

## LA PLACE DE LA DESCRIPTION DANS LA REPRODUCTION DE FIGURES AU CYCLE 2

**Cécile NIGON**

Formatrice, ESPE de Lyon, site de Saint-Etienne  
IREM de Lyon, groupe NUMATECOL  
cecile.nigon@univ-lyon1.fr

**Annette BRACONNE-MICHOUX**

Professeur, Université de Montréal  
annette.braconne-michoux@umontreal.ca

**Sandrine MICHOT**

Étudiante - enseignante, Université de Montréal  
sandrine.michot@umontreal.ca

### Résumé

Dans cette communication, nous présentons deux expérimentations de reproduction de figures au cycle 2, l'une au Québec, l'autre en France visant à mettre en évidence le rôle de la description dans la réussite de la tâche (Pierrard, 2004). En particulier, nous nous attarderons à étudier les différents niveaux de langage utilisés ou compris par les élèves dans cette activité ("dire-penser-agir"), considérant que les mots de vocabulaire employés témoignent de l'appropriation des concepts en jeu (Rebière, 2002). Ces expérimentations s'appuient aussi sur le changement de regard que les élèves doivent porter sur les figures pour mieux en appréhender les propriétés (Duval & Godin, 2005). En France, les élèves ont utilisé un logiciel de géométrie dynamique (GeoGebra sur tablette) quand, au Québec, ils ont travaillé dans un environnement papier-crayon (papier quadrillé et papier blanc). Dans les deux environnements, les élèves ont reproduit des figures selon trois « scénarios » dans lesquels la description de celles-ci a été proposée à différents moments dans le processus de reproduction : à partir d'une figure modèle, avant ou après la reproduction de la figure ; à partir d'une description donnée par l'enseignante. Il semble bien qu'en présence de la figure modèle, la description (mise en mots) par l'élève soit un préalable qui favorise la réussite de l'activité même si le vocabulaire utilisé n'est pas toujours le vocabulaire géométrique. En revanche, ces mêmes élèves semblent ne pas avoir de difficultés à construire une figure d'après un programme de construction rédigé par l'enseignante.

### I - INTRODUCTION

La construction et la description de figures sont préconisées dans les programmes de l'école primaire tant en France qu'au Québec. Nous avons choisi de nous intéresser plus particulièrement à l'utilisation et à la compréhension du vocabulaire géométrique par des élèves de cycle 2 dans le contexte d'une activité de reproduction de figures géométriques. Au Québec, les programmes n'ont pas changé depuis 2001. L'utilisation des TICE n'y est pas évoquée et leur implantation et leur usage dans les classes sont donc très variables. En particulier, elles ne sont jamais utilisées pour la géométrie. En revanche, la volonté du gouvernement français et de certaines collectivités territoriales d'équiper les écoles de tablettes numériques, nous a incitées à expérimenter des séances avec celles-ci. Il était donc intéressant d'expérimenter à des fins de comparaisons dans les deux environnements (numérique et papier-crayon), l'utilisation (la maîtrise des mots de vocabulaire en lien ou non avec la compréhension des concepts) que les élèves pouvaient faire du vocabulaire dans le cadre d'une telle activité.

Dans ce contexte, les questions auxquelles nous nous intéressons sont les suivantes : comment des élèves de 3e année primaire s'approprient-ils les propriétés théoriques des figures géométriques ? Quelle maîtrise du vocabulaire en ont-ils ? Quel rôle joue le langage, et en particulier les interactions

langagières entre les élèves ? Est-ce qu'en mettant l'accent sur le langage au cours de l'activité de géométrie, on donne à l'élève la possibilité de réaliser certains apprentissages, comme la précision du vocabulaire, l'organisation du texte, ou tout simplement une liste de propriétés de figures mises en œuvre ? (Pierrard, 2004 ; Rebière, 2002)

L'expérimentation présentée ici s'inscrit dans le cadre du travail recherche/action d'un groupe de l'IREM de Lyon (site de Saint-Etienne) et dans le cadre d'une recherche à l'Université de Montréal. Compte tenu des programmes de mathématiques en vigueur en France et au Québec, ainsi que des spécificités des environnements (numérique à Saint-Etienne, papier-crayon à Montréal), et des connaissances des élèves (programmes), nous avons mis en œuvre les mêmes scénarios d'expérimentation sur des figures légèrement différentes. Nous développons ce propos dans la partie II (§ 2).

---

## II - METHODOLOGIE

---

### 1 Mise en œuvre des trois scénarios

Le choix de ces trois scénarios est inspiré de Keskessa et al. (2007).

#### 1.1 Scénario 1

Dans ce scénario, les élèves ont travaillé dans l'ordre suivant :

Figure modèle → description → reproduction

Alors qu'ils avaient la figure modèle sous les yeux, nous avons demandé aux élèves de la décrire "de façon à ce qu'un camarade puisse la reproduire". Notre intention était de repérer quels éléments de la figure ils allaient considérer et lesquels ils allaient ignorer (penser), quelle précision ils allaient avoir dans l'usage du vocabulaire géométrique (parler/écrire) (Rebière, 2002). Mais, il nous importait aussi de savoir si des élèves de CE2 (ou équivalent) allaient décrire les figures en termes de surfaces ou de lignes, opérant alors une certaine déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) nécessaire à la reproduction de figures (agir).

#### 1.2 Scénario 2

Dans ce scénario, les élèves ont travaillé dans l'ordre suivant :

Figure modèle → reproduction → description

L'objectif de ce scénario est de provoquer un décalage dans le temps entre le « penser-agir » et le « parler/écrire » pour repérer les éléments que les élèves prennent en compte quand ils ont la responsabilité de la reproduction d'une figure et de vérifier que ce sont ces éléments que l'on retrouve dans les descriptions qu'ils proposent ensuite, puisqu'ils n'auront plus la figure modèle sous les yeux.

#### 1.3 Scénario 3

Dans ce scénario, les élèves ont travaillé dans l'ordre suivant :

Programme de construction → construction

Ce scénario devrait nous permettre de repérer comment les élèves interprètent un texte contenant du vocabulaire géométrique, sous la forme d'un programme de construction. Si les élèves qui suivent ce scénario réussissent à construire la figure sans en avoir un modèle sous les yeux, nous pourrions penser qu'ils en ont eu une bonne interprétation. Toutefois, le choix des mots et des formulations seront différents d'un lieu d'expérimentation à l'autre. En France, les textes proposés sont conformes aux attentes institutionnelles : « Les professeurs veillent à utiliser un langage précis et adapté » (Programme de cycle 3<sup>1</sup>, 2016) quant au Québec, faute de telles injonctions, le choix a été fait d'utiliser une syntaxe

---

<sup>1</sup> Bulletin officiel spécial n° 11 du 26 novembre 2015.

[http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=94708](http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=94708)

proche de celle des élèves pour décrire les relations spatiales entre les sous-figures (langage naturel). Dans tous les cas, nous nous attendons à des descriptions beaucoup plus approximatives dans les deux scénarios précédents à propos de ces mêmes figures : erreurs de vocabulaire géométrique, difficultés dans la description des relations spatiales, absence de référence aux dimensions, ...

## 2 Choix des figures

Les deux groupes d'élèves ayant travaillé dans des environnements différents, il n'a pas été possible d'utiliser exactement les mêmes figures. En France, les figures seront identifiées par "Figure 1" et "Figure 2" ; au Québec, elles seront repérées par "Figure A" et "Figure B".

Dans les deux environnements, nous avons fait le choix de deux figures complexes composées de deux figures élémentaires : la première figure où les deux figures élémentaires sont juxtaposées l'une à l'autre, et la deuxième où les deux figures élémentaires sont partiellement superposées l'une à l'autre. Dans ce dernier cas, la figure complexe peut être interprétée aussi en termes de figures juxtaposées. Les quatre figures seront analysées dans chaque paragraphe consacré à l'environnement d'expérimentation.

Pour l'expérimentation en environnement numérique, le choix du niveau CE2 a induit le choix des figures. En effet, avec le logiciel GeoGebra, la construction d'un angle droit robuste passe par l'utilisation de l'outil "perpendiculaire" alors que la construction d'un carré utilise l'outil "polygone régulier". Il était peu envisageable de proposer aux élèves de reproduire des figures dont les côtés de l'angle droit ne suivraient pas les lignes du quadrillage ou qui ne soient pas des carrés sur fond blanc. En revanche, dans l'expérimentation papier-crayon, ces figures élémentaires ont pu être proposées puisqu'elles sont en lien avec l'apprentissage de l'utilisation de l'équerre.

Les dimensions des figures à Saint-Etienne et à Montréal étaient différentes. Sur tablette, les longueurs sur quadrillage ne pouvaient excéder 6 unités, et les figures sur fond blanc n'avaient pas de mesure affichée ; de plus les élèves ne savaient pas construire un segment de longueur donnée. Sur papier-crayon, les élèves de Montréal sont peu habitués à utiliser la règle et l'équerre ; il fallait donc leur demander de réaliser des constructions de dimensions conséquentes pour éviter les erreurs de maladresse ou d'imprécision.

---

## III - EXPERIMENTATION EN ENVIRONNEMENT NUMERIQUE

---

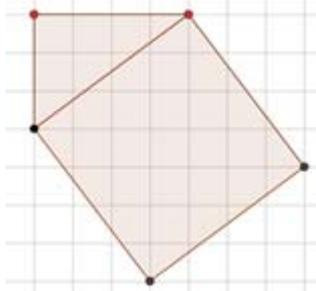
L'expérimentation a été menée dans une classe de CE2 de 24 élèves d'une école REP de Saint-Etienne. Le logiciel choisi est le logiciel Geogebra, logiciel que les élèves ont déjà utilisé. De plus les dernières évolutions des tablettes et des logiciels ont rendu très fluides les manipulations des commandes de géométrie dynamique. La gestuelle pour ouvrir les menus, activer les commandes et tracer les figures paraît naturelle à des jeunes qui utilisent la tablette dans leur environnement familial. Tous les outils qui pouvaient être utiles à la construction des figures de l'expérimentation avaient été présentés et mis en œuvre par les élèves, en amont de l'expérimentation, en particulier l'utilisation de la commande « polygone régulier ». Les figures modèles ont été données en version papier, faute d'avoir pu les déposer sur le serveur de l'école ou sur les tablettes des élèves pour des raisons techniques.

### 1 Mise en œuvre des trois scénarios

La classe a été organisée en trois groupes de huit élèves. Chaque élève avait une tablette, les huit élèves ont été regroupés autour d'un même îlot sous forme d'atelier en tutelle avec un adulte. Chaque groupe a donc suivi un seul des trois scénarios. Les élèves ont travaillé successivement sur les deux figures. Les échanges ont été enregistrés dans chacun des îlots et des photos des productions d'élèves ont été faites.

## 2 Analyse a priori

### 2.1 Figure 1 (avec quadrillage)



Texte du scénario 3 associé à cette figure :

*Reproduis sur ta tablette la figure décrite ci-dessous :*

**Figure 1 : sur quadrillage**

*Trace un triangle rectangle.*

*Trace un carré dont un des côtés est le grand côté du triangle rectangle.*

Figure 1. Modèle de la figure 1

Les choix que nous avons faits pour élaborer la figure :

- Cette figure est composée de deux sous-figures juxtaposées l'une par rapport à l'autre : un triangle rectangle et un carré. Les côtés de l'angle droit du triangle rectangle mesurent 4 et 3 ; l'hypoténuse du triangle rectangle mesure 5 et c'est aussi le côté du carré.
- Le côté du carré n'est ni en position prototypique ni tracé selon une diagonale du quadrillage.

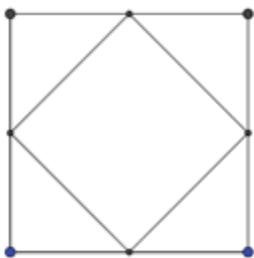
Les questions qui nous intéressaient étaient les suivantes :

- Les élèves reconnaissent-ils le carré ?
- Comment reproduisent-ils ses côtés ? (longueur des côtés évaluées en cm, en nombre de diagonales de carreaux, ou perceptivement ?)
- En quels termes évoquent-ils les figures qu'ils reconnaissent ? En quels termes décrivent-ils les actions à mener pour reproduire les deux sous-figures ?

Les difficultés que nous avons anticipées étaient les suivantes :

- Dans le cas où l'élève construit le quadrilatère en 1<sup>er</sup>, il pourrait avoir de la difficulté à construire le triangle rectangle isométrique au modèle. Soit, le triangle n'est pas un triangle rectangle, soit, les dimensions ne sont pas les bonnes.
- L'intérieur des polygones est colorié ce qui pourrait faciliter la vision 2D de l'ensemble de la figure au détriment des sous-figures même si le 4<sup>e</sup> côté du carré a été tracé.
- Dans les scénarios 1 et 2, le lien entre les deux sous-figures tant dans les descriptions exprimées que dans la chronologie du tracé et les mots utilisés pour évoquer ces liens pourraient se révéler difficiles.
- Dans le scénario 3, le premier obstacle serait la connaissance des mots carré et triangle rectangle puis la compréhension du lien entre les deux figures avec l'expression "dont un des côtés est le grand côté du triangle rectangle".

### 2.2 Figure 2 (sans quadrillage)



Texte du scénario 3 associé à cette figure :

*Reproduis sur ta tablette la figure décrite ci-dessous :*

**Figure 2 : sans quadrillage**

*Trace un carré*

*Place les milieux des 4 côtés du carré*

*Trace le quadrilatère qui a pour sommets les 4 milieux.*

Figure 2. Modèle de la figure 2

Les choix que nous avons faits pour élaborer la figure :

- Cette figure est composée de deux carrés superposés ;
- Les sommets du carré intérieur sont les milieux des côtés de l'autre carré.

Les questions qui nous intéressaient étaient les suivantes :

- Les élèves reconnaissent-ils le carré en position non prototypique ?
- Est-ce que l'absence de coloriage favorise une vision 1D de la figure complète par rapport à une vision 2D ?
- Est-ce que les élèves réussissent davantage à verbaliser le lien entre les deux figures élémentaires ?

Les difficultés que nous avons anticipées étaient les suivantes :

- Les élèves pourraient ne pas reconnaître le carré intérieur et le décrire comme tel.
- Dans les scénarios 1 et 2, le lien entre les deux sous-figures tant dans les descriptions exprimées que dans la chronologie du tracé et les mots utilisés pour évoquer ces liens pourraient se révéler difficiles.
- Dans le scénario 3, la compréhension du mot « quadrilatère » et donc de la 3<sup>e</sup> phrase du programme de construction pourrait poser problème.

### 2.3 Critères de réussite

Les observables sur lesquels nous prévoyons de porter notre attention pour dire d'une construction qu'elle est réussie ou non sont les suivants :

- Dans la figure 1, sur quadrillage, nous considérons comme réussie toute « construction » d'un carré qui s'appuie sur les nœuds du quadrillage alors qu'elle n'est pas robuste et/ou n'a pas fait appel à l'outil « *polygone régulier* ».
- Les descriptions seront jugées au bénéfice du doute en faveur de l'élève. En effet, nous accepterons toute verbalisation faisant appel au vocabulaire technologique lié à l'utilisation du logiciel alors que nous n'avons aucune certitude que celui-ci maîtrise le sens des mêmes mots dans un contexte géométrique. Ex : « Il faut aller dans « *segment* » à côté du « *point* » tracer un trait ».
- Dans le scénario 3, pour la figure 1, les deux configurations possibles (juxtaposition et superposition) seront acceptées.

## 3 Analyse a posteriori

### 3.1 Figure 1

#### Scénario 1

Description : Dans ce scénario, sept élèves sur huit parlent en premier du carré. Pour décrire la position du triangle, ils se réfèrent ensuite aux propriétés spatiales de la figure, en disant par exemple : « *c'est comme une maison sur le côté* ». Quand l'enseignant demande comment faire pour construire ce carré, les élèves utilisent le vocabulaire technologique associé aux outils du logiciel : « je prends "*point*" et "*segment*" et en comptant les carreaux » pour placer les sommets du carré sur les nœuds du quadrillage. L'élève, qui a parlé du triangle en premier, dit du carré qu'il est un losange. Une discussion dans le groupe s'engage pour savoir si c'est un losange ou un carré. Un autre élève intervient : « *c'est un carré car le losange serait plus maigre* ».

Construction : Alors que les descriptions proposées identifient correctement les deux sous-figures (triangle rectangle et carré) aucun élève n'utilise l'outil « carré » du logiciel, abandonnant ainsi une vision globale de la figure, pour s'orienter vers un comptage de carreaux en vue d'une copie à l'identique sommet par sommet. Certains élèves rencontrent des difficultés pour placer les deux sommets du carré qui ne sont pas liés au triangle et tracer les segments qui sont en oblique dans la page. Ces élèves ont des difficultés surtout à formaliser leur erreur dans le comptage des carreaux : « *ça a pas l'air d'être droit* », « *ça ne suit pas les lignes* ».

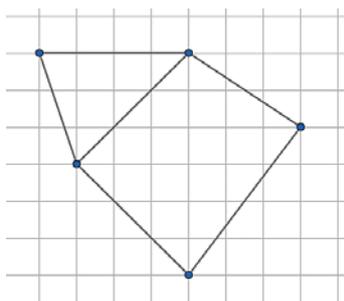


Figure 3. Construction réalisée par un élève pour la figure 1

Quand on demande une description, les élèves utilisent le vocabulaire géométrique pertinent mais quand on leur demande de commenter leur travail (leur "agir"), ils ont tendance à utiliser des mots du langage naturel (non géométrique) ou le vocabulaire technologique du logiciel.

### Scénario 2

Les élèves voient et reconnaissent, en premier, le carré malgré sa position non prototypique. Même si la description ne leur a pas été demandée, ils disent : « *il y a un carré* » et la plupart commencent par construire cette sous-figure. Deux procédures sont utilisées : l'une dans laquelle l'élève préserve l'orientation du carré dans la page et va pouvoir terminer correctement sa construction, l'autre dans laquelle l'élève construit le carré en position prototypique dans la page (voir figure 4) et ne sait plus comment placer le triangle rectangle pour qu'il soit à la fois en position prototypique et adjacent au carré.

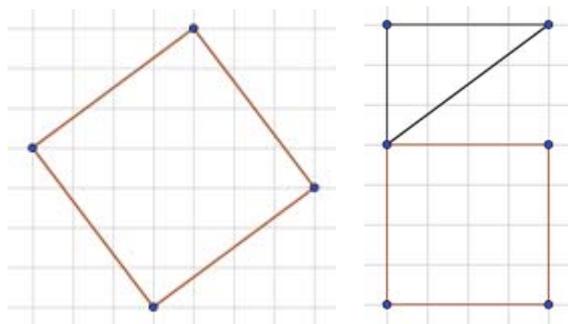


Figure 4. Construction réalisée par un élève pour la figure 1

Les élèves ont des difficultés à décrire cette dernière erreur tant en langage géométrique qu'en langage naturel.

Pour cette première figure, le temps de construction a été long, jusqu'à 25 minutes pour certains élèves, ce qui est beaucoup plus que dans le premier scénario (10 minutes environ). On peut supposer que les échanges langagiers avant la reproduction ont permis aux élèves d'une part, de faire évoluer leur regard des propriétés spatiales vers les propriétés géométriques en identifiant les formes et le lien entre ces formes et, d'autre part, de réfléchir à la chronologie du tracé.

### Scénario 3

Les élèves n'ont aucune difficulté pour construire un triangle rectangle et un carré. Tous les élèves utilisent le quadrillage pour tracer les angles droits en suivant les lignes et aucun n'utilise les relations spatiales présentées dans la 2<sup>e</sup> phrase entre les deux figures. Ils obtiennent tous une figure similaire à la figure ci-dessous (figure 5).

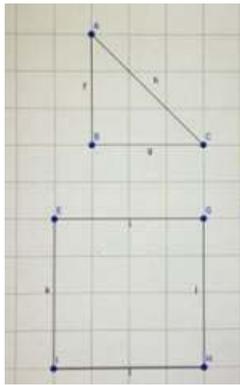


Figure 5. Construction réalisée par un élève, sans relations spatiales

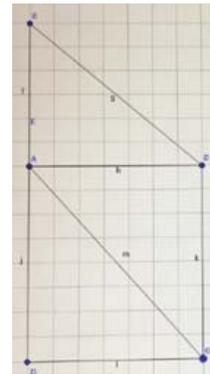


Figure 6. Construction réalisée par un élève, avec relations spatiales

Constatant que toutes les productions sont fausses, l'enseignant montre aux élèves la figure distribuée aux autres groupes, soit la figure modèle dont ils avaient la description. Leur première réaction se porte sur la forme : « C'est une maison, il faut mettre le triangle en haut du carré comme le toit d'une maison ». Ils sont dans une vision 2D de la figure. Quand l'enseignant demande aux élèves de préciser les différences entre le modèle et leur production, un élève propose de « mettre ça, ici » en montrant le triangle et en déplaçant son doigt vers le carré. On remarque à ce moment-là la prépondérance des propriétés spatiales au détriment des propriétés géométriques. Puis les élèves déplacent soit le triangle soit le carré pour obtenir une forme qu'ils pensent semblable au modèle dans la mesure où le carré est adjacent au triangle (voir figure 6).

Ce scénario nous permet de faire deux remarques sur l'usage du vocabulaire : d'une part, lorsque les élèves expliquent les différences entre leur production et la figure modèle, ils utilisent un champ lexical qui n'est pas celui de la géométrie mais qui relève plutôt du langage naturel et, d'autre part, lorsqu'ils communiquent entre eux à propos de l'utilisation du logiciel, ils utilisent un vocabulaire technologique comme en témoigne l'exemple suivant qui nous semble particulièrement révélateur du décalage entre les mots utilisés et les concepts en jeu. Un élève ne se souvient plus comment tracer les segments dans Geogebra. Il demande à son voisin qui lui répond : « Il faut aller dans segment, à côté du point » en indiquant les icônes sur sa tablette. Dans un autre échange on entend : « tu utilises "segment" et "point" pour tracer un trait ». Ces exemples incitent à la plus grande prudence : nous n'avons aucune certitude (voire aucune information) sur les liens que les élèves font (ou ne font pas) entre le vocabulaire technologique qu'ils utilisent et les concepts géométriques de même nom.

### 3.2 Figure 2

#### Scénario 1

**Description** : Les élèves voient immédiatement le carré extérieur d'autant plus que celui-ci se trouve en position prototypique. Assez rapidement, ils s'appuient sur les éléments technologiques à partir de la commande « polygone régulier » pour décrire la construction d'un carré sans le quadrillage : « On prend « polygone régulier » puis on marque 4 et on clique sur Ok et ça fait un carré ». L'enseignant demande de poursuivre la description de la figure. Un élève voit un losange à l'intérieur du carré, un autre voit un carré. Un troisième reprend « C'est un carré retourné », « On fera un carré puis un losange dans le carré ». L'enseignant insiste un peu pour les amener à préciser la position des sommets du petit carré ; une élève énonce clairement « au milieu d'un segment du carré ».

Comme pour la figure 1, au moment de la description de la figure, les élèves mobilisent du vocabulaire géométrique.

**Construction** : Elle a été très rapide. Après 3 minutes de travail, des figures justes apparaissent. Ensuite les élèves se lancent dans le coloriage avec un petit souci à régler : il faut définir les sous figures pour pouvoir les sélectionner. Les élèves ont dû changer leur regard sur la figure : passer d'une vision par superposition de deux carrés à une vision par juxtaposition de cinq figures et les définir comme telles. (Duval & Godin, 2005)

## Scénario 2

Comme dans la construction de la figure 1, les élèves commentent spontanément leurs actions. La première remarque que l'on entend est : « il faut utiliser « polygone régulier ». Si l'élève prononce immédiatement ces mots « polygone régulier », c'est pour nous une indication très forte de la reconnaissance de la figure comme étant celle d'un carré et que pour la construire, il a besoin d'un outil qui s'appelle « polygone régulier ». A propos du carré intérieur, un premier élève dit qu'il faut « mettre les points au pif » mais un autre rétorque : « il faut mettre les deux points et ça va nous mettre le milieu ». Ce dernier fait référence aux gestes qu'il faut effectuer pour utiliser l'outil « milieu ou centre » : on doit cliquer sur les deux extrémités du segment pour que l'outil « milieu » fonctionne. Cet élève ayant repéré que les sommets du carré intérieur sont les milieux des côtés du carré extérieur, il encourage alors les autres à utiliser aussi cet outil (voir figure 7).

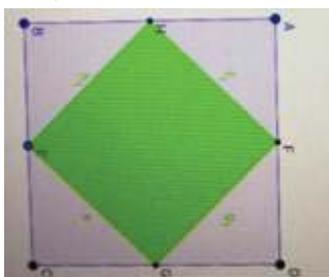


Figure 7. Figure 2 construite et coloriée par un élève

Comme dans le scénario 1, on remarque que la construction de cette deuxième figure est très rapide, en particulier beaucoup plus rapide que la construction de la figure 1. La description qui soutient la construction s'appuie sur un vocabulaire technique accompagnant les gestes à effectuer sur la tablette.

## Scénario 3

Contrairement à la figure 1, les élèves réussissent à produire correctement la figure 2. Le mot quadrilatère n'est pas un obstacle. Les élèves se souviennent de l'outil « milieu ou centre » qu'ils utilisent ensuite pour placer les quatre milieux. Ils terminent la construction en utilisant l'outil « segment ».

Pour cette figure, trois élèves construisent très rapidement la figure demandée sans aide de l'enseignant : le lien entre les deux sous-figures a été plus simple à comprendre que dans la première.

Comme dans le scénario 1, les élèves terminent en utilisant « couleur et style » pour produire une belle figure ; soit en s'imposant une déconstruction dimensionnelle de celle-ci (voir figure 8) !

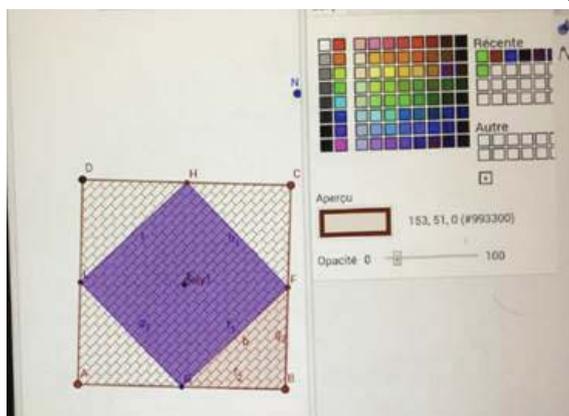


Figure 8. Figure 2 en cours de coloriage, telle que produite par un élève

A l'issue de cette expérimentation, il semble bien que la mise en commun de la **description de la figure avant sa construction** par chaque élève soit une aide pour chacun. On peut imaginer que, lors de cette mise en mots, les élèves ont l'opportunité d'appréhender divers éléments de la figure (nature des sous-figures, outils à utiliser, etc.) pour, ensuite, mieux réussir la construction. Mais l'usage du logiciel induit

l'utilisation d'un vocabulaire qui accompagne les gestes à effectuer sur la tablette, vocabulaire qui reprend les mots du vocabulaire géométrique. Il y a donc là une ambiguïté sur la maîtrise du vocabulaire en lien avec la maîtrise des concepts. C'est pourquoi il est intéressant de vérifier si le phénomène se reproduit dans l'environnement papier-crayon.

#### IV - EXPERIMENTATION EN ENVIRONNEMENT PAPIER-CRAYON

Ce travail s'inscrit dans le contexte d'une recherche universitaire cherchant à préciser le rôle de la description des figures dans le cadre de leur reproduction auprès d'élèves de 3<sup>e</sup> année (équivalent du CE2) d'une école de Montréal. Nous avons constaté, dans les classes, que les activités proposées aux élèves sont souvent limitées à des reconnaissances de figures (en position prototypique), quelques descriptions reposant sur une connaissance mémorisée de leurs propriétés et que très rares sont les situations où l'on demande à l'élève une construction pour laquelle il devra faire usage de ses instruments (règle, équerre).

L'expérimentation a été menée dans une classe de 3<sup>e</sup> année de 23 élèves de Montréal. Ceux-ci sont d'origines socio-économiques très diverses. Si certains élèves sont québécois d'origine et francophones, d'autres sont des primo-arrivants allophones. Pour ces derniers, le français est alors leur 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> voire 4<sup>e</sup> langue. La compréhension des consignes et la rédaction d'un programme de construction sont donc autant de défis mathématiques que linguistiques, pour les élèves mais aussi pour l'enseignant (scénario 3).

##### 1 Mise en œuvre des trois scénarios

Sous la responsabilité de l'enseignante, la classe a été divisée en trois groupes (groupe 1, groupe 2 et groupe 3<sup>2</sup>) de 8 élèves et, dans un même groupe, les élèves ont travaillé individuellement sur les mêmes figures. L'expérimentation s'est déroulée sur trois semaines. Chaque semaine, un seul scénario a été mis en œuvre sur l'ensemble des 6 figures distribuées dans chacun des trois groupes. Ainsi tous les élèves de la classe ont travaillé dans les mêmes conditions sur l'ensemble des 6 figures à un moment différent de l'expérimentation. La semaine suivante, un autre scénario a été mis en place au cours duquel les élèves ont reçu deux autres figures à reproduire, et il en fut ainsi pour les trois scénarios. Nous avons donc les productions de tous les élèves à propos des 6 figures dans les 3 scénarios envisagés. Nous ne développerons ici que les résultats obtenus à partir des figures A et B. Le tableau suivant résume l'organisation chronologique et matérielle de cette expérimentation.

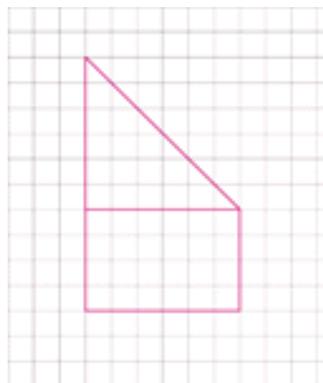
	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Semaine 1 : scénario 1	Figures A et B	Figures C et D	Figures E et F
Semaine 2 : scénario 2	Figures E et F	Figures A et B	Figures C et D
Semaine 3 : scénario 3	Figures C et D	Figures E et F	Figures A et B

Dans les scénarios 1 et 2, à l'issue de la description individuelle, les élèves d'un même groupe ont été invités à mettre en commun leur production pour rédiger, sur une affiche, une description collective qui ne soit pas la copie conforme de l'une des descriptions individuelles mais une nouvelle composition (injonction de l'enseignante).

<sup>2</sup>Il est important de mentionner qu'au sein d'un même groupe de 8 élèves, l'enseignante a constitué des sous-groupes de 4 élèves afin de favoriser la qualité des échanges au cours des périodes de mises en commun (description collective). Par exemple, dans le groupe 1, il y a eu deux sous-groupes de 4 élèves qui ont travaillé simultanément sur les mêmes figures.

## 2 Analyse a priori

### 2.1 Figure A



Dans le scénario 3, le texte associé à cette figure est le suivant :

Figure A :

- Construis un rectangle de 4 cm par 6 cm.
- Construis un triangle isocèle rectangle qui touche la longueur du rectangle. Un des côtés de l'angle droit mesure 6 cm.

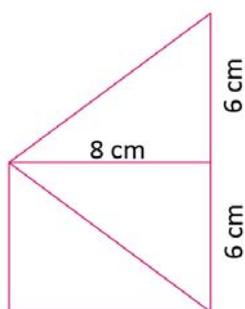
Figure 9. Modèle de la figure A

Cette figure est composée de deux figures élémentaires juxtaposées : un rectangle de 6 cm de long sur 4 cm de large et un triangle isocèle rectangle adjacent extérieurement au rectangle. On peut aussi considérer qu'il s'agit d'un trapèze rectangle dans lequel on a tracé la hauteur qui permet de faire apparaître le rectangle. Le papier utilisé pour cette figure est quadrillé au centimètre ; les mesures des longueurs ne sont donc pas données aux élèves. Pour connaître les dimensions, soit ces derniers comptent les carreaux, soit ils utilisent leur règle graduée. Dans les constructions, les difficultés auxquelles on peut s'attendre sont liées à l'usage du papier quadrillé lui-même (respect des lignes du quadrillage, respect des nœuds du quadrillage, confusion entre le dénombrement des carreaux et celui des nœuds du quadrillage, etc.), au respect des mesures et à l'usage des instruments (tracés rectilignes et angles droits selon les lignes du quadrillage). Dans les descriptions individuelles, il sera intéressant de relever le vocabulaire utilisé pour évoquer les sous-figures et les liens entre ces deux éléments. Enfin, il nous importe de savoir comment les descriptions individuelles auront été réinvesties dans la description collective.

Pour le scénario 3, nous avons choisi de proposer un texte qui se rapproche d'un programme de construction, les deux figures étant juxtaposées l'une à l'autre. Ce texte s'adressant à des élèves de 3<sup>e</sup> année, il devait être le plus court possible avec des structures de phrases simples et un vocabulaire accessible à tous, donc relativement limité. C'est ainsi que nous ne pouvions dire que le triangle et le rectangle avaient un côté commun, d'où l'expression « touche ». De plus, dans le contexte de la classe et la présence du papier quadrillé, il était implicite que le triangle avait un côté commun avec le rectangle. Afin d'attirer l'attention des élèves sur le fait que le triangle rectangle était isocèle, nous n'avons donné que la longueur d'un des côtés de l'angle droit.

La présence du quadrillage et des mesures permettait d'obtenir dans les scénarios 1 et 2 des figures superposables au modèle et dans le scénario 3, un rectangle et un triangle isocèle rectangle, superposables au modèle. Dans ce dernier scénario, comme dans l'environnement numérique, les deux configurations (juxtaposition et superposition) ont été acceptées.

## 2.2 Figure B



Le texte associé à cette figure est le suivant :

Figure B :

- Construis un rectangle qui mesure 8 cm de long par 6 cm de large.
- Collé au-dessus de ce rectangle, construis un triangle rectangle. Les côtés de l'angle droit du triangle mesurent 6 cm et 8 cm.
- Trace la diagonale du rectangle.
- *Tu dois trouver un triangle isocèle qui a une base de 12 cm.*

Figure 10. Modèle de la figure B

La figure B est proposée sur du papier blanc et les mesures ne sont pas données aux élèves. Ils doivent donc utiliser leurs instruments pour connaître les longueurs et repérer les angles droits, même si ceux-ci sont tous en position prototypique. La distinction essentielle entre la figure B et la figure A réside dans le support et la responsabilité qui incombe maintenant aux élèves d'utiliser leurs instruments de géométrie, utilisation à laquelle les élèves à Montréal ne sont pas habitués. En effet, ils utilisent principalement leur règle pour effectuer des mesures de longueurs sans autre intention que de donner ces mesures : très rares sont les constructions de segments de longueur donnée, et encore plus rare l'utilisation de l'équerre pour vérifier ou construire des angles droits.

Cette figure peut être interprétée de plusieurs façons, en juxtaposition et/ou en superposition. On peut voir trois triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 8 cm et 6 cm, adjacents les uns aux autres. On peut aussi interpréter cette figure comme un rectangle de 8 cm sur 6 cm dans lequel on a tracé une diagonale et auquel est adjacent extérieurement un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 8 cm et 6 cm. En termes de superposition, on peut voir un rectangle de 8 cm sur 6 cm et un triangle isocèle dont la base est le double de la largeur du rectangle et la hauteur est la longueur du rectangle. On peut aussi considérer qu'il s'agit d'un trapèze rectangle dans lequel on a tracé la hauteur qui permet de faire apparaître un rectangle et une diagonale du rectangle qui permet de repérer un triangle isocèle.

Dans les trois scénarios, on peut s'attendre aux mêmes difficultés et aux mêmes erreurs que dans la figure A, tant dans les descriptions que dans les constructions. Mais, dans les scénarios 1 et 2, on peut aussi s'attendre à plus de difficultés pour décrire tous les éléments de la figure, en donner les positions relatives, en particulier la diagonale du rectangle. Dans les constructions, les approximations pourraient être encore plus nombreuses, en lien avec l'utilisation des instruments.

Dans le programme de construction utilisé pour le scénario 3, nous avons choisi de mettre en italique une indication de validation de construction, à la fois pour que l'élève puisse contrôler son travail (d'où l'expression « la diagonale » et non pas « une diagonale ») mais aussi pour lui suggérer qu'un changement de regard sur la construction (en superposition) fait apparaître d'autres figures.

Enfin, il est envisageable que les relations spatiales entre les figures élémentaires ne soient pas prises en compte, que les élèves construisent un rectangle et un triangle rectangle indépendants l'un de l'autre, et que la diagonale du rectangle soit oubliée.

## 3 Analyse a posteriori

### 3.1 Figure A

#### Scénario 1

Description : Tous les élèves décrivent les deux éléments de la figure en termes de juxtaposition en utilisant le vocabulaire géométrique, avec quelques imprécisions : le mot « carré » est utilisé à la place de « rectangle », « face » au lieu de « figure » ou « côté », etc. Les descriptions font référence aux surfaces et les mesures indiquées sont des mesures de longueurs sauf dans un seul cas où l'élève évoque les aires des deux figures élémentaires (voir figure 13 ci-dessous). Il nous semble important de signaler que 5

descriptions sur 8 contiennent plus d'informations qu'il n'en faut pour la reproduction de la figure (informations redondantes). La position relative du triangle par rapport au rectangle est évoquée par la moitié des élèves en langage naturel : "un triangle isocèle et un rectangle collés ensemble", etc. comme en témoigne la description individuelle reproduite ci-dessous (figure 11)

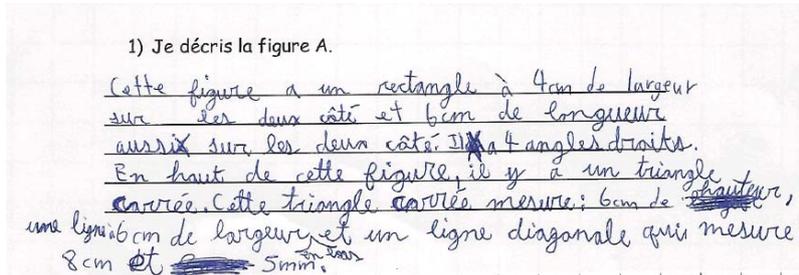


Figure 11. Description individuelle de la figure A

Les descriptions collectives reprennent pratiquement tous les éléments des descriptions individuelles. Elles contiennent donc de nombreuses redondances et mais ont pu aider les élèves à construire ensuite la figure (voir figure 12).

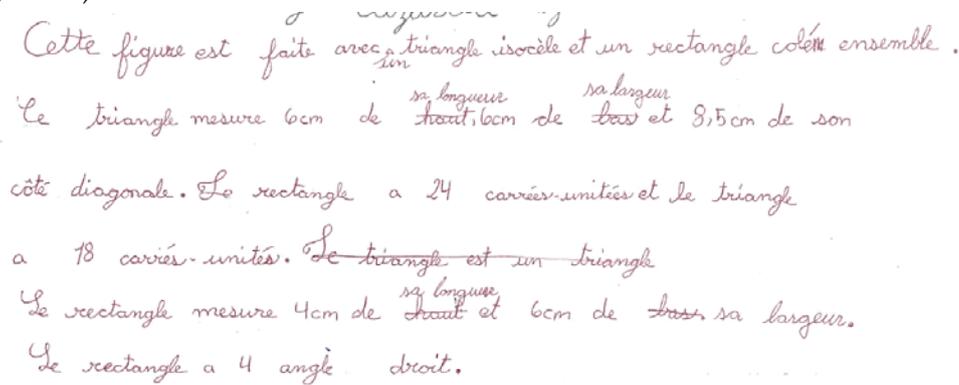


Figure 12. Description collective de la figure A

Constructions : Nous faisons l'hypothèse qu'avoir eu à décrire la figure avant de la construire a aidé les élèves, car nous n'avons relevé qu'une figure non conforme au modèle parmi les 8 productions. La seule figure fautive est produite par l'élève évoqué ci-dessus qui a utilisé les mesures d'aires dans sa description (voir figure 13 ci-dessous).

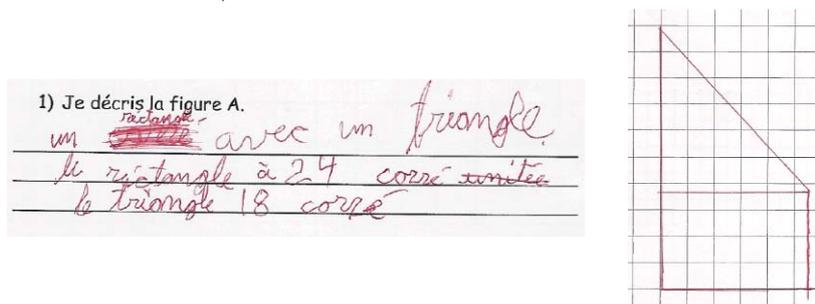


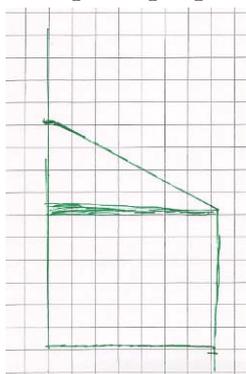
Figure 13. Productions d'un élève (scénario 1)

On peut remarquer les difficultés de l'élève à suivre les lignes du quadrillage et le non-respect des dimensions. Ces erreurs sont-elles liées à un mauvais usage de la graduation de la règle ? C'est possible dans la mesure où les dimensions du rectangle sont d'un demi-centimètre supérieures aux dimensions attendues. Néanmoins, l'élève ne comprend pas l'usage qu'il peut faire des nœuds du quadrillage. Nous pouvons interpréter cette erreur comme le signal du fait que l'usage du papier quadrillé n'est peut-être pas aussi transparent qu'on voudrait bien le croire. De plus, les mesures d'aires qu'il propose dans sa description ne semblent pas lui avoir été utiles pour contrôler sa construction.

A l'opposé, tous les élèves qui évoquent les mesures de longueurs dans leur description réussissent leur construction.

### Scénario 2

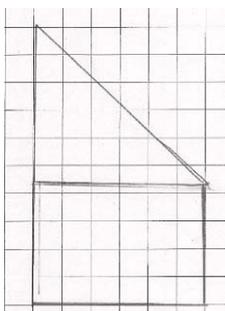
**Construction** : Dans ce scénario, les élèves font la construction alors qu'ils ont la figure modèle sous les yeux et aucun commentaire ne leur est demandé. Les 3 élèves qui produisent des constructions fausses ne respectent pas les mesures et/ou ne suivent pas les lignes du quadrillage, sans que l'on sache comment ils utilisent leurs instruments de géométrie ni même s'ils les utilisent (voir figure 14) où nous avons ajouté la description proposée par l'élève).



1) Je décris la figure A.  
 Il y a un carré et un triangle.  
 Le carré a 2 côtés d'angle droit.  
 et le triangle a un angle droit.

Figure 14. Productions d'un élève (scénario 2)

**Description** : Les textes font référence aux figures élémentaires en utilisant un vocabulaire géométrique parfois approximatif, comme dans les descriptions issues du scénario 1. Quand les positions relatives entre les deux figures sont évoquées (juxtaposition), c'est en langage naturel : 6 élèves sur 8 sont dans ce cas.



1) Je décris la figure A.  
 La figure A a 4 angles droits 3 angles obtus.  
 Il y a une triangle isocèle.  
 La figure A a 10 cm de longueur et 6 cm de largeur.  
 A gauche il mesure 4,5 cm de longueur.  
 Il y a une rectangle.

Figure 15. Productions d'un élève (scénario 2)

Un seul élève produit un texte en lien avec sa construction et mentionne les mesures qu'il a utilisées (voir figure 15).

Quatre élèves sur les 8 font référence aux carreaux comme unité de mesure ; les autres n'en mentionnent aucune.

Les descriptions collectives reprennent autant d'éléments que possible des descriptions individuelles, en insistant sur les mesures d'aires au détriment des longueurs. Faut-il voir là un lien avec le fait que l'expérimentation a eu lieu au moment où les élèves étaient initiés aux mesures d'aire ? Ce n'est pas impossible.

### Scénario 3

La construction du rectangle ne pose pas de problème particulier, sauf à une élève qui construit un rectangle de 5 cm de long. En revanche, le respect des deux contraintes liées à la construction du triangle isocèle rectangle est plus difficile. Souvent une seule contrainte est respectée : l'angle droit ou les deux côtés de même longueur. Seuls 3 élèves sur 7 réussissent la construction du triangle isocèle rectangle.

Enfin, il est intéressant noter que 3 élèves sur 7 interprètent le programme de construction en termes de juxtaposition quand les 4 autres le font en termes de superposition ; ce qui souligne bien l'ambiguïté dans le texte proposé aux élèves (voir figure 16). Ces 4 élèves commettent aussi des erreurs liées vraisemblablement au dénombrement des carreaux : le rectangle a 5 cm de long, le triangle rectangle n'est pas isocèle, etc.

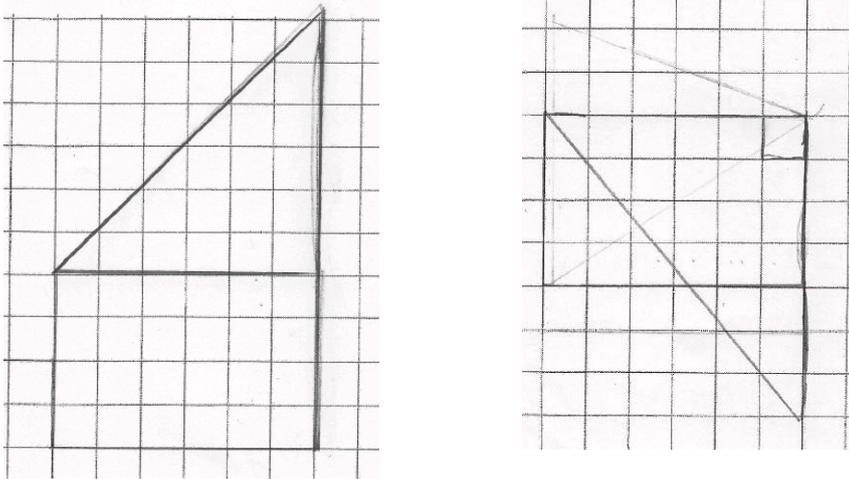


Figure 16. Deux interprétations du programme de construction (scénario 3)

### 3.2 Figure B

#### Scénario 1

**Description :** Dans ce scénario, les élèves décrivent les deux éléments de la figure (rectangle et triangle rectangle) en termes de juxtaposition en utilisant le vocabulaire géométrique, avec les mêmes imprécisions que celles rencontrées à propos de la figure A. Seuls 2 élèves donnent toutes les mesures nécessaires à la reproduction de la figure, 2 autres ne donnent que les mesures du rectangle et 3 élèves n'en donnent aucune. Les positions relatives des différents éléments de la figure sont précisées par 4 élèves sur 8 (voir figure 17).

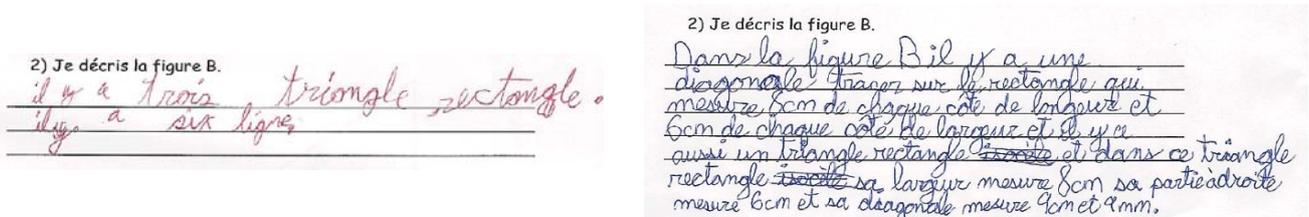


Figure 17. Deux descriptions de la figure B

**Construction :** Dans ce scénario, tous les élèves réussissent à reproduire la figure B, même si l'un d'entre eux doit faire plusieurs tentatives avant de considérer que sa construction est satisfaisante. On peut donc voir là un indice du fait que l'usage des instruments de géométrie n'est pas une source de difficulté particulière, ou encore que le papier quadrillé n'apporte pas l'aide que l'on pourrait imaginer. En particulier, les constructions sur papier quadrillé, dans l'ensemble, ne sont pas plus précises ou soignées que les constructions sur papier blanc (respect des lignes du quadrillage, des nœuds du quadrillage tant pour les longueurs que pour les angles droits).

#### Scénario 2

**Construction :** Dans ce scénario, 2 élèves réalisent des constructions fausses : pour l'une, le triangle n'est pas un triangle rectangle, pour l'autre, une extrémité de l'hypoténuse n'est pas aussi un sommet du

rectangle (voir figure 18). Au vu des productions des élèves, il semble bien que l’usage des instruments de géométrie sur papier blanc ne soit pas une source de difficulté majeure. Cette « réussite » peut être liée au fait que les angles droits de la figure modèle étaient en position prototypique et nous n’avons pas d’information particulière sur l’usage précis que les élèves ont pu faire de leur équerre.

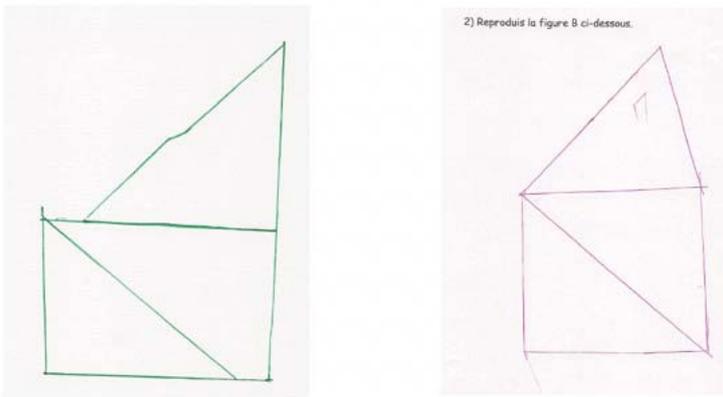


Figure 18. Les deux constructions fausses de la figure B

**Description :** Les descriptions proposées par les élèves sont rédigées en termes de juxtaposition des figures, faisant référence aux surfaces (formes) et aux lignes ; rares sont celles où les dimensions sont mentionnées (2 élèves sur 8). Le vocabulaire utilisé peut être très approximatif chez certains élèves et la description des positions relatives du triangle rectangle, du rectangle et de la diagonale se révèle une tâche particulièrement délicate et complexe, quand d’autres témoignent d’un grand souci de précision (voir figure 19).

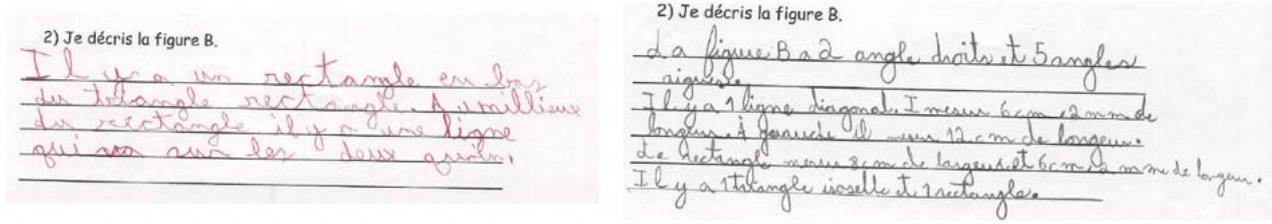


Figure 19. Deux descriptions individuelles de la figure B

Les mises en commun ne permettent pas de surmonter cette difficulté. Les descriptions collectives sont en quelque sorte « la somme » des descriptions individuelles, comme si, en travaillant en groupes, les élèves avaient eu le souci de « ne rien manquer » (voir figure 20).

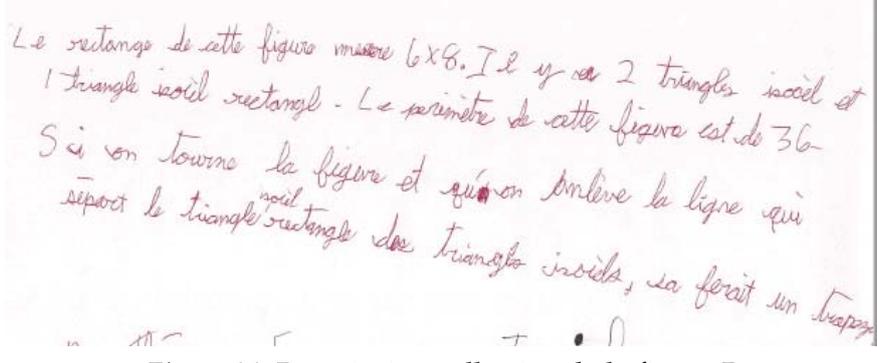


Figure 20. Description collective de la figure B

Dans le scénario 3, on peut considérer que, comme dans la construction de la figure A, les élèves ont compris le message donné dans le programme de construction. Ils ont tous réussi la construction du rectangle et 4 élèves sur 7 ont aussi réussi celle du triangle rectangle ainsi que le tracé de la diagonale. Comme on pouvait s’y attendre, presque tous les élèves sont un peu maladroits dans l’utilisation de l’équerre, donc dans la construction des angles droits (voir figure 21). En effet, dans ce scénario, les élèves n’ayant pas de modèle sous les yeux, leur réussite est beaucoup plus dépendante de la maîtrise de

cet instrument de géométrie : ils n'ont pas de référence visuelle pour les aider à produire une figure précise.

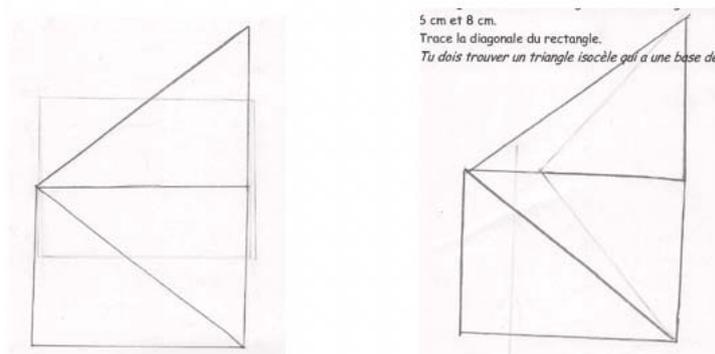


Figure 21. Deux constructions de la figure B

Dans les productions de 2 élèves, on ne trouve aucune trace du triangle rectangle adjacent au rectangle. On ne peut pas savoir si ces élèves interprètent le texte en termes de superposition ou ont de la difficulté à construire le triangle rectangle adjacent extérieurement.

Compte tenu des tracés effacés, il est possible que la phrase en italique ait permis des ajustements pour une construction réussie. Quand la validation par calque est proposée aux élèves, la verbalisation des différences entre la production et le modèle est difficile : le vocabulaire utilisé pour décrire les erreurs est, au mieux, emprunté au langage naturel.

## V - CONCLUSION

La première remarque que l'on peut faire à propos de cette expérimentation est l'enthousiasme des deux groupes d'élèves pour l'ensemble de ces nouvelles activités. Ils savaient que les défis pourraient être grands, mais c'est avec beaucoup de sérieux et d'investissement personnel qu'ils se sont pliés à la tâche.

La deuxième remarque concerne les textes à proposer aux élèves dans le scénario 3. Rédiger un programme de construction accessible à des élèves de CE2 ou de 3<sup>e</sup> année, qui représente un défi intéressant, sans faire usage des lettres pour désigner les sommets, se révèle une tâche délicate pour l'enseignant : l'utilisation des lettres pour désigner les sommets n'est pas explicitement au programme ni en France ni au Québec et de surcroît, cet usage doit faire l'objet d'un enseignement-apprentissage particulièrement soigné et rigoureux (Perrin-Glorian, 2006). Si l'usage du vocabulaire géométrique va de soi pour la description des figures élémentaires, il n'en est pas de même pour décrire leurs positions relatives. L'expérimentation au Québec en témoigne : pour éviter des structures grammaticales trop complexes, on est amené à utiliser le vocabulaire naturel : « qui touche », « collé au-dessus » ... On peut facilement imaginer que cette difficulté dans le choix des mots pour l'enseignant en soit aussi une pour l'élève : où est la frontière entre le langage naturel, permis dans la description d'une figure géométrique et le langage géométrique attendu ? La figure suivante (figure 22) montre bien l'impasse dans laquelle se trouve l'élève dès qu'il a interprété le programme de construction en termes de superposition et non pas de juxtaposition : cet élève n'a pas été en mesure de changer son regard sur la figure en relisant le programme de construction et l'indice de validation qui était proposé.

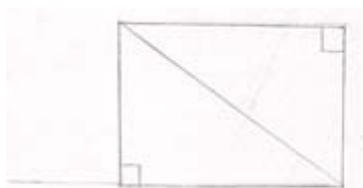


Figure 22. Une interprétation en juxtaposition de la figure B

Si l'on compare les taux de réussite de construction des figures (2 figures fausses sur 16 dans le scénario 1 et 8 sur 16 dans le scénario 2 dans l'expérimentation papier-crayon), il semble bien que, dans les deux environnements, ce soit le scénario 1 qui ait été le plus favorable comme si, en imposant la description avant la construction, l'élève avait été obligé de se concentrer (« penser ») sur les caractéristiques de la figure par le « parler » (y compris en faisant usage d'un vocabulaire métaphorique) pour ensuite mieux maîtriser la reproduction (« l'agir »). On peut facilement imaginer que les mises en commun ont aussi contribué à cette réussite dans la construction par la verbalisation d'un plus grand nombre de caractéristiques de chaque figure. De plus, dans le cas du scénario 2, l'intérêt de la description postérieure à la construction repose sur la validation des textes individuels par la mise en commun. Mais ce n'est pas exactement ce qui s'est passé dans l'environnement papier-crayon où les descriptions collectives sont les « sommes » des descriptions individuelles. Aurait-il été pertinent que l'enseignante participe à la validation de ces descriptions collectives ? C'est possible puisque, dans l'environnement numérique, la présence de l'adulte a permis de faire ressortir les éléments nécessaires à une description attendue.

On peut aussi dire que le langage utilisé est influencé par le matériel mis à la disposition des élèves, un logiciel de géométrie ou un environnement papier-crayon. En particulier, dans l'environnement numérique, l'utilisation du logiciel induit celle d'un vocabulaire technologique qui utilise des mots du langage géométrique mais dont l'utilisation reste associée à la description des gestes à effectuer pour construire la figure plutôt qu'à la description des éléments des figures proposées.

Il est important également de souligner que, dans ces deux environnements, la plupart des élèves a une bonne compréhension du vocabulaire géométrique ; par contre ils ont plus de difficulté à « parler » : désigner les figures par leur nom, décrire les positions relatives en utilisant un vocabulaire géométrique.

En conclusion, et aussi pour répondre à la demande des élèves des deux groupes de renouveler ce type d'activités, nous pensons que, ce faisant, les apprentissages des figures, des concepts géométriques en lien avec le vocabulaire géométrique s'en trouveraient renforcés. De plus, dans les deux environnements, les descriptions collectives n'ont pas été exploitées avec tous les élèves de la classe. Ce serait peut-être l'occasion pour certains d'entre eux de les conforter dans leurs apprentissages, tant en termes de vocabulaire que d'utilisation des instruments ou de propriétés des figures à connaître pour fins de reproduction. Une telle expérimentation reste à mener sur le long terme et sur un plus grand nombre de sujets.

---

## VI - BIBLIOGRAPHIE

---

DUVAL R., GODIN M. (2005) Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, **76**, 7-27.

KESKESA B., PERRIN-GLORIAN M.-J., DELPLACE J.-R. (2007) Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie, *Grand N*, **79**, 33 – 60.

OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M.J., VERBAERE O. (2006) Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, *Petit x* ; **72**, 6-39

PIERRARD A. (2004) Des écrits pour présenter des dessins géométriques, *Grand N*, **74**, 7 – 30.

REBIERE M. (2002) Quelques remarques pour réfléchir au rôle des pratiques langagières dans les apprentissages mathématiques. In *Actes du 29<sup>ème</sup> colloque COPIRELEM*, 33-55.

<http://www.arpeme.fr/documents/27C678BC216956B50DB2.pdf>