

UNE SEANCE DE GEOMETRIE ELEMENTAIRE PRENANT APPUI SUR UNE SEANCE D'EPS A-T-ELLE UN POTENTIEL D'APPRENTISSAGE EN GEOMETRIE ?

UN EXEMPLE AU CYCLE 3

Mériem Arab

Enseignante, Université Cergy Pontoise ESPE
meriem.hadj-moussa@u-cergy.fr

Résumé

Cette recherche questionne les influences mutuelles du méso-espace et du micro-espace dans le cadre de l'enseignement de la géométrie élémentaire.

Nous avons élaboré et expérimenté une séquence « bi-disciplinaire » avec une première séance phare d'EPS à visée mathématique, (jeu du béret adapté) dans le but d'introduire la notion de distance d'un point à une droite.

Nous questionnons dans notre étude les apports en mathématiques de la convocation de cette notion de géométrie en EPS. Nous relevons ainsi les points d'appuis et les obstacles.

À partir de nos observations de la séquence d'enseignement mise en œuvre dans une classe de CM1, nous avons analysé les connaissances spatiales et géométriques ainsi que *l'organisation des problématiques* (Berthelot et Salin, 1992) en nous intéressant aux différentes actions des élèves engendrées par un travail sur un type d'espace donné (méso-espace, micro-espace). En particulier, nous avons relevé le rapport pratique qu'ont eu les élèves par rapport à certains objets de la géométrie engendré par un travail sur le méso-espace. Nous nous sommes également intéressées au langage et à son rôle dans les apprentissages de la géométrie (Mathé, 2006), à la mémoire et son influence pour un transfert de connaissances dans le micro-espace (Matheron et Salin, 2002), ainsi qu'à l'influence des gestes de l'enseignant portant sur la formulation et la régulation (Gobert, 2005).

I - INTRODUCTION

Ce travail réalisé dans le cadre d'un master recherche en didactique des maths, porte sur l'articulation des mathématiques avec l'EPS. Plus précisément, nous questionnons la potentialité d'une séquence de géométrie au cycle 3 qui prend appui sur une séance d'EPS.

Après avoir présenté l'origine de la question, nous exposons les étapes de réflexion qui ont mené à l'élaboration de la séquence, puis nous présentons la séquence avec quelques éléments d'analyse a priori. Par la suite, nous développons les déroulements effectifs accompagnés d'une analyse a priori. Ce travail permet de mettre en évidence les différents rapports adoptés par les élèves lors de leur travail dans le méso-espace et de pointer certaines influences du langage ou de la mémoire sur l'apprentissage de la notion visée.

1 Origine de la question. Pourquoi une séquence bi-disciplinaire ?

Les Instructions Officielles évoquent le fait que la géométrie à l'école se compose de deux champs de connaissances, le premier concerne le champ des connaissances spatiales et le second celui de la première approche de connaissances géométriques dont le but est de développer une géométrie perceptive permettant de concevoir certaines propriétés des objets géométriques. Ici les objets géométriques et leurs propriétés sont conçus par la perception et le sens. Les textes ministériels relatifs aux mathématiques précisent que les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments. Elles sont aussi une occasion de fréquenter de nouvelles représentations de l'espace. Les situations faisant appel à différents types de tâches (reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire

émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances. (Cycle 3 BO spécial du 26 novembre 2015)

Dans ma pratique de classe en tant que professeure des écoles, j'ai pu expérimenter des séquences pluri-disciplinaires impliquant les mathématiques et une autre discipline :

- EPS en CE2 dans le cadre d'un travail sur l'alignement.
- Arts Plastiques en CP dans le cadre d'un travail sur le repérage de cases dans un quadrillage à partir d'œuvres d'art. Tantôt les connaissances mathématiques se sont révélées indispensables pour le travail en art plastiques, tantôt la culture artistique a constitué le matériau sur lequel s'est ancrée la découverte mathématique.

Ces expériences m'ont permis de constater que ces démarches particulières d'enseignement de la géométrie nourrie par une autre discipline, ont une influence non négligeable sur les apprentissages. Par conséquent, j'ai voulu approfondir cette forme de travail en articulant à nouveau les mathématiques et l'EPS.

2 Articulation des deux disciplines : Géométrie/EPS. Nos questions.

L'articulation des deux disciplines tient compte d'un travail dans les deux espaces méso-espace et micro-espace. Certains points propres à l'EPS semblent favorables à cette articulation. Tout d'abord, la possibilité de faire travailler les élèves dans le méso-espace pour faire des mathématiques, en leur donnant la possibilité de développer des compétences en lien avec leurs actions qui ne sont pas clairement exprimées en classe. Puis, par mesure d'économie, la prise en compte du facteur temps, élément propre aux pratiques de l'école élémentaire. De cette réflexion découle naturellement la question :

Comment les deux espaces (micro-espace et méso-espace) se nourrissent-ils mutuellement pour un apprentissage en géométrie ?

Notre réflexion a porté tout d'abord sur la nature de la séance d'EPS qui va permettre de récupérer le méso-espace, plus particulièrement, sur le jeu sportif qui permettrait de poser un problème mathématique pour établir une stratégie gagnante qui conduit au savoir géométrique préconisé. Deux questions générales émergent.

La première concerne le rapport à l'espace avec l'étude des connaissances développables et transférables d'un type d'espace à un autre. Nous l'avons formulée comme suit :

- **Quelles connaissances de la géométrie élémentaire sont développables et transférables d'un type d'espace (méso-espace, micro-espace) à un autre ?**

Afin de tenter de répondre à cette question, nous nous intéressons tout d'abord à l'impact de la nature de chacun des espaces (méso-espace, micro-espace) sur les actions des élèves et leurs apprentissages. Nous nous appuyons sur les travaux de Berthelot et Salin (1995). Selon eux, l'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire nécessite l'organisation de problématiques associées à des rapports à l'espace très différents, ces problématiques sont identifiées comme suit.

La problématique pratique : les objets sur lesquels on travaille sont des objets physiques. La démarche de résolution est pratique. La validation se fait en restant sur l'espace sensible.

La problématique spatio-géométrique ou de modélisation : les objets sont physiques et/ou géométriques. Les validations sont liées au modèle ou à l'espace sensible qu'il modélise.

La problématique géométrique : les objets ne sont plus physiques mais théoriques. La démarche de résolution et la validation se font par un raisonnement qui s'appuie uniquement sur des connaissances géométriques reconnues.

Nous interrogeons ainsi l'influence de la problématique pratique et sa nature selon l'espace réel ou l'environnement graphique. Nous tentons de mettre en évidence également les phases qui caractérisent le passage d'une problématique pratique à une problématique de modélisation.

La deuxième question découle d'un travail sur deux environnements différents. Il s'agit de la question de la mémoire :

- **Quelle sera l'influence de la mémoire sur certains apprentissages de la géométrie ?**

Concernant la **mémoire didactique**, nous nous intéressons au passé de l'élève et à la manière dont ce passé peut être convoqué et mobilisé. Pour cela, nous nous sommes attachées au cadre et aux concepts développés par Matheron et Salin (2002). Ils montrent le jeu existant entre *ostension et mémoire*. Leur méthodologie se fonde sur l'identification, dans les interactions discursives enregistrées, des appels au passé ou des moyens mémoriels propres à l'enseignant. Ils précisent que l'ostension de la mémoire s'effectue en mobilisant plusieurs registres : langagier, gestuel, graphique. Ce jeu caractérise ce que les auteurs appellent *mémoire collective*. Les auteurs définissent également la *mémoire pratique* comme étant celle qui s'applique sur des pratiques anciennes afin d'en accomplir des nouvelles. C'est le principe même de l'enseignement par résolution de problèmes. Cette mémoire est définie comme celle qui va permettre, au moment approprié une pratique précédemment apprise.

Suite à la prise en compte des éléments théoriques cités ci-dessus, nous avons pu affiner nos questions initiales. En plus de la question portant sur le rapport des élèves à l'espace avec lequel ils interagissent, ainsi que celle des actions de la mémoire pour un transfert des connaissances du méso-espace au micro-espace, il nous a semblé important de s'intéresser au volet du vocabulaire géométrique en questionnant l'influence de la nature de l'espace sensible de travail sur sa construction. Enfin, nous nous intéressons à la **formulation de l'enseignant** par rapport à la régulation de ses gestes en fonction du type de l'espace de travail.

Finalement notre question de départ plus générale portant sur les influences mutuelles des deux espaces sensibles pour un apprentissage de la géométrie, se décline en quatre questions :

- **Quelles sont les influences de la problématique pratique engendrée par un travail sur un espace sensible donné ?**
- **Comment va agir la mémoire pour un transfert de connaissances du méso-espace vers le micro-espace ?**
- **Quelles sont les influences de l'espace sensible sur la construction d'un vocabulaire géométrique liée à une notion donnée ?**
- **Enfin une question sur l'enseignant portant sur ses gestes et sa formulation dans le cadre d'un travail spécifique dans deux types d'espaces différents.**

II - LA SEQUENCE

Il s'agit d'une séquence de trois séances avec un travail sur les deux espaces sensibles méso-espace et micro-espace. Cette expérience s'est déroulée avec des élèves d'une classe de CM1. La notion est celle de « la distance d'un point à une droite ».

Afin de pouvoir étudier l'influence du méso-espace sur le micro-espace, nous avons introduit la séquence par une séance d'Education Physique et Sportive mettant ainsi une forme de travail originale à visée mathématique. Les deux autres séances se déroulent en classe. Leurs études portent essentiellement sur l'influence de la première séance.

Par ce choix, nous avons volontairement pris en compte une contrainte liée aux pratiques d'un enseignant de l'école élémentaire. Cette contrainte concerne la gestion du temps didactique. Nous nous soumettons ainsi au contrat classique correspondant à un enseignant ordinaire du premier degré.

Cette première séance est par conséquent marquée par une certaine rupture avec les méthodes classiques. Elle est convoquée plus tard en classe implicitement par la voie de la mémoire dans les séances 2 et 3. L'étude de ces deux dernières séances sert entre autres à mesurer l'impact de la première.

La séquence construite est confiée à une enseignante de CM1 et des fiches de préparation détaillées des séances lui ont été remises. Un travail de collaboration fin et conséquent a pu être réalisé afin qu'elle puisse au mieux s'approprier les éléments fondamentaux des déroulements.

1 La séance 1

Le choix porté sur une première séance d'EPS à visée mathématique nous permet de proposer aux élèves, grâce à des variantes d'un jeu classique et traditionnel, diverses recherches leur permettant de

visualiser d'une manière pragmatique le fait que le plus court chemin pour aller d'un point à une droite est représenté par la droite passant par ce point perpendiculairement à cette droite.

Cependant, dans l'élaboration des stratégies de gain des élèves, nous prenons aussi en compte, du fait de la discipline, des compétences sportives dont peuvent faire appel les élèves dans ce type d'activités.

1.1 Descriptif de la séance 1 et éléments d'analyse a priori

La séance 1 porte sur une variante du jeu sportif « le bérêt »¹ que les élèves ont déjà pratiqué lors de séances précédentes. Celui-ci va permettre de retrouver la configuration spatiale cherchée par rapport à nos intentions en géométrie. Le but est de proposer aux élèves une situation de recherche pour déterminer la stratégie gagnante de ce jeu permettant essentiellement de prendre conscience de manière pragmatique de la notion de distance d'un point à une droite dans le méso-espace. Cette séance permettra également de percevoir dans ce type d'espace, que tous les points situés à une distance donnée d'une droite sont alignés.

Sur la piste de jeu

Contrairement au jeu classique, nous avons mis en place les ostensifs suivants pour enrichir le milieu :

- deux lignes parallèles tracées au sol délimitant la zone intérieure de la piste de jeu.
- les différentes positions du bérêt sont toutes marquées au sol par une croix.
- des cartons-lettres (de A à F) matérialisent la position de chaque élève.

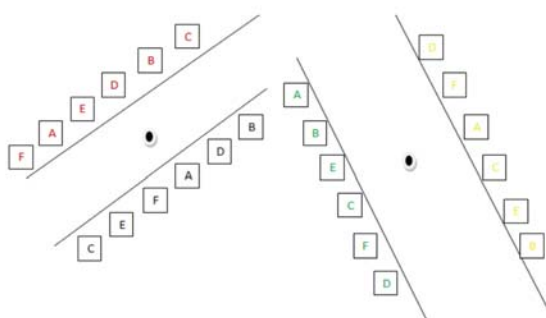


Image 1. Dispositif de l'étape 1 de la séance 1

Du point de vue mathématique la situation de la séance 1 se formalise ainsi :

- Les variables-points : où placer le bérêt et où se placer pour jouer et gagner ?
- La relation : former la distance du point-bérêt à la droite-ligne de position.
- Tous les points de positions possibles du bérêt sont alignés et se trouve sur une droite parallèle à la droite-ligne de position des élèves.
- La tâche : comment se placer par rapport au bérêt pour gagner ?

Le méso-espace avec la prise en compte de ces variables, va permettre aux élèves la mise en place de procédures de résolution qui conduisent à des critères de validité comme la perception visuelle et le mesurage.

Les étapes de la séance

La séance va comporter trois étapes qui correspondent à des variantes particulières du jeu. Ces variantes se cumulent afin de permettre l'évolution vers l'objectif mathématique. Chacune d'entre elles se déroule en trois ou quatre phases :

Phase 1. Les règles et les consignes définies et rappelées par l'enseignante.

Phase 2. La concertation et la recherche par groupe de la stratégie gagnante.

Phase 3. Le jeu effectif.

¹ Descriptif du jeu du bérêt en annexe

Phase 4. La mise en commun et l'institutionnalisation. Cette dernière peut ne figurer que partiellement ou pas du tout dans certaines variantes.

Étape 1. Le jeu du bérêt : une variante portant sur les numéros des élèves. Dans cette première étape, il est annoncé un nouvel élément de la règle du jeu classique déjà rencontré par les élèves : chaque équipe réfléchit au choix d'un camarade à qui il sera attribué deux numéros et non un seul.

La stratégie gagnante attendue comporte **deux volets**.

Le premier consiste à attribuer les deux numéros supplémentaires à l'élève qui se situe au niveau de la lettre qui correspond à la plus courte distance du bérêt. Mais le facteur vitesse doit être pris en compte, alors le deuxième volet de cette stratégie serait de positionner les bons coureurs de son équipe assez loin du bérêt. Lorsque toutes les équipes sont prêtes, une partie de jeu est lancée avec les différentes phases citées ci-dessus.

Étape 2. Une variante sur la piste du jeu.

Dans cette étape nous gardons la règle annoncée à l'étape 1 et nous faisons varier les positions du bérêt. Ainsi, l'enseignante pose arbitrairement le bérêt ailleurs qu'à un point situé à égale distance des deux droites, ces positions seront marquées au sol à la craie de couleur.

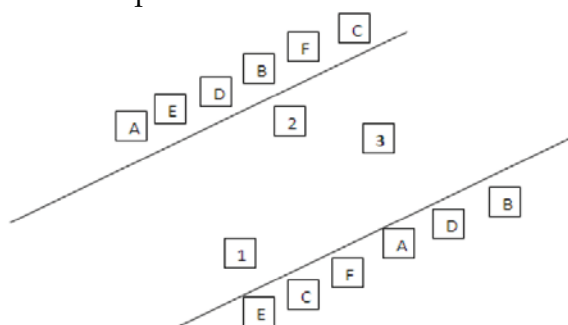


Image 2. Dispositif de l'étape 2 de la séance 2

Cette configuration va permettre de percevoir les positions possibles du bérêt qui rend le jeu équitable. Mais surtout réaliser que tous les points de position du bérêt sont alignés et se trouvent sur une droite parallèle à la droite, ligne de position.

Ainsi, avant même de lancer la phase de réflexion et de concertation, il est attendu que les élèves réagissent en affirmant qu'ainsi le jeu devient non équitable. Ils devraient également pouvoir anticiper sur le gain de l'équipe qui se situe sur la ligne la plus proche du bérêt.

Pour permettre au jeu de garder son équité, l'enseignante va finalement positionner le bérêt sur la ligne médiane, mais non au centre de la piste (celui-ci est représenté par un pont noir sur l'image 1). Elle veillera à repérer à la craie blanche, le nouvel emplacement du bérêt pour cette partie.

Étape 3. Une variante sur la position des élèves.

Avant d'annoncer le dernier point sur les variantes du jeu, l'enseignante propose un nouvel emplacement du bérêt situé sur la ligne médiane mais à un autre endroit que ceux déjà pris pour les phases 1 et 2 (les croix marquées au sol aident à cet emplacement), une nouvelle croix blanche marque cette nouvelle position. Puis, elle annonce aux élèves de chaque équipe la nouvelle règle :

« Vous avez la possibilité de déplacer au choix une, deux, trois ou toutes les lettres pour les positionner là où vous voulez mais en respectant la limite de la zone intérieure délimitée par les deux lignes des deux équipes, et dans laquelle est posé le bérêt ».

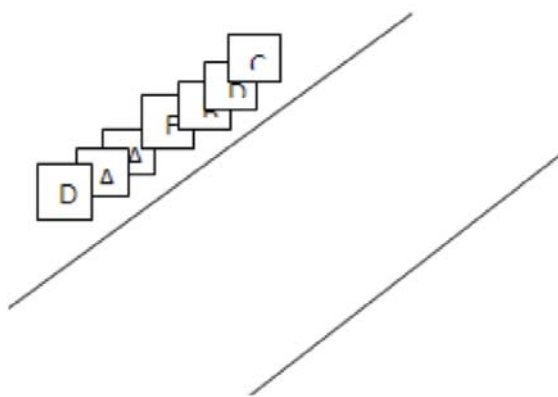


Image 3. Dispositif de l'étape 3 de la séance 1

1.2 Éléments d'analyse a posteriori de la séance 1

Notre premier constat porte sur la résistance du contrat didactique lié à la discipline EPS. Lors de la phase de concertation de l'étape 1 du jeu, nous avons relevé un échange entre les élèves pour le choix du camarade à qui il faut attribuer deux numéros :

E²¹ : non mais c'est Victor qui court le plus vite

E² : ouais, mais les plus forts avec le plus de numéros.

Ainsi, les élèves n'ont pas du tout tenu compte de leur position par rapport à la position du béret, les cartons posés au sol n'ont pas été questionnés. Cette difficulté était prévisible dans cette étape et à ce niveau de la séance. L'enjeu pour les élèves est de gagner un jeu, qui, même s'il semble apporter une variante, a déjà été rencontré en séances d'E.P.S. Le facteur vitesse est alors privilégié même pour le choix du camarade portant les deux numéros supplémentaires.

Lors de l'étape 2, l'enseignante provoque une phase d'interaction entre les élèves et un élément du milieu. Elle leur propose de nouvelles positions du béret.

P³ : Bon alors, mon béret, vous avez joué il était là d'accord, bon ben le prochain jeu, je le change..... je le mets là.

Les différentes positions du béret choisies et proposées par l'enseignante ont pour objectif dans notre projet, de faire réagir les équipes sur l'équité du jeu. Elle a ainsi amené les élèves à percevoir que le béret a une ligne de positions possibles.

E : toujours au milieu mais le changez de place.

Pour cet élève, le mot « milieu » semble recourir à la « ligne médiane ».

P : alors le mettre toujours au milieu mais le... changer de place

E : de côté de côté

E : ou bien tu le mets là-bas mais (*l'élève montre du doigt la ligne médiane*) toujours au milieu (*en montrant un emplacement sur la ligne médiane mais non au centre*).

Nous constatons qu'à ce niveau tous les éléments du milieu sont présents pour que l'enseignante rebondisse sur les positions qui rendent le jeu équitable, en procédant à la validation. Ceci aura permis la construction par image mentale de la représentation de la « ligne médiane », qui va se poursuivre plus tard sur la construction de cette ligne aux instruments. Nous relevons ainsi une faible appropriation du projet par l'enseignante.

Par la suite, un débat s'engage avec le reste de la classe autour des positions du béret qui gardent le jeu équitable. Certains élèves ne semblent pas convaincus et insistent sur la position initiale du béret qui représente à vue d'œil le point central de la piste de jeu. D'autres manifestent le fait que le béret

² E désigne un élève

³ P désigne l'enseignante

placé à l'extrémité de la piste tout en demeurant sur la ligne médiane, gardait l'équité du jeu. Mais le débat est clos par un élève qui arrive à convaincre ses camarades :

E : en fait il faudra le mettre toujours sur la croix

P : en fait, il faut le mettre toujours sur la croix ?

Es (*plusieurs élèves*) : oui il faut laisser sur la croix

Ainsi la tentative de mobilisation des connaissances mathématiques en utilisant des ostensifs comme les croix (points géométriques) pour désigner les positions du béret n'a pas suffi à une rupture du contrat didactique d'EPS.

Le milieu enrichi n'exclut pas l'utilisation du facteur vitesse qui continue de s'imposer. Nous pointons ainsi une forte prégnance de la problématique pratique.

Lors de l'étape 3, l'enseignante poursuit ses tentatives de rupture avec le contrat didactique de l'EPS, elle oriente les élèves vers une recherche de stratégies favorisant des éléments du milieu plutôt que le facteur vitesse. Ceux-ci finissent par évoquer la « distance » entre le béret et l'élève qui joue. Il s'agit de trouver un moyen pour justifier que deux élèves face au béret sont à égale distance. Les élèves convoquent l'unité du pas pour mesurer, ils utilisent ainsi des moyens pragmatiques en relation avec certaines connaissances pratiques. L'espace sensible ne favorise pas d'emblée l'utilisation d'instruments géométriques pour le mesurage.

Cependant, un élève remarque que les mesures réalisées au pas ne sont pas fiables car effectuées par deux élèves différents. S'appuyant sur ce propos, l'enseignante amène les élèves à proposer le mètre : instrument attendu dans cette phase, mais dont l'intérêt portait sur un autre objet de savoir, celui de mesurer le plus court chemin.

P : « alors eux ils ont un souci, ils ont mesuré avec les pieds mais ils n'ont pas la même longueur de pied, ah c'est pas très fiable, est-ce qu'il y a un autre moyen, si la longueur des pieds c'est pas très fiable, est-ce qu'il y a un autre moyen ?

E : avec unmètre »

L'enseignante finit par proposer alors le décimètre, ostensif de la géométrie afin d'engager les élèves vers une problématique spatio-géométrique.

Cette phase est caractérisée par une articulation de connaissances spatiales spontanément développées dans une problématique pratique, et des connaissances géométriques en lien avec les mesures de grandeur qui permettraient une entrée dans une problématique de modélisation.

Nous constatons également que les élèves continuent de marquer leur souci d'équité du jeu et ne réfléchissent qu'à la position du béret par rapport à leur position sur la ligne du jeu. Leur action sur le terrain porte alors sur des déplacements du béret. Il n'était pas prévisible lors de la construction de la séance, de voir surgir dans la méso-espace une procédure **d'utilisation en acte de la symétrie centrale qui caractérise bien l'équité du jeu.**

Tout au long des échanges, dans la recherche d'une position idéale du béret, les échanges portent sur l'ambiguïté et la difficulté à trouver cette position à cause des lignes du jeu non perpendiculaires aux longueurs du terrain. Les élèves montrent une difficulté à utiliser un vocabulaire géométrique et sont amenés à accompagner avec le geste certains propos pour mieux se faire comprendre.

E1 : oui mais les lignes elles ne sont pas droites, elles sont comme ça (*E1 accompagne avec le geste*) alors c'est normal

E2: j'avoue

E3 : ah ah voilà

Nous relevons ainsi des ambiguïtés référentielles relatives au vocabulaire de la géométrie (Mathé 2006). Afin de relever les ambiguïtés sur le terme « droit », l'enseignante, sans chercher à définir clairement la signification de ce mot, recentre les élèves dans le contexte de la situation, puis les encourage à utiliser d'autres moyens pour exprimer la perpendicularité.

P : (...) Et là c'est comment ? (*L'enseignante remet le mètre dans sa position initiale*). C'est une histoire de position, je vous aide un petit peu, c'est une histoire de position au sol.

E : celle-là, (*E montre la direction de la ligne de position des élèves*), elle part un petit peu comme ça puis celle-là, elle est heu....

Ce passage est caractérisé par une fracture conduisant les élèves à rompre avec la problématique pratique engagée pour tenter une problématique de modélisation.

Cependant, le système symbolique propre à la démarche de résolution par modélisation se trouve ici réduit aux gestes et à l'expression corporelle pour caractériser deux droites perpendiculaires.

Le vocabulaire géométrique enfin apparu dans la phase de discussion, aurait pu conduire à une validation possible instrumentée (instruments relevant de la pratique scolaire de la taille du tableau et ceux relevant d'une pratique professionnelle : le mètre).

En effet, un élève propose une vérification à l'aide de l'équerre, mais l'enseignante diffère cette action. Nous remarquons alors, qu'à ce niveau, le milieu objectif⁴ (Margolinas 1995) était suffisamment enrichi pour l'engagement d'une situation de référence⁵ qui ne s'est pas réalisé.

P : ça ressemble quand même heu...un petit peu à un angle droit hein ? peut-être qu'il va falloir regarder ça de près mais ça ressemble un petit peu à un angle droit. On va garder ça en tête, si c'est vraiment un angle droit, ya peut-être un moyen de le prouver

E : avec une équerre !

P : avec une équerre, donc on va éventuellement,

E : chercher une équerre

P : après. Là, on va continuer, éventuellement, si vraiment, vraiment, vous pensez que c'est un angle droit, on le justifiera avec heu...le matériel qu'il faut. Vous reprenez vos pistes (...)

L'étape 3 est particulièrement caractérisée par l'exploitation des cartons-lettres matérialisant la position des élèves. Mais dans un premier temps, la prégnance des élèves dans la problématique pratique, leur permet de se déplacer sans avoir besoin de regarder ces cartons posés au sol.

Rappelons que l'enjeu de cet élément est que les élèves puissent repérer et matérialiser leur place. Il y a également un lien avec le deuxième volet de la stratégie gagnante portant sur l'élève à qui seront attribués deux numéros. Cette variante de jeu semble compliquée à prendre en compte par les élèves, et ne marque pas a priori d'obstacles dans la recherche des stratégies gagnantes.

L'enseignante rappelle les consignes et les règles en insistant sur l'importance des cartons lettres en lien avec leurs positions sur la piste de jeu. Elle insiste fortement sur cet élément fondamental jusqu'alors non pris en compte par les élèves.

P : le terrain, pensez à ça, ça vous l'avez oublié à chaque fois. (...) Donc on refait, concertation collective, vous me trouvez la stratégie, le moyen d'accéder le plus rapidement possible au bérêt, (...) sachant que vous avez le droit de déplacer les lettres, une lettre, deux lettres, trois lettres, voire toutes les lettres, (...) pour les placer heu. Idéalement pour gagner ok ? pensez à ça ! vous vous attribuez toujours des numéros en secret de 1 à 8 pour vous, de 1 à 7 pour vous et à ce moment-là, je vais me tenir là, si vous avez une petite question à me poser mais...pour que je vous aide une petite indication supplémentaire, vous venez me la poser, j'y réponds, ça marche ? ça marche ? On y va !

Le rôle de ces lettres étant perçu comme seulement une nomination de chaque élève, l'action se résume donc à un simple échange de lettres et de positions. **La robustesse du contrat en lien avec les règles du jeu classique et la compétence sportive de la vitesse**, a empêché les élèves de penser des déplacements possibles des cartons qui rendraient l'accès au bérêt encore plus rapide.

Nous avons l'impression d'avoir ainsi complexifié la tâche des élèves en leur proposant cette variante portée sur les cartons, au sein d'une première variante, celle portée sur les numéros supplémentaires. L'enjeu pour les élèves étant toujours de gagner, et comme la compétence sportive est disponible, le besoin de répondre à une action sur l'élément « lettres » ne se fait ressentir à ce niveau, que par **un effet Topaze du contrat didactique**. Aucun déplacement des lettres pertinent n'est engagé.

Se rendant compte de la situation, l'enseignante intervient progressivement en orientant un peu plus les élèves vers le mode de traitement de l'élément « lettres », elle aménage et enrichit encore le milieu en procédant à un exemple de déplacement sur une piste de jeu. Elle agit comme maître du jeu en imposant la piste de réflexion attendue dans le milieu en pleine construction. Elle bouscule les

⁴ Le milieu objectif contient essentiellement les connaissances dont les élèves doivent disposer pour pouvoir interagir de façon satisfaisante avec le milieu.

⁵ La situation de référence contient les stratégies développées par les élèves dans le milieu objectif.

intentions des élèves qui semblent alors étonnés de voir leur jeu du bérét classique aussi métamorphosé. En même temps qu'elle agit, elle rappelle les règles propres de la variante du jeu ainsi que celles des lettres au sol.

P : (l'enseignante prend les trois cartons B, C, A qu'elles chevauchent jusqu'à presque les empilées) tiens, moi je vais former le mot BAC, (...)

E : oui mais on va être serré comme des patates (rires)

P : ah mais j'en sais rien, si ça marchait le fait d'être serré, comme tu le dis si bien

En répétant le propos de l'élève, l'enseignante, dans une sorte de confirmation, veut diffuser l'information à la classe afin que les élèves prennent compte de ce propos dans leurs actions.

E : ben oui mais après... comme ça

P : mais ça détermine ta position sur le terrain, les lettres déterminent vos positions sur le terrain par rapport au bérét, pensez-y. Les lettres déterminent vos positions sur le terrain, tout ça par rapport au bérét, le but du jeu accéder au bérét premier, accéder au bérét avant l'adversaire...

L'évolution du milieu devient alors importante pour la suite des actions des élèves. Les groupes hésitants, finissent par adopter les procédures de déplacement des lettres.

Après la phase de jeu, l'enseignante engage une discussion autour de la justification des gains.

E : on a la même distance

P : Vous êtes à la même distance, comment t'en es sûr que t'es à la même distance ?

E : à peu près la même distance parce qu'on a mesuré tout à l'heure

P : on a mesuré tout à l'heure

E : puis on est presque au milieu pour attraper le bérét (*en faisant le geste avec les bras en direction du bérét*)

P : on est presque au milieu pour attraper le ... ouais

Nous retenons là, un argument fondamental dû au milieu référentiel⁶ enrichi. « *On est presque au milieu* » est l'expression de l'élève E qui signifie alors que leur position est celle qui représente le plus court chemin au bérét. Ces propos auraient pu être le déclenchement d'une phase de débat centrant les attentions sur ce point fondamental de la situation et peut-être conduisant à l'institutionnalisation. Mais suite à cette proposition, l'enseignante ne rebondit pas, probablement soucieuse de faire émerger la même remarque chez davantage d'élèves.

Un autre élève, K, prend la parole pour s'exprimer sur son rapport avec la distance au bérét. Il manifeste le fait que selon l'endroit où il se place, il est plus ou moins proche du bérét.

K : je vois en regardant de plus près, il est un tout petit peu plus proche...

K montre ainsi qu'il a saisi la notion géométrique de distance d'un point à une droite en acte.

Puis l'enseignante, en déplaçant le bérét en dehors de la ligne médiane, rappelle le premier point déjà discuté et qui concerne la position du bérét.

Ceci confirme l'idée engagée portant sur l'équité du jeu et le fait que les élèves doivent être placés à égale distance du bérét. La notion de symétrie centrale est à nouveau convoquée en acte par l'enseignante et les élèves. Nous nous trouvons ainsi dans une phase de mise en commun où cette notion prend le dessus sur la notion de distance d'un point à une droite. L'engagement de la validation se trouve brusquement rompu et les éléments du milieu référentiel ne sont pas explicitement exploités dans ce sens. Les discours ont essentiellement porté sur la position du bérét et celui des élèves afin d'avoir les mêmes chances de gain.

Lors des jeux suivants, nous constatons à nouveau une phase d'échanges permettant de mettre en évidence la nécessité de placer le bérét sur la ligne médiane de la piste de jeu.

Puis, afin de repartir à nouveau sur une validation portant sur le chemin le plus court pour se rendre au bérét, l'enseignante place celui-ci sur la ligne médiane mais à l'extrémité de la piste. Elle demande aux élèves de lui prouver que cette position ne perturbe pas le jeu et doit les amener à réfléchir en conséquence à leur stratégie qui portera alors sur leur propre position en lien avec cette nouvelle position du bérét.

⁶ Le milieu référentiel est celui où les connaissances de l'élève se transforment en savoir (connaissances utiles), où il sait ce qu'il y a à comprendre – à ce niveau – de la situation. (I. Bloch 2000)

P : Donc pour gagner, qu'est-ce qu'il faut faire à chaque fois ?

E : mettre au milieu

P : Et, et...

E : en face

Les propos ci-dessus montrent que certains élèves ont réussi à saisir les deux points fondamentaux de la stratégie gagnante du jeu. Celui du point de position du béret et celui de leur propre position par rapport à celui-ci, ceci faisant appel à la connaissance spatiale de la notion de distance d'un point à une droite.

Cependant des difficultés d'expressions liées au langage géométrique sont ressenties chez les élèves, ce qui ne les aide pas à montrer clairement leurs perceptions des notions mises en jeu. Ces difficultés sont aussi ressenties par les élèves eux-mêmes comme un obstacle pour avancer. En effet, ils prennent conscience de ces faiblesses et renoncent parfois à s'exprimer davantage. Ce sont surtout les expressions de langage usuel et courant qui ont tendance à apparaître dans les échanges et les débats. Se rajoute à ce type de vocabulaire, la problématique pratique qui continue à résister chez certains élèves et empêche des avancées vers une forme de problématique de modalisation faisant appel à des connaissances de géométrie disponibles.

Pour amener les élèves à utiliser les mots « angle droit » et « droites perpendiculaires », l'enseignante attire à nouveau leur attention sur la manière dont sont placés les cartons.

P : vous oubliez votre position à vous

E : être face au béret au... devant le béret

P : ouais, donc si je reprends (...) il faut que je me place comment alors ? regardez les cartons. Il faut que je me place en ? (*l'enseignante se place face au béret*)

P et Es : en angle droit

L'enseignante réalise une première institutionnalisation partielle portant sur le lien entre la perpendiculaire que viennent de percevoir les élèves et le chemin le plus court au béret.

P : c'est la plus courte distance (...)

Puis elle propose aux élèves de procéder tout d'abord à la vérification de l'angle droit. Les élèves ayant déjà évoqué l'utilisation de l'équerre à l'étape 2, n'ont pas eu de mal à demander à nouveau cet instrument. Ils mesurent la distance d'une ligne à une autre en passant par la croix du béret et en gardant cette ligne bien perpendiculaire aux deux lignes de leurs positions.

Pour valider que c'est la plus petite longueur entre deux points de chaque ligne de positions des élèves passant par l'emplacement du béret, l'enseignante propose de mesurer « autre chose » :

P : (...) maintenant il faut prouver, on affirme que en angle droit c'est la plus courte distance, maintenant, il va falloir mesurer autre chose pour heu... pour prouver qu'en angle droit c'était la plus courte distance. Si on n'est pas en angle droit, on peut faire comment ?

Les élèves procèdent à d'autres mesures, mais celles-ci portent toujours sur les distances d'un point à son symétrique par rapport au point matérialisant l'emplacement du béret. Ils constatent alors que la plus petite mesure est celle du segment perpendiculaire à la droite des positions.

Nous constatons ici, de nouveau une faiblesse au niveau de l'étape de validation. Cette phase entremêle alors les deux points fondamentaux de la situation : la position du béret et celle des élèves. Ces deux points n'ont pas été clairement identifiés et distingués. Les élèves ainsi que l'enseignante, pris par le contexte du jeu et de la problématique pratique qui se renforce et prend le dessus, continuent à prendre en compte l'élément équité du jeu. Ils perçoivent la piste globalement sans pouvoir en détacher les éléments essentiels et propres à chaque validation.

Dans le méso-espace, chaque équipe aurait dû se focaliser sur la position de chaque joueur et sa relation avec l'emplacement du béret. Les élèves n'ont pas été assez orientés vers cette direction, le passage intermédiaire à une entrée dans la problématique de modélisation, même par des représentations d'images mentales, n'a pas eu lieu. En géométrie, et dans une problématique de modélisation, il conviendrait de décomposer la figure illustrant la piste de jeu, en ne percevant qu'une droite (ligne de positions des élèves) et un point (croix matérialisant le lieu du béret). Il nous semble que cette étape heuristique n'est pas atteinte, et nous rejoignons ainsi les travaux de Bloch et

Salin (2003) qui préconisent un apport simultané d'une représentation dans le micro-espace phase qui permettrait le passage à une problématique spatio-géométrique.

Pour la conclusion, l'enseignante souhaite que les élèves récapitulent et apportent eux-mêmes les éléments de la phase d'institutionnalisation. Afin de s'assurer que les réponses ne porteront pas que sur la discipline d'EPS, elle anticipe sur le domaine du contenu de l'institutionnalisation.

P : Alors, qu'est-ce qu'on a appris aujourd'hui, parce que c'était du sport, mais c'était aussi un petit peu une autre matière.

Quelques élèves continuent d'évoquer malgré tout le facteur rapidité, ce qui marque une résistance au contrat didactique chez ces élèves. Puis, ceux-ci sont explicitement contraints à évoquer les objets de la géométrie rencontrés dans les différentes phases de la séance. L'enseignante entame la phase finale d'institutionnalisation. Elle veut ramener toute l'attention des élèves sur une image géométrique de l'espace. Elle commence par leur demander d'utiliser leurs connaissances pour énoncer des propriétés géométriques de l'espace constituant les pistes de jeu.

P : Qu'est-ce qu'on avait tracé au départ ? Les lignes jaunes c'était quoi ?

E : c'était des traits, enfin...

E : des lignes droites

P : qui étaient comment ? ça porte un nom quand même (*l'enseignante fait le geste de deux droites parallèles*)

Es : parallèles, parallèles

P : ensuite, ensuite ? Le bérêt ? placé où ?

Es : au milieu

P : au milieu...

E : la ligne au milieu

Implicitement, il est mis en évidence que cette « ligne médiane » caractérise le lieu des différentes positions possibles du bérêt. Bien qu'ayant remarqué le parallélisme de leurs lignes de position, les élèves n'ont pas été amenés à établir le lien de ces lignes avec la « ligne médiane » de position du bérêt. Par la suite les élèves ont été sollicités pour reformuler ce qui a été dit sur les différentes actions et procédures qui permettent le gain d'une équipe.

Nous relevons le facteur persistant « rapidité », soulevé en premier et mis en avant par certains élèves.

P : quelle ligne ? Il y avait un alignement de petites croix. Ensuite, pour gagner, il fallait...

E : de la rapidité

Puis, un élève annonce l'importance de sa position par rapport à celle du bérêt.

E : Il fallait être face au bérêt pour avoir ses chances.

Les échanges qui suivent portent de nouveau sur l'équité du jeu, alors qu'il aurait été envisageable d'explicitier les objets et propriétés géométriques sous-jacents.

P : face au bérêt pour avoir la même chance que le copain parce qu'après effectivement, il y avait une notion de rapidité qui entraînait en jeu.

E : et pour avoir à égale distance.

A la suite des dernières phases de jeu, les élèves ont à expliciter leur position idéale par rapport à celle du bérêt. Nous relevons ici les expressions : « *en face, devant* », et enfin « *en angle droit* ».

Finalement, en l'absence d'éléments rigoureux en lien avec le vocabulaire géométrique et propres à la problématique spatio-géométrique, nous pouvons conclure que cette phase peut être considérée comme une **première rencontre avec l'institutionnalisation réelle de la notion de distance d'un point à une droite**. Elle a permis l'introduction du vocabulaire géométrique nécessaire à cette notion ainsi que la mise en évidence en acte des propriétés qui en découlent.

1.3 Conclusion

Cette situation à spécificité mathématique mais inscrite en séance d'EPS, a permis d'étudier dans le méso-espace, la notion de distance d'un point à une droite. Le caractère adidactique perturbé par un facteur propre à la discipline d'EPS, a engendré une difficulté au niveau de l'équilibre contrat-milieu.

Des élèves très attachés aux règles initiales et bien connues du jeu classique du bérêt, ont montré des difficultés à entrer dans les variantes proposées du jeu. A ces difficultés se rajoute la prégnance de la problématique pratique très présente chez les élèves. Ce type de problématique a également engendré des difficultés au niveau du vocabulaire géométrique.

Telle qu'elle a été construite, la situation suppose la possibilité par les élèves de se représenter l'espace de jeu par des images mentales basées sur des connaissances disponibles de géométrie élémentaire. Le type d'interaction avec le méso-espace permettrait alors plus qu'un contrôle partiel. Ces représentations concernent aussi bien des éléments du méso-espace que les diverses actions des élèves eux-mêmes avec cet espace.

Cependant, peut-on considérer de telles représentations comme outils de modélisation suffisants et pertinents pour traduire des propriétés géométriques ?

La prégnance de la problématique pratique et la taille de l'espace (méso-espace) n'ont pas permis aux élèves de fragmenter cet espace afin de ne percevoir que les éléments qui permettent de définir la notion en jeu, distance d'un point à une droite. De plus, les élèves faisant aussi partie de l'espace ont eu besoin lors de leurs déplacements, d'appréhender différemment certaines notions comme la direction, les angles, les parallèles, les lignes droites...

Les observations ont montré que les élèves ont eu un rapport pratique aux objets du milieu. Le contrôle des actions s'est fait de manière empirique et l'intervention d'éléments relevant de la géométrie a été occasionnelle et sous une forte pression de l'enseignante.

Suite à ces observations, nous pouvons avancer le fait que les représentations par images mentales de l'espace, ne se sont pas correctement effectuées. Le rapport aux objets de la géométrie évolue de façon incertaine et il ne nous est pas possible à ce niveau du projet, de mesurer les acquis des élèves.

L'analyse de la séance en termes de savoirs et liens avec l'espace sensible de travail, a permis de soulever les difficultés des élèves dues à des contraintes portant sur la nature du milieu d'action. Les expérimentations et travaux de Berthelot et Salin nous ont conduit, par conséquent, à réaliser la nécessité d'un travail sur plan (micro-espace) pour une meilleure appréhension des objets géométriques.

Dans l'élaboration de notre séance, nous n'avons volontairement pas souhaité introduire un travail simultané dans le micro-espace. Il n'a pas été prévu de confronter la réalité spatiale avec le plan (le modèle). Par ailleurs, en vertu de la place importante du vocabulaire dans de telles situations, nous avons relevé différents termes et expressions pratiqués par les élèves lors des interactions langagières. Ceux-ci ont convoqué des mots d'usage courant adapté au contexte et favorisé par la problématique pratique induite. Cela a rendu difficile la mise en place d'un vocabulaire propre à la géométrie. Les débats engagés par l'enseignante ont tenté l'élaboration de certaines propriétés géométriques utilisant du vocabulaire géométrique. Malgré la perception par certains élèves de ces propriétés, le recours au vocabulaire attendu fut difficile et incertain.

L'analyse de la séance 2 qui s'est déroulée en classe va nous permettre de mesurer l'impact de cette séance en étudiant l'évolution des différents objets rencontrés.

2 La séance 2

La séance 2 de notre séquence a lieu un mois après la première séance, elle se détache de la première et propose une entrée différente de la notion géométrique de distance d'un point à une droite.

Ses objectifs sont les suivants :

- Prendre conscience que la perpendiculaire à une droite permet d'obtenir la plus courte distance d'un point à une droite.
- Repérer et tracer des droites perpendiculaires.
- « Découvrir » que tous les points situés à une distance donnée d'une droite donnée sont alignés, et que la droite qu'ils forment est parallèle à la première.

2.1 Descriptif de la séance 2 et éléments d'analyse a priori

Nous avons fait le choix d'exploiter l'activité de découverte de la leçon sur la notion proposée dans le manuel Euro Maths (2009) ci-dessous.

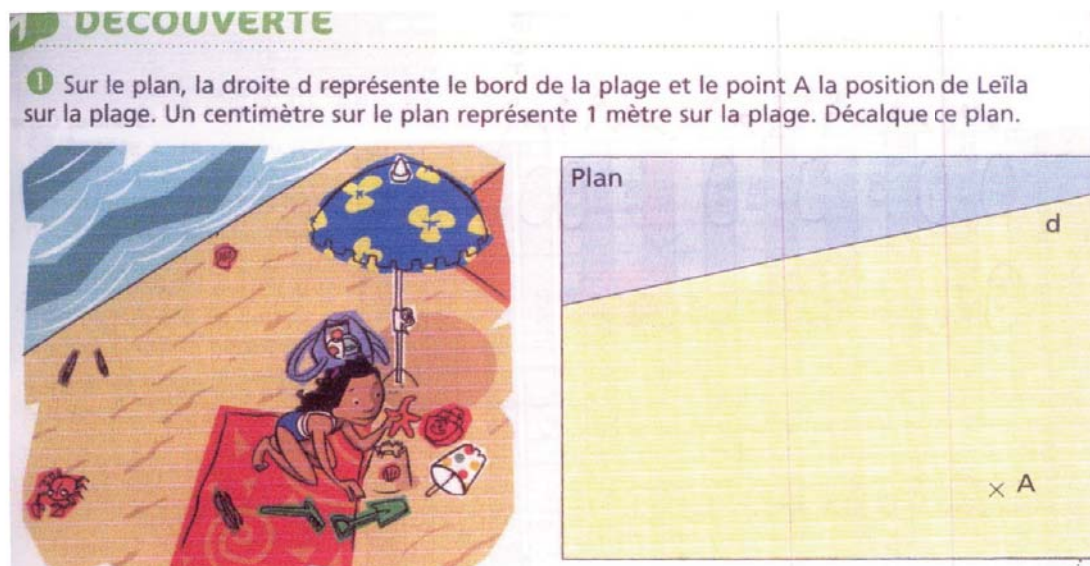


Image 4. Activité de découverte Manuel Euro Maths (2009)

Pour évoquer de manière plus explicite la situation dans le méso-espace, quelques modifications ont été apportées au déroulement réel de la séance telle qu'elle se présente dans le manuel.

Nous nous sommes basées sur le contexte et les données de la situation proposée mais avons fait le choix de relater une petite histoire autour de l'image qui accompagne le dessin géométrique du manuel. La séance comporte trois étapes.

Étape 1. C'est une phase de description d'image.

L'enseignante présente la fiche représentant l'image de la situation de découverte du manuel (sans le plan). Les élèves sont amenés à la décrire.

Étape 2.

L'enseignante annonce : « à cause de la chaleur, le sable est très chaud. Alors, Leïla veut aller toucher l'eau en prenant le plus court chemin. Nous allons essayer de l'aider. D'après vous comment allons-nous procéder » ?

Il est attendu que les élèves proposent de dessiner sur une feuille. L'enseignante interviendra pour préciser que cette feuille représentera un plan qui nous aidera à trouver le chemin le plus court que doit prendre Leïla pour toucher l'eau. C'est donc un problème de production dont les variables sont représentées par un point, une droite et une relation entre ce point et cette droite. Le plan attendu est celui qui comportera une ligne matérialisant le bord de la mer et un point pour situer l'emplacement de Leïla. Cependant, l'étape précédente et le contexte de l'histoire, pourraient favoriser des procédures qui utiliseraient ce qui a été cité, notamment les objets figurant sur l'image. L'effet du contrat didactique pourrait être suffisamment puissant pour éloigner les élèves de la procédure attendue. Ceux-ci pourraient proposer des réponses plus pragmatiques étoffant ainsi la petite histoire qui leur a été contée. Les diverses interventions de l'enseignante devraient conduire à la production du plan attendu. Un modèle de celui-ci sera affiché au tableau.

Étape 3. L'enseignante distribue aux élèves le plan de l'image 1.

Le point A représente Leïla et la droite matérialise le bord de mer. Le plan est accompagné de la question suivante :

Il s'agit de trouver, le plus court chemin qui permet à Leïla de toucher l'eau. Comment est ce chemin, et comment est-il par rapport à la droite d ?

Cette étape se réalise en trois phases : un temps de recherche individuel, un travail en groupe, puis une phase de mise en commun qui aboutirait à une première institutionnalisation de la notion :

« Le chemin le plus court pour aller du point A à la droite est un chemin qui est en ligne droite et qui est perpendiculaire à la droite d ».

2.2 Éléments d'analyse a posteriori de la séance 2

Pour l'analyse de cette séance, nous présentons les interactions des élèves avec un nouveau milieu dans le micro-espace. Le but est de dégager des éléments de réponse relatifs à nos questions portant sur le transfert des connaissances du méso-espace vers le micro-espace et d'étudier le rôle de la mémoire. Nous nous penchons pour cela sur les composantes du milieu objectif avec lesquelles l'élève interagit. Les principales questions auxquelles nous tenterons de répondre sont alors les suivantes :

- Le milieu de la situation proposée permet-il aux élèves d'entrer dans une problématique de modélisation ?
- Les connaissances convoquées et mises en acte lors d'une résolution de problème dans le méso-espace sont-elles exploitables en tant qu'outils de modélisation dans le micro espace ?
- Le vocabulaire géométrique est-il plus accessible dans ce contexte en lien avec le micro-espace que dans la cour ?
- L'appel à la mémoire des élèves est-elle bénéfique pour l'acquisition d'un vocabulaire géométrique pertinent ? Quels sont, dans notre cas, les effets positifs de la mémoire ?

L'étape 1 est caractérisée par un temps fort propre aux habitudes de la classe, la description d'image. Cette phase a pris plus de temps que prévu, elle a permis de pointer un élément résistant du contrat didactique lié aux pratiques de classe habituelles propres à l'école.

À l'étape 2, nous constatons une problématique pratique affinée par une tendance à la modélisation de la situation en fonction de l'histoire et des objets de l'image. Ci-dessous, un propos d'élève :

E : Il faudrait qu'elle parte du coin de sa serviette, du coin gauche de sa serviette pour avoir pour aller à la mer, parce que si elle va « tout droit » comme ça, elle aura beaucoup de chemin à faire.

Nous constatons pour cet élève, que la problématique pratique va dans le sens recherché, puisque le chemin proposé par E lui semble être le plus court. L'élève s'approprie la petite histoire et joue le jeu du sable chaud en minimisant la distance à parcourir. Son choix est ainsi judicieux.

Les élèves se sont ainsi appropriés l'histoire et ont souhaité utiliser les objets présents pour élaborer leurs procédures (*glisser avec sa serviette, sauter les deux pieds dans le seau...*). Tout ceci n'a fait que renforcer la problématique pratique déjà rencontrée lors de la séance 1.

Ce constat nous permet de réaliser les difficultés qu'ont les élèves à produire le plan de l'étape 3, et de pointer une faiblesse sur le modèle choisi porté sur le point A qui semble ne pas être évident pour les élèves. Ainsi, nous pouvons questionner la pertinence de ce plan :

le plan de l'image proposé représente-t-il un élément pertinent à l'élaboration d'une réponse attendue dans le micro-espace ?

Afin de centrer les élèves sur les éléments essentiels à la connaissance géométrique de la distance d'un point à une droite, l'enseignante finit par introduire elle-même la manière de réaliser un plan de l'image pertinent à cet effet. Elle apporte un modèle de la situation : une feuille, une droite (d) matérialisant le bord de mer, un point (A) représentant Leïla.

C'est ainsi qu'elle fait passer, de façon brutale, les élèves dans une problématique spatio-géométrique. Spontanément, une élève, J, fait le lien avec la séance de sport en évoquant l'étude : « pour aller d'un point A à un point B »

J : c'est comme on a étudié la géographie, pour aller d'un point A à un point B

P : vous avez fait ça avec Monsieur...

E : non, tu sais en sport

E : oui en sport, en géométrie

E : pour aller du point A à un point B

P : et en sport, c'est quoi le rapport avec le sport ?

E : tu sais le sport... *inaudible* on avait mesuré ...

À ce niveau, nous pouvons faire le constat d'un premier impact de la séance 1 que nous pouvons qualifier comme portant sur la mémoire didactique. En effet, les propos ci-dessus, se rapprochant de la notion rencontrée, montrent que des élèves, par leur mise en acte d'un savoir mathématique, ont contribué à la construction d'une mémoire de pratique collective (Matheron 2001), ceci s'est traduit

par l'emploi d'ostensifs langagiers « pour aller d'un point A à un point B » et sans doute par le transfert des représentations d'images mentales du terrain de jeu au micro espace, notamment ici le plan de l'image. Les activités de la séance 1 contribueraient alors au développement d'une mémoire officielle issue de la mémoire pratique des élèves.

Cependant, à ce niveau, l'enseignante ne rebondit pas assez sur les propos de l'élève J afin de construire collectivement et publiquement cette mémoire. Elle engage plutôt une phase de réflexion en groupe pour répondre à la question qui accompagne le plan.

Selon les groupes, les échanges et les productions diffèrent. Par exemple, dans un premier groupe, nous constatons comment progressivement et à travers leurs interactions et actions avec leur milieu, les élèves aboutissent au résultat attendu. La mémoire n'est pas intervenue, les élèves ont procédé tout d'abord au mesurage et ce n'est qu'en réalisant que les plus petites mesures semblent correspondre à une ligne perpendiculaire à (d), que l'idée de l'utilisation de l'équerre est apparue. Nous retenons particulièrement le passage :

- E1 : ça fait presque 20 même, ça fait moins tu vois ! Il faut prendre que ce chemin-là.
 E1 : il faut prendre le chemin tout droit et en angle droit.
 E2 : attends, il faut mesurer si c'est un angle droit.
 E2 : à mon avis oui hein.
 E1 : il faut voir si c'est un angle droit
 E 2 : C'est un angle droit... C'est bon. Il faut prendre un chemin en angle droit coûte que coûte.
 E1 : qui a sa petite équerre ?

Pour ce groupe, nous avons l'impression qu'il y a apprentissage de la notion. Les élèves déduisent finalement que la droite perpendiculaire est celle qui représente le plus court chemin, mais ne montrent pas le fait d'avoir rencontré de situation similaire dans le méso-espace comme cela était attendu :

Un autre groupe tâtonne en mesurant et déduit de manière précoce une valeur sans trop de rigueur. Puis un autre entame sa recherche comme le groupe précédent, mais ses idées évoluent au fur et à mesure des échanges avec l'enseignante :

- E : on mesure avec la règle, on mesure avec la règle le plus court chemin
 P : pourquoi ?
 E : pour heu pour savoir c'est quoi le chemin le plus court pour aller
 P : Hé bien expliquez-moi comment vous l'avez trouvé
 E : on l'a trouvé avec une règle
 E : j'ai pris le court avec un ... nous on a trouvé avec heu, on essaye de trouver avec un, en angle droit.
 P : vous essayez de trouver un angle droit ? on essaye de trouver avec un angle droit. Pourquoi ?
 E : pour que, parce que le chemin... L'angle droit c'est le plus court enfin... normalement
 P : t'es convaincu de ton, de ton... de ton affirmation ou pas ?
 E : ben oui *inaudible*

Notons dans les échanges d'un autre groupe, le fonctionnement de la mémoire didactique, les élèves évoquent d'emblée la notion de perpendiculaire pour justifier le plus court chemin, les raisons découlent du rappel de la séance 1 portant sur le jeu du bérêt.

- P : à vous, quoi, alors quoi qu'est-ce que vous avez sorti vous comme instrument ?
 E : nous on essaye de faire en angle droit heu.. comme la dernière fois au bérêt, ben on a vu que l'angle droit c'était le chemin le plus court, ben on essaye de faire un angle droit.

L'enseignante rebondit sur les propos de l'élève E en proposant de suite un petit bilan avec le groupe classe. Elle utilise le fait de l'utilisation de l'équerre dans ce groupe (élève Q) pour entamer une phase de validation commune :

- Q : alors, nous on a essayé de faire un angle droit pour le chemin, parce que la dernière fois qu'on a le jeu du bérêt, ben quand on l'a fait, ben on a dit que le chemin en angle droit hé ben c'était le chemin le plus court.

Dans ce groupe, la mémoire a fonctionné de façon spontanée. Les élèves semblent avoir retenu essentiellement la phase finale de la séance 1, donc une mémoire portant sur des ostensifs purement langagiers puisque l'élève relate la phrase élaborée en conclusion de la séance 1. Nous pouvons donc

avancer le fait que ces élèves ont réellement fait le rapprochement de la situation de Leïla à celle du bérêt de la séance 1.

L'enseignante approuve et attire l'attention des élèves n'ayant utilisé que la règle sur le fait que leur plus petite mesure correspond de façon rapprochée à la droite perpendiculaire à (d) et passant par le point A. Ces élèves sont ainsi amenés à observer la position de leur règle afin d'essayer de percevoir l'angle droit.

Par ces gestes l'enseignante éloigne les élèves de la situation du jeu du bérêt de la séance 1 et les focalise plus sur un travail dans le micro-espace avec des objets purement mathématiques.

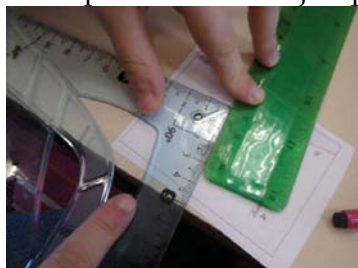


Image 5. Perception de l'angle droit

Enfin, elle procède à une phase d'institutionnalisation partielle de la notion, elle élabore avec les élèves une phrase définissant le plus court chemin pour aller d'un point donné à une droite.

« Le plus court chemin pour aller du point A jusqu'à la droite d , c'est de le faire en angle droit ».

2.3 Conclusion

À la suite de cette étude, nous pouvons apporter un premier constat sur la problématique pratique qui s'est renforcée par la mise en place d'une situation relatant la petite histoire de Leïla au bord de la mer. Les pratiques de classe habituelles ont permis aux élèves de s'engager encore plus dans cette problématique et les ont éloignés de la problématique géométrique attendue. C'est en progressant dans le déroulement de la séance que les élèves évoluent dans leur manière de faire grâce notamment au milieu enrichi par des objets purement mathématiques. Ainsi, le micro-espace, caractérisé notamment par le plan de la situation, ainsi que tous les ostensifs propres aux objets de la géométrie ont joué un rôle important dans l'évolution vers une problématique de modélisation. Grâce aux diverses interactions et interventions de l'enseignante, les réflexions des élèves ont pu, à plusieurs reprises, être recentrer vers les objectifs de la séance.

Il est important de noter la place et le rôle de la mémoire dans cette séance. Son intervention a pris plusieurs formes. Tout d'abord, les souvenirs de certains élèves ont porté sur des ostensifs langagiers, puis grâce à l'apport supplémentaire du plan, et sans doute à certaines images mentales présentes chez les élèves, la mémoire a pu contribuer à l'enrichissement du milieu et par conséquent à une évolution de la compréhension de la notion visée. Tout cela, accompagné par des interventions pertinentes de l'enseignante qui n'hésitait pas, par exemple, à provoquer le rappel des diverses actions réalisées lors de la séance 1. Des élèves ont pu ainsi faire un rapprochement pertinent de la situation vécue lors du jeu du bérêt avec celle de Leïla. Tous ces effets ont permis aux élèves de réaliser, grâce à la mémoire des pratiques et à l'aide des ostensifs disponibles, la possibilité de projeter sur le micro-espace des éléments du jeu leur permettant de comprendre la situation similaire proposée à la séance 2.

Notons, même si cela n'a pas été présenté ici, que la mémoire est également intervenue dans le vocabulaire, mais les élèves ont donné l'impression de jouer le jeu évoquant certains termes déjà rencontrés et attendus pour la phase d'institutionnalisation. L'appropriation d'un vocabulaire spécifique de la géométrie, mais possédant un sens quotidien et usuel, semble incertaine. Cette ambiguïté est d'autant plus difficile à lever pour les élèves, du fait de leur travail simultané dans les deux espaces (micro-espace et méso-espace).

III - QUELQUES ELEMENTS DE REPONSE A NOS QUESTIONS ET OUVERTURES

Tout d'abord, sur les représentations que se confectionnent les élèves lors d'un travail dans le méso-espace, nous avons constaté que la séance 1 a mis en évidence le fait que **le milieu objectif et celui de référence contribuent fortement à la construction de représentations mentales anticipant ainsi un travail sur le micro-espace. Les diverses interactions avec ces milieux se retrouvent sous forme de manipulations, d'actions et d'argumentations dans le micro-espace.**

Nous pouvons souligner que le méso-espace a permis aux élèves de vivre la « distance » avec motivation. Une fois le facteur « vitesse » écarté, les élèves continuent de chercher à rendre la « distance » au béret minimale.

La prégnance de la problématique pratique fait obstacle à la rigueur géométrique. En effet, la taille de l'espace propre à la séance 1 a favorisé une problématique pratique que l'on peut qualifier de niveau 1 car très proche de la réalité. Les élèves faisant aussi partie de l'espace, ont eu un rapport pratique aux objets, ils ont appréhendé différemment les notions de *direction*, de *lignes droites*, d'*angles*,.... Le contrôle des actions s'est réalisé de façon empirique et il a été difficile de faire intervenir des éléments propres à la géométrie. Une deuxième rencontre avec ce type de problématique s'est effectuée lors de la séance 2 : le problème pratique de la recherche du plus court chemin entre Leila et le bord de mer a conduit les élèves à le résoudre pratiquement (*en traînant la serviette*,...).

Par la suite, la demande d'introduction d'un plan n'a pas abouti d'emblée, l'étape de modélisation de la situation a montré que les élèves ont persisté dans une problématique pratique affinée, que l'on peut donc qualifier de niveau 2. Ils introduisent des modèles d'objets pratiques de l'image et ne trouvent pas la nécessité d'une modélisation s'approchant des mathématiques.

L'entrée dans une problématique spatio-géométrique marque un saut important. Ceci s'est notamment caractérisé lors de la séance 2, par une introduction assez brutale du plan par l'enseignante. Nous pouvons remarquer que la problématique pratique résiste même à la taille de l'espace, puisque les élèves ne se sont pas engagés dans une décomposition de celui-ci afin de ne retenir que la droite matérialisant le bord de mer et le point représentant Leila.

Finalement, les remarques portées sur la prégnance de la problématique pratique est un élément de conclusion important qui confirme bien les résultats de Berthelot et Salin qui préconisent un travail simultané dans le micro-espace pour confronter l'élève au plan.

Concernant la question du rôle et des gestes de l'enseignant, nos analyses nous ont permis de réaliser que les interventions de l'enseignante n'ont pas toujours été pertinentes. Elles témoignent d'un manque de marge de manœuvre dans son action. En effet, celle-ci n'a pas toujours su rebondir sur des situations qui lui auraient permis de récupérer l'objectif de la séance, sans doute à cause d'une appropriation faible du projet, de la non maîtrise de la notion visée et des enjeux de la séquence. Ceci s'est traduit par son rattachement intense aux fiches de préparation lors du déroulement, ce qui l'a empêché parfois d'être attentive aux propositions des élèves et de rebondir pertinemment sur des faits imprévus. Professeure des écoles depuis plusieurs années, cette enseignante fait preuve d'une bonne expérience professionnelle et possède de très bons rapports avec ses élèves. Cependant, lors de notre rencontre pour la prise de connaissance de la séquence, l'enseignante a déclaré ses difficultés face à la complexité du projet et la notion mathématique mise en jeu.

Soulignons de plus, la bifurcation du savoir mis en jeu vers la « notion de la droite des milieux » représentée par les points matérialisant toutes les positions possibles du béret et qui permettent un jeu équitable. Cette notion mise en acte par les élèves et poursuivie par l'enseignante, a complexifié la fonctionnalité de ces savoirs. Cet élément a pris le dessus sur la notion de la distance d'un point à une droite lors des phases de recherche, de mise en commun et de validation. Réalisant un peu plus tard cette déviation, l'enseignante réussit à recentrer les élèves sur les objets à prendre en compte pour la notion en jeu, mais avec beaucoup de difficultés.

Sur la mémoire didactique : la séance 1 réalisée dans le méso-espace a permis de mettre en évidence le fait que cet espace représente un élément pertinent du milieu en rapport avec la mémoire didactique. Celle-ci a permis, lors de la séance 2 et grâce aux souvenirs, d'élargir les possibilités

d'action des élèves, bien au-delà de leurs connaissances mobilisables. Mais il s'agit là, d'une mémoire collective puisque malgré leurs souvenirs du jeu, tous les élèves n'ont pas réussi à faire des liens pertinents entre la séance 1 et la situation de « la plage et Leila ». Les souvenirs des élèves qui ont contribué à la mise en place d'une mémoire collective ont porté essentiellement sur des ostensifs gestuels et langagiers. Ces éléments ont provoqué des modifications dans les contrôles qu'ont les élèves sur leurs actions et leurs connaissances. Cette mémoire a continué de fonctionner même lorsque les élèves étaient confrontés au plan de la situation de la séance 2. Elle leur a permis de faire le lien entre les éléments de la piste du jeu du bérêt et les nouveaux objets du micro-espace. Ceci s'est traduit par des allers retours qui ont permis de mieux concevoir l'intérêt du passage à la modélisation des situations proposées dans le méso-espace. Ainsi, les élèves ont pu adopter le schéma proposé pour le transfert des connaissances et pour un engagement dans une problématique spatio-géométrique.

Il est important de souligner l'accompagnement de l'enseignante par ses interventions pertinentes pour la construction de cette mémoire collective. Ceci s'est manifesté par des rappels conduisant les élèves à évoquer puis pointer les éléments pertinents nécessaires à la situation du présent.

Sur le vocabulaire géométrique, notons que c'est lors de l'intervention de la mémoire, qui s'est effectuée essentiellement par des échanges verbaux entre les élèves et l'enseignante, que nous avons pu pointer des données pertinentes pour l'analyse de ce vocabulaire. Ceci nous permet de confirmer que les gestes de l'enseignant et en particulier la régulation portée sur ses formulations joue un rôle dans l'acquisition d'un certain vocabulaire de la géométrie élémentaire ainsi que sur la construction d'une mémoire collective. Lors des échanges verbaux, Les élèves ont utilisé des mots d'usage courant adaptés au contexte et favorisés par la prégnance de la problématique pratique induite. Ils ont pratiqué différents termes et expressions langagières, mais le sens quotidien de certains mots (*distance, droit, centre, milieu*) l'a emporté sur le sens géométrique attendu. Lors de leur travail dans le méso-espace, les élèves ont même utilisé des gestes pour exprimer des relations géométriques qu'ils ont bien perçues. Tout cela a rendu difficile la mise en place d'un vocabulaire propre à la géométrie.

Nous avons pu également constaté l'importance des ostensifs graphiques (*la croix, les lignes tracées au sol,...*) pour l'acquisition de certains mots de vocabulaire géométrique. Les débats engagés par l'enseignante à la séance 2 ont tenté l'élaboration de certaines de ces propriétés en faisant appel à ces ostensifs grâce à la mémoire, cependant le recours au vocabulaire attendu fut difficile et incertain. Ainsi, nous avons mesuré à ce niveau le rôle du langage et des formulations spécifiques non familières aux élèves qui peuvent être source d'ambiguïté et empêcher la compréhension de la notion de géométrie visée (Mathé A.C 2006).

Ces constats nous amènent à questionner de façon plus générale **la mémoire et le vocabulaire** :

- Quelles influences du vocabulaire sur le rôle de la mémoire ?
- Le langage géométrique spécifique peut-il faire obstacle à une construction d'une mémoire basée sur des pratiques ostensives ?

Enfin, suite à cette étude et à nos analyses, nous avons soulevé d'autres questions d'ordre plus général. Nous les énonçons comme suit :

- Les images mentales basées sur des connaissances disponibles de géométrie sont-elles des outils pertinents, suffisants et efficaces de modélisation ?
- Une pratique plus régulière de cette forme de travail pour introduire certaines notions de géométrie faciliterait-elle les apprentissages de ces notions par l'installation de nouveaux contrats ?
- Quelles difficultés, quelles contraintes à mener une séquence bi-disciplinaire pour un savoir mathématique donné ?

IV - BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (1992) *L'enseignement de la géométrie à l'école dans la scolarité obligatoire*. Thèse Université de Bordeaux.

BLOCH I & SALIN M.H. (2003) Espace et géométrie dans le méso-espace à l'école primaire et au début du collège, *Actes XXXème colloque inter-IREM (Copirelem)*, IREM d'Avignon

BROUSSEAU G & CENTENO J. (1991), Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques vol 11*, **23**, 167-210

CENTENO J. (1995), *La mémoire didactique de l'enseignant*, Thèse posthume inachevée, Université de Bordeaux 1 : LADIST

GOBERT S. (2005) Quelles formulations pour les savoirs de géométrie à l'école primaire, *Grand N*, **76**, 29-44.

HOUEMENT C & KUZNIAK A. (1999), Réflexion sur l'enseignement de la géométrie, *Grand N*, **64**, 65-78.

MARGOLINAS C. (1995), La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, *Les débats de didactique des mathématiques* 89-102.

MATHE A.C. (2006) *Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire de géométrie spécifique et partagé en cycle 3*. Thèse Université Claude Bernard-Lyon 1

MATHERON Y. & SALIN M.H (2002) Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans la classe enseignante. *Revue Française de Pédagogie*, **141**, 57-66.

SENSEVY G. & MERCIER A. (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, Presses Universitaires de Rennes.

V - ANNEXE 1 : LE JEU TRADITIONNEL DU BERET

Deux équipes de nombre égal. Chaque joueur porte un numéro. Le béret au milieu de la piste de jeu.

But du jeu :

Ramener le foulard dans son camp

Consignes : A l'appel de son numéro par le maître, les 2 joueurs concernés, s'efforcent de prendre le foulard et le ramener dans son camp sans être touché.

