

ETUDE COMPARATIVE DE DEUX DISPOSITIFS DE MANIPULATION TANGIBLE ET VIRTUELLE POUR L'APPRENTISSAGE DE LA NUMERATION

Hamid Chaachoua

Professeur des Universités, UGA LIG

Hamid.Chaachoua@imag.fr

Marina De Simone

ATER, UGA LIG

marina.de-simone@imag.fr

Résumé

Le système de numération décimale est le résultat de l'articulation entre deux principes : décimal et de position. Le principe décimal qui est nécessaire pour la compréhension du système de numération peut être travaillé par des activités mettant en jeu les règles de groupements et d'échanges. De plus, les activités mobilisant ces deux règles sont souvent travaillées à l'aide de matériel de numération.

Notre communication sera centrée sur la prise en charge de l'aspect décimal par des situations didactiques nécessitant la manipulation des collections de grands cardinaux.

Nous proposons de comparer deux dispositifs : celui de la manipulation d'objets tangibles « bâchettes » et celui de la manipulation virtuelles « Simbûchettes ». Cette comparaison sera axée d'une part sur le rôle des ostensifs et d'autre part sur les résultats d'une expérimentation avec ces deux dispositifs. Cette expérimentation a été conduite auprès d'élèves de CE2 autour du type de tâches « dénombrer une collection ».

Le fonctionnement du système de numération décimale a un rôle important pour comprendre différents domaines des mathématiques : les calculs, les conversions entre unités de mesure, les décimaux... Le système de numération décimale est le fruit d'une articulation entre deux principes différents : décimal et de position (Serfati, 2005).

Le principe de position permet d'associer chaque unité de numération (unités, dizaines, centaines...) à un rang dans l'écriture du nombre. Cet aspect renseigne sur la valeur de chaque chiffre dans le nombre en fonction de sa position. Le principe décimal explique les rapports entre les différents ordres dans un nombre. Il s'agit d'un rapport de dix, dix unités d'un certain ordre sont égales à une unité de l'ordre immédiatement supérieur.

I - PROBLEMATIQUE

Selon Tempier (2010) l'aspect décimal est considéré comme source de difficultés. Or, cet aspect est nécessaire pour la compréhension du système de numération. Celui-ci peut être travaillé par des activités mettant en jeu les règles des groupements et d'échanges. Ces règles stipulent que 10 éléments d'une unité peuvent être groupés et échangés contre un élément de l'unité supérieure et réciproquement, 1 élément d'une unité peut être défait et échangé contre 10 éléments de l'unité inférieure. Ces deux règles mobilisent des savoirs de base qui permettent de comprendre le fonctionnement de ce système et en particulier de son aspect décimal.

Nous nous intéressons dans cette communication à la prise en charge de l'aspect décimal par des situations didactiques nécessitant la manipulation des collections, d'objets tangibles, de grands cardinaux. Cette prise en charge présente parfois des limites qui peuvent être surmontées par un dispositif de simulation.

1 Difficultés liées à l'enseignement de la numération à l'école primaire

Les travaux de Bednarz et Janvier (1984) ont mis en évidence des difficultés des élèves centrées essentiellement sur l'aspect décimal de la numération :

- « difficulté à voir les groupements et leur rôle dans l'écriture conventionnelle malgré la place prépondérante que le travail sur cette écriture occupe dans l'enseignement ;
- difficulté à voir la pertinence de ces groupements, même si les exercices dans l'enseignement ont amené les enfants à faire des regroupements ;
- difficulté à opérer avec ces groupements, les faire et les défaire ;
- difficulté à travailler simultanément avec deux groupements différents ;
- difficulté à interpréter les procédures de calcul relatives aux opérations (addition, soustraction, multiplication, division) en termes de groupements, qui conduit à des erreurs classiques sur les opérations. » (Bednarz et Janvier, 1984, p.30)

L'analyse des erreurs des élèves faite par Parouty (2005) confirme cette dernière difficulté concernant le lien entre la maîtrise de la numération et le calcul.

L'observation des activités proposées en classe explique pourquoi les élèves ont ces types de difficultés. En effet, les activités proposées prennent en compte majoritairement l'aspect position de la numération et donc les élèves ont une compréhension de la numération basée principalement sur cet aspect. La même constatation a été faite par Bednarz et Janvier (1984) sur le choix des activités. Par exemple, dans les activités « la représentation du nombre apparaît selon un alignement reprenant l'ordre de l'écriture conventionnelle du nombre ». Elles concluent alors qu'« imposer prématurément une présentation ordonnée conduit nécessairement l'enfant à une interprétation de l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position, et écarte toute signification véritable accordée à cette position en termes de groupements » (ibid). Tempier (2010) constate aussi les mêmes difficultés chez les élèves 26 ans après.

Pour ces raisons, plusieurs recherches se concentrent sur la façon de prendre en compte le principe décimal du système de numération dans l'enseignement actuel. En particulier, différentes études ont mis en évidence plusieurs hypothèses de travail pour construire des situations didactiques mettant en avant le principe décimal (Tempier 2010, Chaachoua 2016).

2 Hypothèses didactiques

Nous nous appuyons sur 3 hypothèses de travail développées par Chaachoua (2016).

2.1 Relations entre les unités de numération

Pour Chambris (2008) il est important de travailler les relations entre les unités de numération pour mobiliser l'aspect décimal, en privilégiant les types de tâches de conversion par exemple convertir 23 centaines en dizaines. D'où notre première hypothèse de travail :

(HT1) « Relations entre les unités » : Pour travailler la numération, il faut privilégier les types de tâches dont la technique mobilise les relations entre les unités de différents ordres¹.

2.2 Les grands nombres

Les grands nombres permettent un travail explicite sur le système de numération et plus précisément sur le principe décimal. En effet, l'introduction d'un nouvel ordre génère d'autres relations entre les unités de numération. Ainsi, l'itération des groupements et la multiplicité des échanges qui en découlent permettent de mieux comprendre l'aspect décimal de la numération. « En effet, pour ces nombres, l'itération des groupements par 10 est plus riche que pour les nombres à trois chiffres (où on a seulement $10u = 1d$ et $10d = 1c$). Cela a aussi pour conséquence de faire intervenir toutes les relations qui découlent de ces groupements itérés par 10 : les relations entre milliers et dizaines, milliers et unités et entre centaines et unités ($1m = 10d$, $1m = 100u$ et $1c = 10u$). ».

¹ Dans l'écriture du nombre en base 10 intervient plusieurs « types » d'unités qu'on désigne par ordre. Ainsi, unité d'ordre 1 désigne les unités simples, unité d'ordre 2 désigne les dizaines, etc.

D'où notre deuxième hypothèse de travail :

(HT2) « Grand Nombre » : L'introduction des grands nombres enrichit et renforce la compréhension du système de numération et particulièrement son aspect décimal.

2.3 La manipulation des objets

Pour l'enseignement du nombre et de la numération, la manipulation d'objets est une étape importante pour la construction du sens. Comme le souligne le Conseil Supérieur des Programmes pour la mise en œuvre des programmes de l'école élémentaire ([Refondons l'École] - Brève - 28/05/2014) :

Nombres et calcul

La connaissance des nombres et le calcul sont les objectifs prioritaires du CP et du CE1. Cette connaissance du nombre, surtout centrée sur des activités de manipulation permettant de dénombrer des collections en maternelle, doit aboutir en fin de Cycle 2 à une connaissance et une utilisation des principes de la numération de position notamment travaillée au moyen de techniques de composition/décomposition des nombres. Cet apprentissage se réalise au travers d'activités permettant aux élèves de s'appuyer sur des représentations (le boulier, les abaques...).

Selon Raoul-Bellanger et Bellanger (2010), la manipulation en mathématiques permet aux élèves de construire une image mentale et permet ainsi d'accéder plus facilement à l'abstraction (système iconique ou symbolique). Cela est encore plus vrai pour les élèves en difficulté où le recours à la manipulation peut être utilisé dans des phases de remédiation.

D'où notre troisième hypothèse de travail :

HT3 « Manipulation d'objets » : La manipulation d'objets est importante pour travailler les règles de groupement et d'échanges afin de donner du sens à l'aspect décimal de la numération.

3 Verrous scientifiques

Dans les activités de manipulation d'objets tangibles le temps que nécessite certaines actions, comme celle des groupements devient plus important avec des collections de grande cardinalité. A cela, il faut ajouter que pour disqualifier certaines techniques non adaptées pour les grands nombres, la répétition des tâches est souvent nécessaire et la manipulation devient alors plus coûteuse en temps. Il est difficile pour un enseignant de consacrer le temps nécessaire à chaque élève afin de contrôler toutes ses actions de manipulation de façon individuelle.

Ainsi, la mise en œuvre de situations d'enseignement fondées sur la manipulation se heurte à trois verrous : (1) la manipulation des collections d'objets de grande cardinalité nécessite énormément de temps, (2) le matériel tangible ne produit pas de rétroactions pertinentes pour l'apprentissage, (3) un enseignant ne peut pas observer plusieurs élèves à la fois.

Le verrou (3) est au centre de travail de Brassat (2017) qui a étudié un outil d'orchestration permettant à l'enseignant de suivre en temps réel plusieurs élèves et modifier les caractéristiques des situations depuis sa tablette.

Par rapport aux verrous (1) et (2) nous pensons que la simulation basée sur la manipulation d'objets virtuels peut être une réponse possible. En effet, l'environnement informatique permet d'interdire certaines actions, produire des rétroactions par rapport au non-respect des règles, etc. selon le paramétrage de l'interface. Ainsi dans notre équipe nous avons conçu une simulation de manipulation des représentations des bâchettes « Simbâchettes ».

II - CADRE THEORIQUE T4TEL

Le cadre de référence T4TEL a été développé suite aux travaux de Chaachoua (2010) pour répondre à la double problématique didactique et informatique pour la conception des environnements informatiques pour l'apprentissage humain. Il s'inscrit dans la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1992, 1998, 1999), désignée par TAD, et plus spécifiquement sur l'approche praxéologique (Chevallard 1999, Bosch et Chevallard, 1999). La théorie anthropologique du didactique (TAD) considère que toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T , au moyen d'une technique τ , justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ . La TAD part du postulat que toute activité humaine met en œuvre une

organisation que Chevallard (1998) note $[T/\tau/\theta/\Theta]$ et qu'il nomme praxéologie, ou organisation praxéologique.

Le cadre T4TEL propose une formalisation du modèle praxéologique pour répondre à l'exigence de calculabilité d'une part et la production de différents services EIAH d'autre part. En particulier, nous formalisons les éléments d'une praxéologie comme suit. L'utilisation de ce cadre de référence dans notre recherche se fait à différents niveaux : de la conception des environnements informatiques, de la conception et de l'analyse des situations.

Type de tâches

Un type de tâches est défini par un verbe d'action et un complément. Le verbe d'action caractérise le genre de tâches comme « Calculer » ou « Dénombrer ». Le complément peut être défini selon différents niveaux de granularité. Par exemple, « Calculer la somme de deux nombres » est plus général que le type de tâches « Calculer la somme de deux entiers ». D'où l'introduction dans le modèle de la notion de générateur de type de tâches.

Générateur de Type de tâches

A un type de tâches T on peut associer un générateur GT en introduisant un système de variables qui prennent des valeurs dans un domaine de connaissances donné. L'instanciation des variables permet de spécifier le complément du type de tâches et donc de générer des types de tâches et des sous-types de tâches.

Exemple. Considérons le générateur de type de tâches $GTs = [Calculer, la\ somme\ de\ deux\ nombres\ entiers ; V1, V2]$ où V1 : taille du premier nombre (nombre de chiffres) et V2 : taille du second nombre (nombre de chiffres).

Les variables introduites dans la définition de générateur du type de tâches ont plusieurs fonctions : générer des sous-types de tâches en jouant sur les valeurs de cette variable, caractériser les portées des techniques (Chaachoua et Bessot, 2016). Ainsi, si l'enjeu d'apprentissage nécessite la mobilisation d'une certaine technique, le jeu sur les variables (et les valeurs) permet de construire une suite de situations favorisant l'émergence de cette technique et permettant ainsi l'apprentissage visé.

Technique

Pour un type de tâches T, une technique τ permet d'accomplir des tâches de T. Elle est décrite par un ensemble de types de tâches $\{(Ti)_i\}$. Chaque type de tâches Ti possède à son tour une ou plusieurs techniques.

Technologie

La technologie permet de justifier, de comprendre voire produire une technique. Elle est modélisée par un ensemble d'énoncés qui portent sur les éléments du domaine de connaissances mises en jeu.

Théorie

La théorie justifie la technologie. Elle peut être modélisée par un ensemble de technologies qui portent sur les éléments du domaine de connaissances.

Ostensifs / Non ostensifs

Nous avons vu que la technique est décrite par un ensemble de type de tâches. Mais la mise en œuvre d'une technique se traduit par la manipulation d'objets que Bosch et Chevallard (1999) désignent par *ostensifs*. En fait, ils distinguent deux types d'objets utilisés dans l'activité mathématique : « les objets ostensifs » et « les objets non ostensifs ».

- « les objets ostensifs » – du latin *ostendere*, montrer, présenter avec insistance. – pour nous référer à tout objet ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible.

- et « les objets non ostensifs » sont alors tous ces « objets », qui, comme les idées, les intuitions ou les concepts, existent institutionnellement – au sens où on leur attribue une existence – sans pourtant pouvoir être vus, dits,

entendus, per.us ou montrés par eux-mêmes : ils ne peuvent qu'être convoqués ou invoqués par la manipulation adéquate de certains objets ostensifs associés. (p.90).

Les ostensifs sont les objets qui ont une forme matérielle comme un stylo ou une règle (dans ce cas-là, on parle d'ostensifs de la « matérialité quelconque »). Mais aussi :

- des gestes : on parle d'ostensifs gestuels
- des mots : on parle d'ostensifs discursifs (ou langagiers) ;
- des schémas, dessins, graphismes : on parle d'ostensifs graphiques ;
- des écritures et formalismes : on parle d'ostensifs scripturaux.

« Le propre des ostensifs, c'est de pouvoir être manipulés, ce mot étant entendu en un sens large : manipulation au sens strict (celle du compas ou du stylo, par exemple), mais aussi par la voix, le regard, etc. » (Chevallard, 1994, p. 69)

Ostensifs et non-ostensifs sont toujours des objets *institutionnels* dont l'existence ne dépend que très rarement de l'activité d'une seule personne. Ils sont « *unis par une dialectique qui considère les seconds comme des émergents de la manipulation des premiers et, en même temps, comme des moyens de guidage et de contrôle de cette manipulation.* » (Chevallard, 1994, p. 69)

III - LA SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « SIMBUCHETTES »

Un projet de recherche est conduit au sein de l'équipe MeTAH autour de la conception d'un dispositif de simulation « Simbûchettes » et d'un dispositif d'orchestration pour assurer le suivi des élèves (Wang et al., 2017). L'interface « Simbûchettes » est une simulation du dispositif matériel « bûchettes » largement utilisé dans l'enseignement (Brasset, 2016).

1 Le prototype

Comme on peut le voir dans la figure 1, l'interface est organisée en plusieurs zones :

- Texte : pour la consigne
- La réserve : constituée de distributeurs de bûchettes, de paquets (dizaines, centaines ...).
- Zone de duplication : permet de dupliquer des groupements
- Zone de construction / déconstruction de groupements : permet de faire ou défaire des groupements.
- Boîtes : composée d'au maximum 4 boîtes (milliers, centaine, dizaine, unité)
- Table : permet de déposer librement les bûchettes et les paquets.
- Poubelle : permet de supprimer des éléments

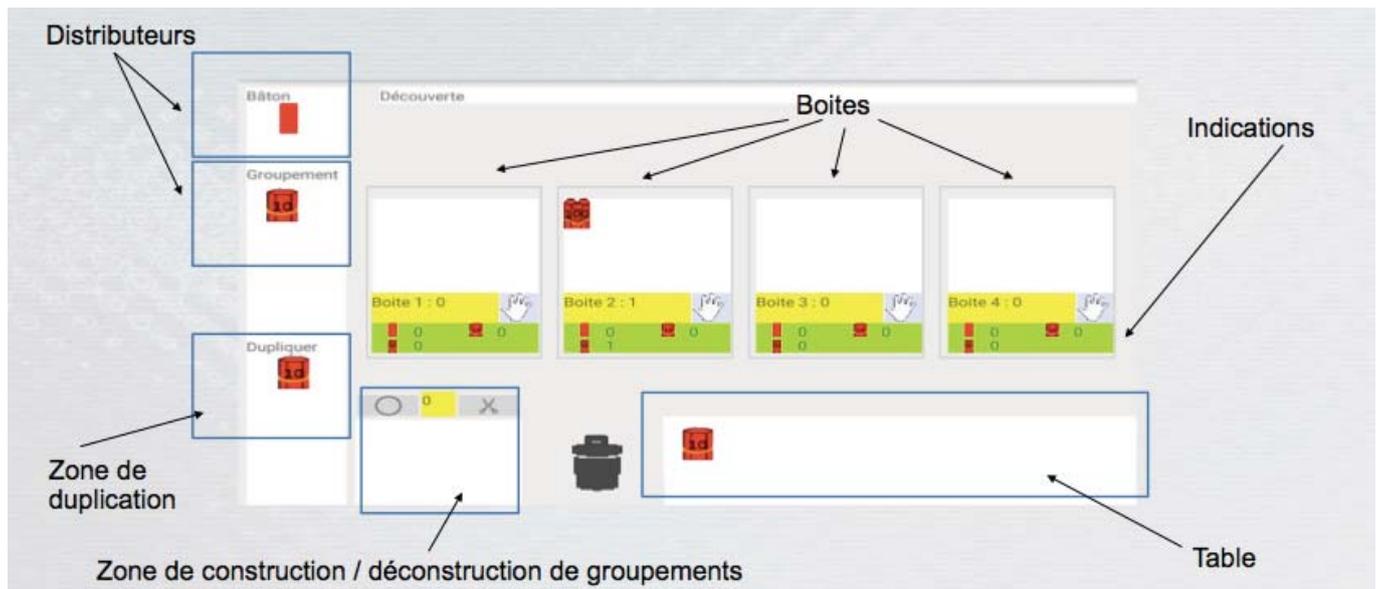


Figure 1. Interface de « Simbûchettes »

Ce dispositif nous donne la possibilité de choisir et de définir des paramètres permettant ainsi de générer plusieurs situations didactiques. Ces paramètres peuvent concerner l’affichage des constituants de l’interface (boîtes, zone de duplication, ...) et donc les éléments disponibles à l’élève et les actions autorisées ou pas.

Par exemple, on peut paramétrer de sorte qu’un élève devant ranger des bâchettes dans les récipients, ne puisse pas mettre plus de 9 bâchettes ou 9 paquets de bâchettes dans un récipient.

Le dispositif « Simbûchettes » offre la possibilité de faire et de défaire rapidement des groupements permettant ainsi le travail sur les unités de numération. Il offre aussi la possibilité de réaliser des échanges entre les unités de numération favorisant ainsi le travail sur leurs relations. De plus, ce dispositif de bâchettes virtuelles peut apporter une réponse à la prise en charge des grands nombres avec la manipulation. En effet, il permet au niveau de la gestion du temps et du matériel de faire des répétitions : condition importante pour déstabiliser les techniques qui sont coûteuses. Il décharge l’enseignant par rapport au suivi des élèves lors de la manipulation tout en l’informant des actions des élèves.

2 Exemple de type de tâches

Considérons le type de tâches² « Traduire un nombre d’une représentation en matériel de numération non canonique (EMN) vers représentation en matériel de numération canonique (EMNC). Nous empruntons à Tempier (2013) la définition d’une écriture canonique : l’écriture canonique avec les unités de numération est l’écriture pour laquelle on a un nombre d’unités de chaque ordre inférieur ou égal à dix. En cas d’absence d’unités d’un certain ordre, on n’écrit rien à cet ordre (on n’écrit pas de 0 dans l’écriture canonique). » (p. 28).

Ce type de tâches permet de travailler le principe de position et/ou le principe décimal.

Nous présentons un exemple de tâches de ce type de tâches (cf. Figure 2).

La consigne est : Victor a déposé des bâtons et des paquets dans les boîtes sans faire attention. Aide-le à corriger son travail.

² Pour plus de détail cf. Brassat (2016)

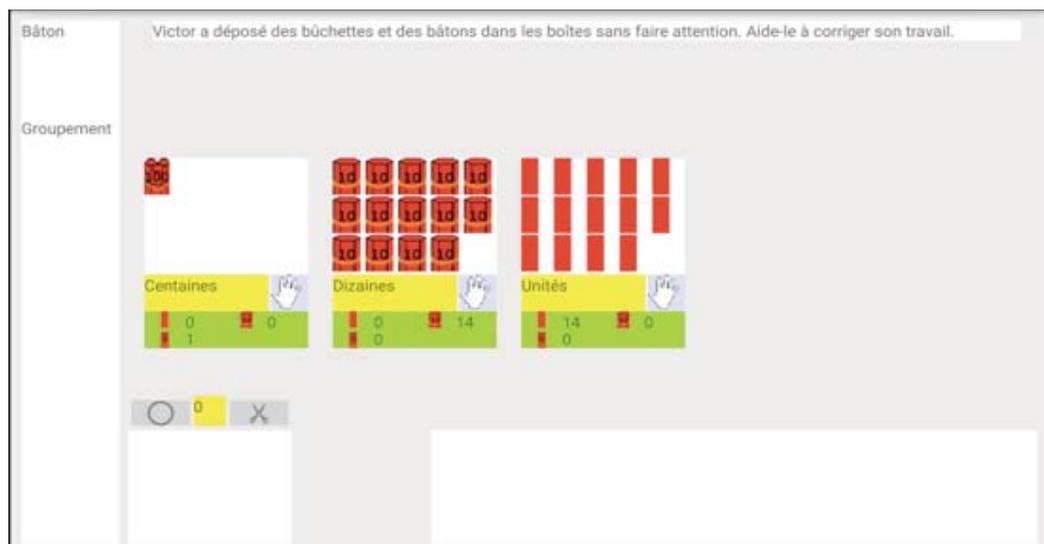


Figure 2. Exemple d’une activité dans « Simbûchettes »

Les paramètres de l’interface

- la réserve est vide
- la poubelle n’est pas disponible.
- La réserve : vide.
- Zone de duplication : n’est pas disponible.
- Zone de construction / déconstruction de groupements : disponible.
- Boîtes :

Boîte « Centaine »	Boîte « Dizaine »	Boîte « Unité »
1 paquet de 100	14 paquets de 10	14 bâchettes

- Table : disponible.
- Poubelle : n’est pas disponible.

Ce choix oblige l’élève à faire un groupement de 10 paquets de 10 et le déposer dans la boîte « Centaine ». D’autres paramètres sont aussi à prendre en compte au niveau des actions de « déposer ». Par exemple, la possibilité ou non de déposer un paquet de 100 dans la boîte « Unité ».

IV - QUESTIONS DE RECHERCHE ET METHODOLOGIE

La conception de cet environnement a été motivée par le fait de reprendre un dispositif tangible qui a ses fondements didactiques et de l’enrichir par la dimension informatique afin de lever les verrous présentés dans le paragraphe I - 3.

Cependant deux questions préalables se posent :

(Q1) Est ce que cet environnement permet la viabilité des types de tâches permettant de travailler les aspects décimal et position ? Autrement dit, est ce qu’il possible de construire des tâches dans la simulation qui mobilisent les deux aspects de la numération ?

(Q2) Est ce qu’on retrouve les techniques de l’environnement tangible dans la simulation pour un même type de tâches ?

Par rapport à la première question nous avons répondu par l’affirmative en construisant des tâches comme celle de l’exemple donné dans le paragraphe précédent.

Notre communication est centrée donc sur la deuxième question. Pour répondre à cette question de recherche nous avons mis en place une méthodologie de recherche. Elle a impliqué un groupe de 30 élèves de deux classes de CE2 d’une école primaire de Grenoble. 7 élèves ont travaillé avec du matériel tangible constitué par des pailles et les autres 23 ont utilisé le dispositif de simulation « Simbûchettes ».

COMMUNICATION C32 – Recherche universitaire

Tous les élèves ont travaillé sur les mêmes tâches liées au type de tâches T « Dénombrer une collection d'objets », en accord avec les éléments théoriques discutés dans la première partie de cet article.

Nous avons construit les différentes tâches en nous appuyant sur le modèle praxéologique de référence développé par Chaachoua (2016) pour le type de tâches « Dénombrer une collection d'objets ». Les tâches relèvent de 3 sous types de tâches T1, T2 et T3 présentés dans le tableau 1. Toutes les tâches réalisées avaient la consigne suivante : « Combien de bâchettes y a-t-il en tout ? ». Dans le tableau ci-dessous, nous avons résumé les types de tâches avec des exemples de tâches proposées aux élèves.

Type de tâches	Exemple de tâches
T1 : Dénombrer une collection « en vrac » ³ qui représente un nombre multiple de 10 inférieur à 100	80 bâchettes « en vrac »
T2 : Dénombrer une collection totalement groupée ⁴ homogène ⁵	9 dizaines de bâchettes
T3 : Dénombrer une collection totalement groupée hétérogène ⁶	2 centaines de bâchettes, 23 dizaines de bâchettes, 15 unités simples

Tableau 1. Description générale des tâches proposées aux élèves avec des exemples

Pendant l'expérimentation nous avons enregistré l'activité mathématique des élèves à l'aide d'une caméra qui filmait les gestes des mains des élèves et à la fois les pailles qu'ils étaient en train de manipuler et la tablette dans le cas d'utilisation de « SimBâchettes ». Les vidéos ont été transcrites dans un deuxième temps pendant la phase de traitement de données.

Dans la section suivante, nous allons présenter quelques éléments d'analyse sur les techniques mises en œuvre par les élèves, dans les cas de la manipulation tangible et virtuelle.

V - ANALYSE DES DONNEES

Dans la première partie de l'analyse, nous allons présenter les techniques repérées dans l'expérimentation avec les pailles et dans celle avec « SimBâchettes » dans chaque tâche proposée. Pour faciliter le lecteur, nous avons résumé les techniques dans le tableau ci-dessous.

	Type de tâches 1	Type de tâches 2	Type de tâches 3
Techniques	τ_{11} : Faire des groupements de 10, compter de 10 en 10 (ou de X en X, en général)	τ_{21} : Compter en unités de numération, convertir de l'écriture en unité de numération à l'écriture en unité de numération simple	τ_{31} : Compter séparément en unités de numération chaque ordre, convertir de l'écriture à l'écriture en unités de numération simples. Additionner les nombres

³ Le matériel est constitué seulement par des unités simples sans aucun groupement.

⁴ Le matériel est constitué par des groupements successifs par dix totalement réalisés.

⁵ Le matériel est constitué par un seul type de groupement à la même unité de numération.

⁶ Le matériel est constitué par différents types de groupement avec différentes unités de numération.

τ_{12} : Faire des groupements de 10, compter en unités de numération, convertir de l'écriture en unité de numération à l'écriture en unité de numération simple	τ_{22} : Compter de X en X, où X est une puissance de 10	τ_{32} : Compter séparément en unités de numération chaque ordre, convertir toutes les unités au plus petit ordre
τ_{13} : Compter de n en n, où n est 1, 2, 3...	τ_{23} : Compter de n en n, où n est 1, 2, 3...	

Tableau 2. Description des techniques dans les cas de manipulation tangible et virtuelle liées au type de tâches « Dénombrer une collection »

D'après cette analyse d'identification des techniques, nous pouvons conclure qu'on retrouve les mêmes techniques dans les deux types de manipulation. Autrement dit, le dispositif de simulation « Simbûchettes » permet de « conserver » toutes les qualités offertes par la manipulation tangible. Bien entendu les deux environnements ne favorisent pas de la même façon les techniques. Par exemple, dans « Simbûchettes » nous avons identifié pour le type de tâches T1 une mobilisation plus importante de la technique τ_{11} , faire de groupement de 10 et compter de 10 en 10, plus que dans le monde tangible où on avait une mobilisation plus importante de la technique τ_{13} , compter de 1 en 1 (De Simone & Chaachoua, 2017).

Dans la deuxième partie de l'analyse, nous allons rentrer dans la description de la mise en œuvre de ces techniques, en menant une analyse en termes d'ostensifs qui sont considérés comme les « briques » constitutives de ces techniques (Bosch et Chevillard 1999).

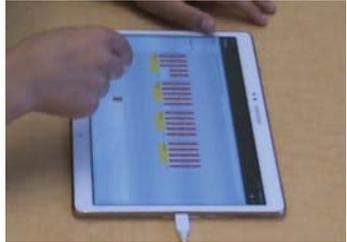
Si au niveau macro, on repère une conservation des techniques dans les deux types de manipulation, au niveau local nous relevons que la mise en œuvre de ces techniques est très différente dans les deux environnements.

Nous allons expliquer ce résultat sur une tâche du type de tâches T1 proposée aux élèves t1 « Dénombrer une collection « en vrac » qui représente un nombre 80 ». La technique τ de T1 est décrite par les types de tâches suivants : T11 : « Faire des groupements de 10 » et T12 : « Compter de 10 en 10 (ou de X en X, en général) ». En fait, on peut affirmer qu'à un premier niveau de description de la technique, on identifie les mêmes composantes T11 et T12 dans les deux environnements : tangible et simulation. C'est à dire $\tau = \{T11, T12\}$. Cependant, si on décrit les techniques de ces deux types de tâches en termes d'actions observables on constate des différences entre les deux environnements. Pour illustrer ces différences nous allons nous centrer sur la description des mises en œuvre du type de tâches T11 en termes des ostensifs qui peuvent être mobilisés dans les cas de manipulation avec les pailles et avec le dispositif « SimBûchettes ».

Nous commençons par la description du déroulement de la technique de T11 dans le cas de deux élèves (E1 et E2), l'un qui travaille avec les pailles et l'autre avec « Simbûchettes » :

TANGIBLE	E1 prend 1 paille à la fois jusqu'à 10 et avec l'autre main il tient un élastique	E1 vérifie d'avoir bien pris 10 pailles en les gardant dans les deux mains (il pose l'élastique sur la table)	E1 met l'élastique autour de 10 pailles
			

COMMUNICATION C32 – Recherche universitaire

<p>VIRTUEL</p>	<p>E2 déplace chaque bûchette dans la zone de groupement jusqu'à 10</p> 	<p>E2 appuie sur le bouton pour grouper</p> 	<p>E2 déplace le paquet sur la table</p> 
-----------------------	---	--	--

Maintenant nous allons analyser la mise en œuvre de T11 en identifiant les différents ostensifs dans les deux types de manipulation. Pour faciliter l'analyse nous distinguons les ostensifs selon les différents types d'ostensifs décrits dans la partie théorique de cet article. Nous allons nous focaliser en particulier sur les ostensifs gestuels et sur ceux de la matérialité quelconque.

<p>TANGIBLE</p>		<p>E1 prend 1 paille à la fois jusqu'à 10 et avec l'autre main il tient un élastique</p> 	<p>E1 vérifie d'avoir bien pris 10 pailles en les gardant dans les deux mains (il pose l'élastique sur la table)</p> 	<p>E1 met l'élastique autour de 10 pailles</p> 
	<p>Ostensifs gestuels et ostensifs de la matérialité quelconque</p>	<p>Ost. 1 : Geste pour prendre les pailles Ost. 2 : Geste pour garder l'élastique dans une main</p>	<p>Ost. 3 : Geste de poser l'élastique sur la table Ost. 4 : Geste pour vérifier d'avoir 10 pailles</p>	<p>Ost. 5 : Geste d'entourer les 10 pailles avec l'élastique</p>
<p>VIRTUEL</p>		<p>E2 déplace chaque bûchette dans la zone de groupement jusqu'à 10</p> 	<p>E2 appuie sur le bouton pour grouper</p> 	<p>E2 déplace le paquet sur la table</p> 
	<p>Ostensifs gestuels et ostensifs de la matérialité quelconque</p>	<p>Ost. 1 : Geste de déplacer les bûchettes dans la zone de groupement</p>	<p>Ost. 2 : Geste d'appuyer sur le bouton pour les grouper</p>	<p>Ost. 3 : Geste pour déplacer le paquet sur la table</p>

Nous constatons que les ostensifs constituant la technique ne sont pas les mêmes. Cependant, les non-ostensifs auxquels ces ostensifs renvoient sont les mêmes. Par exemple, les ostensifs gestuels et de la matérialité comme « geste pour entourer 10 pailles » renvoient au non-ostensif « dizaine » comme celui de « déplacer 10 buchettes dans la zone de groupement et puis appuyer sur le bouton « grouper » pour faire un paquet de 10 ». Comme ce qui est en jeu didactique est bien le non ostensif, on peut dire que les deux environnements permettent de travailler le même non-ostensif à travers la manipulation des ostensifs différents.

VI - CONCLUSION

Nous pouvons répondre affirmativement à la question de recherche Q2 « Est ce qu'on retrouve les techniques de l'environnement tangible dans la simulation pour un même type de tâches », en disant qu'avec la manipulation virtuelle à l'aide du dispositif « Simbûchettes » nous avons retrouvé les mêmes techniques identifiées lors de la manipulation tangible avec les pailles. Donc, nous pouvons affirmer que l'utilisation du dispositif de simulation permet de « conserver » les techniques mobilisées dans la manipulation tangible. Néanmoins, nous avons observé que la mise en œuvre de ces techniques dans les cas tangible et virtuelle est différente par la manipulation des ostensifs mobilisés dans les deux cas. Cependant ils renvoient aux mêmes non ostensifs qui sont enjeux d'apprentissage. Ce qui nous permet de consolider notre démarche sur la conception du dispositif « Simbûchettes » comme réponse aux verrous (1) et (2).

VII - BIBLIOGRAPHIE

- BEDNARZ N., JANVIER B. (1984) La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage, *Grand N*, **33**, 5-31
- BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique, *Recherches en didactique des mathématiques*, **19(1)**, 77-124.
- BRASSET N. (2016) Simulation du matériel de numération « Bûchettes », in *Actes du 43ième Colloque Copirelem*.
- BRASSET N. (2017) *Les décisions didactiques d'un enseignant dans un EIAH. Etude de facteurs de type histoire didactique*. Thèse de de l'Université Grenoble Alpes. Grenoble.
- CHAACHOUA H. (2010) *La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Etude de cas : la modélisation des connaissances des élèves* (Note de synthèse HDR). Grenoble : Université Joseph Fourier.
- CHAACHOUA H., BESSOT A (2017) Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. *Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*. Castro-Urdiales, Espagne. 2016.
- CHAACHOUA Y. (2016) *Praxéologie de référence de l'aspect décimal de la numération par la manipulation selon le modèle T4TEL*. Mémoire Master Didactique des sciences. Université Grenoble Alpes.
- CHAMBRIS C. (2008) *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle. Connaissances des élèves actuels*. Thèse de l'Université Paris Diderot, Laboratoire de didactique André Revuz.
- CHEVALLARD Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **12(1)**, 73–112.
- CHEVALLARD Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In R. Noirefalise (Ed.), *Actes de l'École d'été de la Rochelle*, du 4 au 11 juillet 1998, La Rochelle, 91-120, Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.
- CHEVALLARD Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **19(2)**, 221–266.
- DE SIMONE M., CHAACHOUA H. (2017) The transposition of counting situations in a virtual environment. In *The 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*. Lyon.

COMMUNICATION C32 – Recherche universitaire

PAROUTY V. (2005) Compter sur les erreurs pour compter sans erreurs : état des lieux sur l'enseignement de la numération décimale de position au cycle 3, in *Actes du XXXIème colloque sur la formation des maîtres*, IREM de Toulouse

RAOUL-BELLANGER A., BELLANGER F. (2010) *Construire les notions mathématiques*, 50 activités de manipulation, Retz

SERFATI M. (2005) *La révolution symbolique : la constitution de l'écriture symbolique mathématique*, Paris : Pétra.

TEMPIER F. (2010) Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, **86**, 59- 90.

WANG P., TCHOUNIKINE P., QUIGNARD M. (2017) Chao: a framework for the development of orchestration technologies for Technology-Enhanced Learning activities using tablets in classroom. In *International Journal of Technology Enhanced Learning*