en petite section à 3 ans. L'étude se déroule sur trois années consécutives et les élèves considérés dans l'étude suivent une même pédagogie pendant les trois années de maternelle. Pour évaluer l'impact de la pédagogie sur les compétences numériques, nous faisons passer aux enfants une série de tests de compétences issus de batteries de tests reconnus et standardisés (Woodcock-Johnson-III de Woodcock, McGrew, & Mather (2001)) mais également un test, conçu par notre équipe de recherche, comportant des tâches mathématiques spécifiques basées sur les programmes scolaires français. Les résultats de ces tests seront utilisés pour mesurer l'acquisition des attendus de la fin de l'école maternelle en France (6 ans) des élèves engagés dans ce projet. Ces résultats sont en cours d'analyse.

Ce projet se veut donc novateur par une évaluation longitudinale, dans un milieu socio-économique défavorisé, ayant lieu en France, dans une école publique. Cependant, dans cette communication, nous avons souhaité porter l'attention sur un autre point original de l'étude en cours. En tant que didacticiennes, nous avons interrogé et comparé la manière d'enseigner certaines notions mathématiques dans les deux institutions Montessori et Traditionnelle.

2 Spécificité didactique du projet Cogmont

Lorsque des études obtiennent des différences de résultats entre l'enseignement traditionnel et l'enseignement suivant la pédagogie Montessori, les explications apportées sont d'ordre pédagogique. En effet, les deux types d'enseignement diffèrent sur des points pédagogiques majeurs et fondateurs de la pédagogie Montessori (Montessori, 2015). Par exemple, les classes Montessori sont systématiquement organisées par tranche d'âge de 3 ans (3 à 6 ans pour la maternelle). Les classes sont toujours ouvertes, avec les tables disposées de manière à favoriser le travail individuel. Les classes sont également très organisées et ont des endroits de travail très spécifiques pour les différentes parties du programme scolaire. La pédagogie Montessori n'expose les enfants qu'à des supports didactiques spécifiquement conçus pour les aider à apprendre à leur propre rythme à travers l'action et la manipulation. Il n'y a pas de coin jeux. Chaque type de support est unique dans la classe, conçu pour enseigner un seul et unique concept et basé, selon les principes affichés de la pédagogie, sur la rétroaction corrective qui est incorporée directement dans le support. La pédagogie Montessori n'utilise jamais de manuels scolaires ni de fiche ; elle met l'accent sur le libre choix des activités. Elle n'utilise également pas de système d'évaluation explicite. Ces principes propres à la pédagogie Montessori sont souvent mis en avant pour expliquer les différences obtenues dans les études (Marshall, 2017). Nous nous en distinguons en proposant d'interroger les différences non pas pédagogiques entre ces deux institutions mais les différences de contenu sur l'enseignement du nombre dans les classes montessoriennes et dans les classes traditionnelles.

Plus précisément, notre apport didactique dans le projet Cogmont a permis :

- de construire le test utilisé pour évaluer les connaissances des élèves sur la construction du nombre dans les deux institutions ;
- d'analyser les tâches mathématiques à la disposition de l'enseignant dans chacune des institutions ;
- de mettre en regard les résultats obtenus aux tests avec la pratique effective des élèves.

Cet apport didactique s'est centré sur le domaine de la construction du nombre : un domaine où le nombre est en jeu et qui précède l'introduction du système de numération (Margolinas & Wozniak, 2012). Nous n'avons donc pas pris en compte des activités de reconnaissance de la correspondance entre la position

du chiffre et le nombre de groupements, ni de travail sémantique ou syntaxique sur le code symbolique (au sens de Fayol, 2012). Afin de pouvoir tester des élèves issus des deux institutions et analyser différentes ressources de ces institutions, nous avons cherché à construire un modèle didactique, sous forme de carte, permettant d'interroger les apprentissages sur la construction du nombre. Nous allons présenter dans la partie suivante le cadre théorique utilisé pour la construction de ce modèle.

II - LE CADRE THÉORIQUE

1 Un besoin de prendre en compte différentes dimensions

Un cadre théorique permet d'interroger et de décrire certains aspects d'une réalité. Emprunter des notions à plusieurs cadres théoriques permet de diversifier les analyses et d'enrichir la recherche. Ainsi, pour analyser des ressources documentaires utilisées dans des institutions enseignantes, le quadruplet praxéologique (Bosch & Chevallard, 1999) semble adapté :

> « Toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T, au moyen d'une technique τ, justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ. » (Chevallard, 2002, p. 3)

Mais notre domaine étant celui de la construction du nombre, il semble pertinent de ne pas s'arrêter à une modélisation des apprentissages sous forme praxéologique. Par exemple, il est important d'interroger le fait que le nombre est un outil nécessaire à la résolution de la tâche plutôt que d'être un objet d'étude, faisant référence à la dialectique Outil/Objet de Douady (1986). Tout comme il pourrait être intéressant de décrire le registre utilisé pour représenter le nombre dans une tâche donnée, au sens de Duval (1993).

Analyser une institution, des pratiques opérant dans cette institution, des connaissances émergentes ou encore des ressources exploitées au sein de ces institutions demande de croiser ces différents cadres. Le cadre *T4tel* répond à ces besoins en proposant de décrire un type de tâches par un verbe suivi d'un déterminatif constitué d'un système de variables (Chaachoua & Bessot, 2016). Le nombre comme outil/objet ou le registre de représentation du nombre sont des variables potentielles pour décrire un type de tâches dans le cadre *T4tel.*

2 Le cadre théorique *T4tel*

Les variables au sein du cadre *T4tel* peuvent être d'ordre épistémologique en impactant le rapport à un objet de savoir, institutionnel en prenant en compte les contraintes institutionnelles ou encore didactique en étant à la disposition d'un enseignant. Elles apparaissent « comme un outil méthodologique dans un processus de modélisation, associée à l'analyse *a priori* d'une situation particulière ou fondamentale » (Chaachoua & Bessot, 2016) . Elles permettent, entre autres, en ce qui nous concerne, d'étudier « les conditions d'existence d'une connaissance dans une certaine réalité scolaire et les raisons des difficultés observées » (Chaachoua & Bessot, 2016). Le système de variables est déterminé par une analyse *a priori* du domaine d'étude. Les auteurs introduisent aussi la notion de générateurs de types de tâches qui est défini par le type de tâches générique, celui qui est de plus haut niveau suivi du système de variables le décrivant plus précisément. En instanciant une valeur aux variables, le générateur produit un type de tâches plus spécifique que le type de tâches générique.

Prenons l'exemple de la modélisation de la situation fondamentale d'association d'une collection de voitures à une collection de garages (Briand, Loubet, & Salin, 2004). Cette situation composée d'une succession de tâches fait appel, à un certain moment de la situation, à la tâche d'associer une quantité équipotente à une autre, avec un certain nombre de trajets, une taille donnée de la collection, la possibilité de manipuler ou non les objets. Ces variables didactiques sont bien connues pour cette situation. A celles-ci peuvent aussi s'ajouter une description du type de matériel : comme le fait remarquer Margolinas (2015), le fait de proposer des garages d'une certaine taille incite l'élève à ne mettre qu'une seule voiture par garage. L'association est alors « matériellement biunivoque (un pour un) » contrairement à une situation de construction de collections de carottes à associer à des lapins. Ce caractère potentiellement bi-univoque du matériel est ainsi une variable à prendre en compte dans la modélisation de la situation. Un autre

élément que l'on souhaite ajouter pour décrire cette situation est le fait qu'elle a pour but de travailler le nombre comme outil de résolution. Ce qui peut être obtenu en jouant sur certaines valeurs de variables. Cette situation peut être proposée à des niveaux scolaires différents, par exemple à 4-5 ans (Moyenne section en France) ou 5-6 ans (Grande section en France), ce qui constitue à nouveau, une nouvelle variable. Cette succession de variables et des valeurs associées permet de décrire le plus précisément possible chaque tâche proposée à un élève. Ce type de tâches peut alors être modélisé comme [Associer une quantité équipotente à une autre, nombre de trajets, taille donnée de la collection, possibilité de manipuler ou non les objets, type de matériel, le nombre comme outil ou objet, niveau scolaire]. Le lecteur intéressé par d'autres exemples pourra se référer à (Croset & Gardes, 2019).

III - LA CARTE DES CONNAISSANCES POUR CONSTRUIRE LE NOMBRE

Dans cette troisième partie, nous présentons la carte des connaissances de la construction du nombre. La construction des genres de tâches, des variables et de leurs valeurs s'est faite à partir de différents textes de référence sur la construction du nombre (pour des synthèses sur le sujet, voir Fayol (2012) et Margolinas & Wozniak (2012)). Cette construction n'a pas été linéaire. Il en est ressorti les éléments suivants.

- Nous catégorisons les tâches en quatre grands genres : coder/décoder, associer, comparer/ordonner, anticiper.
- Nous distinguons trois usages du nombre : le nombre utilisé pour exprimer une quantité en contexte cardinal, une position en contexte ordinal, ou encore le nombre décontextualisé. Cet usage « décontextualisé » est moins référencé dans la littérature mais Adjiage distingue bien les deux premiers usages liés à un contexte empirique du troisième : « Un objet mathématique […] est donc un objet « détaché » de l'éventuel contexte physico-empirique qui a pu lui donner naissance : par exemple en passant de 3 élèves, 3 bonbons, 3 images à 3. » (Adjiage, 2007, p. 11).

1 Les types de tâches

Cela donne dans un premier temps une carte à deux dimensions, présentée en Fig 1. Cette carte répertorie onze types de tâches. On trouve par exemple le type de tâches « Associer une quantité à une quantité équipotente » qui correspond à l'exemple d'association garages/voitures présenté plus haut. L'association de code à code correspond au transcodage d'un code symbolique, par exemple le code verbal, à un autre code symbolique, par exemple le code arabe.

	Usage cardinal	*Usage ordinal*	*Décontextualisé*
Coder Décoder	Quantité → Code Code → Quantité	Position → Code Code → Position	
Associer	Quantité → Quantité	Position → Position	Code → Code
Comparer Ordonner	Quantités	Positions	Codes
Anticiper	Une quantité après une action	Une position après une action	Calculer avec des codes

Fig 1. Carte des connaissances pour la construction du nombre. En ligne, les genres de tâches. En colonne, les usages du nombre.

Nous proposons d'illustrer en Fig 2 chaque type de tâches par une situation emblématique afin de faciliter l'appropriation de la carte des types de tâches par le lecteur.

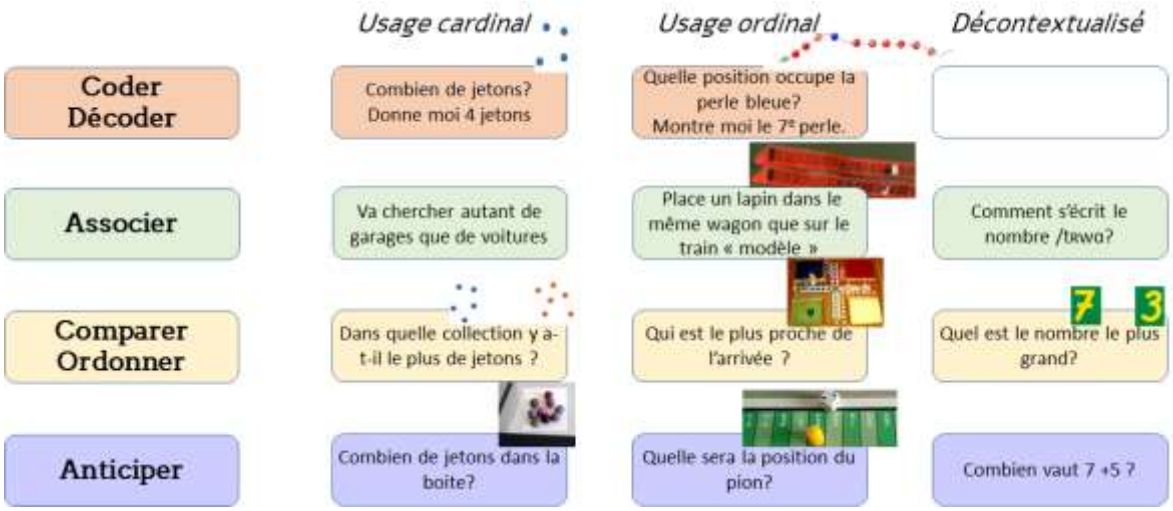


Fig 2. Illustrations de types de tâches

2 Des variables

Comme décrit dans la deuxième partie, chaque type de tâches est décrit par un genre de tâches et un système de variables. Par exemple, la variable issue de la dialectique outil/objet ou encore la variable du nombre en jeu comme illustré en Fig 3 permet de préciser les 11 types de tâches. En revanche, d'autres variables n'ont de sens que pour certains types de tâches. C'est le cas de la variable « nombre de trajets », qui permet de préciser le nombre de trajets permis à l'élève lors de la construction d'une collection équipotente à une autre ou de l'association d'une position équivalente à une autre.

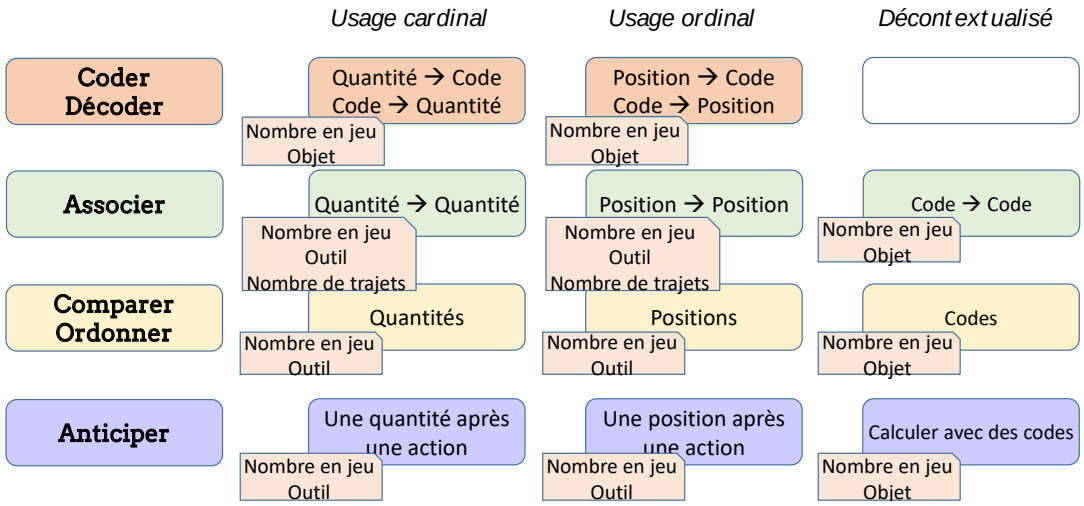


Fig 3. Exemple non exhaustif de variables associées aux types de tâches. Certaines variables telles que le nombre en jeu sont communes à tous les types de tâches. D'autres, comme le nombre de trajet n'a de sens que pour certains types de tâches d'association.

IV - RÉSULTATS DES ANALYSES DIDACTIQUES RÉALISÉES AVEC LA CARTE

1 Analyse des types de tâches dans des documents principaux

Dans le cadre du projet Cogmont, nous avons été amenés à analyser des ressources emblématiques des institutions Montessori, I_M, et traditionnelle, I_T : d'une part, les ateliers Montessori de première numération (Gardes & Courtier, 2018; Montessori, 2016), d'autre part, les manuels *Vers les maths* (Duprey, Duprey, &

Sautenet, 2016). Ces deux types de ressources sont à considérer comme les documents principaux des enseignants dont nous analysons les pratiques au sens de Margolinas & Wozniak (2009) :

> […] un document auquel le professeur se réfère abondamment, que nous avons appelé document principal. Le professeur met ainsi en avant principalement un document, qui est parfois le seul document dont il parle ou bien celui dont il parle avant d'évoquer, de façon assez marginale, d'autres documents. (Margolinas & Wozniak, 2009, p. 67)

Au-delà de notre recherche, le manuel *Vers les maths* semble être une ressource dominante chez les enseignants de maternelle en France. Nous avons fait passer un questionnaire auprès de 270 enseignants de maternelle, dans différentes académies, dont 150 ont au moins 10 ans d'ancienneté. 70% d'entre eux affirment que leur document principal pour préparer leurs séquences de mathématiques est le manuel *Vers les maths* des éditions Accès[2].

Ces deux types de ressources, ateliers et manuel, nous semblent représentatifs d'une certaine pratique. Nous les avons analysés avec la carte présentée dans la partie précédente.

Pour les ateliers Montessori[3], nous obtenons 48 tâches différentes permettant de construire le nombre, relevant de six types de tâches différents : coder/décoder des quantités, associer un code symbolique à un autre, ordonner des quantités, ordonner des codes symboliques, anticiper une quantité après une action et enfin, calculer avec des codes symboliques. Dans les manuels *Vers les maths*, 241 tâches différentes sont proposées aux enseignants, relevant de dix types de tâches différents. Le nombre de tâches par type est indiqué en Fig 4 : il y a, par exemple, 34 tâches de comparaison ou d'ordre sur les quantités dans I_T pour seulement une dans I_M ; inversement, il y a, par exemple, une seule tâche de calcul avec des codes dans I_T pour 17 dans I_M.

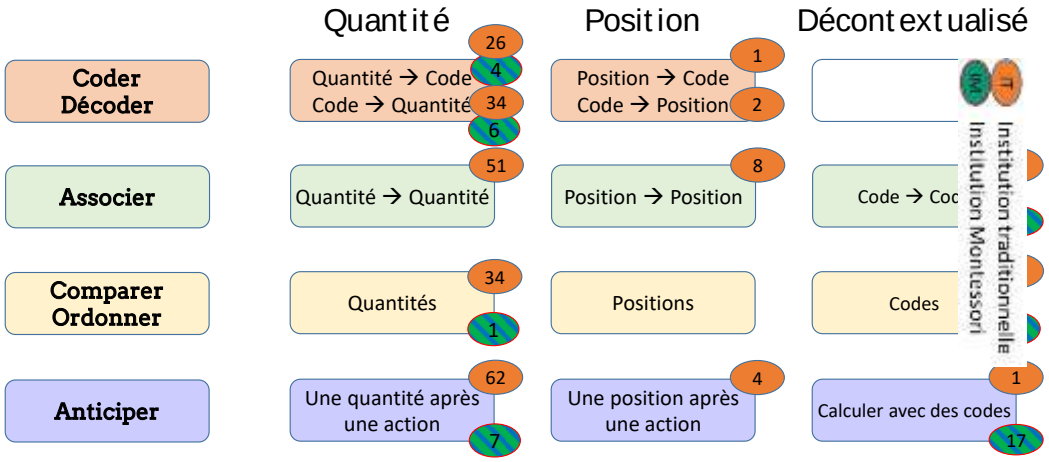


Fig 4. Nombre de tâches proposées aux enseignants pour construire le nombre dans les manuels Vers les maths (en orange) et dans les ateliers Montessori (en vert).

Plusieurs éléments sont à discuter. Premièrement, les enseignants ne consacrent pas la même durée de travail pour la construction du nombre dans les deux institutions. En effet, le travail dans l'institution traditionnelle I_T s'étale sur trois ans, soit 15 périodes[4] contre seulement 8 périodes dans l'institution Montessori I_M. Il y a donc en moyenne 16 tâches par période dans l'institution traditionnelle contre 5 dans l'institution Montessori. Le manuel utilisé majoritairement en milieu traditionnel propose une grande diversité de tâches. Est-ce une richesse ou est-ce que cela détourne l'élève de l'objectif visé en lui offrant une multitude de tâches ayant un même objectif d'apprentissage mais dont l'élève ne relève pas nécessairement l'existence ? Deuxièmement, certains types de tâches ne sont jamais proposés dans les

[2] Le second document principal des enseignants sondés est Internet : 12% d'entre eux utilisent Internet comme document principal de préparation des séquences de mathématiques.

[3] Pour des exemples d'ateliers Montessori, voir (Gardes & Courtier, 2018).

[4] En France, la durée de l'année scolaire est de 36 semaines minimum réparties en cinq périodes de travail, de durée comparable, séparées par quatre périodes de vacances.

classes suivant la pédagogie Montessori : le type de tâches de construction d'une collection équipotente à une autre qui est pourtant un des types de tâches parmi les plus proposés dans le manuel *Vers les maths*. Sur cette tâche en particulier, il sera intéressant de voir si les élèves suivant une pédagogie traditionnelle, testés dans le cadre du projet, réussissent mieux que les élèves suivant la pédagogie Montessori. Troisièmement, si l'on regroupe les types de tâches selon leurs critères d'usage, nous obtenons que, dans l'institution traditionnelle, l'usage ordinal est peu présent et dans l'institution Montessori, cet usage est même absent (cf. Fig 5). L'usage cardinal est privilégié dans l'institution traditionnelle tandis que le nombre décontextualisé l'est dans l'institution Montessori : ramené à un même nombre de tâches, l'institution Montessori propose près de 60% de tâches pour la construction du nombre où le nombre est décontextualisé, où seule l'écriture chiffrée est présente, sans référence à la quantité ou à une position.

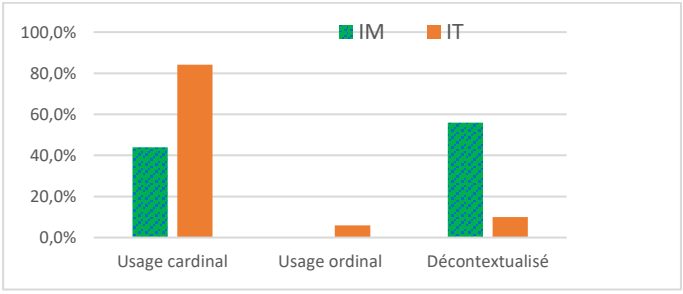


Fig 5. Contexte d'utilisation du nombre dans les deux institutions sur les trois années d'école

2 Analyse des valeurs prises par certaines variables dans les documents principaux

Les analyses sur certaines variables révèlent aussi des différences intéressantes. Ainsi, la variable « nombre en jeu » qui permet de décrire l'ensemble des tâches travaillées montre que l'institution traditionnelle française découpe l'apprentissage du nombre selon des valeurs numériques. Les activités autour des collections de 1 à 3 objets sont privilégiées pour les enfants de 3 ans, de 4 à 7 objets pour les enfants de 4 ans et de 1 à 10 objets pour les enfants de 5 ans. En revanche, dans l'institution Montessori, l'ensemble des activités proposées porte sur les nombres de 1 à 10, de manière systématique, privilégiant ainsi la construction d'un nombre en relation avec les autres. Apprendre le nombre 6 comme le successeur de 5 mais aussi comme le double de 3 ou encore comme le nombre qui additionné à 4 donne 10 est un élément important de cette institution et ce, dès l'introduction des nombres.

Une seconde variable que nous avons étudiée est celle de l'utilisation du nombre dans la tâche comme un outil de résolution ou comme un objet d'étude. Sur les valeurs prises par cette variable, visibles en Fig 6, les deux institutions diffèrent à nouveau. L'institution traditionnelle privilégie des tâches où le nombre est un outil de résolution de la tâche : 60% des tâches demandent à utiliser le nombre comme mémoire d'une quantité ou d'une position. En revanche, l'institution Montessori priorise les tâches axées sur l'étude explicite du nombre : le nombre est objet d'étude explicite dans plus de 80% des tâches que l'institution propose aux élèves.

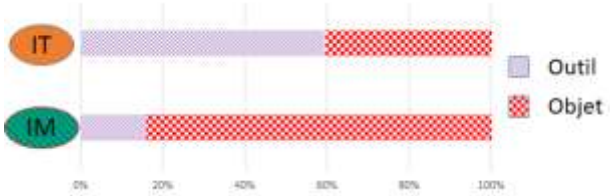


Fig 6. Analyse avec la variable Outil/Objet. 60% des tâches proposées dans l'institution traditionnelle I_T utilise le nombre comme outil de résolution contre 16% dans l'institution Montessori I_M.

Nous avons construit la carte des connaissances du nombre pour répondre à notre question de recherche sur les différences de contenus à enseigner entre les deux institutions. Son utilisation nous a, en effet, permis de cartographier les attendus des deux institutions. Au-delà du projet de recherche, cette carte nous a aussi servi en formation comme nous allons le présenter dans la section suivante.

V - EXEMPLE D'UTILISATION DE LA CARTE EN FORMATION

Nous avons utilisé cette carte en formation dans différents contextes (rédaction de mémoire en formation initiale, observations de classes, formation continue, etc.). Nous détaillons ici un exemple d'utilisation de la carte en formation continue pour des enseignants d'école maternelle (3-6 ans).

Cette formation s'est déroulée en deux temps : une première partie sous forme d'une conférence sur la construction du nombre à l'école maternelle et une seconde partie sous forme d'un atelier portant sur l'appropriation d'une ressource[5] – la Mallette Maternelle (2015).

La Mallette Maternelle (Besnier, Eysseric, & Le Méhauté, 2014) est une ressource élaborée collaborativement par l'Institut Français de l'Education et la COPIRELEM et éditée par l'ARPEME[6]. Elle se compose de 10 situations d'apprentissage pour construire le nombre à l'école maternelle, de logiciels associés à certaines de ces situations et de quelques apports théoriques (cf. Fig.7).

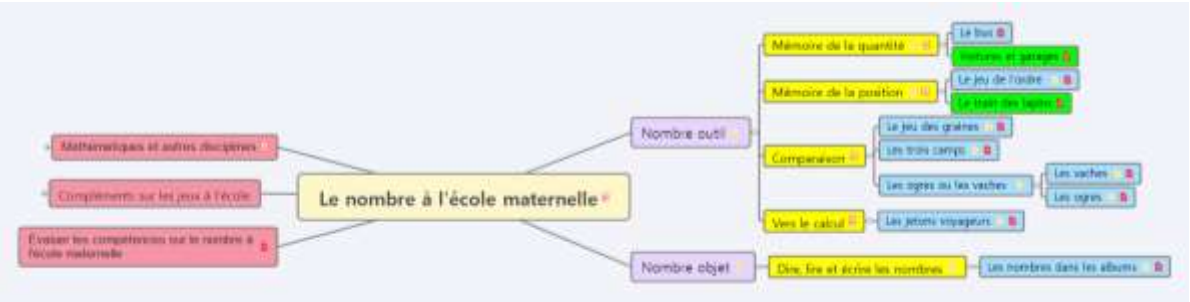


Fig 7. Présentation de la Mallette maternelle

Lors de la formation, nous avons utilisé la carte des connaissances à plusieurs reprises : d'une part, au cours de la conférence pour présenter un ensemble organisé des types de tâches ayant pour objectif la construction du nombre et pour montrer les points forts et les points faibles de différentes ressources (manuels scolaires, ateliers Montessori, etc) ; d'autre part, dans l'atelier, comme un outil pour les enseignants pour s'approprier la ressource. Nous leur avons en effet proposé d'identifier les types de tâches travaillés dans certaines situations de la Mallette Maternelle (*Le bus*, *Le train des lapins*, *Les vaches* et *Les jetons voyageurs*). L'aspect épuré et structuré de la carte leur a permis de s'en emparer facilement et de réussir à dégager les principaux types de tâches travaillés dans les situations sélectionnées.

Nous présentons ci-dessous, l'analyse complète de la mallette effectuée avec la carte. Chaque situation a été modélisée comme une suite de types de tâches. Par exemple, la situation *Le bus* est modélisée par l'association d'une quantité équipotente à une autre et par le type de tâches Coder/Décoder une quantité, présent dans les étapes de communication. L'ensemble des types de tâches présents dans les 10 situations est présenté dans la figure 8. Par exemple, six situations demandent à l'élève de coder/décoder une quantité. Nous pouvons remarquer que certains types de tâches sont davantage proposés (coder/décoder une quantité, associer une quantité à une quantité ou comparer des quantités), d'autres sont peu travaillés (anticiper une quantité après une action, coder/décoder une position, associer une position à une position ou comparer des codes) et certains absents (comparer des positions, anticiper une position après une action ou calculer avec des codes).

[5] Le choix de la ressource a été fait par la circonscription.

[6] Disponible sur leur site : http://www.arpeme.fr/m2ep/index.html

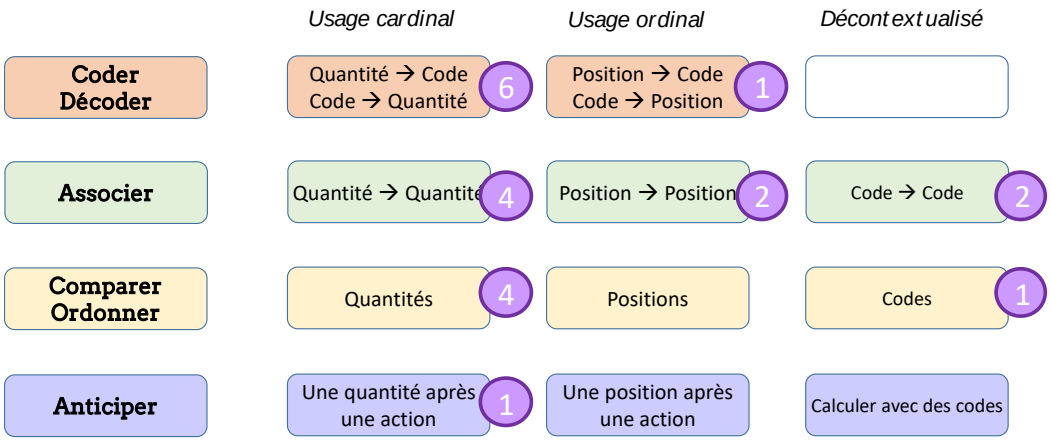


Fig 8. Types de tâches pour construire le nombre dans la Mallette maternelle

La ressource met l'accent sur l'aspect outil du nombre en proposant aux élèves des situations de résolution de problèmes. Une seule situation propose une étude du nombre en tant qu'objet (*Les nombres dans les albums*). La majorité des situations (8/10) propose un usage cardinal du nombre et seules deux situations portent sur l'usage ordinal (*Le jeu de l'ordre* et *le train des lapins*). Cette modélisation met également en évidence les deux points suivants :

- Certaines situations sont modélisées par un seul type de tâches (*Voitures et garages*, *Le train des lapins*) tandis que d'autres sont modélisées par plusieurs types de tâches (*Le jeu des graines*, *Les trois camps*, *Les ogres* et *Les vaches*). La situation *Les trois camps*, par exemple, est modélisée comme une succession de types de tâches : Coder une quantité, Comparer des quantités puis Anticiper une quantité. Pourtant l'objectif d'apprentissage affiché est unique et est présenté comme la comparaison de quantités. L'élève qui répond aux tâches de codage et d'anticipation n'est-il pas détourné de cet objectif ?
- Certaines situations sont modélisées par un même type de tâches. Les situations *Le bus*, *Voitures et garages, Les jetons voyageurs – Séquence 1* sont modélisées par l'association d'une collection équipotente à une autre. Elles peuvent, de ce fait, être redondantes.

A l'issue de la formation, nous avons ainsi pu mettre en évidence la nécessité, pour les enseignants, de faire certains choix dans l'utilisation de cette ressource :

- Proposer des situations au préalable sur l'aspect objet du nombre. Par exemple le type de tâches coder/décoder une quantité est travaillé, dans la mallette, sous l'aspect outil. Il apparait comme une technique pour résoudre un problème. Il pourrait être proposé en amont sous l'aspect objet, par exemple, en faisant dénombrer explicitement des collections.
- Choisir les situations à mettre en place en classe : en proposer au moins une pour chaque type de tâches ;
- Ajouter des situations pour les types de tâches absents de la mallette.

Cette première expérience d'utilisation de la carte en formation continue semble montrer une appropriation facile de la carte par les enseignants ainsi que sa pertinence comme outil à leur disposition, d'une part pour analyser une ressource et d'autre part pour organiser le travail annuel autour de la construction du nombre. Cependant, une limite du travail existant est que cette carte ne présente par l'organisation didactique des types de tâches. Elle ne montre pas comment les types de tâches peuvent s'articuler les uns-aux-autres. Nous réfléchissons à enrichir cette carte de cette organisation. Cependant, nous tenons à conserver une présentation épurée afin que les enseignants puissent continuer à s'en emparer facilement.

VI - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cet article, nous avons présenté une carte des connaissances nécessaires à la construction du nombre, domaine préalable au travail sémantique et syntaxique des écritures chiffrées. Cette carte est constituée de onze types de tâches organisés selon trois usages : un usage cardinal, en relation avec des collections

d'objets, un usage ordinal, en relation avec des positions sur des listes ordonnées et enfin un usage décontextualisé du nombre. Ces types de tâches sont enrichis par des variables qui permettent, en prenant des valeurs différentes, de créer des tâches spécifiques.

Cette carte a été utilisée dans différents contextes de travail. Pour le projet Cogmont, elle a permis de rendre compte de propositions différentes d'activités aux enseignants sur la construction du nombre dans l'institution Montessori et l'institution traditionnelle. Elle montre un éparpillement de tâches proposées aux enseignants de l'institution traditionnelle française contre un choix de types de tâches épuré dans l'institution Montessori. Elle permet aussi de mettre en lumière les types de tâches les plus travaillés et ceux qui le sont moins dans chacune des institutions. Quand l'institution traditionnelle privilégie des tâches où le nombre a un usage cardinal, l'institution Montessori propose rapidement des tâches où le nombre est décontextualisé. De même, l'institution traditionnelle française cloisonne et découpe les apprentissages en fonction de l'âge et selon des valeurs numériques. Nous nous interrogeons sur l'apport d'un tel découpage. Selon nous, il ne permet pas d'articuler les nombres les uns aux autres comme le propose l'institution Montessori, par exemple en confrontant l'élève systématiquement aux nombres de 1 à 10. Cette carte permet donc d'interroger des pratiques, des ressources voire des institutions. Cette carte pourrait, par exemple, être utilisée pour interroger le nouveau plan d'études romand autour de la construction du nombre.

VII - RÉFÉRENCES

Adjiage, R. (2007). Rationnels et proportionnalité : Complexité et enseignement au début du collège. *Petit x*, *74*, 5-33.

Ansari, A., & Winsler, A. (2014). Montessori public school pre-K programs and the school readiness of low-income Black and Latino children. *Journal of Educational Psychology*, *106*(4), 1066.

Besnier, S., Eysseric, P., & Le Méhauté, T. (2014). Mallette de ressources mathématiques pour l'école maternelle (MS-GS). *41e colloque international Copirelem*. Présenté à Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?, Mont de Marsan, France.

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 77-124.

Briand, J., Loubet, M., & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris: Hatier.

Chaachoua, H., & Bessot, A. (2016). *Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique*. Présenté à Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique., Castro-Urdiales, Espagne.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 1. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris, *Actes de la XIe École d'été de didactique des mathématiques* (p. 3–22). Corps, Grenoble: La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In S. Maury, M. Caillot (éds.). *Rapport au savoir et didactiques* (p.81-104). Paris : Fabert.

COPIRELEM. (2015). *Mallette maternelle : La construction du nombre*. Consulté à l'adresse www.arpeme.fr

Courtier, P. (2019). L'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants en maternelle. *Thèse de doctorat*, Université de Lyon.

Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en didactique des mathématiques*.

Dohrmann, K. R., Nishida, T. K., Gartner, A., Lipsky, D. K., & Grimm, K. J. (2007). High school outcomes for students in a public Montessori program. *Journal of research in childhood education*, *22*(2), 205–217.

Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *7*(2), 5-32.

Duprey, G., Duprey, S., & Sautenet, C. (2016). *Vers les maths : Grande section. Une progression vers les mathématiques à l'école maternelle* (6e édition). Schiltigheim: ACCES Editions.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*, 37–65. Consulté à l'adresse https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre* (Que sais-je ?, Vol. 3941). Presses universitaires de France.

Gardes, M.-L., & Courtier, P. (2018). Quelle manipulation, représentation et communication dans les ateliers Montessori de première numération ? *Grand N*, (101), 83-105.

Lillard, A., & Else-Quest, N. (2006). The early years : Evaluating Montessori Education. *Science*, *313*(5795), 1893-1894. https://doi.org/10.1126/science.1132362

Lopata, C., Wallace, N. V., & Finn, K. V. (2005). Comparison of academic achievement between Montessori and traditional education programs. *Journal of research in childhood education*, *20*(1), 5–13.

Margolinas, C. (2015). Des mathématiques à l'école maternelle. *Colloque international Des mathématiques à l'école maternelle*, 32–62. Ecole Normale Supérieure Centrale d'Ho Chi Minh ville.

Margolinas, C., & Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : L'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, *35*(2), 59. https://doi.org/10.7202/038729ar

Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : Une approche didactique*. De Boeck (Pédagogie et Formation).

Marshall, C. (2017). Montessori education : A review of the evidence base. *npj Science of Learning*, *2*(1), 11.

Miller, L. B., Dyer, J. L., Stevenson, H., & White, S. H. (1975). Four preschool programs : Their dimensions and effects. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 1–170.

Montessori, M. (2015). *Pédagogie scientifique (3ème édition)* (Vol. 1–2). Paris, France: Desclée de Brouwer.

Montessori, M. (2016). *Psychoarithmetic* (1re édition en 1934). Amsterdam: Montessori-Pierson Publishing.

Woodcock, R. W., McGrew, K. S., & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson tests of achievement*. Itasca, IL: Riverside Publishing.

RÔLE DE L'ESTIMATION DE LA MESURE DE LONGUEURS DANS LA COMPRÉHENSION DES UNITÉS DE MESURE ET DES LIENS QUI LES UNISSENT

Pascal SIRIEIX
Doctorant, UNIVERSITÉ DE CERGY-PONTOISE,
Laboratoire de didactique André Revuz (EA 4434), UA, UCP, UPD, UPEC, URN.
Pascal.sirieix@ac-versailles.fr

Résumé
Cette communication vise à présenter les résultats d'une partie d'une thèse en cours de rédaction.
Les résultats aux évaluations nationales CE2 et 6ème montrent que les élèves échouent à écrire des égalités simples (1 m = … cm / 400 m = … km) et donc méconnaissent les relations qui lient les unités usuelles de mesure de longueur.
Que manque-t-il dans les itinéraires d'apprentissages actuels qui pourrait expliquer cette méconnaissance ?
Des activités d'estimation de la mesure, associées à des activités de mesurage permettant de valider ces estimations, pourraient être une piste permettant aux élèves de mieux se représenter à quoi correspondent les unités de mesure.
Après avoir exposé l'objet de notre recherche, nous proposons quelques éclairages sur la notion d'estimation. Puis, nous évoquons nos hypothèses testées pouvant expliquer une éventuelle minoration de l'enseignement de l'estimation de la mesure dans les parcours d'apprentissage des élèves.
Enfin, nous présentons une situation proposée lors d'une expérimentation en classes, visant à développer, chez des élèves de CM2, leurs connaissances et leur compréhension du sens des unités usuelles de longueur et des liens qui les relient.
Par cette expérimentation, nous cherchons à montrer qu'un travail spécifique sur le mesurage et l'estimation de la mesure peut permettre d'améliorer la compréhension des relations unissant les unités usuelles de mesure de longueur chez les élèves.

I - PRÉSENTATION DE L'OBJET DE NOTRE RECHERCHE

1 Les élèves méconnaissent les relations qui lient les unités de mesure

Les résultats aux évaluations nationales montrent que moins de 20% des élèves arrivant au CE2 connaissent des équivalences entre les unités usuelles de mesure. C'est ce qui explique qu'un exercice du type « complète l'égalité 1 km = … m »[1] est classé en niveau de difficulté 4 (niveau de difficulté le plus élevé) dans la banque outil des évaluations CE2 de 2015.

Lorsqu'on regarde les résultats aux évaluations à l'entrée en 6ème, on se rend compte que de nombreux élèves sont encore en difficulté pour convertir des unités de longueur (ex. la conversion 630 mm = … cm n'est réussie que par 65% des élèves en 2005 – item 20 / la conversion 400 m = … km n'est réussie que par 49,8% des élèves en 2005 – item 21).

Dans son rapport, Durpaire (2006) écrit : « *Pour les mesures, plus d'un tiers des élèves des années 2000 ne savent pas convertir des kilogrammes en grammes ou des millimètres en centimètres. L'appel à l'écriture décimale fait encore chuter les résultats puisque seulement un sur deux convertit des mètres en kilomètres.* » (p. 21).
Outre la maitrise insuffisante des nombres décimaux, ces résultats montrent que les élèves méconnaissent les relations qui lient les unités de mesure de longueur. Cette méconnaissance pourrait être liée au fait que les élèves ne se représentent pas à quoi correspondent les unités de mesure.

[1] Extrait de l'exercice GM0106 de la banque outil des évaluations CE2 de 2015 publié sur Eduscol.

2 Deux pistes pour donner du sens aux unités de mesure

Les documents ressources d'accompagnement des programmes de 2015 « grandeurs et mesures au cycle 2 » et « grandeurs et mesures au cycle 3 » indiquent que « *l'enseignement des grandeurs et de leurs mesures doit permettre aux élèves de comprendre le sens des mesures et d'avoir une représentation la plus précise possible de ce à quoi correspond une mesure donnée*. » (p. 1).

Pour aider les élèves à comprendre les concepts et relations leur permettant de donner du sens aux unités de mesure, il nous semble pertinent de leur proposer des tâches de mesurage avec des instruments gradués en unités conventionnelles et des tâches d'estimation de mesures. Nous reviendrons sur les concepts, relations et procédures en jeu dans la construction du sens à la mesure.

2.1 Être capable d'utiliser des instruments de mesure conventionnels

Pour donner du sens aux unités de mesure, les élèves doivent être capables d'utiliser des instruments de mesure conventionnels. Savoir utiliser un instrument de mesure conventionnel est une compétence qui nécessite la maitrise de deux sous-compétences :

- d'une part, savoir choisir un instrument adapté au mesurage à effectuer en fonction de ses caractéristiques : longueur (que l'on peut mesurer sans avoir à reporter l'instrument), rigidité ou souplesse de l'instrument, précision de la graduation (en mm ou en cm…), origine de la graduation (au bord de l'instrument ou décalée).

- d'autre part, savoir effectuer un mesurage : savoir positionner l'instrument, savoir lire (et/ou éventuellement, calculer) la mesure. Or, à l'ère du numérique, dans la vie quotidienne, les mesures sont généralement directement affichées et lues sur l'instrument, contrairement aux anciens instruments qui, selon Butlen et Durpaire (2015), « *permettaient de comprendre les principes du mesurage.* » (p. 43).

Pour les aider à comprendre les principes du mesurage (report d'une unité constante sans chevauchement ni espace, notion d'additivité, origine de la mesure…), nous considérons qu'il faut permettre aux élèves de fréquenter (observer, décrire, nommer, construire, utiliser) des instruments variés.

2.2 Être capable d'estimer des mesures

Pour donner du sens aux unités de mesure, les élèves doivent aussi être capables d'estimer des mesures. Nous retenons la définition de Pizarro et al. (2015), pour qui l'estimation de la mesure s'appuie sur trois éléments :

- l'attribution, à une grandeur, d'une valeur numérique qui utilise des nombres les plus simples possibles ;

- l'exécution de la tâche de façon perceptive ;

- le lien de la perception à une connaissance précédente ou à l'image mentale d'un objet référent.

Les tâches « donner un ordre de grandeur », « donner une approximation/donner une valeur approchée », « apprécier une longueur ou une distance » peuvent être considérées comme des tâches d'estimation puisqu'elles répondent aux trois éléments cités. Il en est de même pour la tâche « donner un encadrement » même s'il s'agit alors d'indiquer, non pas une mais deux valeurs numériques entre lesquelles la valeur vraie d'un mesurande est comprise.

Nous avons choisi de travailler sur les mesures de longueurs car la longueur est la grandeur continue dont la quantité est la plus facile à percevoir visuellement.

II - QUELQUES ÉCLAIRAGES SUR LA NOTION D'ESTIMATION DE LA MESURE

Pour apporter ces éclairages, nous nous appuyons sur une abondante revue de littérature essentiellement anglo-saxonne et hispanique car la littérature française, à notre connaissance, n'a pas traité ce sujet.

1 Le rôle de l'estimation de la mesure

1.1 C'est une capacité utile au quotidien

Dans la vie réelle, on est plus souvent amené à estimer qu'à effectuer un mesurage (ex. on estime une distance avant de freiner).

On estime lorsqu'on ne dispose pas d'instruments de mesure ou lorsqu'on n'a pas besoin d'une mesure exacte pour être compris (ex. hier, j'ai parcouru une vingtaine de kilomètres à vélo).

Dans certaines professions (ex. agriculteur, menuisier, architecte…) savoir estimer est une compétence essentielle qui permet un gain de temps. Dans certains loisirs, cette compétence peut aussi s'avérer utile (ex. le golfeur estime la mesure de la distance qui le sépare du trou pour choisir un fer adapté).

1.2 C'est une capacité utile aux apprentissages mathématiques

L'estimation de la mesure est une tâche perceptive qui s'appuie sur la visualisation. La visualisation est une connaissance spatiale, qui permet de créer des images mentales (représentation mentale d'un objet absent), puis de les mobiliser, voire de les modifier (rectification, retournement, réagencement). Cette capacité est également utile en géométrie.

L'image mentale d'un objet auquel on associe la mesure d'une longueur constitue un « référent ».

Marchand (2006) cite plusieurs recherches qui montrent qu'il existe une corrélation entre le développement des connaissances spatiales et la réussite en mathématiques.

Si, comme nous l'avons dit, l'estimation permet de donner du sens aux nombres, à la mesure, elle permet également de relativiser l'image des mathématiques basée sur l'exactitude : plusieurs estimations de la mesure peuvent être déclarées acceptables, correctes.

Enfin, pour estimer une mesure il faut choisir une procédure, l'exécuter, évaluer la pertinence de la réponse et de la procédure suivie. Estimer, c'est donc résoudre un problème. En ce sens, l'estimation permet de développer des compétences nécessaires dans d'autres résolutions de problèmes mathématiques.

2 Les facteurs dont dépend la qualité d'une estimation de la mesure

2.1 Des facteurs qui sont liés aux individus

La qualité d'une estimation dépend des connaissances spatiales des individus.

De nombreuses études (Cassell, 1941 ; Crawford et Zylstra, 1952 ; Wilson, 1936 ; Wilson et Cassell, 1953), citées par Castillo (2012, p. 53) ont montré que la précision de l'estimation augmente avec l'âge et la pratique. Il est fort probable que ces deux facteurs soient liés : plus on vieillit et plus on a l'occasion d'estimer des mesures.

Castillo (2012) a montré que la qualité d'une estimation dépend également des procédures d'estimation mobilisables. Il faut donc enseigner des procédures d'estimation afin d'enrichir le répertoire de procédures de chacun.

2.2 Des facteurs qui sont liés aux tâches d'estimation

Crollen et al. (2013) ont montré qu'il est plus difficile d'estimer de grandes distances (effet de taille) et il est plus facile de discriminer visuellement, par exemple, 3 centimètres de 13 centimètres que 30 centimètres de 40 centimètres (effet de distance).

Joram et al. (1998) montrent que le report mental d'unités non conventionnelles (objets du quotidien, parties du corps) permet une estimation plus performante que le report mental d'unités conventionnelles. Mais cela est peut-être lié au fait que les anglais utilisent encore des unités de mesure de longueur liées au corps.

Joram et al. (1998) précisent par ailleurs, que de nombreuses études ont montré que l'encombrement de la distance à estimer provoque une surestimation généralisée. Il en est de même lorsque le type de tâche

d'estimation est une production (ex. tracer à main levée un segment qui mesure 12 centimètres de long). À l'inverse, on constate une sous-estimation généralisée lorsqu'on est en tâche de perception (ex. déterminer la mesure de la distance entre deux plots).

Callis et al. (2006) montrent que la forme de l'objet dont on considère la longueur influe également sur la précision d'une estimation : l'estimation de la mesure de la longueur d'un objet est plus facile quand l'objet est droit et de faible largeur.

3 Les procédures d'estimation pouvant être mobilisées

Hartono (2015) dresse un inventaire des procédures d'estimation possibles.

3.1 La comparaison à un référent

La comparaison à un référent d'une longueur sensiblement équivalente à celle de l'objet dont on considère la longueur et dont on a mémorisé la mesure est, selon de nombreux chercheurs, la procédure d'estimation de la mesure la plus efficiente mais elle a l'inconvénient de nécessiter la mémorisation de nombreux référents.

3.2 Le report mental d'un référent

Le report mental d'un référent d'une longueur inférieure à celle de l'objet dont on considère la mesure et dont on a mémorisé la mesure est, selon de nombreux chercheurs cités par Joram et al. (1998, p. 418), la procédure la plus utilisée mais chaque report mental est source d'erreur.

3.3 Le fractionnement mental d'un référent

Le fractionnement mental de l'objet dont on considère la longueur en parties égales pour obtenir plusieurs sections de longueur égale à celle d'un référent dont on a mémorisé la mesure, est une procédure qui nécessite la mémorisation de moins de référents mais qui est plus coûteuse cognitivement (calculs).

Il en est de même pour le fractionnement mental en deux parties inégales pour obtenir une section de longueur égale celle d'un référent dont on a mémorisé la mesure et une autre qui reste à estimer.

Toutes ces procédures d'estimation nécessitent de s'appuyer sur des référents mémorisés. Par exemple, pour donner une estimation de la mesure de la largeur de la table que j'ai devant moi, je peux m'appuyer sur la connaissance d'un référent mémorisé (un stylo a une longueur de 15 centimètres). Si je peux reporter mentalement 5 fois la longueur d'un stylo, alors je peux estimer que la largeur de la table mesure 75 centimètres.

Pour construire les relations entre les différentes unités usuelles de mesure, il est nécessaire de construire des référents pour chaque unité usuelle (ex. un cube emboitable mesure 1 centimètre de côté, une éponge mesure 10 centimètres de long, la règle du maitre mesure 1 mètre de long…) puis d'intégrer ces référents à un système de mesure en mettant en évidence, par exemple, qu'il faut aligner 100 cubes emboitables de 1 centimètre de côté pour obtenir la même longueur que la règle graduée du maitre, qu'il faut aligner 10 éponges de 10 centimètres de longueur pour obtenir la même longueur que la règle graduée du maitre…

4 Des pistes pour l'enseignement de l'estimation de la mesure

4.1 Enseigner en faisant deviner puis vérifier

Pour de nombreux chercheurs (Bright, 1976 ; Joram et al., 1998…), enseigner par devinette/vérification est une modalité qui permet d'enrichir le répertoire de référents. L'estimateur dit ou écrit l'estimation de la mesure puis effectue un mesurage instrumenté pour valider la qualité de son estimation.

Proposer un feed-back aux élèves sur leurs procédures d'estimation et sur la validité de leurs estimations est nécessaire pour enrichir leurs répertoires de référents et de procédures d'estimation. Il existe donc bien un lien très fort entre estimation et mesurage. On pourrait même dire qu'on apprend à estimer en mesurant.

4.2 Favoriser le partage de procédures

Permettre aux élèves d'échanger pour expliciter, comparer, voire hiérarchiser les procédures d'estimation mises en œuvre semble important. En effet, accéder à de nouvelles procédures permet plus aisément de s'adapter au contexte en fonction de ses connaissances.

4.3 Varier les tâches d'estimation

Joram et Garcia (2006) suggèrent d'engager les élèves dans des activités variées d'estimation. Il convient donc de proposer des tâches variées d'estimation tant en perception qu'en production.

Bright (1976), distingue huit tâches d'estimation de la mesure en perception que nous illustrons par des exemples personnels dans le tableau ci-dessous.

Cas	Objet présent		Objet absent	
	unité présente	unité absente	unité présente	unité absente
A	A1. Voici une corde. Donne la mesure de la distance séparant ces 2 plots en unités-corde.	A2. Combien de mètres séparent ces 2 plots ?	A3. Voici une règle d'un mètre. Combien mesure la longueur d'un bus en mètres ?	A4. Combien mesure la hauteur d'une bouteille d'eau d'1,5 litres ?
B	B1. Voici un tasseau de 2 mètres de long. Lequel de ces huit plots est situé à une distance de 6 fois cette unité ?	B2. Laquelle de ces cinq réglettes non graduées mesure 20 cm de long ?	B3. Voici une réglette de 20 cm. Quel objet ou animal peut mesurer 20 cm de long ?	B4. Qu'est-ce qui, selon toi, peut mesurer 15 cm de haut ?

Pour les cas A, il s'agit d'estimer la mesure d'une grandeur d'un objet en utilisant une unité de mesure, conventionnelle ou non, qui sert de référence. Pour les cas B, il s'agit de déterminer de quel objet il s'agit lorsqu'on connait la mesure d'une de ses grandeurs.

Lorsque l'objet (objet, animal par exemples) ou l'unité (une règle graduée par exemple) sont présents, la visualisation est favorisée.

À notre connaissance, il n'existe pas de typologie pour les tâches d'estimation en production.

4.4 Proposer de choisir un instrument adapté au contexte

Pour Richard Lehrer (2003), il est important de proposer aux élèves des tâches leur imposant d'émettre des hypothèses d'une part sur la mesure d'une grandeur d'un objet et d'autre part sur le choix de l'instrument adapté au mesurage à effectuer.

5 La validité d'une estimation de la mesure

Tracey Muir (2005) pense que les activités proposées aux élèves doivent être en cohérence avec ce qu'est l'estimation et que la qualité de l'estimation dépend de son enjeu. L'enseignant doit transmettre l'attitude qu'aucune estimation n'est incorrecte mais encourager ses élèves à faire des estimations aussi précises que possible. Selon le contexte, il est parfois judicieux de surestimer (ex. de combien de litres d'essence ai-je besoin pour effectuer un trajet ?) alors qu'en d'autres circonstances il sera préférable de sous-estimer (ex. quelle quantité de sel dois-je mettre dans ce plat ?).

Toutefois, dans le cadre de notre recherche, nous avons dû déterminer un seuil de validité des estimations.

La valeur d'une grandeur se définit par l'ensemble d'un nombre et d'une référence constituant l'expression quantitative d'une grandeur (ex. la valeur de la hauteur de ce meuble est de 180 centimètres).

L'estimation de la mesure permet, soit de donner un encadrement, soit de donner une valeur approchée d'une grandeur. Pour qu'une valeur approchée d'une grandeur soit considérée comme valide ou acceptable ou raisonnable, l'écart entre la valeur vraie (ou réelle) du mesurande et sa valeur estimée ne doit pas être trop important.

Suite à une revue de littérature, nous avons fixé comme limite de validité pour notre recherche, toute estimation dont la marge d'erreur est inférieure ou égale à +/- 20 % de la valeur réelle de la mesure. Cette marge d'erreur était celle retenue, dans la littérature explorée, pour des élèves de l'école

élémentaire. Elle s'est avérée pertinente dans un contexte où les longueurs dont il fallait estimer la mesure étaient comprises entre 1 cm et 2 m.

III - LES HYPOTHÈSES TESTÉES DANS NOTRE RECHERCHE

À partir du constat « les élèves ne donnent pas de sens aux unités de mesure de longueur », nous avons émis trois hypothèses pouvant le justifier. Nous précisons que ces hypothèses ne sont pas développées dans cet article mais qu'elles le seront dans notre thèse.

1 Hypothèse 1 : Les concepts, relations et procédures en jeu dans l'estimation de la mesure de longueur sont complexes

Pour éprouver la validité de cette hypothèse, nous avons effectué une revue de littérature afin d'identifier, vers quel âge, les concepts, relations et procédures mobilisées lors d'une estimation de la mesure sont acquis chez les élèves.

Nous relevons dans le tableau ci-dessous les âges moyens d'acquisition des concepts, relations et procédures de mesure nécessaires à l'estimation.

	MESURE	ESTIMATION
CONCEPTS	- **Notion d'unité** : **Itération** sans chevauchement ni espace (vers 9 ans) Itération d'une unité constante et égale (vers 8 ans) - **Notion d'additivité :** La longueur totale d'un objet est la somme des longueurs de ses parties (vers 6 ans)	
RELATIONS	**Relation inverse** : plus l'unité choisie est longue et moins le nombre d'unités est important → on peut associer plusieurs mesures à un objet (vers 7 ans).	
	Relations entre les unités conventionnelles (système décimal) (vers 9 ans).	**Relations entre les référents** : (ex. longueur de 5 empans = 1 mètre / hauteur de la poignée de la porte = 1 mètre et hauteur de la porte = 2 m)
PROCEDURES	- **Choix de l'instrument:** Adapté à l'objet à mesurer ou à la précision désirée - **Utilisation d'un instrument :** **Origine** et point zéro : tout point de la règle peut servir d'origine (vers 10 ans) **Lecture de la mesure**	- **Report mental d'un référent** dont on connait la mesure (ex. taille d'un homme…) - **Comparaison à un référent** dont on connait la mesure (ex. longueur piscine…) - **Fractionnement mental en 2 parties inégales** - **Fractionnement mental en parties égales** pour obtenir une longueur dont on connait la mesure (compétences de calcul mental)

Puis, nous avons testé individuellement 144 élèves du CE1 au CM2 sur les connaissances et compétences nécessaires à l'estimation de la mesure listées par Castillo et al. (2011). Ce test nous a notamment permis de déterminer l'âge moyen à partir duquel la relation « relations entre les unités conventionnelles » semble pouvoir se construire.

Nous n'y avons pas précisé les concepts (identification de la grandeur, conservation de la longueur), relations (transitivité, relation d'ordre) et procédures (de comparaison et d'opération sur les grandeurs) relatifs aux grandeurs et également mobilisés lors d'une estimation de la mesure.

2 Hypothèse 2 : Il existe une minoration de l'importance de l'enseignement de l'estimation de la mesure de longueur dans les textes prescriptifs

Pour éprouver la validité de cette hypothèse, nous avons étudié, dans le cadre de la théorie de l'activité développée en ergonomie cognitive, trois types de textes prescriptifs : les programmes (de 1882 à 2018), les évaluations nationales (CE1, CE2, CM2 et 6ème) et les manuels (5 collections du CP au CM2). Nous y avons recherché les types de tâche d'estimation de la mesure de longueurs prescrits, ce qui nous a conduit à élaborer notre propre typologie de tâches en lien avec leurs enjeux mathématiques.

Nos analyses nous ont permis de déterminer que l'estimation a quasiment toujours été présente dans les programmes et que sa présence s'accentue depuis 2002. Toutefois, les concepteurs des programmes semblent hésiter sur le niveau scolaire à partir duquel des activités d'estimation peuvent être proposées aux élèves. Dans les programmes actuels, l'estimation de la mesure de longueurs est prescrite dès le

cycle 2 mais au cycle 3, il faut consulter les documents ressources d'accompagnement des programmes pour la trouver détaillée.

Les évaluations nationales accordent peu d'importance à l'estimation de la mesure de longueur et les tâches d'estimation proposées sont peu variées. Il s'agit essentiellement de tâches en perception où l'estimation est « cachée » mais nécessaire pour réussir (ex. la hauteur d'une table est de 80… / la mesure de la longueur d'une salle de classe est de 8 cm, 8 m ou 8 km ?).

Selon les collections de manuels, l'importance de la place accordée à l'estimation de la mesure peut varier énormément. Toutefois, ce sont encore les mêmes types de tâches qui prédominent et rares sont les activités proposées où les élèves doivent déterminer une valeur numérique et une unité de mesure sans avoir à choisir parmi plusieurs réponses.

3 Hypothèse 3 : Il existe une minoration de l'importance de l'enseignement de l'estimation de la mesure de longueur chez les enseignants

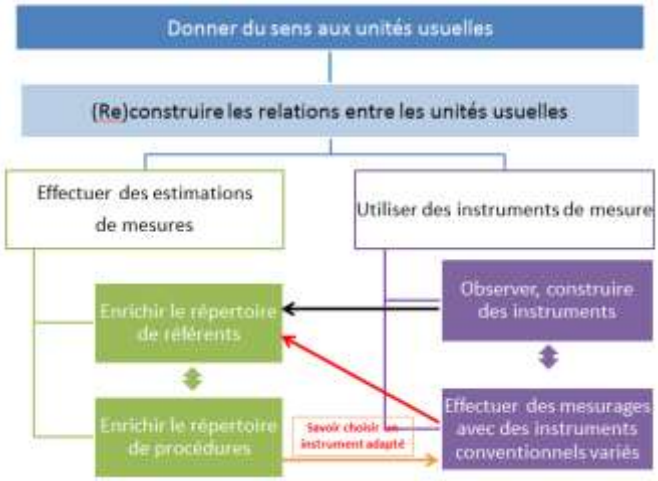
Pour éprouver la validité de cette hypothèse, nous avons conçu et diffusé un questionnaire auprès de 200 enseignants de CE1 à CM2 de février à mars 2017. En appui sur les travaux de Shulman (1987), nous avons questionné leurs connaissances mathématiques (définition de l'estimation, procédures d'estimation à enseigner), leurs connaissances didactiques (choix des tâches d'estimation, choix des institutionnalisations effectués) et leurs connaissances subjectives (croyances sur l'importance de l'enseignement de l'estimation de la mesure et sentiment de clarté des programmes à ce sujet).

Si les enseignants déclarent ne pas sous-estimer l'importance de l'enseignement de l'estimation, nous avons pu déterminer qu'ils sont globalement dans l'incapacité de définir l'estimation et de proposer des pistes pour l'enseigner.

4 Vers une quatrième hypothèse

La détermination du degré de validité de ces hypothèses nous a amené à émettre une quatrième hypothèse : en proposant quelques tâches d'estimation de la mesure associées à des tâches de mesurage à l'aide d'instruments de mesure conventionnels, il est possible d'améliorer, chez des élèves de CM2, leurs connaissances et leur compréhension des unités de mesure de longueur. C'est sur la validation de cette hypothèse qu'est développée la suite de cet article.

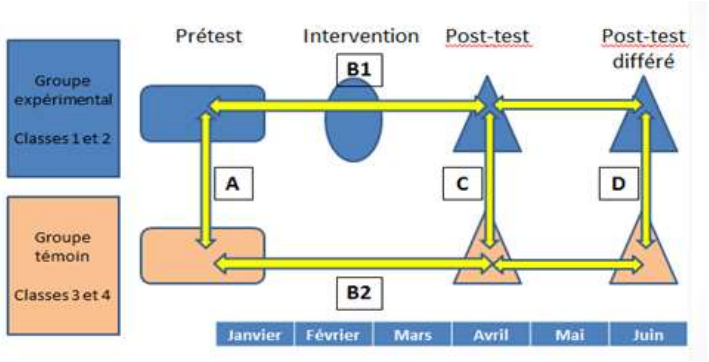
Si cette hypothèse se vérifie alors il semble important d'inciter les enseignants à accorder une plus grande place aux tâches d'estimation et de mesurage dans les itinéraires d'apprentissage qu'ils proposent à leurs élèves, et ce dès le début du cycle 2. Cette approche est schématisée ci-dessous dans ce qui pourrait constituer les axes d'un dispositif d'enseignement.



Il s'agit de permettre aux élèves de développer leurs compétences « savoir effectuer des estimations de mesures » et « savoir utiliser des instruments de mesure » dans le but de leur faire (re)construire les liens qui relient les unités usuelles et de leur permettre ainsi de donner du sens aux unités usuelles du système métrique.

L'enrichissement de répertoires de référents et de procédures et la fréquentation d'instruments lors d'observations et de mesurages sont les moyens permettant d'atteindre l'objectif visé.

Afin de mesurer les effets d'un enseignement sur l'amélioration de la compréhension du sens donné aux unités de mesure usuelles, voici le scénario du dispositif d'expérimentation que nous avons élaboré.



En A, une analyse des réponses des élèves au prétest nous a permis de répartir les quatre classes dans les deux groupes (expérimental et témoin) afin que ces deux groupes puissent être relativement homogènes.
En B1, les deux classes du groupe expérimental ont bénéficié d'une intervention de quatre séances alors qu'en B2, cela n'a pas été le cas pour les deux classes du groupe témoin.
En C, une analyse des réponses des élèves recueillies lors du post-test, nous a permis de déterminer comment les deux groupes ont évolué entre le prétest et le post-test, de mesurer les effets de notre intervention et de valider la pertinence de notre hypothèse.
En D, l'analyse des résultats des élèves au post-test différé nous a permis de mesurer la permanence des constats effectués précédemment et d'affiner nos observations.

IV - PRÉSENTATION ET ANALYSE D'UNE SITUATION PROPOSÉE EN CLASSES DE CM2

1 Contexte général des interventions

Afin de pouvoir s'appuyer sur les évaluations nationales de 6ème aux items relatifs aux égalités d'écriture de mesure de longueur, et parce que les relations entre les unités semblent commencer à se construire à partir du CM1, nous avons envisagé une expérimentation durant quatre séances en classes de CM2.

Les trois autres séances mises en œuvre durant l'expérimentation se décomposent en trois temps : un temps où les élèves sont en tâche de production (montrer un écart entre ses mains dont la mesure de la longueur est donnée, tracer un segment ayant une mesure donnée), un temps où les élèves enrichissent leur répertoire de référents (devine puis vérifie) et un temps plus long durant lequel une situation leur est proposée.

La situation « tyrolienne » que nous allons analyser, est proposée lors de la deuxième séance de la séquence. Nous avons choisi de présenter cette situation car c'est celle qui illustre le mieux les intentions que nous avons précisées dans notre schéma relatif à un dispositif d'enseignement souhaité.

2 Informations générales sur la séance

La séance dure 50 minutes : 35 minutes dans la cour (ou le gymnase) suivies de 15 minutes en classe.

Les élèves sont conduits dans la cour (ou le gymnase) où l'installation matérielle, représentant la situation évoquée dans le problème, a été effectuée par l'enseignant avant la séance (cf. schéma ci-dessous). Le travail dans le méso-espace permet d'une part, de réinvestir et de reconstruire des connaissances mobilisées habituellement dans le micro espace (mesurage, distance, alignement) et d'autre part, de traiter des distances inhabituelles pouvant enrichir le répertoire de référents.

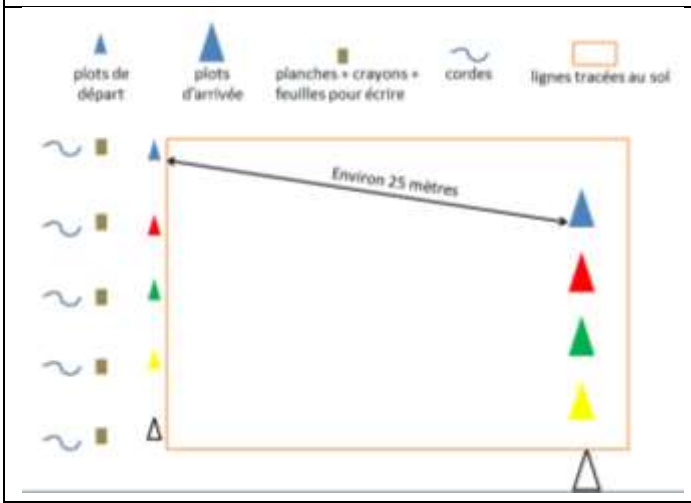
Dans chacune des deux classes, les élèves sont répartis en 5 groupes (de 4 à 5 élèves) qui travailleront en parallèle. Le travail en groupe semble pertinent pour les phases de mesurage qui ne peuvent être effectuées seul. Cela permet également les échanges de procédures lors des phases d'estimation et de calcul. Toutefois, si chaque groupe peut avancer à son rythme, il est possible que le travail des uns influence le travail des autres.

Le problème suivant est lu par l'enseignant. « *Un scientifique veut s'isoler pendant plusieurs mois dans une bâtisse (le grand plot) située au fond du grand jardin, de sa propriété familiale (le petit plot).*
Pour être ravitaillé quotidiennement en nourriture par sa famille, il veut installer une tyrolienne (horizontale et motorisée) lui permettant cet unique échange avec le monde extérieur. » L'habillage du problème proposé ne

semble pas particulièrement utile et peut avoir un effet distracteur. De plus, l'énoncé utilise un lexique compliqué (tyrolienne, bâtisse).

Les consignes successives données aux élèves sont les suivantes :
Phase 1. Donner, de derrière le plot de départ, une estimation de la distance entre les deux plots en unités-corde ;
Phase 2. Donner, de derrière le plot de départ, une estimation de la distance entre les deux plots en unités usuelles ;
Phase 3. Effectuer un mesurage de la distance entre les deux plots en reportant l'unité corde ;
Phase 4. Calculer, de derrière le plot de départ, la distance entre les deux plots à l'aide du matériel fourni (une règle non graduée d'1 mètre / deux paires de réglettes non graduées) ;
Phase 5. Mesurer la distance entre les deux plots à l'aide d'un triple décamètre.

Une feuille réponse reprenant les consignes est fournie à chaque groupe (cf. ci-dessous). Elle permet de guider le travail des élèves. Pour la question 3 « à l'aide du matériel fourni, trouvez la distance séparant vos deux plots », le choix de ne pas écrire la question intermédiaire « trouvez la mesure de la longueur de la corde » nous parait judicieux puisqu'il permet de ne pas faire apparaitre la procédure de résolution du problème. Toutefois, nous pensons qu'il serait pertinent, en plus du résultat, de demander d'indiquer le calcul effectué afin de pouvoir récupérer aisément le résultat intermédiaire (mesure de la corde en unités usuelles) et faciliter l'analyse des résultats.

Schéma de la disposition matérielle	La feuille consigne
	

À l'issue de leurs recherches les élèves sont regroupés en classe pour effectuer un bilan de la séance.

3 L'analyse a priori des choix des valeurs des variables didactiques

Cette analyse est effectuée dans le cadre théorique de la double approche ergonomique de Robert et Rogalski (2002). Dans le cadre de ce compte rendu de communication, c'est essentiellement la composante cognitive qui est prise en compte.

Les plots sont placés, à l'aide d'un référent corporel (le pas) donc sans mesurage instrumenté à une distance approximative de 25 mètres l'un de l'autre. Le choix d'une distance approximative est conforme à un critère de reproductibilité mais ne permet pas de maitriser les nombres en jeu (fractionnaires, décimaux, entiers). Le choix d'une distance proche de 25 mètres permet de se doter d'un référent pour une telle distance et offre la possibilité de donner une estimation de la mesure en comparant la distance à des référents tels que : longueur d'une piscine, longueur d'un terrain de sport.

La corde est non rigide, ce qui permet d'obtenir une mesure par fractionnement de l'unité mais elle nécessite d'être tendue pour être rectifiée et tendue de façon similaire pour pouvoir parler d'unité constante. Elle a des adhésifs à ses extrémités, ce qui complique le repérage de l'origine et de la fin du « segment corde » pour les élèves. Elle mesure 2,43 mètres de long. La mesure de sa longueur est proche de 2,5 mètres (soit un rapport de 1 à 10 avec la distance en jeu). Le choix de cette mesure implique, par

ailleurs, le report de chacune des unités (règle d'1 m / réglettes de 10 cm et de 1 ou 2 cm) lors du calcul de la mesure de la longueur de la corde.

La règle d'un mètre est non graduée et n'est fournie qu'en un seul exemplaire. La mesure de sa longueur est donnée.

Les réglettes d'un centimètre et d'un décimètre sont fournies par paires et la mesure de leurs longueurs n'est pas donnée. Le choix de ces dimensions permet la construction d'une image mentale pour chaque unité : centimètre et décimètre.

Le triple décamètre est le seul instrument fourni pour le mesurage. Il est gradué en centimètres. Le nombre des mètres est écrit en rouge et celui des centimètres en noir. Il a un crochet à son extrémité ce qui peut rendre difficile l'identification de l'origine de la graduation.

La calculette n'est fournie qu'à la demande des élèves lors de la phase de calcul. Cela permet de favoriser d'autres procédures de calcul (posé, mental, en ligne).

4 L'analyse *a posteriori*

Pour notre analyse qualitative et quantitative a posteriori, nous considérons les dix groupes constitués par les élèves des deux classes expérimentales.

4.1 Durant les phases 1 et 2 (phases d'estimation de la mesure de la distance entre les deux plots)

Qualité des estimations.

Nous constatons une sous-estimation généralisée de la mesure de la distance entre les deux plots, que ce soit en unités-corde (7 groupes sur 10) ou en unités usuelles (8 groupes sur 10). Ces résultats confirment les conclusions, relatives à l'estimation en tâche de perception, relevées par de nombreux chercheurs.

Les estimations en unités usuelles ont été mieux réussies que celles en unités cordes. Six groupes sur dix ont proposé une estimation valide, c'est-à-dire dans la fourchette de 20%, de la mesure de la distance entre les deux plots. Cela infirme les résultats relevés par de nombreux chercheurs anglo-saxons.

L'estimation de la mesure en unités corde est exprimée par un nombre entier de reports de l'unité corde. Un seul groupe donne une estimation en précisant « et demie ».

Sept groupes sur dix utilisent un nombre « simple » (arrondi à l'entier de mètre) lors de l'estimation en unité usuelle. Les trois autres groupes expriment l'estimation de la mesure à l'aide d'un nombre utilisant une écriture décimale.

Procédures d'estimation mises en œuvre.

Nous n'avons pas pu interroger l'ensemble des élèves. Les 17 élèves interrogés individuellement et aléatoirement à l'intérieur de chaque groupe des deux classes, déclarent majoritairement (52,9%), lors de la phase d'estimation en unités usuelles, avoir procédé par report mental d'un référent (grand pas, règle de la maitresse, hauteur d'une porte) mais lorsqu'on leur demande s'ils ont réellement eu le temps de compter les reports, ils essaient mentalement et modifient le nombre de reports mentaux. Conformément aux résultats des recherches antérieures, c'est bien la procédure d'estimation la plus utilisée.

Le hasard est la procédure citée par plus d'un tiers des élèves qui ne savent pas expliciter leur procédure.

Un seul élève, de la classe 2, a proposé de fractionner la distance en se repérant à un arbre de la cour. Il déclare connaitre la distance du plot de départ à l'arbre pour avoir déjà compté les pas qui les séparent. Toutefois l'arbre n'est pas dans l'alignement des deux plots.

Aucun élève n'a comparé la distance à la mesure d'un référent, ce qui confirme que les élèves disposent de peu de référents pour des longueurs supérieures à deux mètres.

4.2 Durant la phase 3 (mesurage de la distance entre les deux plots avec la corde)

Résultats.

Trois groupes sur dix écrivent avoir reporté un nombre pile d'unités corde entre les deux plots.

Deux groupes écrivent un nombre entier de reports suivi de « et demi » et un groupe écrit un nombre décimal de reports (10,5 fois). Dans les deux cas, c'est une estimation (pas de pliage de corde observé).

Un groupe écrit « 11,1 tiers » pour exprimer 11 unités et 1/3 d'unité. Ce groupe a procédé à un pliage en trois de la corde.

Deux groupes utilisent un système d'unités. L'un écrit « 10 cordes et 30 cm », mais les 30 centimètres sont estimés, alors que l'autre groupe écrit « 10 cordes et 1 pied » après avoir ajouté physiquement un pied pour atteindre le plot d'arrivée.

Un groupe donne une estimation en unité usuelle (consigne non comprise).

Qualité du mesurage.

Dans tous les groupes, nous observons des mesurages imprécis. La corde est rarement tendue et aucun des groupes ne pense à positionner un élève derrière l'un des plots pour guider l'alignement. Un groupe se trompe dans le dénombrement des reports.

4.3 Durant la phase 4 (calcul de la mesure de la distance entre les deux plots)

Détermination de la mesure de la longueur des différentes réglettes.

Un important étayage de l'enseignant a été nécessaire car les élèves considéraient qu'une estimation de la longueur de la corde (2 m) et/ou des réglettes orange (10 cm) et blanches (entre 1mm et 2 cm) était suffisante. L'enseignant a dû insister pour que les élèves prouvent la justesse de leurs estimations et passent par la commensuration.

Dans tous les groupes, les élèves ont prouvé que les réglettes orange mesuraient 10 cm de long et que les réglettes blanches mesuraient 1 cm de long en s'appuyant sur leurs connaissances 1 m = 10 x 10 cm et 10 cm = 10 x 1 cm.

Mesurage de la longueur de la corde.

L'absence de question intermédiaire nous a obligé à inférer, à partir des informations notées sur les feuilles, certaines mesures des longueurs de corde.

Tous les groupes ont fourni une information sur leur feuille exprimée par un nombre décimal non entier de mètres.

Les mesurages sont globalement imprécis et les mesures obtenues inférieures à la valeur réelle : corde peu tendue, origine de la mesure mal définie à cause de l'adhésif situé aux extrémités de la corde, espacement laissé entre deux reports.

Seul un groupe a donné une mesure supérieure à sa valeur réelle. Les élèves ont probablement dû déplacer une réglette vers l'origine lors d'un report.

Calcul de la mesure de la distance entre les 2 plots.

Cette étape de la phase 4 a posé de très gros problèmes aux élèves. Tous les groupes fournissent une réponse mais, pour la moitié des groupes, l'absence de demande de noter les calculs sur la feuille, ne permet pas de comprendre comment les groupes parviennent à leur résultat.

Parmi les autres groupes, trois passent par le calcul posé et échouent (technique opératoire de la multiplication d'un entier par un décimal en cours d'apprentissage). Parmi eux, les élèves de deux groupes s'affranchissent d'une partie décimale puis décomposent l'opération en multipliant par 10 (ou 11) les entiers d'un côté, les décimaux par 10 (ou 11) de l'autre et en additionnant le tout. Les trois groupes essaient plusieurs fois cette procédure sans succès.

Un seul groupe réclame et utilise une calculette. Il obtient un résultat juste… pour un calcul faux (multiplication de la mesure de la longueur de la corde par 10 et non par 10,5 unités corde).

Un groupe, qui avait la chance d'avoir obtenu un nombre entier de cordes pour exprimer la mesure de la distance entre les 2 plots, se lance dans du calcul mental mais ne multiplie par 10 que la partie entière.

4.4 Durant la phase 5 (mesurage de la distance entre les deux plots avec le triple décamètre)

Seulement quatre groupes ont réalisé un mesurage précis (origine à la base des plots, tension de l'instrument, lecture de la mesure sur l'instrument correcte). Les six autres groupes ont effectué un mesurage imprécis pour trois raisons, qui peuvent se combiner :

* positionnement approximatif de l'instrument : à côté, au centre ou au-dessus des plots au lieu de le positionner entre les bases des deux plots ;

* absence de tension du ruban ;

* lecture approximative de l'instrument : les élèves ne lisent que les nombres écrits en rouge ou que les nombres écrits en noir. Le dialogue entre pairs et/ou l'intervention de l'enseignant ont permis d'améliorer la qualité de la lecture.

Dans aucun des groupes, les résultats de la mesure obtenus ne sont commentés. Il semblerait que les élèves ne fassent pas de lien avec les résultats obtenus par estimation et ceux obtenus par calcul ou par mesurage, ce qui est possiblement lié au nombre important de phases dans la situation.

V - CONCLUSIONS

1 Pertinence de la situation proposée

Pour déterminer la pertinence de la situation proposée, nous proposons de revenir sur chacun des objectifs visés par notre dispositif d'enseignement.

1.1 Les élèves ont-ils pu enrichir leur répertoire de référents ?

Le référent pour 25 mètres (longueur de la distance matérialisée entre les deux plots) n'est pas évoqué durant la phase de bilan effectuée par l'enseignant et aucun autre référent n'est apporté (ex. longueur d'une piscine).

La matérialisation de référents pour 1 centimètre, 10 centimètres (ou 1 décimètre), et 1 mètre a permis la construction d'images mentales pour ces unités usuelles.

1.2 Les élèves ont-ils pu enrichir leur répertoire de procédures d'estimation ?

Lors du bilan, beaucoup d'élèves disent avoir répondu au hasard ou ne pas savoir expliquer leur procédure. C'est l'enseignant qui introduit les termes « référent » et « report mental » en s'appuyant sur les procédures décrites par certains élèves afin de doter les élèves d'un vocabulaire commun.

La situation a permis, lors de la phase de bilan, d'échanger sur diverses procédures d'estimation mais seul le report mental d'un référent est apparu alors que le fractionnement mental du mesurande avait été utilisé par au moins un élève.

1.3 Les élèves ont-ils effectué des mesurages ?

L'enseignant n'a pas pris connaissance des mesures relevées sur les feuilles des groupes avant la phase de bilan. Toutefois, durant cette phase, il permet aux élèves de revenir sur les difficultés rencontrées lors des différents mesurages. Certaines de ces difficultés, ayant générer des imprécisions, sont évoquées (difficultés à repérer les endroits des juxtapositions lors des reports, difficultés à respecter un alignement lors des reports, difficultés à utiliser une corde tendue…), d'autres non (difficultés liées à la présence de l'adhésif sur la corde, difficultés à identifier l'origine sur le triple décamètre, difficultés à placer les extrémités de l'instrument à la base de chaque plot).

L'enseignant ne revient pas sur les problèmes de lecture de la mesure rencontrés par les élèves. Il aurait pourtant été intéressant de demander aux élèves comment ils avaient fait pour déterminer la mesure alors que toutes les graduations n'étaient pas numérotées.

L'abord, dans le méso espace, des notions d'itération de l'unité sans espace ni chevauchement, d'additivité, d'alignement nous permet de repérer que ces notions restent encore à construire.

1.4 Y a-t-il eu (re)construction des relations entre les unités usuelles ?

La situation permet, à condition de demander aux élèves de vérifier leurs estimations, en reportant par juxtaposition dix fois une unité sur une autre, de (re)construire le lien entre le centimètre et le décimètre et entre le décimètre et le mètre.

Durant la phase de bilan, l'enseignant insiste sur ce point et fait formuler des équivalences d'écritures qu'il note au tableau.

2 Propositions d'ajustements

Nous n'avons décrit qu'une seule des situations proposées durant l'expérimentation en classes. Cette situation nécessite des ajustements pour être plus efficace en termes d'apprentissages. Voici quelques propositions :

- L'habillage du problème pourrait être supprimé.
- Il faudrait ajouter des demandes de justification des réponses sur la feuille « consignes » afin d'avoir accès plus aisément aux procédures d'estimation et de calcul. De même, il nous semble intéressant de pouvoir mettre en regard les trois mesures obtenues (par estimation, par mesurage, par calcul) afin de donner davantage de sens au travail des élèves.
- La corde pourrait avantageusement être remplacée par un tasseau ce qui supprimerait le problème de l'adhésif et de la rectitude (tension).
- Il serait judicieux de fournir une douzaine de réglettes à chaque groupe afin qu'ils puissent matérialiser visuellement le rapport décimal entre deux unités successives.
- La phase de calcul pourrait être facilitée en éliminant la phase de mesurage en unités corde et en annonçant aux élèves que la mesure de la distance entre les deux plots est de 10 unités corde. Cela nécessite d'installer, à l'aide d'un instrument, les plots d'arrivée à 23,40 mètres des plots de départ. Calculs mental et posé seraient alors plus accessibles aux élèves.
- La phase de bilan pourrait être différée afin de prendre le temps d'analyser les erreurs des élèves.

3 Retour sur la quatrième hypothèse

Un enseignement regroupé, même sur une période courte, semble, dans les classes expérimentales, améliorer la qualité des estimations, conduire à une relative homogénéisation des référents utilisés et à un enrichissement des procédures d'estimation mobilisables. Cela semble logique et démontre que plus on pratique et plus on est performant.

Mais l'enjeu principal était de mesurer les effets d'un enseignement de l'estimation et du mesurage regroupé sur une période courte, sur la connaissance des relations entre les unités usuelles. Pour cela, nous avons proposé, lors du post test, aux élèves des quatre classes de notre expérimentation, des conversions.

Pour mesurer les effets de cet enseignement, nous avons comparé les résultats obtenus par les élèves des classes expérimentales à ceux des élèves des classes témoins.

Les résultats obtenus montrent qu'un tel enseignement semble permettre aux élèves des classes expérimentales de mieux construire les liens qui unissent les unités usuelles lorsqu'il s'agit de passer d'une unité de mesure exprimée par un nombre entier vers une unité de mesure qui sera exprimée par un nombre entier.

Mais, dès lors que les nombres en jeu sont des décimaux non entiers, d'autres apprentissages influent sur les résultats et le travail spécifique mené durant quelques séances, dans les classes expérimentales, ne semble pas avoir eu une réelle incidence sur la qualité des conversions effectuées par les élèves.

Nous pensons néanmoins qu'il est possible de permettre aux élèves de donner davantage de sens aux unités de mesure, et plus tôt dans leur scolarité, en leur proposant davantage de tâches d'estimation et de mesurage.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Bright, G. W. (1976). Estimation as part of learning to measure. In D. Nelson & R. E. Reys (Eds.), *Measurement in school mathematics : 1976 yearbook*, 87-104. NCTM.

Butlen, D., Durpaire, J. L. (2015). Enseigner les mathématiques à l'ère du numérique - chapitre « grandeurs et mesures ». Eds. Réseau CANOPE, 41-47.

Callis, J., Fiol, M. L., De Luca, C. et Callis, C. (2006). Estimacion metrica longitudinal en la education primaria. Factores implicitos en la capacitad estimativa metrica. 13 pages, version électronique.

Castillo, J.J., Segovia, I., Castro, E., y Molina, M. (2011). Estudio sobre la estimación de cantidades continuas : longitud y superficie. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - pp. 165-172). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Castillo M. J. J. (2012). Estimacion de cantidades continuas : longitude y superficie. (Thèse soutenue à l'université de Grenade).

Crollen, V., Grade, S., Pesenti, M. et Dormal, V. (2013). A common metric magnitude system for the perception and production of numerosity, length and duration. Frontiers. *Psychology n°* **2013/4:449** (non paginé).

Dougherty, B. J. et Venenciano, L. C. H. (2007). Measure up for understanding. *Teaching Children Mathematics.* Vol. **13, N°9** (May 2007), 452-456. NCTM.

Durpaire, J. L. (2006). Rapport de l'Inspection Générale de l'Education Nationale n° 2006-034 de juin 2006 sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire.

Hartono, R. (2015). Promoting the development of student's individual frame of reference to support length approximation/estimation skills. Thèse déposée à l'université de Sriwijata.

Joram, E., Subrahmanyam, K. & Gelman, R. (1998). Measurement estimation : learning to map the route from number to quantity and back. *Review of educational research winter 1998,* Vol. **68, N° 4**, *413-449.*

Joram, E. et Garcia, F. (2006). Taking a closer look at measurement. Using teacher read alouds of nonfiction to develop student's measurement sense. *Iowa council of teachers of mathematics journal*, **33**, 47-53.

Lehrer, R. (2003). Chapitre 2 Developing understanding of measurement. In Kilpatrick, J., Martin, W. G., & Schifter, D., *A research companion to Principles and Standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics., 179-192.

Marchand, Patricia (2006). Comment développer les images mentales liées à l'apprentissage de l'espace en trois dimensions. *Annales de didactique et de sciences cognitives,* Vol. **11**, 103-121. IREM de Strasbourg.

Muir, T. (2005). When near enough is good enough. APMC **10 (2),** 9-14.

Pizarro, N., Gorgorio, N., Albarracin, L. (2015). Primary teacher' approach to measurement estimation activities. *In Konrad Krainer, Nada Vondrova. CERME 9, Prague, Czech republic, 3227-3233.*

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants en mathématiques : une double approche. *In La revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies* **2:4**, 505- 528.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching : foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, Vol. **57, (1)**, 1-22.

QUELLES CONDITIONS POUR UNE FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS DU 1ER DEGRÉ EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES PAR LE TRAVAIL SUR LE MÉMOIRE ?

Sylvie GRAU
Professeure de mathématiques, ESPE UNIVERSITÉ DE NANTES
Laboratoire du CREN
sylvie.grau@univ-nantes.fr

Résumé
Les stagiaires professeurs des écoles doivent élaborer une problématique dans le cadre de l'écriture de leur mémoire ou écrit réflexif. Souvent la didactique des mathématiques est absente des sujets proposés par les stagiaires du premier degré. Pourtant il est possible d'utiliser cet espace de formation pour amener les stagiaires à prendre conscience de ce que la didactique peut apporter à leur enseignement (Le Bas, Lebouvier, & Ouitre, 2013). En particulier, les séminaires recherches peuvent être un lieu pour travailler certaines compétences professionnelles comme le choix d'activités réellement génératrices d'apprentissages ou l'institutionnalisation des savoirs. Nous analyserons un exemple de séminaire de recherche en Master 2 premier degré qui a réellement permis un déplacement professionnel des stagiaires et chercherons à identifier des conditions favorables à ce travail. Nous nous appuierons sur les travaux de recherche au sein de l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation de Nantes qui visent à identifier les obstacles épistémologiques à une représentation didactique du savoir enseigné (Fabre, 2007). Ces obstacles sont constitués de croyances forgées au fil des différentes expériences des étudiants. Il s'agira d'identifier en quoi la formation initiale peut renforcer ou non ces croyances et en particulier le rôle des entretiens dans cette construction professionnelle des étudiants (Clot, 2001).

En Master 2 les stagiaires professeurs des écoles ont une lourde charge de travail. Ils sont stagiaires en responsabilité dans une classe à mi-temps, ils doivent suivre les cours et produire les travaux demandés dans le cadre de leur formation. Une des contraintes, souvent mal perçue, est la rédaction d'un mémoire pour ceux qui doivent valider leur master, ou d'un écrit réflexif pour ceux qui ont déjà le niveau d'étude requis mais doivent valider leur année de formation pour pouvoir être titularisés. Suivant les universités, le suivi de ces travaux peut prendre des formes très différentes. A l'ESPE de Nantes, un groupe de recherche travaille sur la question de la formation au regard didactique. A partir d'études de cas, nous essayons de repérer les conditions qui permettent aux enseignants stagiaires de dépasser l'obstacle de la dichotomie savoir/pédagogie. L'analyse des échanges lors des séminaires de recherche d'enseignant stagiaire en collège ou lycée a permis de formuler deux éléments : l'analyse didactique doit porter sur la manière de mettre en œuvre une solution théorique d'enseignement et il faut que l'analyse permette une projection dans une séquence qui sera mise en œuvre dans une des classes que le stagiaire a en responsabilité. La question se pose un peu différemment pour les enseignants polyvalents du premier degré (élèves de 2 à 11 ans). Le travail en séminaire de recherche peut-il amener le professeur stagiaire à développer une vigilance didactique ? Nous allons analyser un cas et essayer de tirer de cette analyse quelques conditions favorables pour penser des scénarios de formation au regard didactique en mathématiques.

I - LA MISE EN PLACE DE LA PROBLÉMATIQUE DES SUJETS D'ÉCRITS RÉFLEXIFS ET DE MÉMOIRES

La différence entre les deux types d'écrit dans notre ESPE (mémoire et écrit réflexif) est dans le volume attendu, le suivi (le mémoire est prioritairement suivi par des enseignants chercheurs), mais aussi dans la

démarche qui est une démarche scientifique pour le mémoire alors que l'écrit réflexif est plutôt une analyse réflexive et critique d'une situation professionnelle, qu'elle soit rétrospective ou prospective (voir Fig.1). Le cadrage est donc beaucoup plus théorique pour le mémoire alors que pour l'écrit réflexif la théorie vient en appui de l'analyse. Dans les deux cas, la question initiale, avant d'être une question de recherche, est le plus souvent une question liée à un problème rencontré professionnellement dans la classe. Tout le travail de la première période, de la rentrée à novembre, consiste à construire une problématique à partir de cette question de départ. Plusieurs organisations ont été expérimentées à l'ESPE de Nantes car la difficulté est de pouvoir attribuer à chaque stagiaire un tuteur ou une tutrice de mémoire ayant des compétences dans le domaine de recherche choisi par le stagiaire. Les professeurs des écoles stagiaires déjà détenteurs d'un master bénéficient d'une formation adaptée spécifique FAS, le suivi est alors organisé différemment. Chaque groupe bénéficie de deux ou trois formateurs. Les professeurs stagiaires sont répartis, chaque formateur a la charge du suivi de trois à huit stagiaires sur l'année. Ainsi, le formateur accompagne le travail de recherche, mais il assure aussi les visites en classe, participe au bilan intermédiaire, à l'écriture de l'avis final. Chaque formateur assure aussi des heures de cours autour de la « mise en situation professionnelle » qui regroupe des temps d'analyse de pratique, de travail autour de questions transdisciplinaires comme la gestion de classe, la relation avec les familles, la différenciation, l'évaluation, les styles pédagogiques etc. Le formateur peut aussi intervenir sur d'autres champs disciplinaires. J'interviens par exemple sur la formation en mathématiques. L'avantage est que le stagiaire a affaire à une personne référente qu'il va rencontrer dans des situations de formation très différentes, ce qui permet de tisser des liens entre théorie et pratique, mais aussi entre les disciplines (didactique disciplinaire, disciplines scolaires, sciences cognitives, psychologie, sociologie...). Nous allons analyser un dispositif mis en place pour un groupe de stagiaires ayant ce profil.

Dès la rentrée, les stagiaires sont répartis entre formateurs. Pour cela, il leur est demandé de réfléchir à une question qu'ils souhaitent étudier dans le cadre de leur recherche pour les regrouper par thématiques. Les questions sont alors très souvent tournées autour de la gestion de la classe. Si on reprend les travaux de Charles-Pézard (Charles-Pézard, 2010), les pratiques des professeurs des écoles débutants ont deux dimensions complémentaires mais qui peuvent parfois entrer en contradiction : installer la paix scolaire et exercer une vigilance didactique. Pour les stagiaires en formation, « tenir sa classe » est la première condition pour pouvoir enseigner, installer son autorité est le premier objectif. D'où vient cette représentation qui semble être la norme ? Beretti (2019) parle d'une dualité :

« L'autorité entretient un double rapport à la norme : d'une part l'autorité de l'enseignant, dans sa pratique, est l'objet d'une norme, une norme professionnelle, en même temps que l'autorité vise et se donne les moyens de faire entrer les élèves dans un autre type de norme : une norme sociale. Ainsi, l'autorité enseignante est à la fois normalisée et normative, elle est à la fois objet d'une norme professionnelle et vecteur d'une norme sociale. » (Beretti, 2019, p.16). Ainsi la paix scolaire est obtenue lorsque la mise en œuvre de ce que Beretti appelle la « bonne autorité » amène du côté des élèves les « bons comportements ».

Du côté des textes officiels, si le référentiel des compétences attendues d'un professeur pour l'exercice de son métier fait référence à une fonction d'autorité, il ne précise pas la manière dont celle-ci doit s'exercer. Pour les élèves, le domaine 3 du socle commun de connaissances, de compétences et de culture, explicite quelques attendus du côté du comportement mais toujours sous forme de grands principes. En fait les textes ne précisent rien concernant la mise en œuvre de ces grands principes, que les stagiaires vont découvrir au travers du contexte spécifique de leur stage et des interprétations subjectives des professionnels qu'ils vont rencontrer au cours de leur formation. Le risque est que ces premières expériences prennent le statut de norme. Ainsi Beretti (2019) identifie des normes partagées sur un certain nombre d'indicateurs censés attester d'une bonne autorité comme par exemple « des signes extérieurs de calme, par des démonstrations d'autorité réduites au minimum, par l'absence ou le peu de sanctions posées, de réitération des consignes, etc. […] les enseignants décrivent l'obéissance des élèves (le comportement attendu et conforme à la norme véhiculée par l'autorité) comme le signe d'une autorité efficace. » (Ibidem p.19).

La bonne autorité est donc évaluée au travers des comportements des élèves. L'enjeu est la mise en place d'une relation d'autorité qui fait que les élèves ont le comportement attendu sans efforts de l'enseignant. Cette relation d'autorité se joue entre le professeur et son groupe classe. La norme peut donc être très différente d'un enseignant à un autre, d'un groupe à un autre, tout en respectant les grands principes posés par les textes. Quels sont les facteurs qui jouent dans cette interprétation de la norme ? Chaque enseignant a une interprétation personnelle de ce qu'est un « climat de classe propice aux apprentissages » et cette interprétation est fonction de ses propres besoins (l'un aura besoin de calme, l'autre d'une certaine agitation), de ses convictions pédagogiques, de ses compétences mais aussi du lieu, du moment, du type d'activité, de la discipline travaillée. Certains ajustements peuvent aussi être liés spécifiquement à un groupe ou à certains élèves en particulier. L'institution ne peut donc pas fournir de normes de mise en œuvre d'une bonne autorité. Cette autorité se construit en contexte au travers de la relation qui s'installe entre l'enseignant et le groupe. Un bon comportement des élèves est signe d'une reconnaissance de l'autorité de l'enseignant. Les stagiaires cherchent donc à établir une relation d'autorité qu'ils évaluent par l'écart entre les comportements qu'ils attendent des élèves, ou du moins qu'ils pensent devoir attendre des élèves, et ceux qu'ils peuvent effectivement observer.

Ainsi les questions qui émergent en début d'année sont liées à des comportements d'élèves qui ne correspondent pas aux attentes des enseignants. Certains propos recueillis auprès des professeurs des écoles stagiaires témoignent de cet écart entre l'élève idéal et la réalité vécue :

« Si dans l'ensemble mon intégration s'est bien déroulée, j'ai découvert des élèves que j'ai rapidement qualifiés de "dissipés". Ils ne correspondaient pas à mes souvenirs d'écolier. Le silence semblait impossible à obtenir, les élèves bougeaient dans la classe, montraient une lenteur excessive dans la mise en travail, quand il ne s'agissait pas simplement d'une absence de mise au travail. Les relations entre eux se sont tendues et j'ai passé beaucoup de temps à sermonner, sanctionner. J'ai perçu certains comportements comme une remise en cause de l'autorité de l'enseignant, elle-même difficile à instaurer, le simple statut institutionnel n'étant pas suffisant. » (BW, 2016).

« Dès la rentrée, je me suis vite rendue compte de l'importance et de la fragilité de mon climat de classe. J'ai dû faire face à beaucoup de bavardages polluant les cours et rendant difficiles la passation des consignes et la mise au travail. » (CC, 2016).

« Lors de la première période j'ai commencé à me sentir mal à l'aise avec les temps de pratiques ritualisées. Une partie des enfants participaient avec plaisir tandis que les autres semblaient s'y ennuyer et par conséquent s'agitaient, générant par la même de l'inconfort pour ceux qui souhaitaient participer ainsi qu'une désorganisation de l'activité. » (NL, 2018).

« Un ressenti a dominé : la sensation d'être complètement dépassé. J'ai été réduit à crier continuellement pour me faire entendre et cette situation n'a fait qu'aggraver l'excitation générale. Et j'ai eu la très désagréable impression que les élèves ont passé leur temps à se mettre en danger, malgré mes rappels à l'ordre. » (BH, 2018).

« Les élèves m'interrompent pendant les ateliers. Ils ne s'investissent pas dans les ateliers (autonomes, semi dirigés ou dirigés) et veulent souvent changer d'activité. » (LJ, 2018).

« Il faut gérer les bavardages, les déplacements, les comportements inadéquats et malheureusement les insultes, voire la violence. Est-ce moi, mon comportement, les contenus ou d'autres facteurs qui les font agir de la sorte ? » (KM, 2018).

A travers ces extraits, il est possible de repérer une confusion entre les faits, les interprétations et le ressenti des stagiaires. Parmi les faits on retrouve l'agitation, l'instabilité, les interactions violentes entre les élèves. L'élève fantasmé a différentes caractéristiques. Du point de vue relationnel, il est respectueux, il écoute l'enseignant et ses pairs. Du point de vue de l'autonomie il sait prendre des initiatives, il peut faire seul et sans aide. Du point de vue de son investissement, il est docile, il adhère et respecte le cadre. Du point de vue de son attitude, il est calme et ordonné. Pour amener les élèves à ces comportements, les stagiaires ont différents leviers : l'établissement et la promulgation de règles de vie dans la classe, le soin porté aux consignes, la mise en place de pratiques coopératives, le choix d'activité supposées motivantes, l'attention

à l'ergonomie de manière générale. Ces leviers ne prennent cependant pas en compte la phase d'apprentissage nécessaire pour faire évoluer ces comportements. A quel moment les élèves ont-ils les enseignements, les exercices et les évaluations leur permettant de mesurer leurs progrès ? Tout se passe comme si le contexte devait amener de fait la posture attendue ou pire comme si les attentes étaient tacitement partagées, ce qui suppose que les élèves qui ne correspondent pas à ces attentes choisissent volontairement de ne pas y répondre.

Face au comportement des élèves, le ressenti des stagiaires peut aller du malaise à la peur. La sensation de ne pas pouvoir contrôler domine. Même si certains font référence aux enjeux sur l'apprentissage des élèves et déplorent l'impossibilité de se concentrer, d'entendre les consignes, d'organiser l'activité, c'est avant tout le fait de ne pas faire autorité qui pose question. Mais de quelle autorité s'agit-il ?

Notre hypothèse est que le principe fondamental sur lequel doit se fonder la relation d'autorité est que l'enseignant a pour mission d'enseigner et l'élève a pour mission d'apprendre. Ce principe semble aller de soi. Cependant pour beaucoup d'élèves, l'école n'est plus un lieu d'apprentissage. A force d'être jugés sur leur comportement, ils sont nombreux à avoir la conviction que l'école a pour seul objectif de les rendre obéissants. Le projet d'enseignement/apprentissage doit être explicité pour que toute l'activité déployée à l'école aille dans le but de rendre ce projet réalisable. Ceci étant posé, la meilleure façon de construire une relation d'autorité est alors de faire en sorte que l'élève apprenne effectivement et donc de maîtriser les enjeux didactiques des situations d'apprentissage qui lui sont proposées qu'il s'agisse d'apprentissages de compétences disciplinaires ou d'apprentissages de compétences psychosociales.

II - ÉTUDE DE CAS D'UN SÉMINAIRE RECHERCHE EN MASTER 2 FAS[1]

L'expérimentation menée en 2016 a été menée au cours d'un séminaire de recherche avec trois stagiaires enseignant en classe de CM1 (enfants de 9 - 10 ans) dans des contextes très différents. Tous trois (nous les appellerons A, B et C) ont choisi de travailler la question du « climat scolaire ». Derrière cette dénomination se cache en fait un ressenti négatif, la classe ne se comportant pas comme ils le souhaitent.

Le travail du séminaire s'est déroulé en cinq étapes sur l'année scolaire :

- Étape 1 : les différents contextes (octobre - novembre)

Un premier travail a amené les stagiaires à prendre conscience des grands principes, des valeurs, des représentations initiales qu'ils se font de leur métier. L'objectif était de montrer qu'il n'existe pas de normes et qu'ils peuvent avoir des pratiques différentes tout en partageant les mêmes valeurs. Pour cela nous avons utilisé les pédagotests de Sylvain Connac (Connac, 2012). Le grand principe partagé, explicitement énoncé dans les textes officiels de 2015, est celui de l'éducabilité. Chaque stagiaire a analysé son contexte d'exercice en essayant de s'appuyer sur des critères objectifs. Une fois posé ce principe et identifié les caractéristiques spécifiques de chaque lieu de stage, le projet proposé au groupe a été de concevoir une même situation complexe en mathématiques élaborée collectivement et expérimentée dans chacune des trois classes. Cette situation devait être suffisamment résistante et ouverte pour permettre à tous les élèves de s'engager dans la recherche. L'analyse des écarts entre les trois expérimentations a pour but d'amener des éléments de compréhension sur l'impact du climat de classe sur l'apprentissage des élèves.

- Étape 2 : ouverture de nouveaux possibles, cadre théorique et méthodologique (décembre)

Une seconde étape a consisté à lire, analyser, comprendre certains éléments de didactique des mathématiques pour identifier ce qu'est une situation complexe, faire une analyse *a priori*, repérer les variables didactiques, identifier les enjeux d'apprentissage, anticiper les obstacles, prévoir des étayages,

1 Formation Adaptée Spécifique : formation pour les stagiaires déjà détenteurs d'un master.

penser la mise en œuvre et le processus d'institutionnalisation. Ces apports doivent amener les stagiaires à penser en termes de compétences mathématiques.

- Étape 3 : expérimentation et création de nouvelles données (janvier)

Le groupe a élaboré une ingénierie didactique que chaque stagiaire a adaptée à ses élèves et expérimentée dans sa classe. La séance a été filmée, les échanges entre élèves enregistrés, les productions des élèves photographiées, photocopiées ou collectées. Chaque stagiaire devait repérer un moment où il a eu un ressenti positif et un autre où son ressenti était négatif et les décisions prises à ces moments précis.

- Étape 4 : analyse et mesure des effets sur le comportement et l'apprentissage des élèves (février - mars)

Chaque stagiaire a fait une analyse *a posteriori* de sa séance et une analyse croisée des séances menées par les autres stagiaires. Les écarts entre ce qui avait été prévu et ce qui s'est réellement passé sont analysés au regard du ressenti, des actions engagées par l'enseignant et des traces de l'activité des élèves.

- Étape 5 : analyse de l'évolution des représentations et des compétences professionnelles (avril - mai)

La dernière étape a été l'analyse des effets de l'expérimentation et de la recherche sur les représentations des trois stagiaires.

Nous allons reprendre ce déroulé pour montrer ce qui s'est joué et comment les représentations ont évolué. Ce dispositif a pour objectif d'aider les stagiaires à problématiser la conception de séance. En les amenant à ré-interpréter les situations vécues, le dispositif met au travail les principes qui organisent l'activité de conception de séance des stagiaires mais il interroge aussi le choix des données qu'ils utilisent (Lebouvier, Ouitre, & Briaud, 2016).

1 L'enjeu du contrat

Dès la première rencontre, quelques principes essentiels auxquels nous ferons régulièrement référence sont écrits, commentés et éventuellement reformulés :

- L'écoute bienveillante et sans jugement. Le principe de base est que chacun a une bonne raison de penser ce qu'il pense et de faire ce qu'il fait. Il s'agit alors de questionner et non de juger. Chacun a le droit de se taire. Chacun a la nécessité de partager ses expériences avec le groupe.
- Coopérer enrichit le répertoire de chaque membre du séminaire (lectures, expériences, documents, outils…).

Par homologie, ces règles sont celles que les stagiaires ont ensuite cherché à mettre en place dans leur classe. Les échanges autour de ces règles ont amené les professeurs stagiaires à repenser la manière dont ils ont posé le cadre dans leur classe : nécessité d'expliciter, de tenir compte des besoins de chacun, de justifier, de reformuler, de publier et surtout la nécessité de rappels à chaque séance.

2 Comprendre nos principes d'action

Les stagiaires ont essayé de préciser quels étaient leurs besoins en répondant à différentes questions :

- En tant qu'apprenant, de quoi ai-je besoin pour apprendre ?
- De quoi ai-je besoin pour enseigner ?
- De quoi ai-je besoin pour me sentir bien en tant qu'enseignant dans ma classe ?
- Pour moi, qu'est-ce que faire des mathématiques ?
- Quelle est ma conception de l'acte d'apprendre ?

Ils ont dû analyser leur contexte d'exercice. Pour cela, reprenant le triangle didactique[2] (Brousseau, 1998), il s'agit de caractériser le contexte au niveau de l'enseignant, de l'élève et du savoir aux différents gradins (Etienne, Fumat, 2014) : individu, individu dans le groupe, individu dans l'institution. Dans un premier temps, nous nous sommes focalisés sur l'enseignant et pour cela nous avons utilisé le pédagotest de Connac « Quelle conception de l'acte d'apprendre avez-vous ? »[3]. L'avantage de ce test est de prévoir deux réponses : D pour « dire » et F pour « faire ». Il s'agit de prendre conscience qu'on peut avoir un idéal difficile à mettre en place dans sa classe et donc ne pas toujours faire ce que l'on dit vouloir faire. L'analyse proposée par Connac est basée sur la typologie de Not (1988) avec quatre grandes conceptions de l'apprentissage : l'autostructuration (construction autonome), l'hétérostructuration (savoir transmis), le comportementalisme (apprentissage par petites entités), l'interstructuration (modification de ses représentations et reconstruction du savoir).

Les stagiaires ont compris que leur activité était souvent inspirée de la manière dont eux-mêmes apprennent. Cette étape a amené une prise de conscience : concevoir qu'il existe différents modèles, qu'on peut en changer, que notre vécu d'élève est encore présent dans notre représentation de l'élève « idéal », que notre représentation peut être différente de celle du binôme, du tuteur, de l'inspecteur de l'éducation national chargé de les évaluer… et qu'il faut pouvoir justifier ses choix plutôt que de chercher à se justifier. En fait, les stagiaires prennent ici conscience de la variabilité de la norme.

Les stagiaires doivent ensuite décrire l'environnement de leur classe, le milieu dans lequel ils travaillent et vont recueillir les besoins exprimés de leurs élèves à travers des questionnaires, pour vérifier si les élèves ont les mêmes besoins qu'eux. Enfin, ils vont faire un auto-diagnostic du climat de leur classe à partir d'un outil en ligne[4]. Ils se décentrent donc peu à peu de leur propre pratique.

La problématique commence à être posée. Les stagiaires la formalisent ainsi : « l'objectif est de comprendre en quoi notre action est conditionnée par nos représentations et en quoi le jeu des élèves est conditionné par leurs représentations et par nos actions ». A ce stade, la réciprocité n'est pas prise en compte, les stagiaires ne considèrent pas que les actions des élèves peuvent conditionner leurs représentations et leurs propres actions.

Les stagiaires peuvent alors exprimer leur projet d'enseignement. Par exemple AM écrit :

« A l'idéal ce que j'aimerais faire :

- Donner du sens aux apprentissages, trouver des points d'ancrage concret, surprendre pour augmenter la motivation des élèves pour apprendre, pour montrer que l'on a appris.
- Mettre des mots sur ce que l'on a appris car ils ne peuvent pas le faire tout seul : montrer tout ce qu'on a appris.
- Valoriser tous les élèves : mettre les élèves dans une spirale de réussite plutôt que d'échec (la réussite appelle la réussite et l'échec appelle l'échec) : exercices de réinvestissement quotidien avec un dispositif stable.
- Mettre les élèves en réflexion quotidienne : leur faire comprendre la nécessité de réfléchir dans toutes les matières, mais leur faire comprendre aussi que la compréhension, la recherche nécessitent des efforts.
- Favoriser le travail en groupe pour apprendre à mieux écouter et respecter, pour mieux apprendre (bénéfices pour celui qui explique et celui qui écoute) ce qui amène un travail en Éducation Morale et Civique, à vivre les valeurs citoyennes.

[2] Brousseau (1998) Théorie des situations didactiques, La Pensée sauvage

[3] http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/12/18122012_SConnac_extrait.aspx

[4] https://www.reseau-canope.fr/climatscolaire/fileadmin/user_upload/outilspdf/OUTIL_D_AUTODIAGNOSTIC_1er_degr%C3%A9.pdf

- Donner une part de liberté pour donner envie de faire, et se rendre compte que l'on a besoin d'apprendre : susciter le besoin / plaisir (exemple du cahier d'écrivain). »

Les trois stagiaires ont des profils très différents, un rapport aux mathématiques qui va de l'application à l'invention, des besoins qui vont du silence complet à une agitation permanente. Ce qui exaspère l'un est une condition indispensable pour l'autre. Analyser ces besoins exprimés par des adultes permet de mieux comprendre la nécessité de différencier dans la classe en acceptant que la diversité est dans les classes au moins autant que dans notre séminaire. Lors des analyses comparées, il s'avère que A cherche avant tout à ce que ses élèves soient acteurs, B à mettre en place une relation de qualité avec ses élèves et entre ses élèves et C à ce que ses élèves lui fassent confiance et le respectent. Pour chacun il s'agit en fait d'un principe d'action qui guide l'activité mais aussi l'interprétation des comportements des élèves et la prise d'indices pendant la classe.

3 Penser dans un cadre théorique, penser une méthodologie

L'idée est d'élaborer et expérimenter une même séance pour mesurer les différences de mise en œuvre en lien avec le contexte. Pour cela il faut concevoir la situation, avoir un cadre théorique pour analyser la séance et définir une méthodologie pour faire une analyse comparée.

Plusieurs lectures sont conseillées. Comme références nous prenons :

- Pour regarder le climat scolaire, le définir et choisir les critères qui seront analysés :

DEBARDIEUX E. (2012). *Le «Climat scolaire»: définition, effets et conditions d'amélioration*. Rapport au Comité scientifique de la Direction de l'enseignement scolaire, Ministère de l'éducation nationale. MEN-DGESCO/Observatoire International de la Violence à l'École.

- Pour comprendre l'impact des représentations :

CONNAC S. (2017). *La personnalisation des apprentissages : agir face à l'hétérogénéité, à l'école et au collège.* Paris : Esf.

- Pour concevoir une ingénierie mathématique :

CHARNAY R. (2003). L'analyse à priori, un outil pour l'enseignant. *Math-école*, **209**, 19-29.

- Pour comprendre ce qui se joue pendant la séance :

SCHNEUWLY B. & SENSEVY G. (2007). SENSEVY G. & MERCIER A. (dir.). Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves. *Recherches en éducation*, **160**, 174-177.

Les stagiaires se répartissent les lectures, tous vont lire l'article sur l'action conjointe qui sera le cadre théorique d'analyse. A l'issue des lectures, les stagiaires ont du mal à voir l'articulation. Nous utiliserons alors le triangle de Houssaye (Houssaye, 2000) pour organiser notre cadre théorique. L'élaboration du schéma suivant (voir schéma 1) est un moment clé du séminaire. Il a révélé une conscience de l'aspect systémique.

Au centre apparaissent les notions de mésogenèse (contrôle du milieu, choix des situations, des savoirs qui sont exposés), de chronogenèse (contrôle du temps didactique, du moment où les objets de savoir sont introduits), et de topogenèse (contrôle de la position qu'occupe l'élève à chaque instant et dans chaque milieu).

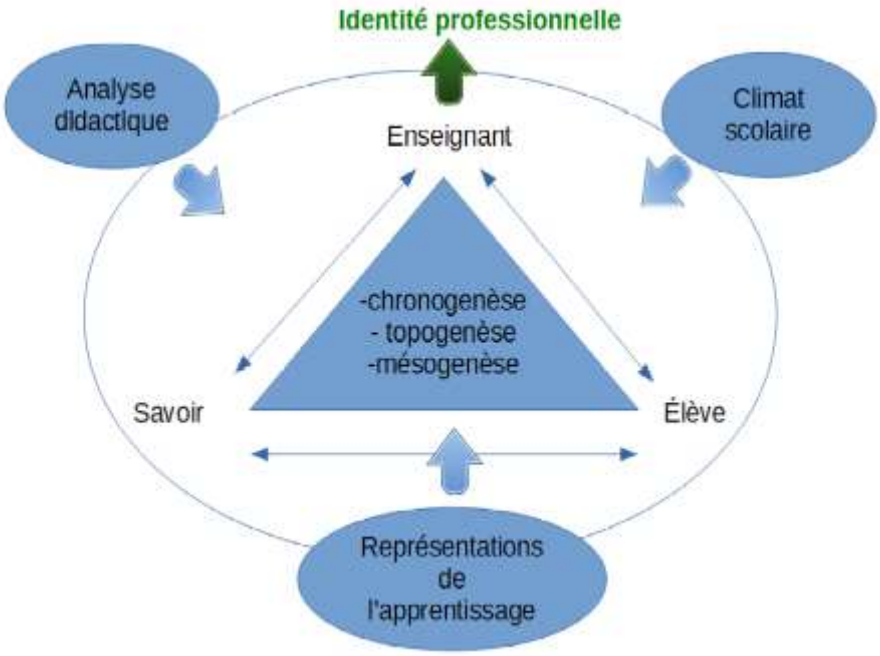


Schéma 1 : cadre d'analyse

Ce schéma a donné un cadre d'analyse général qui a pu servir ensuite quotidiennement aux stagiaires pour préparer leur classe, mais il a aussi ouvert de nouveaux possibles pour élaborer ou choisir les situations d'enseignement-apprentissage. Ce schéma montre que l'identité professionnelle se construit à partir de plusieurs principes liés à l'apprentissage, à l'enseignement et à la relation. S'intéresser au climat scolaire et donc à la relation n'a pas de sens si on ne s'intéresse pas en même temps à l'apprentissage et à l'enseignement. La difficulté est de mesurer l'impact de chaque point de vue sur l'autre et au final sur l'identité professionnelle. Une autre découverte majeure a été de comprendre en quoi chaque point de vue interfère sur l'analyse de l'activité en classe. Lors des visites dans les classes des stagiaires, les retours ont alors systématiquement été menés avec le cadre d'analyse que nous avions défini afin d'identifier chaque élément séparément puis de manière systémique pour tenter de comprendre comment interagissent les représentations.

A partir de ce cadre, il fallait définir des observables pour analyser l'évolution du climat de classe. Les stagiaires ont retenu trois critères :

- le ressenti et ce que pense l'enseignant au moment où ce ressenti est le plus fort ;
- les écarts entre le prévu et le réalisé et les modifications faites ou souhaitées ;
- l'activité de l'élève.

4 Co-construire une situation d'apprentissage

Le choix de la situation s'est fait à partir de quelques principes décidés collectivement :

- le but est de travailler les compétences modéliser, chercher et représenter ;
- le problème est issu d'une situation de la vie quotidienne ;
- l'objectif pour l'élève est de communiquer sa procédure et d'expliquer sa démarche dans le but de prendre une décision et de la communiquer à une autre classe ;
- le problème doit avoir plusieurs solutions possibles pour nécessiter l'argumentation ;
- le problème doit s'appuyer sur des savoirs enseignés et disponibles (ici les notions de mesure de longueur, aire, périmètre, les opérations sur les nombres entiers).

Définir des objectifs d'apprentissage est un vrai défi lorsqu'il s'agit de le faire à trois. L'élaboration de la situation a permis de comprendre les enjeux d'apprentissage, les objectifs, et donc de mieux organiser le processus d'institutionnalisation. La situation choisie devait amener les élèves à décider si le nombre de rouleaux de tapisserie disponibles en magasin était suffisant pour tapisser un mur. Ils disposent d'un plan de la surface à tapisser et d'une page Internet d'un magasin de bricolage (voir annexe 2). Les mesures ne sont pas données aux élèves au début de la recherche mais différentes valeurs sont prévues et distribuées lorsque les élèves réclament ces informations.

L'analyse *a priori* et l'identification des variables didactiques a permis de lister des mises en œuvre possibles et de mesurer les enjeux de chacune. Ce travail a permis aux stagiaires d'apprendre comment adapter des situations trouvées sur Internet ou dans les manuels, comment créer soi-même des situations ou du moins se sentir autorisé à le faire. Ici, les dimensions, le choix de mettre une porte ou non, les aides proposées sont les variables qui ont été analysées. Plusieurs scénarios ont été pensés par les stagiaires pour prévoir des aménagements lors de l'expérimentation. Une liste des étayages a été élaborée pour répondre aux difficultés que les stagiaires ont anticipées. Cette liste a servi de support à l'analyse *a posteriori* mettant en évidence que certaines difficultés ont été surmontées parce qu'elles avaient été pensées et analysées avant la séance alors que d'autres ont été des obstacles car elles n'avaient pas été imaginées au moment de l'analyse. En particulier les élèves n'ont pas tous une expérience de tapisserie, certains n'ont aucune idée de la manière dont il faut procéder. Si des plans avaient été prévus et une vidéo montrant comment tapisser une pièce avait été préparée, il aurait été intéressant de prévoir une maquette pour que certains élèves puissent mieux se représenter la situation et comprendre le vocabulaire utilisé (hauteur, largeur, longueur). Les stagiaires ont réalisé l'impact de l'habillage d'un problème sur la mobilisation des connaissances mathématiques.

5 L'auto-confrontation et l'analyse croisée dans un collectif

L'expérimentation a été menée en sécurité du fait que la situation a été co-construite. La prise de conscience des écarts entre ce qui était prévu et ce qui s'est passé réellement a mis en évidence de micro-ajustements et l'analyse a montré en quoi ces ajustements peuvent modifier profondément la situation. Par exemple C se focalise sur la résolution des problèmes plus que sur la recherche et sur les procédures. Elle a donc tendance à « tuer » les problèmes en donnant des modèles de résolution plutôt que de laisser les élèves chercher et éventuellement trouver une procédure qu'elle n'avait pas anticipée. Elle écrit : « Mes élèves sont plus à répondre à mes attentes qu'à trouver leurs propres réponses. Il est intéressant de noter que ce sont les représentations que je me fais des mathématiques, à savoir tester des procédures pour répondre à un problème et non chercher de nouvelles. Je souhaite travailler cet aspect en les rendant plus autonomes, en leur proposant des situations plus complexes, en privilégiant la pensée divergente (plusieurs solutions à un même problème). »

Le retour sur les expériences a permis la mise en relation des adaptations effectuées en fonction des représentations et de mesurer ce que ces modifications apportent d'un point de vue didactique. L'analyse *a posteriori* a mis en évidence la nécessité d'une vigilance didactique. Les difficultés rencontrées n'ont pas été attribuées à des questions de gestion de classe mais bien à des manques dans l'anticipation des difficultés rencontrées par les élèves. En fait, la co-construction et l'analyse *a priori* ont permis de focaliser l'attention des enseignants sur l'activité des élèves et sur les aspects didactiques. Par exemple B écrit : « L'analyse de cette séance dans le cadre théorique posé me fait prendre conscience d'un déséquilibre dans ma pratique. Je pose la chronogenèse comme principe organisateur de l'enseignement : respect des programmes, programmations, des contenus des séquences et séances, des temps impartis aux situations. C'est pour moi un garde-fou qui me permet de conserver une vision globale de ma pratique. Je me focalise ensuite sur la topogenèse, le rapport entre les élèves et moi, le jeu de chacun des protagonistes. Cette focalisation est excessive car effectuée au travers du prisme déformant de mes représentations : un élève qui n'écoute pas ne me respecte pas, ne respecte pas les autres, on ne peut pas apprendre sans le silence… L'énergie et l'attention que je lui consacre m'empêche de travailler le troisième axe de la mésogenèse, à savoir le milieu que je mets en place pour mes élèves pour construire leur relation au savoir. »

Les analyses croisées montrent que les stagiaires n'observent pas tous les mêmes choses du fait que leurs représentations et leurs attentes sont différentes. L'analyse par un pair apporte de nouvelles données qui parfois modifient radicalement le jugement porté sur l'activité des élèves. En conclusion de son écrit réflexif, B écrit : « C'est l'occasion de me comparer à deux autres collègues dans la même position que moi et pourtant très différentes dans leur approche qui s'est révélée extrêmement riche d'enseignement. Tout le monde ne privilégie-t-il pas comme moi le rythme des séances et séquences, les programmes, je ne vois pas comment on peut faire autrement ? Et bien on le peut… Et c'est bien le fait de démonter mes certitudes par l'exemple, ce que je n'aurais sans doute pas accepté sans cela, qui m'a permis d'avancer. »

Le séminaire a donc permis l'ouverture de possibles et la prise de conscience de l'enjeu didactique de la préparation des séances. Le regard des stagiaires s'est porté sur les compétences développées par les élèves et les a amenés à une évaluation plus positive de leurs progrès et donc à un ressenti plus positif du climat de classe. Dans l'écrit réflexif la question initiale prend maintenant en compte les apprentissages comme l'écrit A : « L'enseignant s'est appuyé sur son analyse et celle de ses pairs pour dépasser le contexte de la séance et analyser ses propres représentations, valeurs, habitudes, et leur impact sur le climat de la classe et les apprentissages des élèves. »

La manière de gérer les échanges lors des séminaires a été largement inspirée par les entretiens d'explicitation (Clot, 2001). L'objectif était bien d'avoir accès à des éléments de compréhension et non de demander aux stagiaires de se justifier. La posture du chercheur est alors déterminante pour garantir un cadre sécurisant permettant ces entretiens. Les apports théoriques ont été nécessaires pour permettre aux stagiaires d'avoir un répertoire partagé leur permettant de décrire et d'analyser leur pratique. Souvent, revenir aux définitions, vérifier que chacun avait bien compris la même chose, était nécessaire. Peu à peu s'est constituée une communauté discursive, c'est-à-dire une manière de penser, parler et agir dans le groupe. De nombreux échanges ont échappé au séminaire car les stagiaires ont pris l'habitude d'échanger par mail et de se voir en dehors des heures prévues. Dans une prochaine expérimentation, il serait utile d'enregistrer les séminaires et de garder une trace des échanges écrits afin d'analyser finement l'évolution des représentations.

III - CONCLUSION

Certaines conditions ont été favorables à l'émergence d'une vigilance didactique lors de cette expérimentation :

- L'organisation : la taille du séminaire, le choix de regrouper des stagiaires travaillant sur un même niveau de classe et sur une même thématique, le fait que le formateur soit aussi tuteur, les différents profils des stagiaires et les contextes différents dans lesquels ils exercent, un travail sur un temps long.
- Contraindre les stagiaires à élaborer et expérimenter une ingénierie didactique a permis un accompagnement du séminaire sur des questions didactiques sans perdre de vue l'aspect « climat scolaire » mis en avant par les professeurs au début de l'année. Ils ont eu le sentiment d'avoir été entendus et le séminaire leur a apporté un pouvoir d'agir.
- Le travail collaboratif favorise des pratiques argumentatives. La répartition des tâches s'est faite en fonction des compétences de chacun.
- Différents apports théoriques ont permis d'élaborer un cadre d'analyse qui a été mobilisé tout au long de la recherche et a donné un pouvoir d'action. Ils permettent des débats argumentatifs visant à mettre en évidence les conditions permettant de problématiser ces questions professionnelles.
- L'expérimentation doit donner l'occasion de faire différemment pour mieux comprendre ce qui guide l'action et permettre aux principes d'évoluer. Son évaluation doit porter sur les apprentissages et non seulement sur le ressenti ou la relation. Tout l'enjeu est de montrer que le

climat de classe est bon dès lors que l'élève apprend et surtout que l'élève est conscient d'avoir appris et l'enseignant conscient d'avoir fait apprendre.

- Faire travailler collectivement les stagiaires est sans doute le meilleur moyen de les amener à comparer leurs représentations et à sortir des idées reçues. La peur du jugement est moindre lorsque ce qui est produit est le résultat d'un collectif. Expérimenter ce travail de conception collaborative en formation initiale peut amener les stagiaires à envisager autrement la coopération dans leur classe et avec leurs collègues.

Ces quelques éléments permettent d'envisager un modèle de formation à et par la recherche que nous nous proposons de tester dans les années qui viennent. Il serait intéressant de pouvoir mesurer l'impact que ce type de séminaire peut avoir sur les enseignants en début de carrière, en particulier la manière dont une fois titularisés ils utilisent les apports théoriques, les pratiques collaboratives qu'ils mettent en œuvre et leur engagement dans des travaux de recherche.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Beretti, M. (2019) L'autorité à l'école : entre enseignants et élèves, une norme relationnelle ? *Recherche en éducation,* **35**, 23-40.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée sauvage.

Charles-Pézard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherche en Didactique des mathématiques*, **30**/ **2**, 197-261.

Clot, Y. (2001). Clinique du travail et action sur soi. In *Théories de l'action et éducation,* 255-277. Consulté à l'adresse https://www.cairn.info/theories-de-l-action-et-education--9782804136888-p-255.htm

Connac, S. (2012). *La personnalisation des apprentissages : pour gérer l'hétérogénéité de la classe*. Paris : Esf.

Etienne, R., Fumat, Y. (2014). *Comment analyser les pratiques éducatives pour se former et agir ?* Louvain-la-Neuve : De Boeck Supérieur.

Fabre, M. (2007). La pirogue de Robinson. In *Les situations de formation, entre savoirs, problèmes et activités, 60-80*. Paris : L'Harmattan.

Houssaye, J. (2000). *Le triangle pédagogique. Théorie et pratiques de l'éducation scolaire*, Berne : Peter Lang.

Le Bas, A., Lebouvier, B., & Ouitre, F. (2013). L'évaluation et le développement de compétences didactiques dans la formation des enseignants. *Travail Et Apprentissage*, **11**, 65-86.

Lebouvier, B., Ouitre, F., & Briaud, P. (2016). Aider les enseignants débutants à problématiser la conception de situations d'enseignement-apprentissage. *Recherche en éducation*, *Hors série* ***9***, 85-99.

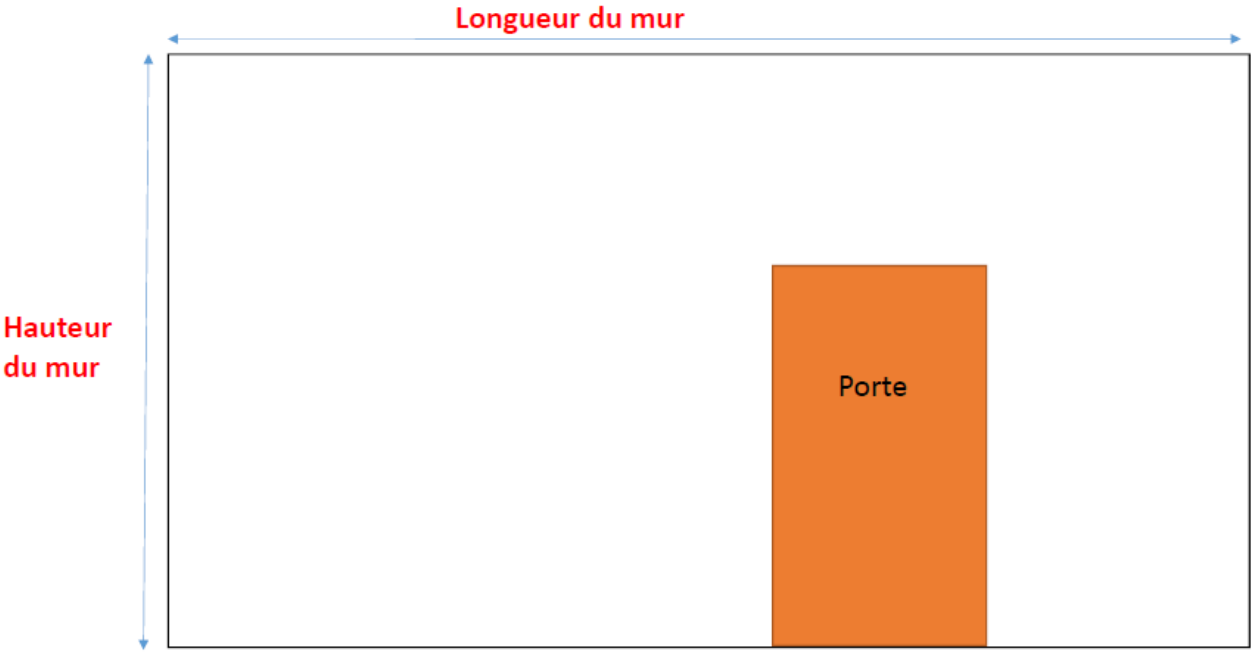
V - ANNEXE 1 : TABLEAU COMPARATIF MÉMOIRE ET ÉCRIT RÉFLEXIF

TABLEAU COMPARATIF : MEMOIRE ET ECRIT REFLEXIF

	MEMOIRE	ECRIT REFLEXIF
Objectif	professionnalisation, objectivation, prise de distance, production de savoirs pour la communauté **scientifique**	professionnalisation, objectivation, prise de distance, production de savoirs pour la communauté **éducative**
Démarche et caractéristiques	démarche de recherche : thématique, problématique, cadre théorique, hypothèses, recueil de données, corpus, analyse, interprétation des résultats	démarche rétrospective **ou** prospective (compréhension d'un problème rencontré ou projet d'action analysé)
	recul indispensable sur la pratique mise à distance grâce au cadre théorique et aux outils d'analyse	centration plus forte sur la pratique
	méthodologie scientifique de recueil de données définie a priori et en cohérence avec les hypothèses	recueil de données plus « pragmatique », lié au problème rencontré ou à l'action engagée
	cadre théorique choisi, mis au travail et réinterrogé sur la base des questionnements et hypothèses	ressources théoriques au service d'une analyse réflexive et critique
Suivi	Formateurs ESPE, enseignant-chercheur si possible	Formateurs ESPE
Production écrite	60 000 signes (à deux : 90 000 signes)	30 000 signes (à deux : 45 000 signes)
Critères d'évaluation	dimensions épistémologiques, méthodologiques et valorisation professionnelle	qualité et mobilisation des références théoriques, pertinence de la méthodologie et intérêt professionnel

VI - ANNEXE 2 : PROBLÈME POSÉ AUX ÉLÈVES

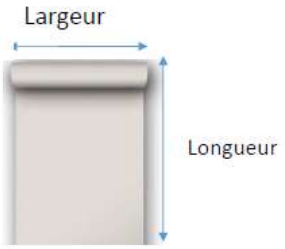
Tom souhaite changer le papier peint du mur de son salon.
Le plan du mur est ci-dessous.



Il doit se rendre chez Leray Merlou samedi.

Il prépare sa visite sur Internet et il voit qu'il reste seulement 3 rouleaux du papier peint qui lui plaît. Les caractéristiques du papier peint sont les suivantes.

Caractéristiques	
Largeur (en m)	0m50
Longueur (en m)	10



Est-ce que Tom peut tapisser le mur de son salon avec ce papier peint?

EN FORMATION INITIALE, QUELS FREINS À LA DIFFUSION DE TRAVAUX DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DE LA GÉOMÉTRIE ?
LE CAS DE LA NOTION DE DÉCONSTRUCTION DIMENSIONNELLE

Cédric FRUCHON
Formateur, INSPE de Toulouse Midi-Pyrénées, Université Toulouse Jean Jaurès
cedric.fruchon@univ-tlse2.fr

Valentina CELI
INSPE de l'académie de Bordeaux, Lab-E3D, Université de Bordeaux
valentina.celi@u-bordeaux.fr

Résumé
Depuis plus d'une dizaine d'années, la notion de *déconstruction dimensionnelle* (Duval, 2004) est au cœur de nombreux travaux de recherche en didactique de la géométrie. La lente évolution des pratiques enseignantes relatives à la géométrie contraste avec la richesse et l'apparente intelligibilité des résultats de ces travaux. Quels sont les freins à leur diffusion ?
Le formateur engagé dans la formation initiale étant pour nous un maillon essentiel de la diffusion de travaux de recherche sur l'enseignement, nous avons analysé les conditions des transpositions didactiques externe et interne (Chevallard, 1991) opérées par des formateurs français au travers de l'analyse de résultats recueillis grâce à la mise en place d'un dispositif comportant un questionnaire, des entretiens et l'observation d'une séance de l'un des formateurs interviewés. Nous avons ainsi tenté de mettre en relation leurs *connaissances ouvragées* (Vause, 2011) avec les choix qu'ils opèrent et d'analyser, dans l'étude d'un cas, l'écart éventuel entre les *pratiques déclarées* et les *pratiques effectives* (Bulf et Coulange, 2012).

I - PREAMBULE

Ces dernières années, lors des colloques de la Copirelem, la notion de déconstruction dimensionnelle (Duval, 2004) apparaît dans beaucoup de travaux présentés par leurs auteurs eux-mêmes1 mais aussi par d'autres – chercheurs, formateurs, enseignants – qui s'en sont emparés pour développer leurs travaux sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire et au début du collège. Avant de rentrer dans le cœur du sujet, nous évoquons rapidement cette notion ainsi que les caractéristiques d'une situation de restauration de figures planes, situation strictement liée à la notion de déconstruction dimensionnelle.

Déconstruction dimensionnelle

C'est en 2004, lors du séminaire national de l'ARDM[2], que Raymond Duval – invité à parler avec ses collègues Marie-Jeanne Perrin-Glorian et Marc Godin – introduit pour la première fois la notion de déconstruction dimensionnelle. Il dit notamment :

> *La manière mathématique de voir les figures consiste à décomposer n'importe quelle forme discriminée en unités figurales d'un nombre de dimensions inférieur à celui de cette forme. Ainsi la figure d'un cube ou d'une pyramide est décomposée en une configuration de carrés, de triangles, etc. Et les polygones sont à leur tour décomposés en segments de droites. Et les droites, ou les segments, peuvent être décomposés en "points" […].*

[1] F. Brechenmacher, J-R. Delplace, R. Duval, C. Gaudeul, M. Godin, J. Jore, B. Keskessa, R.Leclercq, C. Mangiante-Orsola, A-C. Mathé, B. Offre, M-J. Perrin-Glorian, O. Verbaere. Nous désignerons par la suite « groupe de Lille » ce groupe de recherche qui a fonctionné à l'IUFM du Nord pas de Calais.

[2] Association sur le Recherche en Didactique des Mathématiques.

> *Cette déconstruction dimensionnelle des formes est le prérequis pour une compréhension effective de toute énonciation des propriétés géométriques et donc pour leur mobilisation effective » […] La déconstruction dimensionnelle des formes devient l'étape intermédiaire nécessaire entre la reconnaissance perceptive immédiate des formes et l'identification des objets mathématiques correspondants (Duval, 2004, p. 31).*

Si la déconstruction dimensionnelle « est contraire au fonctionnement normal et intuitif de la visualisation » (Duval, ibid.), comment aider les élèves à « passer d'un regard centré sur les surfaces et leurs contours à un regard qui fait apparaître le réseau de droites et de points sous-jacent aux différentes figures étudiées à l'école ? » (Duval et Godin, 2006, p. 8).

Problèmes de restauration de figures planes

Cette question a été traitée et demeure encore d'actualité dans des écrits récents de Perrin-Glorian et de Godin (2014 ; 2018). Le groupe de Lille a en effet mis au point une situation, nommée *restauration de figures* :

> *La restauration de figure avec coût sur les instruments est un type de situation […] mis au point et étudié dans le but de* ***travailler la mobilité du regard sur les figures (en particulier le passage de la vision surfaces à la vision lignes et points)*** *ainsi que l'usage géométrique des instruments matériels […] (Perrin-Glorian et Godin, 2018, p. 24)*

On peut trouver de nombreux exemples de restauration de figure dans des articles publiés depuis 2005, notamment par des membres du groupe de Lille. Perrin-Glorian et Godin (*ibid.*, p. 25) proposent en Figure 1 un exemple de situation qui a pour objectif de travailler des propriétés spécifiques du rectangle parmi les quadrilatères convexes (ses diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu, il est inscriptible dans un cercle). On veut restaurer la figure constituée d'un rectangle avec ses diagonales. L'amorce, qui n'est pas à la même échelle que le modèle ni orientée de la même manière, est l'un des quatre triangles qui constituent le rectangle. On dispose de trois instruments pour reproduire : une règle, un reporteur de longueur et un compas, chacun ayant un coût[3].

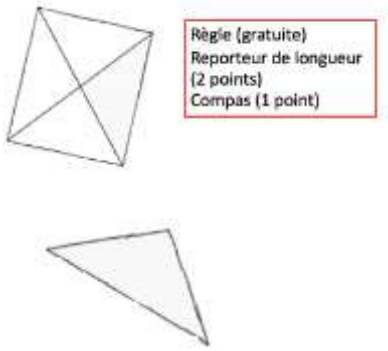


Figure 1 : Un exemple de figure à restaurer (Perrin-Glorian et Godin, 2018)

Plus généralement, dans l'esprit des membres du groupe de Lille, une situation de restauration vise d'abord des apprentissages liés à la pratique géométrique et qui ne sont que rarement considérés explicitement (relations d'alignement, d'appartenance, d'isométrie, d'égalité d'angles…). Par exemple, en Figure 2[4], l'un des premiers exemples proposés par le groupe de Lille, la situation permet de « *travailler les notions d'alignement, de droite et de points comme intersection de droites* » (Keskessa et *al.*, 2007, p. 37).

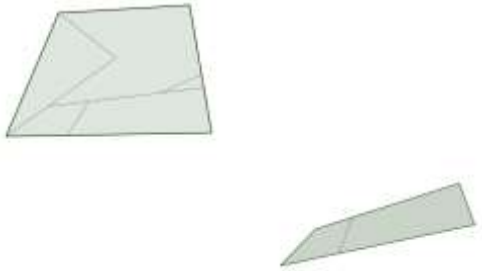


Figure 2 : Un exemple de figure à restaurer (Keskessa, 2007)

[3] Pour davantage de détails sur l'analyse de cette situation, nous renvoyons à Perrin-Glorian et Godin (2018).

[4] Pour davantage de détails sur l'analyse de cette situation, nous renvoyons à Keskessa et *al.* (2007).

II - LE POINT DE DÉPART

Le travail présenté dans cet article tient son origine dans le mémoire de Fruchon (2018), préparé et soutenu dans le cadre du Master MEEF PIF ID[5], sous la direction de Valentina Celi. Celui-ci s'intéresse aux freins à la diffusion des travaux de la recherche sur l'enseignement de la géométrie, et plus particulièrement à ceux portant, en formation initiale, sur la déconstruction dimensionnelle. Cette notion est actuellement au cœur de nombreux travaux de recherche en didactique de la géométrie. Le contraste entre la richesse et l'apparente intelligibilité des résultats de ces travaux et la lente évolution des pratiques enseignantes relatives à la géométrie a largement motivé le choix du thème de ce mémoire.

1 L'enseignement de la géométrie

La part de la géométrie dans l'enseignement obligatoire en France semble continuellement décroître. Pourtant son utilité est avérée. La géométrie est tout à la fois une modélisation du réel, une aide puissante dans les autres sciences ou branches des mathématiques ainsi qu'un lieu d'initiation et d'entraînement au raisonnement hypothético-déductif. Elle concourt à l'apprentissage de la vision dans l'espace et son aspect culturel n'est pas négligeable.
Aujourd'hui, l'enseignement de la géométrie contribue à une certaine péjoration des savoirs géométriques. Dans les classes, dans les manuels, on ne parle plus par exemple de triangle scalène mais de triangle « quelconque », dévoyant le sens de ce terme très usité en mathématiques. En outre, l'enseignement est insuffisamment problématisé. À l'encontre des recommandations officielles les activités géométriques proposées aux élèves sont souvent d'un faible niveau cognitif et consistent principalement à décrire une figure en utilisant un vocabulaire spécifique.

2 La diffusion des travaux de la recherche sur la déconstruction dimensionnelle

Comme évoqué en préambule, la déconstruction dimensionnelle est le chaînon manquant entre la perception et la compréhension ou même l'énonciation des propriétés géométriques. Les activités de restauration de figure s'inscrivent dans une démarche de résolution de problèmes. Un jeu sur les variables didactiques (instruments disponibles ou coût sur les instruments, figure et amorce) permet aux enseignants de faire évoluer naturellement la hiérarchie des procédures des élèves et les guide dans la conception de séquences d'apprentissages tout en leur offrant des dispositifs efficaces de différenciation. Le type d'activités « restauration de figure » renferme donc un potentiel important pour l'enseignement-apprentissage. Preuve de la considération récente pour la « déconstruction dimensionnelle » et le type d'activités « restauration de figure », leur entrée dans les programmes scolaires en vigueur :

> *Les problèmes de reproduction de figures (éventuellement à partir d'éléments déjà fournis de la figure à reproduire qu'il s'agit alors de compléter) donnent l'occasion de dégager et travailler les propriétés et relations géométriques du programme » (MEN, 2015, pp. 50-51).*

La précision entre parenthèses est une allusion claire à la « restauration de figure » :

> *Compétence Représenter : […] Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points) (ibid., p. 125)*
>
> *Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure (ibid., p. 132).*

Les différentes visions (surfaces, lignes, points) d'une figure sont mises en évidence, ainsi que les changements de regard qu'elles induisent.

3 Le formateur

La diffusion des travaux de la recherche débute lors de colloques ou séminaires ou par le biais d'articles parus dans des revues spécialisées. Une des missions naturelles du formateur est de maintenir une veille régulière de la littérature de recherche. Certains résultats de la recherche sont popularisés par le biais de

[5] Master Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation, mention Pratiques et Ingénierie de la Formation, parcours Innovations Didactiques.

guides pédagogiques de manuels ou de sites Internet. Là aussi, le formateur est partie prenante de ces canaux de diffusion en jouant son rôle de conseil sur les ressources auprès des enseignants en formation initiale ou continue. Certains travaux de la recherche sur l'enseignement inspirent les programmes officiels. Là encore, le formateur intervient dans le processus de diffusion en livrant son éclairage des programmes et en amenant les stagiaires à réfléchir aux fondements des évolutions curriculaires. Ainsi, le formateur prend part à de multiples étapes de la diffusion des travaux de la recherche sur l'enseignement. Il apprend des auteurs, puis conseille et éclaire les formés (étudiants / enseignants). Nous le percevons comme un maillon charnière de la diffusion des travaux de la recherche sur l'enseignement. En France, la formation initiale en mathématiques des professeurs des écoles a ceci de particulier qu'elle ne s'appuie (à ce jour) sur aucun curriculum formel. En conséquence, quels savoirs les formateurs doivent-ils sélectionner afin d'outiller au mieux les futurs enseignants ? La durée très contrainte de la formation entraine une véritable compétition entre les savoirs dans lequel le formateur joue le rôle d'arbitre. Dans notre étude, nous avons constaté une importante variabilité de cette sélection et avons tenté de déceler les déterminants de cette variabilité.

III - APPORTS THÉORIQUES ET PROBLÉMATIQUE

Le formateur engagé dans la formation initiale est pour nous un maillon essentiel de la chaine de diffusion de travaux de la recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Nous avons alors recueilli des données grâce à la mise en place d'un dispositif comportant un questionnaire, soumis à une équipe de formateurs d'une même ESPE[6], des entretiens à certains d'entre eux et puis l'observation d'une séance de l'un des formateurs interviewés. Plus loin, nous nous attarderons sur la méthodologie et l'analyse de ces données. Nous évoquons d'abord les outils théoriques qui ont servi à reformuler la problématique et aux analyses réalisées.

1 La transposition didactique *intermédiaire* du formateur

La formation initiale en mathématiques des professeurs des écoles ne s'appuie sur aucun curriculum formel. Il semble alors pertinent d'adapter le processus de transposition didactique (Figure 3, à droite), au sens de Chevallard (1991), au contexte de la formation initiale (Figure 3, à gauche).



Figure 3 : Le formateur est acteur d'une étape supplémentaire de la transposition didactique

Dans le groupe de formateurs observés dans ce travail, une première sélection des savoirs est opérée en équipe : dans le processus, nous sommes ici à la fin de la transposition didactique externe. Chaque formateur opère ensuite individuellement une ultime sélection parmi les savoirs déjà sélectionnés en équipe : c'est ce que Fruchon (2018) désigne en tant que transposition didactique *intermédiaire* afin de qualifier cette étape intermédiaire faisant partie à la fois de la transposition didactique externe, elle participe à la sélection du savoir savant, et de la transposition didactique interne, avec laquelle elle partage

[6] École Supérieure de Professorat et d'Éducation qui, depuis la rentrée 2019, est devenu INSPE, Institut Supérieur de Professorat et d'Éducation. La recherche ici décrite ayant été menée et présentée avant cette date, nous gardons par la suite la désignation « ESPE ».

un objectif de mise en œuvre imminente. Le formateur est ainsi à la fois noosphèrien[7], enseignant et acteur dans les trois étapes du processus de transposition didactique ; dans cette nouvelle étape, sa dimension personnelle intervient et est source de variabilité dans le programme de formation.

2 Les connaissances ouvragées

C'est ainsi que, outre le choix des savoirs à enseigner, la question se pose pour le formateur des connaissances dont il se sert pour former. Nous nous sommes ainsi appuyés sur les travaux de Vause (2011, p. 28) qui définit les connaissances ouvragées comme « *un mélange de croyances et connaissances issues de la pratique et de connaissances davantage théoriques* ». En parlant de connaissances et de croyances, elle bâtit alors un modèle (Figure 4) où elle distingue ce qui est élaboré socialement de ce qui est élaboré personnellement (axe vertical) ; puis ce qui est justifié de ce qui ne l'est pas (axe horizontal).

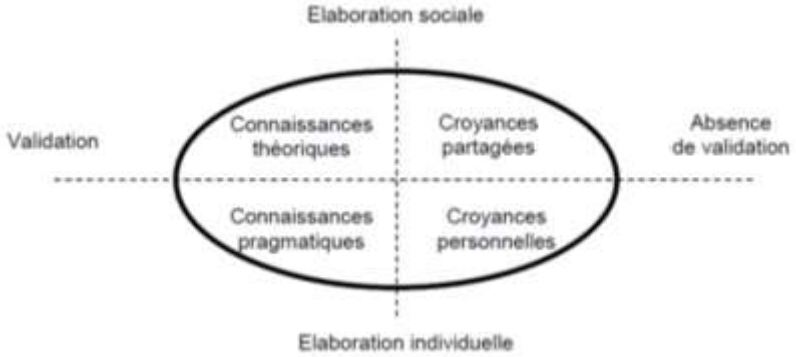


Figure 4 : Les connaissances ouvragées de l'enseignant (Vause,2011)

Par intersection de demi-plans (Figure 4), l'auteure distingue ensuite :

- **connaissances théoriques** : acquises durant des formations ou par des lectures théoriques ;
- **connaissances pragmatiques** : relatives aux expériences d'enseignement d'un individu ;
- **croyances personnelles** : liées à l'histoire d'un individu, valeurs qui ont "imprégné" sa vie, sur lesquelles il s'appuie sans nécessairement se souvenir du lieu et du moment précis où il les a acquises ;
- **croyances partagées** : valeurs partagées par les membres d'un groupe, sans aucune validité empirique.

3 Pratiques déclarées et pratiques effectives

En s'interrogeant sur les usages de la théorie des situations didactiques dans la formation en mathématiques de futurs professeurs des écoles, Bulf et Coulange (2012) distinguent les *pratiques déclarées* par les formateurs interviewés de leurs *pratiques effectives* et traitent avec prudence les données recueillies pour éviter de tirer des conclusions hâtives ou de faire des généralisations abusives :

> *[…] nous nous appuyons essentiellement sur le recueil des **pratiques déclarées** par les formateurs […] Ce n'est pas sans soulever des questions sur les relations complexes entre les déclarations de ces acteurs du système de formation et leurs **pratiques effectives** : si la théorie est déclarée, est-elle pour autant présente dans la pratique ? Si la théorie n'est pas déclarée, est-elle pour autant absente des pratiques ? (Bulf et Coulange, 2012, p. 289).*

De même, nous faisons appel, dans ce travail, à cette distinction entre pratiques déclarées et pratiques effectives, notamment dans le cas du formateur qui a répondu au questionnaire et que nous avons en outre observé lors d'une séance de TD (travaux dirigés) puis interviewé à l'issue de celle-ci.

4 Retour sur la problématique

Nous avons analysé les choix opérés par des formateurs français au travers de résultats recueillis grâce à la mise en place d'un dispositif comportant un questionnaire, des entretiens et l'observation d'une séance de l'un des formateurs interviewés. Nous avons ainsi tenté de mettre en relation leurs connaissances

[7] Chevallard (1991, p. 25) introduit le terme « noosphère » afin de désigner la sphère où l'on « pense », c'est-à-dire où l'on conçoit et l'on construit, l'enseignement des mathématiques.

ouvragées (Vause, 2011) avec les choix qu'ils opèrent et d'analyser, dans l'étude d'un cas, l'écart éventuel entre les pratiques déclarées et les pratiques effectives (Bulf et Coulange, *ibid*). La problématique retenue peut se décrire en trois questions de recherche. Le modèle de Vause (*ibid*) s'accommode relativement bien au formateur et prend en compte son histoire personnelle dans l'exercice de son métier. Ainsi, ce modèle nous permet d'apprécier le rapport du formateur aux savoirs pour former. Mais il nous permet également d'apprécier son rapport aux savoirs pour enseigner, car celui-ci est décelable au travers de ses croyances personnelles ou de ses connaissances pragmatiques.

QR1 : Les choix opérés par un formateur, lors de la transposition didactique intermédiaire qui lui incombe, sont-ils fortement liés à l'une ou l'autre des catégories de ses connaissances ouvragées sur la notion de déconstruction dimensionnelle ?

QR2 : Les connaissances ouvragées d'un formateur peuvent-elles constituer un frein à la diffusion des travaux de la recherche sur cette notion ?

En nous intéressant aux connaissances et aux pratiques du formateur, la méthodologie que nous avons mise en place nous permet aussi de saisir, dans un cas de figure, quelques éléments pour tenter d'analyser des concordances ou écarts éventuels entre les pratiques déclarées et les pratiques effectives d'un formateur.

QR3 : Quelles concordances peut-on identifier entre les pratiques déclarées et les pratiques effectives ? Sinon, quels écarts ?

IV - UNE ENQUÊTE SUR LES CONNAISSANCES ET LES PRATIQUES DES FORMATEURS

1 Une méthodologie guidée par le contexte

Notre étude porte sur les séances de TD « Géométrie » en deuxième année de master MEEF parcours PE[8] à l'ESPE de Toulouse[9]. Le contenu de ces séances naît d'un travail de préparation collectif, s'adresse à public homogène d'étudiants-professeurs ayant réussi le même concours et s'insère dans une progression identique sur tous les sites, progression qui se termine par une évaluation commune. Ces conditions semblent particulièrement favorables pour étudier la variabilité des enjeux de savoir privilégiés par les formateurs au cours de la transposition didactique intermédiaire. Nous avons tout d'abord observé et filmé une occurrence d'une séance de ce TD animée par l'un des formateurs (ci-après nommé Claude) sur son site puis avons conduit avec lui un entretien « à chaud ». L'analyse de la séance observée a dévoilé un certain écart entre la mise en œuvre opérée par Claude et celle suggérée par le travail de préparation collectif. Cet écart nous a conduits à concevoir un questionnaire individuel visant à recenser les choix de chaque formateur et à révéler ses connaissances ouvragées au travers de l'expression des conditions dans lesquelles ces choix ont été effectués. Nous avons mené une analyse *a priori* du questionnaire en termes de connaissances ouvragées, et l'avons soumis à distance à douze formateurs. Neuf d'entre eux l'ont renseigné puis ont été soumis à un entretien d'élucidation de certaines de leurs réponses. Le traitement statistique qui a suivi nous a permis d'interpréter les réponses en termes de connaissances et de croyances.

2 Questionnaire et analyse de quelques questions clés

Le questionnaire contenait quinze questions. Les premières ambitionnaient de recenser les choix opérés par les formateurs pour les séances de TD « Géométrie » et les motivations de ces choix. Il ressort des réponses à ces premières questions que deux formateurs sur neuf ont évincé la déconstruction dimensionnelle au cours de la transposition didactique intermédiaire. Ces deux formateurs ont mis en œuvre la situation d'homologie-transposition prévue dans le travail de préparation collectif et vouée à la restauration / reproduction de figure, mais ils n'ont pas vraiment abordé la déconstruction dimensionnelle, préférant consacrer la partie transposition de ce dispositif de formation à des généralités

[8] Professeur des écoles.

[9] L'ESPE de Toulouse Midi-Pyrénées s'étend sur huit sites départementaux.

sur la résolution de problème. Un autre formateur (Claude[10]) s'est affranchi de manière conséquente du travail de préparation collectif en remplaçant une situation de restauration par une situation de reproduction dans quatre environnements différents et en choisissant de ne pas mettre les étudiants en position d'enseignants. Les dernières questions du questionnaire étaient relatives aux observations que ces formateurs ont effectuées lors de visites de stagiaires en responsabilité dans des classes de cycle 2 ou de cycle 3 cherchant à cerner les connaissances pragmatiques des formateurs sur les besoins de formation des stagiaires. Les questions centrales visaient à cerner le niveau de connaissances théoriques des formateurs sur la notion de déconstruction dimensionnelle (Q9) ainsi que leurs croyances personnelles ou partagées sur l'intérêt de cette notion pour la formation (Q10 et Q11). Attardons-nous quelques instants sur ces trois questions.

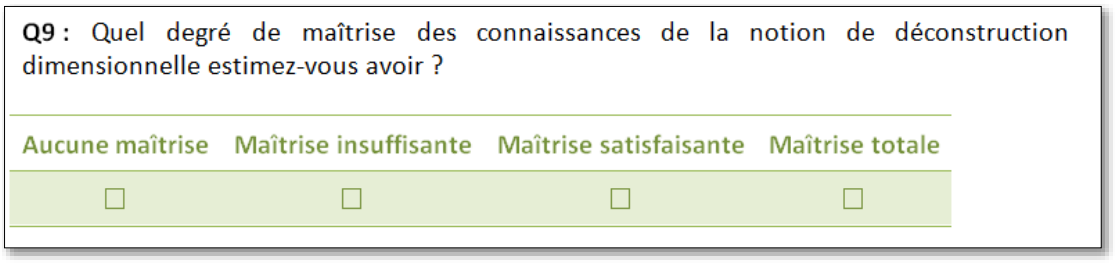


Figure 5 : Question relative aux connaissances théoriques de la déconstruction dimensionnelle

Analyse *a priori* :
L'objectif de cette question est de recenser les degrés déclarés par les formateurs de leur maîtrise des connaissances relatives à la déconstruction dimensionnelle (connaissances théoriques, au sens de Vause (2011)). Nous estimons que ce degré est indéniablement un facteur clé du choix de sélectionner ou d'évincer la déconstruction dimensionnelle lors de la transposition didactique intermédiaire. En effet, il n'est pas imaginable qu'un formateur ayant choisi d'aborder la déconstruction dimensionnelle au cours de la séance de TD déclare après coup ne pas du tout maîtriser cette notion. Par contre, il est tout à fait envisageable qu'un formateur déclare maîtriser la notion de façon satisfaisante ou totale et choisisse de ne pas la sélectionner, ne la considérant pas pertinente ou pas prioritaire. Nous nous attendons à ce que les réponses des formateurs se répartissent majoritairement sur les modalités « Maîtrise insuffisante » et « Maîtrise suffisante » traduisant en cela l'hésitation de ces derniers entre humilité et honnêteté.

Résultats :
Conformément à nos attentes, le degré de maîtrise des connaissances relatives à la déconstruction dimensionnelle déclaré par les formateurs est très majoritairement qualifié d'insuffisant (4/9) ou de satisfaisant (4/9). Seul un formateur estime n'avoir aucune maîtrise de cette notion. Son auto-évaluation peut sembler contradictoire avec son choix de sélectionner la déconstruction dimensionnelle parmi les notions à aborder prioritairement. Pour expliquer cet apparent paradoxe nous émettons l'hypothèse que l'acception chez ce formateur du terme « maîtrise » est bien plus forte et restrictive que chez ses collègues. Il n'est pas étonnant que la modalité « Maîtrise satisfaisante » soit surreprésentée dans la population des formateurs ayant sélectionné la déconstruction dimensionnelle, et sous-représentée dans la population des formateurs l'ayant évincée (deux formateurs). Comme nous l'avions présagé, il y a une corrélation positive entre la sélection de la déconstruction dimensionnelle et le degré de maîtrise de cette notion. Mais cette corrélation est faible ce qui montre qu'un formateur ne se laisse pas imposer le choix de sélectionner la déconstruction dimensionnelle par ses *connaissances théoriques* de cette notion, et qu'il garde un pouvoir objectif d'y renoncer.

[10] Les choix de Claude sont analysés plus loin, lors d'un zoom sur ses pratiques.

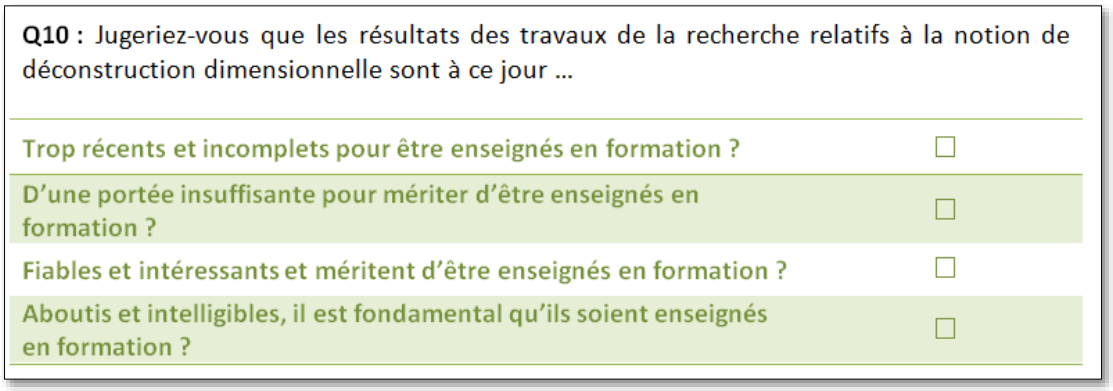


Figure 6 : La déconstruction dimensionnelle en formation ?

Analyse *a priori* :
L'objectif de cette question est d'estimer la perception par les formateurs de la capacité intrinsèque de la notion de déconstruction dimensionnelle à figurer comme priorité dans la formation initiale en mathématiques. Toute réponse est nécessairement une croyance (personnelle ou partagée) sur la portée de cette notion. Nous nous attendons à ce que les modalités les moins favorables à la notion de déconstruction dimensionnelle soient surreprésentées chez les formateurs qui estiment avoir une maîtrise insuffisante de celle-ci, et parallèlement, à ce que les modalités les plus favorables à cette notion soient surreprésentées chez les formateurs qui estiment en avoir une maîtrise satisfaisante ou totale.

Résultats :
Aucun enseignant n'a jugé les résultats des travaux de la recherche relatifs à la notion de déconstruction dimensionnelle « trop récents et incomplets » ou « d'une portée insuffisante » pour être enseignés en formation initiale. Quatre formateurs estiment que ces travaux sont « fiables et intéressants et méritent d'être enseignés en formation », deux considèrent qu'ils sont « aboutis et intelligibles, [et qu'] il est fondamental qu'ils soient enseignés en formation », et deux formateurs semblent exprimer un choix intermédiaire en se prononçant simultanément pour les deux dernières modalités. Nous constatons une réelle homogénéité des croyances des formateurs de l'équipe sur la qualité et la pertinence des travaux de la recherche relatifs à la déconstruction dimensionnelle. Il s'agit donc d'une croyance partagée au sein de l'équipe. Cette unité fait naturellement suite au travail collectif réalisé pour la préparation des séances du TD en question. Néanmoins, elle ne se retrouve pas dans les choix opérés lors de la transposition didactique intermédiaire. Les quatre formateurs qui considèrent ne maîtriser la notion de déconstruction dimensionnelle qu'insuffisamment jugent pourtant son enseignement en formation initiale requis, voire fondamental. Nous interprétons cette apparente contradiction par un excès de modestie chez trois d'entre eux dans l'auto-évaluation de leurs connaissances, et comme l'affirmation d'un réel regret de la part de l'autre de manquer de connaissances théoriques sur cette notion pour se sentir capable de l'enseigner. Enfin, un formateur ne formule pas d'avis, et ce délibérément. Cette absence de choix paraît cohérente avec sa réponse à la question précédente. Nous faisons l'hypothèse que ce formateur est conscient de l'étendue des travaux de la recherche sur la déconstruction dimensionnelle, que cette étendue lui donne l'impression de ne pas maîtriser cette notion et rend impossible tout jugement quant à la pertinence de son enseignement en formation initiale.

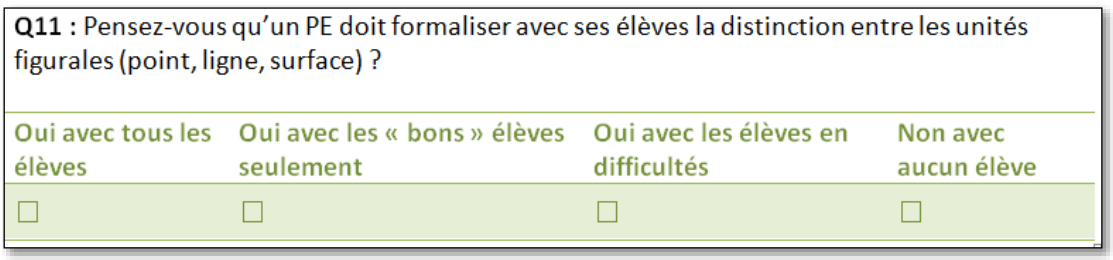


Figure 7 : La déconstruction dimensionnelle à l'École ?

Analyse *a priori* :
Nous pensons que cette question donnera aux formateurs la possibilité de révéler leurs croyances sur l'utilisation future par un PE dans sa classe des connaissances sur la déconstruction dimensionnelle[11] qu'il aura acquises en formation initiale. Les formateurs croient-ils que ces connaissances sont transposables par un PE à destination des élèves ? Dans l'affirmative, ces connaissances serviront-elles en remédiation avec des élèves « en difficultés », en approfondissement avec des « bons » élèves, ou à l'occasion de séances classiques en classe entière ?

Résultats :
Pour une meilleure compréhension, nous avons dû reformuler cette question lors des entretiens, en remplaçant le verbe « formaliser » par « expliciter ». En effet, chez les formateurs, l'acception du verbe « formaliser » a une trop forte connotation formelle et le degré d'abstraction que celle-ci induit les invitait à répondre naturellement « Non, avec aucun élève ». Dans l'énoncé de la question, l'ordre dans lequel les unités figurales « point », « ligne » et « surface » sont présentées est maladroitement choisi car il va à l'encontre de la déconstruction dimensionnelle. Cependant cette maladresse ne semble pas avoir influencé les réponses puisque, à l'unanimité sauf un, les formateurs interrogés pensent qu'avec tous ses élèves, et pas seulement avec les bons élèves ou avec les élèves en difficultés, un PE doit expliciter la distinction entre ces unités figurales. Cette croyance est ainsi largement partagée au sein de l'équipe. La réponse isolée à la question Q11 semble essentielle pour expliquer le choix du formateur qui l'a formulée de ne pas sélectionner la déconstruction dimensionnelle lors de la transposition didactique intermédiaire de la séance de TD qui nous intéresse. Nous identifions deux croyances personnelles de ce formateur, à savoir que « Un PE ne doit pas expliciter avec ses élèves la distinction entre les unités figurales » et « Les résultats relatifs à la notion de déconstruction dimensionnelle sont à ce jour fiables et intéressants et méritent d'être enseignés en formation ». La première de ces croyances l'emporte manifestement sur la seconde chez ce formateur qui n'accorde pas le statut de notion prioritaire pour la formation initiale à la notion de déconstruction dimensionnelle. Plus globalement, la sélection par les formateurs de la déconstruction dimensionnelle parmi les notions à aborder en formation initiale semble être guidée par leur croyance personnelle (en fait partagée) vis-à-vis des bénéfices immédiats que stagiaires et élèves pourront en retirer.

3 Zoom sur certains choix de l'équipe

Lors des séances de TD sur la géométrie à l'école primaire, l'équipe de formateurs vise entre autres à mettre les étudiants en condition de prendre conscience que l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie peuvent aussi se faire par la résolution de problèmes et puis de s'interroger sur les regards que les élèves de l'école primaire peuvent porter sur une figure géométrique. Dans son travail de préparation l'équipe retient trois situations de reproduction de figures planes. Une première situation porte sur une figure extraite de Keskessa et *al.* (2007), conçue donc par le groupe de Lille (Figure 2). Elle est proposée pour mettre les étudiants dans une posture d'élèves.
Une deuxième situation (Figure 8, à gauche) est l'adaptation d'un problème tiré d'une brochure de l'IREM de Lyon[12] : elle présente toutes les caractéristiques pour être une situation de restauration, nous y revenons dans la section suivante.

[11] Pour le lecteur non averti précisons que la déconstruction dimensionnelle consiste en une décomposition en unités figurales au sens de Duval (2005).

[12] La situation porte sur une figure (Figure 8, gauche) que les auteurs de la brochure (Anselmo et al., 2013) ont tiré à leur tour d'une vieille édition de la collection Cap Maths (Hatier).

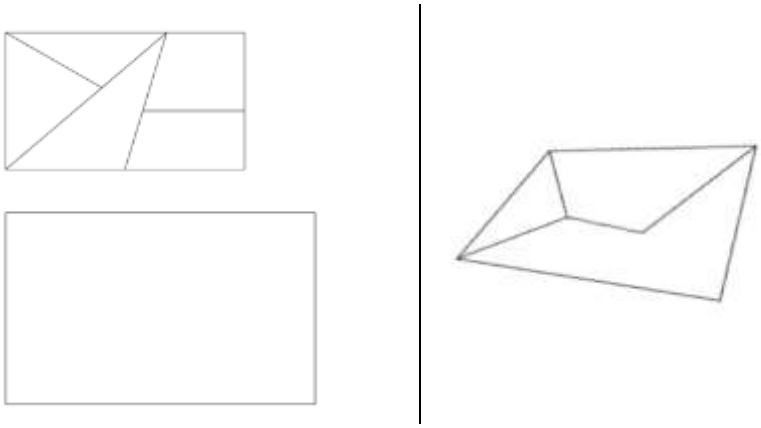


Figure 8 : Supports de travail des étudiants en position d'élèves (à gauche) puis d'enseignants (à droite)

Dans ces deux premiers cas, les instruments disponibles sont : une règle non graduée, une règle informable[13], un crayon et une gomme ; éventuellement, un petit morceau de papier calque pour la deuxième situation. On n'évoque pas explicitement le coût sur les instruments mais, on précise dans la consigne « *vous devez effectuer le moins de reports de longueurs possibles* ». Dans le volet consacré à la synthèse à l'issue **de ces deux restaurations de figure**, les formateurs évoquent les programmes scolaires et notamment deux ressources sur les problèmes pour chercher, lectures à suggérer aux étudiants. Aucun document à propos de la restauration de figures n'est indiqué explicitement. La dernière situation est extraite de Mangiante et Perrin-Glorian (2014), encore donc une situation conçue par le groupe de Lille (Figure 8, à droite) et destinée à être un support pour mettre les étudiants dans une posture d'enseignant.

4 Zoom sur les pratiques d'un formateur : le cas de Claude

Dans les réponses aux questions Q9 à Q11, Claude déclare avoir une maîtrise satisfaisante de la notion de déconstruction dimensionnelle (Q9) ; il considère que les résultats des recherches sur cette notion sont fiables, intéressants, aboutis et intelligibles, qu'il est fondamental de les enseigner en formation (Q10) ; il pense enfin qu'un professeur des écoles doit enseigner cette notion à tous ses élèves (Q11). Lors de l'entretien, Claude affirme qu'il modifie le support commun. Il met ainsi en œuvre un processus de transposition didactique intermédiaire, ce qui se confirme lors de la mise en œuvre du contenu de la séance de TD qui a été observée. Notamment, lors de la phase de mise en situation d'élèves, il remplace la première figure par une autre et il ne met pas par la suite les étudiants en situation de préparer une séance/séquence de restauration de figure. En effet, il s'empare d'un travail élaboré par quelques membres de la Copirelem[14], un travail original car les auteurs vont au-delà de l'environnement papier-crayon pour analyser des situations de reproduction de figures planes et proposent la reproduction d'une croix (Figure 9) aussi dans d'autres environnements, à savoir le papier-ciseaux, Géogebra et Scratch.

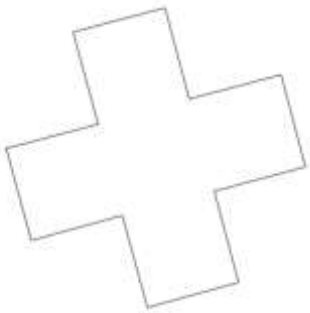


Figure 9 : Figure à reproduire dans quatre environnements différents (Billy et al. 2018)

Dans son diaporama et aussi lors de la séance de TD, Claude mobilise des connaissances théoriques (notamment didactiques, en citant Duval (2004) ; et curriculaires, en citant les textes officiels des

[13] Bande de papier à un seul bord rectiligne sur laquelle il est possible de repérer une longueur en vue de la reporter…

[14] Cf. Billy et *al*. (2018).

programmes de l'école primaire). Des connaissances ouvragées semblent émerger dans ses discours, au cours de la séance. Par exemple, après avoir analysé avec les étudiants la reproduction de la croix à l'aide de Scratch, Claude affirme que « *si je suis fort en algorithmique, j'ai moins besoin de travailler en géométrie* » (sous-entendu pour reproduire la croix dans l'environnement Scratch), discours qui mélange des connaissances théoriques sur l'algorithmique et la géométrie avec une croyance personnelle à l'égard de leur usage (il serait en effet intéressant de vérifier si cette croyance est partagée par son équipe ou davantage).

Lorsque Claude propose aux étudiants de reproduire la croix, des moments nous semblent cruciaux pour identifier la manière dont il s'est approprié la notion de déconstruction dimensionnelle et la manière dont il la fait vivre dans la classe, ce que nous reconnaissons alors en tant que connaissances pragmatiques. Par exemple, sur les diverses visions des figures, lorsqu'il interagit avec le groupe qui s'est servi de Geogebra, il conclut :

> *Le fait de vous avoir plongé dans cet environnement-là Geogebra, a orienté ou a conditionné le regard que vous avez porté sur la figure […] et pour réussir à faire vos fameux cinq carrés vous avez oublié cette vision, en fait vous avez oublié ce regard-là, vous avez focalisé, vous avez vu autre chose, vous avez vu des points. Vous êtes passés d'une vision de alors voir des carrés c'est voir des formes ce qu'on appellera tout à l'heure des objets en deux dimensions […] à des objets à zéro dimension.*

Et, plus loin, il se focalise sur les instruments en évoquant (trop ?) rapidement le lien avec les propriétés et des connaissances géométriques :

> *Si je propose une même tâche dans des environnements différents je vais faire mobiliser chez les élèves des regards différents et donc des propriétés différentes de la figure.*

Et encore :

> *Puisque vous n'avez pas beaucoup d'instruments vous êtes obligés de mobiliser beaucoup de connaissances.*

De toutes les contraintes qui caractérisent une situation de restauration, utile pour rendre opérationnelle la déconstruction dimensionnelle, Claude se focalise notamment sur les instruments et le rôle qu'ils jouent sur le changement de regard qu'ils permettent d'opérer. Et il souligne ainsi l'importance d'un travail dans des environnements différents et avec des instruments différents pour aider les élèves à opérer ce changement.

Les connaissances mathématiques sous-jacentes à l'usage des instruments sont rapidement évoquées lors de la mise en commun. Il met surtout l'accent sur le passage d'une vision à l'autre. L'idée que ces situations visent la mise en évidence de propriétés géométriques n'est pas encore prise en compte de manière prégnante par Claude.

Après la reproduction de la croix, le formateur fait une synthèse qui le conduit à parler explicitement de « *restauration de figure* » (ce qui n'était pas évoqué dans le travail de préparation collectif), en s'appuyant sur l'un des premiers documents du groupe de Lille, publié en 2004, où il y a une figure à restaurer (Figure 10), à partir d'une amorce (modèle grignoté).

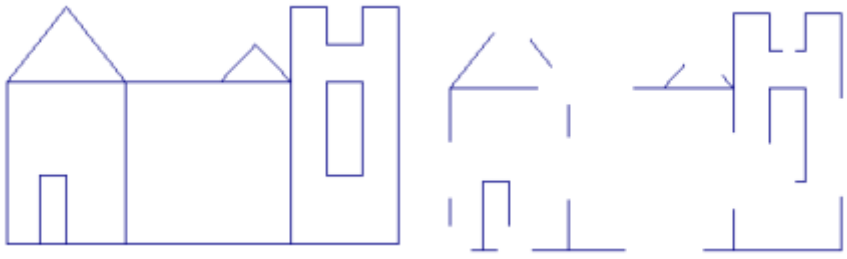


Figure 10 : Support de travail d'une situation de restauration de figure [15].

Il passe alors rapidement sur les propriétés qui sont rarement explicitées dans l'enseignement de la géométrie (par exemple, l'unicité de la droite passant par deux points distincts), un aspect qui demeure cependant primordial dans l'esprit du groupe de Lille.

[15] Cette figure est extraite d'un document datant de 2004 et que l'on trouve à l'adresse URL suivante : http://www.lille.iufm.fr/IMG/pdf/Geometrie_au_cycle_2.pdf.

La question alors se pose à propos de la *raison d'être* (au sens de Chevallard, 1998) d'un travail sur le changement de regard sur la figure à l'école primaire et, par conséquent sur la *raison d'être* d'un travail sur la déconstruction dimensionnelle en formation initiale.

Lorsqu'il propose la situation de restauration de la Figure 8 (à gauche), deux points nous semblent cruciaux et essentiellement liés entre eux. Claude met l'accent sur l'agrandissement et la conservation des angles (« *pour résoudre cette tâche, il faut savoir reporter les angles* ») mais ne précise jamais et s'éloigne de la signification qui est attribuée par le groupe de Lille à cette variable, à savoir que l'amorce n'est pas à la même échelle que le modèle pour empêcher de se servir de la mesure, qui fonctionnerait sinon en obstacle pour la conceptualisation des objets géométriques en jeu.

Pourquoi Claude ne prend-il pas en compte l'agrandissement en tant que variable didactique caractérisant les problèmes de restauration ? Ou bien, le groupe de Lille ne prend-il pas en compte le fait que l'agrandissement porte avec lui des propriétés géométriques qui passeraient alors sous-silence ?

C'est en mettant l'accent sur l'agrandissement qu'il délaisse la question du changement de regard sur la figure et se focalise sur les propriétés qui peuvent être travaillées avec (visées par) cette situation, à savoir que l'agrandissement conserve les angles. Pour résoudre ce problème, dit-il, il faut savoir reporter un angle (argument qui demeure lié aux instruments). Cela pour enfin faire le lien avec la résolution de problème, un objectif affiché dans le document collectif de l'équipe. Mais le savoir en jeu n'est pas encore enseigné à l'école primaire : les étudiants restent dans une posture d'élèves.

Par moments, nous pourrions peut-être reconnaître une concordance entre les pratiques déclarées et les pratiques effectives : Claude pense que cette notion est à traiter en formation et c'est bien ce qu'il fait. Mais aussi un écart car il ne met pas ses étudiants en condition d'analyser ces situations en termes de mise en œuvre alors qu'il affirme que c'est aussi nécessaire de l'enseigner à l'école primaire et sans compter que, dans le support commun, une phase est prévue pour traiter cet aspect (l'étudiant en posture d'enseignant). Ici, Claude laisse les étudiants en posture d'élève (autre élément caractérisant son choix dans la phase de transposition didactique *intermédiaire*).

V - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

1 Limites de l'enquête

Dans notre travail, nous n'avons pas pris en compte certains freins à la diffusion des travaux de la recherche sur la déconstruction dimensionnelle que pourraient être la rupture du contrat didactique lié aux situations de restauration de figure (Perrin-Glorian et Godin, 2014, p. 37), la priorité « lire, écrire, compter » du ministère de l'Éducation Nationale, l'état de la formation initiale et de la formation continue des enseignants, des ressources d'accompagnement manquantes. La taille et l'homogénéité de notre échantillon nous invitent à ne pas tirer de conclusions hâtives de cette enquête. Sans observation *in situ*, la distinction entre croyance personnelle et connaissance pragmatique est difficile.

2 Conclusions

Nous avons constaté une variabilité importante des mises en œuvre liée à celle des connaissances ouvragées des formateurs : malgré les paramètres identiques, chaque formateur, dans la phase intermédiaire du processus de transposition didactique, met en compétition des éléments de savoirs pour enseigner, en choisit certains plutôt que d'autres. Cette attitude est due soit à des connaissances théoriques insuffisantes soit à une croyance personnelle selon laquelle la déconstruction dimensionnelle ne serait pas immédiatement utile aux élèves. Le travail que nous avons mené a conforté notre hypothèse selon laquelle le formateur est un maillon charnière de la diffusion des travaux de la recherche. Il a également révélé qu'aucun type de connaissances ouvragées ne ressort vraiment et guide, à lui seul, les choix des formateurs. Nous avons mis au jour deux freins potentiels à la diffusion des travaux de la recherche sur l'enseignement, à savoir le manque de formation des formateurs et le relatif éloignement entre la recherche et les pratiques de classe.

Le zoom sur les pratiques de Claude nous conduit à des analyses qui enrichissent les réflexions à ce propos. Ce formateur profite de la séance de TD sur la géométrie pour travailler avec les étudiants sur la

déconstruction dimensionnelle en l'articulant avec des environnements variés tels que GeoGebra et Scratch. Or, l'articulation de divers éléments de la formation peut être vu comme un bon compromis mais à quel prix ?

Nous sommes enfin amenés à croire que certains choix, comme l'articulation de divers éléments, rendent difficile l'intégration de différents aspects de la notion de déconstruction dimensionnelle, notamment relativement aux variables didactiques caractérisant les situations de restauration ; et, en outre, que la maîtrise des connaissances sur la notion en question semble aussi influer sur le choix de Claude à proposer un travail sur la déconstruction dimensionnelle où les étudiants demeurent dans une posture d'élève et n'analysent jamais l'activité dans une posture d'enseignant.

3 Perspectives

3.1 Des questions plus larges liées à la formation

Ce que nous avons étudié nous renvoie à la question de la nécessité d'un programme national de formation initiale des PE. Le but de celui-ci ne serait pas d'uniformiser à outrance la formation initiale, laquelle aurait toujours vocation à initier les stagiaires à la recherche et à les outiller pour l'autoformation, mais cela ne se ferait pas au détriment de connaissances fondamentales pour enseigner, comme celles liées à la déconstruction dimensionnelle. Charge à la noosphère de tracer les contours de ce programme. Une formation continue à la hauteur du rythme des changements de programmes semble également nécessaire, de même qu'une considération enrichie de la géométrie dans les programmes de l'école et dans l'épreuve de mathématiques du concours de recrutement des PE.

La formation continue a pour mission de faire évoluer les pratiques enseignantes et, notamment, de les faire se rapprocher des recommandations institutionnelles. La prise en compte dans les programmes (MEN, 2015) du changement de regard sur les figures devrait conduire la formation continue à créer les conditions de la bonne appropriation par les enseignants de la démarche associée à cet apprentissage des élèves. Adossée à des ressources d'accompagnement « mises à jour », la formation continue devrait proposer aux enseignants de nombreux exemples de situations de reproduction ou de restauration de figure et mettre en valeur le rôle des variables didactiques identifiées. La formation continue devrait aussi prendre en charge des aspects plus pratiques. Aider les enseignants à cerner les objectifs d'apprentissage, à choisir ou construire des figures idoines, à dépasser la prégnance des instruments usuels, à faciliter la confection de matériel adapté aux situations. Sous l'impulsion d'instances nationales, la formation continue pourrait « populariser à grande échelle » les désormais nombreuses ressources dédiés à la déconstruction dimensionnelle.

3.2 Des questions de recherche

Notre étude nous conduit à nous interroger sur la forme et le contenu d'une éventuelle institutionnalisation de la notion de déconstruction dimensionnelle en classe et donc en formation. Si tel était le cas, de connaissance théorique du formateur, libre de la transmettre ou pas aux professeurs des écoles stagiaires, la notion de déconstruction dimensionnelle deviendrait alors aussi une connaissance théorique de l'enseignant, et par ricochet une connaissance curriculaire de l'enseignant et du formateur. À n'en pas douter la diffusion des travaux de la recherche sur la notion de déconstruction dimensionnelle serait grandement accélérée. Ainsi, une question de recherche pourrait être : « Quelle institutionnalisation ? »

Nous l'avons déjà évoqué, pour être en mesure de mieux apprécier les connaissances ouvragées des formateurs, notamment celles mises en œuvre lors de la phase d'institutionnalisation sur la déconstruction dimensionnelle, et dépasser les écarts entre pratiques déclarées et pratiques effectives, il faudrait conduire un travail *in situ* semblable à celui Barrier et *al.* (2016). Le cadre théorique évoluerait sans doute pour tenir compte des travaux de Rowland et al. (2005), de Bednarz et Proulx (2011), et de Bachy (2014), qui ont une approche située (dynamique) des connaissances pour enseigner les mathématiques, à adapter aux connaissances pour former à enseigner les mathématiques.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Anselmo, B., Braconne-Michoux, A., Gros, D. et Zucchetta, H. (2013). *La géométrie plane du cycle 3 au collège*, IREM de Lyon, 21-26

Bachy, S. (2014). Un modèle-outil pour représenter le savoir techno-pédagogique disciplinaire des enseignants. *Revue internationale de pédagogie de l'enseignement supérieur.*

Barrier, T., Mathé, A-C. et Mithalal, J. (2016). Formation initiale des enseignants du premier degré en géométrie : quels savoirs ? *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, volume **21**, 317-342.

Bernadz, N. & Proulx, J. (2011). Spécificité du travail mathématique de l'enseignant : un ancrage pour la formation continue. Actes du colloque international sur le travail enseignant au XXI siècle, perspectives croisées : didactiques et didactique professionnelle. Lyon, Institut National de la recherche pédagogique (INRP).

Billy, C., Cabassut, R., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2018). Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Perspectives pour la formation. *Acte du 44e colloque de la COPIRELEM : Manipuler, représenter, communiquer : Quelle est la place de la sémiotique dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ?*, juin 2017, Épinal, France

Bulf, C. et Coulange, L. (2012). Comment dans nos domaines d'intervention sommes-nous amenés à interroger les apports de la théorie des situations didactiques ? In Robert A., Elalouf M.-L. (2012). *Les didactiques en question, État des lieux et perspectives pour la recherche et la formation.* Bruxelles : De Boeck, 285-302.

Chevallard, Y. (1991). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique, *Actes de l'Université d'été*, La Rochelle – Charente-Maritime, 91-118

Duval, R. (2004). Des figures à la manière de les voir : comment poser le problème de la visualisation dans l'apprentissage de la géométrie ? *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, 15-38.

Duval, R. et Godin, M. (2006). Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, **76**, 7-27.

Fruchon, C. (2018). En formation initiale, quels freins à la diffusion des travaux de la recherche sur l'enseignement de la géométrie ? Exemple de la déconstruction dimensionnelle. Mémoire de Master MEEF, Pratiques et ingénieurie de la formation, Innovations et didactiques. ESPE d'Aquitaine, Université de Bordeaux.

Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J. et Delplace, J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, **79**, 33-60.

Mangiante, C. et Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. *Grand N*, **94**, 47-77.

MEN (2015). Bulletin Officiel, spécial n°11 du 26 novembre 2015.

Perrin-Glorian, M.J. et Godin, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Maths École*, **222**, 28-38

Perrin-Glorian, M.-J. et Godin, M. (2018). Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837v2/document (Consulté le 10 septembre 2019).

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge : The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 8(3), 255-281.Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, **57(1)***, 1-23.

Vause, I. (2011). Des pratiques aux connaissances pédagogiques des enseignants : les sources et les modes de construction de la connaissance ouvragée. Université Catholique de Louvain, Faculté de psychologie et de sciences de l'éducation. Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de docteur en sciences psychologiques et de l'éducation.

ANALYSE DES GESTES PROFESSIONNELS D'ENSEIGNANTS DÉBUTANTS DE L'ÉCOLE PRIMAIRE EN CLASSE DE GÉOMÉTRIE

Caroline BULF
INSPE de l'académie de Bordeaux
Lab-E3D, Université de Bordeaux EA7441
caroline.bulf@u-bordeaux.fr

Résumé
La recherche relatée ici s'inscrit dans le cadre d'une recherche-action ESPE-CARDIE[1], menée pendant trois ans (2015-2018) auprès d'une cohorte d'une quinzaine d'enseignants débutants à l'école primaire (de la Petite section de Maternelle au CM2, élèves de 3 à 11 ans). L'objectif de cette recherche est d'étudier les conditions de développement des gestes professionnels de ces enseignants. Nous présentons en premier lieu le dispositif innovant mis en place pendant trois ans. Puis, en nous appuyant sur des extraits de corpus de séances de classe menées par différents enseignants de la cohorte, nous mettrons au jour certains éléments que l'on pense caractéristiques des gestes professionnels d'enseignants débutants en classe de géométrie.

Comme évoqué dans le résumé, la première partie de ce texte présente le contexte et les grands enjeux (méthodologiques, théoriques,…) de la recherche présentée qui porte sur l'étude des gestes professionnels d'enseignants débutants de la maternelle à la fin de l'école élémentaire en mathématiques et en français. Nous y décrivons en particulier les conditions de suivi de la cohorte d'enseignants et le protocole de recueil de données. La seconde partie de ce texte est consacrée à l'étude des gestes professionnels d'enseignants débutants en classe de géométrie. A partir de l'analyse d'un court extrait de classe, nous mettons au jour en quoi les relations complexes qui se jouent entre trois dimensions intrinsèques de toute activité géométrique (matérielles / visuelles / langagières) peuvent être difficiles à appréhender pour un enseignant débutant. Nous analysons ensuite deux épisodes de classe que nous pensons intéressants du point de vue de la gestion par les enseignants des conditions nécessaires et suffisantes pour la construction d'un carré. Enfin, la dernière partie de ce texte permettra de discuter des limites et les perspectives de cette recherche.

I – CONTEXTE GENERAL : UNE RECHERCHE-ACTION ESPE-CARDIE SUR LES GESTES PROFESSIONNELS D'ENSEIGNANTS DÉBUTANTS EN FRANÇAIS ET EN MATHÉMATIQUES

1 Enjeu global de la Recherche-Action

Notre recherche-action s'intitulait « suivi longitudinal des gestes professionnels d'enseignants débutants » et s'est déroulée pendant 3 ans, de septembre 2015 à Juin 2018. L'équipe de suivi était composée de trois formatrices ESPE (également porteuses du projet) et trois formateurs « terrain »[2]. L'intérêt de notre recherche portait sur l'étude de la part du didactique dans la genèse et le développement des gestes professionnels d'enseignants débutants. Nous affichions très clairement une visée descriptive

[1] ESPE : Ecole Supérieure du Professorat et de l'Education dorénavant depuis le 1er Septembre 2019, INSPE : Institut National Supérieur du Professorat et de l'Education.

CARDIE : Conseil Académique en Recherche-développement, Innovation et Expérimentation.

[2] Trois formatrices ESPE : V. Billon et V. Boiron en didactique du français et C. Bulf en didactique des mathématiques. Trois formateurs PEMF (Professeur des écoles maître formateur) ou CPC (conseiller pédagogique de circonscription) : L. Luzié, J.-F Peyron, V. Beau.

et formative[3] pour les enseignants de la cohorte qui s'avéraient être des anciens étudiants des trois formatrices porteuses du projet.

2 La cohorte

La cohorte était constituée de douze enseignants débutants[4] :

- une moitié environ était constituée d'anciens étudiants M2 du Master MEEF (Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation) mention premier degré durant l'année universitaire 2013-2014 ;

- une autre moitié venait de la promotion universitaire de l'année suivante 2014-2015.

Les profils de ces enseignants étaient variés : des étudiants impliqués dans la formation initiale, des étudiants moins impliqués ; des étudiants en difficulté durant leur stage ou au contraire développant déjà des gestes professionnels intéressants ; des étudiants en reconversion avec des parcours professionnels divers, des étudiants « jeunes » et des moins jeunes ; des hommes et des femmes ; etc.

Entre 2015 et 2018, les néotitulaires ont souvent enseigné dans des réseaux d'éducation prioritaires (REP) et réseaux d'éducation prioritaires renforcés (REP +) ou dans des écoles rurales girondines.

3 Arrière-plan théorique et questions de recherche

3.1 Des préoccupations didactiques et langagières partagées au sein de notre laboratoire (Lab-E3D)

L'étude des conditions du développement professionnel des enseignants est au cœur de nombreuses recherches dans le domaine de l'éducation et génèrent souvent des questions vives compte tenu des conditions de formation des enseignants qui sont en perpétuelles mutations dues aux nombreuses réformes, notamment ces dix dernières années. Il n'est pas aisé de formuler une définition de « geste professionnel » tant ce concept est convoqué dans de nombreux travaux sans pour autant être partagé. Au sein même de notre laboratoire (le Lab-E3D : Laboratoire Épistémologie et Didactique des Disciplines à l'Université de Bordeaux), nous ne partageons pas une unique définition et pourtant le travail de recherche relaté ici s'inscrit dans la filiation des travaux déjà publiés[5] sur ce thème. Une dimension essentielle qui d'emblée rassemble un certain nombre de nos travaux est la prise en compte de la dimension langagière dans nos cadrages théoriques et nos méthodologies sous-jacentes : une grande partie de nos corpus sont construits à partir des interactions langagières ayant lieu en classe, pendant la classe. Notre laboratoire partage le postulat que le langage est lieu de construction de signification, qu'il est consubstantiel de l'action enseignante et qu'il est donc nécessaire de l'analyser pour mieux comprendre les effets/causes potentielles (ou absence d'effets) de cette dernière.

Dans la recherche décrite ici, nous nous inspirons de la distinction « Geste de métier / Geste professionnel » de Jorro (2002). Elle entend par « geste de métier » un ensemble de codes sociaux propres au métier, des actions stéréotypées (écrire au tableau, corriger des cahiers ou copies d'élèves, faire passer un élève au tableau, etc.) ou des images emblématiques (froncer les sourcils, poser le doigt sur ses lèvres, etc.), autrement dit des « invariants de situation qui permettent d'identifier les paramètres structurant l'activité » (Jorro, 2006, p. 7). Les gestes professionnels sont quant à eux appréhendés en situation ; ils relèvent davantage d'une conception « singulière et contextuelle » (Jorro, 2002, p. 40), c'est-à-dire qui prennent sens selon un contexte donné, dans la situation vécue par l'enseignant lui-même. En outre, historiquement, l'équipe bordelaise du Lab-E3D a longuement collaboré avec D. Bucheton ; c'est donc naturellement que nous référons également à ses travaux dans lesquels un geste professionnel est défini comme « l'action de l'enseignant, l'actualisation de ses préoccupations » (Bucheton & Soulé, 2009, p.32). Nous retenons donc dans notre travail l'idée qu'un geste professionnel est en perpétuel ajustement, au

[3] Ajoutons que cette dimension formative touchait également tous les formateurs impliqués.

[4] La cohorte comptait plutôt une quinzaine d'enseignants débutants au départ mais au fil du temps douze sont restés très impliqués. Nous profitons de cette note de bas de page pour les remercier chaleureusement pour leur engagement dans ce projet.

[5] (Bernié, 2004), (Jaubert, 2007), (Jaubert & Rebière, 2010), (Schneeberger & Lhoste, 2013), (Bulf, 2016), (Coulange, Jaubert & Lhoste 2018), etc.

plus près de l'objet de savoir, au plus près des élèves. Ajoutons que dans les derniers travaux de Coulange et Al. (2018), les gestes professionnels sont qualifiés de « didactiques » dès lors que les gestes sont « orientés[s] sur le savoir qui ouvre[nt] un espace potentiel d'apprentissage » (*Ib.*, p.66).

Par ailleurs, les travaux de Bucheton (2009) étant largement diffusés en formation (au moins dans le contexte bordelais), il nous semblait pertinent et facilitateur de partager un même cadrage théorique entre les enseignants de la cohorte et l'équipe des formateurs.

En réalité, nous considérons qu'il est ardu de vouloir d'emblée caractériser l'activité enseignante ; nous gardons à l'esprit qu'il existe d'autres (et nombreuses) dimensions (ou « composantes », ou « tensions », ou « échelles » selon les travaux) pour caractériser cette « complexité » ou cette « épaisseur ». Bucheton et Soulé (2009) proposent le modèle du « multi-agenda de préoccupations enchâssées » (annexe 1) organisé autour de cinq composantes :

– le pilotage de la leçon (organisation et cohérence de la séance) ;

– l'atmosphère (maintien des espaces dialogiques) ;

– le tissage (liens explicites entre les diverses connaissances et expériences de l'élève) ;

– l'étayage (au sens de Bruner, autrement dit le développement des conditions nécessaires pour aider l'élève à dire et faire, sans pour autant faire et dire à sa place) ;

– les savoirs visés.

L'articulation des quatre premières préoccupations citées, de nature plutôt interactionnelle, se fait toujours en relation avec la cinquième, centrale, c'est-à-dire le savoir à construire ; cette dimension est évidemment cruciale compte tenu de la dimension didactique de notre projet. Dans ce cadre, l'organisation dynamique des gestes professionnels détermine des « postures d'étayage » (annexe 2) d'enseignants dont certaines peuvent être caricaturales notamment chez les enseignants débutants, nous développons certains de ces aspects plus loin.

3.2 Postulats

Comme déjà évoqué, nous prenons pour acquis le caractère « complexe » de l'activité enseignante spécifiquement déjà décrit dans de nombreux travaux sur les pratiques d'enseignants débutants à l'école primaire dans le domaine de la didactique des mathématiques (Masselot, 2000 ;Vergnes-Arotça, 2000 ; Butlen, Peltier et Pézard, 2002 ; Mangiante-Orsola, 2007 ; Charles-Pézard, 2010 ; Roditi, 2015). La stabilité est décrite comme étant plutôt « en germe dès le début et se traduisant prioritairement par des choix de déroulements » (Robert et Abboud-Blanchard, 2016, p.9). De nombreux travaux (dont ceux déjà cités jusque-là) ont montré que les enseignants débutants développent plutôt une posture de contrôle car ils cherchent avant tout à organiser leur action par rapport au temps et à l'espace, sans prendre en compte l'activité potentielle des élèves : « Les gestes de tissage sont rares. L'adresse est souvent collective, l'atmosphère relativement tendue » (Bucheton & Soulé, 2009, p. 40), ce qui rejoint l'idée plus générale que la « vigilance didactique » peut être sacrifiée au profit de « la paix scolaire » (Charles-Pézard, 2010).

Par ailleurs, Jorro (2002) décrit aussi le fait que les enseignants débutants essaient d'incorporer des gestes du métier à leur pratique autrement dit ils cherchent à imiter des représentations stéréotypées qu'ils peuvent avoir du métier, nourris par ce qu'ils ont vu ou vécu (eux-mêmes en tant qu'élève).

Ces différents points de départ justifient selon nous notre choix d'étudier les pratiques d'enseignants dès leur entrée dans le métier et nous amènent à nous poser un certain nombre de questions décrites dans le paragraphe suivant.

3.3 Des questions de recherche à visée descriptive et formative

Nos questions de recherche portent sur la description et l'évolution des gestes d'enseignants débutants en considérant (d'après les travaux pré-cités) que l'activité enseignante est d'ores et déjà complexe, non stabilisée (ou « transitoire » pour reprendre les termes de Robert dans (Vandebrouck, 2008, p.64)) et dont la cohérence est en « germe », les préoccupations didactiques n'étant souvent pas prioritaires. Nous cherchons à caractériser leurs gestes en fonction des objets de savoir en jeu : Quels « gestes » repère-t-on chez les enseignants débutants dès l'entrée dans le métier ? Comment ces gestes se manifestent-ils en

fonction des disciplines ? En quoi sont-ils caractéristiques d'une discipline en jeu ? Quel est le rôle/poids du didactique dans la genèse et le développement de ces gestes (autrement dit quel rôle joue la spécificité des savoirs en jeu) ? Comment ces gestes vont-ils évoluer au cours du temps et des différents contextes ? Apporter des éléments de réponse à ces questions donnera des pistes pour mieux comprendre comment agir de façon ciblée sur les conditions de développement des gestes professionnels d'enseignant dès leur formation, dès leur entrée dans le métier. Nous reviendrons sur ces points dans la dernière partie du texte.

4 Recueil de données

La construction de notre corpus est peut-être la partie la plus intéressante et originale de notre recherche. Nous avons procédé en trois temps :

- en premier lieu nous allions filmer une ou plusieurs séances de classe (généralement une matinée entière, 1 à 2 formateurs) d'un même enseignant ;

- puis nous menions un entretien d'auto-confrontation (également filmé) peu de temps après (également à 1 ou 2 formateurs) basé sur des courts extraits choisis des séances observées ;

- et enfin toutes les 5 à 6 semaines, se déroulait ce que nous appelions la séance plénière centrée sur une partie d'une des séances observées en classe (et de l'entretien filmé). Tous les enseignants de la cohorte et les membres de l'équipe de suivi étaient présents lors de cette séance, les échanges entre pairs étant au cœur de ces séances plénières.

Chaque étape a été filmée et transcrite (le travail de transcription est à ce jour toujours en cours) ; l'ensemble des séances filmées en classe est recensé en annexe 3 et l'ensemble des séances plénières avec l'intitulé de chaque séance est recensé en annexe 4. Nous comptabilisons :

- 20 séances de classe filmées (7 en mathématiques ; 12 en français ; 1 en sciences) pour l'ensemble de la cohorte,

- 16 entretiens filmés,

- 21 séances plénières (dont 16 filmées).

Nous faisons l'hypothèse méthodologique que croiser ces différents « recueils » permet d'affiner nos analyses notamment concernant les intentions derrière certains gestes professionnels reconnus[6].

Nous pouvons d'ores et déjà formuler les premières limites à notre travail au regard des données recueillies. Tout d'abord, la dimension comparatiste (mathématiques / français) n'a été explorée réellement pour l'instant que dans un seul cas (l'enseignante Ella, voir la référence dans la dernière note de bas de page), d'autres recueils sont donc à prévoir si l'on veut étayer cette piste. Par ailleurs, nous cherchions « à tracer » l'évolution des gestes d'un même enseignant au cours du temps, et en réalité ce travail n'a été mené que dans un seul cas (l'enseignante Maya) dont nous avons pour l'instant analysé seulement des traces de son activité d'enseignante durant son année de M2 (Bulf, 2016). Nous reviendrons sur d'autres éléments de discussions et pistes possibles au regard du travail présenté dans la partie suivante consacrée à l'analyse des gestes professionnels en classe de géométrie à partir de l'analyse des séances observées chez trois enseignants de la cohorte (Maya, Céline et Emilie). Il s'agit dans cette partie de pointer des éléments qui nous semblent significatifs de l'ensemble de nos observations dans le cadre de cette recherche-action.

II - LE CAS SPECIFIQUE DE L'ETUDE DES GESTES PROFESSIONNELS D'ENSEIGNANTS DEBUTANTS EN CLASSE DE GEOMETRIE

1 Trois dimensions spécifiques de l'activité géométrique (matérielles / visuelles / langagières)

Afin de mettre en évidence les relations complexes qui se jouent entre les dimensions que nous pensons caractéristiques de toute activité géométrique dans un contexte scolaire de résolution de problème

[6] Nous renvoyons plus spécifiquement au travail présenté lors du colloque de l'ARCD (Billon, Bulf à paraître), qui décrit les apports (et écueils) d'une telle méthodologie dans une analyse croisée en mathématiques et en français d'une même enseignante de la cohorte (Ella).

géométrique, nous avons choisi de nous appuyer sur un extrait de séance de classe en CE2 menée par Céline (de la cohorte), en mai 2017 dans une école rurale de Gironde. La tâche donnée à faire aux élèves consiste à reproduire une figure (annexe 5). Les élèves disposent :

- du modèle sur une feuille blanche (la figure est donnée dans une position prototypique du carré, les angles droits sont codés et un petit trait suggère le milieu du côté du carré qui est donc aussi le centre du cercle),

- d'un espace dédié à la reproduction (le format de la feuille correspond à peu près à un tiers d'une feuille A4 et un point est tracé pour indiquer où commencer la construction),

- des instruments géométriques de leur choix (règle graduée, équerre, compas).

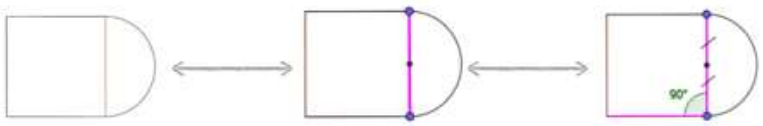


Figure 1. a *Figure 1. b* *Figure 1. c*

Figures 1. Codage de l'analyse de la figure en termes de relations entre unités-figurales.

La clé pour réussir cette tâche réside dans l'analyse de la figure modèle afin d'y « voir géométriquement ce qu'il faut y voir », autrement dit il s'agit de percevoir que l'un des côtés du carré est aussi le diamètre du demi-cercle et que le centre du demi-cercle est donc le milieu du côté du carré. C'est ce que Duval désigne par le processus de « double désignation » (Duval, 2014, p.5) d'une même unité figurale. Dans un processus de déconstruction/reconstruction dimensionnelle (Duval, 2005), il est nécessaire de percevoir et d'articuler les différentes relations entre les objets de dimension 1D (droites perpendiculaires, côtés égaux, diamètre du cercle, ...) et 0D (points vus comme intersection de droites, sommets du carré, milieu d'un côté du carré, extrémités d'un rayon du cercle, centre du cercle,...). Ces différentes relations sont codées dans les figures 1 b) et 1 c). Le travail conceptuel nécessaire à sa reproduction ne s'arrête pas là puisqu'il s'agit de mobiliser et manipuler les instruments géométriques qui assureront l'opérationnalisation de ces propriétés géométriques (placement de la pointe sèche du compas, choix de l'écart du compas, report de longueur, tracé des angles droits, etc.).

Lors de la passation de consigne, après une simple verbalisation de la tâche « le but du jeu va être de la reproduire », Céline s'engage très vite dans un discours de description de la figure et de sa reproduction instrumentée. A titre d'exemple, voici un extrait transcrit qui dure moins d'une minute lors de cette phase inaugurale:

« Celine: oui comme **ça**/ d'accord // sur **la figure** sur **mon carré** [fait un carré avec sa main dans l'air] je vais le placer comment

Elève : Au **milieu**

Céline : Cyrielle

Elève : Au tableau y a un **trait** pour placer le **compas** / au **milieu du trait** [sur la figure modèle, un petit trait est tracé pour suggérer le centre du cercle, voir annexe 5]

El (plusieurs élèves en même temps) : oui au **milieu**

Céline : [désigne avec son index le long du côté] au **milieu du trait** / tu parles **du côté** tu parles du **milieu du côté** [son index désigne le milieu du côté, figure 2], d'accord / […] ça va être quoi par rapport à **notre cercle** ?[…]



Figure 2

Céline : Vous vous rappelez où il est **le centre du cercle** ?

Elèves : ouiii

Celine : Comment ça s'appelle **ça** ? [elle pointe du doigt le côté du carré et fait des aller-retours tout le long plusieurs fois]

Elèves : **un rayon** /// [Céline continue de balayer le côté du doigt] /// **un diamètre**

Céline : **ça** c'est **le diamètre** // et **ça** c'est **le rayon** [désigne en écartant ses doigts de l'auriculaire au pouce] **là** c'est **l'ouverture de mon compas** /// et vous vous rappelez **le centre du cercle**



Figure 3

[désigne avec l'index le centre] il est **au milieu du diamètre** / il partage **le diamètre en deux rayons** [balaie à nouveau avec son doigt] »

Durant ce court épisode, Céline use d'une quinzaine de désignations orales différentes (**compas, carré, cercle, ça, là, côté, trait, diamètre, rayon, milieu, milieu du trait, milieu du côté, milieu du diamètre, centre du cercle, ouverture du compas…** en gras dans la transcription) souvent associées à différents gestes physiques (décrits en bleu ci-dessus, et figures 2 et 3), à partir d'une même trace graphique (le côté du carré également diamètre du demi-cercle au tableau). Goody (1977) souligne que l'oralité n'est pas que dans l'oral, le corps aussi porte en lui des significations. Ce court extrait nous semble parfaitement illustrer cela, dans le sens où il permet d'y reconnaître que toute activité géométrique, face à la résolution d'un problème, peut convoquer trois dimensions : visuelle, gestuelle (instrumentée ou non) et langagière. Nous renvoyons le lecteur à nos précédents travaux qui développent ce positionnement théorique (Bulf, Mathé, Mithalal 2014 ; Bulf & Mathé, 2017). Ici, l'abondance et la diversité des différentes formes de représentation dans différents registres (graphique ou langagier) en un court moment de classe nous laisse penser que cela peut potentiellement rendre confus le processus de dévolution de la situation. D'une part car l'enseignante en dévoile trop sur la façon de résoudre le problème et d'autre part car tout se passe comme si le passage d'une représentation à une autre (orale, gestuelle ou graphique) était transparent.

Aussi compte tenu des hypothèses et des questions de recherche de la recherche-action précédemment énoncées (partie 1), nous spécifions notre questionnement au contexte d'enseignement et d'apprentissage en classe de géométrie : Comment ces trois dimensions (matérielles/visuelles/langagières), spécifiques de toute activité géométrique, « pèsent » sur la genèse et le développement des gestes professionnels (didactiques ?) d'enseignants débutants en classe de géométrie ? Quel impact potentiel sur l'apprentissage des élèves ?

2 Quelques gestes « caricaturaux »

2.1 Une atmosphère (trop) détendue avec pourtant un souci d'implication des élèves

Dès le début de la séance, avant même que les élèves découvrent par eux-mêmes la figure, Céline leur indique qu'il s'agit d'un « assemblage de figures [...] collées les unes aux autres » en y associant des gestes de juxtaposition. Céline engage ensuite les élèves en les questionnant sur ce qu'ils voient : « De quoi elle est composée cette figure ? ». L'enseignante laisse ouvert l'espace de discussion, elle ne tranche pas quant à leurs propositions et ne cherche pas à les mettre en lien : « carré », « angle droit », « cercle », « demi-cercle », « rayon », « diamètre », « trait » etc. Elle rebondit seulement sur ce qu'elle attend et valide une seule façon de voir la figure (le carré et le demi-cercle juxtaposés). On ne vérifiera pas à l'aide d'instruments que c'est un carré : la figure est en position prototypique, les angles droits sont codés, l'égalité de la longueur des côtés n'est pas remise en question. Elle fait toutefois venir un élève au tableau pour montrer du doigt les angles droits évoqués qui sont déjà codés. Durant l'entretien, Céline reconnaît que « ça fuse dans tous les sens » mais qu'elle ne sait pas comment s'en saisir. On peut sans doute reconnaître dans cette polyphonie non orchestrée une intention de vouloir impliquer *tous* les élèves d'autant qu'elle justifie explicitement en entretien le fait de faire venir un élève au tableau par le fait que c'est généralement un « élève agité » et qu'il s'agit, à ce moment-là, de chercher à l'impliquer *lui aussi* dans la tâche.

2.2 Un pilotage serré sur la façon d'agir et de voir avant même la phase de recherche

Toujours durant ce début de séance, l'enseignante va ensuite glisser rapidement sur les modes d'agir pour reproduire la figure : « qu'est-ce que je trace en tout premier ? ». L'analyse préalable de la figure modèle est passée sous silence et Céline focalise sur l'usage des instruments : « Qu'est-ce que tu vas faire pour qu'il soit bien placé le demi-cercle ? » « placé comment ? ». Elle impose l'ordre des étapes de construction : « d'abord le carré puis le demi-cercle [...] mon cercle il s'appuie sur mon carré, sans mon carré, ça paraît compliqué ». Durant l'entretien, elle reconnaît qu'elle impose l'ordre mais pour elle, cela lui semble « évident » car elle n'en voit pas d'autres possibles même si, *a posteriori*, elle reconnaît qu'il existe en effet d'autre façon de faire. Durant la séance, elle n'arrive pas à comprendre une autre façon de voir la figure proposée par un élève : « le carré et le cercle direct ensemble » (figure 4), qui est pourtant partagée par

d'autres élèves puisque ces derniers tentent à leur tour de l'expliquer à l'enseignante (même si cette façon de voir n'est pas opératoire). Cette façon de voir (figure 4) fait écho aux travaux de Duval (2005) qui décrivent les différentes façons de voir une figure géométrique en mettant en évidence que la perception première est avant tout globale, c'est à dire en termes de surface et de contour de surface ; l'analyse en termes de lignes et de points (la déconstruction dimensionnelle) n'est quant à elle pas spontanée.

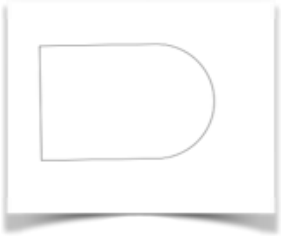


Figure 4 : Une manière de voir la figure chez certains élèves : « Le carré et le cercle direct ensemble »

Les seules reprises que l'enseignante fait durant cette phase de dévolution portent sur le vocabulaire mobilisé par les élèves même si un élève est en train de décrire une procédure pertinente « on ne dit pas un trait ». Durant l'entretien, elle reconnaît que cette phase « va trop vite » mais ce qu'elle veut « c'est avancer », « être dans le concret ». La dimension de l'agir semble donc, pour l'enseignante, la dimension prioritaire de l'activité géométrique attendue, sous-estimant la complexité des dimensions visuelle et langagière.

2.3 Quels ajustements par rapport à l'activité des élèves ?

Au regard des variables didactiques (voir partie précédente), les élèves cherchent plutôt à reproduire à l'œil la figure et/ou avec un usage maladroit des instruments de géométrie (compas, équerre, règle graduée). L'étayage de Céline auprès des élèves (de façon individuelle) porte alors principalement sur l'usage technique des outils (tenir d'une main la feuille et le compas, …) et la mise en commun qui suivra consistera plutôt à une phase de correction en insistant sur l'aspect technique des instruments géométriques et en répétant des éléments déjà formulés lors de la passation de consigne. Les objectifs visés par l'enseignante seront, entre autres, au cœur des échanges entre pairs lors de la séance plénière.

2.4 Quels échanges entre pairs lors de la séance plénière ?

Lors de la séance plénière correspondant à l'analyse de la séance de Céline, de nombreux points déjà évoqués précédemment dans ce texte ont été abordés et discutés. En particulier, les autres enseignants de la cohorte reconnaissaient un sur-étayage lors du début de séance et admettaient volontiers qu'ils auraient surement rencontré des difficultés similaires notamment concernant l'analyse préalable de la figure (figures 1) et les confusions que peuvent générer les représentations possibles dans différents registres. D'aucuns partageaient la difficulté rencontrée par Céline à concevoir un autre ordre de construction possible ; on peut sans doute admettre ici les résultats de l'influence de la position de la figure (le carré dans sa position prototypique) mais aussi de l'influence de ce que Margolinas et Lappara (2016) appellent la littératie chronotopique (lecture de gauche à droite, compte tenu de l'orientation de la figure au tableau).

3 Un épisode intéressant à commenter : « fermer le carré »

Cette partie concerne maintenant l'analyse des gestes professionnels de deux enseignantes, Maya et Émilie, qui ont préparé ensemble une séance de géométrie portant sur la reproduction d'un carré. Dans le tableau suivant (tableau 1), nous retraçons les grandes étapes de préparation de cette séance dans le contexte de la recherche-action et dans le tableau suivant (tableau 2), les grandes lignes de la fiche de préparation commune aux deux enseignantes.

15 nov 2016	*- préparation collective (filmée) d'une séance de classe, par petit groupe de 6 enseignants de la cohorte sans intervention de l'équipe de suivi. L'une des séances porte sur la reproduction d'un carré en CE2.*
décembre 2016	*- observations filmées de la séance préparée dans deux classes (classe de Maya et classe d'Émilie, les deux enseignantes ont finalisé la préparation ensemble) dont les contextes sont similaires (milieu rural en Gironde).* *- entretiens individuels filmés à partir d'extraits filmés de la séance, avec la formatrice en mathématiques de l'équipe de suivi.*
14 fév 2017	*- séance plénière filmée avec toute la cohorte et l'équipe de suivi sur l'analyse des 2 séances et entretiens filmés de Maya et Émilie.*

Tableau 1. Les grandes étapes du recueil de données de la séance « reproduire un carré ».

« Une figure est donnée aux élèves en annonçant qu'il s'agit d'un carré. Celui-ci est tracé sur feuille blanche, produit de façon non prototypique et de dimension 12 × 12cm » *Tâche 1 : « Vous allez devoir reproduire le carré qui est sur cette feuille, c'est-à-dire que vous allez devoir refaire exactement la même figure sur une feuille blanche. Les deux figures devront être exactement superposables. Vous allez travailler par deux. »* *- Tâche 2 : « Je vais maintenant vous donner la figure qu'un autre binôme a réalisée. Toujours par deux, vous allez vérifier si la figure est exactement la même que celle du modèle à l'aide du calque. Si ce n'est pas la même que le modèle vous devez expliquer pourquoi et l'écrire sur un petit bout de papier que je vous donne. ».* *- Mise en commun avec tracé prévu du carré en dictée à l'adulte.*

Tableau 2. Synopsis du déroulement commun aux deux séances (extrait brut de la fiche de préparation).

Il ne s'agit pas de donner ici une analyse comparative détaillée de cette séance. Il y aurait bien sûr beaucoup à dire et cela pourrait faire l'objet d'une autre publication. Nous avons choisi de nous concentrer ici seulement sur un point très précis du déroulement effectif et commun aux deux séances. Dans les deux classes, à la fin de la séance, lors de la dictée à l'adulte, trois côtés du carré sont tracés au tableau à l'aide de la règle graduée pour mesurer les côtés et de l'équerre pour tracer deux angles droits (figures 5 et 6). Les deux enseignantes vont alors se retrouver à poser la même question aux élèves : « A-t-on besoin de l'équerre pour finir la construction ? » qui est une question spontanée dans les deux cas, c'est-à-dire que ni Maya ni Émilie n'avaient anticipé le fait qu'elles allaient poser cette question à ce moment-là (d'après leurs entretiens et les traces de préparation).



Figure 5. Capture d'écran du film de la séance de Maya au moment de « fermer le carré ».



Figure 6. Capture d'écran du film de la séance d'Emilie au moment de « fermer le carré ».

Dans la classe de Maya, le carré est en position prototypique et de grande taille (figure 5). Lorsque Maya interroge les élèves sur comment finir la construction, Nicolas qui est un élève en grande difficulté scolaire en général, suggère de tracer le dernier côté directement avec la règle graduée. Les autres élèves réagissent aussitôt et disent qu'« il faut l'équerre ». Maya se trouve face à un dilemme car d'un côté la majorité des élèves répondent qu'il faut l'équerre car ils ont surement bien compris les enjeux de la situation et le contrat (malgré la position prototypique du carré) et d'un autre côté la proposition de Nicolas est correcte

d'un point de vue mathématique et cela pourrait être l'occasion de valoriser cet élève (même si ce dernier fut surement influencé par la position verticale du côté qu'il reste à tracer...). Maya s'engage alors à finir la construction en « essayant à l'équerre » et finalise le tracé obtenu en prolongeant à la règle graduée. Elle commente ensuite : « la proposition de Nicolas aurait marché dans la mesure où on a 3 côtés de même longueur et 2 angles droits ». Il s'agit ici bien sûr de la formulation des conditions nécessaires et suffisantes pour la construction d'un carré mais cette affirmation théorique[7] est hors de portée d'élèves de Cycle 2. Durant l'entretien, Maya reconnaît volontiers que ce « geste », de maintenir l'implication des élèves en les interrogeant de façon soutenue oralement, l'a conduite dans une position délicate car le contrat négocié durant la séance avec les élèves portant sur la nécessité du recours à l'équerre dans la construction du carré se trouvait menacé :

> « Je me retrouve dans mon propre piège à toujours vouloir les questionner. (…) Je voulais qu'elle reformule de façon plus formelle… je trace l'angle droit avec l'équerre (…) Puis Nicolas dit qu'il faut la règle alors que Mathis dit qu'il faut l'équerre parce que justement lors de la phase de recherche il s'était planté et n'avait pris que la règle et là il dit qu'il faut utiliser l'équerre // grand moment de solitude / en plus je les prends à partie c'est nul (…) je suis bien obligée de leur dire que Nicolas avait raison /// en plus je suis pas sure que Nicolas ait bien compris qu'on pouvait faire ça mais que pour le dernier trait // là vraiment j'étais dans une impasse que je n'avais pas envisagée /// ».

Dans la classe d'Émilie, l'enseignante aussi va s'appuyer sur les propositions orales des élèves pour se sortir de ce dilemme mais va conclure différemment. Une élève suggère « t'as déjà tracé les 2 côtés qui vont te servir à relier », ce à quoi Émilie rétorque « oui et j'ai plus qu'à relier… ». Émilie trace alors le dernier côté sans rien ajouter oralement. On en reste à un traitement dans le registre graphique, et sans rompre le contrat de la séance et plus généralement les attentes du cycle 2. Durant l'entretien, Émilie reconnaît également ne pas avoir anticipé la réponse à cette question et reconnaît le problème que cela pose :

> « Alors ça je l'ai pas du tout expliqué avec eux (…) il aurait fallu revenir lors d'une autre séance pourquoi j'ai pas besoin de remesurer puisque j'ai déjà les 3 côtés et 2 angles droits (…) pour moi c'est évident (…) j'ai voulu aller vite mais ça n'a pas d'intérêt là dans cette séance // C'était évident pour moi mais apparemment pas du tout pour eux. (…) ce n'est pas important là pour la séance »

Durant la séance plénière rassemblant tous les enseignants de la cohorte, la réaction face à ce « dilemme » n'est pas partagée et fait débat, débat qui restera ouvert ce soir-là :

> « pour moi tant que le carré n'est pas tracé y a pas de carré » (par rapport à l'argument graphique déployé dans la classe de Émilie)
>
> « on lâche pas l'équerre »
>
> « ils sont trop petits pour comprendre »
>
> « on leur dit qu'on peut et on expliquera ça plus tard »

L'analyse de ce dernier épisode pointe selon nous plusieurs choses intéressantes et représentatives de plusieurs tensions chez les enseignants débutants en classe de géométrie. Les enseignantes ont à cœur d'impliquer tous les élèves en agissant surement comme elles le font dans d'autres disciplines c'est-à-dire en questionnant beaucoup leurs élèves oralement sur ce qu'ils font (dans un but également réflexif, de mise à distance, etc.). Or, ce « geste de métier » amène ici les enseignantes (et les élèves) face à une des complexités de l'enseignement et de l'apprentissage de la géométrie (déjà décrit précédemment) qui est que les manières d'agir en classe de géométrie (le recours à certains instruments ou non) sont intrinsèquement liées à des façons de voir la figure (et réciproquement), comme le montrent les réponses des élèves dans ces deux classes. Et qu'à cette complexité, s'ajoutent des ruptures paradigmatiques, au sens de la rupture entre une Géométrie I (naturelle) ou une Géométrie II (théorique) chez Houdement et Kuzniak (2006) ou au sens de la rupture entre une Géométrie des Tracés et une Géométrie Théorique chez Perrin-Glorian et Godin (2018). Cette rupture, spécifique de l'enseignement et de l'apprentissage de la

[7] La démonstration consisterait à dire : *2 côtés opposés sont parallèles (car perpendiculaires à une même droite) et sont de même longueur, c'est donc un parallélogramme. En outre, on a 3 côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange. Et un losange avec deux angles consécutifs droits est un carré.*

géométrie, est souvent décrite dans la littérature (Op. Cité) et renvoie également à l'ambiguïté entre dessin et figure (Parzysz, 1988) décrite depuis longtemps dans la littérature (*ce que je vois d'une figure n'est pas nécessairement ce que je sais*). Ce dernier épisode pointe aussi plus particulièrement l'absence de réflexion sur les conditions nécessaires et suffisantes qui sont à prendre en compte dans un paradigme de géométrie I ou une géométrie des Tracés car celles-ci peuvent orienter de façon très différente l'action enseignante, comme nous venons de le voir dans cette partie entre les réactions de Maya et Émilie.

III – ELEMENTS DE CONCLUSION ET DE DISCUSSION

D'après nos observations et analyses relatives au contexte de notre recherche-action et des conditions décrites dans la partie 1, tout se passe comme si les enseignants débutants essayaient d'incorporer des gestes que l'on peut qualifier de pseudo-étayage. Ils questionnent beaucoup leurs élèves, essaient parfois de rebondir ou de valider leur proposition (cette façon de faire est d'ailleurs peut-être commune aux autres disciplines, correspondant peut-être à une doxa véhiculée par la formation). Toutefois, ce pseudo-étayage en classe de géométrie peut mêler de nombreuses représentations sémiotiques dans différents registres (vocabulaire, codage, tracé instrumenté ou non, …) dont les liens ne sont pas toujours clairs (pour l'élève ou l'enseignant). Plus particulièrement, la mobilité du regard (« double désignation » au sens de Duval) semble correspondre à une connaissance transparente au sens de Margolinas et Laparra (2011) qui peut être à l'origine de cette absence de tissage qui serait sans doute nécessaire pour certains élèves afin de pouvoir appréhender les concepts géométriques dans toutes leurs dimensions (visuelle, gestuelle et langagière).

Une autre dérive possible de cette doxa (et qui s'étend au-delà de la classe de géométrie) est celle d'une atmosphère trop ouverte dans laquelle l'enseignant essaie de faire « discuter sur » les élèves alors que ces derniers ne sont pas encore entrés dans la tâche. L'origine de cette dérive vient peut-être aussi de la peur de mettre l'élève en difficulté ; la posture d'accompagnement domine alors au détriment de la posture d'enseignement-conceptualisation (annexe 2), ce qui est cohérent avec l'un de nos points de départ dans lequel nous évoquions que les enseignants débutants cherchent d'abord à instaurer « la paix scolaire » au détriment de la « vigilance didactique » (Charles-Pézard, 2010).

Outre les limites méthodologiques déjà abordées dans la première partie de ce texte et celles liées à toute étude de cas, les différents points d'analyse décrits dans ce texte nous semblent des points de réflexion intéressants pour (re)penser la formation des enseignants du premier degré. Les éléments d'analyse décrits ici semblent contribuer à souligner la vigilance dont il est nécessaire de faire preuve quant à l'impact que pourrait avoir une formation des enseignants du premier degré qui se voudrait « générique » c'est à dire qui prendrait pour acquise une certaine transférabilité des gestes professionnels d'une discipline à une autre, en prétextant le caractère polyvalent des enseignants du premier degré. En effet, la nature des savoirs en jeu nous semble l'une des conditions prioritaires à considérer pour l'étude de la genèse et du développement des gestes professionnels d'enseignants. Reste encore à déterminer les points d'ancrage fondamentaux sur lesquels s'appuyer pour les faire évoluer vers des gestes professionnels didactiques.

BIBLIOGRAPHIE

Bernie, J.P. (2004). *Le travail sur le geste professionnel. À la recherche du chaînon manquant*, dans Bucheton D., Dezutter, O. (éd.), *Le développement des gestes professionnels dans l'enseignement du français*, Bruxelles, De Boeck, 237- 245.

Billon, V., Bulf, C. (à paraître). Une boite noire : les intentions derrière les gestes professionnels d'enseignant débutant. Analyses croisées en mathématiques en français, *actes du colloque du 5ème colloque international de l'Association pour des Recherches Comparatistes en Didactique (ARCD), Apports réciproques entre didactique(s) des disciplines et recherches comparatistes en didactique* 10-13 octobre 2018, Bordeaux.

Bruner, J.S. (1983/2017). *Le développement de l'enfant. Savoir faire, savoir dire*. Paris : PUF.

Bucheton, D., Soule, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu de postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées, *Education et Didactique*, **3**, 28-48. En ligne : https://journals.openedition.org/educationdidactique/543

Bulf, C. (2016). Etude didactique des gestes professionnels d'un enseignant débutant en formation, *Recherches en Didactiques*, **22,** 43-64. En ligne : https://www.cairn.info/revue-recherches-en-didactiques-2016-2-page-43.htm#

Bulf, C. et Mathé, A.-C. (2017). Agir-parler-penser en géométrie, un point de vue sémiotique sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire. *Actes du 44e colloque de la Copirelem, Epinal Juin 2017*, 29-56.

Bulf, C., Mathé, A.-C. et Mithalal, J. (2014). Apprendre en géométrie, entre adaptation et acculturation. Langage et activité géométrique, *Spirale – Revue de Recherches en Education*, **54**, 151-174. En ligne : http://www.persee.fr/issue/spira_0994-3722_2014_num_54_1

Butlen, D., Peltier, M.-L. et Pezard, M. (2002). Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en REP : cohérence et contradictions, *Revue Française de Pédagogie*, **140**, 41-52.

Charles-Pezard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **30(2),** 197-261.

Coulange, L., Jaubert, M. et Lhoste, Y. (2018). Les gestes professionnels langagiers didactiques dans différentes disciplines : fondements théoriques et méthodologiques - études de cas en mathématiques et en français, *eJRIEPS,* **Numéro Spécial 1**, 64-86.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives*, **10**, 5-53.

Duval, R. (2014). *Ruptures et oublis entre manipuler, voir, dire et écrire. Histoire d'une séquence d'activités* dans As Contribuiçoes da Teoria das Representaçoes Sémioticas Para o Ensino e Perquisa na Educaçao Matematica (Ed. C.F. Brandt, M.T. Moretti), 17-38, en portugais et 227-251 en français, Ed. Inijui.

Goody, J. (1977/1979) *La raison graphique* (J. Bazin & A. Bensa, Trad.), Paris : Les éditions de minuit.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **11**, 175-193.

Jaubert ,M. (2007). *Du contexte, à la communauté discursive et aux gestes*, Note de synthèse d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université Bordeaux-Ségalen.

Jaubert, M. et Rebiere M. (2010). Gestes professionnels, communauté discursive disciplinaire scolaire et savoirs : le triangle infernal, *Actes du CIDD, 2e Congrès International de Didactiques*, En ligne : http://www.udg.edu/portals/3/didactiques2010/guiacdii/ACABADES%20FINALS/185.pdf

Jorro, A. (2002). *Professionnaliser le métier d'enseignant*, Paris : ESF.

Jorro, A. (2006). L'agir professionnel de l'enseignant, conférence au séminaire de recherche du Centre de Recherche sur la Formation, 28 février 2006, CNAM, Paris, https://hal.inria.fr/file/index/docid/195900/filename/CNAM-06.pdf.

Mangiante-Orsola, C. (2007). *Une étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques : prédermination et développement*, Thèse de doctorat, Université Paris Diderot.

Margolinas, C. et Laparra, M. (2016). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe, des liens entre énumération, oralité et littératie*, Bruxelles : de Boeck.

Margolinas, C. et Laparra, M. (2011). *Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire*, dans J.-Y. Rochex, J. Crinon. (Ed) *La construction des inégalités scolaires*, Rennes : Presses Universitaires de Rennes, 19-32.

Masselot, P. (2000). *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école (une étude de cas),* Thèse de doctorat, Université Paris 7.

Parzysz, B. (1988). Knowing vs Seeing. Problems of the plane representation of space geometry figures. *Eduacational Studies in Mathematics*, **19.1**, 79-92.

Perrin-Glorian, M.-J. et Godin, M. (2018). Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège. In CORFEM *Ressources pour la formation des professeurs. Savoirs mathématiques à enseigner au collège et au lycée*. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837/document.

Robert, A. et Abboud Blanchard, M. (2016). Un cadre d'étude des pratiques enseignantes pour penser la formation des enseignants de mathématiques, *Recherche en Education*, **n° 9 Hors Série** Novembre 2016, Lebouvier B. et Ouitre F. (coord.) Activité du débutant, quelle activité pour débuter ? 10-14.

Roditi, E. (2015). *L'évolution de la pratique enseignante de Benoît en mathématiques. Entre rupture et continuité* dans Chaussecourte P. (Ed*.) Enseigner à l'école primaire, Dix ans avec un professeur des écoles*, Paris : L'harmattan.

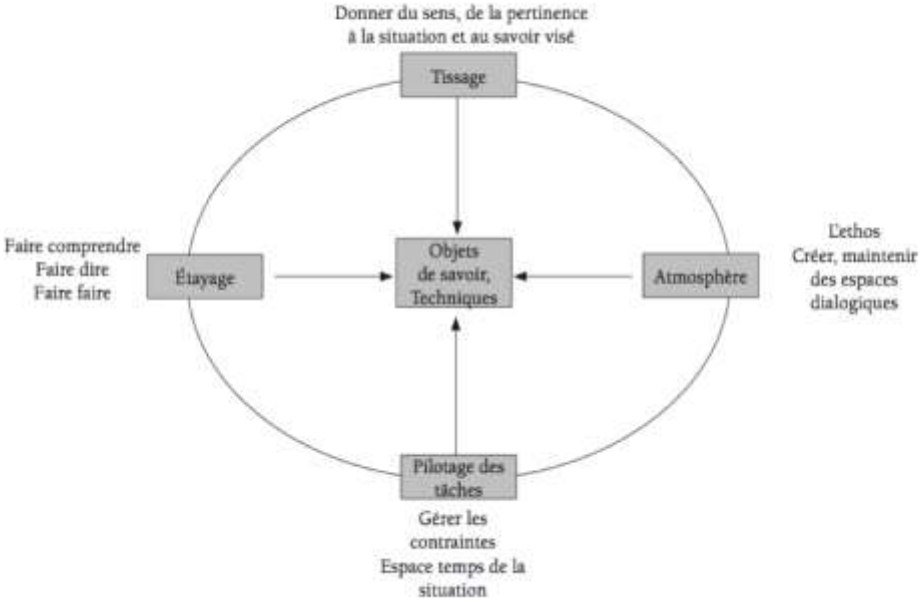
Schneeberger, P. et Lhoste Y. (2013). Le développement professionnel des étudiants dans un dispositif de formation initiale. Impact des apports des recherches en didactique des sciences de la vie et de la Terre, *communication au XIIIe Rencontres internationales du réseau de Recherche en Éducation et en Formation* (REF 2013), Genève (Suisse).

Vandebrouck, F. (2008). (COORD) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

Vergnes-Arotça, D. (2000). *Analyse des effets d'un stage de formation continue en géométrie sur les pratiques des enseignants de l'école primaire*, Thèse de doctorat, Université Paris 5.

ANNEXE 1

Le modèle du « multi-agenda de préoccupations enchâssées » (Bucheton & Soulé, 2009, pp. 33-37).



ANNEXE 2

« Les postures d'étayage : une organisation modulaire de gestes et leurs visées » (Bucheton et Soulé, 2009, p. 41).

Posture d'étayage de l'enseignant	Pilotage	Atmosphère	Tissage	Objets de savoir	Tâche élèves postures
Accompagnement	Souple et ouvert	Détendue et collaborative	Très important Multi directif	Dévolution Émergence	« Faire et discuter sur » : posture réflexive, créative
Contrôle	Collectif Synchronique Très serré	Tendue et hiérarchique	Faible	En actes	« Faire » : Posture première
Lâcher prise	Confié au groupe, autogéré	Confiance, refus d'intervention du maître	Laissé à l'initiative de l'élève	En actes	Variables : faire Discuter sur
Enseignement Conceptualisation	Le choix du bon moment	Concentrée, très attentive	Liens entre les tâches Retour sur	Nommés	Verbalisation post-tâche posture réflexive (secondarisation)
Magicien	Théâtralisation, mystère, révélation	Devinette, tâtonnement aveugle, manipulation	Aucun	Peu nommés	Manipulations, Jeu : posture ludique

ANNEXE 3

Le tableau ci-dessous recense l'ensemble des séances filmées en classe (première étape du recueil de données). La première colonne du tableau indique les pseudonymes des enseignants de la cohorte. Seules les premières lettres sont indiquées : May, Eme, et Cel correspondent aux trois enseignantes évoquées dans ce texte (les cases de fond orange indiquent les séances constituant le recueil de données de séances en géométrie).

	2013-2014 (M2)	Septembre 2015-Dec2015 (T1)	2016 (T1-T2)	2017 (T2-T3)	Janvier-Juin 2018 (T3)
1. May	Géométrie (Septembre) Grandeurs et mesure(Juin) CM2		Géométrie double niveau CP et CE2		
2. Eme			Géométrie Double niveau CE1-CE2 *(même séance que May)*		
3. Ber	Grammaire CM			Mater (REP +) Langage et sciences	
4. Cac					TPS Langage oral
5. Vin		Maternelle phonologie			Grandeurs et mesure (Avril CE2-CM1) et Grammaire
6. Erw			Maternelle compréhension d'albums de littérature		
7. Tho			Français CM		
8. Mar			Maternelle compréhension d'albums de littérature		
9. Jul			Maternelle compréhension d'albums de littérature *(même séance que Mar)*		
10. Ella		Français et maths (numération) CM1		Maternelle Ecriture tatonnée	
11. Ceriz				Français CM 1	
12. Cél				Géométrie CE2	
Total de séances filmées			20		

ANNEXE 4

L'ensemble des séances plénières avec l'intitulé de chaque séance est recensé dans le tableau ci-dessous. Les séances plénières évoquées dans ce texte sont signalées par un fond de couleur.

Dates	*support*	*Objet de la séance plénière*
30 sept 2015		information
23 nov 2015	GS phonologie	repères sur gestes de métier
26 janv 2016	grammaire	entretien en direct
6 avril 2016	séance PEMF (histoire)	analyse comparée choix de T1 (séance fictive) / choix du PEMF
24 mai 2016	séance numération CM1	un même geste répété par un même enseignante?
27 juin 2016	**Bilan / perspectives Année 1 du projet**	
26 sept 2016	séance de rentrée décrochée	aide préoccupations inspections T2
15 nov 2016	**albums cycle 1 et maths cycle 2 (CE2)**	**préparation collective de séances à mener par deux T2 dans leur classe respective**
3 janv 2017	séance album PS	significations des rituels et analyse didactique d'une séance de langage oral avec un petit groupe d'élèves
14 fév 2017	**séance géométrie May séance géométrie Eme**	**mise en évidence de la variabilité des pratiques venant de la nature des savoirs en jeu (dimension épistémologique)**
27 mars 2017	séance français *Lectorino-Lectorinette*	analyse des choix
2 mai 2017	séance atelier MS Jul séance atelier MS Mar	analyse préoccupations (entretiens) / analyse dispositifs / intention didactique (compréhension/narration)
20 juin 2017	**Bilan / perspectives Année 2 du projet**	
25 sept 2017	séance de rentrée + séance français	Retour sur analyse des questionnaires objet de savoir central comme organisateur de l'activité
20 nov 2017	**séance géométrie Cel**	**Gestes prof et liens avec objet de savoir**
18 Dec 2017	Séance sciences et langage Maternelle	Situation *vs* langage
05 fév 2018	Séance TPS (le bain de la poupée)	Rôle du langage, situation vécu, etc.
06 mars 2018	**Approfondissement théorique (langage, situation, analyse a priori, ...)** par V. Boiron et C. Bulf	
03 Avril 2018	**Séance SPECIALE : D. BUCHETON chercheure invitée**	
14 Mai 2018	plusieurs extraits de séance de maternelle des années précédentes (dictée à l'adulte, écriture tatonnée,...)	Suite séance D. Bucheton, sur gestes didactiques
25 Juin 2018	**Bilan Final – Clôture de la Recherche Action**	
Total de séances plénières	**6 + 7 + 8 = 21**	

ANNEXE 5

Fiche-élève distribuée durant la séance de Céline (CE2).



CONSTRUCTION D'UNE BATTERIE DE TÂCHES SPATIALES EN 3D POUR FAVORISER L'EXPRESSION GESTUELLE DES ÉLÈVES AYANT UNE DÉFICIENCE INTELLECTUELLE

Noémie LACOMBE
Thierry DIAS
Geneviève PETITPIERRE
Département de Pédagogie Spécialisée, Université de Fribourg
Haute École Pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne

Résumé
Le travail avec du matériel tridimensionnel est propice à l'observation des compétences et des concepts que l'élève est susceptible de manifester, non seulement en mots mais également « en actes » (Lunkenbein, Allard & Goupille, 1983). Afin d'observer précisément les gestes des élèves lorsque ceux-ci pensent et agissent avec du matériel, une batterie de tâches spatiales tridimensionnelles a été élaborée pour la présente recherche. En effet, parmi les tests recensés dans la littérature scientifique, il apparait qu'aucun d'eux n'évalue les habiletés spatiales tridimensionnelles à l'aide de matériel en 3D, ils utilisent tous le format papier-crayon ou l'informatique. Cet article présente les étapes de construction de la batterie de tâches spatiales à partir des tests présents dans la littérature scientifique ainsi que des exercices proposés par les Moyens d'enseignement romands (Suisse Romande). Finalement une réflexion est menée sur le potentiel d'utilisation de ce dispositif.

I - INTRODUCTION

L'analyse des gestes dans le domaine spatial, nous permet *« d'observer les activités mentales de l'individu, sans que celui-ci n'ait à les décrire verbalement. Les actions concrètes que l'individu effectue sur un objet, les mouvements des doigts, (…) ainsi que quelques expressions gestuelles ou verbales, nous semblent dévoiler, au moins partiellement, les images mentales et structurales que l'individu se construit d'un objet donné dans le cadre de la tâche qui lui est proposée »* (Lunkenbein, Allard et Goupille, 1983, p.82).

Les recherches menées dans le domaine spatial chez des élèves présentant une déficience intellectuelle sont rares (Hord & Xin, 2015). Cette constatation rejoint celle de Browder, Spooner, Ahlgrim-Delzell, Harris et Wakeman (2008) qui, dans leur méta-analyse des études expérimentales et quasi-expérimentales publiées entre 1975 et 2005 à propos des élèves avec une déficience intellectuelle ou un trouble du spectre de l'autisme, relèvent que seuls 3% portent sur des contenus géométriques. Dans leur synthèse de recherche sur l'enseignement de la géométrie chez des élèves avec et sans troubles d'apprentissage, Bergstrom et Zhang soulignent également que l'enseignement de la géométrie est un sujet important « mais souvent négligé dans la recherche et la pratique de l'éducation actuelle » (2016, p.134). Ainsi, l'étude du domaine spatial chez des élèves ayant une déficience intellectuelle apparait nécessaire et opportune. Toutefois ce constat se heurte à une réalité : les tests et épreuves standardisés utilisés pour mesurer les habiletés spatiales et géométriques tridimensionnelles se font souvent à l'aide d'exercices papier-crayon. Cette forme d'évaluation limite la possibilité d'observer les activités mentales de l'individu par le biais des actions concrètes sur les objets (Lunkenbein, Allard et Goupille, 1983). Or les recherches le montrent : le travail avec du matériel tridimensionnel est propice à l'observation des compétences et des concepts de l'élève même si celui-ci ne peut pas les exprimer avec des mots (Kim, Roth & Thom, 2011 ; Kita, Alibali & Chu, 2017). Une batterie de tâches visant à observer et à analyser les gestes et manipulations que font les élèves en les considérant comme des vecteurs de leurs concepts, représentations et/ou habiletés tridimensionnelles a donc été élaborée dans le cadre de la recherche de

doctorat[1] de l'auteure du présent article. La première section de cet article définira les trois habiletés spatiales qui ont servi de référence pour la construction des tâches puis le choix de trois tâches relatives aux trois habiletés spatiales sera exposé en partant des Moyens d'enseignement romands (Chastellain & Jaquet, 2001) et des tâches utilisées dans la littérature scientifique. Finalement, une analyse didactique des tâches retenues sera menée afin d'ouvrir sur les perspectives qu'offre la batterie.

II - HABILETÉS SPATIALES OU HABILETÉS GÉOMÉTRIQUES : DÉFINITION

Lorsqu'on souhaite analyser un processus d'apprentissage dans le domaine spatial, il est nécessaire de distinguer entre la géométrie tridimensionnelle : « connaissance et classification des divers types de solides, leurs structures, leurs éléments, leurs propriétés géométriques et métriques » (Gutiérrez, 1992, p.34). Et les habiletés spatiales définies comme « l'ensemble des habiletés de représentation, de transformation, de génération et d'utilisation d'information non linguistique » (idem). Dans la présente étude ce sont les habiletés spatiales qui seront étudiées car plusieurs recherches s'accordent sur le fait qu'un entrainement spécifique des habiletés spatiales permet d'améliorer ensuite les compétences en géométrie (Clements & Sarama, 2007 ; Gutiérrez 1996, Presmeg, 2006 ; Pittalis & Christou, 2010). Le travail sur les habiletés spatiales améliorerait même les compétences dans les autres domaines des mathématiques selon Chen et Mix (2014) qui ont montré qu'une intervention sur les capacités de rotation mentale permet d'améliorer la capacité des élèves de 6 à 8 ans à résoudre des additions lacunaires.

Dans la littérature spécifique, on trouve plusieurs définitions des habiletés spatiales et de leurs sous-dimensions. Dans l'étude de Pittalis et Christou (2010), les auteurs ont testé 269 élèves de 11 à 15 ans à l'aide de quatre variantes différentes de modèles afin de retenir le modèle statistiquement valide. Leurs résultats confirment que les habiletés spatiales et les habiletés géométriques sont des compétences distinctes et définissent trois types d'habiletés spatiales : orientation spatiale, visualisation spatiale et relations spatiales. **L'orientation spatiale** est définie comme la capacité des élèves à effectuer des transformations dans lesquelles le cadre de référence change par rapport à l'environnement ; le sujet change donc de place dans l'environnement (Hegarty & Waller, 2004). Les tests et épreuves classiques mesurant l'orientation spatiale demandent par exemple au sujet d'imaginer un objet depuis différentes perspectives ou de s'imaginer à différents endroits du plan d'une ville (Kozhevnikov et Heagarty, 2001). La **visualisation spatiale** " fait référence à la capacité de comprendre des mouvements imaginaires dans un espace tridimensionnel ou de manipuler des objets dans l'imaginaire[2] " (Pittalis & Christou, 2010, p.195). Pour Lohman (1988) la visualisation spatiale nécessite une séquence de transformation d'une représentation spatiale : il s'agit par exemple d'imaginer un cube à partir de son patron déplié. Finalement, **les relations spatiales** sont définies comme « la capacité de faire tourner mentalement (pivoter) un objet dans son ensemble correctement et rapidement » (Pittalis et Christou, 2010, p.195). Les tests existants mesurant cette habileté proposent, par exemple, d'effectuer des rotations mentales de solides ou de forme en 2D.

[1] Cette thèse est réalisée sous la co-direction des Professeurs Thierry Dias (HEP-VD) et Geneviève Petitpierre (Université de Fribourg).

[2] "The spatial visualisation factor refers to the ability to comprehend imaginary movements in a three-dimensional space or the ability to manipulate objects in imagination" (Pittalis & Christou, 2010)

III - TÂCHES UTILISÉES DANS LA MESURE DES HABILETÉS SPATIALES EN 3D DANS LES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS

Afin de constituer la batterie de tâches spatiales tridimensionnelles, le Plan d'étude romand (PER) et les Moyens d'enseignement romands (MER) en mathématiques ont été consultés (Chastellain & Jaquet, 2001). Il est intéressant de lire dans le PER que « la représentation en perspective de solides, (…) et la visualisation d'un corps dans l'espace sont des obstacles importants qui sont renforcés par l'insuffisance des images mentales des solides ». Les auteurs soulèvent une observation rapportée par la littérature ; autrement dit le fait que la visualisation dans l'espace, est une compétence qui nécessite d'être travaillée pour elle-même car elle a un impact sur la géométrie tridimensionnelle. Dans les Moyens romands, on trouve quelques tâches qui mobilisent spécifiquement les habiletés spatiales tridimensionnelles (en dehors des tâches de géométrie tridimensionnelle). Dans le manuel pour l'enseignant, les auteurs expliquent comment développer la « vision spatiale » (livre du maître, 7H, p.194) chez les élèves. Ci-dessous, voici quelques exemples des tâches qu'ils proposent.

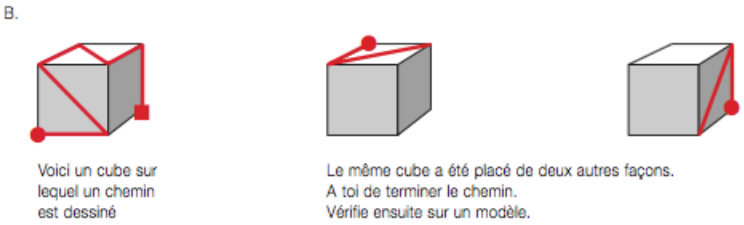


Fig. n°1 : Exemple d'une tâche spatiale du manuel 7H (Thème 10 fiche 4-5, p.73-74)

Cette tâche mobilise à la fois la visualisation spatiale puisqu'il s'agit de placer des repères à différents endroits d'un même cube, mais également la capacité à faire tourner ce cube mentalement ce qui sollicite les habiletés de relations spatiales.

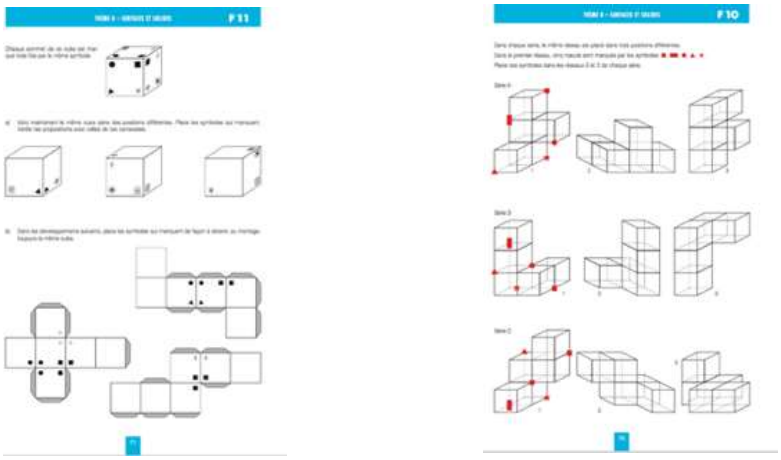


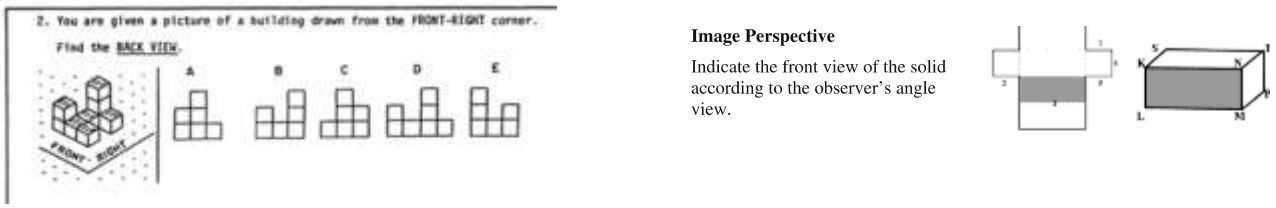
Fig. n° 2 : Tâches spatiales du manuel 8H (Thème 8 fiches 11-12 p.70-71)

Ces deux tâches du manuel de 8H mobilisent principalement la visualisation spatiale puisqu'elles demandent à l'élève d'effectuer une séquence complexe de manipulations mentales (Kozhevnikov & Heagarty, 2001). Ceux-ci doivent par exemple s'imaginer un cube à partir de son patron déplié. Ces tâches mobilisent aussi la capacité de relations spatiales puisque dans la seconde tâche, les élèves doivent faire tourner la forme dans l'espace sans que leur angle de vue ne change.

IV - TÂCHES UTILISÉES DANS LA MESURE DES HABILETÉS SPATIALES TRIDIMENSIONNELLES DANS LA LITTÉRATURE SCIENTIFIQUE

Cinq tests standardisés (utilisés dans un grand nombre de recherche) ont été identifiés : Kit of Factor-Referenced Cognitive Test (Ekstrom, French, Harman, & Dermen, 1976); The Spatial Visualization Test [SVT] (MGMP, 1983); The Mental Rotation Test [MRT] (Vandenberg & Kuse, 1978, adapté et validé pour une population francophone par Albaret et Aubert, 1996) ; The Spatial abilities test (Pittalis & Christou, 2010) ; The Measure of the Ability Form Spatial Mental Imagery [MASMI] (Campos, 2009). Chacun de ces tests est proposé dans la littérature sous forme « papier-crayon » et la 3D est donc représentée en perspective. Pour certaines tâches, cela complique l'exécution : le rendu de la 3D sous forme de dessin n'est pas toujours bon et peut modifier considérablement les stratégies utilisées. C'est pourquoi, compte tenu du thème de la thèse consistant à étudier les manipulations d'objets en 3D, la décision d'adapter les épreuves avec des objets concrets en 3D a été prise. La complexité des tâches a également été adaptée à l'âge des élèves. En effet, dans la plupart des tests considérés, le niveau de complexité des tâches est très élevé, ces tests ayant été validés dans des populations typiques de 15-19 ans pour le MRT, de 19-23 ans pour le MASMI ou encore utilisés principalement avec des adultes pour le SVT en raison de sa trop grande complexité pour les élèves de l'école élémentaire (Erkek, Isiksal, Cakiroglu, 2017).

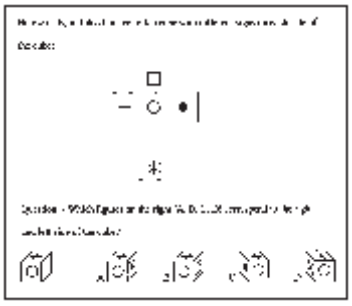
Dans les épreuves qui mesurent les capacités **d'orientation spatiale**, on trouve fréquemment des constructions en 3D où l'élève doit dessiner ou choisir les différentes vues de face. Le test « Spatial Visualization Test » (SVT) (MGMP, 1983) et le « Spatial abilities test » (Pittalis & Christou, 2010) comporte un grand nombre d'exercices demandant au sujet d'imaginer les différents côtés d'une construction composée de petits cubes.



A B

Fig. n°3: Items mesurant l'orientation spatiale dans les tests de A. Spatial Visualization Test (SVT) (MGMP, 1983) et de B. Pittalis & Christou (2010) The Spatial Abilities test

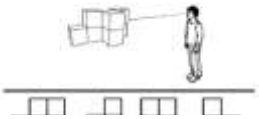
Afin de mesurer les habiletés de **visualisation spatiale**, Campos (2009) a récemment créé un test mesurant avec une grande précision les habiletés de l'individu. Ce test consiste à proposer le patron d'un cube (cube déplié) aux élèves en leur demandant ensuite de dire quels sont les cubes analogues au patron parmi ceux présentés en dessous. Ce type de tâche (sous une forme un peu différente) est aussi présent dans le test de Pittalis et Christou (2010).



A

Surface-development

The diagram shows how a piece of paper might be cut and folded to make the solid form. Dotted lines show where the paper is folded. Indicate which lettered edges in the drawing correspond to numbered edges or dotted lines in the diagram *(Segment "3" corresponds to the edge "LM").*



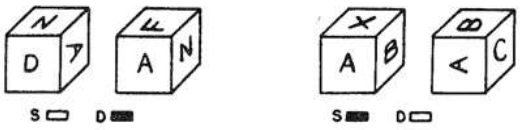
B

Fig. n°4: Exemple d'items du test A. MASMI (Campos, 2009) et du B. « Spatial Abilities test » (Pittalis & Christou, 2010) mesurant la visualisation spatiale

Le « Manual for Kit of Factor-Referenced Cognitive Test d'Ekstrom, French, Harman & Dermen (1976), permet de mesurer 23 habiletés cognitives dont la visualisation spatiale et les habiletés de **relations spatiales** au travers du « Card Rotation Test » et du « Cube Rotation Test ». Le Card Rotation Test demande aux participants de dire si différentes rotations d'une forme (d'un B par exemple) correspondent bien à une rotation du premier (et non pas à une symétrie axiale + rotation).



A



B



C

Fig. n°5: Exemple du test mesurant les relations spatiales « Card Rotation (A)» puis du « Cube Comparison Test (B)» (Ekstrom et al., 1976) et du Test de Rotation Mentale (MRT, Vandenberg & Kuse, 1978)

Les autres tâches mesurant les relations spatiales dans les différents tests sont principalement dérivées du MRT. Dans ces items (exemple ci-dessus dans la fig, n°5), les sujets ont une première forme qui leur est présentée à gauche puis différentes rotations de cette forme à droite. Les personnes doivent choisir quelles formes de droite sont identiques au modèle de gauche.

V - CONSTRUCTION ET ANALYSE DIDACTIQUE DES TÂCHES DE LA BATTERIE

« *Le mot d'analyse a priori désigne ce moment où le concepteur d'une situation didactique en retarde la réalisation en classe pour « mettre à plat ses a priori », et expliciter ses présupposés théoriques.* » (Mercier & Salin, 1988, p.2).

Chacune des tâches retenues dans la batterie se compose de trois phases :

Phase 1 : appropriation du matériel qui va être utilisé ;

Phase 2 : réalisation de la tâche avec un exemple puis deux niveaux de complexité

Phase 3 : questions métacognitives posées à l'élève sur son processus de réflexion sous la forme d'un entretien cognitif au sens de Collins (2003)

Les trois tâches du dispositif ont pour but l'évaluation des connaissances de l'élève. Le fait que les élèves puissent ne résoudre aucune des tâches est une réalité constitutive de la démarche d'évaluation (même en proposant un exemple et deux niveaux de complexité). Les élèves n'ont en principe pas de prérequis à posséder au niveau spatial pour entrer dans les tâches. Les seules conditions sont une bonne vision binoculaire (vision de la profondeur) et pas de dyschromatopsie (insuffisante discrimination des couleurs).

1 Tâche mesurant les habiletés d'orientation spatiale : « Autour des Cubes »

Phase 1 : Exploration de la construction



L'élève voit une construction de six cubes devant lui. Avec l'expérimentateur, il tourne autour de la construction afin d'observer celle-ci depuis 4 angles de vue différents (devant, gauche, arrière, droite). Cet arrangement de cube a été choisi pour que ces 4 angles de vue soient distincts les uns des autres.

Phase 2 : Réalisation de la tâche.



Niveau 1 : L'élève se place derrière un lutrin sur lequel sont posées des photos illustrant différents points de vue de la construction (vue de devant, gauche, arrière, droite et une vue erronée). L'expérimentateur se déplace dans les différentes positions et l'élève (qui ne peut plus se déplacer) doit choisir parmi les photos, celle qui correspond au point de vue de l'expérimentateur. La première question posée est toujours d'identifier la photo qui correspond au point de vue de l'élève afin de s'assurer que le transfert entre la photo et la construction 3D ne pose pas de problème à l'élève.



Niveau 2 : Après un nouveau tour de la construction, l'élève se place derrière le lutrin sur lequel sont représentées (en vues de face) les 4 positions différentes de la construction. L'expérimentateur se déplace dans les différentes positions et l'élève (qui ne peut plus se déplacer) doit choisir parmi les schémas, celui qui correspond au point de vue de l'expérimentateur.

Dans cette tâche les questions métacognitives (par exemple : Qu'est-ce qui te permet de choisir cette photo / Comment fais-tu pour choisir cette photo ? Es-tu sûr de ton choix etc.) sont adressées directement à l'élève après chacune de ses réponses.

2 Tâche mesurant les habiletés de visualisation spatiale : « Du patron au cube »

Phase 1 : Exploration du patron du cube




L'élève reçoit le patron d'un cube en polydrons[3] posé devant lui. Chaque face présente une couleur différente. L'expérimentateur demande à l'élève de constituer le cube.

Phase 2 : Réalisation de la tâche



Niveau 1 : Le patron du cube est placé sur un lutrin (en position verticale devant l'élève). L'expérimentateur donne à l'élève un cube blanc 3D en carton. L'élève doit placer les couleurs correspondant aux couleurs présentes sur le patron. L'une des faces est déjà complétée (en rouge). Le cube blanc est mobile, l'élève peut l'orienter et le tourner comme il le souhaite.

Niveau 2 : L'élève dispose du patron du cube posé face à lui en position verticale. Il doit placer les couleurs sur le cube blanc, mais cette fois le cube blanc est fixé à la table. Il ne peut plus ni le manipuler, ni l'orienter. Il doit donc effectuer des rotations mentales.

Phase 3 : L'élève répond à plusieurs questions métacognitives (comment as-tu fait pour placer les couleurs ? etc.) à la fin de la tâche. Les questions ne sont pas posées lorsqu'il complète le cube, afin de ne pas couper l'élève dans sa réflexion.

3 Tâche mesurant les habiletés de relations spatiales : « Rotations et symétries »

Phase 1 : Exploration de la forme



Une forme tridimensionnelle représentant une lettre R est mise à disposition de l'élève (sur l'une des faces est collé un papier brun). L'élève peut prendre la forme dans sa main et la manipuler comme il le souhaite afin de l'observer. Le niveau 2 utilise une maison avec deux repères collés (un pan du toit et un volet).

[3] Polygones articulables

Phase 2 : Réalisation de la tâche



Niveau 1 : La lettre R est posée de façon fixe devant l'élève et celui-ci doit la comparer aux autres lettres R posées devant lui dans des positions différentes (trois R sont successivement présentés à l'élève) pour déterminer s'ils correspondent ou non à une rotation du premier R. Sur l'un des côtés du R est collé un papier brun, en effectuant une rotation mentale, l'élève doit identifier ceux qui ont le papier du même côté et sont identiques au modèle (forme pareillement orientée).



Niveau 2 : Une maison est posée devant l'élève : un pan du toit est en couleur et l'un des volets est bleu. L'élève doit la comparer à une autre maison dans une position différente et répondre à la question : ces deux maisons sont-elles les mêmes ? Différentes maisons ont été construites, certaines sont identiques au modèle (toit et volet) alors que d'autres ont soit le toit, soit le volet, soit aucun des deux repères du même côté que le modèle.

Phase 3 : Après chaque réponse de l'élève, des questions lui sont posées sur sa manière de procéder.

L'analyse didactique des tâches choisies se base sur la procédure proposée dans les travaux sur *l'ingénierie didactique* (Artigue, 1988), qui consiste à identifier les savoirs mathématiques en jeu dans la tâche, les procédures, les obstacles et facilitateurs. Ce type d'analyse rejoint *l'analyse écologique* de la tâche utilisée notamment par Morineau (2010, p.98) et qui prévoit une description des contraintes liées à la tâche, aux stratégies, aux caractéristiques organisationnelles ainsi qu'aux compétences des opérateurs. La construction de la batterie de tâches a nécessité un processus alternant des phases d'analyse a priori, des phases de prétest auprès d'un petit nombre d'enfants aux caractéristiques très diversifiées, et des phases d'analyse a posteriori menant à des modifications dans les variables, le temps, le matériel ou l'organisation des tâches. Il est donc difficile de donner ici une seule analyse didactique des tâches, c'est pourquoi une synthèse des difficultés des élèves ayant amené aux principaux réaménagements sera présentée.

	Élaboration des tâches V 1.0	**Phase à blanc**	**Premier réaménagement des tâches V 1.1**	**Phase pilote**	**Second réaménagement des tâches V 1.2**	**Groupe expérimental**
Nombre de participants		N = 9		N = 4		N = 20
Analyse	A priori	A postériori	A priori	A postériori	A priori	A postériori
Période	Janvier-avril 2018	Mai-juin 2018	Juillet-août 2018	Septembre-décembre 2018	Janvier-février 2019	Mars-Juin 2019

Tableau 1 : Différentes phases d'analyse pour construire la batterie de tâches

4 Analyse des tâches

4.1 Tâche d'orientation spatiale : Principales difficultés observées et réaménagements proposés (sous forme de vignettes) :



M. marche autour de la construction mais ne s'arrête qu'un bref instant devant les différents angles de vue. Il ne prend pas le temps de regarder comment se présente le positionnement des cubes les uns par rapport aux autres en fonction de l'angle de vue. Cette difficulté a été observée plusieurs fois. C'est pourquoi, afin de favoriser l'observation active des points de vue, il a été décidé que l'expérimentateur ferait le tour de la construction avec l'élève en lui posant des questions (Que vois-tu ? Qu'est-ce qui a changé ? Est-ce qu'on voit tous les cubes depuis ici ?). Des repères au sol (pieds) ont également été placés.



M. se place derrière le lutrin et choisit l'image correspondant à son point de vue. Toutefois lorsque l'expérimentateur change de place, M. continue de désigner l'image correspondant à son point de vue. Sa difficulté est donc de se mettre à la place d'autrui. Dans ce cas, dans la phase d'exemple, l'expérimentateur tournera une nouvelle fois autour de la construction et permettra à l'élève de faire des allers et retours entre la construction et le panneau afin de visualiser/expérimenter à nouveau les différents points de vue.



Deux autres variantes de la tâche ont été testées avec les élèves. Ces variantes proposent aux élèves d'autres formes de représentation de la construction. Dans la première, l'élève a devant lui une construction de cubes sur un plateau tournant. Il doit orienter son plateau pour que la vue de celui-ci et de la grande construction correspondent. Ensuite, le chercheur se place depuis un autre angle de vue et l'élève doit tourner le plateau pour mettre face à lui la vue que le chercheur a depuis sa nouvelle position. Cette présentation a l'avantage de permettre à l'élève d'effectuer réellement la rotation comme celle que le chercheur effectue. Nous avons remarqué que pour certains élèves cette condition, qui permet la réalisation de la rotation par l'action propre, facilite la tâche. Mais pour d'autres (et c'est la majorité), il est très difficile de mettre face à eux le point de vue du chercheur, ils ont envie de laisser la construction identique à ce qu'ils voient eux, surtout pour la position 3 (en face), ce qui ne correspond plus à une rotation mentale de la figure. Cette variante n'a donc pas été retenue pour cette tâche.



La seconde variante envisagée est de proposer les constructions directement en 3D devant le sujet à la place des photos afin de rester dans le registre de représentation en 3D. Il est intéressant de relever que cette présentation ne change pas la performance parmi les élèves testés (N=13) par rapport à la présentation sous forme de photos. Si l'élève n'arrive pas à imaginer les cubes depuis un autre point de vue que le sien, il rencontre des difficultés identiques avec la représentation en photo et la représentation en 3D.

4.2 Tâche de visualisation spatiale : principales difficultés observées et les réaménagements proposés

Pour la tâche de **visualisation spatiale**, l'activité choisie se base sur le test de Campos (2009), les élèves ont donc le patron d'un cube devant eux. La variable des couleurs a été choisie pour différencier les faces plutôt que les symboles utilisés par Campos (2009) ou par Ekstrom et son équipe (1976). L'avantage dans l'utilisation d'un repérage par des couleurs est qu'il est indépendant de l'orientation. Pour les cas de dyschromatopsie (mauvaise distinction des couleurs), des animaux en papier ont été placés sur les différentes faces. Initialement, le second niveau était plus complexe que celui gardé dans la version finale puisque le niveau 2 utilisait un autre développement du cube que le T. Toutefois, lors de la phase de test à blanc, il s'est avéré que le niveau 2 était trop complexe pour les élèves (il engendrait un effet plafond), seul le développement en T a donc été retenu dans le cadre de la batterie.



M. n'a jamais vu de cube déplié (patron) et ne sait pas comment le constituer en cube. Elle n'a donc pas de repère pour placer les couleurs. Dans ce cas, et afin de prévenir cette difficulté, la question suivante sera systématiquement posée à chaque élève dans la phase d'appropriation : sais-tu ce que c'est ? Si l'élève ne sait pas, il pourra s'entrainer à former un cube à partir du patron autant de fois que nécessaire : il s'agit in fine qu'il soit capable de construire le cube en autonomie.



M. ne fait pas le lien entre le patron (cube déplié) et les différentes faces du cube blanc en carton. Une phase intermédiaire a été envisagée : demander à l'élève de compléter le cube blanc à partir du cube en polydron et non de son patron. Cette variante a été testée avec la seule élève de l'échantillon qui n'a pas pu entrer dans la tâche avec le patron, mais elle n'a pas réussi non plus à effectuer une comparaison cube-cube. Cette variante n'a donc pas été retenue parmi les adaptations.

4.3 Tâche de relations spatiales : Principales difficultés observées et réaménagements proposés

Pour la tâche mesurant les **relations spatiales**, la tâche choisie s'appuie principalement sur le test « Card Rotation (A) » (Ekstrom et al., 1976). Une lettre est présentée à l'enfant, dans ce cas il s'agit de la lettre R qui sert de référence, et l'enfant doit trouver celles analogues au modèle. Le fait de choisir une lettre comme forme de référence (la lettre R ou la lettre B comme dans la tâche d'Ekstrom et al., 1976) a plusieurs avantages. Tout d'abord, il s'agit d'une forme familière des élèves. Ensuite un R même tourné dans tous les sens ne ressemble à aucune autre lettre.



Il existe toutefois un désavantage au choix d'une lettre comme forme de référence, M. voit un R retourné à l'envers et dit « non ce n'est pas un R, il est retourné ». Afin de prévenir cette difficulté liée à la consigne et clarifier ce que veut dire « même », un exemple (comportant 3 rotations différentes) sera effectué avec une autre lettre. L'élève pourra tourner lui-même la forme pour la remettre dans le même sens que le modèle. À ce moment-là nous discuterons des raisons de sa réponse afin d'être sûr qu'il n'y ait pas de biais dans la compréhension de la consigne. L'exemple sera répété autant de fois que nécessaire.



Une autre variante de la tâche s'appuyant sur l'épreuve de Gutiérrez (1992) a été testée dans la phase à blanc. Dans son test mesurant les rotations mentales, Gutiérrez (1992) a utilisé des polyèdres placés dans différentes positions. Les

élèves devaient trouver ceux qui étaient bien des rotations du modèle. La particularité du test de Gutiérrez (1992) est d'avoir introduit des leurres en modifiant les propriétés de certains polyèdres. Pour la présente étude, la tâche de Gutiérrez avait donc été adaptée avec de vrais polyèdres en 3D (baguettes de bois et connecteurs plastiques). Parmi trois polyèdres, les élèves devaient trouver celui qui n'était pas le même que le modèle. L'inconvénient de cette tâche c'est qu'elle ne mesure pas uniquement l'habileté de rotation mentale, mais aussi les connaissances géométriques préalables - notamment celles des propriétés des figures - de l'élève. En raison des difficultés à différencier les causes des erreurs (due à l'habileté de rotation mentale ou à des connaissances géométriques), cette variante n'a pas été retenue.

VI - EN CONCLUSION : QU'EST-CE QUE CES TÂCHES POURRAIENT SUSCITER COMME ADAPTATIONS PÉDAGOGIQUES ET COMME INTÉRÊT POUR LA RECHERCHE ?

Le dispositif proposé a pour but de permettre aux élèves de résoudre des tâches spatiales tridimensionnelles en utilisant du matériel concret en trois dimensions afin d'observer leurs compétences et la manière dont ceux-ci expriment leurs habiletés au travers de gestes (ou de mots) notamment. Une comparaison entre un test papier-crayon et le dispositif créé a également été réalisée et confirme l'hypothèse selon laquelle l'utilisation de matériel tridimensionnel réel permet à l'élève d'exprimer davantage de compétences en actes. Comme mentionné en introduction, le rôle des gestes dans l'apprentissage des mathématiques fait l'objet de nombreuses recherches actuelles qui suggèrent que leurs implications sont importantes dans les processus de conceptualisation et d'expression des savoirs mathématiques (pour une synthèse : Lacombe, Petitpierre & Dias, sous presse). Produire des gestes serait un outil puissant pour faciliter l'apprentissage, plus précisément apprendre en faisant des gestes permettrait d'incorporer les gestes à une compréhension durable des concepts mathématiques (Wakefield, Congdon, Novack, Goldin-Meadow., & James, 2019). Les gestes faciliteraient même la pensée créative des enfants en leur permettant d'avoir accès à un plus large éventail d'idées (Kirk et Lewis, 2016).

Si comme le relèvent Kim, Roth et Thom (2011), certains domaines de pensée ne sont pas directement accessibles par le langage verbal, cela est particulièrement vrai pour les élèves ayant une déficience intellectuelle comme le montre en détail le rapport de l'INSERM (2016) sur la déficience intellectuelle : « En cas de déficience légère c'est surtout la fonction idéique-représentationnelle qui est affectée (symboliser la réalité, traiter l'information, conceptualiser et imaginer). Il en résulte des difficultés notoires, entre autres sur le plan du parcours scolaire en raison de la fonction qu'exerce le langage sur le fonctionnement cognitif en tant qu'outil de la pensée et en tant que « véhicule » d'acquisition de concepts et de représentations » (Inserm, 2016, p.500).

La prise en compte de la dimension gestuelle dans le cadre de l'analyse des processus de conceptualisation mathématique pourrait ouvrir de nouvelles perspectives innovantes d'enseignement-apprentissage offrant aux élèves la possibilité de montrer leur compétence au travers d'une approche multimodale. Un bel exemple est cette jeune fille de 16 ans atteinte de trisomie 21 : elle a beaucoup de difficulté avec le test papier-crayon ; par contre, dans la tâche de visualisation spatiale (le cube à compléter) elle place correctement l'ensemble des couleurs du niveau 1. Elle effectue des mouvements remplis de sens (qui montre son cheminement mental) et constate avec fierté qu'elle a réussi.

VII - RÉFÉRENCES

Albaret, J.M., Aubert, E. (1996). Etalonnage 15-19 ans du test de rotation mentale de Vandenberg. *Evolutions psychomotrices*, 8(34), 269-278.

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *9*(3), 281-308.

Bergstrom, C., Zhang, D. (2016). Geometry interventions for K-12 students with and without disabilities : A research synthesis. *International Journal of Educational Research, 80*, 134-154.

Browder, D.M., Spooner, F., Ahlgrim-Delzell, L., Harris, A.A., & Wakeman, S. (2008). A Meta-Analysis on teaching mathematics to students with significant cognitive disabilities. *Exceptional Children, 74*(4), 407-432.

Campos, A. (2009). Spatial imagery : a new measure of the visualization factor. *Imagination, cognition and personality, 29*(1), 31-39.

Chastellain, M & Jaquet, J. (2001). *Mathématiques cinquième année*. Fribourg : COROME.

Chastellain, M & Jaquet, J. (2001). *Mathématiques sixième année*. Fribourg : COROME.

Chen, Y.L., Mix, K. (2014). Spatial Training Improves Children's Mathematics Ability. *Journal of Cognition and Development 15* (1), 2-11.

Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. In D. H. Clements, & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp. 267–297).

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(2), 136–163.

Collins, D. (2003). Pretesting survey instruments : an overview of cognitive methods. *Quality of Life Reasearch* ,*12*, 229-238.

Ekstrom, R.B., French, J,W., Harman, H,H., & Dermen, D. (1976). *Manual for kit of factor-referenced cognitive tests.* Educational Testing Service: Princeton.

Gutiérrez, A. (1992). Exploring the links between van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology*, 18, 31–48.

Erkek, Ö., Isiksal, M., Cakiroglu, E. (2017). On Pre-Service Teachers Spatial Visualization Ability and Spatial Anxiety. *Kastamonu Education Journal*, 25 (1). 33-50.

Hegarty, M., & Waller, D. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence*, *32*, 175–191.

Hendroanto, A., Budayasa, I. K., Abadi, A., Van Galen, F., and Van Eerde, H. A. A. (2015). Supporting Students' spatial Ability in Understanding Three-Dimensional Representations. Proceeding the 3rd SEA-DR.

Hord, C., & Xin, Y. P. (2014). Teaching area and volume to students with mild intellectual disability. *The Journal of Special Education,*1–11. http://dx.doi.org/ 10.1177/0022466914527826.

INSERM (2016). *Déficiences intellectuelles. Expertise collective. Synthèse et recommandations.* Paris : Editions Inserm.

Kim, M., Roth, W.-M., & Thom, J. (2011). Children's gestures and the embodied knowledge of geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(1), 207–238.

Kita, S., Alibali, M. W., & Chu, M. (2017). How do gestures influence thinking and speaking? The Gesture for Conceptualization hypothesis. *Psychological Review*, 124(3), 245-266. http://dx.doi.org/10.1037/rev0000059

Kirk, E., & Lewis, C. (2016). Gesture facilitates children's creative thinking. *Psychological Science*. Advance online publication. http://dx.doi .org/10.1177/095679761667918

Kozhevnikov, M., & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object-manipulation and perspective-taking spatial abilities. *Memory and Cognition, 29*, 745–756.

Lacombe, N., Petitpierre G., & Dias, T (sous presse). Observer les gestes pour analyser les habiletés spatiales tridimensionnelles des élèves ayant une déficience intellectuelle. *Revue Suisse de Pédagogie Spécialisée.*

Lohman, D. F. (1988). Spatial abilities as traits, processes, and knowledge. In R. J. Sternber (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence* (Vol. 4; pp. 181-248). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lunkenbein, D., Allard, H. & Goupille, C. (1983). Structuration intérieure d'objets géométriques dans la genèse d'idées spatiales. *Revue des sciences de l'éducation*, *9*(1), 55–84. doi:10.7202/900399ar

Middle Grades Mathematics Project [MGMP] (1983). Spatial Visualization Test. Department of Mathematics, Michigan State University.

Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 191–212.

Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutierrez & P.

Boero (Eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future (pp. 205–236). Rotterdam: Sense.

Mercier, A., & Salin, M. H. (1988). L'analyse a priori, outil pour l'observation. Atelier à l'Université d'Eté, 1-3. Olivet.

Morineau, T. (2010) « La méthode TMTA d'analyse écologique de la tâche et son application à une tâche praxique », *Le travail humain*, 2(73), 97-122. DOI 10.3917/th.732.0097

Vandenberg, S.G., Kuse, A.R., (1978). Mental Rotations, a group test of three dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, *47*, 599–604.

Wakefield, E., Congdon, E.L., Novack, M.A., Goldin-Meadow, S.G., & James, K.H. (2019). Learning math by hand : The neural effects of gesture-based instruction in 8-year-old children. *Attention, Perception & Psychophysics*. PMID 31111452 DOI: 10.3758/s13414-019-01755-y.

« MATHS AU MENU ! » : UN DISPOSITF D'ANALYSES DE SITUATIONS ENTRE PAIRS POUR ACCOMPAGNER LES PRATIQUES MATHÉMATIQUES D'ENSEIGNANTS À L'ÉCOLE PRIMAIRE.

Nolwenn GUEDIN
Référente Mathématiques de Circonscription, Chenôve (21)
IREM Dijon
nolwenn.guedin@u-bourgogne.fr

Résumé
Le dispositif d'accompagnement aux pratiques mathématiques « Maths au Menu ! » permet d'analyser une situation pédagogique problématique. Avec le questionnement des collègues, des débats apparaissent et permettent à la fois que des solutions venues des pairs voient le jour et que des apports notionnels apportés par le Référent en Mathématiques étayent les choix retenus. La situation choisie pour l'exposé consistait à demander à des élèves de réaliser une collection « dix fois plus grande » qu'une collection référence de 8 cubes.

Dans un contexte où les études internationales ont révélé de faibles résultats en mathématiques chez nos élèves français, des postes de Référents Mathématiques de Circonscription ont été créés dans les réseaux d'éducation prioritaire (Villani & Torossian, 2018). Ayant été choisie pour mener cette mission de formation continue en Côte d'Or, j'accompagne les équipes enseignantes de quatre écoles dans la conception et la mise en place de leurs activités numériques et géométriques en classe. Très rapidement, devant la récurrence de questions analogues (sens de la retenue, place de la file numérique en classe, différence aire/volume...), j'en ai conclu que l'appétit mathématique de mes collègues était nourri de préoccupations communes quel que soit leur niveau d'enseignement. Je leur ai alors proposé des réunions de travail pendant la pause méridienne, appelées « Maths au menu ! ». Ainsi, pour les enseignants volontaires pour analyser leurs pratiques sous cette forme leur travail, un repas tiré du sac fut agrémenté de matériel mathématique : bûchettes ou cubes empilables, abaques et compas, ou encore dés et pistes de jeux et de savoureux échanges !

I - PRINCIPES DU DISPOSITIF

Le principe de « Maths au menu ! » est simple et s'inspire largement des séances d'Analyse des Pratiques Professionnelles (Perrenoud, 2001) :

- Les enseignants choisissent en amont un thème de travail pour plusieurs séances. Ce choix s'est opéré par un vote sur internet parmi une dizaine de thématiques proposées. Ces thématiques, qui sont ressorties à l'issue d'un questionnaire Sentimy en tout début d'année scolaire sur les besoins des enseignants, étaient les suivantes :
    - la numération de position écrite
    - le calcul réfléchi
    - les fractions
    - les décimaux
    - les situations de référence dans la résolution de problèmes
    - les schématisations de référence dans la résolution de problèmes
    - la gestion de la mise en commun
    - les traces écrites
    - la différenciation pédagogique

- Dans le cadre de cette thématique, chaque enseignant apporte une activité menée en classe lors de laquelle une difficulté est apparue. Il présente alors le matériel utilisé et expose très rapidement son objectif ainsi que la résistance apparue lors de sa réalisation. Il choisit un titre pour cette situation et le note sur un petit papier.
- Un vote pondéré en fonction du degré d'intérêt des situations permet d'en sélectionner trois et de définir ainsi l'ordre dans lequel elles seront abordées. Pour pondérer ce vote, trois jetons sont attribués à chaque enseignant qu'il répartit comme bon lui semble à côté des papiers où sont notés les titres des situations.



Fig. 1 Système de vote pondéré

- L'enseignant dont la situation a remporté le plus de jetons expose en 5 à 10 minutes le déroulé précis de sa séance et il explique aussi la situation problématique alors apparue. Lors de cette phase, les autres enseignants écoutent sans intervenir.
- Puis, les collègues sont invités à questionner l'enseignant pour recueillir davantage de détails ou de précisions. À ce niveau, je m'autorise aussi quelques questions, notamment pour montrer quels points elles peuvent concerner, quand ils n'ont pas déjà été précisés dans l'exposé de la situation : mode de passation des consignes, réactions des élèves, différenciation pédagogique prévue en amont ou mise en place lors de la séance, ou encore matériel supplémentaire en cas de difficulté.
- Et enfin, les enseignants débattent entre eux sur les causes éventuelles de la résistance observée et envisagent des solutions possibles. Des questions ouvertes de ma part permettent parfois de relancer le débat. C'est à ce moment que des contenus didactiques peuvent être apportés. Certains ont été pensés en amont en fonction de la thématique établie au préalable, et d'autres sont glissés au cours de la discussion de façon plus improvisée quand cela est adapté aux questionnements des enseignants et lorsqu'aucune réponse n'est proposée de leur part.

Ainsi, comme en Analyse des Pratiques Professionnelles (Perrenoud, 2001), la situation exposée est avant tout approfondie par les pairs entre eux et c'est eux qui tentent de réfléchir aux moyens possibles pour dépasser les résistances apparues. J'interviens surtout pour animer les échanges et poser des questions ouvertes de relance, en glissant aussi des pistes encore non exploitées, avec des apports théoriques à l'appui.

Lors de tels moments d'analyse de la pratique, il est également nécessaire en préalable d'établir des règles d'échange en groupe. J'ai rassemblé ces principes dans l'A, B, C, D de « Maths au menu ! » avec :

- A comme Anonymat, pour que les situations impliquant les élèves ou collègues évoqués entre nous ne soient pas dévoyées en dehors du cadre de nos échanges,

- B comme Bienveillance, pour que toute remarque apportée dans le débat ne soit pas formulée sous forme de jugement, mais comme une constatation ou un avis personnel,
- C comme Confiance, pour encourager à approfondir les problèmes et aussi se sentir libres d'évoquer éventuellement des ressentis personnels,
- D comme Définition, pour bien préciser le sens des mots que chacun utilise afin qu'ils ne soient pas à l'origine d'éventuels contre-sens ou quiproquos.

L'article porte sur des moments choisis de cette expérience d'analyse des pratiques pédagogiques avec huit enseignants exerçant dans quatre écoles appartenant en REP+ (réseau d'éducation prioritaire renforcé). Il retrace ainsi une séance ayant traité de la multiplication par 10, dans le cadre de la thématique du « calcul réfléchi ». De façon didactique, vont être décrits de façon séparée : les définitions préalables de vocabulaire spécifique à la thématique (II), la présentation de la première situation choisie par le groupe (III), les questions d'approfondissement de la part des collègues (IV), et enfin, les débats qui sont intervenus lors des échanges ainsi que les apports didactiques complémentaires aux débats (V).

II - DÉFINITIONS

J'ai commencé par demander aux enseignants toutes les expressions qu'ils connaissaient avec le mot « calcul ». Après recherche personnelle, pour maintenir une dynamique de la restitution des réponses, chaque enseignant devait citer une expression pas encore précédemment nommée. Sont ressorties les expressions suivantes :

- calcul mental
- calcul automatisé
- calcul réfléchi
- calcul en ligne
- calcul posé
- calcul instrumenté

Auraient pu encore être évoqués : calcul de tête, calcul sur les doigts...

Ensuite, chaque enseignant s'est vu attribué une expression qu'il a dû définir à l'écrit. La lecture de ces définitions devait permettre de faire émerger les conceptions initiales de chacun et d'aboutir à un consensus pour utiliser ces expressions à bon escient dans la suite des échanges. La notion de « calcul automatisé » a été débattue. Dès cette phase de définitions, s'est posée aussi la question de la présence de la calculatrice en classe et s'il est bienvenu de la proposer systématiquement en résolution de problèmes. Un consensus s'est dessiné pour préférer donner des tables de résultats lorsque les nombres en jeu sont suffisamment petits pour être directement présents dans les tables et réserver la calculatrice lorsque les problèmes engagent des grands nombres. Il a semblé en effet que la fréquentation régulière des résultats corrects sur les tables pourrait en permettre une appropriation progressive, mais que sur des grands nombres, le recours à la calculatrice permettrait un allègement de la charge cognitive.

III - PRÉSENTATION DE LA SITUATION

La séance exposée se déroule en CE2-CM1. La classe est composée d'élèves de CE2 de bon niveau et d'élèves de CM1 plutôt en difficulté. L'enseignante a distribué à chaque groupe de 2 ou 3 élèves un nombre de cubes compris entre 6 et 9. Les groupes étaient de petite taille afin de permettre un engagement maximal de la part de chacun des enfants. Une recherche individuelle n'était pas possible par manque de matériel, et la présence de conflits socio-cognitifs était recherchée. Pour faciliter l'exposé, nous prendrons l'exemple d'une collection distribuée de 8 cubes. Dans un premier temps, elle leur a demandé de préparer une collection (« un deuxième tas ») contenant « dix fois plus » de cubes, à partir d'une réserve à disposition sur la table. Dans un second temps, les enfants ont été invités à faire des échanges de matériel (dix cubes unités contre une barre de 10 cubes) pour mieux visualiser la quantité réunie dans ce deuxième tas. Enfin, ce travail a été l'occasion de faire le lien entre le matériel manipulé et l'utilisation du tableau de numération (détaillée en partie V).

Lors de l'élaboration de la collection dix fois plus grande, l'enseignante a pu observer plusieurs procédures différentes :

- des enfants qui ont très bien compris l'expression « dix fois plus » en faisant le lien avec la multiplication par 10, et qui ont donc compris qu'il s'agit de 8 dizaines, donc 80 jetons, voire en passant directement par le calcul 8 × 10 = 80. Dans cas, l'enseignante souligne que le matériel a juste permis aux élèves de valider leur solution.
- des enfants qui ont aussi bien compris l'expression « dix fois plus » en faisant le lien avec la multiplication par 10, mais qui ont eu recours au matériel pour trouver la solution. Ils ont fait 10 tas de 8 jetons pour ensuite dénombrer les 80 jetons ainsi obtenus. Certains enfants ont aussi eu l'idée de compter les cubes de leurs tas de dix en dix.
- des enfants qui partaient dans cette bonne direction, mais qui se sont laissés convaincre par des raisonnements erronés apparus dans leur groupe, comme les deux procédures suivantes, ce qui témoigne finalement d'un savoir encore fragile.
- des enfants qui se sont centrés sur le mot « plus » du champ additif et ont formé une collection de 8 jetons et encore 10 de plus, soit 18 jetons en tout.
- des enfants qui ont cherché comment passer de 8 à 10 et en ont conclu que la collection recherchée devait être constituée de deux cubes.

IV - QUESTIONS D'APPOFONDISSEMENT

Une fois que la séance a été exposée par l'enseignant qui l'a vécue, les autres enseignants sont donc invités à lui poser des questions. Il s'agit de recueillir des détails encore non précisés pour permettre une meilleure représentation de la situation. Voici donc trois exemples de ces questions et les éléments de réponses apportés par l'enseignante qui a mené la séance en classe :

- « Les groupes ont-ils été formés de façon homogène ou hétérogène ? »
  Ce jour-là, l'enseignante avait privilégié des groupes hétérogènes pour stimuler les enfants en difficulté ou habituellement à l'aise pour s'intéresser à d'autres procédures.
- « Que fais-tu quand tu vois des erreurs dans un groupe ? »
  L'enseignante laisse les élèves réfléchir entre eux, et lors de la mise en commun, elle choisit toujours un panel de procédures différentes et les fait présenter dans un ordre adapté pour aller vers la (ou les) solution(s) la (les) plus experte(s). Ainsi, elle choisit de ne pas exposer seulement des procédures erronées mais aussi des stratégies efficaces.
- « Les élèves n'avaient-ils que des cubes pour réaliser leur nouvelle collection ? »
  Dans la réserve de matériel (qu'ils ont déjà utilisé à différentes occasions), les élèves avaient aussi à disposition des barres représentant des dizaines et des plaques de centaines.

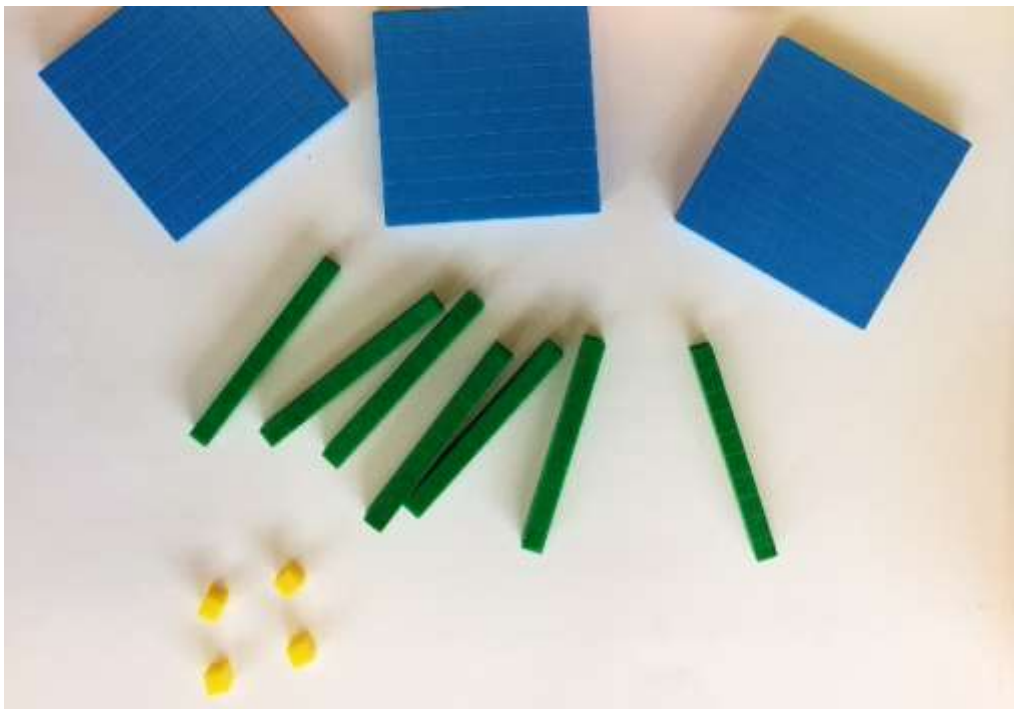


Fig. 2 Matériel de numération sans possibilité d'assemblage

Ce moment de questions-réponses est indispensable pour visualiser finement la séance vécue en classe avant d'en faire une analyse. L'observation d'une version filmée de cette séance aurait certes permis de davantage convoquer « l'activité réelle » (Leblanc, Ria, Dieumegard, Serres, & Durand, 2008), mais peu d'enseignants acceptent d'être filmés. Ce partage d'expériences à l'oral est donc un moyen tout de même assez efficace pour « vivre » une séance ancrée dans une situation qui s'est réellement passée. Ce partage d'expérience peut même être le point de départ pour accepter ensuite une observation ultérieure directement en classe.

V - DÉBATS APPARUS ET APPORTS THÉORIQUES

D'emblée, lors de la recherche des définitions des **différents types de calcul**, un débat a eu lieu à propos du calcul automatisé pour savoir s'il s'agissait systématiquement de faire appel à des résultats connus par cœur en mémoire auditivo-verbale. Un enseignant a fait remarquer qu'il fallait aussi savoir automatiser des techniques rapides pour être plus efficace. J'ai ainsi pu introduire la **différence entre mémorisation procédurale et mémorisation auditivo-verbale** et présenter les travaux très récents sur l'automatisation des procédures rapides d'ajout pour les petits résultats additifs. Que cela soit chez les enfants (Thevenot, Barrouillet, Castel, & Uittenhove, 2016) ou les adultes (Uittenhove, Thevenot, & Barrouillet, 2016), cette mémorisation procédurale incidente reste inconsciente. Ces résultats ne sont pas qu'une curiosité de la recherche fondamentale, mais ont de réelles incidences pédagogiques pratiques. En effet, il est toujours conseillé dans les programmes de l'Éducation Nationale française de travailler la mémorisation par cœur des tables de multiplication, donc par la voie auditivo-verbale, d'autant plus que des résultats en imagerie neuronale montrent que les résultats multiplicatifs semblent justement stockés dans l'aire du langage, en lien direct avec les mémorisations auditivo-verbales (Dehaene & Cohen, 2000). En revanche, l'apprentissage des tables d'addition serait remis en cause par ces résultats et sont confortés par des études menées en classes (Thevenot, 2018). Il serait ainsi préférable de faire vivre très souvent des situations additives avec du matériel adéquat pour mémoriser les résultats par imprégnation progressive des procédés d'ajout, qui seraient quant à eux logés dans l'aire pariétale responsable du sens du nombre, de la gestion de l'espace et de la sensori-motricité des doigts (Guedin, Thevenot & Fayol, 2017).

Lorsque la question du **matériel de numération** a été évoquée, un débat est apparu quant à la pertinence d'utiliser un code couleur pour symboliser les rangs, ou encore l'importance ou non de choisir du matériel où chaque unité était visible au sein d'une dizaine, ou encore, nous nous sommes interrogés sur l'intérêt

de privilégier du matériel assemblable pour former des dizaines et centaines. Concernant les couleurs, un consensus est apparu autour de la notion **d'étayage différencié** (Meirieu, 2013), c'est à dire que le matériel donné peut être adapté aux besoins identifiés des élèves. Une collègue a noté qu'il serait peut-être encore préférable de proposer peu à peu du matériel de couleur neutre (ex : couleur bois) plutôt que du matériel dont les couleurs sont différentes de celles utilisées en références dans les manuels ou les affichages ou que celles des années précédentes. Cette précaution permet aussi de donner du sens aux quantités sans s'appuyer sur un code sans lien avec la numération. Pour les enfants les plus en difficulté, les enseignants se sont mis d'accord pour souligner qu'il faut préférer les matériels permettant la fabrication d'une dizaine par réunion de dix unités plutôt que par un échange, ce qui représente un saut conceptuel supérieur, qui certes doit être travaillé, mais dans des séances dédiées à cette compétence. Ainsi les cubes clipsables ou les allumettes réunies par élastique possèdent ces propriétés intéressantes. En revanche, je me suis permis de mettre en garde contre une utilisation trop précoce des abaques (Corriveau & Jeannotte, 2015). Au niveau de l'Histoire de l'Homme, cet outil a en effet été inventé tardivement comme calculateur de poche. Il n'est alors pas étonnant qu'il ne soit pas pertinent pour donner du sens à la valeur des rangs de chacun des chiffres constituant un nombre. Les abaques sont en revanche par exemple précieux pour donner du sens aux retenues lors de séances de calcul en ligne ou posé. La notion de **désétayage**, c'est à dire le fait d'enlever progressivement une aide pédagogique, est alors également parue essentielle, sans imposer l'absence de matériel pour toute la classe à un moment choisi à l'avance, mais en fonction des progrès de chacun, tout en autorisant des aller et retours entre des moments où ce matériel est évoqué mentalement ou à nouveau manipulé concrètement, ou seulement pour une phase de validation des calculs mentaux.

La question de la **validation des procédures correctes** est alors ainsi aussi apparue au cours des échanges. Des enseignants avaient l'habitude d'indiquer les bonnes solutions uniquement par leur seule parole. Le débat a cependant permis de montrer la pertinence de prévoir une situation où le matériel de départ permet de dévoiler la ou les réponse(s) correcte(s). Bien sûr, ce choix didactique n'est pas toujours possible. Par exemple, dans le cas de la situation exposée, il a été retenu que la calculatrice permettait en effet de vérifier 8×10, mais pas de faire le lien entre l'expression « dix fois plus » et cette multiplication par 10. Certains enseignants ont d'ailleurs tenu à souligner la différence 8×10 ou 10×8, tandis que d'autres trouvaient peu pertinent de souligner cette différence auprès des élèves, étant donné que la multiplication est commutative et que « dix fois huit » est équivalent à « huit multiplié par dix » au niveau numérique. A aussi été évoquée une transposition didactique possible, c'est à dire proposer une activité aux enjeux didactiques identiques mais avec un habillage différent, vers une situation plus concrète pour les élèves, en ayant recours à de la monnaie factice. Par exemple, on aurait pu mettre en situation le cas où il aurait fallu acheter « dix fois plus » d'objets et donc calculer le prix de 10 objets à 8 euros. Si chaque élève avait possédé une étiquette à 8 euros, il aurait été facilitateur de faire venir 10 élèves au tableau et de faire le lien avec le comptage oral : « une fois huit », « deux fois huit », ... « dix fois huit ». Et ensuite faire remarquer qu'il est peut-être plus simple de calculer « huit fois dix » pour faire le lien avec huit dizaines.

Au moment de l'évocation du **tableau de numération**, il a fallu reprendre les termes de chiffres et nombres pour un enseignant qui avait utilisé l'un à la place de l'autre sans s'en rendre compte. Il s'est avéré qu'il connaissait finalement finement la définition de ces deux termes, mais nous faisons le constat qu'une inversion orale est en fait très vite arrivée si ce n'est pas le point central de notre propos... Méfiance alors ! Comme piste pour aider les élèves, nous avons rappelé le parallèle entre chiffres et lettres d'une part et nombres et mots d'autre part. Tout comme un mot est une entité qui a du sens et qui peut être formé par une ou plusieurs lettres qui ne sont que des signes graphiques, un nombre représente une quantité qui a du sens et peut être écrit avec un ou plusieurs chiffres comme signes symboliques arbitraires. Pour éviter toute maladresse dans le langage des enseignants, il m'a semblé nécessaire de leur rappeler que, quand un nombre est multiplié par dix, il ne faut pas dire qu'il « s'agrandit » d'un rang de plus (avec la très malheureuse expression « ajouter un zéro ») mais que chaque chiffre qui constitue ce nombre à multiplier change de rang dans le nouveau nombre pour prendre une valeur dix fois supérieure. C'est tout l'intérêt de l'outil didactique appelé « **glisse-nombre** » (Ministère de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2016).



Fig. 3 Glisse nombre avec la quantité initiale

« Dix fois plus que 8 cubes, c'est 8 dizaines de cubes ».

Le chiffre 8 glisse vers le rang supérieur de gauche : c'est bien 8 dizaines et aucune unité.

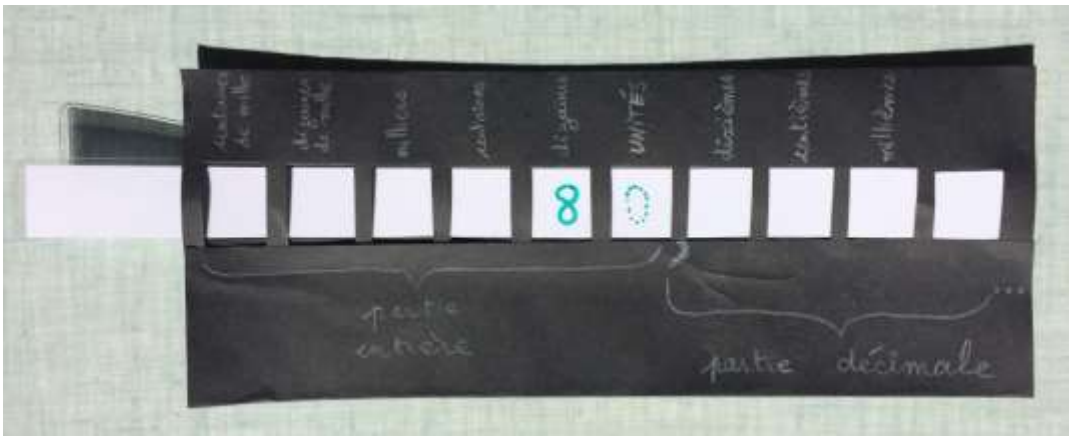


Fig. 4 Glisse-nombre avec la quantité initiale déplacée d'un rang vers la gauche

Ce qui fait la quantité quatre-vingts, qui s'écrit 80 :

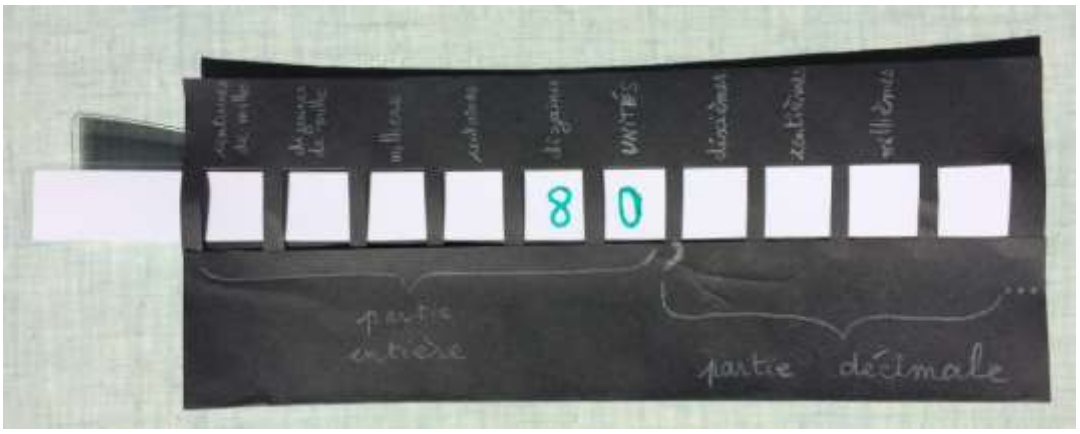


Fig. 5 Glisse-nombre avec la quantité finale

Ainsi, pour multiplier un nombre décimal par dix, ce n'est en aucun cas « la virgule qui se déplace » : elle reste toujours située après la partie entière et ce sont les chiffres qui changent de valeur décimale en occupant une nouvelle place vers les rangs de gauche. Cependant, même si cette approche est plus appropriée qu'un déplacement malheureux de virgule, elle doit **toujours être reliée au sens des chiffres et aux quantités qu'ils représentent**. Cela se fait par une verbalisation adéquate mais aussi par un lien avec du matériel approprié. Sans cette vigilance, l'utilisation du glisse-nombre par les élèves peut se résoudre à une technique appliquée mécaniquement sans en comprendre le fondement numérique. Le même écueil a été souligné par les enseignants pour l'usage des tableaux de numération classiques. Retenons que tout outil ou technique pensé(e) pour aider un élève en visant un gain d'efficacité - soit en temps, soit en réussite - peut aussi faire illusion. Les performances transitoires ne seraient pas le reflet des compétences sous-jacentes attendues. Le rapport Villani-Torossian recommande ainsi de ne pas passer trop vite des manipulations concrètes aux symbolisations abstraites, tout comme le préconise l'approche anglo-saxonne CPA pour Concrete - Pictural – Abstract, où la transition entre le matériel et les symboles se met en place grâce à des représentations intermédiaires étayées par une verbalisation précise. C'est cette pédagogie qui a été prônée dans le contexte particulier de Singapour, encore difficilement transposée dans les situations d'enseignement en France (Chambris, 2017).

VI - CONCLUSION

Ce dispositif de formation a eu plusieurs avantages : il a permis d'analyser des situations didactiques sans la nécessité de filmer ou de solliciter des observations directes en classe. En outre, la confiance instaurée lors de ces échanges laisse penser qu'une telle évolution d'observations réelles serait aujourd'hui possible avec ce groupe de pairs. Ce dispositif a aussi permis aux enseignants de confronter et d'interroger l'efficacité de leurs gestes professionnels. Ils ont dépassé la phase d'observation pour entrer dans une phase d'analyse en lien avec une meilleure réussite de leurs élèves. Cette formation leur a également donné envie de tester d'autres façons de faire. Deux enseignants ont notamment testé depuis le glisse-nombre. Point hautement intéressant, ils ont d'emblée adopté une attitude réflexive vis à vis de cette solution pédagogique en en pointant les points positifs et les points de vigilance.

Pour conclure cette expérience de formation, un questionnaire final à destination des enseignants a permis de dégager des points forts et des points à améliorer pour le dispositif « Maths au Menu ! ». La grande adhésion des enseignants serait liée au format très participatif qui a permis de prendre connaissance de pratiques variées en très peu de temps. Les enseignants ont tous pointé qu'ils apprenaient plus en une heure de « Maths au Menu ! » qu'en trois heures de formation pensée exclusivement de façon descendante. La place aux questions en petit groupe où une confiance s'est rapidement instaurée a permis ces échanges fructueux. Les enseignants ont apprécié que je ne me sois pas positionnée exclusivement en tant qu'experte, mais surtout en tant que collègue qui avait autant à apprendre qu'eux de leurs pratiques de classes et de leurs réflexions. Le point négatif fut la courte durée : une heure, c'est très vite passé... La régularité de nos rencontres a pu atténuer cet effet. Le dispositif de « Maths au Menu ! » pourrait donc être l'entrée préalable à un plat de résistance plus constant, comme la mise en place de lessons studies (Clivaz, 2015). Les enseignants ont en effet témoigné leur envie d'observer en classe ces pratiques découvertes au cours des échanges ou de tester des séances co-animées auprès des élèves. L'accompagnement des pratiques pédagogiques est une alchimie entre une place assurée aux échanges de pratiques entre pairs et des doses mesurées d'apports notionnels. L'analyse des pratiques entre pairs comme « Maths au Menu ! » semble proposer un tel équilibre.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Chambris, C. (2017). L'enseignement des maths à l'école et la méthode de Singapour. *Bulletin de la CFEM*.

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study : Des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. Conférence des directeurs des HEP et autres institutions assimilées de Suisse romande et du Tessin (CDHEP).

Corriveau, C., Jeannotte, D. (2015). L'utilisation de matériel en classe de mathématiques au primaire: quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin AMQ*, **55**.

Dehaene, S., & Cohen, L. (2000). Un modèle anatomique et fonctionnel de l'arithmétique mentale. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.191-232). Marseille : Solal.

Guedin, N., Thevenot C. & Fayol, M. (2017). Des doigts et des nombres. *Psychologie française*.

Leblanc, S., Ria, L., Dieumegard, G., Serres, G., & Durand, M. (2008). Concevoir des dispositifs de formation professionnelle des enseignants à partir de l'analyse de l'activité dans une approche enactive. *Activités*, **5**.

Meirieu, P. (2013). Pédagogie, des lieux communs aux concepts-clés, Paris : ESF éditeur.

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (2016). *Fractions et nombres décimaux au cycle 3 - Annexe 4 : Le glisse-nombre*. Eduscol

Perrenoud, P. (2001). Développer la pratique réflexive dans le métier d'enseignant : professionnalisation et raison pédagogique, Issy-les-Moulineaux : ESF.

Thevenot, C. (2018). La résolution d'additions simples par procédures de comptage automatisées. *ANAE*, **156**.

Thevenot, C., Barrouillet, P., Castel, C., Uittenhove, K. (2016). Ten-year-old children strategies in mental addition: A counting model account. *Cognition*, **146**, 48-57.

Uittenhove, K., Thevenot, C., Barrouillet, P. (2016). Fast automated counting procedures in addition problem solving: When are they used and why are they mistaken for retrieval? *Cognition*, **146**, 289-303.

Villani, C., Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Ministère de l'Éducation Nationale

ENSEIGNER LA RESOLUTION DE PROBLEMES AUX ELEVES DE 6-9 ANS VIA DES PROBLEMES « NON APPLICATIFS » : ANALYSE DE DISPOSITIFS DE FORMATION FONDES SUR UNE APPROCHE CONSTRUCTIVISTE OU INTEGRATIVE (CONSTRUCTIVISTE ET ENSEIGNEMENT EXPLICITE)

Catherine RIVIER
Professeur des écoles-Maître Formateur
catherine.rivier@ac-grenoble.fr

Edouard GENTAZ
Université de Genève
edouard.gentaz@unige.ch

Résumé
L'objectif de cette communication est de présenter une analyse qualitative d'un dispositif de formation destiné à enseigner la résolution de problèmes via les « problèmes non applicatifs » aux élèves de cycle 2 (6-9 ans). Ce dispositif se caractérise par une approche collaborative et expérimentale. Les observations sont issues de deux modules de formation proposés en 2017-2018 et 2018-2019 dans le plan de formation continue des enseignants du premier degré. Les analyses qualitatives de la première session montrent des effets positifs chez les élèves comme sur les enseignants. Cependant ces analyses révèlent aussi des limites (caractéristiques des énoncés, difficultés à identifier et mesurer les progrès des élèves). Ces constats ont conduit à faire évoluer la seconde session de formation en proposant aux enseignants la conduite d'une séquence intégrant les approches constructivistes, explicites et affectives de l'enseignement et des apprentissages. L'analyse de ce second module permet de montrer la pertinence de ce dispositif de formation pour accompagner les enseignants dans la conception et la mise en œuvre de séquences de résolution de « problèmes non applicatifs », mais également quelques limites.

I - ENSEIGNER LA RESOLUTION DE PROBLEMES MATHEMATIQUES : AVEC QUELLES APPROCHES ?

La recherche sur l'enseignement de la résolution de problèmes fait l'objet d'intenses débats entre les tenants d'une approche pédagogique constructiviste et ceux d'une approche pédagogique explicite.

Les partisans de l'approche « enseignement explicite ou direct » s'appuient sur plusieurs études qui montrent ses effets bénéfiques sur des performances scolaires générales des élèves (Hattie, 2017) et les mathématiques en particulier – voir par exemple (Baker, Gersten & Lee, 2002). Concernant le domaine particulier de la résolution de problèmes, il s'agit d'enseigner explicitement des stratégies efficaces, d'encourager l'élève à raisonner à voix haute et à échanger avec les autres en mettant « un haut-parleur sur sa pensée » et à recourir à l'utilisation de nombreuses traces écrites donnant ainsi un support de référence disponible à l'élève. Ce type d'enseignement implique une pédagogie explicite et systématique avec accompagnement de l'élève par l'enseignant au début du processus d'apprentissage, identifiant clairement les étapes d'une session d'enseignement. L'objectif des différentes étapes est d'optimiser le fonctionnement des différentes mémoires en minimisant la charge de mémoire de travail de l'élève durant la phase d'apprentissage d'un nouveau concept et en lui offrant une formation approfondie et des révisions régulières pour favoriser sa mémorisation à long terme (Kirschner, Sweller & Clark, 2006). L'enseignement explicite propose habituellement dans une séance les étapes suivantes : simulation et

présentation de l'objectif de la séance, modélisation, pratique guidée, pratique autonome, objectivation (Rosenshine, 2012 ; Castonguay, Bissonnette, Gauthier & Richard, 2013). Baker, Gersten et Lee (2002) montrent que l'enseignement explicite est pertinent pour promouvoir un apprentissage très défini en mathématiques.

Par ailleurs, inspirés par la théorie constructiviste (Piaget, 1969), les didacticiens des mathématiques proposent une approche basée sur certains types de problèmes, notamment celle des problèmes « ouverts » (Arsac, Mante et Germain, 1988 ; Charnay 1992). Composé « d'un bref énoncé, qui n'implique pas une méthode ou une solution systématique », le « problème ouvert » s'inscrit dans un domaine conceptuel que les élèves connaissent assez bien pour s'approprier facilement la situation et s'engager dans des tests, des hypothèses, des projets de résolution et des contre-exemples. En France ce type de problème continue d'influencer fortement la réflexion sur l'enseignement de la résolution de problèmes. En choisissant ces « problèmes ouverts », les enseignants visent à amener les élèves à mettre en œuvre la « démarche scientifique », soit « essayer-conjecturer-tester-prouver ». Cependant, selon les didacticiens, la mise en œuvre de l'approche scientifique peut difficilement être considérée comme un objectif d'apprentissage. Comme le rapporte Hersant (2012), il y a un paradoxe dans ces approches ouvertes d'investigation de problèmes, qui combinent la résolution de problèmes d'apprentissage et l'approche scientifique qui réside dans le fait que l'approche scientifique est désignée comme un objectif d'apprentissage en mathématiques, sans aucune explicitation des savoirs mathématiques spécifiques impliqués dans le processus de résolution (*cf.* aussi (Gandit, 2015)).

Comme chacune des approches constructiviste ou enseignement explicite présente des avantages et des limites, il ne nous paraît pas pertinent de les opposer comme on peut le lire chez certains chercheurs aussi bien en neurosciences qu'en psychologie sociale, peu familiers de l'acte d'enseigner aux élèves. Au contraire, nous pensons que ces deux approches peuvent se compléter à condition de proposer un dispositif pédagogique qui intègre les avantages de chacune. Ce point de vue est partagé par d'autres chercheurs comme Taber (2010), ou Tobias et Duffy (2009).

II - OBJECTIFS

L'objectif général de cette recherche est d'analyser deux dispositifs de formation destinés à enseigner la résolution de problèmes via des « problèmes non applicatifs » aux élèves de cycle 2 (6-9 ans) en France (Niveau 3PH à 5PH dans le canton de Genève). Comme la définition de « problème ouvert » ne fait pas consensus, nous avons été amenés à travailler pour cette recherche à une catégorisation de problèmes plus précise et restreinte. Nous les avons nommés problèmes « non applicatifs » par opposition aux problèmes « applicatifs ». Par *problèmes applicatifs*, nous entendons ceux dont les énoncés engagent l'élève vers une procédure attendue, visant à mobiliser et entrainer une notion mathématique particulière, en lien avec la progression pédagogique. Nous avons défini pour cette recherche les *problèmes non applicatifs* comme étant des énoncés dont la résolution n'est pas directement accessible par l'application d'un algorithme étudié en classe. Ils n'induisent pas de méthode ni de solution systématique et doivent de se trouver dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves sont familiers. Enfin, leur résolution est accessible par plusieurs stratégies.

Nous avons fait le choix de proposer deux dispositifs de formation à destination des enseignants d'école primaire publique française, d'une durée de 6 heures en présentiel réparties en 3 sessions de 2 heures. Le premier, que nous nommerons « approche constructiviste », vise à la mise en œuvre et à l'analyse de séances de résolution de problèmes non applicatifs avec une approche constructiviste. Le second, que nous nommerons « approche intégrative », prévoit que soient associées dans une même séquence pédagogique une séance de résolution par groupe (recherche, mise en commun, validation) et une séance d'enseignement explicite autour de la résolution du même énoncé. Cette seconde séance comprend les phases de modelage, pratique guidée, pratique autonome et d'objectivation.

Pour les deux dispositifs, les sessions de formation ont pour objectif de travailler avec les enseignants sur le déroulement pédagogique des séances, sur les spécificités de chaque phase d'enseignement, sur les énoncés et la variabilité des stratégies de résolution. Les intervalles entre les sessions de travail sont

prévus pour que soient mises en œuvre dans les classes les séances pédagogiques. Pour permettre l'analyse des séances, les enseignants étaient invités à compléter des grilles d'observation.

Il était demandé aux enseignants participant à la formation de compléter après chaque séquence en classe une grille d'observation (Annexe 1 dans le dispositif 1, Annexe 2 dans le dispositif 2, accessibles sur le site web https://www.unige.ch/fapse/sensori-moteur/). Les analyses vont porter principalement sur ce que rapportent les enseignants à propos des phases spécifiques des séances pédagogiques, et les comportements des élèves.

III - DISPOSITIF DE FORMATION « APPROCHE CONSTRUCTIVISTE »

1 Participants

Treize professeurs des écoles se sont inscrits volontairement dans cette formation de 6 heures. Tous sont des enseignants expérimentés. Ils enseignent en France au cycle 2 dans des classes en majorité rurale (hors Réseau d'Enseignement Prioritaire) à simple (4), double (5) et triple (1) niveaux (Niveau 3PH à 5PH dans le canton de Genève).

2 Organisation générale de la formation

La figure 1 présente une description des 5 sessions du dispositif de formation alternant des sessions présentielles (3) et des sessions en classe (2).

Sessions	Description des contenus
Session 1 Présentiel de 2 heures	- Apports théoriques : caractéristiques des problèmes ouverts. - Place dans les programmes de 2015. - Choix et adaptation de trois énoncés de problèmes communs à partir d'une sélection proposée. - Etude et adaptation de la fiche de préparation pédagogique. - Visionnage d'un extrait de séance (phase de présentation) capté dans la classe de la formatrice au cours d'une séance de résolution de problème. - Proposition de captation vidéo des séances et étude de la faisabilité matérielle. - Programmation des séances sur un rythme hebdomadaire commun. - Proposition d'une production commune finale sous la forme d'un outil pédagogique diffusable ou / et d'un article de synthèse.
Session 2 3 semaines de classe	- Une séance de résolution d'un problème ouvert par semaine sur les énoncés choisis et selon le déroulement fixé. - Captation vidéo des 3 séances par l'enseignant. - Conservation des productions des groupes (traces de recherches et résolution).
Session 3 Présentiel de 2 heures	- Retours sur expérience pour faire émerger les apports et les limites. - Analyse de séquences filmées en classe. - Propositions d'énoncés de problèmes ouverts pour les semaines suivantes.
Session 4 5 semaines de classe	- Une séance de résolution de problème ouvert par semaine sur cinq énoncés choisis par l'enseignant de la classe. - Visionnage et transcription de ses vidéos pour analyse.
Session 5 Présentiel de 2 heures	- Retours sur expérience des enseignants. - Etude et mutualisation des énoncés proposés dans les classes. - Questionnaire individuel de recueil des caractéristiques des séances conduites sur deux énoncés : « Poules et Lapins » et « Souris et Chameaux ». - Conclusions sur les apports et limites, perspectives d'évolution du dispositif de

	formation.

Figure 1. Description des cinq sessions du premier dispositif de formation « constructiviste »

3 Énoncés choisis et déroulement des séances

Après discussion, les enseignants ont fait le choix de proposer des énoncés identiques, quel que soit leur niveau d'enseignement de manière à favoriser, lors des séances de travail suivantes, l'émergence d'observations et de conclusions communes. Parmi les cinq énoncés proposés, les trois énoncés suivants ont fait consensus (Figure 2).

Énoncé 1 : Les poignées de main
Quatre amis se rencontrent et se serrent la main. Combien de poignées de main se donnent-ils ?
Énoncé 2 : Poules et lapins
Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous ses animaux, il voit 8 têtes et 28 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins ?
Énoncé 3 : Souris et chameaux
Trois chameaux marchent dans le désert. Chacun des chameaux porte deux paniers. Dans chacun de ces paniers se trouve une souris. Ces souris ont chacune deux souriceaux. Combien d'animaux sont présents lors de cette promenade ?

Figure 2. Enoncés des problèmes non applicatifs du premier dispositif de formation « constructiviste »

Dans le souci de limiter les facteurs de variabilité d'une classe à l'autre, l'ordre de passation des énoncés a été fixé par le groupe. Les classes concernées étant de niveaux différents (de la GS au CE2, 6-9 ans, du simple au triple niveau), il a été décidé d'adapter les variables numériques des énoncés.

La fiche de préparation pédagogique des séances, élaborée par la formatrice, a été soumise à la discussion du groupe. Elle prévoyait les phases d'entrée dans l'activité, de recherche par groupes et de mise en commun et précisait explicitement les consignes et les durées, ainsi que le matériel nécessaire. Les interventions de l'enseignant-e ont été travaillées, décrites et discutées collectivement. Les interactions interindividuelles (avec des conflits cognitifs et de la coopération) durant la résolution de problème ayant des effets bénéfiques sur les apprentissages (Buchs, Filisetti, Butera & Quiamzade, 2004), les groupes d'élèves ont été constitués sur la base d'un critère d'hétérogénéité du niveau en mathématiques.

La formatrice-PEMF (première auteure) a aussi conduit dans sa classe la séquence pédagogique sur le même rythme afin de tester sa mise en œuvre et d'avoir une expérience commune à partager avec les enseignants durant les sessions de formation. De plus, deux séances supplémentaires avec d'autres énoncés ont été proposés et auto-filmées avant le début de la formation. Les objectifs de ces séances étaient en particulier de proposer à la session 1 des extraits vidéos montrant des phases spécifiques (comme la présentation de l'énoncé, l'organisation) conduites par la formatrice en classe afin d'aider les enseignants à visualiser la mise en œuvre et la gestion de la séance en classe.

IV - DISPOSITIF DE FORMATION « APPROCHE INTÉGRATIVE »

1 Participants

Dans le cadre de leur plan annuel de formation continue, dix-huit professeurs des écoles se sont inscrits volontairement dans cette formation de 6 heures. Tous sont des enseignants expérimentés. Ils enseignent au cycle 2 (6 à 9 ans) dans des classes en majorité rurale (15 sur 18) à simple (9), double (6) ou multi-niveaux (3).

2 Organisation générale de la formation

La figure 3 présente une description des cinq sessions du dispositif de formation alternant des sessions présentielles (3) et des sessions en classe (2).

Sessions	Description des contenus
Session 1 Présentiel de 2 heures	- Eléments théoriques sur l'enseignement explicite et les phases de modelage, pratique guidée et pratique autonome. - Présentation de l'expérimentation : organisation et déroulement de la séquence de trois séances (séance de résolution par groupes, modelage et pratique guidée, pratique autonome). Documents fournis : énoncé du problème « Les Feux » et ses isomorphes, fiche de préparation pédagogique.
Session 2 4 semaines de classe	- Mise en œuvre d'une séquence de 2 (ou 3) séances pédagogiques sur l'énoncé « Les feux ». - Questionnaire sur la séquence conduite.
Session 3 Présentiel de 2 heures	- Présentation de la suite de l'expérimentation avec quatre nouveaux énoncés de problèmes non applicatifs. - Documents fournis : 4 énoncés et leurs isomorphes. - Retours des enseignants sur la conduite de la séquence 1.
Session 4 5 semaines de classe	- Mise en œuvre de quatre séquences sur les énoncés fournis. - Questionnaires sur chacune des séquences conduites.
Session 5 Présentiel de 2 heures	- Retours des enseignants sur les séquences conduites. - Apports théoriques sur l'influence des concepts extra-mathématiques sur les processus de résolution de problèmes à énoncés verbaux (analogies).

Figure 3. Description des cinq sessions du second dispositif de formation intégratif »

3 Plan de séquence

La figure 4 présente l'organisation en deux séances prévue pour chacune des cinq séquences conduites en classe.

Séquence 1	
Séance 1	Approche constructiviste : - Résolution par groupes hétérogènes de l'énoncé initial - Mise en commun - Validation de la solution par la classe.
Séance 2	Enseignement explicite : - Phase de modelage portant sur une stratégie de résolution de l'énoncé initial - Phase de pratique guidée sur cette même stratégie avec valeurs numériques proches - Phase de pratique autonome à partir d'énoncés isomorphes choisis par chaque élève parmi ceux proposés (3 ou 4) - Phase d'institutionnalisation de la procédure avec élaboration collective d'une trace écrite commune qui sera conservée.

Figure 4. Plan de la séquence pédagogique type

Les enseignants planifiaient les séances sur une même semaine de classe, adaptaient les durées de chacune en fonction des temps de recherche. Ils avaient également la possibilité de scinder la séance 2 et de programmer les phases de pratique autonome et d'institutionnalisation dans une séance 3.

4 Énoncés initiaux des séances 1 (phase constructiviste) et 2 (phase de modelage) (8-9 ans)

Cinq énoncés de type non applicatifs ont été sélectionnés et transmis aux enseignants. Choix a été fait de proposer des énoncés communs à tous les niveaux d'enseignement de manière à favoriser, lors des séances de travail, l'émergence d'observations et de conclusions communes. Les champs numériques ont

été adaptés à l'âge des élèves. L'ensemble des élèves a travaillé à la résolution d'un problème initial lors des séances 1 et 2 de la séquence, dans un ordre commun à toutes les classes.

Pour la phase de pratique guidée, les mêmes énoncés ont été repris avec des valeurs numériques proches.

Pour les élèves de 8-9 ans (CE2), les énoncés étaient les suivants (Figure 5).

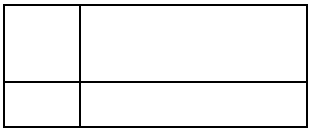
Séance 1 – Phase constructiviste **Séance 2 – Phase de modelage**	**Séance 2 – Pratique guidée**
Énoncé 1- Les feux Nous avons trois couleurs (rouge, jaune, vert). Nous voulons colorier chaque partie du feu avec une couleur différente. Combien de feux différents pouvons-nous fabriquer ?	**Énoncé 1- Les feux** Nous avons trois couleurs (bleu, vert, orange). Nous voulons colorier chaque partie du feu avec une couleur différente. Combien de feux différents pouvons-nous fabriquer ?
Énoncé 2 - Les nombres qui se suivent Je pense à trois nombres qui se suivent. Je les ajoute. Je trouve 42. Quels sont ces nombres ?	**Énoncé 2 - Les nombres qui se suivent** Je pense à trois nombres qui se suivent. Je les ajoute. Je trouve 48. Quels sont ces nombres ?
Énoncé 3 - Les rectangles Combien y a-t-il de rectangles dans cette figure ? 	**Énoncé 3 - Les rectangles** Combien y a-t-il de rectangles dans cette figure ? 
Énoncé 4 - Lunettes et étui Marie a acheté des lunettes et un étui. Elle a payé le tout 38 €. Les lunettes coûtent 12 € de plus que l'étui. Quel est le prix de l'étui ?	**Énoncé 4 - Gants et bonnet** Hugo a acheté des gants et un bonnet. Il a payé en tout 27 €. Les gants coûtent 3 € de plus que le bonnet. Quel est le prix du bonnet ?
Énoncé 5 - Chèvres et canards Un fermier a des chèvres et des canards. En regardant tous ses animaux, il voit 10 têtes et 34 pattes. Combien a-t-il de chèvres ? Combien a-t-il de canards ?	**Énoncé 5 - Chèvres et canards** Un fermier a des chèvres et des canards. En regardant tous ses animaux, il voit 9 têtes et 26 pattes. Combien a-t-il de chèvres ? Combien a-t-il de canards ?

Figure 5. Enoncés proposés aux élèves de 8-9 ans (CE2)

5 Énoncés isomorphes de l'énoncé 5 pour la phase de pratique autonome (8-9 ans)

Lors de la séance 3 les élèves avaient à résoudre un énoncé (ou plus) de même structure que l'énoncé initial, c'est à dire pour lequel la solution était accessible avec la stratégie de résolution qui avait été travaillée lors des phases de modelage et de pratique guidée. Par exemple, suite à l'énoncé 5, les élèves de 8-9 ans (CE2) pouvaient choisir de résoudre les trois énoncés suivants (Figure 6).

Énoncé isomorphe 1 : Chèvres et canards Un fermier a des chèvres et des canards. En regardant tous ses animaux, il voit 8 têtes et 20 pattes. Combien a-t-il de chèvres ? Combien a-t-il de canards ?
Énoncé isomorphe 2 : Chameaux et dromadaires Dans le désert, le gardien du troupeau a des chameaux et des dromadaires. En regardant tous ses animaux, il voit 12 têtes et 19 bosses. Combien a-t-il de chameaux ? Combien a-t-il de dromadaires ?
Énoncé isomorphe 3 : Motos et voitures Dans ce garage, il y a des motos et des voitures. Le gardien compte 15 véhicules et 42 roues. Combien y a-t-il de motos ? Combien y a-t-il de voitures ?

Figure 6. Enoncés isomorphes de la séquence 5 proposés aux élèves de 8-9 ans (CE2)

V - ANALYSES GENERALES

Les analyses générales se sont fondent sur des observations issues de toutes les séances du dispositif d'approche constructiviste et la première séance des cinq séquences du second dispositif intégratif. Ces analyses vont porter sur la séance de présentation, les modalités de mises en commun et les comportements des élèves.

1 Séance de présentation

Les enseignants déclarent une réticence à mettre œuvre des séances de résolution de problèmes avec des phases de recherche par groupes et des phases de mises en commun. Ils disent craindre le bruit généré, l'incertitude quant à l'issue de la recherche, la nécessité d'adapter « à chaud » le déroulement prévu. Ils formulent également clairement être convaincus du bénéfice pour les apprentissages de programmer de telles séances tout en relevant la difficulté d'identifier les compétences travaillées et de mesurer les progrès.

Ces constats nous ont amenés à proposer la conduite d'une séance préalable unique au début du programme dans les classes dans le but de clarifier le contrat avec les élèves. Il s'agissait pour l'enseignant de rendre explicites les objectifs et les règles de fonctionnement. Le déroulement a été annoncé aux élèves, les diverses phases présentées, ainsi que des données organisationnelles comme la composition des groupes, le matériel disponible et la gestion de l'espace classe.

Le second dispositif est allé au-delà en prévoyant la rédaction d'une trace collective qui vise à clarifier pour les élèves, ce que le terme « Chercher » signifie et quelle méthodologie peut être mise en œuvre dans une procédure de résolution.

Pour les deux dispositifs, les enseignants ont observé que cette phase de présentation et d'explicitation des objectifs était nécessaire et favorisait l'entrée dans la recherche lors des séances suivantes dans la séquence.

2 Deux modalités de mises en commun

Dans les deux dispositifs, lors des séances d'approche constructiviste, les mises en commun étaient organisées après les phases de recherche par groupe. Elles étaient de deux types : celles que nous avons nommées « intermédiaires », et les autres, « finales » précédant la conclusion de séance.

Les enseignants prennent la décision d'organiser une mise en commun intermédiaire à partir d'indicateurs du niveau d'activité de recherche des groupes. L'objectif est de permettre aux élèves de communiquer à la classe l'état de leurs recherches alors même que la résolution n'est pas aboutie. Cette présentation est censée permettre une remobilisation des groupes en donnant la possibilité de se saisir d'une stratégie nouvelle leur paraissant pertinente ou en les incitant à reprendre leurs procédures d'essais-erreurs. Il s'agit d'une phase facultative, qui se justifie lorsque trop de groupes se détournent de la tâche ou sont dans des impasses de résolution. Les observations montrent que la séance sur le problème « Poules et Lapins » (et « Chèvres et Canards ») a conduit les enseignants de toutes les classes concernées à organiser une ou plusieurs mises en commun intermédiaires.

L'autre situation dans laquelle est fait recours à une telle phase c'est lors d'une mise en commun faisant apparaître plusieurs solutions différentes. Les argumentations des élèves portent alors sur la validation ou l'invalidation des résultats. Quand la classe ne parvient pas à s'accorder sur une des réponses, un nouveau temps de recherche a été proposé aux élèves.

Ces phases spécifiques ont systématiquement été identifiées par les enseignants comme complexes à conduire en raison de la posture nécessairement en retrait de l'enseignant concernant la validation des solutions qui doit s'articuler avec son rôle d'animateur des débats et de gestionnaire du groupe. Dans les classes peu familiarisées avec ce type de séance, les enseignants ont témoigné de la difficulté à rester strictement observateurs de cette phase.

Les mises en commun finales avaient pour objet la validation par le groupe de la résolution du problème et des différentes stratégies pour l'atteindre.

3 Comportements des élèves

Ce que les enseignants observent, en premier lieu et en très grande majorité, est la motivation des élèves lorsque ces séances leur sont proposées. Ils expriment leur enthousiasme, s'approprient rapidement les règles d'organisation du travail et mobilisent leur attention sur des temps de recherche qui peuvent être longs. 70% des enseignants estiment que l'implication cognitive de leurs élèves était globalement supérieure comparée à d'autres types de séances de mathématiques.

La crainte initiale principale des enseignants était que les élèves fragiles en mathématiques refusent de s'engager dans la recherche, ne participent pas aux travaux des groupes, qu'ils perdent du temps d'apprentissage. Leur autre inquiétude concernait les difficultés des élèves de 6-9 ans (notamment les plus jeunes) à travailler en groupes, à communiquer, à entrer dans la procédure des autres. Les observations montrent que ces comportements ont bien existé mais n'ont pas pénalisé significativement le déroulement des séances. Certes, des élèves adoptent des stratégies d'évitement (n'écrivent pas, ne participent pas aux débats, semblent ne pas chercher), mais pas plus que lors des autres temps de classe.

Par contre, ce qui ressort des feedbacks est que les enseignants, placés en position d'observer les élèves au travail, sont 86% à estimer que ces séances ont modifié la représentation individuelle qu'ils avaient d'eux, découvrant des niveaux de compétence qu'ils ignoraient. Certains élèves identifiés comme faibles en mathématiques ont élaboré des stratégies de résolution originales, pertinentes et ont été capables d'argumenter.

Dans tous les cas, le niveau d'activité mathématique des classes a été jugé très satisfaisant par les enseignants : dans les groupes, les élèves échangent, proposent, cherchent, dans le champ mathématique.

VI - ANALYSE DES PHASES D'ENSEIGNEMENT EXPLICITE

Les analyses de cette section concernent les quatre phases d'enseignement explicite de chacune des séances 2 des cinq séquences du second dispositif.

1 Phase de modelage

Cette phase consiste à résoudre devant les élèves le même problème que celui résolu en groupes en séance 1, tout en énonçant le raisonnement suivi à voix haute. Le modelage porte sur les ressources, les procédures et les stratégies utilisées pour acquérir une compétence et pour atteindre la solution du problème. L'enseignant séquence la résolution en étapes dont chacune est explicitée.

Lors de la session de formation en présentiel, les enseignants ont établi un inventaire des stratégies de résolution pour les énoncés retenus. Parmi elles a été identifiée celle ayant le meilleur potentiel de transférabilité pour qu'elle soit présentée lors de la phase de modelage. Quatre enseignants du groupe ont signalé mettre en pratique de manière habituelle de telles phases dans leur pédagogie. Pour l'ensemble des autres, l'appropriation de cette pratique s'est faite sans obstacle.

2 Phase de pratique guidée

Cette phase fait directement suite à la phase de modelage. Les élèves résolvent individuellement le même énoncé dont les valeurs numériques sont proches de celles du problème initial. Le guidage se fait par des retours immédiats et réguliers, par un questionnement visant à vérifier la compréhension de chacun, orienter, corriger et par un étayage pour soulager la mémoire de travail et rendre le but atteignable. Il est question pour l'enseignant lors de cette phase de s'assurer d'un fort taux de réussite des élèves.

Les enseignants ont relevé de nombreux points positifs à la conduite de ces phases de pratique guidée. En premier lieu, le taux très élevé de résolution, y compris chez les élèves fragiles qui, grâce au guidage, ont persévéré jusqu'à trouver la solution au problème. C'est la réussite des élèves qui est l'observation majoritaire des enseignants. Mais ils observent également une grande implication dans la recherche qu'ils ont liée au fait que les élèves ont eu le temps de s'approprier démarche et méthode, de mémoriser

la stratégie. Ils ont considéré également que cette phase permet aux élèves de gagner en confiance, d'être rassurés.

Une enseignante a fait toutefois remarquer que pour les élèves ayant résolu le problème, la phase de pratique guidée peut être fastidieuse et inutile.

3 Phase de pratique autonome

Cette phase avait pour objet l'élaboration d'une trace écrite commune et collective, sous la forme d'une affiche, portant sur la stratégie de résolution utilisée lors des phases d'enseignement explicite.

Cinq affiches étaient ainsi réalisées et conservées de manière à être réactivées lors de séances ultérieures de résolution de problèmes.

Sur le temps de la formation, il n'a pas été possible d'évaluer cet outil conçu pour faire du lien entre les problèmes et approcher une catégorisation des énoncés rencontrés au cours de l'année scolaire complète.

VII - CONCLUSIONS, LIMITES ET PERSPECTIVES

Nous avons vu que les enseignants sont convaincus de l'intérêt pour les apprentissages de donner aux élèves l'occasion de chercher en interaction et de laisser à la classe la responsabilité de la validation de la solution. Si les enseignants font le constat que dans ces séances, les élèves ont une réelle activité mathématique, ils disent avoir des difficultés à mesurer leurs progrès, notamment en termes de savoirs mathématiques. Les énoncés sont de nature très variable et toutes les stratégies sont admises pourvu qu'elles soient argumentées et validées. Les enseignants se demandent si les élèves ne développent que leur capacité à chercher (conjecturer-tester-prouver) et s'ils la développent suffisamment en cherchant seuls ou dans les groupes. De plus, les enseignants identifient, lors des phases de recherche par groupes hétérogènes et lors des mises en commun, des « moments critiques » mettant en évidence des erreurs de raisonnement ou des confusions notionnelles chez les élèves en activité de recherche ou de communication de procédures. Ils pointent ainsi les occasions manquées de pouvoir intervenir de manière pertinente et adaptée.

En concevant les deux dispositifs de formation, notre objectif était de se donner l'occasion de mesurer l'apport que constituerait l'intégration de séances d'enseignement explicite avec des séances de type constructiviste, faisant l'hypothèse que l'articulation des deux approches permettrait de répondre – au moins en partie – aux préoccupations des enseignants qui conçoivent et conduisent les séances de résolution de problèmes.

Globalement, les analyses des enseignants montrent des effets bénéfiques sur les comportements des élèves comme leur enrôlement, leur recherche active de solutions, et la qualité de leur communication orale. Des effets positifs sont aussi observés chez les enseignants comme une connaissance plus précise des capacités mathématiques de leurs élèves et une nouvelle manière d'enseigner la résolution de problèmes, motivante qui plus est.

Cependant, les analyses révèlent aussi des limites quant aux caractéristiques et aux spécificités même des problèmes non applicatifs. La catégorisation des problèmes, donc le choix des énoncés à destination des élèves, se heurte au fait qu'il est difficile de déterminer les types de raisonnements à mobiliser pour chaque résolution mais aussi au fait que les outils mathématiques disponibles évoluent avec les apprentissages des élèves.

Enfin, au niveau de l'organisation de la formation, deux intérêts significatifs sont relevés : le premier est de prévoir un intervalle bref entre les sessions de travail et le second est de prévoir une alternance rapprochée entre les sessions en présentiel et les sessions en classe.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Arsac, G., Mante, M., & Germain, G. (1988). *Problème ouvert et situation problème*. Lyon : IREM.

Baker, S., Gersten, R., & Lee, D. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *The Elementary School Journal*, *103*, 51-73.

Buchs, C., Filisetti, L., Butera, F., & Quiamzade, A. (2004). Comment l'enseignant peut-il organiser le travail de groupe ? In E. Gentaz & P. Dessus (Eds.), *Comprendre les apprentissages. Sciences cognitives et éducation* (pp. 169-183). Paris : Dunod.

Castonguay, M., Bissonnette, S., Gauthier, C., & Richard, M. (2013). *Enseignement explicite et réussite des élèves - La gestion des apprentissage*s. Bruxelles : De Boeck.

Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N, 51*, 77-83.

Gandit, M. (2015). L'évaluation au cours des séances d'investigation en mathématiques. *Recherches en Education, 25,* 67-80.

Hattie, J. (2017). *L'apprentissage visible pour les enseignants*. Québec: Presses de l'Université du Québec.

Hersant M. (2012). Recherche et résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques : une étude didactique pour identifier les savoirs et les apprentissages possibles. In Elalouf M.L et Robert A. (Ed), *Les didactiques en questions : état des lieux et perspectives pour la recherche et la formation* (pp.192-202). Bruxelles : De Boeck.

Kirschner, P., Sweller, J., & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work : An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist, 41*(2), 75-86.

Piaget, J. (1969). *Psychologie et Pédagogie*. Paris: Denoël-Gonthier.

Rosenshine, B. (2012). Principles of Instruction: Research-Based Strategies That All Teachers Should Know. *American Educator, 36(*1), 12-19.

Taber, K. (2010) Constructivism and Direct Instruction as Competing Instructional Paradigms: An Essay Review of Tobias and Duffy's Constructivist Instruction: Success or Failure? *Education Review, 13*(8).

Tobias, S., & Duffy, T. (2009). *Constructivist instruction: Success or failure?* : Routledge.

ASSOCIER UNE PRATIQUE DE L'ANGLAIS A LA CONSTRUCTION DE COMPÉTENCES SUR LE NOMBRE, LA NUMERATION ET LE CALCUL : LE COIN MARCHANDE

Elisabeth BOISSON,
Formatrice maths INSPE Versailles site Cergy
elisabeth.jacob-boisson@u-cergy.fr

Catherine WURTZ,
CPC Inspection de Saint Brice/Sarcelles/Groslay 95
Catherine.wurtz@ac-versailles.fr

Résumé
La communication vise à présenter et enrichir, dans l'échange qui suivra, des dispositifs de formation permettant d'associer la construction de compétences sur le nombre, la numération et le calcul avec une pratique de l'anglais. Ces dispositifs ont été expérimentés dans des circonscriptions du Val d'Oise dans le cadre d'un travail en partenariat réalisé par une équipe de formateurs INSPE (Institut National Supérieur du Professorat et de l'Education) et conseillers pédagogiques de circonscription, adossée à un groupe IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), à partir d'une pratique de « coins marchandes » en français, puis en français et en anglais, dans des classes de maternelle et d'élémentaire, et de l'analyse de filmages dans des classes. Ces dispositifs sont mis en place en formation continue sous des formes variées : formations hybrides, accompagnement d'enseignants et formation par les « pairs ». L'enjeu est de montrer en quoi un « coin marchande » peut être une situation « construite »[1] , qui permette aux élèves de mettre en œuvre des tâches structurantes en s'appuyant sur un matériel et un usage de la langue qui favorise les groupements, les décompositions[2] et le calcul mental[3].

I - PRÉSENTATION DES PROBLEMATIQUES ET DE LA COMMUNICATON

L'enjeu de notre action est de concevoir, expérimenter et transmettre un dispositif d'enseignement et de formation - contenu et organisation - qui associe la construction de compétences sur le nombre, la numération et le calcul avec une pratique de l'anglais à travers le coin marchande.

L'objectif de cette communication est de présenter plusieurs types d'outils permettant de construire et mener des formations avec des formateurs, des enseignants, des stagiaires, afin d'en débattre et de mutualiser nos ressources : des apports théoriques, des principes, des variables et des activités décrochées pour enseigner la construction du nombre et l'anglais en articulant ces deux domaines d'apprentissages. Nous nous appuyons sur des vidéos de situations de classe.

[1] Ou : « spécifique », voir des « occasions d'utiliser le nombre », dans Ermel GS, Hatier 1990, pp.63-64.

[2] *Premiers pas vers les maths, Les chemins de la réussite à l'école maternelle*, collection Savoir, pratiques éducation, R. Brissiaud, éd Retz (2007), pp.12 à 14 et ch.4, pp.45 à 55.

[3] *Le calcul mental*, dans *MEN, Documents d'accompagnement aux programmes de 2002,* scérEn (CNDP) 2004, p.33.

Après cette présentation d'ensemble (§I), la communication commence par un bref historique de notre travail (§II), suivi de l'exposition des éléments de réflexion qui ont guidé notre travail : enjeux du coin marchande pour la construction du nombre et la pratique de l'anglais (§III). Dans le cadre des premières expérimentations en classe : apprendre le nombre (§IV), sera présentée une situation de classe en moyenne et grande section de maternelle (§IV.1), puis explicités les principes et variables retenus pour la construction du nombre, avec un exemple de situations « décrochées » (§IV.2). Est abordée ensuite la question des apprentissages en anglais (§V) avec l'apport de l'expérimentation dans les classes (V.1) puis l'explicitation de contenus et modalités d'apprentissage de l'anglais à l'école élémentaire (§V.2). Nous terminons en apportant quelques éléments de bilan, questions et perspectives (§ VI).

II - BREF HISTORIQUE[4]

Le projet prend sa source dans une école primaire, au cycle 1, puis est élargi progressivement aux cycles 2 et 3. Il vient comme réponse à des besoins repérés dans différents domaines : développer des compétences sociales, langagières et mathématiques chez des élèves en difficulté scolaire (enfants du voyage), dans un secteur dit « sensible », pas très favorisé.

À partir de ce projet dans une école, une « recherche-action » se met en place. Elle s'élargit progressivement dans une dynamique de mutualisation, avec une focale d'analyse : « Poser un cadre favorable et observer les élèves dans la construction de compétences grâce à une situation complexe (sociale, langagière, mathématiques, puis anglais) ». S'élargit aussi l'équipe qui, autour des enseignants des classes concernées et d'autres enseignants volontaires, associe conseillers pédagogiques de circonscriptions et professeurs d'INSPE. Il s'agit d'affiner l'observation, d'approfondir la réflexion et de faire évoluer la pratique avec les élèves, tout en développant des formations d'enseignants, de formateurs sous différentes modalités (hybrides, accompagnement en classe…)

Depuis 2017, nous avons intégré à ce dispositif une pratique de l'anglais.

III - LE COIN MARCHANDE : DES ENJEUX – UN CONTEXTE PLURIDISCIPLINAIRE PORTEUR POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE ET LA PRATIQUE DE L'ANGLAIS.

Voici les caractéristiques du coin marchande qui en font à nos yeux un réel support d'apprentissages :

Un contexte familier ou à rendre familier, qui donne du sens aux apprentissages et favorise les interactions entre les élèves.

Un contexte **pluridisciplinaire** : langues (français, anglais), découverte du monde (social, sciences : les aliments…, maths : les quantités, la valeur (argent), la mesure…)

Un contexte qui se prête à la **manipulation** : matériel fictif (objets, monnaie,) et matériel mathématique (par exemple : mains, boulier, matériel de numération,…en tant qu'instrument de calcul « manuel »)

Un contexte qui se prête à la **pratique de la langue** : échanges entre marchand et client (sociaux et pratiques sur les actions d'achat et de vente).

[4] Voir historique détaillé en annexe 1

Une situation **répétitive et évolutive** :

- assurant une **permanence de l'objectif général**, une **pratique répétée de chaque tâche numérique** avec **évolution des procédures** à travers le jeu de variables (domaine numérique, type de représentation des quantités, outils de calcul « manuels » ou non, …)
- **rassurante** pour les élèves (comme pour les rituels)
- facilitant l'« **enrôlement » des élèves** et leur entrée dans la tâche.
- une situation qui **s'articule avec des temps d'apprentissage « décrochés »** (collectif, accueil…) sur appropriation d'outils spécifiques (en mathématique : doigts, constellations, alignement, boulier… et en anglais : formule de salutations et de politesse, nombres et mesures, monnaie, noms d'aliments)
- une situation qui **favorise la mémorisation** de connaissances (comptines numériques : de un en un, deux en deux…, décompositions… ; mots et expressions en anglais) et **l'appropriation de procédures** en mathématique (usage de collections témoins, énumération, correspondance terme à terme ou groupes à groupes[5])

Une diversité possible de modalités :

Un **espace défini et permanent** dans la classe, permettant une **fréquentation régulière** sur des temps formels conduits par l'enseignant ou en autonomie, mais aussi sur des temps libres, comme les coins « jeu ». Au cycle 3, il peut s'agir d'un simple temps régulièrement dédié à des « situations » marchandes.

Une **pratique** des élèves **par petits groupes**, homogènes ou hétérogènes, selon l'objectif visé, favorise un travail différencié, en particulier dans le domaine numérique mais aussi dans le domaine de la langue (français, anglais), et un **étayage adapté** (de l'enseignant et/ou par le recours de matériel). Cette pratique favorise aussi des **échanges, interactions entre les élèves** et l'**explicitation et argumentation** des procédures utilisées.

Une pratique de tâches auto-évaluative : le poids de la validation immédiate est atténué du fait que le travail se fait en petit groupe, et que dans un premier temps ce sont les enfants dans leur rôle de marchand ou client, qui valident et non le maître : autorisation de procéder à des essais plus ou moins fructueux. Mais la validation reste incontournable, en situation ou après coup, si le dispositif a été conçu pour que restent des traces de l'activité entre élèves, qui peuvent être l'objet d'un « retour sur l'activité », lors d'un temps ultérieur.

Une posture de l'enseignant : observateur-participant

Il **observe** en essayant de comprendre et analyser l'activité intellectuelle des enfants. Il doit être capable de la traduire au travers d'un filtre didactique et la situer dans une construction de connaissances. Il participe en utilisant des **gestes professionnels** :

- **reformuler**, **ouvrir** au questionnement
- **soutenir** l'activité intellectuelle de l'enfant, c'est-à-dire son activité mentale (compréhension de la situation, doutes et questionnements, recours à des connaissances disponibles, choix stratégiques…) au long de son action effective de participation au jeu (geste, paroles…)
- **rééquilibrer** (régulation) les interventions/discours dans le groupe de manière à permettre à toutes les pensées, points de vue, démarches d'exister, et de se confronter (mise à l'épreuve).
- Le cheminement intellectuel est long. L'enseignant le suit et le soutient en continu et à long terme.

[5] Par exemple pour comparer deux collections on peut grouper les éléments de chaque collection et mettre en correspondance les groupes ainsi constitués.

IV - PREMIÈRES EXPÉRIMENTATIONS EN CLASSE : APPRENDRE LE NOMBRE

1 Présentation d'une situation de classe en moyenne et grande section de maternelle.

Les expérimentations présentées concernent une pratique du coin marchande en découverte du monde et en construction du nombre. Elles sont partielles dans le cadre de la communication.

Dans le coin marchande : la classe de Danièle

L'expérimentation dans la classe de cette enseignante concerne des élèves de moyenne et grande section. L'installation matérielle a été prévue par l'enseignante : un espace dédié avec des rayons adaptés et des quantités d'aliments en plastique suffisantes pour permettre le jeu en tenant compte de la possibilité d'une progressivité.

Dans la vidéo observée, trois élèves de grande section sont en action.

Ils ont des outils à leur disposition pour réaliser les tâches : des étiquettes d'identification des aliments, des affiches indiquant les prix des différents articles (le prix est de un, deux ou trois euros selon les articles), une liste des courses de trois articles de prix différent, un porte-monnaie avec des pièces de 1 et 2 euros et des billets de 5 euros (30 euros au total), une bande numérique de 0 à 30, un ticket de caisse (trois lignes de 10), et un boulier.



L'espace dédié au coin marchande



Les affiches de prix, écriture chiffrée



Des listes de course



Le boulier pour ajouter ou retrancher des groupements d'unités, pour totaliser.



Les tickets de caisse, collection de ronds à cocher pour le prix (représentation analogique un pour un)



Un porte – monnaie contenant 30 euros en pièces de 1, 2 et billets de 5 euros

Chaque élève possède un rôle défini : le caissier, le vendeur, l'acheteur

- l'acheteur commande au vendeur à partir de sa liste de courses
- le vendeur identifie et donne le ou les produits demandés
- le caissier identifie le prix de l'aliment sur l'affiche prix, coche sur le ticket de caisse le nombre de cases correspondant au prix de cet aliment. Il annonce la somme totale après avoir vérifié les calculs avec le boulier. Puis il remet le ticket de caisse à l'acheteur.
- l'acheteur paye en choisissant ses pièces et billets pour constituer la somme due.
- le caissier vérifie la somme que lui donne l'acheteur.

Dans la situation visionnée, la ***commande*** est la suivante : ***1 côtelette à 2 euros, 5 gâteaux à 3 euros, 5 bouteilles à 1 euro.***

Le caissier, à mesure que le vendeur donne les aliments demandés à l'acheteur, coche sur le ticket de caisse le nombre de ronds correspondant au prix : 2 ronds pour les 2 euros de la côtelette, 3 ronds pour chaque gâteau puis 1 rond par bouteille. Il écrit 25 sur le ticket annonce alors le prix de 25 euros. L'enseignante lui demande de vérifier son total sur le boulier.

Le caissier déplace alors 2 boules sur la première rangée pour indiquer les 2 euros de la côtelette. Puis, il continue sur la même rangée en déplaçant des groupes de 3 boules pour chaque gâteau. Quand il arrive au passage de la seconde rangée, pour compter le troisième gâteau, il pousse les 2 boules qui restent sur la rangée et est embarrassé ; l'enseignante, pour l'aider, pousse la troisième boule dans la seconde rangée. Il continue en poussant deux fois 3 boules. Puis il passe sur la troisième rangée pour compter les 5 bouteilles à 1 euro, ce qui peut rendre difficile la totalisation.

L'enseignante lui propose alors de recommencer la vérification depuis le début. Il replace toutes les boules à gauche du boulier.

Puis l'enseignante va étayer verbalement la commande pendant que le caissier déplace les boules.

Elle dit : « on a dit une côletelette ». Il déplace 2 boules du boulier. « Cinq gâteaux ». Il déplace ensemble 3 boules sur le boulier puis 1 pour terminer sa rangée et prend les 2 autres boules sur la seconde rangée, cette fois sans l'aide de l'enseignante. Ensuite il prend 2 fois 3 boules. Puis elle lui demande « combien de bouteilles ? » et l'élève déplace d'abord 2 boules, une à une, pour terminer sa ligne et 3 autres boules sur la troisième rangée.





L'enseignante demande : « ça fait combien ? ». L'élève regarde l'enseignante. En montrant la première ligne, elle dit : combien on a là ? » l'élève répond : « dix ». Elle montre la seconde ligne, il dit « vingt ». Elle montre les trois dernières boules. Il énonce : « vingt-trois » puis écris le nombre 23 sur son ticket de caisse. L'enseignante lui demande s'il a bien fait vingt-trois croix sur son ticket. Il vérifie son ticket et ajoute une croix. Ensuite, l'enseignante demande à l'acheteur s'il sait combien il doit payer. Il dit : «vingt-trois » et cherche dans son porte-monnaie. Il pose trois billets de cinq puis quatre pièces de deux euros. En même temps qu'il pose ses billets et ses pièces, le caissier déplace sur le boulier le nombre de boules qui correspond

Les connaissances mathématiques nécessaires dans ce contexte sont les nombres jusqu'à 10 en termes de désignation, compréhension et décomposition des nombres, et jusqu'à 23, en termes de comptine numérique, les décompositions des nombres au delà de 10 étant effectivement en jeu, mais en cours de

construction pour l'élève, avec dans cette situation, le support de la monnaie (réaliser la somme de 23 euros avec pièces et billets), et l'étayage de l'enseignant.

En fait ici, l'étayage de l'enseignante associé à l'action sur le boulier a permis au caissier, au moment de vérifier le paiement sur le boulier (23 euros), de mettre en œuvre le groupement par dix pour dénombrer une collection de 23 objets. Cette compétence dépasse les attendus de GS mais était vraisemblablement dans la « zone proximale de développement » de l'élève. En effet, lorsque l'enseignante lui montre les rangées successives sur le boulier, l'élève interrompt le comptage un à un pour mobiliser sa connaissance de la suite des dizaines : il énonce « 10, 20 », puis « 23 » en suivant le geste de l'enseignante qui pointe les trois dernières boules.

2 Quels apprentissages mathématiques et comment ?

2.1 Quatre principes[6]

À partir de la lecture de *Premiers pas vers les maths* de R. Brissiaud[7] nous avons posé quatre principes pour guider la conception d'une séquence d'apprentissage des premiers nombres - cycle 1 – principes qui peuvent être repris et aménagés en vue de l'apprentissage de la numération entière au cycle 2, entière et décimale au cycle 3, et celui du calcul.

S'approprier en priorité l'aspect « cardinal » du nombre (le nombre « quantité »), et pour cela, « parler le nombre » par ses décompositions (trois, c'est « un et un et un », c'est « deux et un » et « un et deux ») ; et aussi en composant les unités et groupements d'unités (« un et un, deux ; et un, trois»),

Se construire des représentations mentales (verbales, spatiales « mobiles ») associées à des actions effectives ou mentales sur un matériel que l'on organise par groupements d'objets, avec repère du 5 puis du 10…

Pratiquer des tâches-clés (comparer deux collections, constituer une collection, composer/décomposer/compléter) **permet l'appropriation de procédures de référence et de compétences stratégiques** (estimation pour comparer, « subitizing » pour les quantités jusqu'à trois, recours à une collection-témoin organisée, correspondance terme à terme ou groupe à groupe[8], usage des longueurs pour des collections homogènes, groupement des objets et usage des premiers nombres).

Mettre en relation différents contextes d'activités numériques (activités ritualisées, activités fonctionnelles, activités construites comme des jeux, et à différents moments de la journée)

Nous présentons dans le tableau ci-dessous l'analyse de la situation présentée en §4.1 (niveau de classe observé : grande section) au regard de ces 4 principes

Premier principe : Quantités et langage en jeu	**-Quantités en jeu** : *nombre de chaque produit *prix des produits **-Parler le nombre en utilisant les groupements et décompositions** *affichage du prix d'un produit lorsqu'il faut changer de rangée sur le boulier * totalisation du prix par rangées de dix, sur le ticket ou le boulier
Deuxième principe : Type de représentation du nombre	**Représentation des quantités** : - sur liste de course et affiche magasin, écriture chiffrée (représentation conventionnelle) - sur ticket de caisse, collection de ronds groupés par rangée de dix, à cocher pour le

[6] Voir sur site : http://www.ac-versailles.fr/dsden95/cid123897/decouvrir-les-nombres-et-leurs-utilisations.html le document « principes et variables » élaboré au sein du groupe départemental maternelle 95 dans le cadre du travail sur la construction du nombre au cycle 1(2011-2016), et voir aussi en annexe 2 un document plus détaillé.

[7] Ibid note 2

[8] Voir précision donnée en note 5

	prix (représentation analogique organisée) -sur boulier structuré à dix (possiblement bicolore pour construire le repère du cinq)
Troisième principe : Tâches procédures	**-Nommer** une quantité donnée par une écriture chiffrée *connaissance mémorisée* (acheteur : commande et vendeur : prix) **-Constituer une collection** correspondant à un nombre énoncé oralement *en utilisant des groupements ou un à un* (vendeur, donne le produit ; caissier, coche les cases du ticket de caisse et déplace les boules du boulier ; acheteur, constitue la somme due avec la monnaie) - **Totaliser** la somme due *en utilisant des groupements : 2, 3… 10 (rangées de dix) ou par comptage un à un* (caissier à partir du ticket de caisse) et annoncer le prix total (caissier) **-Dénombrer** la monnaie reçue, directement ou à l'aide du boulier *recours à une collection témoin : correspondance terme à terme ou par groupes (à partir des pièces de 2, 5, 10), compter de dix en dix (rangées du boulier) et ajouter les unités simples*, - **Comparer** avec la somme due pour vérifier *directement sur les nombres ou sur les représentations (boulier et ticket de caisse)* (caissier).
Quatrième principe : Variation des contextes	Voir **activités décrochées** dans le document, utilisant également la monnaie, ou d'autres types de nombres, et annexe 5, des jeux complémentaires sur les nombres

À partir de la situation mise en place dans la classe de Danièle, nous avons défini des variables de la situation pour envisager et prendre en compte des évolutions et progressivités possibles.

2.2 Des variables pour des dispositifs de mise en œuvre[9]

Complexité de la tâche de départ : type et nombre de produits disponibles dans le magasin, choix spontané ou liste de courses préétablie, somme maximum à dépenser ou pas… Place de l'anglais dans l'activité : salutations et formule de politesse, commande de produits et paiement.

Domaine numérique : quantité d'objets achetés, prix des objets (un seul ou des prix variés), somme dans le porte-monnaie et nature des pièces et billets…

Type de représentation des quantités : jetons simples ou complexes (nain jaune), pièces, marquées ou non, marquage des prix sur objet (écriture chiffrée), sur liste de course, outils de calcul (bouliers, matériel de numération…)

Tâches mathématiques : constituer, comparer, compléter, ajouter/totaliser,…des collections d'objets/des nombres, reconnaitre et associer différentes représentations des quantités.

L'usage de la langue (français et anglais) : l'étendue du lexique des aliments et des nombres, le niveau de complexité des structures langagières : de salutations, de politesse, de commandes et de paiement.

Rôle de chacun : le caissier, l'acheteur, le vendeur, l'observateur...

Outils à disposition des élèves : boulier, ticket, liste de produits, liste de course…

Intervention de l'enseignant : observation, régulation de l'activité et du groupe d'élèves dans le jeu (rôle, tour de chacun), questionnement, reformulation, explicitation, validation…

Cadre de l'activité : du coin matérialisé (cycles 1 et 2) à une situation problème énoncée (cycle 3)

La seule pratique du « coin marchande » ne suffit pas à construire chez les élèves l'ensemble des compétences numériques visées à l'école maternelle et élémentaire, ni à prendre en compte le rythme de chacun et les différents obstacles rencontrés par les élèves. Dans la situation présentée, les élèves ont pu réaliser la tâche avec l'étayage de l'enseignante, mais nous avons par exemple constaté, au fil des différents filmages, que lors de la constitution de la somme due avec la monnaie, la plupart des élèves ne

[9] Voir en annexe 2, sur le document principes et variables, un ensemble de variables numériques possibles.

disposaient pas des décompositions nécessaires pour utiliser les billets de 5 euros plutôt que les pièces de 1 et 2 . C'est pourquoi la mise en place de situations décrochées nous paraît indispensable.

2.3 Un exemple de situations décrochées : la classe de Séverine

Dans la vidéo présentée l'enseignante propose à ses élèves des situations qui ont posé problème lors du jeu de marchande (surcomptage, totalisation, décompositions…). Les ateliers sont organisés en petits groupes d'élèves avec des situations problèmes complexes.

Dans la première situation proposée, l'enseignante anime un groupe d'élèves de grande section. L'objectif est de composer et décomposer les nombres, la tâche est : « ***Faire la somme indiquée sur le dé*** ».

Chaque élève possède un plateau contenant un dé posé devant lui. Au centre de la table sont posés trois plateaux contenant de la monnaie fictive : le premier contient des pièces d'un euro, le second des pièces de deux euros et le troisième des billets de cinq euros

Les élèves jouent à tour de rôle.

La première lance le dé qui « affiche » quatre. L'enseignante lui demande : « *combien tu as fait ?* » L'élève répond « *quatre* ». L'enseignante relance *: « comment tu fais quatre ?* » L'élève prend deux pièces de deux euros qu'elle pose dans son plateau. L'enseignante demande : « *ça fait combien là ?* » L'élève répond « *quatre* ». Séverine dit en montrant les pièces une à une : « *deux et deux ça fait quatre* »

Le second élève lance le dé. L'enseignante demande : « *c'est combien là ?* » « *Six* » répond l'élève. « *Comment on fait pour faire six ?* » demande l'enseignante. L'élève prend un billet de cinq et une pièce d'un euro. L'enseignante lui demande de représenter six avec ses mains. Il montre son billet de cinq et sa pièce d'un euro. L'enseignante dit « *donc, cinq et un ça fait six c'est ça.* » simultanément, une élève montre cinq et un avec sa main et son pouce. « *C'est ça.* » redit l'enseignante. Un élève intervient pour dire qu'il aurait fait six autrement. L'enseignante l'invite à montrer comment. L'élève prend trois pièces de deux euros dans le plateau et dit « *deux, quatre et six* ». L'enseignante valide en lui disant : « *oui, t'as raison c'était bon aussi.* »

Cette situation permet de parler le nombre dans l'action en associant le faire et le dire, action essentielle. Quand je suis élève et que je dis deux en montrant simultanément deux objets, c'est explicite pour moi et pour l'autre.

L'objectif de la seconde situation présentée est de décomposer le 5, et composer un nombre avec des 5, la tâche est : « ***Faire des sommes de 5, échanger et totaliser*** ». Chaque élève possède, devant lui, un plateau-tirelire qui contient des pièces. L'enseignante annonce qu'ils vont faire des échanges, qu'elle va leur donner des billets de cinq en échange de leurs pièces. Ils doivent constituer des sommes de cinq euros.

Ils pratiquent ces échanges à tour de rôle.

Le premier élève donne deux pièces de deux euros et une pièce de un. L'enseignante les pose sur la table et les montre une à une, puis l'ensemble, en nommant « *deux et deux, quatre et un. Cinq euros. Bravo. Tenez monsieur !* » Elle joint le geste à la parole en donnant le billet de cinq euros à l'élève.

La seconde élève a préparé sur son plateau-tirelire deux rangées de deux pièces de deux euros et d'une pièce d'un euro, puis une troisième de seulement trois pièces d'un euro. L'enseignante, comme dans la précédente situation, nomme chaque pièce en les montrant : « *deux et deux, quatre et un cinq. Bravo* ». Elle le reproduit pour la seconde rangée et demande à l'élève si c'est possible pour la troisième. L'élève précise que non, qu'il y a seulement trois.

À la suite de cette activité, l'enseignante annonce qu'ils vont totaliser ce qu'ils ont dans leur boîte. Un des élèves possède trois billets de cinq euros. L'enseignante commence par montrer un billet en disant cinq, puis montre le second billet. Elle demande : « *ça fait combien cinq et cinq ?* ». L'élève répond : « *dix* ». Puis l'enseignante demande : « *et encore cinq ?* » l'élève répond *: « quinze* ». L'enseignante le questionne : « *donc toi tu as combien dans ta boite ?* » L'élève dit : « *quinze* ». « Bravo, quinze euros » précise l'enseignante. Arrive le tour du troisième élève. L'enseignante lui demande : « et toi tu as combien dans

ta boîte ? » Il possède un billet de cinq, une pièce de deux et une pièce d'un euro. Il montre son billet de cinq, en disant : « cinq et deux sept et un, huit ». En même temps qu'il énonce, il utilise ses doigts pour totaliser. Il montre d'abord sa main de cinq doigts puis utilise son autre main en ajoutant directement deux doigts en disant sept, puis un doigt en disant huit. L'enseignante valide. Un autre élève a huit dans sa boîte. Il recompte un à un avec ses doigts pour atteindre le nombre huit qu'il nomme. L'enseignante reprend en montrant en même temps les billets ou pièces correspondants : « cinq, et un, six, et un, sept, et un, huit ». Elle fait remarquer aux deux élèves qu'ils ont la même somme d'argent mais qu'ils n'ont pas la même chose dans leur boîte. L'un d'eux possède un billet de cinq et trois pièces d'un euro et l'autre élève, un billet de cinq, une pièce de deux et une pièce de un. Elle leur dit en joignant le geste à la parole que s'ils échangent la pièce de deux euros contre deux pièces d'un euro, cela donne la même somme.

La posture de l'enseignante qui attire l'attention des élèves sur les valeurs identiques obtenues avec des décompositions différentes est essentielle car elle va ainsi les amener à y être eux-mêmes attentifs et à faire des choix avec davantage de connaissances.

De plus, la pratique de l'enseignante, qui de façon systématique et bienveillante, va « parler le nombre » en associant les gestes va contribuer à une meilleure compréhension du nombre-quantité pour les élèves.

Dans ces deux situations sont ainsi mis en jeu, dans le contexte du coin marchande, mais dans une modalité « décrochée », les trois premiers principes énoncés pour la construction du nombre (cf. p.7) :

- le premier car les nombres concernés désignent des quantités (nombre de pièces, valeur des pièces), et sont de plus « parlés » à l'aide des décompositions (voir ci-dessus les interventions de l'enseignante)

- le second car les nombres sont figurés par un matériel : la monnaie, qui permet de visualiser et agir sur les quantités en jeu, et de mettre en œuvre des groupements (pièces de 2 et billet de 5) avec l'usage du cinq comme nombre repère.

- le troisième, car les tâches proposées correspondent à nos « tâches-clés » (constituer une collection ; composer/décomposer), et la mise en œuvre de la situation amène diversité, explicitation et appropriation des procédures.

L'enseignant peut proposer une pratique régulière et différenciée, selon les compétences des élèves, de ces situations, en jouant sur les variables comme les quantités en jeu : sommes à atteindre et pièces/billets utilisés (on pourra passer à deux dés ou donner ces sommes sous une autre forme, par exemple des cartons-nombres ou des étiquettes prix).

Une autre activité décrochée pour construire le nombre, dans un contexte différent : le jeu de l'autobus, favorable à un travail de passation de consignes en anglais, sera présenté, ci-après, dans la partie « l'apprentissage de l'anglais et ses enjeux »

V - EXPERIMENTATION AVEC LA PRATIQUE DE L'ANGLAIS

1 Présentation

L'apprentissage de structures syntaxiques et d'un lexique en anglais[10], en lien avec des connaissances mathématiques (les nombres), va passer par la pratique de situations décrochées qui faciliteront la mémorisation et prépareront l'utilisation dans le coin marchande de ces connaissances en anglais.

Grâce à la visualisation et la théâtralisation, l'élève va prendre confiance dans sa capacité à comprendre et agir dans une situation complexe sans qu'il lui soit nécessaire d'utiliser le français. A l'issue de l'activité, un bilan en français est effectué avec les élèves sur ce qu'ils ont appris en mathématiques et en anglais : contenus, procédures…

À travers la situation vidéo présentée : « comprendre, nommer, utiliser et mémoriser le lexique et les structures syntaxiques », de la classe de grande section de Séverine, on observe les élèves dans

[10] Voir en annexe 3 les contenus d'apprentissage et éléments de progression proposés, du cycle 1 au cycle 3.

différentes activités d'apprentissage leur permettant d'utiliser et de mémoriser un lexique précis et des structures langagières.

Tous les élèves sont placés en cercle, assis sur une chaise. Des activités différentes vont être proposées pour atteindre l'objectif d'apprentissage : comprendre, nommer, utiliser et mémoriser :

le lexique suivant avec sa marque du pluriel : les noms des nombres jusqu'à 10 (*one, two..*) *lemon/lemons, apple/apples, banana/bananas, tomato, tomatoes* ;

les structures syntaxiques suivantes : *what's missing ?* nombre+nom de l'aliment *is missing*. (exemple : *one tomatoe is missing*), *can I have* + nombre et nom de l'aliment? (exemple : *can I have one apple ?)*

Dans chacune de ces activités, l'enseignante verbalise uniquement en anglais, à aucun moment elle ne passera par le français.

La séance démarre par une comptine pour mémoriser le nom des nombres *« one potatoe, two potatoes, three potatoes, four potatoes, five »*.

Ensuite, l'ensemble de la classe s'entraîne à répéter le nom de chaque nombre de un à cinq : *one, one, two, two,* etc.

La troisième activité proposée est « *point to* ». L'enseignante donne un aliment différent à quatre enfants puis dit à l'ensemble des enfants *: « point to the …»* en nommant l'aliment, et les enfants doivent montrer l'aliment qui correspond. Exemple : elle va dire « *point to the banana* » et chaque enfant doit montrer la banane dans la main de l'élève qui la possède.

Dans la quatrième activité, quatre aliments sont posés sur la table. L'enseignante va cacher un des aliments. Les élèves vont devoir trouver lequel. Elle leur demande donc en anglais de cacher leurs yeux. Pendant ce temps elle retire un des aliments. Puis chacun ouvre ses yeux. L'enseignante demande quel aliment manque « *what's missing ?* » et choisit un élève pour donner sa réponse. L'élève indique ce qui manque en formulant la phrase en anglais. Exemple : « *one banana is missing* » puis tous les élèves doivent répéter l'ensemble de la phrase.

Le second temps de cette même activité est complexifié par l'utilisation du pluriel. Elle va ajouter un aliment de chaque de façon à ce qu'il y ait sur la table, deux bananes, deux citrons, deux tomates, …

Elle va nommer les aliments associés à leur nombre en les montrant et en accentuant la marque du pluriel : « *one banana, two bananas* ». Elle leur fait redire collectivement.

Puis le jeu reprend, les enfants cachent leurs yeux, l'enseignante cache deux aliments identiques et demande aux enfants « *what's missing ?* » l'élève interrogé dit : « *two lemons are missing* » et les autres répètent la phrase accompagnés par l'enseignante

La dernière activité collective se rapproche de la situation du coin marchande : il s'agit de faire sa commande à partir d'une liste de course. Deux élèves sont au centre du groupe, toujours assis en cercle sur leur chaise.

Une élève jour le rôle de l'acheteur et l'autre celui du vendeur. Quatre boites sont posées entre les deux élèves : une première contient des pommes, une autre des citrons, une troisième des tomates et la quatrième des bananes ;

L'élève qui joue le rôle d'acheteur demande le nombre d'aliments indiqué sur sa liste, en utilisant une phrase complète à chaque fois. Exemple : « *can I have one apple please ?* »

Le vendeur lui donne le nombre d'aliments demandé en disant uniquement le nom avec le nombre exemple : « *one apple* ». A chaque fois, l'ensemble des élèves répète le nombre suivi du mot désignant l'aliment.

L'exigence de l'enseignante sur la reprise systématique de la phrase entièrement construite permet vraiment aux élèves de s'approprier et mémoriser les structures et le lexique. Sa posture aussi, très encourageante, valorise chaque réussite. Elle aide véritablement les élèves à prendre confiance.

2 Quels apprentissages en anglais et comment?

Le témoignage de Fanny Marchiano[11], professeure d'anglais à l'INSPE – site de Cergy -, cité ci-dessous, nous précise les contenus d'apprentissage en anglais, et l'intérêt, comme en mathématiques, de l'aspect répétitif et évolutif du coin marchande, pour mettre les élèves en confiance dans la pratique et l'acquisition de connaissances langagières.

« …c'est une situation qui permet de se mettre dans ***une situation proche de l'authentique même si*** *c'est à travers une situation* ***fictive et ludique****…. d'avoir, à la fois,* ***une routine et des situations langagières qui vont être répétitives****. A la fois, le format de l'échange sera identique mais le contenu sera toujours différent parce que la commande va varier d'une situation à l'autre. Il va falloir faire intervenir du lexique. À la fois,* ***le lexique des aliments*** *qu'on va acheter mais* ***aussi celui des nombres*** *qu'on va associer à l'aliment lorsqu'on va passer la commande donc on va avoir une structure de base qui va rester la même mais c'est ce lexique qui va être différent d'une situation à l'autre et lorsqu'on va monter dans les niveaux de classe, on va proposer aussi aux élèves différentes formulations possibles qui va leur donner le choix de la formulation qu'ils préfèrent.* ***Différentes formules de politesse, différentes façons de passer la commande****, et donc de varier encore davantage la forme de leur échange. L'idée est finalement de mettre en place des situations ludiques d'apprentissages dans lesquelles on va avoir des objectifs qui vont être d'une part des objectifs lexicaux. Quelles activités je mets en place pour permettre à mes élèves d'acquérir un lexique en rapport avec les aliments et on va petit à petit enrichir ce lexique. Il faut qu'on trouve également des activités qui vont permettre d'acquérir le lexique des nombres et de faire manipuler ces nombres dans des situations où on va additionner, soustraire, etc. Et il faut penser au cours de ces activités la façon dont on va amener finalement une situation autre que la situation de la marchande, les formules de politesse et puis la question « peux-tu me donner ? », can I have ? ou can you give me ? On va finalement dans une situation ludique différente amener les élèves à utiliser cette structure langagière qui ensuite sera réutilisée dans la situation de la marchande. Il faut mettre les élèves en situation de* ***poser les questions et pas seulement d'y répondre****. Et dans la situation de la marchande, ce qui est intéressant, c'est qu'on a justement celui qui pose la question et celui qui y répond. Essentiellement d'ailleurs* ***par l'action*** *en donnant ce qu'on lui demande. »*

Comme en mathématiques, la mise en confiance des élèves est un facteur essentiel de l'apprentissage d'une langue étrangère :

« ***il n'est pas*** *forcément* ***indispensable de passer par le français pour comprendre une consigne même complexe****. Le fait d'expliquer un jeu en français d'abord en disant « ensuite on y jouera en anglais », c'est conforter, dans leur esprit, l'idée qu'on n'aurait pas pu tout faire en anglais parce qu'on n'est pas assez compétent ».*

Leur donner confiance, *« C'est les mettre en situation où ils sont en réception d'un discours continu complexe mais où au bout du compte ils se disent « ah bah oui j'ai compris ce qu'on m'a dit ! »*

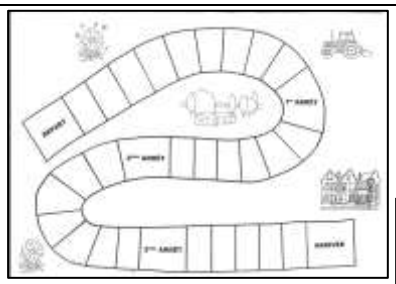
La compréhension des consignes dans leur passation est importante pour la réalisation des tâches des élèves aussi bien en mathématiques avec l'utilisation de mots précis en français qu'en anglais.

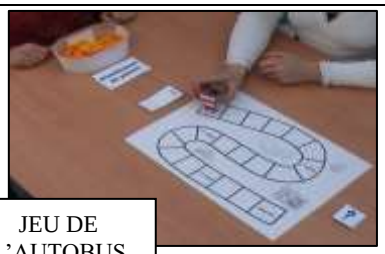
La situation décrochée « le jeu de l'autobus », situation complexe, est visualisée pour montrer un contexte différent de celui de la marchande qui permet aussi de construire des compétences en anglais et en mathématiques, transférables dans le coin de la marchande.

Le jeu de l'autobus est constitué, d'un plateau-parcours, de cartes-nombres-départ, de cartes-nombres-montée ou descente à piocher au fil du jeu, d'un gobelet représentant le bus et de jetons représentant les passagers, à placer dans le bus (photos ci-dessous). Le jeu consiste à déplacer un autobus sur un parcours au cours duquel des passagers vont monter ou descendre selon l'indication de la carte tirée. Le jeu se termine au bout du parcours, les joueurs regroupent l'ensemble des cartes tirées et cherchent le nombre de passagers présents dans le bus à l'arrivée. Ce jeu est proposé dans un fonctionnement à 4 joueurs formant une équipe unique. Il y a un seul bus. Chaque joueur lance le dé et avance sur le chemin

[11] Les références théoriques de notre collègue figurent dans la bibliographie, on retiendra en particulier la conférence de C. Bourguignon, qui avec son « approche *communic'actionnell* autour du scénario d'apprentissage-action », conforte notre intuition qu'une activité mathématique de type résolution de problème peut fournir une situation favorable à l'apprentissage de l'anglais.

à tour de rôle, en ajoutant ou retirant le nombre de passagers indiqué sur la carte. Les joueurs cherchent tous le nombre de passagers présents au terme du parcours, le résultat est déclaré après concertation de l'équipe. S'ensuit la vérification par le comptage des jetons contenus dans le bus[12].

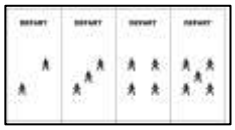




JEU DE L'AUTOBUS

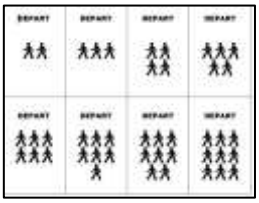
Les cartes-nombre-montée ou descente du bus : différentes représentations pourront être utilisées selon le niveau des élèves (constellation ou pas, signe + ou -, écriture…)

Le plateau-parcours jeu de l'autobus

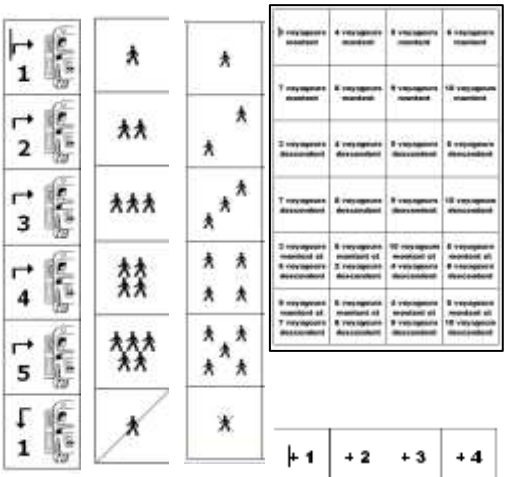






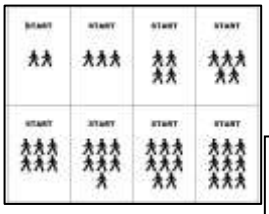


Les cartes-nombre-départ : différentes représentations sont utilisées selon le niveau des élèves (constellation ou pas, écriture…)



+ 1	+ 2	+ 3	+ 4
+ 5	- 1	- 2	- 3

Dans le jeu en anglais, sur les supports du jeu (plateau, cartes) le seront en anglais (bus stop pour arrêt, Start pour les cartes-nombre-départ…)







Pour faire comprendre le lexique du jeu des images seront utilisées : le bus, le bus avec les passagers etc..

L'utilisation de l'anglais pour mettre en place cette activité avec les élèves nous amène à nous *« interroger sur le comment on va permettre aux élèves de visualiser les choses dans la passation de consignes pour permettre leur compréhension ?».*

La professeure de Langues Vivantes Etrangères de l'INSPE-Cergy, apporte ces précisions :

« On va matérialiser le bus et on va matérialiser les passagers avec les petits jetons. On sort les jetons « there's the passenger on the bus ». Il faut introduire les structures langagières qu'ils vont devoir utiliser pour jouer au jeu donc « how many passengers are on the bus ? », « How many passengers get off the bus ? » En fonction de la situation et ça pour leur faire comprendre. Il faut le théâtraliser. Imaginons qu'on ait huit passagers au début. On va dire : « eight passengers get on the bus ». « The next passengers get on the bus or off the bus » On va leur faire redire. On va toujours essayer de leur faire reformuler et puis on va leur redonner la phrase complète. «Two passengers or three passengers get off the bus so eight plus or eight miness, en fonction de la situation (eight plus

[12] Voir en annexe 4 le « film » du déroulé d'un tour de jeu

two, ten passengers are on the bus). Puis, on va tous systématiquement reformuler, répéter, faire répéter la phrase complète. »

Elle nous confirme l'indispensable passage par la visualisation et la théâtralisation, comme nous en avons affirmé la nécessité en mathématiques pour une bonne compréhension.

Elle précise aussi l'importance de prévoir un bilan en français après l'activité, c'est le moment d'expliciter ce que l'on a appris en anglais dont la prise de confiance et aussi en maths, dont les procédures utilisées.

VI - BILAN, QUESTIONS ET PERSPECTIVES

À l'issue de cette expérimentation, nous, co-formateurs, faisons divers constats.

Associer les mathématiques et l'anglais, quel bilan ?

Le point de vue du professeur d'INSPE, Marchiano Fanny : « Associer les maths et l'anglais, j'ai adoré parce que ce n'est pas ce qui vient naturellement à l'esprit quand on fait des associations de disciplines dans des projets. On ne va pas penser d'emblée maths-anglais et je trouve ça à la fois, déroutant et intéressant et intriguant. Même, pour finalement les personnes qui se sont inscrites à la formation qui ne savait finalement pas trop à quoi s'attendre en venant là. Le fait de marier ces objectifs mathématiques avec ces objectifs langagiers, j'ai trouvé que c'était intéressant parce que l'apprentissage d'une langue vivante, normalement une langue, c'est un outil dont on se sert pour communiquer. Et ici on avait des contenus qui étaient autres que des contenus uniquement lexicaux ou syntaxiques, langagiers ou des contenus culturels, civilisationnels. … Là on était sur des contenus mathématiques, j'ai trouvé que c'était intéressant d'avoir des contenus différents. »

Nous avons tous apprécié cette collaboration dans l'élaboration et la mise en œuvre de notre dispositif de formation associant deux disciplines : les mathématiques et l'anglais. La forme qu'a pris notre travail, grâce au partenariat pluri-catégoriel (professeur d'ESPE : anglais et mathématiques, PE dans des écoles, Conseiller Pédagogique de circonscription, Maître-formateur,) a permis la mise en place et filmage, dans des classes de PE, de situations conçues en formation.

La complémentarité des différents membres de l'équipe, une proximité et une confiance entre les conseillers pédagogiques et les équipes d'écoles, des compétences didactiques « pointues » des formateurs d'ESPE, la formation entre pairs sont un facteur favorisant l'intelligence collective pour apprendre et évoluer ensemble.

C'est cette dynamique d'un groupe de recherche-action qui nous implique tous : formateurs, enseignants et élèves, dans la construction de compétences.

Nous avons pu confirmer notre intuition que l'enseignement des mathématiques et de l'anglais possédaient des points communs :

- l'intérêt d'utiliser l'action sur un matériel qui sert de support à la compréhension et à la verbalisation des contenus d'apprentissage, et aussi des consignes.

En particulier la possibilité de faire découvrir un jeu directement par l'action, ce qui permet à l'enseignant soit de demander aux élèves d'en expliciter eux-mêmes les règles (en français), soit d'accompagner lui-même l'action par une formulation de ces règles en anglais, sans passer par le français. En effet dans ce cas, l'action apporte aux élèves le sens des énoncés que leurs connaissances langagières en anglais ne leur permettent pas encore de comprendre directement.

- le rôle essentiel de l'explicitation des connaissances en jeu : tâches, procédures...

Au fil de nos concertations ont émergé des questions à approfondir, que nous n'avons pas encore explorées :

quels progrès effectifs des élèves en mathématiques et aussi en anglais ?

en quoi la pratique de l'anglais sert-elle la pratique des mathématiques et l'inverse, et selon quelles conditions : quelles connaissances acquises nécessaires (maths et/ou anglais) pour concevoir une situation d'apprentissage ?

Dans ce travail commun, notre but était d'abord d'amener les enseignants à identifier les différentes composantes de l'enseignement du nombre, à repérer la place que peut prendre une situation complexe comme le coin marchande dans cet enseignement, et à explorer la possibilité et l'intérêt d'une pratique de l'anglais dans cette situation.

De ce fait, en ce qui concerne les objectifs d'apprentissages mathématiques du coin marchande, nous ne nous sommes pas encore donnés les moyens d'évaluer les progrès des élèves au sein de notre dispositif, nous disposons seulement de quelques observations ponctuelles et informelles relevées lors de suivis de classes ou analyses de films. Il nous faudrait, pour avancer dans cette direction, concevoir un recueil d'observations d'élèves en amont, au fur et à mesure et à l'issue des séances mises en œuvre dans les classes.

De même en ce qui concerne les objectifs d'apprentissage de la langue anglaise, le caractère exploratoire de l'association de l'anglais au coin marchande laisse encore ces questions en suspend, elles seront l'objet d'un travail à venir.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Construction du nombre :

ERMEL GS, *Apprentissages numériques*, Hatier 1990

Brissiaud, R., *Premiers pas vers les maths, Les chemins de la réussite à l'école maternelle*, collection Savoir, pratiques éducation, Retz

MEN Commission mathématique rattachée au groupe d'experts pour les programmes de l'Ecole primaire, pilotée par Charnay R., *Le calcul mental*, *Documents d'accompagnement aux programmes de 2002,* scérEn (CNDP) 2004.

Liens pour SITE Groupe Départemental Maternelle 95 :
http://www.ac-versailles.fr/dsden95/cid123897/decouvrir-les-nombres-et-leurs-utilisations.html
http://cache.media.education.gouv.fr/file/nombre/58/1/principes_et_variables_pour_la_construction_du_nombre_au_C1_861581.pdf

Apprentissage de l'anglais :

Bourguignon, C., 2007, Conférence *Apprendre et enseigner les langues dans la perspective actionnelle : le scénario d'apprentissage-action*, voir lien sur site « association des professeurs de langues vivantes » https://www.aplv-languesmodernes.org/spip.php?article865

Chini, D., *Approche actionnelle, plurilinguisme et conceptualisation linguistique*, in Chini D. et Gouteraux P. (Eds) *Psycholinguistique et didactique des langues étrangères, travaux du GEPED en hommage à Danielle Bailly*, Editions Ophrys, Paris 2008.

Liria, P. et Lacan L., *L'approche actionnelle dans l'enseignement des langues, douze articles pour mieux comprendre et faire le point*, Edition Maison des Langues 2010.

Rosen, E., *La perspective actionnelle et l'approche par les tâches en classe de langues,* in revue recherche et application (R&A) n°45, Clé International, Janvier 2009.

Delmote G. et Marchois C., *L'enseignement d'une langue vivante étrangère à l'école élémentaire,* Retz 2015.

VIII - ANNEXE 1 : HISTORIQUE DE LA RECHERCHE-ACTION

Document Élisabeth Boisson et Catherine Wurtz 2019.

Différentes phases de l'action « Coin marchande » précédent le dispositif actuel :

- ➔ Phase 1 *(2005)* : avec une équipe d'enseignants d'une école multi-âge, en questionnement, et où se pratique déjà un coin marchande : « recherche-action » avec l'utilisation d'« auto-confrontation » vidéo.
- ➔ Phase 2 : Une formation coin-marchande, au départ avec les enseignants de l'école qui ont vécu l'expérimentation analysée pour la mettre au regard d'autres enseignants de la circonscription, dans le but de partager cette expérience et de l'élargir à d'autres classes. Un accompagnement est mis en place dans ce cadre à partir de filmages dans les classes des enseignants qui l'acceptent et s'engagent dans cette formation.
- ➔ Phase 3 *(2011)* : Visionnage-analyse des vidéos et reprise de cette expérience au regard des « principes » de construction du nombre élaborés avec le groupe départemental maternelle mathématiques (un IEN, des professeurs d'INSPE, des CPC, des MF, et des enseignants)..
- ➔ Phase 4 : Formation : « coin marchande et construction du nombre » en maternelle, et ouverture au cycle 2 puis au cycle 3.
- ➔ Phase 5 *(2017 et suivantes)* : élargissement des propositions aux enseignants de plusieurs circonscriptions pour réfléchir à « Comment associer-introduire les apprentissages en anglais et en mathématiques dans les situations du coin marchande ? Selon quelle progressivité ? », expérimentations et filmage dans les classes des enseignants volontaires.

Descriptif du dispositif de formation continue 2018-19 *: Trois présentiels articulés dans l'année*

1- En novembre, une séance de 3h

a) une présentation collective, avec le visionnement de la situation du coin marchande en MS/GS et la situation de classe en anglais (des extraits de ces deux vidéos ont été présentés lors de la communication) et l'apport de premiers outils pour la mise en place de ce coin marchande par nos stagiaires

b) Un travail en demi-groupes qui s'échangeront au bout d'une heure, l'un pratique une mise en situation en anglais tandis que l'autre s'approprie les éléments de réflexion sur la construction du nombre

2- En janvier, séance de 3h en demi-groupes

a) échanges de pratiques professionnelles à partir des retours d'expérience des enseignants dans leur classe

b) recueil de situations décrochées mises en œuvre dans les classes et apport d'activités en calcul mental

3- En mars, séance de 2h

a) Temps 1 : en grand groupe : recueil de mises en œuvre dans les classes et activités décrochées (visionnage vidéo du jeu du bus niveau GS).

Temps 2 : en demi-groupe :

- En anglais : activités décrochées et compréhension orale : s'interroger sur la mise en œuvre d'un jeu et la passation de consignes en anglais avec le jeu de l'autobus.
- En mathématiques : activités décrochées sous forme de jeu ou d'activités ritualisées

IX - ANNEXE 2 : PRINCIPES ET VARIABLES POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE

Document Agnès Batton et Élisabeth Boisson 2019.

1- Quatre principes

A partir de la lecture de *Premiers pas vers les maths* de R. Brissiaud[13] nous poserons quatre principes pour guider la conception d'une séquence d'apprentissage des premiers nombres - cycle 1 – principes qui peuvent être repris et aménagés en vue de l'apprentissage de la numération entière au cycle 2, entière et décimale au cycle 3, et du calcul. (voir les ouvertures indiquées en italique)

1ère principe : **s'approprier en priorité l'aspect « cardinal » du nombre** (le nombre « quantité ») :
Trois conditions sont nécessaires pour dénombrer une collection : créer les unités, les énumérer et les totaliser.
De même en C2 puis C3 avec nouvelles unités (les groupes de dix, de cent, …puis les dixièmes, centièmes, millièmes…) et seront créées, énumérées et totaliser avec les unités simples.

- les contextes familiers présentent majoritairement le nombre dans son aspect ordinal (touches de la télécommande, du téléphone, de l'ascenseur, jours du mois, numérotation d'immeubles dans une rue, pages d'un livre…).

- la procédure de comptage-numérotage des objets (pointage au fur et à mesure de la récitation de la comptine, avant de passer à la totalisation) apporte encore le nombre dans son aspect ordinal. Elle ne favorise donc pas l'accès à l'aspect cardinal du nombre.

D'où une autre façon de « parler le nombre », par ses décompositions :
La construction du nombre 3 sous la forme de « un et un et un » ou « un et un, deux et un, trois», qui apporte directement le nombre dans son aspect cardinal.
Qu'est-ce qu'avoir bien compris le nombre 8 ?[14]→

Aux cycles 2 et 3, cette façon de parler le nombre sera utile pour construire les « familles de nombres » (dizaines, vingtaines puis centaines, milliers, et aussi dixièmes, centièmes…), ainsi que pour construire des stratégies de calcul.

> « Avoir bien compris un nombre comme 8 (les psychologues disent souvent : « avoir conceptualisé ce nombre »), ce n'est pas seulement savoir compter jusqu'à « huit », mais c'est aussi avoir construit la conviction que, pour former une collection de huit éléments, il est évidemment possible de compter : « un, deux, …huit, mais il est également possible de réunir une collection de 5 et une collection de 3, ou deux collections de 4, d'ajouter une unité à une collection de 7, d'en retirer deux à une collection de 10, etc. Toutes ces façons de faire conduisent à des collections qui ont la même taille. Lorsqu'un enfant a bien conceptualisé le nombre huit, lorsqu'il entend le mot « huit » ou lorsqu'il voit le chiffre « 8 », toutes les décompositions précédentes lui viennent presque immédiatement à l'esprit. Les écritures chiffrées, les mots-nombres « parlent » à un tel enfant, ils lui « parlent » les relations numériques dans lesquels ces nombres sont habituellement impliqués et notamment leurs décompositions. » *Premiers pas vers les*

2ème principe **: se construire des représentations mentales (verbales, spatiales « mobiles »)**
Ces représentations sont associées à des actions effectives ou mentales sur un matériel comme les doigts, des cubes emboîtables… ou dessin/schéma comme les constellations traditionnelles, des alignements ou groupements de points…, pour créer des relations

[13] *Premiers pas vers les maths, Les chemins de la réussite à l'école maternelle*, collection Savoir, pratiques éducation, R Brissiaud, éd Retz (2007)

[14] *Ibid 6 p.54*

entre les nombres. Ces supports permettent ainsi de :

- construire , parler et mémoriser **les décompositions** des premiers nombres,
- construire le ***repère du cinq*** puis du ***dix***.

*Aux cycles 2 et 3, l'usage d'un matériel de numération effectivement manipulable et sous forme de dessins, permettra de visualiser les groupements par dix, et viendra, en accompagnement du « parler le nombre », fonder la compréhension des nombres entiers puis décimaux, ainsi que la construction de nombres repères et de résultats mémorisés. Il favorisera aussi la mise en place de stratégies de calcul, par le « calcul figuratif » ou « **calcul sur les objets** »* [15] *, sur ces mêmes nombres.*

Quelles représentations et comment les construire :

Hyp. de J.P. Fischer (article sur la dyscalculie, extrait ABB et EB): ***« Les mathématiques reposent sur une forme d'abstraction particulière que Piaget a qualifié de réfléchissante en l'opposant à l'abstraction empirique »***

« ***La certitude ne repose pas sur une abstraction empirique, par l'expérience***, qui ne peut conduire qu'à une ***généralisation*** que Piaget qualifie d'***inductive***.
La certitude repose sur une abstraction réfléchissante qui peut conduire à une ***généralisation*** que Piaget qualifie de ***constructive*** »
En fait on touche là à la nature même des mathématiques : fondamentalement de l'ordre de l'action – et non du langage : attention au risque de concevoir les mathématiques comme un simple langage –

Piaget, et G. Vergniaud R. Brissiaud… s'inscrivent dans cette conception constructiviste avec la notion de ***schèmes d'action*** (article G. Vergniaud *déf. p. 207)*, pour la construction de représentations.

R. Brissiaud (premiers pas vers les maths *p.25)* cite F. Bresson 1987*« **Il ne peut y avoir de représentation que par les conduites qui les établissent et les font fonctionner** ».*

3ème principe **: pratiquer des tâches clés (a) permet l'appropriation de procédures de référence (b) et de compétences stratégiques**
(a) Pour cela proposer d'**autres tâches que le dénombrement** (pratiques souvent prépondérantes en classe et à la maison), en priorité :
- **comparer deux collections** qui mettent en jeu d'emblée des quantités importantes
- **constituer une collection** pour introduire les premiers nombres (« donne-moi trois jetons : un, un et encore un ou deux et un », tout en sortant le nombre de doigts correspondants)

car ces deux tâches, et une façon de les mettre en mots, impliquent directement l'aspect cardinal du nombre.
(b) favoriser, faire émerger d'**autres procédures que le comptage**, non numériques et numériques sur les premiers nombres : estimation pour comparer, « subitizing » pour les quantités jusqu'à trois, recours à une collection-témoin organisée, correspondance terme à terme ou groupe à groupe[16], usage des longueurs pour des collections homogènes, groupement des objets et usage des premiers nombres.
- **composer/décomposer / compléter** une collection, qui, comme la comparaison de deux collections, travaille l' « inclusion» des quantités.

*Aux cycles 2 et 3, proposer les mêmes tâches de **comparer, composer/décomposer, compléter,** directement sur les nombres, en privilégiant l'usage de stratégies explicites de calcul réfléchi (voir les propositions du groupe maternel 95 : « défi-calcul »)*

4ème principe **: mettre en relation différents contextes d'activités numériques**
Associer différents contextes d'activités numériques en mater :
- les rituels (présents, absents, cantine, calendrier…),
- des activités fonctionnelles (recette, gestion de matériel…)

[15] Voir sur le site : http://www.ac-versailles.fr/dsden95/cid123897/decouvrir-les-nombres-et-leurs-utilisations.html dans le document « lexique », une définition du terme « calcul sur les objets ».
[16] Par exemple pour comparer deux collections on peut grouper les éléments de chaque collection et mettre en correspondance les groupes ainsi constitués

- des activités construites comme des jeux, et à différents moments de la journée (regroupement, atelier, accueil, …)

2- Pourquoi ces quatre principes : analyse et confrontation entre *Premiers pas vers les maths* (R Brissiaud) et *Premières compétences pour accéder au dénombrement* (F&F Emprin, *Nombre au cycle 2*)

Dans l'article extrait du document *Nombre au cycle2 de* Fabienne et Fabien EMPRIN *Apprendre le nombre, premières compétences pour accéder au dénombrement,* les auteurs présentent la tâche de **dénombrement**[17] en la liant de façon essentielle à la procédure de comptage. Ils en analysent avec beaucoup de précision toutes les composantes et indiquent comment s'attacher à chacune : définition, principes sous-jacents, activités favorables à son développement.

Cet apport nous semble très éclairant pour identifier toutes les « sous-compétences » en jeu dans l'exercice du comptage et permettre ainsi de repérer la nature des difficultés sur le comptage et dans certains cas d'y remédier. Il indique ainsi qu'une difficulté essentielle consiste à « comprendre que le dernier mot-nombre prononcé correspond au cardinal de la collection, c'est-à-dire au nombre d'objets présents » et apporte alors d'autres procédures de dénombrement susceptibles de favoriser cette compréhension (« subitizing »[18] et « utilisation de quantités organisées »).

Mais si l'on envisage le dénombrement sous un angle plus large, à partir des trois conditions qui le caractérisent selon Rémi Brissiaud[19] (voir principe 1), il nous semble alors utile de favoriser l'aspect cardinal du nombre et d'engager d'emblée une attention à la quantité à l'aide de tâches et procédures bien choisies (voir principe 3). De fait ni le comptage, ni le dénombrement, ne nous apparaissent pas comme premiers pour aborder la notion de nombre en PS.

Et cela nous amène à privilégier, avant le dénombrement, les deux tâches-clés définies en principe 3, et à favoriser, pour réaliser ces tâches, des procédures non numériques ou bien une façon spécifique de « parler les nombres » indiquée en principe 1 :

-comparer des **collections d'objets**[20] à l'aide de procédures non numériques (objet de notre première séquence) :
- -estimation globale des quantités : « beaucoup, pas beaucoup »,
- -repérage de l'inclusion d'une collection « dans l'autre » : « plus que, moins que »,
- -correspondance terme à terme : « juste ce qu'il faut, trop, pas assez »

-constituer des collections pour introduire les premiers nombres en associant au mot-nombre des collections témoins [21](doigts, constellations…)[22] et en « parlant » ces premiers nombres comme en principe 1

Ces tâches (comparer et constituer des collections) apparaissent bien dans l'article de *Nombre au cycle 2*[23] comme participant à la construction du sens des nombres dès le début de son apprentissage, et nos quatre principes nous amènent alors à concevoir des situations d'apprentissage qui évolueront selon les différentes variables énoncées ci-dessous :

2 – Des variables pour concevoir une séquence d'apprentissages numériques ou une évaluation des compétences numériques.

1- Domaine numérique
2- Type de représentation du nombre/ support
3- Tâche mathématique
4- Procédure(s) possible(s)/visée (s)

[17] ibid note 11
[18] ibid note 11
[19] *Premiers pas vers les maths* ibid note 2, pp. 21 à23
[20] ibid note 11
[21] ibid note 11
[22] *Premiers pas vers les maths,* ibid note 2, chapitre 5
[23] Nombre au cycle 2, p27

5-Contexte
(...)

Et plus précisément :
2- ***Type de représentation du nombre*** :

- Représentation analogique :
  - Objets quotidiens (vie courante dont les *doigts*/ jouet)
  - Matériel de numération : objets manipulables, déplaçables (*jetons, cubes emboîtables, puis barres de dix, ou carrés unités et bandes de dix, boîtes de Picbille, cartes à points JL Brégeon…)*
  - Dessin/ schématisation d'objets ou de matériel (points comme les constellations ou alignement de points, de cases…)

    Remarque : une représentation analogique organisée (collection-témoin) comme les doigts, les constellations, un alignement de points… peut être conçue par l'enfant comme une simple collection d'objets, ou bien comme symbole qui représente la totalité des unités énumérées d'une collection quelconque donnée : voir dans « premiers pas vers les maths » p.36 et 81-83 de R. Brissiaud)

    Aux cycles 2 et 3, matériel de numération : cubes unités, barres de 10, plaques de 100… pour les entiers, rectangles (ou carrés) 1, bandes 1/10 et petits rectangles (ou carrés)1/100… pour matérialiser les groupements par dix.

- Représentation conventionnelle
  - Mot-nombre à l'oral/ à l'écrit
  - Ecriture chiffrée

    Et ***support*** : matériel en trois dimensions, ou en carton en deux dimensions : cubes emboîtables, cartes-nombres, ou dessins/écriture sur feuille.

    puis en cycle 2 des cubes unités, barres de dix, plaques de cent ou carrés unités et bandes de dix… et en cycle 3 de grands rectangles unités, barres de dixièmes et petits rectangles centièmes…

3- Tâche mathématique à réaliser sur des objets/dessins-schémas/nombres

- Trier, classer, ranger (des collections, des cartes nombres…)
- Constituer une collection « donne-moi … objets »
- Dénombrer : « combien… ?»
- Comparer, associer
- Grouper
- Composer/Décomposer
- Compléter, égaliser deux collections
- Ajouter
- Retirer
- Partager
- Coder/Décoder
- Directement sur les nombres : comparer, additionner, soustraire, multiplier, diviser (…)

4- Procédures

- Subitizing (nombres inférieurs à 4)/Estimation pour la comparaison de deux collections
- Correspondance terme à terme ou groupe à groupe
- Recours à une grandeur (par exple longueur pour comparer deux barres de cubes emboitables)
- Recours à une collection témoin (doigts, constellations)
- Groupement et usage des décompositions
- Comptage

5- Contexte

- Situation rituelle
- Situation fonctionnelle,
- Situation construite : jeu (collectif ou jeu de plateau…), calcul réfléchi, situation d'entrainement.

X - ANNEXE 3 : LEXIQUE ET STRUCTURES SYNTAXIQUES A L'ECOLE PRIMAIRE

Document Fanny Marchiano 2017.

Recherche action « coin marchande en anglais »
Quelques formulations utiles pour le « coin marchande » en anglais

- Hello !
- Good morning !
- Good afternoon !
- What would you like ?
- I would like a/three/some … please.
- Can I have a/three/some … please ?
- How many … (would you like) ?
- How much is it ?
- (It's) … euros (and) … (cents), please.
- (t)here you are / (t)here you go !
- Thanks (a lot)/thank you (very much).
- Goodbye !
- Bye (bye)!
- See you later/tomorrow/next week/next Monday !

ATTENTION :

1. On utilisera 'How many' pour poser une question sur un nombre d'aliments/articles, et 'How much' pour poser une question sur le prix (car 'money' fait partie des indénombrables).

2. Pour traduire 'un' ou 'une' on peut utiliser le numéral 'one' ou l'article 'a'. 'a' devient 'an' devant une voyelle.
Ex : ***an apple***

3. On peut trouver le mot 'fruit' au pluriel ('fruits') s'il s'agit de nommer différentes variétés de fruits, mais le mot 'fruit' est un indénombrable lorsqu'il désigne des fruits en tant que catégorie d'aliments, par conséquent :

   - on ne peut pas le mettre au pluriel
   - on ne peut pas poser la question **How many fruits would you like ?*
   - on doit utiliser l'expression 'piece of fruit' pour parler d'un ou plusieurs fruits en particulier.

   En revanche, le mot 'vegetable' est dénombrable. Il peut donc s'utiliser au singulier et au pluriel.

- Pour les aliments qui ne se comptent pas, on utilisera le déterminant 'some', ou une expression incluant un contenant.
  Ex : **some** strawberries, **some** string beans, **some** milk/**a bottle of** milk, **some** crisps/**a packet of** crisps, **some** bread/**a loaf of** bread...

Proposition de progression

Pour les 3 cycles, un dialogue-type sera d'abord mis en place et joué collectivement, pour favoriser l'appropriation phonologique et s'assurer de la mémorisation correcte du lexique et des structures langagières utilisés, puis les élèves seront accompagnés progressivement vers l'autonomie.

Cycle 1

L'enseignant introduit le lexique de la nourriture progressivement lors d'activités collectives en regroupement (soit à l'aide de flashcards, soit avec les éléments de la marchande en fonction des activités). Il introduit également les nombres de 1 à 5 dans un premier temps (puis de 6 à 10) les formules de salutation 'hello !' et 'goodbye !' et les formules de politesse 'please' et 'thank you'.

La mise en place du jeu de marchande peut se faire en parallèle. Au fur et à mesure que le lexique des nombres et des aliments maîtrisés par les élèves s'enrichit, les contenus du jeu de marchande évoluent.

EXEMPLE DE DIALOGUE

– Hello !
– Hello !
– 3 apples, 2 bananas, 4 oranges, please.
– 3 apples, 2 bananas, 4 oranges.
– Thank you, goodbye !
– Goodbye !

Le dialogue mis en place pour le jeu de la marchande restera très simple. Il portera surtout sur l'association des nombres et de la nourriture achetée, ainsi que la mémorisation et la répétition par le 'marchand' de la commande du 'client'.La commande sera de préférence guidée (liste de course illustrée à respecter par le 'client').

Cycle 2

La séquence qui préparera à l'utilisation de la marchande en autonomie portera non seulement sur le lexique des aliments, mais aussi sur l'apprentissage de structures langagières permettant de mettre en place un petit dialogue plus élaboré qu'en cycle 1.

– Formules de salutations variées : hello/good morning/good afternoon/how are you ?...

– Expression du souhait : 'I would like...please' → 'Here you are !'

– Formules de remerciement et de salutations variées : thank you very much/thanks a lot/good bye/bye/see you later !

L'utilisation du jeu de marchande en autonomie constitue l'objectif final et l'aboutissement de la séquence.

EXEMPLE DE DIALOGUE

– Good afternoon !
– Good afternoon !
– I would like 12 eggs, 3 bottles of orange juice and a packet of crisps, please.
– Here you are !
– *How much is it ? (facultatif, fin de cycle ?)*
– *8 euros, please.(facultatif, fin de cycle ?)*
– Thanks a lot ! Goodbye !
– See you later !

On pourra augmenter les quantités d'aliments achetés et éventuellement aborder le comptage de l'argent pour le paiement des courses en commençant par des comptes ronds en euros. Les prix proposés seront donc beaucoup plus simples que lors de l'utilisation de la marchande en français.

La commande peut être guidée dans un premier temps, puis préparée par le 'client', afin d'atteindre un objectif de prix donné à l'avance, par exemple.

Cycle 3

L'objectif est de réactiver et d'enrichir encore le lexique des aliments, mais aussi de mettre en place de nouvelles expressions, permettant aux élèves de faire des choix et d'avoir un dialogue moins figé:'Can I have...please ?'/'Do you have any... ?' → 'Yes, I do'/'No, I don't'

'See you tomorrow !'/'See you next week !'/'See you next Monday !''How many...would you like ?''How much is it ?'Comme en cycle 2, l'utilisation du jeu de marchande en autonomie constitue l'objectif final et l'aboutissement de la séquence.

EXEMPLE DE DIALOGUE

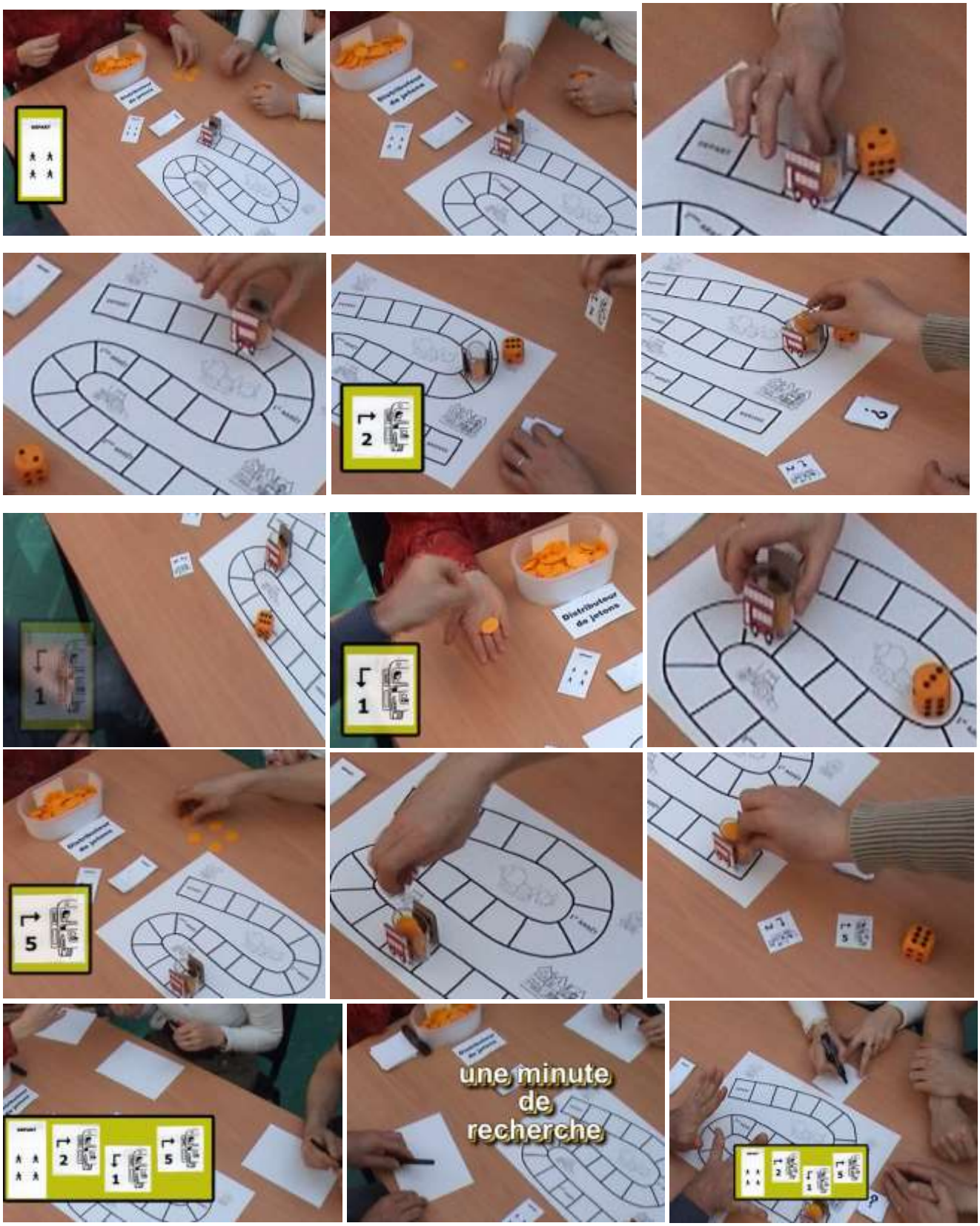
- Good morning !
- Hello, do you have any apples ?
- Yes, I do. How many apples do you want ?
- I would like 4 apples, please.
- Anything else ?
- Yes, I would like...
- Here you are !
- Thanks, how much is it ?
- 12 euros 55 cents, please.
- Goodbye, see you next week !
- Goodbye !

Pour le paiement, on proposera des prix en euros et cents, qui obligent les élèves à calculer et à utiliser les nombres jusqu'à 100. Comme pour le cycle 2, on peut mettre en place différentes contraintes par rapport à la commande : guidée dans un premier temps pour fixer le lexique, puis préparée par le 'client' pour atteindre un objectif de prix donné à l'avance ou pour ne pas dépasser une certaine somme. On peut aussi imaginer, dans le cadre de la transdisciplinarité avec les sciences, travailler sur le classement des types d'aliments et composer un menu équilibré avant de faire la liste de courses.

Documents supports/aides à fournir aux enseignants :
– liste de mots et de structures langagières (nourriture, formules de politesse, salutations) indiquant la place de l'accent tonique + enregistrement
– pour le cycle 1 : exemples d'activités ludiques pour la mise en place du lexique utilisé
– pour les cycles 2 et 3 : comment mettre en place une séquence complète autour des aliments avec pour objectif l'utilisation du jeu de la marchande en autonomie ?
– exemples d'albums jeunesse en anglais en rapport avec la thématique, adaptés aux différents cycles.

XI - ANNEXE 4 : JEU DE L'AUTOBUS

Jeu créé et mis en oeuvre dans la circonscription de Cergy (95), Agnès Gaïa 2004.




10




10


10
C'est juste.


1 point
L'équipe a gagné
10

XII - ANNEXE 5 : ACTIVITÉS DECROCHEES

Cap Maths CE2, Hatier 2002.

Règle du jeu

Un drôle de jeu de l'oie...

2 ou 4 joueurs et un banquier.

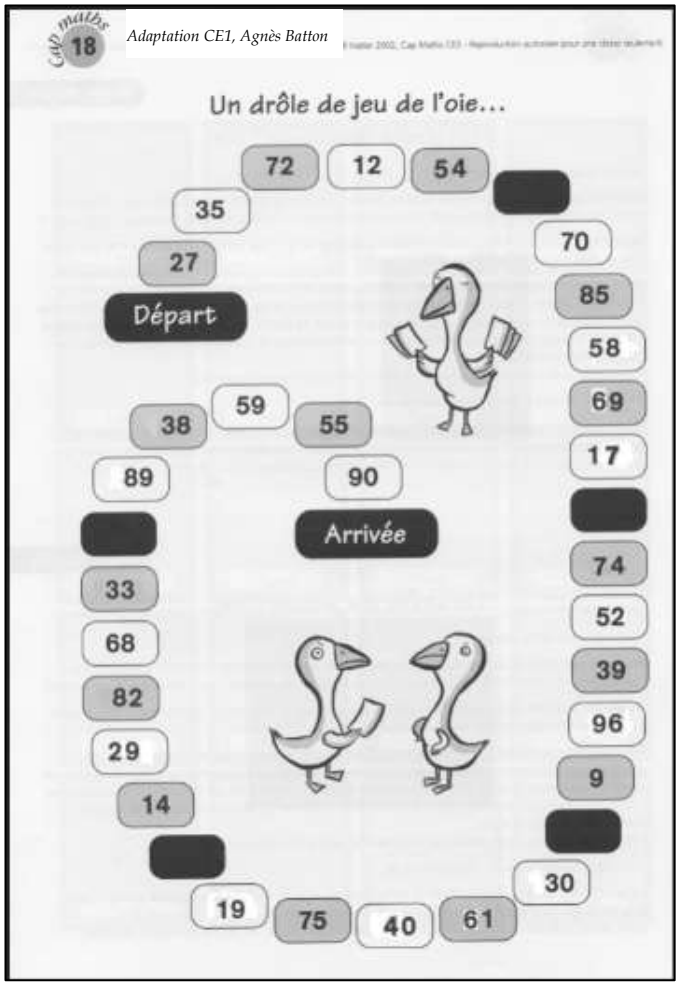
Matériel : une piste de jeu, un dé, un pion, trois boîtes pour le banquier (une boîte avec 20 cartes « une centaine », une boîte avec 80 cartes « une dizaine » et une boîte avec 80 cartes « une unité »).

Au départ : chaque joueur reçoit une carte « une centaine », une carte « une dizaine » et une carte « une unité ». Le pion est sur la case « départ ».

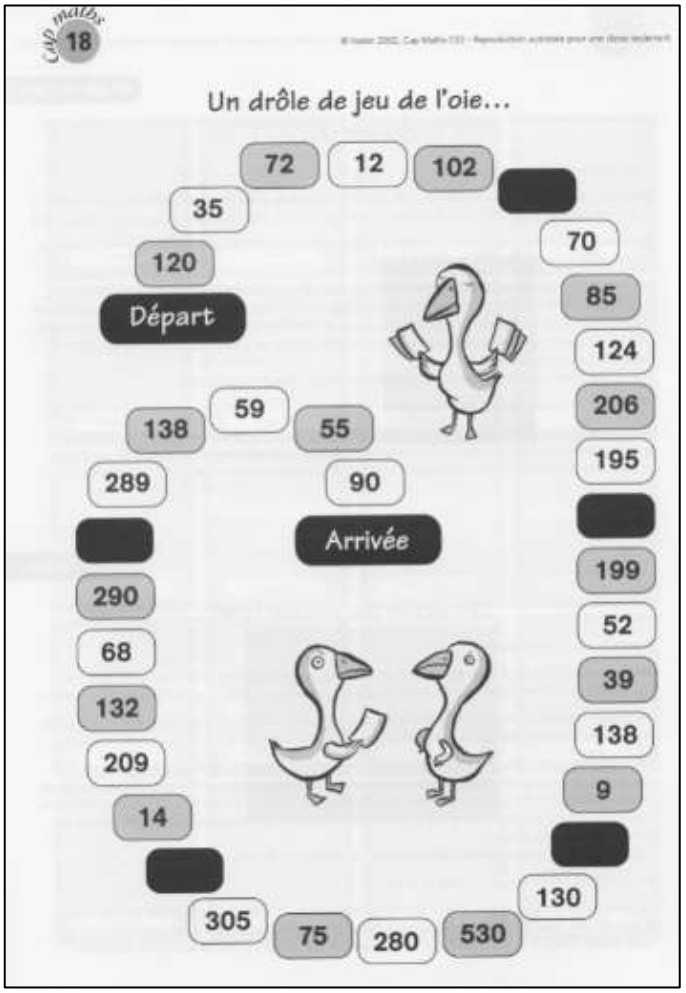
Déroulement : le premier joueur lance le dé. Il avance du nombre de points indiqué par le dé.
- Si le pion arrive sur une **case blanche**, le joueur doit donner au banquier exactement le nombre de points indiqué dans la case. Si le joueur n'a pas assez de points, il donne tout ce qu'il a au banquier.
- Si le pion arrive sur une **case grise**, le banquier doit donner au joueur exactement le nombre de points indiqué dans la case.
- Si le pion arrive sur une **case noire**, le joueur ne gagne rien et ne perd rien.

Puis, c'est au joueur suivant de lancer le dé.

Le jeu s'arrête lorsque le pion atteint la case « arrivée » ou la dépasse. **Le gagnant** est celui qui, à la fin du jeu, peut faire le plus grand nombre de points avec toutes les cartes qu'il a.
Vous devez toujours être d'accord sur ce que fait chaque joueur ou sur ce que fait le banquier.



Adaptation CE1, Agnès Batton



LES ECUREUILS COMPTE-NOISETTES

Florence Harenczyk
Enseignante spécialisée Val d'Oise



But du jeu :

Gagner des noisettes,

Compter les noisettes gagnées ou perdues

Organiser sa collection de noisettes en unités, dizaines, centaines.

Nombre de joueurs : 3 + le banquier

Matériel :

Un plateau de jeu

Un dé et des pions

Des cartes + et des cartes –

Des cartes « bonus » et « malus »

matériel noisettes : carrés unités, barres de 5 et 10 noisettes

Le déroulement du jeu :

- Les joueurs se placent sur la case « départ » et reçoivent 30 noisettes.
- Le joueur qui a fait le plus grand nombre au dé commence.
- Il avance du nombre de cases indiquées par le dé.

Si il tombe sur une carte + ou -, c'est le « maître du jeu » qui lui donne sa carte.

Si il tombe sur une carte « bonus » ou « malus » il pioche dans le paquet.

- Il faut maintenant « faire » ce que dit la carte !

Lire le nombre de noisette.

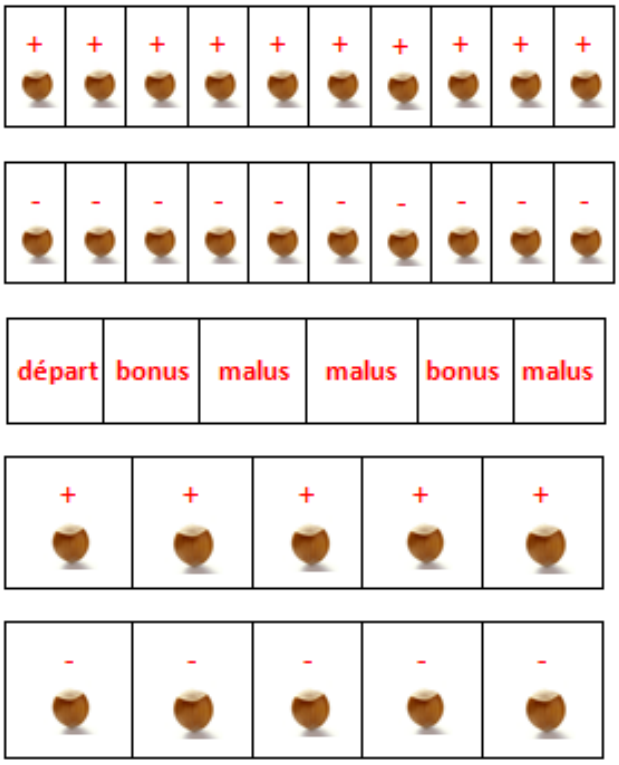
Aller commander au banquier.

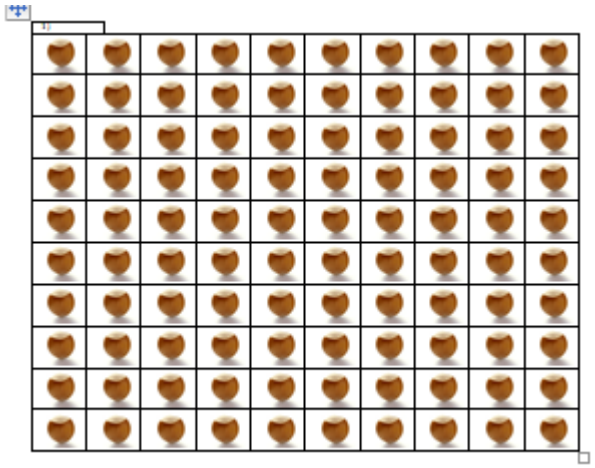
Faire tous les échanges nécessaires car on n'a pas le droit d'avoir plus de 9 noisettes toutes seules ou + de 9 groupes de dix noisettes.

- Dès qu'on en a 10 ou 10 groupes de dix, il faut ECHANGER pour organiser sa cagnotte.
- On note ce qu'on a gagné ou perdu dans le carnet de jeu.
- C'est au joueur suivant.

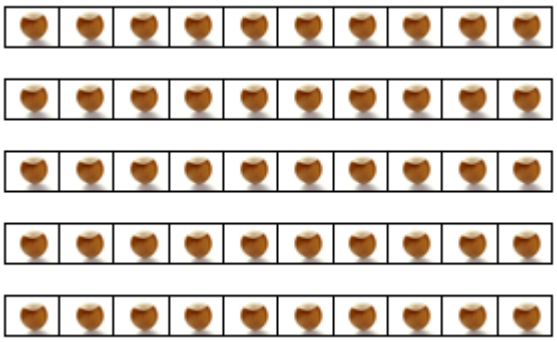
- Pendant qu'un joueur est en action, les autres sont chargés de VERIFIER ce qui se passe ! Ils doivent dire s'ils sont d'accord ou pas et pourquoi.

Attention :
Certaines cartes bonus et malus font gagner ou perdre tous les enfants.





noisettes



Le joueur de votre choix doit vous donner

noisettes

Le banquier doit vous donner

noisettes

Chaque joueur doit vous donner

noisettes

Jeu de la cible

Support : calcul mental cycle 2 et cycle 3, coll Mosaïque Hatier 2005 et 2003

Analyse du jeu pour le cycle 2

Domaine : mathématiques, résolution de problèmes

Objectifs généraux :

- construire le nombre
- renforcer le sens de la numération écrite décimale de position
- développer des compétences en calcul mental (additif et soustractif)

Pré-requis : être capable d'additionner de petites quantités.

Situation générale : une cible de 3 zones correspondant à 3 valeurs différentes, et 3 impacts, la somme de leur valeur donne le score du joueur.

Il s'agit de compléter ce qu'il manque. Ainsi, 4 situations proposées :

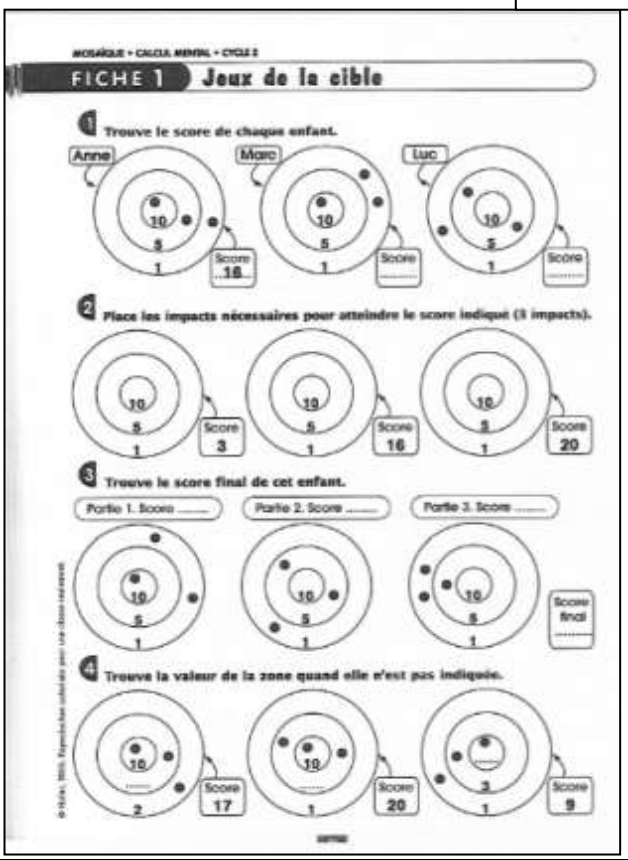
situation1 : les 3 impacts étant donnés, trouver le score d'une cible.

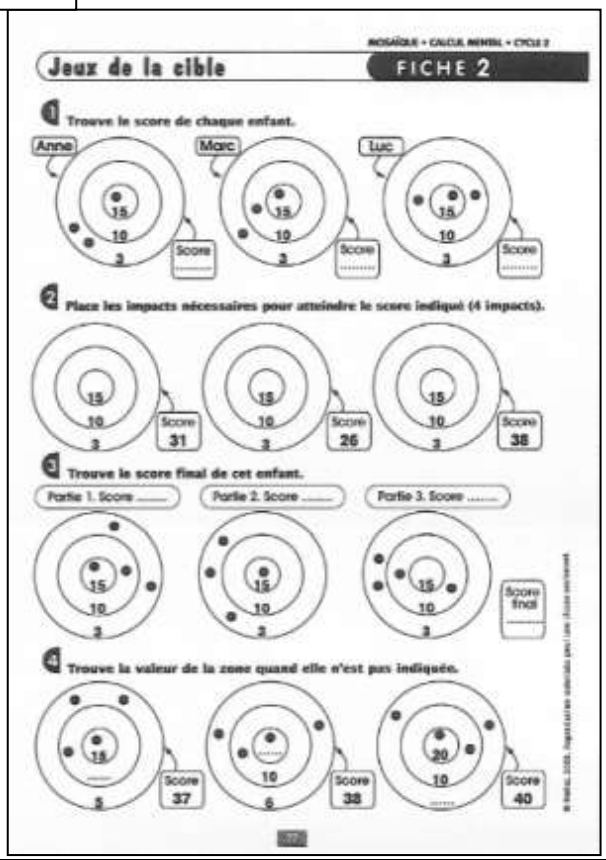
Situation 2 : trouver l'emplacement des 3 impacts de la cible.

Situation 3 : trouver le score de chaque cible et les totaliser pour donner le score final.

Situation 4 : trouver la valeur de la zone manquante.

EXEMPLES





CONCEPTIONS DES ÉLÈVES DE CYCLE 2 ET CYCLE 3 SUR LA NUMÉRATION DÉCIMALE DE POSITION

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maître de Conférences, UGA et IFE ENS DE LYON
Laboratoire S2HEP
Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

Stéphanie CROQUELOIS
Chargée d'Étude, IFE ENS DE LYON
Stephanie.Croquelois@ens-lyon.fr

Jean-Luc MARTINEZ
Chargé d'Étude, IFE ENS DE LYON
Jean-Luc.Martinez@ens-lyon.fr

Jean-Pierre RABATEL
Chargé d'Étude, IFE ENS DE LYON
Jean-Pierre.Rabatel@ens-lyon.fr

Résumé
Un des objectifs du jeu du Chiffroscope est de proposer des situations d'apprentissage de la numération décimale de position qui permettent aux élèves de travailler le principe décimal tout autant que le principe de position. Pour identifier l'évolution des connaissances liée à l'utilisation de ce jeu, nous avons modélisé les différentes conceptions des élèves en identifiant six invariants opératoires distincts rattachés aux deux principes caractéristiques de la numération. Nous avons alors conduit une expérimentation selon deux méthodologies complémentaires, l'une de type recherche orientée par la conception conduite dans le cadre du LéA CiMéLyon, avec 24 enseignants et près de 550 élèves de cycle 2 et cycle 3 et l'autre de type essai randomisé, conduit avec 30 enseignants et 715 élèves de CE2 et CM1.
Avec des diagnostics passés en début et fin d'année scolaire ou en avant et après usage du jeu, nous avons pu observer la mobilisation ou non des invariants opératoires par les élèves et l'évolution des connaissances.
Les résultats ne permettent pas d'attribuer les apprentissages à l'utilisation du jeu du Chiffroscope. Cependant, la modélisation des connaissances en numération issue de ce travail s'avère un outil adapté pour diagnostiquer les connaissances des élèves à partir de leurs réponses correctes ou erronées dans diverses situations, dont celles du Chiffroscope. Nous caractérisons trois conceptions relatives à la numération décimale selon les invariants opératoires mobilisés conjointement. En particulier, nous mettons en évidence le rôle de l'invariant opératoire « retour à l'unité » qui consiste à convertir systématiquement les unités de numération en unités simples, comme 1 centaine = 100 unités. Il caractérise une conception et en révèle les limites avec les grands nombres et les décimaux.

En partant de l'enjeu prioritaire que constitue l'enseignement de la numération décimale de position et du constat largement partagé sur les difficultés rencontrées par les élèves, notre projet est de décrire les connaissances des élèves relatives à la numération décimale de position et de concevoir des situations permettant de les faire évoluer. Pour cela, nous avons décrit les conceptions des élèves avec un modèle issu des travaux de Vergnaud (1990) sur les concepts mathématiques et de ceux de Balacheff sur les conceptions (Balacheff & Margolinas, 2005) et nous avons conçu des situations didactiques utilisables en classe avec un dispositif hybride intégrant un robot et du matériel tangible (Rabatel & Soury-Lavergne,

2017 ; Mandin, De Simone, & Soury-Lavergne, 2016 ; Soury-Lavergne, 2016). Nous avons alors pu évaluer l'évolution des conceptions des élèves résultant de ces situations selon deux méthodologies complémentaires menées dans le cadre de collaborations entre enseignants, formateurs et chercheurs. Nous présentons les premiers résultats obtenus, avec des élèves du cycle 2 et du cycle 3, du CP à la 6e.

Les connaissances actuellement bien partagées dans la communauté des formateurs et des chercheurs sur la numération décimale de position fait apparaître deux principes complémentaires pour coder les nombres : le principe décimal et le principe de position (Houdement & Tempier, 2018). Le principe décimal renvoie au fait que deux chiffres adjacents dans l'écriture d'un nombre désignent des valeurs ayant un rapport de dix. Le principe de position signifie que la position d'un chiffre dans l'écriture du nombre indique à quelle unité de numération il renvoie. Ces travaux indiquent que les difficultés des élèves dans l'apprentissage de la numération relèvent en particulier du principe décimal : par exemple, la difficulté d'utiliser la conversion de 10 dizaines en 1 centaine ou encore la difficulté des élèves à compter avec une autre unité de compte que l'unité simple, c'est-à-dire de compter 1, 2, 3 dizaines de façon aussi aisée que 10, 20 30 (Chambris, 2012 ; Croquelois, Martinez, Rabatel, & Soury-Lavergne, 2019). Nous avons cherché à caractériser ces difficultés en terme de connaissances, de façon à pouvoir décrire ce que font les élèves, et donc ce qu'ils savent, quand ils ne disposent pas encore de la connaissance attendue relativement aux deux principes de la numération décimale de position. Notre objectif a été également de concevoir des situations permettant de faire évoluer ces conceptions.

I - LES CONCEPTIONS DES ÉLÈVES COMME MOYEN DE DÉCRIRE LEURS CONNAISSANCES EN NUMÉRATION DÉCIMALE DE POSITION

« Au fond de l'action, la conceptualisation » (Vergnaud, 2011, p. 275)

Nous avons modélisé les connaissances en terme de conceptions, au sens de Balacheff (Balacheff & Margolinas, 2005) pour pouvoir traiter de la même façon toutes les productions des élèves, qu'elles soient correctes ou non, en considérant qu'elles sont la manifestation d'une connaissance dans la tradition de l'épistémologue Bachelard (1934). S'appuyant sur les travaux de Vergnaud (1990), Balacheff propose de décrire une conception à partir d'un quadruplet d'ensembles (problèmes, systèmes de représentation, opérateurs, structures de contrôle). Nous n'avons eu besoin que d'une partie du modèle pour obtenir des descriptions de conceptions relatives à la numération décimale, suffisamment cohérentes et opérationnelles pour notre projet. Nous avons débuté en établissant la liste des problèmes, systèmes de représentations et opérateurs qui apparaissent dans ces conceptions :

- les problèmes que la conception permet de résoudre : problèmes de codage, c'est à dire produire une désignation pour chaque nombre (infinité de nombres et quantité réduite de symboles), problème de dénombrement de collections, problème de constitution de collections d'un cardinal donné, problème de conversion, de comparaison et de calcul à partir d'un répertoire restreint de résultats connus pour les premiers nombres ;
- les systèmes de symboles qui sont mobilisés dans la résolution des problèmes : les chiffres, les positions de gauche à droite, les mots des unités de numération « unités », « dizaines », « centaines », « dixièmes », la virgule, les tableaux et les organisations spatiales des algorithmes de calculs ;
- les opérateurs ou invariants opératoires (Vergnaud 1990) qui résolvent les problèmes : association position-unité de numération, conversions, retenue, groupement, échange, comparaison à partir de l'écriture…

Nous avons cherché à identifier les invariants opératoires caractéristiques des différentes conceptions en partant du principe de position et du principe décimal. Les deux principes de la numération se sont avérés insuffisants pour caractériser et différencier les conceptions des élèves et expliquer les réponses qu'ils produisent. En particulier, ils n'ont pas permis à eux seuls de décrire les stratégies de résolution observables et de les rattacher à différentes conceptions. Nous avons alors distingué six invariants opératoires relatifs à la numération dans les stratégies des élèves que nous avons rattachés, pour trois

d'entre eux, au principe de position et pour les trois autres au principe décimal (Figure 1). L'identification et la définition de ces invariants opératoires s'est faite progressivement en les confrontant à l'observation des stratégies des élèves en résolution de problème dans le cadre des travaux du LéA CiMéLyon (Croquelois et al., 2019).

1 Six invariants opératoires pour modéliser les conceptions relatives à la numération décimale de position

1.1 Trois invariants opératoires relevant du principe de position

Ordre des unités de numération :

Cet invariant opératoire se manifeste lorsque l'élève positionne les unités de numération dans l'ordre conventionnel, c'est-à-dire de droite à gauche pour les unités d'ordre de plus en plus grand.

Gestion des zéros à droite ou gestion des zéros intercalaires :

Il s'agit de deux invariants opératoires distincts qui se manifestent lorsque les zéros sont utilisés pour positionner les autres chiffres du nombre au bon endroit, c'est-à-dire en regard de la bonne unité de numération. L'invariant opératoire **zéros à droite** permet de compléter par des zéros un nombre de façon à positionner le chiffre non nul le plus à droite en relation avec la bonne unité de numération (c'est-à-dire placer respectivement un zéro aux unités, ou deux zéros pour les dizaines et les unités pour qu'un chiffre non nul soit bien respectivement un chiffre de dizaines ou de centaines). L'invariant opératoire **zéros intercalaires** permet de décrire l'action de placer des zéros entre deux chiffres non nuls, pour les positionner les chiffres non nuls avec leur unité de numération. Ces deux invariants ont dû être distingués car la gestion correcte des zéros à droite est apparue dans les productions des élèves beaucoup plus souvent que le second (une partie de l'explication réside dans le fait qu'il produit la même réponse que l'invariant opératoire retour à l'unité).

1.2 Les invariants opératoires relevant du principe décimal

Retour à l'unité :

Cet invariant opératoire rend compte de la conversion des unités de numération en unités simples (1 centaine = 100 unités ou 1 millier = 1000 unités).

Conversion entre unités :

Cet invariant opératoire rend compte de la conversion des unités de numération entre elles, qu'elles soient adjacentes ou non, mais sans passage à l'unité simple (exemple : 1 millier = 100 dizaines sans qu'il s'agisse du résumé de la procédure qui consiste à convertir 1 millier en 1000 unités puis à utiliser la conversion 10 unités = 1 dizaine donc diviser 1000 par 10 obtenir 100 dizaines).

Conversion avec retenue : Cet invariant opératoire rend compte du fait que lorsqu'il est nécessaire d'additionner au sein d'une unité de numération et que le résultat fait apparaître un nombre supérieur à 9, alors la conversion vers l'unité de numération supérieure est réalisée (exemple : 8 dizaines et 3 dizaines cela fait 11 dizaines, donc 1 centaine et 1 dizaine).

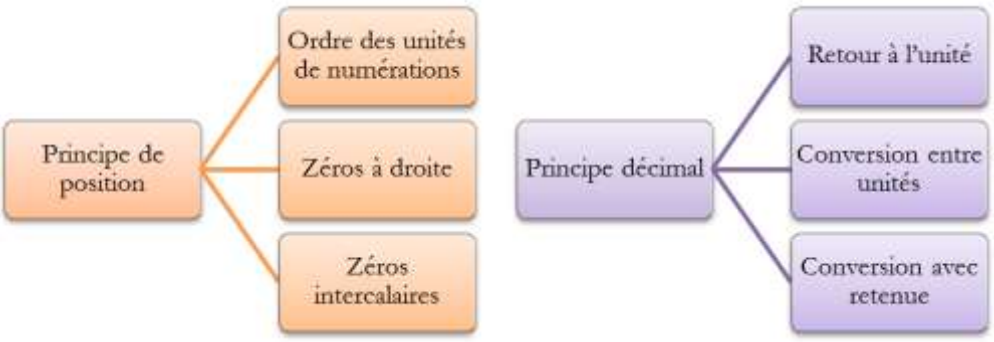


Figure 1 – Six invariants opératoires identifiés dans les procédures des élèves et retenus pour modéliser les conceptions. A gauche, les invariants opératoires relevant du principe de position, à droite, ceux relevant du principe décimal

Notre hypothèse est que les conceptions permettant d'expliquer la plupart des réponses des élèves dans les problèmes de numération sont principalement : une conception « position » qui inclue uniquement les invariants opératoires rattachés au principe de position et une conception retour à l'unité qui utilise essentiellement l'invariant opératoire retour à l'unité.

II - UNE PROPOSITION POUR FAIRE ÉVOLUER LES CONCEPTIONS DES ÉLÈVES

Le projet OCINAEE[1] - Objets Connectés et Interfaces Numériques à l'École Élémentaire - a conçu et étudié des situations d'apprentissage des mathématiques mettant en jeu des objets tangibles et numériques connectés au sein d'un dispositif de réalité mixte. Les objets tangibles sont de type cartes, plateaux de jeu, stylets et ils communiquent avec un environnement numérique, robot et tablettes, par l'intermédiaire d'un téléphone. Quatre jeux mathématiques exploitant les possibilités offertes par le dispositif ont été conçus et sont utilisés par les enseignants et les élèves du LéA CiMéLyon - Lieu d'éducation Associé à l'IFé. Le LéA s'est donné comme objectif d'expérimenter deux des quatre jeux, dont le jeu du Chiffroscope, dans l'objectif d'étudier l'apprentissage de la numération décimale de position ainsi que l'impact de la production de traces écrites et de la collaboration entre élèves sur l'évolution de leurs stratégies de résolution de problème.

1 Le Chiffroscope, un des quatre jeux OCINAEE

L'objectif d'apprentissage du jeu Chiffroscope porte sur la numération décimale de position pour les nombres entiers et les nombres décimaux. Cet objectif se décline en deux situations mathématiques. L'une, mise en œuvre dans le menu Astrophysicien du dispositif, travaille le codage et décodage des nombres à partir de nombres associés à des unités de numération. L'autre, présente dans le menu Gardien, est une situation de dénombrement d'une collection (cardinal jusqu'à plus de 2000 objets) présentée soit unités par unités soit partiellement ou totalement groupée. Chaque situation mathématique repose sur une structure de jeu identique du CP à la 6e. Ce jeu se joue en trois étapes, avec un jeu de cartes (une vingtaine de cartes présentant une sélection de nombres compris entre 0 et 99), un plateau de jeu présentant des colonnes et une zone basse (blanche et inscriptible), deux tablettes et le robot muni de son téléphone.

L'étape 1 (Figure 2) consiste en un tirage de cartes nombres par les joueurs et d'unités de numération associées par le robot. Au premier tirage d'une carte nombre, le robot tire une unité de numération et se déplace sur le plateau pour indiquer à quelle colonne cette unité de numération correspond. Le robot regagne une zone de repos et indique ensuite les unités de numération associées aux cartes tirées, mais ne se déplace plus pour indiquer la colonne du plateau qui correspond à cette unité.



Figure 2 – Étape 1 du Chiffroscope, tirage des cartes nombres et des unités de numération, placement dans le tableau.

L'étape 2 (Figure 3) consiste à chercher le nombre en ayant la possibilité d'indiquer différentes décompositions du nombre et de réaliser des conversions, sur le plateau directement ou sur les tablettes.

[1] OCINAEE, 2014-2016, financement e-education, digiSchool, Awabot, Érasme (Lyon Métropole) et IFÉ-ENS de Lyon.



Figure 3 – Étape 2 du Chiffroscope, différentes décompositions du nombre lors de la recherche de la solution.

L'étape 3 (Figure 4) consiste à écrire le même nombre sur chacune des deux tablettes (incitant les élèves à la collaboration). La réussite est signifiée par la danse de la victoire du robot et la non réussite invite les élèves à revenir à la première étape erronée.

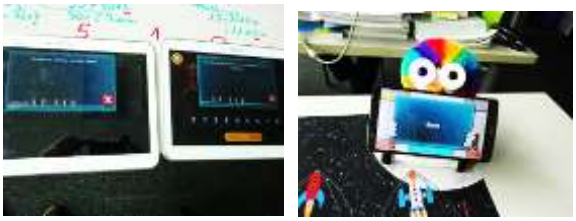


Figure 4 – Étape 3 du Chiffroscope, écriture d'un même nombre sur les deux tablettes.

2 Mobilisation des invariants opératoires relatifs au principe de position

Dans ce jeu, le tableau de numération joue un rôle d'outil dans la résolution de problème. Le plateau de jeu est composé de sept colonnes vierges, non attribuées à des unités de numération. Lors de chaque partie, la colonne utilisée pour les unités simples peut changer, elle n'est pas la plus à droite (Figures 5 et 6). Cela engage les élèves dans le choix de l'attribution des colonnes aux unités de numération donc dans la mobilisation de l'invariant opératoire "ordre" pour réaliser cette attribution. Selon les parties, le plateau peut ne représenter qu'une partie seulement du tableau de numération utile à l'écriture du nombre cherché.



Figure 5 – Les unités de numération ne sont pas toujours positionnées dans les mêmes colonnes et les unités simples pas tout à droite. Toutes les unités de numération ne font pas l'objet d'un tirage (images à droite et à gauche).



Figure 6 – Des élèves placent les unités tout à droite, indépendamment des unités déjà présentes sur le plateau.

Lorsque toutes les unités de numération ne font pas l'objet d'un tirage, l'écriture du nombre nécessite la mise en œuvre de l'invariant opératoire zéros à droite (Figure 5) ou zéros intercalaires, en application du principe de position.



Figure 7 – Tirage de deux cartes dans une même colonne, avec addition et retenue.

Des unités de numération peuvent être associées à plusieurs nombres à un ou deux chiffres (Figure 7). Cette situation entraîne la nécessité d'effectuer des conversions entre unités de numération et requiert alors la mise en œuvre du principe décimal. Lorsqu'une colonne adjacente est vide à gauche (cas du 10 ou du 14 dans la Figure 7), les élèves peuvent obtenir le bon résultat au moment de l'écriture, sans nécessairement mobiliser l'invariant opératoire conversion. Mais lorsque cette conversion produit un nombre dans une unité de numération déjà utilisée ou qui n'est pas celle de plus grand ordre (cas du 32 dans la Figure 7) alors la mobilisation des invariants opératoires conversion entre unités ou conversion avec retenue est nécessaire.

3 Invariants opératoires liés au principe décimal : limite du retour à l'unité avec les grands nombres

Dans les jeux avec de très grands nombres (à partir du million), on peut observer les limites de la stratégie de retour à l'unité, par conversion de chaque nombre associé à une unité de numération en unités simples. Par exemple, le tirage 91 dizaines de millions, 3 millions, 57 centaines de mille, 42 milliers et 8 centaines a pour solution le nombre 918 742 800. La stratégie devient très coûteuse en nombre de calculs, en place nécessaire à leur réalisation et en gestion des zéros (Figure 8), conduisant à de multiples erreurs. Cette stratégie reste cependant robuste car elle est applicable et efficace dans les entiers et permet de trouver le bon résultat lorsqu'il s'agit de petits nombres entiers.

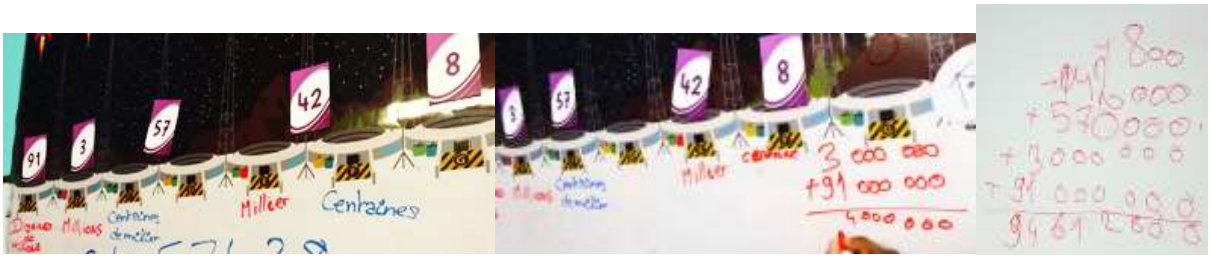


Figure 8 – Stratégie mobilisant l'invariant opératoire retour à l'unité. Erreur des élèves sur la conversion de 57 centaines de mille. Les rétroactions du dispositif permettent de trouver le bon résultat, mais sans modification de la stratégie.

Ces mêmes invariants opératoires peuvent être utilisés pour analyser les réponses d'élèves obtenues dans d'autres types de problèmes que ceux du jeu Chiffroscope. Ils sont aussi utilisables pour analyser les réponses seules, en l'absence de l'observation de la procédure les ayant produites, que ces réponses soient correctes ou pas. En effet, l'utilisation des invariants opératoires permet de décrire la connaissance des élèves, même en cas de réponse erronée et de considérer ces réponses incorrectes comme la manifestation d'une connaissance. Quand l'élève ne sait pas, que sait-il quand même ? En voici deux exemples.

4 Identification d'invariants opératoires liés au principe de position ou au principe décimal à partir de la réponse finale de l'élève

Dans le problème « Quel est le nombre égale à 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille ?», la réponse attendue est 7 500 040. Dans la réponse incorrecte proposée 70 540, les chiffres 7, 5 et 4 sont placés dans l'ordre des unités de numération résultant d'une réorganisation des chiffres par rapport à l'énoncé (Figure 9 à gauche). On peut donc dire que l'invariant opératoire "ordre" a pu être mobilisé dans cette

réponse. Un zéro étant placé aux unités, l'invariant opératoire gestion des zéros à droite semble également expliquer la réponse donnée. Ces deux invariants opératoires relèvent du principe de position.

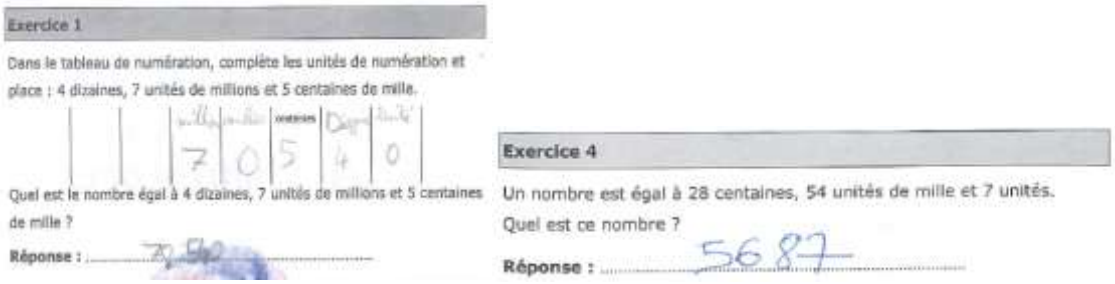


Figure 9 – Productions d'élèves de CM2 (exercices 1 et 4 du diagnostic cycle 3).

La réponse attendue est 56 807. Dans la réponse proposée 5687, incorrecte, la présence du 56 à gauche signale l'ajout de 54 unités de mille et 28 centaines avec une conversion des 20 centaines en 2 unités de mille, ajoutées aux 54 unités de mille (Figure 9 à droite). L'invariant opératoire conversion entre unités adjacentes a pu être mobilisé pour produire cette réponse erronée.

5 Conclusion sur l'analyse des stratégies et réponses des élèves en terme d'invariants opératoires

Ces extraits de parties de *Chiffroscope* montrent comment les caractéristiques du jeu provoquent la mobilisation des invariants opératoires relatifs à la numération décimale de position dans les stratégies de résolution des élèves. A partir des traces de stratégies de résolution, il est possible de déterminer quels invariants opératoires expliquent la stratégie et la réponse et donc de diagnostiquer les conceptions des élèves. Nous faisons l'hypothèse que ce jeu amène les élèves à mobiliser de nouveaux invariants opératoires, notamment ceux relatifs aux zéros et celui relatif à la conversion entre unités, et fait ainsi évoluer leurs conceptions. De plus, à partir de l'observation des réponses finales sans accès aux stratégies de résolution, il est également possible de déterminer quels invariants opératoires ont pu être mobilisés et donc de diagnostiquer ces conceptions.

III - EXPÉRIMENTATION ET MÉTHODOLOGIE

L'expérimentation conduite au cours de l'année 2018-2019 a eu comme objectif de répondre à la question suivante : « Comment évoluent les connaissances en numération décimale de position des élèves qui jouent au jeu du *Chiffroscope* ? » Cette question a été reformulée en termes de conception et déclinée en deux questions complémentaires :

- Quelle est l'évolution des conceptions et de la maîtrise des deux principes de numération d'un élève utilisant le jeu *Chiffroscope* au cours de l'année scolaire ?
- Peut-on voir une différence dans l'évolution des conceptions des élèves selon qu'il y a l'utilisation du *Chiffroscope* ou pas ?

Pour répondre à ces deux questions, la méthodologie mise en place s'appuie sur la comparaison des conceptions des élèves avant et après utilisation du jeu du *Chiffroscope* selon deux modalités distinctes : l'une qui suit les élèves au cours d'une année selon une méthodologie de recherche orientée par la conception, l'autre avec un essai randomisé qui compare les résultats des élèves qui ont utilisé le *Chiffroscope* avec ceux d'un groupe contrôle. Dans les deux cas, un même diagnostic (voir annexe) a été passé à plusieurs reprises par les élèves, avant et après l'utilisation du jeu *Chiffroscope*. Les diagnostics proposent des exercices présentés dans des livrets papiers, qui permettent de déterminer les conceptions des élèves relatives à la numération décimale en s'appuyant sur les invariants opératoires identifiés dans les réponses finales (exemples d'exercices en Figure 9).

1 Modalité 1 de la méthodologie : recherche orientée par la conception au sein d'un LéA

Un collectif d'enseignants et de chercheurs (Croquelois et al., 2019) a été constitué avec le LéA CiMéLyon, pour élaborer les diagnostics, les modalités d'utilisation du jeu et analyser les résultats, selon une méthodologie de recherche orientée par la conception (Coob, Confrey, diSessa, & Schauble, 2003 ; Sanchez & Monod-Ansaldi, 2014) : en 2018-2019, 18 enseignants, dont certains ont participé à la conception des jeux, et 356 élèves de cycle 2[2] et cycle 3[3], du CP à la 6e, étaient impliqués dans le LéA. Dans cette modalité, les mêmes diagnostics ont été passés en tout début d'année, avant l'utilisation du Chiffroscope et en fin d'année scolaire par tous les élèves des classes du LéA (Figure 10). Les enseignants ont entre-temps enseigné la numération décimale, en utilisant le jeu comme bon leur a semblé et selon leur progression annuelle.

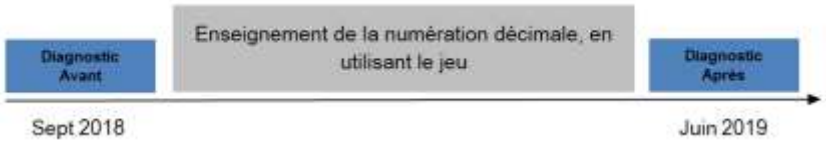


Figure 10 – Calendrier du déroulement de l'expérimentation au sein du LéA CiMéLyon.

Sur les 356 élèves du LéA en 2018-2019 seulement 236 élèves ont passé entièrement les deux diagnostics (avant et après), ce qui représente une perte de données de l'ordre de 32% (Figure 11). De plus, l'effectif des élèves de CP[4] étant trop faible pour en tirer des résultats valides, l'analyse porte finalement sur 103 élèves de cycle 2 (CE1 et CE2) et 114 élèves de cycle 3 (CM1, CM2 et 6e) ayant passé la totalité des deux diagnostics, soit 217 élèves (Figure 10).

	Nombre d'élèves sept 2018	Nombre d'élèves ayant passé le diagnostic en entier en début d'année	Nombre d'élèves ayant passé le diagnostic en entier en début et en fin d'année
CP			19
Cycle 2 hors CP	189	144	103
Cycle 3	167	168	114
Total	356	312	336

Figure 11 – Effectifs d'élèves dans le LéA (modalité 1) ayant participé aux diagnostics.

2 Modalité 2 de la méthodologie : essai randomisé avec groupe contrôle

Une autre modalité de la méthodologie a consisté en un essai randomisé avec groupe contrôle[5]. Sur une période de deux fois cinq semaines, elle a concerné 30 enseignants et 715 élèves de CE2 et CM1. Elle a permis de comparer les résultats d'élèves ayant utilisé le *Chiffroscope* aux résultats d'élèves n'ayant pas utilisé le jeu au cours de la même période. Tous les élèves et enseignants participant à cette expérimentation ont utilisé le jeu, mais au cours de sessions décalées dans le temps (Figure 12). Une première moitié des participants, déterminée par tirage au sort parmi l'ensemble des enseignants recrutés pour cette modalité, a utilisé le jeu au cours de la première session (cohorte A, janvier-février 2019), l'autre moitié au cours de la seconde session (cohorte B, mars-avril). Les diagnostics ont été passés par tous les élèves au début et à l'issue de chaque session. Dans ce cadre, les enseignants et leurs élèves étaient

[2] Le cycle 2 français couvre trois années de scolarité, CP, CE1 et CE2. Il correspond aux degrés primaires 2, 3 et 4 de la Suisse Romande pour les élèves de 5-6 ans en CP, 6-7 ans en CE1 et 7-8 ans en CE2.

[3] Le cycle 3 français couvre trois années de scolarité, deux en primaire CM1 et CM2, et une dans le secondaire, 6e de collège. Il correspond aux classes primaires 5, 6 et 7 de la Suisse Romande pour les élèves de 8-9 ans en CM1, 9-10 ans en CM2 et 10-11 ans en 6e.

[4] Élèves de 5 à 6 ans

[5] Essai réalisé en partenariat avec I. Atal du CRI, Centre de Recherches Interdisciplinaires, Paris 5.

extérieurs au LéA et n'ont pas participé à ses travaux. Mais à l'issue de l'essai, les enseignants qui l'ont souhaité ont pu rejoindre le LéA.

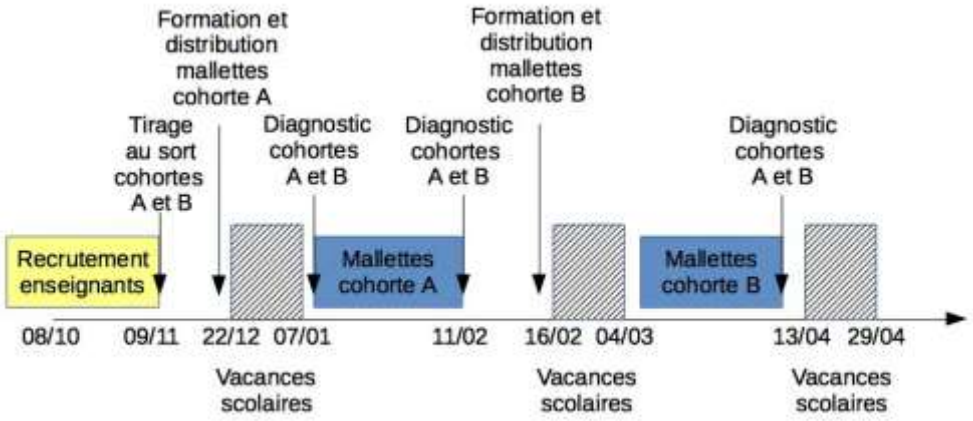


Figure 12 – Organisation de l'expérimentation Chiffroscope selon une méthodologie de type essai randomisé avec groupe contrôle

3 Diagnostics avant/après enseignement avec le *Chiffroscope*

Quatre diagnostics différents, aux exercices similaires, ont été conçus et utilisés pour ces deux modalités de l'expérimentation : un même diagnostic pour les 715 élèves de CE2 et de CM1 de l'essai randomisé, un diagnostic pour les CP du LéA, un diagnostic pour les autres élèves de cycle 2 (CE1-CE2) du LéA et un diagnostic pour les élèves du cycle 3 du LéA. Ces quatre diagnostics comportent le même type d'exercices permettant d'identifier la mobilisation par les élèves des mêmes invariants opératoires (Figure 13). Dans le cadre du LéA, ils constituent un élément de continuité entre tous les élèves, du cycle 2 au cycle 3. Le diagnostic utilisé dans l'essai randomisé correspond à une partie des exercices des diagnostics utilisés dans le LéA.

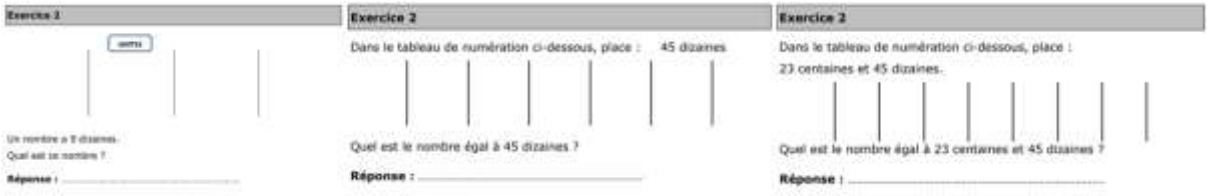


Figure 13 – Exercice 2 du diagnostic LéA. A gauche, énoncé CP, au centre, énoncé CE1&CE2, à droite énoncé cycle 3.

Les exercices 1 et 3 des diagnostics du LéA permettent d'identifier plus particulièrement la mobilisation du principe de position. Les exercices 2 et 4 nécessitent des conversions et permettent d'identifier plus particulièrement la mobilisation du principe décimal associé au principe de position.

IV - RÉSULTATS

1 Évolution des conceptions des élèves au cours d'une année scolaire d'utilisation du *Chiffroscope*

Nous présentons les résultats issus de la modalité 1 en donnant d'abord les taux de réussite aux exercices, en distinguant les deux cycles. Nous présentons ensuite les analyses en terme d'invariants opératoires, permettant d'identifier l'évolution des conceptions des élèves. La modalité retenue permet d'identifier l'évolution des conceptions de chaque élève mais pas de déterminer le rôle propre de l'usage du jeu *Chiffroscope*.

Les résultats des élèves progressent pour les quatre exercices et tous les cycles (Figure 14). Les exercices 1 et 3, dont la résolution mobilise spécifiquement le principe de position enregistrent des meilleurs scores

et des meilleures progressions (+24% et +50% en cycle 2). Les exercices 2 et 4, qui mobilisent eux, également le principe décimal sont moins bien réussis que les autres, quelque soit le cycle (taux inférieur à 30%). Les résultats des élèves de cycle 2 ont fortement progressé dans les exercices 1 et 3, +24% et +50% mobilisant le principe de position pour arriver aux meilleurs taux à un taux de réussite élevé (64% et 71%). La progression est moins forte pour les résultats des élèves de cycle 3 (meilleure progression +21% pour l'exercice 2). Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus par Tempier (2016) qui montrent que le principe de position est mieux maîtrisé par les élèves que le principe décimal.

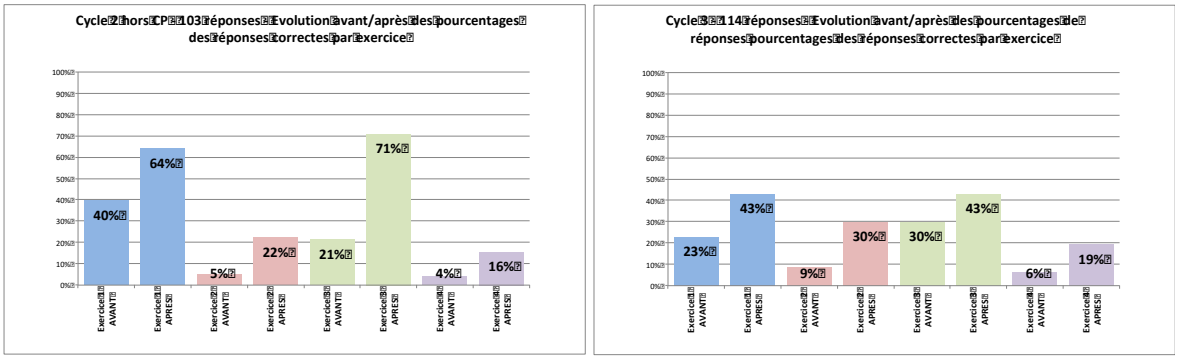


Figure 14 – Pourcentage de réponses correctes avant et après utilisation du jeu, exercice par exercice, (cycle 2 à gauche, cycle 3 à droite).

L'évolution positive du taux d'absence de réponse aux exercices entre le début de l'année scolaire et la fin montre que tous les élèves (cycle 2 et cycle 3) sont plus facilement rentrés dans la tâche ou ont mieux compris les exercices lors de la deuxième passation (Figure 15). Pour les élèves de cycle 2, à propos des exercices 2 et 4 qui mobilisent le principe décimal, la chute significative du taux d'absence de réponse (baisse de 36% pour l'exercice 2 et de 19% pour l'exercice 4) peut s'expliquer par le fait que les élèves maitrisent mieux ce principe, pour deux raisons : d'une part, grâce à l'utilisation du jeu et, d'autre part, par un enseignement plus explicite de ce principe par les professeurs du LéA du fait de leur participation aux travaux du groupe. Pour les élèves de cycle 3, la baisse du taux d'absence de réponse est bonne mais moins forte, partant d'un niveau déjà plus bas. Ceci montre que les élèves de cycle 3 sont moins surpris par la confrontation à des exercices mobilisant le principe décimal dès le début de l'année. Enfin, le taux d'absence de réponse dans les diagnostics après enseignement est équivalent quelque soit le cycle : 6-7% pour l'exercice 1, 12-13% pour l'exercice 2, 11%pour l'exercice 3 et 15% ou 18% pour l'exercice 4. Ceci pose la question de l'existence d'un "taux incompressible" d'élèves qui ne répondent pas à un exercice.

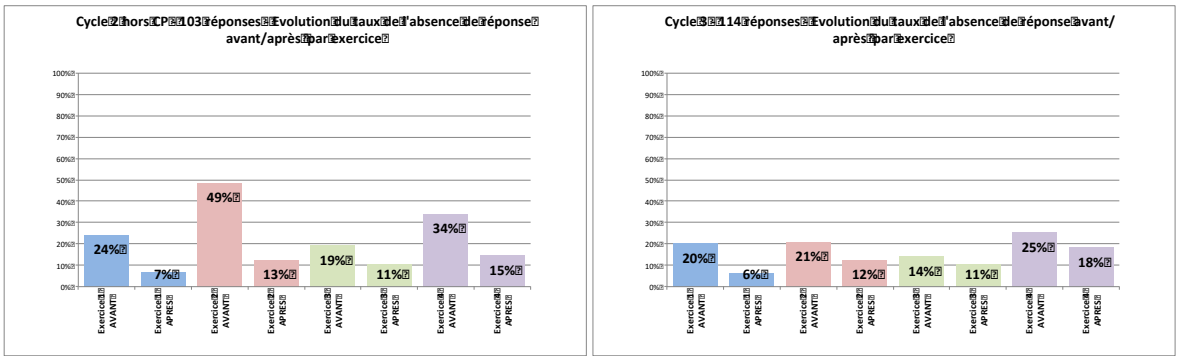


Figure 15 – Évolution du taux d'absence de réponse, exercice par exercice, au cycle 2 à gauche, au cycle 3 à droite.

Un quart à un tiers des élèves de cycle 3 ont appris le principe de position au cours de l'année, puisqu'ils réussissent les exercices 1 et 3 après enseignement (Figure 16, ligne 1) alors qu'ils les avaient échoués avant. Mais, fait étonnant, pour des élèves, jusqu'à 10% d'entre eux, c'est l'inverse qui se produit : ils échouent en fin d'année après avoir réussi en début d'année, comme s'ils avaient désappris au cours de l'année. Les enseignants du LéA, impliqués dans l'analyse ont pu apporter des explications à cette observation : les élèves se seraient démobilisés lors du passage du deuxième diagnostic, ayant reconnu qu'ils avaient déjà fait ces mêmes exercices. Une autre explication résiderait dans le moment de passage du diagnostic en

toute fin d'année loin dans le temps de la séquence d'apprentissage. En revanche, le pourcentage d'élèves qui ont désappris le principe décimal est nettement plus faible (pour les exercices 2 et 4, les échecs après avec réussite avant s'élèvent à 3% et 4%, Figure 16, ligne 2). Cela montrerait que, si le principe décimal est plus difficile à acquérir pour les élèves, une fois qu'il l'est, il est plus stable.

Cycle 3	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
NON REUSSI AVANT REUSSI APRES ↗	30%	24%	25%	17%
REUSSI AVANT NON REUSSI APRES ↘	10%	3%	11%	4%

Figure 16 – Pourcentage d'élèves de cycle 3 modifiant leur réussite entre les deux diagnostics (évolution positive en ligne 1 et évolution négative en ligne 2)

1.1 Évolution de la mobilisation des invariants opératoires « ordre» et « conversion entre unités » dans les réponses correctes ou erronées des élèves

En cycle 2, pour tous les exercices, l'évolution entre le début et la fin de l'année du pourcentage de réponses, correctes ou non, pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire ordre est importante (de +8% à +42% selon les exercices). Elle ne l'est pas en cycle 3 puisqu'il n'y a pas d'évolution sauf +20% pour l'exercice 1, mais le niveau est déjà haut (entre 46% et 74%). Cela semble indiquer un apprentissage des élèves de cycle 2 et des connaissances disponibles chez les élèves de cycle 3.

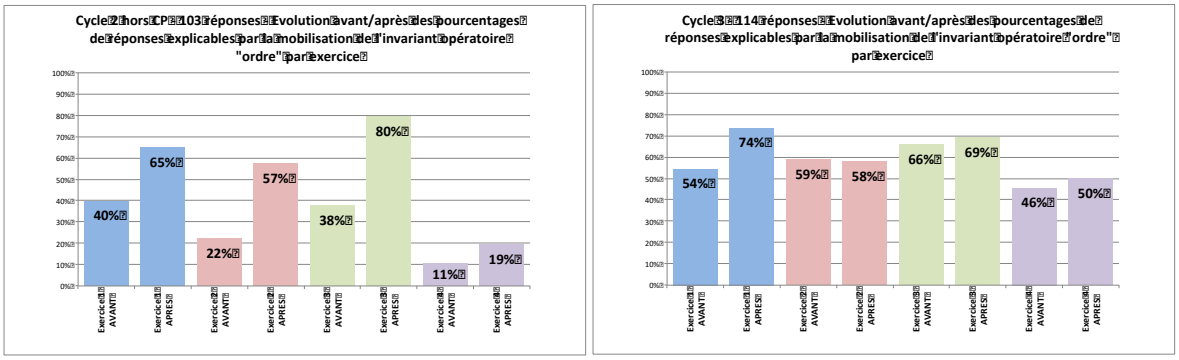


Figure 17 – Pourcentage de réponses explicables par la mobilisation de l'invariant opératoire ordre, exercice par exercice, (à gauche cycle 2 et à droite cycle 3).

Par ailleurs, il est intéressant de constater que cet invariant opératoire intervient dans de nombreuses réponses erronées des élèves. En effet, en comparant les résultats en terme de réponses correctes uniquement (Figure 14) et ceux corrects ou pas mais manifestant la mobilisation de l'invariant opératoire ordre, il y a un différence très importante en cycle 2 pour les exercices 2 et 4 et en cycle 3 pour tous les exercices. Par exemple en cycle 2, à la fin de l'année, il n'y a que 22% de réponses correctes à l'exercice 2, mais 57% des réponses peuvent s'expliquer par la mobilisation de l'invariant opératoire ordre. Pour le cycle 3 en fin d'année, l'exercice 1 n'obtient que 43% de réponses correctes, mais 74% des réponses s'expliquent par la mobilisation de l'invariant opératoire ordre. Pour les exercices 2 et 4, portant sur le principe décimal, les réussites sont basses (30% et 19%) mais c'est plus de la moitié des réponses qui mobilisent le principe de position. Ainsi, en cycle 3, les élèves mobilisent l'invariant opératoire ordre pour tous les exercices, même lorsqu'ils produisent une réponse erronée.

Au final, les élèves de cycle 2 ont bien appris l'ordre des unités de numération au cours de l'année et ceux de cycle 3 le mobilise régulièrement. Cela montre aussi que l'enseignement des professeurs du LéA, incluant que l'utilisation du jeu, contribue à faire évoluer positivement les conceptions des élèves relativement au principe de position, à travers la gestion de l'ordre des unités de numération.

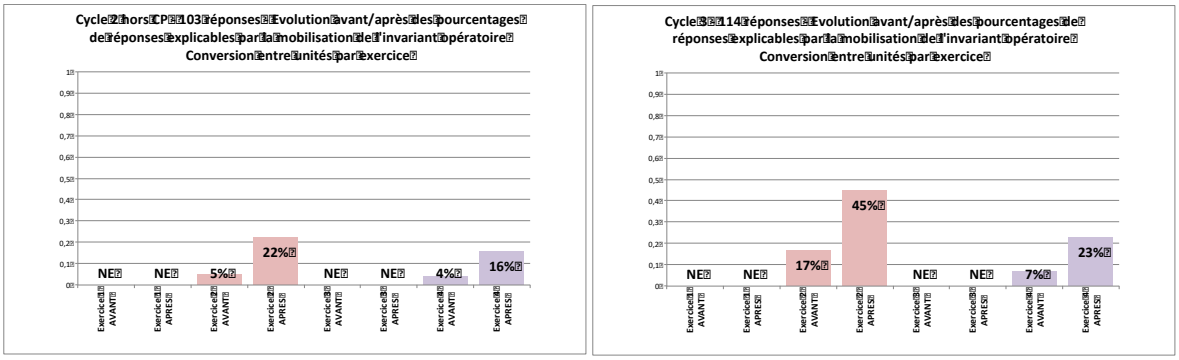


Figure 18 – Pourcentage de réponses pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire Conversion entre unités, exercice par exercice, selon le niveau (cycle 2 ou cycle 3), NE pour non–évaluable.

En ce qui concerne l'invariant opératoire conversion entre unités, relevant du principe décimal et seulement testé dans les exercices 2 et 4, il y a une progression (de +14% à +28%) mais le taux de manifestation de cet invariant opératoire dans les réponses reste faible après enseignement. La progression montre que l'utilisation du jeu et l'enseignement des professeurs permet de confronter les élèves et de faire évoluer leurs conceptions, mais ces résultats montrent également que cet invariant opératoire est plus difficile à attraper pour les élèves. Il est également plus complexe à enseigner car la mobilisation de cet invariant repose sur des procédures qui ne sont pas toujours visibles dans les traces des élèves. Pour les élèves de cycle 3, la progression des résultats relative à cet invariant opératoire est plus importante que pour les élèves de cycle 2 (exercice 2, évolution de +28% pour cet invariant opératoire alors que la réponse correcte n'évolue que de +21%). De plus, le taux de réponses pouvant résulter de la mobilisation de cet invariant est également bien supérieur chez les élèves de cycle 3 (45% et 23%) que chez les élèves de cycle 2 (22% et 16%). Ceci montre que la mobilisation de l'invariant opératoire "conversion entre unités" semble relever davantage du cycle 3.

1.2 Concurrence entre les deux principes, disparition des invariants opératoires de position lorsque les conversions sont à l'œuvre

Dans cette modalité d'expérimentation, les résultats montrent une évolution positive des connaissances des élèves, notamment relatives au principe de position. Les invariants opératoires caractérisant de conceptions "position" de la numération ("ordre" présenté plus haut, "zéros intercalaires" et "zéros à droite" présentés en annexe), expliquent plus les réponses des élèves que ceux relatifs au principe décimal. En fin d'année après enseignement, ils expliquent de 65% à 80% des réponses correctes ou pas. En revanche, lorsque l'exercice incite les élèves à utiliser les conversions entre unités, les invariants opératoires relevant de la position ne sont plus aussi bien mobilisés. Il semble que les élèves soient accaparés par les conversions et n'arrivent plus à appliquer ce qu'ils savent du principe de position. Nous faisons l'hypothèse qu'une fois le principe décimal maîtrisé, le principe de position redevienne correctement mobilisé également. Même pour des professeurs avertis, il est plus difficile de faire évoluer les conceptions des élèves relatives au principe décimal, peut être à cause du fait que la mobilisation des invariants opératoires relevant de ce principe est moins facilement visible dans les réponses finales des élèves et nécessite l'accès aux processus de résolution. Enfin, au vu des résultats, la maitrise du principe décimal caractérise une connaissance de la numération qui n'est pas celle des élèves de cycle 2.

2 Évolution des réussites des élèves utilisant le jeu du *Chiffroscope* pendant cinq semaines

Dans cette modalité, les résultats des élèves de la cohorte A qui ont utilisé le jeu pendant cinq semaines (entre les temps t_0 et t_1) sont comparés à ceux des élèves de la cohorte B sur la même période. Au cours de la seconde période (entre les temps t_1 et t_2), les élèves de la cohorte B utilisaient le jeu alors que ceux de la cohorte A ne l'avaient plus.

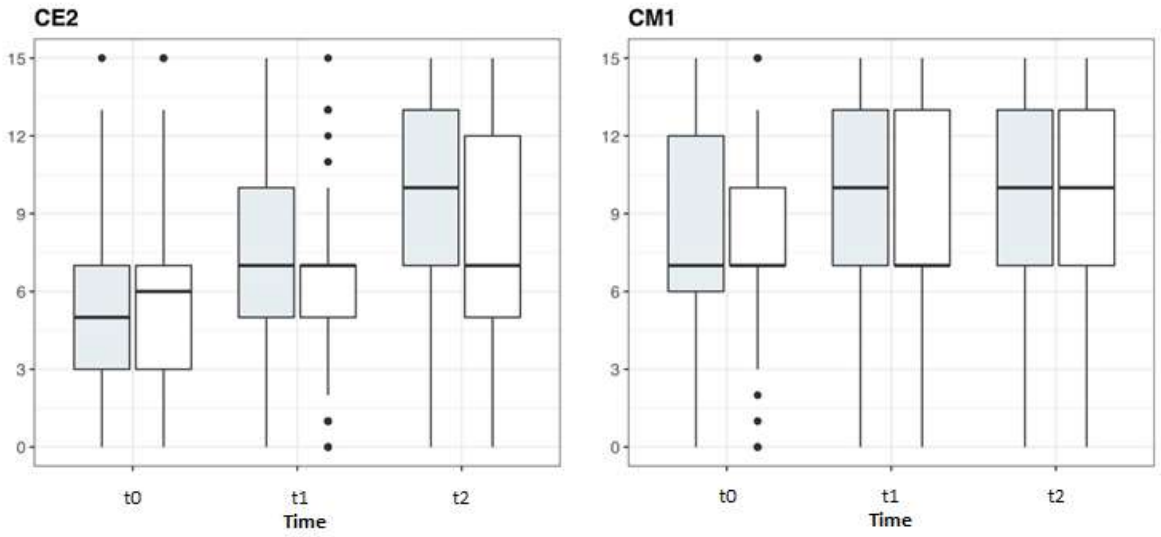


Figure 19 – Score obtenu par les élèves de CE2 et de CM1 aux 7 exercices du diagnostic en t0, en t1 et en t2. Cohorte A en gris et cohorte B en blanc. La médiane est représentée par la barre horizontale en gras et le rectangle indique les résultats de la moitié des élèves (2e [6] et 3e [7] quartiles).

D'après leurs résultats au 1er diagnostic, avant utilisation du jeu, on peut considérer que les cohortes A et B sont équivalentes pour les élèves de CE2 mais pas pour les élèves de CM1 (Figure 19, valeurs pour t_0). Chez les élèves de CE2, les médianes et les résultats des 2e et 3e quartiles des cohortes A et B sont égaux (de 2 à 4 réponses correctes, médiane à 3). Chez les élèves de CM1, les médianes sont égales mais les résultats sont plus dispersés pour la cohorte A (les élèves des 2e et 3e quartiles donnent entre 3 et 6 réponses correctes) que pour la cohorte B (les élèves des 2e et 3e quartiles donnent 4 ou 5 bonnes réponses). L'évolution des résultats au cours du temps est plus visible pour les CE2 que pour les CM1 mais ne semble pas pouvoir être directement attribuable à l'utilisation du jeu. En effet, pour les CE2, la médiane des deux cohortes augmente de la même manière, d'un point entre t_0 et t_1 alors que seule la cohorte A dispose du jeu, puis augmente encore seulement pour la cohorte A alors qu'elle ne dispose plus du jeu. En CM1, si l'on regarde uniquement la médiane, son augmentation se fait bien pour la cohorte A lorsqu'elle a le jeu (+1 point entre t_0 et t_1, c'est à dire un exercice correct en plus) puis pour la cohorte B lorsqu'elle a le jeu entre t_1 et t_2. Mais dans tous les cas, l'augmentation n'est que d'une bonne réponse. Cela ne permet pas de conclure à l'intérêt spécifique du jeu.

Si l'on s'intéresse aux résultats des élèves des 2e et 3e quartiles des deux cohortes (la moitié de la classe qui ne sont ni les élèves qui réussissent le mieux ni ceux qui échouent le plus), la différence d'évolution n'est pas beaucoup plus marquée au moment de l'utilisation du jeu. Pour les CE2, le 2e et le 3e quartiles de la cohorte A progressent entre t_0 et t_1, puis entre t_1 et t_2, alors que pour la cohorte B le 2e quartile progresse mais pas le 3e qui plafonne à 4 bonnes réponses entre t_0 et t_1 et progresse plus nettement entre t_1 et t_2 au moment de l'utilisation du jeu (4 réponses correctes en t_1 et entre 4 et 6 réponses correctes en t_2). Pour les CM1, c'est le 2e quartile qui a des résultats qui progressent avec le jeu et stagnent sans le jeu (cohorte A de 3 à 4 bonnes réponses en t_0 puis 4 à 5 bonnes réponses en t1, alors que le même quartile reste à 4 bonnes réponses pour la cohorte B) puis stagnent entre t_1 et t_2 pour la cohorte A et augmentent pour la cohorte B de 4 bonnes réponses en t_1 à 4 ou 5 bonnes réponses en t_2. L'évolution des résultats du 3e quartile n'est pas clairement visible. Il y a plutôt une stabilité des résultats, entre 4 et 6 bonnes réponses. On peut noter que c'est le seuil inférieur qui progresse avec l'utilisation du jeu (il passe de 4 à 5 bonnes réponses entre t_0 et t_1 pour la cohorte A, alors qu'il reste à 4 pour la cohorte B et il passe de 4 à 5 pour la cohorte B entre t_1 et t_2, alors qu'il stagne à 5 pour la cohorte A). Il y a peut être un effet de seuil pour ces élèves qui ont déjà de bons résultats dès t_0 pour les deux cohortes.

[6] les 25% des élèves en-dessous de la médiane

[7] les 25% des élèves au-dessus de la médiane

2.1 Focus sur un exercice « 23 centaines et 45 dizaines » nécessitant l'utilisation du principe décimal

L'examen en détail de l'exercice 6 du diagnostic nécessitant le recours au principe décimal permet de conclure plus positivement sur l'apport du jeu pour les CE2. L'exercice 6 demande de trouver le nombre qui correspond à 23 centaines et 45 dizaines. Les stratégies de résolution mobilisent soit une conversion en unités simples (23 centaines = 2300 et 45 dizaines = 450) puis une addition, soit une conversion entre unités adjacentes (40 dizaines = 4 centaines à additionner avec les 23 centaines déjà présentes) puis le principe de position. La réponse attendue est 2 750. En t_0 en CE2, il est réussi par moins de 10% des élèves de chaque classe de la cohorte A, par moins de 10% des élèves de la moitié des classes de la cohorte B, l'autre moitié des classes culmine à moins de 30% de réussite (Figure 20). Dans les deux cas il y a des classes pour lesquelles aucun élève ne réussit. En CM1, on observe une différence entre les deux cohortes à t_0, avec une médiane à 35% de réussite des élèves d'une classe de la cohorte A alors que la médiane est à moins de 20% de réussite des élèves d'une classe de la cohorte B.

En CE2, entre t_0 et t_1, l'évolution est nette pour la cohorte A alors que la cohorte B stagne. La progression des classes de la cohorte A continue entre t_1 et t_2 et celle des classes de la cohorte B démarre entre t_1 et t_2, ce qui pourrait être imputable à l'utilisation du jeu. Ce qui se passe pour les CM1 est plus surprenant. Entre t_0 et t_1, la progression des classes de la cohorte A semble moins importante que celle de la cohorte B qui n'a pas les jeux puisque partant de moins bons scores, la moitié des classes de la cohorte B qui réussissent le mieux (à plus de 45% de bonnes réponses) rejoint la moitié des classes de la cohorte A qui réussissent le mieux. Entre t_1 et t_2, les résultats des deux cohortes semblent stagner voire baisser, à part une classe de la cohorte B qui passe à près de 90% d'élèves en réussite. Il est nécessaire d'étudier plus précisément les valeurs pour comprendre la progression ou pas de chaque classe et de chaque élève, car les cohortes ne sont constituées que de peu de classes de CM1 (cohorte A, 8 puis 6 puis 5 classes, cohorte B stable avec 7 classes).

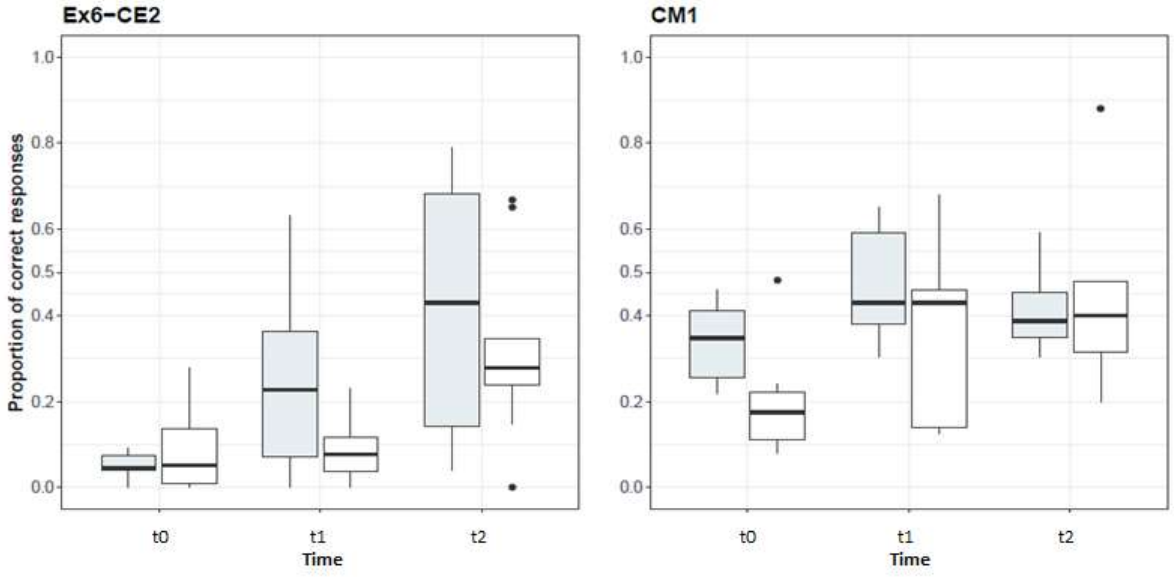


Figure 20 – Répartition des classes selon la proportion de réponses correctes à l'exercice 6 par classe. En CE2 effectifs à t_0, 8 classes A, 9 classes B, t_1 7 classes A et 9 classes B, en t_2 6 classes A et 9 classes B. En CM1 effectif à t_0, 8 classes A, 7 classes B, t_1 6 classes A et 7 classes B, en t_2 5 classes A et 7 classes B.

2.2 Très grand nombre de réponses incorrectes différentes

Il est très intéressant de noter la grande variété des réponses incorrectes fournies par les élèves. Si cinq ou six réponses incorrectes différentes représentent près de 50% des réponses incorrectes données par les élèves pour chaque exercice, il reste un nombre très important de réponses incorrectes différentes, d'une soixantaine de réponses différentes pour les exercices 2 ou 4 à 160 réponses incorrectes différentes données pour l'exercice 5 ! Le nombre de réponses incorrectes pour les exercices 1 à 7 est respectivement de 72, 66,

71, 65, 160, 137, 108. L'enjeu didactique est de pouvoir améliorer l'analyse a priori afin d'identifier parmi ces réponses celles qui signifient la mobilisation de l'un ou l'autre des deux principes de la numération (c'est-à-dire explicables par la mise en œuvre d'un ou de plusieurs des invariants opératoires présentés ci-dessus). Cela permettrait de caractériser les conceptions et de mesurer les apprentissages y compris dans les réponses erronées.

2.3 Une évolution des résultats contrastée entre les CE2 et les CM1

Contrairement à notre hypothèse d'homogénéité des connaissances des élèves en CE2 et CM1, au moment où l'enseignement de la numération décimale de position pour les entiers est terminé et qu'elle peut être considérée comme acquise, les résultats des élèves obtenus dans l'essai randomisé avec groupe contrôle montre une nette différence entre ces deux niveaux d'élèves. Pour les élèves de CE2, les résultats s'améliorent au cours de l'intervention qui consiste à utiliser le jeu du *Chiffroscope*, nettement par rapport à ceux qui ne l'ont pas. Cette amélioration se poursuit une fois que les élèves ne disposent plus du jeu. Ce n'est pas le cas des élèves de CM1, qui démarrent avec un score meilleur mais qui ne l'améliorent pas significativement lorsqu'ils utilisent le jeu et ne l'améliorent pas mieux avec ou sans le jeu.

Les résultats ne montrent pas clairement l'avantage de l'utilisation du jeu du *Chiffroscope* par rapport aux autres moyens d'enseignement de la numération décimale qui ont pu être déployés pas les enseignants pendant cette modalité de l'expérimentation. Ce premier résultat semble en contradiction avec le ressenti exprimé par les enseignants quant à la réussite de leurs élèves et l'intérêt qu'ils manifestent vis-à-vis du jeu et de l'expérimentation. Le questionnaire mis en place en direction des enseignants indique que 14 enseignants sur 23 pensent que les compétences de leurs élèves en numération ont évolué grâce au jeu, 9 sur 23 pensent qu'il s'agit d'une évolution naturelle, seuls 4 enseignants sur 23 pensent que les compétences en numération de leurs élèves n'ont pas évolué.

Ce constat nous amène à interroger plusieurs aspects de la méthodologie retenue pour cette modalité. D'abord la mise en œuvre de la méthodologie : l'expérience s'est-elle bien déroulée selon ce qui était planifié et produisant les données nécessaires à l'analyse ? Ensuite la méthodologie elle-même : les choix de diagnostic et de critères permettent-ils vraiment de mesurer les apprentissages des élèves ou faudrait-il s'y prendre autrement pour les identifier ? Puis la mise en œuvre du jeu par les enseignants : le jeu est-il utilisable en classe en condition réelle pour permettre les apprentissages ? Enfin les caractéristiques du jeu lui-même : les parties jouées sont-elles suffisantes pour permettre aux élèves d'apprendre la notion prévue ? L'analyse des résultats semble donc devoir se nuancer au travers de ces différents éléments.

3 Conclusion de l'expérimentation : résistance de la conception « position » de la numération

Une évolution des conceptions des élèves de cycle 2 et cycle 3 est visible au cours de l'utilisation du jeu pour les deux modalités. Cependant, si elle peut résulter de l'utilisation du jeu pour les CE2, l'expérimentation n'en apporte pas la preuve pour les CM1.

L'évolution des conceptions des élèves est visible, pour passer d'une conception « position » mobilisant des invariants opératoires ordre et gestion des zéros, à une conception « décimale » intégrant l'invariant opératoire conversion entre unités, observable par exemple par un accroissement du nombre de classes dont la réussite de l'exercice 6 concerne plus de 50% des élèves. Mais les analyses des résultats obtenus par cette modalité de l'expérimentation sont en cours et ne permettent pas encore de tracer les progrès des élèves en termes de conception. Les valeurs obtenues avec les moyennes de réussite par classes sont insuffisantes pour conclure.

Le travail du principe décimal, qui n'est que peu traité par les enseignants d'après les travaux de recherche récents de Houdement et Tempier (2019), n'est pas encore au cœur de toutes les stratégies des élèves utilisant le jeu du *Chiffroscope*. Lorsqu'il l'est, c'est la stratégie de retour à l'unité, avec l'invariant opératoire retour à l'unité, qui est mobilisée bien qu'elle rencontre ses limites. Cette stratégie n'est pas équivalente à celle qui consiste à convertir entre unités et il semble donc nécessaire de distinguer au moins trois conceptions. Une conception « position » sans invariant opératoire rattaché au principe décimal. Une deuxième conception « retour à l'unité » inclut l'invariant opératoire « conversion à l'unité » sans autres invariants opératoires relatifs à la numération en particulier au principe décimal. Une troisième

conception « décimale » inclut au moins les invariants opératoires conversion entre unité ceux relatifs à la gestion des zéros. Quant à l'invariant opératoire conversion avec retenue, il n'a pas pu être mesuré dans cette expérimentation et n'est donc pour le moment inclus dans aucune des trois conceptions.

V - CONCLUSION

Pour rendre opérationnelle l'analyse didactique des connaissances des élèves en numération décimale de position, nous avons choisi d'identifier ce que savent les élèves quand bien même leurs réponses ne sont pas correctes. Pour cela, nous avons défini des invariants opératoires identifiables dans les stratégies de résolution des élèves pour rendre opérationnelle l'analyse des connaissances des élèves en numération, en terme de principe de position et de principe décimal. Pour le principe de position, nous avons distingué trois invariants opératoires qui permettent de repérer la façon dont les élèves savent gérer l'ordre des unités de numération et les zéros, qu'ils soient à droite aux unités et dizaines ou intercalés entre d'autres unités de numération. Pour le principe décimal, les trois invariants opératoires que nous avons définis caractérisent les connaissances des élèves sur les conversions : retour à l'unité, conversion entre unités et conversion avec retenue. A l'aide de ces invariants opératoires, nous avons pu analyser les principales stratégies de résolution des élèves, à partir de l'observation des résolutions ou bien des réponses finales.

1 Stratégies, invariants opératoires et conceptions relatives à la numération décimale de position

Malgré les nombreuses erreurs, la stratégie de retour à l'unité, qui consiste à transformer toutes les informations en unités simples puis à faire une addition, est résistante. Les élèves n'éprouvent pas le besoin de remplacer cette stratégie, rassurante, par une stratégie plus générale qui serait plus efficace sur les grands nombres et valide sur les décimaux. Une des limites de l'expérimentation est surement de n'avoir pas mesuré l'évolution des conceptions de la numération décimale avec les nombres décimaux.

Nous proposons de distinguer chez les élèves trois conceptions relatives à la numération décimale de position, selon qu'elle inclut ou pas certains de ces invariants opératoires. La conception « position » n'inclut que les trois invariants relatifs à la position, la conception « retour à l'unité » n'inclut que l'invariant retour à l'unité et la conception « décimale » inclut quatre invariants opératoires, les trois relatifs à la position et l'invariant conversion entre unités (qui permet aussi la conversion à l'unité simple).

La conduite de l'analyse nous amène à faire plusieurs remarques à propos des invariants opératoires et à énoncer une hypothèse. Nous avons identifié six invariants opératoires distincts, car directement liés aux principes de la numération. Mais les stratégies et les réponses des élèves pourraient être mieux modélisés en enrichissant cette première liste avec des invariants n'ayant qu'un domaine de validité restreint, conduisant la plupart du temps à des réponses erronées. Par exemple, décaler les unités de numération à droite, sommer les nombres disponibles, inverser les unités de numération ou juxtaposer chiffres ou nombres sont observés dans les stratégies de résolution des élèves. Ils pourraient générer de nouveaux invariants opératoires relatifs à la résolution de problèmes de numération pour enrichir les conceptions déjà identifiées ou caractériser de nouvelles conceptions. Par ailleurs, si les invariants opératoires liés au principe position sont les plus travaillés dans les classes, c'est peut être parce qu'ils sont plus faciles à observer, en particulier dans la réponse finale des élèves. Nous nous sommes rendus compte qu'ils ne nécessitent pas d'observer toute la procédure pour pouvoir être identifiés, contrairement aux invariants opératoires du principe décimal.

Enfin, nous voulons conclure sur le décalage entre le ressenti positif des enseignants et l'évolution des conceptions des élèves mesurée expérimentalement. Les enseignants sont bien plus positifs sur les progrès de leurs élèves que ce que montre l'expérimentation. Cela suscite des questions : les exercices des diagnostics ont-ils mesuré effectivement les apprentissages des élèves en numération ? Les progrès d'un quart ou un tiers des élèves est-il décevant expérimentalement et pourtant très significatif pour les enseignants ? Au delà des résultats, les enseignants sont positifs sur les apports de l'expérimentation. Ils évoquent une dynamique de travail différente, des élèves qui osent davantage produire une réponse,

éléments non mesurés par les diagnostics en place. Ils témoignent du fait que le jeu a transformé le tableau de numération en un outil de numération, utilisé comme un outil pour résoudre des problèmes, en suivant des règles pour leur nécessité mathématique et pragmatique et non pour respecter des injonctions arbitraires. Les enseignants évoquent également dans leur grande majorité une évolution de leurs pratiques consécutive à la prise de conscience que le jeu a provoqué chez eux.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Bachelard, G. (1934). *Le nouvel esprit scientifique*. Paris, Presses Universitaires de France.

Balacheff, N., & Margolinas, C. (2005). CK¢ Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In C. Margolinas & A. Mercier (Éd.), *École d'Été de Didactique des Mathématiques* (p. 1-32). La pensée Sauvage Grenoble.

Chambris, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? *Grand N 89. p.39-69*.

Coob, P., Confrey, J., diSessa, A., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher, 32*(1), 9-13.

Croquelois, S., Martinez, J.-L., Rabatel, J.-P., & Soury-Lavergne, S. (2019). Du projet collaboratif à la formation : Continuité des apprentissages et de l'enseignement de la numération du cycle 2 au cycle 3. *Actes du 46e colloque de la COPIRELEM*. Présenté à Lausanne, Suisse.

Houdement, C., & Tempier, F. (2019). Understanding place value with numeration units. *ZDM, 51(1), 25-37*.

Mandin, S., De Simone, M., & Soury-Lavergne, S. (2016). Robot moves as tangible feedback in a mathematical game at primary school. In M. Merdan, W. Lepuschitz, G. Koppensteiner, & R. Balogh (Éds.), *Robotics in Education : Research and Practices for Robotics in STEM Education* (p. 245-257). Springer International Publishing.

Rabatel, J.-P., & Soury-Lavergne, S. (2017). Faire des mathématiques avec des cartes et un robot, le projet OCINAEE. *XXXXIIIe colloque de la COPIRELEM*, 265-278. Le Puy-en-Velay.

Sanchez, E., & Monod-Ansaldi, R. (2014). Recherche collaborative orientée par la conception. Un paradigme méthodologique pour prendre en compte la complexité des situations d'enseignement-apprentissage. *Éducation et didactique*, *9*(2), 73-94.

Soury-Lavergne, S. (2016). *Duos of artefacts, connecting technology and manipulatives to enhance mathematical learning*. Présenté au 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburg, Germany.

Tempier, *F*. (2016). Composer et décomposer : Un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, *98*, 67-90.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2.3), 133-170.

Vergnaud, G. (2011). Au fond de l'action, la conceptualisation. Dans : Jean-Marie Barbier éd., *Savoirs théoriques et savoirs d'action* (pp. 275-292). Paris, France: Presses Universitaires de France.

VII - ANNEXE 1 : DIAGNOSTICS DU LÉA (MODALITÉ 1)

Diagnostic Cycle 2

Prénom : ..... Classe : .....
Ecole : .....

Avant-Après utilisation du jeu Chiffroscope



Cycle 2 – CE1/CE2

Exercice 1

Dans le tableau de numération ci-dessous, complète les unités de numération et place : 7 unités et 4 dizaines.

		dizaines			

Quel est le nombre égal à 7 unités et 4 dizaines ?

Réponse : .....

Exercice 2

Dans le tableau de numération ci-dessous, place : 45 dizaines

Quel est le nombre égal à 45 dizaines ?

Réponse : .....

Exercice 3

Un nombre est égal à 6 unités et 3 centaines.
Quel est ce nombre ?

Réponse : .....

Exercice 4

Un nombre est égal à 38 dizaines et 27 unités.
Quel est ce nombre ?

Réponse : .....

Exercice 5

Dans le nuage, combien y a-t-il de tickets au total, y compris ceux dans les carnets et les enveloppes ?

Réponse : ..... **tickets.**



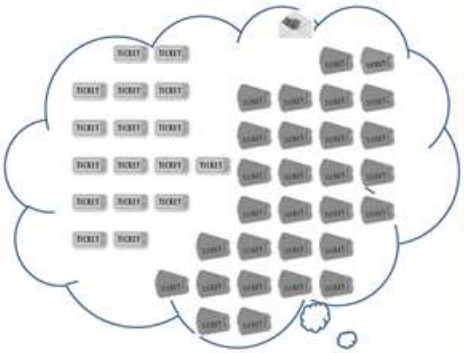
Légende :
- un ticket seul
- un carnet contient dix tickets
- une enveloppe contient dix carnets



Exercice 6

En rangeant les tickets dans les carnets et les carnets dans les enveloppes, combien d'enveloppes y aura-t-il dans le nuage ?

Réponse : ..... **enveloppes.**



Légende
- un ticket seul
- un carnet contient dix tickets
- une enveloppe contient dix carnets



Exercice 7

Le robot a besoin de 615 tickets.
Combien doit-il commander d'enveloppes, de carnets et de tickets seuls ?

Réponse : Le robot doit commander .....

.....

.....

.....

Légende
- un ticket seul
- un carnet contient dix tickets
- une enveloppe contient dix carnets

Exercice 8

Le robot a besoin de 380 tickets mais il n'y a plus que des carnets.
Combien de carnets doit-il commander ?

Réponse : Le robot doit commander .....

.....

.....

.....

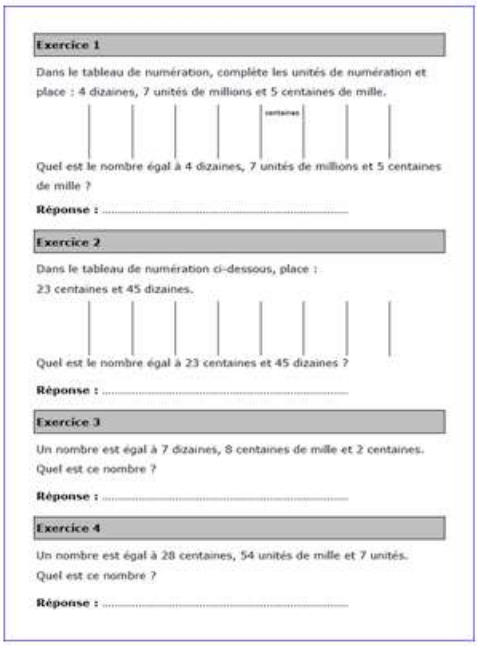
Légende
- un ticket seul
- un carnet contient dix tickets
- une enveloppe contient dix carnets

Diagnostic Cycle 3


Prénom : ..... Classe : .....
Ecole : .....

Avant-Après utilisation du jeu Chiffroscope

Cycle 3


Exercice 1

Dans le tableau de numération, complète les unités de numération et place : 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille.

centaines

Quel est le nombre égal à 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille ?

Réponse : .....

Exercice 2

Dans le tableau de numération ci-dessous, place :
23 centaines et 45 dizaines.

Quel est le nombre égal à 23 centaines et 45 dizaines ?

Réponse : .....

Exercice 3

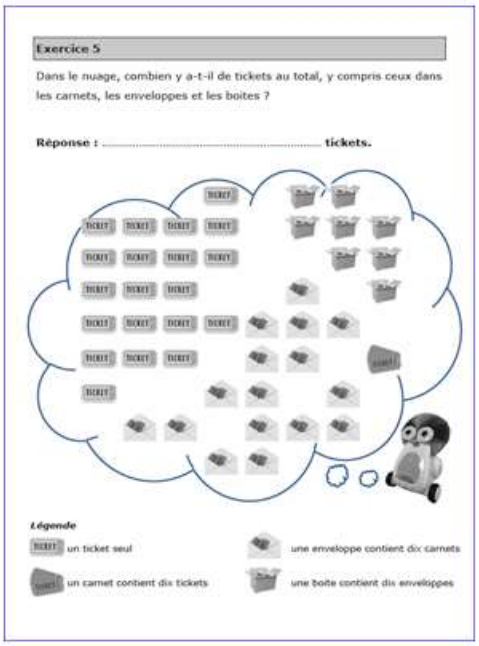
Un nombre est égal à 7 dizaines, 8 centaines de mille et 2 centaines.
Quel est ce nombre ?

Réponse : .....

Exercice 4

Un nombre est égal à 28 centaines, 54 unités de mille et 7 unités.
Quel est ce nombre ?

Réponse : .....


Exercice 5

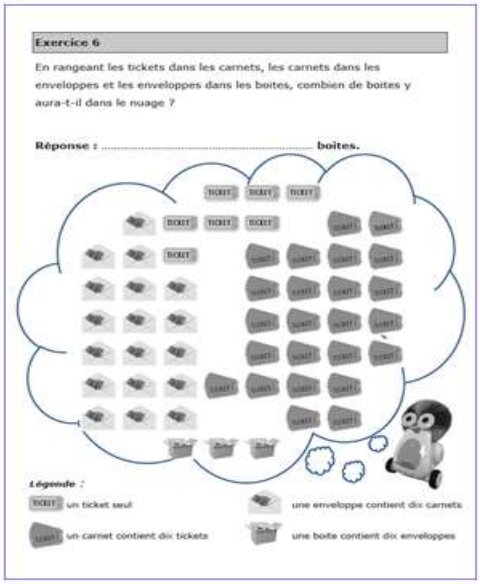
Dans le nuage, combien y a-t-il de tickets au total, y compris ceux dans les carnets, les enveloppes et les boites ?

Réponse : ..... **tickets.**

Légende

un ticket seul — une enveloppe contient dix carnets

un carnet contient dix tickets — une boite contient dix enveloppes


Exercice 6

En rangeant les tickets dans les carnets, les carnets dans les enveloppes et les enveloppes dans les boites, combien de boites y aura-t-il dans le nuage ?

Réponse : ..... **boites.**

Légende :

un ticket seul — une enveloppe contient dix carnets

un carnet contient dix tickets — une boite contient dix enveloppes


Exercice 7

Le robot a besoin de 2 615 tickets.
Combien doit-il commander de boites, d'enveloppes, de carnets et de tickets seuls ?

Réponse : Le robot doit commander .....

Légende

un ticket seul — une enveloppe contient dix carnets

un carnet contient dix tickets — une boite contient dix enveloppes


Exercice 8

Le robot a besoin de 1 390 tickets mais il n'y a plus que des carnets.
Combien de carnets doit-il commander ?

Réponse : Le robot doit commander .....

Légende :

un ticket seul — une enveloppe contient dix carnets

un carnet contient dix tickets — une boite contient dix enveloppes

VIII - ANNEXE 2 : DIAGNOSTIC DE L'ESSAI RANDOMISÉ AVEC GROUPE CONTRÔLE (MODALITÉ 2) DIAGNOSTIC CE2-CM1



Nom Prénom : .....
Date : .....
Ecole : .....

Avant-Après le jeu

Exercice 1

Quel est le nombre égal à 9 dizaines, 3 unités, 5 milliers et 2 centaines ?
Réponse : .....

Exercice 2

Quel est le nombre égal à 1 centaine et 6 milliers ?
Réponse : .....

Exercice 3

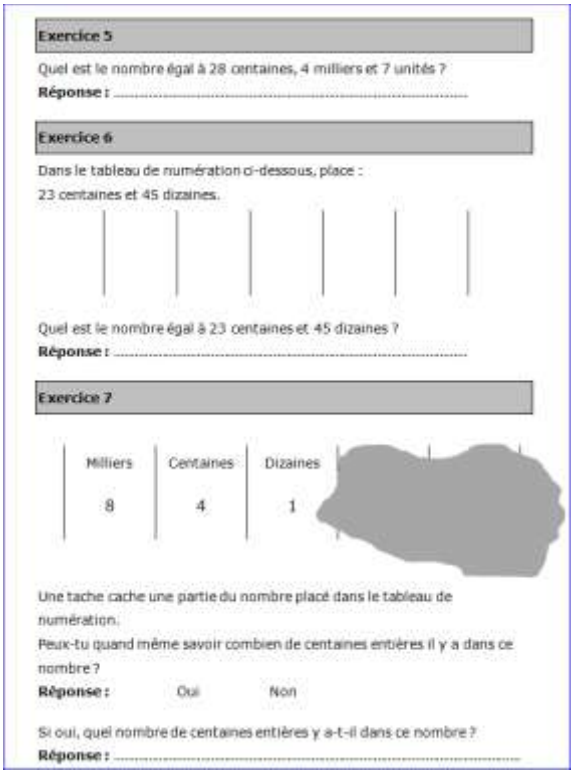
Quel est le nombre égal à 7 dizaines et 8 milliers ?
Réponse : .....

Exercice 4

Dans le tableau de numération, complète les unités de numération et place 1 unité et 5 milliers.

centaines

Quel est le nombre égal à 1 unité et 5 milliers ?
Réponse : .....



Exercice 5

Quel est le nombre égal à 28 centaines, 4 milliers et 7 unités ?
Réponse : .....

Exercice 6

Dans le tableau de numération ci-dessous, place :
23 centaines et 45 dizaines.

Quel est le nombre égal à 23 centaines et 45 dizaines ?
Réponse : .....

Exercice 7

Milliers	Centaines	Dizaines
8	4	1

Une tache cache une partie du nombre placé dans le tableau de numération.
Peux-tu quand même savoir combien de centaines entières il y a dans ce nombre ?
Réponse : Oui Non

Si oui, quel nombre de centaines entières y a-t-il dans ce nombre ?
Réponse : .....

IX - RÉSULTATS DES ÉLÈVES DU LÉA (MODALITÉ 1)

CE1 / CE2

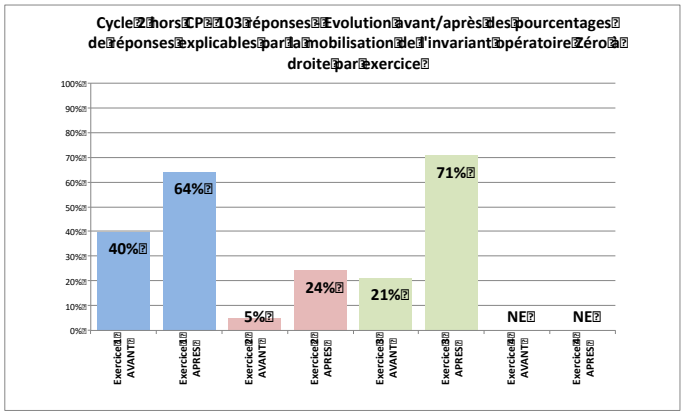
	Réponse Correcte	Ordre	Zéros à Droite	Zéros intercalaires	Retour à l'unité	Conversion entre unités adjacentes	Conversion avec retenue
Exercice 1 AVANT	40%	40%	40%	40%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 1 APRES	64%	65%	64%	64%	1%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 2 AVANT	5%	22%	5%	5%	Non Evalué	5%	Non Evalué
Exercice 2 APRES	22%	57%	24%	22%	Non Evalué	22%	Non Evalué
Exercice 3 AVANT	21%	38%	21%	21%	1%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 3 APRES	71%	80%	71%	71%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 4 AVANT	4%	11%	Non Evalué	4%	0%	4%	Non Evalué
Exercice 4 APRES	16%	19%	Non Evalué	16%	0%	16%	Non Evalué

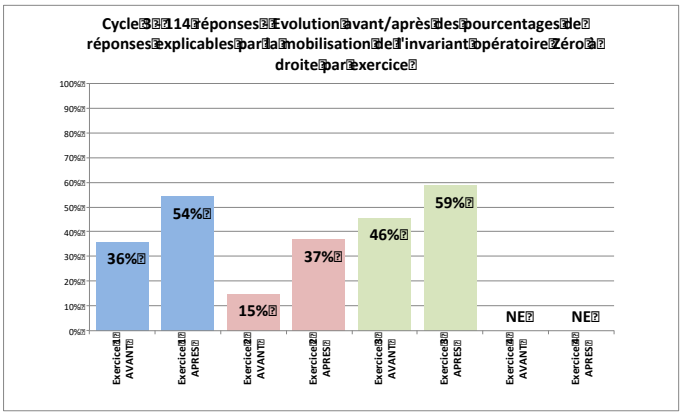
Cycle 3

	Réponse Correcte	Ordre	Zéros à Droite	Zéros intercalaires	Retour à l'unité	Conversion entre unités adjacentes	Conversion avec retenue
Exercice 1 AVANT	23%	54%	36%	23%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 1 APRES	43%	74%	54%	43%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 2 AVANT	9%	59%	15%	11%	2%	17%	Non Evalué
Exercice 2 APRES	30%	58%	37%	32%	2%	45%	Non Evalué
Exercice 3 AVANT	30%	66%	46%	30%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 3 APRES	43%	69%	59%	43%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 4 AVANT	6%	46%	Non Evalué	12%	0%	7%	Non Evalué
Exercice 4 APRES	19%	50%	Non Evalué	26%	0%	23%	Non Evalué

1 Invariant opératoire zéro à droite

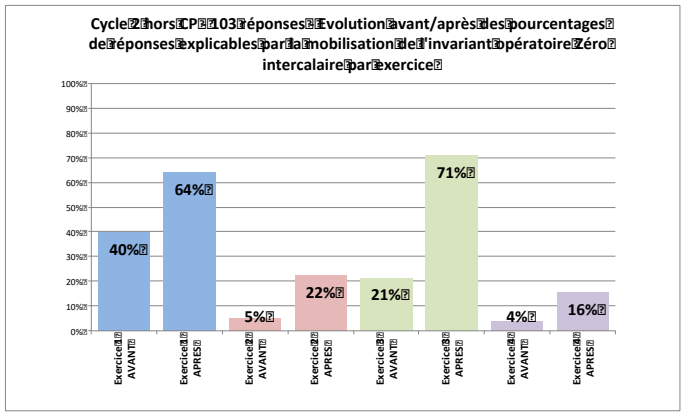
Pourcentage de réponses pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire « **Zéro à droite** », exercice par exercice, selon le niveau (cycle 2 ou cycle 3).

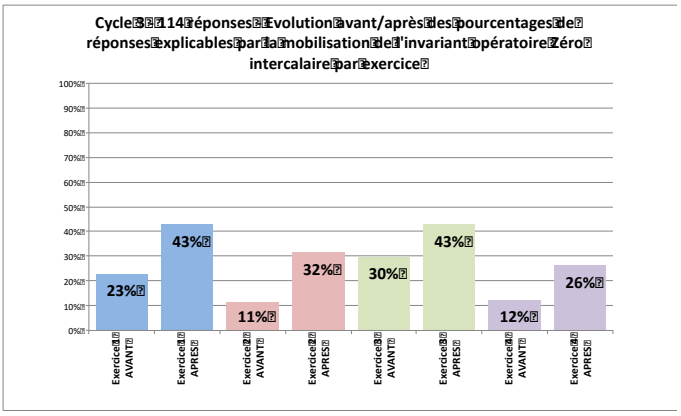




2 Invariant opératoire zéro intercalaire

Pourcentage de réponses pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire « **ordre** », exercice par exercice, selon le niveau (cycle 2 ou cycle 3).





LA CO-CONSTRUCTION DE DISPOSITIFS DE FORMATION À DISTANCE : LA SPIRALE DE DORDOGNE

Catherine TAVEAU
PESPE, ESPE D'AQUITAINE
catherine.taveau@u-bordeaux.fr

Résumé
Depuis 2014, la formation continue des professeurs d'école doit comporter 9h de formation à distance, parmi les 18h dédiées aux animations pédagogiques. Dans ce cadre, une réflexion puis une expérimentation ont débuté en Dordogne, sur « Comment construire, via une alternance distanciel-présentiel, une formation didactique en mathématiques, de qualité, pas trop éloignée des pratiques des professeurs des écoles ? ». Cette communication vise à présenter l'outil de formation que nous avons développé à savoir une spirale construite autour de situations de références et permettant l'acquisition de compétences ciblées. Ce travail est le fruit d'un travail collaboratif au sein du groupe départemental de la Dordogne qui devient un lieu de formation de formateurs, en même temps qu'un lieu de co-construction d'outils de formation. La question qui reste cruciale est liée à la capacité d'appropriation de ces ressources par les professeurs d'école et le suivi réalisé par les formateurs pour permettre l'amélioration des pratiques en mathématiques.

I - INTRODUCTION

Depuis 2014, face à l'injonction ministérielle d'imposer 9h de formation à distance, parmi les 18h dédiées aux animations pédagogiques, de nombreux parcours de formation dit m@gistère ont été construits, d'abord nationalement puis localement. Les contenus et la démarche proposés, présentant une grande variété de qualités didactiques et pédagogiques, ont dans un premier temps démotivé à la fois les formateurs, assurant le déploiement des dispositifs, et les Professeurs des Ecoles, habitués à la proximité et aux échanges. A partir de ces constatations, fin 2014, une réflexion puis une expérimentation ont débuté en Dordogne, sur "*Comment construire, via une alternance distanciel-présentiel, une formation didactique en mathématiques, de qualité, pas trop éloignée des pratiques des professeurs des écoles ?*".

C'est dans ce cadre que nous avons développé un outil de formation désigné sous le terme de « la spirale de Dordogne » (Taveau 2019). Cet outil est construit autour de situations de références résistantes et vise l'acquisition de compétences ciblées. Cet outil est devenu le référent pour tous les formateurs de la Dordogne pour la formation en mathématiques du cycle 1 au cycle 3, et sera présenté ici autour de la construction du nombre et de la numération.

Dans cette communication, j'aborderai en premier lieu un rapide état des lieux de la Formation Continue puis je présenterai l'outil de formation « la Spirale » et son intégration dans les dispositifs m@gistère. Je finirai par mes interrogations sur la pertinence et la qualité de ce type de formation. La question, qui reste cruciale, est liée à la capacité d'appropriation de ces ressources par les Professeurs des Ecoles et le suivi réalisé par les formateurs pour permettre l'amélioration des pratiques en mathématiques.

II - ÉTAT DES LIEUX DE LA FORMATION CONTINUE EN FRANCE

Avant 2005

Avant les années 2005, la formation continue des professeurs des écoles (PE) était de 36 semaines pour toute leur carrière. Chaque département proposait alors des plans de formation départementaux et les PE s'y inscrivaient en fonction de leur choix personnels (et pas des besoins observés ou recensés par les conseillers départementaux ou Inspecteurs de l'Éducation Nationale). Ce plan de formation émanait des

IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maitres) en lien avec les DSDEN (Direction Scolaires Départementale de l'Education Nationale) mais les IUFM étaient maître d'œuvre. Les stages étaient de 4 semaines, puis de 3 semaines puis de 2 semaines en alternance avec des stages filés, un jour par semaine en fonction de l'évolution des stages des professeurs des écoles stagiaires (PE2). La sélection des participants se faisaient sur barème et donc c'est essentiellement en fin de carrière que les PE obtenaient leur choix de stage. Par ailleurs, les professeurs ne choisissaient pas les stages en fonction de leurs difficultés mais en fonction de leur gout personnel. Ainsi, certains en grande difficulté en mathématiques, préféraient opter pour un stage sur le patrimoine de leur région qui leur permettait de combiner tourisme et formation.

De 2005 à 2014

Les instituts de formation sont intégrés à l'université et les stages de formation continue deviennent très dépendants des différentes régions et de leurs ressources financières. Pour des questions budgétaires, certaines régions choisissent de ne plus assurer que les formations statutaires et administratives des fonctionnaires. La priorité est également donnée aux langues vivantes comme l'apprentissage de l'anglais au détriment des apprentissages fondamentaux, liés à l'enseignement du français et des mathématiques.

A partir de 2014

La circulaire de février 2013 refonde les modalités de formation continue des PE.

*À partir de la rentrée scolaire 2013, les modalités de formation continue des enseignants évoluent. Dans le cadre de leurs obligations de service (**circulaire n° 2013-019 du 4-2-2013** publiée au bulletin officiel de l'éducation nationale n° 8 du 21 février 2013), les professeurs des écoles se consacrent durant au moins 9 heures à des actions de formation continue qui peuvent être, pour tout ou partie, réalisées à distance sur des supports numériques*

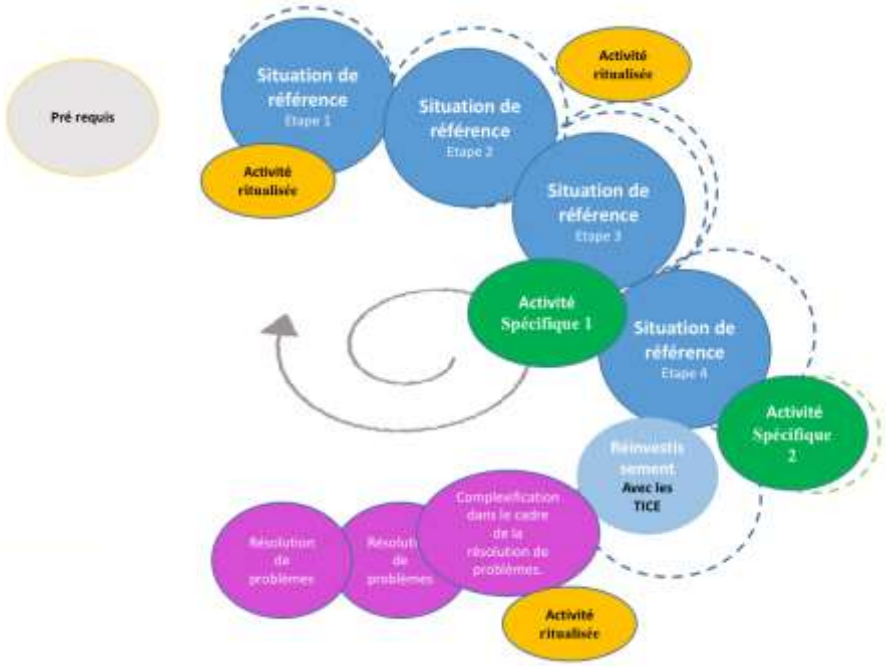
Ainsi la formation est reprise en main par le ministère de l'Education Nationale qui impose à tous les enseignants 9h à distance sur les 18h d'animations pédagogiques. Dans un premier temps, une plateforme nationale, M@gistère, sert de support aux formations. Elle intègre des supports de formation construits par des groupes d'experts au niveau national. Les parcours M@gistère, déployés sur les plateformes académiques, seront mis en œuvre localement par les formateurs qui assureront l'accompagnement des enseignants.

Par la suite, et sous la responsabilité des recteurs et des directeurs académiques des services de l'Éducation Nationale, des parcours de formation issus de travaux départementaux ou académiques peuvent être intégrés à la plateforme M@gistère, après validation par les corps d'inspection, et viennent ainsi enrichir l'offre nationale. D'autres plateformes et parcours agréés enrichiront l'offre de formation. En particulier, les ESPE (Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation) pourront proposer des parcours de formation. M@gistère sera toutefois le seul outil utilisé pour construire les formations continues à distance.

On assiste alors à une effervescence de productions un peu anarchiques qui consistent souvent à mettre sur la plateforme toutes les ressources disponibles sans réelles réflexions sur leur emploi et leur intérêt didactique. C'est alors que, pendant trois ans, notre groupe départemental maths décide de développer une formation au calcul mental (priorité ministérielle) à partir des ressources proposées par la plateforme nationale, puis très vite à partir de ressources construites localement (vidéos de classes, proposition de séquences à mettre en œuvre avant les présentiels, travail spécifique sur les affichages en calcul mental, production de jeux pour les entrainements, etc…) en essayant d'éviter les défauts du M@gistère national qui avaient démotivé les enseignants : incohérences, éloignement, aspects infantilisants...

III - NAISSANCE D'UN OUTIL « LA SPIRALE DE DORDOGNE ».

Suite à ces trois années de formation autour du thème « le calcul mental » et en relation avec les domaines avec des taux d'échecs importants aux évaluations nationales, de nouveaux thèmes vont être abordés : la construction du nombre au cycle 1 et la numération du cycle 2 au cycle 3. Le groupe départemental s'est agrandi puisque la moitié des PEMF du département, les référents numériques, devenus pour mi-temps des référents mathématiques de circonscription (RMC - Villani Torossian) et deux professeurs de mathématiques de collègue le rejoignent. Trois formations de types m@gistère vont être élaborées : la construction du nombre au cycle 1, la numération décimale au cycle 2 et les fractions et décimaux au cycle 3. L'idée de base est de revenir aux sources des situations didactiques. Il s'agit de proposer une séquence d'enseignement qui repose sur des situations de référence, accompagnées d'activités spécifiques et d'activités ritualisées, le tout organisé autour d'un enseignement spiralaire.



La spirale d'enseignement est basée sur :

1. Des situations de références pour la classe (en bleu).
2. Des activités spécifiques (en vert).
3. Des activités ritualisées (en jaune).
4. Des activités de résolution de problèmes complexes (en violet).

« La spirale de Dordogne »

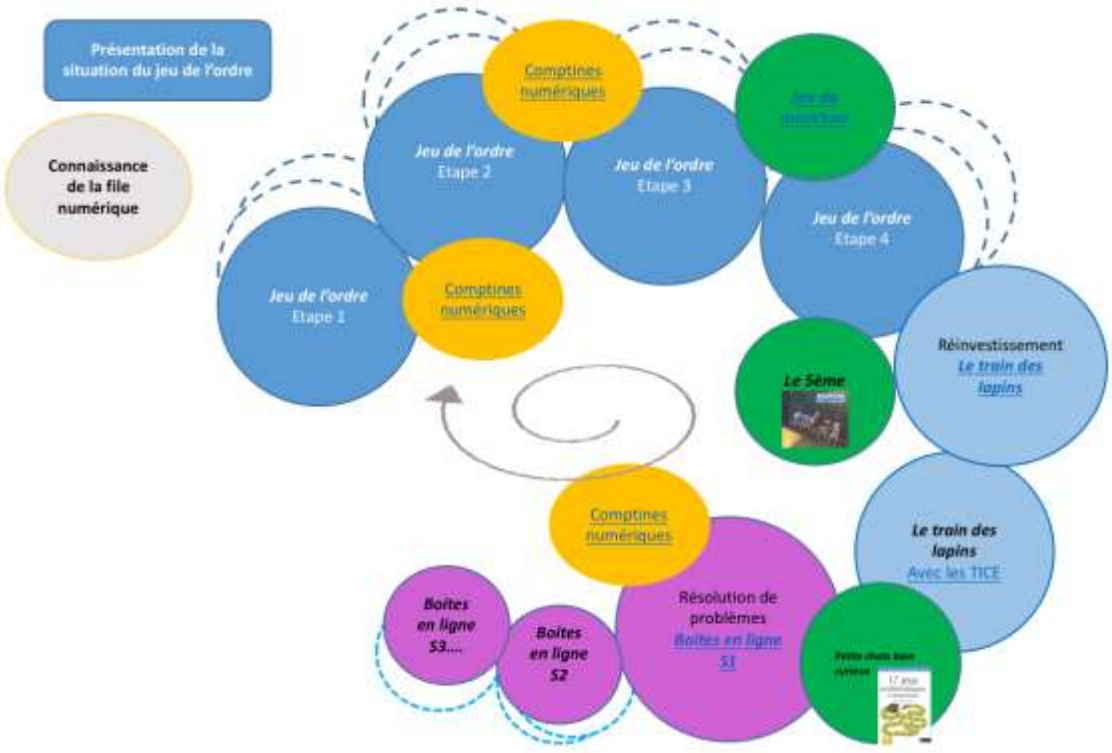
Les situations de référence sont au cœur du dispositif. Il s'agit de situations qui vont être porteuses d'enjeu pour les élèves et qui vont permettre d'aborder une nouvelle connaissance mathématique. Dans leur conception, elles sont proches des situations fondamentales de Brousseau (1986) car elles permettent de générer un apprentissage global sur une notion et des situations emblématiques (Kuzniak-Nechache 2016). Elles ont déjà bénéficié d'une mise en œuvre dans des classes ordinaires et elles peuvent ensuite servir de référence à la fois dans la classe (affichage auquel on se référera régulièrement) et en formation pour associer les principes didactiques et pédagogiques fondamentaux associés à la notion travaillée.

Les activités spécifiques sont des activités qui mobilisent les connaissances construites dans un autre contexte et les activités ritualisées sont des activités de familiarisation et d'entrainement qui travaillent la connaissance en cours ou une connaissance antérieure nécessaire à la bonne acquisition de la connaissance travaillée. Les phases de résolution de problèmes aident, quant à elles, à remobiliser dans des contextes plus complexes les notions acquises. Elles peuvent aussi aider à évaluer de manière diagnostique ou sommative les acquis des élèves sur ces notions.

L'idée est de recentrer l'activité de l'enseignant, en lui fournissant une ressource qui donne du sens à l'apprentissage d'une notion, avec d'une part des situations et activités riches mais aussi en cohérence avec l'enseignement visé. La spirale fournit une progression possible qui doit ensuite être pensée sur la durée de l'année, d'où le spiralaire.

IV - DEUX EXEMPLES DE CONSTRUCTION DE SPIRALE

1 La spirale concernant l'aspect ordinal du nombre



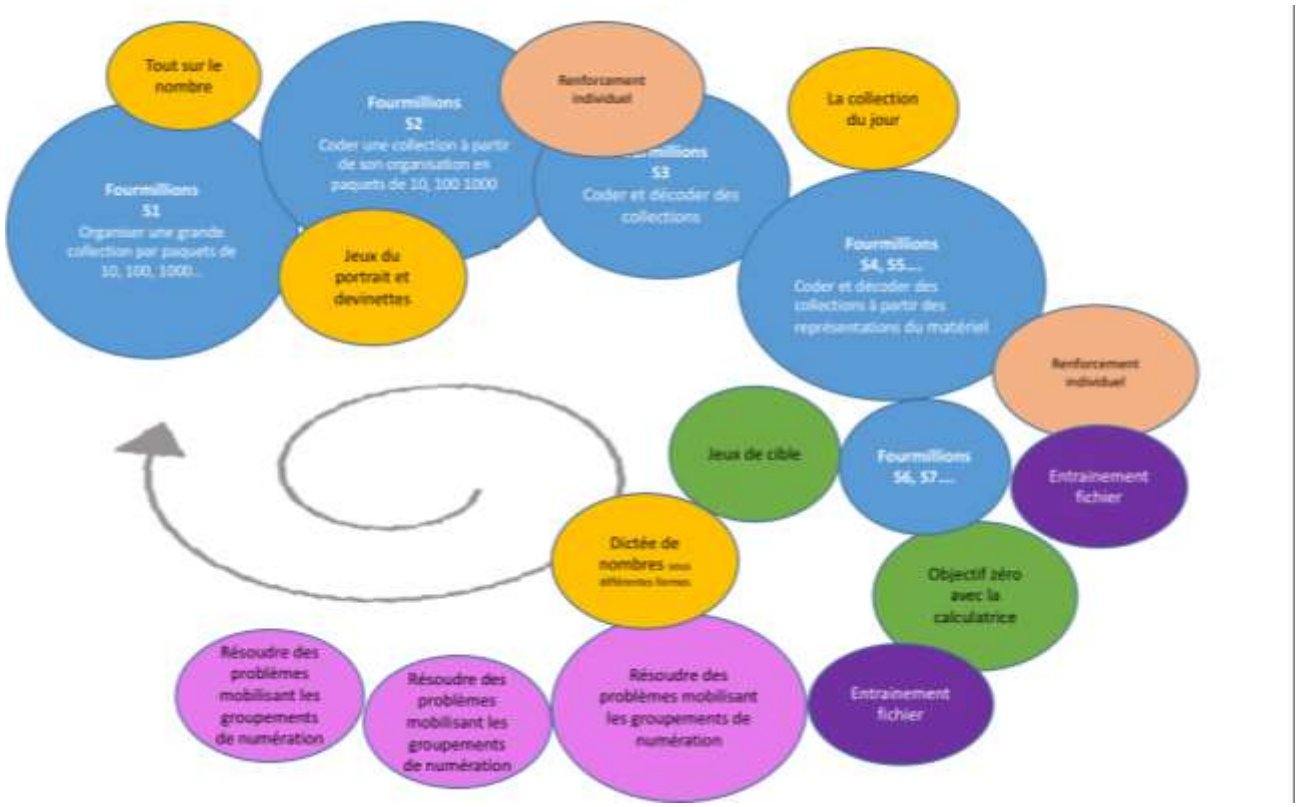
Les pointillés représentés autour des disques, stipulent qu'une même étape peut être reproduite autant de fois qu'il est nécessaire pour certains enfants.

La situation de référence est celle du jeu de l'ordre issue de la « Mallette maternelle -La construction du nombre » élaborée par la COPIRELEM, le CREAD et l'IFE (http://www.arpeme.fr/m2ep/).

Cette situation de référence est complétée par des activités spécifiques, comme le jeu du mouchoir (mallette Copirelem), comme un jeu de société ou l'exploitation d'un album (voir annexes). La notion est remobilisée, plus tard dans l'année, par la situation des boîtes en ligne[1] pour résoudre un problème complexe.

[1] Briand et Salin, (2004) *Apprentissages mathématiques en maternelle*, Hatier.

2 La spirale concernant la numération de position



V - LA PLACE DE LA SPIRALE DANS LE DISPOSITIF DE FORMATION À DISTANCE

Le protocole de formation basée sur la spirale est à profil variable suivant le nombre de séances en présentiel prévues. Les objectifs annoncés pour la formation portent sur la compréhension de l'outil spirale. Cette spirale est dynamique : il est possible d'y ajouter des activités, ou en enlever ou bien encore d'adapter et modifier certaines activités mais à la seule condition de travailler la même compétence. Elle permet de faire comprendre qu'il est nécessaire de construire un fil rouge à la construction de connaissances, de montrer aux enseignants qu'il est préférable d'en faire moins et de le faire mieux. Elle renvoie aussi à une analyse des activités proposées dans les fichiers, surtout en cycle 2, afin de repérer comment ce que nous proposons n'est pas très éloigné de documents didactiques de qualité. Le dynamisme de la spirale, permet aussi aux enseignants de remplacer une activité spécifique par une autre qu'ils mettent en œuvre régulièrement dans leur classe, toujours à condition de viser les mêmes apprentissages. Le but est également de travailler l'organisation de l'enseignement en gardant une cohérence sur tout le cycle d'enseignement. On peut penser que la compréhension de la spirale par tous, permettra une culture commune en mathématiques dans les écoles, et fera peut-être changer les pratiques.

Remarque importante : en Dordogne, tous les enseignants d'un cycle doivent suivre la même formation en mathématiques.

Depuis quatre ans, dans le meilleur des cas, la formation alterne trois phases à distance et deux phases en présentiel correspondant aux 9 heures de formation en mathématiques associé à M@gistère.

Distanciel n°1: Demande de mise en œuvre d'une situation de référence, entièrement détaillée avec le matériel associé fourni. Il est seulement demandé aux enseignants de mettre en œuvre les situations.

Cela permettra, lors du présentiel, un retour sur les expérimentations. Ce distanciel est proposé environ un mois avant le présentiel.

Présentiel n°1 : Discussion et retour sur cette mise en œuvre avec une présentation de la spirale pour situer la situation de référence dans les apprentissages et comprendre l'articulation d'un enseignement sur un thème donné, la numération par exemple. Cette phase est aussi l'occasion d'apporter des ressources concrètes et de récolter les propositions des stagiaires sur des pratiques existantes.

Distanciel n°2 : Demande de poursuivre la séquence de la spirale. Il est demandé aux enseignants d'essayer d'entrer dans la démarche décrite lors du présentiel et de poursuivre la mise en œuvre des différentes ressources proposées. Aucun travail d'échanges entre pairs ou entre les formateurs n'est envisagé puisque le bilan de ce type de demande est plutôt négatif. Peu d'enseignants participaient à ces échanges.

Présentiel n°2 (en Conseil de cycle de Secteur) : échanges sur les difficultés, les aménagements réalisés, et les ajustements faits par les formateurs.

Distanciel n°3 : mise à disposition de l'ensemble des ressources et proposition de programmation sur l'ensemble des périodes des « incontournables ».

La phase de retour et de bilan en présentiel est la plus passionnante pour les formateurs et les formés par la quantité et la richesse des échanges. C'est aussi celle qui suppose les connaissances les plus affutées de la part des formateurs pour pouvoir répondre de la manière la plus adaptée et la plus élaborée aux nombreuses demandes des stagiaires.

VI - VERS UN PREMIER BILAN

Les effets de ce protocole de formation peuvent être envisagés à deux niveaux, celui du groupe de formation et celui des formés.

Par des retours informels (messages envoyés aux formateurs, promotion faite entre pairs de différentes écoles, discussions lors d'autres rencontres), la spirale s'est avérée être un instrument pertinent à la fois pour la formation initiale et la formation continue. Elle permet de cristalliser le processus global de formation sur un thème mathématique en assurant à la fois une perspective globale qui guide l'ensemble du processus et une approche locale qui nourrit les diverses séances que les enseignants doivent mettre en place. Elle donne aux enseignants, notamment les plus jeunes dont les pratiques sont encore peu stabilisées, un bon outil structurant pour la construction dans la durée de séances d'apprentissage.

Par ailleurs, cette forme aisément identifiable, permet de construire une culture commune qui facilite les échanges lors des présentiels et permet ainsi les ajustements en sachant exactement les points d'appui à discuter en relation avec les niveaux d'activités à prévoir.

Au niveau des formateurs, le dispositif suppose une forte implication et un travail approfondi commun sur les différentes ressources qui sont choisies pour figurer dans la spirale. Par contre, pour les formateurs les moins experts en didactique, elle est relativement anxiogène et les entrainent à s'appuyer sur les conférences des formateurs les plus experts pour ensuite les reproduire, à la gestuelle près, lors des présentiels qu'ils animent seuls. À ces limites s'ajoute le fait que ces formations ont souvent lieu le soir après de lourdes journées d'enseignement dans les classes et la réceptivité des enseignants n'est pas toujours présente. Néanmoins, au bout de plusieurs années autour de cet outil, la spirale, on voit nettement des pratiques changer, en relation avec la confiance et la stabilité des outils présentés par les formateurs.

Enfin, et c'est plus généralement, une limite de ce type de formation sur le temps court, le travail de programmation sur un temps long n'est pas réalisé. Par ailleurs, le dispositif ne permet pas de s'assurer du réinvestissement réel des stagiaires dans leur classe et n'assure pas qu'il n'y ait pas de dénaturation

(Houdement and Kuzniak 1996) importante dans la mise en œuvre qui éloignerait des objectifs visés. Le suivi réalisé par les référents mathématiques de circonscription (RMC) permet d'être attentif à ces risques mais ne touche qu'une petite proportion d'enseignants.

Cette formation à distance, couplant distanciel et présentiel, permet de fournir des situations d'apprentissage de qualité aux enseignants. Nous remarquons que petit à petit, certains s'emparent des propositions faites et en sont très satisfaits. Néanmoins les distanciels seraient plus investis si les moments de présentiel n'étaient pas systématiquement prévus après la classe de 17h30 à 19h30. La disponibilité des enseignants est médiocre et le rôle de ces temps en présentiel, devant enrichir les distanciels, n'est pas à la hauteur de nos ambitions. C'est une réelle difficulté.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau,, G. (1986). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2),

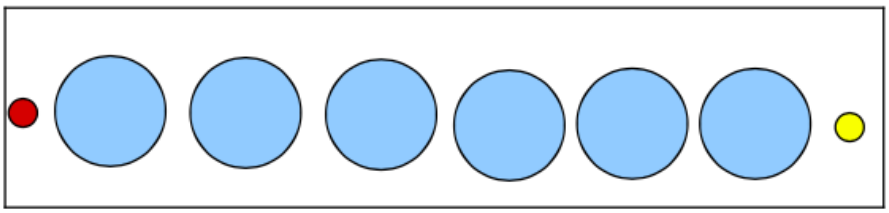
Houdement, C. & Kuzniak, A. (1996). *Recherches en didactique des mathématiques*, 16(2),

Kuzniak, A. & Nechache, A. (2016). Facilitating peer interactions in learning mathematics: Teachers' practical knowledge. In M. J. Høines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proc. 28th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 2* (pp. 191–198). Bergen, Norway: PME.

VIII - ANNEXE

Situation

Un carton avec 6 pots de « compote » collés en ligne, un repère de couleur de chaque côté, un mouchoir à cacher, une bande de carton pour recouvrir les boites en laissant visible les points de repère.



Consigne

« *Regardez où je cache mon mouchoir.* »

Un enfant sort, l'orientation du jeu est modifiée, l'enfant rentre et doit retrouver la case en expliquant oralement : « la deuxième boîte en partant du point… »

« *Il faudra s'en souvenir demain* »

Poursuivre en insistant sur la mémorisation en faisant surgir la possibilité de noter pour se souvenir, avec explication par l'élève de ce qu'il note sur son papier.

Boîtes en ligne

Situation extraite de « Apprentissage numérique à la maternelle, Briand, Hatier 2004 ».

1- Présentation

Un bâton est orienté sur lequel sont accrochées, au bout d'un fil, 7 à 10 boîtes d'allumettes. Dans chacune d'elles, un petit objet est placé et la boite est refermée.
L'objectif de cette situation est de mobiliser les compétences sur l'aspect ordinal du nombre pour qu'un enfant soit capable de dire quel est l'objet caché dans la boite désignée par l'enseignant.

Tâche des élèves : Résoudre un problème en trouvant un moyen pour repérer la place de chaque objet.

Le bâton, boites ouvertes, est d'abord posé sur une table pour que les élèves fassent une liste (une représentation dessinée) de l'ensemble des boîtes, ensuite, le lendemain, le bâton est suspendu entre deux chaises. Le professeur montre une boîte et l'élève doit dire l'objet qui y est caché, à l'aide de sa liste.

Durée : 8 séances environ sur deux jours chacune.
Place dans l'année : fin de l'année scolaire.

2- Matériel
Une collection de 7 à 10 petits objets.
Une baguette de 130 cm, orientée à l'aide d'une pastille placée à l'une des extrémités, à laquelle sont suspendues 10 boîtes d'allumettes identiques dont les attaches sont fixées à intervalles réguliers par des punaises. Elles attestent que l'ordre des boîtes n'est pas modifié entre le jour de l'écriture des listes et celui de la lecture.

3- Déroulement
Phase 1
Dans l'espace regroupement l'enseignant présente le bâton orienté avec les boîtes ouvertes. Le bâton est suspendu. Un objet a été placé dans chaque boite.
Consigne : *"J'ai mis un objet dans chaque boîte. Pour l'instant, les boîtes sont ouvertes mais, demain, elles seront fermées quand je vous appellerai pour jouer. Je vous montrerai une boîte et il faudra me dire quel est l'objet qui est caché dedans."*
L'enseignant va ensuite poser le dispositif sur une table en plaçant les boîtes ouvertes de part et d'autre du bâton selon une alternance différente.
Les élèves viennent alors librement, pendant qu'ils sont au travail dans les différents ateliers, *"faire leur liste"* Le soir, l'enseignant ferme les boîtes.



Phase 2



Le lendemain, il soulève le bâton et le repose entre deux chaises, ce qui a pour effet de modifier brutalement l'agencement des boîtes puisqu'elles se retrouvent toutes suspendues à leur fil et alignées côte à côte. Le professeur interroge les élèves un par un. Ils doivent pour réussir, nommer l'objet qui se trouve dans la boîte qu'il désigne en plaçant une pastille dessus.



Validation : L'ouverture de la boîte atteste de la réussite ou de l'échec. Si l'élève échoue, le professeur lui montre la boîte dans laquelle se trouve l'objet qu'il a nommé.

Déroulement des séances suivantes :

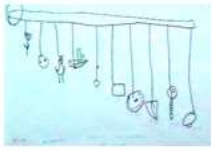
Au début de chaque séance, le professeur réunit les élèves. Il pose, devant eux, entre 2 chaises, le bâton orienté où sont suspendues les boîtes et place, dans chacune des boîtes (de 7 à 10 selon son choix), un objet est placé. D'une séance à l'autre, seule varie la place des objets dans les boîtes.

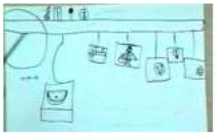
La situation se déroule ainsi pendant une douzaine de séances. Le professeur note la place de l'élève, par rapport à l'orientation du bâton quand il vient faire sa liste. Au moment de la lecture, l'élève se place de manière aléatoire d'un côté ou de l'autre du bâton, la position du repère est donc soit la même soit inversée par rapport au moment de l'écriture : elle sera systématiquement inversée pour tous les élèves au cours des trois dernières séances, le professeur plaçant lui-même l'élève, d'un côté ou de l'autre en fonction de la place qu'il a notée pour l'écriture.

Analyse des difficultés des élèves
Les élèves commencent par représenter les boîtes dans l'ordre immédiat, tel qu'il leur apparaît sur la table.









Pour réussir, ils doivent vaincre différents obstacles :

- obstacles liés à la représentation de l'ordre : la représentation attendue est le résultat d'une activité ordonnée qui repose sur les relations topologiques de voisinage. Mais cette relation ne suffit pas, il faut également disloquer ce premier voisinage pour prendre en compte un second. Or, cette coordination implique un ordre constant de parcours. Seul l'ordre de succession invariant de couple en couple permet de représenter l'ordre total.
- obstacles liés à la disposition de part et d'autre du bâton : le voisinage perceptif ne peut correspondre au voisinage réel si l'élève prend uniquement en compte les boîtes et non les points d'attache sur le bâton.
- obstacles liés au renversement du sens du bâton : quand l'élève n'est pas dans la même position à l'écriture et à la lecture, il faut qu'il se représente le retournement.

Evolution des listes à l'écriture

a) l'élève dessine les objets en désordre dans la feuille
b) l'élève dessine les boîtes alignées mais en désordre
c) l'élève dessine les boîtes sur 2 niveaux mais les alignements ne sont pas coordonnés
d) l'élève effectue un rabattement incorrect
e) le rabattement est réussi mais pas la position du repère
f) la représentation est correcte.

Evolution des stratégies à la lecture :

a) l'élève ne tient pas compte de la position du repère, même s'il l'a dessiné
b) l'élève tient compte de la position du repère comme une inversion de l'ordre.

Album de jeunesse et l'aspect ordinal du nombre



Exploitation possible issue de
« Découvrir les quantités et les nombres avec les albums »
de M.Guitton, A. Vouhé et S. Renault-Girard
Scéren, CRDP Poitou-Charentes



UNE ANALYSE DES EFFETS DE L'INTRODUCTION DANS LES CLASSES D'UN LOGICIEL DE CALCUL MENTAL ET DES ACTIVITÉS QUI L'ACCOMPAGNENT SUR LES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES

Isabelle LUDIER
Doctorante, sous la direction de D. Butlen et P. Masselot,
Inspé Académie de Versailles –Université de Cergy-Pontoise – LDAR
Isabelle.ludier@u-cergy.fr

Résumé
Cette communication porte sur une partie d'un travail mené dans le cadre de l'élaboration d'une thèse. Il s'agit de caractériser la nature des apprentissages des élèves à travers la mise en évidence des connaissances disponibles (au sens de A. Robert[1] : où l'exercice doit être résolu sans indication) lors de la pratique du jeu « Mathador ». Dans cet article, nous nous focaliserons sur la nature des connaissances en calcul aux différents niveaux du cycle trois (élèves de 9 à 11 ans) identifiées à travers les réponses à un test utilisé dans le cadre de cette recherche.

I - PRÉSENTATION DU CONTEXTE DE LA RECHERCHE ET DU JEU

Dans notre travail de thèse, nous analysons l'évolution des connaissances des élèves en calcul au cours du cycle 3 et leur disponibilité dans le jeu Mathador. Ce jeu est étudié dans le cadre d'un des projets « e-fran » : « Un territoire calculant en Bourgogne ». L'objectif de ces projets, financés par le ministère, est de soutenir et d'évaluer des projets de transformation de l'École traduisant la volonté des acteurs de l'Éducation et de leurs partenaires de créer des « territoires éducatifs d'innovation numérique » en prenant appui sur la recherche. Trois laboratoires de recherche, le réseau Canopé, des partenaires institutionnels, 1 500 élèves et 75 classes sont impliqués. Ce jeu est disponible sur deux applications informatiques : « solo » où l'élève joue seul pour atteindre son plus haut niveau et « chrono » où l'élève joue une « manche » en trois minutes seul ou en réseau avec un autre joueur.

Les joueurs doivent atteindre un nombre cible à partir de cinq nombres outils et des quatre opérations. Ces données définissent le tirage. Pour le calcul du score, une addition ou une multiplication donnent 1 point, une soustraction 2 points et une division 3 points. L'utilisation des quatre opérations lors d'une épreuve est appelée « coup Mathador » et fait gagner 13 points.



[1] A-Robert-1998-Outils-danalyses-des-contenus-mathematiques-a-enseigner-au-lycee-et-a-luniversite-Recherches-en-didactique-des-mathematiques-Vol-18-2-pp-139-190.pdf

Figure 1 : Écran de présentation d'un tirage (nombre cible : 54 ; nombres outils : 4 – 8 – 1 – 18 – 11)

Les valeurs issues du tirage à l'écran sont : 4 – 8 – 1 – 18 – 11 => 54. Les nombres 4 – 8 – 1 – 18 – 11 sont appelés nombres outils et le nombre 54 est le nombre cible . Avec ce tirage, on peut effectuer un « coup Mathador », par exemple : 11 x 4 = 44 ; 44 + 18 = 62 ; 62 – 8 = 54 ; 54 : 1 = 54.

II - PROBLÉMATIQUE ; QUELQUES ÉLÉMENTS DE MÉTHODOLOGIE ET CADRES THÉORIQUES

1 Problématique

Notre questionnement porte sur le repérage de l'évolution des connaissances des élèves au cours du cycle trois dans le domaine du calcul mental ainsi que sur l'évolution de leur disponibilité dans le jeu « Mathador ». Nous cherchons d'abord à vérifier si les connaissances des élèves sont en adéquation avec les attendus des programmes, quelles sont les connaissances acquises par plus de 80 % des élèves d'une tranche d'âge et quelles sont celles qui, bien que faisant partie des programmes, ne sont mobilisables que par moins de 20 % des élèves ? Nous nous sommes demandé ensuite dans quelle mesure l'évolution de l'acquisition de ces connaissances pouvait être influencée par un contexte extérieur et plus précisément par l'introduction d'un logiciel de calcul mental et par des activités qui l'accompagnent. Nous étudions l'impact du jeu en tenant compte de la globalité du dispositif, incluant l'analyse des formations pour les enseignants impliqués, des pratiques de certains de ces enseignants et des élèves utilisant le logiciel.

2 Méthodologie de recueil des données

Plusieurs types de données, de sources et de natures différentes ont été recueillies. Des « data », traces des actions des élèves au cours du jeu, l'observation (enregistrements) des formations suivies par les enseignants, l'observation effective des pratiques des enseignants et des élèves et les résultats de tests de calcul mental.

Les **data** proviennent de deux bases : d'une part, les data du jeu en ligne incluant les éléments du tirage (nombre cible, nombres outils) et des éléments générés par le joueur dont les calculs effectués (générés par 1 500 élèves la première année et composés de plus de 200 000 lignes de calculs) et d'autre part, les data d'une autre base de données qui provient du concours proposé par Canopé. Ce concours est un concours « papier » se jouant en classe sans aide calculatoire. Cette deuxième base est composée des réponses à quinze tirages et un nombre de participants variant selon les tirages de 3 500 à 10 000. La base analysée est celle du concours 2016/2017 correspondant à la première année d'expérimentation. Les classes participant au concours ne sont pas forcément celles inscrites dans le projet.

Des **données** (audio) ont également été recueillies concernant le dispositif mis en place par le réseau Canopé pour accompagner les enseignants investis dans le projet, notamment les formations qui leur ont été proposées. L'année un : la formation de formateurs académique, trois des formations en département et le bilan final ont été observées. L'année deux : la formation consacrée au numérique, la formation de formateurs puis trois des formations en département ont été observées et enregistrées.

Durant deux années, les pratiques de onze enseignants participant au projet ont été observées (une enseignante de CM1 (élèves de 9 ans), une enseignante de CM1/CM2 (élèves de 9/10 ans), trois enseignants de CM2 (élèves de 10 ans), quatre enseignants de sixième (élèves de 11 ans), un enseignant de sixième SEGPA[2] et un enseignant de cinquième (élèves de 12 ans), certains sur les deux premières années, d'autres sur l'une des deux seulement. Ces observations (entre 2 et 8 par enseignant) ont porté à la fois sur les pratiques enseignantes dans le cadre de séances de calcul mental, d'utilisation du logiciel et sur des séances spécifiques créées « autour du logiciel » mais également sur l'observation des pratiques des élèves lors de l'utilisation du logiciel. La deuxième année, les enseignants ont été observés également sur leur première séance d'utilisation du logiciel Mathador avec leur classe.

[2] Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté

Lors de la première année, des tests portant sur le calcul mental, créés en collaboration avec le laboratoire Paragraphe, composés de 94 questions ont été passés en 4 sessions de 20 minutes. Afin notamment de mesurer les effets d'une pratique régulière du logiciel Mathador sur les apprentissages des élèves, ces 94 questions du pré-test ont été reprises en post-test après plusieurs mois de pratiques du logiciel par les élèves. Ces tests, identiques pour les trois niveaux scolaires, ont été passés par 495 élèves de 15 classes expérimentales participant au projet Mathador et de 15 classes témoins associées (une classe de CM1, deux classes de CM1/CM2, six classes de CM2 et six classes de sixièmes).

3 Méthodologie d'analyse des données

Nous avons étudié les pratiques des enseignants investis dans le projet, élaboré et traité des tests pour évaluer les élèves par niveau scolaire et enfin analysé des data du jeu Mathador afin dans un premier temps de créer des indicateurs nous permettant de rechercher les connaissances disponibles des élèves au travers du jeu et de repérer leur évolution.

Observer la pratique des enseignants et des élèves (lors des séances Mathador) permet de comprendre comment les enseignants intègrent le logiciel dans leur classe et comment les élèves s'en emparent. Des extractions des data ont été demandées pour les classes observées la première année. Après une première analyse, des élèves ont été choisis afin d'avoir un échantillon représentatif (4 ou 5 élèves par classe). Ils ont été filmés alors qu'ils jouaient à Mathador afin d'identifier, par comparaison avec les datas reçues, ce qui pouvait ne pas apparaitre dans ces datas et ainsi affiner les résultats obtenus à la suite des analyses des seules data.

Les **interactions** entre enseignants et élèves, les séances en calcul mental observées permettent de compléter ces données. Les enseignants utilisent le logiciel Mathador en complément de séances de calcul mental, domaine dans lequel ils ont de plus bénéficié de formations. Ces données nous permettent d'appréhender des connaissances dans le domaine du calcul mental enseignées en dehors de l'utilisation du logiciel. Il nous a également été possible d'observer des séances élaborées et mises en œuvre par les enseignants en appui sur des « tirages ».

Les **tests** en calcul élaborés la première année permettent de faire un état des lieux des connaissances des élèves du cycle trois principalement dans le domaine du calcul mental mais aussi dans celui du calcul posé et de la résolution de problèmes.

Ces trois analyses sont complémentaires dans notre approche.

À partir de ces deux bases de données et des observations en classe, nous avons défini des indicateurs permettant ensuite de générer des informations à plus grande échelle afin d'être en mesure de définir des profils d'élèves dans le jeu Mathador.

Avec les résultats des tests, ceux des évaluations nationales, mais également en tenant compte des observations des pratiques des enseignants, nous avons regroupé les items par pourcentage de réussite à la fois pour les pré-tests et les post-tests. Les résultats en post-test sont analysés en distinguant classes témoins et expérimentales afin de mesurer les effets du dispositif.

4 Cadres théoriques

Nous nous inscrivons dans le cadre théorique de la double approche développé par Robert et Rogalski concernant les pratiques enseignantes et prenons en compte les travaux en calcul mental concernant la partie « connaissances ».

Du cadre de la double approche, nous retenons la méthodologie d'analyse des pratiques des enseignants en trois dimensions. La première prend en compte les contenus (à la fois à l'échelle de la notion mais également de manière plus fine à l'échelle de la séance observée), la seconde porte sur les modalités de travail et la troisième sur les interactions.

Nous nous sommes appuyées sur différents travaux en calcul mental (Butlen, Chesné, MacIntosch) pour créer des tests, ces tests étant destinés à faire un état des lieux des connaissances initiales des élèves du panel et de mesure différence entre ces connaissances initiales et leurs connaissances post-expérimentation

Ces travaux nous ont également permis de dégager une hiérarchisation des procédures concernant un même tirage pour lequel coexistent des procédures requérant des connaissances différentes.

III - DESCRIPTION DE PRATIQUES ENSEIGNANTES AVEC LE LOGICIEL

1 Description des formations

Les enseignants impliqués dans le projet ont bénéficié de formations à la fois dans le domaine du numérique mais également dans celui du calcul mental ainsi que d'un parcours collaboratif sur la plateforme M@gistere. Ces formations étaient également ouvertes aux enseignants des classes témoins, mais ces derniers les ont peu investies. Des éléments théoriques issus d'une conférence de D. Butlen et P. Masselot[3] concernant la hiérarchisation des procédures en calcul mental, les conditions de l'installation de faits numériques leur ont été proposés. Des groupes de travail ont été effectués pour rechercher les différentes procédures de résolution des opérations. Une institutionnalisation en a été faite à partir des exemples. Un travail leur a également été proposé concernant les décompositions du nombre « 48 ».

2 Description des pratiques observées

Nous avons observé onze enseignants utilisant le logiciel Mathador. Selon le matériel disponible, trois modalités de travail ont été relevées : en classe entière, en demi-groupe ou en ateliers tournants. Trois séances de deux enseignants (modalité : « atelier tournant ») ont été transcrites. Les temps consacrés aux élèves jouant avec le logiciel ont été comptabilisés et classés en distinguant ceux correspondant aux consignes de passation, incluant l'appel des élèves concernés, ceux correspondant aux problèmes de connexion liés soit à la plateforme, soit au réseau internet et ceux destinés à enrôler les élèves (bravo, tu as fait un coup Mathador, par exemple). Les consignes représentent entre 8 % et 12 % du temps de la séance globale incluant les autres groupes, les problèmes de connexion entre 6 % et 33 %, le temps d'enrôlement est inférieur à 5 %. Les enseignants ne guident pas les élèves durant le jeu, ils utilisent ce temps pour se consacrer au reste de la classe. Il n'y a pas eu d'aide de l'enseignant concernant le jeu lui-même, ni d'institutionnalisation de cet atelier.

La première année, deux des enseignants ont créé des séances spécifiques autour du jeu qui portaient sur des tirages choisis afin de ménager des moments d'institutionnalisation. Cette pratique s'est répandue la deuxième année suite à la dernière formation au cours de laquelle les enseignants ont pu échanger sur leurs pratiques. Ces séances s'articulent autour d'un ou de plusieurs tirages proposés au groupe classe. Les élèves en recherchent seuls des solutions sur une feuille ou une ardoise qui sont ensuite exposées au groupe classe et marquées au tableau comme illustré sur la figure ci-dessous :

[3] https://magistere.education.fr/ac-dijon/course/view.php?id=7232&section=15

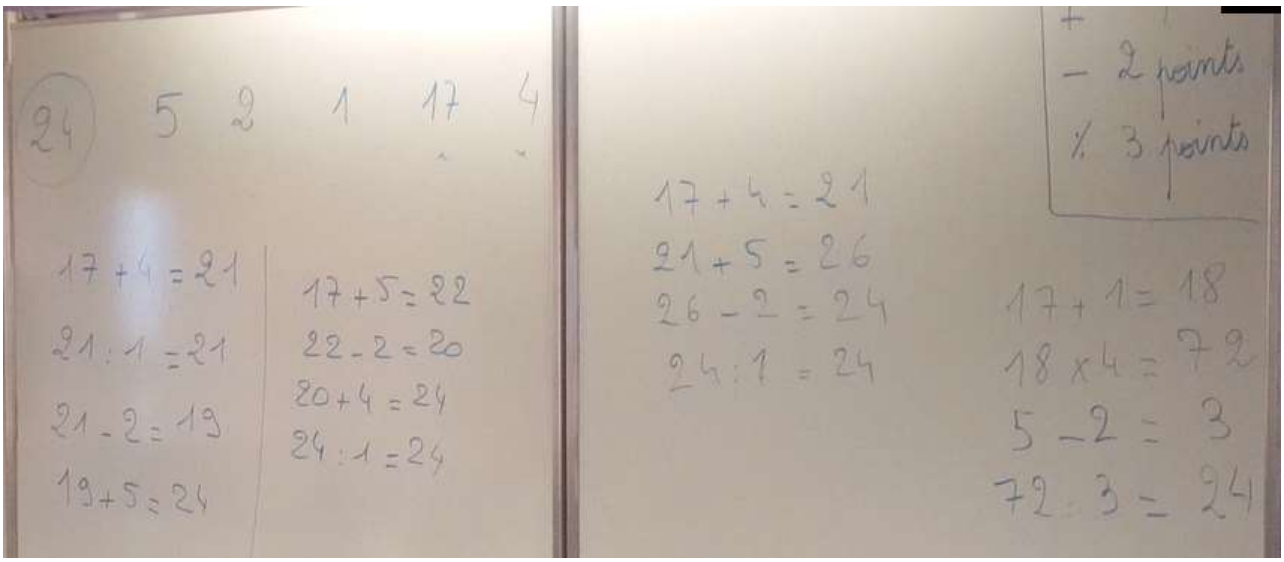


Figure 2 : Tableau recensant différentes procédures de résolution du tirage 5-2-1-17-4=>24. Le coup Mathador a été donné par l'enseignante.

L'enseignante recueille les procédures en demandant aux élèves leur score et en choisissant les scores les plus élevés. Elle demande ensuite aux élèves de noter une des solutions dans un cahier de procédures. La plupart du temps l'institutionnalisation est constituée seulement d'un recueil de procédures plus ou moins hiérarchisées en fonction du nombre de points (score) associé à chaque solution.

À deux reprises sur l'ensemble de mes observations, deux enseignantes ont fait verbaliser les élèves sur leur manière de trouver les solutions.

La première observation concerne le tirage : 12 – 3 – 4 – 8 – 5 → 46 qui était proposé à la classe. Les élèves avaient eu le temps de chercher (de manière individuelle) sur leur ardoise avant la synthèse effectuée par l'enseignante. Voici une transcription de la séance :

Enseignante : *Comment vous faites dans votre tête au départ ? L., au départ, quand tu te dis que tu dois chercher le nombre 46, comment tu procèdes ?*

L. : *Je fais déjà 12 fois quelque chose parce que 12, c'est le plus grand nombre.*

Enseignante : *Les élèves qui n'ont pas réussi ; écoutez Léa : Léa, elle se dit je prends 12, le plus grand nombre.*

L. : *Et avec ce grand nombre je vais l'essayer… au début je l'ai essayé avec 3, ça n'a pas marché*

Enseignante : *D'accord*

L. : *Après j'ai essayé 12 fois 4*

Enseignante : *Donc tu prends le plus grand nombre et tu essaies 12 fois 3 ; 12 fois 4… »*

La stratégie, décrite par L., qui consiste à multiplier ensemble deux nombres outils pour approcher le nombre cible est très utilisée par les élèves (ceci est de plus confirmé par les datas de jeu), les élèves procèdent à partir de différents produits en essayant et en utilisant la touche retour pour recommencer si nécessaire (par essais-erreurs). Cette stratégie a été explicitée de manière partielle par l'enseignante, toujours à partir des données du tirage.

La seconde observation a eu lieu la deuxième année d'observations. L'enseignante préparait sa classe au concours Mathador avec le tirage : 2 – 3 – 5 – 8 – 17 → 50.

Un élève donne sa stratégie : 17 + 8 = 25 ; 25 x 2 = 50

« ***Enseignante :*** *Comment t'es venue cette idée de procéder ainsi ?*

Elève 1 : J'ai essayé de plusieurs façons et là j'ai vu que…

Enseignante : *Quelles connaissances tu as sur 50 ? C'est un nombre dont on sait quoi ?*

Elève 1 : Que la moitié, c'est 25.

***Enseignante** : que la moitié c'est 25, donc en arrivant à 25... au vu des nombres que tu avais on pouvait atteindre 50.*

Elève 1 : Oui

***Enseignante :** Qu'est-ce qu'on sait d'autre sur 50 ? Qui permet aussi d'envisager une solution ?*

Elève 2 : la moitié 25.

***Enseignante :** on vient de le dire, la moitié 25, qu'est-ce qu'on sait d'autre ?*

Elève 3 : que c'est 5 fois 10.

***Enseignante :** que c'est 5 fois 10, donc là on a 25 est-ce que quelqu'un a utilisé une stratégie qui utilisait le 5 fois 10 quelque part ?*

Elève 3 : 2 plus 8 égal 10 et 10 fois 5 égal 50.

***Enseignante :** Exactement, c'est une manière simple d'aboutir à 50. »*

Dans cet extrait, l'enseignante guide l'élève pour l'emmener vers les décompositions multiplicatives du nombre cible.

Dans ces deux extraits, nous observons un échange sur les procédures des élèves, différent du simple recueil de procédures : prendre le plus grand nombre et essayer dans le premier cas, s'interroger sur ses connaissances concernant le nombre cible dans le second cas.

Ceci (croisé avec l'analyse *a priori* du logiciel) nous a permis de dégager deux manières différentes de trouver une solution : la première par essais-erreurs en multipliant deux nombres outils, la seconde en recherchant des diviseurs du nombre cible.

IV - PERFORMANCES DES ÉLÈVES EN CALCUL

1 Présentation des tests

Quatre séries de tests, chacune d'une vingtaine de minutes, ont été conçues en partenariat avec le laboratoire Paragraphe qui a proposé 11 des 94 questions (problèmes oraux). L'objectif de ces tests est double : tout d'abord faire un point des connaissances des élèves dans le domaine du calcul concernant le champ des nombres entiers et en second lieu, vérifier par l'analyse des groupes expérimentaux et témoins si l'expérimentation menée a un impact sur les performances en calcul et si oui, ~~de~~ préciser en quel domaine. Les tests ont été construits afin que les questions soient de difficultés différentes et puissent être proposées aux élèves du cycle trois. Certaines questions sont issues des évaluations en sixième passées en 2008, d'autres du « Number sense in School Mathematics: Student performance in four countries »[4].

Le domaine numérique exploré est celui des nombres entiers. Les thématiques choisies sont : les automatismes, le calcul mental, le calcul en ligne, le calcul posé, l'estimation d'un ordre de grandeur, les problèmes oraux ainsi que des tâches de type « compte est bon ». La plupart des questions ont été posées sous un format ouvert (conduisant à une réponse libre) où l'élève devait répondre dans une case ou sur une ligne (par exemple : *92 moins 67*) et quelques-unes l'ont été sous forme d'un questionnaire à choix multiples où l'élève devait choisir entre plusieurs propositions, par exemple :

Vous avez quatre nombres sur votre feuille : 400 ; 500 ; 600 et 700.
Je vous lis le problème : Dans une école, il y a 610 élèves. Si 98 élèves sont en sortie, combien d'élèves sont encore à l'école ? Je répète : Dans une école, il y a 610 élèves. Si 98 élèves sont en sortie, combien d'élèves sont encore à l'école ? »
Entourez sur votre feuille le nombre le plus proche de la réponse.

Pour trois de ces questions, il était dans un premier temps demandé aux élèves de donner leur résultat puis dans un deuxième temps d'indiquer les calculs effectués.

[4] MacIntosh, *Number Sense in School Mathematics. 1997*

Des consignes de passation précises tant au niveau de la verbalisation des énoncés que du temps de réflexion accordé ont été données à l'identique pour toutes les classes. Une feuille support des réponses a également été distribuée afin d'homogénéiser le format des réponses.

Les pré-tests (passés en novembre) et post tests (passés en juin) sont identiques et sont proposés à quinze classes expérimentales « Mathador » et quinze classes témoins.

À partir des réponses aux pré-tests, concernant la totalité des élèves (classes expérimentales et classes témoins), nous avons mesuré les performances des élèves en calcul. L'échantillon considéré est composé d'un total de 495 élèves répartis de la manière suivante :

251 élèves issus des classes expérimentales « Mathador » : 99 en sixième (élèves de 11 ans), 114 en CM2 (élèves de 10 ans), 38 en CM1 (élèves de 9 ans) ; 244 élèves issus des classes témoins : 83 en sixième, 121 en CM2, 40 en CM1.

Une analyse *a priori* de chacune des questions a été effectuée en s'appuyant sur les résultats de recherches antérieures sur le calcul mental. Cette analyse *a priori* était indispensable pour la construction des tests afin d'élaborer les questions, de choisir les nombres, d'anticiper et de définir les codes permettant de relever les diverses procédures et les erreurs particulières d'élèves. Nous nous sommes principalement appuyés pour ce faire sur les travaux de Butlen et al [5](2007), de Chesné[6] (2014) , de Fayol[7] (2018)et de MacIntosh[8](1997). Ensuite à partir des codages des réponses, les fréquences de réussite sont calculées en pré et post test et les résultats regroupés par niveau scolaire.

2 Méthodologie d'analyse des tests

Pour chaque question, les fréquences en pourcentage, pour chacun des codes (nombre d'élèves dont la réponse correspond au code considéré multiplié par 100 et divisé par l'effectif de l'échantillon) en pré et en post test ont été effectuées pour les différents niveaux, en prenant la totalité de l'échantillon et en séparant groupe expérimental et groupe témoin.

Premier exemple d'étude d'une question (format ouvert) :

Donner quatre décompositions du type : a × b = 36 avec a et b entiers.
Les consignes de passation sont les suivantes *« Sur votre feuille, complétez, à l'aide de nombres entiers, les quatre égalités. Donnez quatre réponses différentes. Vous avez 1 minute 30 secondes ».*
Sur leur feuille, les élèves devaient compléter un cadre :

----- × ----- = 36 ----- × ----- = 36	----- × ----- = 36 ----- × ----- = 36

Cette question permet d'avoir une quantification des connaissances des élèves sur les décompositions du nombre 36, pouvant être ou non issues des tables de multiplication. Ce nombre peut faire référence au produit 6 x 6 ou au produit 9 x 4. Il est néanmoins nécessaire pour trouver les quatre décompositions demandées de sortir des tables pour appeler le produit 12 x 3 ou 2 x 18 ou d'utiliser le facteur « 1 ». Il est à mentionner que rien n'était signalé dans la question quant à la possibilité d'utiliser la commutativité pour obtenir des réponses considérées comme différentes pour le codage ou de produire une décomposition comportant le facteur « 1 ». Pour le codage, ces deux possibilités ont été envisagées afin de quantifier leur pourcentage d'utilisation.

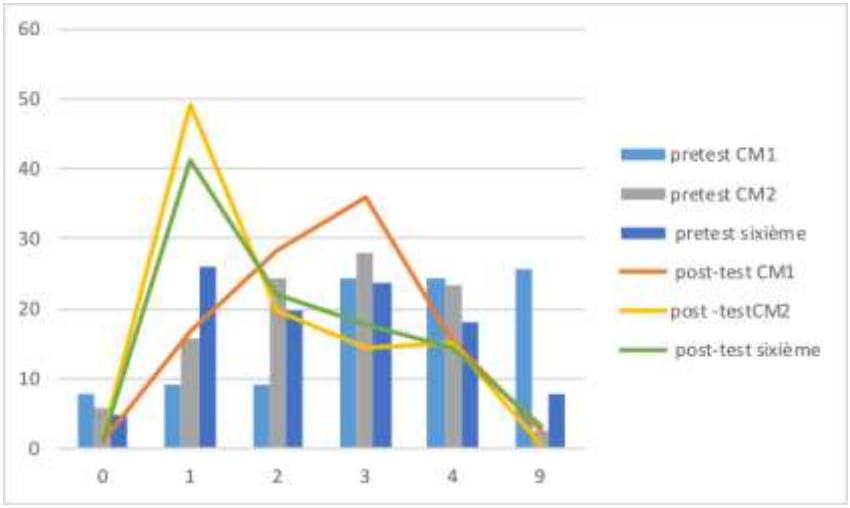
[5] Butlen, *Le calcul mental entre sens et technique : recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques*.

[6] Chesné, « *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*. »

[7] Fayol, *L'acquisition du nombre : « Que sais-je ? » n° 3941*.

[8] MacIntosh, *Number Sense in School Mathematics*.

L'histogramme ci-dessous donne les fréquences de réussites pour les groupes d'élèves de CM1, CM2 et sixième en pré et en post–test. Sur ce graphique, les classes expérimentales et les classes témoins sont réunies.



En abscisses, les codes : « 0 » pour une non réponse, « 1 » pour 4 décompositions correctes, « 2 » pour 3 décompositions correctes ; « 3 » pour 2 décompositions correctes, « 4 » pour 1 décomposition correcte et « 9 » pour des réponses fausses. En ordonnées, la fréquence de réussite calculée en fonction du nombre total d'élèves de l'échantillon. Ainsi pour les code « 1 » (4 décompositions correctes différentes), « 2 » (3 décompositions correctes), « 3 » (2 décompositions correctes) et « 4 » (1 décomposition correcte), on relève des fréquences respectives en pré-test de 9 %, 9 %, 24 % et 24 % des élèves de CM1 ayant passé le test et de 17 %, 28 %, 36 % et 15 %en post-test. En CM2, ces fréquences sont respectivement de 16 %, 24 %, 28 % et 23 % en pré-test et de 49 %, 19 %, 14 % et 15 % en post-test. En sixième, elles sont respectivement de 26 %, 20 %, 24 % et 18 % en pré-test et de 41 %, 22 %, 18 % et 14 % en post-test.

Ce graphique fait apparaître qu'en pré-test comme en post-test, plus de 50 % des élèves toutes classes confondues n'arrivent pas à donner 4 décompositions de 36 avec deux facteurs entiers. En post-test, pour les élèves des classes de CM2 et de sixième nous observons un pic correspondant au code « 1 » (4 solutions) alors que pour les élèves de CM1 le pic correspond au code « 3 » (2 solutions correctes). Les élèves des trois niveaux de classes évoluent au cours de l'année. Les élèves du niveau CM2 sont les plus performants sur cette question en post-test. Nous pouvons néanmoins conclure que les décompositions multiplicatives de 36 sont peu connues par les élèves de 9 à 11 ans.

Deuxième exemple d'étude d'une question avec recueil de stratégies :

Effectuer 96 : 4.

Cette question a été choisie pour quantifier les différentes procédures mobilisées : procédures standards et procédures prenant en compte la spécificité des nombres proposés, comme celle relative au nombre 4 utilisant deux divisions successives par 2 et pour savoir si l'introduction de Mathador avait une influence sur la réussite à cette question.

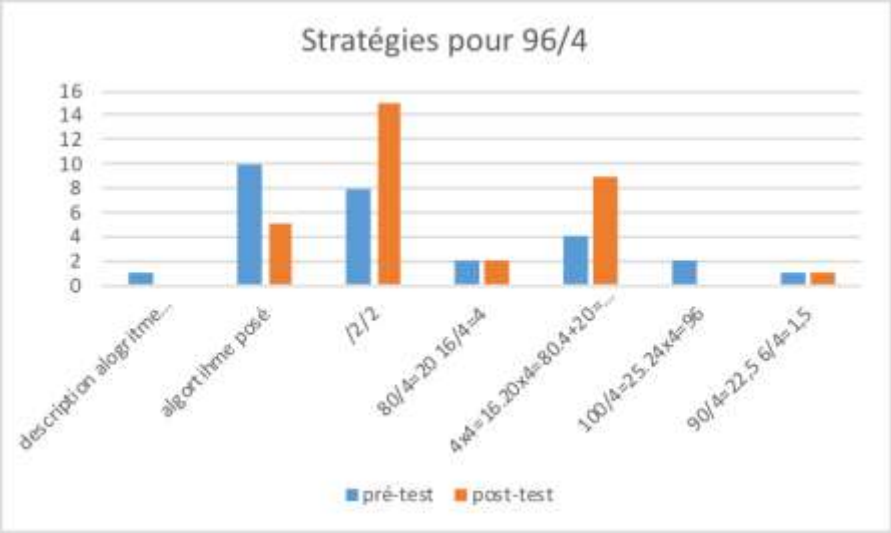
Les consignes de passation sont les suivantes :

Dire « 96 divisé par 4 ; je répète 96 divisé par 4 » laisser 20 secondes pour écrire la réponse.
Puis dire « Écrivez vos calculs en dessous. » Laisser 20 secondes.

Les élèves doivent donner leur réponse dans un cadre et il y a une ligne pour préciser les calculs. Ici encore, les classes expérimentales et les classes témoins sont réunies. Pour le pré-test, 2 % des élèves de CM1 répondent correctement, 22 % donnent une réponse erronée et 76 % ne donnent pas de réponse ; 8 % des élèves de CM2 répondent correctement, 20 % donnent une réponse erronée et 72 % ne donnent pas de réponse ; 17,5 % des élèves de sixième donnent une réponse correcte, 30 % donnent une réponse erronée et 52,5 % ne donnent pas de réponse.

Les différentes stratégies utilisées par les élèves pour résoudre cette question ont été recensées à la fois pour le pré-test mais également pour le post-test **pour un total de 728 élèves** (incluant l'échantillon

précédent, tous niveaux confondus, ainsi que trois classes observées mais n'en faisant pas partie) et sont représentées sur le graphique ci-dessous :



En abscisses figurent **les différentes procédures** relevées :

Description de l'algorithme posé :
l'élève décrit les étapes de l'algorithme posé. Par exemple : un élève a écrit sur sa feuille : 9 : 4 = 2 reste 1 ; 1 + 6 : 16 ; 16 : 4 = 4.

Algorithme posé :
la division est posée sur la feuille.

Divisions par deux successives :
« 96 : 2 = 48 » puis « 48 : 2 = 24 ».

Utilisation de la distributivité à droite de la division par rapport à l'addition en décomposant « 96 » en « 80 + 16 » :
« 80 : 4 = 20 » ; « 16 : 4 = 4 » ; « 20 + 4 = 24 ».

Utilisation de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :
« 4 x 4 = 16 » ; « 20 x 4 = 80 » ; « 80 + 16 = 96 ».

Mobilisation d'un fait numérique de type « multiplicatif » :
« 100 : 4 = 25 » ou « 100 = 25 x 4 » pour conclure que « 24 x 4 = 96 ».

Utilisation de la distributivité à droite de la division par rapport à l'addition utilisant les nombres décimaux en décomposant « 96 » en « 90 + 6 » :
« 90 : 4 = 22,5 » « 6 : 4 = 1,5 » puis « 22,5 + 1,5 = 24 ».

En ordonnées : le nombre d'élèves ayant répondu correctement (« 24 ») à la question et ayant dit avoir utilisé la procédure citée. (Tous niveaux confondus sans distinguer classes expérimentales et classes témoins).

Pour chaque procédure : le rectangle de gauche correspond aux résultats du pré-test et celui de droite aux résultats du post test.

Nous observons un faible nombre d'élèves donnant leurs procédures lorsque la demande en est faite. On dénombre en effet 28 réponses à la demande relative à la procédure utilisée pour le pré-test et 32 pour le post-test sur un total de 728 élèves. Bien qu'une procédure de calcul mental soit demandée, les élèves utilisent de manière privilégiée l'algorithme posé pour expliquer ce qu'ils ont fait. Toutefois on peut s'interroger sur la validité de cette réponse. Est-ce vraiment ce qu'ils ont fait pour trouver la solution ? Lors du post-test, deux stratégies émergent : faire deux divisions par deux successives ou utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition en décomposant 96 en 80 + 16.

3 Repérage des connaissances

L'analyse des évaluations nationales de CE2 (élèves de 8 ans) (années 2004 et 2005) donne un état des lieux des connaissances des élèves sur le niveau précédant la période scolaire étudiée lors des tests. Dans ces évaluations, nous avons repris les items se rapportant au calcul et les avons regroupés en fonction du pourcentage de réussite, par tranches de 20 % : les items réussis par plus de 80 % des élèves, ceux réussis par un nombre d'élèves compris entre 80 et 60 %, ceux réussis par un nombre d'élèves compris entre 60 et 40 %… Ce choix de tranches de 20 % a été guidé par plusieurs raisons comme nous allons le détailler. Il y est apparu que, pour une question réussie en pré-test par plus de 80 % des élèves, la progression en post test ne pouvait pas être mesurée à partir des tests statistiques. De plus, pour chaque question ce pourcentage de 20 % était suffisant pour indiquer une différence de progression entre les groupes témoins et Mathador lorsque les tests de *Student* et du Khi-deux étaient effectués. De surcroît, dans les comptes rendus des évaluations CE2 de l'année 2005 en mathématiques, nous pouvons lire « Les additions sont maîtrisées par plus de huit élèves sur dix tant en calcul mental qu'en calcul posé »[9], nous retrouvons donc ce seuil de 80 %. Nous avons souhaité avoir un regard plus fin afin de voir au cours du cycle 3 comment les résultats à un même item évoluent.

Pour un groupe d'élèves, nous désignons par « connaissances acquises », celles en jeu dans les items réussis par plus de 80 % de ces élèves. À partir des réponses aux évaluations nationales CE2 de 2004, 2005, nous pouvons par exemple préciser **les connaissances acquises** (concernant les faits numériques) à l'entrée du CE2, nous trouvons : les tables d'addition (additionner deux nombres à un chiffre), les doubles des nombres jusqu'à 10 et le double de 50, les compléments à 10 permettant de donner le complément à la dizaine supérieure d'un nombre inférieur à 30. Ceci nous permet d'établir quelles sont les connaissances en calcul des élèves à l'entrée du niveau précédant ceux étudiés.

Chacune des 84 questions des tests créés par notre laboratoire ont été également regroupées, comme dans les deux études précédentes, par tranche de 20 % des taux de réussite et ceci pour la totalité de l'échantillon testé (classes Mathador et classes témoins).

Les questions portant sur les tables d'addition (additions de deux termes à un chiffre) et sur le fait que « 1 » est élément neutre pour la multiplication sont réussies par plus de 80 % des élèves de CM1. Nous considérons qu'elles font partie des connaissances acquises dès le CM1. En CM1, le produit « 4 x 25 » est connu pour un pourcentage d'élèves compris entre 40 % à 60 %, puis en CM2 et sixième entre 60% et 80 % des élèves. Nous pouvons en conclure que, même en sixième, ce produit ne fait pas partie des connaissances acquises par les élèves.

En CM1 et en CM2, le complément à 100 de 25 est connu par 40 % à 60 % des élèves, et évolue vers la tranche 60 % - 80 % en sixième. Nous pouvons en conclure que, même en sixième, ce complément à 100 ne fait pas partie des connaissances acquises par les élèves. Nous avons testé deux produits issus des tables. Le produit « 6 x 8 » et le produit « 9 x 9 » qui est mieux réussi. En CM1, le pourcentage de réussite du produit « 6 x 8 » est dans la tranche 20 % - 40 %, puis en CM2 dans la tranche 60 % - 80 %, puis de nouveau dans celle 40 % - 60 % en sixième. En fait, les résultats sont très proches de 60 % dans les deux cas. Ce même fléchissement en sixième est cependant perceptible avec la question « *donner quatre décompositions de 36 sous la forme …x…=36* ». Nous nous interrogeons sur ce fléchissement concernant les performances des tables de multiplications en sixième par rapport aux résultats des élèves de CM2.

Nous avons regroupé les questions par tranches de réussites de 20 % et ceci par niveau de classe pour avoir une évolution des connaissances au fil du cycle trois (élèves de 9 à 11 ans). Les différences d'évolution des deux groupes, celui des élèves de l'expérimentation et celui des élèves des classes témoins seront observées pour évaluer des effets du dispositif. Par exemple, pour la question « 6 x 8 », nous observons, pour les trois niveaux scolaires, une différence de tranche en post-test des élèves des classes expérimentales et ceux des classes témoins : les élèves de CM1 et de sixième des classes témoins sont dans la tranche de réussite 40 % - 60 %, ceux des classes expérimentales 60 % - 80 %, les élèves de CM2 des

[9] (« Evaluation CE2 et 6e » s. d.) http://cisad.pleiade.education.fr/eval/pages-05/Evace26/index.htm, consulté le 18 juillet 2019

classes témoins dans la tranche 60 % - 80 % et les élèves des classes expérimentales réussissent cette question à plus de 80 %. Ce décalage existait en CM2 et sixième en pré-test. Les tests de khi-deux confirment cependant l'influence du logiciel sur cette question pour les classes de CM1 et CM2. Lorsque nous regroupons toutes les questions des tests dans lesquelles la multiplication intervient, nous obtenons également une influence du logiciel. Ce travail est en cours et est à affiner.

Nous étudions également comment les réponses aux items testés évoluent au cours du cycle trois. Par exemple, l'item « 1209 plus 31 » à effectuer mentalement est réussi par 55 % des élèves de CM1, 52 % des élèves de CM2 et 55 % des élèves de sixième. Ce taux de réussite stagne autour de 50% nous montrant que ce type de question n'est probablement pas travaillé spécifiquement au cours du cycle 3. Si nous considérons en revanche l'item « 630 : 10 », il est réussi par 9 % des élèves de CM1, 42 % des élèves de CM2 et 67,5 % des élèves de sixième. Diviser par 10 est un item pour lequel la progression est importante, montrant que c'est un apprentissage qui est réalisé sur cette période et ceci conformément aux programmes.

VII- UNE CONCLUSION PARTIELLE

L'observation des pratiques des enseignants impliqués dans le projet nous montre que, durant les phases où les élèves jouent avec le logiciel, les interactions sont limitées aux consignes et aux aides matérielles (liées notamment aux problèmes de connexion). Certains enseignants ont créé des séances spécifiques afin d'avoir une phase d'échange autour des procédures. Cette phase est principalement dédiée à l'exposition des différentes procédures des élèves pour un tirage donné, même si nous avons observé à deux reprises un début d'exposé de méthodes de recherche.

Les résultats des tests montrent tout d'abord un décalage d'environ deux ans entre les attendus du programme et les connaissances des élèves. En second lieu, nous trouvons un effet du dispositif notamment sur l'apprentissage de la multiplication. L'apprentissage des tables interrogées sous la forme classique ou bien sous la forme « Dans …. combien de fois ? » est impacté et ceci pour les trois niveaux étudiés. Les autres questions portant sur la multiplication que ce soit en calcul mental ou en ligne (même si des différences existent selon le niveau scolaire) sont également impactées par le dispositif. Ce travail est en cours et se doit d'être encore affiné. Il faut néanmoins rappeler que le dispositif inclut des formations pour les enseignants impliqués dans le projet. À ce stade de notre travail, nous ne sommes pas en mesure de distinguer la part de l'impact du logiciel de celle de celui de l'enseignant.

V - BIBLIOGRAPHIE

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *18*(2), 139–190. Retrieved from https://revue-rdm.com/1998/outils-d-analyse-des-contenus/

Butlen, D. (2007) Le calcul mental entre sens et technique : recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques, Presses Univ. Franche-Comté.

Butlen, D., Pézard, M. & al (2000) Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège, *Repères-IREM*, **41**, 5-24. Metz : Topiques Éditions.

Chesné, J.-F. (2014) D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental. Thèse, Université Paris 7 – Denis Diderot.

Fayol, M. (2012) L'acquisition du nombre, *Que sais-je ? n° 3941*. Presses universitaires de France.

MacIntosh, A. & al (1997) Number Sense in School Mathematics : Student Performance in Four Countries. *MASTEC Monograph Series 5*. Perth : Australie.

Sitographie :

Évaluation CE2 et 6ème. Consulté le 18 juillet 2019. http://cisad.pleiade.education.fr/eval/pages-05/Evace26/index.htm.

ANALYSE D'UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN MATH HYBRIDANT LES TEMPS SCOLAIRES ET HORS TEMPS SCOLAIRES A DESTINATION DE PROFESSEURS DES ECOLES DE COURS PREPARATOIRE

Aline BLANCHOUIN
MFC en Sciences de l'Education et de la Formation, Inspé Bretagne
CREAD
Aline.blanchouin@inspe-bretagne.fr

Résumé
Le contexte de la formation continue est abordé à partir de notre expérience au sein du LéA *EvalNum* C2 (Blanchouin et all, 2017), et plus particulièrement, de notre animation du collectif de travail qui a réuni lors de la troisième et dernière année (en 2018-2019), six Professeures des Ecoles de Cours Préparatoire d'une même école de région parisienne (Seine Saint Denis) et trois enseignants-chercheurs (Eric Mounier et Nadine Grapin en didactique des mathématiques et nous-même, en Sciences de l'Education et de la Formation). Nous commencerons par expliciter le dispositif de recherche-formation qui s'est déployé sur l'année, selon le principe de double vraisemblance (Bednarz, 2015), c'est-à-dire de pertinence pour les deux sphères de professionnels. Cela nous conduira à poser la question de la formation des enseignants en termes « d'apprentissages par l'expérience en milieu de travail, au plus près du travail mais toujours à distance de celui-ci » (Mayen, 2018, p.141). Nous serons alors amenés à caractériser l'espace-temps réflexif qui constitue « l'architecture fonctionnelle » (Albéro, 2010) du dispositif. A cette occasion, nous décrirons les trois principaux artéfacts mobilisés pour soutenir l'activité collective réflexive. Enfin, nous nous intéresserons à l'évolution des pratiques de deux des six enseignantes (M. et L. qui participaient au LéA depuis respectivement la première et la deuxième année). La conclusion sera l'occasion de revenir sur le lien entre recherche et formation via de telles recherches collaboratives.

INTRODUCTION

La communication a pour objet notre action au sein du Lieu d'Education Associé (LéA) *Eval Num C2* implanté dans le Réseau d'Education Prioritaire (REP) Lenain de Tillemont de Montreuil (93). Ce LéA a regroupé, au fil de ses trois années d'existence (2016-2019) quatre chercheurs (Ch), deux conseillères pédagogiques de circonscription (CPC) et une vingtaine d'enseignants de cycle 2, tous intéressés par les questions d'évaluation des apprentissages sur le nombre à ce niveau scolaire. Plus précisément, les professeurs des écoles (PE) cherchaient à faire face aux difficultés importantes constatées chez leurs élèves. Du côté des chercheurs, même si nos travaux ne concernaient pas forcément l'évaluation, en tant qu'enseignant en Institut National Supérieur du Professorat et de l'Education (Inspe) et intervenant dans le master MEEF du premier degré, nous sommes tous interpellés par l'enseignement des mathématiques dans le cadre de leur polyvalence par les PE. Nous nous retrouvions également sur la conception de faire de la recherche *avec et pour* les praticiens dans la tradition du courant canadien des recherches collaboratives (Desgagné 2001). Dans cette perspective, la compréhension de leurs pratiques effectives (et notamment des savoirs expérientiels) est au service d'une part du développement professionnel des enseignants et d'autre part de la production de connaissances scientifiques. Pour gérer la tension entre ces deux visées, nous adoptons une posture fondée par le principe de double vraisemblance (Bednarz, 2015) qui consiste à nourrir le processus collaboratif tout au long du travail commun « d'une double pertinence sociale lorsque se co-construit le projet, (d'une) double rigueur méthodologique dans la co-activité réflexive qui permet tout à la fois un espace de collecte de données pour le chercheur et l'opportunité d'un

développement professionnel pour les praticiens ; enfin, (d'une) double fécondité des résultats, à la fois sur le plan professionnel et sur le plan académique sur des questions liées à la pratique » (p181).

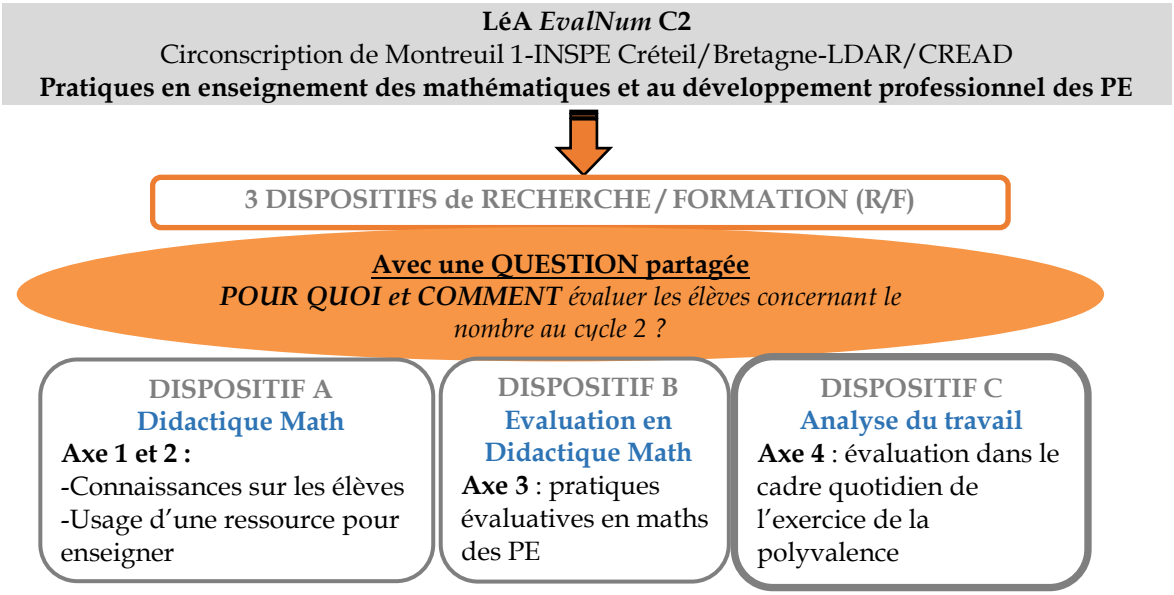
Nous aborderons donc dans cet article la question de la formation continue en France dans le contexte original des recherches collaboratives à partir d'un dispositif qualifié dès lors de recherche/formation (R/F) se déroulant complémentairement sur le temps dévolu à la formation continue des enseignants (9 heures d'animation pédagogique en mathématiques) et sur du hors temps scolaire (temps personnel). Dans un premier temps, nous problématiserons en partant des présentations du LéA puis du dispositif étudié. Nous serons alors amenés à caractériser l'espace-temps de l'activité collective réflexive (méthode générale ; principaux artefacts mobilisés) appréhendé comme une des formes possibles d'apprentissages par et au travail avec Mayen (2018). Nous poursuivrons en nous intéressant à l'évolution des pratiques de deux enseignantes avant de conclure sur de tels contextes hybrides de formation continue.

I-PROBLÉMATISATION

1 Notre contribution au sein du LéA *Eval Num*C2

Le LéA *Eval Num*C2 a fonctionné à partir de 3 dispositifs de R/F, tous porteurs du double enjeu de développement professionnel des PE et de contribution à un des axes du projet scientifique. La question de départ (*pour quoi et comment évaluer les élèves de cycle 2 dans le domaine du nombre ?*) a été saisie par les collectifs mixtes [PE-Ch] des différents dispositifs de façon singulière à partir de champs privilégiés de recherche : les apprentissages du nombre en didactique des mathématiques (dispositif A-Mounier, 2010 et Grapin, 2015), les pratiques d'évaluation en didactique des mathématiques (Dispositif B-Sayac, 2017) et l'exercice quotidien de la polyvalence dans une perspective ergonomique (Dispositif C-Blanchouin, 2015).

Figure 1-Présentation de l'architecture générale du LéA EvalNumC2



C'est donc dans cette architecture générale que s'inscrit **le dispositif C** conçu à partir de l'analyse du travail du PE avec une entrée par l'activité. Le professeur des écoles est appréhendé à partir de l'exercice réel de sa polyvalence, en tant que « personne au travail, un sujet « opérant » ayant un objectif d'action sur l'environnement, dans un contexte donné » (Falzon & Teiger, 2004, p.145). Une telle perspective ergonomique invite à problématiser le travail et à « filtrer et organiser la réalité de façon à permettre la transformation des situations » (ibid. p.149) pour agir à l'aide d'un modèle d'intervention (Blanchouin, 2015, p. 35). Dès lors, nous abordons les pratiques d'évaluations en repérant et en questionnant les gestes évaluatifs (Jorro, 2016) que déploient les PE en classe, au regard de ce qu'ils se sont auto-prescrits dans un environnement : institutionnel (le socle commun de compétences, de connaissances et de culture 2016 ; les

programmes de 2015 ; le livret scolaire unique), professionnel (ici, plus précisément la culture de l'évaluation), humain (collègues, élèves, parents, Inspecteur de l'Education Nationale de Circonscription-IEN, Conseiller Pédagogique de Circonscription-CPC, …), organisationnel (fonctionnement de l'école et de la formation continue), infrastructurel et matériel. Cet ensemble de contraintes extérieures constitue les ressources sociales du métier, c'est-à-dire des moyens pour renforcer les ressources personnelles (Clot, 2008) de l'enseignant. Celles-ci recouvrent l'ensemble de ses connaissances professionnelles dont celles relatives à l'évaluation, son répertoire de gestes professionnels, et la façon de définir le bien-faire son travail et le bien-être au travail. Enfin, localement, au niveau de l'interaction avec les élèves, nous mobilisons deux présupposés à partir d'une approche anthropologique de la didactique (Bucheton, 2009) :

- tout geste (évaluatif ou non) de l'enseignant actualise un compromis trouvé entre trois logiques d'actions situées qui entrent en concurrence : épistémique, pragmatique et relationnelle (Vinatier, 2013) ;

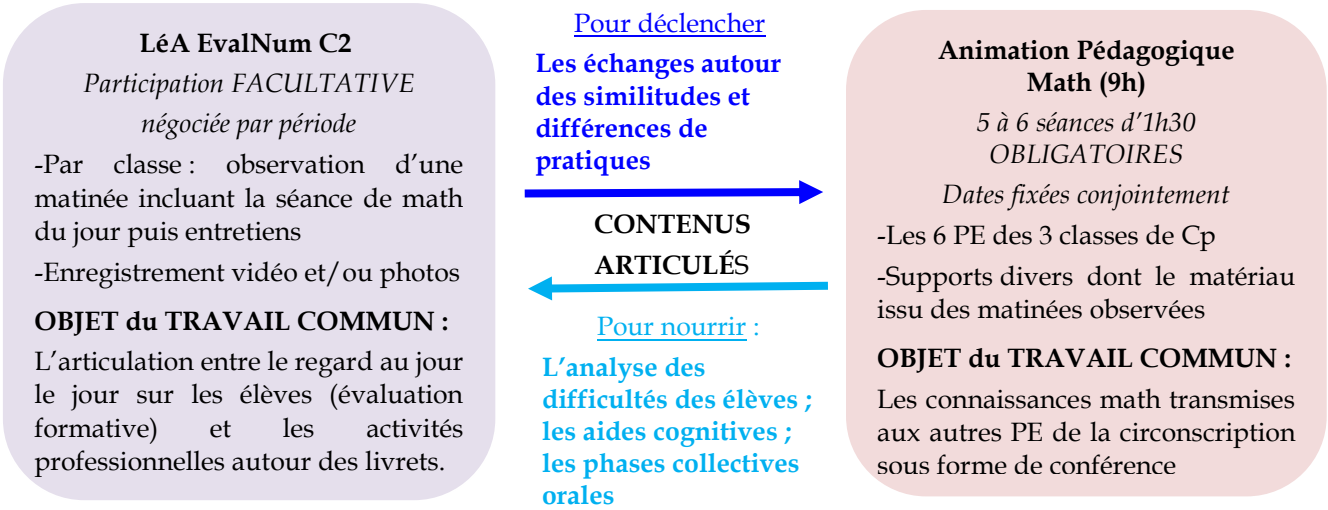
- pour comprendre et interroger l'arbitrage des dilemmes vécus, le geste est à resituer dans l'avancée effective du scénario de la séance inscrit dans celui d'une journée de classe d'une semaine appartenant à une période de l'année scolaire. Nous avons recours pour le faire aux trois descripteurs de la théorie de l'action conjointe que sont la chronogénèse, la mésogénèse et la topogénèse (Mercier, Shubauer-Léoni & Sensevy, 2002).

C'est ce modèle qui est donc au fondement de notre conception et mise en œuvre du dispositif de R/F.

2 Présentation du dispositif de la 3ème année (2018-2019)

Le dispositif de la troisième année (2018-2019) a réuni six PE intervenant en binômes dans les trois classes de Cp dédoublés[1] d'une même école et trois chercheurs, dont deux en didactique des mathématiques (Eric Mounier-Ch.E ; Nadine Grapin-Ch.N) et nous-même (Aline Blanchouin-Ch.A). Il s'est déployé après négociation avec l'IEN et la CPC sur le temps dévolu aux 9 heures d'animation pédagogique en mathématiques (formation continue) et sur du hors temps scolaire. Dans la continuité du travail collaboratif de l'année précédente, nous avons contractualisé un cadre de fonctionnement et une méthode générale d'analyse de pratiques avec les enseignantes au cours de deux entretiens (début juillet 2018 avec une partie du collectif mixte et mi-septembre au complet). Nous avons formalisé un document à destination de l'équipe de circonscription qui rendait compte de ces éléments (figure 2) après y avoir rappelé le projet commun [PE-Ch] à savoir trouver des leviers pour articuler deux types d'activités évaluatives : « le regard du jour sur ce que les élèves apprennent » (évaluation à visée de diagnostic et de régulation) et « les évaluations pour remplir les livrets » (évaluation à visée informative).

Figure 2-Extrait de la charte collaborative entre [Ch-PE-Equipe de Circonscription]



[1] **M & L** engagées dans le LéA depuis une (L) ou deux années (M) que nous présenterons plus longuement en troisième partie ; **S** (ancienne maître surnuméraire, 20 ans de métier) **& C** (Première année d'enseignement) ; **So** (près de 25 ans de métier dont une vingtaine en Cp) **et K** (10 ans d'ancienneté dont la plupart en faisant des remplacements longs dans des écoles diverses).

3 Interroger la visée de développement professionnel du dispositif

Selon l'approche sociotechnique d'Albéro, « un dispositif matérialise une organisation particulière d'objets, d'acteurs, de structures et de systèmes de relations, en fonction des objectifs de formation dans une situation donnée » (2010a). En formation, le dispositif est « doté de propriétés spécifiques (cohérence, dynamique, adaptabilité, autorégulation) dues à l'intégration dans son fonctionnement des dimensions propres à l'activité des acteurs (finalités, projets, motifs, dispositions). Les propriétés sont moins la conservation de la structure que l'adaptation stratégique à la diversité des publics et des milieux et la capacité d'évolution dans le temps » (2010b, p.9). Dans notre cas, les caractéristiques temporelles, humaines, organisationnelles, la définition des objets de la pratique à analyser et les outils ont émergé du travail conjoint [PE-Ch] à partir de la charte de départ. L'architecture du dispositif final (annexe 1) fait apparaître en cohérence avec le projet directeur, six périodes lors desquelles les séances de mathématiques effectives du « moment » étaient mises à distance lors d'entretiens se déployant dans le cours de l'exercice au quotidien du métier (récréation, pause méridienne, après la classe), de façon multi modales avec l'usage ou non d'artéfacts (cf le développement II.1). De telles caractéristiques nous amènent à porter notre attention sur le cœur du dispositif, à savoir l'espace-temps réflexif qui s'est déployé. Or répertoriant cinq « formes d'apprentissage par l'expérience en milieu de travail, au plus près du travail mais toujours à distance de celui-ci », Mayen (2018, p.141) cite l'activité réflexive aux côtés de l'apprentissage sur le tas (plus particulièrement avec l'intentionnalité d'apprendre du travail), l'aménagement des environnements de travail, les actions d'aides intentionnelles et la circulation dans l'organisation. En ce sens, l'existence de ces formes (qui peuvent être combinées) offre la possibilité d'interroger le potentiel d'apprentissage d'une situation de travail et/ou de « concevoir et organiser un parcours d'apprentissage par l'expérience du travail » (p.157).

La question que nous retenons est donc la suivante : dans quelles mesures ce dispositif de formation basé sur l'activité réflexive a-t-il participé pour les PE d'une *forme d'apprentissage par l'expérience en milieu professionnel* alors même qu'ils avaient choisi pour cette nouvelle année scolaire une unique et nouvelle ressource pour enseigner les maths (Mon année de Math (MAM), Mazollier, Mounier et Pfaff, 2016) et qu'ils étaient tenus de partager la classe avec un autre collègue (dispositif ministériel relatif au dédoublement des classes de Cp) ?

Pour y répondre, nous nous proposons de caractériser l'espace-temps réflexif du dispositif avant d'aborder, en troisième partie, l'évolution des pratiques de M et L, qui co-intervenaient dans la même classe de Cp.

II-DESCRIPTION DE l'ESPACE-TEMPS RÉFLEXIF DU DISPOSITIF

Nous allons commencer par expliciter le parti pris que nous avons pour accompagner des enseignants à développer leur pouvoir d'agir, ce qui nous conduira à préciser certaines caractéristiques de l'environnement de travail des PE.

1 Analyser en mettant au dialogue les trois temps de l'enseignement

L'évolution de la pratique d'un enseignant suppose une « pluri-directionnalité de la régulation (Jorro, 2007) » qui intéresse les trois temps successifs de son travail que sont la préparation de l'action *(activité planifiée)*, l'interaction avec les élèves *(activité effectuée)* et l'analyse a posteriori *(activité analysée/évaluée)*. Dans cette perspective, l'activité collective réflexive a consisté à explorer, de façon à les mettre en interrelation, les gestes professionnels des enseignants lors des trois phases que sont :

-la préparation des contenus d'enseignement/apprentissage. Le collectif avait pour ce faire une référence commune dans la ressource MAM, conçue pour partie par le Ch.E. et utilisée par les 3 binômes d'enseignantes. M. et L. sont les seules à l'avoir manipulée, sans le fichier élèves, l'année précédente mais pour enseigner en Ce1.

-l'interaction avec les 24 élèves de Cp. Ici, les caractéristiques de l'école (pas assez de classes pour des Cp à 12 ; les 3 classes de Cp de plein pied sur la cour tout comme la bibliothèque) offraient deux configurations de situations : en co-intervention dans l'espace classe selon des modalités arrêtées par les 2 PE en amont ou émergeant dans la conduite même du groupe ; en 2 sous-groupes de 12 élèves dans deux espaces différents (la classe et la bibliothèque avec un déplacement d'environ 100m sans couloir, ni escaliers). Les trois binômes pour l'enseignement des mathématiques ont eu des stratégies différentes :

	M&L	S&C	So&K
Espace	-En groupe classe -En 2 sous-groupes dans 2 espaces à partir de mars	-En groupe classe, à part lors des passations des évaluations	-En groupe classe -Dès octobre : en ateliers dans la classe et en 2 sous-groupes dans 2 espaces
Modalités de co-intervention	Pilotage des phases collectives décidé en amont et variable d'une séance à une autre. Co-pilotage dans la séance.	Pilotage des phases collectives par C. Lors de l'activité des élèves, S intervient en soutien auprès d'élèves en difficultés le plus souvent. Fonctionnement inversé en français.	Pilotage des phases collectives par la PE qui n'a pas en charge le français durant toute la séquence concernant le même album (2 à 3 semaines environ). Pendant l'activité des élèves, la seconde PE prend en charge 3-4 élèves en difficultés.
Préparation	La PE menant la séance	C	La PE menant la séquence

-l'analyse a posteriori. Le collectif s'est appuyé sur les observations et les tournages du Ch.A. La méthode de l'auto-confrontation (Clot et Faita, 2000) a été mobilisée en l'ajustant au contexte et aux enjeux de formation. Nous avons ainsi valorisé deux (et non trois) strates d'entretiens : en triade [Ch.A-2 PE] ou en petit groupe [Ch.A-Plusieurs PE] puis en grand groupe [3 Ch-6PE]. De plus, nous avons eu recours à une diversité de traces de l'activité effective d'enseignement/apprentissage, excédant les seuls extraits vidéo. Enfin ponctuellement, des fiches de bilan réflexif conçues les années précédentes au sein du LéA ont été renseignées par les PE. Elles permettent de recueillir des éléments du scénario effectif, les préoccupations de départ (objectifs) de l'enseignant et ce à quoi il pense avoir fait attention, ainsi que les dilemmes vécus et l'appréciation des effets de son action sur les élèves (annexe 2).

2 Les principaux artéfacts mobilisés pour soutenir l'activité collective réflexive

A partir du matériau recueilli autour des différentes strates d'entretiens (guide et historique de préparation ; supports confectionnés ; enregistrements vidéo ou audio), nous avons dégagé trois principaux artéfacts pour déclencher et nourrir les transactions autour des apprentissages (numériques) de tous les élèves de la classe et des gestes professionnels pour les favoriser. Pour chacun, nous précisons la modalité d'introduction au sein du collectif et les fonctions que nous lui avons conférées. C'est donc l'instrumentalisation du collectif qui est présentée ici et non celle de chacun des acteurs, les données étant en cours de construction.

1.2 Des traces de l'activité effective d'enseignement/apprentissage

Une introduction négociée d'extraits vidéo et de photos de ce qui s'est passé en classe

Les extraits vidéos sont choisis lors de premières réflexions échangées entre [Ch.A-le binôme de PE de la classe] après la séance (récréation, pause méridienne) à propos des dilemmes vécus, des objets de satisfactions et des interrogations vives. Elles débouchent sur des propositions d'extraits du Ch.A (qui voit et tourne dans les 3 classes) permettant de commenter et d'apprécier certaines caractéristiques du geste évaluatif défini comme le couplage de trois actions : l'observation (indices pris sur l'activité des élèves)-l'interprétation (en termes de ressources effectives des élèves et d'hypothèse d'obstacles à l'apprendre)-la régulation directe (sous forme d'étayage) ou non[2]. Une focalisation s'est opérée sur les gestes d'étayage lors de l'activité des élèves (sur un élève particulièrement en difficulté ; sur le groupe classe qui

[2] Cette définition opératoire est traduite dans la formalisation de l'outil 1, co-construit par Ch.A et des PE lors des années 1 et 2 du LéA. Il s'agit de la figure 4, p7.

avance à une vitesse différente) ou lors de la conduite de phases collectives orales (type mise en commun ou à l'inverse de contextualisation en début de séance). Les photos permettent plus facilement, elles, des focales sur l'activité cognitive de l'élève (à partir de productions intermédiaires, finales) et sur l'environnement sémiotique (les outils de la classe-affichage, utilisation du tableau, emplacement de la bande numérique… ; la nature du matériel à disposition ; les caractéristiques du support de travail).

La production par le Ch.A de « traces secondes » de ce qui s'est passé en classe

En plus des photos et de films, nous concevons des supports (que nous nommons traces secondes des pratiques effectives) pour soutenir le déroulement des entretiens avec trois intentions : resituer un extrait de classe dans le scénario de la séance, dégager un objet de dialogue, introduire de la controverse. Ci-dessous (figure 3), le classement que nous avons opéré à partir de l'inventaire des productions faites au cours des six périodes de l'année. Nous avons repéré ainsi quatre types de traces et quatre fonctions mobilisées qui excèdent in fine nos intentions de départ.

Figure 3-Catégorisation des traces produites lors des périodes de travail (annexe 3)

<table>
<tr><th>4 types de traces</th><th>Fonctions</th></tr>
<tr><td>Scénario d'une séance réalisée par un des trois binômes : découpage en phases (rapport variable texte/photos)</td><td>-Resituer une phase pour en discuter le choix de conduite
-Répondre à un questionnement du PE et participer à l'anticipation de la séance pour d'autres PE</td></tr>
<tr><td>Deux Scénarii en vis-à-vis : découpage en phases (rapport variable texte/photos)</td><td rowspan="2">Déclencher de la controverse autour de choix différents : interroger les dilemmes gérés et ce qui a présidé au(x) compromis trouvé(s)</td></tr>
<tr><td>Transcription d'une phase menée différemment par 2 PE</td></tr>
<tr><td>Transcription d'une interaction [PE-élève] ou de plusieurs en vis à vis</td><td>Posséder des éléments communs de description pour décrire à un grain fin le geste d'étayage (énoncé, gestuelle, posture, mimique) et aides matérielles (jetons, bande numérique…)</td></tr>
</table>

2.2 La ressource MAM

Introduction de la ressource dans l'environnement de travail comme unique outil de préparation

Tout d'abord la ressource est devenue un outil de planification pour toutes les enseignantes suite à une proposition faite par M. en fin d'année scolaire précédente. En effet, l'an passé, M. et L. l'avaient testée (suite aux discussions de fin de première année du LéA) mais sans proposer aux élèves le fichier. Cette première prise en main a été l'occasion pour elles de se reconnaître dans les propositions didactiques « *la ressource correspond davantage à notre façon de faire (recours à du matériel et au jeu ; l'existence de situation problème ; une séquence se déroulant sur les quatre jours d'une même semaine)* ». Fortes de ce sentiment mais aussi de l'opportunité de pouvoir échanger avec l'un des concepteurs (Ch.E), elles ont décidé et proposé à leurs collègues de Cp d'investir pleinement dans la méthode en commandant l'entièreté du kit (fichier élèves ; matériel de la classe). Les trois binômes de PE conçoivent donc leur enseignement des mathématiques à partir de la même référence en cherchant à avancer au même rythme pour deux raisons : le renseignement de niveaux de maîtrise de compétences identiques dans le livret scolaire transmis aux familles et la richesse expérimentée l'année d'avant par M. et L. (avec le Ch.A) de comparer la « même séance » réalisée par deux enseignantes différentes pour repérer ses motifs d'agir et ses propres gestes ainsi que des pistes de transformations.

La fonction principale lors des temps d'analyse a posteriori

Tout d'abord, en écho à ce que nous venons d'expliquer, les scénarii de séance (guide du maître) et les tâches du fichier des élèves (de la séquence et de son évaluation) ont été des déclencheurs de controverses entre les membres du collectif mixte ; la mutualisation à partir des différentes façons de faire a conduit, elle, à identifier d'autres possibles ou bien à confirmer un projet d'action.

Ensuite, trois attributs de la ressource se sont révélés être des leviers privilégiés pour repérer des tensions dans l'enseignement/apprentissage et en écho des vigilances à avoir en tête :

a- Deux rubriques du fichier élève intéressant deux temps didactiques d'une séquence (annexe 4) :

°la tâche du « *j'ai découvert* » placée en fin de séance 1 a questionné régulièrement le collectif sur : l'introduction de l'institutionnalisation dans la séquence ; la forme que cela prend ; la référence à cette institutionnalisation lors des séances suivantes

°les tâches du « *je m'entraîne* » placées après la dernière séance 4 ont amorcé ou relancé les échanges autour de la différenciation et d'une évaluation au service de la continuité des apprentissages.

b- La description canonique d'un scénario de séance dans le guide du maître. D'une part, cela a assis la méthode proposée par les Ch. de situer les objets des échanges dans le temps didactique de la séance (quelle phase ? qui avait quel enjeu ?). D'autre part, la formulation des procédures visées dans la séance a peu à peu servi de référence au collectif pour interroger la nature des gestes d'étayage et leur pertinence au regard des compétences visées lors de la séance (reprises programmes 2015).

c- Les fiches évaluatives de fin de séquence. Le dessein de les mobiliser pour remplir le livret décidé en fin d'année précédente (au sein du collectif mixte du LéA [ChA, Ch.E-M., L.]) a entraîné principalement deux nouveaux chantiers d'analyse : des tâches elles-mêmes pour formuler la compétence livret et les conditions de passations (modalité de travail de la classe ; geste de l'enseignant) pour aider à renseigner les niveaux de maîtrise.

2.3 Deux outils d'aide à la réflexivité co-construits par [Ch-PE] l'année d'avant

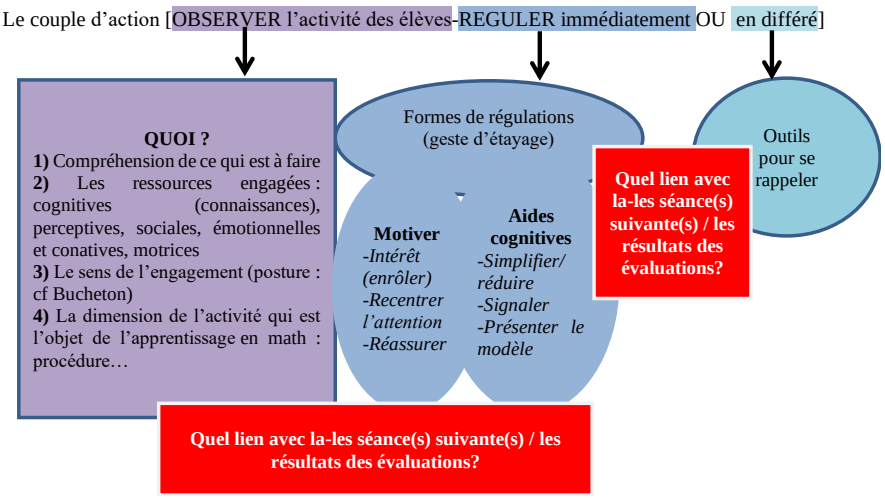
Une introduction à partir d'un processus de réification lors des deux premières années du LéA

Lors de l'année 1, le Ch.A a ressenti la nécessité de rendre visible la teneur des échanges de pratiques pour outiller une posture davantage réflexive des PE. Il a donc initié la conception de deux outils qui ont ensuite évolué au fil de nos usages effectifs :

Outil 1- Repérer et évaluer le geste évaluatif (la version finale est la n°5 de novembre 2018)

Le Ch.A a produit une première version que M. et D. (PE du LéA qui a eu une mutation en fin d'année 1) ont reprise à l'occasion de notre intervention au séminaire de fin d'année du réseau des LéA (mai 2017). Pour réintroduire cette formalisation en année 2 (auprès des PE dont M et L), le Ch.A a procédé à trois ajustements : une présentation linéaire des actions à réaliser ; une fidélité plus importante au langage de la pratique ; une référence explicite aux fonctions d'aides de Bruner. C'est cette version qui a été présentée de façon laconique lors du premier entretien collectif de septembre 2018 aux 4 autres PE (S&C ; So&K) afin qu'ils analysent « ce qu'ils regardent » et « comment ils interviennent auprès des élèves » ; l'enjeu étant qu'ils possèdent des informations précises sur l'activité effective de leurs élèves pour concevoir la suite de leur enseignement.

Figure 4-Geste évaluatif, version n°5 de décembre 2017



Outil 2- Identifier les dilemmes (version définitive en annexe 5)

Le Ch.A a produit une première version pour provoquer des échanges entre PE en mars de la première année (2017) ce qui a conduit à des évolutions de formulations par le collectif d'alors dont M. faisait partie. Si l'outil (la formalisation écrite) n'a pas été manipulé explicitement lors des entretiens suivants, certains dilemmes ont été énoncés régulièrement notamment par D. et Ch.A. En fait, ce n'est qu'un an après (mai 2018) que le Ch.A l'a réintroduit pensant qu'il pourrait être une aide à la rédaction de bilans réflexifs (cf l'annexe 2). Le Ch.A a alors classé les dilemmes en distinguant quatre niveaux de questionnements : la programmation d'une séance ; la définition d'un scénario ; l'observation des élèves en situation ; l'évaluation-régulation lors de la séance (activité des élèves ; collectif oral).

Fonction de départ des deux outils et recours effectif lors de la 3ème année

Il s'agissait de soutenir l'investigation des gestes d'étayage lors de l'interaction individuelle avec des élèves particuliers et/ou lors de la mise en commun en prenant en compte les préoccupations et les dilemmes vécus lors de la phase étudiée, resitués dans l'ensemble de ceux de la séance d'une journée de classe. In fine, ces deux outils ont servi de culture partagée entre [Ch.A-M., L.]. Premièrement, lors des entretiens (bilans) à chaud, l'entrée par les préoccupations et les dilemmes s'est systématisée pour s'arrêter sur les gestes situés envers un élève particulier ou le groupe classe. Deuxièmement, la référence aux types d'aides est venue soutenir une description plus fine des interventions réalisées. En ce qui concerne les autres PE, ces outils ont commencé à être une référence indirecte à partir de mars alors que le grain d'analyse de leurs gestes s'est affiné en s'appuyant, notamment sur la production de transcripts illustrés.

III-EVOLUTION DES PRATIQUES ENSEIGNANTES : LE CAS DE M. et L.

Nous avons vu comment le dispositif de R/F a enrichi d'un espace-temps réflexif, l'environnement de travail des 6 enseignantes de Cp. Les objets communs contractualisés puis formalisés dans la charte (connaissances mathématiques sur le nombre et articulation des activités évaluatives à visée de régulation de l'enseignement et d'information envers les parents) ont été attrapés en interrogeant de façon dialogique les gestes [de préparation-d'interaction-d'analyse a posteriori] lors des différents entretiens qui se sont déroulés sur une dizaine de jours de chacune des périodes scolaires. Trois principaux artéfacts ont outillé l'investigation des pratiques des trois binômes de PE : des traces effectives (primaires ou secondes) de ce qui se passait dans les trois classes, traces hébergées sur l'ordinateur de la salle des maîtres ; la ressource MAM qui au regard des habitudes des unes et des autres constituait de fait un aménagement de l'environnement de leur enseignement des mathématiques ; des documents écrits (outils 1 et 2 décrits précédemment) pour outiller l'analyse réflexive des gestes professionnels, documents dont seules M. et L. étaient familières (ayant contribué à leur conception). Ajoutons que nous avons introduit un autre artéfact dès septembre (envoi électronique en même temps que la charte), suite aux échanges de juillet que nous avions eus avec 4/6 PE sur les opportunités qu'offrait le fait de prendre en main à deux un groupe de 24 élèves. Il s'agissait d'une production de l'Institut Français de l'Education (Ifé) qui répertorie sept modalités de co-intervention (annexe 6). Pour autant, alors même que nous avons régulièrement constater la complexité pour les PE à coordonner leurs interventions auprès des élèves (qui ? ; pour quoi ? ; avec quelles aides ?), une telle référence n'a jamais été mobilisée. C'est donc dans un tel environnement de travail que nous allons nous centrer sur l'expérience vécue de M. et de L. qui se partageaient la responsabilité d'un même groupe de 24 élèves.

1 Présentation des deux PE

M et L ont la particularité d'appartenir au collectif du LéA depuis le départ pour M. (2016-2017) et depuis la deuxième année 2 pour L. (2017-2018). En fait, c'est M. qui a proposé à L. de rejoindre le groupe alors que sa collègue (D.) obtenait une mutation. Ayant trouvé dans le dispositif d'auto confrontation croisée un espace précieux pour interroger sa pratique et la faire évoluer, elle souhaitait pouvoir le revivre avec une autre enseignante de son école ayant en charge le même niveau de classe qu'elle (Ce1). L. accepte donc. Sa motivation (entretien de septembre 2017) est une évolution de sa pratique « *Je suis une enseignante lambda par contre je suis curieuse de m'améliorer et de savoir comment on peut faire (en mathématiques) et de donner*

un peu de sens à tout ça quoi (…) moi c'est clairement une perspective de formation. Enfin je le prends comme ça ». Elle trouve *que ça va être hyper enrichissant de savoir comment le collègue d'â côté fait parce que je pense sur une même séance effectivement on ne va pas procéder de la même façon, on ne va pas forcément prendre les mêmes entrées* et se situe donc aussi du côté de l'échange de pratiques.

Du point de vue professionnel, M. enseigne depuis 19 ans dont une quinzaine d'année dans l'école. Elle a majoritairement eu des classes de maternelle et pris en charge des classes de cycle 2. C'est sa 3ème expérience en Cp. Pour enseigner les mathématiques, elle n'a pas pris l'habitude d'une ressource particulière. Lorsque nous la rencontrons en 2016, elle teste un guide (Collection de Stella Baruk) en nouant un rapport de type *Adaptateur en ajoutant-complétant* (Leroyer, 2013). En ce qui concerne L., elle enseigne depuis 8 ans dont quatre dans l'école. Elle a majoritairement pris en charge des classes de cycle 3 et de ce1. C'est sa 2ème expérience en Cp. Pour enseigner les mathématiques, elle utilisait Cap Math avant de suivre la proposition faite par M. de recourir à MAM. Elle a davantage un rapport de type *utilisateur qui s'applique* (Leroyer, 2013) au manuel. Notons que dans l'école, une réflexion en maitrise de la langue est menée depuis plus de 15 ans et que les PE de Cp et de Ce1 travaillent à partir d'albums qu'elles choisissent collégialement (rapport *de concepteur*).

2 Les pratiques d'enseignement de M et de L en mathématiques

Pour évoquer l'évolution de leurs pratiques, nous avons choisi de recourir à ce qu'elles ont écrit ensemble à l'occasion de la préparation du séminaire de fin d'année du réseau des LéA (année 2-Mai 2018). Nous le complèterons à l'aide de constats réalisés lors de cette 3ème année (alors qu'elles sont passés du Ce1 au Cp), des fiches bilans qu'elles ont rédigées par trois fois et de l'écrit rédigé pour préparer une intervention à trois voix (elles deux et Ch.A) au premier congrès de la TACD[3] en juin 2019.

2.1 Trois registres d'évolution déclarés et constatés

- ***Le fait d'avoir à présent une ligne directrice pour faire apprendre les élèves***

M. et L. précisaient en mai 2018 que pour le domaine Nombre et Calculs, elles pensent à présent de façon dissociée désignations orale et écrite du nombre pour intervenir auprès des élèves et plus généralement, pour toutes les autres séquences, qu'elles cherchent à comprendre et à s'approprier les procédures visées chez les élèves. Lors de la 3ème année, le lexique employé, la nature même de leurs aides et le questionnement systématique des élèves sur leurs façons de faire ou encore la mise en place de modalités de passations individuelles de fiches d'évaluation de fin de séquence sont des expressions dans l'action de ces nouvelles connaissances professionnelles. Une des conséquences est que le geste évaluatif au quotidien est davantage ancré dans une préoccupation épistémique, avec en arrière- plan, une référence explicite à atteindre.

- ***L'élargissement du répertoire de leurs gestes situés***

En mai 2018, **M. et L.** évoquaient le fait que *« nos gestes d'étayage ont évolué (…). C'est un panel plus large qui s'offre à nous. Outre les gestes d'étayage qui servent à motiver ou à recentrer l'attention des élèves, les aides cognitives sont davantage conscientisées. Nous formalisons différentes strates d'étayage cognitif (…). L'étayage choisi entre dans la dynamique de la classe et dépend des indices pris sur les élèves qui sont en lien avec les fameux gestes évaluatifs qui nous interrogent dans le groupe de recherche ».* Lors de la 3ème année, elles commentent leurs gestes d'étayage à partir de trois grandes stratégies : « des aides pas à pas » (réduction des degrés) ; « diriger l'attention » pour aider l'élève à prendre des indices et l'orienter vers une procédure » ; « proposer du matériel (simplifier) ». Dans l'interaction, nous avons pu remarquer que les choix de modalités de co-intervention ainsi que la pression temporelle ont été les obstacles majeurs au déploiement opportun de ces différentes strates d'intervention. De plus, subsiste une résistance à sortir le matériel en cours de séquence puisque pour elles, allant à l'encontre de l'enjeu de conceptualisation. Pour autant, le geste situé lors des moments d'activité des élèves et d'oral collectif relève bien d'une visée formative et

[3] 1er Congrès international de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique - La TACD en questions, questions à la didactique 25-27 juin 2019. ESPE **de** Bretagne-UBO. Rennes

régulatrice de l'activité évaluative au quotidien qui s'appuie en premier lieu sur la distinction entre « aides cognitives » et « motivationnelles ».

M. et L. ont également souligné en mai 2018 que « *nos phases de mise en commun ont également évolué* » ; **L.** précisait à cet effet que « *les échanges de pratique nous ont permis de voir qu'elles n'avaient pas le même rôle dans notre pratique (…). De mon côté ce sont des moments où je raccroche les élèves fragiles en les sollicitant et en les interpellant avec l'aide des autres. Chez M., elles sont plus courtes pour ne pas perdre le groupe. De ce constat, est née une discussion sur un dilemme quotidien : avancer en prenant bonne note de l'état d'avancement de certains ou essayer de récupérer tout le monde pendant ces phases là au détriment de ceux qui ont compris* ». Ici, le répertoire de gestes s'est étoffé lors de cette 3ème année, chacune des 2 PE différenciant ce qui est pour elle confortable (pour L. prendre tout le temps nécessaire et pour M. aller au plus) de ce qui serait le plus juste au regard du contexte en prenant deux éléments en compte : la connaissance qu'elles ont de l'activité effective des élèves et la place de la séance dans la séquence. Outre une panoplie plus large de la conduite des mises en commun, cela leur permet de mieux analyser a posteriori les choix faits in situ.

- ***Une évaluation quotidienne désormais à visée de régulation de leur enseignement***

En mai 2018, **M.** précise que « *ces changements et évolutions de nos pratiques sont étroitement liés à la prise d'indices de toutes natures que nous pratiquons quotidiennement en classe de façon souvent inconsciente. Cette évaluation qui se fait en permanence, de façon immédiate et donc souvent non consciente est ce que l'on appelle dans le groupe le regard du jour ou en termes plus appropriés l'évaluation formative* ». **L.** complète en écrivant « *nous considérons à présent cette évaluation du quotidien comme un geste qui nous permet de réguler nos interventions. Elle est un outil intrinsèquement lié aux apprentissages* ». **Et les deux PE** de conclure « *nous essayons donc d'aiguiser notre regard sur les élèves afin d'apporter une réponse appropriée et individualisée ou collective* ».

Dans cet esprit, elles ont mis en place un cahier de suivi hebdomadaire des élèves à partir d'octobre 2018 pour garder en mémoire les apprentissages du moment de chacun de leurs élèves. Cela leur a permis d'ajuster leur enseignement en cours de séquence et d'avoir des points de repères pour la passation d'évaluations sommatives. D'ailleurs, les appréciations portées sur ce cahier, qui ne relèvent que du registre épistémique, démontrent leur préoccupation et leur compétence à prendre des indices sur l'activité cognitive des élèves.

2.2 Des tensions qui persistent

Les observations réalisées lors de l'année 3 ont conduit à des controverses récurrentes autour de l'aide des élèves en difficultés (régulières ou ponctuelles). En ce qui concerne M. et L., cela a mis en évidence trois objets de la pratique qui restent problématiques :

-La marge de manœuvre à s'autoriser par rapport aux scenarii proposés dans la ressource en fin de séquence (séances 3 et 4) qui renvoyait dans leur cas aux difficultés rencontrées par le contexte de co-intervention. Le choix d'alterner la responsabilité des séances de mathématiques mais aussi leurs styles personnels de conduite du groupe classe (davantage anticipatrice chez L. et plus régulatrice chez M.) font partie des éléments explicatifs. Il faut y ajouter le fait que l'appropriation du contenu à enseigner est davantage faite à l'horizon de la séance et non de la séquence.

-Le choix de recourir au matériel en cours de séquence qui interroge d'une part la place qu'elles accordent à sa fonction de validation et d'autre part, l'identification des conditions dans lesquelles le mettre à disposition et les enjeux poursuivis (engager l'élève, lui permettre de se représenter…).

-Une institutionnalisation en début de séquence qui serve l'explicitation des savoirs en jeu et l'autonomie à l'instar de ce qu'elles mettent en place en français (cahier outil des élèves ; affichages collectifs). Ainsi, fin mai 2018 M. et L. écrivaient : « *sur un plan pédagogique nous nous questionnons encore sur le rôle des « leçons », et plus largement sur les outils créés en math pour aider les élèves (ici il ne s'agit pas de leçons mais de l'institutionnalisation des découvertes) : comment les faire vivre par les élèves et les utiliser comme outil d'étayage ?* ». En cette 3ème année, les élèves ayant un fichier, la question s'est déplacée sur la façon de mener le moment du « j'ai découvert », situé en fin de séance 1 de chacune des séquences (problème de temps très souvent) et d'amener les élèves à y revenir en cours de séquence (problème de sens accordé à cette tâche ; problème de repérage dans le cahier).

2.3 La concurrence entre deux apprentissages professionnels : apprendre à « co-intervenir » et « faire évoluer son enseignement des mathématiques »

En fait, au cours de cette 3ème année, L. et M. ont eu à construire des compétences de coordination de leurs actions alors même que, fortes de la complicité professionnelle née de l'expérience de l'année d'avant, elles avaient choisi de travailler ensemble. Ainsi, ont-elles rencontré des difficultés durant plus d'un semestre, malgré la dynamique des échanges au sein du collectif mixte. La comparaison avec les deux autres binômes autorise les hypothèses suivantes sur la nature des obstacles : le fait qu'aucune n'ait une expérience avérée en Cp ; leurs styles pédagogiques opposés pour conduire in situ la classe mais aussi penser sa préparation ; le choix fait de se « partager les enseignements de français et de maths » en alternant quasi quotidiennement les rôles de chacune ; la difficulté à choisir de fonctionner en groupes de besoins ou en ateliers lorsqu'elles co-pilotaient une séance.

CONCLUSION : UNE RÉPONSE PARTIELLE ET DES PERSPECTIVES

1 A propos du lien entre dispositif et évolution des pratiques

Finalement, le dispositif basé sur l'activité collective réflexive s'est déployé en prenant en compte l'évolution de l'environnement de travail que représentait le choix d'une nouvelle ressource pour enseigner les mathématiques. Ainsi, certains attributs de MAM ont été instrumentés pour interroger la pertinence des gestes situés, notamment d'étayage. En retour, le fonctionnement de la ressource a pu être éclairé ainsi que son soubassement théorique. En revanche, l'aménagement de l'environnement qu'a constitué le partage d'une même classe, s'il a piloté le recueil des traces de l'activité effective (choix de tourner ou d'observer plus particulièrement un enseignant ou leurs coordinations) et les échanges lors des debriefings à chaud (à propos des rôles de chacune et de leurs gestes ou pas…), n'a pas donné lieu à la mise en projet d'expérimentations de certaines modalités qui auraient pu être analysées après coup. Car il nous semble que nos seuls commentaires des pratiques alternatives du binôme [So&K] n'ont pas suffi à outiller M. et L. dans la résolution des tensions vécues.

Il nous semble cependant que la force du dispositif réside dans le fait d'avoir pris en compte les principales caractéristiques de l'environnement de travail et les déstabilisations/ressources qu'elles ont généré au fil de l'année scolaire pour penser les conditions et les objets de l'activité réflexive de chaque période. Ce qui, il nous semble, a nourri l'intention d'apprendre du travail (intentionnalité d'apprentissage sur le « tas » en référence à Mayen, 2018) des PE, et ce de façon plus affirmée pour M. et L. et les enseignantes débutant dans le métier (T1, vacataire), pour des motifs différents :

-L'emparement de la ressource au service de la prise en charge de l'hétérogénéité des élèves, pour S, K et So.

-De la problématique de l'évaluation en continu pour L. et M.

-De la conduite des gestes de mise en commun et/ou de début de séance pour les 2 enseignantes débutantes (C et E qui l'a remplacée à partir de janvier).

Plus encore, il a également indirectement impacté la dynamique de l'école : la ressource a été choisie par les PE de tout le cycle 2 et plusieurs enseignants ont émis le désir d'intégrer le collectif.

2 Perspectives

Penser des dispositifs de formation continue qui se saisissent des contextes de travail au quotidien comme « lieu potentiel d'apprentissage » (Mayen, 2018)

Dans cette perspective, nous poursuivons la collaboration en 2019-2020 dans un contexte renouvelé (en tant que groupe IREM et non plus LéA). Ainsi, avons-nous renégocié avec l'équipe de circonscription le cadre institutionnel d'intervention soit la conception d'un parcours de formation de mathématiques en présentiel autour d'un élargissement du répertoire de gestes d'enseignement (préparation-interaction-analyse) relatifs à l'usage de la ressource MAM pour enseigner le domaine « Nombres et Calculs » afin

que chacun des élèves de C2 apprenne. Le dispositif repose sur quatre séances collectives obligatoires pour tous les PE du cycle 2 de l'école ; les supports des séances sont produits en amont par le Ch.A et les PE volontaires à partir du tournage de séances de mathématiques et d'entretiens. Les objets d'étude pour les chercheurs sont l'institutionnalisation du savoir en début de séquence, l'évaluation de fin de séquence et l'apprentissage en situation de travail. Pour les PE, l'enjeu de professionnalisation est de mobiliser des références mathématiques partagées pour favoriser la continuité des apprentissages numériques des élèves au sein du cycle 2.

Prendre en compte dans le projet de recherche la dimension formative de ce type de dispositif

Cela engage d'une part une réflexion sur les transformations des pratiques des PE mais aussi des chercheurs : quels moyens pour les identifier et les prendre en compte pour faire avancer la collaboration mais aussi pour produire des connaissances scientifiques ? D'autre part, cela nécessite de penser le cadre théorique et la méthodologique de la recherche comme des ressources pour concevoir une ingénierie de formation. Ingénierie qui nous semble devoir inviter le chercheur à adopter une posture d'accompagnateur, mué par le fait de créer les conditions d'analyse et d'évaluation des pratiques pour les transformer et pour accéder aux logiques d'arrière-plans des enseignants.

BIBLIOGRAPHIE

Albéro B. (2010a) La formation en tant que dispositif : du terme au concept. B. Charlier et F. Henri (dir. par). *La technologie de l'éducation : recherches, pratiques et perspectives*, Presses Universitaires de France, pp.47-59.

Albero B. (2010b) Une approche sociotechnique des environnements de formation, *Éducation et didactique [En ligne]*, **vol. 4 - n°1 | 2010**, mis en ligne le 01 avril 2012.

Blanchouin A. (2015) *La journée de classe de l'enseignant polyvalent du primaire : étude sur une année scolaire du cours d'action quotidien en cours préparatoire.* Thèse de doctorat. Université Paris 13, Paris.

Blanchouin A., Grapin N., Mounier E., Sayac N. (2017) *Former les professeurs des écoles par l'évaluation : exemple d'un travail collaboratif en mathématiques sur l'enseignement du nombre à l'école.* 29ème Colloque international ADMEE –Europe. Dijon, 25-27 janvier.

Bednarz N. (2015) La recherche collaborative. *Carrefours de l'éducation* **1/2015, n°39**, p. 171-184.

Bucheton D. (Dir.) (2009). *L'agir enseignant : une question d'ajustement*. Paris, OCTARES.

Clot Y. (2008) *Travail et pouvoir d'agir*. Paris, PUF

Clot Y., Faita D. (2000) Genres et styles en analyse du travail. Concepts et méthodes. *Travailler*, **4,** p. 7-42

Desgagné S. et al. (2001) L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation* **27(1),** p. 33-64.

Falzon P., Teiger C. (2004) in *Ergonomie et formation in traité des sciences et techniques de la formation* (Carré et Caspar 2004, 2ème édition). pp145-149.

Grapin, N. (2015) *Étude de la validité de dispositifs d'évaluation et conception d'un modèle d'analyse multidimensionnelle des connaissances numériques des élèves de fin d'école.* Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, Paris.

Jorro, A. (2007) L'évaluation génératrice de développement professionnel in Jorro A. 2007 *Evaluation et développement professionnel.* Paris. L'Harmattan.

Jorro A. (2016) Se former à l'activité évaluative. *Education Permanente* **n°208/2016-3**, p.53-64.

Leroyer L. (2013) Le rapport au support dans le travail de préparation en mathématiques des enseignants du 1er degré. *Education et didactique [en ligne]*, **7-1** [en ligne le 31.0.2015].

Mercier A., Shubauer-Léoni M.L., Sensevy G. (2002) Vers une didactique comparée, *Revue Française de Pédagogie*, **n°141, 5-16**

Mayen P. (2018) S'écarter du travail pour mieux l'apprendre Une réflexion pour l'ingénierie de formation en situation de travail et pour la conception d'organisations apprenantes. *Education Permanente,* 216-2018-3, 141-158

Mazollier, M-S., Mounier, E. & Pfaff, N. (2016) *Mon année de Maths CP*. Fichier élève et manuel pédagogique pour l'enseignant. Paris : Editions SED.

Mounier, E. (2010) *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes.* Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, Paris.

Sayac, N. (2017) *Approche didactique pour l'évaluation et ses pratiques en mathématiques : enjeux d'apprentissages et de formation*. Note de synthèse pour le diplôme d'Habilitation à diriger des recherches soutenue à l'université Paris Diderot, le 29 novembre. https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01723752

Vinatier I. (2013) *Le travail de l'enseignant. Une approche par la didactique professionnelle*, De Boeck, Bruxelles.

ANNEXES

ANNEXE 1 : Le dispositif C de la 3ème année et les objets d'analyse de pratiques (AP*)

ANNEXE 2 : Prototype vierge d'une fiche d'analyse a posteriori d'une séance

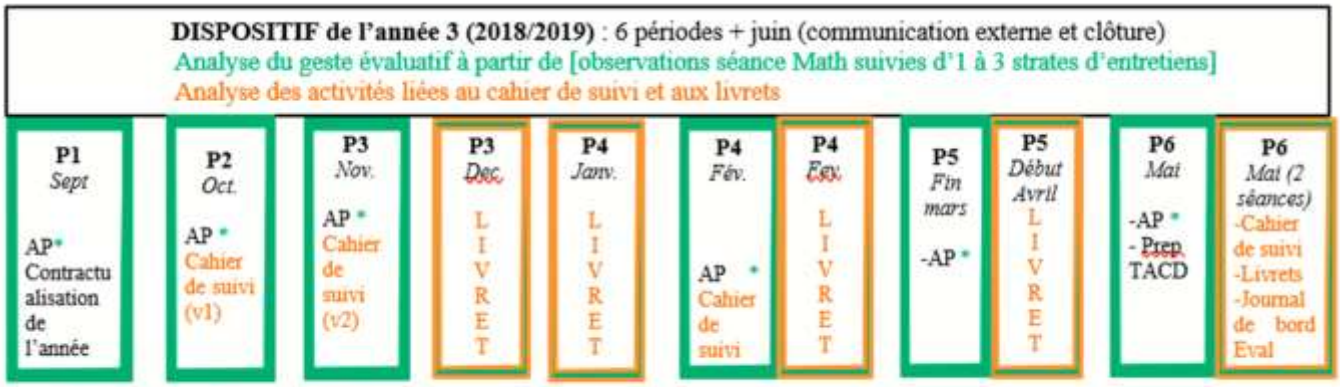
ANNEXE 3 : Catégorisation des traces produites lors des périodes de travail

ANNEXE 4 : Rubriques « j'ai découvert » & « je m'entraîne » du fichier élèves MAM

ANNEXE 5 : Dernière version des dilemmes introduites en mai 2018 (année 2) puis à la rentrée scolaire 2018 (année 3) au verso de la fiche bilan de séance

ANNEXE 6 : Les 7 modalités de co-interventions. Issu du document Ifé

ANNEXE 1 : LE DISPOSITIF C DE LA 3ÈME ANNÉE ET LES OBJETS D'ANALYSE DE PRATIQUES (AP*)



*Analyse de Pratiques de scénarii issus de la ressource

Septembre : Sq2-Séance 2 *autant-plus- moins que* (L&M = MC ; j'ai découvert)
Octobre : Sq 6-Séance 1 *Résolution de problèmes numériques* (S&C ; S&K) ; Sq5-Séance 4 *dénombrement jusqu'à 10* (M&L)
Novembre : le jeu des écureuil (situation pour gérer l'hétérogénéité) en Sq9 qui aurait dû être déjà introduit (M&L ; S&K en ateliers)
; Sq10-Séance 1 *Comparaison de quantités +grandes (1)* (S&C)
Début Février : Séquence Sq14-Séance 4 *Ecritures chiffrées 2* (M&L) ; Séquence 18-Séance1-*Quadrillage* (Fin M&L ; séance C&S) ;
Sq16-8 Eval en ind.» (S&K sous forme d'ateliers)
Fin Mars : Sq21-Séance 4-*Monnaie* (M&L ; C&S)
Mi Mai : Sq21-Séance 4-*Monnaie* Eval (M&L) ; Evaluation CM en individuel (3ee) // Jeu de l'écureuil (C&S)
NB « CMental » : 5 tournages exploités ou non de M&L (=à chaque période)

ANNEXE 2 : PROTOTYPE VIERGE D'UNE FICHE D'ANALYSE A POSTERIORI D'UNE SÉANCE

Guide d'analyse Séquence Math n° -Titre :

Séance n° : Date : ; Horaires	Durée réelle :	Nombre d'élèves :

Les principales phases du déroulé proposé et durées approximatives *(pointer les éventuels écarts avec la ressource)*	Ce à quoi je tenais réellement / Ce que je voulais *« voir chez mes élèves » « entendre de mes élèves »*

Ce qui s'est passé en classe phase par phase : ce je me rappelle avoir DIT, FAIT envers qui et EN FAISANT attention à quoi -à qui ?	
RESSENTI sur la séance : 1 moment particulièrement satisfaisant & 1 moment qui pose question	CONSTAT que je porte sur les élèves de la classe : où en sont-ils à présent ? à quels élèves je vais devoir porter attention ?

BILAN de la séance en 3 points

1)Les dilemmes principaux vécus (lesquels & et quand, à quelle occasion ?) :
2)Qu'est-ce que je retiens à propos des élèves/ d'élèves particuliers (informations à garder pour la suite) ?
3)A quoi je veux « faire attention » lors de la séquence (ou séance) prochaine ?

ANNEXE 3 : CATÉGORISATION DES TRACES PRODUITES LORS DES PÉRIODES DE TRAVAIL

Type de traces	Fonctions	Mobilisation (Périodes, Séquence)
Scénario d'une séance réalisée par un des trois binômes : découpage en phases (rapport variable texte/photos)	**-Resituer une phase (ici 2) pour en discuter le choix de conduite** **-Répondre à un questionnement du PE (ici C.) et participer à l'anticipation de la séance pour les 2 autres binômes**	**P1**-Sq2 Autant que, + que, - que-S2-M&L **P3**-Sq10 Comparer des quantités plus importantes-S1 C. Les 2 autres binômes séance à faire. ? MC et j'ai découvert
2 Scénarii en vis-à-vis : découpage en phases (rapport variable texte/photos)	**Déclencher de la controverse autour de choix différents : interroger les dilemmes gérés et ce qui a présidé au compromis trouvé**	**P5**- Sq20 Monnaie-S4-: L vs E **P4**-Sq9 RProblème-S4 Jeu de l'écureuil : K vs K
Transcription d'une phase menée différemment par 2 PE		**P5**- Sq20 Monnaie-S4- L vs E : lancement **P4**-Sq18 Quadrillage-S1 L vs E : bilan
Transcription d'une interaction PE-élève	Posséder des éléments communs de description pour décrire à un grain fin le geste d'étayage (énoncé, gestuelle, posture, mimique) et aides matérielles (jetons, BN…)	**P5**-Sq20 Monnaie-S4-E **P4**-Sq16 (EChiffrées2) S4-ML

ANNEXE 4 : RUBRIQUES « J'AI DÉCOUVERT » & « JE M'ENTRAÎNE » DU FICHIER DES ÉLÈVES MAM

Illustration pour la séquence 5-Dénombrement jusqu'à 10

J'ai découvert- P26 Fichier ressource de l'enseignant



Je m'entraîne

P53 Fichier ressource de l'enseignant


Je m'entraîne à mon rythme

Le mot codé

Objectif

Dénombrer des collections ayant jusqu'à dix éléments.

Les collections de points rendent plus ou moins difficile le comptage.

Aide à apporter aux élèves en difficulté

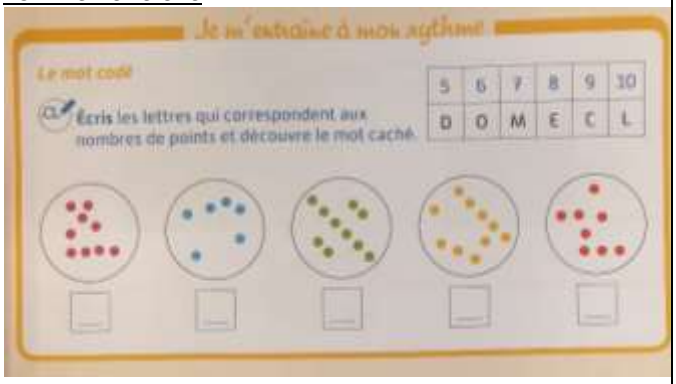
L'enseignant peut disposer des jetons comme le sont les points d'une des collections et ainsi utiliser une collection d'objets déplaçables pour revenir sur les différentes difficultés liées au comptage.

Les différentes procédures d'organisation du comptage sont proposées si l'élève n'y recourt pas spontanément : l'utilisation d'un chemin du parcours de la collection quand celle-ci semble plus ou moins organisée, le marquage des points déjà comptés.

Réponse

COLLE

P32 Fichier élève



ANNEXE 5 : DERNIÈRE VERSION DES DILEMMES INTRODUITES EN MAI 2018 (ANNÉE 2) PUIS À LA RENTRÉE SCOLAIRE 2018 (ANNÉE 3) AU VERSO DE LA FICHE BILAN DE SÉANCE

Les DILEMMES à gérer

- **Choix de programmation d'une séance**

Répondre aux injonctions du programme et « abandonner » certains élèves / Emmener tout le monde et abandonner le programme

- **Choix du scénario**

-Poser un cadre précis, travail « pas à pas » (souci du sens) / Faire suffisamment confiance pour laisser les élèves « piloter » leur travail de recherche sur plusieurs exercices

-Identifier une difficulté et arrêter son scénario pédagogique pour la traiter / Ne pas solutionner pour poursuivre et garder la cohérence du scénario.

- **Pour repérer l'activité des élèves de la classe**

-Prendre des informations sur le groupe à partir « d'élèves repères » / Avoir un regard précis sur chacun

-Prendre des informations de façon individuelle sur chacun des élèves / Avoir une conscience de l'avancée de tout le groupe classe

-Se fixer des « marqueurs de réussite » (avoir des observables) / Ne pas regarder autre chose (et passer à côté d'éléments plus ou autant pertinents à regarder)

-Anticiper les attentes et réponses en amont pour les prévenir / Préjuger (au sens négatif du terme) et ne pas se rendre compte des écarts entre attendus et le réalité (ne pas apercevoir des difficultés non anticipées ou au contraire méjuger des réussites de certains et proposer des activités sous- évaluées)

- **Intervention (évaluation-régulation)**

Pendant l'activité des élèves

-Evaluer chacun et laisser du temps à tous pour finir / Axer sur quelques-uns pour éviter l'ennui-le décrochage en pouvant passer à côté de difficultés chez d'autres.

-Intervenir dans un binôme d'élèves / Laisser le binôme profiter de la situation d'interaction (valorisation d'une éventualité d'étayage par un pair)

-Continuer de répéter inlassablement les mêmes procédures avec l'aide de matériel / Faire le « deuil » et reprendre plus tard (élève plus disponible ; aide plus adaptée)

En oral collectif (MC, correction collective)

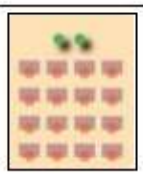
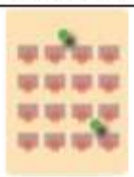
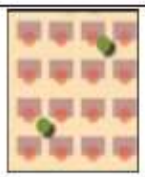
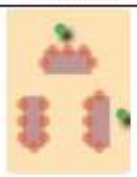
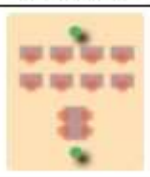
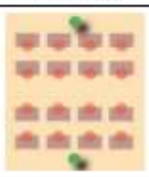
-Prendre du temps avec un ou deux élèves pour étayer et « perdre » les autres avec des procédures archi-répétées / Laisser « tomber » ces élèves en difficulté pour garder l'engagement du plus grand nombre

ANNEXE 6 : LES 7 MODALITÉS DE CO-INTERVENTIONS. ISSU DU DOCUMENT IFÉ

Dans le cadre des Cp à 12, à Danton, 2 PE se partage une classe de 24 élèves. **Les 7 modalités mises en évidence lors du dispositif PMQC** serait un outil pour faire des choix lors de la planification, pour guider le repérage de la dynamique réellement mise en place et ainsi aider à l'analyse de ce qui s'est passé relativement à une configuration de séance.
Cela permettrait donc de faire des choix éclairés et serviraient à la régulation, en allégeant le travail d'analyse :

> **52'22 K :** je pense qu'il faut profiter du fait d'être à 2. **S :** c'est clair. K : qd l'une est en train d'interroger etc et l'autre oh là je vais peut-être passée cette séance là à entendre les réponses d'un tel et puis noter, enfin ou je sais pas, ou reprendre après.

Il s'agirait avant chaque séance de math de repérer la-les modalité(s) a priori retenue(s) puis en fin de séance de désigner celles réellement mobilisées et à quels moments :

Les 7 MODALITÉS						
n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7
CO-ENSEIGNEMENT			CO-PRÉSENCE	CO-INTERVENTION		
1. Enseignement en tandem	2. L'un enseigne, l'autre aide	3. Les deux aident	4. L'un enseigne, l'autre observe	5. Enseignement en ateliers	6. Enseignement avec groupe différencié	7. Enseignement parallèle
						

Issu de la note d'étape du Comité national de suivi du dispositif « plus de maîtres que de classe » janvier 2015

A noter que dans les quatre premières configurations, les deux enseignants doivent partager le même espace afin de se voir et de s'entendre, ce qui n'est plus obligatoire dans les trois dernières (5, 6, 7).

Dans les trois dernières configurations (5, 6 et 7), il y a seulement **co-intervention**. Les élèves d'une même classe sont répartis en groupes et les objets d'apprentissage peuvent être différents. Les interactions de l'un des enseignants avec ses élèves sont indépendantes de celles que l'autre réalise avec d'autres élèves. Les deux enseignants peuvent donc travailler dans des espaces disjoints avec des groupes d'élèves constitués selon des critères variables, en recherchant une certaine homogénéité (groupes de besoin) ou au contraire en privilégiant l'hétérogénéité d'un petit groupe dont l'effectif réduit favorisera les interactions.

Dans les trois premières configurations (1, 2, 3) il y a **co-enseignement** : les deux professeurs enseignent dans le même espace et leur action porte sur un même objet didactique même s'ils ne s'adressent pas toujours au groupe d'élèves au complet. Leurs interventions sont interdépendantes.

Ces configurations sont évolutives : plusieurs d'entre elles peuvent se succéder au cours d'une même séance. Une séance peut par exemple débuter par un temps collectif (configuration n° 1 ou n°2) suivi d'un travail individuel autonome au cours duquel les élèves traitent les mêmes tâches avec l'aide des deux enseignants qui se déplacent et procèdent à de nombreuses rétroactions immédiates (configuration n°3).

La quatrième configuration (4) implique aussi une **co-présence** mais sans intervention de l'un des deux qui observe les élèves et son collègue afin de mieux intervenir ultérieurement dans les phases de bilan et de nouvelle préparation de l'enseignement.

LESSON STUDY ADAPTÉE : PRÉSENTATION D'UNE FORMATION CONTINUE INNOVANTE

Blandine MASSELIN
Docteure, Université Paris Diderot
LDAR
Enseignante, Cité scolaire Camille-Saint-Saëns de Rouen
IREM de Rouen
blandine-lucie.masselin@ac-rouen.fr

Frédéric HARTMANN
Enseignant, Collège Pierre-Mendès-France de Lillebonne
IREM de Rouen
frederic.harmann@ac-rouen.fr

Résumé
Notre communication visait à présenter un dispositif de formation continue innovant s'inspirant du dispositif japonais des lesson studies (Miyakawa & Winslow, 2009) appelé « lesson study adaptée » (Masselin & Derouet, 2018). Il a été mis en place par les animateurs du groupe « Activités » de l'IREM de Rouen et des chercheurs en didactique dans l'académie de Rouen depuis 2016. La méthodologie de recherche dans nos travaux de thèse, la trajectoire d'avatars (Masselin, 2019), s'inspire de la trajectoire d'un problème (Kuzniak et al, 2013) et a intégré un tel dispositif de formation. Nous avons précisé notre cadre méthodologique de recherche ainsi que des éléments de notre cadre théorique, les ETM (Kuzniak, 2011) utilisés et développés pour mettre en évidence les effets de la formation sur la mise en place d'une situation d'enseignement. Nous avons détaillé les trois boucles structurant la Lesson Study « adaptée » en précisant leurs spécificités relatives à l'enchaînement de cycles (Clivaz, 2016) réalisés par différents collectifs. La première boucle concerne l'élaboration de la formation, la deuxième est celle de la formation elle-même et la troisième boucle est celle qui suit la formation. Notre communication tournée vers la recherche a été complétée, dans son aspect « formation » par l'atelier concernant la lesson study adaptée de liaison au Cycle 3 sur le problème de « la caisse » dans le contexte de la formation continue en France.

Originaires du Japon (1890), les lesson studies se développent actuellement dans le monde. Il s'agit d'un dispositif de formation des enseignants dont la visée est double : améliorer les apprentissages des élèves et développer les pratiques enseignantes. Répandues initialement en Asie, les lesson studies se sont ensuite développées aux USA (années 1990) et en Europe du Nord depuis les années 2000. Ce dispositif est aussi sujet d'étude pour la recherche, comme en Suisse au laboratoire 3LS de l'HEP[1] du canton de Vaud où il est encadré par des didacticiens et spécialistes des processus d'enseignement-apprentissage.

Dans cette communication, nous préciserons le dispositif de « Lesson Study adaptée » (Masselin & Derouet, 2018) à travers l'expérimentation réalisée en France, dans l'académie de Rouen en 2017, à l'initiative du groupe « Activités » de l'IREM[2] de Rouen et de chercheurs en didactique du LDAR[3]. L'aspect formation sera abordé dans un premier temps avant de préciser la dimension recherche.

[1] HEP Haute École Pédagogique, 3LS Laboratoire Lausannois Lesson Study

[2] IREM Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

[3] LDAR Laboratoire de Didactique André Revuz, Université de Paris

I - L'ASPECT FORMATION D'UNE LESSON STUDY ADAPTÉE.

1 Le principe d'une lesson study

Une lesson study (notée LS) s'appuie sur un processus itératif. Il part d'une difficulté liée à un objet d'enseignement qu'un groupe d'enseignant a repéré. Le groupe d'enseignant analyse la notion en jeu, des ressources curriculaires, des articles de recherche en rapport avec l'apprentissage visé, puis planifie collectivement une leçon. La leçon est menée par l'un des enseignants tandis que les autres observent son déroulement en direct. À l'étape suivante, l'ensemble des enseignants analyse la leçon, en termes d'effet sur les apprentissages des élèves. Le collectif peut alors décider de reconduire une nouvelle leçon avec des améliorations issues de l'analyse réalisée. Ce processus itératif est schématisé par Clivaz (2015) ainsi :

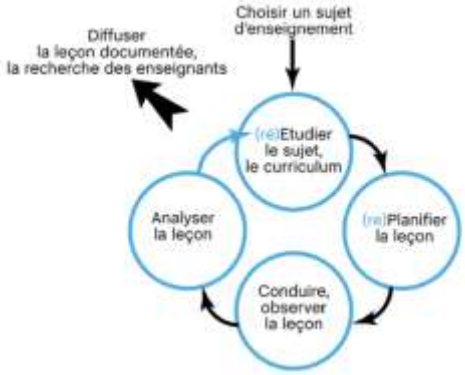


Figure 1 : Le processus des LS (Clivaz, 2015, p.23, d'après Lewis, 2011)

En France, depuis 2016, dans l'académie de Rouen[4], le groupe «Activités»[5] de l'IREM de Rouen développe des « Lesson Studies adaptées » (Masselin & Derouet, 2018) en formation continue d'enseignants du second degré et du premier degré. Cette adaptation du dispositif des lesson studies inclut la présence de formateurs, de chercheurs, d'enseignants et de classe(s) d'élèves. Nous allons préciser par la suite plusieurs adaptations réalisées par rapport à une LS.

2 Principe d'une « lesson study adaptée » (LSa)

Le principe d'une LSa repose sur le processus décrit ci-après.

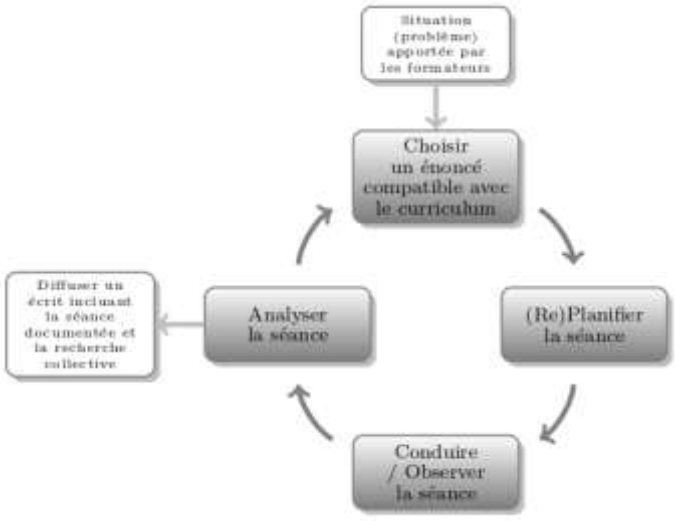


Figure 2 : Processus d'une lesson study adaptée (Masselin, 2020)

[4] L'académie de Rouen a fusionné depuis le 1er janvier 2020 avec celle de Caen et s'appelle désormais l'académie de Normandie

[5] https://irem.univ-rouen.fr/presentationactivites

En effet, contrainte par le contexte et le temps court de formation, l'équipe qui encadrera ensuite la LSa choisit un sujet d'enseignement.

Afin de préparer la LSa, l'équipe effectue une lesson study « interne ». Plusieurs cycles sur la situation (avec variantes d'énoncés, de niveau de classe, ou de scénario) lui permettent de préciser des potentialités de la situation pour la formation tout en s'appuyant sur l'expertise du chercheur présent. Masselin, par son double statut de membre du groupe « Activités » depuis 2015 et de doctorante au LDAR, a favorisé une réflexion collective avec l'appui de la recherche en didactique des mathématiques, étant impliquée de façon duale en recherche et formation. Ce travail conjoint permet en particulier la stabilisation d'un énoncé pour la formation.

La LSa se déroule en trois étapes. L'étape 1 correspond à la préparation collective par les enseignants d'une séance à partir de la situation proposée par les formateurs. L'étape 2 consiste, dans une classe prêtée en formation, à la mise en œuvre par un enseignant-expérimentateur de la séance préparée collectivement, les autres enseignants endossant, eux, un rôle d'observateur. L'après-midi, le collectif réalise une analyse *a posteriori* à partir des observations. L'étape 3 consiste tout d'abord en un échange, au sein du collectif, sur différentes mises en œuvre de la situation par des enseignants dans leur propre classe. Il est suivi d'un apport de connaissances didactiques et/ou mathématiques en lien avec les besoins repérés tout au long de la formation par le chercheur et les formateurs.

Lors de ces trois étapes, un chercheur accompagne la formation (avant, pendant et après). Son rôle est en particulier durant la LSa d'assurer une veille épistémique sur le projet collectif afin de conserver la richesse de la situation proposée initialement. Par le fait qu'il n'est pas enseignant, le chercheur apporte au collectif un regard extérieur. Il offre un cadre d'analyse déjà mis au profit de la LS interne entre formateurs et chercheurs durant la préparation de la formation. De plus, une LSa intègre, le troisième jour, des retours sur des mises en œuvre de la situation dans les propres classes des enseignants. Elle se distingue aussi d'une LS par sa temporalité plus courte. Ceci est dû aux moyens alloués actuellement aux LS dans le contexte de notre académie. La LSa intègre néanmoins comme point commun la leçon de recherche avec la LS.

3 Quels objectifs visés par une LSa ?

Parmi des objectifs plus larges décrits dans Masselin (2020), voici quelques objectifs concernant le développement de pratiques enseignantes : s'approprier une ressource, mener une analyse *a priori*, observer une pratique enseignante et apprendre à le faire, analyser sa pratique, la confronter à celle d'un collectif, développer les connaissances mathématiques et didactiques, prendre conscience de la pluralité des énoncés et des mises en œuvre ou encore conscientiser des effets d'interventions de l'enseignant. Il faut ajouter à cette liste non exhaustive des objectifs mathématiques et didactiques spécifiques à la situation proposée aux enseignants.

Le calendrier de la LSa est contraint par le contexte de formation continue français et constitue aussi une adaptation du dispositif japonais qui s'étend sur une période plus longue. Une LSa s'étend sur une période d'environ 5 mois avec trois jours (J1, J2 et J3). Une plateforme en ligne est mise à disposition du collectif à partir de J1. Les deux premiers jours sont séparés d'un mois et demi environ, tandis que s'écoulent environ 3 mois entre J2 et J3 (voir calendrier, Masselin (2020)).

Ci-après, nous allons préciser le contenu des trois journées. Afin d'éclairer nos propos, nous reviendrons sur deux LSa menées simultanément dans le même établissement scolaire. Deux groupes d'enseignants du second degré (en collège ou lycée), que nous distinguerons en les nommant « atelier Souris » et « atelier Poussins », ont travaillé à partir d'une même situation en probabilité (Annexe 1). Cette situation proposée en formation a fait l'objet d'une analyse approfondie décrite dans la thèse de Masselin (2019).

4 Contenu du premier jour

En J1, les enseignants de chaque atelier découvrent la situation, la résolvent individuellement, puis en font une analyse collective par petits groupes suivant une grille dite « d'amorce d'analyse *a priori* » (Masselin, 2020). Chaque atelier élabore ensuite une feuille de route : il s'agit d'arrêter un choix d'énoncé (règles du

jeu, questions, etc…), de construire un scénario (minuté par phases) et de prévoir une grille d'interventions possibles de l'enseignant pour la classe.

Voici un extrait de la grille d'amorce d'analyse *a priori* remplie par deux groupes de quatre enseignants de l'atelier Poussins :

	Groupe 1 de l'atelier Poussins	**Groupe 2 de l'atelier Poussins**
Connaissances mathématiques en jeu	Notion de probabilité, de fréquence, notion de hasard, notion de fraction	Notion de hasard, d'expériences aléatoires Stabilisation des fréquences- probabilité, approche fréquentiste En 6e : liste des issues possibles Au lycée : dé équilibré, équiprobabilité
Dimension vie quotidienne	Jeu d'élaboration de stratégie pour jeu de hasard	Jeu de hasard- quotidien : Avantage pour entrer en activité
Place dans la progression	Peut-être en introduction de l'approche fréquentiste	Cycle 3 (6e) si expert en problème ouvert Cycle 4 (3e) stabilisation des fréquences - probabilité (réinvestissement)
Dimension TICE	Avec Scratch, faire un programme avec deux lutins et lancer aléatoire d'un dé	Simulation Scratch (image) Calculatrice Geogebra (lycée) Préparer une illustration par le prof des règles du jeu (film)
Démarches possibles des élèves	Faire des essais en jouant et noter des résultats (échantillon) Programmer sous Scratch, tableur s'ils savent l'utiliser	Entrer en action->faire la partie->compter, dénombrer Lister toutes les issues possibles
Difficultés et erreurs possibles	Croyance que le lièvre gagne car il aurait cinq chances sur six de faire un 6 Ça dépend de qui commence. Difficulté du nombre de cases (1 case : 1/6 et 5/6, 2 cases ?)	Compréhension du jeu, de l'énoncé : démarrage à la case 1 ou 0 ? Trop de « 6 » dans l'énoncé (var. didactique) « six », « constellation du dé » Mot « chance » qui peut être problématique Sens du mot « dé équilibré »

Tableau 1 : Extrait grille d'amorce d'analyse a priori, LS Lièvre et tortue, 2016-2017 (Masselin, 2020)

Les deux ateliers (Poussins et Souris) ont produit des avatars[6] distincts à partir de la même situation :

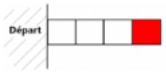
LE JEU DU LIEVRE ET LA TORTUE	**Le jeu du lièvre et de la tortue**
Une course se passe entre un lièvre et une tortue. On dispose du parcours suivant :  On lance un dé équilibré à six faces. Si le 6 sort, le lièvre gagne, sinon la tortue avance d'une case. La tortue gagne quand elle arrive sur la dernière case. **Qui a le plus de chances de gagner ?**	Une course se passe entre un lièvre et une tortue. On dispose du parcours à 6 cases en ligne. On lance un dé équilibré à 6 faces. Si le 6 sort, alors le lièvre gagne, sinon la tortue avance d'une case. La tortue gagne quand elle arrive sur la 6ème case. *Sur qui pariez-vous ? Justifiez*
Énoncé des Poussins, Masselin (2019, Fig. 4.29 p.216)	Énoncé des Souris, Masselin (2019, Fig. 4.1 p.179)

Tableau 2 : Énoncés choisis dans les deux ateliers, LS Lièvre et tortue, 2016-2017 (Masselin, 2020)

[6] Masselin (2019, p.73) défini comme suit un avatar : il s'agit de l'incarnation d'un problème à un moment donné, autrement dit l'énoncé ainsi que les questions et instructions l'entourant et donnés par un enseignant (ou un collectif d'enseignants) à un certain moment. Nous excluons de cette définition les modalités de mise en place du problème dans la classe.

Voici le scénario des Souris prévu en trois phases distinctes avec une pause avant la phase de bilan et d'institutionnalisation :

Souris - Rappel des différentes phases du déroulement de la séance
Phase 1 : (15min) Appropriation de l'énoncé, expérimentation • Distribution de l'énoncé, lecture individuelle • Travail en groupe (dés disponibles, ...)
Phase 2 : (environ 50min) Modélisation TICE • Tableur ou Scratch • Travail en groupe
Pause : (10min) Récupération des fichiers, scan des productions de groupe
Phase 3 : Institutionnalisation

Figure 3 : Découpage en phases prévu par les Souris, Masselin (2019, Fig. 4.2, p.187)

En première journée de formation (J1), l'atelier Poussins a élaboré une grille d'intervention de l'enseignant dont voici un extrait :

Phase	Déclencheur	Interventions	Effets attendus
1	Réponse intuitive sans réelle réflexion telle que 1/6 et 5/6	Diminuer le nombre de cases du parcours à une case, puis ajouter petit à petit une case de plus au parcours etc. Questionner sur la probabilité que le lièvre gagne si le parcours avait un nombre infini de cases intermédiaires	Faire prendre conscience que la taille du parcours influe sur le résultat et invalider le fait que pour le parcours donné les résultats soient 1/6 et 5/6

Figure 4 : Extrait grille d'interventions de l'enseignant, Masselin (2019, TABLE 4.12, p.250)

À la fin du premier jour, en présentiel, le choix de l'enseignant-expérimentateur est réalisé. Cet enseignant est volontaire, tout comme son suppléant.

5 Contenu des deux autres jours et distantiel

En fin de J1, beaucoup d'éléments (comme des fichiers numériques, un corrigé, un bilan ou des aides) restent inachevés pour la réalisation de la séance. L'équipe de formation propose alors un partage des tâches et les enseignants ont une plateforme à distance à leur disposition pour échanger. Elle permet aux enseignants et à l'équipe de formation de déposer des fichiers mais aussi de les commenter et ainsi de les faire évoluer jusque J2.

Le deuxième jour J2 de formation commence par la préparation de la salle de classe (9h-10h). L'équipe de formateurs distribue des grilles d'observation préparées par les formateurs avant J1 (pour chaque observateur de groupe d'élèves, et pour l'observateur global). L'enseignant-expérimentateur fait le point sur les documents, le matériel et relit avec le collectif le déroulé prévu par le collectif pour la séance.

La séance est menée par l'enseignant-expérimentateur dans la classe entre 10h et 12h, avec une pause prévue de 15 min environ pour les élèves. Les autres enseignants observent et notent, de manière factuelle, les échanges entre élèves et les interventions entre les élèves et l'enseignant-expérimentateur ainsi que l'horaire auquel ces faits ont lieu.

Au bout d'une heure et demie, les élèves prennent une pause tandis que le collectif d'enseignants stagiaires prépare la phase de bilan et d'institutionnalisation. Les élèves quittent momentanément la salle de cours, les observateurs relatent brièvement le travail de leur groupe. Une sélection de productions d'élèves est

opérée par l'enseignant-expérimentateur aidé du collectif pour réaliser ensuite un bilan et une institutionnalisation. Ce point est une autre adaptation par rapport aux LS.

Les élèves reviennent en classe pour la dernière phase de bilan et d'institutionnalisation. L'enseignant-expérimentateur reprend le fil du scénario en tenant compte des productions et en faisant intervenir les élèves selon les choix du collectif durant la pause et prévus en J1. Une fois cette phase terminée, les élèves quittent la salle de classe. Le collectif partage alors son ressenti sur la séance avant la pause déjeuner : la parole est donnée en priorité à l'enseignant-expérimentateur.

L'après-midi de J2 est consacrée à l'analyse *a posteriori* de la séance. Elle s'appuie sur les relevés des observateurs.

Par exemple, dans l'atelier Souris, les enseignants ont repéré des difficultés d'appropriation des règles du jeu. Le collectif a noté une réelle difficulté pour l'enseignant-expérimentateur de s'approprier en temps réel les différentes productions numériques (tableur ou Scratch) d'élèves. Des alternatives ont été imaginées telles qu'un choix unique de logiciel pour la simulation, ou le fait de proposer un fichier préparé par les enseignants et qui resterait à compléter par les élèves, avec une course déjà programmée.

Durant l'après-midi de la deuxième journée, le chercheur peut intervenir s'il souhaite apporter un éclairage scientifique sur la séance observée et prendre part à l'analyse collective. Il clôt, s'il en ressent l'intérêt, la deuxième journée par une synthèse du contenu de celle-ci.

Entre J2 et J3, les enseignants sont invités à mener une séance sur la situation dans leur classe avec plus ou moins d'adaptations concernant aussi bien l'énoncé, le scénario que la grille d'intervention.

Le troisième jour permet, dans un premier temps, d'échanger sur les retours d'expériences. Ils sont suivis d'apports sur les questions soulevées par la ressource. Dans notre exemple, il s'agissait de revenir sur la distinction entre modélisation et simulation. En général, ces apports didactiques sont issus de concertations entre le chercheur et les formateurs et fonction des contenus des journées J1 et J2.

L'après-midi de J3, si elle existe, est consacrée à une amorce d'écriture collaborative d'un cahier par les enseignants, future ressource destinée à être partagée avec d'autres enseignants.

II - UNE LSA COMME SUJET D'ÉTUDE POUR LA RECHERCHE

Après avoir précisé la LS adaptée en tant que formation, nous allons décrire celle-ci du point de vue du chercheur en la considérant cette fois comme objet d'étude. La double posture de Masselin, membre du groupe « Activités » de l'IREM et doctorante au LDAR permet d'envisager dans la suite une LSa dans une recherche.

1 Cadre théorique

Masselin a mené, en amont de la formation LSa support de son étude, une double analyse de la ressource « le jeu du lièvre et la tortue » pour une formation en probabilité grâce au cadre des Espaces de Travail Mathématique (ETM, Kuzniak, 2011, 2016). Il s'agit d'analyser les plans (ou dimensions) activés lors de la résolution d'une tâche mathématique par les élèves et ceux encouragés par les enseignants.

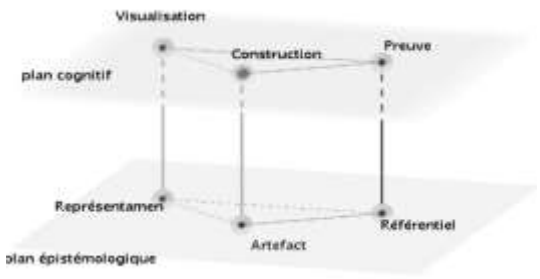


Figure 5 : Diagramme de l'Espace de Travail Mathématique (Kuzniak, 2011)

L'analyse de la forme du travail attendu par les enseignants et celle de l'implémentation d'une séance en classe s'appuient sur la théorie des Espaces de Travail Mathématique (Kuzniak, 2011, 2016) (ETM). L'ETM permet de décrire et de repérer la nature et la spécificité du travail mathématique quand des enseignants et des élèves sont effectivement engagés dans une tâche. Nous analyserons les plans (ou dimensions) activés lors de la résolution d'une tâche mathématique par les élèves et ceux encouragés par les enseignants.

Une analyse épistémologique de la ressource et la précision de ce qui peut être attendu dans l'ETM (Masselin, 2019, pp.62-71) a permis de préciser les questions de recherche mais aussi d'analyser a priori, pour les formateurs, des choix potentiels en LSa pour la séance.

1.1 Outils théoriques

Un Espace de Travail Mathématique dit idoine (noté par la suite ETM_i) qualifie comment le savoir est enseigné dans une institution avec ses propres visées. L'ETM_i dépend du sujet élève mais aussi de l'enseignant et de la mise en œuvre de la situation étudiée. Nous définissons l'ETM idoine potentiel collectif (Masselin, 2019) comme étant un ETM négocié entre plusieurs enseignants, avec des compromis entre les individus et où émergent des choix qui conduisent à son façonnage. L'ETM potentiel collectif réunit plusieurs enseignants avec chacun leurs spécificités en termes de pratique.

En quête d'observables et recherchant des causes de moments critiques jouant un rôle dans la dynamique de circulation, nous avons défini les concepts de blocage, de rebond et confinement dans l'ETM idoine (Masselin, 2019, p.95). Un blocage est la manifestation d'un arrêt de la circulation du travail sur une tâche par l'élève empêché de le poursuivre. Un rebond est le développement nouveau du travail d'un individu ou d'un collectif après un arrêt momentané. En cela il permet d'éviter que l'arrêt ne se transforme en blocage. Un confinement dans l'ETM idoine est la manifestation d'une restriction du travail de l'élève dans un plan, sur une unique dimension ou encore sur un modèle mathématique donné.

Une des questions de recherche de Masselin (2019) est la suivante : par un arbitrage sur les artefacts, comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ?

1.2 Méthodologie de recherche

La méthodologie de recherche originale décrite dans la thèse de Masselin (2019, pp.69-79) s'appuie sur la trajectoire d'avatars. Elle est structurée en trois boucles (Masselin, 2019, pp.76-78).

- La première boucle concerne uniquement les membres de l'équipe de formation-recherche et est une lesson study réalisée entre formateurs et chercheurs, et peut comporter plusieurs cycles (avant J1).
- La deuxième boucle est une formation de type LSa (de la journée J1 à J2)
- La troisième boucle est celle qui a lieu après la deuxième journée de formation, soit après la mise en œuvre et l'analyse *a posteriori* de la séance (située entre J2 et J3)

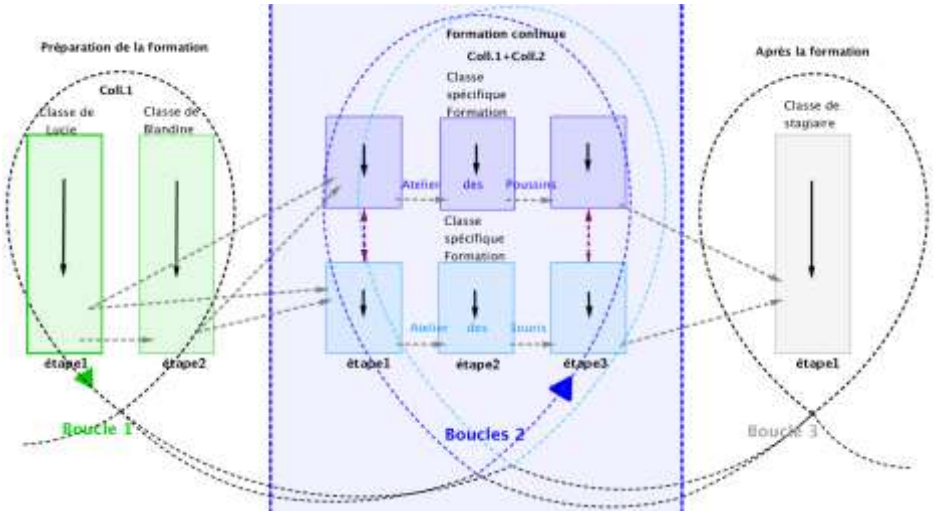


Figure 6 : Trajectoire d'avatars en deux ateliers, Rouen, 2017 (Masselin, 2019, Figure 2.22, p.88)

Cette méthodologie de recherche a influencé la formation car la proximité des chercheurs et formateurs a contribué à développer des outils de formation spécifiques aux LSa (tels que la grille d'intervention du formateur) détaillés dans Masselin (2020).

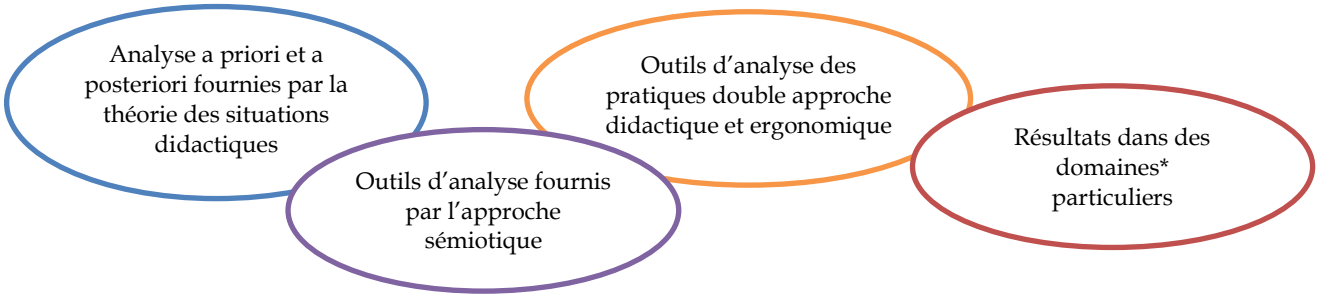
2 Résultats

2.1 Des résultats en probabilité

Concernant sa question de recherche « Par un arbitrage sur le(s) artefact(s) comment l'enseignant influence-t-il la circulation du travail entourant la simulation ? », Masselin (2019) a obtenu des premiers résultats grâce au suivi de la trajectoire d'avatars (Masselin, 2019). La chercheure distingue les artefacts matériels (petit matériel, dé) des artefacts numériques (logiciels). Le nombre de dés, leur place physique dans la classe, la manière dont leur présence est signalée, le temps consacré aux lancers impactent fortement la circulation du travail qui est très sensible à la manière dont les dés sont introduits dans le milieu. Des impacts de certains paramètres ont été sous-estimés par les enseignants tels que l'influence d'une tâche antérieure, de celui qui lance le dé dans la classe (enseignant ou élève) ou encore la présence d'un dé qui éloigne les élèves de la preuve formelle en leur laissant supposer qu'une expérimentation pourrait suffire. L'usage du dé ne garantit pas un travail complet dans l'ETM au sens de Kuzniak et al. (2016). L'absence d'usage de dé induit un travail dans le plan sémiotico-discursif et oriente vers des calculs de probabilité.

2.2 Articulation formation-recherche

Des outils ont été créés conjointement et partagés en recherche et formation, comme les grilles d'amorce d'analyse *a priori* ou la grille d'intervention de l'enseignant. La LSa a nécessité une préparation minutieuse et un travail étroit entre des enseignants formateurs et des chercheurs en didactiques. Le diagramme suivant précise la variété d'apports de la didactique française impliqués dans le dispositif de formation collectivement conçu par le groupe IREM et des chercheurs.



* renvoie aux domaines mathématiques du curriculum travaillés dans la situation proposée en formation

Figure 7 : Différents concepts didactiques au service de la lesson study adaptée

Des outils et concepts de la recherche en didactique sont omni présents dans notre dispositif de formation. La théorie des ETM (Kuzniak, 2011, 2017) a, quant à elle, permis de mieux caractériser le travail de l'enseignant sur la simulation en probabilité à travers le prisme d'une LSa. L'étude de la trajectoire d'avatars a montré que la grille d'intervention de l'enseignant a été utilisée diversement après la formation par les enseignants, avec parfois une inversion des médiations (Masselin, 2019, p. 325). Nous avons également mis en évidence des dénaturations simplificatrices d'avatar ou de mise en œuvre ou des deux à la fois (Masselin, 2019, p. 266).

III - CONCLUSION

Notre recherche a permis de mesurer des premiers effets de formation, même si des limites de notre enquête sont liées à la formation elle-même. Des adaptations du dispositif LSa sont envisageables et certaines ont déjà eu lieu ou sont en cours dans l'académie de Normandie et d'Orléans-Tours, concernant des formations de liaison au Cycle 3 ou inter-cycles.

D'autres choix de ressources sont actuellement réalisés comme la situation de la « Caisse » pour le Cycle 3 (voir dans les présents actes, l'atelier 1.8) ou la « Casserole » (Masselin & Hartmann, à paraître) pour une liaison entre enseignants de collège et de lycée de futurs laboratoires de mathématiques.

Les lesson studies telles que nous les avons adaptées au contexte français de formation continue offrent des perspectives de recherche sur le travail collectif d'individus (élèves, enseignants, formateurs et chercheurs), sur les domaines des mathématiques en lien avec les situations proposées en formation.

Nous pouvons aussi espérer étendre les LSa à d'autres disciplines que les mathématiques.

Le dispositif nous semble offrir une véritable opportunité de faire évoluer les pratiques enseignantes par rapport aux liaisons plus classiques connues jusqu'à présent. Des modifications opérées sur l'enseignement des probabilités témoignent d'un impact du travail collectif impliqué dans une LSa sur les pratiques d'enseignants et de formateurs comme indiqué dans Masselin et al. (en cours).

Des limites de notre dispositif sont réelles, comme le temps court ou le choix de la ressource imposée. La situation apportée par les formateurs permet une analyse accélérée de la part des enseignants grâce à l'usage d'extraits vidéos de la première boucle. Le dispositif, dans cet aspect itératif, permet aussi de repérer tout au long du processus les besoins des enseignants qui se dévoilent au gré de la LSa. Cela permet également aux formateurs et aux chercheurs de travailler en étroite collaboration à partir de la première boucle sur des cycles lors de la préparation de la formation.

Une autre limite actuelle de notre dispositif est que le collectif d'enseignants impliqué est mouvant d'une LSa à une autre. Cette non-stabilité du collectif visé ne nous permet pas un recul précis sur des effets d'une LSa sur l'évolution des pratiques enseignantes.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Clivaz S. (2015) Les Lesson Study ? Kesako ? *Math-Ecole, 224*, 23-26. Consulté le 29 mai 2019, dans http://www.revue-mathematiques.ch/files/2614/6288/8786/ME224_Clivaz.pdf

Clivaz S. (2016) Les Lesson Study : Des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. *Revue des HEP et institutions assimilées de Suisse romande et du Tessin*, **19**, 99-105

Masselin B. & Hartmann (à paraître) Un dispositif de formation inspiré des *lesson studies* dans l'académie de Rouen : un avenir dans les laboratoires de mathématiques ? Repères IREM, **120**.

Kuzniak A., Parzysz B., Vivier L. (2013) Trajectory of a problem : a study in Teacher Training, The mathematics Enthusiast, vol **10**, nos1 et 2, 407- 440.

Kuzniak A., Nechache A. & Drouhard J.P. (2016) Espaces de Travail Mathématique. Points de vue et perspectives. Revista Latinoamericana de Investigación en Mathemática, Especial 2 (Tome I), 29-40.

Lewis C. & Hurd, J. (2011) Lesson study step by step :*How teacher learning communities improve* instruction: Heinemann.

Masselin B. & Derouet C. (2018) Sur la mise en évidence des effets d'une formation courte sur les pratiques d'enseignants autour de la simulation en probabilités en classe de troisième. *In Abboud, M. (2019). Mathématiques en scènes, des ponts entre les disciplines – (pp. 198-207). Université de Cergy Pontoise, France, Octobre 2018.*

Masselin B. (2019) *Étude du travail de l'enseignant autour de la simulation en classes de troisième et seconde : métamorphoses d'un problème au fil d'une formation en probabilité*, Thèse de doctorat, Université Paris Diderot.

Masselin B. (2020) *Ingénieries de formation en mathématiques de l'école au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies*, Ed. Presses Universitaires de Rouen et du Havre.

Miyakawa T. & winslØw C. (2009) Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon.*Éducation et didactique, **3**(1),* 77-90.

V - ANNEXE : SITUATION APPORTÉE EN FORMATION

Le jeu du lièvre et de la tortue
Une course se passe entre un lièvre et une tortue.
On dispose d'un parcours à 6 cases en ligne.
On lance un dé équilibré à 6 faces.
Si le 6 sort, le lièvre gagne, sinon la tortue avance d'une case.
La tortue gagne quand elle arrive sur la 6ème case.
Qui a le plus de chances de gagner ?

Situation apportée en formation (Masselin, 2019, p.57)

COMMENT ENGAGER LES PROFESSEURS DES ÉCOLES DANS UN TRAVAIL AUTOUR DE LA PHASE DE DÉVOLUTION D'UN PROBLÈME NUMÉRIQUE COMPLEXE ?

Patricia FELICI-RICHARD
Formatrice, Université de Cergy-Pontoise
patricia.richard@u-cergy.fr

Résumé
Lors des visites dans les classes de professeurs des écoles stagiaires (PES), on observe fréquemment que le PES, désireux d'expliciter ou de faire expliciter la situation d'un problème, prend en charge une grande partie de la tâche : le problème est alors résolu au tableau avant que de nombreux élèves n'aient pu s'approprier la situation, ni a fortiori s'engager dans une recherche de solution.
Nous avons essayé de faire prendre conscience aux jeunes enseignants de ce glissement pernicieux de la dévolution à la résolution, et par suite de les engager à réfléchir à la conception de la phase de dévolution. Nous nous plaçons au tout début d'une séance de résolution de problèmes, au moment de l'introduction de la séance ; nous n'abordons pas du tout les questions liées à la résolution, traitées par de nombreux didacticiens.
Les travaux d'un groupe de travail pluri-catégoriel, piloté par Marie-France Bishop, sur la compréhension de textes en français, nous ont inspiré une proposition pédagogique à faire expérimenter à nos étudiants-stagiaires. Notre intention a été de les aider de manière immédiate dans leur pratique de classe, et de les amener, par détour en quelque sorte, à amorcer un travail d'analyse a priori des énoncés de problèmes.
Dans cet article, nous essayons de faire partager notre cheminement et notre expérimentation de divers dispositifs de formation, visant à aider les professeurs des écoles débutants à gérer la phase de dévolution d'un problème numérique complexe (au sens de Catherine Houdement).

I - INTRODUCTION

Nous nous situons en formation initiale des Professeurs des Écoles, dans l'académie de Versailles, pour les étudiants de deuxième année. Ceux-ci sont stagiaires : ils exercent en responsabilité dans une classe à mi-temps, l'autre moitié de leur formation prend la forme de cours à l'ÉSPÉ. En tant que formatrice, nous avons en charge le suivi dans leur classe d'une dizaine d'étudiants-stagiaires[1].

Lorsque nous observons dans les classes des séances portant sur la résolution d'un problème, nous relevons fréquemment que le stagiaire, désireux d'expliciter ou de faire expliciter le contexte du problème, prend en charge une grande partie de la tâche : le problème est alors résolu au tableau avant que de nombreux élèves n'aient pu s'approprier la situation, ni *a fortiori* s'engager dans une recherche de solution.

Notre préoccupation a été de bâtir des séances de travail à l'ÉSPÉ permettant de faire émerger et de partager cette problématique, et de tenter d'y apporter des réponses utiles pour la classe.

Notre action s'inscrit dans un temps long de quelques années, notre discours essaie de rendre compte de notre cheminement, qui a abouti au scénario de séance que nous présentons.

Nous précisons que notre texte n'est pas le résultat d'un protocole de recherche : nous sommes formatrice. Nous n'avons pas d'autre prétention que de faire partager un dispositif mis en place cette

[1] Nous les désignerons par « étudiants » lorsque nous relaterons des événements ayant eu lieu en cours à l'ÉSPÉ et par « stagiaire » lorsque la situation concernera leur action dans leur classe, dans leur rôle d'enseignant.

année, qui reste à interroger et ré-expérimenter. Nous remercions la COPIRELEM de nous avoir offert cette opportunité.

II - GENÈSE DU SCÉNARIO

1 Le cadre du travail

Concernant nos pratiques de formation, ainsi que l'écrit Aline Robert,

> *Nous admettons l'hypothèse forte suivante, qui n'a rien d'original et qui n'est pas spécifique aux enseignants de mathématiques: il ne s'agit pas seulement de faire acquérir des connaissances exclusivement mathématiques ou exclusivement pédagogiques par exemple, il s'agit de travailler sur et avec les pratiques effectives. Il s'agit d'articuler en formation les apports du terrain et les apports plus théoriques, à la fois comme moyen de formation et comme objectif de formation.* (Robert, 2005).

C'est ainsi que nous fondons notre travail sur de constants allers-retours entre des observations de stagiaires dans leurs classes, des essais de faire partager certaines pratiques et de les analyser en formation.

Pour nos séances de formation, nous avons fait le choix de nous appuyer sur les problèmes complexes, au sens de C. Houdement (2017), souvent désignés « problèmes numériques à étapes ». En effet, ce type de problème permet une diversité de démarches de résolution tout en ne faisant appel qu'à des opérations mathématiques élémentaires, ce qui permet de travailler sur la phase de mise en commun sans que des difficultés mathématiques trop importantes ne viennent parasiter la réflexion sur les enjeux de cette phase difficile à mener. Par ailleurs, ce sont des problèmes « où la construction et la connexion des informations, nécessaires pour la résolution, sont à la charge de l'élève » (C. Houdement, 2017, p 73), ce qui nous a paru pertinent pour travailler la question de la dévolution d'un problème, qui s'est révélée au fil du travail sur la mise en œuvre des problèmes.

2 Un jeu de rôles sur la mise en œuvre d'un problème

Notre premier objectif avait été de faire prendre conscience aux étudiants des moments d'une séance de résolution d'un problème qui nécessite une recherche par les élèves : présentation du problème, recherche, mise en commun, synthèse (Douaire & Emprin, 2012). Nous avions proposé un jeu de rôles : les étudiants d'une équipe préparent ensemble les différentes phases, en imaginant des réactions d'élèves possibles, puis l'un deux se porte volontaire pour jouer le rôle de l'enseignant lorsque le problème est proposé au groupe d'étudiants entier[2]. L'objectif premier était de faire émerger la possibilité de résoudre le problème de plusieurs manières, et de travailler sur la phase de mise en commun.

Le déroulement a mis en évidence un glissement insidieux de la phase d'explicitation de l'énoncé vers la résolution du problème. Avant de travailler sur les questions de mise en commun se posait donc la question de permettre à des élèves de produire effectivement sinon une solution, au moins une ébauche. Il fallait donc, pour les étudiants, trouver des moyens d'aider leurs élèves à s'approprier une situation, leur ménager un espace d'engagement dans la tâche, sans basculer dans la résolution du problème. Leur permettre de comprendre le problème afin de leur laisser une chance d'en établir un plan de résolution.

3 Un assortiment de questions

Une tentative de réponse a été la suivante : concevoir une série de questions à poser aux élèves à l'issue de la lecture d'un texte d'énoncé. Les étudiants ont dégagé quelques critères pour bâtir cet assortiment de questions : aucune ne doit avoir comme réponse un calcul, ni engager une démarche ; les questions doivent être prévues de la plus ouverte à la plus fermée. Elles ne seront posées aux élèves que si le

[2] Une équipe de chercheurs a analysé, dans le cadre de ses travaux d'analyse de situations de formation, un « jeu de rôles » sur la mise en commun de procédures, assez proche de ce que nous avions proposé. (Bueno-Ravel & al, 2016, colloque COPIRELEM, Le Puy en Velay).

besoin s'en fait sentir, l'objectif étant de se préparer à faire face aux difficultés éventuelles de compréhension des élèves en s'interdisant d'aider à la résolution.

Si cette proposition de travail a été utile à certains étudiants, nous avons jugé cependant l'expérience peu satisfaisante. En effet, la qualité de l'assortiment de questions étant directement liée à celle de l'analyse *a priori* du problème, cette proposition ne permet pas à ceux des étudiants que justement nous voulions aider de bâtir un assortiment efficace[3]. Souvent les questions proposées engageaient vers une démarche sans que l'étudiant ne s'en aperçoive, parfois même nous obtenions des questions du type « Faut-il calculer pour les deux enseignantes ? » dont, même hors contexte, on perçoit l'absence de sens.

4 Des travaux de chercheurs en français

Nous aurions sans doute persisté dans la voie de l'« assortiment de questions »[4] si nous n'avions pas croisé le chemin de formateurs en didactique du français. Les travaux sur la compréhension de texte d'une équipe pluri-catégorielle pilotée par M.-F. Bishop (2018) ont attiré notre attention. Cette équipe a en particulier élaboré deux canevas de lecture de textes : le « Pas à pas », qui consiste à faire lire un texte en ménageant des pauses à des endroits bien choisis, pauses consacrées à faire imaginer aux élèves une suite possible à l'histoire, et le « Visibiléo », qui consiste à schématiser les liens entre les personnages de l'histoire, que l'on fait apparaître peu à peu.

Nous avons retenu du « Visibiléo » l'idée de faire apparaître peu à peu, et non tous ensemble, les éléments de la situation ; ceci en effet évoquait pour nous ce que fait chacun en lisant un énoncé de problème : on ne retient à la première lecture que certains éléments, puis peu à peu, au fil de plusieurs lectures, s'agrègent et s'organisent d'autres informations.

L'idée de matérialiser des liens dans une sorte de schématisation nous est apparue en revanche peu pertinente pour notre question, d'une part parce que cette action était présentée comme pilotée surtout par l'enseignant, ce que nous voulions précisément éviter pour réduire chez nos stagiaires le risque de basculer dans la résolution, d'autre part parce qu'on sait que, dans un problème de mathématiques, c'est précisément là, dans l'explicitation des liens « cachés », que se joue le travail d'appropriation de la situation.

Dans le « Pas à pas », nous avons écarté l'idée de respecter la chronologie du texte, puisque justement dans les énoncés de problème les questions de non-congruence entre le déroulement de l'action et le texte de l'énoncé sont à travailler, mais en revanche l'idée de faire imaginer des « possibles » aux élèves nous a semblé intéressante.

Peu à peu s'est dessiné le projet de concevoir une proposition pédagogique qui allierait ces deux aspects : dévoiler des éléments de la situation progressivement, et au fur et à mesure imaginer des liens possibles entre ces éléments. Nous décrirons cette proposition dans la présentation du scénario, partie suivante.

5 Un partage dans un groupe de travail à l'Université

Un dispositif de partage et de mutualisation d'expériences proposé par l'Université nous a permis de soumettre notre projet de travail au sein d'un groupe piloté par Pascale MASSELOT et Frédérick TEMPIER, enseignants-chercheurs[5]. Ils nous ont apporté leur aide en particulier en proposant une vidéo qui illustrait notre problématique.

Tous ces éléments nous ont finalement amenée à bâtir le scénario que nous présentons ci-après, mis en œuvre entre janvier et février 2019 dans trois groupes d'étudiants.

---

[3] Nous pensons que, si nos stagiaires menaient une analyse *a priori* assez approfondie des énoncés de problèmes complexes , ils trouveraient en général au moins deux démarches ; il est probable alors qu'ils n'orienteraient pas leurs élèves vers une solution, et nos propositions n'auraient pas lieu d'être. Cependant, nous observons que beaucoup s'attachent surtout à faire comprendre à leurs élèves la solution qu'ils ont eux-mêmes trouvée, ou celle, experte, proposée dans le guide pédagogique.

[4] Piste d'ailleurs proposée par les guides pédagogiques de certains manuels.

[5] LDAR (Laboratoire de Didactique André Revuz), Université de Cergy Pontoise, ÉSPÉ de l'académie de Versailles, membres de la COPIRELEM.

III - PRÉSENTATION DU SCÉNARIO

1 Temps 1- Émergence de la question de la dévolution du problème

1.1 Introduction du travail par le concept de dévolution

Il s'agit d'abord d'établir un contrat très clair avec les étudiants : nous allons nous concentrer sur la phase de « présentation » du problème, sans nous préoccuper des questions de résolution. Cependant nous ne retenons pas le terme de « présentation », qui nous paraît induire un pilotage fort de l'enseignant. Nous voulons œuvrer pour que, au moins, les élèves aient le temps de « comprendre » le problème, nous pourrions dire « comprendre où est le problème », avant que la moindre piste de résolution ne soit exposée. Mais l'expression « phase de compréhension du problème » ne nous satisfait pas non plus, nous craignons la confusion avec « résolution ». Nous savons bien que la résolution du problème est directement liée à la compréhension de la situation, mais notre préoccupation est justement, dans cette phase, de tenter de placer une limite entre les deux, dans la verbalisation. Nous nous sommes appuyée sur le concept de « dévolution »[6], pour tâcher de faire percevoir aux étudiants les enjeux de cette phase. C'est un concept complexe ; le processus de dévolution est directement lié à la question du contrat didactique, nous l'avons utilisé à un niveau très modeste. Mais il nous a paru être le meilleur moyen de faire passer l'idée maîtresse que nous voulons que nos étudiants retiennent : l'enseignant doit veiller à ne pas donner lui-même les réponses aux questions qu'il pose, mais pour autant il ne doit pas laisser l'élève livré à lui-même devant la situation.

1.2 Mise en situation et préparation des jeux de rôles

Un énoncé de problème pour des élèves de CE2 (8 ans), est ensuite proposé aux étudiants :

> À la cantine, il y a 10 tables de 8, 4 tables de 9 et 1 table de 15.
>
> Dans l'école, il y a 254 élèves. Toutes les places sont occupées au premier service.
>
> Combien d'élèves mangeront au deuxième service ?

Ce problème est celui qui est proposé dans la vidéo qui suivra. Il est demandé aux étudiants d'en préparer la phase de dévolution. On insiste sur le fait qu'on ne se préoccupe pas pour le moment de résoudre le problème. Les étudiants exécutent ce travail par équipes de 5 ou 6, et sont avertis qu'ensuite ils devront « jouer » leur préparation devant le groupe. Les membres de l'équipe préparent collectivement le rôle de l'enseignant et des rôles d'élèves.

1.3 Jeux de rôles

Dans chaque équipe, un des étudiants se porte volontaire pour jouer le rôle de l'enseignant, il dispose du tableau et du vidéoprojecteur qui lui permet de projeter tout ou partie de l'énoncé, ses élèves fictifs sont installés devant lui, face au groupe de stagiaires.

Les équipes viennent ensuite à tour de rôle jouer leur scène devant le groupe. On annonce aux étudiants qu'un temps de débat sera proposé à l'issue de toutes les présentations ; pendant et entre les présentations, il leur est demandé de ne pas intervenir, sauf pour dire « STOP » s'ils pensent que l'équipe actrice a débordé sur la phase de résolution du problème. Si une équipe s'entend opposer un « STOP », elle peut décider de cesser ou de poursuivre sa présentation.

1.4 Temps d'échanges

Nous avions fait le pari, compte tenu de nos observations dans les classes, que de nombreuses équipes allaient empiéter sur la phase de résolution. Hormis ce point, nous devons avouer au lecteur que nous n'avions pas d'idée précise ni de la durée qu'il faudrait consacrer à ces moments de mise en situation, de jeux de rôles et d'échanges, ni de la teneur possible des échanges.

[6] Guy Brousseau, dans La *théorie des situations didactiques*, définit la dévolution comme un « acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert ». (1998, p 303).

1.5 Visionnage d'une séance en classe

Après ce temps d'échange, nous proposons aux étudiants le visionnage du film[7]. Cette vidéo montre la manière dont une enseignante a présenté le problème de la cantine à sa classe[8]. Les étudiants sont invités à nouveau à dire « STOP » s'ils jugent que l'enseignante engage les élèves dans une démarche de résolution.

Dans le film on observe une pratique très répandue : lecture de l'énoncé par un élève, puis interrogation par l'enseignante sur certains éléments de la situation, choisis par elle (une transcription partielle figure en annexe 1). On observe que l'enseignante a pointé les difficultés que présente l'énoncé, sans véritablement les traiter. Elle lève l'implicite de la situation, qui est que tous les élèves de l'école mangent à la cantine. Elle termine en engageant les élèves dans une démarche précise : calcul du nombre de places occupées au premier service, puis soustraction du résultat au nombre total d'élèves[9].

1.6 Bilan de la première partie de la séance

À ce stade de la séance, nous pensons que les étudiants auront pris conscience de la distinction entre les phases de « dévolution » et de « résolution du problème », et du fait que les pratiques les plus habituelles ne semblent pas complètement satisfaisantes. Nous espérons donc, à l'issue de la première phase de travail, les avoir convaincus de la nécessité de mener une réflexion sur la manière d'introduire une séance de résolution de problème.

2 Temps 2 - Une proposition pédagogique

La seconde partie de la séance vise à fournir aux étudiants quelques clés pour parvenir à conduire, dans leur classe, un travail d'élucidation de l'énoncé sans risquer d'empiéter sur la résolution.

Il fallait donc choisir, comme support du travail, un problème, complexe au sens de C. Houdement (2017), dont nous pensions que la résolution ne serait pas immédiate pour la majorité des étudiants. Il fallait aussi que le travail qui leur était proposé soit transférable à leur classe, ou tout au moins qu'il les engage vers des pistes concrètes qui leur paraissent abordables ; il s'agissait donc d'imaginer un dispositif très simple.

Nous l'avons dit précédemment, ce dispositif devait permettre aux élèves d'imaginer des relations possibles entre différents éléments de la situation, dévoilés progressivement. De fait, cela imposait de ne pas lire ou donner à lire l'énoncé en préalable. Notre proposition bouleverse donc l'ordre habituel des étapes : la lecture de l'énoncé ne se fait pas d'emblée, elle n'est proposée que dans un second temps.

Pour mettre en œuvre ces éléments, nous avons imaginé un « jeu d'étiquettes », le terme « jeu » étant entendu à la fois au sens de « ensemble, assortiment » et au sens de « action de jouer ». Sur ces étiquettes l'enseignant inscrit des mots ou groupes de mots extraits ou inspirés par l'énoncé du problème qu'il proposera ensuite à ses élèves, (ce qui correspond à la présentation progressive des personnages de l'histoire dans le canevas « Visibiléo »), en les invitant à imaginer une situation possible à partir de ces éléments (ce qui s'inspire des pauses destinées à imagine la suite de l'histoire dans le canevas « Pas à pas »), bien entendu dans le contexte d'un problème en mathématiques.

2.1 L'expérience proposée : le problème d'Ernestine

Nous allons tenter ci-après, bien que l'écrit nous prive de la dimension temporelle de l'activité, de vous faire vivre ce jeu : lisez l'un après l'autre, lentement, les mots et expressions de la liste ci-dessous (vous pouvez utiliser un cache et dévoiler les lignes l'une après l'autre), et dans le même temps essayez d'imaginer une situation possible à propos de laquelle on pourrait employer ce mot ou expression.

---

[77] https://www.reseau-canope.fr/mathematiques-stella-baruk/video/les-problemes/choisir-loperation-adaptee

[8] La deuxième partie du film est consacrée à une intervention de Stella Baruk auprès d'un élève, qui ne concernait pas notre sujet.

[9] On pourrait en effet envisager que, par exemple, on retire progressivement du nombre total d'élèves, 254, le nombre d'élèves installés aux 10 tables de 8, soit 80, puis le nombre d'élèves installés aux 4 tables de 9 etc. La vidéo ne donne aucune information sur la phase de résolution, sauf pour l'élève dont s'occupe Stella Baruk.

deux fois moins
Ernestine
tiroir
trois fois plus
pagaille
cuillers, couteaux, fourchettes
de couteaux que de fourchettes
deux fois plus
108 couverts
de cuillers que de fourchettes

Vous avez peut-être imaginé qu'un enfant possédait deux fois moins de billes qu'un autre, puis peut-être qu'Ernestine était une grand-mère qui avait acheté des billes à ses petits-enfants, ou partagé des bonbons, ou de l'argent, puis pensé qu'elle avait rangé les bonbons ou l'argent dans son tiroir, ou qu'il s'agissait plutôt de chaussettes, etc. Peut-être avez-vous attendu le complément de l'expression « trois fois plus », en vous demandant « de quoi que de quoi ? » ou « de quoi que qui ? », …

Voici le texte du problème :

> Il règne une belle pagaille dans le tiroir d'Ernestine. Elle a mélangé les 108 couverts de son tiroir, les couteaux, les fourchettes et les cuillers !
>
> Ernestine se souvient seulement qu'il y a deux fois moins de couteaux que de fourchettes et trois fois plus de cuillers que de fourchettes.
>
> Alors, pouvez-vous expliquer à Ernestine combien elle a de couteaux, de fourchettes et de cuillers ?
>
> (Rallye MathEsSonne…ça RaiSonne 2008)

Nous supposons que vous avez maintenant des réactions à la fois au sujet de ce que vous aviez « deviné » et au sujet des informations qui vous manquaient. Vous savez maintenant que ce sont les cuillers qui sont trois fois plus nombreuses que les fourchettes, et les fourchettes deux fois plus nombreuses que les couteaux. Quelles qu'aient été vos suppositions antérieurement, la situation vous apparaît clairement.

Bien entendu, nos stagiaires, comme vous, n'auraient pas eu besoin de ce jeu d'étiquettes pour comprendre le texte de l'énoncé, quitte à en faire plusieurs lectures. Mais nous l'avons dit, il s'agissait dans le même temps pour nous de leur proposer un dispositif utilisable dans leur classe. Pour des élèves, il nous semble que la préparation à la lecture du texte de l'énoncé par ce jeu va permettre que, lorsque l'enseignant leur donnera à lire l'énoncé du problème, ils s'engagent dans la tâche avec curiosité pour comparer la situation avec celles(s) imaginée(s), et soient en capacité de s'approprier la situation proposée, certaines difficultés de lecture ayant été anticipées et traitées par le jeu des étiquettes.

2.2 Nos choix et leurs raisons

Nous avons envisagé notre question sous l'hypothèse que l'étudiant stagiaire faisait une analyse *a priori* très superficielle des problèmes, et avons cherché un moyen à la fois de lui éviter de se laisser entraîner à engager la résolution en raison de trop d'explications, et de garantir à l'élève un temps de travail effectif sur l'énoncé, avant tout essai de résolution. Notre « jeu des étiquettes » vise essentiellement à faciliter aux élèves la lecture autonome de l'énoncé par comparaison (différences/similitudes) avec ce que la classe aura imaginé/anticipé dans la phase de travail qui précède. Ainsi nous faisons le pari que, après la lecture, les élèves auront compris ce qu'ils doivent chercher : s'ils n'ont pas de question à poser à leur enseignant, celui-ci n'aura pas d'explications à donner, ainsi le risque de se laisser entraîner à donner des éléments de résolution se trouve réduit. Par ailleurs, nous pensons que le jeu des étiquettes devrait

permettre d'enrôler une grande majorité des élèves. Tout ceci devrait conduire à recueillir dans la classe des productions assez nombreuses et variées pour amener par la suite à travailler les questions de la mise en commun et du processus d'institutionnalisation.

Selon son aptitude à définir ses objectifs et à analyser le problème qu'il propose, chaque étudiant stagiaire fera des choix différents pour l'assortiment d' « indices[10] » qu'il inscrira sur ses étiquettes, choix que nous jugerions, nous formateurs, plus ou moins pertinents. Mais nous ne définirons pas un « bon » ou un « mauvais » jeu, le pari étant que quels que soient les éléments fournis, les élèves vont s'emparer du jeu et débroussailler ainsi le texte qu'ils liront ensuite. Une réflexion sera bien entendu menée au sein des groupes sur des choix possibles de ce qu'on inscrit sur les étiquettes (nous l'évoquerons dans le paragraphe suivant).

Le support : des morceaux de papier

Le support « étiquettes », c'est-à-dire « morceaux de papier », nous semblait laisser une grande liberté d'action, l'enseignant pouvant en fabriquer une très rapidement s'il s'aperçoit qu'il a oublié un élément ; de même, il peut décider en situation de ne pas utiliser toutes ses étiquettes.

Il peut décider de les tirer au hasard, de les faire tirer par les élèves eux-mêmes. S'il maîtrise les enjeux de la situation, il peut aussi les proposer dans l'ordre de son choix.

Il peut décider de les afficher au fur et à mesure du tirage ou une fois que la mémorisation s'avère difficile ; ou pas, auquel cas les élèves noteront les éléments donnés.

Il peut décider de proposer ou pas un travail de réorganisation des étiquettes, de schématisation de liens possibles.

Nos choix pour l'assortiment d'« indices » sur le problème d'Ernestine

- ne pas inclure la question dans le jeu, pour mettre en exergue que l'objectif poursuivi est dans un premier temps de favoriser l'appropriation de la situation,

- séparer en deux les expressions « deux fois moins / de couteaux que de fourchettes » et « trois fois plus / de cuillers que de fourchettes », pour amener l'auditeur à s'interroger sur la partie manquante, puis sur les associations possibles,

- utiliser l'expression « deux fois plus », qui n'apparaît pas dans le texte du problème, pour initier une réflexion sur la formulation « deux fois moins de couteaux que de fourchettes » ;

Nos choix pour le déroulement du jeu sur le problème d'Ernestine

- tirer les étiquettes au hasard devant les étudiants, pour tâcher de montrer que piloter trop précisément le travail n'est pas nécessaire,

- ne pas les afficher ni ne rien inscrire au tableau, afin d'amener les étudiants à prendre conscience de la nécessité de garder mémoire des informations et de les traiter simultanément,

- mener le travail oralement afin d'affirmer clairement qu'il s'agit d'un jeu d'anticipation, nullement d'un exercice « à réussir ».

2.3 Des éléments d'aide à la mise en œuvre pour les étudiants

Il semble difficile d'établir un protocole pour un dispositif aussi ouvert, d'autant plus qu'il s'agit d'une expérience nouvelle. Ne disposant d'aucune référence dans la littérature didactique, nous avons présenté notre proposition simplement comme une manière parmi d'autres de permettre aux élèves une meilleure appropriation du problème, en invitant les étudiants à l'expérimenter dans leur classe et à faire part à leurs pairs de leurs observations, qui allaient nous permettre à tous d'enrichir notre réflexion.

Ainsi les étudiants pouvaient appréhender le fait qu'un enseignant ne trouve pas toujours des solutions prêtes à l'emploi, mais qu'il teste ses dispositifs, les ajuste en fonction des réactions de ses élèves, ce qui nous semble pleinement constitutif de leur formation.

[10] Le terme « indice » ne nous satisfait pas complètement car il engage l'idée qu'il s'agit de « trouver l'énoncé du problème », ce qui serait intéressant mais n'est pas notre objectif : nous voulons seulement faciliter la lecture future du texte du problème. Pour les mêmes raisons nous n'avons pas retenu non plus le terme « information », « indice » présentant l'avantage de susciter l'imagination.

Des arguments pour encourager les étudiants à tenter l'expérience dans leur classe

Nous avons tâché de les encourager à expérimenter en pointant un bénéfice immédiat : les élèves les plus performants de la classe, qui d'habitude s'écrient très vite « J'ai trouvé ! » et s'empressent de donner leur solution, ne pourront plus priver ainsi leurs camarades de la recherche, et ils auront le même plaisir que les autres dans la phase d'imagination. Nous avons tâché de les rassurer en leur faisant part de notre conviction profonde : même en cas de maladresse dans l'analyse de l'énoncé, ce « jeu » pouvait certes manquer d'efficacité, mais en aucun cas nuire à la situation. Les élèves allaient sans doute s'en emparer et par là aider leur jeune enseignant-e.

Un éventail de possibilités

Les variables du jeu et les éléments présentés précédemment ont été discutés avec les étudiants, ils ont identifié d'autres éléments à prendre en compte pour les « indices » à écrire, comme par exemple :

- donner ou pas certains éléments d'habillage de la situation,
- remplacer un terme inhabituel par un terme plus familier,
- donner ou pas les informations numériques, ou les différer,
- choisir un nombre d'étiquettes « raisonnable ».

Des recommandations

Certaines recommandations, en revanche, ont été fermes :

- lever les implicites,
- écrire les termes et expressions de l'énoncé dont il est connu qu'ils présentent des difficultés comme *chaque*, *reste*, *somme*, *équitablement*, *recette, plus que, de moins que, …*
- préciser les singuliers et les pluriels, certaines graphies (tout, tous ; deux, de ….), débuter une étiquette par un pronom
- ne pas chercher à faire reconstituer l'énoncé (ainsi, le choix d'étiquettes n'a pas à être « complet »)
- ne pas ajouter des étiquettes qui donneraient des « informations inutiles », qui risqueraient d'orienter les élèves vers une fausse piste, une autre situation.

Deux indicateurs

Enfin, nous avons proposé aux étudiants deux indicateurs d'efficacité faciles à relever :

- le nombre et le type de questions que les élèves posent après la lecture individuelle de l'énoncé,
- l'engagement des élèves dans les tâches de lecture, puis de recherche /résolution.

La variété des productions dépendant de nombreux autres facteurs, nous l'avons évoquée comme un bénéfice supplémentaire.

Les questions de passation des consignes, de mise en œuvre matérielle, de gestion des échanges oraux ont été envisagées.

IV.- QUELQUES OBSERVATIONS

Nous faisons le choix de ne relater que brièvement nos observations pendant certains moments-clé de la séance, communes aux quatre groupes auxquels nous l'avons proposée. Parmi les retours d'expérience présentés par les étudiants, nous privilégions la séance d'un stagiaire que nous avons observé dans sa classe. Enfin, nous avons proposé des questionnaires en fin d'année, à nos étudiants et à ceux de groupes-témoins. Des extraits de ces questionnaires et quelques résultats sont proposés dans les annexes 2 à 5.

1 Pendant le déroulement de la séance

1.1 Temps 1

Un moment de désarroi

Lorsque nous avons proposé la préparation de la dévolution du problème « de la cantine », nous avons perçu un grand désarroi chez plusieurs étudiants, qui ne voyaient pas du tout ce qu'ils pourraient proposer en dehors de la lecture de l'énoncé. Il a fallu parfois de longs échanges avant qu'ils ne s'engagent dans le travail.

Engagement du travail par la lecture du texte

Lors des jeux de rôles, toutes les équipes sauf une ont débuté par la lecture de l'énoncé, avec de nombreuses variantes : silencieuse ou à voix haute, complète ou segmentée, par un ou plusieurs élèves ou par l'enseignant, dans différents ordres, accompagnée ou pas de la projection du texte progressive ou totale, ou de sa réécriture au tableau, ponctuée de questions ou d'explications de l'enseignant, ou d'invitation aux élèves à poser des questions. Quelques équipes ont accompagné la lecture de schématisations ou de dessins, proposés par les élèves ou par l'enseignant. Certaines ont fait imaginer la question du problème ou des questions possibles. Les équipes ont pour la plupart pointé l'absence de l'information selon laquelle tous les élèves de l'école mangeaient à la cantine, ont fait expliciter les « de 8 », « de 9 », « de 15 ».

Basculement dans la résolution

Mais la quasi-totalité des équipes a engagé nettement le travail sur la résolution. Nous avons pu proposer la séance à 4 groupes d'étudiants soit une vingtaine d'équipes ; seules 2 ne sont pas tombées dans cet écueil : une qui n'a proposé qu'une unique lecture de l'énoncé par l'enseignant, l'autre qui a fait jouer la scène en faisant se déplacer les étudiants comme s'ils entraient à la cantine[11], et qui a conclu en annonçant aux élèves qu'ils allaient avoir à lire l'énoncé d'un problème.

Des échanges de pratiques et des interrogations

Lors du temps d'échanges, les étudiants ont commencé par se réjouir de la variété des propositions des équipes, jugeant qu'il y avait une bonne idée à prendre chez chacune, avant de marquer un temps de silence et de constater qu'un STOP avait été opposé à toutes les équipes du groupe. Dans un des quatre groupes, le débat a été très animé au sujet de la question des schémas[12] ; dans les trois autres, les échanges ont été plutôt brefs.

Pendant le visionnage de la vidéo, plusieurs étudiants prononcent le STOP simultanément au moment opportun (voir la transcription en annexe).

Quelques échanges suivent, les étudiants observent qu'ils ont relevé les mêmes difficultés et implicites que l'enseignante du film, critiquent la manière qu'elle a de reformuler correctement mais sans traiter les réponses approximatives des élèves. Ils comprennent donc qu'elle ne s'assure pas réellement de la compréhension de ses élèves, et observent que sa dernière phrase et ses derniers gestes, dans un temps très bref, suffisent à engager dans une démarche donnée.

Nous avons le sentiment, à la fin de ce temps, que les étudiants sont assez déstabilisés. Nous ne savons pas ce qu'ils ont compris, mais il nous semble que beaucoup ont pris conscience de la nécessité de travailler sur la phase de dévolution d'un problème. Par ailleurs, le jeu de rôles a permis de faire émerger un certain nombre de leurs pratiques de lecture de l'énoncé, de questionnement sur cet énoncé, dont certains nous ont dit qu'ils n'y auraient pas pensé. En cela au moins, le bilan est positif.

1.2 Temps 2

Le « jeu des étiquettes » étonne les étudiants, mais ils s'y impliquent volontiers, timidement au départ.

Un désir de trouver « le bon énoncé »

[11] En modifiant les valeurs numériques

[12] Selon les éléments de dessin proposés, la question était de savoir si on fournissait aux élèves des éléments de solution, ou pas.

Lorsqu'ils découvrent l'énoncé, certains s'exclament « mais ça on ne pouvait pas le savoir » ; il faut réaffirmer que l'objectif n'est pas de reconstituer l'énoncé.

La situation est claire, mais on n'a pas commencé à résoudre le problème

En revanche, il semble clair que le jeu d'imagination à partir des étiquettes ne leur a fourni aucune piste de résolution : plusieurs expriment leur crainte de devoir maintenant résoudre le problème ![13]. Pour certains, cela confirme leur compréhension de la distinction entre dévolution et résolution.

2 Lors de séances suivantes

Après l'expérimentation du jeu des étiquettes sur le problème d'Ernestine, le travail s'est poursuivi de diverses manières selon les groupes ; nous avons parfois demandé la création d'un jeu d'étiquettes sur le « problème de la cantine » de la vidéo, sur des problèmes proposés en classe. Nous n'en rendrons pas compte ici, mais nous pouvons faire part de deux remarques :

- la **forte tendance des étudiants à faire reconstituer l'énoncé** (par assemblage d'étiquettes prédécoupées),

- leur **difficulté à conduire oralement le jeu** : il s'agit en effet de recueillir les propositions des participants, de relancer les échanges mais sans jamais donner le moindre signe d'approbation ni de découragement ; par ailleurs, il est nécessaire de savoir recentrer le travail en écartant des propositions trop loufoques.

3 Dans les classes

Les retours d'expérience des stagiaires ont montré que, sans s'approprier vraiment l'intention première du jeu des étiquettes, qui est de permettre ensuite aux élèves une lecture autonome du texte d'un problème complexe, ils ont mis en place des pratiques intéressantes et variées, comme faire imaginer « les » ou « des » questions, faire écrire un énoncé possible.

Certains d'entre eux s'en sont inspiré pour faire travailler leurs élèves sur les problèmes élémentaires additifs en CE1 (7 ans).

3.1 Un exemple en CE1/CE2

La stagiaire a fait jouer le jeu en proposant les 5 « étiquettes » suivantes dans l'ordre indiqué :

120 cahiers / 3 euros / 60 euros/ Un enseignant / de la peinture

Les élèves ont envisagé deux options : « 120 cahiers coûtent 60 € et la peinture coûte 3 € », « la peinture coûte 60 € et les cahiers sont à 3 € ».

> Énoncé : Un enseignant passe une commande et achète 120 cahiers à 3 euros le cahier et de la peinture à 60 euros. Combien l'enseignant a-t-il dépensé ?

La stagiaire rapporte que les élèves n'ont posé aucune question sur le texte.

3.2 Un exemple en CM1

Une mise en œuvre infidèle et maladroite

Le stagiaire, que nous désignerons par F., a préparé le jeu d'étiquettes suivant, qu'il distribue sur papier aux élèves, puis affiche :

490	DOUZE
TROIS	POTS
CAISSES	GRAMMES
POTS	MASSE

Figure 1. Les étiquettes imprimées sur papier

[13] Cela sera fait lors de la séance suivante, avant l'analyse de productions d'élèves et un travail sur la phase de mise en commun.

Sa demande aux élèves est : « À l'aide des étiquettes, que peut-on comprendre de ce problème ? ». Il leur accorde un temps de réflexion. Sur sa fiche de préparation, il a noté :

> *Mettre en évidence avec les élèves que le problème va tourner autour du poids (masse et grammes) et d'un nombre de pots. Classement au tableau selon les propositions des élèves. Il devrait se dégager qu'il y a des chiffres, des unités de mesure et des objet*s.

Pendant le temps d'échange oral avec les élèves, F. déplace les étiquettes.

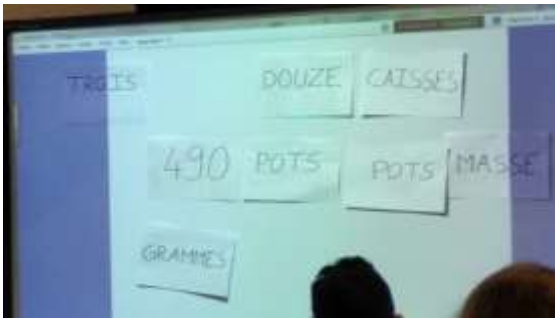


Figure 2 : Déplacements des étiquettes en fonction des propositions

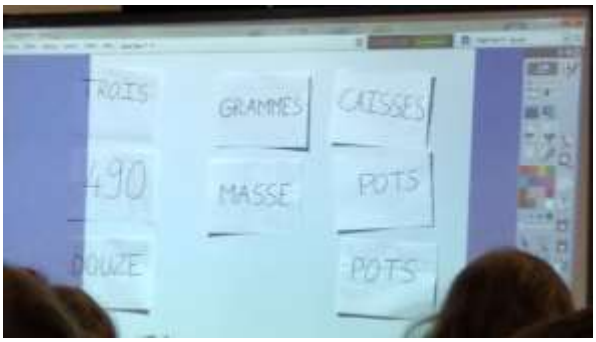


Figure 3 : Disposition finale des étiquettes

Voici l'énoncé du problème :

> Un épicier range dans sa réserve trois caisses contenant chacune douze pots de moutarde. Chaque pot de moutarde pèse 490 grammes. Quelle est la masse totale des pots ?

Il apparaît clairement que ce stagiaire ne se place pas dans notre conception du « jeu des étiquettes », on perçoit aussi une préparation défaillante par la double présence de l'étiquette « pots »[14], le manque de précision des termes. Il a accepté de présenter son travail à ses pairs, qui ont tous imaginé un jeu d'étiquettes pour cet énoncé avant de prendre connaissance de celui de F. : nous avons senti une certaine perplexité de l'auditoire à la vue du jeu d'étiquettes de F., mais personne ne l'a critiqué[15].

Un aboutissement positif

Ce qui nous intéresse le plus est la suite de la présentation de F. Il ne discute pas son choix d'étiquettes, qui semble ne pas le préoccuper, mais il présente les solutions du problème trouvées par ses élèves :

et insiste auprès de ses pairs : « Ce qui m'a vraiment étonné, et à quoi je ne n'avais pas du tout pensé, est la seconde manière de résoudre le problème trouvée par des élèves. »

[14] F. dira qu'il a commis une étourderie, il n'avait pas vu que l'étiquette apparaissait deux fois.

[15] Soit par gentillesse ? Soit parce que chacun doute de sa propre proposition et donc ne peut juger celle-là ? Soit parce c'est nous-même qui avons invité F. à présenter sa séance et que donc l'assistance pense *a priori* qu'il s'agit d'un « bon exemple » ? Sans doute un peu tout cela à la fois, pensons-nous.

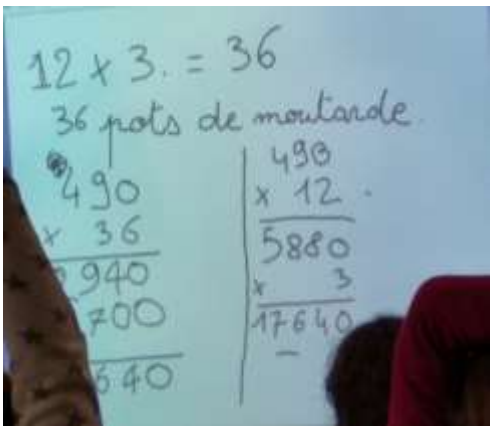


Figure 4 : en haut et à gauche du trait, le première démarche trouvée ;
à droite du trait, la seconde démarche proposée[16].

V.- CONCLUSION ET PERSPECTIVES

1 Une question qui nous semble pertinente et difficile

Le grand nombre de stagiaires qui se reconnaissent dans le portrait dressé, en introduction de la séance, de l'enseignant qui résout le problème à la place de ses élèves[17], nous laisse penser que les questions liées à la dévolution sont pertinentes. Cependant, après le travail proposé en formation à la mi-année environ, ils sont presque aussi nombreux à répondre, en fin d'année, un « plutôt oui » mal assuré à la question « Pensez-vous avoir bien compris la différence entre *Dévolution du problème* et *Résolution du problème*? »[18]. Certes les contraintes du calendrier n'ont pas permis un travail suivi suffisant. Nous sommes néanmoins persuadée de la très grande difficulté de cette question. Les observations que nous avons pu faire nous conduisent à nous demander s'il pourrait exister une forme de blocage chez certains étudiants, qui ne parviennent pas à concevoir le problème autrement que par sa résolution.

2 Une prise de conscience, un enrichissement des pratiques : vers une analyse *a priori* ?

Néanmoins, nous avons essayé de le montrer, il nous semble que la majorité de nos étudiants a engagé une réflexion autour de la phase de dévolution d'un problème, à travers les diverses situations proposées.

Chacun a pu au minimum enrichir son panel de pratiques relatives à la « présentation » d'un problème, en particulier grâce au jeu de rôles. L'exemple du stagiaire F. montre bien que malgré des maladresses, l'adaptation qu'il fait du « jeu des étiquettes » lui permet d'ouvrir un espace de recherche pour ses élèves, espace dont les élèves se saisissent aussitôt : cela nous semble un bénéfice essentiel. Certes, certains élèves ne sont quand même pas entrés dans la tâche, d'autres qui l'ont accepté n'ont pas été en mesure de résoudre le problème, ce qui est une autre question. Mais c'est un début.

Enfin pouvons-nous espérer que, progressivement, les stagiaires, par les choix qu'ils font du contenu de leurs étiquettes, seront amenés à « regarder autrement » les énoncés, à en amorcer une analyse ? F. a choisi de faire catégoriser les données, ce n'était pas ce que nous attendions. Mais aurait-il seulement pensé à cela s'il n'avait pas été obligé de choisir certains éléments de la situation ?

[16] Nous ne nous préoccupons pas ici de la qualité de la rédaction des solutions proposées ; il serait en effet nécessaire de qualifier, selon le terme de C. Houdement (2017), tous les résultats intermédiaires, ainsi que cela a été fait pour 36 (pots de moutarde).

[17] Voir le questionnaire en annexe 2. : 71,4% des étudiants se reconnaissent dans ce portrait.

[18] Ils sont 14,3% à répondre « oui, sûr » et 68,2% à répondre « plutôt oui ». 15,9% répondent « plutôt non » et 1,6% répondent « non ».

3 À propos du jeu des étiquettes

Notre proposition de « jeu des étiquettes » n'a pas rencontré un franc succès. Certes, nous avons suggéré cette modalité de travail, expérimentale, sans insistance ; certes le calendrier de la formation n'a pas toujours permis aux stagiaires de le tester. Néanmoins, il nous semble que la transformation de ce jeu en « exercice » (au sens de tâche précise à réussir) « écrit » (reconstituer le texte en assemblant les étiquettes) est assez fréquente chez nos étudiants. Comme si « le problème » était « le texte ».

Peut-être le terme « étiquettes » engage-t-il à cela ? Nous n'en sommes pas persuadée. Peut-être aussi la perspective de conduire la phase orale, en terrain inconnu puisque les élèves vont imaginer des situations possibles, effraie-t-il les enseignants débutants ? C'est plausible.

Peut-être faut-il imposer un protocole plus strict et mettre en place des jeux de rôles pour travailler ce moment oral ?

Peut-être le choix d'un problème pour lequel une partie des informations est imagée faciliterait-il le travail, puisque là on ne peut pas découper le texte ?

Peut-être faut-il travailler sur de « mauvais » jeux/assortiments pour rassurer les étudiants et leur montrer qu'il y aura quand même un bénéfice pour les élèves ?

Mais si les étudiants ne peuvent penser le problème que comme « le texte » de l'énoncé ou que comme « sa solution », à quoi peut bien servir ce jeu ? Si les étudiants n'ont pas saisi cet entre-deux complètement immatériel qu'est le processus de dévolution, alors peuvent-ils vraiment s'en emparer ? Inversement, ce jeu peut-il contribuer à les faire sortir de leurs conceptions premières ?

4 Une proposition à l'encontre des pratiques les plus répandues

Il est possible aussi que notre proposition bouleverse trop les pratiques habituelles. Le questionnaire que nous avons proposé en fin d'année montre que 97,5% des étudiants des groupes-témoins donnent en premier à lire l'énoncé, et que 86,7% de ceux des groupes ayant vécu la séance décrite proposent une autre tâche[19] avant de donner à lire l'énoncé du problème (annexe 5). Cela nous laisse penser que notre « jeu d'étiquettes » a eu un impact, mais bien léger.

5 Le jeu des étiquettes : vers une lecture autonome ?

C'était notre idée de départ : pour empêcher les stagiaires d'expliquer longuement un texte d'énoncé (et de risquer ainsi de basculer dans la résolution), la meilleure solution est que les élèves le comprennent seuls. Le « jeu des étiquettes » est un intermédiaire, il faudrait qu'ensuite les élèves pratiquent ce jeu seuls : prendre des « indices » dans le texte, n'importe où, dans n'importe quel ordre - ce qui implique plusieurs lectures du texte -, imaginer des liens possibles entre ces éléments ; noter ces éléments pour soutenir la mémoire, et prendre ainsi conscience de la nécessité de mémoriser et de traiter simultanément plusieurs informations. Rendre ces gestes mentaux explicites ne pourrait-il pas contribuer à aider les élèves ?

[19] Mise en scène, présentation d'éléments pour écrire des questions ou pour écrire l'énoncé du problème, jeu des étiquettes.

VI.- BIBLIOGRAPHIE

Bishop, M.-F. (2018). Aider à comprendre : deux canevas d'enseignement de la compréhension au cycle 2. *Plate-forme internet sur la littératie,* 3/2018.

Repéré à : https://www.forumlecture.ch/sysModules/obxLeseforum/Artikel/649/2018_3_fr_bishop.pdf

Bueno-Ravel, L., Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Tempier, F., Winder, C. (2016). Usage d'un cadre d'analyse pour s'approprier, concevoir et enrichir des situations de formation, *Actes du 43ème colloque de la COPIRELEM* (Le Puy en Velay).

Douaire, J., Emprin, F. (2012). Résolution de problèmes. Dans Megard, M., Durpaire, J.-L. (dir.), *Le nombre au cycle 3* (p. 51-62). SCEREN CNDP.

Repéré à https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf

Houdement, C. (2015). Problèmes arithmétiques de réinvestissement, une synthèse, des pistes. *Actes du 42ème colloque de la COPIRELEM* (Besançon).

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100. IREM de Grenoble.

Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche et formation,* 50, 75-89.

Repéré à http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/recherche-et-formation/RR050-05.pdf

VII.- ANNEXE 1 : TRANSCRIPTION D'UN EXTRAIT DU FILM

Après la lecture à haute voix de l'énoncé, faite par un élève :

E (enseignante): D'accord. Alors. On nous parle de quoi, là ? Notre histoire elle se passe où ? Flavien.

Flavien : À la cantine.

E : Dans une cantine. Quand on dit il y a dix tables de huit, qu'est-ce que ça veut dire ?

Flavien : Y a, y a dix tables mais avec huit places.

E : Voilà, il y a dix tables autour desquelles peuvent s'assoir huit enfants. D'accord ? S'il y a quatre tables de neuf, qu'est-ce que ça veut dire, quatre tables de neuf ? Janisse.

Janisse : Il y a quatre tables pour neuf personnes.

E : ça veut dire qu'il y a quatre tables autour desquelles on peut mettre 9 enfants. D'accord. Et puis, qu'est-ce qu'il y a encore ? Lalie.

Lalie : une table de quinze personnes.

E : Voilà, il y a une table autour de laquelle peuvent s'assoir quinze enfants. D'accord. Dans l'école, il y a 254 élèves. J'ai oublié de rajouter que ces élèves mangeaient tous à la cantine. Toutes les places de la cantine sont occupées, d'accord, au premier service. Ça veut dire que toutes ces tables-là, toutes les places qui sont autour de ces tables, il va y avoir des enfants. Les autres, ils vont manger à quel moment ?

é (un élève): au deuxième service.

E : au deuxième service. Eh ben moi, ce que je vous demande de trouver, c'est combien d'élèves vont manger au deuxième service. Avant de commencer, qui est-ce qui peut me dire ce que vous allez chercher d'abord. Yannick.

Yannick : On a besoin de combien de places.

E : On a besoin de savoir combien est-ce qu'il y a de places …, *accompagné d'un geste ample des deux bras qui signifie l'action d'englober, et d'une moue, bouche ouverte, qui montre que l'E attend une réponse.*

é : en tout.

E : Oui, exactement. On a besoin de savoir combien est-ce qu'il y a de places en tout dans cette cantine.

Une fois qu'on aura trouvé combien est-ce qu'il y a de places en tout, on pourra continuer le problème.

Alors allez-y.

FIN du visionnage. (la deuxième partie du film montre l'intervention de Stella Baruk auprès d'un élève au sujet d'un calcul, cette partie de la vidéo ne concerne pas notre propos).

VIII.- ANNEXE 2 : QUESTIONNAIRE (ÉTUDIANTS AYANT EXPÉRIMENTÉ LE SCÉNARIO) – PREMIÈRE PARTIE

3. Si vous avez proposé à vos élèves de résoudre des **problèmes numériques complexes** (dits « à étapes », chaque étape étant un problème numérique simple) :

a. Étiez-vous présent(e) lors de la séance consacrée à la « Dévolution de problème » : jeu de rôle pour dévoluer à des CE2 le « pb de la cantine », puis vidéo sur la dévolution de ce problème dans une classe ?

OUI ◯ NON ◯

b. Vous êtes-vous reconnu(e) dans la description que j'avais faite de ce que je voyais régulièrement dans les classes, c'est à dire avez-vous perçu vous même que vous vous laissiez « embarquer dans la résolution » ?

OUI ◯ NON ◯

c. Pensez-vous avoir bien compris la différence entre « Dévolution du problème » et « Résolution du problème » ?

Oui, j'en suis sûr(e) ◯ Plutôt oui ◯ Plutôt non ◯ Non, je ne vois pas du tout ◯

La condition « Si vous avez proposé à vos élèves de résoudre des problèmes numériques complexes » a été posée en raison de la question b).

	Nb quest	NR Quest 3	**Nb Quest retenus**	Présence séance	Reconnu portrait	Compris « dévolution » ≠ « résolution »			
						Oui sûr	+tôt Oui	+tôt Non	Non
Gr A	28	4	**24**	Oui : 17 Non : 5 NR : 2	Oui : 16 Non : 6 « un peu » : 1 NR :1	6	17	1	0
Gr D	23	5	**18**	Oui : 15 Non :2 NR : 1	Oui : 11 Non : 4 NR : 3	1	9	7	1
Gr C4	24	3	**21**	Oui : 18 Non : 2 : NR : 1	Oui : 18 Non: 2 NR : 1	2	17	2	0
total			**63**		**Oui : 45 71,4 %**	**9 14,3%**	**43 68,2%**	**10 15,9%**	**1 1,6%**

NR : non réponse

Le jour de la séance, il y avait en réalité 3 absents dans le gr A, 1 dans le groupe D et 0 dans le groupe C4.

« NR Quest 3 » correspond à une absence totale de réponses à la question 3, nous supposons donc que ces personnes n'ont jamais proposé de problème numérique complexe à leur classe.

Remarque : Certains stagiaires sont affectés en maternelle 2 jours par semaine sur l'année, mais ils ont tous un stage de 3 semaines en élémentaire (sauf situation très particulière).

IX.- ANNEXE 3 : QUESTIONNAIRE (ÉTUDIANTS AYANT EXPÉRIMENTÉ LE SCÉNARIO) – DEUXIÈME PARTIE

Si la réponse à la question 3 c présentée dans l'annexe VIII, est « Oui, j'en suis sûr(e) » ou « Plutôt oui » les étudiants sont invités à cocher les éléments ci-dessous qui les ont aidés à comprendre.

Plusieurs réponses sont possibles, les étudiants disposent d'un espace pour préciser leur réponse.

grâce au jeu de rôles ◯ grâce à la vidéo ◯ grâce aux échanges en TD ◯

grâce au « jeu des étiquettes » sur le problème d'Ernestine ◯

grâce au TD suivant qui a permis de revenir sur le sujet ◯

grâce au TD qui a porté sur la pratique de la « mise en commun », par « rétroéclairage » ◯

Les étudiants qui ont répondu « Plutôt non » ou « Non, pas du tout » à la question 3 c sont invités à exprimer leurs doutes, leur questionnement (éléments non recueillis ici).

	Nb Quest retenus	Jeu rôles	vidéo	Echanges TD	Jeu étiqu Ernestine	Réactiv TD suiv	TD mise co
Gr A	**23**	10 43,5%	4 17,4%	15 65,2%	15 65,2%	6 26%	12 52%
Gr D	**10**	4 40%	0 0%	2 20%	5 50%	3 30%	0 0%
Gr C4	**19**	4 21%	3 15,8%	14 73,7%	12 63,2%	4 21%	4 21%
total	**52**	18 34,6%	7 13,5%	31 59 ,6%	32 61,5%	13 25%	16 30,8%

Cette partie du questionnaire était destinée à évaluer notre scénario. Finalement nous n'en tirons aucun enseignement à ce sujet. En effet, le jeu de rôle ne recueille qu'un modeste pourcentage des suffrages, mais s'il n'a pas toujours permis de « comprendre » (question que nous avons posée), il tient une place centrale en permettant de faire émerger la question. La vidéo ne recueille qu'un pourcentage très faible, mais elle permet de donner de la cohérence au scénario, de clore le premier temps de la séance.

Il aurait fallu peut-être chercher à distinguer si les étudiants avaient pris conscience de la nécessité de travailler sur la phase de « présentation » d'un problème avant de leur demander s'ils avaient « compris » la différence entre « dévolution » et « résolution ».

Enfin le jeu des étiquettes recueille le pourcentage le plus important, mais rien ne permet de savoir si c'est le choix du problème (difficile à résoudre pour de nombreux étudiants) ou si c'est le dispositif « jeu des étiquettes » qui a été le plus utile.

Nous retenons évidemment que les échanges, ainsi que les TD suivants (qui n'ont pas tous permis le même travail dans tous les groupes) ont eu de l'importance.

X.- ANNEXE 4 : QUESTIONNAIRE - ÉTUDIANTS DE GROUPES TÉMOINS ET ÉTUDIANTS AYANT EXPÉRIMENTÉ LE SCÉNARIO

La question suivante a été posée avec quelques variantes de formulation aux étudiants qui ont expérimenté la séance (question 5) et à ceux de groupes témoins (question 3).

3. Cette question s'intéresse à ce que vous jugez important de pratiquer pour faire comprendre à des élèves l'énoncé d'un problème, avant tout engagement dans la résolution.
Volontairement, la liste est incomplète:
ajoutez-y des éléments que vous mettez en place éventuellement,
puis numérotez ce que vous reconnaissez de votre pratique actuelle dans l'ordre de réalisation en classe. (lisez d'abord toutes les propositions).

5. Cette question s'intéresse à ce que vous jugez désormais important de pratiquer pour faire comprendre à des élèves l'énoncé d'un problème, avant tout engagement dans la résolution.
Volontairement, la liste est incomplète:
ajoutez-y des éléments que vous mettez ou envisagez à l'avenir de mettre en place,
puis numérotez ce que vous reconnaissez de votre pratique actuelle ou future dans l'ordre de réalisation (lisez d'abord toutes les propositions).

Vous pourrez faire part d'autres remarques au-dessous du tableau.

	Ordre de réalisation	Remarques
lecture de l'énoncé à haute voix par l'enseignant		
lecture de l'énoncé à haute voix par un élève -précisez si vous privilégiez un « bon lecteur » ou un « petit lecteur »..., les raisons de votre choix		
lecture à haute voix partagée entre plusieurs élèves -précisez si vous privilégiez des « bons lecteurs» ou un « petits lecteurs », si votre souhait est de faire lire tout le monde, etc .... Indiquez les raisons de vos choix.		
lecture individuelle silencieuse		
lecture segmentée, explicitations par l'Enseignant au fur et à mesure		
lecture segmentée, questionnement par l'Enseignant au fur et à mesure		
Lecture segmentée, schématisation par l'Enseignant au fur et à mesure		
questions de l'Enseignant aux élèves		
questions des élèves à l'Enseignant		
réponses aux questions des élèves par l'Enseignant		
réponses aux questions des élèves par d'autres élèves		
mise en scène de la situation, « grandeur nature »		
mise en scène de la situation avec du petit matériel		
conseil aux élèves de faire un dessin		
conseil aux élèves de faire un schéma		
demande aux élèves de faire un dessin		
demande aux élèves de faire un schéma		

XI.- ANNEXE 5 : RESULTATS DU QUESTIONNAIRE DE L'ANNEXE 4

Nous n'avons retenu que quelques éléments de réponse, la profusion de propositions ayant pour objectif de ne surtout pas influencer les étudiants. Les pratiques décrites correspondent à celles que les étudiants avaient proposées lors des jeux de rôles sur la « dévolution » du problème de la cantine.

NB : Le groupe « 1 séance » est un groupe avec lequel nous ne travaillions pas régulièrement, mais à qui nous avons eu l'occasion de proposer notre scénario.

	Effectif	Lecture énoncé en premier	Autres propositions	Ajout (par ceux qui ont placé lect en 1)	Ajouts hors sujet
Groupes témoins	119	116 97,5%	2 1,7% (1 NR)	Reformulation (5) Imaginer scène (1) Elémts impts (8) Soulign questn (1) Ecrire énoncé au tableau(1)	30 25,2%
Groupe « 1 séance »	25	24 96%	1 4%	Reformulation (3) Elémts impts (2) Soulign questn (2)	2 8%
Groupes « expérience »	75	65 86,7%	10 13,3%	Reformulations (5) Elémts impts (1) Soulign questn (1) Ecrit éncé tablo (1) Mots difficiles (1) Confront «visions» situatn entre é (2) Mise en scène avec indices textuels (1) Lecture de qqes indices par l'E et élaboration de questions par les é à partir de ces indices (1)	9 12%

■ La pratique la plus répandue est de commencer par faire lire l'énoncé. Même si elle diminue dans les groupes ayant expérimenté notre scénario, elle reste prégnante.

■ Précisons (cela n'apparaît pas sur ce tableau) que parmi les sondés (13) qui ont proposé en premier autre chose que la lecture (colonne « autres propositions), 7 commencent par une mise en scène, 2 indiquent une présentation d'éléments pour écrire des questions (1) ou pour écrire l'énoncé du problème (1), 3 parlent du jeu des étiquettes , 1 personne parle de « dévolution », sans précision.

Mais seules 2 personnes s'arrêtent à la lecture, ce qui nous laisse penser que notre message n'est pas tout à fait passé !

■ Quelques éléments positifs :

On observe que les « autres propositions » que la lecture en premier sont plus nombreuses chez les groupes « expérimentaux ».

Ont été classés « hors sujet » toutes les propositions qui relevaient explicitement de la résolution ; on observe que ces ajouts sont moins nombreux chez les groupes « expérimentaux ».

Enfin les ajouts concernant la « dévolution » sont plus variés dans les groupes expérimentaux.

On trouve bien entendu les pistes méthodologiques comme « repérer les éléments importants », dont Jean JULO et Catherine HOUDEMENT ont montré la vacuité, mais moins fréquemment.

RECHERCHE-ACTION ET DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL DES ENSEIGNANTS DE MATERNELLE ET DE PRIMAIRE EN MATHÉMATIQUES. LE CAS D'EDUMATH VALLEE EN ITALIE

Elisabetta ROBOTTI
Université de Genova
robotti@dima.unige.it

Sonia PELOSO
Université de la Vallée d'Aoste
s.peloso1@univda.it

Teresa GRANGE
Université de la Vallée d'Aoste
t.grange@univda.it

Résumé
La communication vise à décrire et discuter un projet de développement professionnel proposé à des enseignants de maternelle et de primaire pour l'enseignement des mathématiques. Dans le cadre des recherches sur la médiation sémiotique en didactique des mathématiques (Bartolini Bussi et Mariotti, 2008) nous avons conduit une recherche-action (Barbier,1996) avec 30 professeurs d'école maternelle et primaire qui participent au groupe de recherche et formation dénommé EduMath Vallée, en Vallée d'Aoste en Italie. Dans le but de produire un changement positif dans les pratiques enseignantes, notamment pour ce qui est de l'inclusion des élèves avec troubles d'apprentissage en mathématiques (*MLD : Mathematical Learning Disabilities/ Difficulties*), nous avons mis en place une réflexion didactique à partir de la définition d'un problème particulier partagé par le groupe : l'apprentissage des fractions à l'aide d'artefacts. Nous avons monté un une ingénierie didactique et nous en avons analysé les enjeux et les résultats, en nous appuyant sur des données recueillies par des enregistrements audio-vidéo, des journaux de bord et des observations directes.

I - INTRODUCTION

Le présent article se situe dans le thème du colloque de la COPIRELEM 2019, à savoir « la formation continue des enseignants », et a pour but de démontrer comment la formation des enseignants, en termes de recherche-formation des enseignants en service, peut être entendue comme « développement professionnel » par l'évolution de leurs praxéologies (Chevallard, 1985), comme on le verra plus loin.

Dans cet article, la thématique des dispositifs de formation vise principalement, au-delà de la recherche de liens entre la formation des enseignants et la réussite des élèves, à explorer des potentiels d'ingénierie de formation pouvant garantir la qualité d'une profession à travers ses stratégies de développement professionnel (Appel contribution COPIRELEM 2019, p. 4).

Dans ce but, le parcours de formation est mis en œuvre par un dispositif (sujet de cet article) capable d'accompagner la production d'un savoir didactique ultérieur au travers d'un double mouvement. D'un côté la formalisation des savoirs d'action et de l'autre la recherche de modèles d'intelligibilité de l'action éducative (Grange, 2015). Mouvement qui semble cohérent dans l'optique de développement professionnel.

Dans ce cadre de formation, nous adopterons le modèle de la Transposition Méta–Didactique (Aldon et al. 2013). Ce modèle « takes into consideration the practices of mathematics educators (researchers) and those of teachers, when both communities are engaged in teachers' education activities. […] enabling a description of the evolution of their praxeologies over time. » (Aldon et al., 2013, p. 99).

Dans cette étude la formation est conçue comme « teachers education activities », en affirmant la possibilité d'identifier un développement professionnel des enseignants qui y sont engagés, par l'évolution de leurs praxéologies (Chevallardi, 1985).

Les enseignants, dont nous étudierons le développement professionnel, font partie d'un groupe appelé EduMathVallée (désormais EduMath) qui exerce sur le territoire de la région Vallée D'Aoste en Italie. La chercheuse qui collabore avec ce groupe est l'un de auteurs de cet article.

II - LE CADRE THÉORIQUE

Dernièrement, de nombreuses publications ont eu pour objet de recherche la formation des enseignants avec un regard soit sur les différents niveaux scolaires, soit sur la formation « pré-service teachers » et « in-service teachers » (International Handbook of Mathematics Teacher Education, 2008). En particulier, les études relatives à la formation des enseignants de mathématiques mettent l'accent sur les connaissances nécessaires à l'enseignement des mathématiques : les connaissances sur la science mathématique, les connaissances pédagogiques et les connaissances basées sur la didactique des mathématiques (Shulman, 1986 ; Ball et al., 2008).

Un autre volet important qui a caractérisé les études sur la formation des enseignants concerne l'engagement des enseignants dans l'analyse des caractéristiques qui font des projets didactiques un objet de recherche. L'élément central de ces études est la notion de « réflexion critique » conçue à la fois comme une attitude fondamentale à déployer chez les enseignants et comme responsabilité professionnelle. La réflexion critique est, en effet, associée à l'importance de partager les réflexions entre pairs et de ce fait avec le chercheur (Mason 1998, 2002 ; Schoenfeld 1998). Cette collaboration met en lien théorie et pratique et est fondamentale pour le développement professionnel des enseignants et chercheurs en matière de didactique des mathématiques. Une caractéristique particulière de cette recherche est le rôle majeur joué par les « enseignants-chercheurs ». Ces derniers sont des enseignants profondément engagés dans toutes les étapes du processus de recherche : dans la planification du déploiement, dans l'analyse des données jusqu'à leur diffusion. Les enseignants du groupe EduMath Vallée sont, en ce sens, des « enseignants-chercheurs ». De ce fait, nous pouvons parler d'évolution des praxéologies des enseignants. Comme déjà argumenté auparavant (Grange, 2015), le développement professionnel met en jeu de nouveaux savoirs, qui naissent de la relation théorie-pratique, mais aussi des processus cognitifs qui portent à transformer les pratiques en savoir, définis par Barbier de « savoirs d'action » (Barbier, 1996). Ces derniers sont constitués d'énoncés en lien avec une série d'actions considérées efficaces pour les apprentissages. Ce qui permet de poser de nouveaux problèmes professionnels, et qui dans le même temps, permet de promouvoir la sensibilisation à stimuler des processus de connaissance et de conceptualisation du savoir expérimental. Pour identifier le développement professionnel des enseignants, en terme « d'évolution de leurs praxéologies », nous adopterons le modèle de la Transposition Méta–Didactique (Aldon et al. 2013). Le modèle, qui considère les pratiques des chercheurs en matière de didactique des mathématiques et celles des enseignants qui sont engagés dans l'activité de formation, se base sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1985, 1992, 1999 ; Bosch et Chevallard 1999). Cette théorie est intégrée avec toute une série d'éléments qui se concentrent sur la spécificité des rôles des chercheurs, mais aussi des enseignants dans le contexte de formation et qui permettent une description de l'évolution au cours du temps de leurs praxéologies. L'utilisation du modèle est utile, dans le cadre de notre recherche, à révéler le développement professionnel des enseignants de mathématiques dans un contexte de formation. Le modèle de la Transposition Méta-Didactique est défini par cinq caractéristiques liées les unes aux autres : *aspects institutionnels* (différents niveaux d'institution tels que les communautés de recherche, les

écoles, le ministère de l'Éducation, associations d'enseignants, etc.), *praxéologies méta-didactiques* (les pratiques et les réflexions sur les activités d'enseignement y compris tâche, technique, discours sur la technique — technologie —, théorie), *double dialectique* entre les communautés (dialectique entre le niveau meta-didactique — interaction entre chercheurs, enseignants, situations didactiques — et le niveau didactique - interaction entre savoirs, élèves, professeur), *brokering processus* (il décrit le rôle que les enseignants et les chercheurs jouent souvent au sein des différentes communautés : passeur de savoirs d'une communauté à l'autre) et les dynamiques entre *les composants internes et externes* des communautés (mouvements externe-interne à une communauté ; elles marquent l'évolution des praxéologies qui intègrent des éléments a priori extérieurs). Ces caractéristiques permettent au modèle de la Transposition Méta-Didactique de se concentrer sur certains des principaux aspects relatifs à la formation des enseignants : la dialectique entre les communautés d'enseignants et celle des chercheurs et l'influence des composants institutionnels et leurs relations avec les populations impliquées.

Le modèle de la Transposition Méta-Didactique, prévoit en effet l'implication de la communauté d'enseignants ainsi que celle des chercheurs, tenant compte des difficultés ou des obstacles institutionnels dans lesquels les deux populations sont en relation entre elles, mais aussi avec le monde extérieur. Par exemple, les deux communautés sont en relation avec l'école en tant que lieu de travail, mais aussi en en tant qu'institution. À l'intérieur de leur relation, les deux communautés sont aussi limitées par les institutions sociales (communauté de recherche, écoles, Ministère de l'Éducation, le pouvoir politique, les associations d'enseignants), par d'autres institutions de niveaux différents (national, régional, local) qui gèrent tout le système éducatif italien (de la maternelle à l'université) et aussi par la politique de l'Union européenne (directives sur la didactique au niveau de l'Union européenne en lien avec la convention de l'ONU en 2007). Dans le processus de formation, le modèle prévoit l'activation de praxéologies méta-didactiques (Aldon et al, 2013, p.101) faites de devoirs, techniques et « structured argument » qui se développent au cours du processus. Dans les praxéologies méta-didactiques ce qui est discuté n'est pas (seulement) l'activité didactique rapportée en classe, mais les pratiques et les réflexions théoriques développées pendant les activités de formation des enseignants. Ces dernières étant le résultat des interactions entre pratiques utilisées par les enseignants dans leur pratique professionnelle (leur routine didactique), les réflexions développées par les enseignants sur cette activité (en ce qui concerne EduMath les réflexions sont discutées dans le groupe même) ainsi que les réflexions ultérieures développées par la communauté de chercheurs suite aux effets de la formation des enseignants sur le groupe et en particulier sur les praxéologies des professeurs (dans notre cas c'est la réflexion du chercheur qui aboutit à la rédaction de cet article). Le résultat des interactions entre les deux communautés dans ce processus de formation (*double dialectique* entre les communautés) « consists of a more or less deeper amalgamation of the components of the two initial praxeologies » (Aldon et al., 2013, p.102) et pour ceci on fait référence en termes de « shared praxeology » (grâce aussi au *brokering processus)*. Par exemple, à partir de la réflexion sur les différentes techniques pour affronter un problème (pour EduMath par exemple la discussion pour inclure les sujets atteints de MDL) les enseignants peuvent acquérir de nouvelles méthodes avec une justification théorique adéquate (pour EduMath apportée par le chercheur sur les recherches les plus récentes sur les élèves atteints de MLD), en changeant ou intégrant les anciennes techniques ou pratiques didactiques et en apportant un changement dans la structure des « mathematical knowledge for teaching[1] » (Aldon et al., 2013, V.1-p.98).

Dans cette évolution dynamique, certains des composants externes à la communauté jouent un rôle essentiel. Un des exemples typiques est quand l'activité est développée en réponse à une nécessité institutionnelle : l'évaluation des étudiants par exemple (dans le cas des institutions régionales auxquelles EduMath fait référence, l'évaluation sur l'inclusion scolaire pour réduire les cas des faux-positifs (élèves déclarés comme ayant des troubles d'apprentissage en mathématiques et qui n'en ont

[1]MKT is defined as "the mathematical knowledge, skills, habits of mind, and sensibilities that are entailed by the actual work of teaching", that is "the daily tasks in which teachers engage, and the responsibilities they have to teach mathematics, both inside and outside the classroom" (Bass, 2005).

pas) ou encore une évaluation dérivant des épreuves standardisées nationales INVALSI). La communauté de chercheurs s'interroge sur quelles sont les meilleures interventions pour poursuivre les objectifs demandés par l'institution. Ceci amène à une évolution au niveau des praxéologies des chercheurs et aussi celles des enseignants. L'ensemble du processus peut se répéter et se perfectionner ultérieurement (Fig. 1).

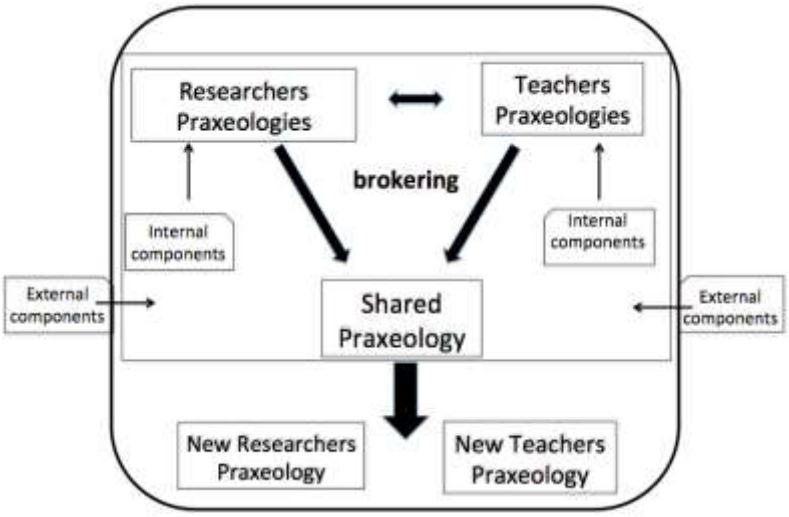


Fig. 1 : Modèle de la Transposition Méta-Didactique (Aldon et al., 2013, p. 102)

Une des caractéristiques essentielles de la Transposition Méta-didactique est donc l'évolution des praxéologies de la communauté. Plus spécifiquement, la communauté enseignante afférente au groupe EduMath, avec l'aide des chercheurs, s'efforce de faire face à la demande institutionnelle de réduction des faux-positifs au sein de l'école primaire régionale. Le chercheur introduit des connaissances sur les questions en lien avec les étudiants porteurs de MLD, des références en lien à l'école inclusive, des références théoriques pertinentes à la didactique des mathématiques et des connaissances instrumentales (digitales ou non) qui peuvent être utiles à poursuivre le but didactique. Au départ, les instruments et le cadre théorique de référence sont des éléments externes à la communauté enseignante. Cependant, au cours de la formation, à travers l'activation des praxéologies méta-didactiques, ces derniers deviennent petit à petit des composants internes à la communauté enseignante en contribuant à définir de nouvelles praxéologies pour cette dernière. Ce qui conditionne les activités didactiques dans les classes, mais aussi la vision de l'approche didactique inclusive (une approche méta-didactique). Dans cette communication, nous nous focaliserons sur l'évolution des pratiques des enseignants. Pour observer les praxéologies didactiques du groupe EduMath, nous faisons référence au cadre théorique de la « médiation sémiotique » (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008) introduit par le chercheur au cours des processus méta-didactiques. Le modèle de la médiation sémiotique (Fig.2) premet aux enseignants de se projeter dans l'activité didactique et d'analyser cette dernière en termes d'efficacité pour atteindre les objectifs didactiques fixés.

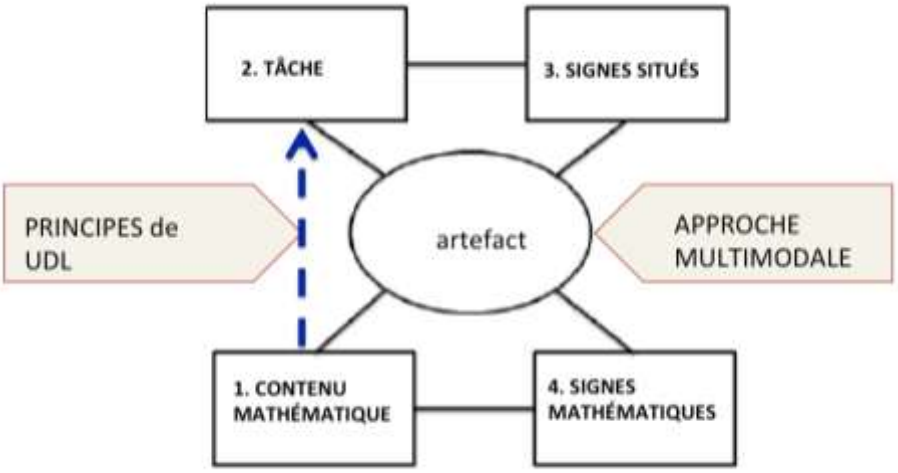


Fig. 2 : Schéma de la Médiation Sémiotique

Le modèle fonctionne comme ceci : l'enseignant se propose d'enseigner un certain contenu mathématique (1), qui est l'objectif didactique de l'activité. Dans ce but, il met en avant une tâche (2) qui prévoit l'utilisation d'un certain « artefact » (au centre de la fig.2). Le groupe EduMath conçoit la tâche sur la base des trois principes de l'*Universal Design for Learning*[2] qui caractérisent l'activité comme inclusive : soutenir les acquis, le rapport au savoir par différentes représentations ; les méthodes, les stratégies par le savoir-faire ; les aspects affectifs par le senti et le savoir-être. Les élèves, en réponse à une tâche assignée, doivent utiliser l'artefact. Cette action engendre des signes, contingents à l'artefact, appelés « signes situés » (3). Les « signes situés » peuvent être de divers types, se référant à différents registres sémiotiques et incluant les signes non verbaux comme les gestes (Arzarello, 2006). Les « signes situés » restent cependant liés à l'artefact, c'est-à-dire à la dimension concrète de la tâche. L'enseignant devra donc rendre explicite le lien entre les signes situés et les signes mathématiques (4) qui se réfèrent au contexte mathématique et sont reliés au contenu mathématique visée (1). L'approche multimodale, en accord avec les principes de l'UDL, guide les choix des enseignants sur les artefacts. En particulier, le cadre de l' « embodied cognition », développé par Gallese et Lakoff (2005), a aussi influencé la recherche sur l'enseignement des mathématiques (Arzarello et al. 2007; Nemirovsky 2003 ; Radford 2014). Selon cette approche, les processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques sont des activités multimodales. Ainsi, agir, toucher, bouger et voir sont des composantes essentielles des processus de la pensée mathématique, et cela dès le départ du développement conceptuel jusqu'aux processus d'apprentissage les plus avancés. Cela signifie que, en exploitant les composants perceptifs-moteurs, le corps devient essentiel dans les processus d'apprentissage. Dans cette perspective, le terme multimodalité est utilisé pour souligner l'importance et la coexistence mutuelle de diverses modalités ou ressources cognitives, matérielles et perceptives dans les processus d'enseignement-apprentissage et, plus généralement, dans la construction de contenu mathématiques (Radford, Edwards et Arzarello, 2009). A' partir de ces considérations, les activités didactiques de cette étude sont conçues comme des activités perceptives-motrices dans lesquelles le mouvement du corps ainsi que l'utilisation d'objets façonnés deviennent essentiels dans les processus d'apprentissage.

III - LE GROUPE EDUMATH VALLEE

Cet article porte sur la description et l'analyse du développement professionnel en mathématiques des enseignants d'école maternelle et primaire qui font partie du groupe de recherche EduMath Vallée (http://www.edumath.scuole.vda.it). Ce groupe est né en Vallée d'Aoste (Italie) en 2013, coordonné par

[2] UDL,http://www.cast.org/our-work/about-udl.html#.XUAT3VBS9

un chercheur universitaire (un des auteurs de cet article), et soutenu par l'Assessorat de l'éducation, de l'Université, de la recherche et des politiques de la jeunesse, par le département de la Surintendance des écoles valdôtaines. Actuellement, une étudiante de doctorat (un des auteurs) collabore avec le groupe EduMath. Le groupe est constitué d'une trentaine d'enseignants des écoles maternelles et primaires représentées dans presque toutes les écoles de la région. L'objectif prioritaire du groupe EduMath est d'entreprendre une réflexion commune entre le monde universitaire de la recherche et celui des enseignants sur les pratiques des mathématiques utilisées à l'école primaire et maternelle. L'objectif final du projet est le développement professionnel des enseignants et la construction de parcours s'appuyant sur des activités didactiques efficaces et inclusives pour des élèves avec troubles d'apprentissage en mathématiques ainsi que l'amélioration des compétences mathématiques des élèves. Comme déjà introduits, certains éléments se concentrent sur la spécificité des rôles des acteurs du groupe (chercheurs et enseignants) qui permettent de révéler et de décrire l'évolution dans le temps de leurs praxéologies. Au travers de ces éléments, il n'y a pas que l'interaction dynamique entre les deux communautés, mais aussi les nécessités exprimées par les institutions locales, et aussi les obstacles dus au contexte scolaire (par exemple les objectifs scolaires nationaux, les objectifs scolaires de la région Autonome VDA). Maintenant, le contexte des institutions sociales auquel EduMath fait face, c'est-à-dire la dimension institutionnelle en relation avec le groupe, est représentée par la politique régionale (Département de la Surintendance des écoles valdôtaines), les associations des enseignants et le chercheur, chacun avec son objectif par rapport à la formation des enseignants : la politique régionale vise à réduire le problème des faux-positifs par rapport aux troubles d'apprentissage en maths ; les associations d'enseignants visent à développer l'inclsivité ; le chercheur a développé une recherche applicative. Puisque les praxéologies « consist of the tasks, techniques, and justifying discourses that develop during the process of teacher education » (Aldon et al., 2013, p.201), l'évolution des praxéologies des enseignants sera identifiée au travers de l'évolution des tâches, des techniques et des références théoriques qui justifient les choix. Par exemple, « […] from the discussion of different techniques to address a problem [dans notre cas, le développement d'une didactique inclusive sur les fractions], new ones can be acquired by the teachers, with a suitable theoretical justification [dans notre cas, les justifications théoriques relèvent à la fois des cadres théoriques de la didactique des mathématiques et du cadre de l'Universal Design for Learning], thus replacing or integrating old technique and resulting in a change in the teacher's MKT [mathematical knowledge for teaching] frame » (Aldon et al., 2013, p.102). On relève là un changement des praxéologies des enseignants ce qui sera aidant pour rejoindre les objectifs des différentes institutions en jeu. Les prochains paragraphes traitent de l'évolution des praxéologies des enseignants engagés dans le travail de groupe EduMath. Ils mettent en évidence comment le choix de la tâche change en fonction des nécessités institutionnelles et didactiques ; comment changent les techniques de résolution de ces tâches, à travers la confrontation au sein du groupe et quelles références théoriques les enseignants utilisent pour justifier leurs choix didactiques et méthodologiques.

IV - LE DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL DES ENSEIGNANTS DU GROUPE EDUMATH VALLEE

Pour mettre en évidence l'évolution des praxéologies des enseignants dans leur pratique professionnelle, nous identifions « les fractions » comme l'objectif didactique qui nous servira de base pour développer le projet d'activités didactiques efficaces et inclusives. Ce thème mathématique a été choisi comme thème cible à cause de la difficulté rencontrée dans son enseignement-apprentissage. Difficulté tant dans les résultats des épreuves internationales OCSE-Pisa que dans les résultats des épreuves nationales italiennes INVALSI. Le premier objectif du groupe a été d'identifier les principales difficultés dans l'enseignement-apprentissage des fractions à l'école primaire, pour développer ensuite un parcours didactique inclusif et efficace. Ce qui a été concrétisé notamment par la création d'un bouquin et des articles destinés aux enseignants (Robotti et al, 2015, Robotti, 2017a, 2017b).

1 Étape 1 : identification du problème

Les enseignants de EduMath identifient un double problème didactique : d'un côté l'enseignement-apprentissage des fractions et dans l'autre côté, la nécessité de développer l'inclusivité. Le travail que le groupe veut affronter doit faire face à l'identification des principales difficultés liées à l'enseignement-apprentissage des fractions pour pouvoir développer un parcours didactique efficace ainsi qu'à la définition des caractéristiques que ce parcours doit avoir pour pouvoir être inclusif. De ce fait, pour affronter la première question, le groupe EduMath a enquêté sur les principales difficultés liées aux fractions mises en évidence dans le domaine de la didactique de la mathématique (Pantziara & Philippou, 2015 ; Baccaglini-Frank, A., Antonini, S., Robotti, E., Santi, G., 2014) et aussi dans le domaine des sciences cognitives (Marzocco & al., 2013 ; Lewis, 2014). En outre, les enseignants d'EduMath ont recueilli des informations sur les difficultés que les enfants rencontraient dans leur classe vis-à-vis du contenu mathématique « fractions ». Afin d'identifier les difficultés les plus significatives par rapport à l'apprentissage de fractions les enseignants passent par :

- l'observation et la réflexion sur leurs propres pratiques d'enseignement ;
- l'analyse des résultats des épreuves nationales en mathématiques (INVALSI) ;
- un test de départ soumis aux élèves de leurs classes respectives se basant sur les deux points cités ci-dessus.

Le groupe EduMath a choisi de développer à la fois un test initial pour la classe de CE2 (3ème primaire, où d'habitude en Italie l'apprentissage des fractions est initié des fractions) et une épreuve initiale pour les élèves des classes de CM1 et CM2 (4ème et 5ème primaire). Pour des raisons d'espace, nous ne détaillerons pas les épreuves, mais les principaux résultats que nous en avons extraits.

Les tests ont été passés auprès de 30 classes d'école primaire pour un total de 436 élèves sur l'année scolaire 2017-2018.

Parmi ces 30 classes, il y a 15 classes de CE2 (soit 211 élèves), 10 classes de CM1 (soit 142 élèves) et 5 classes de CM2 (soit 83 élèves).

L'épreuve initiale a permis d'identifier les difficultés dans l'apprentissage des fractions, notamment chez les élèves porteurs de MLD. Pour élaborer cette épreuve, le groupe a mis en évidence les contenus qui sont source de difficulté avec une incidence majeure dans les épreuves nationales (INVALSI) pour l'école primaire et a élaboré des items en lien avec ces contenus. L'analyse des résultats obtenus de l'épreuve initiale a confirmé les principales difficultés qui émergent des épreuves nationales, à savoir :

- Difficulté à comprendre le sens du mot « égal » ;
- Difficulté à passer d'une fraction à l'unité de mesure (l'entier) qui l'a générée ;
- Difficulté à comprendre les fractions équivalentes ;
- Difficulté à ordonner des fractions sur la droite numérique sans les transformer en nombres décimaux.

Pour la suite, faute d'espace suffisant, nous illustrerons seulement quelques activités didactiques dont l'objectif est de :

- dépasser la difficulté à comprendre le sens du mot « égal » ;
- passer d'une fraction à l'unité de mesure (l'entier) qui l'a générée ;
- dépasser la difficulté à comprendre les fractions équivalentes.

2 Étape 2 : conception d'un parcours didactique inclusif et efficace

Pour planifier les activités didactiques inclusives sur les fractions (ce qui correspond à la tâche méta-didactique pour le groupe EduMath) il faut tenir compte des difficultés émergentes au contenu mathématique, mais aussi de l'objectif d'inclusivité. Dans ce but, les enseignants développent des hypothèses à partir des leurs expériences, c'est-à-dire de leurs propres praxéologies, ce qui relève des techniques pour le groupe EduMath. De son côté, le chercheur supporte ces hypothèses par les modèles théoriques pour projeter l'activité didactique en lien avec le contenu « fractions » (modèle de la

médiation sémiotique) et aussi pour rendre ces activités inclusives (Universal Design for Learning). Lorsque les activités didactiques ont été élaborées et qu'elles ont été justifiées par les cadres théoriques nous les mettons en place dans la classe.

Ce qui permet de :

- Collecter des données (par vidéo, enregistrement audio, photos, notes de l'enseignant, etc.) et les partager dans un espace commun pour les analyser (dans un espace Drive) ;
- Analyser ces données pour évaluer les effets des actions menées. Des procédures d'analyse seront partagées dans le groupe (par exemple, des grilles d'analyse) ;
- Apporter (concevoir) des actions correctives sur les activités didactiques.

On mettra en évidence comment ces actions, typiques des praxéologies du chercheur, deviennent au fur et à mesure des praxéologies des enseignants du groupe EduMath. Pour rendre explicite ce que l'on vient d'énoncer nous concentrons notre analyse sur certaines activités didactiques qui constituent le parcours « fractions » mis en place par le groupe EduMath. Nous ferons référence en particulier à la signification plus commune de la fraction entendue comme « partie d'un tout ». Pour commencer, le choix est d'affronter la difficulté liée au sens du mot « égal » en référence à la construction de fractions comme « parties d'un tout » (c'est-à-dire, partage d'une unité en sous-parties égales). Nous faisons le choix de travailler avec un artefact qui demande une manipulation directe par l'élève : une feuille de papier blanc A4.

On demande aux élèves de la partager en parties égales en la pliant ou en utilisant la règle. Différentes formes, qui correspondent à la même unité fractionnaire, sont obtenues (Fig. 3).



Fig. 3 : Formes différentes correspondant respectivement à ½ et ¼

Ensuite, les enseignants choisissent de faire comparer aux élèves les différentes formes de chaque unité fractionnaire (obtenu d'une même unité de mesure-papier blanc A4) et vérifiez leur équivalence (Fig. 4) de façon à ce que les mêmes unités fractionnaires soient perçues en tant que surfaces équivalentes et non exclusivement congruentes.



Fig. 4 : Vérification de l'équivalence de deux formes différentes representant ½, obtenues par une même unité de fraction (papier A4).

Tout ceci englobe l'idée d'activité multimodale : agir, toucher, bouger, voir. Ces actions sont des composantes essentielles des processus de conceptualisation de l'unité fractionnaire et des unités fractionnaires équivalentes de formes différentes. Pour institutionnaliser la signification de « fraction

équivalente », en termes de fraction avec la même superficie, mais pas nécessairement la même forme, des boîtes pour chaque unité fractionnaire (moitié, quart, etc.) sont créées et mises à disposition des élèves ; ensuite chaque unité fractionnaire a été associée à une couleur. Par exemple, les « moitiés » sont jaunes, les quarts sont rouges, etc. (Fig. 5).



Fig. 5 : Boîtes des différentes unités fractionnaires colorées.

La couleur, en effet, est un outil très efficace pour soutenir la mémoire de travail et la mémoire à long terme en particulier pour les enfants en difficulté, car elle permet de récupérer en mémoire les significations des différentes unités fractionnaires construites auparavant, sans le « coût cognitif » de la re-construction. Dès qu'on a défini les unités fractionnaires en tant que parties d'un tout, les enseignants choisissent de travailler sur la difficulté concernant le retour à l'entier. Pour cela, on demande aux élèves de recouvrir une feuille A4 vierge par différentes unités fractionnaires (Fig. 6). La tâche concerne la composition de l'entier à partir des unités fractionnaires.

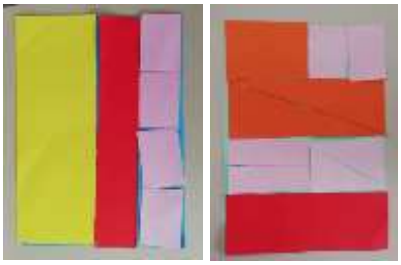


Fig. 6 : composition de l'entier à partir des différentes unités fractionnaires colorées.

Cette activité permet aux élèves de retourner à l'unité (unité de mesure) à travers une approche perceptive. Ce que les enfants produisent (l'entier ou l'unité de mesure à travers l'unité fractionnaire) constitue un signe situé, à l'aide de l'artefact (qui dans ce cas, est constitué des unités fractionnaires colorées et de l'unité de mesure entier). Le signe situé est appelé par les élèves « serviette colorée » et à ce stade, le rôle de l'enseignant est de lier ce signe au signe mathématique constitué par la somme des unités fractionnaires (dont le résultat est 1). Pour ce faire, les signes mathématiques sont expliqués et liés à chacune des unités fractionnaires (1/2, 1/8, etc.) et le signe qu'en indique la composition, c'est à dire leur somme comme étant le signe qui indique la signification de leur propre somme (Fig. 7).



Fig. 7 : passage des signes situés aux signes mathématiques à travers le passage entre différents registres de représentation.

Afin de projeter l'activité didactique décrite et pour analyser son déroulement, les enseignants utilisent le modèle de la médiation sémiotique fournie par le chercheur. Les enseignants choisissent les artefacts à utiliser dans les activités en faisant attention au principe de la multimodalité. En considérant, de ce fait, divers registres sémiotiques de représentation, mais aussi la possibilité d'agir sur les signes de plusieurs façons différentes. Ils s'approprient, petit à petit, des praxéologies qui étaient propres au chercheur et les utilisent à la fois pour concevoir les tâches et pour analyser les signes produits par les élèves lors de l'activité avec les artéfacts. Ainsi, par exemple (Fig. 8), si le but didactique est d'enseigner le concept de fractions équivalentes (1), l'enseignant met au point une tâche qui prévoit l'utilisation de l'artefact « unités fractionnaires colorées » (morceaux de papier colorés) : *Recomposer l'unité fractionnaire ½ en utilisant d'autres unités fractionnaires disponibles dans les boîtes* (2). Les élèves résolvent la tâche en montrant l'équivalence des unités fractionnaires par le geste de superposer les morceaux de papier colorés (3). Le geste de superposition est interprété par l'enseignant en termes de signe situé. Pour ceci, sa tâche sera de démontrer comment ce dernier est lié au signe mathématique exprimé en écriture symbolique et comment cela sera associé à l'expression « fractions équivalentes ».

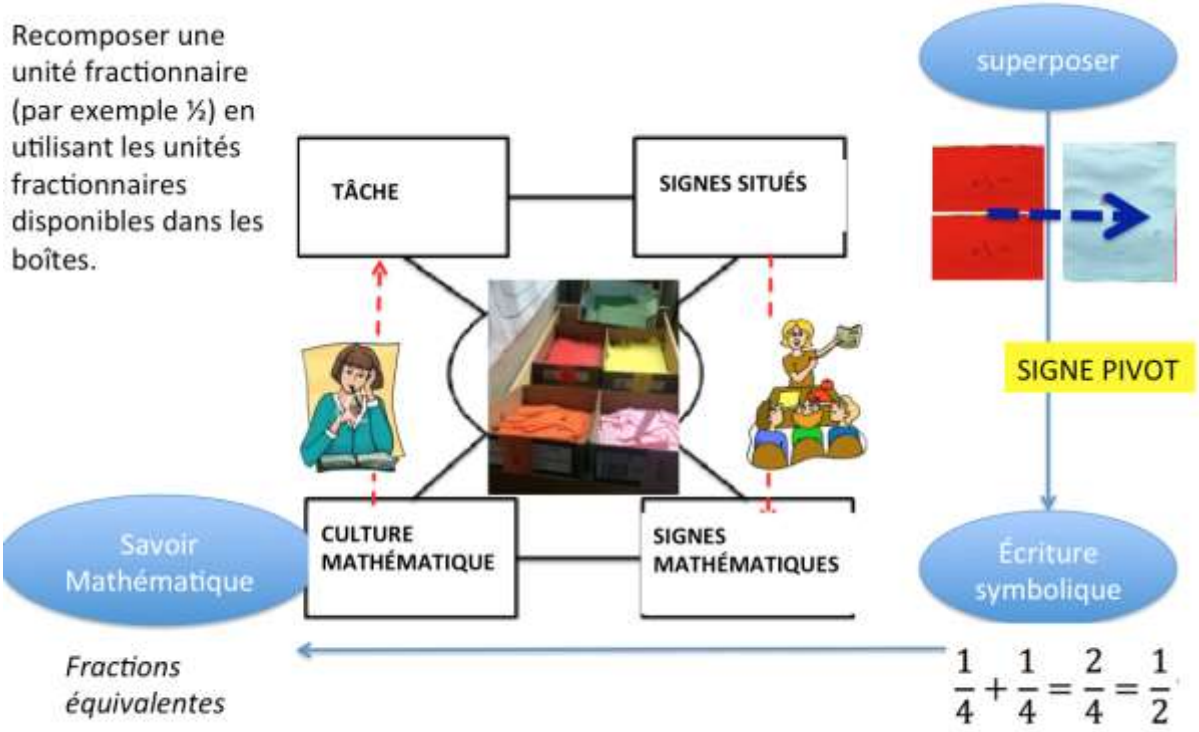


Fig. 8 : Déroulement du modèle de la Médiation Sémiotique dans l'exemple des fractions équivalentes avec les unités fractionnaires colorées.

L'utilisation du modèle de la méditation sémiotique a permis aux enseignants du groupe d'identifier des signes particuliers, qui ont été nommés « signes pivots ». L'analyse des activités dans le cadre théorique de référence a permis de caractériser ces signes comme étant des signes pouvant se référer à l'activité de l'artefact rappelant les actions instrumentales que ce soit dans le langage naturel ou dans le domaine mathématique (concept mathématique ciblé). La discussion au sein du groupe EduMath met en évidence comme ces signes jouent un rôle de « pivot » qui favorise le passage du contexte de l'artefact, c'est à dire d'un contexte concret vers un contexte mathématique. Toutefois, ces termes sont des termes hybrides, produits et utilisés au sein d'une classe et qui entendent exprimer un premier détachement de l'artefact, tout en maintenant le lien pour ne pas en perdre la signification. Par exemple, les termes (associés aux gestes) « superposer » et « superposables » ont joué un rôle de « signe-pivot ». En effet, ils ont exprimé pour les classes concernées l'idée d'équivalence entre les fractions comme premier détachement de l'artefact (morceaux de papier) tout en maintenant le lien et pour ne pas perdre la signification

d' « équivalence ». Nous pouvons observer que toutes les activités décrites ont un caractère de multimodalité et sont en cohérence avec les principes qui caractérisent les activités inclusives (principes de l'UDL). Les activités offrent de nombreuses possibilités sur le plan de la perception, sur le plan des expressions mathématiques et symboliques et aussi sur le plan de la compréhension, car elles permettent aux élèves de s'exprimer et de ce fait de communiquer de différentes façons. Elles offrent aussi différentes possibilités d'action, de mobilisation de fonctions exécutives, car elles guident l'élève dans l'établissement d'objectifs appropriés. Elles soutiennent la planification et l'élaboration de stratégies et elles facilitent la gestion de l'information et des ressources.

3 Étape 3 : analyse de l'activité par rapport à l'apprentissage de fractions des élèves avec MLD

Cette étape amène le groupe EduMath à faire le point sur ce qu'il a appris à propos de l'apprentissage des fractions des élèves avec MLD (et, par conséquent, sur les modalités de réponse aux requêtes institutionnelles) et sur les outils que l'approche méta-didactique a introduit dans leur conceptualisation professionnelle. Les enseignants ont alors identifié des caractéristiques pour construire des situations didactiques sur les fractions qui se révèlent efficaces et inclusives. Tout d'abord, l'approche perceptive et manipulative avec artefacts concrets est essentielle à la fois pour construire la signification de fraction et pour récupérer mémoire une telle signification (donc en termes de support à la mémoire). Cela signifie que le recours à l'artefact concret, même lorsque la tâche ne s'adresse plus directement à son usage, dure plus longtemps pour les sujets avec MLD. Nous soulignons ici le rôle clé des signes pivots en tant que signes qui constituent un pont entre le signe « concret » et le signe mathématique. Le temps pour qu'un modèle concret puisse être utilisé de manière abstraite est beaucoup plus long pour les élèves avec MLD que pour les autres élèves. Le temps est identifié par les enseignants comme une variable importante pour que l'apprentissage soit efficace pour tous les élèves y compris les élèves avec MLD. En outre, le groupe a mis en évidence le rôle essentiel de la fraction ½ pour construire et comparer les autres fractions, cela pour tous les élèves et, en particulier, pour les élèves avec MLD. Tous les enfants semblent avoir développé une approche positive de l'erreur comme élément du processus d'apprentissage. Il est alors vraisemblable de dire qu'ils ont été mis dans de véritables conditions d'apprentissage.

V - CONCLUSION

Dans le travail du groupe EduMath il y a eu une évolution des praxéologies des enseignants-chercheurs, car on remarque le développement d'une nouvelle prise de conscience (sur le plan culturel) et de nouvelles compétences (sur le plan méthodologique-didactique), ce qui amène à activer, dans les classes une transposition didactique en phase avec les recherches récentes en didactique des mathématiques. Cela, aussi par rapport au but de concevoir de la didactique inclusive. Les praxéologies évoluent à la fois au niveau méthodologique — modèle pour l'ingénierie des activités didactiques, collecte et analyse des données — et aussi dans les discours (en tant que nécessité de justifier ses propres choix par des références théoriques). En ce sens, on peut dire que le groupe EduMath est un environnement propice au développement professionnel des enseignants, car il produit à la fois un changement positif dans les pratiques d'enseignement et un savoir didactique à transmettre hors du groupe EduMath. En d'autres termes, les compétences professionnelles et didactiques concernant les problématiques abordées par le groupe deviennent des compétences et des stratégies à disposition soit des enseignants en service (par exemple, production de manuels, cf. Robotti et al, 2016 et le site EduMath[3]), soit des enseignants en formation (par exemple, les étudiants du master d'enseignement pour professeur des écoles primaires) et de la chercheuse même (Robotti, 2017a, 2017b).

[3] http://www.edumath.scuole.vda.it/

VI - BIBLIOGRAPHIE

Aldon, G., Arzarello F., Cusi A., Garuti R., Martignone F., Robutti O., Sabena C., & Soury-Lavergne S. (2013). *The meta-didactical transposition: a model for analysing teachers education programs*. Conference paper: PME 37, At Kiel Germany. Online : https://urly.it/34044

Arzarello, F. (2006). *Semiosis as a multimodal process*, Relime Vol Especial, 267-299.

Arzarello, F., Pezzi, G., & Robutti, O. (2007). Modelling body motion: an approach to functions using measuring instruments. In W. Blum, et al. (eds), *Modelling and Applications in Mathematics Education: the 14th ICMI Study* (chap 3.1.1 129–136). Springer : New York.

Baccaglini-Frank, A., Antonini, S., Robotti, E., Santi, G., (2014). Juggling reference frames in the microworld mak-trace: the case of a student with MLD. In p. Lijedahl, c. Nicol, s. Oesterle, & d. Allan (eds.), Proceedings of PME 38, Vol 2, 81-88, Vancouver, Canada : PME.

Barbier, J.M. (1996). *Savoirs théoriques et savoirs d'action*, PUF, Paris.

Bass, H. (2005). Mathematics, mathematicians and mathematics education. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 42(4), 417–430.

Bartolini Bussi,M.G., &Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom. Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English&D. Kirshner (Eds.), Handbook of international research in mathematics education (pp. 746–783). New York : Routledge. Online : https://urly.it/3403_

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problematique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n° 1, 77-124.

Chervallard, Y. (1985). *Transposition Didactique du Savoir Savant au Savoir Enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique:perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12, 1, 73-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19, 2, 221-266.

Gallese, V. & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: the role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive neuropsychology*, 2005, 22 (3), 455–479. Online : http://www.neurohumanitiestudies.eu/archivio/Gallese-Lakoff_2005.pdf. Accès Juillet 2019.

Grange, T. (2015). *Pedagogia sperimentale e professionalità educative*, in Ulivieri S., Cantatore L., Ugolini F. (a cura di) *La mia Pedagogia*, ETS, Pisa, pp. 371- 380.

Jaworski, B. & Wood, T. (Eds.) (2008). *International Handbook of Mathematics Teacher Education*: Vol. 4, *The mathematics teacher educator as a developing professional*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Lewis, K., (2014). Differences not deficit : Reconceptualizing mathematical learning disabilities. Journal for Research in *Mathematics Education*, 45(3), 351-396.

Mason, J. (1998). Enabling teachers to be real teachers: Necessary levels of awareness and structure of attention. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1 , 243–267.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London : The Falmer Press.

Mazzocco, M. , Myersg, G. F.,1, Lewisbk, E., Hanichd, L. B. , Et Murphy, M. (2013). Limited Knowledge of fraction representations differentiates middle school students with mathematical learning disability (Dyscalculia) vs. Low mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2): 371–387.

Nemirovsky, R. (2003). Three conjectures concerning the relationship between body activity and understanding mathematics. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J.T. Zilliox (Eds.), *Proc. 27th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 103-135). Honolulu, Hawai'I: PME.

Pantziara, M., & Philippou, G. (2015). Levels of students's « conception » of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 7(1), 61–83.

Radford L. (2004). Cose sensibili, essenze, oggetti matematici ed altre ambiguità. *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-23.

radford, l., edwards, l. & arzarello, f.(2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 91-95.

Robotti, E. (2017a). How the representations take on a key role in an inclusive educational sequence concerning fraction, *Proceedings of CERME 10*, Dublino,Irlanda.

Robotti E., (2017b). Inquiring the role of visual-representations in inclusive educational activities concerning fractions. *In Proceedings of CIEAEM69*, Berlino, Germania.

Robotti E., Censi A., Peraillon L., Segor I. (2016). *Frazioni sul filo: strumenti e strategie per la scuola primaria*. Collana: "Artefatti intelligenti", Erickson Editore

Schoenfeld, A. (1998). Toward a theory of teaching in context. *Issues in Education*, 4 (1), 1–94.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

UNESCO International Bureau of Education, (2009). International Conference on Education. Inclusive Education : The Way of the Future 28th Session Geneva 25–28 November 2008. UNESCO Paris. Http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Policy_Dialogue/48th_ICE/ICE_FINAL_REPORT_eng.pdf. Accès 23 Juin 2016.

DÉVELOPPER UN TRAVAIL GEOMÉTRIQUE COMPLET ET CONFORME CHEZ LES ÉTUDIANTS DE PREMIÈRE ANNÉE DE MASTER ENSEIGNEMENT EN FRANCE

Alain KUZNIAK
Professeur
LDAR (EA 4434) Université Paris Diderot, UA UCP UPEC URN
alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr

Assia NECHACHE
MCF, ESPE de Hirsh
LDAR (EA 4434) Université de Cergy-Pontoise, UA UPD UPEC URN
assia.nechache@hotmail.fr

Résumé
Dans cet article nous présentons une partie d'une recherche portant sur le développement du travail géométrique des étudiants se destinant au métier de professeur des écoles (élèves âgés de 3 à 10 ans). Cette recherche s'insère dans une perspective de formation (initiale et continue) d'enseignants en géométrie et ses objectifs se déclinent comme suit :
- Identifier, pour le comprendre, le travail géométrique réellement produit par les étudiants futurs enseignants.
- Influer et (trans)former le travail géométrique des étudiants.
- Développer un travail mathématique complet et conforme chez les étudiants.

Dans une première étude (Kuzniak & Nechache, 2018), nous avons proposé à 45 étudiants de première année du master MEEF 1er degré[1] (23 ans et plus), une tâche géométrique sur l'estimation de l'aire d'un terrain, « le terrain d'Alphonse ». Les notions mises en jeu dans cette tâche de modélisation sont l'aire et sa mesure, l'approximation, les quadrilatères. Sa résolution suppose une articulation entre les paradigmes géométriques GI et GII (Houdement & Kuzniak, 2006 ; Tanguay & Geeraerts, 2012) en questionnant le rôle de la mesure et la place de l'approximation (voir la section sur les paradigmes géométriques).

Les résultats obtenus lors de cette première étude montrent des blocages chez les étudiants. Ces blocages donnent lieu à un travail géométrique inachevé ou un travail géométrique prenant appui sur des théorèmes en acte (Vergnaud, 1990). Le travail géométrique ainsi produit par ces étudiants n'est pas valable d'un point de vue épistémologique. Par ailleurs, les étudiants disposent de très peu d'outils de contrôle autres que les contrôles perceptifs sur leurs productions matérielles. Ces premières conclusions alarmantes nous ont conduits à renouveler notre étude auprès des étudiants de manière à caractériser et comprendre les formes de travail rencontrées chez les étudiants. Dans la suite, nous rendons compte de cette deuxième étude qui porte sur le travail géométrique des étudiants futurs enseignants.

I - ETUDE DU TRAVAIL GÉOMÉTRIQUE DES ETUDIANTS

Pour identifier et comprendre le travail mathématique d'étudiants au cours de la réalisation de tâches mathématiques, nous nous appuierons sur la théorie des Espaces de Travail Mathématique. En effet, les différents outils développés au sein de cette théorie visent explicitement à décrire les formes de travail mathématique développées en contexte scolaire.

1 Master destiné aux étudiants souhaitant devenir professeur des écoles

1 Les Espaces de Travail Mathématique

Les Espaces de Travail Mathématique (Kuzniak, 2011), notés ETM, sont définis comme étant des espaces abstraits organisés pour favoriser le fonctionnement du travail mathématique dans un domaine spécifique (géométrie, probabilités, etc.) dans un contexte scolaire. Cet espace est basé sur l'articulation de deux plans fondamentaux (Fig. 1) :

- un plan épistémologique permettant de structurer le contenu mathématique. Il est constitué de trois composantes : representamen, artefact, référentiel théorique ;
- un plan cognitif qui rend compte du travail effectué par un individu utilisant cet espace de travail lors de la réalisation d'une tâche mathématique. Il est constitué de trois processus cognitifs : visualisation, construction et preuve.

Le passage d'un plan à un autre est assuré par un ensemble de genèses liées aux différentes composantes et processus :

- une genèse sémiotique fondée sur les representamen et les registres de représentation sémiotiques qui donnent aux objets tangibles de l'ETM leur statut d'objets mathématiques opératoires (Nechache & Kuzniak, 2018) ;
- une genèse instrumentale rendant opératoires les artefacts dans le processus constructif (Ibid., 2018) ;
- une genèse discursive de la preuve qui s'appuie sur des propriétés et les organise de manière à produire une preuve mathématique.

En activant une articulation entre les différentes composantes des ETM, les genèses favorisent ainsi la circulation du travail mathématique entre les plans épistémologiques et cognitifs de l'ETM (Fig. 1).

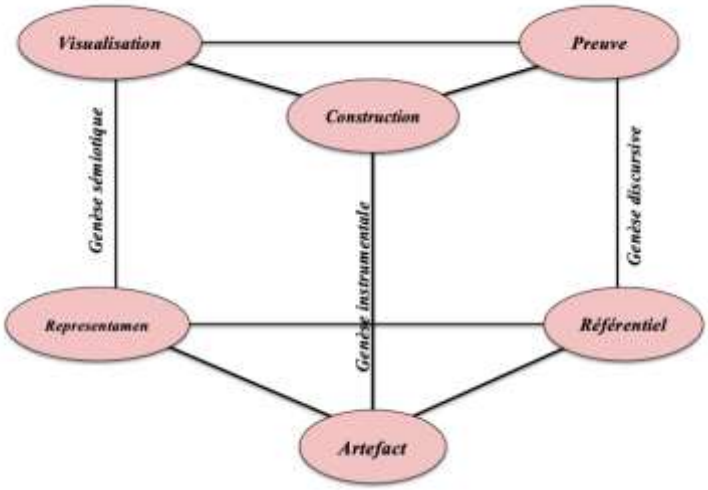


Fig. 1 : Diagramme général des ETM

La circulation du travail mathématique peut également se voir à partir des interactions entre deux genèses. Ces différentes articulations peuvent être visualisées grâce aux trois plans verticaux du prisme des ETM : Sémiotique et Instrumental ([Sem-Ins]), Sémiotique et Discursive ([Sem-Dis]), Instrumental et Discursive ([Ins-Dis]) (Fig. 2). Lorsque la circulation du travail mathématique s'effectue à travers les trois plans verticaux de l'ETM, on dit que le travail mathématique est complet (Kuzniak & al., 2016).

L'analyse du travail géométrique personnel d'un étudiant via la théorie des ETM est fondée sur l'identification et l'étude du fonctionnement des outils *sémiotique, technologique, théorique* (Ibid., 2016) du plan épistémologique associés à chacune des genèses (sémiotique, instrumentale et discursive) de l'ETM. Cette analyse permet ainsi de repérer la manière dont un étudiant utilise et transforme, éventuellement, chacun de ces outils en instrument (sémiotique, instrumentale et discursive) du plan cognitif (Ibid., 2016). Il est ainsi possible de comprendre le travail effectivement produit par l'étudiant.

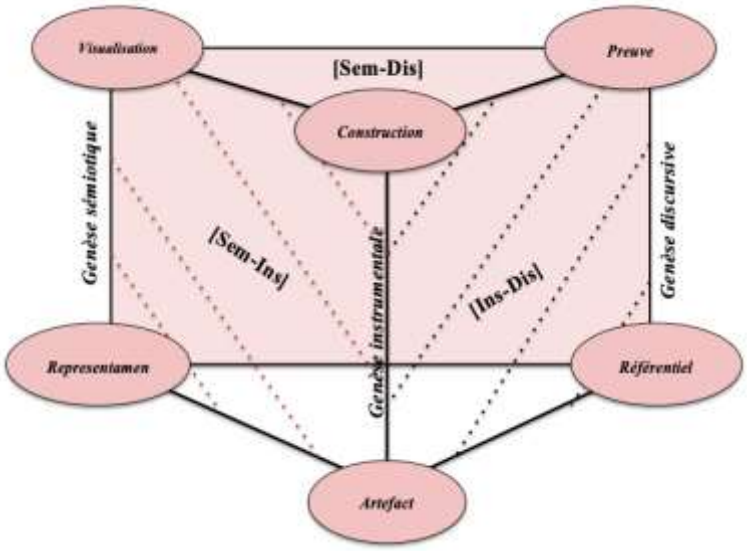


Fig. 2 : Les trois plans verticaux des ETM

2 Les paradigmes géométriques

Pour donner un sens au travail géométrique produit par un étudiant, il est nécessaire de préciser le(s) paradigme(s) géométrique(s), en relation avec la notion d'aire, qui guide(nt) leur travail. Inspirés par les travaux de Kuhn (1962), Houdement et Kuzniak (1999) ont défini trois paradigmes géométriques. La différence entre ces trois paradigmes provient de leur rapport à la réalité. Le premier paradigme, noté GI, concerne une géométrie qui s'exerce sur des objets issus de la réalité. Elle a pour source de validation le monde sensible et donne un horizon pratique au travail géométrique. Dans le deuxième paradigme, noté GII, la relation avec la réalité est maintenue mais elle s'appuie sur une modélisation de cette réalité par le biais d'une première axiomatisation. Une fois le modèle construit, toute validation doit y prendre appui sans possibilité de recours direct à la réalité extérieure au modèle. Cette géométrie a un horizon axiomatique en relation avec la modélisation du monde réel. A la différence de GII, la géométrie dans le troisième paradigme, noté GIII, s'exerce sur des objets idéaux et ses axiomes ne s'appuient plus sur le monde sensible. Elle n'entretient pas de lien avec la réalité. Cette géométrie est apparue avec la naissance des géométries non euclidiennes. La validation s'appuie sur le raisonnement hypothético-déductif qui est le moteur et la source des connaissances nouvelles. Cette géométrie a un horizon logico-formel et totalement axiomatique.

Au niveau de l'enseignement secondaire, les différents paradigmes permettent de considérer l'ambivalence du travail géométrique traduite par une valence GI, ou par une valence GII. Cette ambivalence va fortement orienter le travail de géométrique.

Notre étude porte sur une tâche mobilisant l'aire, cela nous a conduit à préciser le rôle et la place donnée à l'aire et à la mesure d'aire dans chacun de ces paradigmes (Kuzniak & Nechache, 2018).

Dans le paradigme GI, la mesure de l'aire est prioritaire et le mesurage peut s'appuyer sur la figure construite qui supporte le raisonnement et permet la validation des résultats obtenus. L'estimation de l'aire peut être basée sur une formule dont les paramètres sont donnés par un mesurage direct avec une approximation sur la précision de cette mesure. Cette estimation peut aussi être basée sur des outils comme des quadrillages. Les nombres utilisés sont essentiellement des nombres décimaux et des fractions simples.

Dans le paradigme GII, la notion d'aire suppose une approche théorique basée sur des égalités de figures dans la tradition euclidienne où deux figures sont considérées comme égales lorsqu'elles sont superposables ou bien lorsqu'elles ont la même aire. Il est possible de vérifier ces égalités en faisant des décompositions et des reconfigurations simples. Il est également possible d'utiliser des formules, mais celles-ci doivent être justifiées dans toute leur généralité. Ces preuves peuvent éventuellement supposer

l'emploi de la trigonométrie. De manière générale, la mesure directe sur la figure (représentamen) est interdite. Les nombres utilisés sont les nombres décimaux et rationnels.

Dans le paradigme GIII, la question théorique de l'aire et de sa mesure devient première. Les bases théoriques sont alors les théorèmes sur l'équidécomposabilité et les axiomes de la mesure sur un ensemble. Les nombres réels sont les nombres mis en jeu dans cette mesure plus théorique que pratique.

La tâche proposée dans cet article peut relever des trois paradigmes suivant la nature des questions que l'on va chercher à résoudre : mesurage sur le dessin, existence et formes des différents quadrilatères possibles. On peut aussi noter que la technique de triangulation peut être considérée dans les trois paradigmes et que les formules et méthodes justifiées en GII ou GIII peuvent être utilisées comme des artefacts symboliques en GI.

II - LA TÂCHE GÉOMETRIQUE PROPOSEE AUX ETUDIANTS

1 La tâche « le terrain d'Alphonse »

Nous avons proposé à 85 étudiants de première année de master MEEF 1er degré une tâche géométrique portant sur l'estimation de la mesure de l'aire d'un terrain énoncée comme suit :

> Alphonse vient juste de revenir d'un voyage dans le Périgord où il a vu un terrain en forme de quadrilatère qui a intéressé sa famille. Il aimerait estimer son aire. Pour cela, durant son voyage, il a mesuré, successivement, les quatre côtés du champ et il a trouvé, approximativement, 300 m, 900 m, 610 m, 440 m. Il a beaucoup de mal à trouver l'aire. Pouvez-vous l'aider en lui indiquant la méthode à suivre ?
>
> *Une information complémentaire donnée ultérieurement*
>
> Alphonse a demandé à une amie périgourdine de l'aider et celle-ci ne lui a renvoyé que la longueur d'une des diagonales : 630 m.

La résolution de cette tâche par les étudiants nécessite la mobilisation des connaissances portant sur les quadrilatères (construction, aire, propriétés) et la notion d'échelle. La réalisation de cette tâche suppose une première modélisation liée à la forme et la représentation du terrain.

2 La mise en œuvre de la tâche

La mise en œuvre de la tâche a été effectuée en trois phases. Dans la première phase, nous avons distribué l'énoncé de la tâche sans l'information complémentaire. L'objectif est de constater qu'il manque certaines données (longueur d'une diagonale ou mesure d'angles) pour pouvoir fixer le quadrilatère et résoudre complètement la tâche. Dans la seconde phase, nous avons donné l'information complémentaire sur la diagonale. L'objectif est alors de mettre en évidence les différentes formes possibles du terrain (convexe ou concave). La troisième phase est consacrée à l'obtention de l'aire du terrain en fonction de la forme du quadrilatère retenue dans la deuxième phase. Dans le cadre de cet article, nous présentons uniquement la mise en œuvre de la première phase.

Lors de la première phase, les étudiants avaient 10 minutes pour fournir une réponse. A l'issue de ces 10 minutes, les étudiants ont eu à répondre par écrit et individuellement à deux questions. Ces deux questions permettent aux étudiants de réaliser un retour réflexif sur leur production :

> 1. Si vous n'avez pas eu le temps de terminer cette partie. Pouvez-vous décrire rapidement ce que vous auriez continué à faire.
> 2. Quelles sont les incertitudes ou les difficultés que vous avez rencontrées en résolvant cet exercice ?

Une fois que les productions écrites des étudiants ont été récupérées, une mise en commun portant sur la première phase a été mise en œuvre.

III - ANALYSE DU TRAVAIL PERSONNEL DES ÉTUDIANTS

1 Recueil de données

Le recueil de données de cette recherche est basé sur les productions écrites des étudiants (85 productions) et les dialogues produits lors de la mise en commun. Ces dialogues ont été enregistrés à l'aide d'un dictaphone et transcrits intégralement.

2 Méthode d'analyse des données

Notre méthode d'analyse du travail géométrique d'étudiants est inspirée de la méthode Cognitive Task Analysis, CTA (Darses et al., 2004) et adaptée à la théorie des ETM. Les méthodes CTA sont utilisées en psychologie du travail et ont été développées pour l'étude de l'activité cognitive de personnes effectuant des tâches complexes dans des conditions de travail productives. Dans notre recherche, l'analyse cognitive utilisée a pour objectif de reconstituer les principaux épisodes planifiés par l'étudiant pour réaliser la tâche qui lui a été prescrite. Chaque épisode correspond à une sous-tâche auto-prescrite par l'étudiant dans sa planification de la réalisation de la tâche. Le repérage des actions mathématiques qui constituent chaque épisode permet de les décrire.

Cette méthode d'analyse du travail est à double sens : descendante et ascendante. L'analyse descendante permet de repérer, à partir des productions collectées, les épisodes avec les actions mathématiques que l'étudiant a effectuées pour réaliser la tâche. Les actions sont par la suite décrites et interprétées dans la théorie des ETM et regroupées dans les divers épisodes. L'analyse ascendante permet de visualiser de manière synthétique, à l'aide du diagramme de la théorie des ETM, (Fig. 1) chacun des épisodes planifiés par l'étudiant. Cela permet ainsi de préciser les processus et les résultats du travail géométrique effectué par l'étudiant. Cette analyse permet également de décrire la circulation du travail géométrique à travers les différentes composantes des ETM.

IV - RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'analyse des productions des étudiants menée à l'aide de la théorie des ETM, notamment des trois genèses, nous a permis d'identifier cinq formes principales de travail géométrique observées chez les étudiants : celles des dissecteurs, des arpenteurs, des explorateurs, des constructeurs, des calculateurs. Pour faire cette identification, nous avons particulièrement observé la place et le rôle des outils sémiotiques (figure et dessin), des outils technologiques (construction et mesure de longueurs) et des outils théoriques (formules et propriétés) dans le travail géométrique produit. Ces formes de travail dépendent de leur conformité à un paradigme géométrique ou à une interaction entre paradigmes géométriques (Kuzniak, 2018). Dans le cadre de cet article et pour des raisons de place, nous ne détaillerons que le travail géométrique des dissecteurs et des arpenteurs. Ces deux formes de travail sont relativement élaborées et relèvent, comme nous le verrons, de deux paradigmes différents GII et GI. Dans la suite, chacune des deux formes de travail est illustrée à l'aide des actions effectivement mises en œuvre par les étudiants ayant effectué un travail géométrique relevant de l'une des formes citées précédemment. Précisons que les actions sont numérotées pour faciliter et organiser notre argumentaire mais cette numérotation n'indique pas l'ordre du déroulement de ces actions dans le temps. En effet, notre méthode de recueil des données ne permet pas toujours de repérer chronologiquement les actions. Par ailleurs, nous souhaitons dégager des formes de travail et non des profils d'étudiants. De ce fait, les exemples d'actions que nous proposons visent à être les plus clairs possible et peuvent provenir de différents étudiants.

1 Le travail géométrique des dissecteurs

Les étudiants ayant produit cette forme de travail (16 étudiants sur 85) proposent une méthode basée sur la décomposition de la figure en sous-figures dont ils connaissent la formule de calcul d'aire. Le travail est planifié selon deux principaux épisodes. Le premier épisode (Tableau 1) a pour objectif de trouver

une dissection du quadrilatère. Pour cela, les étudiants réalisent un dessin à main levée (action 1) et cherchent sur celui-ci une dissection du quadrilatère en sous-figures simples dont on puisse retrouver la formule d'aire (action 2).

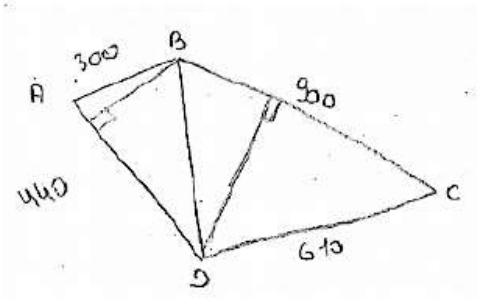
Action 1. Dessin à main levée	**Action 2.** Dissection du quadrilatère en sous-figures
	Étudiant P : « *Il pourrait essayer de décomposer la figure en figures dont on peut calculer l'aire (carré, rectangle, triangle rectangle, etc.*) »
Épisode 1. Recherche sur un dessin à main levée d'une dissection du quadrilatère	

Fig. 3 : Premier épisode du travail des dissecteurs

Le second épisode (Tableau 2) vise à explorer les possibilités théoriques pour résoudre la tâche. Les étudiants commencent par appliquer le théorème de Pythagore ou bien les formules de calcul d'aire des sous-figures obtenues après la dissection (action 3). En liaison avec les décompositions (deux triangles quelconques ou deux triangles et un trapèze) obtenues, les étudiants constatent ainsi la nécessité de trouver certaines données numériques (mesure de longueurs) pour avancer dans la résolution du problème (action 4).

Action 3. Exploration du référentiel théorique pour trouver l'aire	**Action 4.** Mise en évidence des données qu'il faut rechercher pour pouvoir conclure
Étudiant S*: Il faut diviser le terrain en triangles rectangles. L'aire d'1 triangle = (bxh)/2 Dans un triangle rectangle, on sait que la hauteur correspond à l'un des côtés adjacents à l'angle droit et la base l'autre côté adjacent. Avec Th de Pythagore, on va retrouver les hauteurs et ainsi calculer les aires.*	Étudiant C*: Déterminer l'aire du « carré » et l'aire des deux triangles qui forment le quadrilatère en utilisant Pythagore ou une équation à 2 inconnues.*
Épisode 2. Exploration des possibilités théoriques pour avancer sur la résolution de la tâche	

Fig. 4 : Deuxième épisode du travail des dissecteurs

L'analyse ascendante du travail des dissecteurs a permis de visualiser la circulation du travail effectué par les étudiants à l'aide du diagramme de la théorie des ETM. Cette analyse a mis en évidence la mobilisation de la genèse sémiotique dans l'épisode 1 (Fig.3) pour décomposer la figure en sous-figures. Cette décomposition prend appui sur les propriétés du référentiel théorique.

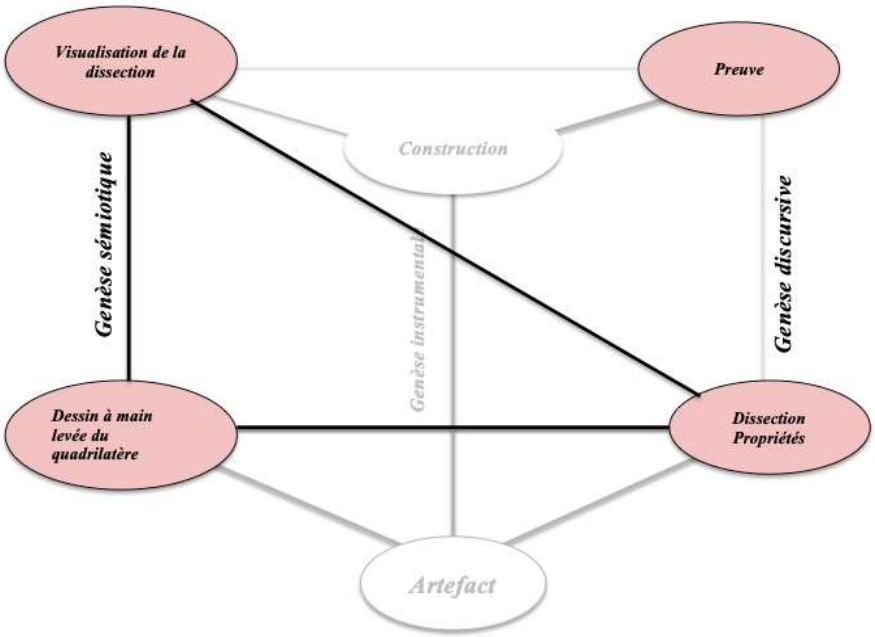


Fig. 5 : Aperçu synthétique de l'épisode 1 du travail des dissecteurs

Dans l'épisode 2 (Fig. 4), la visualisation de la dissection est associée à une exploration discursive qui envisage l'usage possible du théorème de Pythagore pour justifier certaines valeurs nécessaires pour répondre à la tâche.

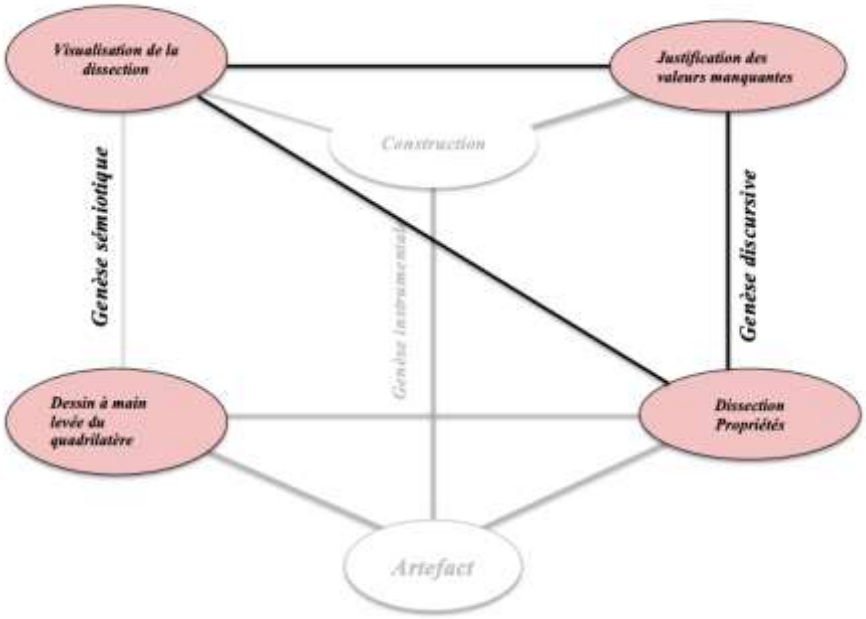


Fig. 6 : Aperçu synthétique de l'épisode 2 du travail des dissecteurs

Ce travail géométrique est exploratoire, car il n'est pas abouti. En effet, les étudiants sont bloqués puisqu'il manque une donnée pour conclure. Mais ces derniers ne signalent pas explicitement ce manque. Sur les 16 étudiants de ce groupe, seul un étudiant explicite par écrit et à l'oral le besoin d'une donnée manquante :

Étudiant M : Afin de calculer l'aire du champ, il faudrait qu'Alphonse mesure une des diagonales de celui-ci. Ainsi, il pourrait calculer l'aire des deux triangles. (Elle s'appuie sur une figure construite avec les instruments).

Lorsqu'il a été interrogé par le professeur sur sa réponse au problème, Étudiant M affirme qu'il eût une sorte d'illumination :

Étudiant M : Après, j'ai eu une illumination. Je me suis dit qu'il fallait qu'Alphonse mesure l'une des deux diagonales du champ, et comme ça il a deux triangles et il additionne les deux.

L'emploi du mot illumination montre que la nécessité de la donnée manquante pour construire le quadrilatère ne fait clairement pas partie des connaissances de l'étudiant M.

En conclusion, le travail géométrique des dissecteurs est élaboré dans le plan sémiotico-discursif et il est correct, mais inabouti. Ce travail est également conforme au paradigme GII, mais il prohibe le recours aux instruments de construction et de mesure pour prouver. Les théorèmes et propriétés mobilisés dans ce travail sont classiques à ce niveau d'enseignement. Par contre, les propriétés d'existence et l'unicité des figures liées à la construction des figures ne semblent pas connues des étudiants.

2 Le travail géométrique des arpenteurs

Le groupe des étudiants ayant effectué un travail d'arpenteurs (soit 6 étudiants sur 85) propose une méthode basée sur la construction à l'échelle d'une figure pour réaliser la tâche. Le travail est planifié en deux principaux épisodes. Le premier épisode (Tableau 3) vise à construire à l'échelle un quadrilatère particulier. Dans cet épisode, les étudiants commencent par dessiner à main levée un quadrilatère convexe en relevant les dimensions des côtés (action 1). Ensuite ils ajoutent une hypothèse sur la forme du quadrilatère (action 2) afin de faciliter la construction à l'échelle du quadrilatère (action 3).

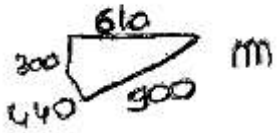
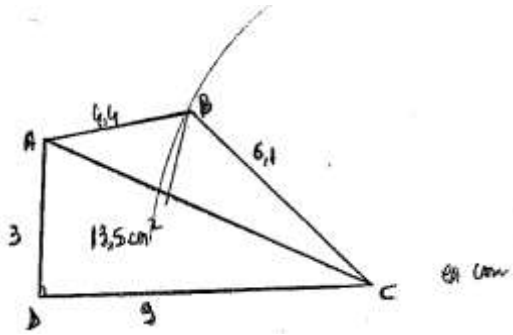
Action 1. Dessin à main levée d'un quadrilatère	**Action 2. Émission d'une hypothèse permettant de construire la figure particulière**	**Action 3. Construction de la figure à l'échelle avec des outils géométriques**
	*Ivana : En fait, j'ai construit la figure avec un angle droit et j'ai donc calculé l'aire du premier triangle en faisant (...).Peu importe la forme du terrain, car l'aire reste la même, car on a les mêmes mesures des côtés.*	
Épisode 1. Exploration des possibilités théoriques pour avancer sur la résolution de la tâche		

Fig. 7 : Épisode 1 du travail géométrique des arpenteurs

Dans le second épisode (Tableau 4), les étudiants procèdent au calcul de l'aire du quadrilatère obtenu avec prise de mesures sur la figure lorsque cela été nécessaire. Ils commencent par appliquer la formule d'aire d'un triangle pour calculer l'aire du triangle ADC rectangle en D (action 4). Ils procèdent ensuite au calcul de la longueur AC (action 5) en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle ADC. Puis ils tracent et mesurent (en prenant une valeur approchée) à l'aide d'une règle graduée la longueur de la hauteur du triangle ABC issue de B (action 3). Enfin, ils appliquent la formule d'aire d'un triangle pour déterminer l'aire du triangle ABC (action 4).

Action 4. Application de la formule d'aire d'un triangle pour le calcul de l'aire de du triangle ACD.	**Action 5. Application du théorème de Pythagore dans le triangle ACD rectangle en D pour calculer la longueur AC**
On calcule $\mathcal{A}$ ACD rect en O $\mathcal{A}_{ACD} = \frac{3 \times 9}{2} = 13{,}5\ cm^2 = 135\ 000\ mm^2$	Après On sait que ADC rect en D tel que AD = 3 cm et DC = 9 cm D'après th Pythagore On a : $AC^2 = AD^2 + DC^2$ $AC^2 = 3^2 + 9^2$ $AC^2 = 90$ $AC = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$
Action 6. Tracé et mesurage à l'aide d'une règle graduée de la hauteur du triangle ABC issue de B *Voir le dessin du quadrilatère dans l'épisode 1*	**Action 7. Application de la formule d'aire d'un triangle pour le calcul de l'aire de du triangle ABC** On cherche $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{9 \times h}{2} = \frac{3\sqrt{10} \times 1.7}{2} \approx 8{,}06$
Épisode 2. Calcul de l'aire de la figure avec prise de mesure sur la figure	

Fig. 8 : Épisode 2 du travail géométrique des arpenteurs

L'analyse ascendante du travail des arpenteurs a permis de visualiser la circulation du travail géométrique grâce au diagramme de la théorie des ETM. Cette analyse a mis en évidence la mobilisation des genèses sémiotique et instrumentale dans le premier épisode (Fig. 5) pour effectuer la construction à l'échelle d'une figure particulière. Cette construction prend appui sur un théorème en acte faux que l'on peut énoncer de cette manière : « deux figures ayant le même périmètre ont la même aire ».

Dans l'épisode 2 (Fig. 6), la genèse instrumentale est activée pour le calcul de la hauteur issue de B du triangle ABC et de la longueur AC. Or la production de ces calculs est associée à la fois à la visualisation des objets (hauteur issue de B et le segment [AC]) sur la figure et à un discours de preuve pour justifier certains calculs. Ainsi, les trois genèses sont mobilisées dans le travail des arpenteurs et rendent ainsi le travail mathématique complet (Kuzniak & Nechache, 2015).

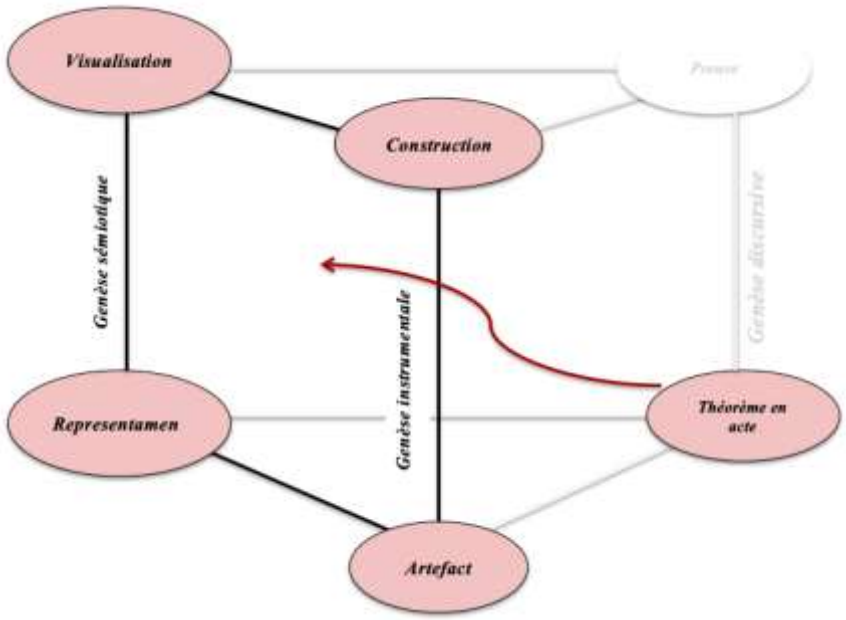


Fig. 9 : Aperçu synthétique de l'épisode 1 du travail des arpenteurs

Dans ce travail, la figure construite est utilisée comme support du raisonnement et de la preuve. C'est donc un travail conforme, dans son déroulement, aux exigences du paradigme GI. Par contre, le résultat obtenu n'est pas correct mathématiquement, car il y a recours à une figure particulière et ajout de

données supplémentaires. Ainsi, ce travail est dépourvu de contrôles théoriques (Kuzniak & Nechache, 2018) puisque des théorèmes en acte faux sont mobilisés pour pouvoir ajouter des hypothèses. Il est également dépourvu de contrôles instrumentaux (Ibid., 2018) puisque les étudiants utilisent l'ajustement pour obtenir la figure souhaitée.

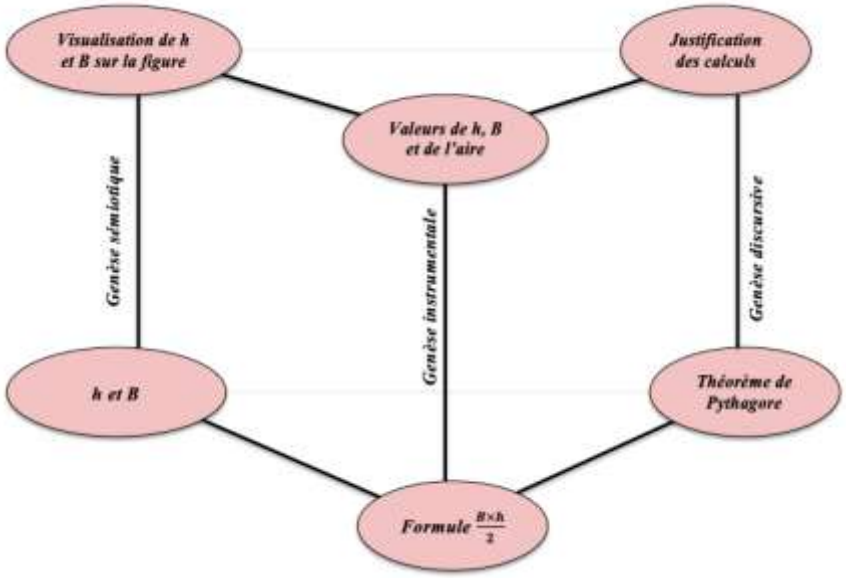


Fig. 10 : Aperçu synthétique de l'épisode 1 du travail des arpenteurs

V - CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté une recherche qui s'inscrit dans un projet de recherche plus global sur la formation des enseignants à la géométrie. Nous avons mené une analyse du travail géométrique effectivement produit par des étudiants de première année de master à l'aide de la théorie des ETM. Cette analyse a permis d'identifier cinq formes de travail géométrique chez ces étudiants. Ces formes de travail obtenues dépendent de la place de la figure et du dessin (representamen), la place du matériel de construction et de mesure de longueurs (artefacts), et le rôle des propriétés (référentiel théorique) dans la réalisation de la tâche. Par exemple, la forme de travail des dissecteurs est basée sur une décomposition du quadrilatère en sous-figures connues par l'ajout d'éléments géométriques supplémentaires (representamen). Cette forme de travail n'utilise aucun matériel de construction géométrique (artefact) et relève du dessin à main levée. Le travail produit est conforme au paradigme GII avec une exploration discursive de la preuve (référentiel théorique). Ce travail n'aboutit pas à un résultat et conduit, dans notre cas, à un blocage logique, car il manque une donnée pour conclure. Par contre le manque de cette donnée n'est pas explicité.

En revanche, la forme de travail des arpenteurs est basée sur la construction, avec du matériel de construction géométrique, d'une figure particulière (representamen). Le matériel de construction géométrique (artefact) est utilisé pour construire la figure et y prélever des mesures. La figure construite (representamen) sert de support au raisonnement et à la preuve. C'est une forme de travail qui est conforme aux attentes du paradigme GI. Par ailleurs, on fait le constat que la réalisation de la tâche géométrique mobilise les trois genèses de l'ETM rendant ainsi le travail géométrique complet (Kuzniak & Nechache, 2018). Cependant, le résultat n'est pas mathématiquement correct, car le raisonnement s'effectue sur une figure particulière obtenue par ajout de données supplémentaires (angles droits, parallélisme de deux côtés opposés, etc.).

En conclusion, les cinq formes de travail identifiées dépendent de la place et du rôle des outils sémiotiques (la figure, le dessin), des outils technologiques (matériel de construction et de mesure de

longueurs), et des outils théoriques (les propriétés, théorèmes) dans la réalisation de la tâche. Ces cinq formes donnent lieu à un travail géométrique qui est souvent incorrect d'un point de vue mathématique et confiné sur une des genèses ou un des plans de l'ETM. Les procédures utilisées dans ces formes de travail semblent être conformes à un paradigme géométrique.

De ces analyses menées sur ces formes de travail, nous avons pu tirer des conclusions alarmantes sur la formation en géométrie des étudiants. En effet, ces formes de travail font apparaître une carence des contrôles parfois basés sur un référentiel théorique contenant des théorèmes en acte faux. Les résultats produits sont incorrects mathématiquement. L'existence de ces formes de travail chez les étudiants peut s'expliquer, en grande partie, par le fait que les étudiants ont développé un répertoire cognitif en contradiction avec le référentiel théorique standard. Ce répertoire s'appuie sur un ensemble de connaissances et d'assertions fausses ou pour le moins discutables. Ils introduisent des théorèmes en acte faux et considèrent que les figures impliquées dans un problème de géométrie sont nécessairement des figures particulières.

Ce répertoire cognitif d'étudiants provient de leur pratique antérieure de la géométrie. Ce référentiel leur permet, dans le meilleur des cas de produire un travail géométrique dont les processus et méthodes paraissent riches et conformes au paradigme dominant, mais dont les résultats sont erronés faute d'un contrôle basé sur des propriétés et les théorèmes corrects.

À partir de ces constats plutôt alarmants et des formes de travail géométriques identifiées, nous avons planifié un module d'enseignement de la géométrie. Ce module vise à développer la capacité des étudiants à explorer, à construire et à contrôler leur travail. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur les formes de travail géométrique des dissecteurs et arpenteurs en favorisant l'usage des outils numériques, notamment d'une version de GeoGebra sur tablette. Ce logiciel multifonctionnel permet aux étudiants de construire des figures, de travailler sur des formules du tableur et sur la validation des propriétés en utilisant des outils de preuve inclus dans le logiciel. Cette entrée numérique permettra de questionner les constructions des figures (ici les quadrilatères) en termes de robustesse, d'existence et d'unicité. Cela suppose alors de mobiliser les propriétés des figures concernées. Cela contribue à développer davantage de contrôles basés sur un référentiel théorique correct. En particulier, il s'agit pour nous de développer des méthodes de construction de figure en réintégrant l'entité cercle avec les outils de construction dans l'environnement numérique. En effet, aussi étonnant que cela paraisse, les étudiants ayant procédé à la construction du quadrilatère ont utilisé uniquement la règle graduée. Ces méthodes de construction dans l'environnement numérique vont permettre aux étudiants d'explorer différentes figures et ainsi les conduire à remettre en question les théorèmes en acte faux sur les aires et les périmètres.

Il s'agira ensuite d'évaluer si cette entrée informatique relativement modeste permet de rendre le travail géométrique des étudiants à la fois complet et conforme lorsqu'ils se retrouvent à nouveau dans un environnement classique du fait de la remise en cause de leur référentiel cognitif.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Darses,F. Hoc, J. M. & Chauvin, C. (2004). Cadres théoriques et méthodes de production de connaissances en psychologie ergonomique. In J.M. Hoc & F. Darses (Eds.).(2004). *Psychologie ergonomique: tendances actuelles* (pp. 221-251). Paris : Presses Universitaires de France.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 16, 9-24.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Les paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 11, 175-193.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (1999). Sur un cadre conceptuel inspiré de Gonseth et destiné à étudier l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 238-312.

Kuhn, T-S (1977). En repensant aux paradigmes, In *La tension essentielle*, Odile Jacob, Paris.

Kuzniak, A. (2018). Thinking About the Teaching of Geometry Through the Lens of the Theory of Geometric Working Spaces. In Herbst P. et et al. (eds). *International Perspectives on the Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools* (pp. 5-21). New York : Springer.

Kuzniak, A. (2011). L'Espace de Travail mathématique et ses genèses, *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 16, 19-24.

Kuzniak, A. & Nechache, A. (2018). Le terrain d'Alphonse ou les infortunes de la mesure. In COPIRELEM (Ed.). *Actes du 45e colloque international des formateurs de professeurs des écoles de la COPIRELEM. Blois. 12-14 juin 2018*. Besançon : ARPEME.

Kuzniak, A. & Nechache, A. (2014). Penser une progression en géométrie en formation des enseignants. In COPIRELEM (Ed.). *Actes du 41e colloque international des formateurs de professeurs des écoles de la COPIRELEM. Mont de Marsan. 18-20 juin 2014*. Besançon : ARPEME.

Kuzniak, A. & Nechache, A. (2015). Using the Geometric Working Spaces in order to plan the teaching of geometry. In K. Krainer and N.Vondrova (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 543-549). Prague, Czech Republic: Charles University.

Kuzniak, A., Nechache, A. & Drouhard, J. P. (2016). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM-Mathematics education*, 48 (6), 861-874.

Kuzniak, A. & Raucher, J. C. (2003). Formation des PE1 et anamnèse géométrique. *Actes du 30e colloque international des formateurs de professeurs des écoles de la COPIRELEM. Avignon 19-21 mai 2003* (pp. 231-248). Besançon : ARPEME.

Tanguay, D. & Geeraerts, L. (2012). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant. *Petit x*, 88, 5-24.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 10 (2-3), 133-170.

DES DOCUMENTS ET DES MODALITÉS DE FORMATION POUR FAVORISER LA MISE EN ŒUVRE DE SITUATIONS DE RECHERCHE ET DE PREUVE ENTRE PAIRS DANS DES CLASSES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE

Jean-Philippe Georget*, Cécile Dufy**
* Normandie université, Unicaen, Cirnef EA 7454, Caen, France
** INSPÉ Normandie Caen
jean-philippe.georget@unicaen.fr
cecile.dufy@unicaen.fr

Résumé
Les dernières moutures des programmes de l'école primaire en France (2002, 2007, 2008, 2015, 2018) ont toutes réitéré leur demande aux professeurs des écoles pour qu'ils mettent en œuvre des situations de recherche et de preuve entre pairs avec leurs élèves. Si les chercheurs ont toujours noté dans leur expérimentation que les élèves ne rencontraient pas de problème majeur dans ce type de situations, ils observent régulièrement la rareté de ces situations dans les classes ordinaires (Artigue & Houdement, 2007, Georget, 2010, 2018).
Pour la 3e année consécutive, un ensemble de documents est mis à la disposition des professeurs des écoles stagiaires de l'Espe centre de Caen dès le début de l'année afin de promouvoir et permettre la mise en œuvre de ces situations dès les premières semaines de stage.
La communication a été l'occasion de présenter ces documents au travers de quelques exemples (dont deux en particulier, l'un concernant les débats et les interactions en mathématiques, l'autre le travail en groupes en mathématiques), les modalités de formation qui les accompagnent, ainsi que les résultats obtenus auprès des professeurs des écoles stagiaires.

Cet article traite d'un dispositif de formation initiale des professeurs des écoles stagiaires visant à favoriser la pratique en classe de situations de Recherche et de Preuve entre Pairs (situations RPP), c'est à dire de situations d'enseignement dont l'objectif principal est d'entraîner les élèves à la démarche de recherche en mathématiques et aux échanges entre pairs à la manière des mathématiciens professionnels (Georget, 2009, 2010, 2015). Les problèmes ouverts ou les situations problèmes (Arsac et al., 1991 ; Douady, 1986) sont des exemples de situations RPP.

En France, les programmes scolaires depuis 1995 demandent, sous une forme ou sous une autre, aux enseignants de mettre en œuvre de situations RPP pour lesquelles l'élève ne connaît pas de stratégie de résolution a priori.

Par ailleurs, de nombreuses recherches montrent que les élèves ne rencontrent pas de difficultés majeures pour s'investir dans ces situations d'enseignement. Pour autant, ces situations restent rares dans les classes de l'enseignement primaire (Artigue & Houdement, 2007 ; Georget, 2009, 2015).

Plusieurs facteurs peuvent être convoqués pour expliquer ce constat : des enseignants qui ont suivi en majorité un cursus universitaire où les mathématiques étaient peu présentes, des conditions de formation initiale ou continue peu propices au développement de compétences professionnelles favorisant la pratique des situations RPP, des contextes d'école qui poussent plutôt à conserver des pratiques d'enseignement qui ne s'appuient pas ou peu sur des situations RPP, et des ressources majoritairement utilisées par les enseignants (manuels et fichiers d'élève, guides pédagogiques) qui ne favorisent pas la mise en œuvre de ces situations.

En France, les professeurs des écoles stagiaires, après avoir réussi à un concours de recrutement, sont formés au niveau de la 2e année de master tout en ayant à mi-temps la charge de l'enseignement en pleine responsabilité dans une classe « ordinaire », c'est à dire hors d'un cadre de recherche expérimental. L'autre

mi-temps de la semaine est assuré par un enseignant titulaire n'ayant pas de fonction spécifique de formateur ou un autre stagiaire.

Ainsi, les professeurs des écoles stagiaires rencontrent rarement un milieu professionnel propice au développement de compétences propres à favoriser la pratique de situations RPP avec leurs élèves, que ce soit lors de leur stage en responsabilité à mi-temps, ou plus tard lorsqu'ils sont titularisés.

Depuis 2016, les formateurs en mathématiques de l'Institut national supérieur du professorat et de l'éducation de l'Université de Caen Normandie (INSPÉ, centre de Caen)[1] expérimentent un dispositif de formation composé de ressources et de modalités de formation spécifiques destinés aux professeurs des écoles stagiaires (PES) afin de tenter d'infléchir durablement sur leurs pratiques professionnelles relatives à l'enseignement des mathématiques. Un dispositif de recherche a également été mis en œuvre pour étudier l'effet de ce dispositif de formation.

Dans une première partie, cet article présente des éléments théoriques de nature à expliquer comment les ressources et les modalités de formation sont conçues. La deuxième partie présente les principaux éléments du dispositif de formation. La troisième partie présente des éléments généraux de la méthodologie de recherche, en particulier ceux concernant un questionnaire soumis aux PES en fin de formation, ainsi que les principaux résultats obtenus. La quatrième et dernière partie conclut cet article par une discussion des résultats.

I - APPROCHE THÉORIQUE DES RESSOURCES ET DES MODALITÉS DE FORMATION

Partant du constat que les ressources enseignantes ont un rôle important sur les pratiques enseignantes du fait des activités d'enseignement qu'elles proposent (Coppé & Houdement, 2002, Houdement 1998), il est pertinent de s'intéresser à leur ergonomie (Georget, 2009, 2010, 2012).

Plusieurs approches pourraient être convoquées pour évaluer l'ergonomie des ressources. Nous nous intéressons ici à l'évaluation des éléments suivants (Georget, 2009) :

- utilité : les ressources permettent-elles aux enseignants de faire ce que l'on attend d'eux ?
- adaptabilité : les enseignants peuvent-ils les adapter à leur pratique et à leurs élèves ? Prennent-elles en compte leur expertise ?
- acceptabilité : les enseignants les utilisent-ils volontiers ?
- accessibilité : peuvent-ils les consulter facilement ? sont-elles facilement compréhensibles ?

Par ailleurs, ces ressources doivent faire l'objet d'un accompagnement par des modalités de formation spécifiques afin de favoriser leur consultation et leur utilisation pour organiser et mettre en œuvre les enseignements de mathématiques en classe. Ces modalités doivent notamment prendre en compte les contraintes fortes exercées par le contexte des écoles ordinaires, contexte que nous avons décrit comme peu favorable relativement aux objectifs poursuivis par notre expérimentation.

Avec les documents du cours, ces modalités doivent aussi, selon nous, s'inscrire dans une dialectique d'identification-négociation, concept développé par Etienne Wenger dans sa théorie des communautés de pratique (voir une présentation dans Georget, 2009, section 2.1). Concrètement, cela signifie que les professeurs stagiaires doivent pouvoir repérer, dans les ressources et les modalités de la formation, des éléments auxquels ils peuvent s'identifier facilement (par exemple la préparation en formation d'une séquence d'enseignement) et pour lesquels existent des marges de négociation (par exemple un choix des outils ou des situations pour la préparer ou la mettre en œuvre).

[1] Les INSPÉ s'appelaient auparavant des Écoles supérieures du professorat et de l'éducation (ÉSPÉ). Un changement d'appellation a eu lieu à la rentrée de septembre 2019. Ces institutions ont pour vocation principale de former les enseignants du primaire et du secondaire.

De plus, nous avons développé une analogie basée sur les caractéristiques des fluides pour résumer notre approche concernant l'appropriation des ressources de formation par les professeurs stagiaires. En effet, nous tentons à la fois de proposer un ensemble de documents qui ait une certaine « densité » du fait qu'il contient une richesse d'informations suffisamment intéressante du point de vue d'un professeur stagiaire, que sa « viscosité » lui permette d'avoir des adhérences avec le système de ressources propres à chaque professeur stagiaire du fait des liens qu'il peut créer entre ces deux systèmes, et aussi qu'il puisse se « dilater » en proposant des compléments vers d'autres ressources que celles initialement proposées dans le cadre de la formation à l'INSPÉ à proprement parler. Un des objectifs du dispositif est donc que les ressources proposées à l'INSPÉ commencent à se lier avec les ressources dont peut disposer le professeur stagiaire par ailleurs, à la manière de deux fluides qui se mélangent (voir Fig. 1), cette liaison étant forcément dynamique et singulière en fonction du professeur stagiaire, de son contexte de stage, de son expérience de l'enseignement, etc.



Fig. 1 : mélange de deux fluides comme analogie de l'interaction de deux systèmes de ressources, en particulier celui d'un professeur stagiaire et celui proposé en formation

II - DESCRIPTION DU DISPOSITIF DE FORMATION : RESSOURCES ET MODALITÉS DE FORMATION

Les ressources enseignantes peuvent être prises dans une large acception (Adler, 2010) et le dispositif conçu tient compte de ce point de vue. Cependant, dans la suite de cet article, le sens du terme *ressource* sera restreint aux « documents du cours », c'est à dire aux documents diffusés aux professeurs stagiaires dès le début de l'année universitaire. Ces documents étaient constitués par un ensemble hétérogène de dossiers et de fichiers numériques de presque 200 Mo à la rentrée 2018.

Parmi ces documents, les professeurs stagiaires peuvent trouver des apports formels plus ou moins généraux concernant l'enseignement des mathématiques, des propositions de situations RPP (problèmes ouverts ou situations problèmes), des dossiers thématiques liés à ces situations (travail en groupes en mathématiques, débats et interactions en mathématiques, etc.) ou des trames de séquence concernant des sujets mathématiques précis (grandeurs et mesure, calcul mental, numération au cycle 1, etc.), des diaporamas utilisés en formation, des documents destinés aux élèves, etc.

Tous les thèmes mathématiques au programme de l'école primaire ne sont pas abordés et les thèmes abordés ne le sont pas tous de la même manière : certains le sont de manière détaillée, d'autres non ; certains proposent des trames d'enseignement ou des documents destinés aux élèves, d'autres non.

Tous les documents proposent des références auxquelles les professeurs stagiaires peuvent avoir accès en tant que ressources complémentaires.

Quant aux modalités de formation, elles sont, elles aussi, variées durant les 40h de formation prévues pour les mathématiques. Certaines séances sont consacrées à des apports plus ou moins magistraux, d'autres

font l'objet de mise en situation des professeurs stagiaires (situations d'homologie), d'autres sont l'occasion d'élaborer des séances ou des séquences d'enseignement, d'autres demandent aux professeurs de s'enregistrer en classe et d'exploiter ces enregistrements vidéo ou audio en formation, d'autres encore sont dédiées à la consultation des documents du cours ou d'autres ressources. Les échanges plus ou moins informels entre professeurs stagiaires ou avec les formateurs sont favorisés.

L'ensemble de ces modalités de formation s'appuie toujours sur les documents du cours et visent à favoriser leur découverte et leur exploitation par l'ensemble des professeurs stagiaires.

Chaque année, le dispositif de formation est présenté comme faisant l'objet d'une recherche sur son efficacité effective. Nous pensons que cette précaution est de nature à favoriser son acceptation par les professeurs stagiaires.

Enfin, les séances de formation du premier semestre sont très majoritairement en lien avec le niveau d'enseignement et les notions mathématiques abordées par les professeurs stagiaires durant leur stage. Celles du second semestre sont centrées sur davantage de thèmes mathématiques afin de prendre en compte la diversité des affectations en école les années qui suivent la sortie de la formation initiale à l'INSPÉ.

III - MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

Cette section présente des généralités sur la méthodologie de la recherche, puis présente plus en détail des éléments concernant un questionnaire soumis aux professeurs stagiaires en fin d'année de formation. Ces éléments sont remis en perspective à l'aide des autres éléments de méthodologie.

1 Généralités sur la méthodologie de recherche

Les documents du cours et les modalités de formation présentées ici, même restreints à ce qui relève de l'enseignement des mathématiques à l'INSPÉ, forment un système complexe à étudier. Ceci nous a amené à mettre en œuvre différentes modalités de recueil et de traitement des données.

Des questionnaires passés les premières semaines et en fin d'année de formation ont été élaborés afin d'étudier l'influence des documents du cours et des modalités de formation au cours des trois années d'expérimentation.

Des observations (3 à 7 selon les années) de situations RPP mises en œuvre en stage par les professeurs stagiaires, chacune suivie d'un entretien semi-directif, ont permis d'étudier la pratique de ces professeurs et leurs liens avec les documents du cours et les modalités de formation.

Ces deux modalités principales de recueil de données ont été accompagnées au cours des trois années d'expérimentation par trois entretiens avec des ex-professeurs stagiaires l'année suivant l'année de leur formation à l'INSPÉ, par l'observation de deux séances de formation suivies chacune d'un entretien post-séance avec le formateur ayant assuré la séance et d'un entretien avec un des professeurs stagiaires ayant assisté à la séance de formation.

Les sections suivantes présentent plus en détail le questionnaire soumis en fin de formation et les résultats obtenus.

2 Méthodologie du questionnaire de fin d'année de formation

Le questionnaire de fin d'année de formation vise à analyser la manière dont les professeurs stagiaires perçoivent et utilisent les documents de cours, et l'influence de ces documents et des modalités de formation sur leur pratique.

Ce questionnaire comprend des questions fermées et ouvertes. Il a été soumis durant les trois années d'expérimentation, avec quelques variations tenant compte des réponses obtenues à chaque passation.

En plus d'autres éléments comme le niveau d'enseignement en stage et un autre thème mathématique (calcul mental), la version du questionnaire utilisé début mai 2019 (voir extraits présentés dans l'Annexe) s'intéressait particulièrement aux situations RPP.

Les questions des parties F et G sont des questions ouvertes qui visent à étudier les déclarations des professeurs stagiaires concernant leur sentiment de progrès dans leurs capacités à proposer et à gérer des situations RPP avec leurs élèves en stage d'une part, et les aspects qui leur restaient à améliorer d'autre part.

Les items de la partie H concerne une exigence que les formateurs ont affinée au cours des trois années d'expérimentation à la suite des précédentes passations du questionnaire. En effet, les deux premières années, les professeurs stagiaires ont proposé aux formateurs d'être plus exigeants vis à vis des promotions suivantes, ceci afin que les professeurs stagiaires découvrent plus vite l'intérêt des situations RPP et puissent mieux bénéficier de l'année de formation pour se former à leur mise en œuvre avec leurs élèves.

La première année d'expérimentation, l'exigence consistait seulement à mettre en œuvre au cours du premier semestre une situation d'enseignement extraite des documents du cours ou d'une référence donnée dans ces documents. Le choix de la situation était large, ainsi que la période de mise en œuvre.

Ce choix initial a été guidé par la volonté de faire accepter le dispositif de formation par l'ensemble des acteurs, par les professeurs stagiaires mais aussi par les formateurs pluri-catégoriels (universitaires ou non) qui encadrent la formation. De plus, ce choix s'appuie sur la dialectique identification-négociation présentée plus haut. Le fait de mettre en œuvre un élément des documents du cours peut paraître légitime aux yeux des professeurs stagiaires tout en leur laissant une large marge de manœuvre.

La troisième année, l'exigence a été renforcée et précisée puisqu'il s'agissait, pour les professeurs en stage en l'école élémentaire de mettre en œuvre une situation RPP parmi sept situations imposées durant les premières semaines de classe, pour ceux en stage en école pré-élémentaire de travailler sur la problématisation et la légitimation des activités mathématiques rituelles.

L'appui sur les réponses obtenues aux questionnaires des années précédentes a été un argument fort donné aux professeurs stagiaires pour justifier cette exigence, au risque cependant d'essuyer leur refus de se plier à celle-ci et de ne pas bénéficier de l'appui plus ou moins formel des autres formateurs intervenant dans la formation. Il s'agit là aussi d'un appui sur la dialectique identification-négociation, mais cette fois avec l'approbation supplémentaire des promotions précédentes pour légitimer l'exigence formulée par les formateurs.

3 Résultats de l'analyse des réponses aux questionnaires

En mai 2019, le questionnaire a été soumis à 31 professeurs stagiaires, sur un temps d'environ 30 min compris dans le temps de formation et à l'aide d'un formulaire en ligne.

De manière générale, les réponses témoignent d'une bonne acceptabilité du dispositif de formation.

C'est particulièrement le cas en ce qui concerne l'exigence faite pour les premières semaines en classe.

Tout d'abord, l'ensemble des répondants déclarent avoir respecté la consigne (uniquement des « oui » à la question H1). Or, les formateurs n'ont pris aucune précaution rigoureuse pour s'assurer du respect de l'exigence des premières semaines, si ce n'est d'annoncer que les expériences des professeurs stagiaires seraient l'occasion d'échanges en formation.

De plus, la question H2 « Cette exigence paraît-elle pertinente à maintenir dans la formation ? » obtient 24 « oui », 3 « non », 4 « ne se prononce pas ». Autrement dit, un peu plus des trois quarts des professeurs valident les choix des formateurs concernant cette exigence.

Enfin, ces premiers résultats sont aussi confirmés par les 19 commentaires fournis à l'item H3 parmi les 24 « oui », justifiés selon les cas par :

- le fait que les professeurs stagiaires n'oseraient pas seuls se lancer dans la pratique de situations RPP

  « C'est important de faire une situation de recherche dès le début de l'année. Ça fait peur, ça nous déstabilise mais on comprend les enjeux de faire des situations de recherche à l'école et les apports pour les élèves. »

- le fait qu'ils progressent en expérimentant en échangeant/analysant ces situations entre eux

  « [L'exigence formulée] oblige à mettre en œuvre la situation. Échanges très intéressants après en formation avec les collègues pour voir ce qui a fonctionné chez eux, comment ils ont fait et pouvoir échanger sur notre ressenti et une future amélioration de notre pratique. Très riche. »

  « C'est pertinent pour nous lancer dans la mise en place de RPP et nous familiariser avec la démarche. »

- le fait qu'ils constatent des effets « positifs » sur leurs élèves

  « Mettre une première situation de recherche en classe permet de voir comment les élèves réagissent à ce type de situation et nous met en confiance dans la continuité de leur utilisation. »

  « Cela peut faire des points d'appui en début d'année et montre la pertinence des situations de recherche qui marchent bien en classe. »

  « Cette "obligation" m'a permis de me rendre compte que les situations problèmes sont faisables en classe et que cela permet vraiment d'enrôler les élèves dans la tâche. Accompagner cette demande de propositions permet de ne pas être perdu dans toutes les ressources possibles. »

Même parmi les trois professeurs ayant répondu « non », il est possible de trouver des éléments qui montrent une acceptation partielle du dispositif de formation, mais avec des réserves concernant la période de début d'année :

> « Je vois le caractère essentiel de mettre tôt en place des situations de recherche car elles présentent un réel intérêt. Cependant en tant que débutant, le début d'année est très difficile et plein d'informations sont à prendre en compte rapidement. Nous avons des commandes diverses de l'[Éducation nationale], de l'ESPE et en plus nous devons prendre nos marques, trouver un rythme, préparer les visites et construire tout donc peut-être repousser aux vacances de Noël ou à la fin novembre. »

Les documents du cours apparaissent généralement pertinents aux yeux des professeurs stagiaires (items I3 et I4). S'ils sont perçus comme trop nombreux en début d'année (questionnaire de début d'année non présenté ici), c'est moins ou ce n'est plus le cas en fin d'année.

> « Il faudrait peut-être proposée une liste plus restreinte dans un premier temps pour ne pas décourager les PES, bien que cela soit très bien fait et que les résumés soient utiles. »
>
> « Ils ne sont pas trop nombreux car on a toujours besoin de ressources. Cependant, ils ne ciblent pas toujours assez ce qui nous préoccupe dans l'aspect concret des choses (manque d'exemple de mise en œuvre). »
>
> « Ils seront utiles pour les années précédentes bien que nous n'ayons pas le temps de tous les consulter cette année. »
>
> « […] chaque document était utile. »
>
> « Certes il y a un nombre conséquent de documents, mais une fois qu'on s'est repéré dans les documents on trouve beaucoup de choses intéressantes même si ça prend un moment pour se repérer. »

Les items F1-G1, I1-I2, I7-I8, I9-I11 marquent en grande majorité une approbation des choix faits par les formateurs et indiquent que les stagiaires demandent généralement à augmenter les documents du cours ou à répéter certaines modalités de formation au cours de l'année, sans forcément demander la suppression ou la limitation d'autres modalités.

> « J'ai trouvé cela formateur, néanmoins plus d'échanges entre pairs sur les retours des situations vécues et filmées en classe sont également très formateurs. »

> « Être plus guidé dans la construction d'une programmation sur l'année par cycle, et dans la construction de séquences et de fiches de préparation concrètes. Globalement, être au plus près de notre réalité en classe. »

Les réponses au questionnaire de fin d'année montrent donc plutôt une bonne ergonomie des documents de cours et des modalités de formation.

La surprise du dispositif est de recueillir de nombreux commentaires appuyant ce constat, même lorsque les professeurs rencontrent des difficultés de mises en œuvre en classe, essentiellement pour gérer les échanges entre élèves ou gérer l'hétérogénéité des élèves :

> « Je sais que j'utiliserai toujours les situations de recherche ou situations problème à chaque séquence. Il faut que je poursuive les recherches afin de proposer des situations les plus concrètes possibles et formatrices. »

> « J'ai plus envie de mettre en place ce type de situation et même des situations détachées de mes séances comme des problèmes pour apprendre à chercher. »

> « J'assure mieux la présence des situations RPP dans les séquences de mathématiques car j'essaie d'en inclure à chaque nouvelle notion mais en faisant en sorte que les élèves comprennent que sans l'apprentissage de celle-ci il n'aurait été impossible ou plus long de résoudre la situation. J'ai encore des difficultés avec les phases collectives et notamment sur quand les réaliser, de quelle manière et combien de temps y consacrer. Tous les élèves travaillent ensemble sur une même situation mais il est parfois encore difficile de gérer l'hétérogénéité et notamment le temps nécessaire à chaque élève pour réaliser une consigne. »

Un bémol est cependant donné par les professeurs stagiaires en stage en école maternelle (élèves de 3-5 ans). En effet, d'une part les documents du cours concernant ce niveau d'enseignement sont moins nombreux que pour les autres niveaux à détailler des situations RPP, même s'ils en présentent certains ressorts et renvoient à des ressources permettant aux professeurs de se former. D'autre part, les modalités de formation ont moins pris en compte ce cycle que les deux autres.

Les résultats obtenus à l'issue des trois années d'expérimentation, particulièrement à la fin de l'année 2018-2019 sont donc essentiellement conformes aux objectifs du dispositif de formation. D'autres données recueillies sont de nature à relativiser ces résultats.

4 Croisement avec d'autres éléments de méthodologie

Lors de la première année d'expérimentation, nous avons pu observer sept professeurs stagiaires pratiquer des situations RPP de leur choix en stage avec leurs élèves.

L'analyse des séances observées et des entretiens post-séance a montré que la gestion de certaines situations de recherche pouvait ne pas être aussi « ouverte » que ne le permettait la situation initiale proposée aux élèves. Cette gestion pouvait même parfois se conclure par des tâches très fermées comme cela s'observe régulièrement dans les pratiques ordinaires.

Ainsi, d'une part, nous observons dans les déclarations des professeurs stagiaires une envie croissante de la part des professeurs stagiaires de pratiquer des situations RPP avec leurs élèves, et leur sentiment d'avoir évolué dans leur perception de leur pratique professionnelle vis à vis de ces situations.

D'autre part, il est nécessaire de relativiser ce constat avec les observations faites en classe des pratiques effectives des professeurs stagiaires.

D'ailleurs, les extraits présentés plus haut montrent déjà que les professeurs stagiaires peuvent être conscients de certaines limites de leur développement professionnel. C'est l'objet explicite de l'item G1 où les professeurs stagiaires évoquent très majoritairement des difficultés à gérer les phases collectives, c'est à dire celles où ils doivent gérer les débats entre élèves. La gestion de ce type de moment de classe est particulièrement complexe et les professeurs stagiaires, notamment de part leur expérience en tant qu'élève ou étudiant et du contexte de leurs stages dans des classes ordinaires, peinent à les maîtriser à la fin d'une année de formation.

Pourraient-ils être mieux formés à la gestion de ces moments de classe ? La question reste posée. Il semble néanmoins pertinent de développer notre recueil de données auprès des professeurs aujourd'hui titulaires pour étudier lors de leurs premières années d'enseignement ce que deviennent les dynamiques « positives » qui émergent lors de l'année de formation. Cela peut par exemple prendre la forme d'entretiens, en lien ou non avec des observations en classe. Les quelques entretiens qui ont pu être menés jusqu'à aujourd'hui, de manière formelle ou non, avec des anciens professeurs stagiaires ne permettent aujourd'hui d'apporter que des résultats contrastés selon les professeurs contactés.

IV - CONCLUSION

Cet article présente un dispositif de formation expérimental de formation de professeurs des écoles en France, basé sur un ensemble de ressources diffusé dès le début de la formation – ressources appelées ici *documents du cours* – et sur des modalités de formation en appui sur ces documents.

Le dispositif présenté, qui s'appuie sur des concepts d'ergonomie et des éléments de la théorie des communautés de pratique, cherche en tout premier lieu à favoriser chez les professeurs des écoles stagiaires la pratique de situations de recherche et de preuve entre pairs lors de leur stage à mi-temps en classe, ceci dès les premières semaines de classe.

La passation d'un questionnaire en fin d'année de formation auprès d'une promotion de professeurs des écoles stagiaires tend à montrer que les choix faits reçoivent majoritairement l'approbation des professeurs stagiaires et montre des traces prometteuses de développement professionnel concernant la pratique de situations RPP en classe durant le stage annuel à mi-temps. En particulier, il tend à montrer que la formation des professeurs des écoles stagiaires peut, au moins dans le contexte de ce dispositif expérimental, être exigeante au point d'imposer, dès les premières semaines de leur stage annuel à mi-temps dans une classe, la mise en œuvre de situations RPP choisies pour leur robustesse. Pour autant, certaines autres données recueillies lors des trois années d'expérimentation tendent à relativiser ou à modérer les résultats obtenus puisque les professeurs stagiaires constatent eux-mêmes, propos confirmés par nos observations, qu'ils ont encore du mal en fin d'année de formation à gérer les moments collectifs d'échanges entre élèves en classe.

Des recherches complémentaires restent à développer auprès de professeurs titularisés depuis leur passage en formation initiale.

Enfin, des collaborations restent à développer afin de « reproduire » le dispositif expérimental présenté dans cet article dans d'autres institutions de formation.

V - RÉFÉRENCES

Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In G. Gueudet & L. Trouche (Dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs de mathématiques* (pp. 23-39). Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Arsac, G., Germain, G., & Mante, M. (1991). *Problème ouvert et situation problème*. Première édition 1988. Lyon : IREM de Lyon.

Artigue, M., & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education 39*(5-6), p. 365–382.

Coppé, S., & Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, *69*, 53 – 62.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques, 7*(2), p. 5–31.

Houdement, C. (1998). Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes ». *Grand N*, *63*, 59–76.

Georget, JP. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot. URL https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00426603/

Georget, JP. (2010). Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants. In M. Abboud-Blanchard et A. Flückiger (ed.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM, année 2010*. ARDM et IREM de Paris 7, 45-65.

Georget, JP. (2015). Apprentissages informels dans une communauté de pratique d'enseignants. In P. Buznic-Bourgeacq et L. Gérard (dir.), *L'apprentissage du métier d'enseignant. Constructions implicites, espaces informels et interfaces de formation* (pp. 177-190). Caen : Presses universitaires de Caen.

VI - ANNEXE : EXTRAIT DU QUESTIONNAIRE SOUMIS EN MAI 2019

A2. Dans quel(s) cycle(s) enseignez-vous cette année dans votre école ? Cycle 1 (élèves de 3-5 ans)/Cycle 2 (6-8 ans)/Cycle 3 (9-10 ans)

F1. Vos progrès dans la gestion de situations de recherche et de preuve entre pairs (situations RPP)

Pour chacun des 3 items ci-dessous, que pensez-vous savoir mieux faire maintenant qu'en début/milieu d'année scolaire ?

- Assurer la présence de situations RPP dans vos séquences de mathématiques (illustrez si possible)
- Dévoluer/gérer les débats entre élèves lors des phases collectives (illustrez si possible)
- Gérer de l'hétérogénéité des élèves (illustrez si possible)

G1. Vos perspectives de progrès dans la gestion de situations RPP

Pour chacun des 3 items ci-dessous, que pensez-vous avoir encore à travailler en priorité ?

- Assurer la présence de situations RPP dans vos séquences de mathématiques (illustrez si possible)
- Dévoluer/gérer les débats entre élèves lors des phases collectives (illustrez si possible)
- Gérer de l'hétérogénéité des élèves (illustrez si possible)

Partie H: Situation à mettre en oeuvre avant [les congés de fin octobre-début novembre]

Des situations devaient être mise en oeuvre avant [les congés de fin octobre-début novembre] (au moins une situation de recherche et de preuve entre pairs à l'élémentaire, analyse et amélioration de rituels « mathématiques » en maternelle)

H1. Avez-vous respecté cette consigne ? (oui/non)

H2. Cette exigence paraît-elle pertinente à maintenir dans la formation ? (oui/non/ne se prononce pas)

H3. Commentaire éventuel.

Partie I: Votre avis global sur le dispositif expérimental de formation à l'enseignement des mathématiques

I1. Avec le recul de votre année de formation à l'Espe et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

> L'ensemble des documents du cours ne sont pas tous à consulter durant l'année de stage. Le guide d'appropriation des ressources (listant quelques ressources a priori prioritaires à consulter) et la liste des résumés des documents du cours sont à même d'aider les PES à savoir quels documents consulter pour enseigner au mieux lors des stages. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I2. Commentaire éventuel.

I3. Avec le recul de votre année de formation à l'Espe et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

> Les documents du cours sont trop nombreux. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I4. Commentaire éventuel.

I7. Avec le recul de votre année de formation à l'Espe et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

> Les PES pourraient faire davantage de liens entre les documents du cours et le stage, autant pour assurer leur développement professionnel que pour favoriser les apprentissages de leurs élèves.
>
> Autrement dit, les situations présentées en cours et dans les documents du cours pourraient être davantage mis en place, certaines situations/approches étant simples à mettre en œuvre, même dans des conditions de stage à mi-temps (élèves souvent peu habitués à un enseignement transmissif, binôme titulaire parfois peu conciliant, etc.) étant donné qu'il s'agit d'un stage en

responsabilité et non d'un stage en pratique accompagnée. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I8. Commentaire éventuel.

I9. Avec le recul de votre année de formation à l'Espe et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

> Dès le début de l'année, la formation pourrait davantage appuyer le travail des PES sur des vidéos qu'ils récolteraient en stage dans leur classe, ceci pour que des contrats didactiques et pédagogiques adéquats se mettent en place rapidement au bénéfice réciproque des PES et de leurs élèves. Les modalités de formation pourraient être similaires à celle utilisées après les [les congés de fin octobre-début novembre] : préparation d'une séance en petits groupes, mises en oeuvre filmées, analyse dans les petits groupes. L'analyse des vidéos pourraient aussi faire l'objet d'une présentation collective, tout en restant sous le contrôle du groupe de préparation et du PES filmé. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I10. Commentaire éventuel.

I11. En conclusion, dans le cadre de 40h de formation en mathématiques de l'année, avez-vous des suggestions de modifications du dispositif de formation spécifiques à l'enseignement des mathématiques à l'école proposé par [les formateurs] ?

Avez-vous des suggestions de modification de ce questionnaire ?

DROITES PERPENDICULAIRES EN SEGPA, PERSPECTIVES D'ANALYSE AU SEIN D'UN COLLECTIF DE PROFESSEURS-CHERCHEURS

Francine ATHIAS
ELLIADD, LmB

Philippe LE BORGNE
ELLIADD, LmB

Résumé
L'objectif de cette communication est de rendre compte des échanges autour de la relation de perpendicularité dans un collectif de professeurs et de chercheurs puis d'analyser l'action des professeurs et des élèves lorsque le professeur organise les séquences dans la classe. Suite aux échanges dans le collectif, les professeures ont mis en œuvre des situations autour de la notion de droites perpendiculaires. Dans la classe, les élèves sont ainsi amenés à reconnaitre, à reproduire ou faire reproduire sous la dictée des droites perpendiculaires, dans l'environnement papier-crayon et dans un environnement dynamique (logiciel GeoGebra). Les analyses s'appuient sur des concepts de la théorie de l'action conjointe en didactique. Notre question porte sur la densification du savoir dans la classe et dans le collectif professeurs-chercheurs. Plus précisément, en quoi une description et une analyse du déroulement de l'action peuvent-elles engager le collectif vers une compréhension commune des enjeux de l'enseignement de la géométrie ?

La recherche est située dans un groupe IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) à l'IREM de Franche-Comté (France). L'objectif y est de développer une recherche coopérative au sein d'un collectif professeurs-chercheurs : le groupe de travail est constitué de deux chercheurs et de deux professeures qui enseignent en SEGPA (Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté) à tous les niveaux (niveaux 6, 7, 8, 9, élèves âgés de 11 à 16 ans). Notre article se focalise sur des séquences conduites en classe de niveau 7 (élèves âgés de 12 ans) mais qui pourraient être initiées aux niveaux 6 et 8.

Dans une première partie, nous présentons les classes de SEGPA en France. Dans une deuxième partie, nous exposons les éléments théoriques et méthodologiques qui sous-tendent notre recherche. Dans une troisième partie, nous montrons le collectif au travail, dans la classe ou dans les échanges. Dans une quatrième et dernière partie conclusive, nous engageons une discussion.

I - LES CLASSES DE SEGPA

Une classe SEGPA en France accueille les jeunes (niveaux 6 à 9, âgés de 11 à 16 ans) présentant des difficultés scolaires importantes qui n'ont pas pu être résolues par des actions d'aide scolaire et de soutien. On peut lire dans les programmes français (MEN, 2015) : « Une des missions essentielles des enseignants est donc de créer un climat de confiance et un contexte pédagogique stimulant qui permettent à chaque élève de retrouver l'estime de soi et de renouer avec la réussite scolaire. Les situations de recherche ou de résolution de problèmes, quel qu'en soit le contexte disciplinaire, sollicitent et stimulent la réflexion et le réinvestissement. Elles favorisent les interactions au sein de la classe. »

Le choix de produire une ingénierie coopérative en géométrie orientée vers l'usage des propriétés géométriques pour résoudre des problèmes nous semble pertinent eu égard aux recommandations officielles qui donnent une place importante aux situations de recherche et de résolution de problèmes.

Les élèves suivent les mêmes programmes d'enseignement que les élèves de section générale, mais avec des adaptations et des aménagements. Les horaires en mathématiques sont de 4 h 30 pour le niveau 6 puis 3 h 30 à partir du niveau 7. La formation doit permettre à l'élève d'acquérir le socle commun de connaissances et de compétences (MEN, 2015).

Nous allons maintenant présenter les éléments théoriques et méthodologiques.

II - ÉLÉMENTS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES

1 Figure matérielle

En géométrie, le discours mathématique porte sur des figures, présentes ou non. Mais ce terme « figure » est ambigu et dépend de la problématique géométrique que l'on considère. Celi et Perrin-Glorian (2014) nomment « figure matérielle » le dessin géométrique. Ce choix permet de considérer que les représentations matérielles des figures géométriques sont des dessins particuliers sur lesquels s'exerce un regard spécifique (Duval & Godin, 2005). Faire de la géométrie nécessite de mettre l'accent sur les aspects géométriques plutôt que sur dessin lui-même. Par exemple, reproduire une figure en géométrie ne consiste pas à produire un dessin qui ressemble, mais un dessin dont les propriétés géométriques ont été mises en œuvre par les instruments, porteurs de ces propriétés (Athias & Cariou, 2019).

Notre problématique porte sur les liens entre le discours portés sur les figures matérielles, les actions menées sur ces figures matérielles et la conceptualisation des figures géométriques, vues comme l'ensemble des couples (référent, dessin), proposé par Laborde et Capponi (1994). Dans le cadre de notre communication, nous nous intéresserons à la notion de perpendicularité.

2 La géométrie dynamique

Les actions menées sur les figures matérielles peuvent être menées avec les instruments usuels de géométrie (la règle graduée ou non, le compas, l'équerre), à partir d'un usage géométrique des instruments (Perrin-Glorian & Godin, 2018). Nous faisons l'hypothèse que la géométrique dynamique peut soutenir cet usage géométrique des instruments ordinaires. En effet, l'introduction d'un logiciel de géométrie dynamique tel que GeoGebra, permet de revisiter les différentes notions étudiées dès l'école primaire, ici la perpendicularité. Les résultats des recherches d'Assude et Gelis (2002) ont mis en évidence des nécessités de relations entre l'environnement papier-crayon et l'environnement dynamique, avec la notion de juste distance. D'autres résultats ont montré la place déterminante de la professeure dans la mise en œuvre de cette juste distance (Athias, 2014) et de l'orchestration élaborée par la professeure (Athias, 2019). Ces différentes recherches portent sur l'enseignement ordinaire. Nous étudions ici une extension de l'usage du concept « figure matérielle » dans un environnement dynamique (logiciel Géogebra), dont nous étudions l'adaptabilité à des élèves qui ont des difficultés durables d'apprentissage. Cette recherche est menée dans le cadre d'un collectif de professeurs et de chercheurs.

3 Ingénierie coopérative

Ce collectif, constitué de deux professeures et de deux chercheurs, s'inscrit dans une perspective d'ingénierie coopérative (Sensevy, 2016). L'idée est d'élaborer de nouveaux collectifs, basés sur la coopération entre professeurs et chercheurs. Les actions de chacun des acteurs permettent la construction de savoirs communs partagés. L'ingénierie coopérative réfère à un processus méthodologique dans lequel le collectif de professeurs et de chercheurs implémente et ré-implémente (après une analyse d'une mise en œuvre) une situation sur un thème particulier. C'est donc une structure itérative à la manière des lesson studies (Elliott, 2015 ; Clivaz, 2016).

Ainsi, au cours d'une année, une séquence, notée séquence 1, première version, a été élaborée au sein du collectif, puis elle est mise en œuvre et analysée dans une nouvelle session du collectif (cf. tableau 1).

Année 1 : 2017-2018		
Collectif : préparation de la séquence 1	Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence 1	Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence 1

Tableau 1. Organisation temporelle année 1

L'année suivante, sur le même modèle, cette séquence 1 est de nouveau discutée, mise en œuvre (séquence 2) et analysée. Comme le processus est itératif, il a vocation à se renouveler (cf. tableau 2).

Année 2 : 2018-2019		
Collectif : Analyse de la séquence 1 et préparation de la séquence 2	Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence 2.	Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence 2.

Tableau 2. Organisation temporelle année 2

Chaque pas de l'ingénierie coopérative est évalué en fonction du partage des fins que le collectif s'est assigné. Ici, notre idée est d'exploiter la notion de figure matérielle. L'ingénierie coopérative est évaluée également en fonction des moyens utilisés pour atteindre ses fins. Ici, notre idée est de rendre compte des stratégies élaborées dans le collectif et dans la classe pour parvenir à partager la notion de figure matérielle, même si le concept peut ne pas être nommé comme tel dans le collectif. L'ingénierie coopérative propose donc une nouvelle forme de recherche en éducation qui repose en outre sur les principes suivants (Sensevv & al., 2013) que nous reformulons ici :

- principe de définition commune de fins de l'action : comprendre chacun les points de vue des autres membres, c'est-à-dire partager le même arrière-plan ;
- principe d'assomption des différences : reconnaître les points de vue des différents acteurs et, dans le même temps, la responsabilité de chacun à tenir sa place en affirmant son point de vue ;
- principe de recherche de symétrie : construire une symétrie des places, sans dualisme entre les tenants de la recherche et les tenants de la pratique. Les professeurs et les chercheurs sont des praticiens, mais des praticiens de différentes sortes.
- principe de posture d'ingénieur : créer une nouvelle posture de chercheurs et de professeurs.

Nous sommes au début de cette recherche. Cette dernière nécessite du temps, pour élaborer une compréhension mutuelle. Nous nous intéressons ici au principe de définition commune de fins de l'action. Le travail présenté contribue à la construction d'un arrière-plan commun autour de l'enseignement de la géométrie et en particulier la mise en œuvre de la figure matérielle dans des situations d'enseignement de la perpendicularité. Nous prenons notamment appui pour cela sur la géométrie dynamique, ici le logiciel GeoGebra.

4 Analyse de l'action

L'analyse de la prise en compte de la figure matérielle va passer par le fait que le collectif est engagé dans un processus de conception et de mise en œuvre de séances. Pour analyser ces séances nous nous appuyons sur la théorie de l'action conjointe en didactique (TACD) (Sensevy, 2011 ; CDpE, 2019) et particulièrement la dialectique contrat didactique - milieu didactique.

Le contrat didactique est « l'ensemble des comportements spécifiques du maître qui sont attendus de l'élève, et ceux de l'élève qui sont attendus du maître » (Brousseau, 1998, p. 295). Selon Sensevy (2011), il se construit, essentiellement de manière implicite, à partir du savoir acquis précédemment (part épistémique du contrat), et des transactions autour de ce savoir au cours d'une action conjointe antérieure (part transactionnelle du contrat). Pour ce qui nous intéresse, les élèves savent reconnaître et tracer un angle droit, en utilisant une équerre, dans l'environnement papier-crayon. Les élèves savent que le

professeur pose des questions et attend des réponses. Ils savent également que la professeure leur demande de reformuler. Ces habitudes, ce « déjà-là » est ainsi modélisé par la notion de contrat didactique (Sensevy, 2011 ; CDpE, 2019).

De la même manière, le milieu didactique est « tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit » du point de vue du savoir (Brousseau, 2010, p.3). Autrement dit, dans le travail du problème, l'élève se retrouve face à « un ensemble d'éléments épars » que la résolution du problème va organiser en « un système » (CDpE, 2019, p.22). Ces éléments présentent des « saillances », c'est-à-dire des indices qui peuvent induire la mise en place de stratégies dans la problématisation des questions posées (Sensevy, 2011). Chaque indice (par exemple l'usage d'une équerre) contient une partie de la solution du problème ainsi posé (par exemple tracer « une » perpendiculaire). Mais seule la mise en réseau des indices conduit à l'enjeu de savoir (voir la droite rouge - la figure au tableau 5 - comme support d'un côté de l'équerre).

La relation entre le contrat didactique et le milieu didactique est vue dans une perspective dialectique. En effet, contrat didactique en termes de « déjà-là » et milieu didactique en termes de « à connaître » sont certes opposés mais ils sont également complémentaires. « L'inconnu du problème n'a de sens que dans le connu auquel il fait référence » (CDpE, 2019, p 25). L'élève ne peut agir sur les indices du milieu que si le « déjà-là » lui permet de les prendre en compte.

Pour analyser les échanges dans le collectif de professeurs et de chercheurs, nous souhaitons utiliser cette même modélisation, à titre exploratoire. En tant que milieu, le problème que le collectif doit résoudre consiste à produire une connaissance partagée du concept de figure matérielle. Pour réfléchir à ce problème, les professeurs et les chercheurs partagent un arrière-plan commun, qu'il conviendra d'expliciter.

Nos questions de recherche portent sur les deux niveaux, celui de la classe et celui de l'ingénierie coopérative : comment l'explicitation des propriétés géométriques sur la figure matérielle est-elle mise en œuvre en classe ? Comment les échanges dans le collectif permettent-ils de partager la nécessité de ces explicitations ?

5 Recueil des données

Pour tenter de répondre à ces questions, nous avons recueilli des données de la manière suivante. Les séances de classe sont filmées par les professeures elles-mêmes ou par les chercheurs. Les séances dans le collectif de recherche sont également filmées. Toutes ces séances sont transcrites par les chercheurs.

III - LA SÉANCE DE CLASSE, SUPPORT DES ÉCHANGES DANS LE COLLECTIF

1 Organisation

Nous avons fait le choix de présenter un moment d'une séance de classe, issue de la séquence sur les droites perpendiculaire et les échanges dans le collectif autour de certains moments de cette séance, dont nous précisons les différents moments dans le tableau 3.

Année 2 : 2018-2019		
Collectif : préparation de la séquence « droites perpendiculaires »	**Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence « droites perpendiculaires »**	Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence « droites perpendiculaires »

Tableau 3. Description des différents moments de la séquence

2 La séance de classe

2.1 Progression dans la séquence « droites perpendiculaires »

La séquence que nous présentons est constituée de neuf séances (cf. tableau 4), divisées en trois parties distinctes selon les tâches proposées. Nous manquons de précisions sur le déroulement de chacune d'elles.

Reconnaître des droites perpendiculaires dans l'environnement papier-crayon : alternance de moments collectifs et de moments individuels (3 séances, séances 1-2-3)
Reconnaître des droites perpendiculaires dans l'environnement Geogebra : alternance de moments collectifs et de moments en binômes sur les ordinateurs (3 séances, séances 4-5-6)
Tracer des droites dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement GeoGebra : alternance de moments collectifs et de moments individuels (3 séances, : séances 7-**8**-9)

Tableau 4. Présentation de la séquence (la séance 8 fait l'objet de notre analyse dans cet article)

2.2 Description (extraits de la séance 8)

Les élèves doivent construire la droite perpendiculaire à la droite « rouge » et passant par le point C, sachant que la droite « rouge » et le point C sont déjà tracés. La figure est faite sur GeoGebra. Elle est vidéoprojetée au tableau (cf. tableau 5).

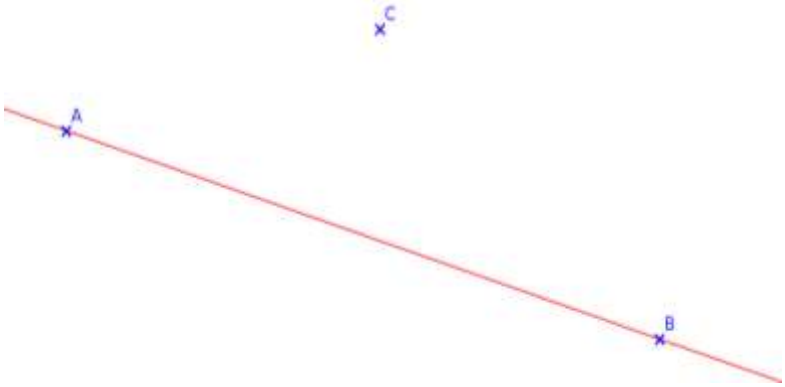


Tableau 5. Figure vidéoprojetée

Phase 1 : Une élève, Lou, est invitée pour aller tracer « une droite perpendiculaire » (propos de la professeure) sur l'ordinateur de la classe, pour expliquer à une élève absente lors de la séance précédente. La professeure rassure l'élève (« tu sais faire ») et lui explique ce qu'elle attend, « en même temps que tu vas cliquer, tu vas nous expliquer comment tu fais ».

Phase 2 : Lou s'installe, elle sélectionne et valide le point C. En même temps elle annonce « on tape sur le point C ». Elle sélectionne et valide la droite « rouge » sans sélectionner la primitive perpendiculaire du logiciel ; elle continue son explication : « on tape sur la droite ». Comme il ne se passe rien, elle est surprise « Ah, non ! ».

Phase 3 : la professeure choisit d'aider l'élève : « D'abord tu fais quoi ? », « on va tracer quoi ? », puis « On va dans l'icône ? ». Ainsi, Lou parvient à construire la droite, perpendiculaire à (AB) passant par le point C et elle explique « Là, ça nous trace la droite perpendiculaire ».

Phase 4 : la professeure choisit de reprendre le procédé de construction choisi par Lou : « on clique sur le point C et sur la droite. Et la droite perpendiculaire est tracée ». La professeure interroge un autre élève : « Avant cela, tu as vu ce qu'elle a fait ? ». Il explique alors qu'elle a cliqué sur le bouton « perpendiculaire ».

2.3 Analyse

Dans le travail du problème posé à l'élève (milieu didactique), il s'agit de mener des actions avec le logiciel GeoGebra. Pour pouvoir le faire, l'élève va s'appuyer sur ce qu'il a fait auparavant (le « déjà-là » modélisé par la notion de contrat didactique), les actions qu'il a menées précédemment avec le logiciel et sur ce qu'il connaît des droites perpendiculaires. Dans le problème, il s'agit d'exposer également ces actions. Cette exigence de la professeure fait partie des habitudes transactionnelles. En effet, l'élève rend compte de ses actions. Par contre, nous, chercheurs, ne savons pas exactement ce que peut revêtir cette explicitation. Dans le travail du problème, les rétroactions dans l'environnement GeoGebra permettent à l'élève de voir que ses actions ne permettent pas de tracer la droite attendue. Cependant les saillances du milieu ne sont pas accessibles à l'élève pour lui permettre de construire la droite perpendiculaire à la droite rouge, passant par le point C. Il manquait à l'élève d'établir un lien entre le point et la droite. L'appui sur le milieu (« On va tracer quoi, on va dans quelle icône ») suffit à l'élève pour tracer la droite attendue. Le problème est résolu, la droite est tracée. Pourtant, la professeure ne s'en contente pas. Elle prend de nouveau appui sur les actions de Lou (le milieu didactique) pour rendre visible un élément manquant. Elle valorise les premières actions en reprenant les mots de Lou (« on clique sur le point C et sur la droite »). Elle oriente l'attention des élèves sur l'insuffisance de ce procédé en faisant énoncer le lien nécessaire, préalable à la construction, lien qui est matérialisé par un clic sur le bouton « perpendiculaire ». La construction de la droite perpendiculaire à la droite rouge et passant par le point C est ainsi revisitée. L'« inconnu » du problème, à savoir agir avec le logiciel et dire ce que l'on fait n'a de sens que par rapport au « connu ». Dans le même temps, l'« inconnu » est opposé à ce qui est connu, par exemple avoir déjà construit des droites perpendiculaires avec le logiciel.

2.4 Bilan de cette partie

Rappelons notre première question de recherche : comment l'explicitation des propriétés géométriques est-elle mise en œuvre en classe ? Dans le cas de tracé de droites perpendiculaires avec un logiciel de géométrie dynamique, il est nécessaire que l'élève établisse un lien entre la propriété de perpendicularité, une droite et un point. Ce lien se matérialise par des actions. Nous pouvons noter deux points. Le premier point concerne l'explicitation possible. Dans cette classe, un grand pas est encore nécessaire entre les actions attendues et finalement produites, et une explicitation réelle. Le deuxième point concerne la place de la professeure, qui reste déterminante. Cet extrait à lui seul ne peut pas être représentatif de ce qu'il se passe en classe avec des élèves ayant des difficultés d'apprentissages. Toutefois, il vient confirmer des résultats identiques déjà obtenus par les biais de différentes études de cas auprès du même public (Athias & Le Borgne, 2018).

Mais nous pouvons maintenant nous interroger plus avant. La professeure propose une consigne incomplète « trace une perpendiculaire ». L'élève agit en s'appuyant sur ce qu'il a déjà fait (au cours de la séance 1). Une formulation mathématique de ce qui est attendu n'est pas prononcée, ni par les élèves, ni par la professeure. Quelle explicitation pourrions-nous envisager ? Cette formulation serait-elle accessible à des élèves ayant des difficultés d'apprentissage ?

3 Le collectif

Dans le collectif, nous voulons élaborer des séquences de géométrie, dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement GeoGebra, dans un processus itératif. Nous rappelons ici la question de recherche : comment les échanges dans le collectif permettent-ils de partager la nécessité des explicitations sur la figure matérielle ? Pour tenter de répondre maintenant à cette question, nous montrons maintenant l'exposition de ce moment de la séance et son explicitation au sein du collectif (cf. tableau 6).

Année 2 : 2018-2019		
Collectif : préparation de la séquence « droites perpendiculaires »	Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence « droites perpendiculaires »	**Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence « droites perpendiculaires »**

Tableau 6. Organisation temporelle de la séquence

Au début de la rencontre, un des chercheurs explique un des enjeux au sein du collectif et au sein de la classe : « Les propriétés, comment on les explicite ? (…) Comment est-ce qu'on travaille les propriétés avec des élèves qui ont des difficultés d'apprentissage ? ». Il propose alors de regarder des extraits de film, dont celui que nous venons d'analyser. Le choix de ce moment est expliqué après le visionnage du film « Pour moi, c'est intéressant. L'élève sélectionne le point, la droite, mais il ne dit pas perpendiculaire ». Puis le chercheur attire l'attention du collectif sur la reprise de la professeure. La professeure a fait le choix de reformuler et de faire compléter les actions dans GeoGebra. Le chercheur interroge sur cette reformulation : « Mais jusqu'où tu reprends ? ». Il précise sa question en interrogeant sur le résultat de l'action avec le logiciel : est-ce qu'on se contente de « ça a tracé la droite », est-ce qu'on se contente de « ça a tracé la droite perpendiculaire ? »

Reprenons ici la dialectique contrat-milieu exposée plus haut, et utilisons ce modèle pour décrire une nouvelle fois ce qui se passe dans le collectif de recherche. En langage courant, à l'initiative du chercheur, le collectif s'interroge sur la nécessité de cette explicitation sur la droite ainsi obtenue. Dans le langage du modèle, c'est donc le problème (d'enseignement-apprentissage, en tant que milieu didactique représenté par l'extrait de film de classe), que le collectif veut mettre au travail. Ce problème ne peut être travaillé que parce que des habitudes d'échanges dans le collectif ont été installées. Ainsi, des connaissances autour de la géométrie et de l'usage de la géométrie dynamique ont été partagées, avec une position topogénétique plus haute des chercheurs. Des connaissances sur les élèves à besoins éducatifs particuliers que sont les élèves de SEGPA ont été discutés collectivement, avec une position topogénétique plus haute des professeurs. Tous ces échanges font partie d'un « déjà-là » commun, modélisé par la notion de contrat didactique.

La connaissance visée dans ce collectif est particulière, au sens où personne ne connaît la réponse. Notre but est de travailler autour des enjeux mathématiques dans des situations (par exemple travailler sur la perpendicularité), de repérer des points cruciaux (par exemple l'explicitation nécessaire) et de documenter ce qui rend ces enjeux nécessaires en classe.

Il ne faudrait pas croire que questionnements ou réponses ne soient que du côté des chercheurs. Un peu plus tard, une des professeures explique « Parce que justement avec Claire, on a cette discussion en ce moment. C'est sur le vocabulaire commun. Comment faire apprendre du vocabulaire ? Comment faire restituer du vocabulaire à nos élèves ? Comme en géographie, comme en histoire… ». L'explicitation nécessaire sur la figure matérielle (ici représentée dans le mot « vocabulaire »), fait écho à des questions de la pratique qui vont au-delà de la géométrie. Un chercheur explique que si la professeure choisit dans un premier temps de laisser l'élève Lou s'exprimer comme elle peut, comme elle veut, la professeure pourrait ensuite chercher une reformulation. Le chercheur propose une nouvelle adaptation, en prenant appui sur le contrat didactique, et propose ainsi au collectif un nouveau problème pour les élèves : dans ce problème, il s'agit de construire la droite perpendiculaire à la droite rouge et passant par le point C mais après un déplacement des objets géométriques de la figure (point et droite). Les élèves ont alors à construire, sur une nouvelle figure. Le chercheur continue et imagine que la professeure pourrait alors proposer les commandes suivantes : « tu traces la droite perpendiculaire », proposition située du côté du discours mathématique, et « tu vas sélectionner l'icône perpendiculaire », proposition située du côté des connaissances instrumentales. Puis « tu sélectionnes la droite rouge », et « tu cliques sur la droite rouge ». Et enfin « tu sélectionnes le point C » et « tu cliques sur le point C ». Ces expressions étant tour à tour des connaissances mathématiques et des connaissances instrumentales.

À ce moment-là de la discussion, la professeure est surprise et souligne son approbation à l'alternative ainsi proposée : « Je trouve ça très bien. Sur le moment, je n'ai pas du tout pensé au déplacement des

points. Alors que maintenant que tu le dis, ça paraît normal ». À ce moment-là, le second chercheur veut insister sur le fait que c'est l'analyse qui permet d'aboutir à cette proposition et qu'il n'y a aucun jugement de la pratique et il ajoute : « C'est pas certain que je l'aurais fait aussi ! » ce qui souligne l'effet du travail en collectif. L'enjeu de ces échanges est de partager, tant du point de vue de la pratique que du point de vue de la recherche.

La « figure matérielle » est un concept issu de la recherche en didactique des mathématiques. Le processus d'ingénierie coopérative a permis de « plonger » ce concept dans la pratique. Nous faisons l'hypothèse que ce concept devient à la fois plus dense du point de vue scientifique et plus opératoire du point de vue de la pratique.

Bilan

L'ingénierie coopérative propose une forme de recherche qui repose sur le principe de symétrie des places occupées par les professeurs et chercheurs. L'équilibre dans le collectif est garanti par l'écoute et la recherche de compréhension des points de vue de chacun. La symétrie ne signifie pas la disparition des fonctions de chacun au sein du collectif. Le topos adopté par le chercheur est plus élevé lorsqu'il suggère la mise en œuvre de la géométrie dynamique mais le topos du professeur est plus élevé lorsqu'il évoque la spécificité des classes de SEGPA. L'ingénierie coopérative doit mettre au premier plan de ses préoccupations le but collectif auquel il s'est assigné.

IV - PERSPECTIVES - DISCUSSION

1 Perspectives du groupe

La recherche a débuté lors de l'année universitaire 2017-2018. Le groupe poursuit en 2019-2020 le travail sur l'élaboration de séquences de géométrie basées sur la mise en œuvre des propriétés géométriques dans les environnements articulés du papier-crayon et de la géométrie dynamique.

Le travail du collectif doit être formalisé dans des écrits détaillant l'élaboration des séquences réalisées en classe. Ces écrits doivent prendre en compte les discussions du collectif en regard des réalisations en classe. Outil de capitalisation du savoir collectif, ils fournissent aussi des éléments de communication destinés à enrichir le collectif (en l'ouvrant à de nouveaux membres) et des éléments de discussion destinés aux communautés de professeurs et de chercheurs.

2 Discussion

La discussion porte donc sur un premier bilan qui peut être fourni à la suite des deux années de travail. Il nous a semblé qu'une évolution très nette était apparue dans les prises de parole au sein du collectif ; les professeures parlent plus aisément de leurs difficultés. Par voie de conséquence, le collectif réussit mieux désormais à prendre en charge les questions professionnelles et didactiques produites lors de la réalisation des séquences. Le travail sur les situations et l'élaboration de réponses communes demande des études sur un temps long. Ce temps renvoie au temps didactique des classes auquel l'avancée de la production de séquences est soumise mais il est aussi tributaire du travail du collectif qui doit produire une réponse commune à la fois constructive tant du point de vue de la recherche que du point de vue des apprentissages des élèves. La question de la production de recherche sur un temps long demeure une difficulté qui doit être prise en compte au risque de rendre le fonctionnement du collectif fragile.

La posture d'ingénieur que chacun des membres du collectif adopte implique l'élaboration d'un langage commun. Celui-ci semble s'affermir au fil du travail du collectif. Comment l'attester ? Jusqu'où le travail collectif doit-il prendre en charge une appropriation de certains concepts issus de la recherche par chacun des membres du collectif ? De la même manière, jusqu'où le travail collectif doit-il partager des problèmes professionnels ?

L'enseignement en classe de SEGPA offre des enjeux spécifiques liés au public et que le travail sur les situations doit prendre en compte : sur le plan personnel des élèves, il s'agit de redonner de la confiance,

de l'estime de soi, de faire renouer avec la réussite... les compétences langagières sont souvent assez faibles et freinent l'investissement didactique. Ce travail en milieu spécialisé est un atout pour le développement du collectif car il convoque dans les travaux conduits les questions d'adaptation et de prise en compte d'un environnement d'apprentissage difficile et assez peu pris en compte dans les ressources du professeur. Dans le même temps, les résultats obtenus dans le cadre de ce collectif sont-ils liés aux difficultés des élèves ? Pourrait-on en tirer avantage pour des élèves de classe ordinaire ?

V - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T., Gelis, J-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematic, 50*, 259-287.

Athias, F. (2014). La géométrie dynamique comme moyen de changement curriculaire. Thèse en sciences de l'éducation, Université Aix-Marseille.

Athias, F. (2019). Un exemple d'usage de la géométrie dynamique. *Grand N, 103*, 57-70.

Athias, F., Le Borgne, P. (2018). Une coopération entre professeurs et chercheurs. In Maha Abboud (Ed.). Actes du Colloque de l'Espace Mathématique Francophone 2018. Genevilliers. 22-26 octobre 2018. (pp.1179-1186). IREM de Paris.

Athias, F., Cariou, D. (2019). Lire et comprendre une figure en géométrie et une caricature en histoire. In Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE, dir.), Didactique Pour Enseigner (p. 69-92). Presses universitaires de Rennes.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Édition La pensée sauvage.

Brousseau, G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. Disponible sur Internet à l'adresse :http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf.

Celi, V., Perrin-Glorian, M-J. (2014). Articulation entre langage et traitement des figures dans la résolution d'un problème de construction géométrique. *Spirale, 52*, 151-174.

Collectif Didactique Pour Enseigner, CDpE (2019). Didactique pour enseigner. Presses Universitaires de Rennes.

Clivaz, S. (2016). Les lesson study : des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. Formation et pratiques d'enseignement en questions, 19, 99-105.

Duval, R., Godin, M. (2005). Les changements de regards nécessaires sur les figures. *Grand N, 76*, 7-27.

Elliott, J. (2015). Developing a science of teaching through lesson study. *International Journal For Lesson and Learning Studies*, *1*(2), 108-125.

Laborde, C., Capponi, B., (1994), Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1-2), 165-210.

Ministère de l'Éducation Nationale (Ed.). (2015). Enseignement adapté, Sections d'Enseignement Général et Professionnel Adapté. Dans Bulletin Officiel, n°40 du 29 octobre 2015. Paris : MEN.

Ministère de l'Éducation Nationale (Ed.). (2015). Socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Dans Bulletin Officiel, n°17 du 29 octobre 2015. Paris : MEN.

Perrin-Glorian, M-J., Godin, M. (2018). Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège. Disponible sur Internet à l'adresse https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837v2

Sensevy, G. (2011). Le sens du savoir : Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique. Louvain-la-Neuve, Belgique : De Boeck Supérieur.

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *The International Journal on Mathematics Education, 45*(7), 1031-1043.

Sensevy, G. (2016). Le collectif en didactique : quelques remarques. In Y. Matheron, G. Gueudet, V. Celi, C. Derouet, D. Forest, M. Krysinska, S. Quilio, M. Rogalski, T. Angels Sierra, L. Trouche, C. Winslow & S. Besnier (Ed.). Actes de la XVIIIeme école d'été de didactique des mathématiques. Brest, 19-26 août 2015. (pp. 223-253). Pensée sauvage.

ENVIRONNEMENTS VIRTUELS POUR LE DÉVELOPPEMENT DE CONNAISSANCES SPATIALES

Sylvia Coutat
Université de Genève
Sylvia.Coutat@unige.ch

Résumé
Berthelot et Salin (1992) ont défini les connaissances spatiales comme : les connaissances qui « permettent à chacun de maîtriser l'anticipation des effets de ses actions sur l'espace, leur contrôle, ainsi que la communication d'informations spatiales » (p.9). Les travaux en psychologies utilisent le terme de habiletés spatiales qui englobe les capacités d'un individu à représenter et manipuler mentalement les informations visuelles perçues, tout en intégrant les relations spatiales entre les éléments d'information (Carroll, 1993). Berthelot et Salin (1992) ont proposé diverses situations qui visent l'apprentissage de ces connaissances spatiales. Ces situations utilisent les différents espaces de travail définis par Brousseau (1983) : micro, méso et macro-espace. Les situations du macro-espace sont en générales simulées car les activités dans des grands espaces sont peu envisageables à l'école. Cependant aujourd'hui la réalité virtuelle pourrait donner accès à un macro-espace simulé, et de nouvelles ambitions pourraient être envisagées. Dans cette communication nous présentons une recherche en cours en collaboration avec Roland Maurer (spécialiste en orientation spatiale), Mireille Bétrancourt (spécialiste des technologies numériques en situation d'apprentissage), Jean-Luc Dorier (didacticien en mathématiques) et Sandra Berney (psychologue) qui interroge les potentiels et les limites de l'utilisation d'un macro-espace virtuel pour la construction de connaissances spatiales. Une première étape de cette recherche s'appuie sur une séquence d'enseignement testée dans 3 classes (7 ans à 10 ans) dont nous présenterons quelques résultats d'analyses et perspectives.

I - ÉLÉMENTS THÉORIQUES

Notre approche s'appuie à la fois sur une entrée didactique et psychologique. Pour cela nous reprenons tout d'abords quelques travaux en didactique puis en psychologie cognitive pour terminer avec les études majeures autour des introductions d'outils technologiques en classes en lien avec l'orientation spatiale.

1 Les apports didactiques

Lorsque l'on parle *Espace* (selon le Plan d'Étude Romand) on pense aux figures, solides et propriétés géométriques. Cependant dans ce domaine se glissent aussi les apprentissages en lien avec le *repérage spatial*. Selon Berthelot et Salin (1993) les problèmes dits spatiaux sont liés à des actions ou des communications autour de déplacements, fabrications ou dessins de l'espace sensible. Ainsi, ces connaissances se retrouvent dans d'autres disciplines comme la géographie ou le sport. Selon Soury-Lavergne et Maschietto (2015) qui reprennent les travaux de Clairault (1741) on peut distinguer le champ spatial du champ géométrique, chacun possédant ses propres problèmes. Alors que le champ spatial utilise l'espace, le mouvement et la perception, le champ géométrique fonctionne à partir des propriétés géométriques et d'une validation théorique basée sur les démonstrations. Les dessins comme objets du monde sensible appartiennent au champ spatial, pourtant ils sont souvent utilisés dans le champ géométrique comme représentants des figures géométriques (Laborde, 2004). Cette double appartenance leur apporte un double statut qui n'est pas toujours saisi par les élèves. En effet, dans le champ spatial les dessins peuvent être support de la réflexion alors que dans le champ géométrique ils deviennent outil d'aide mais non suffisant pour la démonstration. Dans le champ géométrique les dessins donnent accès à certaines propriétés des figures représentées. Pour accéder à ces propriétés il est nécessaire de mobiliser la déconstruction dimensionnelle proposée par Duval (1994). Ainsi les droites qui composent les dessins doivent être distinguées des formes globales représentées. Par exemple, distinguer dans le carré ce qui est de l'ordre de sa surface avec son contour et ce qui est de l'ordre des côtés et des sommets. Les propriétés

géométriques du carré concernent des relations entre les côtés et non sa surface. Il est aussi possible de dessiner un carré sans vouloir utiliser ses propriétés, lorsqu'on dessine une maison par exemple, c'est plutôt la forme globale du carré qui peut être visée. Un même dessin peut renvoyer aux deux champs. Le dessin peut devenir un outil d'articulation lorsqu'il est consciemment utilisé comme représentant d'une figure avec les biais que toutes représentations impliquent. Cependant si le dessin est confondu avec la figure qu'il représente, alors toutes les configurations particulières visibles, et uniquement celles-ci sont associées à la figure. Dans ce deuxième cas le dessin devient un objet de tension entre les deux champs. Si on trace une droite sur une feuille ce dessin ne peut être qu'une représentation de la figure géométrique, en effet une droite est de dimension 1 et le crayon implique nécessairement une certaine épaisseur. De plus le dessin de la droite n'est pas infini, il se limite à la feuille de papier. On retrouve les contraintes du dessin dans le champ géométrique, les dessins ne sont que des représentations des figures géométriques (objets idéaux de la géométrie théorique). Les dessins sont en général dans l'espace de la feuille de papier et donc réduits ou limités. Cet espace de papier est aussi désigné comme le micro-espace par Berthelot et Salin (1999). Un espace plus grand est le méso-espace, espace qu'il est possible de percevoir d'un seul regard en tournant éventuellement la tête. Enfin un dernier espace est le macro-espace qui nécessite des mémorisations et récolements tel un quartier ou une ville. Montello (1993) ajoute un quatrième espace (espace géographique) encore plus grand qui ne peut être visualisé que par des plans comme des pays ou la terre et l'univers. Selon Wang (2014) chacun de ces espaces implique des compétences spécifiques mais partage certains objets comme par exemples les dessins qui eux-mêmes appartiennent à la fois au champ géométrique et au champ spatial. Berthelot et Salin (1992) ont soulevé la pertinence d'un travail dans le macro-espace pour l'acquisition de connaissances spatiales et géométriques. Cependant l'accès à ce macro-espace est difficile dans un contexte scolaire, il est souvent simulé par des artifices de la situation (exemple la situation des enveloppes Berthelot et Salin (1999)).

Selon Berthelot et Salin (1993) « chaque enfant possède des connaissances spatiales avant même que l'on se propose de lui apprendre des connaissances de géométrie » (p.40). En classe la distinction n'est pas toujours évidente entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques. Les connaissances géométriques sont un objectif d'enseignement, visible dans les programmes et manuels scolaires. Elles renvoient entre autres aux caractéristiques et aux propriétés des figures géométriques. Les connaissances spatiales apparaissent dans les tâches de l'espace sensible à travers l'étude des relations spatiales entre les objets. Pourtant des liaisons indispensables entre les deux types de connaissances ne sont pas vraiment explicites. Selon Soury-Lavergne et Maschietto (2015) l'acquisition de connaissances spatiales est une première étape vers l'acquisition de connaissances géométriques. Dans la géométrie des solides le travail autour des patrons de solides est une articulation entre le champ spatial et le champ géométrique. En effet l'élève doit agir sur l'une des représentations pour obtenir la seconde. Dias, Serment (2017) utilisent des solides géants pour travailler les sections de cubes. Dans cette tâche les solides dépassent l'espace de la feuille et les élèves peuvent entrer à l'intérieur. Ainsi ils parviennent à mobiliser le méso-espace et les élèves s'appuient sur leur relation à l'espace pour développer des connaissances géométriques. Les situations développées par Dornier et Coqueret (2009) ou Masselot et Zin (2008) visent l'acquisition de connaissances spatiales à travers des situations de repérage dans l'espace. Ces situations mettent le corps au centre de la tâche dans le méso-espace. Alors que les liens entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques apparaissent dans l'étude des solides, ici les conséquences sur les connaissances géométriques sont plus difficilement identifiables. Pourtant des liens existent. Les études en psychologie (Buckley, Seery, & Canty, 2019 ; Newcombe, 2016 ; Wai, Lubinski, & Benbow, 2009) montrent certaines corrélations entre de fortes aptitudes spatiales et des réussites dans les STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). Afin d'identifier plus finement ces liens entre spatiale et géométrie, la partie suivante s'intéresse à une approche psychologique des connaissances spatiales.

2 Les apports en psychologie cognitive pour l'orientation spatiale

Selon Piaget et Inhelder (1948) pour comprendre l'espace il faut pouvoir se le représenter. Ainsi l'enfant développe ses premiers apprentissages du corps par ses interactions avec l'espace, ses mouvements. Cela l'amène à l'apprentissage des premières propriétés en actes. Cette première appréhension sensorielle de

l'espace évolue à travers différents stades de développement pour aboutir à un espace représenté. Jusqu'à 6 ans l'enfant ne peut conceptualiser que son propre point de vue. Par exemple le test des 3 montagnes de Piaget indique que face à un paysage, l'enfant ne parvient pas à concevoir que les parties du paysage seront visibles selon la position de l'observateur et le point de vue qui en découle. Cela peut aussi être illustré lors d'une partie de cache-cache où les enfants se cachent les yeux pour ne pas voir les autres sans concevoir qu'ils peuvent être vu. A partir de 6 ans, les enfants deviennent capables de concevoir des points de vue différents d'un même objet. Les objets ne sont plus identifiés uniquement selon lui-même mais selon son environnement. A cet âge l'enfant commence aussi à concevoir l'espace comme un plan. C'est à partir de 11 ans que l'espace est finalement conceptualisé indépendamment du sujet et selon un système de référence stable (Piaget & Inhelder, 1972). Aujourd'hui ces stades de développement sont remis en cause. Les enfants seraient capables de considérer les points de vue d'autrui dans des configurations simples. Lorsque la situation devient plus complexe alors il revient à un point de vue personnel. Une part développementale est aussi à prendre en compte dans l'appropriation de connaissances spatiales et géométriques. Des habiletés spatiales doivent être développées par les enfants mais les processus et facteurs qui agissent sur ce développement ne sont pas encore partagés par tous les chercheurs en psychologie cognitive. Caroll (1993) définit les habiletés spatiales comme les habiletés ou processus cognitifs nécessaires au traitement d'informations visuelles ou spatiales. Elles renvoient aux capacités de chacun à mentalement se représenter, transformer et manipuler des informations visuelles perçues souvent en 3 dimensions. Ces capacités sont liées à plusieurs facteurs. Il n'existe pas de consensus autour du nombre de ces facteurs mais les principaux définis par Caroll (1993) sont la visualisation spatiale, l'orientation spatiale, la rotation mentale, et la navigation spatiale. La visualisation spatiale est l'habileté à appréhender, encoder (transformer le message visuel en message cognitif) et manipuler mentalement les formes spatiales. L'orientation spatiale est définie par McGee (1979) comme la capacité à imaginer les objets selon différents points de vue. La rotation mentale est impliquée dans les rotations d'objets du plan. Finalement la navigation spatiale implique le mouvement (réel ou virtuel) du sujet. Elle s'appuie sur l'habileté à se localiser et se déplacer dans un espace en s'appuyant sur la perception et la compréhension de l'organisation de cet espace. Selon Tolman (1948) la navigation spatiale utilise une carte cognitive qui est une représentation mentale de l'organisation de l'espace dans lequel on se trouve. Les cadres de références soutiennent les différentes représentations des informations spatiales. Selon Bell (2002) ces cadres de références apportent une structuration des informations spatiales et contribuent au développement des connaissances spatiales. Deux cadres de références peuvent être convoqués. Le premier que l'enfant se construit est le cadre de référence égocentrique, il se base sur le point de vue du sujet et est dépendant de sa perspective et orientation. Les objets peuvent rapidement être localisés selon s'ils sont devant, derrière, à gauche, à droite, au-dessus ou au-dessous du sujet. Le cadre de référence allocentré utilise un système de coordonnées implicites, indépendant de l'observateur et de l'emplacement des objets.

3 Les apports technologiques dans l'enseignement relatif à l'orientation spatiale

Les technologies entourent notre quotidien ainsi que celui des enfants. Les premiers travaux en science de l'éducation autour de l'orientation spatiale remontent au programme LOGO dans les années 1970. Avec le développement des sciences et techniques ils n'ont fait que croitre. L'articulation entre connaissances spatiales et connaissances géométriques apparaît à travers l'utilisation des logiciels de géométrie dynamiques comme par exemple Cabri-Géomètre. Plus récemment des séquences didactiques impliquant des technologies pour le développement de connaissances spatiales émergent. On trouvera l'utilisation du logiciel Scratch dans les grands degrés (Billy et al. 2017). Pour les petits degrés certains chercheurs ont pu expérimenter des mini-robots comme les Bee-bot (Berrouiller & Eysseric, 2019). Ces divers apports technologiques permettent aux élèves d'interagir dans un espace sensible afin de développer des connaissances spatiales communes à la classe. Bien que très attractives chez les élèves, ces technologies ne sont pas de simples jeux (même s'ils en ont l'apparence) et leur utilisation en classe s'accompagne de situations de communications. Ces dernières ont pour but de compléter des situations d'actions par une formalisation des connaissances. Dans leurs travaux autour du repérage spatial, Rabatel et Martinez (2018) s'intéressent notamment à cette formalisation par l'étude de la production des traces écrites dans la

construction des connaissances spatiales. Dans sa thèse Duroisin (2015) a utilisé des villes virtuelles pour analyser le développement de connaissances spatiales chez les élèves de 6 à 15 ans. Pour cela elle a utilisé des tâches de reproduction d'itinéraires dans des villes européennes (routes irrégulier, intersections à plus de deux routes : une ou plusieurs à gauche et une ou plusieurs à droite) ou de américaines (environnement régulier et intersections de deux routes : une à droite, une devant, une à gauche). Elle identifie des stratégies différentes selon le type de ville et les différents indicateurs (servant de points de repère par exemple). Par exemple pour des parcours à reproduire dans des villes européennes la stratégie la plus utilisée met en relation des mouvements et des éléments de l'environnement (tourner à droite après la boulangerie). Dans les villes américaines les stratégies utilisées relèvent plutôt du comptage (prendre la deuxième à droite). Ainsi si on veut agir sur des connaissances spatiales, les villes européennes semblent plus adaptées. Finalement, elle soulève la présence très discrète du spatiale dans les classes et dans les évaluations. Selon elle les technologies ne peuvent qu'être des atouts supplémentaires pour « d'exercer des habiletés spatiales comme la visualisation et le changement de perspectives qui, comme cela a été mis en évidence dans ce travail, posent de nombreux problèmes aux élèves. » (Duroisin, 2015, p.437).

4 Habiletés spatiales et technologie quels potentiels pour la classe ?

Munit de ces différentes approches, il s'agit maintenant de s'interroger sur les potentiels apports de la technologie pour l'apprentissage et le développement d'habiletés spatiales en contexte scolaire. Tout d'abord, certains chevauchements entre la psychologie cognitive et la didactique semblent envisageables. En effet, le concept de cadres de références utilisé en psychologie (allocentré et égocentré) peut être rapproché des systèmes de références utilisés en didactique des mathématiques ; le repérage relatif qui prend en compte le point de vue du sujet, peut être rapproché du cadre de référence égocentré. Le repère subjectif qui utilise des repères indépendants du sujet et le repère absolu qui est dans l'environnement mais indépendant du sujet et des objets qui le composent peuvent être associés au repère allocentré. Ainsi des liens sont à faire entre les apports didactiques et psychologiques. Berthelot et Salin (1992) pointent le manque de situations du macro-espace dans l'enseignement. Les technologies peuvent permettre l'accès à un macro-espace simulé à travers les environnements virtuels. En effet, dans un environnement virtuel il est possible de créer un macro-epace selon des objectifs en ayant le contrôle des différentes variables de l'environnement. Ainsi la conception de situations mettant en œuvre des connaissances spatiales spécifiques semble envisageable. Cela nous amène à nous interroger sur le potentiel didactique des environnements virtuels utilisant des cadres de références divers. Nous souhaitons étudier dans quelle mesure un travail autour des cadres de référence (référentiels) et l'articulation de différents espaces, en particulier le macro-espace (simulé) et le micro-espace, peut agir sur l'acquisition de connaissances spatiales. Afin d'obtenir des éléments de réponse, nous avons construit une séquence d'enseignement impliquant l'utilisation d'un environnement virtuel. Cette séquence a été menée dans une école de Genève classée zone d'éducation prioritaire. Trois classes de différents degrés ont été impliquées, une classe de 4H (élèves de 7-8 ans) une classe de 5H (élève de 8-9 ans) et une classe de 6H (élèves de 9-10 ans).

II - LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT

Toutes les séances de la séquence utilisent une ville virtuelle (Fig. 1). Cette ville contient des routes grises, des façades grises et des façades de quelques magasins (coiffeur, boucherie, cinéma, …) que nous appelons des vitrines. Les élèves se déplacent dans la ville à l'aide des flèches directionnelles du clavier. Ils peuvent avancer ou reculer, tourner à droite ou à gauche. L'écran de l'ordinateur simule la vision d'un personnage immergée dans la ville et adopte son point de vue, il donne une perspective ego-centré de l'environnement. Cette simulation utilise un cadre égocentré, un repère relatif. Parfois les élèves ont accès à toute la ville et peuvent se rendre aux frontières de celle-ci. Parfois ils n'ont accès qu'à un quartier délimité par des barrières. Pour chaque séance les élèves sont en binôme. Nous souhaitons favoriser les échanges verbaux entre les élèves et recueillir le maximum d'informations sur leurs représentations. Parfois les élèves doivent manipuler des plans ou des supports papiers. Afin de ne pas favoriser une

orientation de ces supports, nous les avons découpés pour qu'ils aient une forme ronde. Ainsi les élèves peuvent tourner leur feuille librement, aucune orientation n'est proposée.



Fig. 1 : une rue de la ville virtuelle

1 Séance 1 – initiation

Lors de la première mise en situation les élèves ont accès à une partie de la ville. Ils peuvent se déplacer librement dans le quartier. Des vitrines y sont disposées. Cette première situation a pour but d'initier les élèves aux déplacements dans la ville par les flèches du clavier. Pour stimuler les élèves dans cette exploration nous leur demandons de trouver un maximum de vitrines différentes. Suite à cette exploration, un questionnaire permet de travailler la gauche, la droite, le demi-tour et quart de tour dans le contexte de la ville virtuelle.

2 Séance 2 – du virtuel au réel

La deuxième séance reprend une exploration d'un quartier de la ville. Les vitrines ainsi que les barrières ne sont pas placées au même endroit que précédemment, ainsi l'élève est face à une nouvelle ville. La tâche est de reconstruire ce quartier à l'aide de cubes en bois. Les cubes vierges représentent les façades grises et les autres portent le nom de vitrines du quartier (Fig. 2).

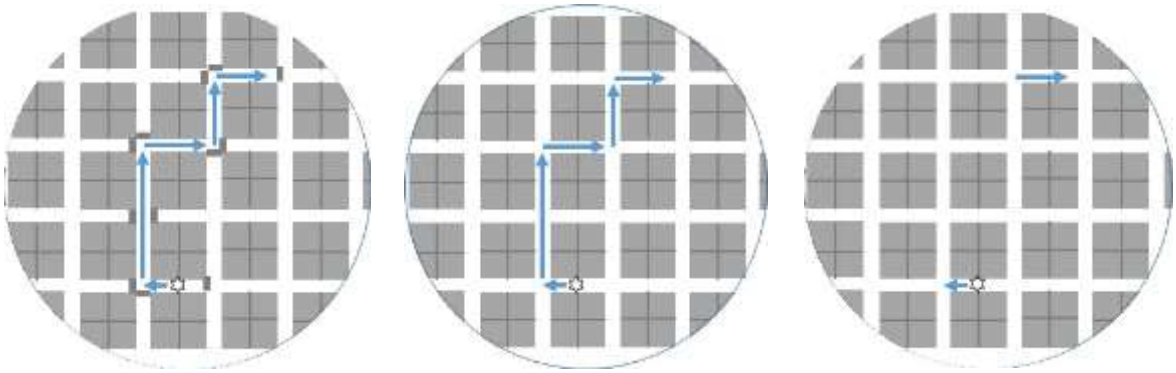


Fig. 2 : ensemble de cubes disponibles pour reconstruire le quartier

Cette séance a pour but de travailler une première mise en correspondance entre un cadre de référence égocentré utilisé lors de l'exploration de la ville dans l'environnement virtuel et un cadre de référence allocentré utilisé lors de la reconstruction du quartier avec les cubes.

3 Séance 3 – lecture de plan

Lors de cette séance, les élèves ont accès uniquement à chemin dans la ville virtuelle délimité par des barrières. Ils ont un plan succinct de ce quartier de la ville sur une feuille (Fig. 3).



1- plan de la ville pour les 4H 2- plan de la ville pour les 5H 3- plan de la ville pour les 6H

Fig. 3 : plans selon les degrés concernés

Pour les deux premières séances les trois classes utilisent la même tâche avec la même consigne. Dans cette troisième séance, le plan proposé aux élèves diffère selon la classe. Dans la classe de 4H le point de départ est indiqué ainsi que le parcours et les barrières qui contraignent le déplacement. Dans la classe de 5H les barrières ne sont plus représentées. Finalement dans la classe de 6H seuls le départ et l'arrivée sont visibles sur le plan. Ces personnalisations visent une adaptation de la tâche selon les degrés. Afin que les élèves les plus jeunes (4H) parviennent à articuler le cadre de référence allocentré du plan avec le cadre de référence égocentré de la ville virtuelle un maximum d'éléments à l'exploration du quartier sont représentés sur le plan. Ainsi les déplacements peuvent être anticipés à l'aide du plan tout comme les zones inaccessibles. A l'opposé pour les élèves les plus âgés (6H) le plan est épuré, la mise en correspondance entre le plan et la ville virtuelle est à la charge de l'élève tout au long du déplacement, l'anticipation de ce déplacement n'est plus possible.

Dans cette séance, les élèves doivent placer les gommettes qui mentionnent les vitrines au bon endroit sur le plan le long du parcours (Fig. 4).

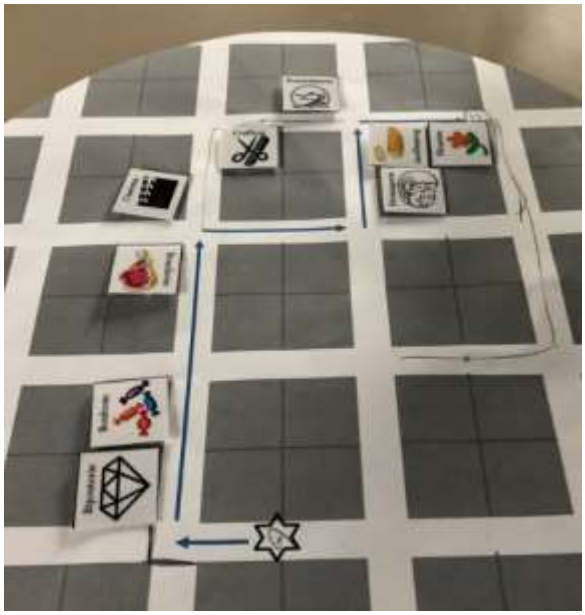


Fig. 4 : gommettes positionnées sur le plan

4 Séance 4 – une chasse au trésor

Dans la dernière séance les élèves ont accès à toute la ville, les barrières qui contraignaient le l'exploration ont disparu. Ils ont un plan simplifié de la ville à leur disposition avec un parcours dessiné (Fig. 5). L'objectif de la tâche est de réaliser le parcours dans la ville virtuelle et de trouver quel objet est au bout du parcours.

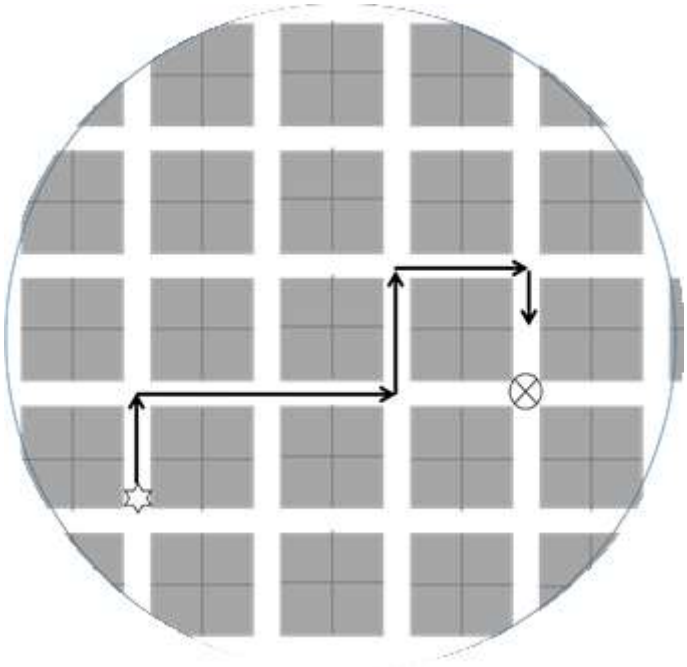


Fig. 5 : plan du parcours dans la séance 4

Dans cette tâche les élèves doivent articuler les deux environnements avec peu d'éléments sur le plan (aucune vitrine reportée sur le plan) et aucune indication directionnelle dans la ville virtuelle.

III - QUELQUES ÉLÉMENTS D'ANALYSE

1 Remarques générales

Bien que les élèves de 4H sont ceux qui ont rencontré le plus de difficultés, certaines difficultés se retrouvent dans les trois classes. Nous en présentons quelques-unes.

Lors de la séance 1 les rappels autour de la gauche, la droite ainsi que le demi-tour et quart de tour sont les bienvenus pour tous. L'objectif était de faire prendre conscience des rotations liées aux déplacements dans la ville virtuelle mais la terminologie reste fragile dans tous les degrés. Dans les séances suivantes certains élèves font l'économie des rotations et ne font pas demi-tour mais se déplacent à reculons. Ce déplacement, bien que très peu utilisé dans la vie réelle, est très accessible et économique dans la ville virtuelle car il permet de conserver à l'identique l'environnement extérieur. En effet si on fait un demi-tour, tout ce qui se trouvait à droite se retrouve à gauche après le demi-tour. Il s'agit alors d'adapter sa carte cognitive à la nouvelle orientation.

Une autre difficulté est liée à la modélisation de la ville. Certains élèves ne semblent pas prendre en compte que les magasins sont tous à un angle et possèdent donc 2 vitrines, chacune étant dans une rue différente. Cette difficulté provient certainement de la vision « grand angle » choisie dans la modélisation de la ville qui « aplatit » les angles dans les intersections.

Nous vous partageons plus en détails quelques analyses de la séance 2 qui nous semble être la plus intéressante.

2 Séance 2 – dans les productions

Cette séance a été la plus difficile pour les élèves, en particulier pour les 4H. La Fig. 6 représente une disposition des cubes correspondant au quartier de la ville avec le plan associé. Les bâtonnets de bois représentent les barrières au-delà desquels les élèves ne peuvent aller. Lors de l'exploration du quartier, trois intersections sont à reproduire ainsi que six voies sans issue.

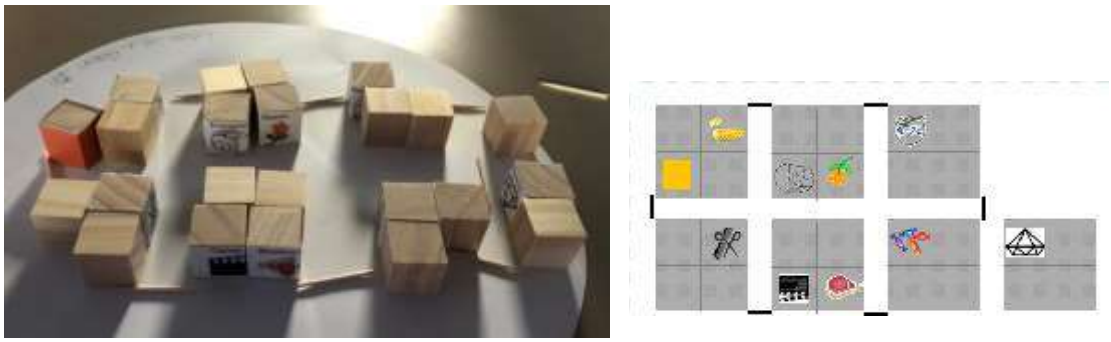


Fig. 6 : disposition des cubes pour la séance 2 avec le plan

Dans certaines reconstructions, quelques rues n'apparaissent pas, les cubes sont collés ou les intersections ne sont pas représentées. Une représentation extrême (Fig. 7-2) propose une seule rue et tous les cubes collés.



1- dispositions des cubes sans rues ou intersections



2- le quartier représenté comme une seule rue

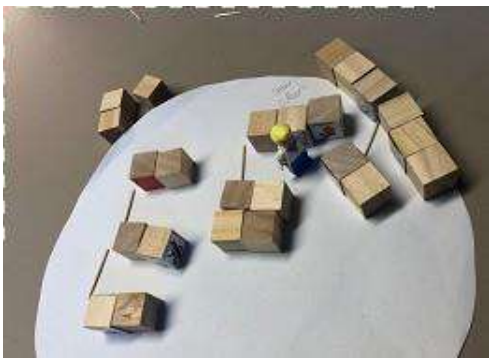
Fig. 7 : des rues et intersections non visibles

Une interprétation serait que la représentation du quartier n'est pas spatiale mais temporelle. Ainsi les élèves représentent ce qu'ils voient au fur et à mesure qu'ils découvrent le quartier, ils ne prennent alors pas en compte les relations entre les vitrines ou les espaces vides entre elles. La position des cubes est très dépendante du parcours de l'élève, il ajoute une vitrine ou une façade grise au fur et à mesure qu'il en aperçoit une.

Pour d'autres élèves les façades et vitrines sont mises en relation à l'échelle de la rue ou d'un bloc de façades mais les relations entre le rues et les blocs de sont pas prises en compte. Par exemples les vitrines sont positionnées en respectant des contraintes très locales (Fig. 8.). Dans la production de la Fig. 8-1 la fromagerie et le fleuriste sont l'un à côté de l'autre mais le marchand de bonbons n'est plus dans la même intersection que le fleuriste. Les différents blocs de cubes semblent déconnectés les uns des autres. Dans la Fig. 8-2 certaines correspondances dans une rue sont représentées comme la vitrine orange et le coiffeur et éventuellement le fleuriste et la poissonnerie. Cependant les intersections qui permettent la correspondance entre ces rues ne sont pas reproduites.



1- production d'élève avec rues déconnectées



2- production d'élève avec rues déconnectées

Fig. 8 : constructions en blocs déconnectés

Dans les échanges entre les élèves, on retrouve aussi ce manque de mise en correspondance entre les éléments du quartier. Par exemple pour le binôme de la Fig. 9 les élèves commencent à positionner les cubes et laissent penser que les cubes et groupes de cubes sont placés les uns par rapport aux autres.



1-Reconstruction des quartiers



2-Constat de l'éclatement des constructions chez les voisins



3- Éclatement des blocs de cubes, perte des liens entre les blocs

Fig. 9 : modification de la disposition des cubes

Les élèves du binôme regardent la construction de leurs voisins « ils n'ont pas mis comme nous » et « ils ont tout espacé » pour finir « on va faire comme eux ». Les élèves finalement écartent leur groupement de cubes. Cela nous laisse penser que les relations entre les groupements de cubes ne sont finalement pas prises en compte.

3 Séances 2 – dans les interactions des élèves

Pour certains binômes la répartition des responsabilités lors de la séance 2 associée à une communication difficile révèle les spécificités de chaque rôle. En effet l'élève qui explore la ville ne mobilise pas les mêmes habiletés spatiales que l'élève qui reconstruit la ville. Les échanges entre les élèves doivent prendre en compte les enjeux et contraintes du camarade. Voici un échange entre 2 élèves d'un même binôme. Alix est devant l'ordinateur et se déplace dans la ville. Camille tente de placer les cubes sur la feuille. Les élèves ont déjà commencé le travail et Camille vient de trouver la vitrine de la boulangerie.

Camille : boulangerie, boulangerie

Alix : oui mais je ne sais pas où c'est – c'est où par rapport à je sais pas moi le fleuriste

Camille : Là [montre sur l'écran] il y le coiffeur tu tournes et là il y a la boulangerie

Il semblerait que Camille identifie plutôt la ville à travers des quartiers selon les vitrines qui peuvent être visualisés par une rotation. À l'opposée Alix semble avoir besoin de point de repère réguliers qui permettent de relier l'ensemble des vitrines les unes aux autres. Ainsi chaque élève possède sa représentation personnelle d'une partie du quartier mais aucun recoupement entre leur représentation n'est fait et ils se retrouvent à échanger sur des représentations différentes. Aucun repère commun n'est utilisé dans leurs échanges et Alix se retrouve démunie face à sa tâche de reconstruction de la ville.

Dans d'autres binômes les échanges fonctionnent et ils communiquent pleinement en articulant en continu le cadre de référence de la ville avec celui des cubes, des points de repères sont explicités et partagés entre eux.

Élève avec les cubes qui regarde l'écran : ça c'est un immeuble orange, (…) comment on le pose maintenant (…) il est à côté de quoi (…) en face de quoi de quel magasin.

Pendant que l'élève avec les cubes pose des questions, l'élève qui opère les déplacements dans la ville essaie de tourner dans la rue de l'immeuble orange pour visualiser les autres bâtiments. Dans ce cas les deux élèves échangent et partagent le travail relatif au placement d'un cube sur la feuille. L'élève qui se déplace dans la ville donne des informations pour localiser la vitrine relativement aux vitrines voisines et l'élève qui a les cubes utilise ces informations pour positionner le cube sur la feuille. L'articulation entre les deux cadres de référence se fait à travers la communication entre les deux élèves.

Pour conclure, on remarque dans les échanges que le vocabulaire reste limité. Les élèves utilisent volontiers devant, en face, à côté ou derrière mais gauche et droite sont remplacés par des « là, ici, de ce côté » avec des gestes de la main.

IV - PERSPECTIVES

Nous avions conçu la séance 2 pour introduire le repère allocentré tout en gardant une projection possible dans la ville à travers la reconstruction de la ville en 3D. Il semble que les difficultés de communication à l'intérieur du binôme augmentent la complexité de la tâche. En imposant un travail en binôme dans la séance 2, les informations pour positionner les cubes ne sont pas les mêmes que celles pour explorer la ville. Cet écart dans les responsabilités et contraintes peut expliquer pourquoi certains binômes ne parviennent pas à finaliser la tâche. En effet parfois chaque élève du binôme est resté dans sa propre tâche d'exploration ou de construction. Si les besoins d'un élève ou de l'autre ne sont pas clairement explicités ou identifiés, la tâche risque de ne pas aboutir. Il est important que les élèves partagent des points de repères communs pour pouvoir communiquer autour des positions des différentes vitrines. Nous avions fait le choix de travailler en binôme pour s'assurer des échanges entre les élèves, on voit que cela n'est pas suffisant et qu'il faut s'assurer que chaque élève expérimente et identifie les besoins spécifiques de chaque tâche. Une nouvelle modalité consisterait à ce qu'un élève explore le quartier et construise seul le quartier avec les cubes. Un autre élève pourrait dans un deuxième temps valider la construction en comparant la position de vitrines particulières dans la ville virtuelle et dans les cubes. On pourrait aussi imaginer que chaque élève reconstruit sa ville puis les maquettes sont comparées.

Pour le moment des questions subsistent concernant les connaissances spatiales développées, en référence à quel savoir ? Un objectif secondaire consisterait à identifier comment ces connaissances s'articulent avec les connaissances géométriques ? Dans le but de répondre à ces questions nous avons déposé une demande de projet de recherche en collaboration avec les psychologues. L'objectif de cette recherche est de suivre plusieurs classes sur 3 ans et d'identifier d'éventuels liens entre un travail autour des cadres de référence, l'exploration de villes virtuelles et l'évolution des connaissances géométriques voire mathématiques.

V - BIBLIOGRAPHIE

Bell, S. (2002). Spatial cognition and scale: A child's perspective. *Journal of Environmental Psychology, 22*(1–2), 9–27. http://doi.org/10.1006/jevp.2002.0250

Berrouiller, C., & Eysseric, P. (2019). Beebots et bluebots en classe : une analyse de pratiques professionnelles. In *45e colloque COPRIELEM*. Blois, France.

Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire.* Thèse de doctorat en mathématiques, Université de Bordeaux I.

Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N, 65*, 37-59.

Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N, 53*, 39-56.

Billy, C., Cabassut, R., Petitfour, E., & Tempier, F. (2017). Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? In *Colloque Mathématiques en Cycle 3*, IREM de Poitiers, Jun 2017. Poitiers, France.

Brousseau, G. (1983). Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, LSD IMAG*, Université J. Fourier, Grenoble.

Buckley, J., Seery, N., & Canty, D. (2019). Investigating the use of spatial reasoning strategies in geometric problem solving. *International Journal of Technology and Design Education*, *29*(2), 1–22. http://doi.org/10.1007/s10798-018-9446-3

Caroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities. A survey of factor-analytic studies* (1st ed.). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Clairaut, (1741). *Eléments de géométrie.* Paris, France : Imprimerie et librairie classique de Jules Delalain.

Dias, T., & Serment, J. (2017). Formation à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres, *Actes du 43ème colloque de la COPIRELEM*, Le Puy les 12, 13 et 14 Juin 2016.

Dornier, J., & Coqueret, M. (2009). On retrouve sa place ! De l'espace vécu à l'espace appréhendé au cycle 2. *Grand N, 83*, 85–95.

Duroisin, N. (2015). *Quelle place pour les apprentissages spatiaux à l'école ? Etude expérimentale du développement des compétences spatiales des élèves âgés de 6à 15 ans.* Thèse de doctorat. Université de Mons.

Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères Irem, 17,* 121–138.

Laborde, C. (2004). Come la geometria dinamica puo rinnovare i processi di mediazone delle conoscenze matematiche nella scuola primaria. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.), *La didattica della matematica: una scienza per la scuola* (pp. 19–28). Bologna, Italy.

Masselot, P., & Zin, I. (2008). Exemple d'une situation de formation pour aborder la structuration de l'espace aux cycles 1 et 2. In *XXXIVe colloque COPIRELEM* (p. 108). Reims.

McGee, M.G. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and influences. *Psychological Bulletin, 86*(5), 889–918.

Montello, D. R. (1993). Scale And Multiple Psychologies Of Space. In *Lecture Notes in Computer Science 716* (pp. 312–321). Berlin, Germany: Springer Verlag.

Newcombe, N. S. (2016). Thinking spatially in the science classroom. *Current Opinion in Behavioral Sciences, 10*, 1–6. http://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.010

Piaget, J., & Inhelder B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*.

Piaget, J., & Inhelder B. (1972). *La représentation de l'espace chez l'enfant* (2e édition). Presses Universitaires de France.

Rabatel, J.-P., & Martinez, J.-L. (2018). Quelles traces opérationnaliser les apprentissages dans un jeu articulant tangible et numérique ? In *IXIVe colloque COPRIELEM*. Epinal, France.

Soury-Lavergne, S., & Maschietto, M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in probleme solving with technology at primary school. *ZDM The International Journal of Mathematics Education, 47*(3), 435–449.

Tolman, E. C. (1948). Cognitive maps in rats and men. *Psychological Review, 55*(4), 189–208.

Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology, 101*(4), 817–835. http://doi.org/10.1037/a0016127

Wang, L., Cohen, A. S., & Carr, M. (2014). Spatial ability at two scales of representation: A meta-analysis. *Learning and Individual Differences, 36.* http://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.10.006

DISPOSITIFS DE FORMATION À DISTANCE : ÉTUDE DES REPRÉSENTATIONS DES FORMATEURS

Richard CABASSUT
MCF en didactique des mathématiques
Université de Strasbourg
Laboratoire LISEC EA 2310
richard.cabassut@unistra.fr

Marc TRESTINI
MCF en Sciences de l'Information et de la Communication
Université de Strasbourg
Laboratoire LISEC EA 2310
marc.trestini@unistra.fr

Résumé
Pour accompagner les réformes sur la formation des enseignants, des ressources en lignes et des dispositifs de formation à distance sont proposés. L'objectif de notre recherche est d'explorer la manière dont sont conçus, mis en œuvre et évalués ces dispositifs à travers les représentions (*beliefs*) qu'ont les formateurs de l'enseignement à distance. Nous limiterons ici notre étude à la formation à distance sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Notre objectif sera ici d'observer chez des formateurs d'enseignants leurs représentations de la formation à distance et d'analyser la manière dont ces dernières influencent leur façon de concevoir leurs scénarios pédagogiques à distance. Différents dispositifs de formation seront interrogés : M@gistère[1], dispositif de formation continue des enseignants français ; des formations universitaires initiales ou continues ; des dispositifs de ressources en ligne ouvertes à tous. Pour la collecte des données, la méthode des questionnaires et des entretiens semi-directifs sera retenue auprès de concepteurs ou formateurs de ces dispositifs.

I - CONTEXTE DE L'ETUDE

Le rapport Filâtre (Filâtre, 2016, p.10) rappelle ; à propos des transformations sur la formation initiale et continue des enseignants ; l'importance des formations à distance : « Ces transformations […] nécessitent pour l'enseignant de maîtriser de nouvelles compétences […] capacité à concilier espace et temps, présence et distance, individu et groupe, maîtrise des outils, des ressources, des réseaux, des accès au savoir ». Les MOOCs sont évoqués explicitement : « Pour se préparer aux différentes formes et modalités d'une FTLV [formation tout au long de la vie], il [l'enseignant stagiaire] doit […] se former au moyen de ressources à distance comme les MOOCs, etc » (*Ibidem,* p.19). Les formes hybrides de formation sont signalées : « redéfinir le modèle de formation continue en intégrant des formats hybrides […] favoriser plusieurs combinaisons : formation en présentiel et formation à distance, auto-formation et co-formation (p.23) » (*Ibidem,* p.23).

Dans ce contexte général l'enseignement des mathématiques en France connaît des réformes importantes : les programmes d'enseignement ont été renouvelés pour la maternelle en 2015 et pour les cycles 2 à 4 de la scolarité obligatoire en 2016 avec des ajustements en 2018, puis une réforme du lycée et du baccalauréat en 2019. Une réforme de la formation initiale des enseignants, incluant de nouvelles maquettes de formation et de nouveaux concours de recrutement doit démarrer en 2020. Dès 2019, un nouveau schéma directeur de la formation continue est adopté prévoyant que « la diversification des

[1] http://eduscol.education.fr/cid73451/dispositif-numerique-m@gistere.html

moyens de formation s'appuie sur des actions [...]en distanciel et hybrides, notamment grâce à la plateforme M@gistère » (MEN, 2019).

Le rapport Villani-Torossian recommande de « développer la formation continue en mathématiques des professeurs des écoles. Dans chaque circonscription, favoriser le développement professionnel entre pairs et en équipe, et nommer un troisième conseiller pédagogique, « référent mathématiques » (Villani & Torossian, 2018, p.10). Pour mettre en application la formation de ces référents mathématiques des formations sont déployées et accompagnées à distance sur la plateforme M@gistère du Ministère.

C'est pourquoi il nous a paru intéressant d'étudier chez des formateurs d'enseignants de mathématiques, impliqués dans des formations ayant une composante à distance, leurs représentations de la formation à distance. Précisons maintenant le cadre théorique de cette étude.

II - QUELQUES NOTIONS THÉORIQUES

Adoptons les définitions de Philipp (2007, p.259) concernant les représentations ou croyances (*beliefs*) et les connaissances (*knowledges*) : « Représentation [ou croyance] - Compréhensions psychologiques, prémisses ou propositions sur le monde considérées comme vraies. Les croyances sont plus cognitives, sont ressenties moins intensément et sont plus difficiles à changer que les attitudes. Les croyances peuvent être considérées comme des lentilles qui influent sur la vision de certains aspects du monde ou comme des dispositions à l'action. […] Connaissances - croyances tenues avec certitude ou croyances justifiées vraies. Ce qui est connaissance pour une personne peut être croyance pour une autre, selon que l'on considère la conception comme indiscutable »[2]. Les représentations des enseignants et des formateurs sur l'enseignement des mathématiques peuvent expliquer en partie les caractéristiques de cet enseignement comme le montrent de nombreuses recherches (Philipp, 2007 ; Kaiser, 2006, Mischo & Maass, 2013 ; Bandura, 2007). Notre objectif est ici d'observer chez des formateurs d'enseignants leurs représentations de la formation à distance. Nous adoptons la conception du Conseil Supérieur de l'Education du Quebec (2015, p.4) concernant la formation à distance : « la notion de « formation à distance » dans son sens large, c'est-à-dire comme une activité qui implique, à un certain degré, une dissociation de l'enseignement et de l'apprentissage dans l'espace ou le temps ».

L'ingénierie de formation appliquée aux formations à distance réfère aux démarches et méthodes de conception de dispositifs de formation. L'ingénierie de formation se distingue donc de l'ingénierie pédagogique en ce qu'elle prend en compte de nouvelles activités (administratives, techniques, de gestion de la formation) comme le précise Oubahssi & Grandbastien (2007) : « La plupart des propositions d'ingénierie sont prioritairement centrées sur l'activité de l'apprenant qui ne représente qu'une vue partielle de l'activité globale ou ne se concentrent que sur une catégorie donnée d'acteurs et non sur la globalité d'un dispositif d'activités instrumentées ».

III - MÉTHODES

Notre recherche est qualitative et exploratoire dans le sens où elle vise à formuler des questions et conjectures pour des recherches (confirmatoires) futures.

Nous avons volontairement limité notre étude aux dispositifs impliquant l'enseignement des mathématiques. En effet, nous faisons l'hypothèse que la nature du savoir en jeu dans un dispositif de formation peut influer sur les représentations de la formation à distance. Par exemple, dans une étude récente sur trois MOOC dont l'un impliquant l'enseignement des mathématiques, Trestini & Cabassut (2017) montrent la singularité du MOOC impliquant les mathématiques quant aux représentations sur

[2] Traduction des auteurs. Citation originale : « Beliefs – psychologically held understandings, premises, or propositions about the world that are thought to be true. Beliefs are more cognitive, are felt less intensely, and are harder to change than attitudes […] Knowledge – beliefs held with certainty or justified true belief »

les difficultés du MOOC. En neutralisant la variable liée à la nature du savoir en jeu, nous pouvons mieux mettre en évidence les autres variables. Par ailleurs, nous avons également observé le rôle que joue l'institution au niveau national : institution type ministère (M@gistère), université (MOOC EFAN maths), association (Mathscope). Cela nous a conduit à choisir des dispositifs de formation représentatifs de ces différentes institutions.

Nous nous sommes intéressés aux dispositifs suivants.

- M@gistère[3], dispositif de formation continue des enseignants français (accès contrôlé institutionnellement),
- Formations universitaires avec certification (Gelis & Kermorvant, 2012),
- MOOC (Aldon, 2015 ; Trestini & Cabassut, 2017), par exemple avec eFan Maths avec France Université Numérique (accès libre, sans certification nécessaire).
- Dispositif de ressources en ligne ouvertes à tous qui regroupe des OER[4] comme Mathscope[5], Télé Formation en Mathématiques (TFM)[6], … qui constituent des exemples de ressources en libre accès (Artigue & Gueudet, 2008 ; Cabassut & Trestini 2015)… Pour ce dernier dispositif nous n'avons pas pu trouver de professionnel disponible pour notre étude dans les contraintes de temps fixées.

L'étude de ces dispositifs nous a permis d'observer les similarités et les différences au niveau des institutions, de la scénarisation pédagogique et des objectifs fixés.
A l'exception des dispositifs de ressources en ligne ouvertes à tous, pour lequel nous n'avons pas trouvé dans le temps imparti de formateur impliqué, les formateurs interrogés ont été impliqués dans au moins un des dispositifs précédents. Nous avons volontairement privilégié la diversité en nous adressant à 9 professionnels de l'éducation intervenant dans des dispositifs très différents mais ayant le même objectif de former des enseignants en mathématiques. Dans la suite nous noterons de R1 à R9 les 9 répondants au questionnaire préalable et aux entretiens.

1 Questionnaire préalable

Un questionnaire préalable (annexe1), adressé en ligne aux formateurs interrogés, nous a permis de proposer une première analyse descriptive des données récoltées. Ce questionnaire était composé de deux parties, l'une portant sur des données de contexte (description de la formation et profils des acteurs) et l'autre sur la caractérisation du dispositif mis en œuvre (présentiel/distanciel, scénarisation, accompagnement, médiation, ouverture).

Ces questions caractérisent les dispositifs de formation et les scénarios pédagogiques mis en œuvre par les concepteurs et formateurs interrogés, en s'inspirant des travaux consacrés à *l'Élaboration d'un cadre de référence permettant de caractériser les dispositifs hybrides*[7] *de formation* (Burton & al., 2011). Cinq dimensions principales caractérisent tout dispositif de formation hybride[8] en lien avec ce cadre de référence :

1. la mise à distance et les modalités d'articulation des phases présentielles et distantes,
2. l'accompagnement humain,
3. les formes particulières de médiatisation,
4. les formes particulières de médiation, liées à l'utilisation d'un environnement technopédagogique,
5. le degré d'ouverture du dispositif.

[3] http://eduscol.education.fr/cid73451/dispositif-numerique-m@gistere.html

[4] Open Educational resources

[5] Mathscope : https://www.apmep.fr/-Mathscope-

[6] Voir Cabassut et Trestini (2015).

[7] Nous faisons l'hypothèse que tout dispositif interrogé est par nature hybride et que le taux d'hybridation varie d'un dispositif à un autre (de 0 présentiel à 100% de présentiel par exemple).

[8] Cinq dimensions issues des travaux de Deschryver et al. (2011), travaux qui ont largement contribué à l'élaboration de ce cadre de référence.

2 Entretiens semi-directifs

Les entretiens semi-directifs (Bernard, 2006) détaillés en annexe 2, ont permis d'interroger tous les répondants au questionnaire et de préciser quelles tâches de formation ont été envisagées et quels objectifs ont été visés et comment ces tâches et ces objectifs sont justifiés du point de vue du formateur et de l'ingénierie pédagogique (David & al., 2007).

Le dernier point de notre notre guide d'entretien concernait les représentations des acteurs sur les spécificités de la formation à distance par rapport à la formation en général, par rapport aux mathématiques, et par rapport aux techniques pour réaliser une tâche.

3 Témoignages particuliers

Nous avons aussi observé que les différents formateurs interrogés n'avaient pas toujours les mêmes perceptions des dispositifs ; ceci étant certainement lié à des vécus différents. Nous avons donc choisi de faire l'analyse supplémentaire des entretiens semi-directifs de témoignages particuliers : celui d'un même formateur impliqué dans deux dispositifs différents (un contrôlé institutionnellement et l'autre libre) et celui de deux formateurs différents impliqués dans un même dispositif.

IV - RÉSULTATS ISSUS DES QUESTIONNAIRES ET DES ENTRETIENS

Concernant le questionnaire préalable nous renvoyons à Trestini & Cabassut (2019) pour un compte rendu statistique descriptif des résultats par question. Nous retiendrons de ces résultats du questionnaire préalable la mise en évidence d' une ligne de partage entre les dispositifs contrôlés, de faibles effectifs, qui semblent vouloir conserver une même liberté pédagogique que celle acquise en présentiel et de l'autre côté, des dispositifs moins contrôlé institutionnellement, à gros effectifs, qui cherchent à innover en termes d'organisation et de scénarisation pédagogique (pour rompre avec les habitudes du présentiel pour s'adapter à la distance) et dont les méthodes pédagogiques sont certes plus innovantes mais aussi davantage prescrites. Nous posons en outre comme hypothèse que l'effectif semble à l'origine de la scission. Examinons maintenant les résultats des entretiens éclairés par certains résultats du questionnaire préalable. Volontairement nous regroupons les informations issues des questionnaires et des entretiens pour illustrer les thèmes qui ressortent de notre analyse.

1 Formation à distance et mathématiques

La question du guide d'entretien « Est-ce que dans les dispositifs de formation à distance, il existe des spécificités liées à la discipline enseignée ? aux mathématiques en particulier ? » à propos de la discipline enseignée, les mathématiques, est ambiguë. En effet, pour certaines formations, la discipline enseignée est constituée de mathématiques pures et dans d'autres formations il s'agit de didactique des mathématiques. Dans ce cas les spécificités sont davantage de l'ordre des spécificités de l'enseignement à distance des didactiques disciplinaires que de l'enseignement à distance des disciplines ; ce qui permet d'ailleurs d'explorer un champ plus large. Nous savons par exemple que dans une formation d'enseignants en général, les stagiaires sont en demande d'exemples de « bonnes pratiques » et de leçons spécifiques de la matière enseignée. Et un des formateurs nous dit que cela ne pose pas de problème d'en proposer à distance. « Des vidéos de classe par exemple peuvent être facilement diffusées pour répondre à ce besoin. Par contre, ce qui ne marche pas à distance, c'est que les stagiaires ne peuvent pas s'observer de manière croisée » (R1). Autrement dit, les études de leçons (*Lesson Studies)* par exemple qui visent à ramener "l'ordinaire de la classe" au cœur de la formation sont difficiles à mettre en œuvre à distance » (R1). Certains formateurs expriment leur malaise à distance comparé au présentiel, lié au fait qu'à distance un certain nombre de signes ne passent pas (communication non verbale notamment) et que la vidéo ne remplace pas le présentiel. Ce malaise d'ailleurs n'est pas spécifique aux mathématiques ou à la didactique des mathématiques, et serait indépendant du contenu enseigné. De même une difficulté liée à l'écriture mathématique (algébrique ou géométrique) , spécifique au mathématiques, n'est pas directement liée au à-distance ou au présentiel, mais plutôt aux instruments dont on dispose.

Par exemple une écriture algébrique à la main, en présentiel ou à distance, est plus facile qu'une écriture par l'intermédiaire d'un clavier, que ce soit en présentiel ou à distance. Il est vrai que certains dispositifs à distance ne prévoient que l'écriture par l'intermédiaire d'un clavier pour échanger à distance.

2 Caractéristiques des dispositifs

Nous distinguons deux grandes catégories : les dispositifs contrôlés institutionnellement (M@gistère, Enseignement à Distance (EAD), Télé-enseignement de master des Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation (MEEF), Formation Ouverte et A Distance (FOAD)) et les dispositifs libres (MOOC, Ressources en ligne, etc.). Un dispositif est contrôlé institutionnellement si la participation d'un formé est contrôlée par une institution : des EAD certifiés par une Université qui en contrôle l'accès, des formations continues auprès d'enseignants (type M@gistère) contrôlées par l'employeur (ici le Ministère de l'Education) qui donne les moyens de développement de telles formations, désignant parfois le public autorisé à s'y inscrire. Les MOOC ne font pas partie de cette catégorie car l'accès y est libre. Les ressources en ligne peuvent être également d'accès libre ou d'accès marchand[9].

Une comparaison de ces deux catégories montre une forme de progressivité dans l'intensité du contrôle exercé par les institutions allant d'un contrôle relativement important dans les dispositifs de type M@gistère vers une absence de contrôle dans les MOOC, avec un contrôle intermédiaire pour les dispositifs de type EAD, FOAD. Plus l'effectif est important moins le dispositif semble contrôlé institutionnellement. Les dispositifs MOOC étudiés dans notre enquête ont de gros effectifs de l'ordre de plusieurs milliers contre quelques centaines pour les autres dispositifs. Plus l'effectif augmente, moins le contrôle pèse sur la formation. Est-ce parce que, s'il y a un effectif important, il est difficile d'imposer des règles précises (on ne peut pas suivre de la même manière 20 étudiants et 5 000 étudiants) ? Est-ce à cause du statut du dispositif, lequel déterminerait à lui seul l'intensité de ce contrôle ? Avec des M@gistères de plus de 1000 personnes aurions-nous le même phénomène ? Est-ce bien le statut du dispositif qui est la cause d'un contrôle renforcé de la part de l'institution ou est-ce simplement lié à l'effectif ? Quand un enseignant intervient dans un groupe dont l'effectif est important, il va de soi qu'il contrôle moins les activités qui s'y déroulent. Pour un M@gistère l'effectif est plus faible que dans un MOOC, les échanges entre les enseignants et les formés sont plus faciles et donc plus nombreux que dans un MOOC. De même le contrôle des situations d'apprentissage paraît plus important dans les dispositifs à faible effectif de type M@gistère et EAD que dans les dispositifs à fort effectif. Quand l'effectif est faible, le contrôle de l'enseignant est facilité, et par conséquence le contrôle institutionnel, puisqu'on peut imposer plus facilement aux formateurs et aux formés des schémas, lesquels deviennent plus faciles à établir dans un travail avec de petits effectifs. Si les effectifs sont importants, il est plus difficile de vérifier si la formation se déroule selon des règles précises, plus difficiles à vérifier institutionnellement : décrochage, non-respect de la règle… Est-ce que la vraie variable explicative du caractère institutionnellement contrôlé du dispositif, n'est pas en définitive l'effectif plutôt que le statut de la formation. L'effectif est-il une variable cachée ?

Dans les dispositifs contrôlés, les contraintes institutionnelles (choix de la technologie, effectifs imposés, équipes pédagogiques constituées, modalités de formation souvent prescrites…) semblent peser plus fortement sur l'ingénierie pédagogique que dans les dispositifs libres. Lorsque les formations à distance sont contrôlées institutionnellement, la volonté de *reproduire* à distance le cours en présentiel semble dominante contrairement aux dispositifs libres où le modèle de formation s'écarte davantage du modèle en présentiel (plus « créatif-innovant » où l'idée dominante est plutôt de reconstruire des modèles adaptés à la distance). Par exemple dans un MEEF[10] à distance, les cours dispensés dans les dispositifs contrôlés sont « *calqués* sur un MEEF présentiel » (R7), « nous avons *reconstitué* la séance d'exercices en classe dans le monde virtuel avec la vidéo qui remplace le maître et qui corrige au tableau. Le forum de discussion *remplace* l'élève qui pose une question… » dit un autre (R3). Un autre exemple du poids des

[9] Dans le cadre de cette recherche nous n'avons pas encore étudié les ressources en ligne (type Mathscope évoqué précédemment).

[10] Master MEEF : Master métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

contraintes institutionnelles sur l'ingénierie pédagogique est donné par un formateur impliqué dans un dispositif de 450 personnes (contrôlé institutionnellement). Il explique « que le principal problème réside dans l'impossibilité pour des raisons budgétaires de mettre les étudiants en petits groupes ; il faudrait pour cela engager plusieurs personnes en parallèle » (R3). L'équipe pédagogique a alors imaginé un dispositif qui utilise le présentiel pour transmettre le cours sous la forme de vidéo et les forums de discussion pour les exercices.

3 Apport des technologies

Seul un formateur de dispositif « contrôlé » a cité un intérêt de la formation à distance. Pour reprendre ses mots, il l'a appelé « la gestion de l'agenda ». « Comme les étudiants sont partiellement en stage, et qu'ils n'habitent pas forcément proche du centre de formation, la formation à distance permet d'optimiser le temps de formation en donnant à tout un chacun la possibilité de s'y connecter quand bon lui semble quelle que soit l'heure du jour ou de la nuit (R3) ». En complément à ce témoignage, seuls les formateurs intervenant dans de dispositifs « libres » de type MOOC, relèvent la plus-value qu'apportent le numérique et la distance à la formation des enseignants. Ces formateurs des MOOC (R4 et R1) ont dans ce cas précis une réflexion plus approfondie que les autres sur l'usage des technologies en formation et du plus qu'elles apportent à la formation. Est-ce que la personnalité et la sensibilité des personnes interrogées ne jouent pas un rôle déterminant dans la manière d'analyser la formation des enseignants à distance ? A la suite de ce constat nous avons décidé de travailler sur des profils particuliers de formateurs interrogés.

4 Un même formateur dans deux dispositifs différents

Le témoignage de R4 est intéressant pour comparer un dispositif de type MOOC à un dispositif de type M@gistère/P@iformance en neutralisant la variable liée à la sensibilité du formateur et à sa connaissance des dispositifs de formation à distance (puisqu'il s'agit du même formateur dans les différents dispositifs). R4 a participé trois années de suite à la formation du MOOC « EFAN Math », et a participé également à une formation à distance hybride organisée par le Ministère. R4 estime respectivement le nombre de formés à 3000 pour le MOOC et 1000 pour la formation hybride, ces deux formations étant continues, sans certification, et soutenues par le Ministère de l'Education.

Concernant l'hybridation : tout est à distance dans le MOOC alors que l'hybridation est estimée à 50 % dans l'autre formation, que nous désignerons par formation hybride. Le présentiel est privilégié dans les phases suivantes : les activités d'ordre pédagogique (gestion et organisation d'un groupe, travail individuel, coopération…), les activités d'ordre didactique (sur les contenus enseignés et leur présentation…). Les autres activités (présentation de la formation, gestion des tâches administratives de la formation, activités d'ordre méthodologique, activités d'évaluation, activités liées aux institutions, à l'éthique ou à la responsabilité du formé) sont uniquement à distance comme pour le MOOC. Nous formulons la conjecture suivante : ces dispositifs ayant été conçus par des didacticiens : le présentiel est considéré comme lieu de valorisation du pédagogique et du didactique.

Concernant la scénarisation du dispositif de formation : dans la formation hybride, des outils de communication synchrone (chat, visioconférence, classe virtuelle, …) apparaissent. Pour nous c'est un paradoxe, puisque la présence du présentiel en hybride pourrait se dispenser de ces outils. Une explication relative au caractère massif du dispositif MOOC ne semble pas à retenir puisque le dispositif hybride était également massif. Nous ne savons pas expliquer cette différence.

Des polarités opposées dans les réponses apparaissent dans les cas suivants.

Le caractère ouvert à tous, sans condition d'inscription relève seulement du MOOC puisque la formation hybride est, à l'opposé, organisée et contrôlée par le Ministère, dans le cadre de la formation continue institutionnelle.

Concernant la liberté du formateur, le formateur était plutôt complètement libre de définir les méthodes pédagogiques dans la formation hybride alors qu'il était moins libre dans le MOOC où le dispositif déterminait plutôt entièrement les situations d'apprentissage par rapport à la formation hybride.

Ces variations sont-elles liées à des variations de conception (et peut-être de perception par ce formateur) entre ces formations ?

5 Un même dispositif investi par deux formateurs différents

R4 et R1, ont participé au MOOC « EFAN Math ». Comparons les réponses à polarités différentes. R4 est enseignant du secondaire alors que R1 est enseignant-chercheur, avec de plus un domaine de recherche lié aux outils numériques. Nous avons relevé seulement quelques éléments de différence :

- Concernant la scénarisation, R4 ne répond pas à la question « Pourriez-vous dire en quelques mots sur la manière dont a été scénarisée la formation ? » tandis que R1 indique qu'elle est scénarisée par du travail par projets.

- A la question « était-il prévu de mettre à disposition des formés en formation des outils d'interactions ? », R4 répond oui alors que R1 répond non. Est-ce parce que R1 n'a participé qu'à la saison 1, où la plateforme Moodle était utilisée à la place de Viaeduc[11], et que cette plateforme est nettement moins interactive ?

- Les autres différences entre R4 et R1 concernent la question sur les trois catégories d'ouverture de la formation. R4 et R1 s'accordent pour déclarer le MOOC eFan Math ouvert à tous, sans condition d'inscription : âge, diplôme, prérequis, droits d'inscription.

- Sur les autres éléments d'ouverture, R1 déclare que le dispositif ne se rapproche pas du tout d'un dispositif ouvert à un public de formés identifiés, avec un cadrage précis du nombre d'heures de travail à effectuer, des productions à rendre, des objectifs à atteindre (type EAD), alors que R4 déclare qu'il s'en rapproche beaucoup, ce qui semble contredire sa réponse à la question précédente. Est-ce le fait que le changement de plateforme (Moodle ouvert à tous pour la version de R1 et Viaeduc réservé aux membres de l'Education Nationale pour la version de R4) induit un filtrage indirect des participants ?

Pour compléter la comparaison entre R4 et R1 sur les croyances, relevons quelques éléments de l'entretien avec R1.

- R1 a conçu et participé à des formations hybrides type P@irformance (Soury-Lavergne & al. 2013), et au MOOC eFan Math. R1 a conçu un M@gistère pour la formation dans lequel il n'a pas participé.

- R1 n'a jamais pratiqué de travail synchrone à distance. On pourrait s'interroger sur le pourquoi de cette absence.

Pour R1 l'observation en présentiel et la discussion en présentiel qui suit est plus riche que le asynchrone et que l'écrit parce que cela permet de mieux expliciter et de mieux prendre en compte la dimension affective des échanges (voir annexe 3).

V - CONCLUSION

Dans cette recherche exploratoire qualitative, à partir de réponses à un questionnaire et d'entretiens semi-directifs, nous repérons quelques représentations de formateurs impliqués dans la formation à distance d'enseignants et mettons en évidence quelques généricités et spécificités liées à ce type de formation, en comparaison de celles qui sont conduites en présentiel. Il est possible de conjecturer des liens entre la perception des formateurs de ce que pourrait être « une bonne » formation d'enseignants et la scénarisation d'un dispositif de formation à distance répondant à cette perception.

Parmi ces conjectures, nous remarquons qu'il semble exister une ligne de partage entre d'une part, les dispositifs contrôlés institutionnellement (M@gistère, P@irformance, EAD, …) qui affichent des effectifs relativement faibles (quelques centaines), caractérisés par une volonté de reproduire à distance ce qui se fait traditionnellement en présentiel, conservant la liberté pédagogique acquise en présentiel et d'autre

[11] Viaeduc est une plate-forme d'échange à distance, réservée au personnel de l'éducation nationale. Tout personnel de l'éducation nationale peut y accéder moyennant un identifiant et un mot de passe.

part, des dispositifs moins contrôlés institutionnellement (type MOOC), à gros effectifs (plusieurs milliers), qui cherchent à innover en termes d'organisation et de scénarisation pédagogique (rompre avec les habitudes organisationnelles du présentiel pour s'adapter à la massification de la formation) mais dont les méthodes pédagogiques sont certes plus innovantes mais aussi davantage prescrites. Nous conjecturons que l'effectif (nombre d'inscrits à ces formations) est à l'origine de cette ligne de partage et qu'il détermine les caractéristiques que nous venons de décrire.

Enfin nous conjecturons une autre ligne de partage entre des croyances sensibles au contenu à enseigner, qu'il soit mathématique (chez R5, R7, R8) ou didactique des mathématiques (chez R3, R6), et des représentations sensibles à une pédagogie de l'enseignement à distance, intégrant des spécificités de l'enseignement à distance (chez R1, R4, R9). L'illustration prototypique de cette ligne de partage étant celle du concepteur d'un enseignement à distance, choisi pour son expertise sur le contenu et n'ayant pas d'expérience d'enseignement à distance. Il paraît donc intéressant d'orienter la recherche sur le lien entre la formation (à l'enseignement à distance et à sa pédagogie) qu'ont reçue les concepteurs de formation à distance et les formateurs de ces formations, et les caractéristiques des formations à distance qu'ils conçoivent ou qu'ils mettent en œuvre. Ce serait un enjeu de la formation de formateurs que d'y développer la pédagogie de la formation à distance. Une suite de ce travail pourrait être de mettre en place des dispositifs expérimentaux pour tester les conjectures proposées.

Au moment où la formation, des Référents Mathématiques de Circonscription et plus généralement des professeurs d'école, va connaître un développement important dans sa composante à distance notamment au moyen du dispositif M@gistère, il apparaît important que la formation à distance soit objet de recherche, d'autant que le rapport Villani-Torossian, a souligné l'importance de la réflexion sur l'efficacité des dispositifs mis en place. La recherche nous semble un moyen plus pertinent que la communication, pour vérifier l'efficacité des dispositifs de formation à distance.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Aldon, G. (2015). MOOC, Formations à distance, Formations hybrides. *Revue MathemaTICE n°46.*

Artigue, M., Gueudet, G (2008). Ressources en ligne et enseignement des mathématiques. *Université de Saint-Flour. Quelle place pour l'enseignement des mathématiques ? Saint-Flour, France.* https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00460364.

Bandura, A. (2007). *Auto-efficacité. Le sentiment d'efficacité personnelle.* Bruxelles : De Boeck université. (trad. fr. de J. Lecomte).

Bernard, H.R. (2006). *Research methods in cultural anthropology.* AltaMira Press: New-York: U.S.A.

Burton, R., Borruat, S., Charlier, B., Coltice, N., Deschryver, N., Docq, F. et Villiot-Leclercq, E. (2011). Vers une typologie des dispositifs hybrides de formation en enseignement supérieur. *Distances et savoirs*, *9*(1), 69-96. https://www.cairn.info/revue-distances-et-savoirs-2011-1-page-69.htm.

Cabassut, R., Trestini, M. (2015). Pourquoi utiliser des ressources en ligne ouvertes à tous ? Etude de deux exemples. *41ème colloque COPIRELEM. ESPE d'Aquitaine et l'IREM d'Aquitaine. Mont-de-Marsan. Juin 2014*.

Conseil supérieur de l'éducation (2015). *La formation à distance dans les universités québécoises : un potentiel à optimiser.* Gouvernement du Québec.

David, J.-P., George, S., Godinet, H. et Villiot-Lecl, E. (2007). Scénariser une situation d'apprentissage collective instrumentée : réalités, méthodes et modèles, quelques pistes. *Revue internationale des technologies en pédagogie universitaire*, *4*(2), 72-84. http://www.ritpu.org/img/pdf/ritpu0402.pdf.

Deschryver, N., Lameul, G., Peraya, D., Villiot-Leclercq, E. (2011). Quel cadre de référence pour l'évaluation des dispositifs de formation hybrides ? *Actes du 23ème colloque de l'ADMEE-Europe – Evaluation et enseignement supérieur* (p.14-16), Paris, France.Filâtre D. (2016). *Vers un nouveau modèle de formation tout au long de la vie. Comité National de suivi de la formation des enseignants.* Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.

Gelis, J.-M. et Kermorvant (2012). Comment concevoir une formation initiale à distance pour les professeurs d'école en mathématiques : une exploration des possibles à travers deux expériences. Dans *Actes XXXIX colloque COPIRELEM Quimper 2012*. http://www.arpeme.fr/documents/3E21F41D8B75D679E9EA.pdf

Kaiser, G. (2006). The mathematical beliefs of teachers about applications and modelling. In: Novotna, J. et al. (Eds.): Mathematics in the centre. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Volume 3. Prague: Charles University, 393-400.*

Ministère de l'Education Nationale, (2019). Schéma directeur de la formation continue des personnels de l'éducation nationale – 2019-2022. Bulletin Officiel de l'Education Nationale n°35 du 26/9/19.

Mischo, C., & Maass, K. (2013). The effect of teacher beliefs on student competence in mathematical modeling-An intervention study. *Journal of Education and Training Studies, 1(1), 19-38.*

Oubahssi, L. et Grandbastien, M. (2007). Une généralisation du modèle d'activité d'IMS LD pour les systèmes de e-formation. *E-TI : la revue électronique des technologies de l'information (4).* http://revue-eti.net/document.php?id=1476#tocto7.

Philipp, R. P. (2007). Mathematics Teachers' Beliefs and Affect. In LESTER F. K. Editor. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A. Project of the National Council of Teachers of Mathematics. Volume 1. (257-317). U.S.A.: National Council of teachers.*

Robert, A., Penninckx, J., Luttuati, M. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques. (Se) Former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos*. Besançon : Presse Universitaire de Franche Comté.

Soury-Lavergne, S., Gueudet, G., Loisy, C., Trouche, L. (coord.) (2013). *Le travail collectif et les pratiques réflexives au coeur des dispositifs hybrides de formation : de Pairform@nce à M@gistère*, Institut français de l'Éducation – Rapport 2013.

Trestini, M., Cabassut, R. (2017). Spécificités et généricités des difficultés et besoins d'aide exprimés par les inscrits à un MOOC. *Distances et médiations des savoirs, 19*, http://dms.revues.org/1966 .

Trestini , M., Cabassut, R. (2019). Les représentations sur la formation à distance, une clé pour comprendre l'ingénierie de la formation des enseignants à distance , *Distances et médiations des savoirs* 26/2019. https://journals.openedition.org/dms/3721

Villani, C., Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.* Ministère de l'Education Nationale.

VII - ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE AVANT ENTRETIEN

Première partie : Données de contexte

Description de la formation à distance dans laquelle vous vous êtes impliqué

1. Type de formation ou dispositif

a. M@gistère[12], dispositif de formation continue des enseignants français (accès contrôlé institutionnellement),
b. MOOC, par exemple avec France Université Numérique (accès libre, sans certification nécessaire),
c. Formations universitaires avec certification (par exemple la plate-forme ACOLAD à l'Université de Cergy-Pontoise ou Digital Uni à l'Unistra),
d. Dispositif de ressources en ligne ouvertes à tous. Regroupe des OER (qui constituent des ressource en libre accès comme Mathstope, TFM, .
e. Autre (précisez)

2. Niveau d'étude des apprenants que vous avez suivis dans la formation de l'entretien

Doctorat ; Diplôme d'ingénieur ou master ; Licence ; BTS, L2 ou DEUG ; Bac ; CAP, BT, BET, BEP ; BE, BEPC, niveau collège.

3. Nombre d'étudiants inscrits et suivis

a. Nombre d'inscrits dans la formation ?
b. Nombre d'étudiants que VOUS avez suivi pour la partie que vous avez assuré?

4. Durée de la formation

a. Durée totale de la formation
b. Durée de VOTRE implication personnelle dans cette formation par rapport à la durée totale

Votre profil

1. Vous êtes : un homme, une femme
2. Quel est votre âge : xx (numérique ?)
3. Votre statut professionnel : Ingénieur d'étude, Ingénieur de recherche, enseignant-chercheur, chercheur, PRAG/PRCE, Autre.
Si « Autre », précisez : … (texte)
4. Quelle est votre expérience professionnelle de la formation des enseignants ? Nombre d'années
5. Quelle est votre expérience professionnelle de la formation des enseignants à distance ? Nombre d'années

Deuxième partie : Caractérisation du dispositif mis en œuvre

Articulation Présentiel/Distanciel

1. Le modèle de formation à distance dans lequel vous vous êtes impliqué était-il tout à distance ou hybride (combinaison des deux) ?
a. Tout à distance
b. Hybride
2. Comment ont été réparties les phases en présentiel et à distance ? % à distance
3. Quelles ont été les activités prévues par les concepteurs dans chacune de ces phases ?

12 http://eduscol.education.fr/cid73451/dispositif-numerique-m@gistere.html

4. (échelle lickert) Plutôt en présentiel ☐ Plutôt à distance ☐
a. Présentation de la formation (organisation, évaluation, outils, , calendrier ...
b. Gestion des tâches administratives liées à la formation des enseignants (inscription, enregistrement et codes pour l'accès à des outils ...)
c. Evaluation des formés (examen, QCM)
d. Activités d'ordre pédagogique (gestion et organisation de la classe, travail idividuel, coopération)
e. Activités d'ordre didactique (sur les contenus à enseigner aux élèves et leur présentation)
f. Activités d'ordre méthodologiques (outils au service de l'enseignant) ,
g. Activités liées aux institutions à l'éthique et à la responsabilité de l'enseignant
h. Autres (question ouverte) :à préciser

Scénarisation du dispositif de formation

1. Pourriez-vous nous dire deux mots sur la manière dont a été scénarisé le dispositif de formation ? (question ouverte)
2. Était-il prévu de mettre à disposition des enseignants en formation :
a. Des outils d'aide à l'apprentissage (O/N et lesquels ?)
b. Des outils de gestion (du temps, des activités, …) O/N et lesquels ?
c. Des outils de communication synchrone (chat, visioconférence, classe virtuelle (O/N et lesquels ?)
d. Des outils de communication asynchrone (O/N et lesquels ?)
e. Des outils d'interactions (O/N et lesquels ?)
f. Des outils d'awarness (O/N et lesquels ?)
g. Des ressources sous forme multimédias (O/N et lesquels ?)
h. Des outils de communication de collaboration (O/N et lesquels ?)

Accompagnement

1. Parmi ces trois dimensions de l'accompagnement des formés, quelles sont celles qui ont été privilégiées dans votre formation ?
a. Accompagnement destiné à soutenir la construction de connaissance (soutien au et à la réalisation des activités/méthodologique)
b. Soutien à l'engagement de l'enseignant dans sa formation
c. Soutien à la construction de connaissance par une démarche réflexive sur ses propres processus cognitifs.

Médiation

1. Pourriez-vous nous préciser quelles ont été les différentes formes de médiation proposées et leurs effets (exemple : des possibilités de commentaire et d'annotation des documents par les formés) ?
2. En quoi le dispositif technique, a-t-il transformé les comportements des enseignants lorsque ces derniers ont été amenés à interagir avec :
a. des objets (ex. effet des outils de production de documents sur la qualité de ces documents).
b. d'autres sujets (ex. effet de la communication instrumentée sur la relation entre les acteurs).
c. eux-mêmes (ex. effet des outils de gestion sur la réalisation de la tâche (organisation, prévision, opérationnalisation)

Ouverture du dispositif

1. Degré d'ouverture du dispositif de formation à l'inscription ?
a. Ouvert à un public d'enseignants identifiés, avec un cadrage précis du nombre d'heure de travail à effectuer, des productions à rendre, des objectifs à atteindre (type EAD).
b. Ouvert à un public d'enseignant identifiés, sans contrainte de présence ni de justification d'heure de travail effectuées (Type FOAD)
c. Ouvert de type « juste à temps » en fonction du besoin sans attendre le rythme des formations traditionnelles universitaires (Type formation professionnelle)

d. Ouvert à tous les enseignants, sans condition d'inscription (âge, diplôme, prérequis, droits d'inscription, …) (Type MOOC)
2. Degré d'ouverture des méthodes pédagogiques ?
a. Les méthodes pédagogiques étaient-elles préconisées au départ ?
b. Etait-il donné aux formés d'avoir recours à des ressources externes (autres que celles prévues dans le dispositif ?
c. Etait-il donné au formés d'avoir recours à des acteurs externes ?
3. Ouverture et planification des apprentissages
a. l'apprenant planifie-t-il lui-même ses apprentissages ?
b. le dispositif détermine-t-il entièrement les situations d'apprentissage ?
c. les situations d'apprentissage du dispositif sont structurées conjointement par l'apprenant et par l'enseignant.

VIII - ANNEXE 2 : GUIDE D'ENTRETIEN

1) Quelle est pour vous un bon modèle de formation d'enseignants ?

Questions d'appoint :
- Décrivez ce que vous considérez comme « bonne » formation d'enseignant et « mauvaise » formation d'enseignants (quels « ingrédients » dans chacun des cas…)
- Avez-vous en tête un « bon » modèle de formation que vous pourriez citer ou expliciter (*Learning by doing* par exemple) ?

2) Est-ce que dans les dispositifs de formation à distance, il existe des spécificités liées à la discipline enseignée ? aux mathématiques en particulier ?

Questions d'appoint :
- est-ce qu' « un savoir qui s'écrit » par exemple pose problème lorsque l'on se retrouve à distance ?
- est-ce qu'il existe des difficultés ou des aides qui sont différentes à distance ?

3) Si elles existent, quelles sont les spécificités de la formation des enseignants « à distance » par rapport à votre conception de la formation des enseignants « en général » ?
Y a-t-il des « techniques » (manière de réaliser une tâche) qui différent entre l'enseignement « en général » et « à distance ».

Questions d'appoint :
- Les outils de collaboration ? Forum perçu comme un moyen de mémoriser ce que l'on écrit. Outils plus riche à distance qu'en présentiel ?
- L'outil « tableau » réel et à distance ?

IX - ANNEXE 3 : EXTRAIT D'UN ENTRETIEN ENTRE R1 ET RC

R1 : « Entre l'hybride et le complètement distant […], le fait de constituer des équipes de stagiaires [stagiaire pris au sens de participant à la formation], nous permet de rencontrer ces équipes et permet aux stagiaires de se rencontrer entre eux et aller s'observer […]. Je sais que l'une des formatrices allait dans les classes les filmer, à la demande des stagiaires, comme c'était pour le premier degré et qu'ils n'arrivaient pas à faire des observations croisées puisqu'ils sont tout le temps pris dans leur classe, la formatrice qui a mis en place et qui est une conseillère pédagogique est allée carrément dans les classes pour les filmer. Donc toutes ces dynamiques d'observation en classe, que ce soit par les stagiaires entre eux, ou par le formateur qui vient en classe, ça n'est possible que par des formations de type Magistère .

Et puis le travail aussi collectif, en présentiel, sur l'analyse d'extraits vidéos par exemple (Robert et al. 2012), ou l'analyse de scénarios. Nous, ce qu'on faisait dans P@irformance, une des fois où j'étais formatrice P@irformance, donc les équipes de stagiaires concevaient des séances, et les déposaient sur la plateforme, et les équipes étaient par binôme donc chaque équipe devait prendre connaissance, commenter, critiquer la séance produite par une autre équipe. Alors ça, ça pouvait se faire un peu à distance mais le faire en présence c'était beaucoup plus riche parce que c'était plus facile d'expliciter ce qu'on avait comme remarque sur la séance des autres.

RC: On ne pouvait pas expliciter en étant en séance Skype par exemple ?

R1 : Je n'ai jamais eu l'expérience dans ce que j'ai fait d'un travail distant synchrone. [...]

On travaille sur des choses qui sont complexes où il peut y avoir des incompréhensions entre des gens qui sont de cultures différentes, avec des pratiques différentes, et quand les gens se retrouvent ensemble, ils ont besoin de temps pour parler et expliciter les choses […] Tout ce qui ne passe que par l'écrit est quand même plus sujet à des mauvaises interprétations […] Par exemple une critique sur une séance, si elle est écrite, à mon avis elle sera moins bien prise en compte que si elle est formulée en direct. Et formuler en direct c'est peut-être, plus diplomatique, la manière de le dire. « Moi j'aurais pas tout à fait comme ça ». Alors que des fois, à l'écrit, les gens font pas tout à fait attention, comme par le mail, et se retrouve à blesser. L'acception de séances de classe c'est que beaucoup de gens y mettent des choses personnelles. En même temps s'ils ne mettaient pas de choses personnelles ça ne ferait pas évoluer leur pratique. Donc ils mettent des choses personnelles et le moment de critique de ce qu'ils ont conçu est un moment délicat du point de vue affectif des personnes. Et si ce moment n'a lieu qu'à l'écrit, et bien ça ne se passe pas toujours bien ».

UNE ENQUÊTE MATHÉMATIQUE AU SEIN D'UNE LICENCE PLURIDISCIPLINAIRE POUR LES PROFESSEURS DES ÉCOLES

Floriane WOZNIAK
MCF, université de Montpellier
LIRDEF
floriane.wozniak@umontpellier.fr

Résumé
En septembre 2018, la faculté d'éducation de l'université de Montpellier a créé une licence pluridisciplinaire à destination des étudiants désireux de devenir professeurs des écoles. Après avoir exposé les enjeux généraux et les choix globaux de cette licence structurée par huit compétences, ce texte présente comment la compétence « développer et exercer sa pensée critique » a été travaillée au sein de l'UE « épistémologie » en première année. Deux « enquêtes mathématiques » ont en effet été conduites par les étudiants, prenant appui sur la dynamique de la dialectique des médias et des milieux (Chevallard, 2008). L'enquête présentée ici porte sur la mesure d'une grandeur inaccessible abordant ainsi la géométrie comme modèle de l'espace sensible.

I - INTRODUCTION

En France, la formation des étudiants se destinant au professorat des écoles commence par la réussite à un concours accessible après une première année de master. Le plus souvent, bien que ce ne soit ni indispensable pour réussir, ni obligatoire, les étudiants préparent ce concours au sein d'un master Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation (MEEF), tandis que la plupart des universités proposent des UE préprofessionnelles en troisième année de certaines licences. Pourtant, de nombreux étudiants souhaitent suivre des licences spécifiques correspondant à leur projet de devenir enseignant. C'est pour répondre à cette attente, autant que pour diversifier son offre de formation, que la faculté d'éducation de l'université de Montpellier a envisagé la création d'une licence pluridisciplinaire à destination des futurs professeurs des écoles. Il s'agit de proposer une formation sur un temps long, tout en répondant à l'injonction de la part de l'université de Montpellier de développer l'innovation pédagogique. Piloté par le directeur adjoint aux formations du premier degré, un collectif - où toutes les disciplines et tous les acteurs de la formation étaient représentés - a travaillé durant l'année 2017-2018. La première partie de ce texte présente les choix réalisés lors de la conception de cette licence et la place qu'y occupe l'enseignement des mathématiques. La deuxième partie présente le récit d'une enquête mathématique en géométrie réalisée par les étudiants de première année de licence en 2018-2019.

II - UNE LICENCE PLURIDISCIPLINAIRE POUR LES FUTURS PROFESSEURS DES ÉCOLES

L'objectif annoncé de cette licence est de former dès la première année d'université des étudiants se destinant au professorat des écoles. Voici comment Michel Ramos, directeur adjoint de la formation qui a œuvré au pilotage de la conception de cette licence, présente ses enjeux dans un journal local[1] :

> *L'université est assez magistrale, assez descendante. Or le monde a changé, les connaissances sont disponibles partout, on a le monde dans la poche. Nous avons essayé de penser une formation qui soit en*

[1] http://m.lamarseillaise.fr/herault/education/72209-montpellier-cree-une-licence-pour-former-des-instits

phase avec le XXIe siècle. L'école française est encore beaucoup trop bloquée, selon moi, au XXe siècle. C'est la raison pour laquelle nous avons pensé en termes de mise en activité systématique des étudiants, de pédagogie de projets, de travail collaboratif, d'utilisation intensive du numérique et de développement d'un certain nombre de compétences humanistes, qui dessinent le portrait de l'honnête femme et de l'honnête homme du XXIe siècle.

Pour sa première édition, en septembre 2018, la licence n'a été proposée que sur trois des cinq sites de la faculté d'éducation. Le tableau 1 rend compte du réel intérêt qu'elle a suscité chez les étudiants.

	Nb. de candidats	Nb. de places	Rang dernier étudiant retenu
Montpellier	1383	54	201
Carcassonne	272	48	271
Nîmes	480	48	188
	2135	150	

Tableau 1 : nombre d'étudiants candidats à la licence en septembre 2018

Le nombre de candidats et le rang du dernier candidat retenu montrent par ailleurs la sélectivité de cette formation. Ce sont donc des étudiants volontaires, motivés et enthousiastes qui ont participé à cette nouvelle formation.

1 Une structuration en 8 compétences

Le choix a été fait d'organiser la formation en 8 compétences cognitives, méthodologiques et relationnelles : développer et exercer sa pensée critique ; communiquer de façon adaptée ; exploiter l'information ; développer et exercer sa créativité ; résoudre des problèmes ; coopérer et travailler en équipe ; se donner des méthodes de travail efficaces ; développer une relation non violente à soi, à l'autre et au groupe. En prenant exemple sur le *Programme de formation de l'école québécoise*, une fiche a été conçue pour chacune de ces compétences, explicitant le sens de cette compétence, ses composantes et ses critères (voir annexe 1, la compétence « développer et exercée sa pensée critique »). Une fois définies les huit compétences travaillées, un choix fondamental restait à faire qui s'exprime sous la forme d'une alternative : 1) concevoir une maquette structurée par les disciplines au sein desquelles sont explicitées leur contribution au développement des compétences retenues ; 2) concevoir une maquette structurée par les compétences au sein desquelles sont mentionnées les disciplines contributives à leur développement. C'est ce deuxième choix qui a été réalisé[2].

Le tableau 2 présente comment les disciplines participent au développement de la compétence « développer et exercer sa pensée critique » à travers leur répartition horaire dans les différentes UE au cours des six semestres de la licence. Ainsi, par exemple, pour cette compétence, les mathématiques interviennent 24 heures (épistémologie 2, ECUE1) au premier semestre et 24 heures au dernier semestre (épistémologie 9, ECUE2). Le semestre 4 étant consacré aux stages à l'étranger.

[2] On trouvera la plaquette complète de la licence à cette adresse : http://www.fde.univ-montp2.fr/internet/site/autres-formations/presentation/modele/index.php?f=licence-prep-pe

Compétences	Nom des UE et des ECUE	S1	S2	S3	S4	S5	S6
1. Développer et exercer sa pensée critique	**Epistémologie 1**						
	ECUE 1 : *Epistémologie générale*	UE1 2					
	ECUE2 : *Français/lettres*	24					
	ECUE3 : *Sciences*	24					
	Epistémologie 2						
	ECUE1 : *Mathématiques*	UE2 24					
	ECUE2 : *Arts*	24					
	Epistémologie 3						
	ECUE1 : *Histoire-géo*		UE8 24				
	ECUE2 : *EPS*		24				
	Epistémologie 5						
	ECUE1 : *EMC*			UE17 24			
	ECUE2 : *LV*			24			
	Epistémologie 7						
	ECUE1 : *Documenter et instruire une question Discipline au choix 1*					UE28 12	
	ECUE2 : *Documenter et instruire une question Discipline au choix 2*					12	
	Epistémologie 9						
	ECUE1 : *Français/lettres*						UE38 24
	ECUE2 : *Mathématiques*						24
	Epistémologie 4 : *histoire de l'éducation et de l'enseignement*		UE9 24				
	Epistémologie 6 : *sociologie de l'éducation*			UE18 24			
	Epistémologie 8 : *psychologie de l'enfant*					UE29 24	
	Comparaisons internationales (lié au séjour à l'étranger - transversal)			UE19 12		UE30 24	

Tableau 2 : répartition des enseignements associés à la compétence 1.

2 La place des mathématiques

Sur l'ensemble de la licence, les mathématiques interviennent 160 heures auxquelles s'ajoutent deux fois 40 heures pour les étudiants dont le parcours initial semble indiquer qu'ils auront besoin d'un renforcement en première année (ramenées à deux fois 30 heures en 2019-2020). Les mathématiques contribuent au développement de six des huit compétences : Développer et exercer sa pensée critique ; communiquer de façon adaptée (produire des écrits) ; exploiter l'information (comprendre des écrits variés) ; développer et exercer sa créativité (de pratiques scientifiques) ; résoudre des problèmes ; développer une relation non violente à soi, à l'autre et au groupe (estime de soi et autorégulation).

En première année les mathématiques sont présentes dans trois UE. L'objet de l'UE 2 (24 h) – *Epistémologie* – est la réalisation de deux enquêtes mathématiques à partir d'une question. L'UE 6 (12 h) – *Les fondamentaux* – propose des exercices en lien avec les études réalisées dans l'UE 2. Ils portent sur les systèmes de numération de position dans différentes bases et le calcul graphique ou les nombres constructibles. Enfin, dans l'UE 14 (24 h) – *au croisement des disciplines mathématiques-sciences* – il a été proposé aux étudiants de réaliser des « tâches complexes » comme construire une maquette du système solaire ; dénombrer des populations d'animaux ; se repérer dans le méso-espace ou encore construire la frise des périodes de la vie sur Terre. A titre d'illustration du travail dans lequel les formateurs de mathématiques se sont engagés pour cette licence, voici le contenu de l'UE2 dont l'objectif annoncé est « Questionner les savoirs mathématiques au regard de leurs spécificités et des problèmes qu'ils permettent de résoudre, ou qu'ils ont permis de résoudre dans l'histoire. »

III - PREMIÈRE MISE EN ŒUVRE : UNE ENQUÊTE MATHÉMATIQUE

Pour répondre à l'ambition de cette licence, Céline Héliot, Martine Loubet et moi-même avons choisi de proposer l'étude d'une enquête mathématique en nous appuyant sur les travaux d'Yves Chevallard.

1 Les parcours d'étude et de recherche

Les processus de transposition didactique (Chevallard, 1985) du fait des transformations successives que subissent les savoirs via le filtre des institutions qu'ils traversent, conduisent les systèmes didactiques à oublier les questions qui ont donné naissance à ces savoirs. C'est ainsi qu'à l'école, on étudie les savoirs pour apprendre à les appliquer. Yves Chevallard (2011) nomme ce type d'épistémologie scolaire *le*

monumentalisme ou *la visite des œuvres* et propose dans le même temps sa refondation en une *épistémologie du questionnement du monde*. Dans le paradigme du questionnement du monde, le processus d'étude se déploie à partir de questions, et les savoirs ou connaissances sont introduits pour y répondre selon un abord *fonctionnaliste*. La valeur des savoirs est ainsi déterminée par leur pertinence pour la communauté d'étude dans le processus de construction de la réponse. La place des questions et des savoirs sont ainsi inversés par rapport à *l'applicationnisme* où les savoirs sont d'abord appris puis appliqués pour répondre à des questions.

L'enjeu d'un parcours d'étude et de recherche est le processus d'étude lui-même qu'Yves Chevallard (2009) modélise selon le schéma : $S(X\ ;\ Y\ ;\ Q) \hookrightarrow R^{\heartsuit}$. Le système didactique formé par les élèves (X), le professeur (Y) autour d'une question Q a pour objectif la construction d'une réponse $R^{\heartsuit}$. Pour ce faire, un milieu doit être construit M : $[S(X\ ;\ Y\ ;\ Q) \rightharpoonup \boldsymbol{M}\ ] \hookrightarrow R^{\heartsuit}$. Ce milieu – construit par le système didactique pour élaborer une réponse $R^{\heartsuit}$ à la question Q qui nourrit l'étude – est fait de réponses déjà disponibles dans la culture $\boldsymbol{R}^{\diamondsuit}_{i}$ qu'il faut interroger, ce qui conduit à poser de nouvelles questions. Ce questionnement des réponses toutes faites au moyen de nouvelles ressources O_k est appelé une dialectique des médias et des milieux : $[S(X\ ;\ Y\ ;\ Q) \rightharpoonup \{\boldsymbol{R}^{\diamondsuit}_{1}, \boldsymbol{R}^{\diamondsuit}_{2}, \ldots, \boldsymbol{R}^{\diamondsuit}_{n}, \boldsymbol{O}_{n+1}, \ldots, \boldsymbol{O}_{m}\}] \hookrightarrow R^{\heartsuit}$. Pour Yves Chevallard (2008, p. 344), un média est un « *système de mise en représentation d'une partie du monde naturel ou social à l'adresse d'un certain public* » tandis qu'un milieu, perçu dans un sens proche de celui de milieu adidactique développé par Guy Brousseau (1998), est défini comme un « *système qu'on peut regarder comme dénué d'intention dans la réponse qu'il peut apporter* ». Média et milieu se distinguent alors par l'intention didactique d'apporter une information qu'ils incarnent. Toute ressource peut être considérée comme une réponse ($\boldsymbol{R}^{\diamondsuit}_{i}$), même partielle, ou comme un outil d'analyse et d'évaluation (Oj) de ces réponses partielles. C'est la fonction d'une ressource dans le processus de l'étude qui est déterminante, les rôles n'étant pas figés *a priori* : « La dialectique des médias et des milieux renvoie ainsi au parti pris du questionnement du monde qui considère toute information comme devant être questionnée comme si elle était une simple conjecture à valider, tout en prenant en charge la fonction didactique d'une ressource suivant son rôle dans le processus d'étude » (Wozniak, 2015, p. 153). Mais pour que ce nouveau paradigme scolaire vive, il ne faut pas seulement des questions comme moteurs de l'étude, il est nécessaire que trois conditions sur le milieu[3] soient remplies. Le milieu doit se construire pendant l'étude et se nourrir de la dialectique des médias et des milieux (mésogenèse). Il faut accepter un temps long de l'étude (la chronogenèse) qui dépend de l'avancée des résultats. Enfin, le professeur doit rester le directeur d'étude, il ne doit pas se positionner comme seul garant de la validité de la réponse produite ce qui conduit à tenir une position en retrait (topogenèse). L'enjeu des parcours d'études et de recherches n'est pas un objet d'enseignement singulier mais le processus lui-même qui repose sur une démarche d'investigation.

Dans le cadre de cette licence, deux objectifs étaient visés lorsque nous avons choisi les parcours d'études et de recherches comme modèles : d'une part revisiter des connaissances mathématiques sur la base d'un questionnement épistémologique – notamment quelle est la raison d'être des savoirs enseignés –, d'autre part donner les outils de développement d'une pensée critique. Ce ne sont pas véritablement des parcours d'études et de recherches qui ont été proposés mais plutôt des enquêtes dont la dynamique repose sur une dialectique des médias et des milieux par l'injection dans le milieu de l'étude de médias qu'il s'agit d'interroger.

Quelles enquêtes mathématiques pour les étudiants de licence ?

Avec 11 séances de deux heures, nous[4] avons proposé deux enquêtes. La première était inspirée de la thèse de Thomas Sierra (2006) et s'est déployée à partir des questions : « Pourquoi avons-nous choisi le

[3] La topogenèse est le procédé par lequel la place et les attributions des sujets d'une institution (professeur et élèves au sein d'une situation didactique en classe) sont fixées. La mésogenèse est le procédé par lequel le milieu d'une situation se fabrique, se développe et s'enrichit. La chronogenèse est le procédé par lequel la temporalité de la diffusion et de l'acquisition des savoirs est modifiée.

[4] Céline Héliot sur Nîmes, Martine Loubet sur Carcassonne et l'auteure de ces lignes sur Montpellier.

système de numération que nous connaissons ? Pourquoi ce système de numération s'est-il imposé ? ». Il restait à déterminer ce que pouvait être une seconde enquête, plus particulièrement il fallait encore trouver la question Q dont l'étude conduirait à rencontrer la géométrie comme modèle de l'espace sensible. Or, comme le souligne Auguste Comte (1830, pp. 123-124) :

« Nous devons regarder comme suffisamment constatée l'impossibilité de déterminer, en les mesurant directement, la plupart des grandeurs que nous désirons connaître. C'est ce fait général qui nécessite la formation de la science mathématique, comme nous allons le voir. Car, renonçant, dans presque tous les cas, à la mesure immédiate des grandeurs, l'esprit humain a dû chercher à la déterminer indirectement, et c'est ainsi qu'il a été conduit à la création des mathématiques. La méthode générale qu'on emploie constamment, la seule évidemment qu'on puisse concevoir, pour connaître des grandeurs qui ne comportent point une mesure directe, consiste à les rattacher à d'autres qui soient susceptibles d'être déterminées immédiatement, et d'après lesquelles on parvient à découvrir les premières, au moyen des relations qui existent entre les unes et les autres. Tel est l'objet précis de la science mathématique envisagée dans son ensemble. »

C'est ainsi que nous avons choisi d'étudier la question : « Comment mesurer des distances inaccessibles ? »

2 La mesure des grandeurs inaccessibles

2.1 Récit de l'enquête

La première consigne donnée aux étudiants a été : « Choisir un édifice et un arbre dans la cour et répondre à la question Q1: *Comment résoudre le problème « Déterminer la hauteur d'un édifice, d'un arbre »*? Spontanément les étudiants ont proposé deux réponses : faire une photo avec un étudiant à côté de l'édifice/arbre comme sur l'image 1 ($\boldsymbol{R}^{\blacktriangledown}11$) ou utiliser une application de leur smartphone ($\boldsymbol{R}^{\blacktriangledown}12$).



Image 1 : photo d'un étudiant à côté d'un édifice.

La première technique conduit à déterminer l'échelle de la photo connaissant la taille de la personne sur la photo puis l'application de cette échelle donne la réponse ; la seconde technique donne directement la réponse.

Cette première étape peut être considérée comme la phase de dévolution de l'enquête. À partir de maintenant, tous les étudiants ont compris quel était l'enjeu de la séquence : déterminer la mesure de grandeurs inaccessibles. Cependant, le téléphone apparait comme apportant déjà une réponse au problème ($R^{\diamond}_0$) qui empêche l'étude de se déployer. Une deuxième question (Q2) a ainsi été posée : *Quelles informations sont nécessaires pour déterminer la hauteur (sans téléphone !) ; quels documents, quels matériels, quelles informations, quelles données*? Pour ce faire, le milieu est enrichi par la donnée d'un média à étudier. Sur le plan didactique, nous avons choisi de faire reposer la dynamique de l'étude sur les instruments qui pouvaient être utilisés. C'est ainsi que la première ressource fournie ($\boldsymbol{R}^{\diamond}_1$) est un document de l'Office national des forêts[5] qui présente la technique de la croix du bucheron (voir annexe 2). Afin d'aider les étudiants à interroger ce document, il est demandé (Q3) : *Quelles questions se poser pour analyser le document ?* Une discussion collective permet de dégager deux pistes de travail ($R^{\blacktriangledown}_3$) : s'assurer qu'on a compris la méthode ; s'assurer que la méthode est valide. À ce stade, les étudiants entrent dans l'analyse, expérimentale et théorique, d'une réponse déjà existante ($R^{\diamond}_1$). C'est ainsi qu'ils

5 http://www1.onf.fr/activites_nature/sommaire/enfants/avec_parents/arbres/maths/sciences/20080404-134103-571191/@@index.html

répondent à diverses questions pour comprendre, appliquer et valider la technique décrite dans le document : Comment placer les tiges (où placer les extrémités) ? Ce placement importe-t-il ? Pourquoi 30 mètres ? Et si avant, après ? Pourquoi des tiges de même longueur ? Est-il bien vrai qu'on se trouve à une distance égale à la hauteur de l'arbre ? Pourquoi ? Quelles sont les hypothèses sous-jacentes, les conditions de réalisation de la technique ? Y-a-t-il des cas où cette technique ne marche pas ? Est-ce que cette technique permettrait de déterminer la hauteur de l'édifice choisi ?

Une façon envisageable et assez simple ici pour valider la technique est de l'appliquer sur une grandeur dont la mesure est connue. Dans notre cas, les étudiants ont validé la technique décrite en la mettant en œuvre pour déterminer la hauteur de la salle de classe, mesurée avec un mètre laser (O_3). Or, il y a deux façons d'utiliser deux bâtons de même longueur pour déterminer la hauteur d'un arbre, par exemple. En plaçant les deux bâtons de telle sorte qu'ils forment un L ou un T. La particularité du document étudié (pourtant issu d'un site officiel) est qu'il mélange les deux techniques. Ceci conduit les étudiants à faire des choix et donc à trouver des résultats différents suivant leur interprétation du document et le placement des deux bâtons. C'est ainsi qu'émerge une nouvelle question (Q4) : *Pourquoi avons-nous trouvé des résultats différents* ? Une mise en commun permet aux étudiants d'identifier facilement que des techniques différentes ont été utilisées et parfois qu'un même résultat a été trouvé avec deux techniques différentes ($R^{\heartsuit}_4$). Pour déterminer si leur technique est valide (Q5), ils ont été amenés à utiliser leurs connaissances mathématiques (O5). C'est grâce au passage par une schématisation de la situation dans l'espace physique sur la feuille de papier et le recours à la géométrie euclidienne, qu'ils découvrent l'ambiguïté du texte quant à la façon de placer les bâtons ($R^{\heartsuit}_5$). Si les bâtons forment un T, la hauteur de l'arbre est égale à la distance entre l'observateur et l'arbre (cf. le 5e point dans le texte en annexe 2) et si les bâtons forment un L, il faut ajouter à la distance à l'arbre la hauteur sol-œil de visée (cf. 8e point du texte) pour déterminer la hauteur de l'arbre. L'ambiguïté du texte provoque un mélange des deux techniques et donc des réponses erronées suivant l'interprétation que font les étudiants. Par exemple en formant un L avec les bâtons sans ajouter la hauteur sol-œil de visée ou en formant un T en ajoutant la hauteur sol-œil. Ce moment d'analyse expérimentale et théorique d'une ressource a été essentiel dans la compréhension de la nécessité d'une dialectique des médias et des milieux.

Après ce travail, un ensemble de ressources vient à nouveau enrichir le milieu ($\boldsymbol{R^{\diamondsuit}_2, R^{\diamondsuit}_3, R^{\diamondsuit}_4}$). Il s'agit de trois textes issus de manuels du XVIIIe et XIXe siècle présentant des techniques de mesure d'une grandeur inaccessible à l'aide d'un graphomètre (Lefèvre, 1803, pp. 151-152 et Manesson-Mallet, 1702, pp. 64-65), d'un piquet (Manesson-Mallet, 1702, pp. 20-21) ou de l'ombre (Desdouits, Léon-M, 1857, pp. 72-73). Se pose la question – dont l'intérêt a bien été compris avec l'étude de la ressource précédente – de l'analyse de ces documents en questionnant la technique décrite dans ces extraits (Q3) : Permet-elle bien de déterminer une hauteur inaccessible ? Quel est le domaine de validité de la technique : y-a-t-il des cas où cette technique ne marche pas ? Quelle est la justification mathématique de cette technique ? Une fois les techniques validées, les étudiants les ont mises en œuvre pour déterminer la hauteur d'un édifice/arbre dans la cour et pour cela ils ont eu à établir un plan d'expérimentation (Q5). Ceci les a conduit à répondre aux questions : Pour concevoir un plan d'expérimentation, quels instruments ou matériel sont nécessaires ? Comment utiliser les instruments? Quelles mesures faudra-t-il réaliser ? (Q6) Un document (Hue & Vagnié, 1893) qui donne les indications pour fabriquer un graphomètre ($R^{\diamondsuit}_5$) est distribué tandis qu'est présenté un graphomètre ($R^{\diamondsuit}_6$) fabriqué avec du carton et une paille (voir image 2).



Image 2 : graphomètre en carton.

Une fois les mesures réalisées sur le terrain et que la hauteur de l'arbre/édifice choisi a été déterminée à l'aide des différentes techniques étudiées, la séquence s'est conclue par la conception d'un diaporama avec une présentation de l'arbre/édifice choisi ; une présentation de chaque technique (description de sa mise en œuvre et justification mathématique de sa validité) ; une explication de la différence de résultats en fonction des différentes techniques (Q7). A titre d'illustration, l'annexe 3 présente un extrait d'un diaporama avec l'explication de la technique du graphomètre ainsi que la réponse concernant les causes des différentes réponses d'un groupe.

Ces diaporamas ont permis de réaliser le bilan du parcours sur les gestes de l'étude d'une part, sur les techniques mises en œuvre d'autre part. Concernant les gestes de l'étude, la synthèse a permis aux étudiants de conclure :

Pour valider une technique donnée dans un document (internet ou manuels anciens) on peut :

- expérimenter la technique sur une grandeur connue ;

- justifier mathématiquement la technique.

Il faut savoir distinguer :

- la description de la technique (les étapes à suivre, ce qu'il faut concrètement faire) ;

- la justification de la technique (pourquoi lorsqu'on utilise cette technique on obtient bien ce que l'on cherche).

Concernant les techniques mises en œuvre, un tableau synthétisant le matériel requis et la justification mathématique a ainsi été établi (voir tableau 1).

La technique	Matériel utilisé	Justification mathématique
croix du bûcheron (dispositions des tiges en T ou en L)	Mètre, 2 tiges de même longueur	Théorème de Thalès
graphomètre	Graphomètre, mètre, fil à plomb, papier, règle, équerre, crayon	Proportionnalité d'un dessin à l'échelle Ou Trigonométrie
piquet	Piquet, mètre	Théorème de Thalès
ombre	Mètre, piquet	Proportionnalité des ombres entre elles

Tableau 1. Synthèse des techniques abordées.

La technique du graphomètre qui repose sur le calcul graphique apparaît alors comme la raison d'être de la construction de figures géométriques. Les étudiants ont ainsi clairement perçu l'intérêt de faire des dessins des figures géométriques les « plus précis possibles », puisque précisément ce sont les mesures sur les figures dessinées qui permettent, par l'application de l'échelle du dessin, de déterminer la mesure de la grandeur inaccessible.

2.2 Bilan de l'étude

La séquence relatée a duré 5 séances de 2 heures et a suivi le cycle de l'étude d'une question qui « peut être modélisée comme un entrelacement de cycles à cinq temps : observation de réponses $R^{\diamond}$ déposées dans les œuvres ; analyse, expérimentale et théorique, des réponses $R^{\diamond}$; évaluation de ces mêmes réponses $R^{\diamond}$; développement d'une réponse $R^{\bullet}$; enfin défense & illustration de la réponse $R^{\bullet}$ ainsi produite.» (Chevallard, 2002, p. 185). C'est ainsi que des ressources ont été présentées aux étudiants comme réponses potentielles qui ont été analysées et évaluées expérimentalement et théoriquement. La réalisation d'un diaporama par les différents groupes a conduit les étudiants à « défendre » leurs analyses et la mise en œuvre des techniques proposées dans ces ressources. Durant toute la séquence, le

professeur est resté en retrait, renvoyant à l'ensemble des étudiants et à leurs analyses les réponses aux questions.

Pour réaliser un bilan des parcours d'étude et de recherche, Carl Winslow, Yves Matheron et Alain Mercier (2013) proposent de réaliser une cartographie des questions. La synthèse des différentes questions montre alors de quoi a été faite l'enquête mathématique :

Q1: Comment résoudre le problème : « déterminer la hauteur d'un édifice, d'un arbre »?

R♥11: prendre une photo avec un étudiant à côté de l'édifice/arbre

R♥12: utiliser une application du smartphone

Q2 : Identifier les informations nécessaires pour déterminer la hauteur d'un édifice/arbre (sans téléphone !). Quels documents, quels matériels, quelles informations, quelles données sont nécessaires?

***R*♢1**: Un document trouvé sur Internet (Office national des forêts).

Q3: Quelles questions se poser pour analyser le document ?

R♥3 : s'assurer qu'on a compris la méthode et s'assurer que la méthode est valide

O3: Appliquer la méthode sur une grandeur connue: la hauteur de la salle (validée par mètre laser).

Q4: Pourquoi trouve-t-on des résultats différents?

R♥4: Il y a deux façons différentes d'utiliser les bâtons

Q5 : Quelle technique est valide?

O5: Les connaissances mathématiques permettent une validation

R♥5: Dans la ressource ***R*♢1** la description des deux techniques (valides) est ambiguë.

***R*♢2, *R*♢3, *R*♢4**: trois textes issus de manuels du XVIII^e et XIX^e s. Utilisation d'un graphomètre, d'un piquet, de l'ombre

Q3: Quelles questions se poser pour analyser ces ressources ?

R♥3 : s'assurer qu'on a compris la méthode et s'assurer que la méthode est valide

Q5: Concevoir un plan d'expérimentation de la mise en œuvre des 4 techniques pour déterminer la mesure de l'édifice/arbre choisi.

Q6 : Quels instruments ou matériel sont nécessaires ? Comment utiliser les instruments ? Quelles mesures faudra-t-il réaliser ?

R♢5 : un document de construction d'un graphomètre

R♢6 : un graphomètre

Q7 : Concevoir un diaporama avec

- Présentation de l'arbre/édifice choisi ;
- Présentation des différentes techniques : explicitation de la mise en œuvre des techniques et justification mathématique ;
- Expliquer pourquoi l'on ne trouve pas les mêmes résultats en fonction des différentes techniques.

Ce bilan montre la richesse du travail accompli tant du point de vue du processus d'étude que du point de vue des gestes didactiques à accomplir pour réaliser une enquête mathématique. Il illustre aussi comment les cinq temps de l'étude d'une question se réalisent.

IV - CONCLUSION : RETOUR SUR LA THÉMATIQUE DU COLLOQUE

En juillet 2018, quelques mois avant la mise en œuvre de la licence présentée dans ce texte, un rapport sur la formation des professeurs des écoles en France est paru (Filâtre, 2018, p. 21) qui suggère de « Proposer, dès le début de la licence, des parcours de spécialisation progressive et de préprofessionnalisation afin de mieux préparer à l'entrée en première année de master MEEF. » Si ces

recommandations sont suivies, les instituts de formation seront alors amenés à s'interroger sur l'architecture et le contenu de telles licences. Ceci rejoint la thématique du colloque qui porte sur les dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au XXIe siècle, dispositifs intimement liés aux contenus de formation et aux mathématiques à enseigner. Or un changement de paradigme scolaire semble à l'œuvre en France et à l'étranger (Wozniak, 2019) qui mette au premier plan la démarche d'investigation et la modélisation. La formation des enseignants se doit d'accompagner ce changement, pas seulement dans ses contenus mais aussi par ses méthodes. C'est le sens de la proposition que nous avons faite en nous appuyant sur les parcours d'études et de recherches et la dialectique des médias et des milieux afin de donner aux étudiants, futurs professeurs des écoles, les outils didactiques et mathématiques pour développer et exercer leur esprit critique. Des conditions favorables ont permis cette expérimentation : un encouragement de notre institution à innover et donc à expérimenter des modalités alternatives au modèle plus traditionnel cours/travaux dirigés, d'une part, et des étudiants sélectionnés – du fait du nombre de candidats et du nombre de places – volontaires et enthousiastes, d'autre part. Néanmoins, nous avons eu quelques difficultés inhérentes aux commencements. Le nombre important d'étudiants (54 sur Montpellier) a rendu certaines séances délicates à conduire quand les dédoublements n'étaient pas possibles. Les conditions matérielles n'étaient pas toujours adaptées à la gestion de 54 étudiants travaillant en groupe avec de nécessaires mises en commun pour relancer la dynamique de l'étude. Cependant le point le plus délicat a été l'adaptation aux changements. Il n'est pas aisé pour le professeur de changer de posture et les réflexes des étudiants rappellent le paradigme dominant : « Alors c'est quoi la réponse ? Qu'est-ce qu'il faut apprendre pour l'examen ? ». Le professeur a guidé les étudiants notamment à travers les ressources régulièrement fournies, le *topos* des étudiants a finalement été plus réduit que ce qu'il devrait prévaloir lorsqu'est mise en œuvre une pédagogie de l'enquête. Néanmoins, ce qui a été repris des parcours d'études et de recherches c'est une dynamique de l'étude fondée sur des questions et il semble bien que la proposition d'un média ambigu a été le moteur de cette dynamique.

V - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble : La Pensée Sauvage, (1991 : 2ème édition).

Chevallard, Y. (2002). Les TPE comme problème didactique. In T. Assude. & B. Grugeon Allys (Eds.), *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2001* (pp. 177-188). Paris : IREM de Paris 7.

Chevallard, Y. (2008). Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. In Gueudet G. & Matheron Y. (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2007* (pp. 344 – 366). Paris : IREM Paris VII.

Chevallard, Y. (2009). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. In C. Margolinas et al. (Eds). En amont et en aval des ingénieries didactiques. La Pensée sauvage éditions, pp. 81-108.

Chevallard, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. In Margolinas C, Abboud-Blanchard M, Bueno-Ravel L, Douek N, Flückiger A, Gibel P, Vandebrouck F, Wozniak F (eds) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Greboble : La Pensée sauvage, pp 81-108.

Comte, A. (1830). *Cours de philosophie positive.* Tome 1. Paris : Rouen frères (Bachelier).

Desdouits, L.-M. (1857). *La Géométrie pratique réduite à sa plus simple expression.* Paris : Jacques Lecoffre et Ce.

Filâtre, D. (2018). *Améliorer la formation initiale des professeurs des écoles.* Rapport du comité national de suivi de la réforme de la formation des enseignants. https://cache.media.education.gouv.fr/file/2018/89/9/Rapport-Filatre-2018_985899.pdf

Gouvernement du Québéc (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Education prescolaire, enseignement primaire.* Bibliothèque nationale du Québec. Disponible sur l'Internet : http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/formation_jeunes/prform2001.pdf

Hue T. & Vagnier N. (1893). *Géométrie plane, arpentage et levée des plans.* Paris : Librairie Ch. Delagrave.

Lefèvre, A. (1803), *Nouveau traité géométrique de l'arpentage : à l'usage des personnes qui se destinent à l'état d'arpenteur, au lever des plans et aux opérations de nivellement.* Paris : Bachelier.

Manesson-Mallet, A. (1702). *La géométrie pratique divisée en quatre livres.* Paris : Anisson.

Sierra, T. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas: los sistemas de numeración y la media de magnitudes.* Thesis. Universidad complutense de Madrid.

Winsløw, C., Matheron, Y., Mercier, A. (2013). Study and re-search courses as an epistemological model for didactics. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 267–284.

Wozniak, F. (2015). La démarche d'investigation depuis la théorie anthropologique du didactique : les Parcours d'Etude et de Recherche. *Recherches en Éducation*, n° 21,152-166.

Wozniak, F. (2019). Enseigner les mathématiques au début du XXIe siècle. *Didactiques en pratiques,* 5, 27-36.

ANNEXE 1 : FICHE DE LA COMPÉTENCE 1

Compétence 1 :
Développer et exercer sa pensée critique

Sens de la compétence

Face à la croissance exponentielle de l'information dans nos sociétés contemporaines, face à la multiplicité des sources et aux manipulations de plus en plus fréquentes de l'opinion produites par certaines d'entre elles (complotisme, faits alternatifs, dogmatismes variés, etc.), face aux différents prêt-à-penser, l'université comme l'école se doivent de former des citoyens capables de mettre à distance les objets (images, informations, affirmations, concepts, etc.) en interrogeant leur pertinence, en les contextualisant, en les référant à des cadres variés et en prenant en compte leur complexité. C'est cette mise à distance critique qui permet la constitution d'un point de vue et la production d'un jugement circonstancié et argumenté. Son développement comme son exercice favorisent par là-même un processus de subjectivation et d'émancipation.

Composantes de la compétence

Evaluer une information	Produire un jugement	Argumenter un jugement
Développer une démarche d'investigation ; placer dans son contexte l'information, identifier sa source, son objet et son destinataire ; définir des critères d'analyse de l'information.	Distinguer faits et opinions / interprétations (relier et expliquer les faits) ; mettre en perspective l'information avec d'autres informations ; identifier et questionner ses propres partis pris.	Expliciter les critères de jugement ; situer son jugement parmi d'autres.

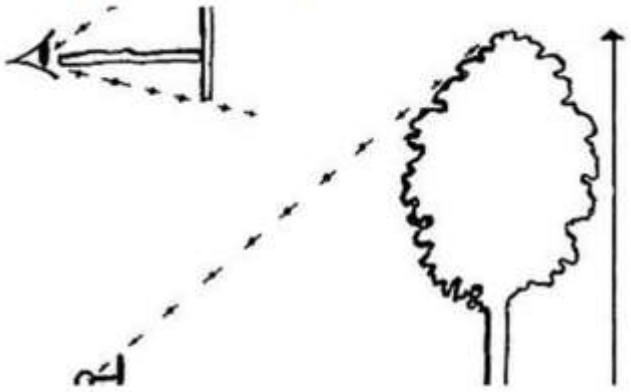
Critères de la compétence

- Formulation adéquate de la question et des enjeux associés.
- Pertinence des critères d'appréciation pour évaluer les interprétations (distinguer interprétation validée par l'expérience, les hypothèses, les opinions liées aux croyances).
- Justification nuancée du jugement sur une situation.

ANNEXE 2 : UNE PREMIÈRE RESSOURCE À ÉTUDIER

CALCULER LA HAUTEUR D'UN ARBRE

Voici le mode d'emploi pour calculer la hauteur d'un arbre avec les moyens du bord :



- Repérer un arbre un peu isolé (il faudra pouvoir reculer pour s'éloigner de son tronc). La cime doit être bien visible à 30 mètres
- Se procurer deux petites tiges, droites et de même longueur. Deux crayons identiques ou deux brindilles (pas trop fines) que l'on trouvera par terre feront très bien l'affaire
- Placer les deux tiges en angle droit : celle qui est à l'horizontale sera appliquée contre les yeux de l'observateur (votre enfant a priori), l'autre sera placée à la verticale à l'autre extrémité
- Maintenant, il faut reculer jusqu'à ce que le haut de la tige verticale coïncide avec la cime de l'arbre
- C'est fait ? Votre enfant est donc à une distance égale à la hauteur de l'arbre
- Il ne reste plus qu'à compter le nombre de pas qui sépare votre enfant de l'arbre : il se fera une joie de s'appliquer à faire ces grands pas
- Puis à mesurer la longueur de ses enjambées (80cm à 1m pour les parents)
- Multipliez le nombre de pas par la longueur des enjambées, ajoutez-y la hauteur de votre enfant (du sol jusqu'à ses yeux) : vous avez trouvé la hauteur de l'arbre.

Document extrait de :

http://www1.onf.fr/activites_nature/sommaire/enfants/avec_parents/arbres/maths/sciences/20080404-134103-571191/@@index.html

ANNEXE 3 : EXTRAITS D'UN DIAPORAMA D'ÉTUDIANT

[…]

Le graphomètre (base même niveau que l'observateur) :

Le matériel utilisé:

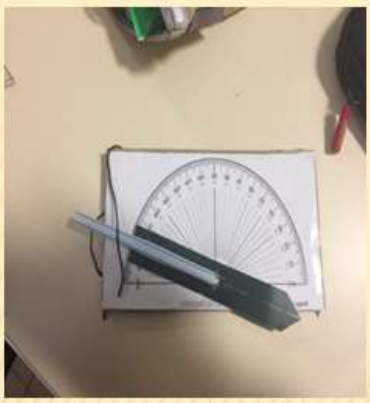
- Un graphomètre pour mesurer les angles
- Un appareil de mesure (mètre)
-Un fil de plomb pour repérer la verticale

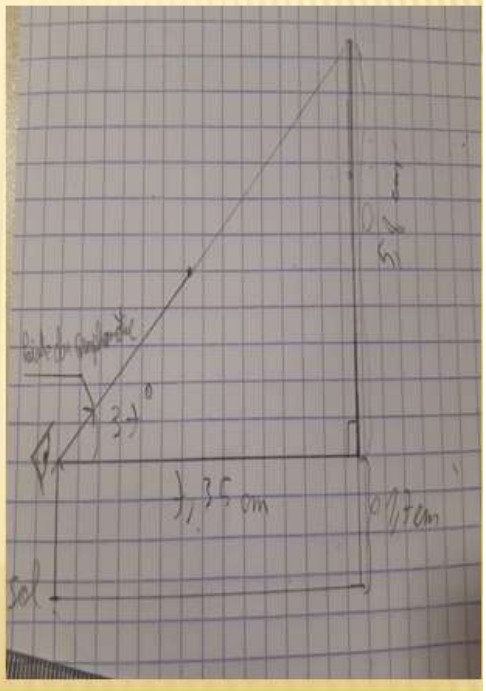
La marche suivie :

Le principe de cette technique repose sur la reproduction à échelle réduite des rapports de valeurs.
Il vous faut tout d'abord trouver l'objet de la mesure et se mettre en face de celui-ci. On reculera ensuite d'une certaine distance qui doit être connue et assez courte pour être mesurée aisément mais tout de même assez longue pour que la reproduction soit plus précise (avec un grand angle, une petite déviation peut mener à une hauteur très différente de celle recherchée).
A l'aide du fil de plomb on place ensuite verticalement le graphomètre au niveau du centre de notre œil, puis avec l'alidade mobile, on mesure l'angle que fait l'horizontale avec le point le plus haut de l'arbre. Il ne manquera alors plus qu'à faire une reconstitution de la scène avec des mesures réduites.



Il peut être utile pour la réduction de savoir l'ordre de grandeur de l'objet mesuré.
Par exemple pour un objet de 10/15 mètres, on peut se mettre à une distance de 5 mètre de l'objet et faire sur le papier un segment de 5 cm, puis on se servira de l'angle pour reconstituer la scène et avoir la hauteur de l'objet à l'échelle et ensuite la remettre à échelle réelle, dans cet exemple-ci, si on trouve 12 cm, la hauteur réelle est de 12 mètres.
Cette technique repose sur la proportionnalité des mesures et des angles et la règle de 3.



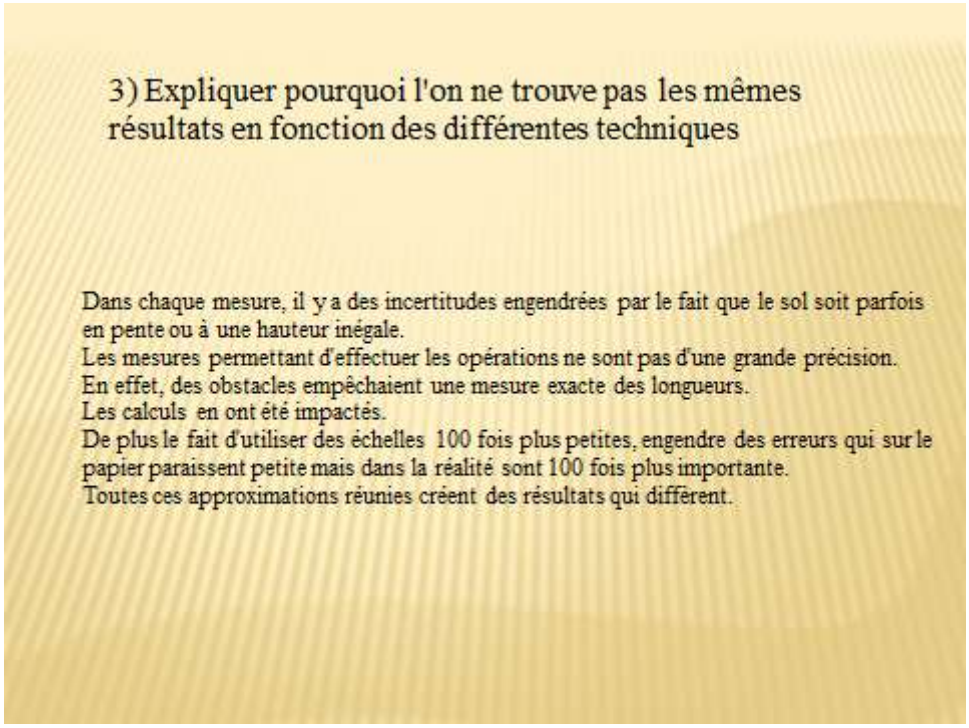


Échelle 1 cm = 1m

Sur le schéma réduit :
Hauteur graphomètre= 1,7 cm
Hauteur arbre – hauteur graphomètre= 5,8 cm
Donc : 1.7+5.8 = hauteur arbre schéma réduit

Hauteur arbre = 7.5 m

[…]


3) Expliquer pourquoi l'on ne trouve pas les mêmes résultats en fonction des différentes techniques
Dans chaque mesure, il y a des incertitudes engendrées par le fait que le sol soit parfois en pente ou à une hauteur inégale.
Les mesures permettant d'effectuer les opérations ne sont pas d'une grande précision.
En effet, des obstacles empêchaient une mesure exacte des longueurs.
Les calculs en ont été impactés.
De plus le fait d'utiliser des échelles 100 fois plus petites, engendre des erreurs qui sur le papier paraissent petite mais dans la réalité sont 100 fois plus importante.
Toutes ces approximations réunies créent des résultats qui diffèrent.

MISE EN ŒUVRE D'UNE INGÉNIERIE DIDACTIQUE ÉLABORÉE DANS LES ANNÉES 80 DANS DES CLASSES ACTUELLES : LE CAS DE L'INGÉNIERIE DIDACTIQUE DE LA SOUSTRACTION A L'ÉCOLE PRIMAIRE

Michèle COUDERETTE
Maitresse de conférences, Université de Paris
Laboratoire de didactique André Revuz
michele.couderette@u-pec.fr

Résumé
Durant les années 80, de nombreux travaux de recherche ont porté sur l'enseignement/apprentissage de la soustraction à l'école primaire. La plupart se situaient en aval de l'enseignement de la soustraction, se focalisant principalement sur les erreurs opératoires des élèves (Resnick, 1982). À la même époque, Brousseau (1986) a proposé une ingénierie didactique se situant en amont de l'enseignement d'une technique opératoire de la soustraction (Berté, 1996). Dans le cadre de notre recherche doctorale (Couderette, 2018), cette ingénierie a été mise en œuvre dans des classes ordinaires actuelles de CE1, deux en France et une en Suisse romande, classes se différenciant soit du fait du niveau d'expérience des enseignantes, soit du contexte institutionnel. La recherche a mis en évidence deux moments-clés qui conditionnent le déroulement de l'ingénierie. Lors de cette communication, nous nous appuyons sur les descripteurs de l'action conjointe pour montrer comment deux enseignantes appartenant à des systèmes éducatifs différents (Suisse romande, France) contournent les difficultés afin de faire émerger les sens d'une différence puis celui d'un algorithme opératoire de la soustraction.

Les programmes français et romands de mathématiques de l'école élémentaire réservent une place importante à la résolution de problèmes. En France, l'activité de résolution de problèmes est placée au centre du processus d'appropriation des savoirs mathématiques, en particulier à la construction du sens des opérations : « La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations » (Ministère Programmes de mathématiques au cycle 2, 2008). En Suisse romande, dans le plan d'études romand (PER https://www.plandetudes.ch/) il s'agit de « résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements » (PER-MSN-Commentaires généraux). Il est précisé que « la résolution de problèmes ainsi décrite est destinée à s'appliquer aux progressions d'apprentissage du champ calcul » (PER-MSN 13 – intentions didactiques). Dans cet article, nous rendons compte de l'observation de deux classes de niveaux identiques (7 – 8 ans d'âge), l'une en Suisse romande (4P) et l'autre en France (CE1). Notre interrogation porte sur la manière dont deux enseignantes de systèmes éducatifs différents implémentent, dans des classes actuelles et ordinaires, une ingénierie didactique reconnue comme robuste. Les enseignantes introduisent-elles des modifications et/ou aménagements ? Quels sont les savoirs co-construits par les élèves et leurs enseignantes au fil des séances ? Quels sont alors les possibles déterminants influençant cette transposition et les adaptations produites ? Pour tenter de répondre à ces questions, nous nous inscrivons dans deux cadres théoriques, le comparatisme et l'action conjointe en didactique.
Dans cet article, nous présentons brièvement l'ingénierie didactique (paragraphe 1), notre inscription théorique (paragraphe 2), la méthodologie employée (paragraphe 3) pour ensuite présenter nos résultats de recherche (paragraphe 4).

I - L'INGÉNIÉRIE DIDACTIQUE DE LA SOUSTRACTION

1 Présentation globale de l'ingénierie didactique

L'idée princeps de cette ingénierie est que les situations proposées aux élèves doivent reposer sur des savoirs connus des élèves afin de pouvoir être dévolues. Aussi, une attention particulière est portée à la structure et aux choix des variables numériques des problèmes proposés aux élèves. L'apprentissage s'organise autour d'une situation de base matérialisée par une boite opaque et un nombre important de cubes. Les élèves jouent au « jeu de la boite », jeu consistant à déterminer le nombre de cubes restant dans la boite après en avoir retiré une certaine quantité. La figure ci-après illustre quelques problèmes de l'ingénierie didactique proposés aux élèves.

Dans le parking du garage, il y a 32 places. On a garé 14 voitures. Combien de voitures faut-il mettre encore pour que le parking soit plein ?	Dans la boite, j'ai 45 cubes. J'en sors 18. Combien en reste-t-il maintenant dans la boite ? J'ai 345 cubes dans la boite, des rouges et des bleus. J'ai 83 rouges. Combien ai-je de cubes bleus ?	Un cahier a 92 feuilles, 34 sont écrites. Combien y a-t-il de feuilles blanches dans ce cahier ?	Ce matin le facteur avait 93 lettres à distribuer. Il les a mises dans sa sacoche et il est parti. Il a déjà distribué 56 lettres. Combien en a-t-il dans sa sacoche maintenant ?

Figure 1 : extraits de problèmes de l'ingénierie didactique

Si les élèves résolvent et vérifient dans un premier temps empiriquement (dessin, simulation avec les cubes, vérification par ouverture de la boite et comptage, etc.), il s'agit ensuite de les orienter vers des procédures plus abstraites. L'ingénierie est constituée de quinze leçons, que l'on peut diviser en six étapes :

Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5	Etape 6
« Dévolution de l'apprentissage de la soustraction »	« L'addition comme moyen de preuve »	« Sens et vocabulaire de la soustraction. Signe + et – Calcul mental »	« La stratégie des essais »	« réfléchir sur les choix et les essais des Schtroumpfs »	« La soustraction »

Figure 2 : étapes de l'ingénierie didactique

- La première étape a pour objectif de dévoluer le projet d'apprentissage de la soustraction. Il s'agit pour les élèves de reconnaître des problèmes soustractifs et de les résoudre. La boite a, dans cette étape, deux fonctions : simuler les situations proposées puis vérifier les résultats obtenus par les élèves ;
- Lors de la deuxième étape, le nombre et l'addition sont sollicités : le nombre comme moyen intellectuel pour faire « anticiper la solution » et l'addition comme « moyen de preuve » d'un résultat.
- La troisième étape vise essentiellement à introduire l'opération soustraction, l'écriture d'une différence sous la forme a – b. Les calculs difficiles sont pointés et justifient la nécessité de nouveaux apprentissages pour les effectuer.
- Les étapes 4 et 5 mettent les élèves en situation de recherche de techniques opératoires, d'abord lors de phases d'action — la stratégie des essais — puis lors de phases de formulation—sur les choix des Schtroumpfs...
- L'étape 6, à la charge de l'enseignant, introduit un algorithme de la soustraction.

2 Deux étapes cruciales

2.1 L'étape 2 : construction d'un moyen intellectuel de validation d'un résultat à un problème soustractif

Alors qu'à l'étape 1 la vérification est faite en ouvrant la boite et en comptant les cubes restants, lors de l'étape 2 il s'agit de construire un moyen intellectuel de vérification, **l'addition.** Dans un premier temps,

on cherche à faire comprendre qu'en remettant les cubes enlevés dans la boite, on retrouve la quantité initiale. C'est une phase d'action au sens de Brousseau. Dans un second temps, l'enseignant empêche les élèves de manipuler, leur demande de *dire* ce qu'il faut faire : remettre les cubes un par un, dix par dix, puis tout…Mais comment faire pour dénombrer lorsque les cubes sont remis tous d'un coup ? Une technique efficace est l'addition. C'est une phase de formulation. Tout au long de cette étape, l'enseignant demande aux élèves de parier sur leur réponse. Le pari est ici un objet didactique destiné à faire réfléchir l'élève à la raison du gain ou de la perte du pari. « Apprêt didactique » (Brousseau, 1986), il prépare l'émergence de l'addition comme preuve du résultat.
Cette étape est la pierre angulaire de l'ingénierie didactique. En faisant émerger l'addition comme moyen de preuve d'un résultat dès la deuxième étape, elle se donne les outils technologiques nécessaires pour basculer de l'enjeu « donner sens à la notion de différence » vers l'enjeu « donner sens à un algorithme opératoire de la soustraction ».

2.2 L'étape 4 : utilisation de l'addition pour construire un algorithme opératoire

Dès l'étape 4, les variables numériques des problèmes sont telles que le calcul de la différence par l'opération soustraction nécessite la gestion d'une retenue. Les problèmes engagent les élèves dans une recherche de techniques opératoires pour effectuer les soustractions. « il s'agit de faire formuler, reconnaître, identifier par tous ces stratégies pour trouver la réponse » (Berté, 1996, p.36).
Tout au long de cette étape, différentes stratégies de mise en œuvre sont sollicitées auprès des élèves pour résoudre cette difficulté opératoire : technique par essais successifs, réduction du nombre d'essais jusqu'à la mise en œuvre de la technique de la fausse position (un essai puis un ajustement).
L'addition est alors dans cette étape non seulement un moyen de valider une réponse d'élève, mais aussi un moyen de valider, ou d'invalider, une procédure opératoire. Elle permet d'écarter des procédures calquées sur l'algorithme de l'addition, c'est-à-dire les procédures pour lesquelles les élèves commutent les chiffres des unités de façon à rendre la soustraction à l'ordre des unités possible. Par exemple, pour le calcul de 93 – 56, la réponse 43 sera invalidée, ce qui amène à discuter de la pertinence de permuter les chiffres des unités et d'effectuer 6 – 3.
Rappelons que de nombreuses recherches des années 80 (Brown & Burton, 1978 ; Brown & Van Lehn, 1980 ; Carpenter & Moser, 1984 ; Resnick, 1982 ; etc.) ont documenté les erreurs des élèves lorsqu'ils effectuaient des soustractions nécessitant des retenues. Cette étape a pour objectif d'utiliser l'outil de validation intellectuel construit à l'étape 2 pour dévoiler et élucider des erreurs algorithmiques typiques des élèves. La figure ci-après illustre l'architecture de l'ingénierie didactique en mettant en regard étapes successives et les enjeux didactiques.

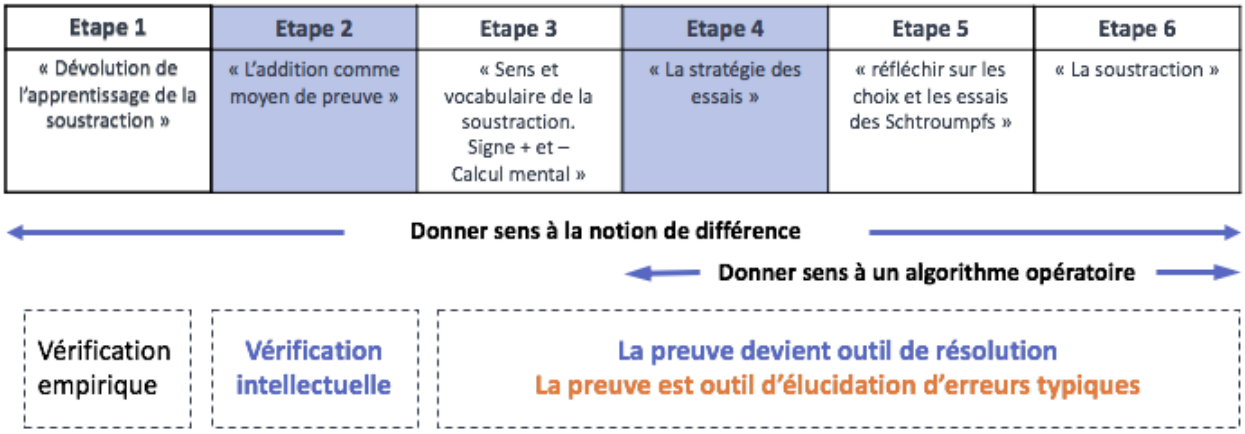


Figure 3 : structure didactique de l'ingénierie

II - INSCRIPTION THÉORIQUE

1 Une inscription en didactique comparée

Schubauer-Leoni & Leutenegger (2002) déclarent qu'« un des objectifs déclarés du comparatisme est de réagir à l'enfermement disciplinaire et aux naturalisations qui le guettent ».Nous nous appuyons sur le concept d'« *estrangement* » que Ginzburg (2001) définit comme un procédé consistant à tenir le discours de l'étranger, pour comprendre sa propre société. Changer de point de vue et opérer ainsi une mise à distance permet de se « constituer un antidote efficace à un risque qui nous guette tous : celui de tenir la réalité pour sûre » (Ibid., p. 36). Aussi mettre à distance les systèmes scolaires de notre propre environnement culturel et institutionnel (à Toulouse) par l'observation de systèmes appartenant à un autre environnement (à Genève), et réciproquement, permet d'éclairer les angles peu visibles et ainsi d'approfondir la connaissance des fonctionnements des systèmes didactiques. Le choix d'une posture comparatiste dans notre recherche a donc consisté à identifier les contraintes et les possibles de l'enseignement de la soustraction en Suisse romande et en France, à partir de l'étude des modalités de mise en œuvre de l'ingénierie didactique sur la soustraction. La visée est de produire des connaissances sur les pratiques d'enseignement et d'apprentissage de la soustraction à l'école primaire, en observant les modalités singulières de mise en œuvre de l'ingénierie, ce qui permet de mettre au jour les dimensions génériques ou *a contrario* spécifiques de l'action didactique dans les différents contextes d'observation.

2 Le modèle de l'Action Conjointe en Didactique

La TACD modélise les rapports entre savoir, élèves et professeur comme relation ternaire intrinsèquement indissociable (Schubauer-Leoni, 1998). Dans le système didactique, le travail du professeur ne peut être dissocié de celui de l'élève relativement au savoir mis en jeu. Selon Schubauer-Leoni et Leutenegger (2005), « *l'investigation des phénomènes transpositifs [ne peut être]* ***ni (que)*** *dans les savoirs,* ***ni (que)*** *dans les sujets – enseignants et apprenants – mais dans* ***leur action conjointe*** *(…) pour considérer ce travail de coproduction de connaissances à la lumière des pratiques culturelles qui le légitiment ».* Pour investiguer ces phénomènes transpositifs, ce modèle reprend et développe plusieurs concepts issus de la didactique des mathématiques.

2.1 Les concepts de contrat didactique et de milieu didactique

La dialectique contrat didactique / milieu didactique est utilisée dans notre recherche dans une visée pragmatiste d'analyse de l'activité ordinaire.

- Le contrat didactique, contrat social de communication spécifique d'une intention didactique, traduit la dynamique évolutive des attentes réciproques des acteurs vis-à-vis d'un enjeu de savoir.
- Le milieu didactique, résultant des transactions élèves-professeur ou élève-élève, est lui aussi en continuelle évolution.

2.2 Les descripteurs de l'action conjointe : mésogenèse, topogenèse et chronogenèse

Les concepts analytiques méso/topo/chronogenèse, documentent l'action conjointe au fil du temps didactique :

- La mésogenèse décrit la genèse du milieu et l'évolution du système des objets introduits dans le milieu didactique. Si le premier milieu didactique est créé par l'enseignant, sa dynamique évolutive est du fait conjoint élèves - enseignant.
- La topogenèse éclaire l'action des transactants engagés dans l'action didactique. Elle rend compte de la manière dont les acteurs se partagent les responsabilités dans la manipulation des objets de savoirs, l'un dans son rôle d'enseignant, l'autre dans son rôle d'élève.
- La chronogenèse décrit la genèse et l'avancement des objets de savoir au fil du temps didactique. Si « *tout enseignement de savoirs peut être décrit comme une progression temporelle principalement sous*

contrôle du professeur » (Chevallard, 1991), il reste cependant que *l*e savoir est porté conjointement par le professeur et les élèves, mais pas forcément sur des échelles temporelles identiques. L'élève peut être en retard, en phase ou en avance sur l'échelle temporelle impulsée par l'enseignant, obligeant ce dernier à agir sur le milieu didactique de manière à ce que, idéalement, l'ensemble de ses élèves puissent atteindre l'objectif visé.

Ces trois genèses étroitement articulées, « permettent de décrire la dynamique de l'étude, une dynamique dans laquelle professeur et élèves doivent constamment se repositionner les uns par rapport aux autres et réciproquement, en fonction de l'évolution de leur responsabilité envers les objets de leurs pratiques et les savoirs partagés, voire distribués au sein de la classe » (Mercier, Schubauer-Leoni, & Sensevy, 2002).

2.3 Les descripteurs de l'agir professoral : définir, dévoluer, réguler, instituer

Le modèle de l'Action Conjointe en Didactique (ACD) propose quatre descripteurs permettant de caractériser les actions les plus souvent effectuées par le professeur : « définir, dévoluer, réguler (gérer les incertitudes), instituer » (Sensevy, 2007).

- Définir regroupe les actions du professeur qui consistent à introduire les objets de savoir et à établir le cadre d'une situation à partir de l'agencement du premier milieu didactique « premier ».
- L'action de définir est articulée à celle de dévoluer au sens de Brousseau (1986). Il s'agit d'actions par lesquelles le professeur cherche à ce que l'action de l'élève ne soit produite et justifiée que par les nécessités du milieu didactique ou ses connaissances immédiates, et non par l'interprétation des procédés didactiques de l'enseignant.
- Réguler désigne les actions produites en vue d'obtenir de la part des élèves des stratégies d'apprentissage pertinentes. Par exemple, réaménager le milieu, réexpliquer la tâche si nécessaire, commenter les productions d'élèves. Les actions de régulation ont pour visée de maintenir la relation didactique.
- L'institutionnalisation permet au professeur et aux élèves de rendre légitime le savoir à différents moments de l'enseignement.

L'analyse de l'action du professeur permet alors de caractériser les interprétations professorales à partir desquelles il gère la construction du savoir visé dans la classe et de documenter l'épistémologie pratique des professeurs en tant qu'un des déterminants du fonctionnement du système didactique observé (Amade-Escot, 2013).

III - RÉSULTATS

La figure ci-après illustre les variations temporelles de la mise en œuvre de l'ingénierie didactique. Soulignons que les deux enseignantes, Pascale en Suisse et Valentine en France, sont expérimentées et qu'elles ont eu toute latitude pour adapter la temporalité de l'ingénierie aux conditions de vie de la classe.

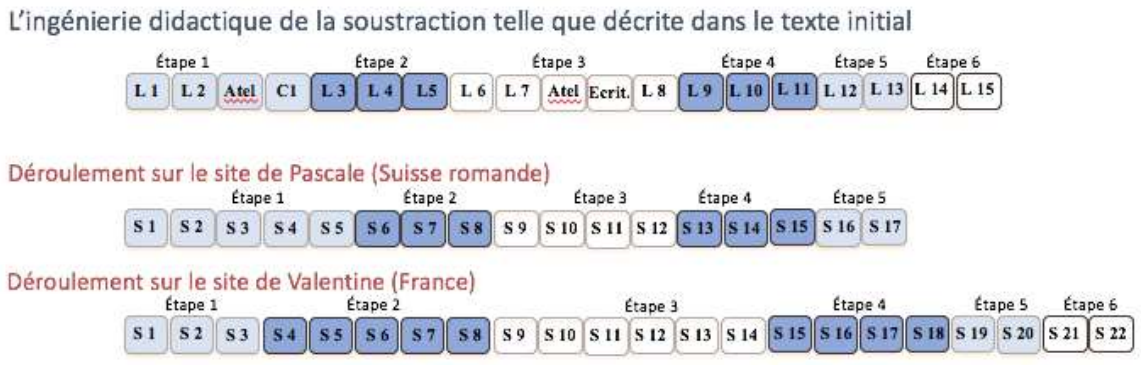


Figure 4 : déroulement temporel sur chacun des sites observés

Les deux enseignantes aménagent l'ingénierie : Pascale (Suisse romande) reste proche de la temporalité prévue initialement mais ne met pas en œuvre la sixième étape. Valentine (France) s'autorise des libertés avec la ressource en développant certaines étapes ou en introduisant des éléments non prévus à l'origine. Nous avançons un point de vue institutionnel pour expliquer ces aménagements. En Suisse romande, les enseignants sont habitués à travailler avec des moyens d'enseignement qui guident leur pratique même si la cohérence descendante de ces moyens peut être réinterrogée (Daina, 2013). De plus, les algorithmes opératoires de la soustraction (par cassage ou par décrémentation) ne sont pas au programme. Aussi, nous pouvons supposer que Pascale se maintient dans les préconisations institutionnelles et suit l'ingénierie telle qu'elle est présentée, comme elle le ferait pour les moyens d'enseignement habituels. Valentine s'autorise, quant à elle, des libertés avec la ressource, libertés que nous relions aux principes institutionnels français selon lesquels les enseignants sont libres de choisir leurs ressources et d'en faire un usage très personnalisé en les adaptant aux conditions et contraintes de la classe.

Nous relevons dans ce qui suit les généricités et spécificités des mises en œuvre des deux enseignantes au regard du savoir visé par l'ingénierie didactique.

1 Généricité dans les mises en œuvre

1.1 Des pratiques valorisant l'articulation aux autres domaines mathématiques

Les deux enseignantes tirent parti de l'ingénierie pour tisser des relations entre différents domaines mathématiques. Pascale construit les objets « nombre » et « addition / soustraction » en parallèle de façon à étendre les connaissances des élèves sur la suite des nombres. Elle mobilise pour ce faire les domaines « Nombres » et « Opérations » et utilise de nombreuses ressources autres que celles de l'ingénierie. Ce faisant, elle rend possible l'accès aux problèmes posés dans l'ingénierie didactique. Valentine articule de manière plus importante l'ingénierie aux autres domaines mathématiques. Elle re-situe l'ingénierie en la fondant dans sa progression annuelle en mathématiques (Couderette et al., 2014), dépassant ainsi les préconisations institutionnelles françaises.

Cette généricité observée n'est pas seulement influencée par les pré-construits institutionnels, mais aussi par l'expérience des enseignantes : dans les deux cas, les deux enseignantes s'autonomisent des textes.

1.2 L'importance du débat pour argumenter la justesse d'une procédure

Pascale et Valentine ont stabilisé un usage professionnel de gestion des élèves selon une alternance de moments collectifs et individuels. Ces façons de faire sont fortement adossées à une approche socioconstructiviste et/ou à la doxa pédagogique des deux pays. Elles n'ont donc pas trouvé de difficultés à s'inscrire dans la perspective de l'ingénierie qui, de prime abord, a pu leur apparaître en continuité avec leur façon de faire. Ainsi l'alternance de modalités qu'induit l'ingénierie didactique ne modifie pas leur organisation habituelle qui consiste à faire verbaliser, à instaurer des débats entre les élèves pour faire émerger des savoirs.

1.3 Une mécompréhension de la logique épistémique de l'ingénierie didactique

Les deux enseignantes ne perçoivent pas le basculement de l'enjeu « donner sens à la notion de différence » vers l'enjeu « donner sens à un algorithme opératoire de la soustraction ». Toutes deux lisent l'ingénierie didactique selon une approche « résolution de problèmes » où l'enjeu est la reconnaissance de problèmes soustractifs et le développement de différentes stratégies de résolution. La visée d'élucidation des erreurs de nature algorithmique n'est perçue que par Pascale, principalement pour mettre en exergue la non commutativité de la soustraction (*cf.* figure 5 ci-contre)

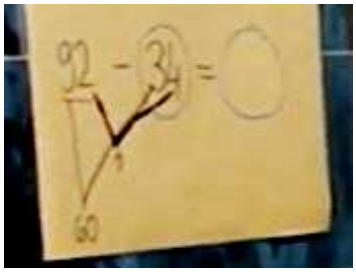


Figure 5

Le pari, objet didactique de l'étape 2, n'est reconnu ni par Pascale ni par Valentine. Toutes deux ne le perçoivent pas comme un apprêt didactique pour préparer, faire émerger la preuve d'un résultat. Il reste, pour toutes les deux, un objet motivationnel, voire une incongruité pour Pascale, alors qu'il est une

variable didactique de commande de la situation, cruciale dans la construction de la preuve. Il s'ensuit que les élèves de Pascale ne passent pas de la vérification empirique à la vérification intellectuelle et que cette dernière, chez Valentine, relève d'une procédure automatisée, non construite par les élèves et de ce fait, probablement dénuée de sens.

1.4 Le maintien de la relation didactique par une pratique ostensive

Nous avons remarqué au fil des analyses une récurrence de monstrations, d'effets Topaze, d'ostensions déguisées (Salin 2002) relevant, selon nous, de la manière de faire de ces deux enseignantes, probablement portées par une certaine assurance liée à leur ancienneté. Les deux enseignantes produisent des affiches « montrant comment faire », leur permettant ainsi de garder le contrôle sur la construction du savoir, s'appuient sur du matériel de numération et font régulièrement appel à des élèves chronogènes (Sensevy, 1998) pour peser sur l'avancée du savoir.



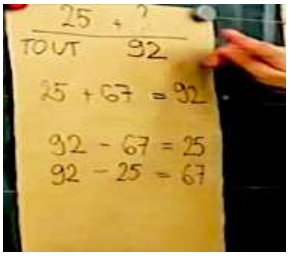


Figure 6



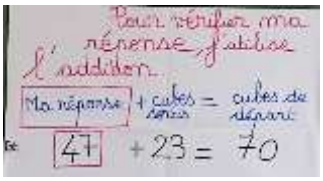


Figure 7

Ces usages professionnels rendent possible le maintien de la relation didactique mais parfois au prix de l'évanouissement du savoir (par exemple, celui relatif à la construction de la preuve ou celui relatif à la construction d'un algorithme opératoire).

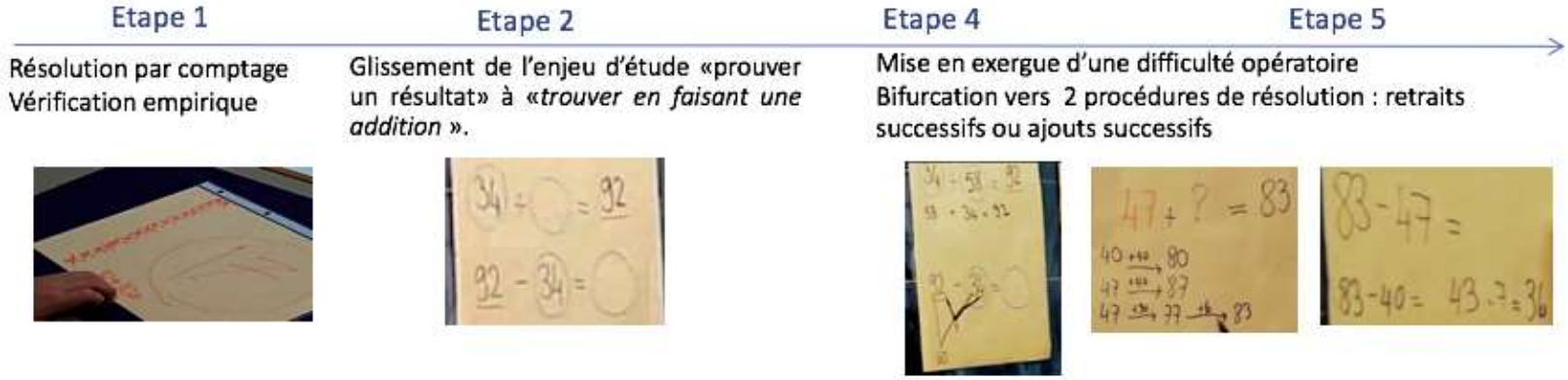
2 Spécificités dans les mises en œuvre

2.1 Au regard des dimensions épistémiques de l'ingénierie didactique

Lors de la première l'étape, les enseignantes sont toutes deux dans le fil de l'ingénierie didactique : les élèves résolvent selon leurs propres procédures. Principalement par comptage chez Pascale, en utilisant la numération décimale chez Valentine. Les élèves vérifient en simulant les situations proposées avec une boite et des cubes.

Dès l'étape 2, les mises en œuvre diffèrent. La figure 8 met en regard les mises en œuvre sur les deux sites.

Site genevois (Pascale)



Site toulousain (Valentine)

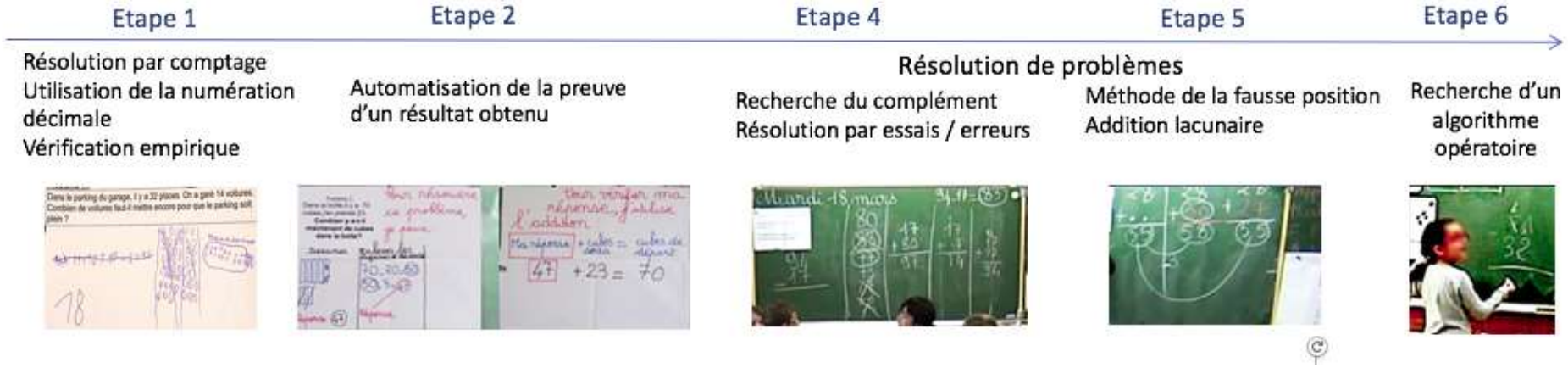


Figure 8 : mise en regard des mises en œuvre sur les deux sites

Sur le site genevois, nous observons une bifurcation à l'étape 2 : l'enjeu glisse de « prouver un résultat en faisant une addition » à « trouver le résultat en faisant une addition », pour s'orienter ensuite vers l'apprentissage en parallèle de deux procédures de résolution, l'une par ajouts successifs l'autre par retraits successifs. Cette bifurcation montre en réalité une enseignante privilégiant des procédures de résolution qui ne la mettent en contradiction avec le plan d'étude romand. Les documents d'accompagnement du plan d'étude indiquent que « le champ de l'addition englobe les deux opérations réciproques : l'addition (a+b = c) et la soustraction (c-a=b ou c-b=a). On ne trouvera donc pas de module sur la « soustraction », celle-ci étant intégrée aux activités sur « l'addition », envisagée dans l'acceptation large du terme » (Moyen COROME, p. 181). Pour autant, Pascale se rapproche d'une des visées de l'ingénierie en profitant des écritures additives pour montrer la non commutativité de la soustraction et de ce fait pour justifier l'apprentissage d'un nouveau savoir.
Sur le site toulousain, Valentine n'a pas perçu l'adidacticité du pari, en tant qu'apprêt destiné à faire émerger l'addition comme moyen de preuve d'un résultat. Aussi, celui-ci est automatisé prématurément à l'étape 2, automatisation soutenue par des introductions mésogénétiques ainsi que par une position en surplomb. Elle poursuit ensuite dans le droit fil des étapes 4 et 5 de l'ingénierie en faisant émerger plusieurs techniques de résolution : technique par essais successifs, méthode de la fausse position, addition lacunaire et algorithme de la soustraction par cassage. Si la preuve par addition est bien utilisée comme moyen de validation d'une réponse, son potentiel d'élucidation de certaines erreurs typiques de procédures opératoires est ignoré. Seul l'aspect « stratégie de résolution » domine.

2.2 Spécificités à propos de la topogenèse

Du point de vue des descripteurs de l'action conjointe, le topos des enseignantes dans chacun des sites évolue en sens contraire.

Si Pascale tient une position topogénétique basse en début d'ingénierie, en laissant les élèves s'engager dans la résolution des problèmes, elle évolue graduellement vers une position haute, guidant les élèves de manière très serrée vers les deux procédures de résolution (ajouts ou retraits successifs).

A l'inverse, Valentine endosse une position en surplomb durant les deux premières étapes afin de poser dans le milieu didactique la preuve d'un résultat. L'addition en tant que moyen de preuve étant posé, elle peut alors se replier sur une position plus basse, et laisser les élèves prendre en charge les résolutions de problèmes ou l'analyse des procédures proposées. Ce qui en fait correspond à sa manière habituelle de faire et qui répond aussi aux préconisations institutionnelles : « La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique, […] est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages, […] fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations » (BOEN HS n° 3, p. 15, 33 et 38).

IV - CONCLUSION

Nous avons rendu compte dans cette communication de la manière dont deux enseignantes expérimentées ont mis en œuvre une ingénierie didactique élaborée dans les années 80 au COREM (Centre d'observation et de recherches sur l'enseignement des mathématiques et des Ecoles Michelet de Talence). Chacune des enseignantes a procédé à sa manière. Pascale est restée dans un premier temps conforme aux objectifs de l'ingénierie didactique de la soustraction en laissant les élèves résoudre les problèmes mathématiques qui leur étaient proposés. Confrontés à ceux où il leur était demandé de calculer un reste, un écart ou un complément, les élèves ont pu construire plusieurs sens de la soustraction. Cependant à l'étape 2, la preuve n'émerge pas, ce qui ne permet pas aux élèves de construire une stratégie de résolution par essai /erreur. Pascale bifurque rapidement vers un autre enjeu, celui centré sur la résolution par retraits ou ajouts successifs, éludant ainsi les autres techniques proposées par l'ingénierie.
Valentine est restée proche des enjeux de l'ingénierie, dans la mesure où les élèves ont pu faire émerger les différents sens de la soustraction mais aussi donner du sens à différentes techniques de calcul

numérique. Elle réussit, certes par automatisation, à faire émerger l'addition comme moyen de valider un résultat. Néanmoins, celle-ci n'a jamais été utilisée pour élucider les erreurs de nature algorithmique produites par les élèves et par conséquence n'a pas participé à la construction mathématique d'un algorithme.

Dans les deux cas, il ressort que ce sont des difficultés de compréhension des soubassements épistémique de l'ingénierie didactique plus que les contraintes institutionnelles qui restreignent la construction du sens de l'opération, mécompréhension qui se révèle lors des deux moments cruciaux de l'ingénierie « l'addition comme moyen de preuve » et « la stratégie des essais ». Ce constat pose la question de la reprise d'ingénierie et des conditions nécessaires en termes de formation didactique des enseignants tant sur le plan mathématique que sur le plan didactique.

V - BIBLIOGRAPHIE

Amade-Escot, C. (2013). L'épistémologie pratique des professeurs et les recherches sur l'intervention. Perspectives pour de futurs dialogues. In B. Carnel & J. Moniotte. Intervention, Recherche et Formation : Quels enjeux, quelles transformations ?, 37-58 in *Actes de la Biennale ARIS*. Amiens : Université de Picardie et ARIS.

Berté, A. (1996). *Soustraction à l'école élémentaire*. Document rédigé à partir des préparations des professeurs et des chercheurs et des observations faites dans l'école.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **7**(2), 33-115

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage

Brown, J. S. & Van Lehn, K. (1980). Repair Theory : A Generative Theory of Bugs in Procedural Skills. *Cognitive Science*, **4**(4), 117-135.

Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive science*, **2**(2), 155-192

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in Mathematics Education*, **15**, 179-202, NCTM

Chevallard, Y. (1991). La transposition didactique, du savoir savant au savoirenseigné. Edition augmentée. Grenoble: La Pensée Sauvage

Couderette M. (2018). *Enquête comparatiste sur la mise en œuvre d'une ingénierie didactique pour l'enseignement de la soustraction au premier cycle du primaire dans plusieurs systèmes didactiques : études de cas en Suisse et en France,* Doctoral dissertation, Université Toulouse le Mirail-Toulouse II

Couderette, M., Marrou, V., Constant, C., & Iches, A. (2014). Recherche collaborative : questions d'intégration d'une ingénierie didactique broussaldienne aux pratiques enseignantes. In *Actes du 41ème colloque COPIRELEM,* IREM Bordeaux

Daina, A. (2013). *Utilisation des ressources : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques / cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois*. Thèse de Doctorat : Université de Genève.

Ginzburg, C. (2001). *A distance*. Paris : Gallimard.

Mercier, A., Schubauer-Leoni, M.-L., Sensevy, G. (2002). Vers une didactique comparée. In A. Mercier, M.-L. Schubauer-Leoni, & G. Sensevy (Eds.) Vers une didactique comparée. *Revue Française de Pédagogie* **141**, 5-16.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2008). *Programmes d'enseignement de l'école primaire*. Consulté à l'adresse ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2008/hs3/hs3.pdf

Resnick, L. B. (1982). Syntax and semantics in subtraction. In T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds). *Addition and Subtraction : a cognitive perspective*, 136-155. Hillsdale, New Jersey : Erlbaum Associates

Salin, M.-H. (2002), Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiquescomme objet d'analyse du travail du professeur. In P. Venturini et alii, Ed.,Etude des pratiques effectives: l'approche des didactiques. Grenoble: LaPensée Sauvage

Schubauer-Leoni, M.L. & Leutenegger, F. (2002). Expliquer et comprendre dans une approche clinique/ expérimentale du didactique ordinaire. Dans : Madelon Saada-Robert éd., *Expliquer et comprendre en sciences de l'éducation,* 227-251. Louvain-la-Neuve, Belgique: De Boeck Supérieur. doi:10.3917/dbu.saada.2002.01.0227.

Schubauer-Leoni, M.L. & Leutenegger, F. (2005). Une relecture des phénomènes transpositifs à la lumière de la didactique comparée. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, **27**, 2005/3, 407-429. Fribourg : SSRE

Schubauer-Leoni, M.L. (1998). Les sciences didactiques parmi les sciences de l'éducation : L'étude du projet scientifique de la didactique des mathématiques. In R. Hofstetter & B. Schneuwly (Eds.), *Le pari des sciences de l'éducation*, 329-352. Bruxelles : De Boeck. Coll. Raisons Éducatives.

Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques. Etude et autonomie à l'école élémentaire.* Paris : PUF

Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In G. Sensevy & A. Mercier, (Eds.), *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, 13-49. Presses Universitaires de Rennes.

DU PROJET COLLABORATIF À LA FORMATION : CONTINUITÉ DES APPRENTISSAGES ET DE L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMÉRATION DU CYCLE 2 AU CYCLE 3

Stéphanie CROQUELOIS
Chargée d'études, Institut Français de l'Éducation
Ecole Normale Supérieure de Lyon
Stéphanie.croquelois@ens-lyon.fr

Jean-Luc MARTINEZ
Chargé d'études, Institut Français de l'Éducation
Ecole Normale Supérieure de Lyon
Jean-luc.martinez@ens-lyon.fr

Jean-Pierre RABATEL
Chargé d'études, Institut Français de l'Éducation
Ecole Normale Supérieure de Lyon
Jean-pierre.rabatel@ens-lyon.fr

Sophie SOURY-LAVERGNE
MCF HDR, Institut Français de l'Éducation
Ecole Normale Supérieure de Lyon
Sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr

Résumé
Le partenariat entre enseignants du terrain et chercheurs est reconnu comme étant un élément clef de la conduite de projets de recherche pour produire des résultats qui sont à la fois des nouvelles connaissances en éducation sur les situations d'apprentissage, d'enseignement et de formation et des moyens effectifs de faire évoluer les pratiques sur le terrain. Différentes organisations pour susciter et faire vivre cette collaboration existent, avec les lesson study (Miyakawa & Winslow, 2009), les groupes IREM, les Instituts Carnot de l'Éducation ou les LéA, les lieux d'éducation associés à l'Institut Français de l'Éducation (Sanchez & Monod-Ansaldi, 2014).
Les expérimentations réalisées au sein du LéA CiMéLyon – Circonscriptions de la Métropole de Lyon - ont permis de mettre en avant les difficultés d'apprentissage et d'enseignement en numération décimale de position. Elles soulignent également la faible prise en compte de la continuité de cet apprentissage dans l'enseignement.
La collaboration entre enseignants inter-cycles et chercheurs s'est appuyée sur un jeu de numération : le Chiffroscope. Les travaux autour de ce jeu ont permis de caractériser les connaissances des élèves en numération et de tracer l'évolution des pratiques enseignantes tant sur les connaissances que sur la continuité des apprentissages et d'enseignement de la numération décimale de position du cycle 2 au cycle 3.
L'objectif de cette communication est de montrer comment et à quelles conditions la collaboration entre enseignants inter-cycles et chercheurs peut être un levier de formation et de développement professionnel des acteurs.

I - LE LÉA CIMÉLYON, CIRCONSCRIPTIONS DE LA MÉTROPOLE DE LYON

1 Un LéA, Lieu d'éducation associé, c'est quoi ?

Les LéA (Lieux d'éducation associés) ont été créés par l'IFE (Institut Français de l'Education) en 2011. Le LéA est défini comme une collaboration entre chercheurs et enseignants, collaboration qui nécessitera la mobilisation des compétences propres à chacune des instances. Ainsi est reconnu l'intérêt de l'expertise des enseignants qui va permettre une meilleure prise en compte des contraintes pratiques du terrain. Cette collaboration s'inscrit dans un temps long, trois ans, autour de questionnements issus des lieux d'éducation.

Ce dispositif vise également la diffusion des savoirs et des résultats issus de ces recherches et leur mise à disposition en formation initiale et continue des professeurs, des éducateurs et des chercheurs.

Le travail collaboratif est un élément fondamental de ce partenariat. Tous les acteurs sont associés étroitement à tous les stades : l'élaboration, la mise en œuvre et l'analyse des solutions expérimentées ou les ingénieries produites au sein des LéA.

2 Le LéA CiMéLyon

Le LéA CiMéLyon s'appuie sur les travaux du projet OCINAEE[1] (Objets Connectés et Interfaces Numériques pour l'Apprentissage à l'Ecole Elémentaire) qui s'est déroulé de 2014 à 2016.

Le LéA a réuni pour cette année scolaire 2018/2019, 18 enseignants, une équipe IFé composée d'une chercheure et d'enseignants 1er et 2nd degré mis à disposition et 440 élèves de cycle 2 et 3 répartis dans 5 écoles et 1 collège de la métropole de Lyon. La moitié des classes est située dans le réseau d'éducation prioritaire REP ou REP+.

Le point de départ de ce projet est une problématique commune que rencontrent les chercheurs et les enseignants à propos de l'enseignement et l'apprentissage de la numération décimale de position pour des élèves de cycle 2 et de cycle 3.

Du côté de la recherche, l'objectif est de modéliser les connaissances des élèves en numération décimale de position pour les faire évoluer ; du côté des enseignants, l'objectif est de modifier, faire évoluer leurs pratiques afin de mieux aider leurs élèves.

Que ce soit du côté de la recherche ou du côté des enseignants, tous s'accordent à travailler ensemble sur ce problème commun dans le but de faire progresser les élèves dans l'apprentissage de la numération décimale de position.

II - ELÈVES, ENSEIGNANTS, FORMATEURS : DES DIFFICULTÉS COMMUNES ?

1 Une difficulté d'apprentissage

Lors de nos observations dans des classes du LéA, nous avons constaté que les élèves rencontraient des difficultés d'écriture du nombre notamment lors du passage de la conversion d'une unité de numération à l'unité supérieure. La difficulté réside dans le fait d'exprimer une quantité autrement qu'avec les unités simples : par exemple, une centaine ne représente pas aussi facilement la quantité « 100 » comme « une centaine » ou « dix dizaines » que la quantité « 100 » comme « cent unités" (figure 1).

On peut aussi s'interroger sur la perception qu'en ont les enseignants et leur prise de conscience concernant ces questions-là sur lesquelles butent les élèves que nous allons illustrer au travers de trois exemples.

Premier exemple : un élève de CE1 (élèves de 7-8 ans, classe de 4H en Suisse) manipule des bûchettes. Il les regroupe par 10 avec un élastique. Il fait 4 paquets de 10 bûchettes et dit :

« Et hop là ! On a fait 4 paquets, ça fait 40 paquets… 10, plus 10, plus 10, plus 10 ça fait 40. » (Fig. 1)

Cet élève distingue bien les 4 paquets de 10 bûchettes chacun, il sait que chacun contient 10 bûchettes, il compte le nombre de bûchettes en pointant chaque paquet. Sa difficulté réside dans le fait qu'il a du mal à se détacher des 10 bûchettes de chaque paquet et représenter les 40 bûchettes par autre chose que 40 unités.

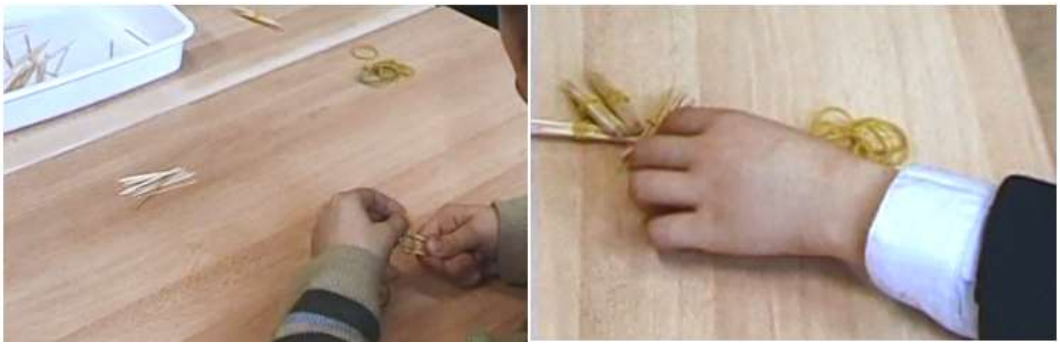


Fig. 1 : Captures de la vidéo "Combien de bûchettes ?" du DVD "Enseigner les maths au cycle 2"

Deuxième exemple : une enseignante de CM1 (élèves de 9-10 ans, classe de 6H en Suisse) propose à ses élèves un tableau sur lequel sont collées des étiquettes dans les colonnes identifiées par des unités de numération. A la question de l'enseignante demandant « ce que l'on voit dans le tableau », l'élève répond « 1 centaine, 9 dizaines, 9 unités, 16 dixièmes ».



Fig. 2 : Vidéo en ligne du Centre Alain Savary, institut français de l'Education. Tâche : faire des échanges pour trouver le nombre exact

Or, dans cet exemple, l'étiquette « 10 » représente 10 unités quelle que soit sa position. La présentation de cette activité de recherche du nombre sous forme de tableau vient en contradiction avec l'utilisation d'un tableau de numération dans lequel une étiquette « 10 » placées dans la colonne des dizaines ne correspond pas à 10 unités mais à 10 dizaines soit 100 unités.

Cet exemple illustre la difficulté du passage de la conversion de « 10 unités » en « 1 dizaine », 9 dizaines ne peuvent pas être exprimées autrement que par 9 étiquettes mentionnant « 10 » dans la colonne indiquant les unités de numération « dizaines » et pas 9 étiquettes mentionnant « 1 ».

Troisième exemple : des élèves de CM2 (élèves de 10-11 ans, classe de 7H en Suisse) jouent au jeu Chiffroscope qui sera présenté plus loin.

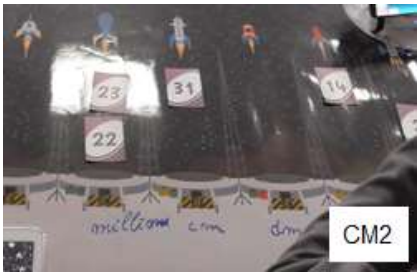


Fig. 3 : Vidéo LéA CiMéLyon, élèves de CM2, 10-11 ans, classe de 7H en Suisse

Dans cette étape du jeu, les élèves doivent retrouver le nombre cherché avec les éléments présents sur le plateau de jeu. Au cours de la discussion entre les élèves concernant les cartes 23 et 22 dans la colonne représentant les unités de millions, on entend :

« On est d'accord qu'en tout ça fait 45 millions, mais du coup pour les dizaines de millions, y en aurait 40 normalement et dans les millions tout court, il y en aurait 5. »

Les élèves décomposent bien 45 millions en 40 millions et 5 millions, mais ils éprouvent davantage de difficultés à transformer 40 millions en 4 dizaines de millions et conservent la quantité « 40 » tout en utilisant l'unité de numération supérieure, soit 40 dizaines de millions.

La mise en relation de ces trois exemples permet de comprendre la difficulté que doivent surmonter les élèves durant leur apprentissage de la numération décimale pour construire le fait qu'une certaine quantité peut s'exprimer de différentes façons (40 dizaines = 4 centaines = 400 unités = 0,4 unités de mille) et ainsi arriver à exprimer une quantité autrement que par référence à l'unité simple systématiquement.

Le jeu que nous présenterons (illustrant le 3e exemple) montre ces difficultés d'apprentissage des élèves, notamment, leurs connaissances insuffisantes sur le principe décimal, confirmant les résultats des recherches (Houdement & Tempier, 2018) (Bednarz & Janvier, 1984).

2 Une difficulté d'enseignement

Lors de nos réunions de travail collaboratif avec les enseignants du LéA, nous avons constaté à travers les partages d'expériences du manque de continuité inter-cycles dans l'enseignement de la numération décimale. Les problèmes ressentis exprimés par les enseignants sont une reprise récurrente voire systématique des apprentissages antérieurs, leur acquisition fragile ou insuffisante ne permettant pas la poursuite de l'enseignement.

Dans la pratique, nous avons constaté des freins à cette continuité inter-cycle en cohérence avec les ressentis exprimés par les enseignants.

Par exemple, les domaines numériques peuvent être exclusivement restreints au niveau enseigné et les outils utilisés adaptés à cette restriction, comme l'utilisation d'un tableau de numération ne présentant qu'un nombre fini de colonnes passant sous silence l'existence même d'unités de numération au-delà des colonnes présentées.

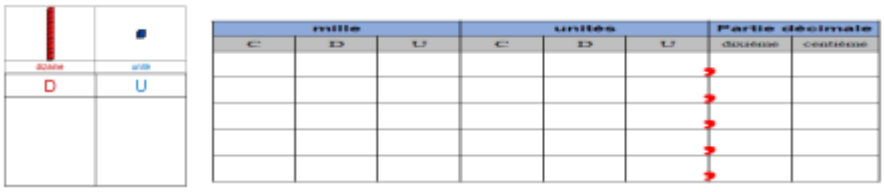


Fig. 4 : A gauche, tableau de numération utilisé dans une classe de CP, 3H en suisse, ne présentant que les colonnes unités et dizaines. A droite, tableau de numération borné de centaines de mille à centième.

Nous avons également constaté que les différentes procédures ne sont pas questionnées par les enseignants. En effet, la procédure de retour à l'unité par exemple (5 centaines + 12 centaines = 500 unités + 1 200 unités = 1700 unités = 17 centaines) qui s'avère efficace pour les entiers ne permet pas de visibilités sur ses limites, notamment pour les conversions de grandeurs et mesures, où l'unité de référence change en fonction du contexte.

III - EN QUOI LE LÉA CIMÉLYON EST-IL UN PROJET COLLABORATIF ?

1 La collaboration au sein du LéA

Tout au long du projet, les acteurs ont été étroitement associés. Un certain nombre d'enseignants du LéA ayant participé dans le cadre du projet OCINAEE à la création et co-construction de jeux mathématiques

dont un jeu sur la numération décimale, c'est tout naturellement que la problématique collective : « Qu'apprennent les élèves des cycles 2 et 3 lorsqu'ils utilisent un jeu qui permet de travailler les principes de la numération décimale de position ? » est apparue.

Le travail collectif est un élément fondamental de ce partenariat et prend la forme de rencontres en présentiel plusieurs fois dans l'année autour d'ateliers de travail et d'échanges mais aussi de travail à distance.

Cette collaboration entre les chercheurs et les enseignants, réunis autour d'une problématique commune, est un terrain favorable à la production de ressources.

2 Une ressource produite en collaboration : le jeu du Chiffroscope

Le jeu du Chiffroscope est un jeu relatif à la numération décimale de position, pour les nombres entiers et pour les nombres décimaux. C'est un jeu de collaboration entre deux ou plusieurs élèves des cycles 2 et cycle 3 (élèves de 6-9 ans et 9-12 ans).

Ce jeu propose des activités de codage et de décodage des nombres s'appuyant sur la manipulation d'artefacts tangibles, des cartes sur un plateau, et la manipulation d'artefacts numériques, sur des tablettes et un smartphone.

La collaboration est nécessaire entre les élèves pour réussir. Les traces produites par les élèves lors des phases de jeux sont observées et analysées par les chercheurs en se questionnant sur une évolution vers des écrits mathématiques conventionnels.

Les menus des domaines numériques travaillés proposés dans ce jeu peuvent concerner tous les élèves des cycles 2 et 3, utilisant ainsi la même structure de jeu et le même matériel du CP à la 6e (de 9 ans à 12 ans).

Le jeu se déroule en trois étapes :

Etape 1 : Tirage de cartes-nombres (en violet ci-dessous) par les joueurs et tirage des unités de numération par le dispositif qui apparaissent sur le téléphone.



Fig. 5 : De gauche à droite, le déroulement d'une partie

Dans cette étape 1, le positionnement de la première unité de numération est indiqué par le dispositif permettant au joueur de poser la première carte-nombre. Les cartes-nombre suivantes sont positionnées sur le plateau par les joueurs sans autre indication du dispositif que les unités de numération qui leur sont associées.

Étape 2 : Recherche du nombre



Fig. 6 : A gauche, la recherche du nombre sur le plateau; à droite sur les outils du dispositif

Cette étape structure la recherche du nombre, en utilisant les outils du dispositif répartis sur les tablettes ou l'espace du plateau réservé à cet effet.

Étape 3 : Ecriture du nombre



Fig. 7 : Ecriture sur nombre sur chaque tablette

Les élèves doivent écrire ensemble le nombre qu'ils proposent après leur recherche.

3 Zoom sur une particularité de la ressource : le tableau de numération issu du jeu



Fig. 8 : Le plateau de jeu unique du jeu Chiffroscope du kit OCINAEE



Fig. 9 : Deux planches juxtaposées du jeu tangible

Les menus proposés dans ce jeu concernent tous les élèves des cycles 2 et 3, du CP à la 6e (élèves de 6 à 12 ans). Le plateau de jeu est identique pour tous les joueurs et comporte sept colonnes dans la version du jeu Chiffroscope du kit OCINAEE (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**). Dans la version tangible du jeu (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**), une planche comporte trois colonnes entières centrales et deux demi-colonnes aux extrémités permettant ainsi la juxtaposition de planches en fonction des besoins et des informations sur le nombre à écrire.

Les colonnes ne sont donc pas attribuées à une unité de numération au préalable d'une partie et cette attribution des unités de numération aux colonnes est variable d'une partie à l'autre (en particulier les unités simples ne sont pas nécessairement dans la colonne de droite). Dans la version OCINAEE, le plateau-tableau étant fini, certaines unités de numération, utiles à l'écriture du nombre, peuvent ne pas être présentes alors que dans la version tangible, il est possible de juxtaposer des planches autant que nécessaire pour les faire apparaître. Ce tableau a été appelé « flottant » par les concepteurs et premiers utilisateurs, pour indiquer qu'il n'est ni figé, ni borné, avec des colonnes attribuées à différentes unités de numération selon le tirage au sort de la première unité de numération. Il apparaît en rupture avec les tableaux souvent utilisés en classe ou parfois commercialisés (Fig. 10 et Fig. 11).

Dans ce tableau de numération « flottant », nous avons fait le choix de pouvoir mettre des cartes nombres, y compris des nombres à deux chiffres. Ainsi, des conversions sont parfois nécessaires pour trouver le nombre cherché.



Fig. 10 : Tableaux de numérations utilisées dans des classes illustrant la séparation plus ou moins marquée entre la partie entière et la partie décimale d'un nombre



Fig. 11 : Tableau de numération commercialisé où 5 jetons « 100 » placés dans la colonne des centaines représentent 5 centaines.

Ce tableau "flottant" favorise une continuité des apprentissages de la numération décimale de position.

Dans le LéA CiMéLyon, les enseignants de cycle 2 et de cycle 3 travaillent ensemble, ce qui permet une visibilité plus large de l'apprentissage de la numération décimale et pointe l'importance de considérer la continuité de cet apprentissage intra et inter-cycles.

Dans cette collaboration, une majorité des enseignants, à des rythmes différents, a pris conscience des conséquences de certaines façons de travailler, au-delà de leur propre classe et de leur propre niveau de classe enseigné, faisant ainsi évoluer leurs pratiques et leurs ressentis quant à leur approche de la numération décimale et à son enseignement.

IV - DU LÉA CIRCONSCRIPTIONS MÉTROPOLE DE LYON, VERS LA FORMATION

Les motivations qui conduisent à une formation sur ces travaux

Le jeu Chiffroscope a provoqué des questionnements, des débats entre les acteurs du LéA comme la possibilité d'écrire un nombre à deux chiffres dans une colonne d'un tableau de numération, l'utilisation d'un tableau de numération comportant plus de colonnes que nécessaires, l'utilisation d'unités de numération non visibles dans le tableau.

Les échanges de pratiques issus de la collaboration entre les enseignants des cycles 2 et 3, ont permis de mettre en avant que le cloisonnement des pratiques empêche une continuité des apprentissages. L'importance d'une vision globale de l'apprentissage et de l'enseignement de la numération décimale au-delà du cycle ou du niveau de classe enseigné nous a conduits à proposer une formation répondant à cette problématique.

Nous avons vu l'évolution des pratiques dans l'activité au quotidien de certains enseignants, certains parlant de "révélation" car remettant en cause des éléments qui leur paraissaient très stables sur leurs conceptions de l'enseignement de la numération à travers l'usage du tableau de numération.

Lors de nos séances de travail collaboratif, sont apparus des questionnements et des demandes explicites en apports didactiques par les enseignants sur le principe décimal davantage que sur le principe de position.

Ces évolutions ne sont pas apparues de façon immédiate mais sur la durée. C'est bien là, une plus-value d'un dispositif comme un LéA de pouvoir mener un projet sur 3 ans.

Cette expérience avec le LéA a donc révélé, chez les enseignants, au travers des questionnements didactiques, la prise de conscience d'une nécessaire évolution de leur pratique et des besoins complémentaires de formation.

C'est en réponse à ces questionnements et aux besoins complémentaires de formation explicités par les enseignants du LéA qu'a été élaborée une formation de formateurs sur la continuité des apprentissages et de l'enseignement de la numération décimale de position aux cycles 2 et 3.

1 Les objectifs de cette formation

En novembre 2018, en collaboration avec le LéA Réseau circonscriptions de l'académie de Lille nous avons proposé et animé une formation de formateurs intitulée "continuité des apprentissages et de l'enseignement des mathématiques aux cycles 2 et 3 en géométrie et numération décimale"

L'objectif du LéA CiMéLyon, à travers cette formation de formateurs, est de faire prendre conscience aux participants de la nécessité d'une visibilité de la continuité des apprentissages en numération décimale de position du cycle 2 jusqu'au cycle 3 ne se résumant pas à une juxtaposition des savoirs limités au niveau de classe enseigné. En effet, ce qui est enseigné une année peut devenir un obstacle l'année suivante comme par exemple une procédure de retour à l'unité systématique en travaillant sur les entiers qui devient un frein pour la numération des nombres décimaux.

Pour favoriser cette continuité des apprentissages inter-cycles, nous proposons au cours de cette formation de :

- Faire abandonner le tableau de numération pré-étiqueté au profit d'un tableau de numération construit par les élèves (utilisable du CP à la 6ème)
- Prendre conscience que la stratégie du retour à l'unité efficace sur les entiers peut devenir un obstacle pour la numération des nombres décimaux
- Rendre acceptable cette vision plus globale de l'apprentissage et l'enseignement de la numération décimale de position, un autre objectif de formation est d'accompagner l'évolution des pratiques des enseignants. En effet, les ressources produites au cours de ce projet collaboratif de recherche en réponse à un questionnement didactique demande un temps d'appropriation et donc d'accompagnement.

2 La mise en œuvre de la formation, principales orientations

La conception de cette formation a été élaborée en plusieurs temps.

Afin de faire prendre conscience des enjeux, de lancer les débats et de révéler les résistances, la première étape est de mettre les participants en situation autour d'une partie du jeu Chiffroscope.

Cette phase est robuste car elle vient bousculer les pratiques d'utilisation d'un tableau de numération dont les colonnes sont étiquetées à l'avance tout comme la possibilité de mettre un nombre à deux chiffres dans une colonne.

Cette formation de formateur est également l'occasion de proposer des apports didactiques sur la numération tant sur le principe de position que sur le principe décimal qui semble moins travaillé.

Le jeu Chiffroscope du Kit OCINAEE utilisant un matériel non diffusable à grande échelle (robot, tablette, smartphone, plateau connecté), les acteurs du LéA ont co-construit une version tangible de ce jeu, qui, grâce à des scénarios de jeu et un guide d'utilisation en cours d'écriture, permet de rendre utilisable cette ressource.

Les enseignants du LéA, forts de leurs expériences de terrain sont également invités lors de cette formation pour partager leurs pratiques et témoigner de leurs évolutions de pratiques en classe.

V - CONCLUSION

Le travail collaboratif au sein du LéA CiMéLyon participe à l'évolution des pratiques des enseignants. D'une part sur la prise en compte de la continuité des apprentissages et de l'enseignement aux cycles 2 et 3 en numération décimale. D'autre part avec la production de progressions partagées intégrant le jeu Chiffroscope et ses caractéristiques.

Ce travail collaboratif crée également du développement professionnel de par les apports didactiques dont les enseignants en expriment explicitement le besoin ainsi que par leur implication en tant qu'intervenants en formation de formateurs.

Pour que notre ressource issue d'un projet collaboratif puisse être diffusée au-delà du collectif du projet et devienne aussi une ressource pour d'autres acteurs, nous l'avons interrogée sur son utilité, son utilisabilité et son acceptabilité (Tricot, 2003).

En terme d'utilité, cette ressource fait évoluer les pratiques et les connaissances sur la numération décimale de position des enseignants. Du côté des élèves elle rend opérationnel un outil tel que le tableau de numération faisant évoluer leurs conceptions mathématiques.

En terme d'utilisabilité, la ressource du jeu Chiffroscope constitue des freins pour les enseignants quant au matériel numérique et ses limites. En revanche, le jeu reçoit chez les élèves un accueil favorable pour son ergonomie et la collaboration qu'il induit.

L'acceptabilité de la ressource du jeu Chiffroscope par des enseignants résulte à la fois d'une bonne utilité, utilisabilité et acceptabilité de la part des élèves mais aussi qu'elle réponde aux attentes institutionnelles sur le contenu mathématique, la manipulation, la collaboration et l'usage du numérique. Cette acceptabilité du côté enseignants est favorisée par la diffusion d'une version tangible non numérique du jeu répondant aux freins constatés.

Pour conclure, contrairement à de la coopération, la collaboration entre enseignants et chercheurs crée du développement professionnel. Les ressources produites dans un projet collaboratif peuvent être aussi des ressources pour d'autres acteurs, notamment en formation, sous réserve de les avoir interrogées en terme d'utilité, d'utilisabilité, d'acceptabilité.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Bednarz, N., & Janvier, B. (1984). La numération. Les difficultés suscitées par son apprentissage. Partie 1. *Grand N*, *33*, 5-31.

Houdement, C., & Tempier, F. (2018). Understanding place value with numeration units. *ZDM Mathematics Education*, *51(1)*, 25–37.

Miyakawa, T., & Winslow, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon, 77-90.

Sanchez, E., & Monod-Ansaldi, R. (2014). Recherche collaborative orientée par la conception. Un paradigme méthodologique pour prendre en compte la complexité des situations d'enseignement-apprentissage. *Éducation et didactique*, *9*(2), 73-94.

Tricot, A., & Al, (2003). Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les relations entre trois dimensions de l'évaluation des EIAH, 391-402.

VII - ANNEXE 1 : PROJET OCINAEE

Le projet OCINAEE- Objets Connectés et Interfaces Numériques à l'Ecole Elémentaire- s'est déroulée de 2014 à 2016, en partenariat avec les sociétés digiSchool et Awabot, le centre Erasme de la Métropole de Lyon et l'Institut Français de l'éducation. Le projet a conçu et étudié des situations d'apprentissage des mathématiques mettant en jeu des objets matériels et virtuels connectés au sein d'un dispositif de réalité mixte. Les objets tangibles sont de type cartes, plateaux de jeu, stylets et ils communiquent avec un environnement numérique par l'intermédiaire d'un téléphone, de deux tablettes et d'un petit robot mobile. Quatre jeux mathématiques exploitant les possibilités offertes par le dispositif ont été conçus. L'étude des usages de ces jeux dans le cadre scolaire par les enseignants et les élèves de cycles 2 et 3 a pu être initiée durant les 26 mois du projet sans être conduite à son terme.

A la suite du projet, Le LéA CiMéLyon - Lieu d'éducation Associé à l'IFé - Circonscriptions de la Métropole de Lyon, s'est constitué autour du noyau d'enseignants investi dans le projet OCINAEE. Le LéA s'est donné comme objectif d'expérimenter deux des quatre jeux, les jeux Voyage dans le plan et Chiffroscope conçus lors du projet OCINAEE pour traiter les questions suivantes :

- l'apprentissage de la numération décimale, du repérage spatial et de l'orientation avec des jeux en regard des nouveaux programmes ;

- la collaboration entre élèves et son impact sur l'évolution de leurs stratégies de résolution de problème ;

- le rôle de la production de traces réalisées par les élèves lors des parties de jeu et de leur évolution vers des écrits plus formalisés pour les apprentissages en mathématiques.

OUTILLER » DES ENSEIGNANTS SPÉCIALISÉS POUR ANALYSER LEUR PRATIQUE D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AUTOUR ET À PARTIR DES SUPPORTS D'APPRENTISSAGE

Laurence LEROYER
MCF, Unicaen, Inspé Normandie Caen
CIRNEF (EA 7454)
laurence.leroyer01@unicaen.fr

Résumé
Lorsqu'ils préparent leurs enseignements, les enseignants doivent sélectionner, modifier ou concevoir les supports d'apprentissage sur lesquels s'appuiera l'activité d'apprentissage. Pour les enseignants spécialisés, ce travail est d'autant plus important que le choix ou l'adaptation des supports d'apprentissage, au regard des besoins spécifiques de leurs élèves, peut faciliter l'accès à la tâche et au savoir.
Dans le cadre de la formation des enseignants spécialisés, nous avons conçu et mis en œuvre un dispositif fondé sur l'appropriation et l'usage d'une modélisation visant à outiller ces derniers pour leur permettre d'analyser leur pratique d'enseignement à partir des supports d'apprentissage. Ce dispositif prend pour objet d'analyse l'enseignement des mathématiques et plus spécifiquement celui de la géométrie auprès d'élèves scolarisés au titre des Unités Localisées pour l'Inclusion Scolaire (ULIS). La prise de conscience par les enseignants de la nécessité d'une réflexion didactique tout en prenant en compte les spécificités des élèves lorsqu'ils conçoivent leur enseignement constitue un des enjeux de ce dispositif. Cette contribution présente ce dispositif ainsi que de premiers résultats relatifs à sa mise en œuvre.

En France, dans le référentiel des compétences caractéristiques d'un enseignant spécialisé (MEN, 2017), il est écrit que « l'enseignant spécialisé exerce dans le contexte spécifique d'un dispositif d'éducation inclusive en œuvrant à l'accessibilité des apprentissages dans le cadre des programmes en vigueur et du socle commun de connaissances de compétences et de culture ». L'enseignant spécialisé est donc amené à se poser la question de l'accessibilité des apprentissages dans le domaine des mathématiques.

Dans le cadre de la préparation des enseignants à la certification professionnelle pour devenir enseignant spécialisé (CAPPEI[1]), nous avons observé, en tant que formateur, la récurrence de certains constats. Cette formation en alternance, d'une durée annuelle de 300 heures, conduit les enseignants à présenter trois épreuves. La deuxième épreuve consiste à réaliser un dossier professionnel dans lequel l'enseignant doit témoigner de sa capacité à identifier les questions ou difficultés rencontrées dans son activité professionnelle, les analyser et avoir une approche critique des réponses mises en œuvre. Au cours des deux dernières années, nous avons constaté que les dossiers professionnels centrés sur l'activité d'enseignement dans un domaine disciplinaire donné étaient peu nombreux. Ainsi, en 2018-2019, sur 13 dossiers professionnels présentés, seulement cinq en relèvent dont deux en mathématiques. Et, dans ces dossiers, l'accessibilité didactique définie comme l'ensemble des conditions permettant l'accès des élèves aux savoirs (Feuilladieu, Gombert et Assude, 2015) est peu interrogée. Une question s'est alors posée : dans un temps de formation contraint, comment amener les enseignants à prendre conscience de la nécessité d'une réflexion didactique lorsqu'ils sont amenés à concevoir leur enseignement prenant en compte les spécificités des élèves ?

Les temps de formation dédiés à l'analyse de pratiques professionnelles nous ont semblé pouvoir y contribuer. Nous présentons ici un dispositif de formation dans lequel il s'est agi d'outiller des

1 Certificat d'aptitude professionnelle aux pratiques de l'éducation inclusive (MEN, 2017)

enseignants spécialisés pour qu'ils analysent leur pratique d'enseignement avec une entrée spécifique, celle des supports d'apprentissage. Cette entrée vise à la fois à amener les enseignants à interroger leur pratique liée aux adaptations, notamment celles relatives aux supports d'apprentissage, mais également à avoir une réflexion didactique, nécessaire pour enseigner. Ce dispositif prend pour objet d'analyse une séance de géométrie à destination d'élèves d'Ulis[2].

Dans une première partie, nous exposerons ce que nous entendons par support d'apprentissage et les enjeux qui sous-tendent ce choix dans le cadre de la formation de ces enseignants spécialisés. Dans une seconde partie nous présenterons l'outil proposé aux enseignants et le dispositif conçu dans lequel il est fait usage de cet outil. Enfin dans une troisième partie, nous proposerons de premiers résultats relatifs à l'évaluation de ce dispositif qui nous conduiront à envisager de nouvelles perspectives pour développer la formation et prolonger notre recherche.

I - LES SUPPORTS D'APPRENTISSAGE, DÉFINITION ET ENJEUX DANS LA FORMATION DES ENSEIGNANTS SPÉCIALISÉS

Par support d'apprentissage nous entendons un support matériel sur lequel l'activité de l'élève prend appui. Par exemple, dans le domaine de l'enseignement des mathématiques, des fiches photocopiées, des pages de manuel ou bien encore des affiches constituent des supports d'apprentissage.

Les supports d'apprentissage peuvent être sélectionnés, modifiés ou conçus par l'enseignant lorsqu'il prépare son cours. En nous référant à Rabardel (1995), nous pouvons dire que le support d'apprentissage est un artefact. Il est composé d'un médium (papier, vidéo, etc.) et d'informations. Si nous nous référons à l'approche documentaire du didactique développée par Gueudet et Trouche (2010), le support d'apprentissage est constitué de ressources recombinées qui associées à des schèmes correspondent à un document.

Dans le cas de la prise en compte des besoins spécifiques des élèves, les supports d'apprentissage peuvent être adaptés pour répondre à ces besoins. Ce type d'adaptation réfère aux adaptations des moyens pour apprendre mis en évidence dans la typologie des adaptations élaborée par Faure-Brac, Gombert et Roussey (2012). Dans le champ de la didactique du français, nous avons montré l'importance de l'adaptation des supports d'apprentissage pour permettre à ces élèves d'accéder aux savoirs (Leroyer, 2015). Nous citons, pour exemple, le support d'apprentissage conçu par une enseignante à l'intention d'un élève dyslexique. Pour réaliser ce support, l'enseignante a, entre autres, copié sur une feuille A4 le texte à lire qui se situait parmi sept autres textes dans une double page du manuel de français utilisé par les autres élèves. Puis, par l'usage de la couleur, elle a segmenté les syllabes des mots du texte et mis en évidence les lettres muettes pour en faciliter sa lecture, prenant ainsi en compte la fatigabilité et les difficultés de l'élève dyslexique à appréhender un document écrit et à le lire.

Dans le cadre de la formation des enseignants spécialisés, les supports d'apprentissage et les adaptations dont ils peuvent être porteurs constituent une trace du travail documentaire de l'enseignant, au sens défini par Gueudet et Trouche (2010) qui peut donc être mobilisée dans le cadre d'une analyse de pratique professionnelle.

[2] En France, les Unités localisés pour l'inclusion scolaire (Ulis) sont des dispositifs pour la scolarisation des élèves en situation de handicap dans le premier et le second degré (MEN, 2015).

II - UN DISPOSITIF DE FORMATION ORGANISÉ AUTOUR DE L'USAGE D'UN OUTIL D'ANALYSE DE PRATIQUE

L'appropriation et l'usage d'un outil permettant aux enseignants d'analyser leur pratique à partir des supports d'apprentissage constitue un élément central et organisateur du dispositif conçu. Nous débuterons par la présentation de cet outil puis poursuivrons par celle du dispositif.

1 L'outil d'analyse de pratique

1.1 Une modélisation articulant postures d'enseignement, supports d'enseignement-apprentissage et activités d'apprentissage

L'outil, présenté en figure 1, est une modélisation dont la genèse est retracée par Bailleul et Leroyer (2019). Cette modélisation s'applique aux situations de classe mais aussi aux situations de formation d'enseignants et aux situations de formation de formateurs. Dans notre contribution, nous nous référons uniquement aux situations de classe. Ainsi, dans cette modélisation, les supports d'enseignement/apprentissage, au centre, assurent une médiation entre l'enseignant et les élèves et participent de la transmission des savoirs. Ces supports d'apprentissage cristallisent les postures de l'enseignant et génèrent des activités d'apprentissage chez les élèves.

Du point de vue de la recherche, nous avons envisagé que l'usage de cette modélisation en formation d'enseignant contribuerait à développer la réflexion de ces derniers sur leur travail documentaire contribuant ainsi au développement professionnel (Rezat et al., 2019). L'usage de cette modélisation dans un dispositif de formation d'enseignants spécialisés nous permet de la mettre à l'épreuve dans ce contexte.

Précisons que la terminologie utilisée, en lien avec le travail de Bailleul et Thémines (2013) sur les postures de formateur, conduit à employer des termes avec une signification parfois différente de celle retenue dans le champ de la didactique des mathématiques.

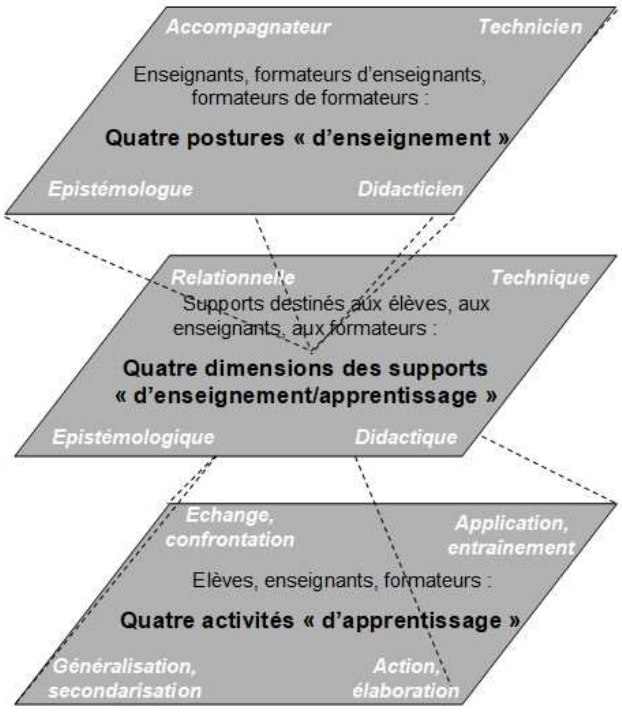


Figure 1. Penser la transmission des savoirs à partir des supports d'enseignement/apprentissage

1.2 Postures d'enseignement et dimensions des supports d'enseignement-apprentissage

Nous développons ci-dessous les postures d'enseignement et les dimensions des supports d'enseignement/apprentissage de la modélisation, présentées dans la figure 2.

Lorsqu'il prépare son enseignement, un enseignant est amené à se poser plusieurs questions qui se traduisent par la présence de quatre dimensions : les savoirs, l'organisation/opérationnalisation qui comprend entre autres l'organisation spatiale, matérielle et temporelle, les élèves et les tâches. Selon les choix opérés par l'enseignant, des couples de tensions apparaissent (continuité/rupture, implication/application, transmission/construction et théorisation/pragmatisme. À partir de ces tensions quatre postures sont distinguées et la caractérisation par des mots emblèmes de ces différentes postures marque la façon de privilégier les quatre dimensions de l'enseignement. Pour clarifier ce terme, nous nous référons à Bucheton et Soulé (2009) qui définissent une posture comme un « schème préconstruit du « penser-dire-faire » que le sujet convoque en réponse à une situation ou tâche scolaire donnée » (p. 38). Cette posture est « construite dans l'histoire sociale, personnelle et scolaire du sujet ». Et chaque sujet peut « changer de posture au cours de la tâche selon le sens nouveau » attribué par ce dernier. La posture est « à la fois du côté du sujet dans un contexte donné mais aussi de l'objet et de la situation (Ibid.).

Ainsi, l'accompagnateur privilégie la prise en compte des besoins des élèves dans une recherche de continuité et en les impliquant, l'épistémologue privilégie les savoirs présentés sans véritable prise en compte des élèves et les savoirs constituent une fin en soi et non une réponse à un problème. Le didacticien privilégie des tâches qui visent la construction du savoir par les élèves dans un souci pragmatique où le savoir est une réponse à un problème, le technicien privilégie les savoirs transmis que les élèves appliquent, il a la volonté de maîtriser le processus d'enseignement/apprentissage d'un point de vue temporel, et/ou des techniques et des procédures mises en œuvre par les élèves.

Ces postures ne sont pas figées, l'enseignant peut changer de postures au cours d'une action d'enseignement.

Les supports d'apprentissage conçus par les enseignants cristallisent et matérialisent les postures de ces enseignants. Nous distinguons quatre dimensions liées à ces quatre postures, la dimension épistémologique liée à la posture d'épistémologue, la dimension didactique liée à la posture du didacticien, la dimension technique liée à la posture du technicien, la dimension relationnelle liée à la posture d'accompagnateur. Chacune de ces dimensions est définie en fonction des effets qu'elle vise à produire sur les élèves. Ainsi, envisagé dans sa dimension épistémologique, le support d'apprentissage contribue à développer des savoirs et il est explicitement porteur de savoirs. Envisagé dans sa dimension didactique, le support contribue à générer des actions qui sous-tendent l'élaboration de savoirs par les élèves et il est porteur d'actions et d'élaborations. Envisagé dans sa dimension technique, le support d'apprentissage conduit les élèves à respecter une certaine temporalité, une technique ou une procédure spécifique et il est porteur d'un mode d'emploi, d'une guidance. Envisagé dans sa dimension relationnelle, le support d'apprentissage génère des relations entre les élèves et il est porteur d'interactions. Nous retrouvons alors quatre types d'activité d'apprentissage, présentés dans la figure 1, en lien avec chacune de ces dimensions.

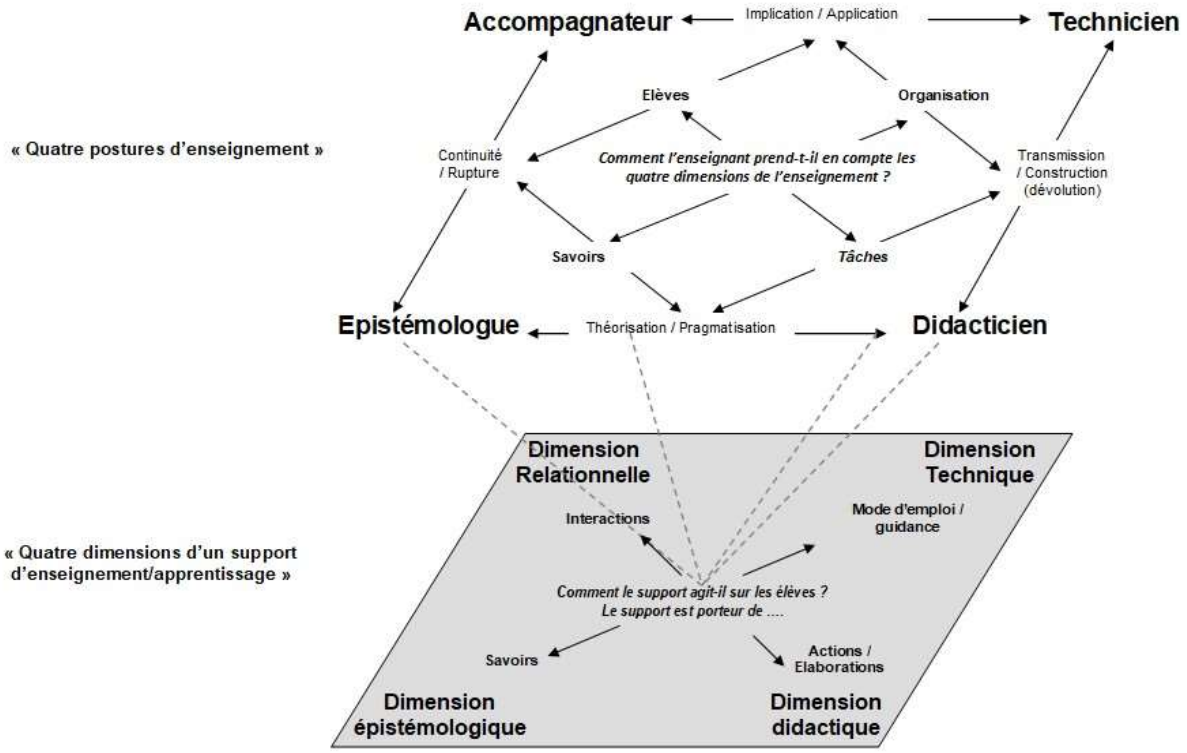


Figure 2. Des supports d'enseignement/apprentissage qui cristallisent les postures d'enseignant

2 Le dispositif de formation

Le dispositif de formation comporte deux temps : un premier temps à distance d'une durée de deux heures et un second temps en présentiel de trois heures.

2.1 Un premier temps de formation à distance

Lors de la formation à distance, les enseignants ont la consigne de travail suivante : « Vous trouverez dans le diaporama joint une fiche de préparation d'une séance de géométrie accompagnée des supports d'apprentissage conçus par l'enseignant à destination de quatre élèves d'Ulis ayant des difficultés à traiter des informations, mémoriser des tâches à effectuer, planifier leur travail et verbaliser. Votre travail consiste à prendre connaissance de la séance et des supports utilisés lors de la mise en œuvre de celle-ci et compléter le tableau fourni. Il s'agit de la troisième séance d'une séquence consacrée à la reproduction de figure géométrique sur un quadrillage ».

Ce temps de formation à distance permet une appropriation par les enseignants de la séance à analyser et de faire émerger un premier questionnement individuel sur les supports d'apprentissage.

2.2 Les supports de formation

Pour réaliser ce temps de formation à distance, les enseignants disposent de deux supports de formation :

- un diaporama comprenant la fiche de préparation de la séance 3 ainsi que les supports d'apprentissage que l'enseignant utilise au fur à mesure de la séance (cf. annexe 1);
- un tableau à compléter (cf. annexe 2) leur permettant de relever pour chacune des phases d'enseignement présentes dans la fiche de préparation, les supports d'apprentissage mobilisés et les tâches de l'élèves puis d'émettre une hypothèse quant aux fonctions du ou des supports d'apprentissage proposés. L'exemple donné guide leur travail.

Notre choix de séance à analyser n'est pas neutre. En effet, dans cette séance, les supports d'apprentissage conçus par l'enseignant sont en nombre important. Notons aussi que l'enseignant fait

usage de supports d'apprentissage qui renvoient à ce qui s'est fait avant et aux choix opérés. Il affiche ainsi, en début de séance, la figure à reproduire et les productions réalisées par les élèves lors de la séance 1 (supports 2, 3, 4, 5 et 6, annexe 1). S'y ajoutent les productions réalisées par les élèves lors de la séance 2 où l'enseignant, jugeant le travail trop difficile pour les élèves, a fait le choix de leur faire tracer uniquement le carré représentant la tête du chat (supports 7 à 9, annexe 1).

De plus, ces supports d'apprentissage présentent des dimensions variées. Nous exposons deux exemples. La fiche de travail élève (support 12, annexe 1) est un support d'apprentissage où la dimension technique et la dimension didactique sont prégnantes. Au cours de la séance, les élèves, en binôme, ont pour tâche d'identifier les erreurs contenues dans leur tracé par rapport à un modèle. Pour ce faire, ils ont à disposition ce support. La coche signifie que le carré est correctement tracé – il s'agit de la réalisation de l'enseignant, les croix correspondent à des tracés erronés, chaque tracé correspond à une production d'élève réalisée lors de la séance 2 (l'absence d'un élève conduit à n'avoir que trois productions sur quatre). Ce support comprend une dimension didactique puisqu'il conduit les élèves à identifier leurs erreurs, premiers pas vers la connaissance. Mais ce support d'apprentissage comprend aussi une dimension technique qui vise à adapter le support d'apprentissage aux élèves.

Les élèves connaissent la signification des symboles utilisés car l'enseignant les utilise très régulièrement dans d'autres supports. Ces symboles leur permettent d'identifier et de se rappeler ce qui est à comparer. L'usage des lettres « A, B et C » guide les élèves pour planifier la comparaison de ces trois figures avec le modèle : d'abord la figure A, puis la figure B et enfin la figure C. Cette planification de la comparaison, déterminée par l'enseignant vise à permettre aux élèves de repérer et d'identifier successivement différentes « erreurs ». Lorsque nous avons interrogé l'enseignant celui-ci nous a indiqué : « ça va dans un ordre croissant d'erreurs […]. Ici, (fig. A) il y a pour moi assez peu d'erreurs, ici (fig. B) on retrouve de nouvelles erreurs et ici (fig. C) encore de nouvelles erreurs. Je ne voulais pas directement commencer par la C qui manifestait plusieurs choses ». Ces éléments permettent donc aux élèves de réaliser la tâche demandée avec une certaine autonomie, contribuant ainsi à l'adidacticité de cette situation.

Dans l'affiche réalisée en fin de séquence (support 14, annexe 1), on se doit de constater un appauvrissement du contenu mathématique de la tâche réalisée, réduite à un savoir technique basique auquel la formulation de type algorithmique donne une coloration épistémologique. Rendre le savoir visé accessible aux élèves a éloigné l'enseignant des savoirs géométriques en jeu dans une séquence sur la reproduction de figure sur quadrillage où l'analyse des productions des élèves montre que les erreurs ne sont pas « uniquement dues à une malhabileté de l'usage de la règle, à un défaut de précision » (Dussuc, 1995).

2.3 Un deuxième temps de formation en présentiel

Dans le dispositif de formation conçu, un temps en présentiel de trois heures suit la formation à distance. Lors de ces trois heures, nous procédons dans un premier temps par le rappel de l'objet d'étude - les supports d'apprentissage - et recontextualisons la séance dans la séquence. Puis dans un second temps, à partir du tableau complété individuellement par chaque enseignant lors de la formation à distance, nous confrontons les différents tâches et fonctions de chaque support d'apprentissage notées par ces derniers, ce qui conduit à une synthèse collective à partir de la question suivante : « que pouvez-vous dire sur les supports d'apprentissage dans la situation donnée à analyser d'un point de vue général ? » Dans un troisième temps, la modélisation (cf. figure 2) leur est présentée comme outil d'analyse. Suite à cette présentation, les enseignants, en binôme, doivent rechercher les dimensions des supports d'apprentissage et identifier si une posture est privilégiée par l'enseignant. Ils disposent pour cela du tableau présenté en annexe 3. Ce temps est suivi d'un échange collectif. Puis, succède un temps individuel où les enseignants, à partir d'un questionnaire (cf. annexe 4), sont amenés à se distancer de l'analyse menée, à s'approprier ce qui vient d'être fait, faire des liens avec des outils déjà vu et envisager des perspectives d'usage dans leur pratique. Un échange collectif, au cours duquel le formateur interroge à partir des supports d'apprentissage, la pertinence des adaptations et des savoirs en jeu, clôt la séance.

III - ÉVALUATION DU DISPOSITIF DE FORMATION : PREMIERS RÉSULTATS

Pour apprécier les effets de ce dispositif, nous avons réalisé un recueil de données fondé sur trois types de données :

- les réalisations demandées aux enseignants au cours de la formation c'est-à-dire les travaux réalisés au cours de la formation à distance (tableau envoyé au formateur), les travaux réalisés lors de la formation en présentiel, mais aussi les échanges oraux (captation sonore lors de la formation) ;
- les représentations des enseignants sur leurs acquis et l'usage potentiel de l'outil (questionnaire en fin de formation) ;
- les commentaires des enseignants sur l'usage de l'outil en situation professionnelle (questionnaire post-formation).

1 Les productions des enseignants en formation

Les productions obtenues sont conformes aux attendus. Lors de la formation à distance, tous les enseignants ont réalisé le travail. Seuls deux productions comportent quelques éléments du tableau non complétés. Lors de la formation en présentiel, on observe également une implication des enseignants lors des temps d'échange comme le montrent par exemple ces deux propos : « *Par rapport aux élèves qu'on a, enfin par rapport aux classes ordinaires, comme toute construction demande encore plus de temps et beaucoup plus d'explicitation surtout - enfin moi je me dis ça - si je construisais mieux, si je réfléchissais plus au support en amont, peut-être que ce serait plus efficace dans le sens où, enfin si, j'ai l'impression que le support peut être vraiment vecteur de constructions , de mémorisation donc je pense qu'il faut qu'on réfléchisse peut être plus encore que dans l'ordinaire* », « *Moi j'ai l'impression à certains moment de m'être épuisé à leur faire montrer quelque chose peut être que si j'avais à la base…*».

2 Les représentations des enseignants en fin de formation

Les réponses aux deux dernières questions du questionnaire, présenté en annexe 4, témoignent également d'un intérêt pour l'outil.

À la question « Parmi les outils d'analyse présentés, cette modélisation présente-t-elle un intérêt pour votre propre pratique ? », 11 enseignants sur 15 indiquent que cet outil a un intérêt, 3 ont une réponse plus réservée et 1 une réponse très réservée. Cette modélisation est perçue davantage comme un outil pour réfléchir lors du travail de préparation par 12 enseignants sur 15.

Toutefois, cette modélisation est appréhendée différemment par les enseignants. Nous identifions quatre façons d'appréhender la modélisation que nous illustrons ci-dessous par des extraits de propos des enseignants.

- Une prise en compte de la modélisation dans son intégralité (enseignants 2, 3, 5, 7 et 12)

> *Enseignant 5 : « Oui, elle présente un intérêt car elle permet de réfléchir sur notre pratique et de veiller à ne pas rester sur une seule posture d'enseignant et de réfléchir à la posture élève que va induire mon support »*
>
> *Enseignant 7 : « Oui, il peut être intéressant de savoir dans quelle posture on se situe et ce qu'on induit chez les élèves via nos supports »*

- Une prise en compte de la modélisation dans son intégralité mais fragmentée avec une centration sur les postures d'enseignant puis élèves (Enseignant 15)

> *Enseignant 15 : « […] en ne se concentrant que sur les postures d'enseignant et /ou les dimensions, cela peut être intéressant pour concevoir un support : qu'est-ce que je veux faire avec mes élèves, qu'est-ce que j'attends ? En revanche le 3ème rectangle sur les postures d'élèves pourrait être très utile compte tenu du fait que cela cadrerait le choix des supports à réaliser en fonction de ce qu'on attend d'eux ».*

- Une prise en compte partielle de la modélisation avec une centration sur les postures d'enseignant (Enseignants 1 et 9)

Enseignant 9 : « Oui pour analyser mes postures »

Enseignant 1 : « Oui, elle permet de nous situer dans une dimension »

- Une prise en compte partielle de la modélisation avec une centration sur les postures élèves (Enseignants 6, 10, 11, 14)

Enseignant 6 : « Oui, je ne réfléchissais pas assez au rôle de mes supports. Je me rends compte qu'avec mes élèves TSA une présentation progressive des supports d'apprentissage en lien avec la phase de légitimation pourrait leur permettre d'être davantage acteurs de leur projet d'apprentissage (par ex, mais il y en a d'autres) ».

Enseignant 14 : « […] en amont, dans la conception de séquence, se poser la question de la fonction de nos supports va peut-être permettre de mieux anticiper ces difficultés [des élèves] et les compenser/éliminer avant d'y faire face ».

Enfin, à la question « comptez-vous remobiliser cette modélisation ? », 8 enseignants répondent « oui », 4 « probablement », 2 « peut-être » et 1 ne répond pas.

3 L'usage de l'outil après la formation

Suite à l'envoi du questionnaire post-formation, nous n'avons eu qu'un seul retour sur l'usage de l'outil en situation professionnelle. Mobiliser les enseignants accaparés par les épreuves professionnelles à passer une fois la formation achevée s'est avéré difficile. Toutefois, le commentaire reçu témoigne d'un usage de l'outil, mais également d'un autre support utilisé en formation. Voici un extrait du commentaire reçu : *« J'ai utilisé la modélisation mais également le tableau (lors d'un exercice que tu nous avais proposé où il fallait qu'on définisse si le support était porteur de guidance/ relation etc.). Ce qui m'a servi, c'est les questions soulevées au centre de la schématisation à la fois pour les postures d'enseignant ou les supports d'apprentissage selon mes besoins. Je l'ai utilisé pour construire ma séquence sur la proportionnalité (ULIS collège), en m'interrogeant sur les 4 postures et quel support proposé aux élèves et notamment les traces écrites. De même dans l'adaptation des problèmes aux besoins des élèves (adaptations par des dessins, schémas, données inutiles, questions intermédiaires).* L'usage du tableau apparaît ainsi comme un support pour guider et opérationnaliser la réflexion à partir de la modélisation. Il en est de même pour les questions présentes dans la modélisation. Noter qu'elles « servent » peut traduire le fait qu'elles n'étaient pas nécessairement mobilisées dans la pratique antérieure de cet enseignant.

IV - DES RÉSULTATS AUX PERSPECTIVES

L'usage du dispositif par les enseignants en formation a été tel que prévu. Ces derniers envisagent la modélisation comme un outil pour penser la transmission des savoirs. Elle les conduit à interroger les conditions d'appropriation des savoirs par les élèves à partir des supports d'apprentissage constitutifs du milieu qui compose, avec l'élève et le professeur, un des trois systèmes en présence dans une situation didactique (Brousseau, 1990). Sur un temps plus conséquent, nous pourrions leur demander de confronter les supports utilisés au cours des trois premières séances de la séquence de géométrie proposée. Interroger la dimension didactique de ces supports leur permettrait de prendre conscience d'un appauvrissement de la tâche. Dans la séance 3 analysée, le support d'apprentissage adapté permet aux élèves d'investir puis de réaliser la tâche. Or, « l'accessibilité à la tâche n'implique pas forcement l'accessibilité aux savoirs, le lien entre la tâche et le savoir visé pouvant être inexistant (tâches non robustes) ou rendu insignifiant lors de la simplification de la tâche » (Feuilladieu, Gombert et Assude, 2015). Un apport sur les savoirs en jeu dans la reproduction de figure sur quadrillage complèterait ce travail.

Du point de vue de la recherche, il y a nécessité de poursuivre la mise à l'épreuve de la modélisation en situation de formation d'enseignant au-delà du questionnaire post-formation reposant uniquement sur du déclaratif. L'usage de cette modélisation, une fois la formation menée est-elle opérante, les

enseignants ont-ils toujours en tête cet outil pour agir ? Il conviendra d'enquêter auprès des enseignants dans l'année qui suit la formation.

V - BIBLIOGRAPHIE

Bailleul, M. et Leroyer L. (2019) Enseigner/apprendre… à partir de quoi ? Genèse d'un modèle, *EMP Educação Matemática Pesquisa,* **21**(2), 216-238. DOI : 10.23925/1983-3156.2018v21i2p216-238

Bailleul, M., Thémines J-F. (2013) L'ingénierie de formation : formalisation d'expériences en formation d'enseignants. In A. Vergnioux (dir), *Traité d'ingénierie de la formation*, (pp. 85-112). L'Harmattan, Paris.

Brousseau, G. (1990) Le contrat didactique : le milieu, *RDM*, **9/3**, 309-336.

Bucheton, D. et Soulé, Y. (2009) Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées, *Education & Didactique*, **3**(3), 29-48.

Dussuc M.P. (1995) Reproduction de figures sur quadrillage, *Grand N*, **56**, 11-31.

Faure-Brac, C., Gombert, A., Roussey, J-Y. (2012) Les enseignants du secondaire et les élèves porteurs de troubles spécifiques du langage écrit, *Le français aujourd'hui*, **177**, 65-77.

Feuilladieu, S., Gombert, A., Assude, T. (2015) Vers l'accessibilité aux savoirs des élèves en situation de handicap, *Recherches en Education*, **23**, 3-10.

Gueudet, G. et Trouche, L. (2010) Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. Gueudet, et L. Trouche (dir.) *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques,* (pp. 57-74). Rennes : PUR.

Leroyer, L. (2015) Rendre accessible les savoirs contenus dans les manuels scolaires aux élèves à besoins éducatifs particuliers : des pratiques contrastées à interroger, *Spirale*, **55**, 153-164.

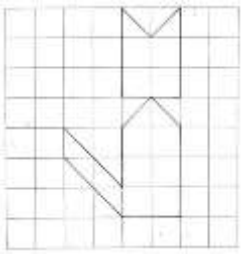
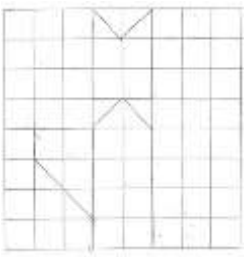
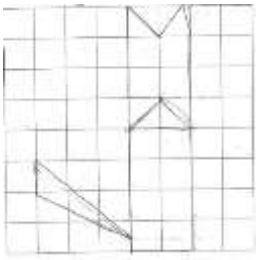
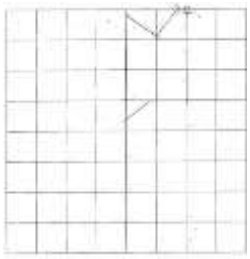
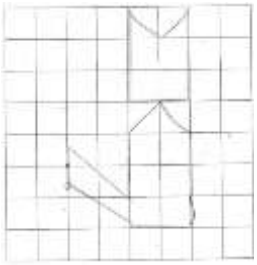
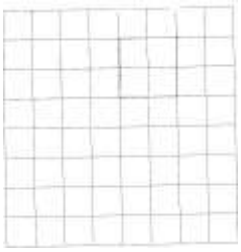
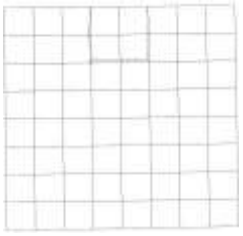
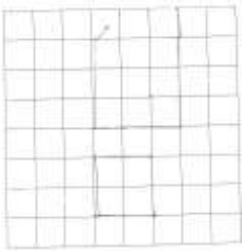
Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (2015) Scolarisation des élèves en situation de handicap. Unités localisées pour l'inclusion scolaire (ULIS), dispositifs pour la scolarisation des élèves en situation de handicap dans le premier et le second degré, *Bulletin Officiel*, n°31 du 27-08-2015.

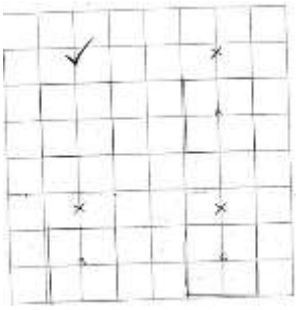
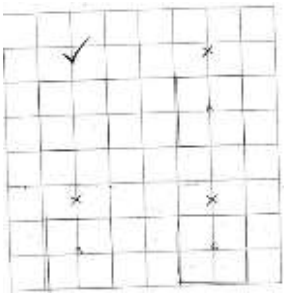
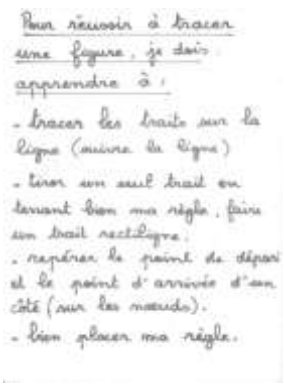
Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (2017) Certificat d'aptitude professionnelle aux pratiques de l'éducation inclusive et formation professionnelle spécialisée – Circulaire relative à la formation professionnelle spécialisée et au certificat d'aptitude professionnelle aux pratiques de l'éducation inclusive, *Bulletin officiel*, n° 7 du 16-02-2017.

Rabardel, P. (1995) *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Rezat, S., Le Hénaff, C., Visnovska, J., Kim, O-K., Leroyer, L., Sabra, H., El Hage, S., et Wang, C. (2019) Documentation Work, Design Capacity, and Teachers' Expertise in Designing Instruction. In L. Trouche, G. Gueudet & B. Pepin (Eds.) *The 'Resource' Approach to Mathematics Educatio,* (pp. 323-388*)*. Springer.

VI - ANNEXE 1 : DIAPORAMA FOURNI LORS DE LA FORMATION À DISTANCE

DIAPO	TITRE ET CONTENU
1	**Page 1 de la fiche de préparation de la séance 3** Sur cette page sont indiqués : les élèves concernés, la discipline, le titre de la séquence puis de la séance, l'objectif de la séance, le matériel. Sont ensuite précisés dans un tableau : les différentes phases de la séance, le rôle de l'enseignant/les consignes, les tâches et procédure de l'élève/les réponses attendues puis les adaptations. Il y a six phases dans cette séance, deux sont présentes sur cette page 1 : « Tissage » et « Présentation de la fiche ».
2	**Page 2 de la fiche de préparation de la séance 3** Les quatre phases suivantes figurent sur cette page 2 : « Présentation de l'activité », « Observation des figures », « Mises en commun des remarques et remplissage du projet d'apprentissage » et « Clôture de la séance ». *Pour chaque phase, le formateur a indiqué et numéroté les supports utilisés qui sont présentés sous format réduit dans les diapositives 3 à 10*.
3	**Supports utilisés lors de la phase « tissage » (1)** ▪ Support 1 Figure complexe à reproduire décomposée en figures simples (triangles, carré, rectangle et parallélogramme) ▪ Support 2 Figure complexe à reproduire 
4	**Supports utilisés lors de la phase « tissage » (2)**  ▪ Support 3 reproduction élève 1  ▪ Support 4 reproduction élève 2  ▪ Support 5 reproduction élève 3  ▪ Support 6 reproduction élève 4
5	**Supports utilisés lors de la phase « tissage » (3)**  ▪ Support 7 (format A4) reproduction élève 1 L'élève 2 étant absent, il n'y a pas de reproduction  ▪ Support 8 (format A4) reproduction élève 3  ▪ Support 9 (format A4) reproduction élève 4

6	**Support utilisé lors de la phase « présentation de la fiche »** ▪ Support 10 (format A3) fiche de travail agrandie 
7	**Support utilisé lors de la phase « présentation de l'activité »** ▪ Support 11 (format A4) feuille « axes projet d'apprentissage » 
8	**Supports utilisés lors de la phase « observation des figures »** ▪ Support 12 (format A4) fiche de travail  ▪ Support 13 calque avec le tracé de la figure à reproduire
9	**Supports utilisés lors de la phase « mise en commun des remarques et remplissage du projet d'apprentissage »** ▪ Support 10 (format A3) fiche de travail agrandie ▪ Support 11 (format A4) feuille « axes projet d'apprentissage » ▪ Support 13 calque avec le tracé de la figure à reproduire
10	**Support utilisé lors de la phase « clôture de la séance »** ▪ Support 14 (format A4) feuille « axes projet d'apprentissage complété » 

VII - ANNEXE 2 : TABLEAU À COMPLÉTER LORS DE LA FORMATION À DISTANCE

Phases	Supports	Tâche des élèves	Fonction du ou des supports
Tissage	**Supports 1 à 9** - Décomposition de la figure à reproduire sous forme de tangram - Figure à reproduire - Reproductions des élèves	*- Ecouter l'enseignant (rappel du projet d'activité et des tâches précédentes)* *- Reconnaître sa production et faire des remarques personnelles*	*- Faciliter la réactivation de ce que les élèves ont fait lors des séances précédentes* *- Faciliter la verbalisation de ce qui a été fait*
Présentation de la fiche	**Support 10** - Fiche de travail agrandie		
Présentation de l'activité	**Support 11** - Feuille « axes du projet d'apprentissage »		
Observation des figures	**Supports 12 et 13** - Fiche de travail - Calque avec le tracé correct de la figure à reproduire		
Mise en commun des remarques et remplissage du projet d'apprentissage	**Supports 10, 11 et 13** - Fiche de travail agrandie - Feuille « axes du projet d'apprentissage » - Calque avec le tracé correct de la figure à reproduire		
Clôture de la séance	**Support 14** Feuille « axes du projet d'apprentissage » complétée		

VIII - ANNEXE 3 : TABLEAU À COMPLÉTER LORS DE LA FORMATION EN PRESENTIEL

Phases	Supports	Tâche des élèves	Fonction du ou des supports	Le support d'apprentissage est porteur de...			
				relations	savoirs	Mode d'emploi/ guidance	actions élaborations
Tissage	**Supports 1 à 9** - Décomposition de la figure à reproduire sous forme de tangram - Figure à reproduire - Reproductions des élèves	*- Ecouter l'enseignant (rappel du projet d'activité et des tâches précédentes)* *- Reconnaître sa production et faire des remarques personnelles*	*- Faciliter la réactivation de ce que les élèves ont fait lors des séances précédentes* *- Faciliter la verbalisation de ce qui a été fait*				
Présentation de la fiche	**Support 10** - Fiche de travail agrandie	- Observer et discuter du sens de la fiche d'activité					
Présentation de l'activité	**Support 11** - Feuille « axes du projet d'apprentissage »	- Ecouter le but de l'activité (regarder les erreurs et lister les éléments nécessaires pour tracer correctement un carré sur un quadrillage)					
Observation des figures	**Supports 12 et 13** - Fiche de travail - Calque avec le tracé correct de la figure à reproduire	- Par deux, rechercher ce qui est erroné sur les figures A, B, C. Trouver les différences entre les figures ABC et le carré correctement tracé.					
Mise en commun des remarques et remplissage du projet d'apprentissage	**Supports 10, 11 et 13** - Fiche de travail agrandie - Feuille « axes du projet d'apprentissage » - Calque avec le tracé correct de la figure à reproduire	- Regarder les carrées ABC successivement, pointer les erreurs identifiées dans chaque figure et les exprimer par une phrase. - Reformuler des phrases en utilisant un vocabulaire approprié.					
Clôture de la séance	**Support 14** Feuille « axes du projet d'apprentissage » complétée	- Répondre à la question « Qu'est-ce qu'on a fait aujourd'hui ? »					

IX - ANNEXE 4 : QUESTIONNAIRE DISTRIBUÉ EN FIN DE FORMATION

Question 1 :

Selon-vous quel(s) étai(en)t l'(les) objectif(s) de ce temps de formation ?

Question 2 :

Pouvez-vous faire des liens entre les autres contenus de formation liés à l'analyse de pratiques professionnelles et un ou des éléments de la modélisation présentée ?

Question 3 :

Cette modélisation s'applique à toute les situations d'apprentissage, pensez-vous qu'il peut y avoir une spécificité liée à la question des supports d'apprentissage dans la pratique des enseignants spécialisés ?

Question 4 :

Parmi les outils d'analyse présentés, cette modélisation présente-t-elle un intérêt pour votre propre pratique ?

Question 5 :

Comptez-vous remobiliser cette modélisation ? Si oui, à quel moment et comment ? Si non, pourquoi ?

ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES À PARTIR DES GRANDEURS : EXPÉRIMENTER, MANIPULER, FACILITER, STRUCTURER

Jérôme COILLOT
Professeur de mathématiques
Collège Léon Huet, La Roche Posay (86)
IREM&S de Poitiers
jeromecoillot@hotmail.com

Résumé
L'enseignement des mathématiques à partir des grandeurs structure autrement les contenus des programmes de mathématiques de l'école et du collège. Cette approche différente est stimulante et porteuse de sens à la fois pour l'élève et l'enseignant. En nous appuyant sur les expérimentations faites en école depuis 2 ans, à partir d'exemples concrets de situations ou de séances, nous montrerons comment cet enseignement permet d'assimiler les concepts et les notions en favorisant les manipulations, les expérimentations et en mettant en œuvre un travail spiralaire. Nous pourrons témoigner de la façon dont nous envisageons la formation des praticiens de terrain que nous mettons en place : interventions en formation, dans les classes, lien avec le collège du bassin, avec l'institution, partage des expériences et des ressources. Cette démarche didactique s'appuie principalement sur les travaux d'Yves Chevallard et de l'IREM de Poitiers pour les cycles 3 et 4.

I L'ORIGINE ET LE POURQUOI DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES À PARTIR DES GRANDEURS DÉVELOPPÉ PAR L'IREM&S[1] ? DE POITIERS

En 2004, la commission inter IREM Didactique en partenariat avec l'INRP[2] ? initie une recherche intitulée : « Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire par la mise en place d'Activités ou de Parcours d'Étude et de Recherche ».

Cette recherche a pour but de redonner du sens aux mathématiques enseignées.

L'IREM de Poitiers s'engage dans cette démarche. Influencé par les travaux d'Yves Chevallard, le groupe Collège se centre sur deux questions :

- Où se sont développées, historiquement, les mathématiques ?
- Où vivent les notions élémentaires de mathématiques ?

En ce qui concerne les notions élémentaires de l'école et du collège, les grandeurs sont la réponse à chacune de ces deux questions. On peut retrouver le bilan de l'étude de ces deux questions dans l'annexe 1 de chacune des brochures de la série *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs* publiées par l'IREM de Poitiers de 2009 à 2012, par exemple dans celle sur les Longueurs (Groupe collège, 2012, p. 113-118).

L'idée de la démarche est donc de faire des mathématiques là où elles vivent, avec des situations concrètes et qui ont du sens (Groupe collège, 2016).

C'est à travers l'étude des durées, des angles, des populations (de leur dénombrement), des températures, des aires, des prix, des volumes, des longueurs, des masses, des chances que nous travaillons l'ensemble des notions et savoir-faire mathématiques.

[1] Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques & Sciences.

[2] Institut National de la Recherche Pédagogique, devenu IFÉ (Institut Français de l'Éducation) en 2010.

Cet enseignement est mis en œuvre depuis plus de dix ans dans de nombreuses classes de collège et expérimenté depuis quelques années dans plusieurs écoles.

II QUELLE ORGANISATION DE L'ÉTUDE ?

Deux questions principales se posent :

Comment organiser l'année ? Quelles grandeurs étudier et dans quel ordre ?

Comment organiser l'étude de chaque grandeur ?

L'étude des grandeurs choisies doit bien sûr permettre de couvrir le programme. Parmi les différentes possibilités, nous proposons un choix de grandeurs et un ordre pour leur étude qui ont été expérimentés dans les classes. Ces choix sont basés sur notre volonté de faire un fort travail spiralaire, permettant de voir et revoir les notions de base plusieurs fois dans l'année, et d'en assurer ainsi un apprentissage progressif et consolidé. Cela suppose d'aborder l'ensemble du programme de mathématiques, les compétences numériques (notamment les nombres décimaux) et les compétences géométriques, tôt dans l'année.

En ce qui concerne la nature de l'étude de la grandeur, elle se fait sur des situations concrètes avec un questionnement qui a du sens. Pour cela on organise ces situations à travers l'étude de grandes questions qui font travailler les notions et savoir-faire mathématiques (Guichard & Peyrot, 2011) : comment définir, dénombrer, comparer, partager, mesurer, calculer ; questions qui en entraînent d'autres : comment multiplier, diviser, construire… Certaines correspondent davantage au domaine des grandeurs numériques et d'autres au domaine géométrique, mais toutes renvoient à de grands types de tâches mathématiques que l'on retrouve dans les compétences explicitées par les programmes.

La mise en place de l'étude de la grandeur se fait en gardant à l'idée qu'il faut favoriser au maximum la manipulation, l'expérimentation et les activités mentales.

Pour avoir une idée de ce que peut être la mise en œuvre de cette démarche, voici concrètement plusieurs situations expérimentées dans notre projet.

Ces situations ne doivent pas être artificielles, il faut qu'elles renvoient à du concret pour qu'elles aient du sens. Les notions ou les compétences mathématiques doivent apparaitre comme les réponses, ou les outils de réponses aux questions qui traversent ces situations.

1 Comment définir ?

La grande question définir est particulière : elle ne concerne que les nouvelles grandeurs, c'est-à-dire Angles et Aires en cycle 3.

Il faut alors faire naître la question de l'écartement des demi-droites ou de la grandeur de l'intérieur comme réponse à un problème.

Voici quelques propositions de situations pour la question définir.

1.1 Deux situations pour les Aires

Quelle île peut accueillir le plus d'habitants ?



Fig. 1 : Situation 1 pour les Aires

Sur quel toit pourra-t-on installer le plus de panneaux solaires ?



Fig. 2 : Situation 2 pour les Aires

1.2 Deux Situations pour les Angles

Reproduire/mimer avec le corps une position, celle de deux poutres ou de panneaux solaires par exemple.

Les élèves se « corrigent », il est alors question d'écartement.



Fig. 3 : Elèves mimant des angles

Reproduire une pièce de tangram en 2 fois plus grand.

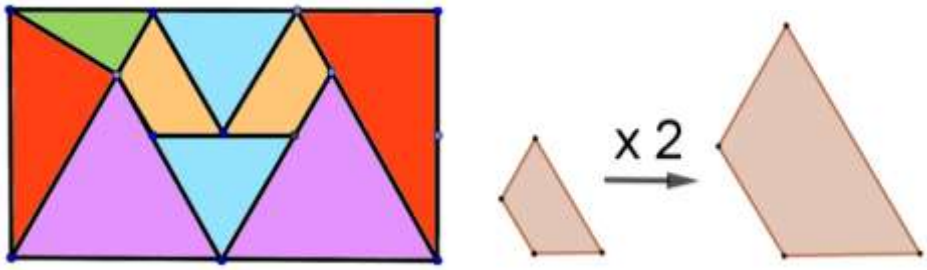


Fig. 4 : Tangram

Les longueurs sont multipliées par deux et les différents essais amènent au fait que les « coins » doivent être identiques, que l'écartement est conservé.

2 Un parcours sur les Longueurs

C'est un exemple d'étude en classe de CM1 d'une grandeur géométrique déjà connue des élèves, contrairement aux Aires et aux Angles. Mais qu'il s'agisse de construire une grandeur nouvelle, ou d'en approfondir l'étude, il est fondamental, de notre point de vue, de ne pas aller trop vite vers la mesure et

les calculs. C'est dans le travail de la grandeur non numérisée que se construisent les notions géométriques élémentaires, principalement autour des questions de comparaison et de partage.

Voici le déroulement de l'étude des Longueurs en CM1 que nous avons expérimenté, avec, pour chaque temps fort du parcours, balisé par une grande question, quelques situations de l'étude de la grandeur. Ce sont ces situations que nous présentons. Pour en avoir une présentation plus détaillée comportant les exercices et activités mentales associés, temps de bilan, ainsi qu'une programmation sur 23 séances, on pourra se reporter à Coillot (2019).

2.1 Comment comparer ? (1)

Situations 1 et 2

Comme un bouliste amateur, indiquer (sans instrument de mesure) quelle équipe remporte la manche et combien de points elle marquera.



Fig. 5 : Le jeu de boules

Citer toutes les villes plus proches, à vol d'oiseau, de Châtellerault que ne l'est Oyré.

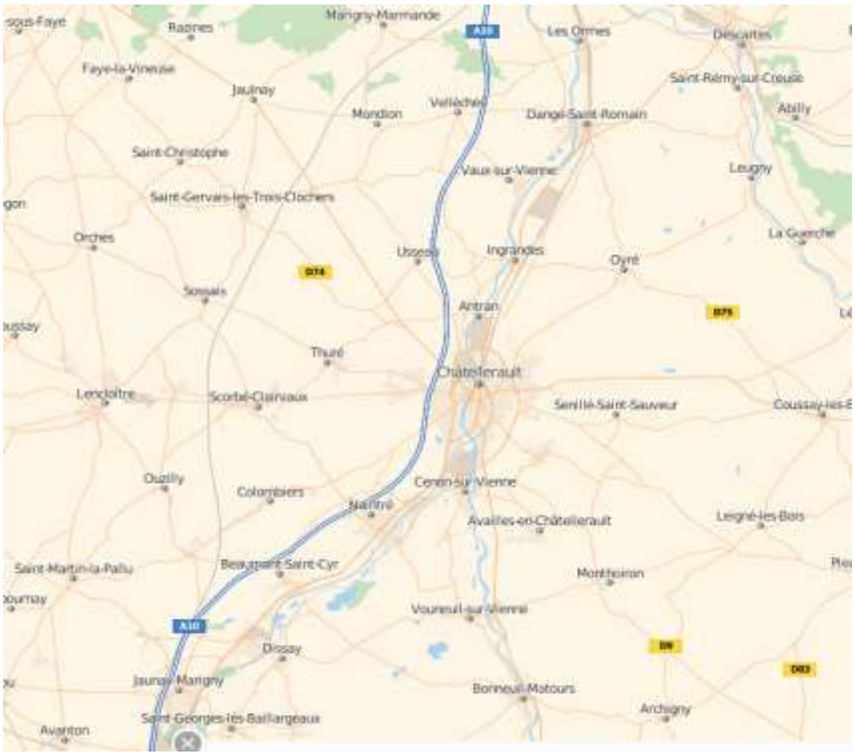


Fig. 6 : Carte

On définit dans ces deux situations le report de distances pour la comparaison et l'outil de report : le compas. La deuxième permet de retrouver le cercle comme ensemble des points à la même distance du centre, et le compas comme l'instrument permettant son tracé.

Situation 3

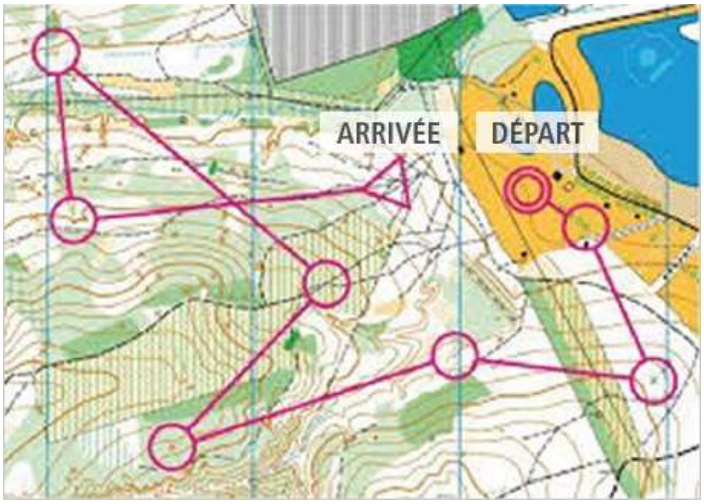


Fig. 7 : La course d'orientation

Y-a-t-il un trajet qui vous semble plus court que celui proposé ?

Si oui lequel ?

Situation 4

Lequel des champs A ou B nécessitera la plus grande clôture ?



Fig. 8 : Les deux champs

On travaille toujours sans mesure ; on définit ici l'addition de longueurs comme reports successifs de longueurs sur une demi-droite. Et cette méthode va permettre de comparer la longueur de lignes brisées (situation 3) pouvant se refermer (situation 4, notion de périmètre), mais n'est utilisable que dans le micro espace.

On peut alors proposer de comparer des longueurs dans le méso espace (largeur de la salle de classe, longueur d'une rangée de tables) pour retrouver la méthode fondatrice de la mesure : utiliser son pied, ou un carreau au sol, ou une plaque d'isolation au plafond, et compter.

2.2 Comment construire ? (1)

Situation 1

Il est question ici de revisiter les triangles et quadrilatères (que l'on a déjà étudiés dans les angles – travail spiralé) à travers les longueurs. Construire un quadrilatère qui a deux paires de côtés de même longueur…

Et on manipule les polygones, on éprouve leurs degrés de liberté, on retrouve les bras du compas avec les côtés consécutifs de même longueur… Les égalités de longueurs permettent de définir triangles et quadrilatères.

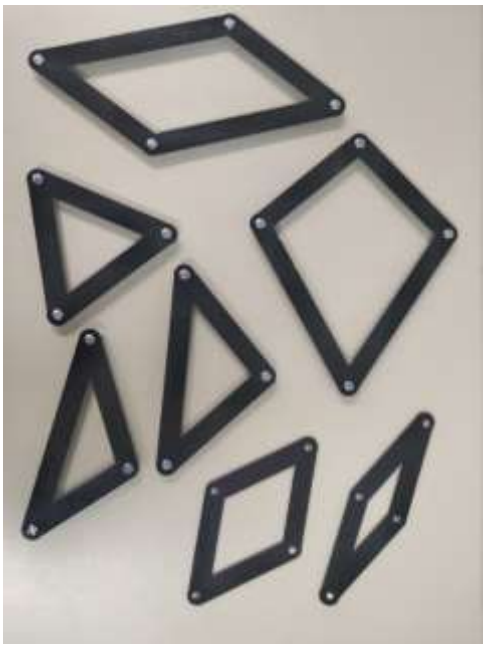


Fig. 9 : Réalisation avec des lattes (Matériel IREM de Poitiers)

Situation 2

Faire construire une allée le long d'un bâtiment, un couloir de course supplémentaire.

On fait construire des parallèles en recherchant la méthode de construction.





Fig. 10 : Les parallèles

On expérimente, on manipule et on se confronte au matériel disponible.

Il faut vivre les situations.

On définit les parallèles comme des droites équidistantes, définition en adéquation avec les méthodes de constructions mises en œuvre. Et c'est l'occasion de réactiver la notion de perpendiculaire, ou de se l'approprier pour certains élèves encore en difficulté. On saisit sur cet exemple l'intérêt de notre démarche dans laquelle peut se vivre effectivement un enseignement spiralaire des notions de base.

2.3 Comment comparer ? (2)

Combien de fois plus ? Combien de fois moins ?

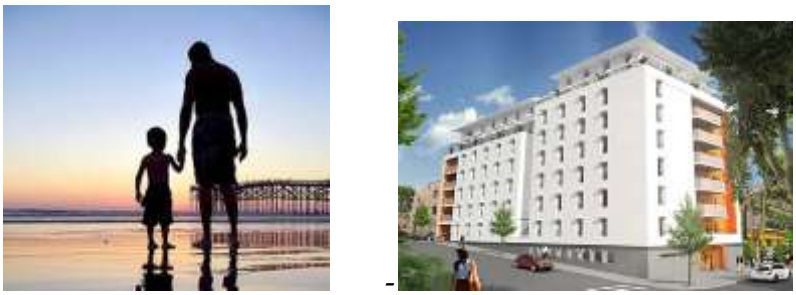


Fig. 11 : Comparaison relative

On travaille sur la comparaison relative, le report de longueurs et on prépare à la mesure. Le nombre de fois (le rapport) est la mesure du grand quand on prend le petit pour unité.

Et en même temps sont réactivées les notions de double et de moitié, de tiers et de quart, de multiples et d'inverses simples.

2.4 Comment multiplier/partager ?

Henri constate que sa maison a une taille qui est 5 fois la sienne. Représenter Henri et sa maison.

Le report de longueurs, vu dans 2.1, permet ici la construction d'un segment de longueur multiple de celle d'un segment donné.

On travaille ensuite sur les différentes procédures pour le partage de longueurs (ficelle, pliage, propriétés de symétrie du losange et du cerf volant articulés étudiés en 2.2) et sur certains instruments dont c'est la fonction. Il est alors question du fonctionnement mais aussi de l'explication mathématique de ce fonctionnement. Et cela débouche sur des constructions classiques utilisant la règle et le compas, ou le guide âne, tout en ayant connaissance d'autres techniques dans la vie et le méso espace.



Fig. 12 : Procédures et instruments

2.5 Comment mesurer ?

Mesure, sans instruments, de longueur d'objets, de longueurs dans la cour.

Le plus souvent les élèves, comme cela était fait dans l'histoire, utilisent une partie du corps.



Fig. 13 : La coudée égyptienne



Fig. 14 : La pige du bâtisseur

On amène progressivement les élèves, par le problème des mesures qui « ne tombent pas juste », à notre système décimal. On retrouve les instruments de mesure usuels et le tableau des longueurs avec le mètre, ses multiples et ses sous unités. L'estimation et la mesure de longueurs du micro espace permet un premier travail sur les ordres de grandeur du mm au m. Mais comment faire pour mesurer les plus grandes distances, par exemple celle de l'école à la mairie, ou du terrain de foot ? Les périmètres ou les diamètres de deux cercles ? C'est l'occasion de découvrir d'autres instruments de mesure : odomètre, mètre de couturière, pied à coulisse standard ou du forestier. Et de compléter un tableau avec des objets illustrant les divers ordres de grandeur.

2.6 Comment construire ? (2)

On construit désormais en utilisant les mesures.

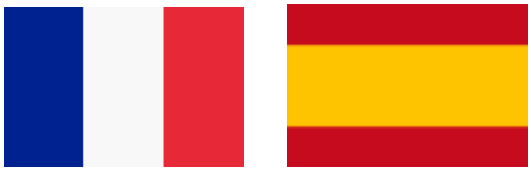


Fig. 15 : Les drapeaux français et espagnol de format 2/3

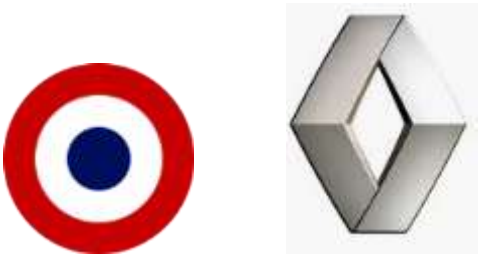


Fig. 16 : Une cocarde, un logo

Mais aussi, le plan d'une salle de classe, de l'école…

On construit rectangles, cercles, losanges, en vraie grandeur (reproduction), ou avec des dimensions doubles, triples, ou à l'échelle 1/100… On utilise compas, règle, équerre, guide âne. On réinvestit les méthodes pour le partage ou on utilise la division des mesures. On parle de fractions simples. On réfléchit à la notion de format pour un rectangle.

2.7 Comment calculer ?



Fig. 17 : 3 situations

Quelle est la longueur de baguette nécessaire pour construire le squelette d'un cube d'arête 80 cm ?

Calcul de périmètres, de longueurs à partir d'un plan.

Les supports de caténaires sont en moyenne distants de 63 m. Combien en a-t-il fallu lors de la construction de la LGV Tours-Bordeaux de 302 km ?

Correspondance avec les mesures du système anglo-saxon.

On étudie ainsi des situations additives, multiplicatives et de partage (nombre de parts ou longueur d'une part), dans le cadre de la résolution de problèmes de la vie, ce qui est un axe important dans notre démarche. Et les élèves sont confrontés de façon naturelle au problème de la conversion des longueurs. Et le travail fait sur les ordres de grandeur permet un contrôle des résultats.

3 Activités mentales

Englobant le calcul mental, elles participent à la construction de la grandeur et à sa meilleure représentation. En même temps elles permettent de faire travailler aux élèves le calcul numérique.

En voici quelques exemples pour les longueurs.

- Comparaison de longueurs d'objets (absolue, relative)
- Estimations (Estime la longueur du crayon avec lequel tu écris)
- Conversions (7 cm = …. m)
- Calcul mental :
  - purement numérique : 29 cm + 15 cm, 8 cm – 5 mm, 100 × 15 m
  - avec un support géométrique



Fig. 18 : Longueurs de segments

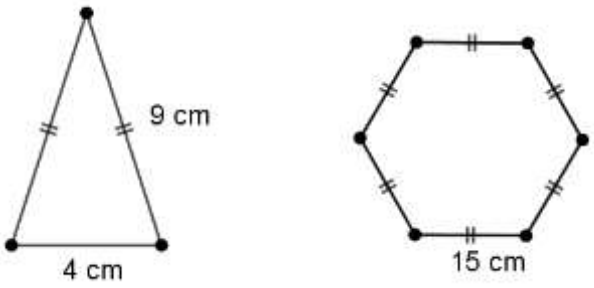


Fig. 19 : Périmètres de figures

  - Sous forme de dictée géométrique : un rectangle de longueur 10 cm a pour périmètre 35 cm. Quelle est sa largeur ?

4 La leçon

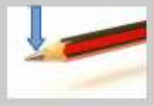
Un bilan très succinct est proposé à la fin de chaque séance. Chacun de ces bilans est repris dans la leçon qui est donnée, dans sa forme définitive, après un temps plus ou moins long d'appropriation des connaissances. Ces bilans transitoires ainsi que la leçon doivent être consultables par l'élève lors de son travail.

Le choix a été fait, le plus souvent, d'institutionnaliser des notions contextualisées, faisant référence à des activités en classe.

En voici quelques morceaux, illustrant des points de cours évoqués dans la description du parcours sur les longueurs. On trouvera le cours complet dans Coillot (2019).

Des repères

Exemple de ceux déterminés par les élèves dans une école :

Kilomètre (km)*	Hectomètre (hm)*	Décamètre (dam)	mètre (m)	Décimètre (dm)	Centimètre (cm)	Millimètre (mm)
						

*1 km : distance entre l'école et le stade de foot
*1 hm : distance entre l'école et la mairie

Fig. 20 : Unités, bilan d'une classe

Des définitions

Le cercle

Le cercle de centre A et de rayon 3 cm : l'ensemble des points à 3 cm de A.

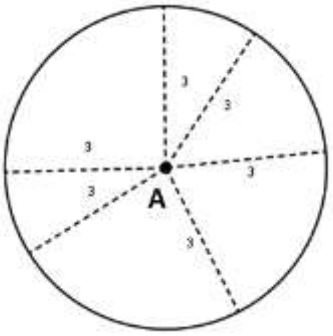


Fig. 21 : Le cercle

Droites parallèles

Deux droites parallèles sont deux droites qui sont toujours à la même distance l'une de l'autre.

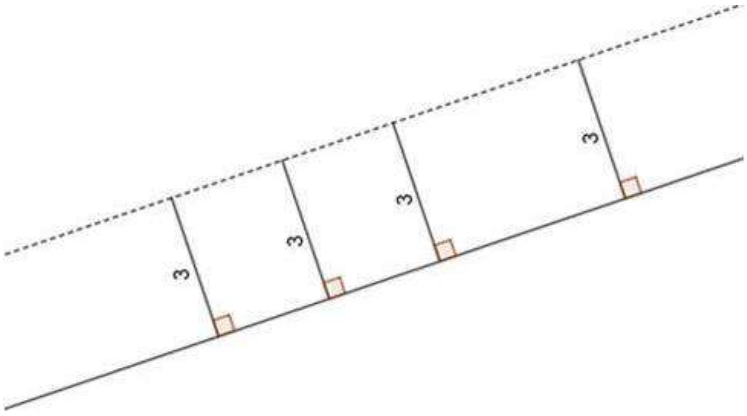


Fig. 22 : Droites parallèles

Des techniques

Comparer

Par estimation visuelle, par superposition, avec un compas, une ficelle, en utilisant une demi-droite sur laquelle on reporte, en mesurant.

Partager

- En 2, 4, 8 par pliage, avec la règle et le compas (technique du losange).
- Par n'importe quel nombre : le guide âne, la division de la mesure.

Construire un triangle dont on connaît les longueurs des côtés



Fig. 23 : Utilisation du compas

5 Remarque

La grandeur longueur est celle qui facilite le plus la représentation du système décimal.

Elle est aide aussi à schématiser de nombreux problèmes autres que ceux sur les longueurs (schémas en barres[3]).

III COMMENT FORMER À CETTE NOUVELLE DÉMARCHE ?

Comme mes collègues du groupe Collège de l'IREM&S de Poitiers, je pratique depuis de nombreuses années un enseignement des mathématiques à partir des grandeurs dans mes classes de collège. C'est à travers la liaison École/Collège, en échangeant sur nos pratiques, que plusieurs professeurs des écoles, face aux difficultés qu'ils rencontraient et à celles de leur élèves, ont exprimé la volonté de se lancer dans la même démarche (deux professeurs des écoles la première année, rejoints par l'ensemble des enseignants des classes de CM du secteur du collège la seconde année).

Mais comment faire pour que ces enseignants s'approprient la démarche et puissent la mettre en œuvre ?

1 L'organisation de l'information/formation

Lors de la première entrevue, j'ai présenté la démarche plus en détail, la façon d'aborder les concepts en illustrant d'exemples détaillés et discutés.

Nous nous sommes vus avec les professeurs des écoles, une matinée ou un après-midi, à chaque vacance pour travailler une ou deux grandeurs : présentation des enjeux et des objectifs de l'enseignement de la nouvelle grandeur, de la banque de situations, des activités mentales et du squelette de la leçon, documents envoyés avant la réunion de travail.

Le matériau est analysé, discuté, modifié s'il le faut, et les professeurs des écoles, seuls ou en groupe, passent à la construction des séances pour lesquelles un nouvel échange a lieu.

Cela correspond à un volume horaire relativement important mais qui entre tout à fait dans le cadre de la formation telle qu'elle est présentée dans le plan Villani-Torossian (2018).

2 Les « difficultés »

Il est ici question de repenser complètement son enseignement des mathématiques, ce qui implique un engagement dans la démarche et un volume horaire de préparation important. Une fois dans la démarche il faut accepter qu'une notion ou un savoir-faire ne soit pas acquis parfaitement puisqu'il sera revu plusieurs fois par la suite.

[3] Voir : Jean Julo, *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, Presses universitaires de Rennes, collection « Psychologies », 1994

Certains bons élèves, habitués à ce qu'on leur donne une technique à appliquer peuvent être déstabilisés au départ.

3 L'évaluation de cet enseignement

Il n'y a pas suffisamment de recul et la cohorte est trop petite pour établir des généralités.

En revanche, on peut noter quelques points positifs : si les élèves en difficultés n'ont pas résolu tous leurs problèmes en mathématiques, tous viennent en mathématiques avec plaisir. Les enseignants aussi prennent du plaisir et ne veulent pas revenir en arrière. Ce qui est nouveau c'est le fait que les maths sont utilisées pratiquement toujours de manière contextualisée, en rapport avec l'histoire, avec la vie, et qu'elles ont une valeur explicative. Cette manière d'enseigner développe le côté intellectuel, le raisonnement, en parallèle avec le côté manuel, les expérimentations et les manipulations.

Au niveau de l'assimilation des notions, et je parle des élèves de CM2 pour lesquels c'est la deuxième année d'expérimentation, elles semblent mieux acquises, en particulier pour les angles, les aires, les décimaux. Pour la première fois, dans une école où est expérimentée cette démarche, il n'y a pas eu besoin de remédiation en maths pendant les vacances.

4 Les matériaux pour expérimenter

Si vous êtes convaincus par ma présentation ou tentés par l'expérimentation de cette démarche, vous pourrez consulter trois brochures que nous avons rédigées, dans le cadre de l'IREM de Poitiers : Populations (Coillot & Guichard, 2018), Angles (Groupe collège, 2018) et Matériaux pour expérimenter (Coillot, 2019).

Les Populations et les Angles sont les deux premières grandeurs abordées dans l'année, elles permettent de travailler une grande partie des contenus du programme. Dans les brochures qui y sont associées, la démarche pour placer l'élève dans cet enseignement avec découvertes, situations de recherches, stratégies à définir, est présentée de manière complète.

IV EN CONCLUSION

On peut, comme dans de nombreuses pratiques, de nombreux manuels, alterner les leçons sur les nombres, le calcul, la géométrie et les grandeurs et mesures.

Mais notre idée est que, si on travaille les grandeurs en tant que grandeurs, en construisant les concepts, sans aller trop rapidement vers la mesure et les calculs, on travaille l'ensemble des notions et savoir-faire du programme. Et qu'en agissant ainsi, et en utilisant de nombreux leviers (manipulation, expérimentation, situations concrètes, travail très « spiralaire », activités mentales contextualisées, …), on permet une meilleure assimilation des notions et savoir-faire. Et tout cela avec une motivation et un plaisir amplifiés.

V BIBLIOGRAPHIE

Coillot J. & alii (2019) *Enseigner les mathématiques en cycle 3 à partir des grandeurs : matériaux pour expérimenter,* IREM de Poitiers.

Coillot J., Guichard J-P. & alii (2018) *Enseigner les mathématiques en cycle 3 à partir des grandeurs : les populations,* IREM de Poitiers.

Groupe collège de l'IREM de Poitiers (2016) La vie des hommes comme sujet d'étude, *Les Cahiers pédagogiques* **529**, 53-54.

Groupe collège (2018) *Enseigner les mathématiques en cycle 3 à partir des grandeurs : les angles,* IREM de Poitiers.

Groupe collège (2012) *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les longueurs,* IREM de Poitiers.

Guichard J-P. & Peyrot S. (2011) Organiser l'enseignement d'une année par des questions qui lui donnent du sens, *Bulletin de l'APMEP* **492**, 67-72 (accessible en ligne).

Villani C. & Torossian C. (2018) *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*, Ministère de l'éducation nationale, (accessible en ligne).

L'APPORT DU MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE DU MOYEN D'ENSEIGNEMENT ROMAND DE 1-2H (ELEVES DE 4 A 6 ANS) A LA FORMATION DES ENSEIGNANTS DU CYCLE 1

Julie CANDY[1]
Chargée d'enseignement, Haute Ecole Pédagogique du Valais
Doctorante, Université de Montpellier
Institut Montpelliérain Alexandre Grothendieck
Julie.candy@hepvs.ch

Ismaïl MILI
Chargé d'enseignement, Haute Ecole Pédagogique du Valais
Ismail.mili@hepvs.ch

Résumé
À l'origine, notre questionnement est généré par l'introduction, par la CIIP (Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique), organisme intercantonal indépendant des instituts de formations des enseignants, de nouveaux Moyens d'Enseignements (MER), – manuels officiels que tous les enseignants se doivent d'utiliser moyennant les adaptations pédagogiques d'usage laissées libres à chacun, dans le contexte suisse romand. Ce renouvellement des ressources pédagogiques explique notre ambition première de générer des modèles praxéologiques de référence sur la base de ces MER, de manière à en décrire le contenu et à pouvoir les analyser au regard des finalités de formation. Dans cet article, nous présentons tout d'abord des éléments permettant de mieux comprendre le contexte institutionnel Suisse Romand et le rôle que jouent ces Moyens dans la pratique des professeurs mais aussi au sein des dispositifs de formation des enseignants. Puis nous proposons une synthèse de l'analyse praxéologique sur laquelle est construit un modèle praxéologique de référence de la numération en cycle 1 dans le MER, avant de conclure sur un bilan des impacts de notre étude dans le cadre de la formation des enseignants à la HEP VS (Haute Ecole Pédagogique du ValaiS).

I - LE CONTEXTE INSTITUTIONNEL SUISSE ROMAND

En Suisse, tout ce qui a trait à l'enseignement et l'éducation relève de compétences cantonales. Moyennant le respect de divers accords et directives, les cantons sont ainsi souverains pour tout ce qui concerne la formation des enseignants.

Afin d'harmoniser les enseignements et de garantir autant que faire se peut la reconnaissance inter cantonales des diplômes décernés, un Plan d'Études Romand (PER) a été introduit en 2011. Ce Plan d'Études Romand[2] est un curriculum officiel sur l'ensemble des cycles 1, 2 et 3. Suite à cette introduction, un certain décalage (pour ne pas parler d'un décalage certain) entre les Moyens d'Enseignement alors à disposition des enseignants et les nouvelles directions préconisées par le PER ainsi que de nombreuses discordances ont été relevés par les enseignants ; c'est la raison pour laquelle, il y a trois ans, de nouveaux MER ont été édités afin de « garantir » une meilleure correspondance avec le PER.

En tenant compte des critiques et insatisfactions formulées par les enseignants au sujet des anciens MER, le mandat des rédacteurs a été entre autres :

[1] Les auteurs sont cités dans l'ordre alphabétique mais cet article est un travail collectif sans auteur principal.

[2] Le Plan d'Études Romand est consultable à l'adresse https://www.plandetudes.ch/web/guest/mathematiques .

- de garantir l'adéquation entre PER et MER ;
- d'identifier le savoir mathématique qui n'était pas, jusque-là, toujours identifié de manière explicite ;
- de structurer les enseignements en séquence ;
- d'annualiser les apprentissages (le PER est biennal).

Les MER sont obligatoires : les cantons, sous l'égide de la CIIP (Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique), organisme intercantonal indépendant des instituts académiques de recherche et de formation, ont édité ces MER par le biais d'un financement public et, moyennant la liberté pédagogique et la souplesse d'usage laissée à l'enseignant, ces derniers sont les seuls à pouvoir être utilisés dans les classes.

Ces MER ne se restreignent pas à des successions d'activités. Des précisions didactiques y sont apportées autour des énoncés : apprentissage(s) visé(s), mise en place, matériel, pilotage de l'activité, etc. De plus, en marge des activités sont proposés des « Commentaires Didactiques », à savoir des textes officiels qui accompagnent les MER, présentant rapidement (en cinq-six pages) les composantes épistémologiques des sujets traités (« qu'est-ce qu'un nombre ? quels seraient les différents aspects du nombre ? en quoi consiste un procédé de mesure ? etc. »), agrémentés de déclinaisons didactiques. Ceci entre autres afin que les enseignants puissent avoir une vue d'ensemble de la notion enseignée sur tout le cycle d'enseignement.

Tenant compte de ces spécificités et afin de dispenser une formation didactique qui tient compte de l'outil de travail des futurs professeurs, les analyses praxéologiques sont, dans la suite de cet article, mises au regard de ces textes institutionnels. Ceci nous permet de baser notre formation sur les outils institutionnels dont ont besoin les étudiants pour décrypter ces textes didactiques, analyser les tâches, planifier leurs séances et satisfaire des objectifs institutionnels inhérents à leur institut de formation.

II - LE CONTEXTE INSTITUTIONNEL SUISSE ROMAND

Comme tout manuel, le Moyen d'Enseignement Romand a déjà fait l'objet d'une transposition didactique interne : les rédacteurs ont fait des choix à partir du programme officiel (PER) pour produire ce Moyen qui peut alors s'assimiler à un savoir « apprêté » au sens de (Ravel, 2003). Mais son caractère obligatoire et les commentaires didactiques parfois très directifs qui y figurent semblent pousser les enseignants vers une uniformisation de la transposition didactique interne.

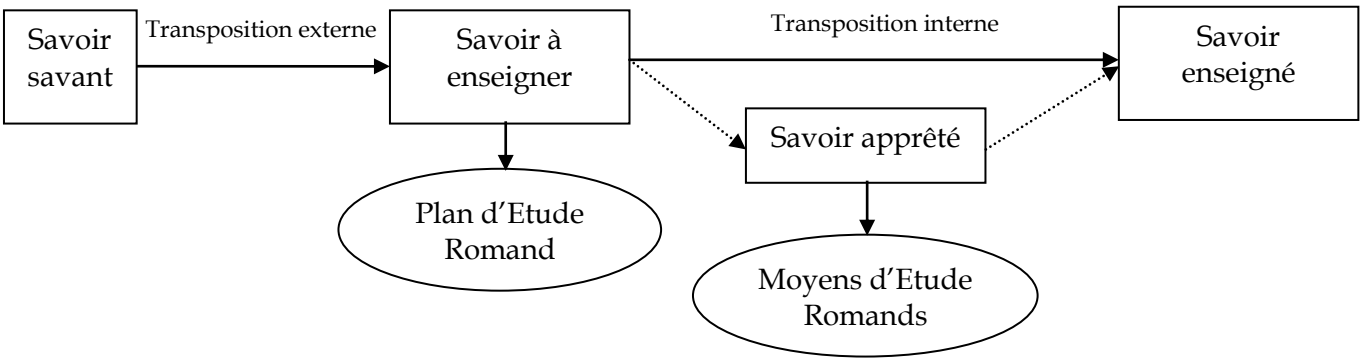


Figure 1. Transposition didactique dans le cadre du contexte institutionnel Suisse Romand

En tant que formateurs, une partie de notre questionnement consiste dès lors à décrire objectivement les implications (enseignement, apprentissage) de ces choix institutionnels pour les décliner ensuite en formation (initiale, continue) et, au regard des contraintes institutionnelles aux cycles 1, 2 et 3 en Suisse, à poser les questions suivantes :

- Travailler uniquement avec les Moyens d'Enseignement Romands permet-il à un enseignant de transposer tout le savoir à enseigner en savoirs enseignés ? Y a-t-il des savoirs à enseigner surreprésentés ou sous-représentés dans les Moyens ?

- Étant donné que les Moyens d'Enseignement Romands 1-2H ont été introduits en automne 2018 et que l'ensemble de la scolarité primaire sera balayé et renouvelé par la suite, quid des différentes transitions, à la fois en ce qui concerne l'aspect vertical (la progression entre les différents degrés et cycles), mais également de manière horizontale, entre les différents Axes Thématiques (espace, nombres, opérations, grandeurs et mesures, modélisation) ?
- Quels sont les outils ou focales nécessaires aux enseignants pour pouvoir effectuer la transposition didactique des savoirs à enseigner en tenant compte des spécificités institutionnelles ?

Cette dernière question nous semble particulièrement importante car dans les conceptions de certains enseignants et de nos étudiants et étant donnée la structure proposée de ces Moyens d'enseignement, la transposition interne peut s'avérer presque complétée : il ne resterait plus qu'à enseigner en suivant les indications didactiques, sans qu'aucune analyse préalable ne soit nécessaire.

Pourtant, nous pouvons constater que les Moyens d'enseignement délèguent une partie de l'analyse et de l'organisation du milieu didactique aux enseignants. Un extrait des commentaires didactiques mentionne en effet :

> *Il va donc falloir déterminer les conditions pour ce passage* [en l'occurrence, un saut informationnel] *soit rendu indispensable. Pour cela, il sera nécessaire de se livrer à une analyse* a priori *des activités qu'on propose aux élèves (voir texte analyse* a priori*) et identifier les choix à faire (variables didactiques) pour « forcer » ce passage. (Extrait du fichier* Le nombre – premiers apprentissages – cycle 1*)*

Ainsi, les rédacteurs admettent que les activités fournies doivent être modulées afin de pouvoir travailler l'apprentissage souhaité, que le tout n'est pas « clé en main », que des analyses *a priori* doivent être effectuées, qu'il sera nécessaire de jouer sur des variables didactiques afin de faire émerger la procédure souhaitée et forcer un saut informationnel. Si les notions d'analyse *a priori* et de variable s'avèrent être des outils indispensables à la formation des enseignants, il incombe également aux formateurs d'identifier les moments « charnières » où les enseignants sont seuls face aux choix didactiques et ont le plus besoin d'une formation didactique et épistémologique sur les savoirs.

III - CADRE THEORIQUE ET METHODOLOGIE

Les fortes contraintes institutionnelles auxquelles sont soumises les enseignants (présentées plus haut dans ces lignes) et la nécessité de procéder à une analyse de manuel complète nous ont conduit à considérer la théorie anthropologique du didactique (TAD). En effet, au regard du contexte précédemment détaillé et de la structure du Plan d'Etudes Romand, nous devrons considérer et analyser la transposition didactique du concept de nombre dans différentes institutions. En référence à Chevallard, nous appelons *institution* tout « dispositif social « total », qui peut certes n'avoir qu'une extension très réduite dans l'espace social (il existe des « micro institutions »), mais qui permet – et impose – à ses sujets […] la mise en jeu de *manières de faire et de penser* propres » (Chevallard, 2003, p.82).

Si l'institution de référence dans cet article correspond aux premiers degrés de la scolarité (1-2H), la TAD nous permet d'analyser des manuels à grande échelle (balayant un large spectre d'activités), d'étudier par cycle les organisations mathématiques, de tenir compte du Plan d'Etude Romand et du fait qu'un Moyen d'enseignement Romand lui est rattaché, etc. Ainsi l'analyse *a priori* identifiée précédemment par le rédacteur du commentaire didactique constitue un outil de formation à destination de nos étudiants, mais notre outil d'analyse (en tant que chercheur) se réfère quant à lui à la théorie anthropologique du didactique.

Nous souhaitons également nous défaire, autant que faire se peut, de l'« illusion de transparence », au sens d'Artigue (1990). Si cette « illusion » est initialement plutôt employée au niveau de l'analyse épistémologique qui permettrait de se détacher de la transparence de certains concepts mathématiques (par exemple l'addition), nous estimons être dans une situation assez proche dans le sens où l'enseignant est confronté à des tâches qui peuvent sembler triviales (lancer un dé et avancer de trois cases peut sembler à la portée de tous et donc des élèves), mais pour lesquelles l'analyse praxéologique permet de

décliner ces tâches en différentes sous-tâches dans le contexte institutionnel pour en révéler ainsi la complexité.

Une autre des finalités découlant de nos objectifs nécessite d'étudier les notions mathématiques sous-jacentes aux concepts mobilisés. Là encore, l'outil praxéologique défini ci-après nous semble approprié à la mise en lumière de ces concepts.

1 Un rappel sur la notion de praxéologie

À l'instar de Chevallard (1998), nous prenons comme postulat que toute activité humaine peut être modélisée par une praxéologie, quadruplet formé d'un type de tâches, de techniques, technologie et théorie.

À titre d'exemple, considérons l'activité « Jardin de Fleurs » dont l'énoncé va comme suit : « Soulève un cache, prend la perle de verre et dépose-la dans le récipient, puis remets le cache en place sur la fleur. S'il n'y a pas de perle de verre sous le cache retourné, la partie est terminée (perdue). Si tu penses avoir terminé, tu peux enlever tous les caches et s'il ne reste pas de perle de verre, tu as réussi ».

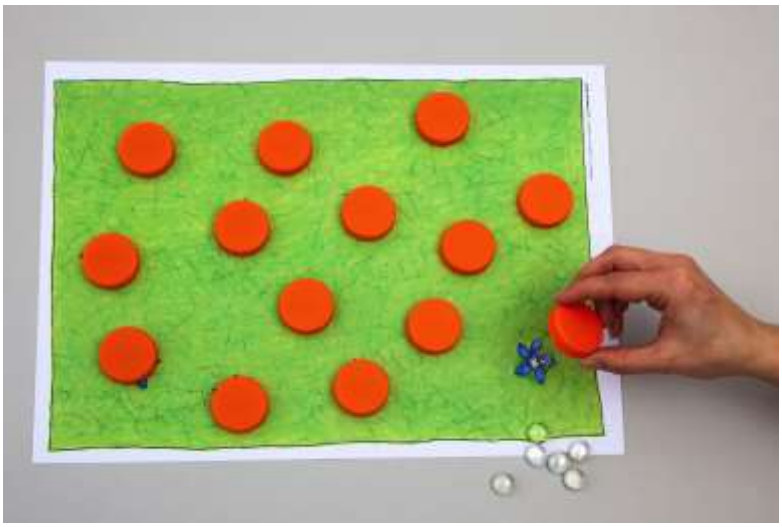


Figure 2. Activité « Jardin de Fleurs », extrait du Moyen d'Enseignement 1-2H

Dans ce cas précis, la praxéologie suivante est mobilisée (tout en gardant à l'esprit que plusieurs techniques peuvent cohabiter – nous estimons toutefois qu'elles peuvent être regroupées à l'aide de la terminologie proposée) :

- T : énumérer une collection ;
- τ : passer en revue tous les éléments une fois et une seule à l'aide d'un chemin adapté ou d'un balayage adapté ;

En ce qui concerne la technologie, il convient de relever qu'elle n'est pas si évidente et surtout qu'elle n'est pas explicitée dans les Moyens, pas même dans les commentaires à destination du professeur. Si elle pourrait aussi relever d'un caractère spatial, nous proposons toutefois le choix (discutable) suivant, avec la théorie associée :

- θ : algorithme de tri, boucle tant que (critère stop) ;
- Θ : Algorithmique ou logique formelle.

Cet exemple permet d'illustrer la difficulté de mettre en lumière des technologies dans des tâches proposées aux petits degrés – le caractère incomplet des praxéologies jusqu'au secondaire est relevé dans l'étude de (Bosch, Fonseca et Gascon, 2004). S'il est peu fait mention des théories et que les technologies sont souvent absentes, c'est peut-être parce qu'elles s'avèrent difficilement identifiables de manière unique. Ce caractère implicite des technologies se révèle dans la suite de notre étude au travers de la définition donnée au nombre qui, au regard de la formation des enseignants des degrés primaires, ne peut que difficilement être exprimé comme un représentant d'une classe d'équivalence (il est encore moins envisageable de proposer cette définition aux élèves).

Comme mentionné plus haut, au regard des objectifs de notre étude qui souhaite balayer un très large spectre d'activités, il a été nécessaire d'opter pour un niveau de granularité assez large afin de bénéficier d'une vue globale sur le Moyen. Nous n'avons dès lors pas détaillé les techniques de l'exercice « Jardin de Fleurs » en distinguant l'élève qui pointe et l'élève qui touche.

2 Précisions terminologiques

Si les questions posées dans cette étude s'inscrivent dans un cadre relativement vaste (elles nécessitent le balayage de l'ensemble des Moyens à disposition des enseignants pour la scolarité primaire), le présent article se focalise sur l'analyse de l'Axe Thématique « Nombre » des MER 1-2H (élèves de 4 à 6 ans environ). Cet Axe Thématique a été sélectionné pour la place prépondérante qu'il occupe dans les Moyens d'enseignement et dans le Plan d'Études Romand (et par conséquent dans notre formation des enseignants).

Afin de rester au plus proche des choix des rédacteurs, nous respectons les termes tels que définis dans le Plan d'Études Romand ainsi que dans les textes d'accompagnement des Moyen d'Enseignement Romands. Ce faisant, nous effectuons la distinction entre :

- la correspondance terme à terme et le dénombrement (la première concerne deux collections physique ou symbolique mises en relation) ;
- le dénombrement sans compter (par *subitizing*, par reconnaissance de configuration spatiale ou constellation) et le dénombrement en comptant ;
- l'estimation par perception globale et le *subitizing* (la première ne requiert pas une réponse numérique précise mais se satisfait d'un certain ordre de grandeur – le cardinal ne joue pas un rôle prépondérant – alors que, dans le *subitizing*, le cardinal doit être donné).

3 Méthodologie de la recherche

Afin de construire un modèle de la transposition didactique du concept de Nombre au sein de l'institution 1-2H, une double analyse praxéologique (chaque chercheur séparément) de chacun des cinquante-quatre exercices de l'Axe Thématique Nombre des degrés 1-2H a préalablement été conduite avant d'être ensuite croisée avec les Apprentissages Visés proposés par les rédacteurs des Moyens d'Enseignement.

Il convient de préciser que, pour ce qui relève notamment des techniques, lorsque les rédacteurs ne fixaient pas les valeurs des variables didactiques, toutes les techniques possibles ont été envisagées. En d'autres termes, nous avons considéré toutes les techniques possibles au regard des valeurs des variables didactiques laissées libres par les rédacteurs.

Ce choix est notamment motivé par une des finalités de notre étude qui concerne la formation des enseignants : si le Moyen d'Enseignement ne prend pas la précaution de faire varier les valeurs des variables afin d'atteindre l'apprentissage visé, nous faisons l'hypothèse qu'un enseignant novice ne le fera pas non plus systématiquement. Il nous a ainsi été possible de pointer / identifier des techniques qui ne pouvaient plus relever de la correspondance terme à terme dans certaines activités qui visiblement n'avaient pas été pensées ainsi.

4 Exemple de l'analyse d'une activité

Pour illustrer ce propos, considérons l'activité « Pochettes Surprises » (qui nous servira d'exemple emblématique tout au long de cet article), dans laquelle « Des pochettes transparentes en plastique contenant 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 objets (4 ou 5 pochettes pour chaque nombre), une grande boîte pour ranger toutes les pochettes [et] 6 boîtes pour classer les pochettes » sont présentées aux élèves qui doivent ensuite repérer et regrouper les collections équipotentes (contenues dans une pochette) dans une même boîte.

Alors qu'aucune indication à ce sujet ne figure dans les commentaires accompagnant l'activité et que ce choix est finalement délégué à l'enseignant, la possibilité laissée ou non à l'élève d'ouvrir chacune des pochettes possède ici un impact important non seulement sur les techniques mobilisées mais également sur les technologies sous-jacentes. En effet, dans le cas d'une possible ouverture, une correspondance

terme à terme permettant de se prononcer sur l'éventuelle équipotence entre deux collections est envisageable. Les collections seront ainsi regroupées non pas sous le couvert d'un nombre, mais selon un critère de bijection entre les composantes des collections. Dit autrement, ce ne serait alors non pas à une caractéristique de la collection à laquelle l'élève ferait alors référence, mais plutôt à une caractéristique de ses composantes. Or, si les pochettes ne peuvent être ouvertes et si chaque boîte se voit affublée d'un signe distinctif (comme un symbole), une procédure mettant en jeu un représentant des collections équipotentes peut alors émerger. La technologie associée se rapprocherait alors du nombre vu comme élément d'un groupe quotient construit sur l'ensemble des collections.

5 E 3 Pochettes surprises

T_5' – Déterminer si deux collections sont équipotentes.

- τ_{51}' : par estimation (perception globale) ;
- τ_5' : par dénombrement en comptant : si les deux mots-nombres prononcés sont les mêmes alors les collections sont équipotentes ;
- τ_5'' : par dénombrement sans compter (subtizing) : si les deux mots-nombres prononcés sont les mêmes alors les collections sont équipotentes ;
- τ_4 : par correspondance terme à terme : énumération en pointant, collection intermédiaire.

Figure 3. Extrait de l'analyse praxéologique – l'exemple de « Pochettes Surprises »

5 Le choix du Modèle Praxéologique de Référence

L'analyse praxéologique de chacun des exercices et la mise au regard avec les commentaires didactiques permettraient déjà de mesurer ponctuellement le décalage entre les intentions didactiques des auteurs et les praxéologies pouvant être réellement attendues. Cependant, afin de modéliser les transitions auxquelles les élèves sont soumis et la manière dont le concept vit au sein de l'institution, nous proposons l'élaboration, sur la base de l'analyse praxéologique préalable, d'un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) pour l'institution 1-2H pour l'axe thématique Nombres.

Pour construire ce MPR, nous nous inspirons des modèles épistémologiques de référence construits en théorie anthropologique du didactique et notamment dans Bosch et al. (2004). Afin d'organiser ce modèle, nous regroupons les praxéologies en jeu en organisation mathématiques locales ou régionales comme l'illustre le schéma (figure 4).

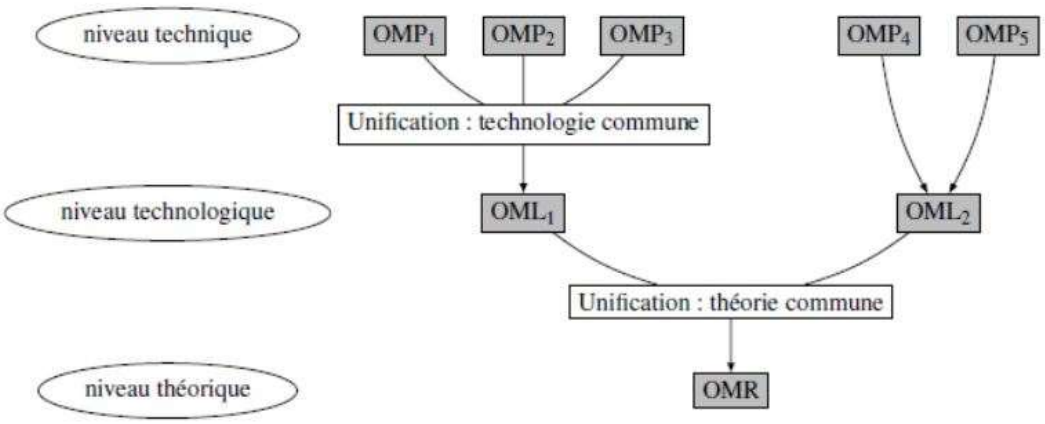


Figure 4. Schéma de l'inclusion des différentes organisations mathématiques ponctuelles, locales et régionale

Le regroupement selon des technologies communes permet par la suite l'identification des technologies en jeu dans les Moyens d'enseignements tout en documentant et pointant l'évolution des technologies entre les degrés. Les transitions auxquelles les élèves sont soumis peuvent dès lors être examinées et celles-ci nous fournissent des pistes de formations pour les professeurs à la gestion desdites transitions.

IV - ANALYSE DES RESULTATS

Comme il a déjà été relevé précédemment, la particularité du degré 1-2H semble être que de nombreuses technologies sont à la fois implicites mais souvent également sous-jacentes à de nombreuses tâches. L'activité « Pochettes Surprises » illustre de surcroît qu'un seul type de tâche peut générer plusieurs praxéologies dont les technologies sont différentes (on peut réaliser cette tâche par association terme à terme, par *subtizing* ou par dénombrement).

Le modèle construit devient dès lors forcément corrélé aux choix effectués en amont. En effet, les technologies n'étant pas explicitées clairement, il nous a parfois été nécessaire de les déduire des caractéristiques épistémologiques de la construction du nombre (en l'occurrence, il s'agira de Relation d'ordre, de Nombre en tant que représentant de classes d'équivalence et de Successeur / prédécesseur). Toutefois, conformément aux critères précédemment établis (prise en compte de toutes les techniques possibles moyennant la fixation des variables didactiques) et après avoir recensés l'ensemble des techniques et technologies potentielles mobilisées au sein des activités, nous pouvons proposer le schéma figure 5, qui présente le modèle praxéologique de référence de l'institution 1-2H pour l'axe thématique Nombres.

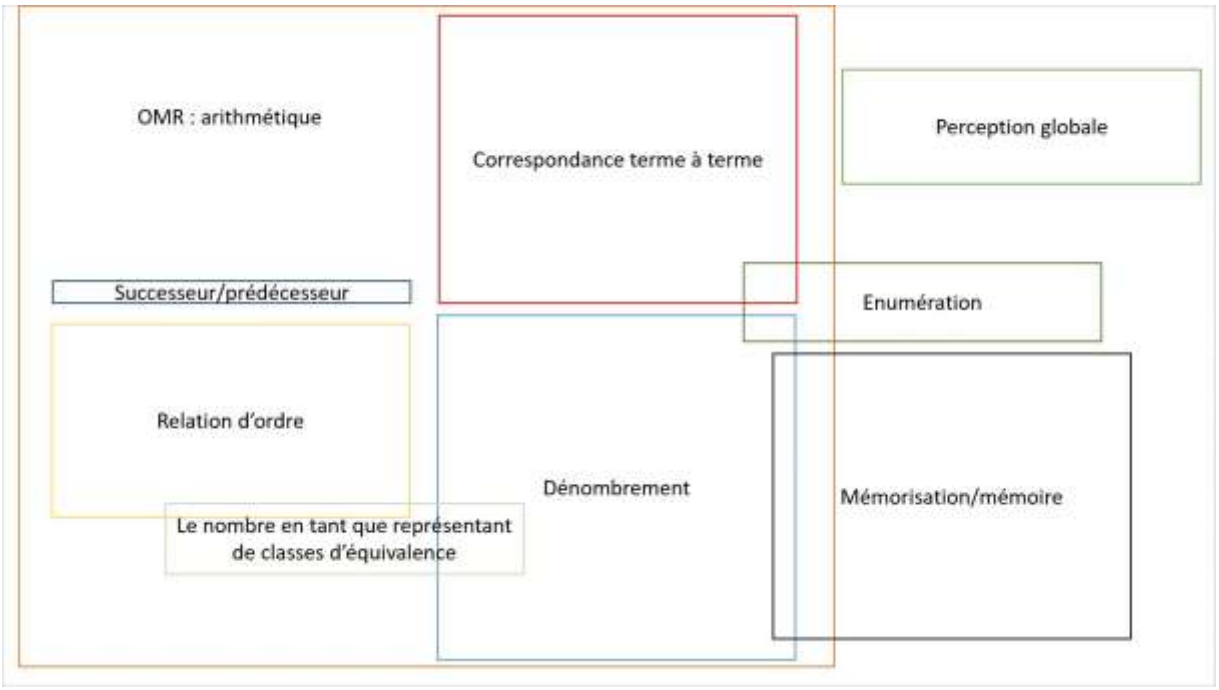


Figure 5. Le modèle praxéologique de référence de l'Axe thématique Nombres en 1-2H

Parmi les organisations mathématiques locales emblématiques nous retrouvons, sans surprise, *Dénombrement* et *Correspondance terme à terme*. Toutefois, *Mémorisation* se révèle être une organisation mathématique locale qui occupe une place prépondérante. Cela soulève des questions importantes en formation, notamment en ce qui concerne l'enseignement spécialisé et l'étayage adapté que celui-ci nécessite. Il devient dès lors pertinent de pointer aux enseignants en formation que, la place de la mémoire étant très importante dans beaucoup d'activités, il est plus que probable que celle-ci soit la source d'erreurs ou de blocages éventuels.

L'intersection des organisations mathématiques locales *Mémorisation* et *Dénombrement* met en lumière que des types de tâches portés par la première sont nécessaires à la construction de techniques portées par la seconde : pour dénombrer en comptant, il est nécessaire de réciter une comptine ce qui relève d'un type de tâches assimilé à *Mémorisation*.

Mais là où la construction du nombre devrait se faire par l'évolution des techniques de l'association terme à terme jusqu'au dénombrement, le modèle praxéologique ci-dessus montre que cette construction n'est pas effective. En effet, l'intersection entre l'organisation mathématique locale de correspondance terme à terme et l'organisation mathématique locale de dénombrement est vide, ce qui signifie qu'aucun

des types de tâches de la correspondance terme à terme ne devient une technique dans l'organisation mathématique locale du dénombrement. En effet, les variables didactiques n'ayant pas été fixées, on retrouve des types de tâches dont la technologie peut être aussi bien l'association terme à terme que le dénombrement sans qu'il n'y ait de choix didactique explicite permettant de favoriser l'abandon de techniques reposant sur la première au profit de la construction de techniques reposant sur la seconde.

Ce choix effectué par les rédacteurs implique que les enseignants auront à leur charge tout le travail d'évolution de la valeur des variables didactiques permettant la construction du nombre. Ceci nous permet déjà de révéler l'importance de la capacité des enseignants à manipuler les variables didactiques et à analyser leurs effets. De même en ce qui concerne la connaissance de notions épistémologiques. C'est dans cette optique que sera axé notre premier cours de formation en didactique des mathématiques autour de l'analyse *a priori* comme un outil pour le professeur.

Ce modèle révèle également la présence de types de tâches dans l'organisation mathématique locale *Dénombrement* qui deviendront des techniques dans l'organisation mathématique locale *Le nombre en tant que représentant d'une classe d'équivalence*. Par exemple, comme détaillé précédemment dans « Pochettes Surprises », si les élèves n'ont pas le droit d'ouvrir les boîtes, il leur faudra représenter le cardinal des collections contenues dans les boîtes. Pour cela une des techniques possibles est de d'abord dénombrer l'une des collections puis de trouver une manière d'archiver le nombre obtenu. Cette étape indispensable à la construction du nombre se retrouve dans le Moyen mais n'est pourtant jamais mentionnée ni dans le Plan d'Etude Romand (aucune mention en 1-2H, ni en 3-4H), ni dans les commentaires des Moyens d'enseignements.

De plus, *Le nombre considéré en tant que représentant d'une classe d'équivalence* n'est associé qu'à trois types de tâches, ce qui semble résulter d'un choix délibéré des rédacteurs des Moyens d'Enseignement de ne pas aller dans cette direction, du moins de manière explicite. Ainsi, même si les Moyens d'Enseignement de 3-4H ne sont pas encore disponibles, il appert que la construction des modèles praxéologiques par demi-cycle permettra d'en étudier les transitions et de mettre en évidence certaines ruptures. Cela permettra d'orienter la formation épistémologique des étudiants de manière à ce qu'ils puissent ajuster par eux-mêmes les valeurs des variables didactiques et ainsi construire les concepts mathématiques de la manière la plus solide possible.

V - BILAN

Comme nous l'avons déjà mentionné, les rédacteurs des Moyens d'enseignement délèguent des choix didactiques importants, notamment en précisant que certaines procédures ne sont « pas à bloquer trop vite ». Mais que signifie « bloquer trop vite » en termes d'apprentissage ? Surtout qu'aucune analyse épistémologique de la construction du nombre ne figure dans les textes de référence. Nous estimons dès lors que notre rôle de formateur consiste à outiller nos étudiants afin que ces commentaires didactiques, pour autant qu'ils soient lus, soient compris avec leurs propres cadres et non avec leurs conceptions des concepts ou de l'enseignement des concepts (ce qui, nous le pensons, prévaut actuellement) ou leurs interprétations des attentes institutionnelles.

Il paraît important de souligner ici qu'en laissant cette liberté (du choix des valeurs des variables didactiques), les Moyens d'enseignement permettent de s'adapter aux conditions de la classe, notamment aux stades de développement des élèves (considération importante dans le cadre des classes à double degré, comme c'est la norme en Valais). Il convient dès lors de pouvoir proposer une même tâche qui puisse être adaptée à deux « stades » mathématiques et cognitifs différents. Ainsi, le choix des variables laissé libre à l'enseignant semble certes difficile, mais les tâches proposées peuvent permettre un développement pour chacun des élèves.

En revanche, les commentaires didactiques, notamment à travers les objectifs visés, orientent l'enseignant dans des directions qui ne s'avèrent que partiellement exactes. En effet, certaines tâches sont identifiées comme permettant plutôt le développement du dénombrement alors que l'analyse montre qu'une technique de correspondance terme à terme est non seulement possible mais surtout moins

couteuse. Dès lors, cette analyse nous permet de pointer qu'il apparaît indispensable de transmettre aux étudiants et aux enseignants les outils permettant, à partir du moyen, de construire leurs propres analyses afin de rendre possible la construction du concept nombre dans leurs classes.

A nouveau, si l'on souhaite que l'enseignant construise le nombre, il est impératif que celui-ci joue sur les variables didactiques afin de faire en sorte que ces deux organisations mathématiques se croisent. Etant donné que le type de tâche de l'un ne devient pas la technique de l'autre, la machine peut tourner à vide : la raison d'être du premier, qui devrait servir à construire un savoir mathématique plus englobant, s'avère complètement coupée. Ainsi, si le formateur ne propose pas un geste fort permettant de montrer les différentes modulations à apporter dans les activités, il est tout à fait possible de se retrouver dans une situation où des correspondances terme à terme sont travaillées sans jamais se décliner ensuite comme technique dans le dénombrement. De plus, le fait que les variables soient complètement laissées à l'appréciation de l'enseignant (notamment le choix des nombres) nous oblige, dans le cadre de la formation, à insister sur les conditions d'un saut informationnel, sur ce qui amène un élève à changer une technique au profit d'une autre.

Enfin, devant évaluer les savoirs mathématiques de nos étudiants à l'entrée de la formation, cette étude nous fournit des pistes de rédaction d'un test adapté aux futurs enseignants de l'école primaire : les organisations mathématiques paradigmatiques et la capacité d'intégrer des concepts épistémologiques (évaluée par la capacité à élaborer un raisonnement et à confronter ses conceptions) pourront être prises comme point de départ. Et les faiblesses des étudiants pourront être pointées au regard de leur future pratique professionnelle : à l'heure actuelle, les seuls tests que nous possédons pour confronter les étudiants à leur méconnaissance relèvent de concepts présentés dans les degrés secondaires.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Artigue M. (1990). Épistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2-3), 241-286.

Bosch Y. Fonseca C. et Gascon J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *24*(2-3), 205-250.

Chevallard Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans S. Maury S. & M. Caillot (éds), *Rapport au savoir et didactiques* (pp. 81-104). Paris : Éditions Fabert.

Chevallard Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. Dans Cours donné à l'université d'été paru Dans Actes de l'université d'été *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, La Rochelle, 4-11 juillet 1998 (pp. 91–120). IREM de Clermont-Ferrand.

Ravel L. (2003). *Des programmes à la classe : Étude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier, Grenoble I.

ASSISTANCE À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN CYCLE 2 BASÉE SUR L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE ET LA PSYCHOLOGIE COGNITIVE

Richard CABASSUT
Formateur de mathématiques, INSPE - Université de Strasbourg
Laboratoire LISEC EA2310
richard.cabassut@unistra.fr

Résumé
Différents partenaires réunissent leurs compétences dans différents domaines (intelligence artificielle, psychologie cognitive, enseignement des mathématiques, design …) pour développer un assistant à l'enseignement des mathématiques en cycle 2, sous forme d'exerciseurs mis individuellement à la disposition de chaque élève, pour qui est construit un parcours individuel s'appuyant sur les résultats de la recherche. Dans cette communication nous présentons l'organisation du projet et ses articulations avec les résultats de la recherche en intelligence artificielle et en psychologie cognitive. Nous interrogerons l'efficacité d'un tel projet en précisant enjeux et questions, notamment par rapport à la didactique des mathématiques.

Le Ministère de l'Education Nationale Français lance en 2017 un appel d'offres pour un partenariat d'innovation pour l'acquisition d'un assistant pédagogique basé sur l'intelligence artificielle à destination des enseignants et des élèves du cycle 2. Les candidats doivent décrire les conditions dans lesquelles les partenaires effectuent la recherche, le développement, et la pré-industrialisation liés au projet. Pour la partie mathématique, une équipe répond en 2018 à l'appel d'offre et propose un projet, ADAPTIV' MATH. Le Ministère choisit en juillet 2019 ce projet, dont le déroulement pour la fabrication de l'exerciseur dure 18 mois. Dans cette communication il s'agit donc d'une description avant réalisation sur la base d'un projet. Bien entendu d'autres descriptions, en cours de réalisation ou en bilan de projet, pourront faire l'objet d'autres communications.

I - LE PROJET ADAPTIV' MATH

1 Le projet

Pour répondre à l'appel d'offre, le projet ADAPTIV' MATH propose de concevoir un assistant pédagogique générant une base de plus de 5000 exercices ou activités pour les programmes actuels de mathématiques de cycle 2, à partir de parcours d'exercices ou activités proposés aux élèves. Un exercice est un item proposé aux élèves, et qui constitue avec les autres items enchaînés un parcours proposé par l'algorithme basé sur l'intelligence artificielle. Une activité est une forme d'exercice particulière qui permet de mobiliser une situation d'apprentissage plus large que l'exercice, et qui peut permettre des manipulations au-delà de la simple interface numérique. Cet assistant pédagogique aiderait les enseignants à repérer les difficultés des élèves et à y remédier. Le moteur d'intelligence artificielle, à partir des premières réponses des élèves, présélectionne les activités les plus adaptées, en affinant la sélection avec les réponses suivantes. A partir d'une banque de ressources d'exercices et d'activités seraient construits des parcours personnalisés.

2 L'équipe du projet

L'équipe du projet est composée de plusieurs partenaires aux compétences complémentaires. Elle est coordonnée par la société EvidenceB (2019) qui apporte ses compétences et son réseau de chercheurs et collaborateurs en pédagogie, en intelligence artificielle, en sciences cognitives et en design. Parmi les

partenaires pédagogiques : la maison d'édition NATHAN-SEJER (2019) mettra à disposition son expérience dans l'édition scolaire mathématique à l'école primaire, notamment numérique, et plus particulièrement en matière de banques d'exercices et d'activités ; l'association des professeurs de mathématiques (APMEP 2019), dont l'auteur de cette communication est un représentant, contribuera avec son expertise et ses réseaux dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire.

Pour ce qui concerne l'intelligence artificielle : l'équipe de recherche FLOWERS (2019) de l'INRIA participera à partir de ses recherches, sur les systèmes tutoriels intelligents personnalisés par des algorithmes, expérimentées dans des écoles primaires de l'académie de Bordeaux ; l'équipe de recherche MOCAH (2019) du laboratoire LIP6 de Sorbonne Université, spécialisée en Environnements Interactifs d'Apprentissage Humain dans un contexte d'intelligence artificielle, contribuera notamment à l'élaboration de diagnostics cognitifs pour les exercices de mathématiques ; la société ISOGRAD (2019) offrira son expertise comme spécialiste de l'évaluation adaptive des élèves en début et en fin d'activités.

Pour ce qui concerne le design et la robotique, les sociétés DAESIGN (2019), SCHOOLAB (2019), et BLUE FROG ROBOTICS (2019) mettront à disposition leurs compétences en design pédagogique, en création graphique et multimedia, en développement numérique et en robotique pour aider le déploiement technologique des différents dispositifs auprès des enseignants et des élèves. Le cabinet de conseil COPILOT PARTNERS – AMOA (2009) accompagnera le projet fort de ses expériences dans l'enseignement supérieur et l'animation de partenariats éducatifs et numériques. La dotation du Ministère permettra aux différents partenaires d'assumer les frais de fonctionnement liés au projet.

On voit donc que s'établit une collaboration entre différents partenaires aux compétences complémentaires. Et le contenu de cette communication est le fruit de la collaboration à la présentation du projet de chaque partenaire, qui en est en quelque sorte le co-auteur, et dont la contribution est illustrée par la variété de la bibliographie et de la sitographie.

3 L'organisation en modules

Adaptiv'Math est organisé en cinq modules distincts :

1. Sens du nombre et calcul : décomposition additive, système décimal et construction de la droite numérique
2. Calcul mental, calcul posé
3. Résolution de problèmes arithmétiques
4. Résolution de problèmes, grandeurs et mesure
5. Reconnaissance des formes et des figures géométriques.

Ces cinq modules couvrent 3 domaines du programme de mathématiques pour le Cycle 2 : nombres et calcul (modules 1, 2, 3), grandeurs et mesures (module 4) et espace et géométrie (module 5).

4 Mise en place d'un parcours adaptatif pour chaque élève

Pour chaque module, l'organisation d'un parcours commence par un test initial de données constitué par une quinzaine de questions élaborées par des chercheurs en sciences cognitives. Il permet de constituer des groupes (appelés encore classes en statistique ou cluster en anglais) initiaux d'élèves, regroupés en fonction de leurs réponses au test initial grâce à des algorithmes de classification (équipe MOCAH). A partir de recherches en sciences cognitives dont nous détaillerons plus loin quelques résultats, des exercices et des activités sont élaborés pour chaque groupe initial, constituant le début du parcours adaptatif de chaque élève. Dès la réponse de l'élève au premier exercice du parcours un algorithme de personnalisation (mis au point par l'équipe de l'INRIA) permet de personnaliser le parcours de l'élève (choix des variables didactiques des prochains exercices et choix de nouveaux exercices pour la suite du parcours). C'est ici que l'intelligence artificielle intervient puisqu'elle permet en fonction des réponses aux questions antérieures de choisir les questions suivantes et de mettre en place un parcours personnalisé pour chaque élève, en fonction de ses besoins d'apprentissage déterminés par les algorithmes de personnalisation. Régulièrement les groupes d'élèves sont

reconfigurés par les algorithmes de groupement (ou classification, ou clustering) en fonction des réponses aux nouveaux exercices. En fin de parcours une évaluation finale permet de déterminer le niveau de maîtrise des notions abordées dans le module. Nous illustrerons plus loin des exemples possibles d'exercices sans pour autant montrer un parcours d'élève, qui n'a pas encore été produit puisque le projet vient de démarrer. L'analyse des parcours personnalisés est communiquée aux enseignants à chaque étape sous forme d'un tableau de bord, et un retour est effectué auprès de chaque élève ainsi que de ses parents.

Illustrons plus précisément le rôle de l'intelligence artificielle.

II - L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE

Nous résumons ici les éléments saillants du projet relatifs à l'intelligence artificielle et qui ont été présentés par les équipes FLOWERS de l'INRIA et MOCAH du laboratoire LIP6 de Sorbonne Université.

1 Groupement d'élèves

Il s'agit de concevoir un parcours personnalisé pour chaque élève, ce qui est d'habitude effectué par l'enseignant de la classe. Le projet ADAPTIV' MATH assiste l'enseignant en concevant ces parcours personnalisés. On regroupe les élèves ayant les mêmes caractéristiques par rapport aux réponses apportées aux exercices dans un même groupe d'élèves (ou encore « cluster » en anglais) qui suivront momentanément le même parcours d'exercices.–La répartition en clusters se fait d'après des méthodes d'analyse des données (constituées par les caractéristiques des réponses des élèves).

La constitution de classes d'élèves se fait à l'aide d'un ensemble d'algorithmes de classification standards utilisés par l'équipe MOCAH (Martin 2016, Bourrier & al. 2018) relevant de l'analyse des données statistiques en classes. Lors de la première itération les caractéristiques des élèves transmises par la plateforme et relatives au test initial effectué via la plateforme (réponses correctes/incorrectes, nature des erreurs effectuées, temps de réponse, …) sont prises en compte pour former les clusters initiaux.

Lors des utilisations ultérieures, d'autres caractéristiques sont utilisées, notamment la liste et la nature des exercices traités, l'évolution des compétences déterminées par l'algorithme ZPDES de l'INRIA (Clement & al. 2015), ainsi que des informations contextuelles collectées par le dispositif sur lequel la plateforme est installée.

2 Usage pédagogique des groupes

La nature des clusters est donc propre à la classe dont ils sont élèves et à un instant donné, et non nécessairement statique dans le temps. La constitution de nouveaux groupes d'élèves peut se faire à tout moment, à la demande du professeur, ou automatiquement à intervalles réguliers dépendant principalement de la fréquence d'utilisation de la plateforme par l'ensemble des élèves. L'enseignant reçoit les informations relatives à chaque groupe d'élèves constitué. Un élève parangon, le plus représentatif du groupe d'élèves, est proposé par l'algorithme et les informations le concernant (en termes notamment de compétences acquises/non-acquises) sont communiquées à l'enseignant pour caractériser le groupe d'élèves et aider l'enseignant à mieux comprendre les caractéristiques de ce groupe. L'algorithme permet de caractériser chaque groupe en fournissant des informations qui différencient ce groupe des autres (par exemple en précisant si un type de réponse est significativement plus important dans ce groupe, ou une durée de réponse est significativement plus longue, ou un type de caractéristique d'élèves …). L'algorithme permet également à l'enseignant de repérer l'évolution de chaque élève et par exemple de remarquer un changement de groupes pour un élève donné qui signalerait par exemple une difficulté ou une amélioration. L'enseignant peut d'ailleurs décider d'affecter un élève à un autre groupe que celui proposé par l'algorithme : il s'agit bien d'un assistant à l'enseignement, l'enseignant gardant la main sur les choix.

3 L'algorithme de personnalisation dynamique des parcours pédagogiques

L'équipe FLOWERS a développé des algorithmes d'apprentissage (notamment l'algorithme ZPDES (Ibidem)) pour lesquels un logiciel éducatif repère au cours des interactions avec un apprenant quelles séquences d'exercices sont optimales. Ces algorithmes utilisent l'analogie entre les machines à sous (bandits-manchots) d'un casino : le problème consistant à identifier parmi plusieurs machines à sous celle qui offre la meilleure espérance de gain initialement inconnue. Pour trouver la machine à sous la plus pertinente, il faut miser sur toutes les machines pour explorer leurs performances avant d'identifier la meilleure et de l'exploiter. Par analogie, lors de l'apprentissage, on doit essayer de nouvelles activités avant de savoir lesquelles sont les meilleures pour l'apprentissage.

Machines à sous	Activités d'apprentissage
Recherche de la machine avec la meilleure espérance de gain	Recherche des activités avec la meilleure progression de l'élève
Joueur	Enseignant
Choix des machines	Choix des activités d'apprentissage
Gain de la machine	Progression de l'élève

4 L'enseignant peut prendre en main l'algorithme

L'enseignant garde la possibilité de sélectionner et d'organiser les exercices de son choix au sein de listes proposées par l'assistant. L'enseignant peut ainsi choisir le domaine et la compétence à aborder. Il peut également modifier la composition d'un groupe. L'enseignant a la possibilité d'adresser un message personnalisé (message texte, sonore, vidéo ou image - connexion nécessaire) à un élève ou à un groupe d'élèves. L'enseignant peut également paramétrer l'algorithme : investigation guidée ou non, moment de la séquence où l'assistant est utilisé, découverte de la notion ou renforcement par des exercices ...

III - LES SCIENCES COGNITIVES

Quatre des cinq modules proposés sont construits à partir des résultats de recherches en sciences cognitives ; les différents modules sont coordonnés par les chercheurs collaborant avec EvidenceB. Nous allons détailler dans ce qui suit quelques résultats des recherches pris comme point d'appui et quelques exemples de types d'exercices qui pourraient être proposés.

1 Module 1 : sens du nombre et calcul

Ce module traite de la décomposition additive, du système décimal et de la construction de la droite numérique et est coordonné par André Knops (2019) du CNRS-Université Paris-Descartes. Une communication d'André Knops au prochain colloque de la COPIRELEM précisera les fondements de ce module basés sur différents résultats de la recherche (Dehaene 2010, Sarnecka, Wright 2013, Lyons, Ansari 2015). Différents exercices seront proposés.

Par exemple pour aider un maçon à construire un mur de longueur 5 briques (5 est ici le nombre cible), différents camions livrent des blocs de briques correspondant à différentes décompositions du nombre cible (dans l'illustration 4+2 ou 3+2). Pour varier les difficultés les variables nombre cible, type de décomposition additive du nombre cible, type de représentation des nombres (figurée avec des briques ou seulement avec une écriture chiffrée) … sont utilisées.



Extrait du projet ADAPTIV'MATH

2 Module 3 : résolution de problèmes arithmétiques et module 4 : grandeurs et mesures

Ces deux modules sont coordonnés par Emmanuel Sander (2019) de l'Université de Genève. Nous présentons ici un résumé de la contribution, sur la place des sciences cognitives dans le projet, d'Emmanuel Sander, qui précisera sa contribution dans une communication au prochain colloque de la COPIRELEM.

Concernant le module 3 sur la résolution des problèmes arithmétiques, les apports récents de la psychologie cognitive montrent l'importance des concepts arithmétiques dans la résolution de problème arithmétiques à énoncés verbaux (DeWolf, Bassok, & Holyoak, 2015; Hofstadter & Sander, 2013 ; Richland, Stigler & Holyoak, 2012). L'encodage et le recodage sémantiques d'une situation problème, permet le passage de connaissances quotidiennes à un codage plus abstrait (Gamo, Sander & Richard, 2010 ; Gros, Thibaut & Sander, 2015). Un reformulation de « Paul a 7 billes, il en perd 4, combien lui en reste-t-il ? » en « Paul avait 4 billes, il en gagne, maintenant il en a 7, combien en a-t-il gagnées ? » met en valeur la notion d'écart dans chacune de ces deux situations pour faire comprendre la relation entre une addition à trou et une soustraction (Baroody, 1999).

Dans la résolution de problème, les élèves appréhendent un problème via les objets mis en scène, qui activent les connaissances reliées (par exemple, on attribue des objets aux personnes plus souvent que des personnes aux objets (Bassok, Wu, & Olseth, 1995). Dans les manuels scolaires les types de problèmes mathématiques proposés aux enfants sont associés à des types d'objets reliés par des relations sémantiques très spécifiques (Bassok, Chase et Martin 1998). Dans 97% des problèmes à résoudre par addition, les objets additionnés appartenaient à des catégories de même niveau (par exemple des pommes et des poires, ou des billes rouges et noires) alors que 94% des problèmes demandant une division utilisaient des objets reliés fonctionnellement (par exemple des fleurs et des pots). Le fait que la sémantique du monde dise que les fleurs vont dans les pots va rendre plus difficile la traduction mathématique d'un problème dans lequel il faut diviser le nombre de pots par le nombre de fleurs (par exemple si on demande combien de fois il y a plus de pots que de fleurs) qu'un problème dans lequel il faut diviser le nombre de fleurs par le nombre de pots (Martin et Bassok, 2005). Un énoncé de problème référant à des oranges et des pommes se prêtera facilement à la résolution d'un problème à structure additive, c'est-à-dire soluble par des opérations d'addition et de soustraction, alors qu'un problème référant à des oranges et des paniers évoquera spontanément une structure multiplicative (Ibidem). Les conceptions initiales des élèves reposeraient sur des notions de la sémantique quotidienne, telle que l'ajout pour une addition, la recherche d'une quantité restante pour une soustraction, une addition réitérée pour une multiplication, un partage équitable pour une division (Fischbein, 1989 ; Lakoff & Nunez, 2000 ; Hofstadter & Sander, 2013). Une conséquence de ce phénomène est que les élèves vont voir leurs résolutions facilitées lorsqu'il y a coïncidence entre la notion scolaire et la connaissance intuitive, et qu'elles sont rendues plus difficiles dans le cas inverse. Il s'agit d'aboutir à un recodage en termes d'une sémantique mathématique de l'énoncé, qui conduirait, par exemple, l'élève à percevoir une structure partie-tout dans une situation de problème impliquant des pommes et des oranges, mais aussi des pommes et des paniers, autrement dit au-delà de ce que lui dicte sa sémantique du monde (Bassok, Wu & Olseth, 1995 ; Gamo, Sander, Richard, 2010). Des travaux auprès d'élèves scolarisés en éducation prioritaire ont déjà donné des résultats probants (Gamo, Nogry & Sander, 2014). En règle générale, il est important dans la construction de progressions d'apprentissage de distinguer les énoncés avec congruence sémantique de ceux pour lesquels il y a non-congruence. Dans les cas congruents, la sémantique du monde induit une structure compatible avec une sémantique mathématique et permet une résolution correcte, mais cette performance satisfaisante peut masquer une sémantique mathématique insuffisante ou erronée chez l'élève, qui échouera dans les problèmes avec non-congruence.

Le module 4 sur grandeurs et mesure permet, dans la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux, de mettre en relation les notions mathématiques et les situations du monde réel. Parmi les facteurs de difficulté ou de choix, l'utilisation de la distributivité (Scheibling-Sève, Sander & Pasquinelli, 2017) ou l'existence de plusieurs étapes dans les problèmes additifs (Gros et al., 2015). Un enjeu est que

les élèves soient en mesure d'adopter des stratégies fondées sur des opérations de complémentation y compris lorsque les aspects saillants sont ordinaux, et vice versa.

Sander propose des problèmes avec des variations de formulation qui ne sont pas sans rappeler les exemples de réussite attendus en fin d'année proposés par le Ministère (EDUSCOL 2018). Par exemple voici 4 variations à propos du calcul de la différence et proposés par Sander.

1) Le matin, Pierre a des billes rouges et des billes bleues. A la récréation, il perd ses 39 billes rouges. Maintenant il lui reste 3 billes bleues. Combien Pierre avait-il de billes avant la récréation ?

2) Anna prépare une salade de fruits. Il y a 3 fruits dans le saladier. Puis elle rajoute 39 fruits dans le saladier. Combien y a-t-il de fruits dans le saladier ?

3) Des filles et des garçons sont sur la scène du spectacle de fin d'année. Il y a 39 garçons sur la scène du spectacle. Au total, il y a 42 élèves sur la scène du spectacle. Combien y a-t-il de filles sur la scène de spectacle ?

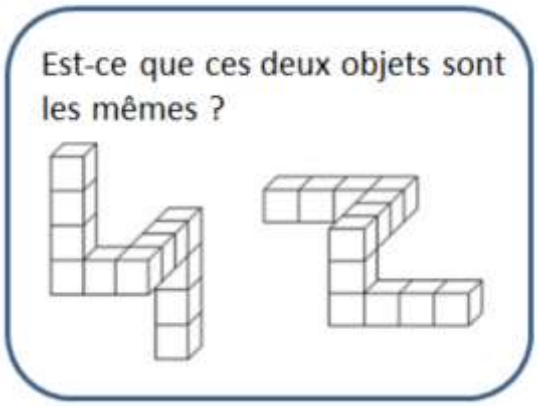
4) Hugo a un petit train composé de 3 wagons. Il ajoute à ce train d'autres wagons. Il obtient un train composé de 42 wagons. Combien Hugo a-t-il ajouté de wagons ?

3 Module 5 : espace et géométrie

Ce module traite de la reconnaissance des formes et des figures géométriques, et des déplacements dans l'espace. Il est coordonné par Vagharchakian (2019) de l'Institut Max Planck de Berlin et André Knops (2019) du CNRS-Université Paris-Descartes. Nous présentons ici un résumé de leurs contributions au projet.

La capacité à visualiser et transformer la taille et l'orientation d'un objet est extrêmement prédictive des capacités arithmétiques. Pour se repérer dans l'espace le cerveau procède à une suite d'opérations semblables à un déplacement physique : suite de translations et/ou de rotations, qui font passer de la position initiale à la position finale. Pour apprendre à se repérer dans l'espace, l'enfant doit passer par deux étapes, reconnaître les angles et manipuler les rotations, dans différents contextes pour progressivement généraliser ces notions. Une des grandes difficultés pour les enfants est d'associer comme identique un même angle présenté dans différents contextes (Bryant, 2009). Dans les exercices proposés, les élèves cherchent des angles sur des figures dont les orientations sont variées mais aussi réalisent eux-mêmes des rotations (soit physiquement soit mentalement).





IV - ENJEUX ET QUESTIONS

1 Didactique des mathématiques

Après avoir montré les apports de la recherche en intelligence artificielle et en sciences cognitives, nous allons montrer quelques articulations avec la didactique des mathématiques, en nous limitant dans notre illustration à la résolution des problèmes arithmétiques. La synthèse de Houdement (2018) permet de distinguer trois types de problèmes :

- les problèmes basiques qui à partir de deux données numériques recherchent un troisième nombre qui sera obtenu en mobilisant un modèle additif ou multiplicatif ;

- les problèmes complexes pour lesquels la recherche du modèle ne relève pas d'une reconnaissance de modèles basiques, par exemple parce qu'il faut décomposer le problème complexe en sous-problèmes basiques avec une stratégie de recomposition pour résoudre le problème initial ;

- les problèmes atypiques qui ne relèvent pas des catégories précédentes, et pour lesquels le ou les modèles sollicités peuvent ne pas se ramener à des problèmes basiques, notamment dans des cas de modélisation en lien le domaine des grandeurs et mesures.

Houdement insiste sur l'importance de comparer tant au niveau des modèles que des stratégies « gagnantes » (Ibidem, p.117) les similarités dans la variété des problèmes pour mieux acquérir ce répertoire de problèmes basiques et de stratégies. Cela fait écho en psychologie cognitive aux préconisations de Sander, évoquées précédemment, sur l'importance de varier les sémantiques évoquées dans les énoncés de problèmes, ce qui n'est pas sans rappeler les travaux d'un autre psychologue cogniticien, Duval (2006), qui souligne l'importance de varier les registres de représentations. L'intelligence artificielle, quant à elle, vient en appui à la didactique des mathématiques, pour repérer les difficultés des élèves et proposer des aides ou remédiations avec des parcours personnalisés sur la résolution de problèmes.

2 Efficacité

Dans la résolution de problèmes l'activité de recherche de la solution est centrale. Mais le rapport Villani-Torossian nous rend attentif à l'efficacité d'une telle activité : « La volonté de rendre les élèves chercheurs peut être pertinente, bien évidemment, mais l'on peut s'interroger, en termes d'efficacité, sur le choix des moments, des durées, des thèmes de ces recherches, voire la manière dont elles sont conduites » (Villani – Torossian 2018, p.23). Cette notion d'efficacité est appréhendée différemment suivant les champs de connaissances. L'intelligence artificielle sera sensible à une efficacité mise en évidence par l'algorithme choisi qui déterminera le parcours optimum ou à la classification statistique (clustering) qui proposera la classe optimale. Les sciences cognitives privilégieront les parcours d'exercices le plus en phase avec les résultats de la recherche en sciences cognitives, s'appuyant souvent sur des différences de performances entre groupes expérimentaux et groupes témoins. La didactique des mathématiques observera, souvent au travers d'une évaluation quantitative ou qualitative, le degré d'acquisition des compétences mathématiques visées, en termes d'apprentissage ou d'enseignement, en tenant compte des conditions institutionnelles. Dans chaque cas on pourra mettre en question les choix effectués : choix de l'algorithme de parcours ou de classifications, choix des conditions expérimentales, choix des compétences visées, des critères d'évaluation, et des conditions institutionnelles.

3 Questions et enjeux

Ce projet dessine plusieurs enjeux et questions, qui peuvent s'étendre à d'autres projets.

Concernant la complexité des facteurs à prendre en compte pour l'apprentissage et l'enseignement, la contribution de différents champs de connaissance, est nécessaire, comme ce projet l'illustre. Comment dans l'apprentissage, l'enseignement, la formation des enseignants, la recherche sur l'enseignement, et l'organisation de cet enseignement prendre en compte cette complexité ? Pour gérer cette complexité, comment assurer la maîtrise de connaissances spécifiques et l'ouverture à la contribution d'autres connaissances ?

Concernant le caractère multidisciplinaire de ce projet différents champs de connaissances contribuent : intelligence artificielle, psychologie cognitive, didactique des mathématiques. Pourquoi la didactique des mathématiques y a-t-elle une place assez marginale dans la conception et le développement ? Comment s'articulent les différentes approches de ces champs de connaissances ? Dans la période actuelle y a-t-il des champs de connaissances dominants par rapport à d'autres ? Si oui, quelles sont les conséquences de cette domination ?

Concernant la notion d'efficacité en éducation, elle s'appuie en France essentiellement sur trois ressources : des évaluations internationales ou nationales (PISA, TIMSS, évaluations de la DEPP et de la DGESCO …), des résultats de la recherche évoquées dans les parties précédentes de notre article, des études sur les pratiques (rapports des inspections, étude du CNESCO, …). Par exemple en s'appuyant sur les bons résultats d'un pays à PISA, on pourra promouvoir l'efficacité d'enseignement des mathématiques aussi différents que ceux de la Finlande (Jost 2007, p.753) et de Singapour (Villani-Torossian 2018, p.19). Quels choix de points d'appui pour justifier l'efficacité ? Comment concilier, dans les projets multidisciplinaires, des approches différentes de chaque discipline ?

V - CONCLUSION

Nous avons décrit un projet sur la résolution de problèmes mathématiques au cycle 2. Il met à la disposition des enseignants de cycle 2 un exerciseur élaboré à partir d'une banque de données composée de plus de 5000 exercices ou situations proposées à partir des résultats de la recherche en didactique des mathématiques et dans les sciences cognitives. A partir des premières réponses de chaque élève l'intelligence artificielle permet de distinguer quelques groupes d'élèves de proposer à chaque groupe un parcours personnalisé. Ensuite en fonction des réponses des élèves le parcours est personnalisé, pouvant aboutir à un changement de groupe pour un élève. Ce projet illustre la complexité de l'enseignement des mathématiques, en tant qu'il mobilise plusieurs champs de connaissances. La mesure de l'efficacité d'un tel dispositif reste problématique et les choix effectués pour cette mesure devraient être explicités.

La poursuite de ce projet consiste à sa mise en œuvre dans des classes expérimentales où des évaluations pourront comparer les résultats des élèves des classes expérimentales à ceux des classes témoins. On pourra être en mesure de discuter de l'efficacité d'un tel dispositif d'assistant à l'enseignement et d'étudier le point de vue des enseignants des classes expérimentales. Les résultats de cette expérimentation et la réflexion sur son efficacité pourront faire l'objet de communications au prochain colloque de la COPIRELEM. Les collègues en charge de classes intéressées par cette expérimentation peuvent prendre contact avec les auteurs.

VI - BIBLIOGRAPHIE

APMEP (2019) https://www.apmep.fr/ Site consulté le 2/8/19.

Baroody, A.J. (1999). Children's relational knowledge of addition and subtraction. *Cognition and Instruction,* 17, 3,137-175.

Bassok, M., Chase, V.M. et Martin S.A (1998). Adding apples and oranges: alignment of semantic and formal knowledge. *Cognitive Psychology* 35, 99-134.

Bassok, M., Wu, L.L., & Olseth, K.L. (1995). Judging a book by its cover: Interpretative effects of content on problem-solving transfer. *Memory and Cognition*, 23, 354-367.

Blue Frog Robotics (2019) http://www.bluefrogrobotics.com/fr/home-fr/ Site consulté le 2/8/19.

Bourrier,Y., Francis, J. et Garbay, C. , LUENGO, V. (2018). A hybrid Architecture for Non-Technical Skills Diagnosis. Intelligent Tutoring Systems (ITS 2018), vol. 10858, Lecture Notes in Computer Science, Montreal, Canada, pp. 300-305

Bryant, P. (2009). Understanding space and its representation in mathematics. Key understandings in mathematics learning. Paper, 5, 1-40. http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/P5.pdf

Clement, B., Roy, D., Oudeyer, P.-Y. et Lopes, M. (2015). Multi-Armed Bandits for Intelligent Tutoring Systems. *Journal of Educational Data Mining (JEDM)*, 2015.

Copilot Partners – AMOA (2009) http://copilotpartners.com/ Site consulté le 2/8/19.

Daesign (2019) https://www.daesign.com/ Site consulté le 2/8/19.

De Wolf, M., Bassok, M. & Holyoak, K. J. (2015). Conceptual structure and the procedural affordances of rational numbers: Relational reasoning with fractions and decimals, *Journal of Experimental Psychology: General*, 144(1), 127-150.

Dehaene, S. (2010) *La Bosse des Maths.* Edition Odile Jacob.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics (2006) 61: 103–13.*

Eduscol (2018) *Attendus de fin d'année et repères annuels de progression du CP à la 3e* http://eduscol.education.fr/pid38211/consultation-reperes-et-attendus.html Site consulté le 2/8/19.

Evidenceb (2019) http://www.evidenceb.com/ Site consulté le 2/8/19.

Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning. *For the learning of mathematics*, 9(2), 9-14.

Flowers (2019) https://flowers.inria.fr Site consulté le 2/8/19.

Gamo, S., Sander, E., & Richard, J-F. (2010). Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving. *Learning and Instruction*, 20, 400-410.

Gamo, S., Nogry, S., & Sander, E. (2014). Apprendre à résoudre des problèmes en favorisant la construction d'une représentation alternative chez des élèves scolarisés en éducation prioritaire. *Psychologie française*, 59(3), 215-229.

Gros, H., Thibaut, J.P., & Sander, E. (2015). Robustness of semantic encoding effects in a transfer task for multiple strategies arithmetic problems. In Noelle, D. C., Dale, R., Warlaumont, A. S., Yoshimi, J., Matlock, T., Jennings,

C. D., & Maglio, P. P. (Eds.), *Proceedings of the 37th Annual Meeting of the Cognitive Science Society* Austin, Tx: Cognitive Science.

Hofstadter, D. R., & Sander, E. (2013). *Surfaces and essences: analogy as the fuel and fire of thinking.* New York: Basic Books.

Houdement, C. (2018) Problèmes arithmétiques basiques : le cœur du problème ? , in Julia Pilet & Céline Vendeira (ed.) (2018) *Préactes du séminaire de didactique des mathématiques*. ARDM.

Huber, S., Nuerk, H.-C., Willmes, K., & Moeller, K. (2016). A general model framework for multisymbol number comparison. *Psychological Review, 123*(6), 667-695.

Isograd (2019) https://www.isograd.com Site consulté le 2/8/19.

Jost, R. (2007) L'enseignement des mathématiques en Finlande. Bulletin de l'APMEP. Num. 472. p. 753-772.

Knops, A. (2019) https://www.lapsyde.com/copie-de-andre-knops Site consulté le 2/8/19.

Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where mathematics come from: How the embodied mind brings mathematics into being.* Basic books.

Lyons, I.M. & Ansari, D. (2015) Numerical Order Processing in Children: From Reversing the Distance-Effect to Predicting Arithmetic. Mind, Brain and Education, 9, 207-21.

Martin, B. (2016) *Diagnostic comportemental et cognitif des erreurs dans la résoution de problèmes arithmétiques.* Thèse. Université Paris 8.

Martin, S. A., & Bassok, M. (2005). Effects of semantic cues on mathematical modeling: Evidence from word-problem solving and equation construction tasks. *Memory & Cognition*, 33(3), 471-478.

Mocah (2019) https://www.lip6.fr/recherche/team.php?acronyme=MOCAH Site consulté le 2/8/19.

Nathan-Sejer (2019) https://editions.nathan.fr/ Site consulté le 2/8/19.

Richland, L. E., Stigler, J. W., & Holyoak, K. J. (2012). Teaching the conceptual structure of mathematics. *Educational Psychologist*, 47(3), 189-203.

Sander, E. (2018) https://www.unige.ch/fapse/idea/fr/equipe/sander/ Site consulté le 2/8/19.

Sander, E. (2018) Une approche interprétative de la résolution de problèmes, in Julia Pilet & Céline Vendeira (ed.) (2018) *Préactes du séminaire de didactique des mathématiques.* ARDM.

Sarnecka, B., Wright, C. (2013) The Idea of an Exact Number: Children's Understanding of Cardinality and Equinumerosity. Cognitive Science A Multidisciplinary Journal. May 2013.

Scheibling-Sève, C., Sander, E., Pasquinelli, E. (2017). Developing cognitive flexibility in solving arithmetic word problems. In B. C. Love, K. McRae, & V. M. Sloutsky (Eds), Proceedings of the 39th Annual Conference of the Cognitive Science Society. London, UK: Cognitive Science Society.

Schoolab (2019) https://theschoolab.com/ Site consulté le 2/08/19.

Vagharchakian (2019) http://cvscience.aviesan.fr/cv/668/laurianne-vagharchakian Site consulté le 2/8/19.

Villani, C., Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Ministère de l'Education Nationale (rapport remis au ministère le 12 février 2018). Paris, France.

AIDE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES QUE TROUVE-T-ON DANS LES MANUELS ?

Audrey DAINA
Chargée d'enseignement, HEP Vaud
UER MS et DiMaGe
Audrey.daina@hepl.ch

Résumé
Cette communication aborde la question de la résolution de problèmes lorsqu'elle est considérée pour elle-même comme un objet d'enseignement. Coppé et Houdement (2009) ont mis en évidence, dans une perspective historique, comment des aides méthodologiques à la résolution de problèmes se sont développées dans les manuels depuis les années 80. Bien que souvent le sens et la finalité de ces activités « aide à la résolution de problèmes » aient été contestés par les chercheurs (Houdement 2017), elles sembleraient répondre à une réelle attente des enseignants, ce qui expliquerait leurs développements et leur présence de plus en plus importante. Dans le cadre d'un projet de recherche plus général mené dans le contexte suisse romand, nous avons pour objectif d'analyser divers manuels francophones dédiés à l'aide à la résolution de problèmes de manière à mettre en évidence les particularités de chacun et caractériser les types de tâches proposés. Le projet étant encore à ses débuts nous présentons ici la problématique ainsi que les éléments retenus afin de construire la typologie.

Cette communication propose un début de réflexion autour de la question de « l'aide à la résolution de problèmes », ou plus généralement la résolution de problèmes lorsqu'elle est considérée pour elle-même comme un objet d'enseignement. Nous nous intéressons plus particulièrement à ce que proposent les ressources sur cette thématique (les moyens d'enseignement dans le contexte suisse romand, mais également des manuels français ou des ressources plus spécialisées dans le domaine que l'on peut trouver dans le commerce). La recherche présentée s'inscrit dans un projet de recherche plus large au sein de l'équipe DiMaGe (Université de Genève)[1]. Notre contribution à ce projet vise à explorer et analyser ce qui se trouve actuellement dans les ressources en Suisse romande, et plus largement dans d'autres ressources francophones, afin d'illustrer ce qui est proposé aux élèves, d'une part, et caractériser différentes approches de l'enseignement/apprentissage de la résolution de problèmes, d'autre part. Nous tenons à préciser que cette communication présente les premiers éléments de notre réflexion et nous nous centrerons donc sur notre problématique ainsi que les éléments retenus actuellement en vue de proposer une typologie afin de caractériser les différentes tâches qui peuvent être proposées dans les manuels. Cette première approche sera complétée et formalisée de manière plus opérationnelle dans une contribution à venir.

I - LA RESOLUTION DE PROBLÈMES AU CENTRE DES PRÉOCCUPATIONS

Dans le contexte suisse romand dans lequel se déroule notre étude, la notion de problème a pris une place centrale dans les nouveaux plans d'études en vigueur actuellement, comme en témoignent les visées prioritaires du domaine Mathématiques et Sciences de la nature[2] :

[1] La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques : un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes.

[2] Pour plus de détails, consulter le plan d'études suisse romand : https://www.plandetudes.ch/web/guest/mathematiques

> Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux Mathématiques et aux Sciences de la nature dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Dans le cadre de notre activité comme formatrice d'enseignants pour le cycle 1 et 2 (élèves de 4 à 12 ans) nous constatons d'une part, que les étudiants futurs enseignants témoignent de difficultés à cerner quels sont les objectifs en matière de résolution de problèmes ou à accompagner les élèves qui rencontrent des difficultés lors d'activités de résolution de problèmes. Il nous semble par ailleurs qu'ils sont peu outillés dans ce domaine.

Nous pouvons remarquer d'autre part, du côté des ressources, le développement d'outils, de dispositifs d'enseignement pour la résolution de problèmes. Ceci plus particulièrement en ce qui concerne les moyens d'enseignement officiels suisse romands, car une équipe de rédacteurs travaille actuellement sur une nouvelle édition et la question des aides méthodologiques pour la résolution de problèmes revient au centre du débat, notamment par le choix de proposer un chapitre « Aide à la résolution de problèmes ». Bien que souvent le sens et la finalité de certaines activités « d'aide à la résolution de problèmes » aient été contestés par les chercheurs (Houdement 2017), elles semblent donc répondre à une réelle attente des enseignants, ce qui explique leurs développements et leur présence dans les ressources.

Du côté de la recherche, il n'existe à notre connaissance que peu de recherches qui permettent de donner des éléments de réponse concernant les dispositifs ou les pratiques d'enseignement/apprentissage d'aide à la résolution de problèmes, ce qui laisse les enseignants et/ou les rédacteurs de moyens d'enseignement avec peu de pistes pour concevoir ou mettre en œuvre l'enseignement. Nous observons, par ailleurs, que l'on trouve de nombreuses propositions dans des manuels francophones, actuels ou d'anciennes versions, mais toujours en circulation, qui vont parfois dans des directions très différentes, et dont les approches ne sont pas toujours explicitées. Ceci va bien sûr avoir une influence sur les enseignants et les rédacteurs qui piochent ici et là certaines idées d'activités, sans avoir parfois de vision d'ensemble. Qu'en est-il de la progression ? Quel type de tâches peut-on proposer et avec quels objectifs ? Observe-t-on des effets sur les procédures des élèves sur le long terme ? (un aspect très important, mais pas abordé par notre recherche)

Nous allons donc nous intéresser dans cette contribution à ce que proposent les manuels pour enseigner la résolution de problèmes. Ou, plus spécifiquement, pour aider les élèves à résoudre des problèmes.

L'objectif de notre recherche est de créer une typologie de tâches afin de :

- recenser ce qui existe ;
- mettre en évidence différentes conceptions de l'enseignement/apprentissage de l'aide à la résolution de problèmes, éventuellement dans le but de pouvoir ensuite aider les enseignants à mieux cerner les objectifs.

II - ELEMENTS RETENUS POUR LA CONCEPTION D'UNE TYPOLOGIE

1 Se centrer sur les conceptions à la base des choix de tâches

Notre travail se base premièrement sur les travaux de Coppé et Houdement (Houdement 1998-1999, 2017 ; Coppé & Houdement 2009) qui ont mis en évidence comment des aides méthodologiques à la résolution de problèmes se sont développées dans les manuels depuis les années 80 et questionnent le sens et la finalité de ces activités.

Parmi les éléments importants que nous retenons de ces travaux, la question du choix des problèmes proposés dans les manuels et des caractéristiques des tâches présentées comme « aide à la résolution de problèmes » nous paraît essentielle :

> Depuis quelques années, dans les manuels scolaires, on voit apparaître, à côté des progressions sur des thèmes mathématiques usuels de l'école tels que numération, division, une rubrique, souvent qualifiée de transversale : résolution de problèmes. Cette rubrique est en général organisée, comme les autres thèmes, sur l'année en une suite de doubles pages (autour d'une dizaine) aux titres évocateurs : comprendre des documents, trier des questions, poser des questions, etc.
>
> Bien entendu, cette progression s'inscrit dans une dynamique particulière, celle du livre dans son intégralité (manuel de l'élève et livre du maître). Les auteurs font rencontrer des problèmes à leurs élèves non seulement dans la progression « Résolution de problèmes », mais aussi à l'occasion de l'introduction et de l'entretien des notions mathématiques du programme. Cependant les titres choisis sous la rubrique « Résolution de problèmes » montrent aux maîtres (et aux élèves) l'expression de la volonté d'un travail plus spécifique sur les problèmes. En ce sens, ils contribuent à construire (ou à modifier) le sens que les maîtres (et les élèves) donnent aux problèmes. (Houdement, 1998-1999, p.59)

Cet extrait nous permet de prendre conscience d'un lien entre conceptions véhiculées par la ressource en ce qui concerne la résolution de problèmes et les tâches proposées. Celui-ci tient une place au premier plan dans nos analyses. La dernière phrase nous paraît importante et nous a conduit à concevoir une méthodologie d'analyse sur deux niveaux qui prend en considération premièrement les conceptions des auteurs des manuels à propos de la résolution de problèmes, puis dans un second temps les particularités des différentes tâches.

Finalement, les travaux auxquels nous venons de nous référer nous donnent déjà des éléments d'analyse intéressants concernant ces activités « d'aide à la résolution de problèmes ». Les travaux de Coppé et Houdement montrent par exemple que si les exercices mettent bien en avant des « compétences » utiles à la résolution de problèmes, l'intention mathématique disparaît et le but reste souvent non défini, ce qui entraîne une perte de sens. Les progressions proposées, ou plutôt le manque de progression que les chercheuses ont pu mettre en évidence, sont le reflet, dans le contexte français, d'un flou institutionnel et d'un manque de réflexion autour de ces questions. Ces résultats seront à mettre en regard avec le contexte suisse romand de notre étude et éventuellement à confirmer par une typologie de tâches qui permettra de catégoriser et mettre en évidence les caractéristiques des différentes activités proposées dans les ressources.

Lorsque nous parlons des conceptions des auteurs à la base de leur choix de tâches, une question qui paraît plus particulièrement intéressante à étudier concerne la transposition des connaissances scientifiques sur les processus cognitifs en jeu dans les ressources. En effet, si nous considérons l'ouvrage dans sa globalité, nous pouvons également mettre en évidence les raisons qui justifient le choix de telle ou telle tâche en lien avec les travaux qui ont tenté de modéliser les processus en jeu dans la résolution de problèmes. Sans pouvoir entrer dans le détail, citons les travaux de Polya (1957), Schoenfeld (1985), Julo (1995), Verschaffel & al (2000), dont les résultats semblent avoir diffusé et ont pu inspirer les auteurs des différentes ressources comme en témoignent les choix de tâches ou les méthodologies des ressources. Ces recherches ont notamment pu mettre en évidence différentes phases dans la résolution de problèmes que l'on peut souvent observer reprises de manière plus ou moins directe dans les dispositifs de méthodologie d'aide à la résolution de problèmes.

2 Choix des tâches et caractéristiques

Un deuxième niveau d'analyse concerne ensuite l'analyse des tâches proposées dans les manuels afin de mettre en évidence leurs caractéristiques.

Ceci pose tout d'abord la question du sens du mot problème. Notre exploration des ouvrages « spécialisés », c'est-à-dire des manuels dédiés intégralement à l'aide à la résolution de problèmes, a pu mettre en évidence que principalement les problèmes « textuels », dans le domaine de l'arithmétique, étaient proposés. Nous avons décidé de travailler avec une définition plus large du mot problème, inspirée notamment du texte de présentation du chapitre « aide à la résolution de problèmes » des nouveaux moyens d'enseignement romands : une *tâche*, constituée de *données*, de *contraintes*

(éventuelles) et d'un *but à atteindre*. Pour atteindre ce but, l'élève doit mettre en place une *suite d'actions* (une procédure) qui n'est pas immédiatement disponible pour lui. La procédure est généralement composée d'une suite ordonnée de « tâches élémentaires ».

Ceci nous permet de considérer la dynamique de la ressource dans son intégralité, même si nous accordons une importance particulière aux tâches présentées dans les chapitres explicitement dédiés à un travail plus méthodologique sur la résolution de problèmes, nous considérons également que la ressource peut proposer des problèmes dans d'autres chapitres (même si nous ne les analysons pas en détail).

Nous avons relevé que différents travaux qui s'intéressent aux processus en jeu dans la résolution de problèmes ont mis en évidence des phases et nous nous intéressons plus particulièrement à la façon de les promouvoir en nous inspirant de Pluvinage (1992-1993), qui en note deux :

1. choisir des problèmes dont la solution correspond à un travail qui va mettre en avant une phase ciblée de la résolution de problèmes ;
2. construire des situations de manière à ce que chaque phase de résolution corresponde à des activités précises et que les changements de phases soient marqués par des modifications des tâches proposées.

Ceci nous conduit à distinguer une approche globale et une approche ciblée.

2.1 Approche globale

L'approche globale peut se caractériser par la phrase : « *pour apprendre à résoudre des problèmes, il faut résoudre des problèmes (bien choisis)* ». Ceci implique donc qu'il est possible de trouver des problèmes qui permettent de travailler de manière plus spécifique certains aspects en jeu dans les processus de résolution de problèmes. La mise en œuvre en classe et la gestion de la mise en commun prend alors une importance particulière car l'enseignant a la charge de mettre en évidence cet aspect particulier afin que les élèves en prennent conscience et qu'il soit possible d'envisager un transfert à la résolution d'autres problèmes.

Le problème « La maison jaune » (figure 1) proposé dans les moyens d'enseignement romands pour les élèves de 3ème années (6-7 ans) est un exemple de ce type de problème. Cette tâche se trouve dans le module « Des problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement ».

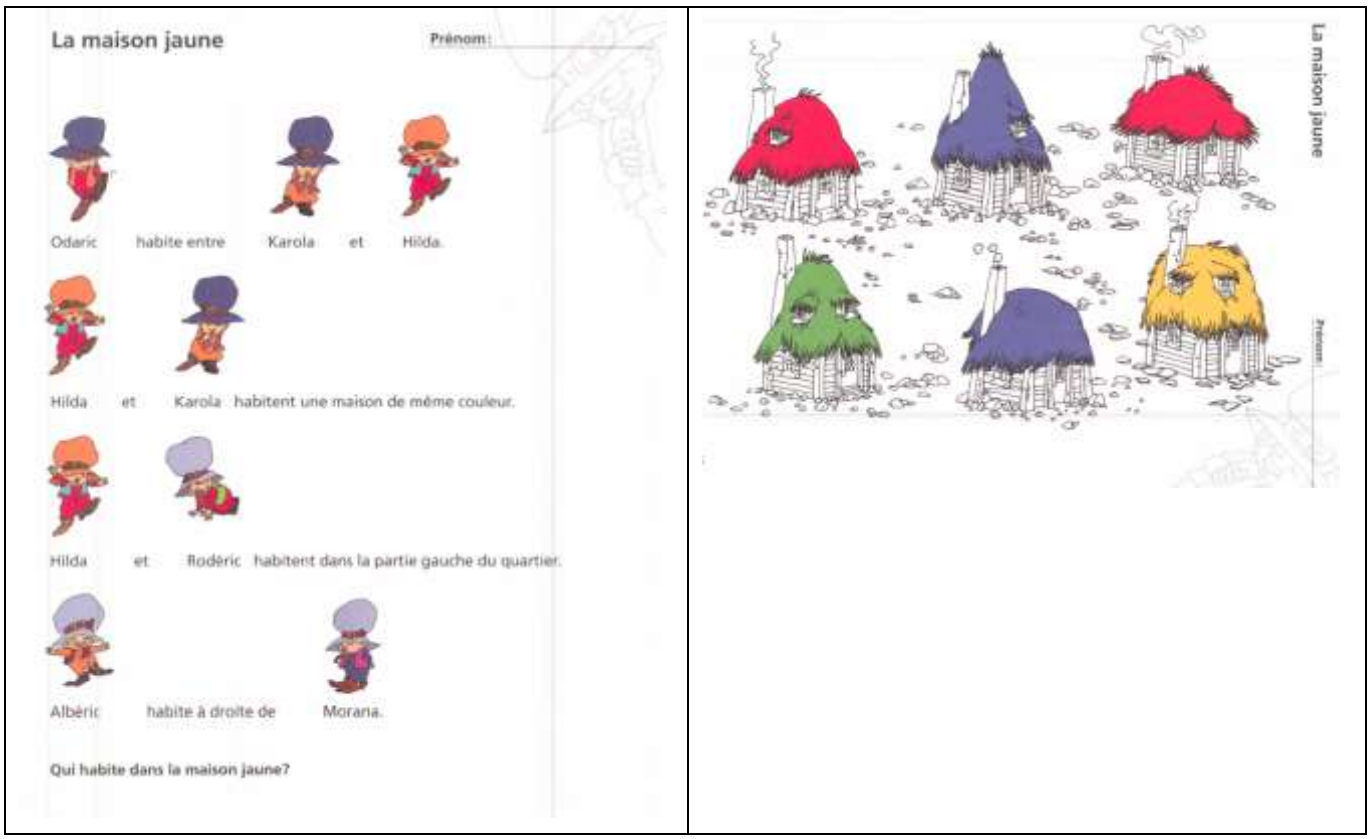


Figure 1. Fiches de l'élève pour la tâche « La maison jaune »

Le livre du maître précise : « Un premier intérêt de ces « petites » situations réside dans la « lecture » et la reformulation personnelle de leurs énoncés […] pour l'élève il s'agit d'en faire « son » problème, de s'en faire une représentation propre » (LM, p.38).

Au deuxième niveau de notre codage, cette information nous permet ensuite de coder pour chaque tâche l'objectif, ici comprendre un énoncé et organiser les informations, et le domaine mathématique auquel peut être liée la tâche, ici plutôt la logique.

2.2 Approche ciblée

L'approche ciblée se caractérise par le fait de *proposer des activités spécifiques pour développer des compétences générales de résolution de problèmes chez les élèves*. La tâche ne consiste plus alors seulement à résoudre le problème, mais se situe à un autre niveau : dans ce cas, la consigne proposée à l'élève ne se rapporte pas (ou pas uniquement) au but à atteindre, mais questionne la suite d'actions à entreprendre, voir ce qui en serait à « l'origine ».

On dénombre une très grande variété de tâches différentes, qui dépendent notamment des domaines de recherche auxquels se réfèrent les concepteurs de la ressource. Il nous semble très important de distinguer dans une approche ciblée si les activités sont proposées *en parallèle* ou de manière *déconnectée*, voire carrément *se substituent* à la résolution du problème.

Lorsque l'activité spécifique pour développer des compétences générales est ***en parallèle*** à la résolution du problème, l'élève résout un problème et des consignes particulières viennent en complément. Elles sont parfois facultatives comme dans cet exemple tiré de *Euromaths* CM1 (figure 2).

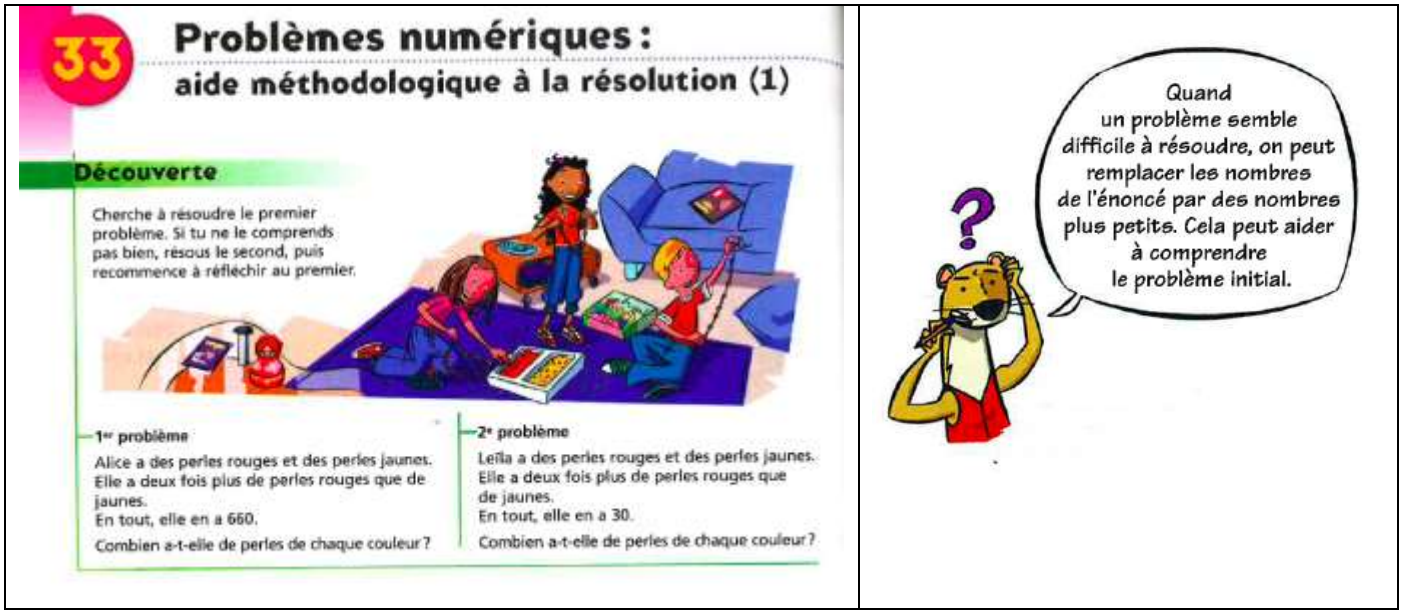


Figure 2 Activité de découverte de l'étape 33 du manuel Euromaths CM1

Elles sont parfois préconisées pour tous les élèves de la classe comme, par exemple, dans l'ouvrage *Résoudre des problèmes : pas de problèmes !* (Figure 3) qui se présente comme un outil méthodologique ciblé sur la résolution de problèmes. Comme dans l'exemple (figure 3), dans cette approche, il est presque toujours demandé à l'élève de d'abord résoudre le problème par lui-même, étant précisé que le problème doit être suffisamment complexe pour que plusieurs réponses apparaissent dans la classe. L'aide méthodologique vient dans un deuxième temps, il s'agit ici de travailler sur la représentation du problème à l'aide d'un dessin qui sera ensuite discuté lors de la mise en commun.



Étape 1 – Familiarisation avec la démarche de représentation dessinée et mise en évidence des caractéristiques d'une bonne représentation

Résolution du problème et réalisation d'une première représentation dessinée

- Lire l'énoncé à voix haute.

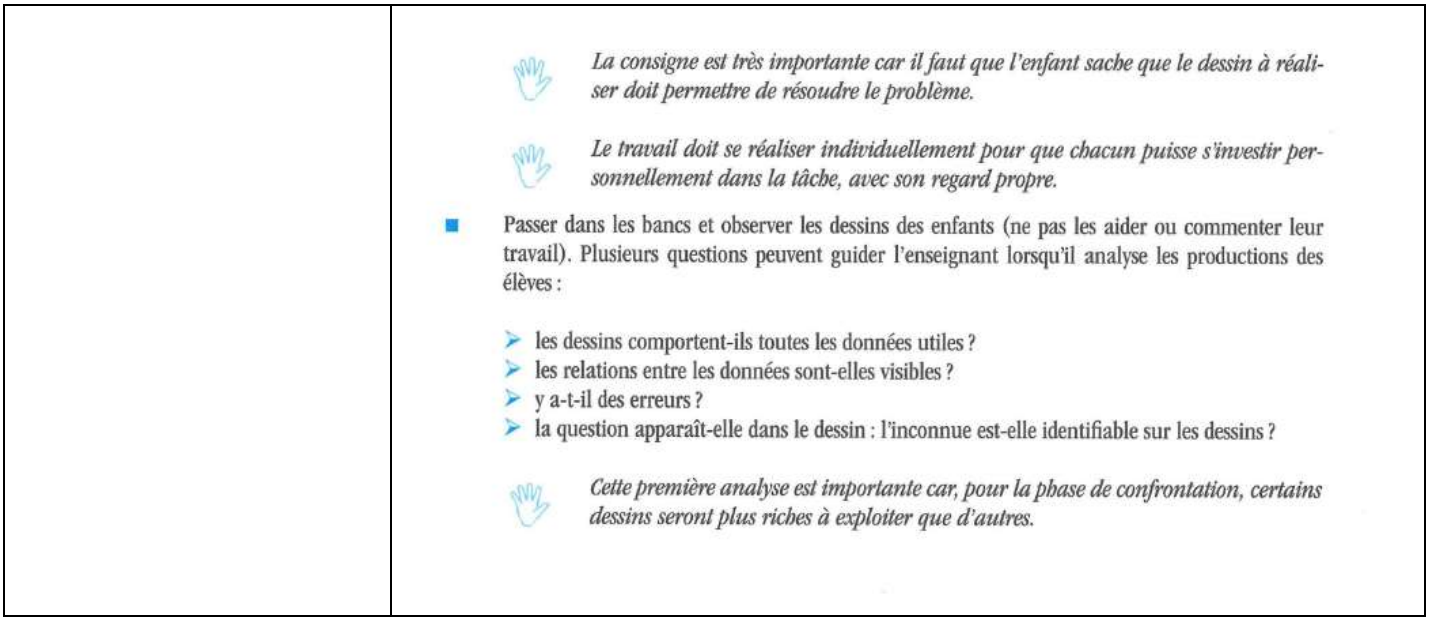
  En présentant le problème, s'en tenir à des questions de compréhension globale (explication de certains mots) sans induire d'analyse de l'énoncé (pas de questions du type : qu'est-ce qu'on sait ? Qu'est-ce qu'on demande ?) sinon on ne permet pas à chaque élève de construire lui-même une analyse du problème ; le travail futur de confrontation des représentations serait alors moins riche.

- Demander aux élèves d'essayer de résoudre le problème individuellement et mettre en commun les différentes réponses.

  Il est conseillé d'utiliser un énoncé relativement complexe de façon à ce que tous les élèves ne trouvent pas directement la solution correcte.

  Lors des premiers essais réalisés dans les classes, nous demandions directement aux enfants de faire un dessin qui permettrait de résoudre plus facilement le problème. Nous avons alors constaté que certains élèves ne voyaient pas l'utilité de cette tâche, puisqu'ils n'en avaient pas besoin pour résoudre le problème. Nous avons alors décidé de partir de la résolution afin de faire prendre conscience aux enfants de certaines difficultés : tous les élèves n'ont pas trouvé la même réponse, il faut donc faire un dessin pour expliquer le problème. On peut ainsi justifier à leurs yeux l'intérêt de l'activité.

- Demander aux élèves de **faire un dessin qui explique le problème et qui peut aider à le résoudre**. Cette tâche doit se réaliser individuellement.



La consigne est très importante car il faut que l'enfant sache que le dessin à réaliser doit permettre de résoudre le problème.

Le travail doit se réaliser individuellement pour que chacun puisse s'investir personnellement dans la tâche, avec son regard propre.

- Passer dans les bancs et observer les dessins des enfants (ne pas les aider ou commenter leur travail). Plusieurs questions peuvent guider l'enseignant lorsqu'il analyse les productions des élèves :
  - les dessins comportent-ils toutes les données utiles ?
  - les relations entre les données sont-elles visibles ?
  - y a-t-il des erreurs ?
  - la question apparaît-elle dans le dessin : l'inconnue est-elle identifiable sur les dessins ?

Cette première analyse est importante car, pour la phase de confrontation, certains dessins seront plus riches à exploiter que d'autres.

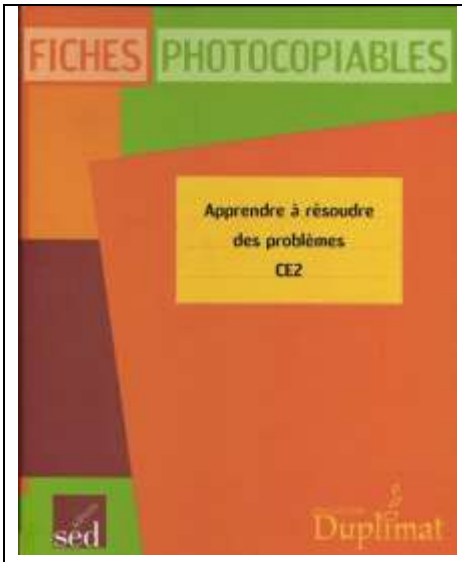
Figure 3 extrait du chapitre La représentation du problème, p 41-42

A un deuxième niveau, les tâches sont ensuite codées selon leur type : « Réaliser un dessin qui explique le problème », « Reformuler le problème par écrit », « Estimer la solution du problème », «Adopter une attitude particulière face à un problème », etc.

Lorsque l'activité spécifique pour développer des compétences générales est proposée de manière **déconnectée** à la résolution du problème, on ne demande plus à l'élève de résoudre un problème, mais de réaliser une suite de sous-tâches, qui mènent ensuite à la résolution du problème.

Lorsque l'on parle d'activités qui se substituent à la résolution du problème, dans ce cas on ne demande pas à l'élève de résoudre un problème. C'est le cas par exemple dans certaines activités du fichier « Apprendre à résoudre des problèmes » (figure 4) qui proposent spécifiquement un travail sur la compréhension des énoncés qui « a pour but indépendamment de tout calcul numérique, de développer la capacité à lire et à analyser un énoncé » (p.1).

> Comprendre (et donc résoudre) un énoncé de problème, c'est-à-dire un type de texte très spécifique, relève en effet, en grande partie, du domaine de la lecture. Cela suppose aussi la maîtrise des compétences énoncées dans les instructions officielles, à savoir : « être capable de chercher, abstraire, raisonner, prouver ... », compétences que l'on retrouve dans les différentes fiches de ce fascicule (Indication pédagogique, p.1).



IDENTIFIER LES QUESTIONS CORRESPONDANT À UN ÉNONCÉ 1(1)

Lis

2 classes de CE2, de 24 et 26 élèves, vont passer 2 jours au bord de la mer.
En plus du maître, chaque classe sera accompagnée de 2 animateurs.
La dépense pour les repas et la nuit à l'hôtel s'élève à 1 067 € et il faut ajouter le prix du voyage qui est de 304 € aller-retour.
Sur le prix de revient total, la mairie paiera 471 € et le reste sera à la charge des familles.

Réfléchis

■ **a) Complète le tableau suivant en écrivant :**
– soit la réponse si elle figure dans l'énoncé ;
– soit [?] si la réponse ne figure pas dans l'énoncé.
(réponse impossible ou nécessitant des calculs)

A	Quel est le prix du transport ?	
B	Combien de personnes participent à l'excursion ?	
C	Quelle est la dépense totale pour l'excursion ?	
D	Quelle somme sera versée par la mairie ?	
E	Quelle est la dépense totale pour la nuit à l'hôtel ?	
F	Quelle somme sera à payer par les familles ?	
G	Combien de jours dure l'excursion ?	
H	A quelle heure est prévu le retour ?	

■ **b) Recopie les lettres des questions dont la réponse ne figure pas dans l'énoncé.**
– Questions dont la réponse nécessite des calculs :
– Questions auxquelles on ne peut répondre :

© Editions S.E.D. - 1 - Réf. 3054

Figure 4 première fiche du manuel Apprendre à résoudre de problèmes CE2

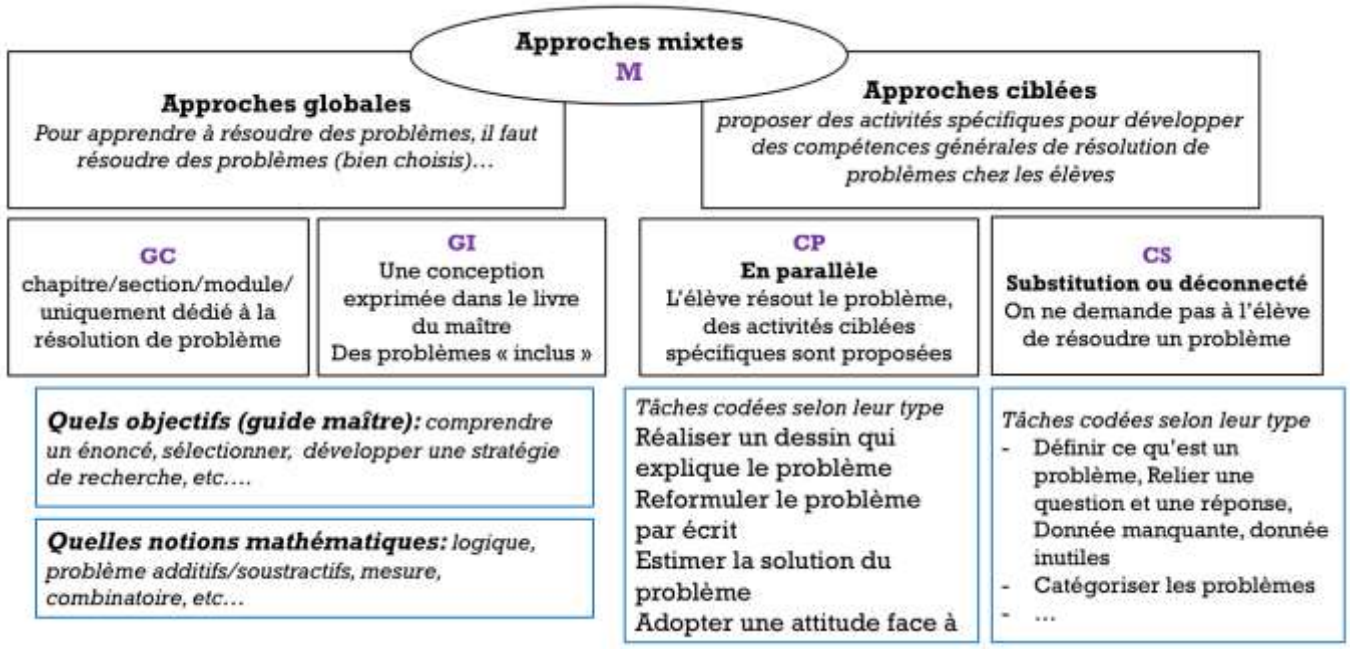
Comme nous pouvons le voir, le travail demandé à l'élève concerne principalement de l'analyse de texte et on ne demande à aucun moment de trouver la réponse aux questions identifiées.

3 Bilan, vers une typologie pour coder les tâches

Afin de caractériser les différentes tâches proposées dans les manuels qui concernent l'enseignement/apprentissage de la résolution de problèmes, nous partons donc premièrement « des conceptions », « du sens », véhiculé par les différentes ressources. Pour cela, nous étudions les introductions des chapitres ainsi que l'ensemble des tâches que nous considérons comme un ensemble. A un premier niveau d'analyse (en noir dans le schéma ci-dessous), le manuel est donc d'abord considéré dans sa globalité : conceptions exprimées dans le guide du maître ; structure générale de l'ouvrage et place de « l'enseignement à la résolution de problèmes ». Ceci nous permet de déterminer s'il s'agit d'une approche globale, ciblée ou mixte (mélange des deux) et, en cas d'approche ciblée, si les activités plus méthodologiques sont proposées en parallèle (CP) ou de manière déconnectée (CS). Ceci nous permet également de préciser dans le cas d'une approche globale si l'ouvrage dispose d'un chapitre spécifique uniquement dédié à la résolution de problèmes (GC) ou si les problèmes sont proposés au fil de l'ouvrage (GI), inclus dans une progression liée à d'autres thématiques (Nombre,

géométrie, etc…). Ce premier niveau concerne donc l'ouvrage dans sa globalité et sera codé de manière uniforme pour toutes les tâches de la ressource.

Pour préciser la typologie et à un deuxième niveau (en bleu dans le schéma), les tâches sont analysées ensuite afin de mettre en évidence leurs caractéristiques. Ce deuxième niveau d'analyse prend en compte ce qui a été déterminé pour le premier niveau. Ceci donne donc deux niveaux de codage, comme illustré dans le schéma ci-dessous :



III - BIBLIOGRAPHIE

Coppé, S. et Houdement, C. (2009). Résolution de problèmes à l'école primaire française : perspective curriculaire et didactique, *Actes du XXXVIème colloque de la COPIRELEM*, 48-71

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N* (100), 59 - 78.

Houdement, C. (1998-1999). Le choix des problèmes pour la "résolution de problèmes". *Grand N* (63), 59-76.

Julo, J. (1995). Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, Presses universitaires de Rennes.

Polya, G. (1957). *How to solve it*. New York: Doubleday.

Pluvinage, F. (1992-1993). Didactique de la résolution de problèmes, *Petit X* (32), 5-24.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. London: Academic Press.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sens of word problems*. The Netherlands: Swets & Zeitlinger

Texte d'introduction du chapitre aide à la résolution problème des Moyens d'enseignement romands : http://www.ciip-esper.ch/#/

PRÉSENTATION D'UN DISPOSITIF HYBRIDE DE FORMATION CONTINUE SUR LA NUMÉRATION DÉCIMALE CONÇU DANS LE CADRE D'UN PARTENARIAT ESPE – RECTORAT

Anne BILGOT
PRAG, INSPE de Paris – Sorbonne Université,
Membre de la COPIRELEM
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Nicole MATULIK
CPC, Rectorat de l'Académie de Paris,
Mission Mathématiques 75
nicole.matulik@ac-paris.fr

Résumé
Ce texte rend compte d'une communication effectuée lors du colloque de la COPIRELEM à Lausanne en juin 2019. Cette communication, présentée comme un échange d'expériences, était un témoignage d'un dispositif de formation continue en mathématiques mené auprès des enseignants à l'école élémentaire de l'Académie de Paris pendant l'année scolaire 2017-2018. Cette formation hybride (*i.e.* articulant des moments à distance et des moments en présentiel) portait sur l'enseignement de la numération décimale, en l'abordant par la question des activités ritualisées.
Le texte présente d'abord le contexte de la formation et le processus d'élaboration du dispositif hybride, en équipe, à l'échelle académique. Il décrit ensuite la structure du module à distance, commun à toute l'académie. Il se concentre ensuite sur le travail que les auteurs ont conduit à l'échelle d'une circonscription.

Nous rendons compte dans ce texte d'une communication effectuée lors du colloque de la COPIRELEM à Lausanne en juin 2019. Cette communication, présentée comme un échange d'expériences (et non comme un travail de recherche), était un témoignage d'un dispositif de formation continue en mathématiques mené auprès des enseignants à l'école élémentaire de l'Académie de Paris pendant l'année scolaire 2017-2018. Cette formation hybride (*i.e.* articulant des moments à distance et des moments en présentiel) portait sur l'enseignement de la numération décimale, en l'abordant par la question des activités ritualisées.

Nous avons proposé de la présenter lors du colloque car il nous semblait intéressant de témoigner d'un projet de formation continue mobilisant, aussi bien dans la conception que dans la mise en œuvre, une équipe plurielle de formateurs – en l'occurrence une inspectrice de l'éducation nationale, des conseillers pédagogiques de circonscription, et des formateurs ESPE. Nous souhaitons ainsi partager les questions et les difficultés auxquelles nous avons été confrontés, et présenter les choix que nous avons faits.

Dans la suite de ce texte, nous présentons brièvement le contexte de la formation, ainsi que le processus d'élaboration du dispositif hybride, en équipe, à l'échelle académique. Nous présentons la structure du module à distance, commun à toute l'académie. Nous nous concentrons ensuite sur le travail que nous, rédactrices de ce texte, avons mené ensemble, à l'échelle d'une circonscription.

I - LE CONTEXTE DU DISPOSITIF DE FORMATION À L'ÉCHELLE DE L'ACADÉMIE

1 Le cadre

À la fin de l'année scolaire 2016-2017, il est décidé au niveau du pilotage de la formation continue dans l'académie de Paris que tous les enseignants en école élémentaire devront suivre au cours de l'année scolaire suivante une formation obligatoire de six heures en mathématiques. Il s'agit donc de déployer une formation à grande échelle : l'Académie de Paris est découpée en 32 circonscriptions, et compte environ 4000 enseignants à l'école élémentaire (environ 2400 professeurs des écoles en cycle 2, et 1600 enseignants en cycle 3 en 2017-2018).

Conformément aux directives nationales, il est imposé que cette formation devra avoir un format *hybride*, c'est-à-dire qu'elle devra être composée d'heures de formation à distance (3 heures) et d'heures de formation en présentiel (3 heures).

La mission Mathématiques de l'Académie est chargée de mettre en œuvre le projet. Sous la double impulsion de Monique Picaud, Inspectrice de l'Éducation Nationale, chargée de la mission Mathématiques, et de Michèle Déprez, directrice adjointe de l'ESPE de Paris en charge de la formation tout au long de la vie, un partenariat est mis en place : il est ainsi décidé que le projet sera conduit sous leur pilotage commun, par une équipe réunissant les conseillers pédagogiques de la mission Mathématiques et des formateurs ESPE.

2 Les concepteurs du dispositif de formation

L'annexe 1 présente la composition du groupe pour l'année 2017-2018 (depuis, certains de ses membres ont quitté le groupe, et de nouveaux formateurs l'ont rejoint, aussi bien côté rectorat que côté ESPE). Nous la mentionnons ici pour présenter la pluralité des profils des intervenants, et pour remercier vivement chacun d'entre eux : le travail que nous présentons dans ce texte est le travail de ce collectif.

Le pilotage du groupe est double : il est assuré d'une part par l'IEN en charge de la mission Mathématiques, et d'autre part par la directrice adjointe de l'ESPE de Paris en charge de la formation tout au long de la vie, également formatrice en mathématiques. Côté rectorat, l'équipe regroupe six conseillers pédagogiques de circonscription, membres de la mission Mathématiques. Côté ESPE, l'équipe regroupe onze formateurs en mathématiques : huit formateurs de statut PRCE ou PRAG, affectés à l'ESPE à temps plein, deux formateurs à temps partagé entre l'ESPE et un collège parisien, et un maître de conférences. Pour la prise en compte de la composante à distance du dispositif hybride de formation, cette équipe bénéficie du renfort d'une ingénieure pédagogique de l'ESPE de Paris et du conseiller pédagogique TICE auprès du DASEN de l'Académie.

Pour la grande majorité des membres du groupe, aussi bien CPC que formateurs ESPE, travailler dans un tel cadre était inédit : la plupart d'entre nous avions certes eu auparavant des occasions ponctuelles de travailler en binôme CPC-formateur ESPE, par exemple dans le cadre d'un stage école ou d'une animation de circonscription, mais nous n'avions jamais eu l'occasion de participer à des réunions, où, autour d'une même table et de questions communes, des IEN, CPC et formateurs ESPE travaillent et réfléchissent ensemble pour concevoir un même dispositif de formation.

II - LE TRAVAIL DE CONCEPTION DU DISPOSITIF À L'ÉCHELLE ACADÉMIQUE

Nous rendons compte dans ce paragraphe du travail collectif, accompli par le groupe de concepteurs présenté ci-dessus, pour élaborer l'architecture du dispositif de formation à l'échelle académique.

1 Choix du thème de la formation

Au terme d'une première phase de travail collectif, la décision est prise d'intituler la formation : « *Le nombre aux cycles 2 et 3. Des activités ritualisées pour apprendre* ». Ce choix résulte de plusieurs discussions, échanges, puis arbitrages ; en particulier :

- la formation porte sur l'étude des nombres d'une part car ce thème s'inscrit dans les priorités nationales pour la formation continue des professeurs des écoles en 2017-2018 ; d'autre part, ce thème nous paraît adapté dans la perspective d'une éventuelle poursuite du dispositif au cours des années ultérieures : nous pensons qu'il permettra de revisiter avec les enseignants des éléments fondamentaux avant d'aborder d'autres sujets de formation, comme le calcul ou la résolution de problèmes à l'aide des opérations.
- la formation porte sur des activités ritualisées car, par rapport à l'autre entrée que nous avions envisagée, à savoir une entrée par des situations fondamentales, cette entrée nous a semblé *a priori* plus facilement opérationnalisable à court terme. Ce choix a été fait sous l'impulsion des CPC du groupe (dans un premier temps, plusieurs formateurs ESPE penchaient, eux, pour un travail sur des situations fondamentales sur la numération ; nous avons appris depuis, lors du colloque, qu'en Dordogne, une telle entrée a été retenue (Taveau, 2019)). Le choix du groupe parisien consiste donc finalement à prendre appui sur l'existant, « *le déjà là* », pour injecter *ensuite* des éléments didactiques issus de la recherche.

2 Le scénario global du dispositif hybride, vu côté enseignants

La deuxième phase du travail collectif a pour objet d'élaborer un scénario pour une formation de six heures, incluant trois heures de formation continue, et trois heures de formation à distance. Le scénario finalement retenu peut être résumé par le schéma présenté en Figure 1, que nous commentons ensuite.

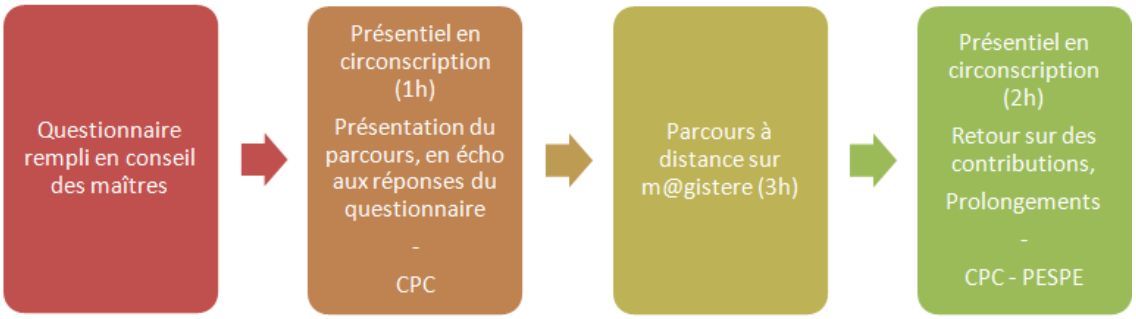


Figure 1 - Le scénario du dispositif hybride, vu côté enseignants.

Le scénario du dispositif hybride est composé de trois phases :

- une première phase, en deux temps, est destinée à engager les enseignants dans le dispositif de formation : un premier temps de réflexion au sein de chaque école, à partir d'un questionnaire à remplir en équipe, suivi d'un moment de formation en présentiel d'une heure, animé par l'un des conseillers pédagogiques de la circonscription (à Paris, contrairement à d'autres académies, les trajets pour réunir les enseignants d'une circonscription ne sont pas très longs, et permettent un tel format court).
- une seconde phase constituée du travail à distance sur la plateforme m@gistere, comptant pour trois heures de formation ;
- une troisième phase constituée d'un présentiel de deux heures, afin de faire un point sur des questions suscitées par le module à distance et les expérimentations conduites dans les classes, et d'apporter, si besoin, des compléments.

3 Le processus d'élaboration côté formateurs

Le schéma présenté en Figure 2 résume le processus suivi pour l'élaboration du contenu du dispositif de formation. Nous en détaillons ensuite les deux premières étapes ; les deux suivantes, à la déclinaison locale, seront abordées en partie III.

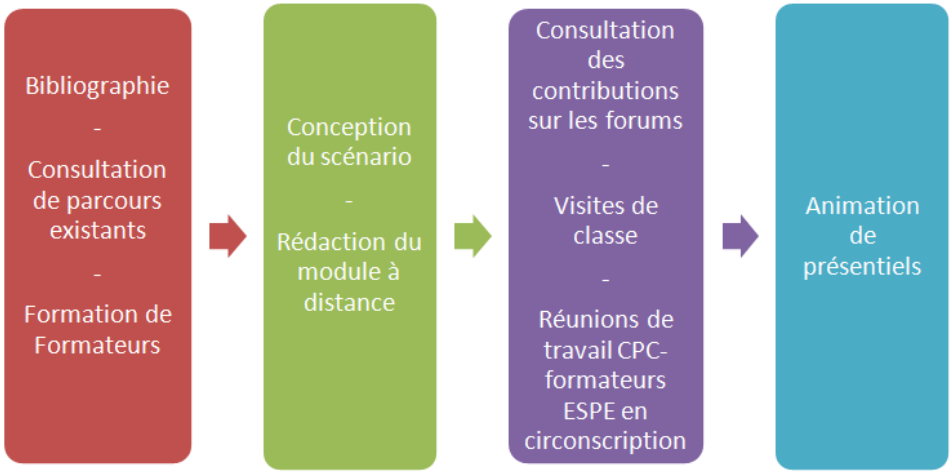


Figure 2 – Le processus d'élaboration du dispositif hybride, vu côté formateurs.

3.1 Étude bibliographique

Le travail d'élaboration débute par un travail bibliographique, d'une part pour mettre à jour nos connaissances sur des travaux récents de la recherche sur l'enseignement de la numération décimale à l'école, et d'autre part pour étudier des modules de formation à distance sur le même thème.

Notre travail de conception prend ainsi appui sur :

- des travaux récents sur l'enseignement de la numération décimale (Mounier, 2010 ; Tempier, 2016 ; Chambris, Tempier et Allard, 2017), ainsi que sur les documents de la ressource en ligne conçue par Tempier (http://numerationdecimale.free.fr/) ;
- des publications liées à la conférence de consensus du CNESCO de 2015 intitulée « *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire* », comme celle de Noël (2015) sur les difficultés dans l'écriture des nombres ;
- des contributions d'experts sollicités par le Conseil Supérieur des Programmes à l'occasion de l'élaboration des programmes de 2015 (Chambris, 2014 ; Houdement, 2014) ;
- deux parcours m@gistere disponibles sur la plateforme nationale : « *Enrichir l'apprentissage des nombres entiers en fin de cycle 2 et en cycle 3* », conçu par Tempier pour le Réseau Canopé, et « *Manipuler pour apprendre le nombre en cycle 2* », conçu pour la DGESCO par Anselmo, Dussuc, De Kocker, Mazuy, Mercat, Robin et Zucchetta.

Cette phase du travail permet une mutualisation de ressources entre formateurs du groupe, ainsi que des échanges sur les points que, de part et d'autre, nous estimions essentiels dans chacune des contributions.

Elle conduit par ailleurs à l'organisation par les deux pilotes du groupe d'une journée de formations de formateurs, destinée à tous les formateurs engagés dans le dispositif (groupe de concepteurs, mais également IEN et CPC de toutes les circonscriptions parisiennes : en effet, si les formateurs ESPE chargés d'animer des présentiels font tous partie du groupe de conception, seul un nombre restreint de CPC fait partie de la mission maths). Cette journée, placée le 17 novembre 2017 pour un lancement du dispositif hybride dans les circonscriptions en janvier 2018, est construite en trois temps :

- deux conférences, données par Frédérick Tempier et Éric Mounier ; la conférence de Frédérick Tempier mettait l'accent sur le travail sur les grands nombres au cycle 3, tandis que celle d'Éric Mounier portait sur l'apprentissage de la numération au cycle 2. Les deux permettaient de mettre en

évidence les spécificités du travail sur chacune des numérations : la numération orale, et la numération écrite. Les vidéos de ces interventions et les diaporamas associés sont disponibles sur le site de l'INSPE de Paris[1] ;

- une présentation en plénière du scénario retenu pour la formation à distance ;
- un temps de travail en petits groupes, encadrés par des CPC et des formateurs ESPE du groupe de conception : ce dernier moment est l'occasion de faire aux CPC des propositions de contenu pour le premier présentiel, et d'échanger sur les conférences du matin (points essentiels, questions en suspens).

3.2 Élaboration du module à distance

Les étapes retenues pour le scénario de la partie à distance de la formation sont les suivantes :

1. Comprendre des difficultés dans l'apprentissage de la numération
2. Découvrir et analyser des activités ritualisées pour construire le nombre
3. Élaborer et mettre en œuvre une activité ritualisée en classe

Nous donnons dans la suite les éléments essentiels de chacune de ces trois parties.

Comprendre des difficultés des élèves dans l'apprentissage de la numération

Cette partie est composée de deux étapes.

La première étape est une mise en situation (par un dispositif de type homologie), avec des tâches à effectuer en base quatre, à partir d'une vidéo de la série télévisée des Shadoks. Cette phase est inspirée de propositions issues du parcours m@gistere « *Manipuler pour apprendre le nombre en cycle 2* » précédemment cité, et de plusieurs travaux (Anselmo et Zucchetta, 2013 ; Copirelem, 2015). Après consultation d'un extrait d'un épisode de la série présentant les règles de fonctionnement du système de numération shadoks (écrit et oral), les participants sont invités à effectuer un exercice composé de trois questions, *via* un questionnaire à choix multiples : une première question consiste à identifier, en langage shadoks, l'écriture chiffrée puis la désignation orale du cardinal d'une collection d'objets ; la suivante consiste à identifier parmi trois collections celle dont le cardinal est égal à un nombre donné dans l'énoncé par son écriture chiffrée et sa désignation orale ; enfin, la dernière attend l'écriture chiffrée, et la désignation orale du successeur d'un nombre donné lui-aussi par son écriture chiffrée, et sa désignation orale.

Une fois ce questionnaire rempli, les participants ont accès à un « corrigé » commenté, qui propose des justifications des réponses correctes, et une analyse des distracteurs proposés dans le Q. C. M.

Cette phase se termine par un document dans lequel les tâches que le participant vient d'effectuer en base quatre sont mises en vis-à-vis avec des tâches similaires, mais en base dix, pour des élèves.

La deuxième phase est intitulée « *Apports de la recherche* ». Elle est articulée autour d'extraits des conférences d'Éric Mounier et de Frédérick Tempier de la journée de formation de formateurs, commentés pour en dégager des éléments essentiels, complétés par un extrait de (Noël, 2015).

Découvrir et analyser des activités ritualisées pour construire le nombre

Cette partie est construite en deux phases.

La première phase prend appui sur trois vidéos de séances de classe en lien avec la numération décimale :

- une vidéo extraite du parcours m@gistere « *Enrichir l'apprentissage des nombres entiers en fin de cycle 2 et en cycle 3* » précédemment citée ; elle porte sur une séance d'une activité ritualisée de conversion

[1] https://www.inspe-paris.fr/article/journee-detude-formation-mathematiques-pour-professeurs-ecoles-cycles-2-3, consulté en octobre 2019.

entre unités de numération (par exemple : « Combien de dizaines y-a-t-il dans 7 centaines et 6 dizaines ? ») ;

- *un extrait de la vidéo intitulée « Le boulier au cycle 2 et au cycle 3 »* issue de la « *Banque de Séquences Didactiques* » du Réseau Canopé ; elle porte sur des tâches où il faut déterminer rapidement la valeur affichée sur un boulier, au cycle 3 (travail sur les fractions décimales). Elle est accessible au lien suivant :

  https://www.reseau-canope.fr/bsd/sequence.aspx?bloc=885662 (consulté en octobre 2019) ;

- une vidéo proposée dans le parcours m@gistere « *Enseigner le calcul au CM1-CM2* » conçu par la DGESCO, accompagnant l'annexe 4 de (MEN, 2016) sur l'enseignement des fractions et des décimaux au cycle 3 ; elle porte sur l'utilisation en classe d'un outil, la glissière à nombres, pour accompagner la multiplication et la division par 10 des nombres décimaux. Le parcours est accessible au lien suivant :

  https://magistere.education.fr/dgesco/course/view.php?id=1305 (consulté en octobre 2019).

Pour chacune de ces trois vidéos, un axe d'observation est proposé, et un fichier proposant des éléments d'analyse est fourni.

D'un point de vue mathématique et didactique, ces trois vidéos ont été choisies pour permettre une réflexion sur :

- les conversions entre unités de numération ;
- le fait qu'un nombre peut être désigné de différentes manières, et en particulier sous la forme de différentes décompositions en unités de numération (que les nombres soient entiers ou décimaux)
- la multiplication par dix des nombres décimaux.

Elles permettent par ailleurs de questionner des usages possibles, en classe, de deux outils : d'une part un boulier à cent boules rangées selon un réseau de 10 lignes de 10 boules, et d'autre part la « glissière à nombres », parfois aussi connue sous le nom de « glisse-nombres ». Enfin, d'un point de vue gestes professionnels, elles ont été choisies pour susciter une réflexion sur la gestion des erreurs en classe.

La seconde phase a pour objectifs d'inciter les participants à mettre en place des activités ritualisées dans leurs classes en lien avec la numération décimale (qu'ils en pratiquent déjà ou non). Elle est constituée d'une série d'exemples, issus en particulier de (MEN, 2016), du site de Tempier (http://numerationdecimale.free.fr), du « *Journal du Nombre* » de la recherche ACE[2], du travail sur le boulier chinois réalisé dans le cadre du projet MARENE, DGESCO - COPIRELEM[3], de travaux de Stella Baruk[4] et de (Clavié, Peltier et Auber, 2005 ; Peltier et Clavié, 2005).

Lors de l'élaboration du parcours, nous avons envisagé différentes manières de les organiser (en entrant par des compétences des programmes ; en entrant par des exemples de matériel et en proposant plusieurs exploitations possibles ; etc.) Nous nous sommes également interrogés sur l'opportunité de les associer dès la partie à distance avec des documents de préparation de classe.

Nous avons finalement fait les choix suivants :

- suggérer différentes activités *via* des photographies de tableaux de classe, ou exemples d'énoncés, ou extraits de cahiers d'élèves, sans « fiche de préparation », avec l'idée d'interroger seulement ensuite, lors des moments en présentiel, leurs exploitations spontanées, et de proposer, si nécessaire ou intéressant, des modalités alternatives ;

- organiser les incitations selon le schéma présenté en Figure 3, issu de (Emprin et Emprin, 2010) afin de mettre à nouveau en évidence, en écho aux éléments de la recherche présentés auparavant dans le

[2] http://blog.espe-bretagne.fr/ace/wp-content/uploads/Le-journal-du-nombre_classe-de-Cp.pdf

[3] http://www.arpeme.fr/m2ep/mallettes_presentation_projet.html

[4] https://www.reseau-canope.fr/mathematiques-stella-baruk/video/la-numeration/connaitre-la-valeur-des-chiffres

module à distance, d'une part la distinction entre un travail sur l'écrit et travail sur l'oral, et d'autre part le rôle important des représentations matérielles dans la construction du nombre.

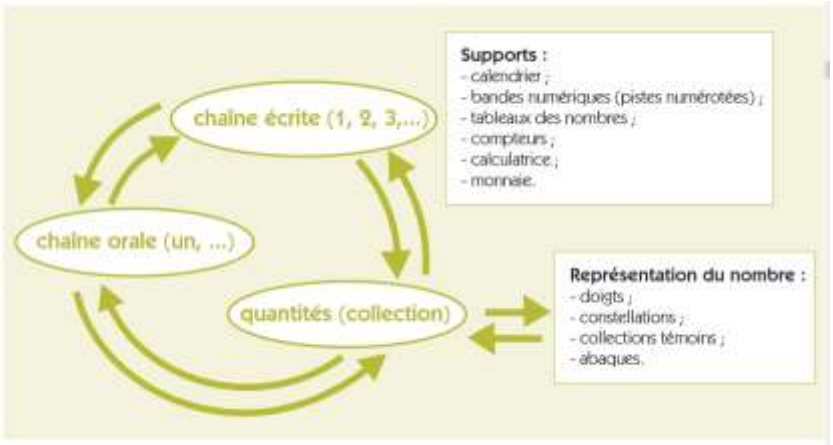


Figure 3 – Schéma issu de (Emprin et Emprin 2010), autour duquel les propositions d'activités ritualisées du module à distance sont organisées.

Concrètement, les participants peuvent télécharger des fichiers présentant chacun quelques exemples, en cliquant sur des icônes sur lesquels le schéma ci-dessus était reproduit avec l'une des flèches mise en couleur.

Élaborer et mettre en œuvre une activité ritualisée en classe

Cette dernière partie a pour objectif de faire concrétiser par chaque participant le suivi de la formation par une action dans sa classe, avant une analyse croisée de différentes expérimentations dans le temps de formation en présentiel suivant la partie à distance. Pour permettre aux formateurs, intervenant en présentiel ensuite, de disposer de traces de ces expérimentations, nous proposons aux participants de choisir une activité ritualisée, de la mettre en œuvre en classe, puis d'en rendre compte en remplissant puis en déposant sur la plateforme à distance une grille dont les entrées sont les suivantes : nom du rituel choisi ; description succincte du rituel (consignes, matériel) ; durée et fréquence du rituel ; progrès observés chez les rituels ; difficultés persistantes observées chez les élèves ; questions que vous vous posez à l'issue de cette expérimentation.

3.3 Élaboration du module à distance : scénarisation et activités sociales

Les paragraphes qui précèdent rendent compte du contenu du parcours à distance tel qu'il aurait probablement été proposé aux participants si le groupe de conception s'était réduit aux formateurs de mathématiques de l'ESPE et aux IEN et CPC du groupe. Notre groupe incluait cependant également une ingénieure pédagogique à l'ESPE de Paris, qui disposait de l'expérience de la conception de plusieurs autres formations à distance. Lors de l'élaboration du module à distance, cette collègue a, à de nombreuses reprises, attiré notre vigilance sur le fait qu'une formation à distance n'est ni une consultation de ressources, ni une reproduction, aussi proche que possible, d'un scénario que l'on aurait conçu pour une formation en présentiel. Sous son impulsion, le parcours qui vient d'être présenté a ainsi été complété par des « activités sociales », permettant à un participant de disposer de moyens pour prendre connaissance des réactions et propositions de ses pairs, et échanger avec eux.

Pour plusieurs d'entre nous, formateurs habitués à des formats « traditionnels » uniquement en présentiel, ces forums suscitaient *a priori* méfiance et réticence, notamment avec les inquiétudes suivantes : crainte de voir des conceptions mathématiques fausses, ou des propositions de mise en œuvre en classe maladroites, se propager rapidement sur les forums (comment les rectifier alors ?) ; crainte d'être vite submergés par de nombreuses contributions, sans avoir matériellement le temps de prendre connaissance de chacune. Après de nombreux échanges, nous avons abouti à la solution suivante :

- des forums insérés en différents points du parcours à distance :

- à la fin de la mise en situation par homologie, pour interroger les participants sur l'intérêt de travailler en classe la production du successeur d'un nombre ;
- après les extraits des deux conférences, en incitant à des comparaisons entre les deux contenus (points communs et différences dans les propositions des deux chercheurs) et à des réactions ;
- après les présentations des activités ritualisées, en invitant à des réactions et en laissant aux participants la possibilité de proposer d'autres activités ritualisées en lien avec la numération.

- un parcours m@gistere identique déployé dans toute l'académie, mais en cinq « pôles » de circonscriptions , avec des forums ouverts à l'échelle d'un pôle (ce nombre de pôles étant un compromis entre, d'une part, le souhait des formateurs se préparant à intervenir dans une circonscription de ne pas prendre le risque d'être submergés par un nombre trop grand de contributions sur les forums ; d'autre part une volonté académique d'établir des liens entre circonscriptions dans la formation continue ; et enfin, une préoccupation technique académique liée au déploiement des parcours, afin de ne pas multiplier les instances du m@gistere, dans un souci de faisabilité de la maintenance associée) ;
- un suivi et une modération des forums selon des modalités au choix des circonscriptions, sans engagement des formateurs ESPE.

III - NOTRE TRAVAIL À L'ÉCHELLE D'UNE CIRCONSCRIPTION

Comme présenté plus haut, le parcours hybride est composé de deux moments de formation en présentiel, entourant les heures de formation à distance. Ces deux moments de formation en présentiel sont menés au sein de chacune des circonscriptions, par l'équipe de la circonscription et un formateur ESPE. Dans chacune des circonscriptions, les enseignants sont répartis en groupes homogènes du point de vue du cycle d'enseignement (cycle 2 ou cycle 3) ; les présentiels sont conduits systématiquement par un conseiller pédagogique de la circonscription ; le choix a été fait que pour les deuxièmes présentiels de cycle 3 (soit deux ou trois groupes d'une vingtaine d'enseignants par circonscription) ainsi que pour le deuxième présentiel de l'un des groupes de cycle 2, une co-intervention a lieu entre un formateur ESPE et un CPC. Du point de vue du formateur ESPE, cela représente entre quatre et dix présentiels, effectués dans deux à cinq circonscriptions. Nous présentons ici le travail effectué dans l'une des circonscriptions parisiennes, la 20C. Outre les auteurs de ce texte, ce travail a été conduit par Véronique Pascault, deuxième conseillère pédagogique de la circonscription en 2017-18. Ce travail est par ailleurs largement inspiré de discussions collectives et de mutualisations de ressources effectuées au sein du groupe académique présenté plus haut.

1 Diagnostic initial et premier présentiel

Le contenu du questionnaire initial est établi circonscription par circonscription, par les CPC, avec comme points d'appui possibles des suggestions faites par les CPC du groupe académique.

Pour la circonscription 20 C, les échanges et la réflexion au sein des équipes sont lancés par la question suivante, soumise école par école, au moment d'un conseil des maîtres : *Qu'est-ce qui est plutôt réussi par vos élèves et sur quoi sont-ils plutôt en difficulté en numération ?*

La trame du premier présentiel est la suivante : un rappel de quelques éléments issus d'évaluations internationales ; un rappel de quelques préconisations issues de la conférence de consensus du CNESCO ; une présentation d'une synthèse d'éléments recueillis dans les écoles de la circonscription *via* les questionnaires, afin de montrer que les réponses des enseignants de la circonscription sont cohérentes avec des éléments observés à plus grande échelle (évaluations), et afin d'inscrire leurs préoccupations dans le cadre d'une réflexion à plus grande échelle (préconisations du CNESCO).

Les éléments retenus lors de cette synthèse sont les suivants (ils reprennent des formulations des enseignants relevées dans les questionnaires) :

Réussites	*Difficultés*
La lecture et écriture des nombres	*La numération de position* *Distinction entre chiffre et nombre. « Le nombre de » reste très difficile au C3*
La comparaison des grands nombres *Classer, ordonner*	*Les fractions et la conversion fractions/décimaux*
La décomposition du nombre	*La décomposition autre que la décomposition canonique.*

Le premier présentiel est conclu par une présentation de la suite de la formation, avec une présentation du module de formation à distance, comme support susceptible d'apporter des réponses aux difficultés exprimées, et un rendez-vous donné au second présentiel.

2 Pendant la formation à distance

Le suivi de la formation pendant cette phase s'est fait pour nous selon deux modalités : visites de classe par les conseillères pédagogiques, avec comme focale les activités ritualisées sur le nombre, et suivi des forums (sans intervention de notre part).

2.1 Faire bouger les pratiques in situ

Plusieurs classes ont été visitées afin d'avoir accès à des pratiques effectives ; d'identifier, en plus des dépôts prévus en fin de parcours à distance, des exemples de pratiques intéressantes pour une présentation collective ; de pouvoir mesurer en direct d'éventuels premiers impacts de la formation et d'accompagner les enseignants ; de détecter d'éventuelles incompréhensions ; de recenser des besoins non encore identifiés.

Nous donnons ici un exemple de cet accompagnement : lors d'une visite, une séance du rituel « le nombre du jour » a été observée. Elle consiste à remplir, comme chaque matin, la feuille présentée à gauche en annexe 2, à partir du nombre du jour, en l'occurrence 634 le jour de la visite.

Comme on peut le voir, le support proposé par l'enseignant permet un travail de systématisation sur la production de la décomposition canonique d'un nombre sous différentes formes (dont une écriture en unités de numération), mais cette décomposition est la seule présente. En écho aux éléments de difficulté recensés dans la circonscription avant le premier présentiel, l'accompagnement a consisté :

- à faire prendre conscience à l'enseignant que l'entraînement proposé jusqu'à alors permet une réussite dans la production de certaines tâches ;
- à montrer qu'assouplir le carcan du support en laissant les élèves libres de produire d'autres écritures du nombre (cf. photographie à droite en annexe 2, où l'on peut voir une production du même élève, incité à produire d'autres écritures du nombre suite à une intervention de la CPC), peut permettre : d'une part de mettre au jour des conceptions erronées chez certains élèves, indétectables sur le premier support ; ceci offre alors matière à l'enseignant pour les faire rectifier, et pour proposer des incitations pour les prochains jours de manière à travailler un point spécifique (ici, par exemple, la multiplication par zéro) ; d'autre part d'enrichir progressivement la gamme des décompositions fréquentées régulièrement par les élèves, en ne les réduisant pas aux décompositions spontanées, mais en introduisant *via* des incitations de nouvelles décompositions, auxquelles un élève de la classe peut avoir pensé, ou auxquelles personne n'a pensé, mais que l'enseignant peut signaler comme intéressantes : exemple (63 d et 4 u, pour isoler le nombre de dizaines).

2.2 Récolter des traces de pratiques

Ces visites de classe sont aussi l'occasion de récolter des traces de propositions faites par des enseignants de la circonscription qui n'auraient pas pensé spontanément à les partager dans le cadre de la formation, par exemple parce qu'ils estiment, à tort, que des éléments de leur routine de classe ne présenteraient pas intérêt pour une mutualisation dans le cadre de la formation.

Nous montrons par exemple en annexe 3 quelques traces récoltées dans la classe d'un professeur des écoles de la circonscription en lien avec le rituel du « nombre du jour », réalisées par l'enseignant sans objectifs propres à la numération décimale, qui permettent de montrer comment, par un recueil de propositions des élèves sur une affiche, on peut fournir des incitations susceptibles d'enrichir la gamme des productions d'un élève, quelle que soit son aisance en début d'année. L'annexe 3 présente ainsi quelques affiches collectives, et l'évolution de deux cahiers d'élèves de la même classe au fil des semaines.

2.3 Suivre les forums

Nous avons fait le choix de ne pas intervenir sur les forums, et de les considérer simplement comme des espaces nous permettant de récolter d'autres éléments sur les pratiques effectives des enseignants. Ces espaces nous ont permis de prendre conscience d'un impact de certaines vidéos (achats de bouliers dans les écoles, construction de glisse-nombres), de besoins en formation (difficultés à identifier les enjeux de certains rituels faisant déjà partie de routines de classe, comme « Chaque jour compte »). Nous y reviendrons dans le paragraphe suivant, présentant le travail mené lors du second présentiel.

3 Second présentiel

Les objectifs annoncés aux enseignants au début du second présentiel sont les suivants :

- Consolider l'appropriation d'un outil de conception d'activités pour la classe (le diagramme avec les trois registres de travail sur les nombres issu de (Emprin et Emprin, 2010) présenté en II. 3. 2) ;
- Souligner des propositions du parcours à distance :
  - Importance de la distinction entre l'apprentissage de la numération orale et l'apprentissage de la numération écrite
  - Importance de travailler les conversions entre unités de numération.
  - Approfondir la réflexion sur l'intérêt pour la classe de deux outils : le boulier et le « glisse-nombres ».

Le plan adopté est le suivant :

- Retour sur quelques rituels : le nombre du jour ; chaque jour compte (pour les présentiels de cycle 2) ; activités de dénombrement et constitution rapides de collections ; jeux de la cible et jeux du portrait ; dictée de nombres.

  Pour chaque rituel, des questions :

  - caractérisation du travail conduit par rapport aux flèches du schéma issu de (Emprin et Emprin, 2010) ;

  - identification des composantes de la numération travaillées : écrite ? orale ? les deux ?

  - utilisation possible d'un boulier ?
- Numération et calcul : retour sur le glisse-nombres

Nous donnons dans la suite de ce texte deux exemples de moments de présentiels, un pour un groupe d'enseignants en cycle 2, l'autre pour un groupe d'enseignants en cycle 3, pour illustrer comment nous avons construit l'articulation entre les traces recueillies pendant la partie à distance et les apports en présentiel.

3.1 Quelques exemples d'articulation en formation entre pratiques des enseignants et éléments du module à distance

Chaque jour compte

Nous signalons d'abord que de manière indépendante, ce rituel a fait l'objet d'un travail spécifique d'une équipe de formateurs de l'IREM de Grenoble, présenté au colloque de la Copirelem de Blois, en juin 2018, et conduit pendant la même année que notre formation continue à Paris (Divisia, Mastrot, Stoffel et Croset, 2018).

Pour aborder en présentiel ce rituel qui avait fait l'objet de plusieurs témoignages sur l'un des forums du module à distance, nous avons fait le choix de commencer par présenter des invariants communs à tous les témoignages : dénombrement des jours d'école jusqu'à atteindre le centième ; constitution au fil des jours d'une collection-témoin de la quantité de jours écoulés.

Nous avons ensuite fait le choix de mettre en évidence des différences entre différentes mises en œuvre en classe, que nous avons choisies pour aborder des éléments liés à l'enseignement de la numération :

- Organisation de la collection-témoin. Voici quelques témoignages divergents :

> *« Il y a 3 verres : un pour les unités, un pour les dizaines, un pour les centaines. Lorsqu'on a atteint les 10 pailles dans le verre des unités, on les attache par un élastique et on met ce « paquet de 10 » dans le verre des dizaines. »*
>
> *« […] avec les représentations sous forme de cubes/barres/plaques, la monnaie, etc. Les élèves procèdent régulièrement à des échanges 10 cubes = 1 barre, 10 pièces de 1 euro = 1 billet de 10. »*

Ces deux témoignages permettent de revenir sur la distinction entre l'organisation d'une collection par groupements successifs (avec persistance des unités simples tout au long du processus), et la mise en œuvre d'échanges « dix contre un » (avec apparition progressive puis cohabitation de différentes unités portant chacune une valeur différente). Ceci permet de suggérer des différences de mise en œuvre possibles pour des équipes ayant choisi à l'heure actuelle de faire vivre à l'identique ce rituel en CP et en CE1 lors des cent premiers jours de classe : groupements en CP, échanges dix contre un en CE1.

- Moment de l'année où le premier groupement par dix est réalisé.

Les témoignages recueillis font apparaître un choix commun : grouper par dix dès que dix unités sont présentes : *« Avec l'activité "chaque jour compte", les élèves abordent très vite la notion de dizaine et unité (le pot dans lequel ils mettent les unités ne peut pas contenir plus de 9 pailles). »* ou encore *« Le rituel du chaque jour compte permet de commencer à appréhender dès le 10ème jour d'école la notion de "paquets de 10". »*

Nous confrontons alors ces témoignages avec une autre proposition, présentée dans la partie à distance du module (proposition inspirée d'une idée que Nadia Blein, PEMF à Saint Martin d'Hères, avait mise en place dans sa classe il y a quelques années) : accumuler des crayons au fil des jours de classe jusqu'à constituer une collection d'une quarantaine d'objets devenant encombrante, pour passer à une organisation de la collection sous forme de trousses fermées contenant chacune dix crayons : différer l'apparition des groupements permet ainsi de poser la question des groupements à un moment de l'année plus propice à un travail sur la numération décimale que le dixième jour de classe en CP.

- Objectifs assignés par l'enseignant à l'activité :

> *« J'utilise le rituel "chaque jour compte", qui à mon sens permet de "concrétiser" sous forme de pailles isolées/paquets de dix pailles/ gros paquet de 10 paquets de 10 pailles, le sens des nombres »* ou encore *« Le rituel du chaque jour compte permet de commencer à appréhender dès le 10ème jour d'école la notion de "paquets de 10"*

que nous confrontons avec

> *« Ce rituel permet de travailler la recherche du successeur au quotidien ».*

Ceci nous permet un retour sur la question lancée sur le premier forum de la partie à distance : pourquoi effectuer un travail en classe sur la production du successeur d'un nombre ?

Nous prenons alors à nouveau appui sur un échange entre enseignants recueilli sur ce forum :

> *« Oui, cela me paraît important pour travailler la suite écrite des nombres, leur aspect algorithmique. Travailler le successeur d'un nombre permet de repérer les régularités de la suite écrite (et orale) mais aussi les quelques irrégularités, et de comprendre les mécanismes en jeu lors des passages à la dizaine supérieure. »*
>
> *« En effet, je suis tout à fait d'accord avec les points proposés dans cette réponse. Je pense que travailler sur le successeur d'un nombre permet aux élèves de repérer les régularités de la suite écrite et orale des nombres et de comprendre le mécanisme de notre système de numération fondée sur le principe itératif d'un échange de 10 unités d'un ordre qui constituent 1 unité d'un ordre supérieur. »*

« Rien de nouveau à ajouter. Par contre je ne vois pas de quelles irrégularités parle […]. Dans la suite écrite des nombres, on est bien d'accord qu'il n'y en a aucune ».

« Je pense qu'il s'agit là des irrégularités dans la suite orale des nombres, comme par exemple onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize ».

Projeter ces échanges nous permet de revenir sur l'importance d'être au clair dans ses objectifs en classe (souhaite-t-on travailler sur la numération écrite, sur la numération orale ?), de revenir pour la numération orale sur des propositions d'Éric Mounier présentées dans le module à distance (mise en évidence d'une « petite comptine » et une « grande comptine » (Mounier, 2010)), et de proposer une problématisation possible du rituel de « chaque jour compte » : connaissant les désignations du nombre de jours de classe produites la veille (sous forme d'une collection témoin, d'une écriture chiffrée, d'une écriture sous forme d'une écriture en unités de numération….), comment produire celles du jour correspondant à l'ajout d'une unité ?

Dénombrement rapide de collections

Nous présentons ici un moment de mise en situation que nous avons proposé dans plusieurs des présentiels que nous avons conduits. Le point de départ est le suivant : une enseignante de la circonscription indique, dans la grille remplie à la fin du parcours à distance, qu'elle a introduit dans sa classe de cycle 2 une activité de dénombrement rapide à l'aide d'un boulier, inspirée de la vidéo de la *Banque de Séquences Didactiques* mentionnée plus haut dans ce texte. Elle se dit satisfaite d'avoir introduit cette activité dans sa classe, mais se demande comment la faire évoluer. Nous proposons donc de revenir en présentiel sur une activité de dénombrement rapide faisant intervenir des conversions entre unités de numération.

L'activité que nous proposons est un problème de dénombrement, à partir d'un matériel proposé par Tempier dans la séquence sur les grands nombres de sa ressource (http://numerationdecimale.free.fr). Les participants, en groupes de trois ou quatre, reçoivent une pochette contenant des morceaux de feuilles de papier millimétré. La collection fournie est reproduite en annexe 4. Les éléments de la collection sont découpés avant distribution aux participants, selon les pointillés, afin de permettre une organisation effective de la collection par groupements. Ces éléments ont été choisis pour faire intervenir des « grands nombres » (la collection compte 134 002 unités simples), et faire pratiquer des conversions (elle se présente sous la forme de 2 unités simples, 10 dizaines, 9 centaines, 13 milliers et 2 dizaines de milliers).

La consigne est d'écrire le nombre de « petits carrés » contenus dans la pochette (nous montrons ce que nous appelons petit carré, à savoir un carré d'un millimètre de côté), et de décrire la procédure utilisée.

Nous récoltons ensuite les réponses obtenues (en précisant que chacune des pochettes contenait le même nombre de petits carrés, mais sans donner ce nombre à ce stade), puis demandons à quelques groupes d'envoyer un représentant écrire la procédure suivie par le groupe. On trouvera en Figure 4 un exemple de tableau obtenu lors d'un présentiel, rassemblant les procédures de quatre groupes.

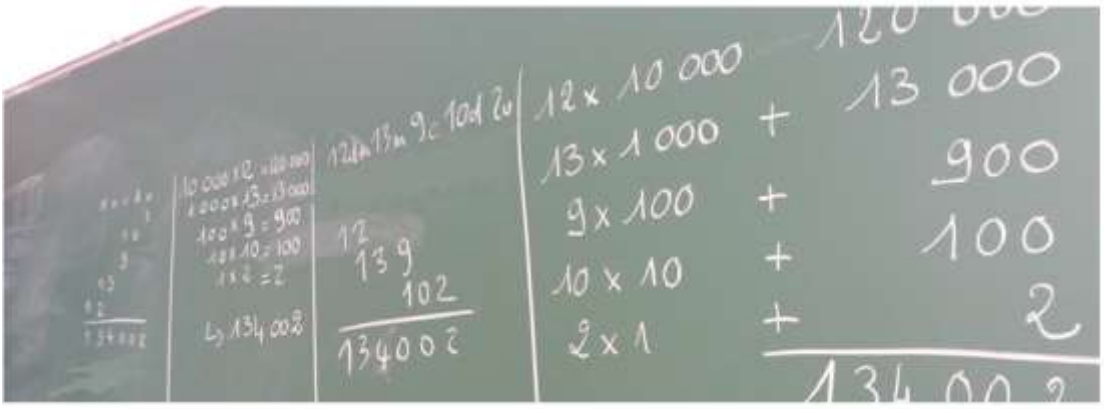


Figure 4 – Mise en commun de différentes procédures de dénombrement d'une grande collection.

Le recueil des réponses a pour objectif de mettre en évidence des erreurs portant non pas sur quelques unités simples, mais sur l'ordre de grandeur du résultat. Nous avons mis en œuvre cette situation à plusieurs reprises depuis 2018, en formation initiale comme en formation continue. De telles erreurs ont été commises parfois en formation initiale. Elles ont été beaucoup plus rares en formation continue.

Nous revenons ensuite sur la manière utilisée pour dénombrer les carrés sur chaque type de « groupes de petits carrés » présents dans les pochettes : les procédures majoritaires s'appuient sur du calcul multiplicatif (par exemple : « dans cette barre, il y a 10 fois 10 carrés en longueur, et 10 carrés en largeur, donc 1000 éléments »). Nous profitons de ce moment pour proposer une procédure alternative, fondée sur le « principe décimal » de la numération (en lien avec les extraits de conférence de F. Tempier présentés dans le module à distance), en balayant les différentes unités de numération : on reconnaît une unité simple ; un groupe de dix unités simples, qui s'appelle une dizaine ; un groupe de dizaines, qui s'appelle une centaine ; un groupe de 10 centaines, qui s'appelle 1 millier ; un groupe de 10 milliers, qui s'appelle une dizaine de milliers. Nous projetons alors le tableau de numération proposé par Frédérick Tempier dans la séquence sur les grands nombres qu'il propose sur son site, avec mise en lien des désignations orales de chaque unité de numération avec un représentant sous forme d'une collection.

Enfin, nous revenons sur les procédures de dénombrement de la collection complète : nous reconnaissons la validité des procédures de dénombrement en unités simples, prenant appui sur du calcul additif et multiplicatif portant sur des grands nombres, mais montrons qu'en comparaison, des procédures mobilisant plusieurs unités de numération permettent de s'épargner des calculs portant sur des grands nombres : la procédure visible dans la 3ème colonne sur la photographie de la page précédente (figure 4) est une trace d'une telle procédure ; elle nécessite en revanche des connaissances sur le principe de position de notre système de numération, pour « situer » les unités de numération les unes par rapport aux autres. Ceci nous permet de revenir sur le rôle attribué au tableau de numération dans les classes des collègues : est-il utilisé ? Si oui, est-il systématiquement fourni avec les entêtes des colonnes ? À travers cet exemple, nous montrons que si le tableau de numération est proposé comme aide par l'enseignant, il peut être souhaitable d'apprendre aux élèves à le reconstituer de manière autonome, en appui sur la comptine « unité, dizaine, centaine, millier, dizaine de milliers, … » et sur la connaissance des relations entre ces unités successives ; nous renvoyons aux propositions faites par Frédérick Tempier pour le travail sur la numération écrite sur les grands nombres.

Nous attirons enfin l'attention des enseignants sur l'existence d'une dernière procédure, sans calcul, prenant appui seulement sur le comptage jusqu'à dix (dans les formations que nous avons conduites jusqu'à présent, elle n'est jamais apparue spontanément) : il suffit d'organiser la collection en dizaines de milliers, milliers, centaines, dizaines, unités isolées (comme tous l'ont fait) … mais sans s'autoriser plus de dix éléments identiques au sein d'un même groupement : dès que dix éléments sont présents, on forme un groupement valant une unité du rang supérieur. Sur la collection présentée, on obtient alors, une fois tous les groupements effectués, 1 CM, 3 DM, 4M et 2 unités isolées, et le cardinal de la collection s'obtient directement par codage : 134 002.

Nous concluons en renvoyant les participants vers (Chambris, 2012), et plus particulièrement vers le paragraphe *Dénombrer une collection organisée* (page 20), qui reprend les différentes procédures de dénombrement qui viennent d'être évoquées, et en montrant des extraits de programmes actuellement en vigueur mentionnant les unités de numération.

IV - QUELQUES ÉLÉMENTS D'ANALYSE ET DE CONCLUSION

1 À l'échelle académique

Nous donnons ici quelques éléments recueillis début juillet 2018 par l'ingénieure pédagogique du projet. Ces éléments proviennent soit d'indicateurs disponibles directement sur la plateforme m@gistere, soit d'éléments recueillis *via* une enquête diffusée sur la plateforme m@gistere fin juin 2018, et qui, au moment du dépouillement, avait fait l'objet de 120 réponses (sur environ 4000 inscrits). Nous les

complétons par des éléments recueillis de manière informelle auprès de formateurs (ESPE et CPC) intervenus dans la formation. Ces éléments restent succincts. Nous avons depuis conduit en 2018-2019 une nouvelle formation à la même échelle, et nous recommençons en 2019-2020. Nous envisageons de publier collectivement, au terme de ces trois années, une évaluation plus détaillée de ces trois années de formation.

1.1 Quelques indicateurs

- 52 % des inscrits se sont connectés au moins une fois au parcours à distance.

  Nous n'avons pour l'heure pas fait d'étude rigoureuse nous permettant de comparer ce taux avec ceux d'autres dispositifs de formation à distance et d'en commenter la valeur. Nous avons simplement recueilli des éléments de manière informelle auprès de personnes ayant déjà suivi dans notre académie d'autres formations à distance : selon elles, ce taux, à première vue très décevant, serait en fait plutôt « dans la fourchette haute » par rapport à d'autres taux précédemment observés ; ceci reste cependant à confirmer.
- À la question « Cette formation a-t-elle été pour vous l'occasion de mettre en place une nouvelle activité ritualisée dans votre classe ? », 51% des 120 personnes ayant répondu au questionnaire répondent « Oui ».

  Parmi les 49% restants, 50% disent ne pas l'avoir fait car « ils pratiquaient déjà dans leur classe des activités ritualisées dont ils étaient satisfaits » ; 26% cochent « ne pas avoir eu le temps » ; 8% disent que « les activités proposées ne leur paraissaient pas pertinentes » ; 15% indiquent une raison « autre ».
- Pour compléter la phrase « Globalement, avez-vous trouvé cette formation … », 21% choisissent « Très satisfaisante », 50 % « Satisfaisante », 19% « pas vraiment satisfaisante », 10 % « pas du tout satisfaisante ».

Dans la suite, nous revenons sur quelques étapes du parcours, en les commentant par des retours de formation (du point de vue des formateurs), des remarques de participants (recueillis dans les questionnaires) et en signalant des questions que, par conséquent, nous nous posons.

1.2 Analyse a posteriori de quelques étapes. Des questions.

Nous mettons de côté dans la suite les questions posées par la pertinence de la modalité à distance dans une formation d'enseignants, dans la mesure où cette modalité faisait partie du cahier des charges institutionnel de la formation que nous avons conduite (même si des témoignages d'enseignants montrent que la présence de la distance constitue un obstacle pour l'entrée de certains dans la formation : *« Quand je me trouve seule devant un écran, je n'ai pas spécialement envie de me poser des questions. Face à d'autres enseignants, la situation est beaucoup plus stimulante »*).

Entrer par une homologie : est-ce pertinent à distance ?

Du point de vue des enseignants, le ressenti est varié : des collègues disent avoir trouvé intéressant de se retrouver dans un état déstabilisant qui permet d'entrevoir les difficultés des élèves et indiquent que cela les a motivés pour entrer dans la formation ; pour d'autres, cette entrée était « sans grand intérêt », car déjà vue en formation initiale ; pour d'autres enfin, le côté déstabilisant a été mal vécu : ils évoquent un début de formation « abrupt », « décourageant ».

Côté concepteurs du dispositif, la pertinence de l'homologie à distance reste une vraie question : malgré une précision explicite dans le module à distance pour présenter l'homologie, certains collègues ont compris que nous préconisions ce travail en base quatre pour une entrée dans la numération au cycle 2, et sont restés dans cette idée jusqu'au présentiel final. De plus, un relevé des taux de consultation de chacune des ressources du parcours m@gistere indique que le questionnaire mathématique sur la numération shadoks a été bien plus consulté que le fichier mettant ensuite en vis-à-vis les questions posées en base quatre avec les activités pour la classe (environ 75 % des utilisateurs ont ouvert au moins

une fois le « quizz » shadoks, alors que seulement 40 % ont consulté le document de comparaison avec la classe).

Sur le fait de travailler à partir de conférences filmées

Ceci a eu un écho positif auprès des formateurs (ESPE et CPC) engagés dans le dispositif : beaucoup reconnaissent une réelle plus-value pour leur formation personnelle (grâce à la journée de conférences, mais également par tout le travail de visionnage, à différentes reprises, de plusieurs extraits pour préparer les présentiels).

Côté enseignants, nous avons recueilli sur ce volet aussi des ressentis d'ordre divers : certains ont apprécié que la formation présente une composante explicitement liée à la recherche (par exemple « J'ai été intéressée par cette formation, surtout par les apports en recherche concernant les difficultés en numération »), tandis que d'autres témoignages attestent de difficultés à en saisir les enjeux (« affaire de spécialistes », ou encore « sans rien de nouveau »). De fait, il nous est apparu qu'il était utile de revenir lors du second présentiel sur certains éléments abordés lors des conférences.

Sur les vidéos d'activités ritualisées

Côté enseignants, les avis sont une fois encore partagés. Certains sont positifs :

« Très intéressant […] Cela permet à la fois de piocher des idées de rituels (ou activités courtes) à mettre en œuvre au sein de sa propre classe, mais aussi de réfléchir à l'organisation matérielle et au dispositif de mise en œuvre. »

« Concrètement, par exemple, je ne savais pas du tout que faire avec mon boulier et j'ai testé plusieurs séances depuis. Une autre chose qui m'a fortement intéressée : la place de l'erreur : toutes les réponses mises au tableau et ce sont aux élèves de valider ou non (au lieu de valider nous-mêmes). Je me suis aperçue que je procédais assez peu ainsi et je le fais beaucoup plus maintenant, y compris dans d'autres domaines disciplinaires. »

Mais, pour un autre : « Ça n'a rien à voir avec nos classes », tandis que d'autres ont regretté que les trois vidéos montrent des séances en classe entière, et non des moments d'aide individuelle aux élèves. D'autres enfin ont regretté l'absence de fiche de préparation mises à disposition des enseignants.

Sur les forums

Certains collègues ont apprécié un « *échange de savoir-faire entre collègues* ». Mais d'autres disent « *y avoir trouvé peu d'éléments* », et regrettent une avance de régulation : « *L'organisation des forums était inexistante. Il ne s'y déroulait pas de conversation. L'impression était plutôt que les participants tenaient à marquer leur passage de crainte qu'on ne nous soupçonne de ne pas avoir suivi la formation. Du coup les réponses laconiques se succédaient comme autant de nouveaux thèmes, sans échanges, comme on signerait une feuille de présence. Là-dessus, je ne sais pas trop quoi souhaiter : un regard extérieur et organisateur pourrait nous chatouiller (sur le mode "on nous flique") mais laissés à nous-mêmes, ça patine.* » De fait, il est apparu que beaucoup de participants ont ouvert un nouveau fil pour formuler un commentaire très succinct, sans participer à une conversation déjà existante. Ces éléments nous ramènent aux questions liées à l'intégration des forums dans une formation à distance, et au travail qu'un formateur peut concrètement mener quand le nombre de formés est très important : par rapport à nos réticences initiales, nous avons observé qu'un forum pouvait permettre d'accéder à des éléments de pratique précieux pour organiser les présentiels ; en même temps, il nous paraît toujours difficile de nous engager dans un suivi des échanges, alors que comme on vient de le voir mentionné, l'absence de régulation peut poser des problèmes, par exemple en termes d'efficacité de la formation.

Sur la différenciation

Des témoignages que nous avons recueillis soulèvent la question de la différenciation dans une formation avec un nombre aussi important de formés : « *Difficile de suivre une formation qui semblait plutôt appropriée à des enseignants en début de carrière et qui ne m'a rien apportée si ce n'est de la frustration.* ».

2 À l'échelle de la circonscription

Ce bilan est informel ; en particulier il n'a pas fait l'objet d'une enquête systématique diffusée auprès des enseignants (certains ont peut-être rempli le questionnaire académique, mais nous ne le savons pas). Ce bilan prend appui sur des observations et témoignages de fin d'année recueillis par l'équipe de circonscription.

Un impact positif auprès de collègues « déjà engagés dans une réflexion » est noté :

- Certains collègues ont mis en place un rituel de type « Chaque jour compte » en cours d'année, ou ont modifié sa mise en œuvre, en intégrant des objectifs liés explicitement à l'aspect groupement, ou à l'aspect échange, ou à l'anticipation du successeur d'un nombre.
- La décomposition canonique n'est plus la seule décomposition faisant intervenir des unités de numérations travaillée dans leurs classes.
- La distinction entre numération et calcul dans les procédures utilisées en classe se fait de manière plus consciente.

Cependant, des éléments résistent chez d'autres collègues, en particulier des éléments théoriques pourtant au cœur de la formation, et qui n'ont pas encore fait l'objet d'une appropriation : la distinction entre objectifs propres à la numération orale et objectifs propres à la numération écrite n'est par exemple toujours pas claire pour certains enseignants ; l'intérêt de travailler avec des unités de numération multiples n'est pas compris, ou en tout cas pas encore exploité devant les élèves.

3 En conclusion

Nous terminons ce texte par quelques éléments réflexifs issus de cette action de formation :

- un des points délicats dans la conception et la mise en œuvre d'une telle formation réside dans les contraintes associées : une prescription nationale et académique, une formation à grande échelle, une composante à distance ; nous continuons à penser que ces éléments sont des contraintes pour le formateur, mais *a posteriori*, il nous semble cependant qu'ils peuvent avoir au moins une vertu : initier une culture commune à cette même grande échelle, sur un même objet d'étude ;
- un autre point délicat réside dans l'articulation entre ces contraintes, globales, et le souci d'une prise en compte du terrain, local, ou plus exactement *des terrains*, spécifiques à chaque circonscription, à chaque école, voire à chaque classe. Il nous semble ainsi primordial de ne pas perdre de vue le « déjà là », le « réel » ; or, selon nous, ce réel s'esquisse certes à travers les évaluations nationales et internationales, mais reste, d'abord, et avant tout, constitué des pratiques effectives des enseignants et de leurs besoins, au sein de leurs classes et de leurs écoles. Cette articulation est délicate, mais nous semble essentielle, y compris dans une formation hybride : ce que disent les professeurs des écoles qui vont suivre la formation, aujourd'hui, ce que disent des chercheurs, aujourd'hui, et ce que disent les programmes en vigueur, nous paraissent trois points de départ complémentaires et tous trois indispensables à la conception d'une formation, quel que soit son format.

V - BIBLIOGRAPHIE

Anselmo, B., Zucchetta, H. (2013) Du comptage à la numération - Une formation sur l'enseignement de la numération, *Grand N*, **91**.

Chambris, C. (2012) Le système métrique au service de la numération des entiers et des grandeurs, in *Le nombre au cycle 3, Ressources pour faire la classe*, SCEREN-CNDP.

Chambris, C. (2014) Contribution à propos de la numération décimale, *Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C 2, C3 et C4.* Repéré à : https://cache.media.education.gouv.fr/file/CSP/23/3/Chambris_Christine_-_MCF-_CSP_363233.pdf

Chambris, C., Tempier, F., Allard, C. (2017) Un regard sur les nombres à la transition école-collège, *Repères IREM*, **108**, 63-91.

Clavié, C., Peltier, M.-L., Auber, P. (2005) *Calcul Mental au cycle 2*, Collection Mosaïque, Hatier.

COPIRELEM. (2015) Numération à l'école primaire. Un scénario de formation. *Ressources et formation*, ARPEME.

Divisia, A., Mastrot, G., Stoffel, H., Croset, M.-C. (2019), Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? dans *Actes du 45e colloque COPIRELEM*, ARPEME.

Emprin F., Emprin, F. (2010). Premières compétences pour accéder au dénombrement, in *Le nombre au cycle 2, Ressources pour faire la classe*, SCEREN-CRDP du Centre.

Houdement, C. (2014) Contribution au travail sur les programmes de mathématiques des cycles 2 et 3, *Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C 2, C3 et C4.* Repéré à : https://cache.media.education.gouv.fr/file/CSP/22/8/HOUDEMENT_Brigitte_-_MCF_ _CSP_Contribution_374228.pdf

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale). (2016) Fractions et décimaux au cycle 3, Eduscol.

Mounier, E. (2010) *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP : vers de nouvelles pistes*, Thèse de l'Université Paris Diderot.

Noël, M.-P. (2015) Quelles difficultés dans l'écriture des nombres ? *Communication présentée à la Conférence Nombres et Calcul au Primaire*, CNESCO, Paris.

Peltier, M.-L., Clavié, C. (2005) *Calcul Mental au cycle 3*, Collection Mosaïque, Hatier.

Taveau C. (2019) Co-construction de dispositifs de formation à distance, in *Actes du 46e colloque COPIRELEM*.

Tempier, F. (2016) Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves, *Grand N*, **98**, 67-90.

VI - ANNEXE 1 : COMPOSITION DU GROUPE DE CONCEPTION

Pilotage Rectorat – ESPE

Monique Picaud (IEN mission maths)

Michèle Déprez (Dir. adjointe ESPE & formatrice maths)

CPC de l'Académie de Paris

V. Bellone, L. Jablonka, D. Jardinier, A. Kansoussi, N. Matulik, V. Pascault

Formateurs maths ESPE

A. Bilgot, F. Bourhis-Lainé, J.-M. Clérin, C. Girardot, F. Hérault, J.-B. Mayenson, K. Odiot, P. Saurel, E. Servat, N. Villain

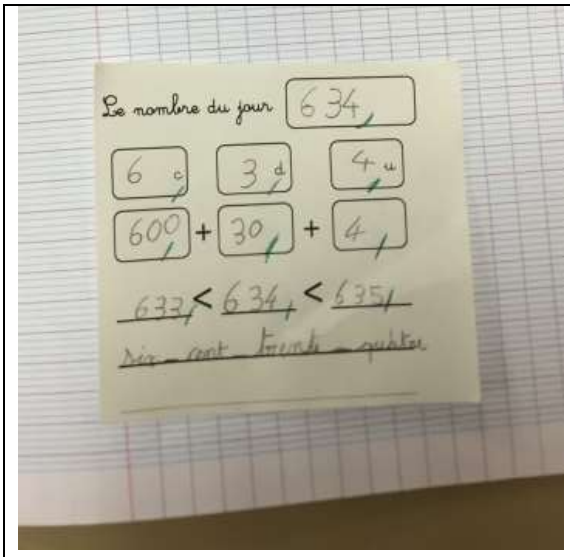
CPC TICE auprès du DASEN

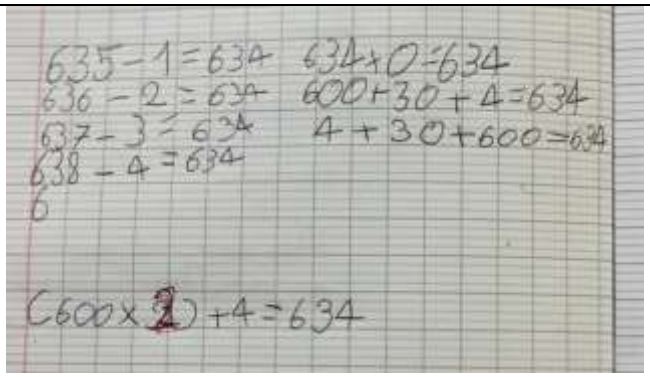
Denis Desjour

Ingénierie pédagogique

Marie Bourla

VII - ANNEXE 2 : UN EXTRAIT DE CAHIER D'ÉLÈVE, A DEUX MOMENTS SUCCESSIFS D'UNE SEANCE, LORS DE L'ACCOMPAGNEMENT D'UN ENSEIGNANT EN CLASSE

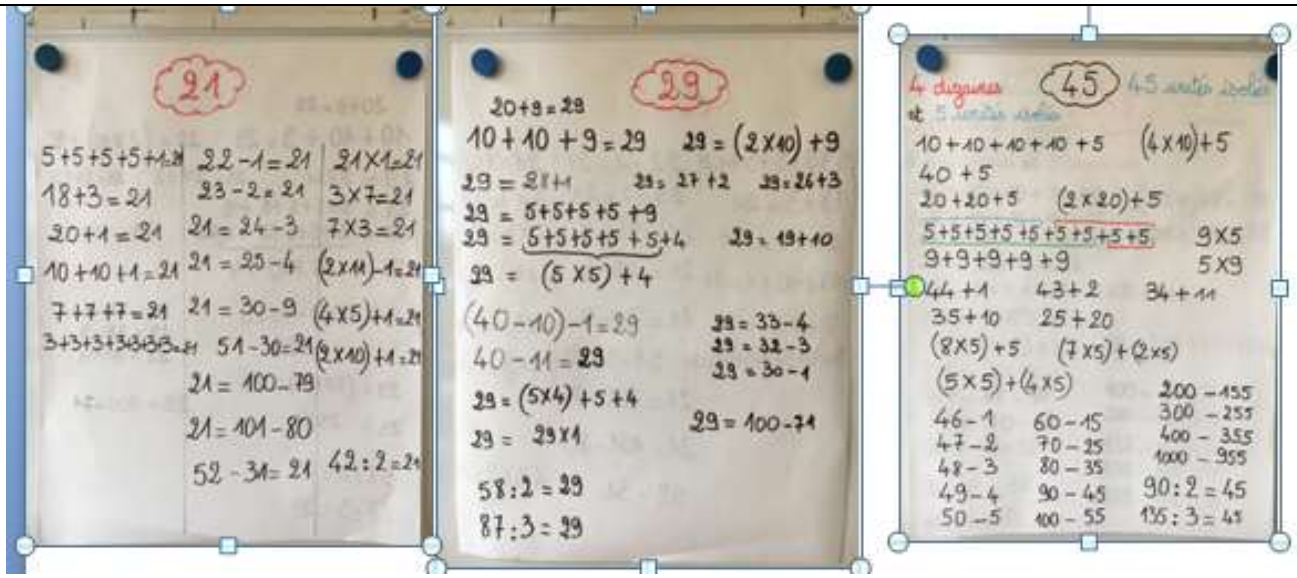




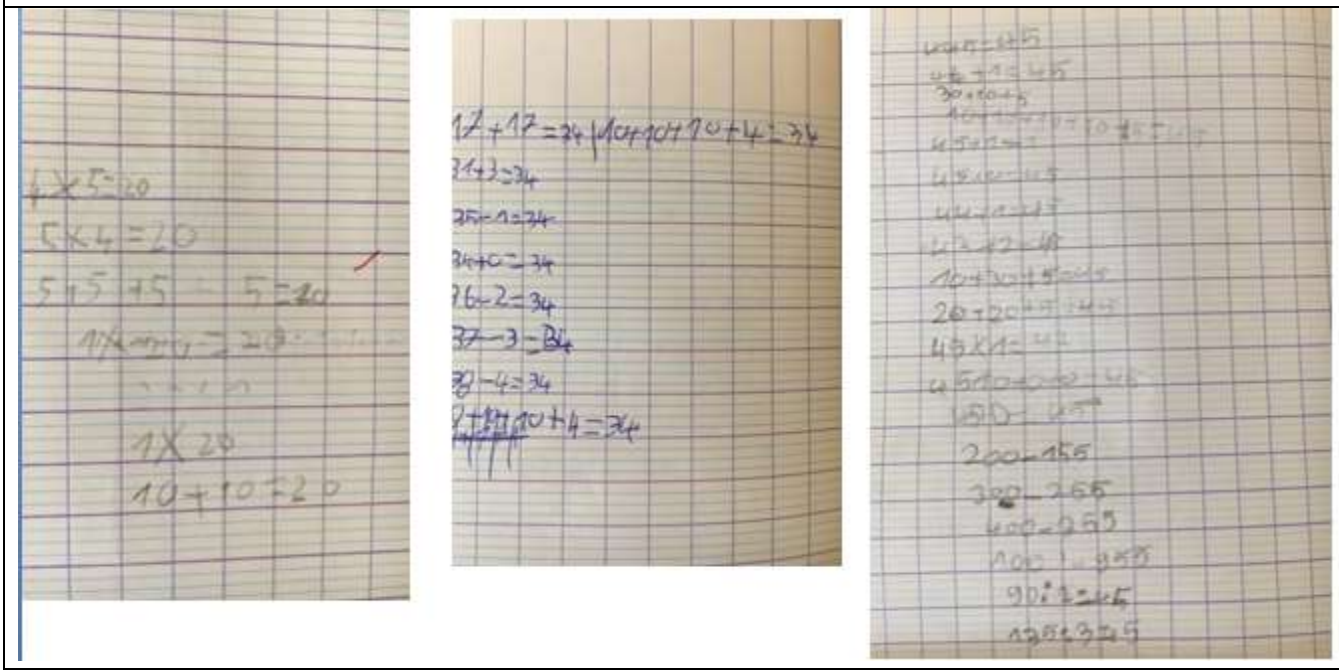
VIII - ANNEXE 3 : DES TRACES RECOLTÉES DANS UNE CLASSE AUTOUR D'UN TRAVAIL RITUALISÉ SUR LE NOMBRE DU JOUR

Source : classe de CE1 de Sébastien Lorandel, école Eugène Reisz (20 C), 2017-2018.

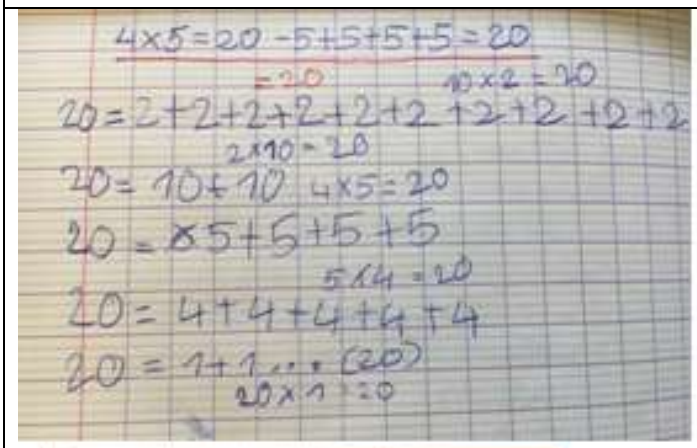
Affiches collectives offrant des incitations

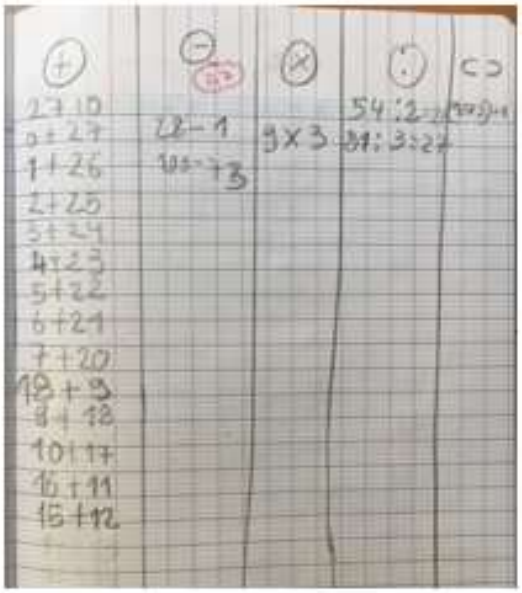


Évolution du cahier d'un premier élève au fil de plusieurs semaines



Évolution du cahier d'un autre élève de la même classe, au fil des mêmes semaines

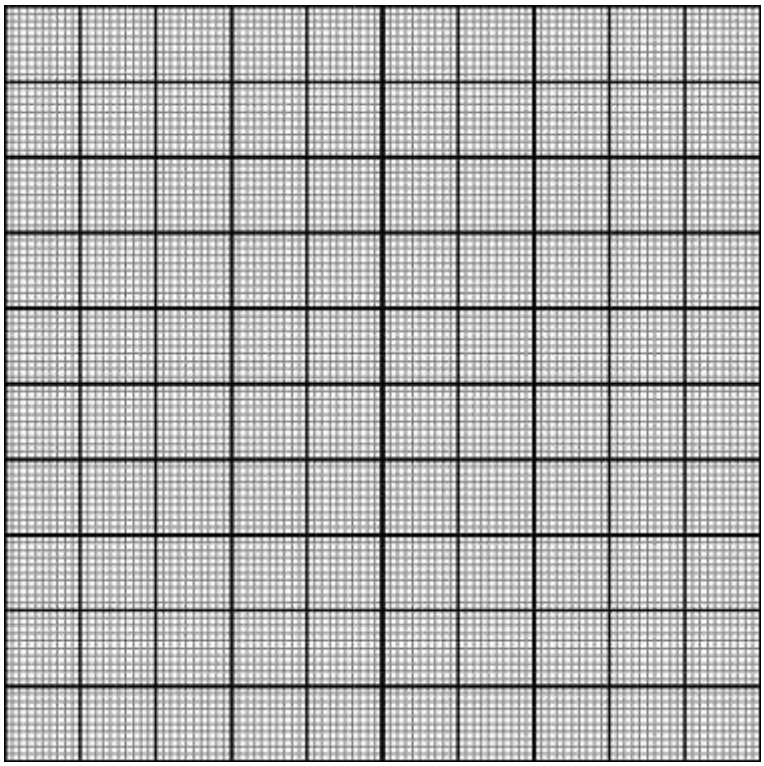


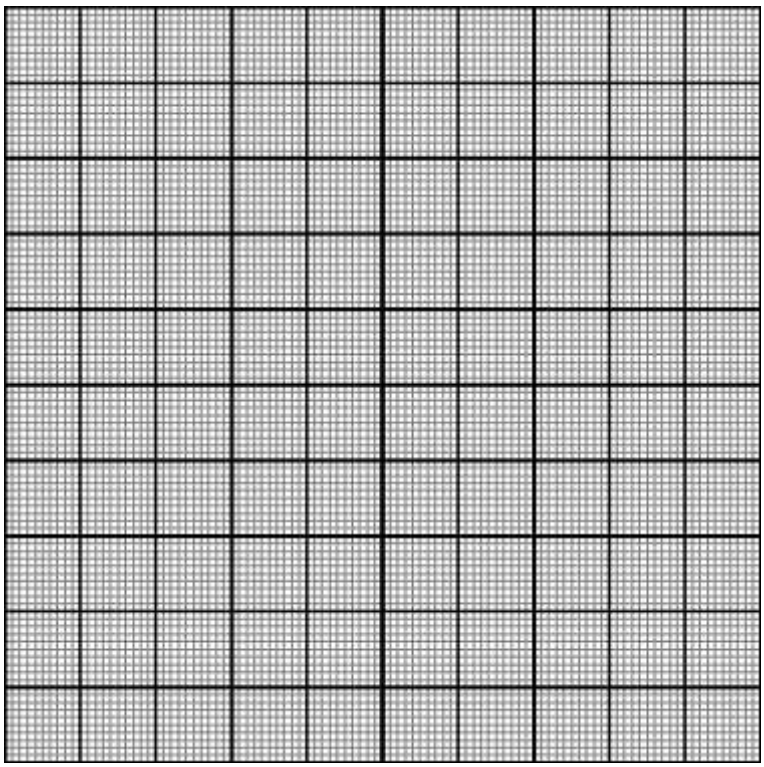




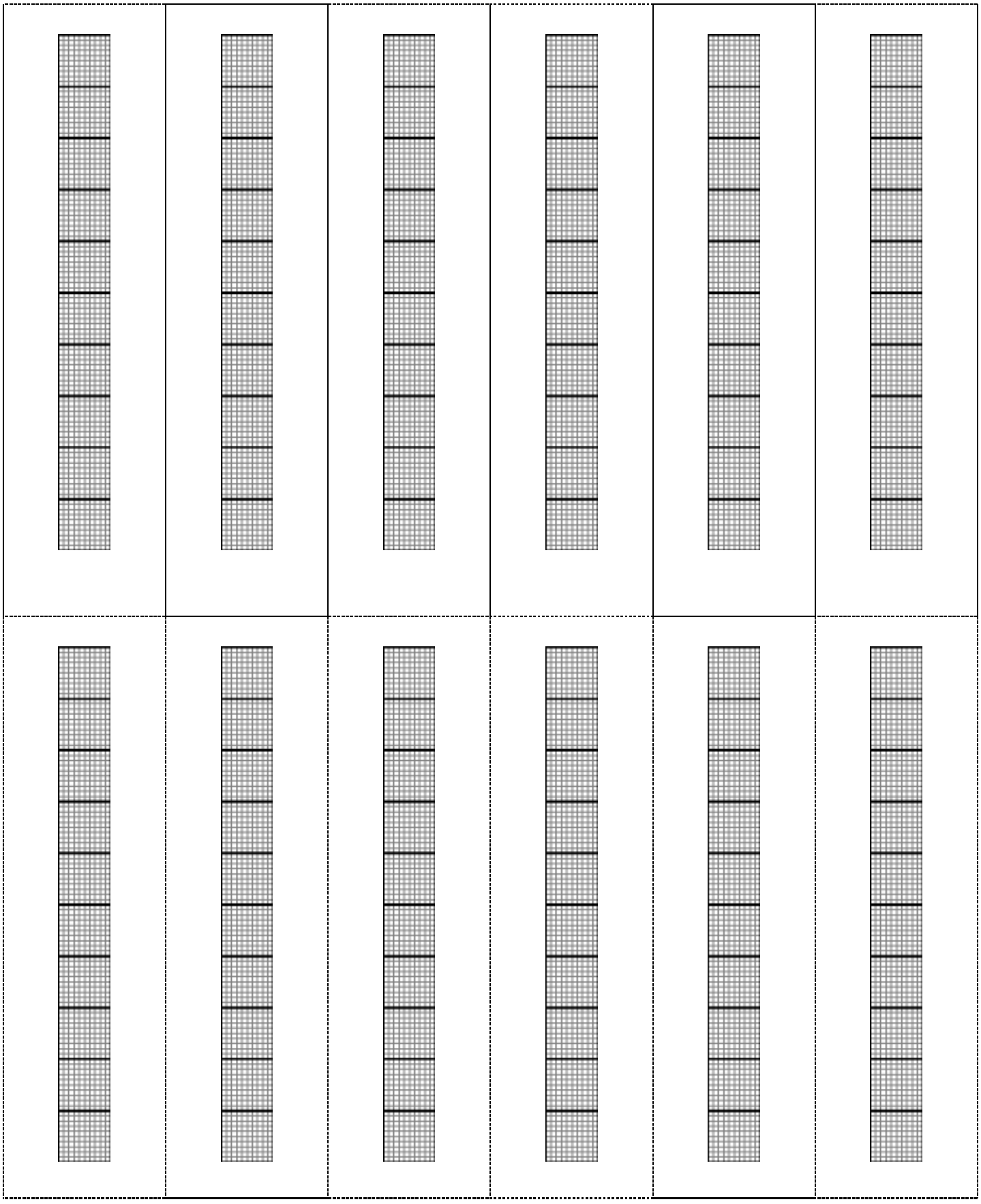
IX - ANNEXE 4 : MATÉRIEL UTILISÉ POUR L'ACTIVITÉ DE DÉNOMBREMENT RAPIDE PROPOSÉE EN PRÉSENTIEL

Ce matériel est inspiré de ressources mises à disposition par F.Tempier : http://numerationdecimale.free.fr/ Page 1 (à photocopier en 6 exemplaires)

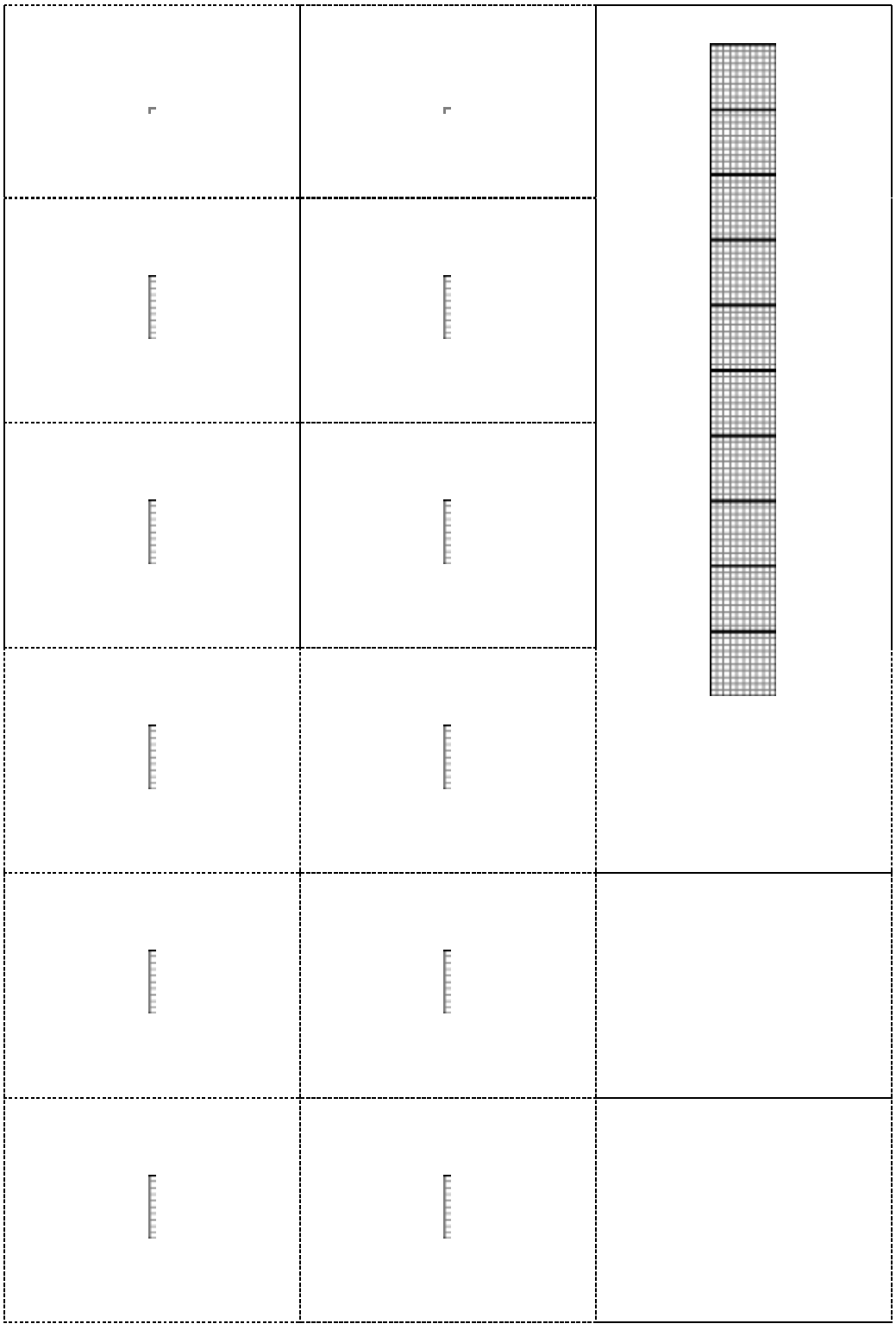




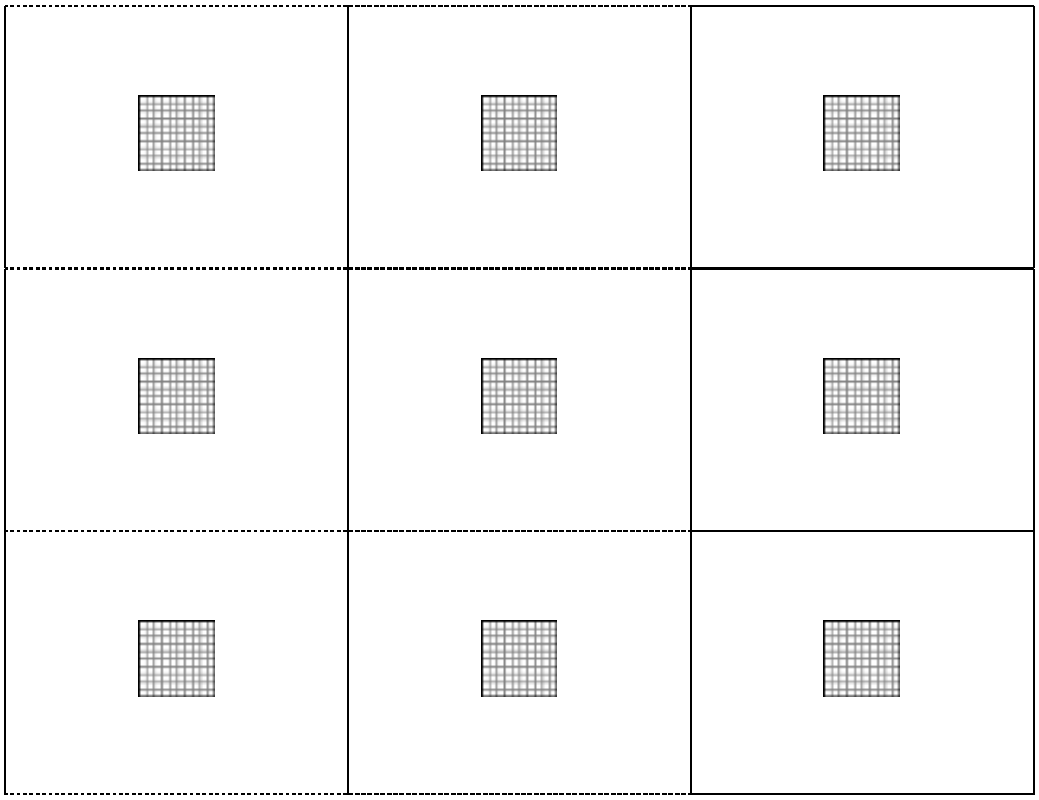
Page 2 (à photocopier en un exemplaire)



Page 3 (à photocopier en un exemplaire)



Page 4 (à photocopier en un exemplaire)



Liste des participants

Nom	Prénom	email
ARAB HADJ-MOUSSA	Mériem	meriem.hadj-moussa@u-cergy.fr
ARTHAUD	Isabelle	Isabelle.ARTHAUD@ext.uca.fr
ATHIAS	Francine	francine.athias@univ-fcomte.fr
BALEGNO	Martine	martine.balegno@hepl.ch
BATTON	Agnès	agnes.batton@u-cergy.fr
BÉAL	Caroline	caroline.beal@ac-lyon.fr
BECQUERIAUX	Myriam	myriam.becqueriaux@ac-versailles.fr
BEN MOUSSA	Nathalie	nathalie.ben-moussa@univ-rouen.fr
BERNEY	Sandra	sandra.berney@unige.ch
BERROUILLER	Cécile	cecile.berrouiller@univ-amu.fr
BILGOT	Anne	anne.bilgot@espe-paris.fr
BILLY	Christophe	christophe.billy@univ-tlse2.fr
BINZ	Anne	anne.binz@hepl.ch
BLANCHOUIN	Aline	aline.blanchouin@wanadoo.fr
BOISSON	Elisabeth	elisabeth.jacob-boisson@u-cergy.fr
BRUNIE	Stephan	stephan.brunie@club-internet.fr
BULF	Caroline	caroline.bulf@u-bordeaux.fr
BÜNZLI	Luc-Olivier	luc-olivier.bunzli@hepl.ch
CABASSUT	Richard	richard.cabassut@unistra.fr
CAILHOL	Marc	marc.cailhol@univ-tlse2.fr
CANDY	Julie	juliejovignot@gmail.com
CARRARD	Christian	christian.carrard@hepl.ch
CAVAT	Elisabeth	elisabeth.cavat@bluewin.ch
CAZALS	Bénédicte	Benedicte.Cazals@ac-lyon.fr
CELI	Valentina	valentina.celi@u-bordeaux.fr
CHAMBRIS	Christine	christine.chambris@u-cergy.fr
CHIARA	Andrà	chiara.andra@gmail.com
CLIVAZ	Stéphane	stephane.clivaz@hepl.ch
COFFY	Claire	claire.coffy@univ-lyon1.fr
COILLOT	Jerome	jerome.coillot@ac-poitiers.fr
COLLIOUD	Alain	alain.collioud@hep-bejune.ch
COMBY	Hélène	helene.comby@u-cergy.fr
COUDERETTE	Michèle	michele.couderette@hepl.ch
COURCELLE	Bruno	bruno.courcelle@uca.fr
COUTAT	Sylvia	sylvia.coutat@unige.ch
CROQUELOIS	Stéphanie	stephanie.croquelois@ens-lyon.fr
CROSET	Marie-Caroline	marie-caroline.croset@univ-grenoble-alpes.fr
DAINA	Audrey	audrey.daina@hepl.ch
DANOS	Pierre	pierre.danos@univ-tlse2.fr
DE KOCKER	Nicolas	nicolas.dekocker@univ-lorraine.fr

DE SIMONE	Marina	marina.desimone@unige.ch
DÉNERVAUD	Stéphanie	stephanie.denervaud@hepl.ch
DERUAZ	Michel	michel.deruaz@hepl.ch
DIAS	Thierry	thierry.dias@hepl.ch
DORIER	Jean-Luc	jean--luc.dorier@unige.ch
DREYER	Nicolas	dreyern@edufr.ch
DUBOULOZ	Françoise	francoise.dubouloz@univ-grenoble-alpes.fr
DUFY	Cécile	cecile.dufy@unicaen.fr
DUPRÉ	Frédéric	frederic.dupre@ac-nancy-metz.fr
DUTAUT	Sophie	sophie.dutaut@u-bordeaux.fr
EMPRIN	Fabien	fabien.emprin@univ-reims.fr
EYSSERIC	Pierre	pierre.eysseric@univ-amu.fr
FAVIER	Stéphane	stephane.favier@unige.ch
FERREIRA DE SOUZA	Adrien	aferreira-de-souza@ac-lyon.fr
FOULQUIER	Laurianne	laurianne.foulquier@u-bordeaux.fr
FREGUIS	Guylaine	guylaine.freguis@ac-versailles.fr
FRUCHON	Cédric	cedric.fruchon@univ-tlse2.fr
GAGNEUX	Hélène	Helene.gagneux@univ-orleans.fr
GARDES	Marie-Line	marie-line.gardes@univ-lyon1.fr
GENTAZ	Edouard	edouard.gentaz@unige.ch
GEORGET	Jean-Philippe	jean-philippe.georget@unicaen.fr
GERON	Christine	christine.geron@hel.be
GIAUQUE	Nadine	nadine.giauque@hepl.ch
GIMBERT	Fanny	fanny.gimbert@univ-grenoble-alpes.fr
GINOUILLAC	Stéphane	stephane.ginouillac@uvsq.fr
GRAU	Sylvie	sylvie.grau@univ-nantes.fr
GREGORIO	Francesca	francesca.gregorio@hepl.ch
GRIETENS	Gwenaëlle	gwenaelle.grietens@univ-nantes.fr
GRISONI	Pascal	pascal.grisoni@u-bourgogne.fr
GUEDIN	Nolwenn	nolwenn.guedin@ac-dijon.fr
GUIOL	Daniela	daniela.guiol@univ-grenoble-alpes.fr
GUISOLAN	Aline	p35110@etu.hepl.ch
GUISOLAN	Margaux	margaux.guisolan@etu.hepl.ch
HAAN	Denis	denis.haan@hepl.ch
HARTMANN	Frederic	faby2012@gmail.com
HAUSER	Claude	claude.hauser@hep-bejune.ch
HOUDEMENT	Catherine	catherine.houdement@univ-rouen.fr
IADEROSA	Rosa	rosa.iaderosa@gmail.com
JUNQUAS	Franck	franck.junquas@ac-rouen.fr
KERBOUL	Cécile	cecile.kerboul@u-cergy.fr
LABACHE	Elodie	Elodie.Labache@ac-lyon.fr
LACOMBE	Noémie	noemie.lacombe@unifr.ch
LAJOIE	Caroline	lajoie.caroline@uqam.ca

LAMBERT-DEMOULIN	Patricia	patricia.demoulin@u-bordeaux.fr
LAMBRECHT	Pauline	lambrechtp@helha.be
LANCIANO	Nicoletta	nicoletta.lanciano@uniroma1.it
LAVAL	Dominique	dominique.laval@u-cergy.fr
LE BORGNE	Philippe	philippe.leborgne@univ-fcomte.fr
LE DANTEC	Olivier	ledantec@unice.fr
LE GALL	Catherine	catherine.le-gall@ac-versailles.fr
LEBOEUF	François	francois.leboeuf@me.com
LEDYS	Thibault	cpcg2.0011421p@ac-lyon.fr
LEFÈVRE	Mélanie	melanie.lefevre@ext.uca.fr
LEROYER	Laurence	laurence.leroyer01@unicaen.fr
LOUBET	Martine	martine.loubet@umontpellier.fr
LUCAZEAU	Emmanuelle	ELucazeau@bordas.tm.fr
LUDIER	Isabelle	imarchandon@yahoo.fr
MALRIEU	Lise	lise.malrieu@univ-orleans.fr
MAME	Mohamed	OULDEMAMA@USTM.MR
MANGIANTE	Christine	christine.mangiante@espe-lnf.fr
MARTINEZ	Jean-Luc	jean-luc.martinez@ens-lyon.fr
MASSELIN	Blandine	blandine.masselin@wanadoo.fr
MAURIN	Claude	maurindesmaures@wanadoo.fr
MELON	Isabelle	isabelle.melon@ac-paris.fr
MERCAT	Christian	christian.mercat@math.univ-lyon1.fr
MILI	Ismaïl	ismail.mili@hepvs.ch
MONNERVILLE	Viviane	viviane.monnerville@ac-lille.fr
MONOD	Jean-Daniel	jean-daniel.monod@bluewin.ch
MOUNIER	Eric	eric.mounier@u-pec.fr
MOUSSET	Céline	moussetc@helha.be
MULET-MARQUIS	Céline	Celine.Mulet-Marquis@univ-grenoble-alpes.fr
NECHACHE	Assia	assia.nechache@hotmail.fr
NICOLAS	Xavier	xavier.nicolas@uca.fr
NYSSEN	Louise	louise.nyssen@umontpellier.fr
PARBAILLE	Fabienne	fanienne.parbaile@ac-versailles.fr
PELAY	Nicolas	nicolas.pelay@plaisir-maths.fr
PELOSO	Sonia	sonia.pe@tiscali.it
PÉRIERS	Laurence	laurence.periers@ac-poitiers.fr
PETEERS	Florence	florencepeteers@hotmail.fr
PETITFOUR	Edith	edith.petitfour@univ-rouen.fr
PORRET	Charlène	charporret@gmail.com
POSTIC	Christine	christine.postic@u-cergy.fr
PRESUTTI	Sara	sara.presutti@hepl.ch
RABATEL	Jean-Pierre	jean-pierre.rabatel@ens-lyon.fr
RADOVANOVIC	Alexandra	alexandra.radovanovic@ac-versailles.fr
REVELLIN	Sophie	sophie.revellin@u-cergy.fr

REYDY	Carine	carine.reydy@u-bordeaux.fr
RICHARD	Patricia	patricia.richard@u-cergy.fr
RIEDWEG	Patricia	patricia.riedweg@edu.ge.ch
RIVIER	Catherine	catherine.rivier@ac-grenoble.fr
ROBOTTI	Elisabetta	robotti@dima.unige.it
ROCHAT	Isabelle	isabelle.rochat@vd.ch
ROEKENS	Laurent	p31795@etu.hepl.ch
SACAZE	Marion	marion.sacaze@ac-montpellier.fr
SANCHEZ RUBIN	Selva Linda	p35623@etu.hepl.ch
SCHUBNEL	Yves	schubnely@edufr.ch
SCREVE	René	screverene1@skynet.be
SERMENT	Jimmy	jimmy.serment@hepl.ch
SERVAT	Emmanuelle	emmanuelle.servat@espe-paris.fr
SIMARD	Arnaud	arnaud.simard@univ-fcomte.fr
SIRIEIX	Pascal	pascal.sirieix@ac-versailles.fr
SORT	Carine	carine.sort@u-bordeaux.fr
SOURY-LAVERGNE	Sophie	Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr
SUNDARALINGAM	Bairavy	p35701@etu.hepl.ch
TAKAHASHI	Akihiko	atakahas@depaul.edu
TAVEAU	Catherine	catherine.taveau@u-bordeaux.fr
TEROUANNE	Sophie	Sophie.Terouanne@univ-grenoble-alpes.fr
TRGALOVA	Jana	jana.trgalova@univ-lyon1.fr
VENDEIRA	Céline	celine.marechal@unige.ch
VIALLE	Liliane	liliane.vialle@etu.hepl.ch
VIEQUE	Karine	kavieque@orange.fr
VOISIN	Samuel	samuel.voisin@unicaen.fr
VUAGNOUX	Emilie	Emilie.Vuagnoux@vd.educanet2.ch
WILTZ	Aurelie	aurelie.wiltz@umontpellier.fr
WINDER	Claire	claire.winder@amu.fr
WOZNIAK	Floriane	floriane.wozniak@umontpellier.fr
WURTZ	Catherine	catherine.wurtz@ac-versailles.fr
YVAIN	Sonia	sonia.yvain1@umontpellier.fr
ZUCCHETTA	Hélène	helene.zucchetta@univ-lyon1.fr
ZUCCHETTA	Jean-François	jean-francois.zucchetta@univ-lyon1.fr

Titre : Actes du 46e Colloque de la COPIRELEM
Lausanne les 4, 5 et 6 Juin 2020

Dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au XXIe siècle

Auteurs : Conférenciers, orateurs de communication et animateurs d'atelier du Colloque, COPIRELEM

Mots-Clefs : Formation des enseignants, didactique des mathématiques, dispositif de formation

Dépôt légal : Juin 2020

Nombre de pages : 734 pages A4

Editeur : ARPEME

ISBN : 978-2-917294-29-1

EAN : 9782917294291

Public Concerné : Formateurs de mathématiques chargés de la formation des professeurs des écoles

Résumé : Ce livre numérique contient les textes complets des conférences de Akihiko Takahashi, Chiara Andrà et Caroline Lajoie ainsi que l'intégralité des textes des ateliers et communications du colloque.

Prix : 15 euros