

MATH & MANIPS : FAVORISER L'APPRENTISSAGE DE L'ORGANISATION SPATIALE PAR LA MANIPULATION À L'ÉCOLE MATERNELLE

Marie-France GUISSARD
Directrice de recherche, CREM asbl
(Belgique)
mf.guissard@crem.be

Pauline LAMBRECHT
Chercheur, CREM asbl
(Belgique)
pauline.lambrecht@crem.be

Résumé

Lors de précédents colloques de la COPIRELEM (2012 et 2017), le CREM a présenté des ateliers décrivant des activités d'une recherche consacrée à l'introduction des manipulations dans l'apprentissage des mathématiques. Ces activités sont appelées *Math & Manips* (CREM, 2017). Cette communication propose une analyse de séquences destinées à l'enseignement en maternelle axées sur l'organisation spatiale et la géométrie.

Le premier thème principal aborde, par des activités de codage et décodage de consignes orales ou imagées, des questions de topologie comme l'intérieur et l'extérieur, les itinéraires, les notions au-dessus et en dessous.

Par un travail sur des assemblages de cartes, des empreintes et des puzzles, le second thème amène les enfants à repérer des symétries dans des figures et à reconnaître, assembler et comparer des formes géométriques simples.

Parallèlement à la description des activités, nous nous attacherons à mettre en évidence l'aspect mathématique des concepts abordés.

I - INTRODUCTION

1 Contexte et méthodologie de la recherche

Le CREM s'est impliqué dans une recherche visant à favoriser l'introduction de certains concepts mathématiques par des séquences d'apprentissage intégrant des manipulations effectuées par les élèves. Nous appelons *Math & Manips* ces activités conçues pour provoquer chez les élèves des conflits entre ce qu'ils pensent et ce qu'ils découvrent lors des expérimentations. Les élèves de tous âges, entre trois et dix-huit ans, sont confrontés (par l'enseignant ou par le milieu) à des phénomènes interpellants, qui sont organisés en une suite d'épisodes pour lesquels le recours à l'expérimentation avec divers matériels pédagogiques est propice à une meilleure compréhension.

L'activité expérimentale a pour but d'ancrer un nouveau concept dans la réalité. Une activité *Math & Manip* doit pousser les élèves à se poser des questions et, pour les plus âgés, les amener à entrer dans des démarches de modélisation. Elle doit donner du sens aux concepts qu'elle introduit et aux outils qu'elle nécessite, et par là même, rendre un certain plaisir d'apprendre aux élèves démotivés par l'aspect théorique et abstrait des mathématiques.

Dans l'esprit des travaux précédents du CREM, la recherche envisage la scolarité dans son ensemble, depuis l'école fondamentale jusqu'à la fin du secondaire en Belgique, ce qui correspond aux cycles de 1 à 4 en France. Les activités sont d'abord rédigées et documentées, en partenariat avec des enseignants du terrain. Elles sont ensuite expérimentées dans les classes de l'enseignement fondamental et secondaire et réajustées en fonction des observations et des réactions des acteurs : élèves et enseignants. Des retours de ces expérimentations sont intégrés dans les *Échos des classes* insérés dans la suite de ce texte.

L'originalité de la méthodologie sur laquelle s'appuie notre recherche réside dans le débat permanent entre enseignants de tous niveaux, formateurs d'enseignants et chercheurs. Chacun des membres du groupe de recherche présente sa production, ciblée sur la tranche d'âge pour laquelle il est le plus compétent, et l'ensemble du groupe participe à la discussion. Il s'agit ainsi d'un travail qui a une portée longitudinale.

Dans la tradition du CREM, l'ouvrage¹³⁹ issu de la recherche est destiné aux enseignants. Les documents directement utilisables dans les classes fournissent les informations nécessaires pour aborder les différents thèmes, décrivent des séquences d'apprentissage, donnent la liste du matériel nécessaire pour mener à bien les activités, et décrivent des situations rencontrées dans les classes où les activités ont été testées.

Le présent article décrit exclusivement les activités destinées aux élèves de l'école maternelle, la plupart d'entre elles ont pour cadre le monde sous-marin.

2 À l'école maternelle

Les séquences d'apprentissage destinées aux élèves de l'école maternelle sont axées sur deux thèmes principaux : l'organisation spatiale et la géométrie.

Notons que ces deux thèmes font évidemment déjà l'objet de nombreuses séances de psychomotricité dans les classes. Celles-ci sont indispensables au développement de l'enfant, lui permettent de prendre conscience de son corps et l'aident à structurer l'espace et le temps (De Lièvre & Staes, 2011). C'est pourquoi de telles séances de psychomotricité sont absolument nécessaires avant la mise en œuvre des ateliers proposés.

La partie intitulée *Repérage dans l'espace*, aborde, par des activités de codage et décodage de consignes orales ou imagées, des questions de topologie comme l'intérieur et l'extérieur, les itinéraires, les notions au-dessus et en dessous.

Par un travail sur des assemblages de cartes, des empreintes et des puzzles, la partie intitulée *Reconnaissance de formes*, amène les enfants à repérer des symétries dans des figures et à reconnaître, assembler et comparer des formes géométriques simples.

Chaque séquence d'apprentissage, qui met en avant l'aspect mathématique des concepts abordés, est organisée en plusieurs ateliers de difficultés diverses qui visent des apprentissages différents. Cette présentation est conçue pour permettre à l'enseignant de moduler les activités en fonction de l'âge des enfants et de leur niveau. Chaque atelier se déroule avec un groupe de quatre ou cinq élèves, pendant que les autres élèves sont occupés à une tâche autonome. Les ateliers proposés ne sont donc pas conçus pour être menés en parallèle.

Dans chaque manipulation, nous avons estimé essentiel de retrouver les caractéristiques suivantes :

- l'enfant est amené à faire des choix et à les justifier avant de manipuler ;
- les activités sollicitent différents modes de transmission de l'information (oral, visuel, gestuel, ...) et impliquent des transferts d'un mode à l'autre ;
- l'ensemble des manipulations s'appuie sur un matériel facilement réalisable et réutilisable à différents niveaux.

II - REPÉRAGE DANS L'ESPACE

Lors des ateliers de cette séquence, les objectifs d'apprentissage pour les enfants sont d'associer le vocabulaire spatial à l'action, de s'approprier certaines notions de topologie, et de se familiariser avec la notion d'ordre.

¹³⁹ La publication, disponible au format pdf sur le site du CREM, propose en annexe le matériel spécifique à photocopier et éventuellement à découper, ainsi que les fiches qui sont destinées au cahier de l'élève et servent ainsi de traces écrites des activités menées en classe.

1 Intérieur et extérieur

Dans le langage courant, l'expression « à l'intérieur de », est souvent traduite par le terme « dans » ; de même l'expression « à l'extérieur de », est associée à « hors de ». Dans les ateliers proposés, l'enseignant veillera à exprimer chaque fois une même localisation de différentes manières.

Bien que la notion d'intérieur soit mieux perçue par les élèves de cet âge, souvent sollicités pour placer un objet à l'intérieur d'un autre, nous travaillons les deux notions simultanément tant elles nous semblent indissociables l'une de l'autre.

1.1 Des cercles et des poissons

Cette première activité consiste à compléter un plateau de jeu à l'aide de cartes représentant les notions d'« intérieur », et d'« extérieur ». La distinction entre ces deux notions passe par l'association d'un mot au dessin correspondant.

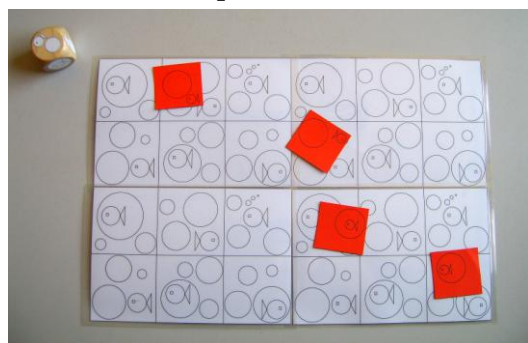


Figure 1

L'enseignant dispose au centre de la table quatre plateaux de jeu « Des cercles et des poissons » assemblés de manière à constituer un seul grand plateau composé de 24 cases (figure 1). Il place à côté, faces dessinées visibles, un tas de cartes « intérieur » - sur lesquelles un poisson se trouve à l'intérieur d'un cercle - et un tas de cartes « extérieur » - sur lesquelles un poisson se trouve à l'extérieur d'un cercle.

Notons que sur les plateaux, l'emplacement du poisson par rapport au cercle est variable, que ce soit à l'intérieur ou à l'extérieur.

Il montre aux élèves un dé « poissons intérieur/extérieur », dé dont trois faces représentent un poisson à l'intérieur d'un cercle et les trois autres faces un poisson à l'extérieur d'un cercle, et donne la consigne « lance le dé, décris aux autres la position du poisson que tu vois sur la face du dé puis prends une carte "intérieur" ou "extérieur" selon ce que tu as décrit et place-la sur une case libre correspondante. Passe ensuite le dé à ton voisin ».

Si l'enfant se trompe, soit en prenant une mauvaise carte, soit en la plaçant à un mauvais endroit sur le plateau de jeu, l'enseignant lui explique son erreur. L'élève remet alors la carte où il l'a prise et recommence son tour. Lorsqu'un élève lance le dé et se rend compte que toutes les cases correspondantes sont déjà occupées, l'enseignant demande quelles sont les cartes qu'il faut prendre pour compléter le plateau de jeu.

Échos des classes - Lorsque les cartes sont imprimées sur papier blanc, les enfants ne distinguent pas facilement les cases occupées sur le plateau de jeu. C'est pourquoi nous conseillons de les imprimer sur du papier de couleur.

1.2 Dé codé

On utilise cette fois un « dé codé », sur lequel trois faces montrent un point à l'intérieur d'une forme géométrique (triangle, carré, cercle), et trois faces montrent un point à l'extérieur de ces mêmes formes. Ceci amène l'élève à décoder la symbolisation des mots intérieur et extérieur représentés sur les faces de ce nouveau dé.

L'enseignant distribue à chaque élève un plateau de jeu décoré de nombreux cercles. Il dépose sur la table un tampon encreur représentant un poisson et le dé. Il demande aux élèves de décrire, pour chaque face, la position du point par rapport à la forme géométrique qui s'y trouve et donne ensuite la consigne « lance le dé et, suivant le dessin affiché, estampille ta feuille à un endroit adéquat ».

Avant d'agir, il est important que l'élève explique ce qu'il a lu sur le dé et indique l'endroit où il va estampiller sa feuille.

Cette activité peut être simplifiée en remplaçant, dans un premier temps, le dé codé par le dé poissons.

1.3 L'étang

L'enseignant commence par lire aux enfants une histoire ou une comptine dans laquelle il est question de poissons qui sont à l'intérieur ou à l'extérieur d'un étang (exemple en annexe). Ensuite, ils l'analysent ensemble pour découvrir tous les poissons qui se trouvent dans l'histoire et en créer une représentation à partir de douze cartes à décorer par les enfants en fonction du nom qui leur est donné dans la comptine.

Lorsque les poissons sont décorés, l'enseignant place sur la table le plateau de jeu représentant l'étang, annonce qu'il va relire lentement l'histoire et donne la consigne suivante.

« Quand tu entends parler d'un poisson qui se trouve dans l'eau, prends son image et place-la à l'intérieur de l'étang. Si l'histoire parle d'un poisson se trouvant hors de l'eau, place le poisson correspondant à l'extérieur de l'étang. »

Les élèves associent, chacun à leur tour, le poisson décrit par la comptine à sa représentation. À chaque phrase, un enfant prend l'image du poisson correspondant et la place à un endroit adéquat sur le plateau de jeu. Les élèves associent ainsi une information auditive à une représentation imagée.

Quand un élève place un poisson, les autres élèves l'observent et corrigent si nécessaire. Il est intéressant de montrer aux élèves qu'une multitude d'endroits correspondent à chaque information.

Remarquons que certains élèves ne perçoivent pas la surface de l'étang à la seule vue de son contour. Cependant colorier l'intérieur de l'étang dénaturerait l'activité puisque l'intérieur serait alors simplement apparenté à une couleur.

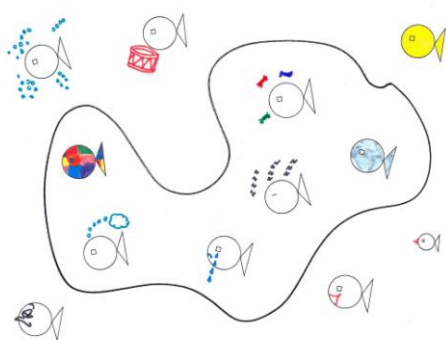


Figure 2

Dans la vie quotidienne, certaines consignes ne demandent pas d'être entendues entièrement pour être correctement appliquées. Quand on dit à l'élève de ranger les jouets « dans le bac », il n'est pas forcément attentif au mot « dans » lorsqu'il applique la consigne. La comptine proposée est écrite de manière à ce que l'élève ne puisse anticiper l'emplacement du poisson.

À la fin de l'activité, l'enseignant réalise une fiche synthèse à partir du travail effectué en classe. Un exemple se trouve à la figure 2. Cette fiche synthèse, accompagnée du texte de la comptine, prendra place dans le cahier de l'élève.

2 Itinéraires

Le but de l'activité est de favoriser l'appropriation de la notion d'ordre. Les élèves l'exercent ici au travers de tracés et de codages d'itinéraires.

2.1 Tracer un itinéraire et le coder

Cette activité consiste pour les enfants à tracer un itinéraire à partir d'une bandelette et à reconstituer une bandelette pour un itinéraire donné.

Chaque enfant reçoit une feuille sur laquelle sont représentés six éléments marins – poisson, algue, étoile de mer, méduse, corail et coquillage – et un crayon. L'enseignant montre alors aux élèves une bandelette reprenant les mêmes images. Il leur demande de « tracer » avec le doigt, sur leur feuille, un chemin qui suit l'ordre des éléments marins tels qu'ils apparaissent sur la bandelette. Cette étape, destinée à vérifier que tous les enfants comprennent la consigne, se fait collectivement. Ensuite, l'enseignant distribue à chaque élève une bandelette et un crayon puis donne la consigne suivante.

« Trace sur la feuille l'itinéraire qui suit l'ordre des éléments marins de ta bandelette. »

L'enseignant s'assure que chaque itinéraire tracé soit clair pour que le chemin puisse être lu facilement par un autre enfant dans la suite de l'activité. Après avoir éventuellement rectifié les itinéraires, l'enseignant retourne les bandelettes pour cacher la face dessinée. Il distribue à chaque élève six cartes reprenant les mêmes éléments marins et donne la consigne suivante.

« Change de place avec ton voisin. Observe le chemin tracé sur la feuille que tu as devant toi. Place ensuite les cartes, dans l'ordre des éléments rencontrés sur ce chemin, en partant du poisson. »

Lorsque chaque élève a réalisé l'exercice, l'enseignant demande à chacun de retourner la bandelette qui se trouve devant lui afin de vérifier l'ordre des éléments marins (figure 3). Remarquons qu'un chemin dont les éléments seraient placés dans l'ordre correct mais de droite à gauche (figure 4) sera validé par l'enseignant. Dans ce cas, la bandelette qui sert à la vérification sera tournée pour faciliter la comparaison comme l'illustre la figure 5.

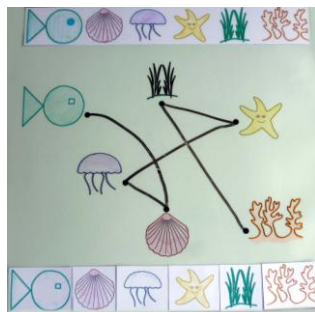


Figure 3

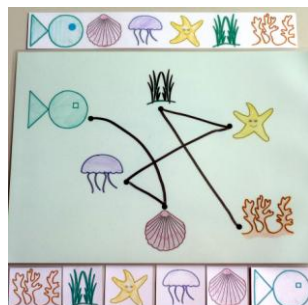


Figure 4

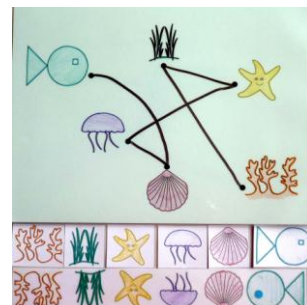


Figure 5

À la fin de l'activité, chaque enfant place dans son cahier la feuille sur laquelle il a tracé un itinéraire et la bandelette correspondante. Par la suite, l'enseignant peut recommencer l'activité en utilisant par exemple des feuilles plastifiées et des feutres effaçables.

Échos des classes – Certains enfants placent les cartes sans tenir compte du chemin tracé mais uniquement de l'ordre dans lequel les dessins apparaissent sur la feuille en le lisant de gauche à droite (figure 6). L'enseignant veillera à rectifier si la vérification par la bandelette n'est pas suffisante.

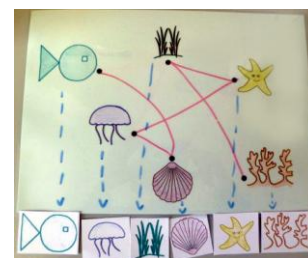


Figure 6

2.2 Associer une bandelette à un itinéraire

Il s'agit à présent de retrouver parmi un ensemble de bandelettes celle qui correspond à un itinéraire tracé. L'enseignant distribue à chaque élève trois (ou davantage) bandelettes et une feuille avec les six éléments marins sur laquelle il a tracé préalablement un itinéraire correspondant à une des bandelettes. Les itinéraires seront différents pour chaque élève. Il donne la consigne suivante.

« Parmi les trois bandelettes que tu as devant toi, retrouve celle qui correspond à ton itinéraire sachant qu'il débute au poisson. »

Une fois l'activité réalisée et corrigée par l'enseignant, les élèves remettent la bandelette avec les deux autres. Ils changent ensuite de place afin de refaire l'exercice avec un chemin différent, les chemins n'étant pas tous du même niveau de difficulté.

Échos des classes – À ce stade les élèves sont capables d'identifier parmi un ensemble de bandelettes celle qui correspond à un itinéraire. Par contre, face à une bandelette donnée, il leur est difficile de décider si elle correspond ou non au chemin tracé.

3 Au-dessus et en dessous

Dans les séances de psychomotricité, les élèves de maternelle sont souvent invités à se placer « sur », « sous », ou « au-dessus », « en dessous » d'éléments divers. Dans les activités décrites ci-après, on amène les élèves à utiliser ces repères spatiaux dans d'autres contextes, en plaçant un objet dans une position relative par rapport à d'autres. Les notions « au-dessus » et « en dessous » sont introduites simultanément.

3.1 L'arche



Figure 7

Les enfants devront placer une carte au-dessus ou en dessous d'un objet en fonction du code lu sur un dé.

Nous utilisons les cartes représentant les six éléments marins de l'activité précédente, un objet représentant une arche sous-marine sur et sous lequel il est possible de placer des cartes (figure 7).

Dans un premier temps, l'activité se déroule sans dé. L'enseignant pose l'arche sous-marine au milieu de la table, il met les cartes des éléments marins en un tas et donne la consigne suivante placer une carte au-dessus ou en dessous de l'arche suivant les indications.

L'élève prend une carte du tas. L'enseignant indique si la carte doit être placée « au-dessus » ou « en dessous » de l'arche. L'élève dépose sa carte en exprimant son action qui est alors validée collectivement.

Après un premier tour de table, l'enseignant poursuit en intégrant le dé « au-dessus/en dessous ». Il commence par identifier, avec les élèves, les différentes faces. Sur deux d'entre elles, un poisson se trouve au-dessus d'une ligne, sur deux autres faces, le poisson est dessiné en dessous de la ligne. Quant aux deux dernières faces, elles sont neutres, seul le poisson est représenté, laissant l'élève choisir « au-dessus » ou « en dessous ». Il est important de préciser aux élèves qu'il s'agit de décrire la position du poisson par rapport à la ligne et non l'inverse. L'enseignant donne la consigne suivante.

« Prends une carte " éléments marins" puis lance le dé. En fonction du dessin lu sur la face du dé, dépose ta carte au-dessus ou en dessous de l'arche, tout en décrivant ton action. Si la face du dé ne donne aucune indication, choisis l'endroit où tu souhaites la placer en annonçant ce choix aux autres élèves. »

Les élèves jouent à tour de rôle. En fonction de la carte tirée et de la face du dé, l'explication de l'élève pourrait ressembler à : *j'ai pris le corail et je le mets au-dessus de l'arche ou encore je place la méduse en dessous de l'arche.*

Notre objectif étant d'apprendre aux élèves à distinguer des positions et non pas à maîtriser du vocabulaire, dans les explications qu'ils fournissent, nous avons choisi de ne pas insister sur la différence entre « sur » et « au-dessus de » ni entre « sous » et « en dessous de ».

Échos des classes – Chez les petits, certains ne s'exprimant pas encore de manière compréhensible, ils se contentent de prendre une carte et de la placer au bon endroit. Néanmoins, il est important que l'enseignant les incite à verbaliser l'action réalisée.

Des élèves disent « en dessus » et « au-dessous ». C'est alors l'action liée à la parole qui permet de voir si la notion est comprise ou non par rapport à l'indication du dé.

3.2 Construction de tours

Les enfants vont construire des tours composées de trois blocs de jeu de construction de couleurs différentes – un bloc bleu, un rouge et un vert – à partir d'informations comportant les mots « sur », « sous », « au-dessus », « en dessous » et « entre ». Les notions « sur » et « sous » sont travaillées d'abord séparément puis simultanément.

L'enseignant donne à chaque élève un bloc de chaque couleur et lui demande de construire une tour à l'aide de ces trois blocs. Cette première consigne a pour seul objectif de vérifier que la notion de tour correspond pour tous à un empilage vertical des trois blocs.

La consigne est ensuite précisée :

« Construis une tour de trois blocs dans laquelle le bloc vert se trouve sur le bloc rouge. »

Chaque élève construit une tour puis la dépose sur la table. L'enseignant vérifie avec les élèves que l'information donnée a bien été respectée. Deux tours différentes peuvent apparaître : une tour « bleu-rouge-vert » et une tour « rouge-vert-bleu ». Si l'une de ces tours n'est pas représentée, l'enseignant la construit et la dépose à côté des autres tours. Les élèves constatent que deux « modèles » sont possibles et devraient prendre conscience qu'une instruction supplémentaire est nécessaire pour que toutes les tours soient identiques.

La consigne est alors précisée : « *Construis une tour dans laquelle le bloc vert est sur le bloc rouge et où le bloc rouge est sur le bloc bleu.* »

Une fois les tours construites et les constructions vérifiées, l'enseignant donne une nouvelle consigne en modifiant l'ordre des couleurs. D'autres constructions sont ensuite proposées en utilisant uniquement le mot « sous ». Pour chaque construction, l'enseignant peut donner la première partie de la consigne et attendre que les élèves la réalisent avant de donner la seconde partie de la phrase.

Par après, l'enseignant donne des consignes comportant les deux notions simultanément comme *construis une tour dans laquelle le bloc bleu est sur le bloc vert et sous le bloc rouge*. Un élève pourrait dire que, dans ce cas précis, le bloc bleu est « entre » les blocs rouge et vert. Cette remarque fait le lien avec la consigne suivante.

« *Construis une tour où le bloc vert se trouve entre le bloc rouge et le bleu.* »

Les élèves déposent leur tour sur la table afin de les comparer. Deux modèles de tours répondent aux informations données à savoir bleu-vert-rouge et rouge-vert-bleu. L'enseignant amène les élèves à comprendre qu'une information complémentaire est nécessaire à la construction de tours identiques. Sa consigne devient alors la suivante.

« *Construis une tour où le bloc vert se trouve entre le bloc rouge et le bleu, et où le bloc vert est sous le bloc bleu.* »

Chaque élève modifie sa tour s'il le juge nécessaire, en fonction de l'information supplémentaire entendue. Sur la table, toutes les tours devraient être identiques.

Échos des classes – Les élèves s'attachent toujours à construire leur tour en déposant les blocs sur leur base. Ainsi pour la dernière consigne, lorsque leur tour ne respecte pas la deuxième contrainte, ils reconstruisent la tour plutôt que de la retourner.

3.3 Description de tours

Les élèves se munissent de leurs trois blocs. L'enseignant propose à un élève « architecte » de construire, à l'abri du regard des autres, une tour de trois blocs. Puis il lui donne la consigne suivante.

« *Décris ta tour en utilisant les mots « sur », « sous », « entre » pour que tes copains puissent construire chacun une tour identique à la tienne.* »

Des informations redondantes ou contradictoires pourraient être formulées. Une information redondante comme *le bloc rouge est sur le bloc vert* suivie de *le bloc vert est sous le bloc rouge* ne permet pas d'avancer dans la construction. Des informations contradictoires telles que *le bloc rouge est sur le bloc vert* et *le bloc vert est sur le bloc rouge* rendent la construction impossible.

L'enseignant sera attentif à ce que l'élève exprime toujours la position d'un bloc par rapport à un autre ou par rapport à la table. Dire *le bloc rouge est au-dessus* n'est pas complet, même si l'on comprend bien que, pour l'élève, cela veut dire que le bloc rouge est au sommet de la tour.

Lorsque tous les enfants ont construit leur tour, toutes les tours sont déposées sur la table. Les vérifications et corrections peuvent alors s'effectuer. L'activité est ensuite répétée plusieurs fois pour que chaque élève puisse prendre le rôle de l'architecte.

Échos des classes – Malgré la précision de la consigne, certains élèves décrivent spontanément leur tour avec des phrases telles que *il y a d'abord le bloc vert, puis le rouge et puis le bleu*. L'enseignant rappelle alors que la tour doit être décrite en utilisant les mots « sur », « sous », « au-dessus », « en dessous » ou « entre ».

3.4 Description de tours avec contraintes

Il s'agit à présent de décrire des tours de trois blocs en utilisant exclusivement certains mots pour indiquer les positions relatives des blocs.

L'enseignant demande à un élève de construire une tour de trois blocs à l'abri du regard des autres. Il demande à un autre élève de lancer le dé « au-dessus/en dessous » utilisé dans l'activité précédente puis donne à l'élève architecte la consigne suivante.

« Si le poisson est au-dessus de la ligne, utilise uniquement les mots « sur » ou « au-dessus » pour décrire ta tour. Si le poisson est en dessous de la ligne, utilise uniquement le mot « sous » ou « en dessous ». Si la face du dé n'indique pas de position pour le poisson, les mots « sur » (ou « au-dessus ») et « sous » (ou « en dessous ») doivent être utilisés dans tes informations. »

L'élève architecte donne des renseignements aux autres élèves en respectant les informations données par les faces du dé afin que chacun d'eux construise une tour identique à la sienne. Les indications peuvent être données en plusieurs phrases avec un temps d'arrêt marqué entre les informations.

Lorsque chaque élève a construit sa tour et l'a déposée sur la table, la tour cachée est dévoilée et on procède à la vérification. On répète l'activité pour que chaque élève ait l'occasion de prendre le rôle de l'architecte.

III - RECONNAISSANCE DE FORMES

Les compétences visées lors des ateliers de cette séquence sont de reconnaître des figures qui présentent une symétrie d'axe vertical, retrouver l'image d'une figure par symétrie axiale, identifier différentes formes géométriques par l'analyse informelle de leurs caractéristiques, et reconnaître l'équivalence de surfaces obtenues par différents assemblages de formes.

1 Symétrie

L'objectif est de reconstituer des figures géométriques en respectant une symétrie axiale.

À partir d'un jeu de cartes « solo » (une seule forme) d'une seule couleur (figure 8), l'enseignant reconstitue sur la table toutes les paires symétriques. Il laisse aux élèves un temps d'observation et puis leur demande pourquoi il a placé les cartes par deux de cette manière.

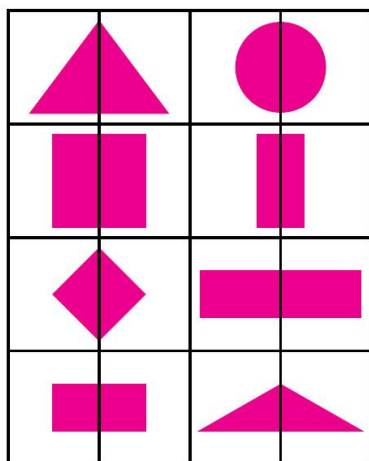


Figure 8

L'objectif est de permettre aux élèves de se familiariser avec les cartes symétriques. L'enseignant propose aux enfants de parler de « cartes amies » pour désigner les paires symétriques.

Devant les élèves, l'enseignant reprend une carte de chaque paire et reconstitue des paires dont certaines sont symétriques et d'autres pas. Il demande d'indiquer les paires symétriques et de justifier pourquoi les autres ne le sont pas ; il récupère au fur et à mesure les paires non symétriques. Ensuite, après avoir reconstitué les paires symétriques, il prend une carte de chaque paire, parfois celle de gauche, parfois celle de droite. Il mélange les cartes collectées et les dispose en une pile devant les élèves puis donne la consigne : « Prends la première carte de la pile et place-la à côté de sa carte amie pour reconstituer les formes que nous venons d'observer. »

Les élèves réalisent un assemblage chacun à leur tour. Une fois qu'ils sont capables de reconstituer des paires symétriques, l'enseignant intègre huit paires de cartes « solo » de l'autre couleur. Il dispose sur la table une carte de chacune des seize paires et empile les cartes restantes. Il donne alors la consigne suivante : « Prends la première carte de la pile et place-la à côté de sa carte amie pour reconstituer des formes d'une seule couleur. »

L'enseignant peut réaliser la même activité plusieurs fois tout au long de l'année en la complexifiant grâce à des cartes « duo » (deux formes) d'une couleur ou de deux couleurs (figure 9).

Échos des classes – La perception de la symétrie d'une figure est déjà très présente intuitivement chez les élèves. Ils arrivent d'emblée à reconnaître des paires symétriques et des paires qui ne le sont pas. La difficulté de l'activité réside principalement dans l'identification de la carte amie.

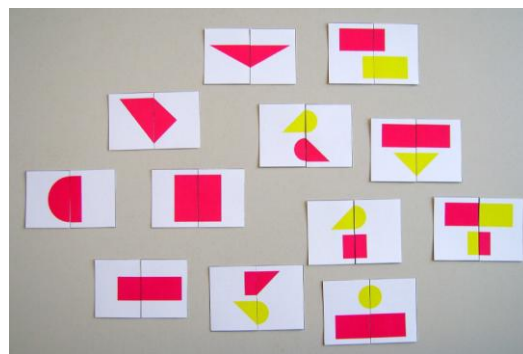


Figure 9

2 Empreintes

Avant de commencer l'activité, l'enseignant explique ce qu'est une empreinte. Il peut en faire la démonstration en enduisant de peinture une face plane d'une boîte et en l'appliquant sur une feuille de papier. Par la suite, il montre qu'on peut obtenir le même effet en contournant cette face de la boîte et en coloriant l'intérieur de la forme ainsi tracée. Ce sont les surfaces ainsi obtenues que nous appelons « empreintes » dans cette activité.

Nous travaillons uniquement avec les empreintes de faces planes, l'objet ne peut ainsi ni glisser ni rouler lorsqu'on trace le contour d'une face. Par exemple, les seules empreintes d'un cylindre prises en considération seront des disques. Remarquons que des empreintes assez différentes, non planes, sont obtenues en enfonçant des objets dans du sable par exemple. Ces dernières ne font pas l'objet de cette activité.

L'activité nécessite un ensemble de boîtes, au moins deux boîtes de plus que le nombre d'élèves du groupe, et si possible deux boîtes différentes ayant une empreinte commune. Par exemple : prismes droits à bases triangulaires, à bases hexagonales ou octogonales, à bases carrées, pyramides, boîtes cylindriques, boîtes à base ovale. Un échantillon de dix boîtes permet de nombreuses comparaisons intéressantes.



Figure 10

2.1 Empreintes libres

Il s'agit de faire découvrir aux élèves différentes formes obtenues par des empreintes de boîtes.

L'enseignant dépose les boîtes en vrac sur la table, afin qu'elles ne soient pas toutes présentées dans une position habituelle. Il choisit une boîte et réalise sur une feuille l'empreinte d'une de ses faces en la contournant à l'aide d'un feutre et en coloriant l'intérieur de son tracé. Il insiste sur le fait que l'empreinte d'une face correspond à toute la surface colorée et non à son contour. L'enseignant distribue quelques feuilles et un feutre à chaque élève puis donne la consigne suivante. « Choisis une boîte et dessine des empreintes. »

Les élèves devraient dessiner plusieurs empreintes en plaçant leur boîte de différentes manières sur leur feuille. Par exemple, une boîte en forme de prisme droit à bases triangulaires peut donner des empreintes triangulaires et des empreintes rectangulaires. Si nécessaire, l'enseignant encourage l'élève à dessiner plus qu'une seule empreinte, dans la mesure du possible, sans pour autant lui demander de les dessiner toutes.

Si un élève dessine deux empreintes identiques, c'est l'occasion de faire remarquer que les faces correspondantes de la boîte sont identiques. Cette première manipulation a pour but de familiariser l'élève avec la notion d'empreinte et non de trouver toutes les empreintes possibles d'une même boîte.

2.2 Association



Figure 11

L'étape suivante consiste à associer des faces planes de boîtes à des formes géométriques à partir de leurs empreintes.

L'enseignant place sur la table des grandes feuilles sur lesquelles sont dessinées les empreintes de toutes les faces des boîtes présentées aux élèves. Il donne la consigne suivante : « *Choisis une boîte puis retrouve ses différentes empreintes.* »

À tour de rôle, chaque élève choisit une boîte, regarde une de ses faces et cherche l'empreinte qui lui correspond. Il dépose alors la boîte sur cette empreinte. Si l'association est correcte, la boîte se positionne exactement sur l'empreinte.

La vérification est faite par le groupe puis l'élève poursuit en choisissant une autre face de la même boîte. Lorsque l'élève, aidé par le groupe, a trouvé toutes les empreintes possibles de sa boîte, la boîte est retirée de la table.

La démarche inverse est travaillée également. L'enseignant montre une empreinte dessinée et donne la consigne :

« *Montre la face d'une boîte qui correspond à cette empreinte et vérifie ton choix.* »

L'élève choisit une boîte et montre une face du solide qui correspond à l'empreinte. L'élève vérifie son choix en déposant la face de la boîte choisie sur l'empreinte. La boîte est ensuite remise avec les autres boîtes. Puis, c'est l'élève qui a trouvé une boîte correcte qui désigne une empreinte pour le suivant.

Si l'échantillon de boîtes le permet, l'enseignant peut faire trouver aux élèves deux boîtes ayant une face qui donne la même empreinte. Ces deux faces sont alors identiques, on peut les « coller » l'une contre l'autre.

2.3 Ressemblance

Pour terminer, on demande aux enfants d'associer la face d'une boîte à une figure géométrique, quelles que soient ses dimensions.

L'enseignant dispose sur la table les différentes boîtes, des gommettes et quatre formes de couleur représentant un carré, un triangle équilatéral, un rectangle et un disque, puis donne les consignes suivantes.

« *Choisis une boîte et montre une de ses faces. Si possible, identifie cette face à l'une des figures géométriques proposées. Prends une gommette de même couleur que la figure et applique-la sur la face indiquée.* »

Chacun à son tour, un élève montre une face et repère la figure correspondante parmi les formes se trouvant sur la table. De ce fait, il apprend à observer la forme d'une figure indépendamment de ses mesures, et indépendamment du solide. Lorsqu'il a placé une gommette sur une face identifiée, il replace la boîte sur la table. Si l'élève montre une face plane qui ne correspond à aucune figure de référence, il ne met pas de gommette et explique pourquoi. L'élève suivant choisit une face, sur la même boîte ou sur une autre, et fait le même exercice.

Deux faces avec des gommettes de même couleur sont associées à une même figure, mais ne sont pas pour autant superposables. Une boîte parallélépipédique ayant six gommettes de la même couleur sera soit un cube (composé de faces carrées identiques) soit un parallélépipède rectangle (composé de paires de rectangles identiques).

Notons pour l'enseignant que, si les faces carrées ou circulaires sont bien semblables¹⁴⁰ à la figure de référence, il n'en est pas de même pour les rectangles qui, eux, peuvent être très différents : il y a des rectangles « très allongés » et des rectangles « presque carrés ». Il est important de montrer aux élèves que les faces rectangulaires d'une même boîte peuvent être très différentes bien qu'elles soient identifiées par une gommette de même couleur.

L'activité peut également se faire en sens inverse à savoir, choisir une figure géométrique et chercher une face de boîte qui lui corresponde.

Échos des classes – Lorsque les élèves participent à deux activités successivement, ils reprennent systématiquement la boîte choisie lors de la première activité pour réaliser la deuxième. L'enseignant peut intervenir en encourageant chacun à prendre une boîte différente.

3 Puzzles

Les activités sont menées à partir de cartes de différents types représentant des poissons, et de formes géométriques qui permettent de les paver. Les poissons ont des corps carrés, placés tantôt sur un côté, tantôt sur une pointe. On parlera de cartes « poisson-côté » lorsque le carré est placé de manière à ce que les bords du corps soient parallèles aux bords de la carte, et de cartes « poisson-pointe » lorsque le carré est placé sur sa pointe.

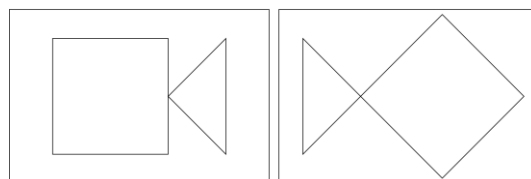


Figure 12

Les assemblages possibles sont les mêmes pour les deux types de cartes. Cependant, les pièces fournies à l'élève pour paver un poisson-côté ou un poisson-pointe sont choisies pour l'obliger à placer certaines pièces dans des positions qui ne lui sont pas familières.

Le matériel est conçu de telle sorte que la queue du poisson soit un triangle rectangle isocèle dont l'hypoténuse est de même mesure que la longueur des côtés du carré qui forme le corps. Ce n'est pas toujours en plaçant l'angle droit d'un triangle dans un coin du carré que l'on trouve une solution.

Le but de cette activité est d'observer les différentes caractéristiques des figures et de les comparer par superposition afin que l'assemblage des pièces des puzzles ne se fasse pas uniquement par essais et erreurs.

4 Puzzle poisson-contour

La première activité se mène avec des cartes qui reprennent uniquement le contour du poisson et se déroule en deux temps. Tout d'abord, chaque élève reçoit trois cartes poisson-côté et une enveloppe contenant trois grands triangles verts, quatre triangles moyens bleus, trois carrés rouges et quatre petits triangles jaunes. Les pièces permettent de recouvrir exactement les trois poissons. L'enseignant invite les élèves à observer les pièces qu'ils ont reçues dans l'enveloppe. L'observation de ces figures permet de voir que chacune d'elles possède au moins un angle droit et que certaines ont des côtés de même longueur.

L'enseignant donne la consigne suivante : « Recouvre entièrement les trois poissons en utilisant les formes que tu as reçues. »

¹⁴⁰ Deux figures sont semblables si l'une est l'agrandissement ou le rétrécissement de l'autre. Les angles correspondants sont alors égaux et le rapport des longueurs correspondantes est constant. Par exemple, un dessin à l'échelle est semblable à l'original.

L'enseignant précise aux élèves que les pièces ne peuvent ni se superposer ni sortir du contour du poisson comme à la figure 13 et que, de ce fait, il est parfois nécessaire de modifier l'emplacement des pièces comme à la figure 14.

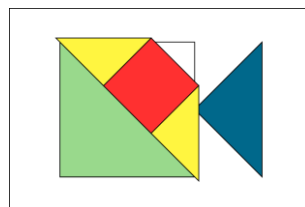


Figure 13

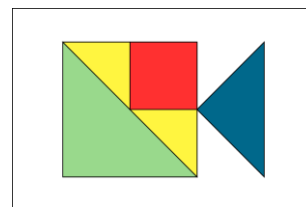


Figure 14

Le dépassement du contour ne sera peut-être pas perceptible par tous les élèves d'autant plus que certaines pièces sont petites. L'enseignant y sera donc attentif.

Le remplissage s'effectue librement et les combinaisons de pièces sont multiples. La queue, par exemple, peut être constituée d'un triangle moyen bleu ou de deux petits triangles jaunes.

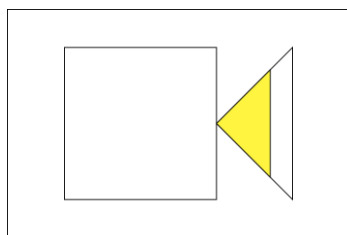


Figure 15

Si un élève n'a plus de triangle bleu pour recouvrir la queue, mais qu'il lui reste des petits triangles jaunes, un premier réflexe est de superposer l'angle droit du petit triangle jaune sur l'angle droit de la queue du poisson (figure 15). Dans ce cas, il n'est pas possible de terminer le recouvrement.

Les pièces géométriques sont conçues de manière à ce que l'élève puisse assembler deux petits triangles jaunes pour former un triangle moyen bleu ou un carré rouge, comme l'illustrent les figures 16 et 17.

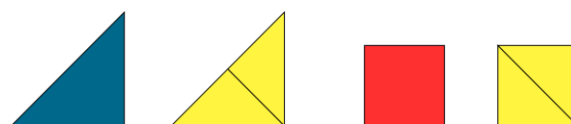


Figure 16

Certains élèves se retrouveront peut-être dans une situation semblable à celle de la figure 18, laquelle nécessite l'exploitation des équivalences pour réarranger les pièces au sein du dernier poisson, comme le montre la figure 19.

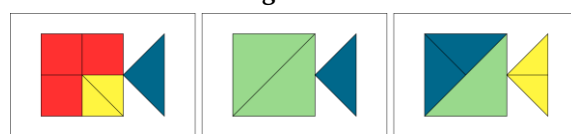


Figure 17

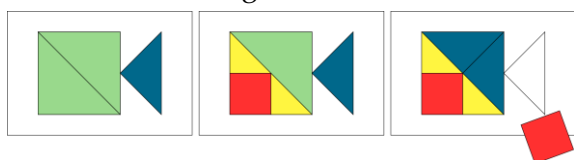


Figure 18

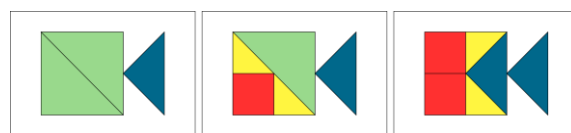


Figure 19

Il peut aussi arriver qu'un élève ne puisse pas terminer l'exercice car les pièces qui lui restent ne lui permettent pas de paver entièrement le dernier poisson, comme dans la figure 20. Il est important que l'enseignant s'accorde avec l'élève sur l'impossibilité de terminer le travail en conservant les puzzles déjà finalisés. Il encourage alors l'élève à débloquer la situation en échangeant des pièces avec les poissons déjà complétés, ce qui implique une déconstruction partielle du travail déjà accompli.

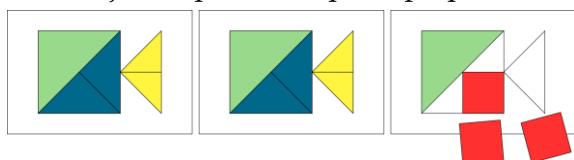


Figure 20

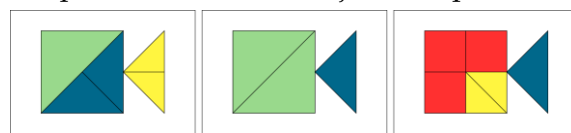


Figure 21

Dans notre exemple en figure 20, une solution consiste à rassembler deux grands triangles verts dans le corps d'un même poisson et les trois carrés rouges avec deux petits triangles jaunes dans le corps d'un autre. On obtient ainsi les puzzles de la figure 21.

Une activité similaire est menée ensuite avec les cartes où le corps du poisson est un carré sur pointe et une enveloppe contenant trois rectangles orange, six triangles moyens bleus, un carré rouge et quatre petits triangles jaunes.

Nous avons choisi de paver deux carrés identiques mais placés différemment sur une carte car les pavages qui en résultent montrent par exemple aux élèves qu'un rectangle n'est pas toujours positionné verticalement ou horizontalement. Le fait que l'élève soit confronté, dès son jeune âge, à l'image d'un carré sur pointe, l'amène à le reconnaître quelle que soit sa position et à ne pas confondre, plus tard, un carré sur pointe et un losange.

Échos des classes – Tous les élèves n'utilisent pas la même stratégie pour construire les poissons. Certains commencent par placer toutes les queues, d'autres recouvrent un poisson à la fois, d'autres encore placent des pièces sur chaque poisson sans logique apparente.

Dans la majorité des cas, les élèves placent d'abord les grandes pièces – rectangles orange ou grands triangles verts – et placent les angles droits des pièces dans les coins du carré qui représente le corps du poisson.

Lorsqu'un élève a placé les trois grands triangles verts, dont deux sur un même poisson, une remarque souvent émise est qu'il *manque des pièces*, qui sous-entend qu'il n'y a plus de grand triangle vert pour couvrir entièrement un deuxième poisson, ce qui le mène à chercher parmi les pièces qui lui restent de quoi remplacer la pièce manquante.

4.1 Autres puzzles

Pour chaque type de cartes on dispose aussi de cartes « pièces » sur lesquelles les contours des pièces et un œil sont dessinés et de cartes « œil » sur lesquelles seul l'œil du poisson est dessiné (figure 22).

Ces autres puzzles sont proposés, chaque fois avec une enveloppe de pièces adaptée. Le puzzle poisson-pièces fournit des pistes qui seront exploitables pour réaliser les puzzles suivants, notamment pour disposer judicieusement les pièces avec œil.

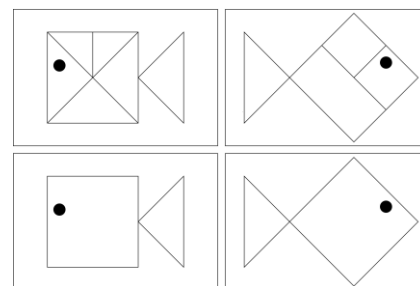


Figure 22

4.2 Puzzles avec contraintes

Il s'agit ici de recouvrir un poisson avec le moins de pièces possible, puis d'augmenter le nombre de pièces en remplaçant une à chaque étape. L'intérêt de cette activité est aussi de travailler les équivalences et la comparaison des surfaces (sans la nommer).

D'autres questions suivent : paver un poisson avec le plus de pièces possible, le plus de couleurs possible...

Échos des classes – Régulièrement, les enfants expriment qu'ils ont besoin des pièces les plus grandes pour paver un poisson avec un minimum de pièces et des pièces les plus petites pour le paver avec un maximum de pièces.

IV - CONCLUSION

Il reste essentiel de travailler les notions de topologie par le corps, comme c'est le cas lors des séances de psychomotricité qui sont couramment pratiquées avec les tout-petits. Cependant, il nous a paru qu'on n'accorde peut-être pas toujours suffisamment d'attention à la prise de conscience des positions relatives d'objets extérieurs à l'enfant. C'est cet aspect que nous avons voulu développer dans nos activités dévolues au « repérage dans l'espace ».

La partie intitulée « reconnaissance de formes » est consacrée à une approche précoce des formes géométriques, y compris les rapports d'aires entre des formes simples qu'on peut comparer par décompositions et assemblages.

En particulier, la présentation de l'activité « Puzzles » à des publics variés (autres que les enseignants et formateurs de maternelle), nous a permis de constater à quel point ce genre d'activité était riche pour des apprenants de tout âge. Une telle approche développe des compétences très utiles pour aborder des problèmes liés à des décompositions de figures que de trop nombreux élèves à la fin du primaire et dans

le secondaire ne parviennent pas à résoudre. Une des raisons se trouve sans doute dans le fait qu'ils n'y ont pas suffisamment été préparés.

La mise au point de telles activités d'apprentissage pour les enfants de maternelle et les expériences menées dans les classes de tout petits nous ont convaincus davantage de l'importance de prendre le temps de mettre en place ces différentes notions avec les jeunes enfants.

V - BIBLIOGRAPHIE

CREM (2017). Coord. : Guissard, M.-F., Henry, V. *Math & Manips - Des manipulations pour favoriser la construction des apprentissages en mathématiques*. CREM : Nivelles [<https://www.crem.be/publications>].

De Lièvre B., Staes L. (2011). *La psychomotricité au service de l'enfant, de l'adolescent et de l'adulte. Notions et applications pédagogiques*. De Boeck : Bruxelles.

Guissard M.-F., Lambrecht P. (2017). *Math & Manips : Manipuler pour construire la notion de volume. Actes du 44^e colloque COPIRELEM*, Epinal.

Henry V., Lambrecht P. (2012). *Math & Manips : introduction de manipulations dans les classes pour favoriser la construction des apprentissages. Actes du 38^e colloque COPIRELEM*, Dijon.

VI - ANNEXE

La famille poisson

La famille poisson	Lors de grands beaux temps
Vit dans un étang	C'est l'chambardement
Calme et reposant	Poisson gourmand, tu restes dedans
Comme une grande maison	Poisson junior, tu vas dehors
	Poisson râleur, à l'extérieur
	Poisson rêveur, à l'intérieur
Mais lors de grands vents	
Pires qu'un ouragan	
Poisson en or, tu restes dehors	La famille poisson
Poisson d'argent, tu es dedans	Vit dans un étang
Poisson rieur, à l'extérieur	Calme et reposant
Poisson pleureur, à l'intérieur	Comme une grande maison
La famille poisson	Lors de brises légères
Vit dans un étang	Quand le jour se lève
Calme et reposant	Poisson tambour-major, tu vas dehors
Comme une grande maison	Poisson pétillant, hors de l'étang
	Poisson dormeur, à l'intérieur
	Poisson couleur, à l'intérieur