

QUEL RÔLE DE LA MANIPULATION DANS LE MANUEL « MÉTHODE DE SINGAPOUR CP » ?

Nadine GRAPIN

Maitresse de conférences, ESPE de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
nadine.grapin@u-pec.fr

Eric MOUNIER

Maitre de conférences, ESPE de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
eric.mounier@u-pec.fr

Résumé

Alors que les commissions d'experts institutionnels (rapports IGEN, rapport de mission ministérielle) insistent sur une nécessaire adéquation du contenu des manuels avec les programmes en vigueur et sur la nécessité d'outiller les professeurs des écoles (PE) dans leur choix de manuels, comment les recherches en didactique des mathématiques peuvent-elles contribuer à répondre à ces besoins ?

La méthodologie d'analyse de manuels que nous avons conçue est dans la continuité de celle employée par Mounier & Priolet (2015) pour le rapport du CNET. Elle vise à étudier le contenu mathématique et didactique d'un manuel en commençant par une étude globale du manuel (sa structure, les intentions des auteurs, etc.), puis par une analyse centrée sur un objectif d'enseignement. Pour ce faire, nous étudions les tâches prescrites à partir d'une analyse *a priori* du savoir en jeu et des déroulements prévus ; des hypothèses sont ensuite dégagées à partir de cette étude locale quant à l'enseignement prescrit dans le manuel.

Nous exploitons cette méthodologie pour étudier le manuel « Méthode de Singapour - CP », notamment à travers l'introduction du sens de l'écriture chiffrée, et nous mettons en perspective le discours des auteurs au regard des résultats de notre étude, concernant en particulier le rôle de la manipulation.

Le manuel de mathématiques, objet familier de l'élève et de l'enseignant, est régulièrement étudié dans les travaux de didactique des mathématiques, que ce soit en tant qu'étape de la transposition didactique ou comme élément de la pratique de l'enseignant ou encore à des fins d'études comparatives (Grapin & Mounier, 2018). La méthodologie que nous avons présentée lors de notre communication situe notre travail plutôt dans ce dernier axe en se restreignant aux manuels scolaires de mathématiques de l'école primaire. Elle a la particularité d'étudier le contenu mathématique d'un manuel selon différents critères didactiques. Avant d'explicitier nos objectifs et de présenter notre méthodologie d'analyse, nous situons d'abord le contexte institutionnel dans lequel nous avons mené notre étude et explicitons les raisons qui nous ont conduits à choisir le manuel CP de la « Méthode de Singapour » pour mener ce travail. La méthodologie est ensuite décrite brièvement pour laisser une part plus importante aux résultats : ces derniers, présentés selon les étapes de la méthodologie, reviennent principalement sur la place et le rôle de la manipulation dans le manuel.

I - CONTEXTE INSTITUTIONNEL ET OBJECTIFS

Dans cette partie, nous situons le contexte dans lequel nous avons mené notre étude et montrons en quoi cette dernière répond à des besoins établis institutionnellement sur les manuels. Nos objectifs sont formulés dans le cadre de la didactique des mathématiques et situés par rapport à différents travaux antérieurs menés sur les manuels. Nous précisons dès lors que nous entendons par manuel, « *tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège).* » (Mounier & Priolet, 2015).

1 Analyses de manuels de mathématiques : un point de vue institutionnel

Après trois rapports publiés par l'IGEN sur les manuels scolaires (tous niveaux et toutes disciplines confondues), le CNECSC (Conseil national d'évaluation du système scolaire) a commandé en 2015 dans le cadre de la conférence de consensus « nombres et apprentissages : premiers apprentissages à l'école primaire », une étude des manuels de mathématiques de l'école primaire (Mounier & Priolet, 2015). Les résultats de ces différentes analyses ont été des points d'appui du rapport ministériel de la commission Villani-Torossian « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques » remis en février 2018. La baisse du niveau de maîtrise des compétences mathématiques par les élèves français est le point de départ de ce dernier rapport ; c'est aussi ce même constat, plus axé sur la maîtrise du nombre et du calcul, qui a motivé la tenue de la conférence de consensus précitée. Si les manuels de mathématiques apparaissent dans le rapport Villani-Torossian comme un des points de vigilance qui permettrait d'améliorer les résultats des élèves, ces différents rapports permettent de dresser un état des lieux de la situation actuelle. Nous ne retenons ici que quelques-uns de ces résultats et en signalerons d'autres au fil de notre analyse.

Le rapport Villani-Torossian revient sur le manque de conformité aux programmes de bon nombre de manuels présents dans les classes (p. 52), en particulier du fait de leur obsolescence, mais aussi sur la nécessité de fournir aux enseignants un outil leur permettant de réaliser « *un choix éclairé* » de leur manuel. Ainsi, dans la liste des 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques (Villani & Torossian, 2018), la vingtième, portant sur les manuels, préconise que : « *Les manuels de mathématiques feront l'objet d'un positionnement sur une échelle, par un comité scientifique, en regard de chacun des critères d'une courte liste arrêtée par ce même comité.* » (Ibid, p. 57). Elle précise :

La mission recommande que le contenu de chaque manuel scolaire soit analysé par un comité scientifique. La grille de lecture publiée à l'issue de ce processus ne constituerait ni une validation, ni une condamnation des manuels examinés, mais un outil sur lequel les enseignants pourront fonder leur choix. Elle pourrait fournir aux concepteurs de manuels des priorités pédagogiques, didactiques, mais aussi économiques, leur permettant de mettre en forme le contenu des programmes de façon adaptée. Ibid, p. 57

Dans leur étude sur les manuels de mathématiques à l'école primaire, Mounier et Priolet (2015) soulignent une grande variété de l'offre éditoriale : ils ont ainsi dénombré en 2014 plus de 120 titres. Il est mentionné que deux types de supports sont disponibles pour l'élève : le support fichier se distinguant du support livre par le fait que les élèves sont amenés à répondre directement sur le fichier dans l'espace de traitement prescrit et non sur une feuille annexe. Même si le rapport IGEN de 2012¹⁴³ soulignait le peu de pertinence pédagogique des fichiers de mathématiques (p. 34), les éditeurs en publient encore beaucoup : au CP, le support livre n'existe pas au profit du seul support fichier, ce dernier tendant à disparaître au fur et à mesure de l'avancée dans la scolarité, pour n'être proposé que dans un quart des collections aux niveaux CM1 et CM2.

Par des observations en classe suivies d'entretiens avec une douzaine d'enseignants, Mounier & Priolet (2015) ont en outre montré que l'utilisation du manuel en classe était variable et que celui présent dans la classe n'était pas toujours choisi par l'enseignant. Seul un tiers des PE interrogés avait choisi le manuel utilisé par leurs élèves ; les critères qu'ils avaient utilisés pour faire leur choix reposaient sur le contenu mathématique du manuel (nombre et niveau de difficulté des exercices proposés) ou se référaient au manuel utilisé dans les niveaux précédents pour assurer une continuité des apprentissages.

En conclusion, face à une telle diversité de l'offre éditoriale, tant sur la forme que sur le contenu mathématique et didactique, l'enseignant se doit de réaliser des choix pour déterminer le (ou les) manuel(s) qu'il utilise pour concevoir son enseignement. Accompagner l'enseignant dans ces choix, comme le propose le rapport Villani-Torossian, apparaît dès lors comme une nécessité. Comment la

¹⁴³ Inspection générale de l'Éducation nationale (2012). *Les manuels scolaires : situation et perspectives*. Paris : Ministère de l'éducation nationale

didactique des mathématiques peut-elle participer à la conception d'outils permettant cet accompagnement ? Quelles grilles d'analyse de manuels concevoir pour les enseignants ?

2 « Méthode de Singapour » : une expression polysémique

Alors que les performances des élèves français de fin de CM1 sont en deçà de celles des autres pays européens à l'évaluation TIMSS (Colmant & le Cam, 2016), les élèves de Singapour sont en tête des classements à l'issue de ces évaluations : Singapour est ainsi premier des classements à TIMSS grades 4 et 8 en 2015 et se classe premier sur le grade 4 et second sur le grade 8 en 2011. Les résultats à ces évaluations internationales conduisent régulièrement les médias à citer en exemple l'enseignement des mathématiques tel qu'il est dispensé, appelé parfois « méthode de Singapour », sans pour autant étudier le contenu mathématique et la méthodologie utilisés dans ces évaluations (Bodin & al., 2016).

« Méthode de Singapour » est par ailleurs le titre d'une collection de manuels de mathématiques éditée par la Librairie des écoles en France. Nous reviendrons dans la partie relative à l'étude de manuels sur les auteurs du niveau CP et sur leurs intentions quant à l'enseignement des mathématiques, mais nous signalons que l'emploi de l'expression « méthode de Singapour » pour qualifier l'enseignement des mathématiques et pour désigner une collection de manuels est source de confusion, comme en témoigne par exemple les différents articles parus dans le hors-série du Point (Le point, 2017) consacré à la « méthode de Singapour », sous-titré « acquérir les fondamentaux grâce au meilleur enseignement du monde ». Dans cette revue, figurent à la fois des reportages sur l'enseignement des mathématiques à Singapour, une interview de Monica Neagoy, directrice de la collection de manuels « Méthode de Singapour », avec la participation d'autres auteurs du manuel mais aussi des exercices extraits des anciennes éditions de la « Méthode de Singapour » (manuel édité par la Librairie des écoles). Ceci illustre bien le fait l'expression « méthode de Singapour » renvoie à au moins deux objets différents : l'enseignement des mathématiques (voire même l'enseignement en général tel qu'il est ou a été dispensé à Singapour) et la collection de manuels édités en France portant ce nom. La confusion engendrée par l'emploi de cette même expression est amplifiée par le fait que les auteurs des manuels de cette collection sont régulièrement interviewés dans les médias sur « la méthode de Singapour ». Pour éviter tout malentendu dans notre propos, nous éviterons d'employer cette expression sans spécifier à chaque fois ce à quoi elle renvoie : l'enseignement à Singapour ou les manuels de la collection.

De l'enseignement des mathématiques dispensé à Singapour, la commission Villani-Torossian (à laquelle appartient Monica Neagoy) retient entre autres l'intérêt dans cet enseignement de :

[...] une pédagogie explicite et systématique, [...] des étapes d'apprentissage identifiées (l'étape concrète, l'étape imagée, l'étape abstraite), les quatre opérations introduites dès le cours préparatoire [...], des stratégies efficaces de résolution de problèmes mathématiques. Villani & Torossian, 2018, p. 19

En conclusion, et comme le précise cette même commission, la stratégie mise en œuvre par Singapour pour améliorer les performances de ces élèves ne se limite à fournir des outils pour l'enseignant mais intègre aussi d'autres modifications, dans la formation des enseignants par exemple. Est-ce que les points d'intérêt pré-cités sont aussi mis en avant dans la collection de manuels ? Comment cela se traduit-il dans la progression, dans les contenus enseignés ? Autant de questions qui ont attiré notre attention et auxquelles nous souhaitons répondre avec un regard de didacticiens.

3 Objectifs de notre recherche et de notre communication

Notre premier objectif de recherche a été de concevoir une méthodologie permettant de mener une analyse didactique d'un manuel pour le chercheur afin d'étudier le contenu mathématique et didactique proposé par les auteurs et d'analyser la « faisabilité matérielle » des situations proposées en classe ordinaire et leur potentialité d'apprentissage concernant les notions mathématiques en jeu. En réponse aux besoins évoqués dans le premier paragraphe de cette partie, la transposition de cette méthodologie pour les enseignants est un autre de nos objectifs sur lequel nous reviendrons en conclusion. Nous avons exploité ensuite cette méthodologie pour étudier les manuels de mathématiques existants, et avons réalisé, entre autres, une étude comparative de plusieurs manuels de CP (Grapin & Mounier, 2018).

Nous ne revenons pas en détail sur la définition de la manipulation qui nous semble un sujet vaste (voir les communications à ce sujet dans ce même colloque). Il en existe différents usages (Beylot, 2019). Cependant notre objectif ne va pas être de les identifier. L'étude que nous présentons ici est issue d'une méthodologie d'analyse plus large sur les manuels en général et notre objectif est de replacer la manipulation dans cette analyse. La méthode d'enseignement des mathématiques à Singapour est citée dans le rapport de la commission Villani-Torossian et il y est mis en avant l'intérêt de distinguer trois étapes (concrète, imagée, abstraite) dans les apprentissages. Le manuel « méthode de Singapour CP » suit ces étapes à travers une « *approche concrète – imagée – abstraite* » (voir annexe 3) ; il apparaît ainsi comme un exemple intéressant à analyser, notamment pour étudier la manipulation par sa place et son rôle tels qu'ils sont envisagés par les auteurs que ce soit dans leurs intentions générales ou dans leurs prescriptions dans les séances.

Le manuel que nous avons retenu pour notre étude peut sembler atypique dans le sens où il résulte d'une adaptation de manuels existants dans d'autres pays. Il apparaît néanmoins comme un manuel ordinaire dans l'offre éditoriale en France et nous l'avons considéré comme tel. Pour cette raison, nous n'avons pas cherché à étudier l'enseignement des mathématiques à Singapour (les programmes, les manuels) ni la transposition entre les manuels singapouriens et ceux de la collection de la Librairie des Ecoles, même si ces questions sont didactiquement intéressantes et permettraient d'éclairer certains de nos résultats.

II - MÉTHODOLOGIE

Nous avons choisi de présenter succinctement notre méthodologie pour pouvoir montrer la façon dont nous l'avons exploitée et détailler davantage les résultats obtenus ; si le lecteur est intéressé par une description plus complète, nous le renvoyons à la lecture de Grapin et Mounier (à paraître).

La méthodologie que nous avons développée est dans la continuité de celle utilisée par Mounier et Priolet (2015) ; elle s'organise à un niveau global (sur l'ensemble du manuel) et à un niveau local (sur l'enseignement d'une notion clé) en trois étapes (Annexe 1).

La première étape, menée à un niveau global, décrit les caractéristiques générales du manuel et relève les intentions des auteurs. Cette première étape est surtout descriptive et s'appuie essentiellement sur le préambule ou l'introduction du guide pédagogique¹⁴⁴ et sur la programmation des séances. Dans le cadre de cette présentation, nous décrirons plus précisément la place et le rôle que les auteurs souhaitent donner à la manipulation dans l'enseignement qu'ils prescrivent dans le manuel.

La deuxième étape, se situe à un niveau local, dans l'analyse d'une notion clé, c'est-à-dire une notion soulignée comme telle dans les programmes et documents institutionnels, et dont l'importance pour la construction des savoirs prescrits a été relevée dans les travaux en didactique des mathématiques. Notre objectif est alors triple : identifier le savoir prescrit au fur et à mesure des séances, caractériser la nature des situations d'apprentissage, rendre compte de la faisabilité des scénarios prescrits en condition de classe ordinaire. Pour ce faire nous nous inscrivons dans la double approche didactique et ergonomique de Robert et Rogalski (2003) afin d'analyser les tâches prescrites (variété, complexité et niveau de mise en fonctionnement des tâches¹⁴⁵, variables didactiques, stratégies *a priori*) pour estimer les activités potentielles des élèves. Nous nous basons sur le guide pédagogique, quand il existe, pour déterminer le scénario *a priori* des séances dédiées à la notion clé. A un niveau global sur l'année, nous pouvons ainsi

¹⁴⁴ Les manuels dont disposent les PE sont très souvent accompagnés d'un guide pédagogique, « *documentation annexée au manuel scolaire et destinée au professeur* » (Mounier & Priolet, 2015, p. 7) dans lequel est réservée « *une place plus ou moins grande au volet organisationnel tel que le mode d'emploi, aux partis-pris pédagogiques et didactiques ou encore aux indications de gestion de chacune des séances* » (Ibid., p. 9).

¹⁴⁵ Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (Robert, 2008) va de technique à disponible en passant par mobilisable, selon le contexte (de facilement reconnaissable par l'élève à inhabituel) et la nature des adaptations à faire par rapport à ses formes déjà rencontrées. L'emploi des connaissances aux deux derniers niveaux peut requérir des étapes alors que ce n'est pas le cas au premier (le niveau technique). C'est pourquoi les exercices concernant le niveau technique comportent des tâches dites simples et isolées.

identifier l'itinéraire d'enseignement (Mounier, 2010), en identifiant tout particulièrement trois phases dans la progression didactique des savoirs (Perrin-Glorian & Hersant, 2003) : la phase 1 qui précède la présentation du savoir nouveau (construction des savoirs anciens participants à celle du nouveau), la phase 2 dans laquelle le savoir est nouveau et enjeu de l'apprentissage, et la phase 3 qui la suit (exercices convoquant le savoir élaboré). De manière plus locale en se centrant sur la phase 2, nous caractérisons les situations d'apprentissage en évaluant leur potentiel a-didactique (Brousseau, 1998). Pour ce faire, nous investiguons les caractéristiques d'une situation-problème au sens de Fénichel et Pfaff (2004-2005) : l'emploi de la connaissance visée par l'objectif de la séance permet-il de répondre à la tâche ? Y a-t-il une validation des réponses que les élèves peuvent faire eux-mêmes ? La réponse est-elle immédiate ? Les élèves peuvent-ils s'engager dans la résolution de la tâche ? Nous regardons aussi la place et la teneur des textes de savoir : leur contenu, le moment de la séquence où ils apparaissent, par qui et comment ils sont élaborés, ainsi que la forme sous-laquelle les élèves en disposent. Nous pouvons alors estimer en quoi le scénario prescrit par les auteurs favorise ou non un des trois dispositifs didactiques décrits par Rey (2001, p.31-35) : le dispositif « *explication-application* » dans lequel les exercices d'application suivent la présentation aux élèves d'un objet de savoir, le dispositif « *observation-compréhension-application* » où l'exposition des savoirs est précédée d'un temps d'observation des élèves qui permet par exemple une généralisation et enfin le dispositif « *problème-compréhension-application* » dans lequel la formalisation des savoirs est précédée d'une résolution d'un problème mettant en jeu une « manipulation d'objets » matériels mais aussi conceptuels. Dans cet article nous allons essentiellement indiquer les dispositifs didactiques que nous avons identifiés dans le manuel étudié afin de faire ressortir le rôle et la place de la manipulation. Ce que nous appelons « faisabilité des scénarios » concerne aussi certains éléments matériels comme la durée des séances et le matériel utilisé (sa nature et sa variété) qui renseignent sur la gestion des tâches et des interactions en classe en permettant d'envisager d'éventuelles adaptations à apporter (investissement de marges de manœuvre). Ces éléments participent alors aussi à l'analyse de la place de la manipulation dans le manuel.

Dans la troisième étape, il s'agit d'étudier à partir des observations faites sur une notion clé ce qui est généralisable à l'ensemble du manuel : nous pouvons ainsi dégager des hypothèses à tester sur d'autres notions ou montrer ce qui est présent dans l'ensemble du manuel. A ce stade, il est ainsi possible de revenir sur les intentions des auteurs (présentées à la première étape) et de confronter ce qu'ils visaient à ce qui est effectivement prescrit dans le manuel. Dans la partie dédiée aux résultats, nous nous attacherons ici à généraliser les observations faites sur le rôle et place de la manipulation.

III - ANALYSE DU MANUEL « MÉTHODE DE SINGAPOUR CP »

Afin d'analyser le manuel CP de la collection « Méthode de Singapour » paru en 2016, nous avons étudié le guide pédagogique (Neagoy & al., 2016a), les deux fichiers de l'élève (Neagoy & al., 2016b, 2016c) ainsi que le recueil de fiches photocopiables (Neagoy & al. 2016d) ; nous avons aussi consulté le site internet de l'éditeur¹⁴⁶ puisqu'il met à disposition de l'enseignant différentes ressources accompagnant les supports papier précités.

Nous présentons les résultats de notre analyse en suivant les trois étapes décrites dans la partie précédente et en nous centrant sur la place et le rôle de la manipulation. Une analyse plus exhaustive est consultable dans l'article de la revue Grand N à paraître (Grapin & Mounier, à paraître). Certains des éléments sur lesquels nous nous sommes basés sont consultables dans les annexes : le descriptif du matériel, la chronologie des tâches selon l'avancée du temps didactique d'une séance « clé » et des extraits du manuels (discours des auteurs, description de la séance précitée).

¹⁴⁶ <https://www.lalibrairiedesecoles.com/la-methode-de-singapour-nouvelle-edition/> et <https://www.lalibrairiedesecoles.com/produit/maths-guide-pedagogique-cp/>

1 1^{re} étape : niveau global - caractéristiques générales et intentions des auteurs

1.1 Présentation des auteurs (noms et fonctions)

Comme nous l'avons déjà signalé, la collection « méthode de Singapour » est dirigée par Monica Neagoy, docteure en *mathematical education*. Une courte biographie de certains des auteurs, proposée dans le guide pédagogique (Neagoy et al., 2016a, p.17), témoigne qu'ils occupent des fonctions diverses : professeur de mathématiques, conseiller pédagogique, professeur des écoles. Les auteurs ayant rédigé les fichiers à destination des élèves n'ont pas tous contribué à la rédaction du guide pédagogique, et réciproquement. Par ailleurs, chacune des unités (terme sur lequel nous reviendrons) est signée du nom de son auteur : par exemple, les deux premières sur les nombres sont rédigées par M. Neagoy, l'unité 10 « les nombres jusqu'à 100 » par J-M. Jamet et celle sur les longueurs par A. Szikora.

1.2 Supports à destination des élèves et de l'enseignant & coût d'équipement

Pour l'élève, un fichier papier en deux volumes de 96 pages chacun (fichier A et fichier B) est prévu (Neagoy & al., 2016b, 2016c). Pour l'enseignant, un guide pédagogique de 272 pages en noir et blanc accompagne les fichiers. Il est structuré de la manière suivante : 4 pages pour la présentation de la progression sur l'année par « unité » et par séance, 12 pages de présentation de la méthode d'enseignement, 16 pages décrivant de façon synthétique le contenu de chaque unité (une page par unité). Les pages restantes sont consacrées à la description de chacune des séances (nous y revenons de façon plus précise par la suite).

L'enseignant dispose aussi d'un recueil (sous forme de livre) de 265 fiches photocopiables et de ressources téléchargeables sur un site internet : il peut retrouver le guide pédagogique (en couleur), des ressources matérielles supplémentaires (jeux, bandes numériques, etc.) et des indications générales sur la méthode d'enseignement avec des informations complémentaires à celles présentes dans le guide pédagogique.

Le fichier de l'élève est prévu pour utilisation « guidée » en classe, le travail autonome de l'élève devant être mené sur les fiches photocopiables. Dans les fichiers, entre 1 et 3 pages par séance sont prévues, l'ordre des séances suivant la progression prévue.

L'équipement d'une classe de CP de 23 élèves¹⁴⁷ s'élève alors à 380 euros environ¹⁴⁸. A cela, s'ajoute un coût de reproduction que nous ne chiffrons pas ici, mais qui ne peut être négligé puisque, pour chaque séance, les élèves doivent travailler en autonomie quotidiennement à partir d'une ou plusieurs fiches photocopiables ; 265 fiches (une fiche par page) sont ainsi prévues pour un élève sur une année. En termes de matériel dont la classe doit en outre être équipée, l'équipement pour une classe (mentionné dans les pages d'introduction du guide pédagogique) se compose de 800 cubes multidirectionnels (cf. annexe 2.1, l'éditeur propose un tel ensemble à 94,90 €), de 10 à 15 sets de matériel de base 10 (Annexe 2.1), de 600 jetons de couleurs différentes et de monnaie factice (guide pédagogique, p.13). Signalons que d'autres types de matériels pédagogiques sont mentionnés dans le descriptif du déroulement de chaque séance, comme les cartes-constellations (cf. annexe 2.1) ou encore un boulier (pour la séance 109, description non indiquée par le manuel). Nous n'avons donc pu chiffrer précisément l'ensemble des besoins en matériel.

1.3 Organisation générale du manuel et répartition des séances par domaine

La progression proposée dans le manuel est découpée en cinq périodes de sept semaines environ chacune, comme la quasi-totalité des manuels en France (Mounier & Priolet, 2015). Le contenu mathématique est structuré en 16 unités : 11 sur le domaine « Nombres & calculs », 2 « Espace & géométrie » et 3 « Grandeurs & mesures ». Ces 16 unités sont découpées en 135 séances : 106 (79 %) pour

¹⁴⁷ Le nombre moyen d'élèves par classes du CP au CM2 dans l'enseignement public était en 2016 de 23 élèves. http://cache.media.education.gouv.fr/file/2017/41/3/depp_rers_2017_801413.pdf (consulté le 30 avril 2018).

¹⁴⁸ Un volume du fichier étant vendu 6,50 € l'unité, l'équipement d'une classe revient à 299 euros. S'ajoutent le coût du guide pédagogique (39,90 €) et des fiches photocopiables (39,90 €).

« Nombres & calculs », 14, (10 %) pour « Espace & géométrie » et 15 (11 %) pour « Grandeurs & mesures ». A titre de comparaison, huit manuels de CP sur les dix étudiés pour le rapport du Cnesco (2015) accordent entre 67 % et 72 % des séances au domaine « Nombres et calculs » ; le nombre de séances relevant de ce domaine dans le manuel « Méthode de Singapour CP » est donc important. En outre, les unités portant sur l'espace et la géométrie et les grandeurs sont réparties au fil de l'année comme le montre le graphique suivant (figure 1).

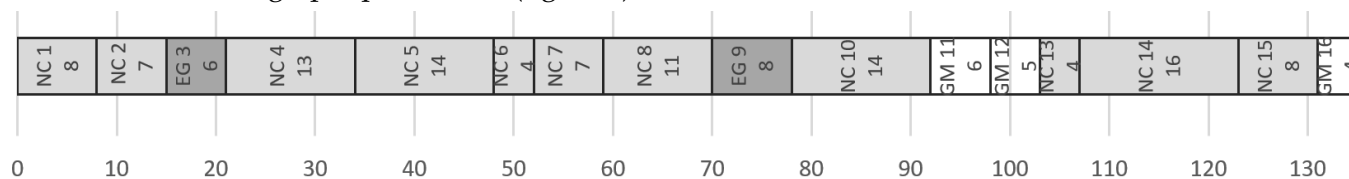


Figure 1. Répartition sur l'année des 135 séances selon les domaines (NC : nombre et calcul – EG : espace et géométrie – GM : grandeurs et mesures) et les unités¹⁴⁹

1.4 Structure générale d'une séquence et d'une séance

Le terme de séquence n'est pas employé par les auteurs, la progression étant structurée en « unités ». Si on considère une séquence comme « un ensemble de séances portant sur le même objet de savoir » (Chopin, 2006, p.56), les unités ne sont pas des séquences puisque certaines portent sur plusieurs objets de savoir. Par exemple l'unité 14, « L'addition et la soustraction des nombres jusqu'à 100 », correspond a priori à au moins deux objets de savoir distincts.

Chaque unité débute avec une première séance, dite d'introduction, et intitulée « observons l'image », au cours de laquelle les élèves sont invités à observer et échanger, sous le contrôle de l'enseignant, autour d'une image proposée sur une page entière de leur fichier. Selon l'unité, entre trois et quinze séances suivent cette séance d'introduction ; une séance « d'objectivation », intitulée « ce que j'ai appris » et visant à « récapituler les grandes idées » (guide pédagogique, p.15) clôt chaque unité.

Dans le guide pédagogique, chaque séance est décrite par :

- ses objectifs,
- un tableau synoptique indiquant la durée des phases de la séance et les modalités de travail ; ce tableau ne figure pas dans la première et la dernière séance de l'unité,
- des indications pour que l'enseignant puisse mener les différentes étapes prescrites par les auteurs,
- des exemples d'« activités différenciées », d'« évaluations continues », d'« activités optionnelles », d'« activités de calcul mental », une « synthèse de la leçon » et un encadré contenant « des conseils utiles [...] de nature mathématique ou pédagogique ». (guide pédagogique, p.14-15).

Chacune des séances est prévue pour une durée approximative et moyenne d'une heure. La durée des phases dédiées au calcul mental, à la synthèse de la séance ou encore à l'évaluation continue n'est pas indiquée ; c'est donc à l'enseignant de l'intégrer, mais la durée moyenne des séances est par conséquent plus importante que celle indiquée. Par ailleurs, les séances de calcul mental ne sont décrites qu'une fois sur deux alors qu'il est prescrit dans les programmes une pratique quotidienne (de 15 minutes selon certains textes) : le contenu d'une séance sur deux de calcul mental est donc à la charge de l'enseignant.

1.5 Les intentions affichées des auteurs

Dans le préambule du guide pédagogique, les auteurs reviennent sur les performances remarquables des élèves singapouriens aux évaluations internationales et sur l'intérêt que peut représenter une telle méthode pour favoriser les apprentissages mathématiques. Il est précisé que le manuel utilisé à Singapour a été adapté pour correspondre aux attendus des programmes français « tout en respectant l'esprit et les principes de la méthode », mais aucune indication sur les transpositions réalisées n'est mentionnée.

¹⁴⁹ EG 9 signifie qu'il s'agit de l'unité 9, qu'elle relève du domaine « espace et géométrie » ; elle est composée de 8 séances.

Toujours dans ce préambule, les auteurs affichent, entre autres, comme « pilier » de l'approche de l'enseignement à Singapour, « une grande importance accordée à la résolution de problèmes » et justifient le choix d'une approche en trois étapes (annexe 3) :

L'approche concrète : les élèves sont guidés dans leur compréhension du concept grâce à la mise en situation ou la manipulation d'objets concrets (didactiques ou de la vie quotidienne). La présentation imagée : la situation est « schématisée » le plus souvent au tableau ou à l'aide du manuel. Elle permet de mettre en lumière, d'explicitier et d'exprimer les liens et les éléments importants du concept. Cette étape est appelée « semi-concrète ». La présentation abstraite : le recours aux symboles mathématiques constitue l'objet de cette ultime étape. Guide pédagogique, p.8

Différentes schématisations sont ensuite proposées pour représenter des problèmes additifs et soustractifs.

La manipulation est présentée comme un passage « nécessaire à la compréhension [...] au service de l'abstraction au lieu d'être une fin en soi » (guide pédagogique, p. 8) ; elle est prévue d'être « utilisée pendant une, voire deux leçons », dans le cadre de l'approche concrète. Sur le site internet¹⁵⁰, des précisions sont apportées, notamment :

Au CP, la manipulation est essentielle pour que les élèves acquièrent une sensibilité des nombres, des quantités et des mesures. [...] C'est pour cette raison que la méthode de Singapour introduit chaque notion par une étape concrète, faisant appel à un matériel pédagogique riche et varié : jetons, cartes, cubes multidirectionnels, cubes de base 10...

L'étape « concrète » peut donc s'appuyer sur des objets manipulables mais elle est aussi définie comme intégrant « la mise en situation » de ces objets ; nous comprenons ainsi que le terme de concret renvoie alors à la fois à un objet qui peut être manipulé (comme les exemples de matériel pédagogique ci-dessus l'illustrent), mais aussi à un objet représenté relevant d'une situation qualifiée de concrète pour l'élève. Par exemple, dénombrer une collection de 15 voitures représentées sur une page nous semble ainsi relever de l'étape « concrète » dans l'apprentissage du nombre, au vu de la précision donnée par les auteurs.

La prochaine étape de notre analyse va permettre d'éclairer cette approche en analysant ce qui est proposé pour l'enseignement de la signification des chiffres des écritures chiffrées (EC). Ceci nous permettra de mieux comprendre le sens que les auteurs donnent à la résolution de problème et en quoi consiste la pratique « guidée » prescrite. Si c'est l'enseignant qui guide, jusqu'où le fait-il ? Et à quel moment de la séquence d'apprentissage ?

2 2^e étape : niveau local - analyse de l'enseignement d'une notion clé : l'écriture chiffrée au CP

2.1 Apports didactiques sur la numération écrite chiffrée au CP

Nous allons indiquer certains résultats sur l'enseignement de la numération écrite chiffrée au CP en privilégiant des éléments qui permettent d'analyser les situations d'apprentissage, et en particulier les tâches mettant en jeu la manipulation d'objets.

Deux systèmes de numération sont objets d'apprentissage au CP (Mounier, 2010) : la numération orale et la numération écrite chiffrée. Les élèves de l'école maternelle qui arrivent au CP ont essentiellement travaillé le nombre en utilisant son nom, le plus souvent jusqu'à « trente ». La numération orale en langue vernaculaire possède une structure propre à chaque langue dont on peut néanmoins dégager des caractéristiques communes pour les langues indo-européennes (Mounier, 2012). C'est l'aspect ordinal (avec repérants ou non¹⁵¹) qui est ainsi mis en avant dans la comptine numérique que les élèves apprennent, c'est-à-dire la succession d'items différents, immuablement énoncés dans le même ordre,

¹⁵⁰ <http://www.lalibrairiedesecoles.com/produit/maths-fichier-de-leleve-a-cp-nouvelle-edition/> (consulté le 17 avril 2018)

¹⁵¹ Les élèves de maternelle peuvent avoir noté ou non qu'après l'énoncé de la comptine de un à dix-neuf, la comptine de un à neuf est à nouveau prononcée en la faisant précédée du repérant « vingt ».

qui permettent en particulier d'indiquer des quantités par comptage. Les écritures chiffrées que les élèves côtoient ne sont alors que la version écrite des noms des nombres, une version écrite de la comptine numérique fréquemment placée en haut du tableau.

Au CP, du sens doit être donné aux chiffres des EC des nombres jusqu'à 99, mobilisant ainsi les deux aspects de la numération écrite chiffrée, positionnel et décimal (programmes 2016 (MEN, 2015) ; Tempier (2016)). Il s'agit alors de comprendre les relations entre une EC et les expressions en unités de numération. Par exemple, travailler l'aspect positionnel en reliant 56 avec 6 unités 5 dizaines (nous abrègerons en 6u 5d), l'aspect décimal avec 4d 16u et les deux aspects avec 26u 3d. Ces aspects se travaillent notamment en proposant des collections qui ne sont pas toujours organisées en dizaines et unités de manière maximale, c'est-à-dire pour une collection de cardinal 56 pas toujours en 5 groupes de dix et 6 objets isolés.

Nous ne revenons pas ici en détail sur les difficultés conceptuelles liées à la dizaine qui peuvent perdurer au-delà du CP (voir par exemple Deblois (1995)) mais soulignons les liens entre les procédures de dénombrement et les deux numérations. Prenons l'exemple d'une collection de 56 objets. Le comptage un à un, de un à cinquante-six, ou le comptage avec la comptine des dizaines (mobilisation des repérants dix, vingt, trente, quarante, cinquante) puis celle de un en un (cinquante-et-un, ..., cinquante-six) utilisent en-acte les propriétés de la numération orale. L'EC peut alors être trouvée en connaissant l'EC du nom de nombre. L'EC peut cependant être obtenue sans connaître le nom du nombre, mobilisant en-acte au plus près les propriétés de la numération EC. Il suffit en effet d'organiser la collection en dizaines de manière maximale (le plus de dizaines possibles) puis de coder cette organisation en comptant le nombre de dizaines (chiffre 5) et d'unités restantes (chiffre 6), et à accoler ces deux chiffres dans l'ordre conventionnel (56). Contrairement aux deux premières procédures, il est ici nécessaire de connaître le nombre de dizaines et d'unités (Mounier & Pfaff, 2015, Mounier, 2017). Deux grands itinéraires d'enseignement sont alors envisageables (Mounier, 2010) : soit distinguer initialement les deux numérations avant de faire apparaître leurs points communs soit confondre les deux numérations avant de faire apparaître leurs différences¹⁵².

Pour introduire la signification des chiffres ce sont le plus souvent des tâches de dénombrement qui sont proposées : que ce soit la production d'une collection connaissant son cardinal ou l'indication du cardinal d'une collection donnée. Il peut aussi s'agir de comparer les cardinaux de collections. Ces tâches de comparaison ont un certain potentiel pour problématiser l'intérêt de la dizaine que n'ont pas forcément les dénombrements, fussent-ils de collections importantes (Mounier, 2010), car la réussite aux dénombrements dépend moins du fait de choisir entre le comptage un à un et le comptage avec des dizaines que la maîtrise de connaissances en énumération qu'elles mobilisent (Mounier & Pfaff, 2015). En outre, l'enseignement des opérations est un lieu privilégié pour réinvestir les connaissances sur les numérations : la numération orale via le calcul mental et la numération EC via les techniques opératoires.

¹⁵² Le premier itinéraire est utilisé par au moins un manuel français en 2018, Mon année de Maths CP, Ed. Sed (Mazollier, Mounier et Pfaff, 2016). Le second itinéraire est utilisé dans tous les manuels analysés en 2015 par Mounier et Priolet.

2.2 L'apprentissage de l'EC dans le manuel « Méthode de Singapour CP »

Les trois phases découpant l'apprentissage de l'EC

La figure 2 répertorie les 102 séances concernant le nombre et permet de distinguer les trois phases de l'enseignement de la signification des chiffres des EC.

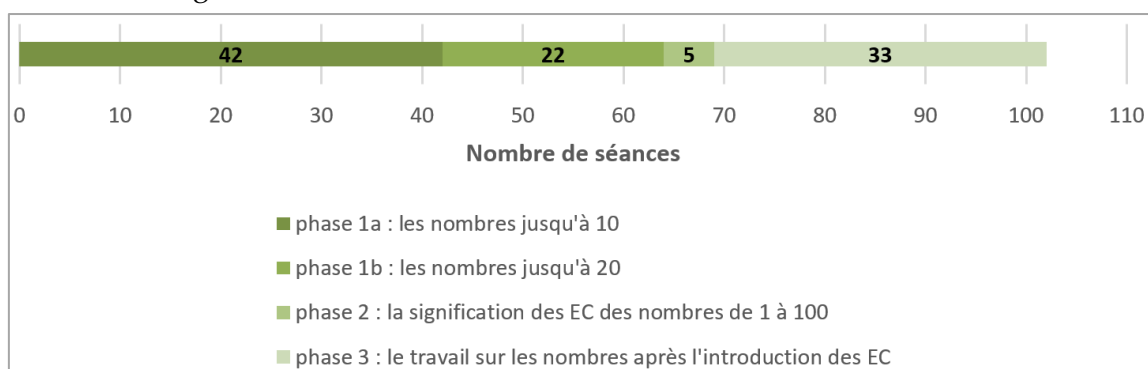


Figure 2. Poids relatifs et chronologie des différentes phases concernant l'enseignement du nombre calculé en nombre de séances¹⁵³

La signification des chiffres des EC (phase 2) est introduite à 57 % de l'année scolaire, c'est à dire au début de la période 4 sur les 5 de l'année. Ainsi, pendant plus de la moitié de l'année les élèves n'identifient pas les chiffres des écritures chiffrées en termes de nombre de dizaines et d'unités. C'est un peu plus tardivement que les quatre manuels étudiés par Mounier & Priolet (2015), puisque cette introduction s'y déroulait en période 3 (40 à 50 % de l'année). En outre, le découpage du champ numérique est différent. Trois des quatre manuels analysés en 2015 abordaient auparavant les nombres jusqu'à 32, 59 ou 69. Les écritures chiffrées et le nom de ces nombres étaient donc connus des élèves avant qu'on ne leur enseigne la signification des chiffres (dizaine, unité). Comme pour le manuel « Méthode de Singapour CP », le 4^e manuel étudié en 2015, n'abordait que les nombres jusqu'à 20 avant de donner du sens aux chiffres des EC.

Le savoir en jeu et son apprentissage

La progression des apprentissages suit des étapes clairement identifiables qui font l'objet de recommandation des auteurs en début d'unités (annexe 2.3). La construction des deux numérations ne suit cependant pas clairement l'un ou l'autre des deux itinéraires d'apprentissage précités. La numération écrite chiffrée est la forme écrite de la numération orale en phase 1 (pour les nombres jusqu'à 20), ce qui est attendu dans ce premier temps, puis c'est l'inverse en phase 3, les écritures chiffrées jusqu'à 99 y sont mises en avant sans que nous relevions d'apprentissage sur les noms des nombres. En phase 2, le découpage est le suivant (cf. annexes 3 et 2.2) : nombres de 20 à 30 (séance 80), de 30 à 40 (séance 81), les dizaines entières jusqu'à 100 (séance 82) et finalement les nombres de 20 à 100 (séance 83). Le nom et l'écriture chiffrée des nombres jusqu'à 40 sont tout d'abord introduits simultanément au dénombrement de collections organisées en dizaines et unités sans que soit explicitement relié les nombres de dizaines et d'unités avec les chiffres des EC. Ce lien est fait ensuite mais tout d'abord pour les dizaines entières avec une approche différente selon ces dernières. Pour les nombres 30, 40, 50 et 60 il s'agit d'expliquer pourquoi par exemple « trente » s'écrit avec un « 3 » et un « 0 »¹⁵⁴ (une collection de trente crayons est présentée organisée en 3 dizaines et 0 unités). A l'inverse, pour les nombres 70, 80, et 90, les EC sont d'abord fournies et il s'agit d'expliquer leur nom en français en l'associant à une décomposition de type soixante plus dix pour 70, quatre fois vingt pour quatre-

¹⁵³ La phase 1 de 64 séances a été scindée en phases 1a et 1b pour distinguer l'étude des nombres jusqu'à 10 et jusqu'à 20.

¹⁵⁴ Après avoir exprimé la collection en termes de dizaines et unités le PE doit « Justifiez ainsi l'écriture 3 et 0 pour désigner 30 » (guide pédagogique, p. 178). Nous pensons qu'il faut comprendre « Justifiez ainsi l'écriture 3 et 0 pour désigner trente », sinon il y aurait redondance.

vingt¹⁵⁵. Par la suite (fin de la phase 2 et phase 3), ce sont les EC des nombres jusqu'à 100 qui sont objet d'apprentissage, en lien avec collections. Le nom des nombres au-delà de vingt n'est alors pas un enjeu d'apprentissage explicite¹⁵⁶. Outre les calculs (mobilisant les EC en phase 3), les tâches numériques demandées sont majoritairement des tâches de dénombrement de collections, presque toujours organisées en un nombre maximum de dizaines. Quand ce n'est pas le cas d'emblée, l'organisation est faite par le PE devant les élèves. A de rares moments les élèves doivent faire cette organisation et c'est alors toujours à l'invitation du PE et non laissé à leur initiative. La dizaine est donc « déjà-là » et présentée comme nécessaire pour dénombrer plus facilement puis ensuite indiquer les cardinaux par une EC. Nous n'avons pas relevé de travail spécifique sur sa conceptualisation (DeBlois, 1995)¹⁵⁷, bien que les auteurs indiquent de passer « *par une phase de manipulation, faisant « sentir » la dizaine comme étant dix fois une unité* » (annexe 2.3). Par ailleurs, il n'y a pas de tâches travaillant de manière explicite l'aspect décimal et l'aspect positionnel (en référence aux unités de numération) ni abordant la nécessité du 0 dans les EC.

Pour finir, signalons que les connaissances anciennes sur le dénombrement dont disposent les élèves *a priori* (c'est-à-dire en ne considérant que celles prescrites dans le manuel) avant d'aborder la séquence sur la signification des chiffres des EC sont insuffisantes pour répondre aux tâches de dénombrement. Les élèves ne savent en effet pas dénombrer au-delà de 20 alors que des collections plus importantes sont en jeu à ce moment. Ces connaissances sont-elles censées avoir été acquises par ailleurs ¹³ ?

Les situations d'apprentissage

Nous étudions ici le déroulement des séances de la phase 2, qui constituent une séquence de 5 séances consécutives (n° 79 à 83).



Figure 3. Extrait du fichier de l'élève (p. 21)

La première séance (n° 79) est entièrement dédiée à une introduction de la séquence. Il s'agit d'observer une image représentée sur une page entière (figure 3) du fichier. Les élèves en disposent sur leur fichier et il est conseillé de la vidéoprojecter au tableau. Le PE pose des questions aux élèves pour les amener à en discuter, notamment pour vérifier ce que disent les personnages sur le nombre de jouets qu'ils ont. La réponse attendue est une vérification par comptage en utilisant les dizaines constituées et le fait que « 10 et 10 font 20 », les éléments restants étant des objets « isolés » car non groupés par 10. Ensuite les élèves vont avoir le matériel de base 10 à leur disposition (annexe 2.1) et devront « *montrer la quantité vingt-trois* », le PE indiquant qu'il est possible « *de compter « le tout » en désignant chaque dizaine à l'oral plutôt que de compter de un en un* ». Le PE est invité à « *Renouveler la démonstration pour les nombres 25, 26, 27, 28 et 29* ». Le 3^e et dernier temps de cette séance consiste à revenir sur l'image comme dans le 1^{er} temps et à questionner les élèves sur le nombre de paquets de dix cartes et de cartes « seules », pour introduire le mot « isolé ».

¹⁵⁵ Il n'est cependant pas déjà évident pour un élève de CP que « trente plus cinq » c'est « trente-cinq » (Mounier, 2010).

¹⁵⁶ La numération orale utilisée à Singapour comme nombre de numérations asiatiques est formellement plus proche de la numération écrite que ne l'est la numération orale en France (Mounier, 2012). En outre, le rapport culturel avec les nombres et le rôle des parents dans l'éducation des enfants n'est pas le même qu'en France. Cela pourrait-il éclairer l'enseignement ici non explicite de la comptine numérique ?

¹⁵⁷ D'autres manuels y accordent une place plus importante (Mounier & Priolet, 2015).

Les séances qui suivent ont une structure similaire (voir annexe 2.4 pour les détails de la séance 80). Nous avons identifié plusieurs temps qui se succèdent dans l'ordre relaté ici.

- Dans un premier temps dit parfois de « *Mise en contexte* », l'enseignant est au tableau. Il montre des objets ou du matériel pédagogique aux élèves et leur pose des questions (tâche de dénombrement) sachant que ceux-ci ne disposent pas de matériel ni de fiches ou fichier.
- Dans un 2^e temps de « *pratique guidée* », l'élève ouvre son fichier et le PE commente un encadré qui reprend ce qui a été fait précédemment en posant des questions aux élèves. L'élève fait ensuite les exercices du fichier qui sont similaires¹⁵⁸ à ce qu'il a vu auparavant.
- Le 3^e temps est celui de la « *Manipulation* », reprenant des exercices encore similaires mais avec un matériel manipulable.
- Dans le 4^e temps de la « *Pratique guidée individuelle* » les élèves reprennent un travail sur feuille avec des tâches similaires (fiches photocopiables ou fichier).
- Un 5^e temps peut être consacré à un travail identique à ce qui a été fait en augmentant le champ numérique. Un moment de « *Différenciation* » est indiqué en fin de séance : le « *soutien* » consiste à reprendre des exercices similaires avec du matériel manipulable, l'« *approfondissement* » concerne d'autres tâches en lien avec la notion du jour étudiée ou à des connaissances anciennes.

Si les différentes étapes que nous avons décrites sont reprises dans les séances, il se peut que certaines se déroulent de manière un peu différente, notamment quand il s'agit de manipulation (en particulier le 3^e temps n'apparaît pas toujours), nous y reviendrons par la suite (§ 2.3).

Pour estimer la proximité à une situation-problème, nous avons étudié surtout le premier temps, c'est-à-dire tout ce qui se passe avant que l'élève regarde les éléments de savoir à retenir sur son fichier. Il apparaît que les élèves ne peuvent pas s'engager dans la tâche à l'aide du matériel. Ils ne peuvent faire des essais individuellement, ni valider les réponses de manière matérielle (il n'y a aucune possibilité de rétroaction matérielle). C'est l'enseignant qui guide et pose des questions sur une tâche simple et isolée : il n'y a pas d'étape, elle ne nécessite pas d'adaptation de connaissances et le contexte est similaire à celui déjà rencontré (comme le dénombrement d'une collection organisée en un maximum de dizaines), ce qui nous fait penser parfois à une maïeutique socratique car certains savoirs semblent être déjà là (comme la comptine numérique, les EC des nombres, le comptage). Les tâches ne forment donc pas des problèmes (Brousseau, 1998) dans le sens où il s'agit de répondre à des questions de type : « *Si j'ai deux cartes de 10, combien ai-je de points en tout ?* » (guide pédagogique, séance 81, p. 177) ou « *Combien d'images ai-je dans ce groupe ?* » (Ibid, séance 80, p. 175). La réponse à cette dernière question sollicite explicitement et directement un dénombrement, dénombrement qui ne peut donc apparaître comme solution à un problème. C'est pourquoi nous estimons que le dispositif didactique est proche d'un dispositif « *explication-application* » (Rey, 2001).

La faisabilité des scénarios

Nous prenons en exemple la séance 81 (guide pédagogique, p. 176 et 177) et suivons le découpage en 4 temps indiqué par les auteurs, les trois premiers de 10 minutes, le dernier de 30, soit une heure au total.

Certains « temps » nous interrogent quant au nombre de tâches qui y sont proposées et leur durée. Ainsi dans le 1^e temps, les élèves doivent, en moins de 10 minutes, dénombrer collectivement 13 collections de points au tableau (qui sont obtenues successivement par ajout de 1 ou de 10) puis dessiner individuellement sur ardoise 3 collections, respectivement de 16, 26 et 28 points, avec une mise en commun pour chaque cas. Les connaissances mobilisées étant récentes, cette durée nous apparaît très insuffisante, même si le PE décide de se baser sur le rythme des plus rapides. En outre, les élèves sont amenés à changer fréquemment de support pour effectuer le travail demandé : durant cette séance, ils doivent, successivement, regarder les cartes « constellation » au tableau, sortir leur ardoise et des feutres ou craies, ouvrir le fichier à une page donnée (et donc vraisemblablement ranger l'ardoise et les feutres),

¹⁵⁸ Dans le sens où les valeurs des variables didactiques proposées ne changent pas les procédures abordées précédemment, et où le contexte est proche de celui vécu auparavant.

fermer le fichier, regarder les cartes-constellations au tableau, réouvrir le fichier à une page donnée, ranger le fichier, utiliser deux fiches photocopiables, puis, selon les élèves, utiliser des cubes ou une ardoise, pour terminer la séance par une synthèse. Ce n'est pas l'emploi de supports et matériel divers qui nous interroge mais le fait de la multiplicité des actions à faire pour des élèves de cet âge, ce qui nécessite du temps et des moments de re-concentration qui ne nous apparaissent pas nécessairement pris en compte par les auteurs. Globalement, bien que le matériel utilisé nous semble adapté aux élèves de cet âge, il nous apparaît difficile de réaliser le scénario prescrit dans le temps imparti, et impossible de proposer les tâches optionnelles indiquées sur le guide.

2.3 Le rôle de la manipulation dans l'apprentissage de l'EC dans le manuel « Méthode de Singapour CP »

Nous avons vu que dans le déroulement de la séance il y avait des temps dans lesquels intervenait du matériel manipulable. Les tâches sont ici toujours des tâches de dénombrement et presque exclusivement mettant en jeu des collections déjà organisées avec un maximum de dizaines (donc moins de dix objets isolés). Dans les cinq séances de la phase 2, nous avons précisé (annexe 2.2) le moment durant lequel il y a eu manipulation, le matériel utilisé (manipulable ou non) et qui a manipulé (l'élève seul, le PE devant les élèves). Nous relevons l'utilisation de matériels manipulables d'usage courant (cartes, crayons, pièces, ficelles) et du matériel spécifique à la numération : cartes-constellations, matériel de base 10, cubes multidirectionnels, décrits en annexe 2.1. Nous n'allons pas étudier la façon dont il est utilisé. Ceci demande une étude des signes qui apparaissent dans le déroulement des séances. Signalons que ce matériel est aussi présent dans d'autres manuels français (Mounier, 2010) ; Mounier & Priolet, 2015).

Dans chaque séance, avant l'exposition du savoir sur le fichier, il y a une manipulation d'objets. Celle-ci est cependant systématiquement faite par le PE devant les élèves. Le fichier est ensuite utilisé pour représenter ce qui a été fait et ce qu'il faut en retenir. La façon de faire le lien entre la manipulation avec le matériel, la représentation imagée de cette manipulation et la représentation sous la forme d'EC n'est pas explicitée et est à la charge du PE. Le fichier ou les fiches photocopiables sont utilisées dans le dernier moment de la séance. Les collections étant alors de fait figurées, le travail demandé aux élèves ne peut être le même que celui avec des objets manipulables. Cependant le fait que les collections soient systématiquement organisées en un nombre maximum de dizaines permet d'éviter les problèmes d'énumération, mais aussi par la même de ne pas aborder cet apprentissage. Après le temps d'exposition du savoir sur fichier, et en sus des tâches sur fiches ou fichier, dans deux des cinq séances (séances 80 et 83), le guide mentionne à nouveau l'emploi de matériel manipulable. Ce n'est donc pas une utilisation systématique, mais à la différence du premier temps de la séance, ce sont les élèves qui peuvent l'utiliser de manière individuelle. L'élève est guidé dans ce qu'il doit faire, même si la collection ne se présente pas initialement de manière organisée en dizaines et unités :

Répartissez la classe en groupes de 3 ou 4 élèves et distribuez un nombre aléatoire de cubes multidirectionnels. Demandez à chaque groupe d'estimer d'abord le nombre de cubes en l'écrivant sur leur ardoise dans un tableau de dizaines et d'unités. Les élèves doivent maintenant grouper les cubes en dizaines et en unités et trouver le nombre réel. Guide pédagogique, séance 83, p. 180.

Il nous apparaît que certaines possibilités qu'offre le matériel manipulable de poser un problème (celui de l'obtention de l'EC de la quantité, celle-ci n'étant pas organisée) ne sont pas exploitées.

Pour finir cet inventaire, signalons que dans deux séances (les 80 et 81) le recours au matériel manipulable est conseillé en différenciation : pour les élèves en « soutien » mais pas pour les autres en « approfondissement ». La façon de l'utiliser n'est cependant pas indiquée. Doit-on reprendre les tâches proposées auparavant ? Peut-il servir à une validation ?

3 3^e étape : niveau global - généralisation de l'étude et retour sur les intentions des auteurs

À cette étape, nous essayons de généraliser à l'ensemble du manuel ce que nous avons observé localement et revenons sur les intentions affichées des auteurs, notamment ici, en ce qui concerne le rôle et la place de la manipulation. Nous avons constaté, lors de la première étape de l'analyse, que la

manipulation faisait partie intégrante de l'étape « concrète », le terme concret ne signifiant pas systématiquement physiquement manipulable, mais pouvant aussi renvoyer à la représentation d'un objet évocateur d'une situation ; des exemples d'objets manipulables étaient donnés, il n'était pas précisé qui les manipule (PE ou élève). En outre, les auteurs expliquaient que chacune des séances se composait de :

[...] trois parties essentielles, mais qui ne se succèdent pas toujours dans le même ordre : une phase d'exploration pratique (manipulation), une phase où l'on se concentre sur la leçon abordée (pratique guidée) et une phase d'entraînement individuel (pratique autonome). Introduction du guide pédagogique, p. 14.

Nous avons pu observer dans l'analyse des séances de l'unité 10 une telle structure, se rapprochant d'un dispositif didactique « explication-application ». La manipulation, en jeu dans la phase dite « d'exploration pratique », est fréquemment prise en charge par l'enseignant, et non par l'élève ou sinon dans le cadre de processus de différenciation : la manipulation n'est donc plus utilisée pour découvrir (« exploration »), mais plutôt pour appliquer ou faire fonctionner ce qui a déjà été découvert. La prescription de ce type de pratique rejoint la volonté des auteurs de proposer une approche « concrète » dans laquelle l'élève doit être « guidé » dans sa « compréhension du concept grâce à la mise en situation ou la manipulation d'objets concrets ». Dans d'autres unités (unité 8, p. 148 ou encore unité 9, p.166 en géométrie) les élèves sont amenés à manipuler physiquement eux-mêmes les objets à leur disposition dans la phase précédant l'exposition du savoir : ce type de dispositif didactique se rapprocherait dans ce cas davantage de celui qualifié par Rey (2001) de « observation – compréhension – application ».

La mise en garde apportée au début de l'unité 10 au PE (annexe 2.3) vient renforcer l'importance que veulent donner les auteurs à la manipulation dans l'« approche concrète » :

« Attention à respecter la logique de la méthode concrète-imaginée-abstraite lors de la présentation du tableau des dizaines et des unités, en passant systématiquement, comme suggéré dans les séances du présent guide, par une phase de manipulation, faisant « sentir » la dizaine comme étant dix fois une unité. Seulement ensuite, la représentation imaginée du tableau des dizaines est rendue possible ». Guide pédagogique, p.28.

Comme nous avons pu l'observer, la manipulation effective de différents objets est le plus souvent prescrite pour être réalisée par le PE devant les élèves. La manipulation ne renvoie donc pas à une action faite par l'élève. Il ne s'agit pas que l'élève expérimente par lui-même mais plutôt qu'il « voit le réel ». C'est le monde des objets « concrets » qui s'oppose ainsi à celui de leurs représentations figurées « imaginées ». La manipulation ne permet donc pas de poser des problèmes, que ce soit dans une volonté d'organiser une situation problème ou, de manière plus générale, pour installer un dispositif didactique « problème-compréhension-application ».

IV - CONCLUSION

Concernant la manipulation, Beylot (2019) a montré dans son atelier qu'elle revêt plusieurs fonctions et peut ainsi intervenir à différents moments de l'apprentissage d'une notion. Si nous nous limitons à des manipulations effectives sur des objets physiques (et que nous écartons les manipulations mentales qui impliquent des questions de représentations des objets), de nombreuses questions se posent que ce soit sur le matériel manipulé, la personne qui le manipule, le moment où il est manipulé et sur les savoirs qui peuvent être construits à partir de l'utilisation de ce matériel. Ainsi, dans les séances précédemment étudiées, le matériel est régulièrement utilisé par le PE pour exposer le savoir au début de la séance et dans une moindre mesure par l'élève, lors des phases de réinvestissement. A aucun moment le matériel n'est proposé à l'élève pour le confronter à un problème permettant l'introduction du savoir visé ; au contraire, les prescriptions des auteurs (par exemple, séance 80, annexe 2.4) enjoignent l'enseignant pour guider l'élève pas à pas vers la découverte de ce nouveau savoir. Si le PE souhaite problématiser l'introduction d'un nouveau savoir (dispositif didactique du type « problème-compréhension-application »), il lui incombe non seulement de modifier les modalités de fonctionnement de la classe en permettant à l'élève de travailler de façon autonome lors de la phase d'introduction, mais aussi de modifier les valeurs de certaines variables didactiques. Pour les séances que nous avons observées, il s'agirait par exemple de proposer des collections manipulables par l'élève et non totalement organisées en un

maximum de dizaines. Une telle pratique s'écarterait néanmoins de celle « guidée » mise en avant par les auteurs.

L'analyse que nous avons réalisée mérite d'être étendue à d'autres manuels du même niveau si on souhaite mener une étude comparative, mais aussi à d'autres niveaux scolaires. Un premier travail a été réalisé en ce sens (Grapin & Mounier, 2018) et a montré des différences importantes entre trois manuels de CP (dont « Méthode de Singapour »), notamment sur les types de situations d'apprentissages prescrites (à partir des trois dispositifs didactiques définis par Rey (2001)) mais aussi sur la complexité des tâches proposées. En effet, dans les tâches de dénombrement, les collections n'y étaient pas toujours organisées en un maximum de dizaines. A la différence de « méthode Singapour CP » où l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée est privilégié, dans les deux autres manuels, l'aspect décimal est aussi en jeu. En outre, lors de l'étude de l'enseignement du sens de l'écriture chiffrée, nous avons observé que les deux autres manuels proposaient aussi du matériel pédagogique dédié à la numération. Les élèves étaient invités à le manipuler individuellement, y compris dans les phases d'introduction des savoirs nouveaux.

Un point de départ de notre travail est le besoin d'outiller les enseignants dans le choix d'un manuel. Or, la méthodologie présentée peut difficilement être mise en œuvre par un non spécialiste en didactique des mathématiques, l'étude de la notion clé demandant des connaissances spécifiques sur cette notion et exigeant un travail d'analyse conséquent sur ce qui est proposé dans un manuel. L'exploitation de cette méthodologie demande donc des adaptations et un accompagnement pour pouvoir être mise au service des enseignants. C'est une des perspectives de travail que nous nous donnons pour la suite.

V - BIBLIOGRAPHIE

Beylot, D. (2019). Analyse de manuels de cycle 2, place et fonctions de la manipulation. *Actes du 45^e colloque Copirelem*. Blois 2018.

Bodin, A., De Hosson, C. Decamp, N., Grapin, N., Vrignaud, P. (2016). Acquis des élèves : comprendre les évaluations internationales PISA et TIMSS (volumes 1 et 2). *Rapport scientifique. Conseil National d'Évaluation du Système Scolaire*.

Brousseau, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Chopin, M-P. (2006). Temps d'enseignement et temps didactique. Approche didactique de la question du temps dans l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école élémentaire, *Carrefour de l'éducation*, 21, 53-71.

Colmant, M., & Le Cam, M. (2016) TIMSS 2015 mathématiques et sciences : Évaluation internationale des élèves de CM1, *Note d'information*, 33. Ministère de l'Education nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche.

DeBlois, L. (1995). Le développement de l'écriture des nombres chez Christine. *Revue des sciences de l'éducation*, 31(2), 331-351.

Fénichel M. et Pfaff N. (2004-2005). *Donner du sens aux mathématiques*. (2 tomes) Paris : Bordas

Grapin, N., & Mounier, E. (à paraître) Méthodologie d'analyse de manuels et étude de « Méthode de Singapour » - CP, *Grand N*. 102, pp. 57 à 92

Grapin, N., & Mounier, E. (2018). Vers un outil d'analyse de manuels : exemple d'étude en 1^{ère} année d'école élémentaire (3H). *Revue de mathématiques pour l'école*, 230, 30-37. <http://www.revue-mathematiques.ch/files/4615/3839/6767/RMe-230.pdf>.

Le Point (2017) Maths : la méthode de Singapour. Acquérir les fondamentaux grâce au meilleur enseignement du monde. Hors-série.

Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes*. Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, Paris.

Mounier, E. (2012) Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique. Application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 17, 27-58.

Mounier, E. (2017). Nouveaux outils d'analyse des procédures de dénombrement pour explorer leur lien avec la numération écrite chiffrée et la numération parlée. *Recherches en didactique des mathématiques*, 36(3), 347-396.

Mounier, E. & Pfaff, N. (2015). Quoi de neuf dans la numération au CP ? Le dénombrement en question. *Actes du XXXXI Colloque Copirelem – Mont de Marsan 2014*. Sur CD-rom. 15 pages

Mounier, E., & Priolet, My. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire – De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire*. Rapport présenté lors de la conférence de consensus. Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Paris : CNESCO, Lyon : IFÉ-ENS.

Neagoy, M., Nakatani, N., Szikora, N., Touchard, E., Jamet, J-M. (2016a). *Méthode de Singapour CP. Guide pédagogique*. Paris : La librairie des écoles.

Neagoy, M., Nakatani, N., Berriaux, B., Grasse., Deville, A. (2016b). *Méthode de Singapour CP. Fichier A*. Paris : La librairie des écoles.

Neagoy, M., Nakatani, N., Berriaux, B., Grasse., Deville, A. (2016c). *Méthode de Singapour CP. Fichier B*. Paris : La librairie des écoles.

Neagoy, M., Nakatani, N., Berriaux, B., Grasse., Deville, A. (2016d). *Méthode de Singapour CP. Fiches photocopiables*. Paris : La librairie des écoles.

Perrin- Glorian M-J., & Hersant M. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(2), 217-276.

Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. Dans Y. Lenoir, B. Rey, G.-R. Roy et J. Lebrun (Ed.), *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites*, p. 25-40. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Robert, A., & Rogalski, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques de enseignants de mathématique : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2/4, 505-528.

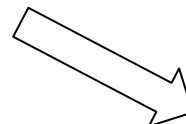
Tempier F. (2016) Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves, *Grand N*, 98, 67 – 90.

VI - ANNEXES

ANNEXE 1 : Schématisation des trois étapes de la méthodologie d'analyse

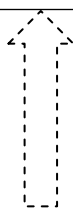
Etape 1 : niveau global : caractéristiques et intentions affichées des auteurs

- noms et fonction des auteurs
- différents supports et leurs fonctions prévues par les auteurs, coût d'équipement d'une classe
- organisation générale et répartition par domaines
- structure générale d'une séquence et d'une séance
- intentions des auteurs sur l'enseignement des mathématiques
 - rôle et place de la manipulation



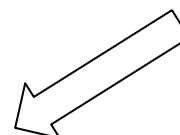
Etape 2 : niveau local - analyse de l'enseignement d'une notion clé

- savoir prescrit
- situations d'apprentissage
- faisabilité des scénarios prescrits
 - rôle et place de la manipulation



Etape 3 : niveau global : généralisation de l'étude et retour sur les intentions des auteurs

- rôle et place de la manipulation



ANNEXE 2 : la manipulation dans la séquence d'introduction de la signification des chiffres des EC (séances n° 79 à 83).

2.1 Descriptif du matériel pédagogique utilisé

Cubes multi-directionnels emboîtables vendus sur le site de l'éditeur ¹⁵⁹ .	Exemples de cartes-constellations téléchargeables sur le site de l'éditeur.	Exemple de matériel de base 10 ; ce type de matériel n'est pas décrit explicitement dans le guide pédagogique.

2.2 Chronologie des tâches selon l'avancée du temps didactique

Les indications dans le tableau suivant sont données suivant l'avancée chronologique des apprentissages que nous avons découpés en 3 temps didactiques : introduction, exposition et reprise du savoir. La mention « PE » signifie que seul l'enseignant dispose de la collection et que la tâche se fait

¹⁵⁹ Image extraite du site internet de la librairie des écoles : <http://www.lalibrairiedesecoles.com/produit/methode-de-singapour-cubes-multidirectionnels/>

collectivement. La mention « élève » signifie que l'élève dispose de la collection de manière individuelle ou en binôme (nous avons relevé une modalité de travail en groupe au-delà de deux uniquement dans la séance 83). Cependant, la « *pratique guidée* » préconisée par le manuel implique que la résolution de la tâche est accompagnée par le PE, même quand il s'agit de tâches où l'élève manipule individuellement ou en binôme (mention « élève »). Nous n'avons pas mis ici les tâches optionnelles mais avons signalé les tâches dites de différenciation (« *Soutien* » ou « *Approfondissement* »), ayant par ailleurs indiqué des limites sur le temps dont l'enseignant dispose en classe pour les faire. Quand la collection est présentée sur fiches (en référence aux fiches photocopiables) ou le fichier, elle est donc dessinée et non manipulable. Sauf indication contraire, les collections, manipulables ou non, sont toujours organisées en un nombre maximal de dizaines.

	Introduction du savoir	Exposition du savoir	Réinvestissement du savoir
n°79 (nbres jusqu'à 24)	Dénombrement sur fichier de collections dessinées diverses (PE puis élève) et avec le matériel de base 10 (PE, puis élève selon le temps).		
n°80 (nbres jusqu'à 30)	Dénombrement de collections manipulables d'images ou jetons (PE).	Dénombrement d'images identiques sur le fichier (élève). [Passage d'une collection non organisée à une collection organisée (l'élève n'a pas à faire cette organisation)]	Dénombrements : - de cubes multidirectionnels manipulables et sur fichier d'images identiques (élève), - sur fichiers d'étoiles, carrés, ronds et triangles (élève), - avec du matériel manipulable divers (élève en soutien). Dans tous les cas, l'élève n'a pas à organiser la collection ou cela lui est demandé.
n° 81 (nbres jusqu'à 40)	Dénombrement de collections manipulables de cartes - constellations (PE). Dénombrement sur ardoise de collections organisées en constellations du dé cinq (élève).	Dénombrement de cartes-constellations sur le fichier (élève).	Dénombrement sur fiches de points sur des cartes (points organisés en deux colonnes de cinq sur chaque carte) ; question sur le successeur de 39. Dénombrement avec des cubes multidirectionnels manipulables (élève en soutien).
n° 82 (nbres 10,30,40, 50,60,70, 80,90,100)	Dénombrement de collections manipulables de crayons de couleur, de cubes, de tubes de colle (PE). [Les premières collections comportent 10 objets unitaires, ensuite les collections sont organisées en dizaines]	Dénombrement sur fichier de crayons (élève). [La première collections comporte 10 crayons à dénombrer, ensuite les collections sont organisées en dizaines]	Dénombrement sur fiches de crayons et-ou écriture du nombre de dizaines et d'unités, l'EC étant parfois présente (élève) ; question sur le successeur de 99 (élève).
n° 83 (nbres jusqu'à 100)	Dénombrement de pièces de monnaies factices (PE).	Dénombrement sur fichier de pièces de monnaies (élève).	Dénombrement de cubes multidirectionnels manipulables (élève, groupes de 3 ou 4). Dénombrement sur fichier de cubes et de ronds (élève). Dénombrement sur fiches de boîtes de conserve, d'œufs, de crayons et de carrés (élève).

2.3 Extraits du discours des auteurs en préambule à la séquence

« Cette unité essentielle a pour objectif de faire connaître aux élèves les nombres jusqu'à 100 et présente le double défi de leur faire apprendre le vocabulaire (quarante, soixante, quatre-vingts...) et comprendre la logique du système décimal, tout en maintenant une perception « sensible » des quantités et en proposant une diversité de représentations. C'est par le biais de la comparaison, du déplacement et de la manipulation que sont donc enseignés les nombres jusqu'à 100. ». Guide pédagogique, p. 28.

« **Quelques points de vigilance.** L'unité 10 présente relativement rapidement les nombres jusqu'à 100 afin de permettre aux élèves de déduire d'eux-mêmes la logique du système décimal : on écrit 40, 41, 42... de la même manière qu'on a écrit 30, 31, 32... Il ne s'agit donc pas, comme cela se pratique parfois, d'étaler sur toute l'année de CP l'apprentissage des nombres de 1 à 100, méthode qui a certes du charme pour les élèves mais qui les empêche de percevoir de manière synthétique le système décimal. Attention à respecter la logique de la méthode concrète-imaginée-abstraite lors de la présentation du tableau des dizaines et des unités, en passant systématiquement, comme suggéré dans les séances du présent guide, par une phase de manipulation, faisant « sentir » la dizaine comme étant dix fois une unité. Seulement ensuite, la représentation imaginée du tableau des dizaines est rendue possible. Dernier point de vigilance : veillez à ne pas nommer la colonne « dizaines » lorsque vous utilisez une barre de dix unités et que vous la mettez dans la colonne des dizaines du tableau. En effet, un élève attentif comprendra que chaque cube désigne une dizaine et que, par conséquent, la barre désigne une centaine. Il est très efficace d'utiliser le matériel de base 10 dans ce cadre (c'est ce qui permettra de décomposer des dizaines pour faire des soustractions avec retenue) à condition d'éviter ce malentendu classique. ». Guide de l'enseignant, p. 28. ». Guide pédagogique, p. 28.

2.4 Description d'une séance dans le guide pédagogique : la séance 80

« Comptons (1) »

« 1 Mise en contexte : 21

Disposez sur votre bureau une collection désordonnée de **21 images (ou jetons)**. Comptez-les collectivement : « 1, 2, 3, ..., 20 et 1 de plus, cela fait 21 ». Proposez aux élèves de compter d'une façon différente. Rangez les images en deux lignes de dix, plus une isolée, en vous inspirant de la disposition **page 22 du fichier B**. « Avons-nous un nombre différent d'images ? » Pointez la première ligne : « Combien d'images ai-je dans ce groupe ? » Faites-les compter. « Il y en a 10. Combien en aurai-je dans le deuxième groupe ? » Les élèves doivent répondre 10. Faites-les compter pour vérifier. Montrez l'image seule – en utilisant le terme « isolé » – et amenez les élèves au total de 21.

2 Pratique guidée : 21, 22, 23

Faites observer l'illustration de l'encadré « J'observe » de la **page 22 du fichier B**. « Que signifient les trois flèches bleues ? », « A-t-on le même nombre en haut et en bas de la flèche ? », « La flèche signifie que l'on a rangé les images. » Rappelez : « Pourquoi ai-je rangé les images en groupes de 10 ? Parce que c'est plus facile de compter les groupes de dix. Cela s'appelle "faire 10". » Demandez aux élèves de compter les quantités 21, 22 et 23 en reprenant la procédure de la mise en contexte.

À chaque fois, faites lire les bulles prononcées par les personnages et écrivez les nombres en chiffres et en lettres au tableau, ainsi que les schémas de famille de nombres $20/1/21$; $20/2/22$; $20/3/23$. « Que représente le 1 dans le nombre vingt et un écrit en chiffres ? » (l'image « isolée »), « Que représente le 2 dans le nombre vingt et un ? » (les deux groupes de dix images).

3 Manipulation en binôme : 24, 25, 26

Affichez au tableau la **page 23 du fichier B**. Groupez les élèves en binômes et distribuez à chacun **25 cubes multidirectionnels** (non assemblés). Faites compter les cubes par chaque binôme. Écrivez 25 au tableau, en chiffres et en lettres. « Comment pourrions-nous compter les cubes plus facilement ? » Suggérez aux élèves de faire deux trains de dix cubes. « Deux trains de 10 cubes et 5 cubes isolés font 25. » Demandez aux élèves d'ouvrir le **fichier B à la page 23** et de répondre aux questions, chaque binôme construisant à chaque fois la quantité demandée avec les cubes.

4 Pratique guidée individuelle : 27, 28, 29

Affichez au tableau la **page 24 du fichier B**. Pour chaque exemple **a)**, **b)** et **c)**, demandez aux élèves de décrire les formes classées. Faites remarquer qu'elles sont groupées par couleur. Chaque couleur constitue un groupe de dix sauf pour une couleur dont les formes sont « isolées ». Les élèves remplissent les cases de façon individuelle.

5 Composer et écrire le nombre 30

Distribuez à chaque binôme 5 cubes supplémentaires, et demandez-leur de former la quantité 30 en ajoutant 5 cubes aux 5 isolés. « Que remarquez-vous ? » Laissez les élèves expliquer ce qu'ils observent : un troisième groupe de 10 est à présent complet. « Y a-t-il des cubes isolés ? » (non), « Comment dit-on pour vingt-neuf et un ? », « Comptons de dix en dix : dix (un groupe de dix), vingt (un autre groupe de dix), trente (dernier groupe de dix). » Demandez aux élèves d'expliquer et justifier comment ils écriraient le nombre « trente » en se référant à la situation d) de la page 24. ». Guide pédagogique, p. 174 et 175.

ANNEXE 3 : Illustration de l'approche en trois étapes (concrète, imagée, abstraite) d'après le site internet de l'éditeur

L'« approche concrète – imagée – abstraite »:

1. L'approche concrète : les élèves sont guidés dans leur compréhension du concept grâce à la mise en situation ou la manipulation d'objets concrets (didactiques ou de la vie quotidienne).
2. La présentation imagée : la situation est « schématisée » le plus souvent au tableau ou à l'aide du manuel. Elle permet de mettre en lumière, d'expliciter et d'exprimer les liens et les éléments importants du concept. Cette étape est appelée « semi-concrète ».
3. La présentation abstraite : le recours aux symboles mathématiques constitue l'objet de cette ultime étape. (guide pédagogique, p.8)

Extraits de : <http://www.lalibrairiedesecoles.com/la-methode-de-singapour-comment-ca-marche/> et de : <http://www.lalibrairiedesecoles.com/methode-singapour/methodesingapour/amener-progressivement-les-eleves-a-l-abstraction/>

Amener progressivement les élèves à l'abstraction

- À chaque séance, les élèves commencent par manipuler ou regarder des dessins d'objets familiers (étape concrète)
- puis ils les représentent de manière simplifiée sous forme de ronds, de barres ou de points (étape imagée)
- enfin, ils parviennent à la représentation des nombres par les chiffres (étape abstraite).

Dans l'exemple ci-dessous, provenant du manuel CP on retrouve les trois étapes

- 7 carottes dessinées (étape concrète),
- 7 ronds (étape imagée)
- le chiffre 7 (étape abstraite).

