

# ANALYSE DE MANUELS DE CYCLE 2, PLACE ET FONCTIONS DE LA MANIPULATION

David BEYLOT

Professeur ESPE, Université Paris Est Créteil

[david.beylot@u-pec.fr](mailto:david.beylot@u-pec.fr)

### Résumé

L'institution préconise aux enseignants de faire manipuler les élèves et parle de la manipulation comme étape vers l'abstraction. Souvent, ce que recouvre le terme *manipulation* n'est pas explicité, de même que les raisons et les conditions pour lesquelles la manipulation favoriserait certains apprentissages et des passages à l'abstraction. Dans ce texte, nous présentons d'abord différents usages du terme *manipulation* dans des textes scientifiques, institutionnels et tirés de guides du maître, ainsi que des fonctions que pourrait avoir la manipulation pour les apprentissages. Puis, en nous appuyant sur certains constats faits pendant l'atelier lorsque les participants ont réalisé une tâche d'analyse des fonctions de la manipulation dans des extraits de manuels (fichiers et guides du maître portant sur des situations d'apprentissage de la technique opératoire de l'addition en CP) ainsi que sur les échanges lors de la mise en commun qui a suivie, nous réfléchissons à la portée de cette tâche pour la formation des enseignants.

La préparation de cet atelier a été le fruit d'échanges dans un groupe de réflexion de l'ESPE de Créteil. Je remercie l'ESPE de Créteil ainsi que les collègues de ce groupe, qui m'ont donné des pistes bibliographiques, qui ont permis de faire avancer ma réflexion sur la manipulation ainsi que sur le contenu et le déroulement de l'atelier, et dont les commentaires avisés m'ont aidé à la rédaction de ce texte.

L'objectif de cet atelier était de mieux comprendre ce que recouvrait la manipulation et quels étaient ses enjeux pour les apprentissages des élèves, ainsi que d'étudier les potentialités et limites d'une tâche d'analyse des fonctions de la manipulation pour la formation des enseignants.

L'atelier a commencé par un exposé sur les questions que nous nous sommes posées en préparant l'atelier au sujet du terme *manipulation*, sur les différents usages de ce terme rencontrés dans certaines lectures scientifiques et sur les différentes fonctions de la manipulation (dans une situation d'enseignement-apprentissage) identifiées grâce à ces lectures.

Ensuite, la présentation du travail en groupes a concerné nos choix d'extraits de fichiers de l'élève et guides du maître à analyser, la grille d'analyse à compléter (cf. annexe 1), les consignes et objectifs de ce travail.

Le choix des manuels s'est porté sur *La méthode de Singapour*<sup>104</sup>, *Mon année de maths*<sup>105</sup>, *Archimaths*<sup>106</sup> et *Les nouveaux outils pour les maths*<sup>107</sup>.

Ces manuels ont été choisis parce que leurs auteurs mettent en avant la manipulation. Les extraits choisis (cf. annexes 2 à 6) concernent l'addition posée car c'est un thème clairement repérable dans ces manuels et à peu près au même moment de la programmation sur l'année (plutôt vers la fin)<sup>108</sup>.

<sup>104</sup> Neagoy, M. (dir.) (2016). *La méthode de Singapour Mathématiques CP*. Éditions La Librairie des Écoles.

<sup>105</sup> Mazollier, M.-S., Mounier, E., Pfaff, N. (2016). *Mon année de maths CP*. Éditions Sed.

<sup>106</sup> Bolsius, C. (dir.) (2016). *Archimaths CP*. Éditions Magnard.

<sup>107</sup> Gros, P. (dir.) (2016). *Les nouveaux outils pour les maths CP*. Éditions Magnard.

<sup>108</sup> Pour *La méthode de Singapour* : « séances » 114 et 115 sur 135.

Pour *Mon année de maths* : « séquence » 31 sur 33.

Nous avons demandé à chaque groupe :

- D'analyser les extraits de deux manuels sous l'angle de la manipulation en essayant de compléter la grille proposée (cf. annexe 1) et en ajoutant si nécessaire des fonctions dans les lignes vierges.
- De réfléchir au travail mené et prendre des notes sur les échanges au sein du groupe à propos des difficultés rencontrées pour réaliser la tâche, de l'adéquation de la grille à la tâche, de l'intérêt de se centrer sur la manipulation pour analyser les extraits, des potentialités de ce travail pour la formation d'enseignants.

Lors de la mise en commun collective qui a suivi ce travail, la question des difficultés rencontrées pour réaliser la tâche et de la pertinence de l'utiliser en formation a initialisé les échanges.

Nous avons enfin présenté les conclusions que nous pensions, en préparant l'atelier, pouvoir faire après le travail en groupe et la mise en commun, pour prolonger la discussion sur l'intérêt de cette tâche pour la formation.

Dans ce texte, nous reprenons en première partie la synthèse sur les acceptions du terme *manipulation* et sur les fonctions de la manipulation pour les apprentissages, qui avait été préparée pour l'exposé préalable au travail en groupes, enrichie d'éléments issus des discussions lors de l'atelier. Dans la deuxième partie, nous relatons certains constats faits lors de la réalisation de la tâche d'analyse d'extraits de manuels par les participants à l'atelier puis ce qui est ressorti des échanges lors de la mise en commun qui a suivi le travail en groupes. Nous essayons enfin d'en tirer des conclusions sur et pour la formation des enseignants à la manipulation.

---

## I - SYNTHÈSE SUR CE QUE PEUT RECOUVRIR LA « MANIPULATION »

---

Dans cette partie, nous commençons par lister différents usages du terme *manipulation* dans certains textes scientifiques et institutionnels. Puis, nous évoquons ce que contiennent, au sujet de la manipulation, les introductions/présentations des quatre guides du maître choisis. Enfin, nous explicitons les fonctions de la manipulation (dans un dispositif d'enseignement-apprentissage) repérées, en nous appuyant à la fois sur nos lectures scientifiques lors de la préparation de l'atelier et également sur les échanges durant l'atelier.

### 1 Différents usages de *manipulation* dans des textes scientifiques et institutionnels

Dans nos lectures scientifiques et institutionnelles, nous avons remarqué que *manipulation* (ou *manipuler*) est utilisé sous plusieurs acceptions, y compris parfois par le même auteur dans un même texte.

Dans certains cas et selon s'il s'agit de manipulation (« tout court ») ou de manipulation d'objets, *manipulation* peut remplacer ou être remplacé par *action* ou *action sur* (ou encore *action sur des objets*, *action sur des objets matériels*).

Par exemple, Tricot (2017, pp. 14-26) nous semble utiliser indifféremment *la manipulation* ou bien *l'action*, et parfois les deux (*la manipulation* et *l'action*) séparés d'une virgule, l'un explicitant l'autre.

Il nous semble également que *manipulation* est utilisé pour signifier *action sur des objets matériels* dans les programmes de mathématiques du Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (2015), pour le cycle 2, à la compétence *Raisonner* : « Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure » (p. 74) ; ou, dans la partie *Grandeurs et mesures* : « À vue ou par manipulation, proposer une estimation de la mesure d'une grandeur attachée à un objet, avant confrontation avec d'autres approches » (p. 80).

Inversement, *manipulation* et *action* semblent devoir être distingués lorsque *action* est utilisé en référence à la théorie des situations didactiques (de manière explicite ou non). Par exemple, dans les programmes

---

Pour *Archimaths* : « leçon » 125 sur 194.

Pour *Les nouveaux outils pour les maths* : « leçons » 140 et 143 sur 147.

de mathématiques du Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (2015, p.88), pour le cycle 2, on peut lire :

*En géométrie comme ailleurs, il est particulièrement important que les professeurs utilisent un langage précis et adapté et introduisent le vocabulaire approprié au cours des manipulations et situations d'action où il prend sens pour les élèves, et que ceux-ci soient progressivement encouragés à l'utiliser.*

Cependant, il faut noter que les programmes de mathématiques de cycle 2 ont été partiellement réécrits en juillet 2018 et que, dans la phrase « L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur la manipulation, [...] » des programmes du Ministère de l'Éducation nationale<sup>109</sup> (2018, p. 22), « situations basées sur la manipulation » a remplacé « situations d'action » utilisé dans les programmes du Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche<sup>110</sup> (2015, p. 73).

Dias (2008) se place explicitement dans le cadre de la théorie des situations didactiques pour caractériser l'expérimentation au sein de la phase d'action, en essayant de montrer en quoi « la notion d'expérimentation est bien différenciée de celle de manipulation » (p. 212) et que « il ne s'agit en aucun cas d'assimiler l'expérimentation à une démarche qui prône la manipulation en lieu et place de l'observation [...] » (p. 27). Mais Dias (*ibid.*) emploie aussi parfois *manipulations* lorsqu'il s'agit d'expérimentation, par exemple quand il explique que « les manipulations peuvent être assimilées à des phases d'expérimentation, puisqu'elles expriment une volonté d'intervention sur les objets du monde » (p. 104).

L'emploi de *manipulation* ne concerne pas toujours ou pas uniquement les objets matériels, sur lesquels on peut agir avec les mains. Par exemple, lors la conférence de consensus de novembre 2015 sur le nombre et les opérations, Fayol (2015) parle de « manipulation de symboles mathématiques », de « manipulation de structures pluri-unitaires », de « manipulation de suites verbales et écrites ».

## 2 Usages de *manipulation* dans les introductions des guides du maître choisis

Les auteurs des quatre manuels de CP choisis mettent en avant la manipulation dans les pages d'introduction des guides du maître. Nous pensons pouvoir faire le lien avec les nombreuses occurrences de *manipulation*, ainsi que *manipulatoire* et *manipuler* (à l'infinitif ou conjugué), dans les programmes de mathématiques actuellement en vigueur à l'école primaire. L'un des guides (*Archimaths*) fait d'ailleurs explicitement référence aux programmes.

Voici ce qu'on trouve, sur la manipulation, dans ces introductions :

- Dans *La méthode de Singapour*, la manipulation est « nécessaire pour la compréhension, notamment dans les plus petites classes », mais « au service de l'abstraction au lieu d'être une fin en soi », « permet aux élèves de s'approprier ensuite les représentations visuelles », « ne [doit] pas être trop longue, sans quoi les élèves risquent de perdre de vue l'objectif poursuivi ».
- Dans *Mon année de maths*, la manipulation « est essentielle à la construction des concepts », « permet la constitution d'images mentales qui pourront ensuite être mobilisées » et :

*[Le] matériel devient aussi, progressivement, un outil de différenciation et de validation. Par exemple, la manipulation des cubes emboîtables, utilisés fréquemment pour la numération décimale, permet tout d'abord de comprendre l'intérêt des groupements, par dix en particulier, pour comparer ou dénombrer des grandes collections. Cette manipulation est ensuite proposée aux élèves qui n'ont pas encore construit les images mentales nécessaires, pour valider ou invalider une réponse à un exercice sans manipulation. La vérification de la réponse avec le matériel permet à l'élève de mieux comprendre les raisons de ses réussites et de ses erreurs.*

- Dans *Archimaths*, le guide indique que la manipulation est au centre de la pratique de classe, « conformément aux programmes », « pour rendre les élèves actifs et donner du sens aux concepts étudiés », « préalable au raisonnement, à la conceptualisation et au travail intellectuel », « essentielle

<sup>109</sup> Sous la présidence d'Emmanuel Macron

<sup>110</sup> Sous la présidence de François Hollande

à la compréhension des concepts mathématiques », « [permettant] aux élèves de donner sens aux représentations abstraites (symboliques ou numériques) par le biais d'objets concrets », et que :

*Pour toute activité de manipulation, il est important de prévoir un temps préalable à la séance au cours duquel les élèves peuvent manipuler le nouveau matériel proposé afin de favoriser leur concentration durant l'activité mathématique et de toujours faire le lien entre le matériel et les représentations symboliques dont il est question (schéma, écritures symboliques ou numériques).*

- Dans *Les nouveaux outils pour les maths*, « [les] expérimentations et [les] manipulations [sont] essentielles pour la structuration et l'assimilation solide de la notion chez les élèves ».

Dans ces introductions, la place et le rôle de la manipulation sont explicités de manière inégale. Dans certains cas, on voit apparaître certaines fonctions ou certains aspects que nous décrivons au paragraphe suivant. Dans d'autres cas, cela nous semble rester très « flou ».

Nous pouvons alors nous demander ce qu'il en est dans les descriptions des séances ou situations dans les guides du maître. Nous répondrons partiellement à cette question dans le paragraphe II, en nous intéressant uniquement à des extraits et à la technique opératoire de l'addition en CP.

### 3 Fonctions de la manipulation

Nous avons identifié huit fonctions de la manipulation, dans le sens de « l'action physique sur des objets matériels » :

- Apprendre à manipuler
- Faciliter la dévolution
- Produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact
- Accéder à des représentations
- Solliciter des mises en relation entre signes ou entre représentations
- Aider à résoudre un problème
- Favoriser l'évolution des procédures
- Valider une solution

Nous explicitons ci-après chacune de ces fonctions, en intégrant certains éléments issus des échanges lors de l'atelier.

#### *Apprendre à manipuler*

Dans certains cas, la manipulation peut avoir comme fonction l'apprentissage d'un usage d'un instrument. Par exemple, on peut faire manipuler les élèves pour apprendre à tracer avec soin des « ronds » sur un support avec le compas. Mais on peut aussi apprendre d'autres usages d'un compas comme le report de longueurs de segments et, en nous référant à l'approche instrumentale développée par Rabardel (1995), nous pourrions dire qu'il existe plusieurs instruments compas car il y a plusieurs finalités possibles<sup>111</sup>.

Tricot (2017) explique que des travaux « montrent que l'effet positif [de la manipulation] est plus systématiquement obtenu quand le savoir-faire visé est moteur » (p. 19) et que « quand l'objectif est de comprendre, d'élaborer une connaissance notionnelle, alors ce n'est pas tant le fait de manipuler qui est important : c'est le fait d'être actif cognitivement » (p. 26).

En revanche, d'autres chercheurs n'opposent pas, ou pas systématiquement, apprentissages moteurs et apprentissages conceptuels. Par exemple, lorsqu'il évoque la dimension expérimentale des sciences, Dias (2008, p. 60) ne considère plus l'instrument « comme une prolongation du geste mais comme faisant partie de la théorie ». Il s'appuie sur les travaux de Vergnaud qui « utilise la notion de théorème en acte pour qualifier les connaissances manifestées par les élèves dans leurs activités » et selon lequel « la

---

<sup>111</sup> Rabardel (1995, p. 49) donne une « première » définition de la notion d'*instrument* à partir de celle d'*artefact* : l'artefact est « la chose susceptible d'un usage, élaborée pour s'inscrire dans des activités finalisées » et l'instrument est « l'artefact en situation, inscrit dans un usage, dans un rapport instrumental à l'action du sujet, en tant que moyen de celle-ci ».

conceptualisation consiste en un passage des concepts-comme-instrument aux concepts-comme-objet ». En donnant l'exemple de la manipulation du matériel de type *Polydrons* dans la recherche de tous les polyèdres réguliers, Dias (2008, p. 92) se réfère également aux travaux de Rabardel pour évoquer le processus d'instrumentation de l'élève lorsqu'il agit sur ou avec du matériel pour tenter de résoudre le problème, en fonction des potentialités et limites de ce matériel : « le matériel proposé fonctionne davantage comme un artefact puisqu'il instrumente l'élève en pré-structurant son activité ». Cependant, Dias (2008, p. 61) précise également que « tout objet n'est pas instrument », et que « sa simple manipulation n'est pas systématiquement source d'apprentissage ».

### *Faciliter la dévolution*

Une « phase de manipulation », où l'élève vit et résout une situation proche de celle qu'il aura ensuite à traiter, peut lui permettre de mieux s'approprier le « vrai » problème (posé dans un second temps). La manipulation pourrait alors être considérée comme une aide à la représentation (mentale), au sens de Julo (2000), du problème. Par exemple, dans le domaine numérique, les élèves peuvent avoir à traiter une situation avec de petites quantités ne nécessitant pas le recours au calcul avant d'avoir à résoudre la « même » situation pour des quantités importantes rendant nécessaire l'utilisation d'opérations arithmétiques.

De plus, la manipulation peut parfois favoriser l'engagement de l'élève dans la tâche (outre l'appropriation du problème et la disponibilité effective de connaissances pour le résoudre efficacement) parce qu'il a la possibilité d'agir sur des objets concrets. Par exemple, dans le cas d'un problème de recherche du nombre d'éléments d'une réunion de deux collections d'objets dont les nombres sont donnés en écritures chiffrées, la présence effective des deux collections d'objets peut permettre aux élèves d'essayer de les compter un à un avant d'agir, ou de prendre conscience qu'il est plus efficace d'agir, sur les écritures chiffrées.

### *Produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact*

Maracci et Mariotti (2010) expliquent que lors de l'utilisation d'un artefact pour accomplir une tâche, les élèves produisent des signes qui peuvent être porteurs de significations (a priori non mathématiques) dont certains aspects peuvent être pertinents du point de vue du développement des signes et significations mathématiques (qui constituent l'objectif d'enseignement) et liés à certains aspects spécifiques de l'utilisation de l'artefact ; ce *potentiel sémiotique* de l'artefact nécessite d'être analysé et exploité par les enseignants pour envisager les apprentissages des élèves (cf. paragraphe « Solliciter des mises en relations entre signes ou entre représentations »).

Il ne suffit pas, en effet, de manipuler du matériel pédagogique, même s'il évoque particulièrement bien l'apprentissage visé. Maracci et Mariotti (2010, p. 91) donnent en contre-exemple le boulier romain qui « peut évoquer la notation positionnelle des nombres » mais dont l'utilisation pendant plusieurs siècles pour la pratique du calcul n'a pas été suffisante « pour déclencher le passage à la notation positionnelle des nombres ».

### *Accéder à des représentations*

La manipulation peut permettre de faire évoluer certaines représentations mentales de l'enfant. Fayol (2015) donne l'exemple du travail avec les jeux de pistes pour l'accès à une représentation « linéaire » des quantités (alors que celle-ci serait, premièrement, plutôt de type « logarithmique »).

En outre, on peut utiliser un objet matériel comme représentation physique (donc concrète) d'un objet mathématique (abstrait) :

- Lorsque d'autres représentations (dessins, schémas, symboles) sont ou semblent hors de portée intellectuelle des élèves. Dias (2008) donne l'exemple de l'utilisation des *Polydrons*, en fin d'école élémentaire, à la place des représentations en perspective.
- En relation avec d'autres représentations du même objet mathématique (cf. paragraphe « Solliciter des mises en relations entre signes ou entre représentations ») ; par exemple, lorsqu'on utilise à la

fois du matériel de numération (comme des barres et des petits cubes) et des écritures chiffrées pour désigner des dizaines et des unités isolées.

Cette utilisation de représentations physiques d'objets mathématiques peut aussi engendrer des difficultés. Duval (2011, pp. 154-155) explique que la compréhension en mathématiques nécessite de ne pas « confondre l'objet et l'une de ses représentations » alors même que « les représentations sémiotiques sont les seuls moyens d'accès possibles aux objets » et qu'on ne peut pas « comparer chaque représentation sémiotique à ce qu'elle représente ». Or, le statut des objets matériels manipulés peut ne pas être clair aux yeux de l'élève et l'objet mathématique peut justement être confondu avec son représentant matériel. Par exemple, un élève peut concevoir une dizaine comme une barre et non plus comme l'équivalent de dix unités.

### *Solliciter des mises en relation entre signes ou entre représentations*

Les manipulations pourraient être (plus ou moins directement) à l'origine de conceptualisations, en permettant des mises en relation :

- Entre les signes produits par les élèves lors d'une manipulation et les signes mathématiques. Maracci et Mariotti (2010, p. 92) expliquent que l'élève qui manipule ne donne pas nécessairement de signification mathématique aux signes qu'il produit lors de l'accomplissement d'une tâche en utilisant un artefact, et que la mise en relation entre signes liés à l'activité avec l'artefact et signes mathématiques « doit être prise en charge, comme un objectif didactique, par l'enseignant » pour « contribuer à faire évoluer les signes produits par les élèves, d'une relation entre artefact et tâches vers une relation entre artefact et savoir ».
- Entre les représentations physiques manipulées et d'autres représentations des objets mathématiques étudiés. Duval (2011, pp. 155-156) explique que « deux représentations d'un même objet n'ont pas du tout le même contenu », ce contenu fusionnant « des unités de sens qui ne relèvent pas toutes du même niveau d'organisation », ce qui nécessite que « les élèves prennent conscience des différentes unités de sens possibles dans le contenu des représentations » et « puissent reconnaître les correspondances et les non correspondances entre deux représentations de registres différents ».

La portée de ces mises en relations pour les apprentissages peut notamment dépendre du fait qu'elles sont :

- Plus ou moins explicites pour les élèves.
- Plus ou moins consciemment instiguées par l'enseignant.
- Produites par l'enseignant ou par l'élève.
- À l'initiative de l'enseignant ou de l'élève.
- Réalisées lors de telle ou telle phase de la séance (lancement, recherche, mise en commun, institutionnalisation), de tel ou tel type de situation (action, formulation, preuve).
- Nécessaires ou non pour résoudre un problème, pour justifier une procédure.

### *Aider à résoudre un problème*

La possibilité de manipuler peut parfois faciliter la résolution d'un problème (outre l'aide à la représentation de la situation). En rendant possible l'utilisation de connaissances anciennes de l'élève ou en guidant l'élève vers une certaine procédure, une aide « matérielle » à la résolution, fournie aux élèves, peut alors modifier l'activité de l'élève donc les potentialités d'apprentissage de la situation. Par exemple, pour un problème de transformation avec recherche de l'état final et concernant de petites quantités, la présence du nombre d'objets correspondant à l'état initial puis l'ajout effectif du nombre d'objets correspondant à la transformation peut conduire un élève à la réussite en comptant tous les objets (et en s'aidant des mains pour les énumérer), ce qui ne favorise pas l'utilisation de l'addition.

### *Favoriser l'évolution des procédures*

Dans certains problèmes, la manipulation ne permet pas une résolution efficace, ce qui peut contribuer à donner du sens à d'autres procédures. Par exemple, la difficulté à agir physiquement sur une grande quantité d'objets peut rendre nécessaire le calcul.

Dans d'autres problèmes, les contraintes matérielles peuvent favoriser la construction de nouvelles techniques. Par exemple, l'utilisation d'étiquettes marquées 1, 10 et 100, pour désigner une quantité, ainsi que la possibilité d'échanges dix contre un (dix étiquettes 1 contre une étiquette 10 et dix étiquettes 10 contre une étiquette 100), peuvent inciter les élèves à traiter un problème de partage de cette quantité autrement que si celle-ci avait été désignée à l'aide d'une écriture chiffrée.

Dias (2008, pp. 52-53), en référence aux travaux de Brousseau et Salin, évoque la notion de *milieu de type antagoniste*, « porteur de déséquilibres dans les rétro-actions qu'il fournit à l'activité de l'élève », pouvant provoquer « l'adaptation de l'élève et par la même, la construction (appropriation) d'une connaissance ».

Tricot (2017) explique cependant que la manipulation peut entraîner un coût cognitif important qui, pour les élèves les moins avancés dans les apprentissages, conduit généralement à laisser trop peu de ressources attentionnelles pour les apprentissages.

### *Valider une solution*

La manipulation peut permettre d'avoir un retour sur la validité (ou l'invalidité) d'une procédure utilisée. Une validation « matérielle » peut notamment intervenir pendant une phase de recherche (volontairement ou non) ou après une phase d'argumentation qui n'a pas permis de convaincre.

Notons que la manipulation ne permet pas toujours de s'assurer de la validité d'une solution. Par exemple, on peut calculer correctement et ne pas obtenir le même résultat par comptage si les quantités en jeu sont grandes.

Ces huit fonctions sont celles qui apparaissent dans la grille proposée lors de l'atelier (cf. paragraphe II). Sans compter celles que nous n'aurions pas identifiées, une liste beaucoup plus longue pourrait être envisagée. En effet, pour certaines de ces huit fonctions, nous pouvons considérer plusieurs cas comme nous venons de le montrer. En outre, il nous semblerait nécessaire de croiser ces fonctions avec d'autres paramètres comme :

- Les personnes qui manipulent : élève(s), enseignant.
- Ce qui est demandé à l'élève : observer, imiter, chercher, ...
- Le guidage de l'enseignant pendant la manipulation
- Le type de connaissance visée : motrice, procédurale, notionnelle, ...
- La phase de la séance au cours de laquelle intervient la manipulation : présentation de la situation, recherche, mise en commun, ...
- La place de cette séance dans la séquence sur une notion : introduction, réinvestissement, ...

---

## **II - TACHE D'ANALYSE DES FONCTIONS DE LA MANIPULATION DANS DES MANUELS DE CP**

---

Lors de l'atelier, nous avons mis les participants en situation en leur demandant d'analyser les usages de la manipulation dans des propositions de séances extraites de deux<sup>112</sup> manuels de CP sur la technique opératoire de l'addition (cf. annexes 2 à 5), en complétant une grille où figurent uniquement les fonctions de la manipulation préalablement exposées (cf. annexe 1). La mise en commun qui a suivi le travail en groupes a été centrée sur les difficultés de réalisation de cette tâche ainsi que sur ses potentialités pour la formation d'enseignants.

---

<sup>112</sup> Dans le temps imparti, à savoir un peu plus de quarante minutes, certains groupes ont pu commencer l'étude des extraits d'un troisième manuel tandis que d'autres ont travaillé presque exclusivement sur les extraits d'un seul manuel.

À titre d'exemple, nous avons mis en annexes les grilles complétées que nous avons produites<sup>113</sup> en réalisant la tâche lors de la préparation de l'atelier (cf. annexes 6 à 9).

Dans cette partie, nous présentons d'abord certains constats que nous avons pu faire lors du travail en groupes puis certaines réflexions tirées des échanges lors de la mise en commun.

## 1 Constats lors de la réalisation de la tâche pendant l'atelier

Concernant les fonctions de la manipulation, certains groupes ont pensé que des auteurs semblaient utiliser davantage la manipulation pour certains rôles. Selon les groupes, les analyses n'ont pas débouché sur la même chose : par exemple, pour l'un des guides (*Mon année de maths*, cf. annexes 3 et 7), un groupe a principalement repéré la fonction « valider une solution » alors que d'autres ont repéré plusieurs fonctions (« solliciter des mises en relation », « faire évoluer les procédures », « valider une solution »).

Nous avons vu certains groupes hésiter à inscrire dans la grille un élément qu'ils avaient repéré, ou hésiter entre plusieurs fonctions. Par exemple, pour l'étape 1 de la séance 114 dans *La méthode de Singapour* (cf. annexes 2 et 6), le guide indique de commencer par montrer aux élèves, tout en leur posant des questions, comment procéder pour résoudre un calcul ( $27 + 5$ ) avec le matériel de base 10, puis de donner un autre calcul du même type que les élèves doivent résoudre à l'aide du même matériel ; des participants ont hésité à noter ce passage dans « apprendre à manipuler », « aider à résoudre un problème » et « favoriser l'évolution des procédures ».

La plupart des groupes a expliqué avoir souvent eu besoin, pour compléter la grille, d'inférer les intentions des auteurs lorsqu'ils évoquent du matériel pédagogique ou la manipulation. Par exemple, l'étape 3 de la séance 114 dans *La méthode de Singapour* (cf. annexes 2 et 6), où le guide indique de dire aux élèves qu'il s'agit de faire le même calcul ( $27 + 5$ ) avec le boulier puis de laisser les élèves proposer différentes représentations de l'addition avec le boulier, est restée assez énigmatique aux yeux de plusieurs participants. Certains groupes, ne se basant que sur ce qui leur semblait clairement explicite dans les extraits d'un guide qu'ils étudiaient, se sont retrouvé avec une grille vide ou presque vide à la fin du travail.

Les cases qui correspondent aux fonctions « faciliter la dévolution » et « produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact », sont restées vides pour la totalité des groupes et pour tous les extraits étudiés.

## 2 Réflexions sur la tâche réalisée pendant l'atelier

Lors de la mise en commun a été évoquée l'étude de Mounier et Priolet (2018) qui peut questionner quant à l'intérêt d'analyser des manuels tellement leurs usages par les enseignants semblent variés, et souvent différents de ceux envisagés par les auteurs de ces ouvrages. En effet, seulement la moitié des enseignants (au nombre de dix), suivis par ces chercheurs, utilise un guide du maître pour préparer la classe ; plusieurs enseignants n'ont pas choisi le manuel qu'ils utilisent en classe ; certains enseignants n'utilisent que le fichier de l'élève, d'autres que le guide du maître et parfois avec un fichier d'un autre manuel. De plus, Mounier et Priolet (*ibid.*) expliquent que les scénarios d'apprentissages pensés par des enseignants qui utilisent plusieurs manuels peuvent présenter des incohérences. Mais s'interroger sur les artefacts que sont les manuels ne remet pas en cause les différents usages qui peuvent en être faits, et s'intéresser seulement à un extrait pour former de manière croisée à la manipulation et à l'analyse de situations ne remet pas en cause la nécessité de former à l'analyse de scénarios d'apprentissage.

La réalisation de la tâche par les participants à l'atelier (principalement des formateurs ESPE et maîtres-formateurs) montre qu'il est difficile, à partir des extraits étudiés, de comprendre les intentions des auteurs de certains manuels concernant l'usage de la manipulation pour les apprentissages des élèves. Certains guides du maître sont prescriptifs (mais pas nécessairement clairs) au sujet de l'action que doit mener l'enseignant et il n'y a pas d'explication sur le rôle de la manipulation dans les situations décrites ni d'élément permettant de repérer les fonctions de la manipulation. Au regard de l'étude de quelques extraits, les enseignants qui utilisent ces manuels et guides du maître ne semblent donc pas

<sup>113</sup> En temps non limité, contrairement aux participants à l'atelier.

accompagnés pour analyser a priori les situations à faire vivre aux élèves, du point de vue de la manipulation.

Le travail pendant l'atelier montre également qu'on ne retrouve pas certaines fonctions de la manipulation pour chaque situation étudiée. Il est possible que la présence ou l'absence de telle(s) fonction(s) puisse être caractéristique de tel manuel, mais l'étude de quelques pages seulement ne permet certainement pas de conclure.

De manière plus générale, une étude relativement locale comme celle réalisée lors de l'atelier ne permet pas de tirer des conclusions à propos d'un manuel. En revanche, il semble ressortir d'une telle étude :

- La nécessité de prendre en compte la dimension instrumentale et sémiotique du matériel utilisé en relation avec l'activité possible de l'élève et les connaissances en jeu.
- La nécessité d'une étude plus globale sur l'ensemble d'un scénario d'apprentissage d'une notion et sur l'ensemble des séances où le même matériel est utilisé.

Dans un dispositif de formation, une tâche d'analyse des fonctions de la manipulation à partir d'extraits de manuels pourrait en particulier :

- Contribuer à l'outillage théorique des enseignants en permettant de réinvestir ou en motivant l'introduction de certaines notions (cf. §I-3), ce qui dépend des fonctions prises en compte dans l'analyse, en tant qu'outil pour l'analyse de situations.
- Favoriser la prise de conscience de l'importance d'analyser a priori les situations et/ou de s'appuyer sur des ressources qui accompagnent véritablement l'enseignant dans son travail de préparation de séance.
- Motiver des tâches d'analyses plus globales de scénarios ou d'usages d'un matériel.

---

### III - CONCLUSION

---

La manipulation est mise en avant par l'institution, en témoignent les nombreuses occurrences de *manipulation* (et autres mots de la même racine) dans les programmes du Ministère de l'Éducation Nationale (2018) ainsi que dans le rapport de Torossian et Villani (2018) (dont les mesures préconisées doivent être mises en œuvre selon le souhait du Ministre de l'Éducation Nationale) où *manipuler* est souvent corrélé à *verbaliser* et *abstraire*.

Mais, paradoxalement, les enseignants semblent peu accompagnés pour comprendre certains enjeux de la manipulation et pour apprendre à analyser des situations et des scénarios d'apprentissage s'appuyant sur la manipulation ainsi que l'activité des élèves lorsqu'ils manipulent. Par exemple, il n'y a pas sur Éduscol, à notre connaissance, de « document ressource » qui traite de la manipulation dans les apprentissages et/ou du passage de la manipulation à l'abstraction via la verbalisation (si on excepte les textes qui ne font que prescrire la manipulation et le passage de la manipulation à l'abstraction).

Or, nous avons montré que le sujet était complexe, d'où la nécessité de former les enseignants, et sans doute aussi les formateurs. D'une part car il existe différents usages du terme *manipulation* dans les textes institutionnels, scientifiques ou tirés de guides du maître, ce qui implique de préciser l'acception que l'on utilise en formation. D'autre part car il existe de nombreux usages de la manipulation dans un dispositif d'enseignement-apprentissage, avec des potentialités et limites à mesurer du point de vue des apprentissages des élèves.

La question de la manière dont les éditeurs et/ou auteurs de manuels se sont emparés de ce sujet nous paraît importante et à traiter en formation d'enseignants parce que les enseignants se tournent entre autres vers ce type de ressource pour être accompagnés dans la préparation de séances où ils vont faire manipuler leurs élèves.

Nous nous interrogeons sur la possibilité d'utiliser en formation d'enseignants la tâche réalisée par les participants, principalement formateurs d'enseignants, lors de l'atelier. Nous pensons que des enseignants, y compris débutants, pourraient s'engager dans une telle tâche. En effet, il est facile de repérer ce qui concerne l'utilisation de matériels dans des extraits de manuels, même si on ne sait pas

toujours ce qui est fait avec ce matériel et pour quelles raisons (et donc si tel élément doit être relevé ou non). En outre, selon les extraits choisis et selon les manuels choisis, certaines fonctions sont assez aisément identifiables, parfois même clairement décrites dans le texte. En revanche, nous avons constaté qu'il était difficile pour des formateurs, donc « experts » dans l'analyse de manuels, d'associer certains éléments relevés dans des extraits avec certaines fonctions apparaissant dans la grille, ce qui nous fait dire que la tâche réalisée pendant l'atelier n'est sans doute pas envisageable telle quelle en formation d'enseignants.

Nous concluons en faisant plusieurs hypothèses, non exclusives, qui pourraient expliquer ces difficultés et sur lesquelles nous avons à réfléchir pour penser un dispositif de formation adapté à des enseignants :

- Le choix des concepts théoriques à mobiliser. Le travail nécessite un certain recul sur les cadres théoriques qui soutiennent les fonctions envisagées. D'un autre côté, il pourrait permettre de montrer la pertinence de certains concepts (et de les introduire) ou un réinvestissement de certains outils d'analyse.
- Le choix des manuels et des extraits retenus. Il doit notamment permettre de relever, dans chaque extrait, un nombre d'éléments suffisamment important et, sur l'ensemble des extraits, des éléments pouvant être associés aux différentes fonctions.
- Le choix de conception de la grille et des critères à observer. Certaines fonctions qui n'apparaissent pas, ou bien qui sont trop générales, ou bien qui ne le sont pas assez, peuvent rendre difficile le remplissage de la grille.

---

## IV - BIBLIOGRAPHIE

---

Dias, T. (2008). La dimension expérimentale des mathématiques : un levier pour l'enseignement et l'apprentissage. *Thèse de doctorat*. Université Lyon 1.

Duval, R. (2011). Idées directrices pour analyser les problèmes de compréhension dans l'apprentissage des mathématiques. *XIII<sup>ème</sup> CIAEM-IACME à Recife*.

Fayol, M. (2015). Nombres et opérations : premiers apprentissages. Un bilan scientifique. *Rapport Cnesco*.

Julo, J. (2000). Aider à résoudre des problèmes. Pourquoi ? Comment ? Quand ? *XXVII<sup>ème</sup> colloque Inter-IREM à Chamonix*.

Maracci, M. et Mariotti, M. A. (2010). Un artefact comme instrument de médiation sémiotique : une ressource pour le professeur. In G. Gueudet et L. Trouche. Ressources vivantes. *Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp. 91-107). Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (2015). Bulletin officiel spécial n° 11 du 26 novembre 2015.

Ministère de l'Éducation nationale (2018). Bulletin officiel n° 30 du 26 juillet 2018.

Mounier, E. et Priolet, M. (2018). Le manuel scolaire : une ressource au « statut paradoxal ». Rapport de l'enseignant au manuel scolaire de mathématiques à l'école élémentaire. *Éducation et Didactique*.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies ; une approche cognitive des instruments contemporains. Éditions Armand Colin.

Torossian, C. et Villani, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.

Tricot, A. (2017). L'innovation pédagogique. Éditions Retz.

## V - ANNEXES

### Annexe 1 : Grille d'analyse utilisée lors du travail en groupes

Fonctions \ Séances	
Apprendre à manipuler	
Faciliter la dévolution	
Produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact	
Accéder à des représentations	
Solliciter la mise en relation entre signes ou entre représentations	
Aider à résoudre un problème	
Favoriser l'évolution des procédures	
Valider une solution	

## UNITÉ 14 : L'addition et la soustraction jusqu'à 100

Consolider les stratégies additives et soustractives en les appliquant aux dizaines, découvrir l'algorithme d'addition et de soustraction posées sans et avec retenue, résoudre des additions à trois termes  $a + b + c$ , résoudre et modéliser des problèmes impliquant l'addition et la soustraction

Il existe plusieurs stratégies pour additionner et soustraire, en particulier 1) une stratégie faisant appel à la suite numérique, horizontale et mentale, 2) une stratégie faisant appel au matériel de base 10, verticale et posée. Chacune de ces stratégies aboutit au même résultat, mais suppose un ordre différent des calculs. La résolution de problèmes impliquant l'addition ou la soustraction se fait en 4 étapes : 1) lire et comprendre, 2) planifier et modéliser, 3) calculer, 4) vérifier.

### ● Contexte

Au cours de l'unité 8, les élèves ont appris de nouvelles stratégies pour additionner et soustraire : 1) « compter à partir du nombre le plus grand », en visualisant la bande numérique et 2) décomposer le nombre en dizaines et en unités, en modélisant les dizaines et les unités à l'aide de « boîtes de dix ». Ils ont en outre appris à résoudre des problèmes reposant sur l'observation d'illustrations.

### ● Objectifs

Les élèves vont maintenant appliquer ces mêmes stratégies aux nombres de 20 à 100 en utilisant les tableaux de numération et le matériel de base 10 vus à l'unité 10. Ils vont en outre apprendre à se servir du boulier, afin d'ajouter une nouvelle représentation des nombres, représentation à la fois verticale et horizontale.

Dans cette unité, les élèves vont également être confrontés pour la première fois à l'algorithme d'addition et de soustraction posées avec retenue, ou, comme nous préférons l'appeler : la stratégie pour additionner et soustraire en « groupant différemment ». Cet algorithme est introduit de manière efficace par l'approche concrète-imagée-abstraite, qui fait toujours correspondre au calcul posé une phase de manipulation et une phase de modélisation.

Les élèves vont ensuite apprendre à appliquer les stratégies de calcul aux additions à trois termes ( $a + b + c$ ). Enfin, ils s'entraîneront à la résolution de problèmes selon la classification de Polya, en modélisant eux-mêmes les situations à l'aide de cubes ou de jetons, l'accent étant surtout mis à ce stade sur la compréhension de l'énoncé et sur la planification (addition ou soustraction ?).

### ● Progression de l'unité

Afin de faire percevoir aux élèves la relation inverse entre l'addition et la soustraction, les deux opérations sont abordées parallèlement tout au long de l'unité. La séance 109 aborde l'addition d'une petite quantité

d'unités, la séance 110 aborde la soustraction d'une petite quantité d'unités.

La séance 111 aborde l'addition de dizaines, la séance 112 la soustraction de dizaines.

La séance 113 aborde l'addition simultanée de dizaines et d'unités sans retenue, les séances 116 et 117 la soustraction simultanée de dizaines et d'unités sans retenue.

Les séances 114 et 115 abordent l'addition avec retenue, les séances 118 et 119 la soustraction avec retenue.

*Note : nous n'utilisons pas, dans le descriptif des séances, le terme de retenue, mais celui de « groupement » de dizaines ou d'unités.*

La séance 120 aborde les additions à trois termes ( $a + b + c$ ).

Les séances 121 et 122 sont dédiées à la résolution de problèmes.

### ● Quelques points de vigilance

De manière générale, les difficultés rencontrées par les élèves pour les additions et les soustractions des nombres inférieurs à 20 vont resurgir lors de cette unité. En outre, en additionnant et en soustrayant les dizaines et les unités, les élèves auront tendance à oublier de comptabiliser la dizaine ajoutée (addition) ou remplacée (soustraction). Dans le cas des soustractions, certains élèves auront du mal à interpréter les chiffres en tant que dizaines ou unités. En conséquence, quand il n'y aura pas assez d'unités pour soustraire le nombre demandé, ils se contenteront d'inverser la soustraction et de soustraire le plus petit nombre d'unités du plus grand.

En ce qui concerne la gestion de classe, l'un des buts de cette unité, en cette fin d'année de CP, est d'affranchir progressivement les élèves de la phase de manipulation, en ne la destinant qu'à la vérification des résultats, et non à leur élaboration. En conséquence, nous vous encourageons, si vous devez « sacrifier » telle ou telle partie de la séance faute de temps, à privilégier l'usage du fichier.

## Additionnons en groupant différemment

**Objectifs** Additionner deux nombres à deux chiffres avec « retenue ».

Utiliser une stratégie de calcul pour additionner un nombre à deux chiffres à un autre nombre à deux chiffres avec ajout d'une nouvelle dizaine à partir de différents supports (matériel de base dix, suite numérique, boulier...).

**Compétence du programme 2016** : Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit. Calculer en utilisant des écritures en ligne additives, soustractives.

## DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 « Grouper différemment » avec le matériel de base 10	20 min	Collectif puis en binôme
2 « Grouper différemment » avec la bande numérique	20 min	
3 « Grouper différemment » avec le boulier	20 min	
<b>Matériel pédagogique :</b> matériel de base 10, bande numérique, boulier		

### 1 « Grouper différemment » avec le matériel de base 10

*Note : Nous abordons maintenant l'addition dite communément « avec retenue » ; cependant, nous n'utiliserons pas le terme « retenue » qui fait référence à l'algorithme de l'addition posée en colonnes. Par cohérence avec l'approche concrète-imaginée-abstraite, nous utiliserons l'expression « grouper différemment » pour expliciter l'action de grouper les unités en une dizaine.*

Écrivez au tableau :  $27 + 5$

Dites aux élèves que vous allez chercher combien font  $27 + 5$  à l'aide du matériel de base 10.

« Combien y a-t-il de dizaines dans 27 ? » (2 dizaines) « Combien y a-t-il d'unités ? » (7 unités)

« Mêmes questions pour 5 ? » (0 dizaine et 5 unités)

Tout en posant les questions, affichez le matériel de base 10 au tableau (ou dessinez-le), en disposant au fur et à mesure les dizaines et les unités. (Vous pouvez vous inspirer de la présentation page 68 du fichier B.)

Une fois toutes les unités disposées, demandez : « Combien d'unités avons-nous en tout ? » Les élèves comptent  $7 + 5 = 12$ . Or, dans 12, il y a plus que 10 unités. Rappelez-leur que 10 unités, c'est 1 dizaine, donc qu'il est possible de grouper les unités pour former une dizaine : 12, c'est 1 dizaine et 2 unités.

Illustrez cette opération en prenant dix cubes isolés, et en les remplaçant explicitement par une barre des dizaines, que vous placez dans la colonne des dizaines. « Combien de dizaines avons-nous maintenant en tout ? » (3), « Et combien d'unités ? » (2), « Le résultat est donc 32. »

Demandez aux élèves de se répartir en binômes avec du matériel de base 10, en distribuant à chaque binôme une addition différente :  $31 + 9$  ;  $26 + 7$  ;  $18 + 4$  ; etc. Mettez en commun les réponses obtenues et discutez collectivement leur validité.

## 2 « Grouper différemment » avec la bande numérique

Reprenez le calcul du début de la séance :  $27 + 5$ .

Distribuez – ou faites faire – à chaque binôme une bande numérique allant de 20 à 40.

Laissez chaque binôme chercher la réponse (5 minutes) puis mettez en commun les réponses. Explicitez les réponses de chaque binôme en les illustrant au tableau.

Décomposez :  $27 + 5 = 27 + 3 + 2 = 30 + 2 = 32$ .

Faites remarquer aux élèves que l'on obtient le même résultat qu'avec la stratégie précédente. « Laquelle préférez-vous ? », « Pourquoi ? »

Laissez les élèves réfléchir aux points communs entre les deux stratégies : dans les deux cas, on prend des unités pour « faire 10 ».

Distribuez à chaque binôme des additions différentes. Laissez-leur dix minutes de réflexion puis mettez en commun les réponses obtenues et discutez collectivement leur validité.

## 3 « Grouper différemment » avec le boulier

Reprenez le calcul du début de la séance :  $27 + 5$ . « Nous allons faire le même calcul mais avec le boulier. Connaissez-vous le résultat ? » La classe peut se souvenir qu'il s'agit de 32. Dans ce cas, dites : « Nous connaissons la réponse, mais ce qui nous intéresse, c'est d'apprendre une nouvelle stratégie pour la trouver. » Le but ici est de donner aux élèves le goût de la méthode, plutôt que celui d'avoir la bonne réponse.

Ces derniers doivent s'habituer progressivement à utiliser les représentations concrètes et imagées pour vérifier leur réponse, et non plus pour la trouver. Laissez-les proposer différentes représentations de l'addition  $27 + 5$  avec le boulier.

*Note : D'autres représentations sont possibles, notamment en utilisant les cubes multidirectionnels, qui permettent de fixer la dizaine formée aux deux autres. L'objectif de toutes ces manipulations est de rendre concrète la formation de la dizaine aussi longtemps que nécessaire.*

### Différenciation

**Soutien** : Pour les élèves qui en ont besoin, reprenez le matériel de base 10, en procédant pas à pas :  $18 + 1 = 19$  ;  $18 + 2 = 20$  ;  $18 + 3 = 21$  ; etc. de manière à matérialiser plus facilement le passage à la dizaine.

**Approfondissement** : Habituez les élèves avancés à poser les additions en colonnes sans nommer les colonnes « dizaines » et « unités ».

### Évaluation continue

Vérifiez que les élèves se sont familiarisés avec le comptage de dix en dix, et qu'ils disent indistinctement : 10, 20, 30 ou 1, 2, 3 dizaines.

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
<b>Calculs sur boulier (2)</b> Proposez aux élèves d'effectuer des additions sur le boulier, qui offre une représentation complémentaire (à la fois horizontale et verticale).	J'ai appris à additionner des dizaines et des unités, en groupant des unités pour former des dizaines : <ul style="list-style-type: none"><li>avec la bande numérique ;</li><li>avec le tableau des dizaines et des unités ;</li><li>avec le boulier.</li></ul>

## Additionnons en groupant différemment

**Objectifs** Additionnons deux nombres à deux chiffres avec « retenue ».

Utiliser une stratégie de calcul pour additionner un nombre à deux chiffres à un autre nombre à deux chiffres avec ajout d'une nouvelle dizaine à partir de différents supports (matériel concret, suite numérique, boulier...).

**Compétence du programme 2016** : Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit. Calculer en utilisant des écritures en ligne additives, soustractives.

Fichier B p. 68

**Source** | Mat 115  
Additionnons en groupant différemment

**Observations**

Additionne 35 et 28.

3 dizaines et 2 dizaines font 5 dizaines.

5 unités et 8 unités font 13 unités.

5 dizaines et 13 unités groupés différemment donnent 6 dizaines et 3 unités.

3 dizaines et 2 unités

35 + 28 = 63

4 Additionne en groupant différemment. Utilise des cubes pour t'aider.

a)  $33 + 7 =$       b)  $18 + 19 =$   
c)  $32 + 9 =$       d)  $35 + 27 =$

## DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 De l'étape concrète à l'étape imagée	30 min	Collectif puis en binôme
2 Pratique guidée et travail en binôme	30 min	En binôme
3 Pratique autonome et automatisation	30 min	Individuel
Fichier B : p. 68 Fiches photocop. : Act. 6 pp. 224-225	Matériel pédagogique : bande numérique, matériel de base 10	

## 1 De l'étape concrète à l'étape imagée

*Note* : À la séance précédente, les élèves ont additionné des unités (27 + 5) pour avoir une première expérience du passage à la dizaine. Nous allons maintenant additionner en même temps dizaines et unités. Écrivez au tableau : 35 + 28.

Dites aux élèves que vous allez calculer 35 et 28 à l'aide du matériel de base 10. Distribuez le matériel aux élèves répartis en binômes.

« Combien de dizaines y a-t-il dans 35 ? », « Et combien d'unités ? », « Combien de dizaines y a-t-il dans 28 ? », « Et combien d'unités ? », « Comme lors de la dernière séance, nous allons d'abord additionner les unités : combien avons-nous d'unités ?  $5 + 8 = 13$ . 13, c'est plus grand que 10. Rappelez-vous que 10 unités forment une dizaine, donc 13 unités peuvent être "groupées différemment" en 1 dizaine et 3 unités. »

« Maintenant, nous allons additionner les dizaines, sans oublier celle que nous venons de former. Cela donne  $3 + 2 + 1 = 6$ . Nous avons donc en tout 6 dizaines et 3 unités. Donc  $35 + 28 = 63$ . »

Demandez aux élèves d'ouvrir leur fichier B à la page 68. Laissez-les étudier l'encadré « J'observe » et demandez : « Quel est le lien avec ce que nous venons de faire ? » Demandez aux élèves de lire les phylactères. Ils doivent restituer la première étape, dans laquelle les dizaines et les unités sont regroupées séparément, et la deuxième étape, dans laquelle les unités sont regroupées en une sixième dizaine. Faites remarquer que les dizaines sont en vert et les unités en bleu. En comparant avec la page précédente, faites remarquer que les colonnes des dizaines et des unités ne sont pas nommées, qu'elles n'ont pas de « titre ».

*Note* : La lecture du fichier est une étape importante car elle permet de passer de la manipulation des cubes – « étape concrète » – à la représentation sur papier – « étape imagée » – dans laquelle l'algorithme de l'addition posée est formalisé.

## 2 Pratique guidée et travail en binôme

Les élèves gardent le matériel de base 10. Proposez-leur de se répartir en binômes pour résoudre les additions de l'exercice page 68 du fichier B puis d'écrire leurs réponses sur leur fichier.

Vérifiez que les élèves forment bien une dizaine avec les unités.

Note : Les exercices a) et c) proposent d'ajouter des unités, tandis que les exercices b) et d), plus « difficiles », proposent d'additionner simultanément dizaines et unités.

Demandez aux élèves de suivre la démarche concrète-imagée-abstraite : 1) matériel de base 10, 2) représentation sur le cahier des barres de dizaines et des unités, 3) écriture des additions correspondantes à l'aide de chiffres.

Avec de l'entraînement, les élèves sauront vite anticiper que le nombre d'unités dépasse l'unique dizaine. Anticiper cet ajout de dizaine (avec reste d'unités) est signe que l'apprentissage du calcul est sur une voie assurée car il s'agit là des gestes mentaux qui seront transférés dès l'année de CE1 en calcul mental.

Procédez à la mise en commun des réponses et relevez d'emblée les éventuelles erreurs de raisonnement.

## 3 Pratique autonome et automatisation

Distribuez les pages 224 et 225 de l'activité 6 des fiches photocopiables. Demandez aux élèves, avant de procéder à la résolution des calculs, de prendre le temps de regarder tous les exercices. Qu'observent-ils ?

Les calculs sont rangés d'une certaine façon :

- ajouter des unités en page de gauche ;
- calculs avec des dizaines supplémentaires en page de droite.

Les élèves peuvent au choix utiliser le matériel de base 10, la bande numérique ou une feuille de papier vierge.

Note : Cette activité encourage les élèves à automatiser l'algorithme d'addition et à faire de moins en moins appel au matériel de base 10. Prévoyez donc une plage de temps assez longue pour leur laisser le temps de s'approprier l'exercice.

### Différenciation

**Soutien** : Pour les élèves qui en ont besoin, reprenez le matériel de base 10, en procédant pas à pas et en suivant la leçon en trois temps d'Édouard Seguin (je montre, je fais avec, je fais seul).

**Approfondissement** : Habituez les élèves avancés à modéliser leurs calculs en se servant du tableau de numération sans nommer les colonnes « dizaines » et « unités ».

### Évaluation continue

Vérifiez que les élèves se sont familiarisés avec le comptage de dix en dix et qu'ils disent indistinctement : 10, 20, 30 ou 1, 2, 3 dizaines.

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
Calculs sur boulier (3) Proposez aux élèves d'effectuer des additions sur le boulier, qui offre une représentation complémentaire (à la fois horizontale et verticale).	J'ai appris à additionner des dizaines et des unités, en groupant des unités pour former des dizaines : <ul style="list-style-type: none"><li>• avec le matériel de base 10 ;</li><li>• en dessinant dans un tableau.</li></ul>

### Calcul mental Exercice 47

#### Mathématiques et dominos

Montrez un domino et demandez aux élèves de trouver le nombre total de points.

*Variante 1* : Montrez un domino en cachant une des parties. Dites le nombre total de points et demandez aux élèves de trouver la partie cachée.

*Variante 2* : Reprenez en montrant deux dominos, chacun représentant un nombre, et demandez aux élèves de trouver le nombre total de points.

31

Nombres et calculs

## Addition posée en colonnes

pp. 130-133

### Calcul mental 5 x

- **Objectif 1** : Dire la suite orale des nombres en avant de 5 en 5, à partir de 0, jusqu'à 95.
- **Objectif 2** : Lire et écrire des nombres jusqu'à 79.
- **Objectif 3** : Connaître ou reconstruire très rapidement les résultats des tables d'addition de 6 à 8

**Activité pour l'objectif 3** :  L'enseignant dit 5 calculs d'addition avec 6, 7 ou 8. Les élèves écrivent les résultats au fur et à mesure sur leur feuille.

Lors de la correction, l'enseignant explicite des décompositions permettant de trouver le résultat si on ne l'a pas mémorisé.

### Séquence d'apprentissage

#### Objectif de la séquence

Effectuer des additions en colonnes et en comprendre le sens.

#### Compétences, connaissances et savoirs du BO

- Mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition.

L'apprentissage des techniques opératoires posées se fait en lien avec la numération et les propriétés des opérations.

#### Remarque importante

Contrairement à certaines procédures personnelles, il s'agit de commencer systématiquement par additionner les unités entre elles. Cette particularité pourra être justifiée aux élèves en montrant que la somme des dizaines ne peut être effectuée que si on n'en oublie pas, ce qui nécessite de savoir si la somme des unités est supérieure à dix ou non.

### Séance 1

#### Objectif de la séance

Mettre en œuvre des procédures personnelles sans matériel manipulable pour trouver le résultat d'un problème de transformation positive.

#### Matériel pour l'enseignant

- Les carrés aimantés pour le tableau.
- La calculatrice.

#### Matériel par élève et par binôme

- *Par binôme* : une réserve d'environ 100 cubes emboîtables, sous formes de cubes isolés et de dizaines pour la vérification du résultat.
- L'ardoise et son feutre pour indiquer la réponse.
- Des demi-feuilles à grands carreaux pour faire des essais (ou le cahier de recherche).
- Un crayon et une gomme.
- Le fichier de l'élève p. 130. 
- Les tables d'addition p. 143 du fichier et la frise numérique jusqu'à 20 ( 151) en aide pour les additions des dizaines et unités.
- Une calculatrice (tout à la fin de la séance, une fois tous les calculs effectués à la main).

#### Pourquoi lier les écritures chiffrées et les calculs ?

#### Quels avantages à additionner en colonnes ?

Après les séquences 26 et 29, cette séquence 31 est la dernière des trois menant à l'addition posée en colonnes.

Il va s'agir de montrer que les actions matérielles peuvent être remplacées par des calculs sur les chiffres en posant l'addition en colonnes. Cette addition est pratique, car elle ne va pas nécessiter de disposer d'un matériel pour effectuer les opérations. En donnant une marche à suivre via un algorithme, la technique de l'addition posée en colonnes prend en charge l'ordre des actions permettant ainsi de se concentrer sur les calculs mentaux encore difficiles pour les élèves de CP. Un autre intérêt de la standardisation du calcul est le repérage plus facile des erreurs éventuelles, ce qui facilite la vérification. Le fait qu'elle soit employée par tous donne en outre l'occasion de discuter aussi plus aisément des productions des autres.

**Activité de découverte****• Étape 1****Tâche**

Effectuer une addition à l'aide de procédures personnelles mobilisant la signification des chiffres.

**Lancement**

$34 + 28$  est écrit au tableau. Demander aux élèves de faire le calcul.

Ils disposent d'un cahier de recherche ou d'une demi-feuille pour faire des essais.

Ils peuvent vérifier par eux-mêmes avec le matériel de numération qui n'est donc pas donné initialement.

Les réponses sont écrites sur l'ardoise.

**Recherche**

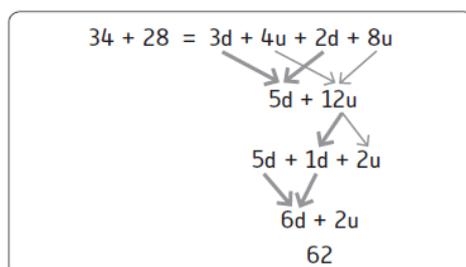
Le travail réalisé dans les semaines 26 et 29 a amené les élèves à utiliser la signification des chiffres pour calculer une somme. Si certains élèves continuent à vouloir dessiner des objets pour en compter le nombre total un à un, l'enseignant pourra limiter le temps pour réaliser la tâche, par exemple le temps d'écoulement d'un sablier.

**Procédures visées :**

- ▶ utiliser un arbre de calcul ;
- ▶ faire des sommes sur les chiffres des dizaines et des unités séparément, en considérant la nouvelle dizaine obtenue avec  $8 + 4$ , sans nécessairement mobiliser un arbre de calcul.

**Erreurs possibles :**

- ▶ tenter de représenter toute la collection, puis compter un à un (manque de temps) ;
- ▶ erreurs dans le calcul de la somme des unités et des dizaines (tables) ;
- ▶ ne pas associer les unités entre elles et les dizaines entre elles.

**Mise en commun et validation**

Faire la validation avec l'arbre de calcul en même temps que les actions sont réalisées avec les carrés aimantés au tableau.

**• Étape 2****Tâche**

Comprendre l'algorithme de l'addition posée.

**↳ Remarque importante**

Il ne s'agit pas de demander aux élèves de trouver comment on pose une addition en colonnes (il s'agit de conventions qui ne peuvent être trouvées *a priori*), mais de leur montrer la technique. L'objectif est qu'ils relient les actions sur les chiffres qu'on leur montre (calculs et positionnement) à leurs procédures personnelles et aux actions matérielles sur les collections.

**Recherche**

L'enseignant indique qu'il va poser l'opération comme en CE1 (et comme dans toutes les autres classes de l'école ou d'ailleurs). Il pose en colonnes et effectue l'addition  $34 + 28$  en disant, au fur et à mesure et à haute voix, ce qu'il fait mais sans donner d'explication : « Je pose  $34 + 28$ . "8 plus 4" égale 12 ; je pose 2 et je retiens 1 ; "3 plus 2 plus 1", égale 6. »

Il demande alors aux élèves d'essayer de comprendre ce qu'il a fait, d'expliquer la présence des nombres, leur position, le trait horizontal, le 1 au-dessus du trois.

Cette phase de réflexion doit amener l'élève à s'interroger sur cette nouvelle technique et donc à mieux en comprendre les différents éléments à la suite de la structuration de l'apprentissage.

**↳ Remarque importante**

Les réponses sont apportées de manière précise dans la mise en commun qui suit en reprenant les détails des actions à faire.

**Mise en commun et validation**

Après avoir recueilli quelques réponses, l'enseignant reprend toutes les étapes de l'algorithme en faisant le lien avec la manipulation des carrés aimantés pour le tableau et des cubes pour les élèves (comme décrit page suivante). Ils posent les questions qui permettent de comprendre toutes les étapes.

1. Constituer les deux collections et écrire les deux nombres l'un sous l'autre, avec le signe « + » et le trait qui va séparer ces nombres du résultat.

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$$

Faire identifier la relation entre les nombres écrits avec des chiffres (34 et 28) et les 2 collections organisées (3 dizaines et 4 unités restantes ; 2 dizaines et 8 unités restantes).

**Question :** Pourquoi écrit-on le 4 en dessous du 8 et le 2 en dessous du 3 ?

**Réponse attendue :** Car cela permet de séparer en 2 colonnes les unités restantes qu'il faudra additionner entre elles et les dizaines qu'il faudra additionner entre elles (on peut montrer l'arbre de calcul).

Indiquer que le trait remplace le signe « = » : il sépare le calcul à faire de la réponse. La réponse va donc être à écrire sous le trait.

2. Dire oralement  $4 + 8 = 12$  et l'écrire à part sur le côté.

$$4 + 8 = 12$$

d + u

**Question :** Voyez-vous ce calcul dans l'arbre de calcul ? Et avec le matériel ?

3. Décomposer 12 en une dizaine et 2 unités restantes.

$$4 + 8 = 12$$

1d + 2u

**Question :** Voyez-vous cette dizaine apparaître dans l'arbre de calcul ? Et avec le matériel ? (Assembler alors les dix carrés.)

4. Placer les chiffres dans l'opération posée.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 34 \\ + 28 \\ \hline 2 \end{array}$$

**Question :** Pourquoi a-t-on placé ces chiffres à cet endroit ?

**Réponse attendue :** « 2 » indique les unités restantes dans le résultat, on place donc 2 à l'endroit où on va obtenir les résultats, sous la barre.

« 1 » indique qu'on a une nouvelle dizaine (la dizaine est entourée). On doit l'additionner avec celles qui sont déjà constituées, on la met donc dans la colonne des dizaines.

Introduire le mot « retenue » qui signifie « je n'oublie pas » et l'expression « je retiens »

5. Additionner les dizaines oralement  $1 + 3 + 2 = 6$  et placer le nombre de dizaines dans le résultat.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 34 \\ + 28 \\ \hline 62 \end{array}$$

**Question :** Pourquoi a-t-on placé ces chiffres à cet endroit ?

**Réponse attendue :** C'est le deuxième chiffre du résultat de l'addition de  $34 + 28$ , c'est le nombre de dizaines, il se place à côté du nombre d'unités restantes, là où on va lire la réponse donc sous la barre.

6. Lecture du résultat.

Demander d'écrire en ligne l'opération et son résultat.

**Réponse attendue :**  $34 + 28 = 62$

### • Étape 3

#### Tâche

Comprendre l'algorithme de l'addition posée.

#### Déroulement

Identique au précédent avec cette fois-ci l'addition  $36 + 23$ .

**Mise en commun et validation**

Identique à la précédente, mais cette-fois-ci la somme des unités est inférieure à 10, il n'y a donc pas de retenue.

**Réponse**

$36 + 23 = 59$ .

**Bilan**

L'encadré **Ce que j'ai découvert** est complété au fur et à mesure que les actions sont faites par les élèves avec les cubes emboîtables (et représentées sur le fichier).

Suivant le temps, d'autres additions peuvent être proposées, sachant que ce travail d'entraînement est proposé durant tout le reste de la semaine.

À la fin de la séquence, l'enseignant peut demander aux élèves de prendre leur calculatrice pour vérifier s'ils savent l'utiliser pour trouver le résultat.

Je peux additionner les nombres en colonnes. J'utilise ce que disent les chiffres en m'imaginant les manipulations.

$\begin{array}{r} 34 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$
$4 + 8 = 12$ $10 + 2 =$	
$\begin{array}{r} 1 \\ 34 \\ + 28 \\ \hline 62 \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ + 23 \\ \hline 9 \end{array}$
$\begin{array}{r} 1 \\ 34 \\ + 28 \\ \hline 62 \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ + 23 \\ \hline 59 \end{array}$
Je trouve le résultat de l'opération : $34 + 28 = 62$	Je trouve le résultat de l'opération : $36 + 23 = 59$

Le poster **L'addition posée en colonnes** est affiché et commenté avec les élèves. Il reprend exactement l'encadré **Ce que j'ai découvert**.

**Séance 2**

**Objectif de la séance**

S'entraîner à effectuer des additions en colonnes : cas des additions de deux nombres.

**Matériel pour l'enseignant**

- Les carrés aimantés pour le tableau.
- La calculatrice.

**Matériel par élève**

- Identique à celui utilisé à la séance 1.
- Le fichier de l'élève p. 131.
- Le poster **L'addition posée en colonnes**.

**Activité de réinvestissement** p. 131

**Tâche**

Effectuer des additions de deux nombres en colonnes.

**Lancement**

L'enseignant lit ou fait lire la consigne. Il fait remarquer que ce qui est demandé se trouve sur la page précédente dans l'encadré **Ce que j'ai découvert**. À nouveau le matériel ne sera utilisé que pour vérifier. Une feuille ou le cahier de recherche peuvent être donnés pour faire des essais.

**Recherche**

*Procédure visée :*

- ▶ la technique de l'addition posée.

*Erreurs possibles :*

- ▶ résultats erronés dans la somme des unités et des dizaines (erreur de calcul) ;
- ▶ ne pas considérer les chiffres par colonne pour effectuer les additions ;
- ▶ ne pas envisager de retenue, réponses du type :

$$\begin{array}{r} 55 \\ + 27 \\ \hline 712 \end{array} \quad \begin{array}{r} 55 \\ + 27 \\ \hline 72 \end{array}$$

- ▶ envisager toujours une retenue, réponse du type :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \\ + 42 \\ \hline 88 \end{array}$$

**Différenciation****Pour les élèves en difficulté**

Après plusieurs essais infructueux, faire référence explicitement aux posters **Les écritures chiffrées** et **L'addition posée en colonnes** (ou à l'encadré **Ce que j'ai découvert** p. 130). Le matériel de numération n'est pas donné tant que l'élève n'a pas tenté de répondre autrement. Il peut être utilisé à nouveau pour faire comprendre l'utilisation des chiffres pour additionner. La frise numérique individuelle jusqu'à 20 et les tables peuvent être fournies pour effectuer la somme des unités et celle des dizaines.

**Pour les élèves plus rapides**

Ils peuvent aider les élèves en difficulté en manipulant le matériel pendant que ces derniers transcrivent les actions sur les chiffres dans l'addition posée.

Exercice supplémentaire 1 **fiche 31** (p. 320) du fichier ressources à photocopier.

**Mise en commun et validation**

Le cas de l'addition  $43 + 37$  peut être traité collectivement, car une nouvelle dizaine est constituée et il faut indiquer qu'il ne reste pas d'unité seule par l'écriture d'un zéro. Faire référence au poster **L'addition posée en colonnes** et à l'encadré **Ce que j'ai découvert** p. 130, en donnant du sens aux actions faites sur le papier via les carrés aimantés au tableau.

Les difficultés spécifiques de certains élèves peuvent être traitées de manière individuelle dans la séance suivante.

**Bilan**

Pour trouver le résultat d'opérations que l'on ne sait pas faire mentalement, on peut utiliser ce que disent les chiffres en s'imaginant manipuler des collections avec des dizaines et des unités. L'addition en colonnes permet de réaliser cette manipulation en faisant des calculs directement avec les chiffres, sans être obligé d'avoir du matériel ni de faire des dessins.

Parfois, il peut y avoir une retenue, c'est-à-dire qu'on a en tout plus de 10 unités restantes. Parfois il n'y en a pas.

**Réponses****↳ Remarque**

On propose ici de faire l'addition des unités à part pour aider les élèves. Ceux qui n'ont pas besoin d'écrire cette addition peuvent s'en passer.

**Cas 1**

$$\begin{array}{r} 1 \\ 55 \\ + 27 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 + 7 = 12 \\ 1d + 2u \end{array}$$

$$55 + 27 = 82$$

**Cas 2**

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 42 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$6 + 2 = 8$$

$$36 + 42 = 78$$

**Cas 3**

$$\begin{array}{r} 1 \\ 43 \\ + 37 \\ \hline 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 + 7 = 10 \\ 1d + 0u \end{array}$$

$$43 + 37 = 80$$

**Cas 4**

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 38 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 + 8 = 16 \\ 1d + 6u \end{array}$$

$$38 + 38 = 76$$

► **Compétence :**

- Mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition.

► **Objectifs :**

- Découvrir la technique opératoire de l'addition posée avec retenue.
- Utiliser la valeur des chiffres dans les nombres pour poser une addition.
- Utiliser ses connaissances en calcul mental.

**CALCUL MENTAL**

**Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération**

- Afficher le tableau des nombres jusqu'à 99 et faire prendre le tableau individuel. Énoncer des descriptions de nombres, les élèves écrivent les nombres sur l'ardoise :
  - Je suis juste au-dessus de 91 ;
  - Je suis le dernier de la ligne qui commence par 90 ;
  - Je suis à droite de 63 ;
  - Je suis le chef de famille des nombres qui commencent par un 7 ;
  - Je suis sur le 72 et je descends de deux lignes ;
  - Je suis sur le 87 et je recule de 5 cases...
- Cacher un bloc de cases (environ 6 sur 4). Montrer une case cachée : les élèves écrivent le résultat sur l'ardoise. Faire de même pour toutes les cases cachées. Faire justifier oralement.
- Faire écrire le nombre qui se trouve dans la ligne du 30 et dans la colonne du 7, celui qui se trouve dans la colonne du 8 et dans la ligne du 90, celui qui se trouve dans la ligne du 80 et dans la colonne du 1, le nombre qui est juste au-dessus de 92, celui qui est juste à droite de 73.

**ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE**

**1 Résoudre un problème additif**

- Présenter la situation suivante :
  - 🍷 Lali a 19 feutres et Nino en a 28. Ils mettent tous ces feutres dans la même boîte. Combien y a-t-il de feutres dans la boîte maintenant ?
- Écrire 19 et 28 au tableau et dessiner une boîte. Laisser un temps de recherche sur l'ardoise.

**125 Poser l'addition en colonnes avec retenue (1)**

**CALCUL MENTAL**  
En regardant le tableau des nombres, énoncer des descriptions de nombres, les élèves écrivent les nombres sur l'ardoise : Je suis juste au-dessus de 91 ; Je suis le dernier de la ligne qui commence par 90 ; Je suis à droite de 63 ; Je suis le chef de famille des nombres qui commencent par un 7 ; Je suis sur le 72 et je descends de deux lignes ; Je suis sur le 87 et je recule de 5 cases...

**1** Lali a 35 images et Nino en a 26. **Combien d'images ont-ils en tout ?**  
Je schématise ou je décompose :  
 $35 + 26 = 61$  Lali et Nino ont 61 images en tout.

**2** Dans la mare, il y a 46 grenouilles et 28 crapauds. **Combien d'animaux y a-t-il en tout ?**  
Je schématise ou je décompose :  
 $46 + 28 = 74$  Il y a 74 animaux en tout.

**3** Calcule :  $26 + 47$   
Je schématise ou je décompose :  
 $26 + 47 = 73$

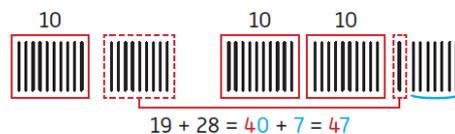
150 cent-cinquante      Compétence : Mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition.

L'affichage collectif élaboré à la leçon 111 va aider les élèves à résoudre le problème et à utiliser la stratégie de leur choix : schématisation (feutres ou cartes à points), décomposition des termes ou pose de l'opération en colonnes (leçon 112). Des erreurs peuvent se trouver dans la formation de la nouvelle dizaine. Lors de la mise en commun, mettre en évidence, à l'aide d'une couleur, cette nouvelle dizaine formée.

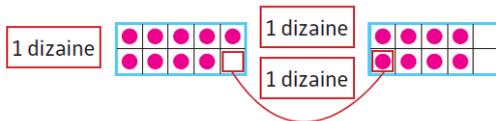
- Mettre en commun et montrer, à partir de productions d'élèves, que 9 unités et 8 unités donnent 17 unités : 1 nouveau paquet de 10 est formé et il reste 7 unités (ou une carte à points est remplie et il reste aussi 7 unités).

- Afficher au tableau :

– le schéma :



ou



– la décomposition :

$$10 + \underline{9} + 10 + 10 + \underline{8}$$

$$30 + 17 = 3d + 1d + 7u = 47$$

- Mettre en évidence que, quelle que soit la stratégie utilisée, on obtient le même résultat :  $19 + 28 = 47$ . Signaler que passer par la schématisation peut être une stratégie fastidieuse quand les nombres seront plus grands.

## 2 Découvrir l'addition posée avec retenue

### Matériel individuel

- Doc. 1 : Calcul de Nino et Lali

- S'appuyer sur des productions erronées des élèves ayant utilisé l'addition posée lors de l'activité 1 pour observer les erreurs : certains auront oublié l'ajout de la dizaine, d'autres l'auront ajoutée mais placée au mauvais endroit et auront obtenu :

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 28 \\ \hline 317 \end{array}$$

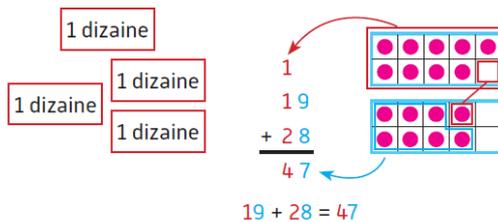
Montrer que, dans ce cas, la dizaine n'est ni sur le fil des dizaines ni sur le fil des unités.

Où peut-on placer cette nouvelle dizaine ?

- S'il y en a, s'appuyer sur des productions justes, sinon afficher le calcul de Nino et Lali (doc. 1). Le faire observer et recenser les remarques.
- Faire remarquer que Nino et Lali ont utilisé leur canne à pêche pour placer les nombres. Sur le fil des dizaines, Nino a placé 1 et 2 et Lali a placé 9 et 8 sur le fil des unités. En calculant les unités (9 u et 8 u), Lali a obtenu 1 dizaine et 7 unités. Ne pouvant mettre que des unités sur son fil, Lali a noté les 7 unités restantes et a donné cette nouvelle dizaine à Nino pour qu'il l'accroche sur son fil des dizaines. Nino a ensuite ajouté toutes les dizaines et en a obtenu 4.

Pour obtenir ceci :

L'addition posée :



- Mettre en évidence que la technique opératoire de l'addition est une stratégie à utiliser lorsque l'on ne peut pas calculer mentalement ou en ligne.

## 3 S'entraîner

### Matériel individuel

- Doc. 2 : Addition posée incomplète

- Présenter aux élèves la situation suivante :  
 *Lali a 26 € et Nino a 38 €. Ils mettent tous ces euros dans la même tirelire. Combien ont-ils d'euros dans la tirelire maintenant ?*
- Écrire 26 et 38 au tableau et dessiner une tirelire.
- Demander aux élèves de résoudre ce problème en utilisant le schéma ou la décomposition. Puis, à l'aide de ce schéma ou de cette décomposition, demander aux élèves de compléter l'addition posée (doc. 2).

Cette étape permet aux élèves de faire le lien entre la technique opératoire et les stratégies utilisées pour calculer des sommes.

- Mettre en commun et valider les réponses.

### Qu'avons-nous appris ?

- À calculer des additions posées en colonnes avec retenue.

### À quoi ça sert ?

- À calculer plus rapidement une addition quand les nombres le nécessitent.

## REMÉDIATION

### Matériel individuel

- 52 buchettes
- 4 billets de 10 €, 12 pièces de 1 € et une boîte « réserve » de billets
- 1 élastique

- Certains élèves ont encore besoin d'utiliser le matériel (bchettes ou monnaie) pour manipuler et réaliser ce calcul : donner 1 paquet de 10 buchettes et 9 buchettes d'une part et leur demander d'ajouter 2 paquets de 10 buchettes et 8 buchettes. Faire observer aux élèves ce qu'ils ont sur la table et faire constater qu'une nouvelle dizaine peut être formée : mettre un élastique autour de cette nouvelle dizaine et faire oraliser ce qu'ils ont sur la table.
- Reprendre cette même procédure avec la monnaie pour l'activité 3.



	d	u
	1	9
+	2	8
<hr/>		
	4	7

$19 + 28 = 47$



	d	u
	1	9
+	2	8
<hr/>		
	4	7

$19 + 28 = 47$



Doc. 2 : Addition posée incomplète

1 doc. par élève

Lali a 26 € et Nino a 38 €. Ils mettent tous ces euros dans la même tirelire. **Combien ont-ils d'euros dans la tirelire maintenant ?**

Je fais un schéma ou un arbre à calcul :

Je complète l'addition de Nino et Lali :

	d	u
	2	6
+	3	8
<hr/>		
	.	.

[...]

Dessiner sur l'affiche, en lien avec la décomposition d'un seul terme, le schéma suivant :



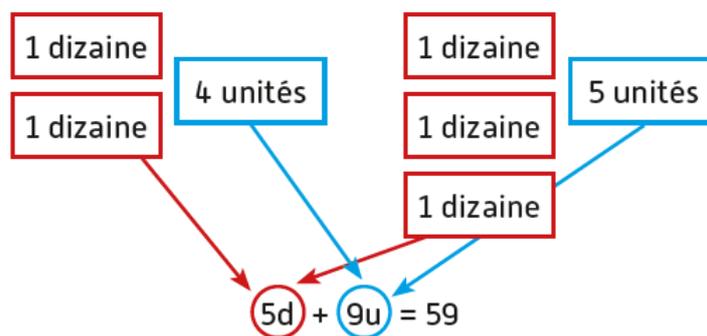
– d'autres vont utiliser la décomposition des deux termes et obtenir  $20 + 4 + 30 + 5$  ou  $10 + 10 + 4 + 10 + 10 + 10 + 5$ . Ils associent les dizaines  $20 + 30 = 50$  puis les unités  $5 + 4 = 9$  pour obtenir  $50 + 9 = 59$ . Compléter l'affiche en présentant cette décomposition sous forme d'arbre à calculs ;

$$20 + 4 + 30 + 5$$

$$50 + 9 = 59$$

– d'autres, enfin, vont décomposer les nombres en unités de numération pour obtenir 2 dizaines et 3 dizaines qui donneront 5 dizaines puis associer 5 unités et 4 unités qui donneront 9 unités pour obtenir au total 59.

Mettre, sur l'affiche, en lien avec la décomposition des deux termes, l'arbre à calculs ci-dessous.



# L'addition posée avec retenue (1)

## CALCUL MENTAL

### Écrire le nombre précédent de 60 à 79

■ **Objectif** : faire identifier et écrire le nombre qui précède un autre nombre dans la suite numérique de 60 à 79.

*On attirera l'attention des élèves sur le passage de 70 à 69, en rappelant le mode de repérage des 6 ou 7 dizaines dans un nombre.*

■ **Consigne** : chaque élève écrit dans les cases le nombre situé juste avant : 64 ; 73 ; 68 ; 77 ; 70.

### ■ Prolongements possibles

• Faire écrire sur ardoise le nombre situé juste avant :

62 ; 72 ; 79 ; 75 ; 67 • 61 ; 66 ; 78 ; 69 ; 65 • 76 ; 70 ; 63 ; 74 ; 71.

• Proposer aux élèves d'inventer des devinettes sur le format : *Je suis le nombre juste avant ... Qui suis-je ?* Faire répondre les autres élèves.

• Faire piocher aux élèves une carte nombre de 61 à 79, au hasard, et leur faire dire le nombre qui précède.

• **Exercice chrono** : faire écrire le nombre situé juste avant celui cité rapidement par l'enseignant. Par exemple, citer : 66 ; 71 ; 68 ; 74 ; 79 ; 63 ; 73 ; 65 ; 67 ; 70 ; 62 ; 77 ; 75 ; 69 ; 72.

## PROGRAMME 2016

Calculer avec des nombres entiers.

### ▶▶▶ Connaissances pour le maître

Cette leçon repose sur le principe des échanges 10 contre 1. Il s'agit de convaincre les élèves que dès que nous avons 10 unités, elles peuvent se transformer en une dizaine. C'est le sens de la retenue (que l'on verra explicitement dans les leçons suivantes).

Cette première leçon est fondée sur la manipulation à partir d'une situation de vie courante.

### Découverte collective de la notion

• Prévoir l'affiche de la situation de recherche agrandie (prévoir un agrandissement ou utiliser la projection du manuel numérique), le matériel de manipulation (3 billets de 10 € et 15 pièces de 1 €, cf. Planche 3 à découper du matériel à la fin du fichier élève) et une affiche présentant le tableau de l'addition en colonnes (cf. CD-Rom).

• Faire observer la situation et lire la bulle de Jade.

▶ 45 €.

• Lire la bulle de Nabil et la question, puis répondre collectivement :

▶ *Si les élèves font l'échange, ils obtiennent 5 pièces et 4 billets. S'ils ne le font pas, ils obtiennent 15 pièces et 3 billets.*

• Au tableau, afficher les pièces et billets qui correspondent aux propositions des élèves.

▶ *15 pièces de 1 €, 3 billets de 10 €, cela fait 45 €. Dans ce cas, relire la bulle de Nabil : Pour avoir le moins de pièces possible... Proposer de faire un échange.*

▶ 5 pièces de 1 €, 4 billets de 10 €, cela fait 45 €. Matérialiser l'échange effectué.

• Poser la question : *Est-ce que Jade et Nabil ont pu avoir un autre billet ?*

▶ *Oui, ils l'ont obtenu en échangeant 10 pièces contre 1 billet.*

• Lors de la mise en commun, schématiser au tableau les échanges réalisés : 7 pièces + 8 pièces = 15 pièces donc un billet de 10 € et 5 pièces de 1 €. Entourer en rouge les 10 pièces de 1 € qui vont donner la nouvelle dizaine (la retenue) après l'échange. Dessiner le billet obtenu par l'échange en rouge. Annoncer que l'on va poser en colonnes l'opération qui raconte cette histoire.

• Remplir collectivement le tableau de l'opération.

• Structurer les étapes de la technique opératoire de l'addition en colonnes en utilisant l'affiche. Expliquer chaque étape en même temps que l'on remplit ce tableau. Utiliser les couleurs conventionnelles : rouge pour les dizaines et bleu pour les unités.

• Pour additionner deux nombres en colonnes, on commence par calculer les unités. Si l'on obtient 10 unités ou plus, il faut transformer ces 10 unités en 1 dizaine et la placer dans le rond au-dessus de la colonne des dizaines. C'est la retenue. Ce qu'il reste des unités après l'échange s'écrit sous le « égal », dans la colonne des unités. Ensuite, calculer le nombre total de dizaines sans oublier la retenue. Compléter le reste de l'opération. Il n'y a qu'un seul chiffre par colonne.

• Collectivement, procéder de même avec d'autres sommes comme 45 + 29 et 17 + 36.

• Prévoir de réaliser en collectif l'exercice 1 du fichier.



## Annexe 6 : Grille complétée lors de la préparation de l'atelier pour un extrait de *La méthode de Singapour*

En noir, des éléments repérés dans l'extrait. En rouge, des commentaires que nous faisons en lien avec ces éléments.

Fonctions	<p style="text-align: center;"><i>La méthode de Singapour</i>  <b>Unité 14 : Additionner et soustraire des nombres entre 0 et 100</b>  <b>Séance 114 : Additionnons en groupant différemment (1)</b>  <b>Guide du maître pp. 234-235</b></p>
Apprendre à manipuler	Activité optionnelle : Calcul sur boulier. <i>C'est loin d'être explicite. L'introduction de l'unité 14 précise qu'il s'agit d'apprendre à utiliser le boulier (et il n'y a pas d'utilisation du boulier dans les autres unités). Ce manque d'explicitation est peut-être lié au fait que les bouliers sont très couramment utilisés à Singapour (à l'école ou en dehors).</i>
Faciliter la dévolution	
Produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact	
Accéder à des représentations	Étape 1 : Affichez le matériel de base 10 au tableau (ou dessinez-le), en disposant au fur et à mesure les dizaines et les unités [...] Illustrez cette opération en prenant dix cubes isolés, et en les remplaçant explicitement par une barre des dizaines [...] « Combien de dizaines avons-nous maintenant en tout ? » (3), « Et combien d'unités ? » (2). <i>Même si le guide indique (une fois) de rappeler que « 10 unités c'est 1 dizaine », le mot dizaine ne semble pas pouvoir être associé à dix cubes isolés et le mot unités est associé uniquement aux cubes isolés (idem dans la séance 115), ce qui peut constituer un obstacle.</i> Étape 3 : Rendre concrète la formation de la dizaine aussi longtemps que nécessaire. Activité optionnelle : Le boulier offre une représentation complémentaire.
Solliciter la mise en relation entre signes ou entre représentations	Étape 1 : Écrivez au tableau : $27 + 5$ . Dites aux élèves que vous allez chercher combien font $27 + 5$ à l'aide du matériel de base 10. « Combien y a-t-il de dizaines dans $27$ ? » (2 dizaines) « Combien y a-t-il d'unités ? » (7 unités) [...] Tout en posant les questions, affichez le matériel de base 10 au tableau (ou dessinez-le), en disposant au fur et à mesure les dizaines et les unités. (Vous pouvez vous inspirer de la présentation page 68 du fichier B.) [...] Illustrez cette opération en prenant dix cubes isolés, et en les remplaçant explicitement par une barre des dizaines, que vous placez dans la colonne des dizaines. <i>On « jongle » avec le langage oral, les écritures symboliques et le matériel de base 10. Les mises en relation ne nous semblent pas très claires ni explicites dans le texte et il faut effectivement se référer à la présentation page 68 du fichier B (cf. p.236).</i> Étape 2 : Reprenez le calcul du début de la séance : $27 + 5$ . Distribuez – ou faites faire – à chaque binôme une bande numérique allant de 20 à 40. Laissez chaque binôme chercher la réponse [...] Explicitez les réponses de chaque binôme en les illustrant au tableau. Décomposez : $27 + 5 = 27 + 3 + 2 = 30 + 2 = 32$ [...] Laissez les élèves réfléchir aux points communs entre les deux stratégies : dans les deux cas, on prend des unités pour « faire 10 ». <i>Cette dernière proposition nous paraît un peu succincte. De plus, il nous semble qu'on ne fait pas réellement 10, ni pour le calcul en ligne indiqué, ni pour les procédures envisageables avec la bande numérique.</i> Étape 3 : Rendre concrète la formation de la dizaine aussi longtemps que nécessaire. Activité optionnelle : Le boulier offre une représentation complémentaire. <i>Il n'y a pas d'autre explication. On peut se demander en quoi c'est complémentaire des autres représentations et comment permettre la mise en relation avec d'autres représentations.</i>
Aider à résoudre un problème	Étape 1 : Demandez aux élèves de se répartir en binômes avec du matériel de base 10, en distribuant à chaque binôme une addition différente. <i>Il n'y a pas de contraintes mentionnées. Les élèves peuvent procéder efficacement sans nécessairement grouper par 10.</i> Étape 2 : Reprenez le calcul du début de la séance : $27 + 5$ . Distribuez – ou faites faire – à chaque binôme une bande numérique allant de 20 à 40. Laissez chaque binôme chercher la réponse. <i>Le guide suppose que les élèves ne se souviennent pas nécessairement du résultat. Les élèves peuvent utiliser la bande numérique en partant de la case 27 puis en avançant d'un en un.</i>
Favoriser l'évolution des procédures	Étape 1 : <i>Une procédure avec le matériel est montrée par l'enseignant puis les élèves ont un calcul du même type à résoudre à l'aide du même matériel. On s'attend sans doute à ce que les élèves exécutent la procédure. Le guide propose de discuter la validité des procédures mais il ne dit pas lesquelles, ni comment les discuter, ni de les hiérarchiser.</i> Étape 2 : Laissez chaque binôme chercher la réponse [...] Distribuez à chaque binôme des additions différentes. <i>Les élèves peuvent faire avancer leur doigt de case en case sur la bande numérique en partant de la case 27 ; pour le calcul proposé, cela reste une procédure efficace. Le guide ne propose pas de hiérarchiser les procédures envisageables.</i> Étape 3 : Nous connaissons la réponse, mais ce qui nous intéresse, c'est de trouver une autre stratégie pour la trouver. Étape 3 : S'habituer progressivement à utiliser les représentations concrètes et imagées pour vérifier la réponse, et non plus pour la trouver. [...] L'objectif de toutes ces manipulations est de rendre concrète la formation de la dizaine aussi longtemps que possible. <i>Cela peut paraître incohérent mais on peut apprendre à se passer du matériel tout en continuant d'évoquer le matériel pour mettre en relation les représentations physiques (et/ou schématiques) et les représentations symboliques.</i>
Valider une solution	Étapes 1 et 2 : <i>Le guide ne parle pas de validation matérielle qui pourrait être faite à la suite de la discussion sur la validité des réponses (et il ne dit pas comment cette validité est discutée).</i> Étape 3 : Utiliser les représentations concrètes et imagées pour vérifier la réponse. <i>Le guide ne dit pas comment. La réponse est déjà connue depuis l'étape 1 et répétée à l'étape 2 puis au début de l'étape 3 ; on vérifie plutôt que les procédures proposées avec le boulier aboutissent à la même réponse.</i>

## Annexe 7 : Grille complétée lors de la préparation de l'atelier pour un extrait de *Mon année de maths*

En noir, des éléments repérés dans l'extrait. En rouge, des commentaires que nous faisons en lien avec ces éléments.

Fonctions \ Séances	<i>Mon année de maths</i> Séquence 31 : Addition posée en colonne – Séance 1 – Étapes 1 et 2 Guide du maître pp. 230-232
Apprendre à manipuler	
Faciliter la dévolution	Étape 1 / lancement et recherche : Les élèves ont un calcul (34 + 28) écrit au tableau. Le matériel n'est pas montré par l'enseignant ni utilisable par les élèves dans un premier temps.
Produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact	
Accéder à des représentations	Étape 1 / validation : Faire la validation avec l'arbre de calcul en même temps que les actions avec carrés aimantés. Étape 2 / tâche / remarque : Relier actions sur les chiffres montrées par l'enseignant à leurs procédures personnelles et aux actions matérielles.
Solliciter la mise en relation entre signes ou entre représentations	Étape 1 / validation : Faire la validation avec l'arbre de calcul en même temps que les actions avec carrés aimantés. La procédure avec l'arbre est décrite mais pas celle avec les carrés aimantés et on ne dit pas comment les mettre en relation. Étape 2 / tâche / remarque : Relier actions sur les chiffres montrées par l'enseignant à leurs procédures personnelles et aux actions matérielles. Étape 2 / mise en commun et validation : Reprendre toutes les étapes de l'algorithme en faisant le lien avec la manipulation des carrés aimantés pour le tableau et des cubes pour les élèves. Le guide explicite le travail de mise en relation et comment le mettre en œuvre.
Aider à résoudre un problème	Frise numérique jusqu'à 20 en aide. On ne dit pas quelle utilisation de ce matériel. Étape 1 : Matériel donné dans un second temps. Le matériel est donné avant d'écrire la réponse sur l'ardoise donc avant la phase de validation. Les élèves peuvent procéder par comptage (ou commencer un comptage) dans un second temps.
Favoriser l'évolution des procédures	Séance 1 / objectif : Mettre en œuvre des procédures personnelles sans matériel manipulable pour trouver le résultat d'un problème de transformation positive. Progressivité envisagée : d'abord manipuler, puis imaginer la manipulation (puis se passer de l'évocation de la manipulation dans les étapes suivantes) ; dans la séance 1, le matériel n'est donné que dans un second temps (puis, dans la séance 2, le matériel n'est utilisé que lors de la validation). Étape 1 / lancement : Ils peuvent vérifier par eux-mêmes avec le matériel de numération qui n'est donc pas donné initialement. Étape 1 / recherche : Si certains élèves continuent à vouloir dessiner des objets pour en compter le nombre total un à un, l'enseignant pourra limiter le temps pour réaliser la tâche, par exemple le temps d'écoulement d'un sablier. Étape 2 / tâche : L'objectif est qu'ils relient les actions sur les chiffres qu'on leur montre (calculs et positionnement) à leurs procédures personnelles et aux actions matérielles sur les collections. Il s'agit de faire le lien avec la manipulation mais sans manipuler et en utilisant les dessins du matériel.
Valider une solution	Étape 1 / lancement : Ils peuvent vérifier par eux-mêmes avec le matériel de numération qui n'est donc pas donné initialement. Étape 1 / mise en commun : Faire la validation avec l'arbre de calcul en même temps que les actions sont réalisées avec les carrés aimantés au tableau.

## Annexe 8 : Grille complétée lors de la préparation de l'atelier pour un extrait de *Archimaths*

En noir, des éléments repérés dans l'extrait. En rouge, des commentaires que nous faisons en lien avec ces éléments.

Fonctions / Séances	<i>Archimaths</i> Séance 125 : Poser l'addition en colonnes avec retenue (1) – Activité 1 Guide du maître pp. 244-245
Apprendre à manipuler	
Faciliter la dévolution	
Produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact	
Accéder à des représentations	Remédiation : L'addition est « confondue » avec l'ajout (conception naïve) et la dizaine avec le paquet de 10 bâchettes entourées d'un élastique, ce qui pourrait constituer des obstacles par la suite.
Solliciter la mise en relation entre signes ou entre représentations	Remédiation : Ce n'est pas explicite mais on peut penser qu'on attend des élèves qu'ils disent le nombre de bâchettes qu'il y a sur la table à la fin et doivent passer de la représentation physique à une désignation orale.
Aider à résoudre un problème	Remédiation : Certains élèves ont encore besoin d'utiliser le matériel (bûchettes ou monnaie) pour manipuler et réaliser ce calcul : donner 1 paquet de 10 bûchettes et 9 bûchettes d'une part et leur demander d'ajouter 2 paquets de 10 bûchettes et 8 bûchettes. Faire observer aux élèves ce qu'ils ont sur la table et faire constater qu'une nouvelle dizaine peut être formée : mettre un élastique autour de cette nouvelle dizaine et faire oraliser ce qu'ils ont sur la table. <b>Il n'y a pas d'indication sur le moment pour faire cette remédiation. Mis à part l'ajout effectif sur la table de deux paquets de 10 bâchettes et 8 bâchettes, les tâches ne nous semblent pas explicites. En particulier, il n'est pas dit si les élèves doivent trouver le nombre total de bâchettes sur la table et à quel moment. Les élèves pourraient, avant de mettre l'élastique autour de 10 bâchettes, compter d'un en un les bâchettes.</b>
Favoriser l'évolution des procédures	Remédiation : Certains élèves ont encore besoin d'utiliser le matériel (bûchettes ou monnaie) pour manipuler et réaliser ce calcul : donner 1 paquet de 10 bûchettes et 9 bûchettes d'une part et leur demander d'ajouter 2 paquets de 10 bûchettes et 8 bûchettes. Faire observer aux élèves ce qu'ils ont sur la table et faire constater qu'une nouvelle dizaine peut être formée : mettre un élastique autour de cette nouvelle dizaine et faire oraliser ce qu'ils ont sur la table. <b>L'objectif de cette séance semble d'amener les élèves à se passer de la schématisation, en montrant l'efficacité de stratégies s'appuyant sur des représentations symboliques. Dans la partie « remédiation », il nous semble qu'il ne s'agit pas de faire évoluer les procédures des élèves : la manipulation est imposée et, si l'enseignant demande quel est le nombre de bâchettes sur la table après avoir mis l'élastique autour de dix bâchettes, les élèves pourraient constater le nombre de groupes de dix et le nombre de bâchettes isolées et obtenir une désignation orale sans utiliser les écritures chiffrées. Dans le texte, aucun lien n'est explicitement fait avec l'utilisation des écritures chiffrées pour arriver au résultat en écriture chiffrée.</b>
Valider une solution	Remédiation : <b>Il s'agit peut-être que les élèves soient convaincus matériellement du résultat obtenu précédemment avant la remédiation. Dans ce cas, on peut se demander en quoi il s'agit d'une remédiation.</b>

## Annexe 9 : Grille complétée lors de la préparation de l'atelier pour un extrait de *Les nouveaux outils pour les maths*

En noir, des éléments repérés dans l'extrait. En rouge, des commentaires que nous faisons en lien avec ces éléments.

Fonctions / Séances	<i>Les nouveaux outils pour les maths</i> Séance 140 : L'addition posée avec retenue (1) – Découverte collective de la notion Guide du maître p. 150
Apprendre à manipuler	
Faciliter la dévolution	
Produire des signes liés à l'utilisation de l'artefact	
Accéder à des représentations	Entourer en rouge les 10 pièces de 1 € qui vont donner la nouvelle dizaine (la retenue) après l'échange. Dessiner le billet obtenu par l'échange en rouge. <b>Il semble que la dizaine soit le résultat obtenu après l'échange, ce qui peut ensuite constituer un obstacle.</b>
Solliciter la mise en relation entre signes ou entre représentations	Lors de la mise en commun, schématiser au tableau les échanges réalisés : 7 pièces + 8 pièces = 15 pièces donc un billet de 10 € et 5 pièces de 1 €. Entourer en rouge les 10 pièces de 1 € qui vont donner la nouvelle dizaine (la retenue) après l'échange. Dessiner le billet obtenu par l'échange en rouge. Annoncer que l'on va poser en colonnes l'opération qui raconte cette histoire. Remplir collectivement le tableau de l'opération. Structurer les étapes de la technique opératoire de l'addition en colonnes en utilisant l'affiche. Expliquer chaque étape en même temps que l'on remplit ce tableau. Utiliser les couleurs conventionnelles : rouge pour les dizaines et bleu pour les unités. <b>L'opération posée est réalisée dans une première phase avec les représentations schématiques des pièces et billets puis dans une deuxième phase avec les écritures chiffrées. Il semble que la mise en relation entre monnaie et écritures chiffrées soit faite par la même couleur rouge utilisée dans les deux phases ainsi que par l'annonce de la deuxième phase comme une manière de raconter « l'histoire » précédemment vécue. Cette mise en relation semble ne concerner que la retenue.</b>
Aider à résoudre un problème	Faire observer la situation et lire la bulle de Jade. <b>Si on attend que les élèves répondent à la question posée par Jade, la présence des dessins facilite le comptage, par exemple de 10 en 10 jusqu'à 30 puis de 1 en 1 jusqu'à 45.</b>
Favoriser l'évolution des procédures	Lire la bulle de Nabil et la question, puis répondre collectivement [...] Matérialiser l'échange effectué. Poser la question : Est-ce que Jade et Nabil ont pu avoir un autre billet ? Oui, ils l'ont obtenu en échangeant 10 pièces contre 1 billet. <b>Il s'agit de constater qu'on peut faire un échange (dix pièces contre un billet). Il semble qu'on effectue l'échange après avoir obtenu le résultat, ce qui permet ensuite de vérifier ce résultat. Le fait qu'il puisse y avoir des procédures plus efficaces que d'autres n'est pas explicité. L'absence d'écritures chiffrées ne favorise pas leurs utilisations pour obtenir le nombre total d'euros.</b>
Valider une solution	