COMMUNICATION C25

FAVORISER L'APPROPRIATION DES PROPRIÉTÉS GÉOMETRIQUES DES QUADRILATÈRES À L'ÉCOLE PRIMAIRE : ÉTUDE D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE DANS LE MESO-ESPACE

Patrick GIBEL
MCF, ESPE D'AQUITAINE-UNIVERSITE BORDEAUX
Laboratoire Lab-E3D
Université de Bordeaux
Patrick.Gibel@u-bordeaux.fr

Sylvie BLANQUART-HENRY
PRCE, ESPE D'AQUITAINE-UNIVERSITE BORDEAUX
Laboratoire LDAR
Université de Bordeaux
Sylvie.Henry@u-bordeaux.fr

Résumé

Au cours de cette communication nous avons présenté l'analyse clinique d'une séquence mise en œuvre dans une classe de cycle 3 et dont les principaux objectifs sont : la reproduction de figures planes dans le méso-espace et la formulation des procédures mobilisées. Pour conduire les analyses *a priori* et *a posteriori* nous avons mis en œuvre un modèle d'analyse des raisonnements, développé par Bloch & Gibel (2011), Gibel (2015) qui articule deux cadres théoriques complémentaires : la Théorie des Situations Didactiques et la sémiotique de C.S. Peirce (1995). Au-delà de l'utilisation raisonnée des outils, l'analyse didactique détaillée des raisonnements met en évidence des éléments de la dialectique de l'action et rend compte de la variété des propriétés géométriques mobilisées, facilitant ainsi le passage d'une géométrie instrumentée à une géométrie déductive.

I - INTRODUCTION

Ce compte-rendu de communication traite de l'enseignement des propriétés géométriques des quadrilatères en fin d'école primaire (élèves âgés de 9 à 10 ans). Nous nous intéressons plus particulièrement aux situations d'apprentissage qui favorisent chez l'élève l'acquisition de connaissances spatiales et géométriques désignées, dans la suite de l'article, par le terme connaissances *spatio-géométriques*. Cette dénomination a été initialement introduite par Berthelot et Salin et a ensuite été reprise par de nombreux chercheurs, citons, parmi eux, Bloch et Pressiat (2008). L'analyse de ces situations du point de vue du fonctionnement des connaissances, plus particulièrement de leur mise en place dans la classe, requiert l'utilisation d'un outillage théorique spécifique : la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998). Cette théorie nous offre la possibilité d'analyser les connaissances et les savoirs, valides et erronés, mobilisés par les élèves en situation d'apprentissage et aussi d'étudier la nature et la fonction des raisonnements produits par les élèves (Bloch et Gibel, 2011 : Gibel, 2015).

Nous nous attacherons à produire des éléments de réponse à la question suivante :

Lors de l'étude des propriétés des quadrilatères, en quoi la confrontation des élèves à des situations d'apprentissage dans l'espace environnant (méso-espace) favorise-t-elle l'élaboration de raisonnements pertinents construits à partir de connaissances spatio-géométriques ?

II - LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES : UN CADRE THEORIQUE ADÉQUAT POUR L'ANALYSE DES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE ET L'ETUDE DES RAISONNEMENTS

1 L'étude de l'articulation entre connaissances spatiales et géométriques

1.1 Classification des différents types d'espace

Il convient de distinguer l'espace sensible et l'espace géométrique. Le premier est défini comme un espace qui nous est accessible par le biais des sens, le second est le résultat de l'effort théorique appelé géométrie. Cette dernière est définie par Brousseau comme étant l'ensemble des connaissances spécifiques nécessaires au contrôle de la consistance des énoncés sur l'espace (Brousseau, 2000).

Dans notre étude, nous souhaitons mettre en évidence les raisons pour lesquelles la confrontation des élèves à des situations d'apprentissage dans l'espace environnant favorise l'émergence de raisonnements chez les élèves. Pour cela nous produirons l'analyse clinique d'une séquence de classe en nous attachant à effectuer une analyse détaillée des formes de raisonnement élaborées par les élèves au cours des différentes phases de la séquence.

Comme le soulignent Berthelot et Salin (2001) ainsi que Salin (2014), la confrontation de l'apprenant à des actions effectives sur le milieu sensible joue un rôle déterminant du point de vue de la construction des concepts géométriques, c'est ce que nous nous efforcerons d'expliciter dans le paragraphe suivant.

Selon la nature de l'espace sensible avec lequel le sujet est en interaction, ce dernier développe des modèles conceptuels différents. Ces modèles définissent selon Brousseau (2000) trois types d'espaces : le micro-espace, le méso-espace et le macro-espace.

Brousseau (2000) explicite les modèles conceptuels développés par le sujet en interaction avec chaque type d'espace de la façon suivante :

Concernant le macro-espace, les situations où un sujet doit prendre des décisions relatives à un territoire beaucoup trop grand pour qu'il puisse l'embrasser d'un regard, lui posent des problèmes, entre autres de recollement de cartes et d'incrustation. Pour identifier et retrouver un lieu, établir un trajet, déterminer la forme d'un territoire etc., il est nécessaire de développer des concepts et des moyens spécifiques. Les solutions sont d'ailleurs différentes suivant qu'il s'agit de la terre entière ou d'une zone urbaine, rurale, sylvestre, souterraine, maritime ou aérienne.

A l'opposé, le micro-espace est le milieu de l'élaboration et de la conceptualisation du mouvement des objets autres que l'observateur. L'enfant construit ses premières connaissances spatiales dans la manipulation de petits objets. Par le toucher avec ses mains ou sa bouche autant que par la vue, par les mouvements qu'il fait subir aux objets, il identifie leur consistance, leur forme solide, leurs positions relatives et leurs propriétés. Un objet est perçu dans sa globalité.

Enfin, par confrontation au méso-espace, assimilable à l'espace environnant, le sujet développe des modèles conceptuels différents des précédents. En effet lorsqu'il se déplace dans un territoire placé sous le contrôle de la vue (comme la salle de classe ou la cour de récréation), un élève est confronté à différentes perspectives présentant des parties communes. La coordination de ces multiples représentations lui permet d'accéder à une conception globale de ce méso-espace auquel il est confronté.

1.2 Classification des démarches de modélisation

Dans le domaine de la recherche en didactique des mathématiques, Berthelot et Salin (1992) utilisent le terme de démarche de modélisation car le passage de l'expérimentation à la théorisation en constitue le principe. Suivant la nature du problème de géométrie, Berthelot et Salin (1992) distinguent trois problématiques :

- Une problématique pratique dans laquelle les objets sur lesquels on travaille sont des objets physiques (en particulier des dessins) : la validation se fait dans l'espace sensible ;

- Une problématique géométrique dans laquelle les objets ne sont plus des objets physiques : la validation sa fait par un raisonnement qui s'appuie uniquement sur des connaissances géométriques ;

- Une problématique de modélisation dans laquelle on travaille sur des objets physiques : la validation se fait dans l'espace sensible, comme dans la problématique pratique, mais la démarche de résolution est totalement différente puisqu'elle s'appuie sur des propriétés géométriques.

Berthelot et Salin (1992) nomment spatio-géométrique la modélisation de l'espace par des connaissances issues du savoir géométrique.

Comme l'exposent Pressiat et Combier (2003), la résolution de ces situations de modélisation est finalisée par la recherche d'une solution reproductible qui doit être communicable à d'autres en s'appuyant sur un modèle explicatif.

Notre étude s'inscrit dans le cadre de la problématique de modélisation définie précédemment et vise l'étude d'une situation de modélisation. Celle-ci doit conduire à l'élaboration de solutions reproductibles qui pourront être explicitées aux autres élèves, en vue d'une part de développer la dialectique action-formulation, d'autre part de faciliter la transition entre géométrie instrumentée et géométrie déductive.

1.3 Définition et caractéristiques des situations adidactiques en Théorie des Situations Didactiques

Dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques, Brousseau caractérise les situations adidactiques comme étant des situations que l'on peut associer à l'enseignement d'une connaissance ou d'un savoir (clairement identifié€ par l'enseignant), dans laquelle l'intention d'enseigner est effacée pour laisser à l'élève le plus d'initiative possible et lui permettre d'agir, réfléchir, prendre des décisions, de lui-même.

Parmi les situations adidactiques, les situations d'action nous intéressent plus particulièrement. Elles consistent à placer l'enfant devant une situation, telle que : d'une part elle pose à l'élève un problème dont la meilleure solution, dans les conditions proposées, est la connaissance à enseigner, d'autre part il puisse agir sur elle et cette dernière lui renvoie de l'information sur son action.

Lors d'une situation d'action, un véritable dialogue s'instaure entre l'élève et la situation. Cette dialectique de l'action lui permet donc de se créer un modèle implicite, c'est-à-dire d'avoir des réactions qu'il ne peut pas encore formuler, ni encore organiser en théorie.

Le milieu délimite ainsi les possibilités de décision du sujet. Il est non anticipateur car ses réactions sont indépendantes d'intentions ou de finalités. De plus, les éléments qui y sont modélisés ne sont pas uniquement des objets matériels. Ce peut être par exemple, des contraintes immatérielles comme des savoirs et/ou des connaissances stabilisées du sujet.

En situation de formulation, l'élève est amené à adopter une attitude réflexive quant aux connaissances et aux savoirs qu'il a choisi de mobiliser en situation d'action. Les conditions qui définissent la situation de formulation l'amènent à prendre en compte non seulement les actions qu'il a effectuées sur les objets, par confrontation au milieu, mais également les conditions dans lesquelles il a effectué les actions (Gibel, 2018).

Cette prise en compte des conditions dans lesquelles l'élève a élaboré ses actions nous apparait essentielle car dans le cadre de notre étude, cela devrait permettre aux élèves de justifier leurs actions dans l'espace environnant en lien étroit avec les propriétés géométriques des objets. L'ingénierie que nous allons construire vise principalement à permettre de favoriser une dialectique action-formulation.

Les situations d'institutionnalisation sont celles par lesquelles l'enseignant fixe conventionnellement et explicitement le statut cognitif d'une connaissance ou d'un savoir. Une fois construite et validée, la nouvelle connaissance va faire partie du *répertoire didactique* de la classe. Après cette dernière dialectique, la connaissance est étiquetée comme quelque chose que tous les élèves sont censés savoir et peuvent appliquer.

1.4 Présentation d'éléments d'ordre méthodologique

Nous souhaitons à présent déterminer la méthodologie appropriée pour étudier les connaissances spatiales et géométriques mobilisées par les élèves en situation d'action, lors de la reproduction de quadrilatères dans le méso-espace, puis en situation de formulation, c'est-à-dire lorsqu'ils sont conduits à verbaliser et à justifier leur(s) procédure(s).

La situation de reproduction de figures géométriques dans le méso-espace est assimilable à une situation d'action. En effet les élèves vont devoir prendre des informations sur la figure à reproduire en mobilisant et en articulant différentes procédures (pliage, mesure des côtés, mesure des angles, etc.) à l'aide des instruments non conventionnels à disposition (tasseaux de bois, ficelle, gabarit d'angle, etc.). Ils vont ensuite à l'aide de ces mêmes instruments s'efforcer de reproduire, sur une parcelle éloignée, la figure modèle par la mise en œuvre d'une procédure originale. Compte-tenu de leur possible variété, liée à l'usage d'instruments non conventionnels dans l'espace sensible (méso-espace), l'analyse didactique des procédures nécessitera une analyse approfondie des raisonnements qui les sous-tendent.

Lors de la phase de présentation des procédures, assimilable à une situation de formulation, les élèves devront expliciter leur démarche en justifiant l'adéquation de leurs actions dans le méso-espace. Pour cela, ils devront se référer aux connaissances spatiales et géométriques qui justifient la validité de leur procédure. Par conséquent notre étude devra prendre en compte d'une part leurs actions effectives sur le milieu, d'autre part les connaissances et les savoirs énoncés par les élèves en situation de formulation. Pour réaliser cette analyse didactique, nous nous attacherons à étudier les différentes formes de raisonnements produits par les élèves en spécifiant leurs différentes fonctions, en lien avec les conditions de leurs productions.

Nous allons donc dans la partie suivante préciser ce que nous entendons par « raisonnement », définir les différentes fonctions du raisonnement et indiquer les moyens mobilisés afin d'identifier les différentes formes de raisonnements susceptibles d'être produites en situation.

2 Enjeux et spécificités du modèle d'analyse des raisonnements

2.1 *Identification et classification des raisonnements*

En classe de mathématiques, à l'école primaire, le terme raisonnement tend à couvrir un champ beaucoup plus vaste que celui des raisonnements formels, logiques ou mathématiques. C'est pour cette raison que nous avons adopté la définition du raisonnement proposée par Oléron (1977, p.10) comme pouvant être un enchaînement, une combinaison ou une confrontation d'énoncés ou de représentations qui respectent des contraintes susceptibles d'être explicitées, et conduit en fonction d'un but.

Pour pouvoir déterminer et analyser objectivement les raisonnements produits pas les élèves, le chercheur doit montrer que tel raisonnement complet, dont il ne perçoit parfois qu'une partie ou que des indices, est bien celui qu'il convient d'attribuer à son auteur. Pour cela il s'assure que le supposé raisonnement vérifie quatre conditions (Brousseau et Gibel, 2005). Tout d'abord, il pourrait être explicité par le sujet ou, au moins, la connaissance, utilisée implicitement ou explicitement appartient au répertoire didactique de la classe. Ensuite, il est utile dans le sens où il réduit une incertitude car une autre connaissance aurait pu être mobilisée par le sujet. Il est l'instrument d'une modification de son environnement qui lui parait favorable. Enfin, le raisonnement est motivé par des raisons objectives, qui lui sont propres : arguments de pertinence, de cohérence, d'adéquation, d'adaptation, qui justifient ce raisonnement.

Ainsi, un raisonnement est identifié par sa fonction dans une situation, par le rôle qu'il y joue. Les différentes fonctions que peut avoir un raisonnement sont par exemple : décider d'une action à effectuer, informer, convaincre, expliquer. Elles sont caractérisées par des modèles de situations mathématiques (situation d'action, situation de formulation, situation de validation) généraux mais différents. Pour une présentation plus détaillée des concepts de la Théorie des Situations Didactiques nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de Brousseau (1998).

Afin de pouvoir étudier les moyens utilisés par l'enseignant pour gérer les raisonnements apparaissant dans les productions des élèves, Gibel (2015) définit ce qui est assimilable à un raisonnement. Pour identifier un raisonnement il faut tout d'abord identifier des observables (textes, gestes, paroles, dessins, etc.) produits par un élève, par plusieurs élèves en interaction ou par l'enseignant. Ensuite il est nécessaire de relier ces observables par une relation rationnelle telle que cette relation s'exprime dans le langage du chercheur, différent a priori de celui des protagonistes. Dans le cas où la relation est assimilable à une hypothèse, il convient d'établir qu'elle est valide, en montrant, éventuellement à l'aide d'autres indices, qu'elle est la moins improbable des explications.

Il est à noter que parmi les raisonnements détectés par le chercheur, certains d'entre eux peuvent être attribués à un ou à plusieurs des protagonistes bien que ce(s) dernier(s) ne les ai(en)t pas nécessairement identifiés comme tels.

2.2 *La Théorie des Situations Didactiques comme fondement de notre modèle*

Un postulat de notre travail est que la Théorie des Situations Didactiques fournit un cadre privilégié pour cette étude, et notamment que l'analyse des fonctions du raisonnement dans les niveaux de milieux permet une catégorisation des raisonnements. Ce cadre doit cependant être nécessairement complété par des outils d'analyse locale, et par une analyse des fonctions des raisonnements (Gibel, 2004) et des signes, formels et langagiers, qui le soutiennent. Pour cette dernière fonction nous utilisons les outils d'analyse issus de la sémiotique peircienne (Bloch et Gibel, 2011 ; Bloch, 2006) que nous allons nous attacher à justifier et à caractériser dans le paragraphe suivant.

2.3 *Dimension sémiotique des raisonnements*

Les raisonnements apparaissant en situation de classe peuvent se traduire sous des formes très diverses : éléments langagiers, scripturaux, graphiques que nous nous devons d'interpréter en référence à différents registres de représentation (Duval, 1996). Par conséquent l'analyse sémiotique constitue l'une des dimensions de notre modèle, complétant naturellement celles précédemment exposées : d'une part la fonction des raisonnements, d'autre part le niveau de milieu correspondant, autrement dit les conditions dans lesquelles le raisonnement a été élaboré.

Dans notre usage de la sémiotique Peircienne nous utiliserons les trois désignations : icône, indice et symbole-argument. Par exemple dans la séquence étudiée, un tracé peut être assimilé à une icône, elle traduit et manifeste une action du sujet confronté à la situation d'action ; un indice est de l'ordre d'une proposition, par exemple la mise en place d'un codage spécifique (de l'angle droit par exemple) ; un symbole-argument est de l'ordre d'une justification sous tendue par une ou des propriétés géométriques. Comme le souligne Evraert-Desmedt (1990), l'interprétation d'un signe par un interprétant est étroitement liée à l'expérience, formée par d'autres signes toujours antécédents.

Par conséquent l'analyse sémiotique nécessite de prendre en compte les signes en lien avec les connaissances et les savoirs antérieurs, c'est la raison pour laquelle nous allons définir, dans la suite, les notions de répertoire didactique et de répertoire de représentation.

Le répertoire didactique de la classe désigne aussi l'ensemble des moyens qui sont susceptibles de permettre à l'élève, confronté à une situation didactique ou adidactique, de générer de nouvelles connaissances à partir de ses connaissances antérieures.

Le répertoire de représentation (Gibel, 2015), de la classe et de chaque élève, est une composante du répertoire didactique. Il est constitué de signes, schémas, symboles, figures ; nous y incluons également les outils et leur(s) usage(s). Il convient également d'y adjoindre les éléments langagiers (énoncés oraux et/ou écrits), permettant de nommer les objets rencontrés, de formuler les propriétés et les résultats.

Le répertoire de représentation comporte deux composantes liées à la chronogenèse pour la première et au milieu de la situation pour la seconde :

- La composante liée au répertoire antérieur c'est-à-dire les différentes formules énoncées et les différents usages liés aux connaissances antérieures ;

- Une composante qui apparaît lorsque l'enseignant dévolue aux élèves une situation d'apprentissage : l'élève mobilise, par confrontation aux différents milieux, des connaissances de son répertoire didactique. Cette utilisation des connaissances lui permet de manifester et de construire de nouvelles représentations, liées à la situation, à partir des éléments de représentation dont il dispose.

D'après Berthelot et Salin (1992, p. 41) les représentations symboliques de l'espace, éléments du répertoire de représentation, relèvent de trois catégories différentes. En premier lieu, ces représentations peuvent être langagières avec un énoncé écrit ou oral. On distingue alors les formulations qui relèvent du langage spatial et celles qui sont issues du langage géométrique spécifique. Les représentations infra-langagières sont liées à l'utilisation d'une gestuelle qui permet de communiquer des informations spatiales. C'est le langage du corps. Pour finir les représentations spatiales offrent la possibilité d'une mise en correspondance analogique avec le milieu de référence comme les dessins, les schémas, les croquis, les pliages pour produire un gabarit d'angle.

Notre étude repose principalement sur l'étude détaillée des différentes formes de raisonnements qui sous-tendent les procédures formulées par les élèves. Par la mise en œuvre de cette méthodologie nous souhaitons apporter des éléments de réponses aux questions suivantes :

En quoi les activités de reproduction des quadrilatères dans le méso-espace peuvent-elles être efficientes pour générer une grande variété de raisonnements reposant principalement sur les propriétés géométriques des quadrilatères ?

En quoi l'étude détaillée des raisonnements qui sous-tendent les procédures mises en œuvre et formulées par les élèves permet-elle d'identifier précisément les propriétés géométriques sous-jacentes mobilisées par les élèves ?

III - MÉTHODOLOGIE

1 Sujets

L'étude a été menée dans une classe à double niveau correspondant aux cours moyens première et deuxième année (Élèves de 9-10 ans). L'école de trois classes est située en périphérie d'une petite ville au sein d'un département rural de faible densité démographique. L'enseignant décrit les élèves comme étant issus d'une population fluctuante avec des départs et arrivées d'élèves en cours d'année fréquents ainsi que des difficultés sociales perceptibles. L'enseignant s'est porté volontaire pour l'expérimentation, il n'a pas de formation particulière dans le domaine des mathématiques. On peut par conséquent considérer que l'expérimentation se déroule dans une classe « ordinaire ».

L'enseignant a choisi pour l'année scolaire considérée, de construire lui-même ses séquences et séances d'apprentissage en prenant appui sur les instructions officielles, le travail d'une collègue, quelques manuels et ressources en ligne. Quinze élèves sont inscrits en cours moyen deuxième année, et six élèves en cours moyen première année dont un élève dyspraxique qui bénéficie à ce titre d'un plan de travail aménagé.

2 Instrumentation

Afin de déterminer en quoi la confrontation des élèves à des situations d'apprentissage dans le méso-espace favorise l'élaboration de raisonnements pertinents à partir de connaissances spatio-géométriques, nous avons procédé à l'étude clinique d'une séance de classe au cours de laquelle les élèves ont été confrontés à une situation adidactique dans le méso-espace.

2.1 La séance objet d'étude

La situation retenue est une situation de reproduction de losanges de dimensions variées découpés dans un papier résistant et souple afin de conserver la trace des pliages effectués. (tableau 1)

Losange	1	2	3	4	5	6
Mesure des côtés (en cm)	68	68	75	68	75	68
Mesure des angles aigus (en degré)	60	70	70	60	70	70

Tableau 1 Dimensions des figures à reproduire

La séance est structurée en trois temps : après une phase de dévolution de l'activité, les élèves sont mis en situation d'action pendant une vingtaine de minutes. Enfin ils sont regroupés pour valider leurs productions et formuler leurs procédures.

Pour la situation d'action, la consigne donnée aux élèves est : « Le travail que vous allez réaliser va se passer sous le préau. Vous allez travailler par groupes. Chaque groupe aura une figure géométrique qui sera collée sur le mur du préau. Il devra la reproduire sur le sol du préau le plus précisément possible. Vous aurez réussi si l'écart entre la figure modèle et la figure reproduite n'excède pas 1 cm. Chaque groupe devra tracer la figure dans la parcelle qui lui est réservée. Les figures à reproduire peuvent être détachées du mur mais ne doivent pas quitter l'espace initial délimité par des bancs. »

« Les instruments et outils mis à votre disposition sont : ficelle, ciseaux, un tasseau de bois de 2 m par groupe, équerres en carton, feutres, craies de différentes couleurs et brosses pour effacer. »

« Après avoir effectué la reproduction de votre figure, à tour de rôle, chaque groupe exposera à l'ensemble de la classe et au professeur comment il a procédé pour effectuer le tracé. »

Les objectifs généraux de l'enseignant sont donc d'une part d'amener les élèves à élaborer, dans le méso-espace, des procédures de reproduction de quadrilatères « originales » et s'appuyant sur l'utilisation d'instruments inhabituels définis précédemment, d'autre part de conduire les élèves à formuler leurs procédures en justifiant le choix des instruments et des procédures en liens avec les connaissances et les savoirs spatiaux et géométriques sous-jacents.

2.2 *Les données recueillies avant et après sa mise en œuvre*

Les données recueillies avant l'expérimentation ont pour objectif de définir le répertoire didactique de la classe. Un entretien semi-directif a eu lieu avec l'enseignant durant lequel il a explicité ses choix didactiques en géométrie. Cet entretien a été enregistré puis retranscrit. Nous avons également collecté pour chacun des niveaux la progression annuelle, un cahier d'élève avec les évaluations correspondantes ainsi que les affichages temporaires ou permanents utilisés par l'enseignant.

Lors de la mise en œuvre de la séance, deux caméras mobiles nous ont permis de recueillir des enregistrements vidéos. Ainsi nous avons pu filmer l'intégralité de la phase de dévolution puis chaque groupe pendant une partie de la phase d'action et enfin tous les groupes au moment de la formulation de leur procédure. Ces prises de vue ont été complétées par des photographies des figures tracées au sol.

2.3 *Déroulement et analyse a priori de la séquence*

2.3.1 *La séance dans la séquence, place dans la progression*

Après une première prise de contact avec l'enseignant qui nous a permis de collecter les données citées précédemment, nous lui avons communiqué la situation de reproduction de losanges dans le méso-espace. Il a choisi d'intégrer cette séance dans sa progression, fin mai, en semaine 31 de l'année scolaire. Les quadrilatères avaient été étudiés, par le biais d'activités proposées dans le micro-espace, en milieu d'année scolaire (semaines 15 à 18) et la symétrie axiale juste avant (semaines 27 à 30). Nous avons fourni à l'enseignant le matériel spécifique nécessaire à la mise en œuvre de la séquence, puis il a préparé seul son projet de séance. De notre côté nous avons effectué une analyse *a priori* de la situation en tenant compte du répertoire didactique de la classe. Cette analyse *a priori* que nous présentons en Annexe comporte les réponses attendues, les procédures envisagées puis présente une analyse didactique de la séance.

2.3.2 *Analyse a priori de la situation*

L'analyse a priori de cette situation a été initialement présentée de façon détaillée dans Ennassef, Gibel et Henry (2013).

2.3.3 *Déroulement effectif*

Le déroulement effectif est conforme au déroulement prévu. Les caméras mobiles ont permis de filmer les groupes d'élèves en action et de les suivre dans leurs déplacements. Lors de la phase de mise en commun chaque groupe a été filmé et enregistré quand il explicitait ses procédures.

Immédiatement après la séance, en recoupant nos observations avec les enregistrements effectués par les deux caméras pendant la phase d'action, nous avons recensé les procédures mises en œuvre par chaque groupe ainsi que le matériel utilisé.

Dans un deuxième temps nous avons analysé les films enregistrés pendant la phase de formulation. Nous avons complété la transcription des dialogues par la description des gestes porteurs d'une signification en lien avec les mathématiques, les « gestes mathématiques » comme définis par Petitfour (2015). Pour finir nous avons complété les transcriptions par des images, extraites des vidéos, illustrant les gestes mathématiques les plus emblématiques.

3 Méthode d'analyse des données

Nous souhaitons analyser les raisonnements produits par les élèves lors de la séquence en mettant en œuvre le modèle d'analyse des raisonnements (Bloch et Gibel, 2011) et (Gibel, 2015), que nous présentons ci-dessous.

3.1 Outillage théorique : le modèle d'analyse des raisonnements

Le modèle de structuration du milieu utilisé, lors de l'élaboration du modèle d'analyse des raisonnements, est celui de Bloch (2006), issu précédemment du modèle de Margolinas (1994), modifié afin de tenir compte du rôle du professeur dans les niveaux adidactiques de milieux. Dans ce travail nous nous intéressons à l'analyse des fonctionnalités des différents niveaux de milieux et aux résultats de la mise en œuvre dans la contingence (Bloch, 2006).

Le tableau 1 résume les niveaux de milieux du milieu didactique au milieu matériel – correspondants à la situation *expérimentale*. Les niveaux associés aux indices strictement négatifs sont ceux qui nous intéressent tout particulièrement dans la configuration que nous étudions i.e. l'apparition de différentes formes de raisonnement dans la mise en œuvre d'une situation à dimension adidactique (Bloch, 1999). En effet c'est au niveau de l'articulation entre le milieu objectif et le milieu de référence que nous nous attendons à voir apparaître et se développer les raisonnements attendus.

Comme indiqué précédemment, la dialectique action-formulation est au centre de nos préoccupations dans cette étude. Par conséquent il nous apparait nécessaire d'étudier, lors de la phase de verbalisation des procédures, les allers-retours entre la situation d'action et la situation de formulation, cette dernière visant à favoriser chez l'élève l'adoption d'une posture réflexive basée sur une justification de ses actions.

<table>
<tr><th>Niveau de milieu</th><th>Position de l'élève</th><th>Position du professeur</th><th colspan="2">Situation</th></tr>
<tr><td>M1
Milieu didactique</td><td>E1
E-réflexif</td><td>P1 : P-projeteur</td><td>S1 : situation de projet</td><td rowspan="2">didactique</td></tr>
<tr><td>M0
Milieu d'apprentissage : institutionnalisation</td><td>E0
E-Elève</td><td>P0 : Professeur enseignant</td><td>S0 : situation didactique</td></tr>
<tr><td>M-1
Milieu de référence : situation de formulation & situation de validation</td><td>E-1
E-apprenant</td><td>P-1 : P régulateur</td><td>S-1: situation d'apprentissage</td><td rowspan="3">adidactique</td></tr>
<tr><td>M-2 Milieu objectif :
situation d'action
Milieu heuristique</td><td>E-2
E-agissant</td><td>P-2 : P dévolueur observateur</td><td>S-2: situation de référence</td></tr>
<tr><td>M-3 Milieu matériel</td><td>E-3 E-objectif</td><td></td><td>S-3: situation objective</td></tr>
</table>

Tableau 2. Le schéma de la structuration du milieu (Bloch, 2006)

Dans la structure précédente, nous savons que des étapes de la situation peuvent être à l'origine de raisonnements mathématiques : la confrontation à un milieu heuristique (milieu objectif) pour leur élaboration ; le passage à un milieu de référence pour justifier la validité des méthodes et établir le caractère de nécessité des propriétés utilisées plus ou moins implicitement. En situation d'apprentissage Les interventions de l'enseignant sont destinées à maintenir le caractère adidactique de la situation. Ainsi, il amène les élèves à préciser leur formulation par un éventuel appui sur les étapes de construction ou par la demande d'une explication nécessaire à la justification d'une proposition. Bloch (1999), dans son article sur l'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève, précise que lorsque le milieu de la situation n'assure pas de façon suffisamment adidactique la production de connaissances, il convient d'analyser l'activité du professeur et les connaissances qu'il met en œuvre pour comprendre le fonctionnement de la situation pour l'élève.

Dans Bloch et Gibel (2011), puis Gibel (2015 ; 2018) nous avons été amenés à retenir trois axes qui orientent et structurent notre analyse des raisonnements dans chacune des situations décrites précédemment. Ces axes réfèrent à des niveaux de modélisation différents des raisonnements en jeu dans le déroulement de la situation : modélisation globale relative aux niveaux de milieux ou modélisation locale au niveau des arguments produits dans le travail et les échanges en classe, ainsi qu'au niveau des signes émergents de ce travail.

Le premier axe est lié au milieu de la situation : dans une situation comportant une dimension adidactique[189], les élèves donnent à voir des raisonnements qui dépendent fortement du niveau de milieu où ils se situent.

Le deuxième axe est l'analyse des fonctions du raisonnement, pointée ci-dessus comme nécessaire. Nous nous attacherons à montrer comment les fonctions du raisonnement sont liées à des niveaux de milieux et comment ces fonctions *manifestent* aussi ces niveaux de milieux, de sorte qu'ils peuvent servir au repérage de la position des élèves dans chacun de ces niveaux.

Le troisième axe est celui des signes et des représentations observables. Ces observables se donnent à voir dans des formes différentes qui affectent le déroulement de la situation. La nature des signes et le statut logique du raisonnement sont à prendre en compte pour l'efficacité, l'idonéité aux attendus et le rôle dans la situation. L'analyse des signes est réalisée au regard du répertoire de représentation mobilisé par l'auteur du raisonnement. Il s'agit de prendre pour objet d'étude l'usage du répertoire didactique et de son niveau d'actualisation. Ainsi nous pourrons analyser *a priori* les connaissances et les savoirs, valides ou erronés, susceptibles d'être produits et déterminer ceux que l'enseignant pourra institutionnaliser, en regard de chacun des niveaux de milieu.

Ces trois axes apparaissent nécessaires et complémentaires pour effectuer une analyse très précise des différentes formes de raisonnements qui sont susceptibles d'être produits en regard de leur(s) fonction(s) et des conditions de leur production par les élèves (et/ou par l'enseignant au niveau M0). Ils constituent les dimensions de notre modèle d'analyse des raisonnements.

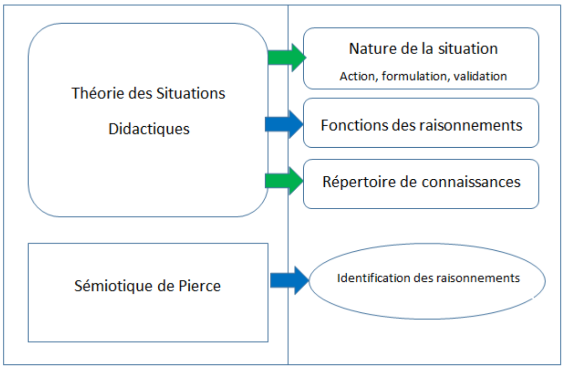


Figure 1. Schéma du modèle d'analyse des raisonnements (Gibel et Blanquart, 2017)

189 ou à dimension adidactique

3.2 *Mise en œuvre du modèle d'analyse des raisonnements*

Pour analyser les raisonnements produits par les élèves lors de la séance étudiée, nous nous appuierons sur l'analyse *a priori* réalisée ainsi que sur le déroulement prévu. Ce dernier est basé initialement sur la confrontation des élèves au milieu heuristique (situation d'action) et ensuite, lors de la phase de mise en commun, sur la formulation et la justification des procédures mises en œuvre (milieu de référence). Il s'agit là d'une confrontation au milieu de référence. Nous nous attacherons tout particulièrement à analyser les raisonnements produits dans les milieux objectifs et de référence, pour mettre en évidence les formes et les fonctions des raisonnements élaborés par les élèves.

Nous présentons, pour chaque niveau de milieu, d'une part les fonctions des raisonnements, d'autre part les connaissances et les savoirs mobilisés en identifiant les répertoires correspondants. L'analyse détaillée de différents épisodes sera facilitée par l'utilisation du tableau ci-dessous permettant ainsi d'anticiper sur la forme, la nature et la fonction des raisonnements produits en situation d'action.

	Milieu M-2	**Milieu M-1**	**Milieu M0**
Fonctions des raisonnements	R1.1 SEM - intuition - conjectures ponctuelles - prise d'informations - identification de caractéristiques (propriétés des milieux, symétrie(s), angles droits, égalité de longueurs, égalité de mesures d'angles) - décision du choix d'instruments pour reproduire et construire (des objets géométriques non matérialisés initialement : angles, diagonales) - procédés de construction - interprétation des rétro-actions	R1.2 SEM/SYNT - formulation d'une caractéristique et sa validation par une preuve pragmatique. -Explicitation de l'organisation des tâches (raisonnement d'organisation) - Justifications explicites ou en partie implicites des tracés en lien avec les propriétés et les caractéristiques de la figure. -Formulation et interprétation des niveaux de rétro-actions	R1.3 SYNT - Explications, justifications visant à définir les propriétés mathématiques qui sous-tendent et justifient le raisonnement pour une classe de formes
Niveaux d'utilisation des signes	R2.1 SEM Icônes ou indices dépendant du contexte (schémas, intuitions, modèle implicite d'action,…) Infra-langagier	R2.2 SEM/SYNT Indices de la mise en œuvre de propriétés. Symboles-arguments « locaux » ou génériques.	R2.3 SYNT Symboles-arguments formels
Usage et actualisation du répertoire didactique	R3.1 SYNT/SEM - Utilisation ponctuelle de connaissances anciennes - Enrichissement au niveau heuristique :	R3.2 SEM/SYNT Procédures conduisant à un enrichissement du répertoire Enrichissement des énoncés au niveau argumentaire.	R3.3 SYNT Institutionnalisation de procédures Formulation de preuves syntaxiques.

Tableau 3. Les différentes dimensions du modèle d'analyse des raisonnements (Gibel et Blanquart, 2017)

SEM désigne la dimension sémantique et SYNT désigne la dimension syntaxique

IV - LES RÉSULTATS EXPERIMENTAUX

Parmi les six groupes d'élèves, deux ont utilisé une procédure qui prend appui sur la reproduction d'angles. Nous présentons l'analyse détaillée de la démarche élaborée par l'un de ces deux groupes.

Analyse de l'action d'un groupe d'élèves

Après avoir réalisé le tracé demandé, le groupe d'élèves dont nous allons analyser la phase d'action, a nommé A, B, C et D les sommets du losange dessiné au sol. Par souci de clarté nous utiliserons ces dénominations pour décrire leurs actions. Le modèle qu'ils avaient à disposition ne contenait lui aucune indication. Ses sommets n'étaient pas nommés.

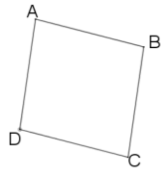


Figure 2. Le losange à reproduire

La phase d'action se décompose en une succession d'étapes qui alternent prises d'informations sur le modèle et tracé au sol. Notre analyse se base sur les actions des élèves et leurs verbalisations (dans l'action), quand elles sont audibles et en rapport avec l'activité mathématique.

	Prise d'informations sur le modèle
1	Les élèves reportent la longueur L_1 d'un côté du modèle [AD] sur la ficelle. Le repère se fait par la position des doigts sur la ficelle.
2	Les élèves reportent ensuite la longueur de la ficelle sur le tasseau, ils gardent la ficelle tendue pendant le déplacement.
3	Un élève fait une marque sur le côté du modèle dont la longueur vient d'être reportée sur le tasseau. « On l'a déjà fait celui- là »

Les étapes 1 à 3 se déroulent au niveau (M-2). Les raisonnements produits ont pour fonction d'organiser l'action, d'initier un procédé de construction.

Les signes produits témoignent de la mise en œuvre d'un modèle implicite d'action (M.I.A) visant à conserver une longueur de segment afin de le reproduire (à distance). Le raisonnement qui sous-tend ce M.I.A s'appuie sur des décisions quant aux choix des instruments pour reproduire la figure modèle.

Des connaissances anciennes sont mobilisées dans l'action :

- Pour reproduire une figure on commence par reproduire un côté ;
- Pour reproduire un côté il faut garder la mémoire de sa longueur ;
- La ficelle tendue permet de garder la mémoire d'une longueur ;
- Une marque sur le tasseau permet de garder la mémoire d'une longueur.

Les élèves utilisent les deux artefacts mis à disposition par contrat implicite (on nous donne deux artefacts donc il faut utiliser les deux) ou bien par aspect pratique (la ficelle est plus facile à manier que le tasseau pour mesurer un segment). Le report de la longueur sur le tasseau permet le tracé au sol.

	Tracé
4	Les élèves tracent un segment de la longueur L_1 sur le sol à l'aide du tasseau. Marie et Gaëtan tiennent le tasseau. Paul effectue le tracé en une seule action. Gaëtan annonce en se levant : « *On va chercher l'autre* »

L'activité se situe toujours au niveau (M-2). Le tasseau porte, comme la règle graduée, la direction et la longueur du segment ce qui conduit à un tracé en une seule action.

	Prise d'informations sur le modèle
5	Paul montre sur le modèle le côté [CD] qui est adjacent au côté [AD] déjà repéré : « *celui-là, celui-là* ».
6	Marie s'apprête à reporter la longueur de ce côté [CD] sur la ficelle. Gaëtan intervient en désignant le côté [AB]: « *Non Marie ce côté plutôt. Heu…Non vas-y, vas-y.* »
7	Marie et Paul tendent la ficelle au-dessus du côté [CD].
8	Gaëtan : « prends la corde, garde la mesure »
9	Les élèves reportent la longueur L_2 d'un côté du modèle sur la ficelle. Le repérage de la longueur se fait par la position des doigts sur la ficelle.
10	Les trois élèves reportent la longueur de la ficelle sur le tasseau. Paul et Gaëtan tiennent la ficelle tendue, Marie fait une marque sur le tasseau.
11	Marie fait une marque sur le côté du modèle dont la longueur vient d'être reportée sur le tasseau.

L'action se situe au niveau (M-2). Le raisonnement mis en œuvre est similaire à celui produit lors du tracé du précédent segment, mais cette fois, la ficelle n'est pas gardée tendue pendant le report de longueur. Il y a implicitement actualisation du répertoire d'action. Il s'agit d'une instrumentalisation de la ficelle pour garder la mémoire d'une longueur.

	Tracé
12	Les élèves veulent tracer le second segment adjacent au premier tracé. Ils s'arrêtent avant de réaliser leur action.
13	Gaëtan s'adresse au groupe : « Il *fallait mesurer le …le truc de l'équerre. L'équerre.* »
14	Paul prend le gabarit d'angle droit au sol.

En (12), un raisonnement est produit, il se situe au niveau (M-2) : les élèves perçoivent le caractère erroné de leur raisonnement initial. Ils prennent conscience qu'il leur manque une information concernant la position relative des deux côtés consécutifs du quadrilatère. Cette prise de conscience (anticipation sur le résultat du tracé du second côté) s'appuie sur des connaissances spatiales implicites. L'intervention de Gaëtan (11) se situe en (M-1) : il parvient à anticiper la rétroaction du milieu.

Du point de vue de l'analyse sémiotique, la formulation de Gaëtan (13) constitue un indice de l'énoncé de la propriété géométrique sous-jacente « La reproduction d'un triangle à partir des mesures de 2 segments consécutifs nécessite de déterminer la mesure de l'angle qu'ils forment sur la figure modèle ».

Il s'agit d'une intuition quant à l'utilisation de l'équerre (cet outil pourrait permettre de conserver la mémoire d'un angle).

	Prise d'informations sur le modèle
14	Gaëtan superpose le gabarit sur le modèle. Il fait coïncider un côté du gabarit soit avec un côté du modèle soit avec le pli marquant la diagonale.
15	Un angle du gabarit correspond à l'angle entre un côté du modèle et la diagonale marquée par le pli.

Le raisonnement produit au niveau (M-2) a pour fonction de prendre une information. Il y a adaptation des schèmes d'usage de l'artefact et donc instrumentalisation, ainsi qu'un enrichissement au niveau heuristique.

	Tracé	
16	Gaëtan pose le gabarit le long du segment déjà tracé et indique :« *Donc là, on a la moitié* »	
17	Il repère le sommet de l'angle droit du gabarit.	
18	Gaëtan cherche à positionner « l'équerre » pour tracer le deuxième côté, il formule : « *Donc c'est le double de l'équerre* ».	
19	Gaëtan remet « l'équerre » dans la position initiale : « ah voilà comme ça »	
20	Retourne « l'équerre »	 
21	Superpose le tasseau à un côté de « l'équerre » pour tracer le deuxième côté.	 

Gaëtan produit un raisonnement qui articule la formulation et l'interprétation des rétroactions (niveau (M-2)) avec la justification en partie implicite des propriétés et caractéristiques de la figure (M-1). Ce raisonnement a pour fonction de reporter un angle.
Au niveau du répertoire il y a mise en œuvre de connaissances sur la symétrie. Le repérage du sommet de l'angle droit du gabarit permet de matérialiser l'axe de symétrie avant la construction du symétrique de l'angle. L'axe de symétrie n'est pas tracé mais il est repéré par deux points.

Les signes produits sont un indice du repérage de la symétrie. Pour aider à placer le gabarit, Paul fait coïncider deux sommets avec les repères placés au sol. Chaque sommet est maintenu en place par un de ses index.

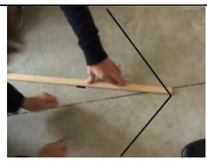
A ce stade de la construction, les élèves disposent de la direction du côté qu'ils veulent tracer. Il leur reste à déterminer sa longueur.	
22	Gaëtan : « On *l'a pris du mauvais côté, mais c'est pas grave.* » Paul : « C'est *pas grave* » Marie : « *Tu as besoin de faire qu'une marque à mon avis c'est tout de la même longueur.// C'est tout de la même longueur* »
23	Les trois élèves coopèrent pour tracer un segment de même longueur que le premier.
24	Après s'être relevée Marie regarde le tracé : « *C'est tout de la même longueur* ».

Les élèves n'ont pas positionné le tasseau correctement. La marque qui repère la longueur du côté à reproduire correspond à la longueur du premier côté. Marie conjecture que tous les côtés ont la même longueur et donc que cela n'a pas d'importance. Elle formule au niveau (M-1) un raisonnement qui permet de justifier le tracé en lien avec une propriété conjecturée du modèle.

Le groupe n'a pas été filmé en continu. Pour la partie manquante de la vidéo (étapes 25 et 26) nous reconstituons les actions effectuées à partir des formulations des élèves recueillies au moment de la mise en commun. Nous nous appuyons également sur les tracés encore présents au sol qu'ils soient conservés par le groupe ou mal effacés.

	Tracé
25	Les élèves tracent un troisième côté suivant le même principe (même angle, même longueur). Ils se rendent compte visuellement que le dessin produit ne correspond pas à l'attendu et décident d'utiliser la diagonale pour compléter leur dessin.

	Prise d'informations sur le modèle
26	Les élèves reportent sur le tasseau, la longueur de la grande diagonale du modèle.

	Tracé	
27	Les élèves placent le tasseau au sol le long des deux points qui ont servi à reporter l'angle (en 17), à savoir un sommet du losange et un point de la grande diagonale.	
28	Paul trace la diagonale « en une fois ».	
29	Les élèves se relaient pour effectuer les derniers tracés qui consistent à relier l'extrémité de la diagonale aux extrémités des côtés déjà construits.	
30	Après le dernier tracé Marie se relève et observe le dessin : « *Là c'est ça, ouais, là c'est bon* »	

On constate l'alternance de vérifications « à l'œil » (qui mobilise des connaissances spatiales) et de l'utilisation instruments.

Les élèves identifient le concept d'angle avec l'instrument « équerre » (ils font d'une certaine manière l'amalgame), puis s'en détachent progressivement, en effet ils formulent le terme d'« angle » lors de la mise en commun.

Gaëtan se positionne à plusieurs reprises au niveau (M-1), en effet non seulement il décrit les actions sur les objets et leur but mais encore il fait référence aux propriétés géométriques et aux caractéristiques de la figure autrement dit, il prend en compte les conditions des actions sur les objets.

Les trois élèves observés coopèrent, on perçoit très nettement l'importance des échanges entre eux. Pour le tracé des segments, deux d'entre eux tiennent le tasseau, le troisième effectue le tracé à la craie.

On constate le rôle des essais, l'importance des raisonnements erronés qui sont invalidés par le groupe. Ces étapes n'apparaissent pas spontanément dans les formulations ultérieures. Il revient à l'enseignant d'amener les élèves à expliciter leur cheminement. Dans cette démarche les connaissances spatiales sont essentielles. La situation est telle que les seules connaissances spatiales des élèves sont insuffisantes pour réussir la tâche. Par contre, elles sont essentielles dans la phase de recherche pour invalider des actions.

On observe des fonctionnements différents entre les trois élèves : Gaëtan formule en même temps qu'il effectue l'action. Marie fait souvent des commentaires après s'être relevée, quand elle observe le modèle ou le tracé « de haut ». Paul reformule souvent à l'identique les propos de ses camarades. C'est un élève dyspraxique qui travaille pour la première fois sans son AVS. Il coopère aisément avec ses camarades et participe pleinement aux actions du groupe. Cela contraste avec les difficultés qu'il rencontre quand il travaille dans le micro-espace.

V - CONCLUSION

A travers l'analyse clinique de cette situation de reproduction de figures planes dans le méso-espace, mise en œuvre dans une classe de fin de primaire, nous avons cherché à déterminer en quoi la confrontation des élèves à des situations d'apprentissage adidactiques dans le méso-espace favorise l'élaboration de raisonnements variés et la construction de concepts géométriques. L'étude détaillée des raisonnements élaborés lors des phases d'action a été rendue possible par la mise en œuvre de notre modèle d'analyse des raisonnements. Ce dernier a contribué à réaliser une étude approfondie des différentes formes de raisonnements, en privilégiant trois dimensions : la fonction des raisonnements, la situation associée en lien avec le niveau de milieu correspondant et l'identification des connaissances en jeu, nécessitant dans certains cas le recours à une analyse sémiotique.

Nous avons ainsi établi que faire vivre aux élèves des situations dans le méso-espace associant la prise de décisions, l'utilisation des instruments et la manipulation de figures (rotation, translation, pliage) favorise la construction d'un répertoire de connaissances et de savoirs dans le domaine spatio-géométrique. Cependant il est également nécessaire que la situation autorise des modes de validation des productions afin que l'élève puisse obtenir, suite à ses actions, des rétroactions signifiantes lui permettant de mesurer l'écart entre sa réalisation et l'attendu. Celles-ci lui permettent alors de prendre conscience de la validité ou de la non validité de son raisonnement et éventuellement d'envisager la mise en œuvre d'une nouvelle procédure.

Par ailleurs nous avons établi (Gibel et Blanquart, 2017) qu'au cours de cette même séquence les phases de formulation des procédures contribuent à générer une dialectique action-formulation particulièrement propice à une explicitation des connaissances et des savoirs géométriques qui sous-tendent les raisonnements des élèves. Cette dialectique conduit à un enrichissement du répertoire didactique de la classe. L'analyse didactique permet aussi de rendre compte de la variété des propriétés géométriques mobilisées pouvant faciliter le passage d'une géométrie instrumentée à une géométrie déductive.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Berthelot, R., et Salin, M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans le cycle obligatoire* (Thèse de doctorat). Université Bordeaux 1, Bordeaux.

Berthelot, R. (2000.) *Quelques moyens pour placer l'espace au centre de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et pour préparer tant l'enseignement technique de l'espace que l'enseignement mathématique du premier cycle*. Actes du XXVIIème colloque COPIRELEM. IREM Grenoble, France.

Berthelot, R. et Salin, M.-H. (2001). L'enseignement de la géométrie au début collège. Comment peut-on concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive ? *Petit x*, (56), 5-34.

Bloch, I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en Première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19(2), 135-193.

Bloch, I. (2006). *Quelques apports de la théorie des situations à la didactique des mathématiques dans l'enseignement secondaire et supérieur.* Note de synthèse HDR de l'Université Paris 7, Paris.

Bloch, I. et Gibel, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 31(2), 191-228.

Bloch, I. et Osel, C. (2009). *L'apprentissage de la géométrie à l'école primaire : analyse d'une progression centrée sur les problèmes spatio-géométriques et leurs représentations.* Actes du XXXVIème Colloque COPIRELEM. IREM Toulouse, France

Bloch, I et Pressiat, A. (2008), L'enseignement de la géométrie, de l'école au début du collège : situations et connaissances in Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques, Actes de la XIV École d'Été : Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques.

Bloch, I. et Salin, M.-H. (2004). *Espace et géométrie dans le méso-espace à l'école primaire et au début du collège*, Actes du XXXVIème Colloque COPIRELEM. IREM Marseille, France.

Brousseau, G. (2000). Espace et géométrie. Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques du Département des Sciences de l'éducation de l'Université de Crète à Réthymnon.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, France : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. and Gibel, P. (2005). Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. *Educational Studies in Mathematics* (59), 13-58.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques,* 16(3), 349-382.

Everaert-Desmedt N. (1990). *Le processus interprétatif : introduction à la sémiotique de CS Peirce.* Liège, Belgique : Mardaga.

Gibel, P. (2004). *Fonctions et statuts des différentes formes de raisonnement en classes de mathématiques à l'école primaire* (Thèse de doctorat). Université Bordeaux 2-Victor Segalen, Bordeaux.

Gibel, P. (2008). Analyse en Théorie des Situations Didactiques d'une séquence destinée à développer les pratiques du raisonnement en classe de mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, (13), 5-39.

Gibel, P. (2015). Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire. *Éducation et Didactique*, 9(2), 51-72.Gibel, P. (2018). *Elaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques*. Note de synthèse de l'Habilitation à Diriger les Recherches soutenue à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour le 28 mars 2018.

Gibel, P., Blanquart-Henry S. (2017). Favoriser l'appropriation des propriétés géométriques des quadrilatères à l'école primaire : Étude d'une situation d'apprentissage dans le méso-espace, *Revue des Sciences de l'Education*, 43-1, 37-84.

Henry, S. (2014) *Analyse didactique d'une situation de communication en géométrie plane.* (Mémoire de master non diffusé), Université de Bordeaux, Bordeaux.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, (11), 175-193.

Oléron, P. (1977). *Le raisonnement*. Paris, France: Presses universitaires de France.

Pierce, C.S. (1995). *Le raisonnement et la logique des choses* (Trad. par Chauviré C., Thibaud).

Petitfour, E. (2015). *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème* (Thèse de doctorat) Université Paris-Diderot, Paris.

Salin, M.H. (2014). Que peut-nous apprendre l'observation d'élèves de 11 ans confrontés à un problème «spatio-géométrique ? *Math-école,* (222), 2-7.

VII - ANNEXE

Analyse a priori de la situation d'apprentissage

1. Sur le plan mathématique

- La réponse attendue est :
  - La vérification de la nature de la figure modèle.
  - L'organisation des prises d'informations et tracés et la réalisation de la figure demandée conformément au contrat didactique.
  - La formulation des étapes de construction avec l'explicitation et la justification des procédures utilisées.
- Procédures attendues (idoines) présentées de façon détaillée et construites à partir du répertoire didactique de la classe :

Première partie : procédures attendues pour les prises d'informations sur la figure initiale.

Report ou comparaison de longueurs : utilisation de la ficelle ou du tasseau, pliage.

Report d'angle : fabrication d'un gabarit d'angle.

Détermination du milieu des diagonales : pliage de la figure modèle, tracé de ses diagonales ou utilisation de la ficelle pliée en deux.

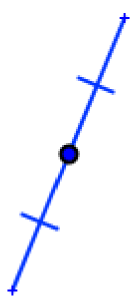
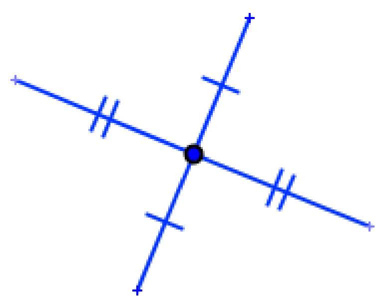
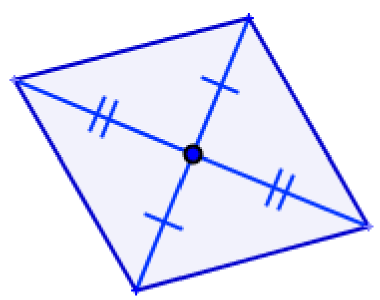
Deuxième partie : procédure attendue pour vérifier la nature de la figure

Comparaison des longueurs des côtés du quadrilatère à l'aide de la ficelle, du tasseau ou par double pliage.

Troisième partie : procédures attendues pour l'organisation du tracé.

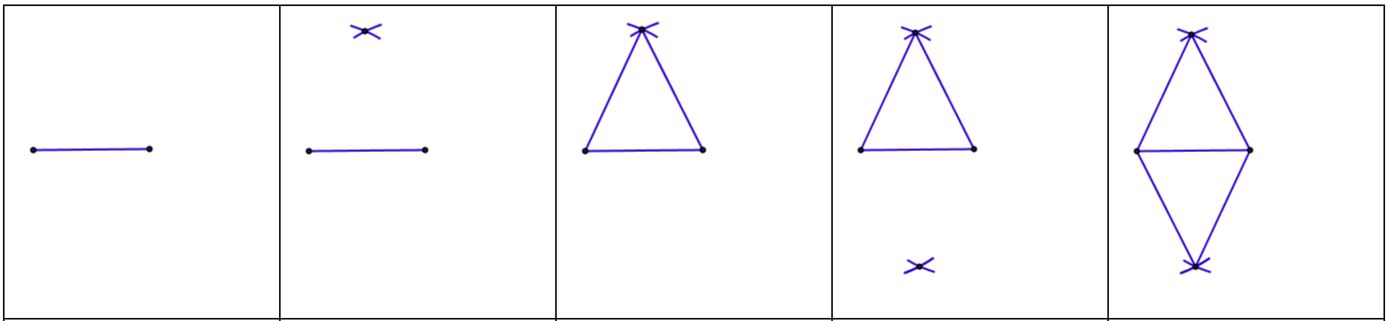
Procédure 1 : par utilisation en acte des propriétés des diagonales d'un losange.

- Tracé d'une diagonale et de son milieu.
- Tracé de la deuxième diagonale perpendiculaire et de même milieu.
- Tracé des côtés du losange.

		
Etape 1	Etape 2	Etape 3

Procédure 2 : décomposition du losange en deux triangles isocèles isométriques de même base et report de longueurs.

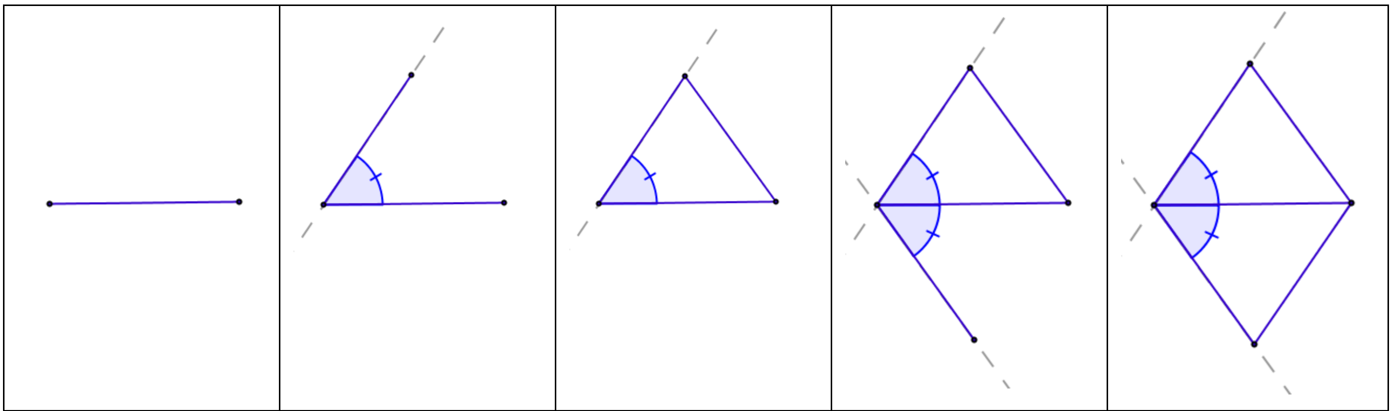
- Tracé d'une diagonale
- Tracé d'un triangle isocèle ayant cette diagonale pour base en utilisant la ficelle pour reporter les longueurs.



Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5

Procédure 2 bis : décomposition du losange en deux triangles isocèles isométriques de même base et report d'un angle.

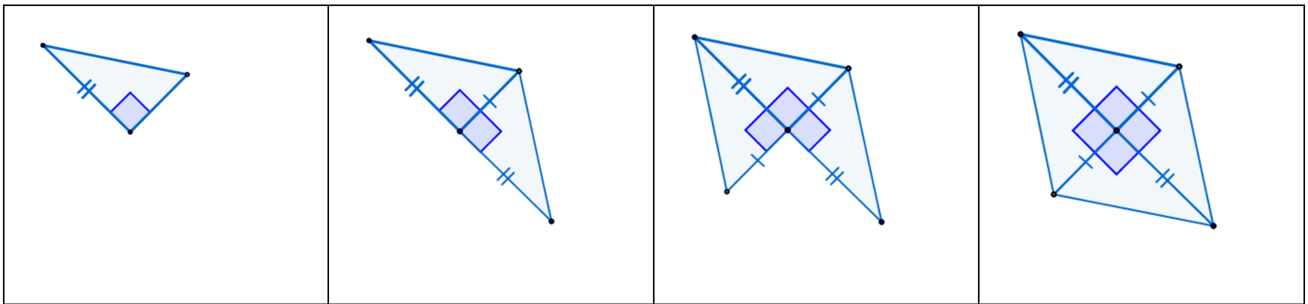
- Tracé d'un côté d'un des deux triangles isocèles.
- Tracé d'un second côté par report d'un angle.
- Tracé du troisième côté de ce triangle.



Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5

Procédure 2 ter : décomposition du losange en deux triangles équilatéraux ayant un côté commun (dans le cas d'un losange dont les angles aigus ont pour mesure 60°)

Procédure 3 : décomposition du losange en quatre triangles rectangles



Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4

2. Sur le plan didactique

a) Les élève sont confrontés initialement à une situation d'action permettant différents niveaux de rétroaction et ensuite lors de la mise en commun à une situation de communication visant à formuler la démarche de réalisation.

b) Les principales variables didactiques sont :

- Les dimensions des losanges à reproduire : d'une part la longueur des côtés et d'autre part la valeur des angles.
- La nature du support qui permet ou non d'avoir recours à une procédure de pliage. Nous avons fait le choix d'une matière (tissu) qui permet d'effectuer des pliages et d'en conserver la trace.
- Les outils mis à disposition des élèves et en particulier le rapport entre la longueur des tasseaux et la longueur des diagonales, le type de gabarit d'angle droit fourni (équerre « cassée », feuille de papier à plier…).
- La présence ou non d'une trace de pli (axe de symétrie) sur les figures à reproduire.

c) Scénario envisagé : dans cette situation les élèves travaillent en groupes hétérogènes, mixtes (CM1/CM2) de 3 à 4 élèves.

- Dévolution de l'activité : en classe le maître donne la consigne, la fait reformuler et présente le matériel qui n'est pas familier en le nommant (les tasseaux). Il précise la composition des groupes qui est affichée au tableau.
- Mise en situation d'action : sous le préau les élèves sont répartis par groupes. Chaque groupe prend connaissance de la figure à reproduire et de l'espace attribué à cet effet. Les instruments et outils sont mis à disposition de tous les élèves. Après reformulation de la consigne les groupes sont mis en activité pour une durée de 20 minutes.
- Mise en commun et validation : à l'issue de la phase d'action chaque groupe présente son tracé à l'ensemble de la classe et explicite sa démarche en précisant les étapes de construction et les outils utilisés. Le groupe valide ensuite en effectuant la superposition avec la figure modèle. Si l'écart entre la figure modèle et le tracé réalisé est inférieur à 1 cm la production est déclarée valide par l'ensemble de la classe.
- Institutionnalisation : de retour dans la classe une synthèse est faite des différentes procédures utilisées et du rôle de chaque outil.

d) Les difficultés prévisibles sont :

- Le maniement des tasseaux auquel les élèves ne sont pas familiarisés.
- La gestion des repères sur le tasseau (oubli de l'origine, confusion entre les différentes marques inscrites sur le tasseau)
- Le manque de précision dans le report des longueurs, en particulier lors de l'usage de la ficelle.
- La nécessité d'effectuer de nombreux allers retours entre le modèle et la figure reproduite par manque d'anticipation et d'organisation de l'action. La durée de l'activité étant limitée.
- Le non transfert des connaissances acquises dans le micro-espace dans un espace de travail nouveau.
- Le manque de coordination au sein du groupe pour organiser les prises d'information et les tracés.
- La difficulté à prendre des décisions quant aux choix des informations à prendre sur la figure modèle.

e) Aides et différenciations envisagées

- La figure en papier peut avoir été pliée pour marquer une ou les deux diagonales.
- Des questions peuvent être posées aux groupes en difficulté : de quelle information avez-vous besoin ? Quel outil pourrait vous être utile ?
- Si un groupe a terminé son tracé avant les autres il sera invité à rédiger par écrit les procédures utilisées pour la reproduction de la figure.

f) la validation est faite par les élèves par superposition de la figure modèle sur la figure reproduite.