

QUE NOUS APPRENNENT DES ÉVALUATIONS EN NUMÉRATION SUR LES ACQUIS DES ÉLÈVES EN REP DE CE1, CE2 ET CM1 ?

Nathalie PFAFF

PRAG maths, ESPE de Créteil

Nathalie.pfaff@u-pec.fr

Résumé

Le programme de 2015 au cycle 2 a accentué l'importance d'enseigner les unités de numération. De nombreuses recherches (Collet (2003), Fayol (2015), Mounier (2017)) mettent en évidence l'intérêt de cet apprentissage mais aussi la difficulté que cela occasionne aux élèves. La numération décimale est longue à acquérir.

Nous avons proposé des évaluations individuelles ciblées sur la compréhension des unités de numération à des élèves de REP (réseau d'éducation prioritaire) et REP+ de CE1 et CE2. Les résultats confirment que les unités de numération sont peu acquises en cycle 2 mais surtout que les élèves ne progressent pas entre le CE1 et le CE2. Une évaluation départementale en début de CM1 en REP et REP+ confirme qu'un grand nombre d'élèves ont une connaissance très limitée de la signification de l'écriture chiffrée.

La communication est centrée sur l'analyse de tous ces résultats aux évaluations et sur l'exploitation de cette analyse en formation continue.

INTRODUCTION

En Seine-Saint-Denis, en 2016-17 et 2017-18, les professeurs d'école (PE) affectés en tant que maîtres supplémentaires dans une école grâce au dispositif Plus de maîtres que de classes (PDMQDC), reçoivent une formation à l'ESPE en français et en mathématiques (18h dans chaque discipline). Pour aider ces enseignants à comprendre les difficultés des élèves dans la compréhension de l'écriture chiffrée, nous leur avons demandé d'effectuer une évaluation sur quelques élèves de CE1 et CE2. L'analyse de ces résultats, basée sur les procédures utilisées par les élèves dans une tâche de dénombrement, met en évidence une conception limitée de l'écriture chiffrée chez certains élèves. Parallèlement, les élèves de CM1 du département ont été évalués en novembre et deux exercices étaient centrés sur la signification de l'écriture chiffrée. Les résultats à cette évaluation permettent de compléter l'analyse issue de l'évaluation en cycle 2.

Dans une première partie, nous analysons l'évaluation et les résultats de cycle 2. Dans une deuxième partie, nous présentons quelques résultats de l'évaluation en CM1. Enfin, dans la troisième partie, nous montrons comment nous utilisons ces résultats en formation continue pour que les PE prennent conscience d'une insuffisance dans leur enseignement, ce qui les motive à modifier leurs pratiques.

I - EVALUATION EN CE1 ET CE2

1 Présentation de l'évaluation

1.1 L'enjeu de l'évaluation

Beaucoup de chercheurs tels que, entre autres, Chambris (2012), Collet (2003), Mounier (2016), Tempier (2010 et 2016) et Mounier et Pfaff (2012) ont révélé que les deux aspects de la numération écrite chiffrée, aspects positionnel et décimal, ne sont souvent pas acquis par les élèves de cycle 2. Tempier (2016) montre que la compréhension des unités de numération dans un nombre telle qu'elle est préconisée dans les programmes (56 signifie 5 dizaines et 6 unités ou 56 unités ou 4 dizaines et 16 unités ou 6 unités et 5 dizaines, etc.) est très limitée en début de CE2. Le passage d'une écriture en unités de numération à une écriture en chiffres n'est très bien réussi que dans le cas le plus simple où l'écriture en unités de numération est « 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités » (91% de réussite). Pour « 7 unités + 4 centaines », le pourcentage de réussite diminue (63%) et l'écriture en chiffres de « 21 dizaines + 3 centaines » est massivement échouée (21% de réussite). Les résultats présentés par Mounier (2016) sur des élèves de fin de CP ayant suivi un même itinéraire d'enseignement expérimental issue d'une ingénierie didactique montrent que les élèves n'utilisent pas le groupement par 10 pour dénombrer une collection non organisée d'une cinquantaine d'éléments et qu'ils sont encore nombreux à compter de un en un une collection organisée en groupes de 10. L'évaluation présentée ici vise à étudier ce dernier point. Quelles procédures les élèves utilisent-ils pour réaliser une collection dont la quantité est indiquée avec une écriture chiffrée sachant que le matériel disponible pour créer la collection est composé d'éléments déjà groupés par 10 et d'éléments isolés ?

1.2 Conditions de l'évaluation

L'évaluation a été proposée, individuellement à des élèves de CE1 et de CE2 en octobre par le PDMQDC de la classe. Cet enseignant intervient en binôme avec l'enseignant titulaire de la classe pendant des séances de français et de mathématiques. Ce test a été proposé, à nouveau, en juin à des élèves de CE1 ayant travaillé les unités de numération pendant l'année avec le PDMQDC. Les élèves sont testés individuellement par le PDMQDC afin qu'il puisse observer la procédure utilisée par l'élève. Si besoin, il demande des explicitations à l'élève pour identifier la procédure.

Le matériel utilisé pour l'évaluation est celui avec lequel les élèves travaillent lors des séances de numération en classe. Par la suite, nous parlerons de cubes emboîtables mais quelques PDMQDC ont pris un autre matériel tel que des bouchons et des sacs de dix bouchons.

L'évaluation a été proposée à un nombre d'élèves multiple de 3 en prenant, pour chaque trinôme, un élève estimé par le PE titulaire comme « bon » en numération, un « moyen » et un « en difficulté ».

421 élèves de CE1 ont été testés et 114 en CE2. Ces derniers ne sont pas des élèves ayant bénéficié d'un PDMQDC l'année précédente. La répartition identique des groupes d'élèves testés en CE1 et CE2 (1/3 « bon », 1/3 « moyen » et 1/3 « en difficulté ») permet de comparer les élèves de CE1 et CE2 même avec des effectifs différents pour ces deux cohortes. Cette répartition a été conservée en juin avec les CE1, ce qui permet de comparer les résultats même si le nombre d'élèves est plus faible (128 élèves faisant partie des 421 testés en début d'année).

1.3 Les épreuves de l'évaluation

Construire des groupes de dix

Pour commencer, il est demandé aux élèves de fabriquer six barres de dix cubes en emboîtant les cubes les uns au-dessus des autres (ou six paquets de dix objets pour ceux qui utilisent un autre matériel type allumette ou bouchon ou autres).

Il est important que ce soit les élèves qui construisent ces barres afin qu'ils soient sûrs qu'il y a dix cubes dans chacune d'elles.

À l'issue de ces constructions, les élèves disposent de six barres de dix cubes et il leur reste vingt cubes isolés.

Cette 1^{re} partie n'est pas évaluée. Il s'agit de constituer le matériel qui va servir pour la suite. Si un élève se trompe en construisant les barres de dix cubes, le PE le corrige afin que l'élève débute le test avec le matériel adéquat.

Réaliser une collection de quantité donnée avec son écriture chiffrée

Le PDMQDC montre à l'élève un papier sur lequel est écrit « 49 » (uniquement l'écriture chiffrée), sans prononcer sa désignation orale. Il demande de mettre, dans une barquette, la quantité de cubes indiquée sur le papier. On sait que la plupart des élèves savent lire ce nombre en début de CE1 mais la désignation orale du nombre aurait pu favoriser une procédure basée sur cette désignation. En effet, certaines procédures n'utilisent pas cette désignation.

Procédures utilisant la désignation orale :

- Lire le nombre écrit en chiffres : « quarante-neuf ». Compter les cubes de un en un soit en les détachant, soit sur les barres jusqu'à quarante-neuf.
- Lire le nombre écrit en chiffres : « quarante-neuf ». Compter de dix en dix en prenant les barres puis de un en un : « dix, vingt, trente, quarante, quarante-et-un, quarante-deux... ». Cette procédure ne repose pas sur la prise en compte du nombre de dizaines et d'unités. Le 4 de l'écriture chiffrée n'est pas nécessairement traduit comme signifiant 4 dizaines.
- Lire le nombre écrit en chiffres : « quarante-neuf ». Compter de dix en dix en prenant les barres jusqu'à cinquante. Savoir que quarante-neuf précède cinquante et retirer un cube.

Procédures n'utilisant pas la désignation orale :

- Compter 4 barres puis 9 cubes : cette procédure utilise la signification de l'écriture chiffrée à savoir la prise en compte du nombre indiquant les dizaines et de celui indiquant les unités restantes. Elle ne nécessite pas de traduire le nombre en désignation orale. On voit la différence entre cette procédure et celle basée sur la désignation orale puisque l'élève compte les dizaines de 1 en 1 : « un, deux, trois, quatre » et non de 10 en 10 : « dix, vingt, trente, quarante ». Cela se voit aussi dans le comptage des cubes isolés. Le comptage s'effectue de 1 en 1 jusqu'à neuf et non de quarante à quarante-neuf.
- Compter 5 barres afin de prendre 5 dizaines et retirer un cube à une dizaine pour n'avoir que 4 dizaines et 9 unités.

Des erreurs peuvent survenir en utilisant une de ces procédures mais d'autres erreurs sont possibles comme prendre 4 cubes isolés puis 9 autres cubes.

Deux codages sont attendus :

- un pour la réussite (code 1) ou l'échec (code 0)
- un autre pour la procédure utilisée
 - code 1 pour le comptage de un en un,
 - code 10 pour le comptage de dix en dix (soit en comptant jusqu'à quarante puis de un en un jusqu'à quarante-neuf, soit en comptant de dix en dix jusqu'à cinquante et en retirant un cube),
 - code d pour l'utilisation des chiffres dizaine, unité (soit en prenant 4 barres et 9 cubes, soit en prenant 5 barres et en retirant un cube),
 - code a pour une autre procédure.

Ajouter dix cubes et écrire le nombre total de cubes

Lorsque l'élève a mis les cubes dans la barquette (quel que soit le nombre mis), l'enseignant lui demande d'ajouter dix cubes puis d'écrire, sur une feuille, le nombre de cubes dans la barquette.

Deux procédures sont possibles pour ajouter dix cubes : soit prendre dix cubes isolés en les comptant de un en un (code 1), soit prendre une barre de dix cubes (code d).

L'écriture du nombre total est codée par deux fois : le premier codage concerne la réussite (code 1) ou l'échec (code 0) et l'autre considère la procédure pour écrire le nombre.

Les élèves peuvent :

- recompter le tout de un en un (code t) ;
- surcompter de un en un à partir de 49 (code 1) ;
- ajouter dix à quarante-neuf pour obtenir cinquante-neuf et transcrire cette désignation orale en écriture chiffrée (code 10) ;
- écrire le nombre en comptant 5 barres et 9 cubes ou en ajoutant 1 à 4 dizaines sans recompter les barres (code d).

3 Résultats à l'évaluation en octobre en CE1 et CE2 et en juin en CE1

2.1 Réaliser une collection de quantité donnée avec son écriture chiffrée (49)

Résultat global

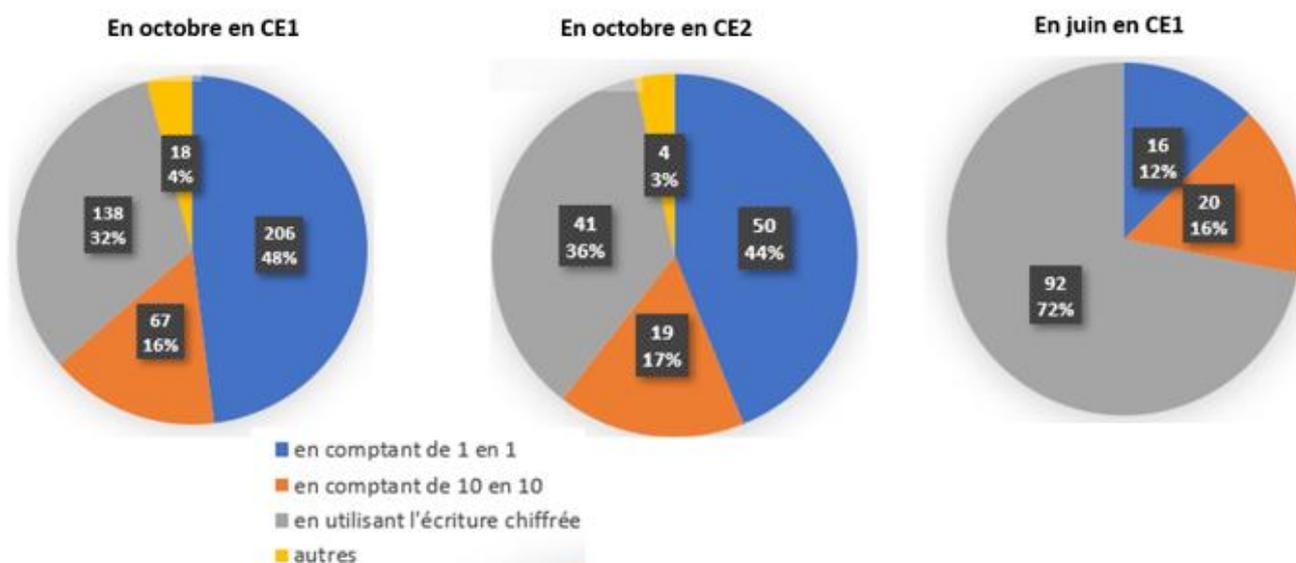
Le premier constat sur cet item est l'échec important et comparable entre le début d'année CE1 et début d'année CE2. Les progrès sont notables en fin de CE1 après un apprentissage centré sur les unités de numération. Les élèves de fin de CE1 ayant suivi un apprentissage PDMQDC ont une réussite supérieure à ceux de CE2 (13% d'écart).

Pourcentage de réussite en octobre en CE1 (429 élèves)	Pourcentage de réussite en octobre en CE2 (114 élèves)	Pourcentage de réussite en juin en CE1 (128 élèves)
72%	79%	92%

Tableau 1. Réussite à prendre 49 cubes

28% des élèves de début CE1 (122 sur 440) échouent à prendre 49 cubes et ils sont encore 21% en début CE2. Bien sûr, on peut lire positivement le résultat en considérant que plus des trois quarts des élèves réussissent cet item mais le nombre appartient à un domaine numérique travaillé depuis le CP et il ne soulève pas des difficultés particulières à lire.

Le second constat concerne les procédures utilisées et la non évolution de ces procédures du CE1 au CE2 avec un apprentissage « classique »¹⁹⁹. Comme le montre le graphique 1, les élèves utilisent majoritairement le comptage de 1 en 1 : 48% en CE1 et 44% en CE2.



Graphique 1. Procédures utilisées pour prendre 49 cubes

¹⁹⁹ Le terme « classique » signifie que les élèves testés en CE2 n'ont pas bénéficié, en CE1, d'un PDMQDC.

Environ, une moitié des élèves de début CE1 ou de début CE2 ne se sert pas des barres de dix qu'ils ont pourtant construites et certains en mettant beaucoup de temps. Au contraire, ils les défont ce qui leur demande, à nouveau, beaucoup de temps.

Une PDMQDC rapporte ce qu'elle a observé : « Tous les élèves, ayant compté de un en un, ont commencé par compter les vingt cubes isolés puis ont détruit les barres pour continuer le comptage de un en un. »

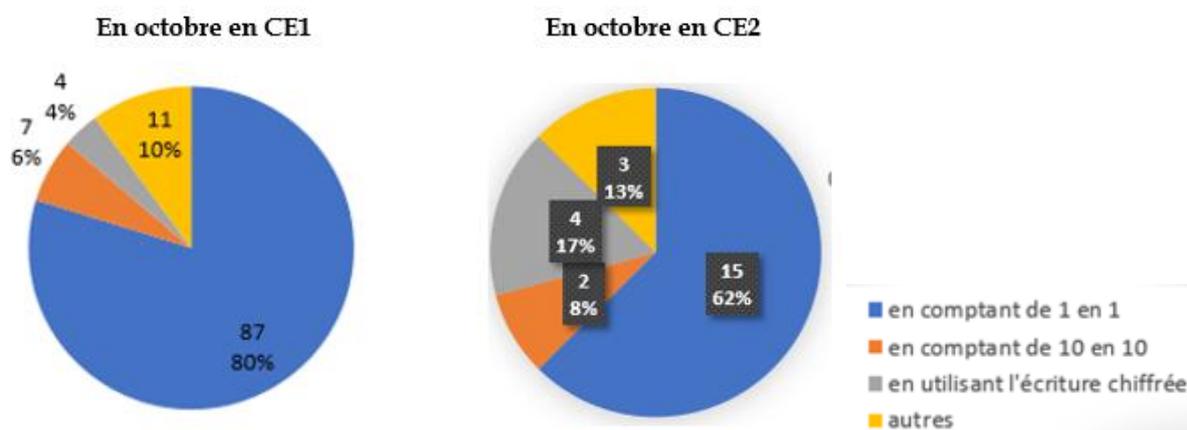
Le comptage de dix en dix se révèle être la procédure la moins utilisée (16% des élèves de début CE1 et 17% des élèves de début CE2 utilisent cette procédure). Ce résultat étonne vu que la construction des barres de dix cubes aurait pu la favoriser. La suite numérique orale de dix en dix est peut-être mal maîtrisée même si cela semble peu probable pour les élèves de CE2 qui n'utilisent pas plus cette procédure que les CE1. Le pourcentage d'élèves utilisant le comptage de dix en dix reste stable en fin de CE1 après un apprentissage ciblé sur les unités de numération. Le fait qu'un élève utilise cette procédure n'implique pas qu'il ne connaisse pas la signification de l'écriture chiffrée. Ce qui est intéressant de remarquer est la chute dans l'utilisation du comptage de un en un au profit de la procédure basée sur la signification de l'écriture chiffrée qui consiste à compter le nombre de dizaines puis le nombre d'unités restantes. En octobre, 48% des élèves de CE1 comptent de un en un et ils ne sont plus que 12% à le faire en juin. A contrario, le pourcentage d'élèves utilisant la signification de l'écriture chiffrée passe de 32 % en octobre à 72% en juin.

L'analyse des réussites et des échecs en fonction de la procédure utilisée permet d'affiner la compréhension des résultats.

Analyse des procédures utilisées par les élèves ayant échoué

L'étude des procédures utilisées par les élèves ayant échoué permet de comprendre ces échecs.

Sur les 28% des élèves de début de CE1 ayant échoué, 80 % ont essayé de compter les éléments de 1 en 1 et la plupart en défaisant ce qu'ils avaient fait précédemment à savoir les barres de dix. De même, sur les 21% des élèves de début de CE2 ayant échoué, la procédure utilisée massivement est le comptage de un en un (62%).



Graphique 2. Procédures utilisées par les élèves ayant échoué

Il n'est pas étonnant que la procédure majoritaire pour les élèves ayant échoué soit le comptage de un en un. C'est la procédure qui peut provoquer le plus d'erreurs parmi les trois procédures justes possibles (voir aussi Mounier, Pfaff (2012) qui établissaient déjà ce constat). Des erreurs sont possibles dans la suite numérique orale et dans l'énumération de la collection (voir Briand 1999).

Le comptage de dix en dix quand on connaît la suite numérique orale de dix en dix ne soulève pas les difficultés du comptage de un en un, en particulier, les difficultés dans l'énumération, d'autant plus qu'ici les dizaines sont déjà constituées.

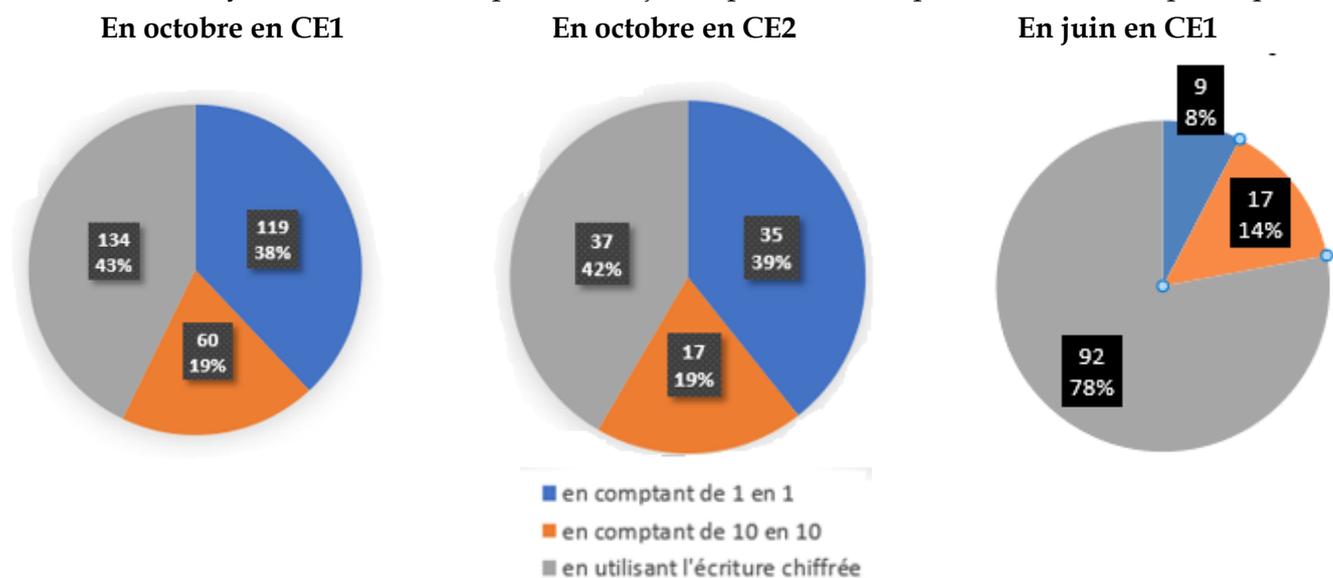
La compréhension de la valeur des chiffres selon leur position dans le nombre rend la procédure basée sur cette signification des chiffres très sûre en termes de réussite. Il est donc logique que très peu d'élèves (4 sur 109 en CE1 et 3 sur 24 en CE2) échouent en utilisant cette procédure.

Nous n'effectuons pas la comparaison des procédures pour les élèves ayant échoué en juin en CE1 puisqu'ils ne sont que 10.

Si le comptage de un en un est la procédure largement majoritaire chez les élèves ayant échoué, qu'en est-il de ceux qui ont réussi ?

Analyse des procédures pour les élèves ayant réussi

Pour les élèves ayant réussi, les trois procédures justes possibles se répartissent de façon plus équilibrée.



Graphique 3. Procédures utilisées par les élèves ayant réussi à prendre 49 cubes

La signification de l'écriture chiffrée presque inexistante pour les élèves ayant échoué est beaucoup plus utilisée par ceux qui réussissent (43% des élèves de CE1 et 42% de CE2, qui réussissent, utilisent cette procédure). Mais, ici encore, il n'y a pas d'évolution entre le CE1 et le CE2 alors qu'elle est significative en fin d'année pour les CE1 ayant eu un apprentissage ciblé.

Des PE ont remarqué que quelques élèves de début CE1 ne savaient pas lire le nombre mais ont réussi à placer le nombre indiqué en utilisant la signification des chiffres.

« Ciblé comme un enfant "en difficulté", il a pris directement 4 barres de 10 puis ajouté 9 cubes. »

« Une élève a réussi à faire toutes les étapes sans être capable de lire les nombres 49 et 59. »

Le comptage de dix en dix est plus utilisé par les élèves qui réussissent que par ceux qui échouent mais en faible proportion (19% en CE1 contre 6% qui échouent et 19% en CE2 contre 8%).

Le comptage de un en un reste une procédure très utilisée par ceux qui réussissent puisque 38% des CE1 (en octobre) et 39% des CE2 ne se servent pas des barres de dix qu'ils ont pourtant construites. Au contraire, ils les cassent ce qui leur prend beaucoup de temps. On peut émettre l'hypothèse que ces élèves ne font pas la relation entre le 4 de l'écriture chiffrée 49 et les barres de dix qu'ils ont construites. Ils savent peut-être que 4 est le chiffre des dizaines de 49 mais les barres de dix cubes ne sont pas considérées en tant que dizaines. Pourtant, rappelons que le matériel utilisé dans l'évaluation est le matériel de numération habituel de la classe.

2.2 Ajouter dix cubes

Avant d'ajouter dix cubes, il reste une ou deux barres de dix à la très grande majorité d'élèves. Quelques-uns ont défait toutes les barres pour compter les quarante-neuf cubes mais ils sont très minoritaires.

Le tableau indique les pourcentages d'élèves ayant compté de un en un les cubes pour en ajouter 10 que ce soit en détachant les cubes ou en les comptant sur la barre.

En octobre en CE1	En octobre en CE2	En juin en CE1
57%	56%	40%

Tableau 2. Pourcentages d'élèves ayant compté de un en un pour ajouter 10 cubes

57% des élèves de CE1 (220 sur 389) et 56% de CE2 (60 sur 107) comptent de un en un pour ajouter dix cubes. Ils ne sont que 43% de CE1 et 44% de CE2 à ajouter une barre sans compter les cubes. Comment expliquer ce résultat ?

Il est possible que si la demande avait été d'ajouter une dizaine et non dix cubes, beaucoup plus d'élèves auraient ajouté une barre de dix cubes. Mais intentionnellement, il a été demandé d'ajouter dix cubes pour savoir si, dans le cadre de cette tâche, les dix cubes assemblés conservent le statut de dix cubes. Il apparaît que la demande d'ajouter dix cubes incite les élèves à compter de un en un les cubes, y compris pour certains élèves qui utilisent l'écriture chiffrée pour constituer la collection. Les dix cubes assemblés ne semblent pas avoir le même statut que les dix cubes isolés.

C'est sur cet item que les progrès des CE1 après l'enseignement ciblé des PDMQDC sont les moins visibles puisqu'il reste 40% des élèves qui comptent les cubes de un en un.

Est-ce une sorte d'effet du contrat didactique ? Le travail sur les dizaines entraîne les élèves à compter de un en un pour former des groupes de dix. Ils ont donc cette habitude et la garde même quand le groupe de dix est déjà constitué. Ils peuvent aussi penser que le PE attend un comptage de leur part.

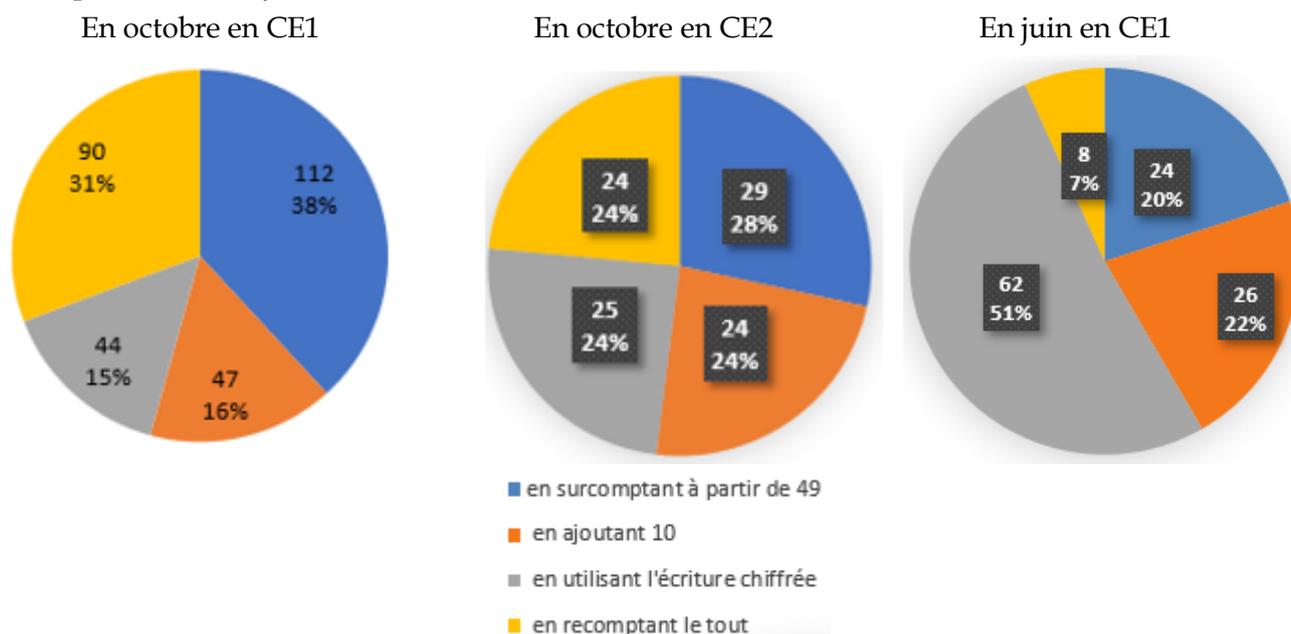
2.3 Écrire le nombre total de cubes après en avoir ajouté dix

C'est sur cet item que la différence entre les élèves de CE1 et de CE2 se voit. Comme le montre le tableau 3, 64% de CE1 réussissent cet item alors qu'ils ont 77% en CE2.

En octobre en CE1	En octobre en CE2	En juin en CE1
64%	77%	82%

Tableau 3. Pourcentages d'élèves ayant réussi à écrire 59 après avoir ajouté 10 cubes

La différence entre CE1 et CE2 se distingue aussi sur les procédures utilisées pour écrire le nombre de cubes après en avoir ajouté dix.



Graphique 3. Procédures utilisées pour écrire 59

Plus des deux tiers des élèves de CE1 (69%) recomptent le tout ou surcomptent de un en un à partir de 49. Ils ne sont plus qu'une moitié de CE2 (52%) à utiliser une de ces deux procédures. Malgré ce progrès, cela signifie quand même qu'un élève sur deux de CE2 utilise du comptage de un en un pour trouver le nombre de cubes après en avoir ajouté 10. Ces deux procédures diminuent fortement en juin en CE1 puisqu'elles ne sont employées que par un plus d'un quart d'élèves. L'utilisation de l'écriture chiffrée ou du calcul mental de l'addition de 10 à 49 progresse de 31% en octobre en CE1 à 73% en juin alors qu'il est de 48% en CE2.

4 Synthèse de l'analyse des résultats

Pour réaliser la collection de 49 cubes, presque la moitié des élèves comptent de un en un en détachant les cubes alors que la procédure est très longue et source d'erreurs. D'ailleurs cette procédure est majoritaire pour les élèves ayant échoué. Les procédures utilisées par les élèves de CE2 n'évoluent pas par rapport à celles des CE1.

Les résultats aux autres items confirment que la procédure de comptage de un en un est prégnante et qu'il y a très peu de différences entre les CE1 et CE2. Ce test permet de quantifier ce résultat et ainsi d'en faire prendre conscience aux PE.

L'évaluation départementale proposée en début de CM1 aux élèves relevant de l'éducation prioritaire (REP et REP+) confirme l'insuffisance de la compréhension des unités de numérations.

II - ÉVALUATION EN CM1

1 Présentation de l'évaluation

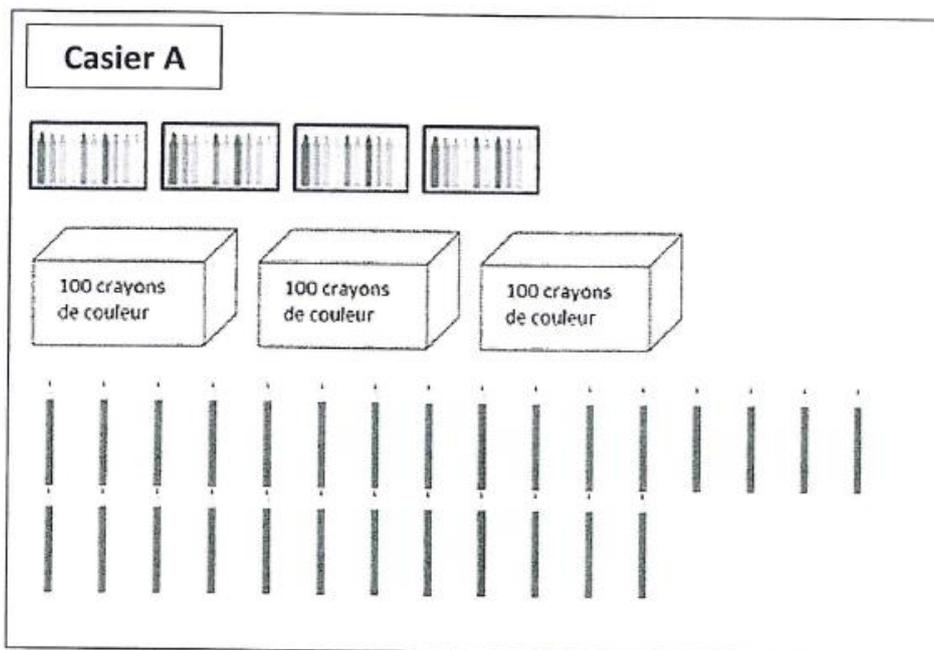
En Seine-Saint-Denis, une évaluation départementale en mathématiques des élèves de CM1 en éducation prioritaire a eu lieu en novembre. Les items de cette évaluation ont été rédigés par des IEN du département. Parmi tous les exercices proposés, deux concernent la signification de la numération de position.

Un exercice demande d'écrire, en chiffres, le nombre total d'une collection de crayons ; cette collection est organisée en paquets de 100, groupes de 10 et crayons isolés.

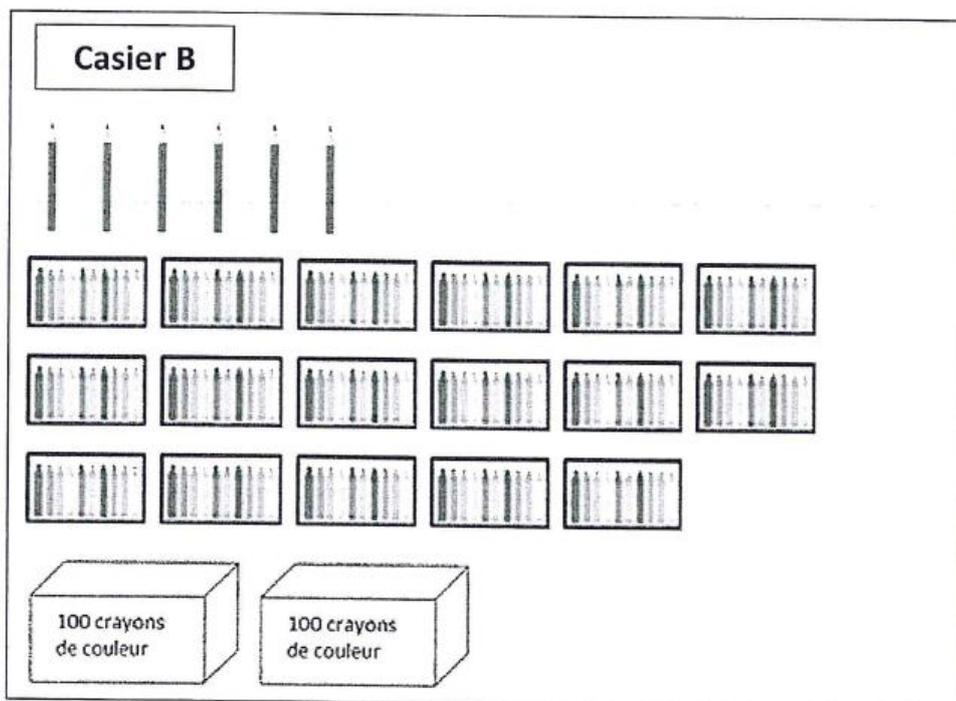
Consigne :

« Les crayons de couleur de la classe sont rangés dans des casiers. Certains crayons sont groupés par boîte de cent, d'autres par étui de dix et d'autres sont seuls.

Combien de crayons y a-t-il dans chaque casier ? Complète les étiquettes de chaque casier. »



Casier A
Il y a crayons.



Casier B
Il y a crayons.

Le comptage de un en un de toute la collection est impossible puisque les cent crayons ne sont pas visibles dans les boîtes. Cependant, les élèves peuvent compter de cent en cent et de dix en dix et de un en un puisqu'ils ont dix minutes pour faire l'exercice. La procédure la plus rapide est celle qui utilise les unités de numération et la signification de l'écriture chiffrée. Exemple pour le casier A : 4d 3c 28u c'est pareil que 6d 3c 8u qui s'écrit 368. Cette procédure peut s'effectuer directement sur les unités de numération ou en commençant par grouper par 10 les crayons isolés pour faire apparaître les dizaines supplémentaires. D'après les programmes, les élèves de CM1 devraient avoir les connaissances pour disposer de cette procédure.

Un autre exercice concerne aussi l'écriture chiffrée puisqu'il demande de trouver les différentes représentations d'un nombre donné en écriture chiffrée.

Consigne : « Relie toutes les solutions qui font 372. Utilise ton ardoise si tu as besoin. »

Cet exercice peut être proposé en fin d'année en CE1. La représentation juste avec les carrés comporte un nombre de plaques de centaine, un nombre de barres de dizaine et un nombre de carrés isolés qui correspondent aux chiffres du nombre.

La représentation $300 + 60 + 12$ correspond à la désignation orale du nombre « trois-cent-soixante-douze ».

Les deux représentations qui font appel aux unités de numération (3c 2u 7d et 372u) présentent, a priori, peu de difficultés. Pour 3c 2u 7d, la difficulté réside dans le nombre d'unités donné avant celui des dizaines. 372 est souvent traduit uniquement sous la forme 3c 7d 2u (surtout lorsque le tableau de numération est utilisé) ce qui peut rendre difficile la compréhension que 372 représente aussi 372u. Il aurait été intéressant de proposer d'autres écritures en unités de numération mais ici, nous analysons les résultats à ces items qui, rappelons-le, ont été rédigés par des IEN du département.

Les analyses proviennent des résultats codés par les enseignants sous la forme 1 (réussite), 9 (erreur) et 0 (absence de réponse). 2349 élèves de seine Saint-Denis. REP et REP + ont ainsi été évalués.

Pour compléter ces résultats qui ne permettent pas d'analyser en détail les erreurs, les livrets de 275 élèves ont été étudiés.

2 Résultats à l'évaluation

2.1 Résultats à l'exercice portant sur les collections de crayons

Le tableau 4 présente les résultats à cet exercice.

Réussite au casier A 4d 3c 28u	Réussite au casier B 6u 17d 2c	Réussite aux 2 items
53,8%	48,6%	37,5 %

Tableau 4. Résultats à écrire en chiffres le nombre de crayons

Environ un élève sur 2 échoue à dénombrer le nombre de crayons. Nous pouvons déduire des résultats que très peu d'élèves comprennent la logique des unités de numération à l'œuvre dans la numération écrite chiffrée (Comme l'indique Tempier (2016), le système de numération est à la fois positionnel (le premier rang à partir de la droite correspond aux unités, le deuxième rang aux dizaines, etc.) et décimal (10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, etc.)). Il n'y a que 37,5% d'élèves qui réussissent les deux exercices. Or si un élève utilise correctement les unités de numération, il y a peu de raison qu'il réussisse à l'un et échoue à l'autre. Dans le cas A, il y a une conversion de 28u en 2d 8u et dans le cas B, la conversion concerne 17d à écrire en 1c 7d.

L'erreur la plus fréquente est la non prise en compte des boîtes centaine ou des étuis de dizaines ou des crayons à l'unité. Plus d'un tiers des réponses fausses sont inférieures à 300 pour le 1^{er} item où 3 boîtes de 100 sont représentées et inférieures à 200 pour le 2^e où il y a 2 boîtes de 100. Cela signifie que ces élèves ne mettent pas en relation leur résultat et les boîtes de 100. Ils ne vérifient pas si leur résultat est un nombre à trois chiffres avec le nombre de centaines au moins égal au nombre de boîtes de 100.

Sur les 275 livrets étudiés, il n'y a que 32 élèves qui laissent des traces sur la feuille en plus de leur réponse. 25 d'entre eux posent des additions pour trouver la quantité du 1^{er} item et 17 d'entre eux posent des additions ou une multiplication pour calculer le résultat du 2^e item. Les autres ont donc soit calculé mentalement en comptant de 100 en 100, 10 en 10, 1 en 1, soit en utilisant les unités de numération mais cette dernière procédure est probablement peu utilisée. Sur les 275 livrets, il n'y a que 5 livrets sur lesquels on trouve une trace marquant les groupes de 10. Sur l'un d'entre eux, l'élève a écrit 10 au-dessus des boîtes de 10, 100 au-dessus des boîtes de 100 et 10 au-dessus des groupes qu'il a entourés. On peut supposer qu'il n'a pas utilisé les unités de numération mais un comptage.

Il n'y a qu'un livret sur lequel est inscrite une référence aux unités, dizaines et centaines et l'écrit est faux puisqu'il est indiqué 40d et 300c.

2.2 Résultats à l'exercice portant sur les différentes représentations du nombre 372

Le tableau 5 présente les résultats à cet exercice.

Réussite à la représentation en carrés	Réussite à $300+60+12$	Réussite aux unités de numération
64,7%	64,1%	52,4%

Réussite aux 3 items
32,4 %

Tableau 5. Résultats à trouver les représentations de 372

Malgré la facilité de la représentation en carrés, plus d'un élève sur trois échoue à trouver la représentation en carrés.

La correspondance entre la désignation orale de 372 et la décomposition additive $300 + 60 + 12$ n'est pas identifiée par plus d'un tiers des élèves.

Comme pour l'exercice précédent, il n'y a environ qu'un tiers des élèves qui réussisse tout l'exercice (les 3 items).

Erreur pour la représentation en carrés

La majorité des élèves qui se trompent ne relie 372 à aucune représentation en carrés. La durée de l'exercice étant de 7 minutes, cette erreur ne peut être attribuée au manque de temps que si les élèves ont essayé de compter de 1 en 1 tous les carrés. Il n'était pas précisé, dans l'énoncé, que les plaques sont constituées de 100 carrés et les barres de 10 carrés. L'absence de réponse est sûrement dû à cette non reconnaissance de la quantité de carrés dans une plaque et dans une barre. Pourtant, c'est une représentation que l'on trouve dans beaucoup de manuels de cycle 2. Mais si elle est fréquente en CP et CE1, elle l'est beaucoup moins en CE2. Il est possible que les élèves ne se souviennent plus de cette représentation.

Erreur pour la décomposition additive

La majorité d'élèves, qui échoue à cet exercice, relie 372 à $3 + 100 + 72$. On voit que les élèves ne contrôlent pas la validité de leur réponse puisqu'un simple calcul mental aurait pu leur permettre de s'apercevoir que cette décomposition additive est fautive. Ils se fient à la lecture des nombres (au son des nombres) et non à la quantité ou à l'écriture chiffrée)

Erreur pour la représentation en unités de numération

La majorité des élèves, qui échoue, ne reconnaît pas que 372 signifie 372 unités. Le tableau de numération utilisé fréquemment en classe pourrait renforcer l'idée que 372 c'est 3c 7d et 2u et non 372u (cela peut aussi empêcher de percevoir d'autres types de décompositions en unité de numération). Dans un tableau de numération, on n'inscrit qu'un chiffre dans la colonne unité. Un tiers des élèves échouant se trompe à cause de la décomposition 3c 2u 7d qui n'est pas dans l'ordre « traditionnel ». On retrouve les résultats donnés par Tempier (2016).

5 Synthèse de l'analyse des résultats

L'analyse de ces résultats confirme celle issue de l'évaluation en CE1 et CE2. La signification de l'écriture chiffrée en unités de numération (telle que définit par Tempier (2012) : valeurs positionnelle et décimale), même sur des nombres à 2 ou 3 chiffres, est très limitée par beaucoup d'élèves en fin de cycle 2.

Pourtant, les résultats des élèves en juin en CE1 montrent qu'un apprentissage ciblé sur les unités de numération (du type indiqué par le B.O., 56 signifie 5 dizaines et 6 unités ou 56 unités ou 4 dizaines et 16 unités ou 6 unités et 5 dizaines, etc) permet aux élèves de progresser dans la signification de l'écriture chiffrée. Il est donc nécessaire de faire prendre conscience aux enseignants le besoin de renforcer la signification de l'écriture chiffrée.

Nous allons décrire rapidement comment nous utilisons ces résultats en formation continue des professeurs d'école pour les inciter à faire évoluer leur enseignement.

III - UTILISATION DES RESULTATS DE L'ÉVALUATION EN FORMATION CONTINUE

1 Inventaire des procédures

En formation, nous présentons les différents items et les résultats de l'évaluation. Au lieu de donner la liste des procédures justes possibles pour réaliser la collection de 49 cubes, nous demandons aux enseignants de la trouver.

Beaucoup d'enseignants ne distinguent pas la procédure de comptage de dix en dix jusqu'à quarante puis de un en un à partir de quarante jusqu'à quarante-neuf de la procédure consistant à prendre 4 dizaines (4 barres de dix cubes) puis 9 unités (9 cubes). Pour eux, compter les barres de cubes de dix en dix signifie que les élèves les considèrent comme des dizaines. Il n'est pas très simple de faire comprendre qu'il est possible que certains élèves conçoivent les barres de dix comme des dizaines en comptant de dix en dix mais qu'il est aussi possible que ce ne soit pas le cas. Le résultat des élèves de CE1 en juin permet de renforcer l'hypothèse que si les élèves utilisaient la signification de l'écriture chiffrée, ils ne compteraient pas de dix en dix (puisque cette procédure est peu employée en juin).

La non distinction chez les enseignants entre les deux procédures (comptage de dix en dix et prise en compte des dizaines et des unités) peut paraître surprenante mais l'étude de certains manuels permet de la comprendre. Dans la plupart des manuels que les PE en formation utilisent, les exercices travaillant sur l'écriture chiffrée associent la décomposition d'un nombre à deux chiffres en dizaines et unités avec la décomposition additive.

Exemple d'un texte extrait d'un fichier CP pour une séance dont l'objectif est « consolider la connaissance de la structure des nombres à deux chiffres en prenant appui sur les unités de numération » :

Dans 34, le 3 c'est 3 dizaines.

$$34 = 30 + 4.$$

Dans 43, le 3 c'est 3 unités.

$$43 = 40 + 3.$$

2 Réflexion des enseignants à propos des résultats à l'évaluation

Après avoir présenté les items de l'évaluation et avant de donner les résultats, nous demandons le pronostic des professeurs d'école sur le pourcentage de réussite, en début de CE1, pour la réalisation de la collection de 49 cubes. La majorité sous-estime la réussite. Les pronostics varient entre 30% et 75% mais le plus souvent entre 40% et 50%. S'ils sont surpris des résultats (72% de réussite en octobre en CE1), c'est parce qu'ils les considèrent comme très bons. Cependant, le résultat en début de CE2 les étonne et les interpelle puisqu'ils s'avèrent que les élèves ne progressent pas.

Les résultats relatifs aux procédures augmentent leur étonnement puisqu'ils ne s'attendent pas à ce que la procédure de comptage de un en un soit majoritaire et que les procédures n'évoluent pas entre le CE1 et le CE2.

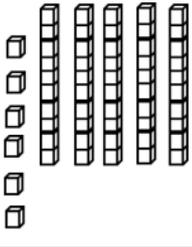
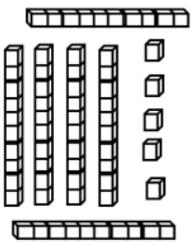
Cette présentation de ces résultats et des résultats aux autres items permet aux enseignants de prendre conscience que l'enseignement « traditionnel » ne permet pas à tous les élèves de comprendre la signification de l'écriture chiffrée. La suite de la formation consiste à :

- trouver les raisons à cette incompréhension de la part des élèves en étudiant quelques exercices proposés dans les manuels ;
- construire des situations qui favorisent l'apprentissage de la signification de l'écriture chiffrée.

Les situations sont construites à partir de jeux qui sont proposés aux enseignants.

Exemple : Le jeu des familles.

Nous présentons les cartes du jeu et le but du jeu. Il s'agit de constituer des familles avec des cartes où figurent différentes représentations d'un même nombre.

	56	5d 6u	6u 5d
	65	6d 5u	5u 6d

Les enseignants réfléchissent sur la mise en place de ce jeu en modifiant les variables pour construire une progression avec ce jeu permettant de travailler les unités de numération.

La construction de la progression permet d'interroger la place de la manipulation dans cette progression et les différentes représentations du nombre qui sont intéressantes à proposer pour travailler le sens de l'écriture chiffrée.

IV - CONCLUSION

Des chercheurs comme Chambris (2012), Mounier (2016) et Tempier (2010) ont montré l'importance d'enseigner les unités de numération. Le programme 2015 et les ajustements du programme de 2018 pour le cycle 2 vont dans le même sens puisqu'ils indiquent d'« utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56). Or, les résultats aux évaluations montrent que ce travail sur les unités de numération est insuffisant. Plus que les résultats en début de CE1, c'est surtout la non évolution de ces résultats qui questionne. Nos résultats concernent des élèves en éducation prioritaire et il est possible que nos conclusions ne se généralisent pas à l'ensemble des élèves. Mais ces résultats permettent aux enseignants en formation de questionner l'enseignement de la signification de l'écriture chiffrée et de les impliquer dans la construction de séances plus ciblées sur cette notion.

V - BIBLIOGRAPHIE

Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Etude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1). La Pensée Sauvage.

Chambris, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs : le système métrique peut-il être utile ? *Grand N*, 89. IREM Grenoble

Collet, M. (2003). Le développement du système en base 10 chez des élèves de 2ème et de 3ème année primaire, une étude exploratoire. *Education et francophonie*, 31(2).

Mounier, E. (2016). Nouveaux outils d'analyse des procédures de dénombrement pour explorer leurs liens avec la numération écrite chiffrée et la numération parlée. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(3). La Pensée Sauvage.

Mounier, E., Pfaff, N. (2012). Quoi de neuf dans la numération au CP ? *Actes XXXVIII Colloque Copirelem*.

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2 *Grand N*, 86 IREM Grenoble.

Tempier, F. (2012). Quelle ressource pour enseigner la numération décimale ? Présentation d'un travail en cours. *Actes du colloque EMF2012*.

Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves, *Grand N*, 98. IREM Grenoble.