ATELIER A17

QUELLE EST LA PLACE DE L'ARTEFACT DANS LE LANGAGE GEOMÉTRIQUE ?

Annette BRACONNE-MICHOUX
Professeur, Université de Montréal
annette.braconne-michoux@umontreal.ca

Stéphane GINOUILLAC
Enseignant-chercheur, Université de Versailles Saint-Quentin
Laboratoire LMV
stephane.ginouillac@uvsq.fr

Résumé

Nous étudions l'utilisation en formation de plusieurs situations de géométrie qui mettent en jeu l'appropriation d'un instrument de géométrie non conventionnel. Ce travail poursuit des réflexions engagées dans de précédents colloques COPIRELEM (Celi & Jore, 2014 ; Ginouillac, 2015). Aux questions déjà soulevées par ces auteurs, que nous retrouvons, nous en ajoutons d'autres, portant sur le langage. Quel est le langage qui accompagne la découverte et l'appropriation d'un nouvel instrument ? Quel est celui qui accompagne les phases de recherche et de résolution de problèmes ? Le travail mené dans l'atelier nous conduit à montrer que les langages utilisés varient considérablement selon les situations et les intentions de la personne qui parle, et que ces variations sont d'autant plus grandes que les schèmes d'utilisation de l'instrument sont en cours d'appropriation. En particulier, tant que l'appropriation de l'instrument ou l'obtention d'une solution ne sont pas achevés, les échanges font apparaitre des formulations qui s'éloignent de celles visées dans les programmes de construction. En plus des objets géométriques, ces formulations peuvent porter sur des éléments graphiques à produire, des manipulations de l'instrument à effectuer et des gestes corporels à réaliser. Apparaissent alors des registres de langage moins formalisés, transitoires, qui n'ont pas nécessairement vocation à être institutionnalisés, mais dont la prise en compte nous semble importante pour gérer la progression des élèves dans la découverte et l'apprentissage des instruments. L'attention à ces formulations intermédiaires nous semble ainsi un élément important pour les enseignants, car leurs évolutions servent de révélateurs dans l'avancée des apprentissages. Les situations que nous proposons visent à faire produire de telles formulations afin de pouvoir les analyser en formation.

Avertissement : *Ce texte cherche à analyser le potentiel didactique et les exploitations possibles en formation de plusieurs situations inhabituelles de résolution de problèmes en géométrie. Il gagne de ce fait à s'appuyer sur une expérimentation vécue de ces situations. En effet, celles-ci mettent en jeu l'appropriation d'un instrument non usuel, le « gabarit de rectangle en carton ». L'emploi de cet instrument vise à provoquer un changement de position par rapport à une position « savante » et, en particulier, à mettre les personnes qui recherchent ces problèmes dans une position proche de positions d'élèves, l'enjeu étant d'identifier ce qui peut se passer lorsque l'on est confronté soi-même à la découverte d'un nouvel instrument. Les analyses que nous en tirons bénéficient ainsi grandement d'une expérience préalable de l'appropriation de ce nouvel instrument à travers ces problèmes. Nous conseillons ainsi vivement aux personnes désireuses de lire ce texte de prendre d'abord le temps de résoudre les problèmes qui sont présentés en annexes 1 et 2 avant de continuer leur lecture.*

I - INTRODUCTION

Un atelier présenté lors d'un précédent colloque COPIRELEM (Ginouillac, 2015) avait introduit la situation géométrique dite des « constructions au gabarit de rectangle » et étudiait un certain nombre d'usages que l'on peut en faire en formation. Nous reprenons ici l'étude de cette situation en la prolongeant de plusieurs façons. Nous présentons de nouvelles situations s'appuyant sur le même instrument (notamment des situations de reproduction de figures) ainsi qu'une activité de communication, la « dictée de reproduction », dans laquelle une personne dicte à une autre ce qu'elle doit effectuer pour reproduire une figure. Nous précisons les analyses que nous faisons du potentiel didactique de ces situations en formation et nous abordons de nouvelles questions pour la formation, notamment relatives au langage en géométrie. Nous introduisons en particulier des questions portant sur les langages non formalisés, émergents, transitoires, qui apparaissent pendant des phases de recherche de problèmes ainsi que dans les phases de genèses instrumentales (Rabardel 1995a, 1995b), c'est-à-dire les phases d'appropriation des instruments. Ces deux questions nous semblent liées parce que l'appropriation d'un instrument passe par sa mise en œuvre dans des résolutions de tâches ou de problèmes à un moment où on ne maitrise encore ni son usage, ni ses fonctions, ni les manipulations qu'il engage, ni le langage formel qui permet d'en parler. Quel langage emploie-t-on alors pour parler de cet instrument que l'on ne maitrise pas encore ? Plus généralement, quel langage emploie-t-on dans les phases de recherche en géométrie, quand on n'a pas accès au langage formel qui correspond à la solution puisqu'on la cherche encore ? Comment les Professeurs des Écoles (PÉ) sont-ils outillés pour prendre en charge ces questions dans leurs classes ? Comment sont-elles prises en charge au niveau de la formation ? Un travail sur la rédaction de programmes de construction suffit-il pour y répondre ?

Les enjeux soulevés par ces questions nous semblent rejoindre de nombreux éléments liés à la thématique de ce colloque : *« Manipuler, représenter, communiquer : quelle place pour les artefacts dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ? »*. Les situations que nous proposons, qui conduisent à produire des figures à l'aide d'un instrument inhabituel, articulent naturellement des questions de *manipulation* (de l'instrument), de *représentation* (des objets mathématiques représentés par les tracés produits) et de *communication* (aussi bien des constructions qu'on propose que de l'instrument qu'on découvre). À côté des formulations mathématiques portant sur les objets géométriques représentés, elles conduisent à en produire d'autres pour communiquer notamment sur l'artefact et sur sa manipulation.

Dans ce qui suit, nous présenterons successivement les questionnements et enjeux de l'atelier (II) ; le déroulement et les situations proposées dans l'atelier (III) ; le potentiel mathématique et didactique de ces situations (IV) ; des éléments théoriques et des questionnements sur le langage en géométrie (V) ; et enfin les apports que nous retenons de l'atelier (VI).

II - QUESTIONNEMENTS ET ENJEUX DE L'ATELIER

1 Le caractère essentiellement formel des enjeux identifiés par les enseignants

Dans une conférence présentée à la COPIRELEM, Celi (2013) s'interroge sur les finalités de la géométrie et la perception qu'en ont les enseignants. Elle rend compte d'une étude qu'elle a menée auprès d'enseignants du premier degré à ce sujet :

> *J'ai invité ces enseignants à repérer deux difficultés que leurs élèves rencontrent le plus souvent en traitant des activités de géométrie. Les réponses des enseignants interrogés évoquent quasi exclusivement des difficultés dans le maniement des instruments, dans la précision des tracés et dans la maitrise du vocabulaire géométrique. En leur demandant ensuite de repérer deux difficultés qu'ils rencontrent en enseignant la géométrie, ces mêmes enseignants signalent plusieurs points (…) : comment aider les élèves à apprendre et utiliser un vocabulaire idoine et surtout à manipuler correctement les instruments. (…). Nous retrouvons ce qui préoccupait la CREM en 2002, à savoir que l'on réduit souvent la géométrie à l'apprentissage d'un vocabulaire et à la manipulation des instruments.* (p. 2)

Elle ajoute que *« les enseignants se demandent aussi comment donner du sens aux activités géométriques »* et qu'en termes de validation ils s'interrogent à nouveau *« principalement sur comment valider la maitrise des instruments ainsi que l'exactitude et la précision des tracés réalisés. (…) Ici, la prégnance des instruments et de la précision des tracés revient en force ! »* (p. 2). On voit que leurs préoccupations sont centrées sur trois enjeux essentiellement formels et qui visent des questions de précision : la correction du vocabulaire, la précision des tracés et la maitrise technique de la manipulation des instruments. Ces constats rejoignent ceux formulés dans un autre colloque COPIRELEM par Bulf et Mathé (2017), qui posent l'hypothèse que les professeurs des écoles *« éprouvent majoritairement des difficultés à cibler les enjeux [de la géométrie], rabattant alors souvent les objectifs d'apprentissage à l'acquisition de vocabulaire permettant de désigner des objets* *supposés déjà là, ou à des exigences de motricité fine concernant l'usage d'instruments et la précision de tracés.* » (p. 30). Ces propos rejoignent également notre propre expérience de formateurs, qui nous conduit de façon récurrente aux mêmes constats auprès des enseignants débutants que nous accompagnons : leurs préoccupations reposent de façon quasi-exclusive sur ces trois mêmes questions (correction du vocabulaire, précision des tracés, maitrise technique des instruments) au détriment du sens de l'activité géométrique ou de la notion de résolution de problème en géométrie.

Ces constats nous conduisent à deux types de questions auxquelles les situations proposées dans cet atelier cherchent à répondre, et qui vont un peu en sens inverse l'une de l'autre.

La première question est la suivante : comment déplacer le regard des PÉ de ces trois seuls enjeux formels (maniement des instruments, précision des tracés, exactitude du vocabulaire), que ce soit en formation initiale ou continue ? Comment les aider notamment à proposer des résolutions de problèmes en géométrie, à mobiliser les propriétés que l'on peut associer aux instruments ou aux tracés, à conférer au langage des enjeux d'argumentation ou de validation ?

Cependant, et c'est une deuxième question que nous nous posons, ces préoccupations des enseignants nous semblent également légitimes, compte tenu des contenus d'enseignement du premier degré, et il nous semble qu'elles doivent aussi être entendues et prises en compte en formation. Ceci nous conduit alors à notre deuxième question : comment prendre également en compte ces demandes récurrentes des PÉ en formation et comment les outiller pour y répondre ?

2 La rédaction de programmes de construction : enjeux et limite dans les programmes et dans la formation

Un outil fréquemment mobilisé pour travailler les questions liées au langage en géométrie, que ce soit dans les classes comme en formation, est celui de la lecture et de la rédaction de programmes de construction. Au niveau des programmes, le document d'accompagnement des programmes de 2016 sur la géométrie en cycle 3, intitulé « *Les programmes de construction* » (MÉNESR, 2018) donne des précisions sur ce qui est attendu de ce travail dans les classes par l'Institution. Ce texte souligne que les programmes de construction relèvent d'un « *type de texte particulier* », soumis à des contraintes langagières précises : « *Les actions décrites et les objets énoncés sont mathématiques et non techniques (par exemple on dira « Construire le cercle de centre O et qui passe par le point A » mais pas « Prendre le compas, placer la pointe sèche sur le point O et la mine sur A puis tourner »)* » (p. 1).

On voit qu'un type spécifique de langage est imposé comme objectif pour la rédaction de ces textes et que toute référence à la matérialité des instruments ou de leur maniement en est écartée. Le langage requis dans les programmes de construction est un langage standardisé, qui relève d'un registre formel, et qui est au fond en accord avec les préoccupations des PÉ concernant l'emploi d'un vocabulaire géométrique correct.

Dans ce même document, il est ensuite précisé ce que cet exercice fait travailler : « *Pour réaliser une figure géométrique à partir d'un programme de construction, un élève doit : lire et comprendre les différentes phrases du programme de construction ; connaitre la signification du vocabulaire employé ; réunir les outils nécessaires (règle, équerre, compas) ; exécuter les consignes dans l'ordre où elles sont données ; faire éventuellement un tracé à main levée pour anticiper la construction ; faire des tracés propres et précis.* » (p. 1). On voit que ces indications présupposent déjà acquises un certain nombre de connaissances, notamment celles portant sur le maniement matériel et technique des instruments et celles sur la connaissance d'un vocabulaire précis.

Dans ce document on pointe enfin également l'enjeu et l'exigence d'exécuter des tracés « *propres et précis* ». En revanche, on ne précise pas comment faire travailler les questions liées au langage tant que ces prérequis ne sont pas acquis. En effet, y aurait-il d'autres langages que le langage formel qui apparaissent au cours de l'apprentissage de l'utilisation d'un instrument ?

3 La genèse instrumentale

Pour éclairer notre propos, nous nous appuyons sur la notion de *genèse instrumentale* développée par Pierre Rabardel (1995a, 1995b) qui permet d'analyser les processus et démarches d'appropriation des instruments en général. Rabardel précise ce qu'il appelle un *instrument* en dégageant de façon centrale deux aspects de l'instrument, l'*artefact* (l'objet brut) et les *schèmes d'utilisation* (les modalités d'utilisation). L'*instrument* est alors un couple qui résulte de l'association entre un artefact et un ou plusieurs schèmes d'utilisation. La transformation de l'artefact en instrument se conçoit alors comme un processus évolutif et dynamique, réalisé par le sujet, qui nécessite d'identifier des potentialités contenues dans l'artefact et d'élaborer puis s'approprier des schèmes d'utilisation. Rabardel distingue deux directions dans lesquelles ce processus s'effectue conjointement : l'une tournée vers l'artefact, *l'instrumentalisation,* qui consiste à identifier puis faire évoluer des potentialités portées par l'artefact, et l'autre tournée vers le sujet, *l'instrumentation,* qui consiste à identifier puis faire évoluer les schèmes d'utilisation de l'artefact. Comment les enseignants peuvent-ils résoudre le paradoxe de la genèse instrumentale dans les activités qu'ils proposent aux élèves, pour que ceux-ci acquièrent tous les schèmes d'utilisation des instruments, tant du côté de l'instrumentation que de l'instrumentalisation ?

4 L'appropriation des instruments usuels de géométrie (règle, équerre, compas)

En effet, une spécificité de l'enseignement de la géométrie dans le premier degré est d'être confrontée à la découverte et l'apprentissage des principaux instruments (notamment règle, équerre et compas). Comme le soulignent Offre, Perrin-Glorian et Verbaere (2006), cet apprentissage des instruments usuels de géométrie ne va pas de soi et soulève de nombreuses difficultés. Il conduit les élèves à apprendre de façon conjointe les gestes à réaliser pour les manipuler, les tracés qu'ils permettent ou non de réaliser, le niveau de précision que l'on est en droit d'attendre de leur maniement, ainsi que le langage qui permet de décrire ou d'interpréter les tracés que ces instruments produisent : « *Nous faisons l'hypothèse que les concepts géométriques, le vocabulaire, la maitrise des instruments s'acquièrent et s'évaluent dans des activités qui les mettent en jeu simultanément.* » (p. 8).

Pour prendre un exemple, ces auteurs décrivent de la façon suivante la manipulation du compas : « *Placer la pointe sèche sur un des points et l'y maintenir, la mine sur l'autre point, faire tourner le compas en laissant la mine sur le papier, sans changer l'écartement ni la position de la pointe sèche.* » (p. 13). Comprendre une telle formulation (voire être capable de la produire soi-même pour les enseignants…) nécessite d'avoir compris et intégré de nombreux concepts mathématiques : le fait que, malgré son apparence globale, les deux branches du compas jouent des rôles dissymétriques pour tracer (mais ce n'est plus le cas quand on s'en sert pour reporter une longueur) ; que ces branches sont munies respectivement d'une « *pointe sèche* » et d'une « *mine* » ; que chacune de ces deux pointes matérielles correspond à un « *point* » géométrique ; que l'une ces pointes doit rester fixe (« *maintenir* ») tandis que l'autre est mobile (« *faire tourner* ») ; enfin que le compas incorpore et préserve deux informations essentielles : un « *écartement* » et une « *position* ». Au fond, comprendre (ou produire…) cette description d'une manipulation de l'instrument nécessite peu ou prou de maitriser les deux concepts mathématiques de centre et de rayon. On voit également que cette description combine des éléments d'ordre mathématique et graphique (*les points*), liés à des parties de l'instrument (*la pointe sèche, la mine, l'écartement*), décrivant des gestes (*placer, maintenir, faire tourner*), ainsi que des mises en relation entre différents objets (*laisser la mine sur le papier, ne pas changer la position*). On voit que produire de tels textes, ou mesurer les différences entre ce texte-ci et ceux produits par les élèves, nécessite de nombreuses compétences mathématiques, qui ne se réduisent pas à savoir rédiger dans un registre formel des programmes de construction. Elles correspondent pourtant à des besoins réels des enseignants du premier degré.

Nous aboutissons alors à une forme de paradoxe. L'exemple précédent montre que le langage qui permet de décrire d'une façon précise à la fois la manipulation des instruments de géométrie, les tracés qu'ils permettent, les gestes à employer et les éléments de contrôle à exercer, nécessite d'avoir intégré au moins une partie des notions mathématiques qui lui sont associées. Or c'est le travail sur des problèmes, engageant la production ou l'analyse de tracés et la manipulation des instruments, qui contribue à construire les notions mathématiques visées. Comment parler alors du maniement d'un instrument quand on travaille sur les problèmes qui auront justement pour effet de permettre son appropriation ? Quel est le langage, nécessairement transitoire, que les élèves peuvent mobiliser tant qu'ils n'ont pas encore construit les concepts visés ? Les PÉ sont-ils outillés pour répondre à ces questions, et un travail en formation centré sur le seul registre du langage formel (notamment celui des programmes de construction, dont la maitrise complète n'est achevée qu'en fin de collège) peut-il suffire ? Dans le cas contraire, on peut formuler l'hypothèse que les PÉ n'ont pas d'autre choix, face à ce paradoxe, que de considérer l'acquisition d'un langage formel comme un préalable pour les phases d'apprentissage du maniement qu'ils devront gérer, ce qui peut expliquer une partie des constats relevés dans la partie précédente.

Ces réflexions nous semblent encore renforcées par une analyse comparative que Perrin-Glorian, Mathé et Leclerq (2013) font des manuels de géométrie d'aujourd'hui comparativement à ceux de 1958, et qui nous parait souligner de façon particulièrement nette l'importance des enjeux qui précèdent. Ils relèvent en particulier que, dans les manuels actuels, « l*es rapports entre géométrie théorique et objets physiques sont pudiquement passés sous silence et la question des rapports entre espace sensible et espace géométrique n'est pas vraiment abordée.* » On peut alors émettre l'hypothèse que la situation actuelle en est rendue d'autant plus délicate pour les enseignants et leurs élèves, puisque les relations entre objets matériels, objets graphiques et objets géométriques sont occultés, non seulement du langage, mais même des manuels.

5 Les questions que nous posons pour l'atelier

Un des enjeux de l'atelier était alors de discuter de l'hypothèse suivante : à côté du langage mathématique, reconnu par l'Institution, qui mobilise un vocabulaire précis, une syntaxe spécifique, des verbes particuliers (*construire, tracer, placer*) qui soulignent certaines actions tout en en occultant d'autres (*prolonger, rejoindre, effacer* …), et qui correspond à un certain degré de formalisme et de maitrise, il existe sans doute un autre, voire plusieurs autres langages moins conventionnels dans leur mise en forme. Ces derniers auront peut-être des durées de vie plus limitées ou transitoires dans la classe. Ils ne visent pas nécessairement à être institutionnalisés. Mais ils n'en accompagnent pas moins des moments importants de la démarche mathématique, notamment dans les phases où la maitrise de ce que l'on a à dire n'est encore qu'incomplète, telles les phases de découverte et d'appropriation des instruments ainsi que les phases de recherche, et il nous semble important d'attirer sur eux l'attention des enseignants en formation.

Ces éléments nous conduisent à nous poser plusieurs questions que nous adressons à la recherche comme à la formation. D'une part, que sait-on du langage qui accompagne les phases de découverte et d'appropriation d'un instrument ? Comment parle-t-on d'un instrument que l'on est en train de découvrir et dont on ne connait encore précisément ni la fonction, ni les usages, ni les éléments techniques ? Autrement dit, quel est le langage qui accompagne les genèses instrumentales ? D'autre part, quel est de façon plus générale le langage qui accompagne les moments de recherche et de résolution de problèmes ? Peut-il s'agir d'un langage aussi formel que celui des programmes de construction ? La centration sur la correction d'un tel langage ne risque-t-elle pas d'inhiber la liberté de la recherche ? Le langage qui accompagne les phases de manipulation et de représentation dans la recherche peut–il être le même que celui qui permettra ensuite la communication d'une solution ? Enfin, dernière question et non des moindres : comment interroger ces langages dans la formation ?

III - DÉROULEMENT DE L'ATELIER ET ANALYSE DES SITUATIONS PROPOSÉES

Les participants ont travaillé en trois groupes de trois ou quatre personnes. L'atelier s'est déroulé en trois temps. Le premier temps, fondé sur une résolution de problèmes de constructions, a permis une appropriation de l'instrument « gabarit de rectangle » et a conduit à une réflexion sur le potentiel mathématique et didactique de cette situation en formation. Le deuxième temps s'est appuyé sur une autre situation de recherche qui visait des questions de communication et a conduit à des réflexions sur des questions de langage. Enfin l'atelier s'est conclu par un temps de synthèse et bilan, visant à présenter les enjeux que nous voulions aborder ainsi que la façon dont ils avaient pu être travaillés au travers des deux situations proposées. Nous présentons dans cette partie les situations-problèmes qui ont été proposées aux participants dans chacun des temps de l'atelier. La situation proposée dans la deuxième phase peut elle-même être décomposée en deux phases que l'on peut considérer comme deux situations différentes : une première étape engageant une analyse instrumentée de figures, puis une étape de communication (dictée) de reproduction.

1 L'artefact utilisé : le gabarit de rectangle en carton

Chaque personne disposait du matériel suivant : une feuille de papier blanc uni, un crayon ou un stylo et, comme unique instrument, un exemplaire du « gabarit de rectangle en carton ». Il s'agit d'un morceau de papier fort ou de carton, découpé au massicot, et ayant la forme d'un rectangle. Les dimensions que nous avons retenues pour l'atelier, comme dans les précédentes expérimentations, étaient les suivantes : 6,5 cm sur 2,5 cm (on pourrait éventuellement utiliser un ticket de métro parisien, qui possède à peu près le format et la rigidité voulue). Dans les situations présentées dans l'atelier, un seul usage du gabarit est autorisé comme instrument : celui qui consiste à tracer tout ou partie de son contour, sans avoir le droit ni d'écrire dessus, ni de le plier, ni de le déchirer.

2 Premier temps : problèmes de construction et appropriation de l'instrument

La première situation était une situation de recherche de constructions à l'aide du gabarit *(cf. annexe 1).* Elle visait à permettre une première appropriation de l'artefact par les participants, autrement dit une première genèse instrumentale de cet instrument. Pour s'approprier la situation et l'instrument « gabarit de rectangle », les participants ont commencé par chercher en groupes pendant 30 minutes le problème suivant :

> *Le morceau de carton que vous avez reçu est un gabarit de rectangle. En utilisant seulement ce gabarit (ainsi qu'un stylo et du papier), il vous est demandé de réaliser les constructions suivantes :*
>
> 1. Tracer un carré et un rectangle avec leurs diagonales.
> 2. Tracer un rectangle superposable au gabarit et le partager en deux rectangles superposables (entre eux)
> 3. Proposer différentes façons de tracer un losange.

On peut ajouter que de nombreux exemples de problèmes similaires, ainsi qu'une analyse de leur potentiel en formation, sont présentés dans (Ginouillac, 2015). Les participants ont ensuite réfléchi, toujours en groupes, à partir des trois questions suivantes :

1. *Que feriez-vous de cette situation en formation ?*
2. *Que feriez-vous de cette situation dans des classes ?*
3. *Qu'est-ce que cette situation permet de faire travailler par rapport au langage ?*

La mise en commun qui a suivi cette première phase a permis aux trois groupes de pointer de nombreux éléments sur lesquels nous reviendrons plus en détails dans la partie VI, mais parmi lesquels nous pouvons déjà souligner les points suivants : du côté mathématique et didactique, un intérêt pour faire travailler la genèse instrumentale, lié au fait d'utiliser un instrument différent des instruments usuels (règle, équerre, etc.) ; l'utilisation d'un problème ouvert de recherche en géométrie ; une situation qui conduit à chercher et produire des stratégies ; le fait que la découverte et la manipulation du gabarit conduit à rechercher des formulations pour communiquer et introduit naturellement des questions de langage ; etc. Du côté de la formation professionnelle, les participants ont souligné l'intérêt de proposer une situation de recherche très ouverte et transposable au moins en partie pour des élèves en classe, avec quelques réserves sur lesquelles nous reviendrons (cf. VI). Ils ont aussi souligné l'intérêt que cette situation peut présenter pour la formation continue, en pointant que la géométrie est souvent un « parent pauvre » de l'enseignement des mathématiques en général, et particulièrement auprès d'enseignants qui ne se sentent pas très à l'aise dans cette discipline.

3 Deuxième temps : problème de restitution, situation de formulation et travail sur le langage

Dans le deuxième temps de l'atelier, nous avons exploité une autre situation, nouvelle par rapport à l'atelier de 2015, qui consiste à analyser des constructions déjà réalisées pour ensuite les reproduire ou les faire reproduire. Cette situation introduit deux éléments nouveaux : le fait d'utiliser le gabarit comme outil d'analyse instrumentée de figures déjà construites, présentées comme figures complexes dans leur globalité ; et celui de coupler ces analyses avec une situation visant à faire reproduire, en temps réel, la figure à une autre personne que celle qui l'a analysée, au moyen d'une dictée orale que nous proposons d'appeler « dictée de reproduction ». L'enjeu pour l'atelier était d'analyser ensuite les formulations spontanément produites pour communiquer une construction que l'on n'avait pas soi-même inventée et au moyen d'un instrument dont on continuait à découvrir les potentialités. En particulier, nous étions intéressés à voir si, dans ce contexte, les formulations mobilisées portaient sur les notions géométriques, les tracés graphiques, les manipulations de l'artefact, ou sur tout cela à la fois.

Les participants ont continué à travailler en groupes de 3 ou 4, chaque groupe étant à ce moment-là scindé en deux binômes. Chaque binôme a reçu l'une des deux feuilles A ou B présentées en annexe 2, qui proposent chacune six réponses différentes (et correctes) à la 2e question du premier temps de l'atelier, c'est-à-dire six constructions qui permettent de partager le rectangle du gabarit en deux rectangles superposables, ainsi que le contour du gabarit utilisé pour produire les figures. Les deux feuilles rassemblent ainsi 12 réponses différentes à cette question. Il a été demandé à chaque binôme de se concerter pour choisir l'une des six constructions figurant sur sa feuille, puis d'en dicter oralement la reproduction à l'autre binôme du groupe, sans préparer à l'avance cette dictée par écrit afin de conserver un langage oral aussi spontané que possible, avant d'échanger ensuite les rôles au sein du groupe. Pour chaque dictée, une personne du binôme émetteur devait assurer la dictée pendant que l'autre observait le langage employé et devait prendre des notes. Du côté du binôme récepteur, il était demandé aux deux personnes d'effectuer en parallèle le dessin de la construction demandée, ce qui permettait d'observer d'éventuelles différences en temps réel. La disposition en face à face des deux binômes émetteur et récepteur permettait à la personne qui dictait de repérer d'éventuels implicites ou d'éventuelles imprécisions dans sa formulation et aussi de valider explicitement en temps réel les tracés effectués. Il était également demandé d'enregistrer chacune des dictées pour permettre ensuite des réécoutes et des transcriptions afin d'étudier le langage employé. Nous présentons en annexe l'analyse détaillée que nous faisons de l'une des six transcriptions effectuées *(cf. annexe 3)*.

L'échange des dictées au sein des groupes a été suivi à son tour par une discussion sur les enjeux que l'on peut identifier dans ce travail et sur son intérêt potentiel en formation. Là encore, nous présentons dans la partie VI des analyses plus détaillées à partir des notes prises pendant l'atelier et des transcriptions des six dictées, mais nous pouvons indiquer dès à présent les éléments suivants : le besoin de commencer par déconstruire les figures proposées et d'en réaliser une analyse instrumentée avant de pouvoir en dicter la reproduction ; des interrogations sur le niveau de précision attendu dans les tracés ; le recours dans toutes les dictées à des validations régulières d'étapes dans un contexte de rétroaction directe (*« voilà », « de l'autre côté », etc.*) ; la surprise de ne pas avoir toujours su ni pu utiliser le vocabulaire géométrique (contrairement à ce que l'activité de construction vécue dans le premier temps avait pu laisser supposer) ; enfin la prise de conscience du fait que les formulations spontanément utilisées pour décrire certaines des actions dont on maitrise pourtant les modes d'expression théorique ne sont pas toujours celles du langage formel géométrique.

3.1 Déroulement de la phase d'analyse des figures présentées

Les constructions à reproduire étaient présentées sous forme de dessins réalisés à l'aide de l'instrument, dont le contour figurait au centre de la feuille *(cf. annexe 2)*. Les figures et ce contour-modèle étaient tous présentés en position prototypique, ce qui a ensuite été discuté (cf. VI). La seule consigne formulée était de choisir une construction parmi les six proposées afin d'en dicter ensuite la reproduction. Elle n'évoquait pas que, pour ce faire, il faut d'abord analyser les six figures et déconstruire au moins celle que l'on a choisie. Comme les participants l'ont souligné, un intérêt important de cette situation est qu'elle oblige à effectuer une analyse instrumentée des figures. En effet, il faut retrouver à la fois de quelles façons l'instrument a été utilisé, pour quelles raisons, et dans quel ordre ces actions ont été menées. Il s'agit ainsi de réaliser à la fois des déconstructions figurales, dimensionnelles, instrumentales et chronologiques des figures présentées (cf. IV.2). Ceci conduit à une autre façon de découvrir les propriétés de l'instrument gabarit. En effet, dans la recherche des problèmes de construction du premier temps, la conception des manipulations précédait souvent leur réalisation : on envisage une utilisation du gabarit avant de l'essayer, et la mise en œuvre sur le papier vient valider ou invalider l'idée mathématique envisagée. À l'inverse, pour l'analyse instrumentée des constructions, nous avons observé que la manipulation précédait le plus souvent la conception mentale et c'est souvent l'observation d'une coïncidence entre la figure et l'artefact (« *Tiens, ceci [cet élément de la figure] coïncide avec cela [telle partie du gabarit]* ») qui conduit à la conceptualisation d'une idée, puis à la reconstitution d'une possible construction. Les participants ont également souligné que, pour choisir une figure, il fallait les considérer toutes. Leurs critères de choix furent le plus souvent de retenir une figure dont ils avaient bien compris le procédé de construction, qui leur semblait assez éloignée de celles que leur groupe avait envisagées pendant le premier temps et assez difficile pour être intéressante, mais qu'ils se sentaient capables de verbaliser, ou du moins pour laquelle il n'y avait pas d'étape de construction qui leur semblait trop difficile à formuler.

Le fait de demander aux binômes de se concerter pour choisir une figure a introduit une première phase de langage avant celle qui a suivi des dictées. N'ayant pas enregistré les échanges tenus à ce moment-là au sein des binômes, nous n'en avons pas de traces et ne pouvons pas en effectuer des analyses. On peut imaginer que ces premiers échanges au sein des binômes ont pu servir de préparation et pourraient avoir fait apparaitre des formulations qui n'ont pas été reprises ensuite dans les dictées, mais seul un enregistrement pourrait permettre de le certifier. De la même façon, nous n'avons pas les moyens de l'analyser, mais on peut se demander s'il a pu y avoir dans les groupes des évolutions dans les choix et les formulations de la deuxième dictée après avoir effectué le tracé de la première.

3.2 Déroulement de la phase de « dictée de reproduction »

La phase des dictées de reproduction visait à mettre en évidence les formulations utilisées pour communiquer l'utilisation du nouvel instrument dans une construction géométrique que l'on n'avait pas soi-même imaginée. Tout en reposant sur une situation classique d'émission/réception, dans laquelle il s'agit de faire reproduire une figure à une autre personne, elle se distingue des situations habituelles de programmes de construction sur plusieurs plans : notamment, la communication est orale, elle s'effectue sous le contrôle visuel de la personne qui dicte et il y a de nombreuses rétroactions (cf. VI). Cette situation se rapproche plus des situations de « *travail en dyade* » proposées par Petitfour (2017a), avec la différence importante que nous n'apportons aucune précision sur les types de formulations visés ou autorisés, puisqu'il s'agit au contraire de faire émerger et d'observer des modes d'expression spontanés, et non de faire travailler un langage spécifique visé. Les enregistrements réalisés nous permettent de dire que l'activité de dictée sans préparation écrite s'est révélée plus délicate que ne l'avaient envisagé les participants et, du coup, beaucoup plus riche au niveau des choix et formulations utilisées *(cf. VI et annexe 3)*. Nous l'interprétons comme la marque d'une tâche inhabituelle, que nous avons eu rarement l'occasion de travailler, et qui pose de ce fait à tout le monde, y compris nous-mêmes, des difficultés. Il nous semble alors qu'elle peut être intéressante en formation pour permettre une « décentration » par rapport à des habitudes très intégrées, notamment des habitudes de langage correspondant à la géométrie du collège, et mettre ainsi les enseignants en formation dans une situation qui se rapproche d'une situation d'élèves.

IV - LE POTENTIEL MATHÉMATIQUE ET DIDACTIQUE DE CES SITUATIONS EN FORMATION

Nous présentons certains des éléments mathématiques et didactiques pour lesquels il nous semble que les situations que nous proposons autour du gabarit de rectangle (constructions, reproductions, dictées) peuvent contribuer à aborder et travailler en formation. Ces éléments rejoignent et complètent ceux qui étaient déjà présentés dans (Ginouillac, 2015). Comme les participants l'ont amplement souligné, elles permettent d'abord de mettre en évidence la notion de genèse instrumentale et l'appropriation d'un nouvel instrument de géométrie. Comme l'indiquent Offre, Perrin-Glorian et Verbaere (2006), *« l'usage des instruments de géométrie ne va pas de soi et [une] présentation ostensive ne saurait suffire pour que les élèves puissent acquérir des schèmes d'utilisation des instruments qui leur permettent de conjuguer maitrise technique et utilisation à bon escient des propriétés géométriques* » (p. 29). Le travail effectué avec le gabarit permet de se rendre compte du chemin suivi pour s'approprier ce nouvel instrument, avec la différence importante que, dans ce cas, la genèse instrumentale conduit *in fine* à retrouver des fonctions qui correspondent à des instruments déjà connus : on peut l'utiliser comme une règle, une équerre, un gabarit de longueurs, etc. Ces situations permettent également d'aborder en formation d'autres notions qui nous semblent importantes pour les enseignants et sur lesquelles nous revenons ici : la déconstruction dimensionnelle, la différence entre dessin et figure et les paradigmes géométriques, le travail sur la validation en géométrie.

1 La déconstruction dimensionnelle

Duval et Godin (2005) identifient trois voies différentes pour analyser les figures : la perception des formes, les propriétés géométriques et les instruments pour les reproduire ou les construire. Ils appellent « *déconstruction dimensionnelle* » le processus qui consiste à déporter son regard des objets d'une dimension donnée vers ceux des dimensions inférieures, notamment de « *faire passer d'un regard centré sur les surfaces et leurs contours à un regard qui fait apparaitre le réseau de droites et de points sous–jacent aux différentes figures* » (p. 8). Ils identifient ce processus comme constituant un enjeu central pour les élèves en géométrie et ils soulignent l'importance d'un travail spécifique à mener à son sujet. Il s'ensuit que cette question constitue un point important sur lequel attirer l'attention des enseignants en formation. Ils ajoutent : « *il y a une priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D. (…) La déconstruction dimensionnelle des formes impliquée par l'introduction des connaissances géométriques va à l'encontre des processus spontanés d'identification visuelle des formes* » (p. 7). Autrement dit, pour reproduire une figure, un élève doit se livrer à une certaine déconstruction dimensionnelle, dans laquelle le choix des instruments dont il dispose joue le rôle de variable didactique. En effet, selon que l'instrument utilisé produit des formes 2D (pochoir, gabarit) ou 1D (instruments de traçage comme la règle ou le compas), l'élève doit changer de regard sur la figure et passer d'une analyse en termes de surfaces (2D) à une analyse en termes de lignes (1D) ou de points (0D). En utilisant un gabarit de carton (figure 2D) pour produire des tracés 1D (perpendiculaires, parallèles) ou 0D (milieux), les situations que nous proposons conduisent à mettre en œuvre différents points de vue et différents usages de l'instrument. En posant le gabarit sur la figure, on perçoit sa forme globale (2D), mais pour produire tel ou tel tracé (1D ou 0D), on doit opérer une déconstruction dimensionnelle à son sujet comme au sujet de la figure. C'est ce que les participants ont vécu et ont pu verbaliser pendant l'atelier.

2 La distinction entre dessin et figure et les paradigmes géométriques

Les situations présentées dans l'atelier nous semblent également intéressantes pour travailler en formation des questions liées à la distinction entre dessin et figure, à la validation en géométrie et aux paradigmes géométriques. Commençons par rappeler la distinction entre les concepts de dessin et de figure, telle que Parzysz (1988) : « *la figure géométrique est l'objet géométrique décrit par le texte qui la définit, une idée, une création de l'esprit, tandis que le dessin en est une représentation.* » (p. 340). Houdement et Kuzniak (Houdement, 2013 ; Houdement et Kuzniak, 2006 ; Kuzniak, 2003) relient des malentendus didactiques en géométrie à l'existence de différents paradigmes qui traversent la géométrie du premier et du second degré ainsi que celle travaillée dans la formation des PÉ : « *Étudiant(e)s, professeur(e)s, enseignant(e)s et élèves se situent implicitement fréquemment dans des paradigmes différents : cette différence de posture épistémologique est source de malentendus didactiques.* » (Houdement et Kuzniak, 2006, p. 178). Nous retenons ici les deux premiers paradigmes qu'ils présentent, soit « Géométrie I » (GI ou géométrie naturelle) et « Géométrie II » (GII ou géométrie axiomatique naturelle). De façon globale, dans GI, les objets étudiés sont des objets matériels, comme les tracés graphiques. Les savoirs géométriques ont leur place, de même que les raisonnements, mais l'étude porte directement sur les objets graphiques, notamment à l'aide des instruments, et les actions exercées dans le registre matériel et graphique permettent de légitimer les propriétés observées. Le degré de précision des tracés revêt alors une grande importance, dans la mesure où il engage à la fois la possibilité effective et la garantie de preuve des validations. À l'inverse, dans GII, les objets considérés sont des objets idéels dont les dessins ne sont que des représentations. Le dessin devient alors un support de raisonnement mais n'est plus un objet d'étude en soi et la validation se fait alors par des déductions (ilots déductifs). Les instruments servent encore à construire les dessins qui représentent les figures, mais ne permettent plus d'en valider les propriétés.

Avec les instruments de géométrie usuels (règle, équerre, compas), les dessins produits possèdent un niveau élevé de précision et il est possible d'interpréter le dessin comme une représentation relativement « fidèle » de la figure ; la distinction entre un travail en GI ou GII peut être difficile à expliciter. Avec le gabarit en carton, il en va tout autrement. En effet, l'artefact qui lui sert de support a une nature pauvre, légère, peu rigide : c'est un morceau de carton peu épais, qui s'abime rapidement quand on l'utilise. Il ne permet pas de faire des tracés très précis, y compris quand on les exécute avec soin. Le dessin ne peut plus alors être perçu comme une représentation fiable de la figure. Il appartient alors à la personne qui le regarde de l'interpréter, au-delà de ses imprécisions graphiques, dans un statut de figure. Ceci nous semble intéressant à exploiter en formation pour questionner l'importance que les PE accordent à la précision des tracés (cf. I) et déplacer leur regard vers une lecture des figures comme représentant des propriétés ou des mises en relations entre des objets géométriques à un niveau théorique. Nous retrouvons l'idée d'Houdement et Kuzniak d'amener les étudiants en formation à identifier les paradigmes géométriques et travailler explicitement leurs différences, en particulier, reconnaitre simultanément la légitimité et les limites d'un travail d'étudiants en formation (en GI-GII) et celle d'un élève (en GI) (Houdement, 2013, p. 5).

3 La validation des constructions

De plus, la nature imprécise des tracés produits au gabarit conduit au fait que le critère de validité d'une construction ne peut pas résider sur la précision du dessin, mais sur la démarche de construction utilisée. En particulier, les personnes peuvent facilement s'accorder à reconnaitre un tracé effectué au gabarit comme « juste » dans des cas où le dessin est visiblement imprécis.

Ce n'est ainsi pas la « fidélité graphique » du tracé, mais la justesse théorique et mathématique du procédé de construction opéré qui garantit la validité. La validation de chaque dessin repose alors en dernier ressort sur celle de sa construction en tant que figure.

Si la construction s'effectue dans le paradigme GI, sa validation ne peut s'opérer que dans le paradigme GII. Ceci peut être perçu pour partie comme un inconvénient : cela rend en particulier impossible de valider les constructions par superposition avec un calque, comme on peut le faire avec les instruments usuels, c'est-à-dire en se ramenant à un contrôle du tracé. La piètre qualité des tracés rend même parfois les validations visuelles ou perceptives moins opérantes.

Ces constats, qui correspondent à des limites de la situation, nous semblent cependant présenter aussi un de ses intérêts pour des exploitations en classe comme en formation. La validation s'établit alors de manière privilégiée selon deux modalités : soit une validation instrumentée, à l'aide du gabarit lui-même, en le superposant de différentes manières à la figure tracée, ce qui est la démarche que nous exploitons dans la situation de restitution de construction ; soit une validation théorique mobilisant des arguments géométriques associés aux tracés évoqués.

Ajoutons que même les validations instrumentées nécessitent encore la prise en compte de considérations géométriques, dans la mesure où la superposition entre l'artefact et les tracés n'est que rarement parfaite.

De plus, les observations que nous avons menées dans les différents contextes où cette situation a été expérimentée nous ont amenés à deux autres constats sur la validation. Selon les cas, elle peut s'effectuer en cours de route, pour valider l'étape en cours, ou bien à la fin de la construction, d'une manière globale : « A-t-on bien construit ce qu'on voulait ? ». Enfin, elle peut être naturellement introduite par les personnes qui cherchent, ou non. Dans le second cas, il revient à la personne qui encadre et gère la situation, l'enseignant ou le formateur, de poser explicitement la question de la validation.

V - DES ÉLÉMENTS THÉORIQUES POUR ANALYSER LE LANGAGE

Pour préciser ce que nous cherchons à regarder au niveau du langage dans les situations proposées dans l'atelier, et notamment dans les dictées, nous commençons par considérer un exemple de différentes rédactions possibles pour une même construction : celle de la droite perpendiculaire à une droite donnée *(d)* passant par un point donné *A*. Si les phrases qui suivent sont rédigées par nous-mêmes, elles nous semblent correspondre à des formulations que l'on peut effectivement trouver dans des productions ou des copies d'étudiants en formation initiale à qui on demanderait par exemple d'*« écrire un texte qui permette à une autre personne de reproduire la figure »*.

(1) *« Trace la perpendiculaire à (d) passant par A. »*

(2) *« Avec ton équerre, trace la droite perpendiculaire à la droite (d) qui passe par le point A. »*

(3) *« Place un côté de l'équerre le long de la droite (d) de telle façon que le point A soit situé sur l'autre côté de l'équerre. Trace le trait le long du côté de l'équerre qui passe par A. Prolonge ensuite ce trait avec ta règle pour faire une droite. »*

(4) *« Prends ton équerre. Place un côté de l'angle droit sur la droite (d). Fais glisser l'équerre le long de (d) jusqu'à placer l'autre côté de l'équerre sur le point A. Prends alors ton crayon. Trace le trait le long de ce côté qui passe par A. Enlève l'équerre puis, avec ta règle, prolonge ce trait de l'autre côté de la droite (d). »*

On note tout de suite que ces quatre textes révèlent des choix de rédaction très différents, ainsi qu'une compréhension différente de ce que signifie « permettre à une autre personne de reproduire la figure ».

Dans la rédaction (1), on se contente d'indiquer l'objet géométrique que l'on doit tracer, dans un domaine purement mathématique. On s'adresse à une personne, élève ou collègue, qui n'a rien à apprendre de cette action.

Dans la version (2), on s'adresse également à une personne qui sait manier les instruments et qui est capable d'effectuer de façon autonome les gestes à réaliser mais, à la différence de la formulation précédente, on prend soin d'indiquer le principal instrument à employer.

À l'opposé, les formulations (3) et (4) font mention de deux instruments, l'équerre et la règle, et on y fait la distinction entre demi-droites et droites, ou plus exactement entre les tracés graphiques qui représentent (ou s'interprètent comme) des demi-droites ou des droites entières. De plus, dans ces deux rédactions on introduit une chronologie dans les tracés. Autrement dit on y précise un élément de (dé)construction chronologique, là où, dans les rédactions (1) et (2), on suppose cette connaissance déjà acquise et spontanément mobilisable.

Enfin, la principale différence entre les deux rédactions (3) et (4) est que, dans la rédaction (3), on indique une succession de tracés à réaliser, tandis que dans la rédaction (4), on décrit aussi les gestes à effectuer pour réaliser ces tracés. On peut dire que, dans la rédaction (3), on décompose le tracé demandé en une succession de tracés intermédiaires qui en constituent les étapes, en s'adressant à une personne qui maitrise le maniement des instruments. Dans la rédaction (4), on ne préjuge pas que la personne possède ou maitrise ces connaissances, et on décompose le tracé en une succession de gestes qui en permettent la reproduction. Quelle formulation, quel langage sont attendus d'un élève de cycle 3 ? D'un enseignant qui intervient en classe de cycle 2 ou de cycle 3 ? D'un étudiant qui prépare le concours ? Ce qui est attendu au niveau du concours est-il congruent avec ce qui servira ensuite dans l'exercice du métier ?

Pour développer et creuser ces questions, nous allons nous appuyer sur des éléments théoriques relatifs au langage dans les disciplines scolaires (V.1) et au cadre d'analyse de l'action instrumentée (V.2).

1 La distinction entre langue et langage et le processus de secondarisation des discours

Tout d'abord, pour ce qui concerne le langage en général, nous nous appuyons sur les travaux de linguistes qui travaillent sur les pratiques langagières au sein des disciplines scolaires, notamment Jaubert et Rebière (Jaubert & Rebière, 2011, 2012 ; Rebière, 2011). Elles introduisent une distinction entre langue et langage. La langue désigne l'outil général, formel, indépendant de ses usages, qui est à la disposition de tout le monde, dont le vocabulaire et la syntaxe sont présentés dans les dictionnaires et les grammaires, et qui sert de support au langage. Le langage, quant à lui, désigne une activité et une pratique, un usage collectif de la langue par un groupe de locuteurs donnés, dans un type de contexte donné. Le langage comprend ainsi une dimension sociale : il intervient au sein d'une communauté de discours, dite « communauté discursive », et il est engagé dans des actions prenant en charge notamment des usages et des pratiques. Jaubert et Rebière (2012) conçoivent alors l'utilisation du langage comme un facteur central pour les disciplines scolaires : *« le langage s'avère (…) le lieu et l'outil privilégié des apprentissages »* (p. 5).

Comme le soulignent Barrier, Hache et Mathé (2014), la dimension du langage qui nous intéresse alors en géométrie est celle d'un langage engagé dans l'action, et notamment dans la résolution de problèmes : *« Il se passe des choses fondamentales, d'un point de vue cognitif, au sein des interactions langagières orales qui se développent autour de la résolution matérielle des activités des élèves en classe de géométrie. »* (p. 5). Ils ajoutent : *« Le langage, et en particulier le langage verbal, auquel nous attachons une attention particulière, est pour nous constitutif de l'activité géométrique des élèves, au même titre que leurs actions matérielles, plus classiquement analysées en didactique des mathématiques. »* (p. 15)

Pour analyser ce langage qui intervient de façon cognitive dans des interactions, Jaubert et Rebière (2012) s'intéressent alors, plus qu'à la maitrise des formes standardisées scolaires, aux déplacements et modifications qui se produisent dans le langage : *« toute reformulation, modification, entraine un déplacement de significations »* (p. 3). Ceci les conduit à introduire la notion de « secondarisation » : *« Ce qui importe (…), c'est le processus de transformation progressive du langage déjà là, sa mise en travail, ce que nous appelons la « secondarisation » des pratiques langagières. »* (Jaubert, 2007, p. 208). Comme le reprend Hache (2012) du côté de la didactique des mathématiques, *« le langage est outil de construction, de négociation et de transformation des significations »* (p. 3).

Pour pouvoir prendre en charge les transformations qui s'opèrent dans le langage, l'enseignant ne peut pas regarder seulement le langage finalisé visé, mais il doit prêter attention aux évolutions et modifications du langage effectivement employé dans les situations, pour les interpréter comme autant d'indices d'évolution d'un rapport au savoir, autrement dit d'un apprentissage. Ce sont alors les possibilités de choix de formulations et reformulations sur lesquelles nous souhaitons attirer l'attention des enseignants en formation, et que nous cherchons à mettre en évidence à partir des situations que nous proposons dans l'atelier.

Cependant, pour pouvoir être en mesure de repérer de telles évolutions dans le langage spontanément employé lors d'une activité mathématique, encore faut-il le laisser exister, sans commencer d'abord par trop le formater. Comment sensibiliser les enseignants à la présence et à l'évolution de ces différents langages ? Comment leur permettre de s'autoriser à laisser vivre en classe des pratiques langagières non conformes, non standard, non reconnues par l'Institution, qui n'ont pas vocation à être institutionnalisées et sont souvent contraires aux pratiques scolaires les plus courantes, voire parfois invalides ? Il nous semble qu'il y a là une question d'ordre à la fois mathématique et didactique qui a une grande importance pour la formation en mathématiques.

2 Le cadre d'analyse de l'action instrumentée

Pour analyser les places respectives que peuvent prendre, non seulement l'artefact, mais aussi le corps, les gestes, les tracés et les notions mathématiques dans le langage employé dans les situations de géométrie, nous nous appuyons également sur le cadre d'analyse de l'action instrumentée élaboré par

Petitfour (2015, 2017b), qu'elle a développé pour étudier et décrire les besoins d'élèves dyspraxiques en géométrie. Nous reprenons ici ces outils d'analyse pour formaliser les questions que nous nous posons sur la place du langage auprès d'élèves « ordinaires », dans des situations de genèse instrumentale des instruments de géométrie d'une part, et dans des situations de recherche et de résolution de problèmes d'autre part. Ceci nous conduira parfois à adapter certaines dénominations du cadre d'analyse pour mieux « coller » aux besoins particuliers qui sont les nôtres, ce que nous signalerons à chaque fois que nécessaire. Nous présentons d'abord les éléments de ce cadre d'analyse que nous retenons, puis la façon dont nous nous en servons pour éclairer les questions que nous nous posons.

Le premier élément que nous retenons est le suivant : le cadre théorique de l'action instrumentée conduit à distinguer différents types d'objets qui sont présents conjointement dans les situations de géométrie, ainsi que les relations qui existent entre eux. Les différents objets mis en relation sont les notions géométriques qui interviennent, les tracés qui les représentent, les manipulations des instruments qui permettent de réaliser ces tracés, et les gestes du corps à effectuer pour mettre en œuvre ces manipulations, le tout intervenant dans un contexte général qui nécessite une organisation d'ensemble. Petitfour (2015) définit alors l'action instrumentée comme l'*« action du sujet qui, dans son environnement, utilise des objets techniques, numériques ou matériels, pour produire des objets graphiques, porteurs de propriétés géométriques. »* (Memento et annexes, p. 3)

2.1 *Quatre types d'objets*

Le cadre d'analyse de l'action instrumentée distingue dans un premier temps quatre types d'*objets* :

- les *objets mathématiques* sont les concepts et notions géométriques qui interviennent. Ils sont de nature mentale ou abstraite.

- les *objets graphiques* sont les tracés matériels qui représentent des objets géométriques ou qui peuvent s'interpréter comme tels. Dans l'interprétation que nous en faisons, nous prenons en compte dans les objets graphiques non seulement les tracés, mais aussi les marques, repères, traits de construction, codages, etc. qui peuvent être produits, donc aussi reproduits, qu'ils conduisent ou non à une interprétation sémiotique.

- les *objets techniques* sont les artefacts mobilisés qui permettent de produire ces tracés. Ici, l'*objet technique* principal est naturellement le gabarit, mais nous intégrons également dans les objets techniques les autres artefacts qui interviennent et qu'il est possible de faire figurer dans le langage, notamment la feuille de papier, le crayon, la gomme, etc.

- enfin, le *corps du sujet* et les *gestes* qu'il faut effectuer pour manipuler les instruments afin de produire les tracés. Nous intégrons dans ce type d'objets ou de gestes corporels à la fois les gestes au sens propre, liés aux mains, mais aussi le regard, les positions du corps, etc.

Nous cherchons alors à analyser comment les objets géométriques, graphiques, techniques et les gestes sont conjointement pris en compte dans le langage qui accompagne une situation de recherche ou de genèse instrumentale.

2.2 *Différentes composantes d'analyse*

Le cadre d'analyse de l'action instrumentée distingue ensuite quatre *composantes* qui correspondent à des niveaux de relations entre les différents types d'objets.

- La *« composante sémiotique »* correspond aux relations entre les objets géométriques et les objets graphiques. Ceux-ci entrent en relation selon une double relation sémiotique d'interprétation/représentation, qui intervient selon deux directions : d'une part les objets graphiques servent à représenter graphiquement des objets géométriques ; d'autre part les objets géométriques permettent d'interpréter géométriquement des objets graphiques déjà tracés. C'est notamment au sein de cette composante que l'on peut situer la distinction entre « dessin » et « figure ». D'une façon plus générale, nous appellerons *« graphico-géométriques »* les relations qui existent entre objets graphiques et objets géométriques.

- La « *composante technico-figurale* » correspond aux relations entre les objets techniques et les objets graphiques. Cette relation est, elle aussi, duale : d'une part, les objets techniques permettent de réaliser les tracés effectifs des objets graphiques ; d'autre part, les objets graphiques résultent (a priori) d'un usage des objets techniques dont ils sont la trace. De fait, un objet graphique tracé peut s'interpréter comme étant la trace d'une utilisation (et, déjà, d'un positionnement) d'un objet technique. Une analyse instrumentée des tracés peut alors permettre de restituer les objets graphiques dont ils portent l'empreinte, notamment dans les cas où cette empreinte est partielle. Pour ne pas prendre position sur des questions de figuration, relatives à la dimension sémiotique, ni sur la distinction entre dessin et figure, nous appellerons simplement « *technico-graphiques* » les relations qui existent entre objets techniques (incluant la gomme) et objets graphiques (incluant des marques et repères).

- La « *composante manipulatoire* » correspond aux relations entre le corps du sujet et les objets techniques à manipuler, par le biais des gestes que l'on doit effectuer. En cohérence avec nos choix précédents, nous appellerons « *technico-gestuelles* » ces relations entre objets techniques et gestes.

- Enfin, la « *composante organisationnelle* » englobe l'ensemble des relations du sujet avec l'environnement spatial.

On peut alors résumer les quatre types d'objets et les quatre composantes que nous considérons par un schéma tel que le suivant :

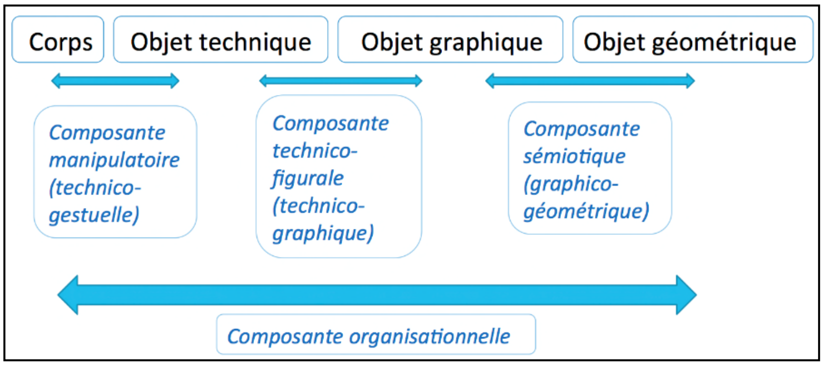


Figure 15: Objets et composantes de l'action instrumentée

2.3 *Visées et langages associés aux composantes*

Le cadre d'analyse de Petitfour (2015) associe ensuite des *visées,* qui sont des intentions d'action, puis des *langages,* à chacune de ces quatre composantes. La visée *sémiotique* (graphico-géométrique) correspond à l'« *intention de représenter graphiquement un objet géométrique* » (Mémento et annexes, p. 5). La *visée technico-figurale* (technico-graphique) correspond au « *projet d'utiliser un ou des objets techniques pour produire un objet graphique* ». La *visée manipulatoire* (technico-gestuelle) correspond à l'« *intention motrice de manipuler les objets techniques avec dextérité pour produire un objet graphique* ». Enfin la visée organisationnelle correspond à la « *conception de l'organisation des actions du sujet* » (Mémento et annexes, p. 5).

À chacune de ces visées sont ensuite associés différents types de *langage*s. Sont ainsi distingués des *langages à visée sémiotique*, des *langages à visée technico-figurale*, des *langages à visée manipulatoire* et des *langages à visée organisationnelle* (Mémento et annexes, pp. 10-11).

2.4 *Ce que nous retenons pour nos questions et pour nos analyses*

Nous retenons de ce cadre d'analyse les éléments suivants. Le sujet en géométrie est placé dans un environnement, dans lequel il est conduit à mener des actions. Ces actions sont réalisées en mobilisant des instruments reposants sur des artefacts techniques dont il faut connaitre et maitriser le maniement. Les actions réalisées avec ou sur les instruments visent à produire des tracés graphiques. Les tracés produits peuvent, dans une double relation sémiotique, viser à représenter des objets géométriques ou être interprétés comme porteurs d'une signification géométrique. Ces différents niveaux interagissent de façon complexe et nécessitent pour être mis en œuvre d'être pris en charge au niveau global par une organisation, tout à la fois mentale, chronologique et temporelle, mais aussi pratique, gestuelle et matérielle.

Nous proposons alors d'utiliser ces différents éléments pour analyser les discours tenus et les langages utilisés en particulier dans des situations de genèse instrumentale des instruments de géométrie. En effet, ces situations permettent de découvrir tout à la fois les notions géométriques visées, les tracés qui les représentent, le maniement des instruments à utiliser, les gestes corporels à effectuer, ainsi que le langage qui permet d'en parler. Nous formulons alors l'hypothèse que les connaissances liées à ces gestes, aux objets techniques, aux tracés graphiques et aux concepts géométriques vont se co-construire simultanément par le biais des situations travaillées, en interaction constante avec le langage.

3 Exploitation de ces éléments théoriques pour analyser les échanges oraux de l'atelier

Les situations travaillées dans l'atelier ont conduit de fait les participants à créer une communauté discursive autour du gabarit de rectangle. Cet instrument étant non habituel, les participants ont dû recourir à des formulations spontanées, partagées d'abord au sein des groupes, puis de l'atelier. Les transcriptions dont nous disposons sont bien entendu trop limitées pour pouvoir aller jusqu'à mettre en évidence de façon précise des « langages » au sens de Jaubert et Rebière, mais nous pouvons au moins analyser ces transcriptions pour regarder « de quoi on parle » et « comment on le fait » pour communiquer, entre des indications qui portent sur les mathématiques, les tracés, l'artefact ou les gestes corporels. De fait, on observe que la situation de genèse instrumentale en cours, associée à la situation de recherche, a conduit les participants à mobiliser dans leurs échanges des types variés de formulations qui ne relèvent pas toutes du seul langage mathématique. Selon les cas, nous avons repéré des choix de formulations qui peuvent porter sur un seul type d'objet (géométrique, graphique, technique ou gestuel) ou qui mettent en relation au contraire deux (voire parfois plus) de ces types d'objets. Enfin, compte-tenu de ce que nous avons rappelé ci-dessus sur le langage (cf. V.1), un enjeu important serait de pouvoir analyser comment ces choix de formulations évoluent en fonction de l'avancée de l'appropriation du gabarit comme instrument, mais les enregistrements que nous avons relevés, centrés sur un seul moment de l'atelier, ne nous le permettent pas.

VI - APPORTS DE L'ATELIER

Nous présentons ici les apports de l'atelier et, plus particulièrement, les éléments qui nous semblent intéressants à exploiter en formation à partir des situations proposées. Ce qui suit s'appuie à la fois sur les commentaires émis par les participants pendant les moments d'échange et de mise en commun, sur les observations que nous avons pu relever nous-mêmes pendant les phases de travail au cours l'atelier, et sur les analyses que nous avons effectuées ensuite des transcriptions des dictées qui ont été enregistrées.

1 Apports concernant la situation des problèmes de construction *(premier temps)*

Après une trentaine de minutes consacrées à la découverte de la situation, puis un moment d'échanges informels au sein des groupes, le premier temps portant sur les problèmes de construction s'est achevé par une discussion collective en réponse aux trois questions suivantes :

1. *Que feriez-vous de cette situation en formation ?*
2. *Que feriez-vous de cette situation dans des classes ?*
3. *Qu'est-ce que cette situation fait travailler par rapport au langage ?*

1.1 L'observation du vécu par les participants de la situation

Signalons d'abord que nous avons retrouvé chez les participants de l'atelier le même enthousiasme devant cette situation que lors de nos expérimentations précédentes, que ce soit celle du colloque COPIRELEM de 2015, dans des formations d'enseignants ou auprès d'étudiants. En effet, l'utilisation du gabarit de rectangle en carton pour réaliser des constructions présente un défi qui se révèle à chaque fois très stimulant et permet ainsi d'enrôler fortement les participants de ces différents publics dans la recherche.

Pour chaque construction, des démarches très diverses ont été proposées. On peut cependant ajouter que, comme nous l'avions déjà observé en 2015, dans les formations ou auprès d'étudiants, celles-ci ne s'accompagnent que très rarement de traces écrites, que ce soit des commentaires d'ordre théorique ou des références permettant de retrouver facilement les étapes de la construction. Si, au sein de l'atelier, les participants ont su retenir les propriétés théoriques convoquées *(justifications)*, les gestes de maniement de l'instrument qui permettaient de les traduire sur la figure *(manipulations)* et l'ordre chronologique précis qu'ils avaient adopté *(déconstruction chronologique)*, il n'en va pas toujours de même pour tous les publics et l'absence de traces écrites peut parfois rendre plus difficile l'expression des démarches suivies.

Toutefois, notre expérience nous a montré que si, pour faciliter la mémorisation, on demande des rédactions de textes, le langage employé a tendance à se rapprocher de celui attendu dans les programmes de construction et à s'éloigner des formulations orales spontanées que nous cherchons à mettre en évidence. La proposition des dictées orales, assortie de leur enregistrement pour réécoute, peut être reprise en formation pour faire apparaitre les formulations que nous cherchons à étudier ici.

1.2 Usages et exploitations possibles de la première situation en formation

En réponse à la première question, tout le monde s'est accordé sur l'intérêt d'utiliser la situation des constructions en formation initiale ou continue et ce, pour différentes raisons, qui rejoignent nos analyses de la partie IV. Parmi celles qui ont été soulignées, on peut citer le fait que cette activité repose sur une situation attractive parce qu'originale et riche, et qui a l'avantage de présenter une situation de résolution de problème dans un contexte non numérique. En formation initiale, elle conduit les étudiants à considérer les propriétés théoriques du rectangle pour envisager différents usages que l'on peut faire du gabarit comme instrument. Le choix d'un artefact qui ne permet pas, par nature, de produire des tracés très précis ni très fiables a aussi été signalé. Ce choix écarte de fait radicalement l'enjeu de la précision des tracés, dont le caractère central pour les enseignants peut faire obstacle à leur perception ou à leur prise en compte d'autres questions (cf. II.1). Enfin, comme plusieurs participants l'ont souligné, l'utilisation d'un instrument non conventionnel permet effectivement de recréer pour des adultes une situation de genèse instrumentale. Elle permet alors d'interroger en formation à la fois l'utilisation des instruments de géométrie, les difficultés liées à leur appropriation et les propriétés géométriques qui justifient les emplois de l'instrument. Les participants ont ainsi jugé intéressant de reprendre cette situation en formation dans une stratégie de transposition, pour amener les étudiants ou enseignants à percevoir des difficultés que peuvent rencontrer des élèves face des instruments nouveaux pour eux comme la règle, l'équerre ou le compas, alors que pour des adultes l'usage de ces instruments est devenu complètement transparent et naturalisé.

Enfin, la communication sur les constructions a très vite posé, au sein des groupes, la question abordée dans la suite de l'atelier : quelles formulations employer pour décrire ce que l'on propose et pour se faire comprendre, quand on n'a pas encore acquis une maitrise complète des manipulations de l'instrument ni de ses propriétés ? Suffit-il de recourir au langage géométrique décrivant les objets mathématiques sous-jacents, en mettant de côté les manipulations de l'artefact ou les gestes à effectuer ? Faut-il au contraire parler des gestes, d'éléments liés à l'artefact qu'on utilise ou d'éléments particuliers des tracés pour faire reproduire matériellement des constructions que l'on propose, quitte à s'éloigner de formulations mathématiques ?

1.3 Usages et exploitations possibles en classe de la situation des constructions

À la deuxième question, qui portait sur les utilisations possibles en classe de la première situation, les participants ont estimé que cette activité présente un intérêt en cycles 3 et 4, en soulignant que la diversité des procédures possibles sera plus grande en cycle 4 car les connaissances des élèves sont plus nombreuses. À ces niveaux scolaires, la situation présente l'intérêt de mettre l'accent sur l'utilisation des propriétés et non sur la qualité des tracés. En effet, la validation par un calque étant essentiellement impossible, elle ne peut passer que par des arguments théoriques ou instrumentés, ce qui permet d'accompagner un passage de la géométrie I à la géométrie II. Un tel changement de contrat didactique, rendu nécessaire par les limites de l'artefact, peut se révéler intéressant et motivant pour les élèves, en particulier pour ceux qui sont par ailleurs un peu malhabiles avec les instruments. Enfin, la diversité des procédures possibles, même dès le cycle 3, amène en classe une situation de résolution de problème qui est très loin de posséder une unique solution, ce qui est aussi en soi intéressant. Les participants ont cependant mentionné une difficulté que ce dernier point peut soulever du côté des enseignants, notamment débutants. Face à la variété des procédures que les élèves peuvent proposer, et l'impossibilité de les valider au moins partiellement par calque, il revient à l'enseignant de pouvoir valider ou invalider chaque proposition sur la base d'un argument théorique, qu'il doit élaborer pour lui-même en temps réel, ce qui demande de fait un certain recul mathématique.

1.4 Les questions liées au langage

Même pour le public expérimenté de l'atelier, la recherche en groupes ainsi que l'aspect inédit de la situation ont amené les participants à échanger très rapidement entre eux sur les constructions qu'ils proposaient, notamment pour en questionner ou confirmer la validité. Nous avons pu observer que cela les a conduits à élaborer un premier langage commun au sein des groupes pour se comprendre et pour échanger sur la situation, que l'on pourrait qualifier de « premier langage d'action », notamment pour décrire les gestes qu'ils effectuaient et les procédures qu'ils proposaient. La question formelle du « vocabulaire correct » à employer s'est alors retrouvée déplacée, dès lors, vers celle plus générale d'un langage qu'il faut élaborer et mutualiser, pour déterminer « quoi dire » et « comment en parler ». Pendant la mise en commun qui a suivi, nous avons pu observer qu'à ce premier stade de l'atelier certains participants n'avaient pas encore pris conscience du fait qu'ils avaient parfois eux-mêmes recouru à des formulations qui ne relevaient pas du langage mathématique pour communiquer dans cette phase de recherche. Une personne a par exemple posé la question suivante : *« Nous, nous avons spontanément utilisé le vocabulaire de géométrie juste, mais est-ce que des étudiants auraient su faire pareil ? »*. Or notre écoute active de leurs échanges pendant le travail nous a permis d'observer que, contrairement à cette représentation, le « vocabulaire juste » n'a été le seul utilisé. Les participants l'avaient certes spontanément utilisé fréquemment, mais pas constamment, et ils n'avaient pas utilisé que ce langage. Les échanges menés dans cette phase n'ont pas été enregistrés de façon systématique, mais nous avons pu noter quelques phrases échangées au sein des groupes, qui nous semblent s'écarter des formulations de géométrie entièrement standards et correctes *(cf. annexe 4)*. Cela rejoint des observations déjà relevées dans l'atelier de 2015 (Ginouillac) où, par exemple, une personne avait signalé le réemploi d'une procédure qui était devenue à ce moment-là un schème partagé au sein du groupe sous la forme orale suivante (accompagnée d'un geste) : *« et là tu fais tchouck-tchouck ! »* Il nous semble qu'il y a là une chose qui se passe en partie « à l'insu » de nos propres conceptions, y compris pour nous-mêmes, formateurs et mathématiciens, et que seul un travail spécifique permet de la mettre en évidence ; et il en va sans doute de même pour les PÉ dans leurs propres classes. C'était précisément l'enjeu du deuxième temps de l'atelier que de faire apparaitre de telles formulations pour mieux permettre de les observer.

2 Apports concernant les situations d'analyse et de « dictée de reproduction » *(deuxième temps)*

Le deuxième temps de l'atelier a permis de mettre en évidence les difficultés que les questions de formulation soulèvent ainsi que la variété des ressources que les participants mobilisaient dans leurs échanges spontanés, alors qu'ils pouvaient penser n'avoir recours a priori qu'à des expressions proches du langage géométrique. La phase de dictée leur a ainsi permis de repérer, après coup, que cette variété de formulation était déjà présente dans la situation de recherche qui avait précédé. La discussion et la mise en commun qui ont suivi ont permis de mettre en évidence l'utilité et le recours inévitable à d'autres langages que celui des programmes de construction pour parler des actions et des concepts engagés dans les phases de genèse instrumentale (appropriation d'un instrument) comme dans les phases de recherche (appropriation d'une solution). De ces remarques découle une question pour la formation qui reste pour le moment sans réponse : que proposer aux enseignants qui ont à enseigner l'usage de la règle, du compas et de l'équerre à leurs élèves et qui se retrouvent peu ou prou comme les participants avec le gabarit de rectangle en carton, dans des situations où le langage formel se retrouve inaccessible et/ou inopérant ?

Dans les situations de classe, la question se posera certainement et on ne peut pas se contenter de proposer seulement aux enseignants des stratégies de monstration qui se limiteraient à dire aux élèves : « *Regardez, je vous montre* » ou « *vous faites comme ça* ». Une première proposition que nous pouvons formuler à l'issue de cet atelier serait de ne pas travailler en formation les questions de langage en géométrie par le seul biais des programmes de constructions, mais également de faire travailler les PÉ sur des formulations qui leur permettent aussi de parler avec précision des manipulations de l'instrument, des gestes du corps à effectuer ou des propriétés matérielles des tracés.

2.1 La préparation des dictées et la nécessité d'une analyse instrumentée des figures

Il était demandé aux binômes de se concerter pour choisir, parmi les six figures de leur feuille, celle dont ils allaient dicter la construction. Des discussions ont donc été engagées au sein des binômes. Nous avons vu les participants réaliser alors des analyses instrumentées des figures à l'aide du gabarit, afin de reconstituer des procédés de construction possibles pour chacune d'elles. Pour savoir si tel ou tel élément identifié visuellement sur un dessin provient effectivement de telle ou telle construction à l'aide du gabarit, il est nécessaire de le superposer directement aux tracés graphiques pour identifier les propriétés qui ont pu être utilisées. Le fait que le gabarit soit un instrument nouveau, dont on ne maitrise pas encore tous les aspects, limite de fait la portée des analyses perceptives et visuelles, ce qui renforce le besoin de réaliser des analyses instrumentées avec (une copie de) l'instrument qui a servi à produire les figures. Ceci constitue à nos yeux un intérêt majeur de cette situation d'analyse de figures produites à l'aide du gabarit.

La nécessité de cette analyse instrumentée préalable n'était à dessein pas explicitée dans la consigne. Comme des participants l'ont souligné, « *même si ce n'était pas indiqué, il fallait comprendre qu'il y avait d'abord besoin d'analyser la figure pour pouvoir la reproduire* ». Les participants ont jugé que ce point était intéressant, soulignant que dans les classes « *les élèves apprennent très peu à analyser et à décomposer des figures complexes* ».

Ajoutons que la première approche pour cette analyse et cette déconstruction ne passe pas par du langage mais par une manipulation matérielle de l'instrument : en l'occurrence, superposer le gabarit au dessin de différentes façons pour rechercher des coïncidences de taille ou de forme et reconstituer un procédé de construction. Le langage intervient dans un second temps, pour se mettre d'accord au sein du binôme à la fois sur la figure à retenir et sur un procédé qui permet effectivement de la reproduire. Cette phase a alors conduit les binômes à produire des formulations pour expliciter les procédures de construction qu'ils identifiaient, et qui n'étaient pas forcément celles qu'ils auraient eux-mêmes spontanément mobilisées. Ces formulations combinaient des éléments liés aux tracés et à l'instrument (du côté de l'analyse instrumentée et de la prise d'information) et d'autres liés aux propriétés mathématiques (du côté du procédé de construction et de sa validation), tout en s'appuyant sur des expressions non encore standardisées à ce moment de l'atelier.

En revanche, lors de la mise en commun qui a clôturé cette activité, la restitution des éléments identifiés a été principalement formulée en langage mathématique : « *il fallait commencer par tracer les médiatrices* », « *il fallait prolonger la longueur du rectangle et reporter sa largeur* ». Les modalités d'utilisation du gabarit qui permettaient ces tracés, et les éléments d'analyse instrumentée qui avaient été mobilisés, n'étaient plus évoqués à ce moment de l'atelier ; ce qui n'a rien d'étonnant, puisque le travail effectué avait permis aux participants de s'approprier la situation. On peut ajouter d'ailleurs que les productions langagières que nous avons enregistrées, qui sont celles des dictées qui ont suivi la première phase d'appropriation, correspondent sans doute déjà à des reformulations et des remises en forme plus élaborées des tout premiers échanges au sein des binômes, qui du coup échappent à nos analyses.

2.2 Les retours de l'atelier sur les dictées

Notre restitution des retours de l'atelier sur les dictées s'appuie notamment sur les transcriptions des dictées de l'atelier, que nous présentons en annexes 4 et 5 (*dictées 1 à 6*).

Ce qui est attendu d'une dictée

Dans la mise en commun, des groupes ont interrogé les exigences attendues pour les dictées et les critères que l'on peut proposer pour les évaluer. Jusqu'à quel point la figure produite doit-elle être « identique » au modèle ? Faut-il respecter la chronologie et toutes les propriétés géométriques présentes sur le modèle ? Comme l'a exprimé un groupe : *« Faut-il que les figures soient exactement superposables ? Quels sont les attendus ? Quelles sont les exigences ? »*. Cette question s'est posée notamment pour la dictée dont nous présentons la transcription en annexe 3 *(dictée 1)*. Le texte propose une procédure qui aboutit effectivement au résultat voulu (partager le rectangle en deux) mais sans reprendre toutes les propriétés géométriques du modèle. La construction obtenue est alors mathématiquement correcte, mais n'est pas superposable à la figure initiale. Cette différence a conduit à une discussion au sein du groupe, puis à des réflexions sur les enjeux visés. Est-ce qu'il importe d'obtenir exactement la même figure en tous points que celle qui est présentée ? Ou est-ce que la description d'une procédure qui lui corresponde encore, et qui conduit également à une réussite, mais sans reprendre toutes les particularités de la figure présentée est suffisante ? Les deux sont évidemment possibles et il y a là un choix de contrat didactique à faire, sur lequel l'atelier n'a pas tranché.

La position prototypique des figures et l'utilisation de vocabulaire de position spatiale

Des participants ont souligné que la présence du contour du gabarit dessiné au centre de la feuille en position prototypique, ainsi que le fait que toutes les constructions étaient également présentées à partir de cette même position, avait grandement facilité l'appropriation visuelle de chacune d'elles (*« on savait d'où on devait partir »*), ainsi que le travail de dictée, en permettant le recours à du vocabulaire de position spatiale (*« en haut »*, *« en bas »*, *« à droite »*, etc.). Il y a là une variable didactique que l'on peut exploiter pour adapter cette situation. L'écoute des enregistrements montre qu'en cas de difficultés, les personnes qui dictaient se sont fréquemment rabattues sur des indications de positions spatiales, comme en dernier recours. Dans la mise en commun, les binômes ont indiqué avoir cherché à éviter autant que possible ce recours à du vocabulaire de position, sans avoir toujours réussi à y parvenir (*« Nous on a été obligés d'utiliser du vocabulaire de position ». « Nous on se l'est interdit ».).*

La déconstruction dimensionnelle et les perceptions 2D ou 1D

En comparant les deux figures A1 et B1 (cf. annexe 2), certains binômes ont pu retrouver les éléments présentés par Duval et Godin (2005) sur la déconstruction dimensionnelle. En effet, elles correspondent au même procédé de construction, mais diffèrent dans leur présentation graphique. Dans la figure A1, on retrouve les tracés de construction qui correspondent au contour entier du gabarit (tracés 2D), tandis que dans la figure B1 on ne voit que certains de ses côtés (tracés 1D). Les participants ont souligné que les positionnements du gabarit, et donc l'identification du procédé de construction, étaient plus faciles à percevoir et à restituer dans le premier cas que dans le second. De plus, la dictée est également plus facile à formuler. En effet, pour indiquer les mêmes tracés que ceux du modèle, il suffit d'évoquer alors des positionnements globaux du gabarit, tandis que l'autre construction demande d'indiquer également certaines de ses parties. Il y a là une variable didactique que l'on peut choisir d'exploiter pour faire varier un niveau de difficulté à partir d'une même construction.

Désigner ou non les points par des lettres

Aucune indication n'avait été donnée, à dessein, sur le fait de désigner ou non les points par des lettres dans la formulation des dictées. Sur les six binômes, deux ont choisi d'y recourir *(dictées 4 et 6)* et les quatre autres ne l'ont pas fait. Ces deux binômes ont échangé leurs dictées avec des binômes qui avaient fait le choix inverse, ce qui a conduit à des discussions au sein des groupes puis dans l'atelier. Tous les binômes ont confirmé s'être posé la question, certains choisissant de s'interdire l'utilisation de lettres pour rester au plus près de ce que des élèves pourraient faire en classe et pour se confronter à la même difficulté que celle des PÉ dans leur enseignement. Ils ont alors cherché des façons de contourner la difficulté (*« au sommet situé dans le même demi-rectangle »*), parfois en recourant à du vocabulaire de position spatial. D'autres binômes ont indiqué avoir eu recours aux lettres parce qu'ils n'avaient pas vu comment ils pouvaient s'en sortir autrement. Pour autant, le fait de nommer les points n'a cependant pas toujours permis d'éviter le recours à des indications de repères de positions : *« Tracer la perpendiculaire à (EF) passant par E vers l'extérieur du rectangle. Vers l'extérieur du rectangle… L'extérieur ! J'insiste ! » ; « Placer le point E en reportant la largeur du rectangle à partir de A sur le segment [AB] »*, ni à éliminer tous les implicites : *« Placer G en reportant la largeur du rectangle sur le segment que vous venez de tracer. » (dictée 4).*

Les rétroactions et reformulations

Des participants ont souligné l'effet important des rétroactions (dans les deux sens : contrôle visuel de la part des personnes qui dictaient et questionnements de la part des personnes qui dessinaient), qui conduisaient à des reformulations en retour. Des groupes se sont d'ailleurs interrogés pendant la dictée sur la légitimité d'utiliser ou non de telles rétroactions : *« - Tu as le droit de répondre, si on te pose une question, ou pas ? - Oui, bien sûr ! C'est des variables didactiques ! »*. Les réajustements produits en réponse suivent alors une certaine forme de pragmatisme : lorsqu'un type de formulation produit une incompréhension ou un effet différent de l'effet escompté, on en change. Comme l'a dit une personne dans la mise en commun : *« Je l'ai dit d'une certaine façon, mais ça ne réagissait pas, et du coup j'ai essayé de le dire autrement. Il faut vraiment, quand on est sur l'écrit, se mettre à la place de l'autre, alors que sur l'oral, il y a l'autre qui réagit. Et même un silence suffit à exprimer quelque chose. »*. On peut ajouter que ces reformulations s'accompagnent le plus souvent d'un changement de visée. Par exemple, si une formulation mathématique n'est pas comprise, la reformulation peut indiquer une manipulation de l'artefact ou un geste à mobiliser. Si à l'inverse la description d'une manipulation n'est pas claire, l'indication de ce qui est visé au niveau mathématique peut être ajoutée. Un autre groupe a indiqué : *« Ce que je trouve intéressant, c'est que ce sont de classiques activités d'émission-réception, mais en direct. Donc on voit les autres faire, et on peut ajuster le discours en direct. »* Tous les groupes ont d'ailleurs repéré, dans leurs propres dictées, la présence importante des mots de validation (*« Voilà », « Non », « De l'autre côté »*) ainsi que celle des silences sous-entendant une approbation. On peut souligner pour finir que la validation dont il est question ici relève d'un ordre essentiellement gestuel et graphique : il s'agit de la validation d'un tracé effectué ou d'un geste de positionnement du gabarit préalable à un tracé, donc au fond de la compréhension du message et de la réussite de la situation de communication, mais pas de la validation mathématique de la construction effectuée, qui à ce moment-là n'était pas interrogée.

La validation mathématique

En effet, il est intéressant de noter qu'au cours des phases d'échanges de dictée, la validation mathématique des démarches proposées n'a jamais été interrogée. En revanche, en situation de classe ou de formation initiale ou continue, une telle question mériterait surement d'être soulevée. En effet, si la question n'est pas posée, les élèves ou les étudiants peuvent se retrouver dans une situation de copie graphique sans comprendre les justifications sous-jacentes. On ne serait alors plus dans une situation d'apprentissage en géométrie, mais dans une situation de communication sur un objet graphique de nature quelconque, ce qui n'est pas ici l'objectif visé.

La prise en compte de la genèse instrumentale dans la situation de communication

Au cours de cette étape, les participants ont constaté à quel point il était difficile de parler du maniement d'un instrument inhabituel quand, d'une part, on ne le maitrise pas entièrement soi-même, et que d'autre part on ignore également le degré de maitrise qu'en possède la personne à qui l'on s'adresse. Il nous semble que cette difficulté peut faire écho à celle que rencontrent les enseignants du premier degré quand ils enseignent le maniement de la règle, de l'équerre ou du compas à des élèves qui ne partagent pas le degré de maitrise très naturalisé qu'ils ont eux-mêmes de l'instrument. Par ailleurs, les transcriptions montrent qu'il est très difficile d'utiliser, en dictée, un langage formel pour décrire le maniement d'un instrument dont l'usage n'a pas été institutionnalisé. Dans le doute, il faut trouver dans l'échange un mode de communication qui soit à la fois explicite et clair pour la personne qui trace, et qui reste cohérent avec le projet d'action de la personne qui dicte. Loin d'être ici une limite de la situation, la présence des rétroactions directes constitue alors un levier important pour permettre la construction partagée d'un langage commun dans le cours de l'échange et dans la situation.

Le choix des formulations en fonction de l'intention de la personne qui dicte et des visées

Si on analyse la situation de dictée à la lumière du cadre théorique de l'action instrumentée tel que nous l'avons présenté dans la partie V, on voit qu'elle prend en charge simultanément des enjeux qui relèvent de différentes visées. Il s'agit de faire produire à une autre personne une manipulation physique du gabarit (visée technico-gestuelle) et des autres artefacts (papier, crayon) afin de produire un tracé graphique (visée technico-graphique) qui doit être jugé géométriquement pertinent pour la procédure de construction envisagée par la personne qui dicte (visée graphico-géométrique). Celle-ci peut alors choisir de s'exprimer de différentes façons, selon qu'elle met l'accent plus particulièrement sur telle ou telle de ces visées, qui sont mises en œuvre de façon conjointe. La personne qui dicte peut, par exemple, choisir d'indiquer des tracés à produire en relation avec les objets géométriques qu'ils représentent dans la composante graphico-géométrique en faisant, dans ce cas, l'hypothèse que les gestes à effectuer pour y arriver seront clairs pour la personne qui doit tracer. Elle peut aussi le faire en décrivant des gestes du corps et des manipulations de l'instrument à effectuer pour produire ces tracés en se plaçant alors dans la composante graphico-gestuelle et en s'éloignant de la signification géométrique des tracés. Elle peut également changer de choix ou de visée selon les cas, en fonction de ce qui lui semble plus facile à dicter. Ce changement peut également être produit en réponse à une rétroaction qui conduit à un besoin de reformulation (constat visuel d'un tracé inadéquat, incompréhension perçue ou manifestée, question explicite de la personne qui trace, etc.)

3 Des éléments en conclusion sur le langage

Bien entendu, le premier temps de l'atelier était trop court pour avoir permis une genèse instrumentale complète de l'artefact « gabarit de rectangle » et aboutir à la production de schèmes d'utilisation solidement partagés, et le deuxième temps était également trop court pour pouvoir être également conclusif. L'enjeu que nous visions était, d'une part, de faire produire des formulations qui accompagnent ou décrivent la manipulation du gabarit (dans les deux temps) et, d'autre part, de permettre une prise de conscience des écarts entre ces formulations et celles du langage géométrique formel (dans le deuxième temps). Par ailleurs, un point intéressant serait de pouvoir mettre en évidence une évolution des formulations au cours du temps, mais enregistrer les échanges à un seul moment ne saurait être suffisant. Néanmoins, l'écoute des participants à des moments différents de l'atelier (sans avoir d'enregistrement pour en témoigner) nous semble indiquer qu'une même personne pouvait changer de langage et, *in fine,* témoigner ainsi d'une évolution et une progression dans l'appropriation de la situation. Nous formulons l'hypothèse que ces évolutions dans les choix de langage peuvent servir d'indicateurs de la progression dans la maitrise de l'instrument (genèse instrumentale) ou dans la résolution d'un problème (phases de recherche du problème).

VII - CONCLUSION ET QUESTIONS

Les situations présentées et travaillées dans l'atelier (constructions au gabarit de rectangle, analyses instrumentées de constructions, dictées de reproduction) nous semblent intéressantes à reprendre en formation pour de nombreuses raisons : ce sont des situations de géométrie non usuelles, qui présentent des situations-problèmes dans un cadre non-numérique, il s'agit de problèmes qui possèdent de nombreuses solutions, et elles possèdent un fort niveau d'enrôlement. Outre l'aspect « atypique » des questions posées, un des leviers de cet enrôlement réside sans doute dans le défi de faire produire, grâce à un gabarit caractérisé par une forme donnée, d'autres formes que la sienne, augmenté du défi d'en produire le plus possible. Un autre levier d'enrôlement réside certainement aussi dans le faible degré technique et la pauvreté intrinsèque du matériel employé, qui contraste avec la richesse des figures qu'il est possible de tracer. Un dernier levier réside enfin dans les limites effectives de l'instrument qui possède une taille définie et souvent plus petite que les segments que l'on doit tracer. Les étudiants à qui cette situation a été proposée, comme les participants de l'atelier, ont reconnu qu'elle fait immédiatement sortir à coup sûr du triptyque formel centré sur la précision des tracés, la manipulation correcte de l'instrument et la correction du vocabulaire. Ici, à l'inverse, on doit s'emparer d'un instrument qu'on ne sait pas manipuler correctement, qui ne produit, même avec soin, que des tracés imprécis, et pour lequel il n'existe pas de vocabulaire mathématique standard qui permette d'en parler. Le défi révèle des questions qui émergent très vite : des questions liées à la construction (« *Comment faire ?* ») ; des questions liées à la justification et la validation (« *Ce qu'on a fait est-il correct ? Comment le justifier ? Quels sont les critères qui permettent de savoir qu'une construction est correcte ?* ») ; et enfin des questions liées au langage (« *Comment s'exprimer et communiquer ses idées ?* »).

Le travail mené dans l'atelier montre qu'au cours de l'apprentissage du maniement d'un instrument, ou dans toute activité de recherche, avant l'expression en langage mathématique formel, émergent des expressions liées aux tracés à produire, aux gestes à effectuer, et qui font référence aux composantes technico-graphique et technico-gestuelle du cadre d'analyse que nous avons choisi d'employer. Ces expressions possèdent une reconnaissance transitoire dans la communauté discursive du groupe qui cherche ou de la classe, sans aller jusqu'à être ensuite institutionnalisées. Elles correspondent à un langage qui possède une validité sociale à un moment du travail et qui diffère du langage géométrique. Pour reprendre la question que nous posons en titre, dans ce langage il y a une place pour les formulations qui parlent de l'artefact. L'enseignant a alors la lourde responsabilité d'identifier ces expressions, de les laisser vivre au moins un « certain temps », pour permettre aux élèves de s'approprier à leur façon des schèmes d'utilisation des instruments, avant que le langage formel ne soit institutionnalisé.

Les situations travaillées dans le cadre de l'atelier ont permis aux participants de découvrir et de s'approprier un nouvel instrument, tout en commençant à construire le langage qui l'accompagne. Ils en ont apprécié l'intérêt pour aborder en formation initiale ou continue des questions liées à l'introduction des instruments de géométrie dans les classes. La situation de dictée a permis aux participants de constater que le langage oral utilisé dans les communications dans un contexte d'utilisation d'un nouvel instrument peut être relativement éloigné du langage formel prescrit pour les programmes de construction, y compris pour des mathématiciens experts. Les choix de formulation mobilisés par la personne qui dicte doivent être reconnus, appréciés pour leur efficacité, tout en pouvant avoir une durée de vie limitée dans la classe, et il nous semble que les enseignants débutants ou chevronnés devraient être avertis de cette réalité. Pour aller plus loin, d'autres expériences et d'autres recherches restent à mener pour augmenter nos connaissances concernant le langage oral en situation de recherche ou de découverte, notamment par comparaison avec celui mobilisé dans les programmes de construction.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Barrier, T., Hache, C. et Mathé A.-C. (2014). Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves, *Grand N*, *93*, 13-37.

Bulf, C. et Mathé, A.-C. (2017). Agir-parler-penser en géométrie. Un point de vue sémiotique sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire, *Actes du 44e Colloque COPIRELEM*, Épinal.

Celi, V. et Jore, F. (2014). Les constructions à la règle à bords parallèles en formation initiale des professeurs des écoles. Pourquoi ? Comment ? *Actes du 41e Colloque COPIRELEM*, Mont-de-Marsan.

Celi, V. (2013). Que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ? *Actes du 40e Colloque COPIRELEM*, Nantes.

Duval, R. et Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, *76*, 7-27.

Ginouillac, S. (2015). Élaboration d'une ressource pour la formation en géométrie : les constructions à l'aide du gabarit de rectangle, *Actes du 42e Colloque COPIRELEM*, Besançon.

Hache, C. (2012). Langage mathématique à la transition primaire-collège, *Actes du 39e Colloque COPIRELEM*, Quimper.

Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*, Note pour l'habilitation à diriger des recherches, Université Paris Diderot, Paris. Repéré à : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00957166/document

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de didactique et de sciences cognitives, 11*, 175-193.

Jaubert, M. (2007). *Langage et construction de connaissances à l'école, un exemple en sciences.* Bordeaux : PUB.

Jaubert, M. et Rebière M. (2011). Positions énonciatives pour apprendre dans les différentes disciplines scolaires : une question pour la didactique du français ? *Pratique linguistique, littérature, didactique*, *149-150,* 112-128, OPENEDITION JOURNALS, repéré à https://journals.openedition.org/pratiques/1718

Jaubert, M. et Rebière, M. (2012). Communautés discursives disciplinaires scolaires et construction de savoirs : l'hypothèse énonciative, *forumlecture.ch, plate-forme internet sur la littératie*, repéré à http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf

Kuzniak, A. (2003). *Paradigmes et espaces de travail géométriques*, Note pour l'habilitation à diriger des recherches, Université Paris Diderot, Paris. Repéré à : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01256036/document

MÉNESR (2018). (Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche) Espace et géométrie au cycle 3. Les programmes de construction, *Ressources d'accompagnement des nouveaux programmes de l'école et du collège, Cycle 3–Cycle de consolidation*, repéré à http://eduscol.education.fr/cid101461/ressources-maths-cycle-3.html

Offre, B., Perrin-Glorian, M.-J. et Verbaere, O. (2007). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, *Grand N*, *77*, 7-34.

Parzysz, B. (1988). Voir et savoir. La représentation du "perçu" et du "su" dans les dessins de la géométrie de l'espace, *Bulletin Vert de l'APMEP, 364,* 339-350.

Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C. et Leclercq, R. (2013). Comment penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM*, *90*, 7-41.

Petitfour, É. (2015). *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème*, Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, Paris. Repéré à : https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01228248

Petitfour, É. (2017a). Enseignement de la géométrie en fin de cycle 3. Proposition pour un dispositif de travail en dyade, *Petit x, 103,* 5-31.

Petitfour É. (2017b) Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude des difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie, *Recherches en didactique des mathématiques, 37, N° 2-3,* 247-288.

Rabardel, P. (1995a). *Les hommes et les technologies ; approche cognitive des instruments contemporains*, Paris : Armand Colin.

Rabardel, P. (1995b). Qu'est-ce qu'un instrument ? *L'intégration des instruments dans l'institution scolaire,* CNDP, Die, 61-65, repéré à : http://tecfalabs.unige.ch/mitic/articles/rabardel_1995_quest-ce_quun_instrument.pdf

Rebière, M. (2011). S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ? Présentation de quelques concepts développés par le groupe de didacticiens du français de Bordeaux, *16e École d'été de didactique des mathématiques,* vol. 1, 219-232. Grenoble : La Pensée sauvage.

IX - ANNEXES

Dans les annexes qui suivent nous présentons les documents suivants :

- les problèmes qui ont exploités dans l'atelier *(annexe 1)* ;

- les deux feuilles A et B qui ont été utilisées dans l'atelier pour la situation de dictée *(annexe 2)* ;

- l'analyse que nous faisons d'une dictée produite dans l'atelier à partir des éléments présentés dans la partie V et du cadre d'analyse de l'action instrumentée *(annexe 3)*

- certaines formulations orales qui ont été échangées au sein des groupes au cours de la première phase (recherche de constructions) et que nous avons eu la possibilité de noter directement au moment où elles étaient produites *(annexe 4)* ;

- les transcriptions des autres dictées produites dans l'atelier (dictées 2 à 6) ainsi que d'une septième produite dans des conditions identiques à celles de l'atelier *(annexe 5).*

ANNEXE 1 : LES SITUATIONS PROPOSÉES DANS L'ATELIER

1 Situation des problèmes de construction

Se munir d'une feuille de papier uni, d'un crayon ou d'un stylo, et d'un rectangle découpé dans du papier fort ou du carton et ayant approximativement les dimensions suivantes : 2,5 cm de largeur et 6,5 cm de longueur. (Il est particulièrement important qu'aucune de ces deux dimensions ne soit un multiple ou sous-multiple de l'autre). À simple titre d'exemple, un ticket de métro usagé de la région parisienne peut parfaitement faire l'affaire.

Situation de construction : *En utilisant seulement cet instrument comme un gabarit, c'est-à-dire en pouvant tracer tout ou partie de son contour, mais en n'ayant pas le droit d'écrire dessus, ni de le plier, ni de le déchirer, résoudre les trois problèmes de construction suivants :*

1. *Tracer un carré et un rectangle avec leurs diagonales.*
2. *Tracer un rectangle superposable au gabarit et le partager en deux rectangles superposables (entre eux)*
3. *Proposer différentes façons de tracer un losange.*

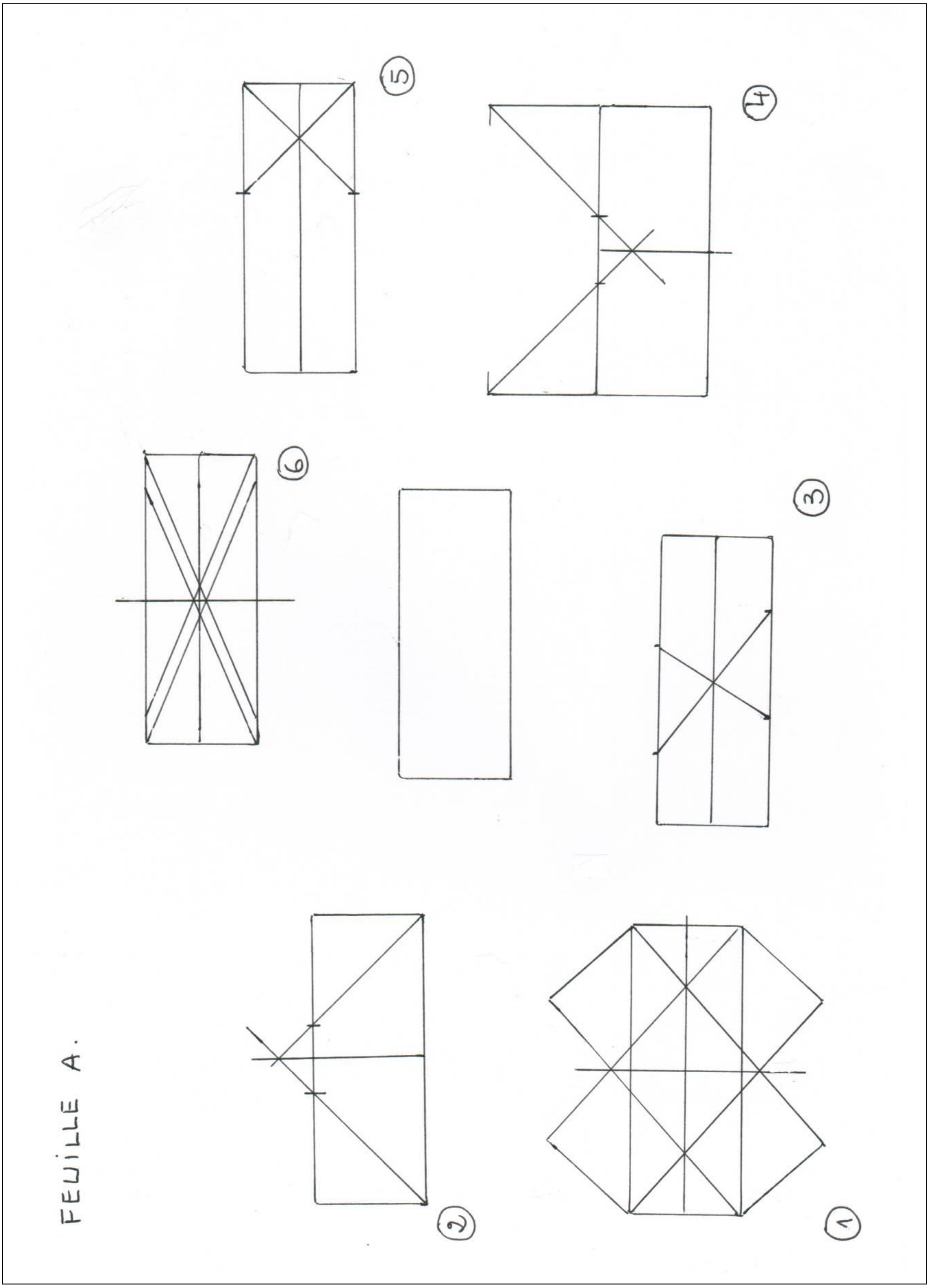
2 Situations de reproduction de figures et de dictée

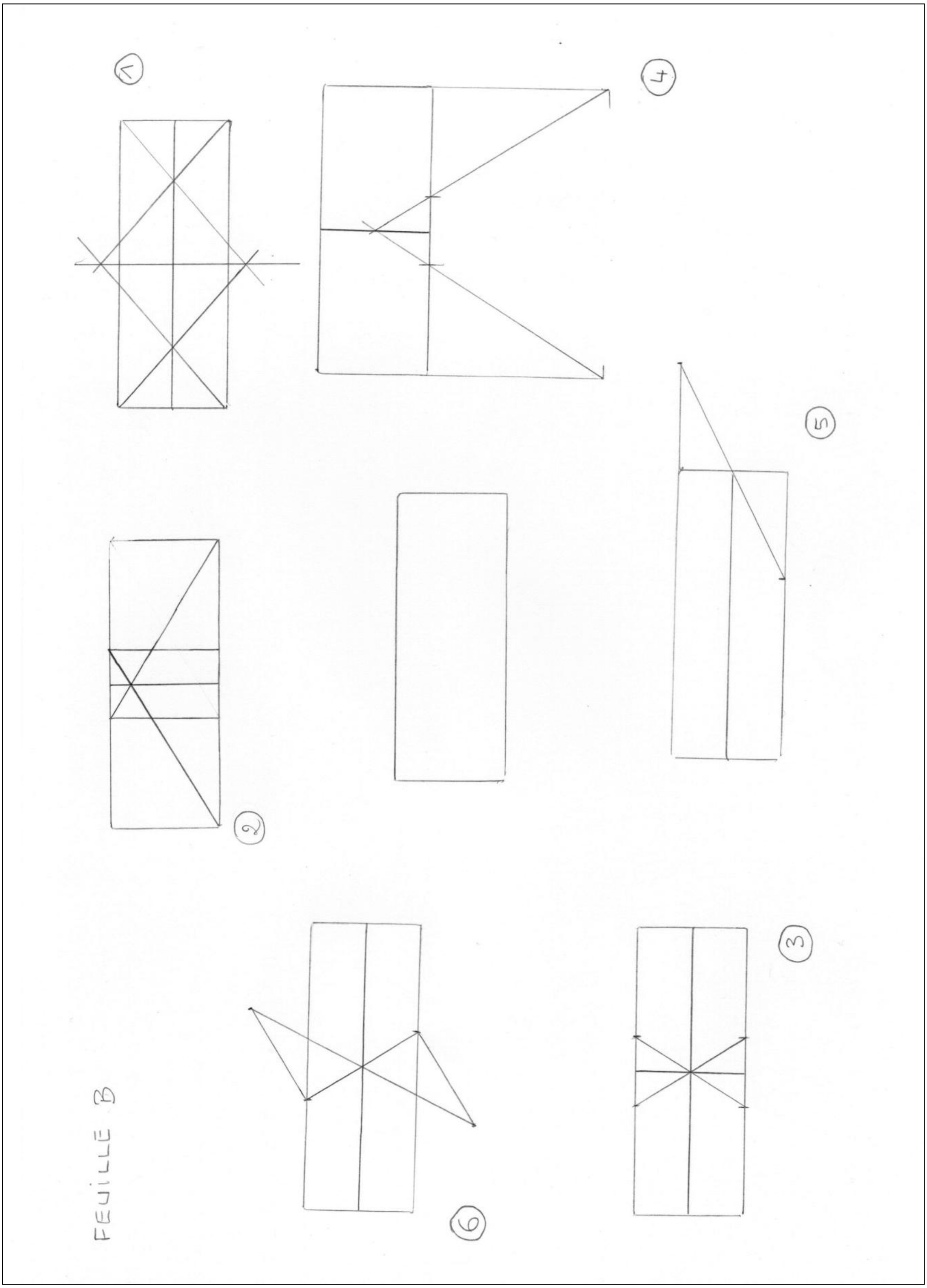
Ces deux situations s'appuient sur les deux feuilles présentées dans l'annexe 2 ci-après (feuille A et feuille B). Chacune de ces feuilles présente six constructions différentes qui apportent des réponses correctes à la question 2 de la situation précédente : elles partagent toutes un rectangle superposable au gabarit en deux rectangles superposables entre eux. Pour restituer l'échelle du gabarit utilisé, son contour est à chaque fois présenté au centre de ces deux feuilles.

Situation de reproduction de figures : *À l'aide d'un gabarit identique, reproduire ces figures.*

Situation de dictée d'une reproduction : *(À effectuer en duo avec une autre personne, ou en duo de deux binômes). Se répartir les deux feuilles A et B. Choisir une des six figures de cette feuille puis dicter sa reproduction à l'autre personne, qui dispose d'un gabarit identique. Dicter la reproduction de façon aussi spontanée que possible et sans préparer préalablement ce que l'on va dire par écrit.*

ANNEXE 2 : LES DEUX FEUILLES A ET B

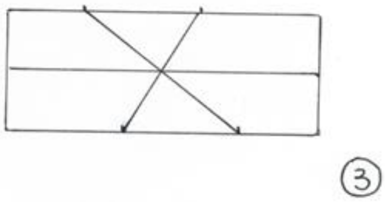



FEUILLE B
1
2
3
4
5
6

ANNEXE 3 : TRANSCRIPTION ET ANALYSE D'UNE DICTÉE DE L'ATELIER

1 Transcription et analyse d'une dictée de la figure A3 (dictée 1) :

La dictée ci-dessous, réalisée dans l'atelier, correspond à la reproduction de la figure A3. (Durée 1:20).



Texte	Éléments d'analyse, éléments implicites (acceptés ou refusés), éléments qui n'apparaitraient pas dans un programme de construction
1. Tu traces le contour du gabarit.	Met en relation le gabarit et son contour.
2. Sur une longueur, tu places deux points, dont l'écartement est la largeur du gabarit.	Implicite : la « longueur » est celle du rectangle tracé, et elle désigne en fait un segment (un côté de ce rectangle). Utilisation du mot « écartement » pour désigner une longueur ou une distance. Il y a une relation entre le tracé produit et l'instrument qui est indiquée ; le maniement de l'instrument n'est pas décrit.
3. Sur une longueur, tu places deux points dont l'écartement est la largeur du gabarit.	Répétition de la consigne (pour s'assurer que la consigne est comprise ?)
4. Sur l'autre longueur, tu fais la même chose.	Implicite : les gestes ne sont pas précisés (le destinataire a la responsabilité de l'action)
5. Où tu veux.	Réaction en réponse à une hésitation perçue visuellement.
6. Tu obtiens quatre points ;	Le fait de pointer les 4 points obtenus vise à focaliser l'attention à leur sujet pour les regrouper mentalement et les constituer comme formant ensemble un unique objet (non nommé)
7. et tu traces les diagonales qui correspondent à ces quatre points.	Implicite : les « diagonales » sont celles d'un parallélogramme qui n'a pas été mentionné (seul le regroupement mental des 4 sommets l'a été).
8. Tu obtiens un point dans le rectangle	Implicite : le point obtenu est en fait le point d'intersection des « diagonales » en question (non dit) La précision « dans le rectangle » apporte un élément redondant qui permet de garantir la communication (aspect organisationnel) mais n'apporte pas d'information.
9. et, grâce à ce point, tu traces une parallèle aux longueurs.	Implicite : la construction du segment parallèle à l'aide de l'instrument n'est pas décrite (on doit tracer un segment parallèle à un côté et passant par le point repéré), ni le maniement de l'instrument (on doit utiliser le gabarit comme une équerre.)
10. Oui.	Validation de la construction et clôture de la dictée.

ANNEXE 4 : QUELQUES FORMULATIONS ORALES ECHANGÉES PENDANT LA PREMIERE PHRASE

Nous présentons ici quelques formulations orales échangées au sein des trois groupes et que nous avons eu la possibilité de noter au cours de la première phase (recherche en groupe de constructions) :

« C'était trop grand, je me suis débrouillé autrement. »

« On a pu reporter deux fois la longueur et faire la diagonale. »

« J'ai pris une distance égale pour me raccourcir les distances et après j'ai pris le symétrique. »

« J'ai fait au milieu parce que je cherchais le centre du rectangle. »

« Moi j'ai utilisé l'alignement. »

« Dans l'autre sens, tu fais la perpendiculaire qu'est là. »

« Je me suis servi de mon gabarit comme d'un compas, comme si j'avais un compas. »

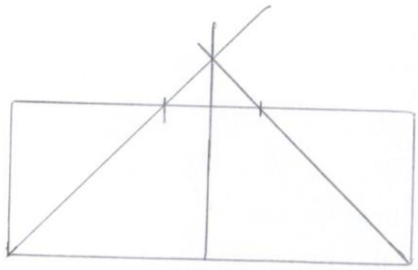
« J'ai reporté plusieurs fois la largeur. » « - Ah, oui, 2 largeurs. C'est un peu juste pour le tracer… Ah, je peux lui enlever un petit bout. »

« Une fois que t'en es là, ça c'est une médiatrice, donc tu te débrouilles... »

ANNEXE 5 : TRANSCRIPTION D'AUTRES DICTÉES

Dictée 2 (figure A2) :

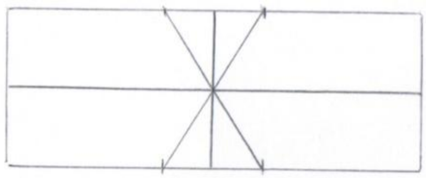
Cette dictée correspond à la reproduction de la figure A2. (Durée 1:36).



Donc, tracer le contour du gabarit. Sur un grand côté, reporter la longueur du petit côté en partant de chaque sommet et marquer deux points. Joindre chaque point au sommet situé dans le même demi-rectangle. Prolonger ces deux segments jusqu'à intersection. Tracer la perpendiculaire au grand côté du rectangle, passant par le point d'intersection trouvé précédemment. Passant par le point d'intersection trouvé précédemment. C'est terminé. Et bravo. Et nous aussi, bravo !

Dictée 3 (figure B3) :

Cette dictée correspond à la reproduction de la figure B3. (Durée 2:32).



Donc tu traces le contour du rectangle, du gabarit. Et en fait, on va tracer dans le rectangle les médiatrices des côtés. Et pour ça, il nous faut le milieu du rectangle. Pour obtenir le milieu du rectangle, on va positionner le gabarit perpendiculairement à sa position initiale ; aligner le grand côté du rectangle, enfin, les angles droits ; et, marquer l'autre bord, enfin, sur le premier rectangle tracé, le bord du gabarit. Voilà. Sur le côté. Sur le haut et sur celui du bas : sur les deux côtés ! On fait la même chose de l'autre côté, de manière symétrique. Voilà. Et ensuite, *on joint les points obtenus en diagonale. C'est-à-dire… Voilà, comme ça. Voilà. On positionne le gabarit perpendiculairement au petit côté, et qui passe par ce point qu'on vient de déterminer.*

- Comme ça ?

- Non, perpendiculairement… Dans l'autre sens, enfin… (rires)… pas dans ce perpendiculaire-là, l'autre ! On le met pas debout, on le met couché ! (rires)

- Là ?

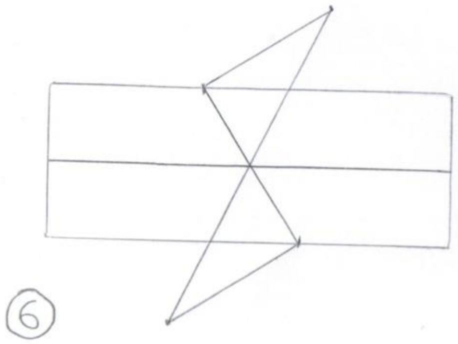
- Oui, mais ça doit passer par le point qu'on vient de tracer, là.

- Celui-là ? Ah, le point qu'on vient d'obtenir !

- Oui, celui-là. Voilà. On trace le côté. Voilà. Et après on sépare le rectangle, le premier rectangle en deux, dans la largeur, en repassant par ce point-là. Et c'est bon. On l'a obtenu.

Dictée 4 (figure B6) :

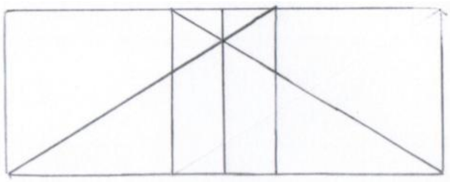
Cette dictée correspond à la reproduction de la figure B6. (Durée 2:52).



Alors, faire le contour du gabarit. Nommer le rectangle obtenu ABCD, AB étant une longueur. Alors, placer le point E en reportant la largeur du rectangle à partir de A sur le segment AB. De la même manière, placer F en reportant la largeur à partir de C sur le (inaudible). Tracer EF. Alors ensuite, tracer la perpendiculaire à EF passant par E vers l'extérieur du rectangle. Vers l'extérieur du rectangle… L'extérieur ! (rires). J'insiste ! (rires) Je dis bien : l'extérieur ! Je répète ! Dehors ; voilà, c'est ça ! Placer G en reportant la largeur du rectangle sur le segment que vous venez de tracer. La demi-droite employée (inaudible). De même, tracer la perpendiculaire à EF passant par F à l'extérieur du rectangle. Et placer… Non, à l'extérieur du rectangle. La perpendiculaire à EF en F. Ah, oui, à l'extérieur. Et puis, placer H, à… ; mais je le voyais pas, c'était caché. Tracer GH. Nommer O l'intersection des deux segments, et maintenant, tracer la perpendiculaire à AD passant par O. Sur toute la largeur du rectangle. Sur toute la longueur du rectangle, pardon ! (rires). Bravo.

Dictée 5 (figure B2) :

Cette dictée correspond à la reproduction de la figure B2. (Durée 2:32).



- Bon, donc d'abord, faire le contour du rectangle. C'est déjà fait ! (rires) D'accord.

- J'étais sûr que ça commençait comme ça…

- Alors après, il faut bien écouter, parce qu'elle est longue ma phrase. Donc il va falloir reporter la longueur du petit côté sur les deux gros côtés du rectangle. Mais quatre fois, à partir des quatre sommets du rectangle. Voilà, donc c'est bon, d'accord. Alors oui, donc vous avez obtenu deux points sur chacun des côtés. Et vous prenez le premier point, à gauche, et vous le joignez au point sur l'autre côté, sur l'autre grand côté, à gauche ; du même

côté, à gauche. Si vous préférez, il faut que le côté que vous obtenez, il soit parallèle au petit côté de votre rectangle. Et même chose en joignant les deux…

(- question inaudible)

- Si ; si, c'est perpendiculaire. Alors, ensuite, votre… un des sommets… alors, celui de gauche, en haut… J'ai un problème de vocabulaire ! (rires). Donc, les quatre points que vous avez placés, là, vous en prenez un, et vous le joignez au sommet opposé du grand rectangle, du rectangle du départ. Non, le… Alors, je recommence. Les points que vous avez placés sur les grands côtés de votre rectangle, vous prenez celui qui est en haut à gauche,

- Hmm hmm,

- et vous tracez un segment pour rejoindre ce point au sommet du grand rectangle, en bas à droite. Voilà. Et même chose avec l'autre sommet, donc celui qui est à droite, non, le point que vous avez placé à droite, le grand côté de votre rectangle, vous le joignez au sommet du côté bas de votre rectangle, à gauche. Et on y est presque ! On y est presque ! Et ensuite, vous tracez… Vous avez une intersection, là, entre ces deux segments que vous avez tracés, et vous tracez la perpendiculaire au grand côté de votre rectangle qui passe par cette intersection. (rires).

- C'est une droite ou c'est un segment, ça ?

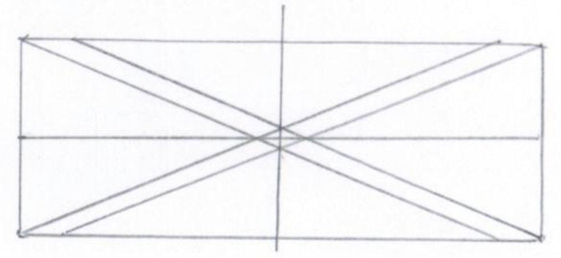
- Un segment. Voilà. Et vous obtenez… En tous cas, on s'est fait comprendre, hein ! (rires).

- Voilà ! On y est arrivés, hein !

- Mais j'étais comme vous, hein, j'étais partie à les nommer, mes quatre points, mes quatre sommets. Moi je voulais pas, au départ, j'avais vraiment, je pensais pas les nommer, je pensais que c'était interdit.

- Dictée 6 (figure A6) :

Cette dictée correspond à la reproduction de la figure A6. (Durée 3:40).



- Tracer un rectangle de la même taille du gabarit, et vous l'appelez ABCD.

- Ah, on peut faire ça ?

- Je crois ! Ben, pourquoi pas ?

- Parce que nous, on essayait de tout faire sans mettre les noms, hein. Non, mais j'ai changé.

- Nous, on aime bien, on aime bien les lettres. Alors.

- Attends… il y a un petit décalage dans le…

- ABCD en tournant, pas ABCD en croisant ? Comme ça ?

- Hmm hmm.

- Et après, c'est lequel le plus grand côté ? En termes… Tu as le droit de répondre si on pose une question, ou pas ?

- Oui, bien sur ! On va s'arroger tous les droits. C'est des variables didactiques !

- D'accord. (rires)

- Donc le plus grand côté, c'est le côté AB.

- Bien, ça va, c'est bon, on a bien placé les points.

- Ça vous va ?

- Ouais, ça va.

- Donc, à partir de là, vous tracez un segment AA'.

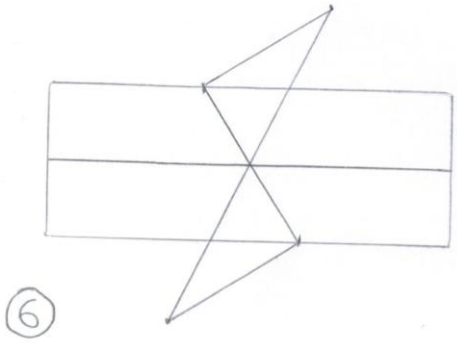
- Oui.

- Alors ce segment AA' a la même longueur que le plus grand côté du rectangle.

- Ouais.
- Attends, sur ?
- Vous allez tracer un segment AA′ qui a la même longueur que le plus grand côté du rectangle,
- Hmm, et dans quelle direction ?
- et qui coupe DC en A′.
- Ah ! D'accord…. DC ?
- DC.
- Oui.
- Mais il faut le tracer maintenant !
- Ah, pardon. Faut le tracer !
- Ah, il faut le tracer !
- Ah, ben c'était pas dit !
- Alors, OK.
- Alors, vous allez faire la même chose en partant du point B pour tracer le point B′ sur CD.
- Pourquoi c'est pas sur DC cette fois ?
- C'est pour innover !
- Oui. Ah, pardon, il faut tracer. J'ai placé juste le point…
- J'ai rien dit, mais elle m'a vu, hein…
- On refait la même chose en partant du point C pour tracer le point C′ sur AB. Voilà. Et on l'appelle C′. Et après, on fait la même chose en partant du point D pour tracer le point D′ sur AB.
- Ça fait un joli drapeau !
- Ouais, mais c'est déjà foutu, ma construction elle est mal faite, hein, je vois, je sais qu'elle est mal faite. Pas précise, quoi…
- Alors. Vous allez former ainsi un petit losange.
- Oui ?
- Au centre ?
- Au centre.
- Hmm. Et de ce losange, on va tracer les diagonales.
- Hmm hmm. Juste du losange ?
- Et vous allez les prolonger pour former les médianes.
- Pour former les médianes du rectangle !
- C'est bien, elles font le programme en même temps… Elles font le programme toutes seules ! (rires)
- Ah, attends, j'ai bougé.
- Il est petit, le losange, pour être précis.
- Oui, il est petit. C'est pour ça qu'on aurait pu… (inaudible)
- OK. C'est pas la manière la plus précise de tracer les médianes d'un rectangle, mais bon…
- Est-ce que ça vous va, comme ça ?
- Ben, oui ! C'est parfait !
- Ah ouais ! Vous avez bien expliqué !

Dictée 7 (figure B6) :

Cette dictée n'est pas issue de l'atelier, mais elle a été produite dans des conditions identiques à celles de l'atelier. Elle correspond à la reproduction de la figure B6. (Durée 3:16).



Alors donc, tu dessines le gabarit. OK, parfait. Tu tournes ton gabarit d'un quart de tour, voilà, et tu le glisses de façon que la largeur soit posée sur la longueur. OK, parfait. À droite. Voilà, jusque dans le prolongement. Voilà. Et tu fais une petite marque au bout de la largeur, à gauche, voilà. Ce que tu viens de faire sur le côté inférieur, tu vas le faire sur le côté supérieur, à gauche. Voilà. Et tu traces le segment qui joint ces deux points. Voilà. Maintenant, tu places le gabarit, tu appuies le gabarit sur ce segment… dans l'autre sens, s'il te plait, de façon que tu puisses tracer… oui, voilà, d'accord, donc la longueur appuyée sur le segment, et l'angle droit appuyé… l'angle droit sur l'extrémité du segment. – Oui, mais il y en a deux ? – Celle du haut. Voilà. Et donc tu traces la largeur du gabarit, qui est maintenant perpendiculaire au segment, en haut. Tu utilises ton angle droit. Voilà, tu utilises ton angle droit et tu traces, voilà ; et maintenant tu vas tracer l'angle droit alterne-interne de celui-ci sur le segment. Donc tu reposes la longueur du gabarit sur le segment - Ouais ?… - Non, sur le premier segment, pardon, voilà ; donc tu t'arranges pour que l'angle droit soit sur l'autre extrémité, voilà, et tu traces la largeur… tu fermes l'angle droit, voilà, et tu traces la largeur du gabarit. – Non, « je ferme l'angle droit », je n'ai pas compris. - Ben oui : tu traces le deuxième côté de l'angle droit. Et maintenant, tu as tes deux segments qui sont perpendiculaires, là, au segment commun ; tu prends leurs extrémités dans le vide, et tu les joins. - Ouais. - Et maintenant, le point d'inters… tu traces, perpendiculairement… tu prends ton gabarit, voilà, et tu t'arranges pour tracer la perpendiculaire à la largeur qui va passer par le point d'intersection qui est dans le gabarit. – OK ! - Gagné !