

ACTIONS, LANGAGES, REPRESENTATIONS DANS LA RESOLUTION DE PROBLEME SPATIAUX ET GEOMETRIQUES DE LA GS AU CE1

Henri-Claude ARGAUD

Equipe ERMEL (Ifé)
hargaud@gmail.com

Jacques DOUAIRE

Equipe ERMEL (Ifé)
jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN

Equipe ERMEL (Ifé)
CEREP- Université de Reims
fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé

Depuis plusieurs années l'équipe ERMEL expérimente des ingénieries didactiques pour l'enseignement de la géométrie de la GS au CE1, fondées sur la résolution de problèmes. Deux questions émergent notamment de cette recherche. Quelles sont les connaissances acquises par les élèves lors de leurs actions sur les objets spatiaux, en particulier dans leurs composantes langagières, iconiques et conceptuelles ? Quelle est la contribution des expériences spatiales à des apprentissages graphiques et géométriques ? Nos recherches aboutissent à la production de ressources pour les enseignants et les formateurs ; ces ressources explicitent les apprentissages possibles, proposent des situations didactiques et des progressions possibles. Nous nous appuyons sur des exemples de situations expérimentées concernant l'appropriation de l'espace graphique pour apporter un éclairage sur ces points.

I - PRESENTATION DE LA RECHERCHE

La recherche actuelle de l'équipe ERMEL (Ifé-ENS-Lyon)¹ analyse les connaissances spatiales et géométriques que les élèves de la Grande Section au CE1 peuvent construire, avec leurs différentes composantes (procédures pour résoudre les problèmes spatiaux, graphiques ou géométriques, représentations symboliques associées, propriétés...). Elle porte donc sur des domaines où, pour ces niveaux, les travaux en didactique sont plus rares que dans le numérique. Par ailleurs, une enquête, menée au cours de cette recherche, a confirmé le désarroi d'enseignants soucieux de proposer aux élèves des problèmes à résoudre qui prennent en compte les potentialités des élèves.

Nos expérimentations successives nous ont montré la nécessité d'identifier dans les gestes ou les formulations des élèves, les connaissances spatiales communes à plusieurs activités ; par exemple comment ils explorent dès la GS les différentes positions d'une pièce avant de la placer dans un puzzle 3D et identifient la différence entre « tourner » ou « retourner » ou comment ils peuvent formuler en termes de régularité leur perception des propriétés d'un cube ou d'un carré. Aussi nous nous interrogeons sur la contribution de ces expériences spatiales à des apprentissages spatiaux et géométriques.

L'enjeu de cette communication est de montrer comment, à partir des expérimentations, nous avons émis des hypothèses de recherche et aussi de préciser des objectifs d'apprentissage possibles.

¹ Laura Barbier (Ecole maternelle Ancône 26200) et Audrey Sartre (Ecole maternelle St Vallier 26240) présentes à cette communication, ont aussi participé à ces expérimentations en CP et en CE1.

Nous aborderons ces problématiques en présentant trois expérimentations portant sur les apprentissages liés à une pratique des tracés nouvelle pour les élèves à partir du CP. ²

II - PREMIERE EXPERIMENTATION : DES TRACES POUR MODELISER

1 Questions initiales

Comme pour d'autres notions de géométrie abordées au primaire la notion de trait droit présente un double aspect. Elle permet, d'une part de représenter des objets du monde réel et, d'autre part, constitue une composante d'un savoir géométrique en constitution qui possède des propriétés que l'élève découvrira progressivement au cours de sa scolarité.

Nos recherches précédentes, sur les apprentissages géométriques et la résolution de problèmes nous ont confirmé qu'au CE2 les propriétés attribuées par les élèves à la droite, sont souvent limitées à celles liées à la perception des traits droits tracés. En fait pour les élèves de cet âge une « droite » est simplement le trait droit tracé sur une feuille ; par exemple, au début du CE2, certains élèves sont surpris de découvrir que deux points éloignés sur une feuille A3 puissent être reliés par un trait droit.

Un des premiers enjeux de notre recherche était de déterminer les connaissances initiales des élèves : quelles perceptions, quelles expériences ont-ils de traits droits ? Et parmi les significations que modélise la ligne droite (pli, fil tendu, visée, frontière entre deux domaines...) quelles sont celles qui doivent être privilégiées ? Peut-on s'appuyer sur une situation dans le méso-espace et la modéliser dans le micro-espace pour aborder l'usage et certaines propriétés de la ligne droite. En particulier les procédures développées dans le méso-espace sont-elles réinvestissables dans des tracés sur la feuille de papier ? Est-il préférable de commencer par des expériences vécues dans le méso-espace pour faire apparaître une ligne droite comme une solution d'un problème d'alignement ?

A ces niveaux, des significations spatiales associées à la ligne droite, des contraintes techniques du tracé, et des propriétés peuvent déjà être rencontrées :

- dans des problèmes de représentation graphiques d'objets physiques sollicitant des propriétés du trait droit (rectitude).
- dans des problèmes d'alignement de points, par exemple des problèmes de visée dans le méso-espace.

2 Expérimentations³

Dans la situation « Plots » expérimentée, qui se déroule dans la cour (Figure 1), les élèves ont à trouver des emplacements où un plot en cache un autre dans une première phase, puis à résoudre ce problème dans la micro-espace (Figure 2) où les disques de couleur représentent l'emplacement des plots sur feuille de papier. Il s'agissait donc de poser des problèmes d'alignement dans le méso-espace puis de passer à une « modélisation » sur papier qui avait pour but de recourir au tracé de droites passant par des points représentant les objets. La ligne droite devenant un moyen efficace de résoudre ces problèmes dans le micro-espace.

² Nous ferons référence à certaines des interventions (communications ou ateliers) que nous avons proposées dans les quatre derniers colloques de la COPIRELEM, pour les lecteurs qui souhaiteraient avoir des comptes rendus plus détaillés de ces expérimentations.

³ Voir les Actes du XL^{ème} colloque COPIRELEM de Nantes (Communication Douaire J., Emprin F.)



Figure 1

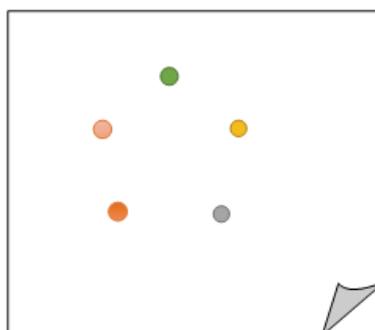


Figure 2

Dans cette situation alors que les élèves développaient des procédures spatiales de résolution s'appuyant sur la visée et d'autres gestes dans le méso-espace, la modélisation par une droite de la visée n'était pas effective dans la résolution sur papier. Certaines procédures dans le méso-espace (visée, utilisation des pas pour aller droit...) n'avaient pas de traduction dans le micro-espace. De plus, des difficultés spécifiques se posaient sur la feuille de papier pour la compréhension de la symbolisation des objets de la cour, et surtout pour le tracé à la règle de traits droits ; en effet, beaucoup de productions comportaient des lignes brisées et non des lignes droites pour représenter la visée, sans que les élèves n'y perçoivent de contradiction.

3 De nouvelles perspectives

L'analyse de ces difficultés a mis en évidence la nécessité d'un travail spécifique portant sur l'apprentissage de ce que peut représenter un trait droit dans une représentation graphique (ses fonctions) pour lequel nous avons élaboré et expérimenté un ensemble de situations didactiques pour le CP et le CE1 pour appréhender :

- des significations de traits droits comme moyen de représenter graphiquement des situations du monde sensible, par exemple comment un trait sur une feuille peut indiquer la position relative de deux pièces superposées dans l'espace, ou comme critère de jugement d'un déplacement (cf. la deuxième expérimentation ci-dessous) ;
- des propriétés des traits droits, en particulier quand ils sont utilisés pour résoudre des problèmes où il est nécessaire que les élèves :
 - comprennent d'eux-mêmes que le trait qu'ils ont à tracer doit être droit ;
 - sachent prolonger un trait ;
 - maîtrisent la technique de tracé avec la règle.

III - DEUXIEME EXPERIMENTATION : DES INSTRUMENTS AUX TRACES POUR JUGER

1 Questions

Pour mieux connaître les connaissances des élèves sur le spatial et le géométrique de la GS au CP, nous avons expérimenté des situations où les élèves s'investissent. Mais pour les intégrer dans une ressource il est nécessaire de déterminer si elles peuvent conduire à des savoirs, et si oui, auxquels.

Nous nous sommes donc interrogés sur les relations possibles entre des expériences spatiales faites par l'élève - où l'action immédiate, la perception, et la validation pratique jouent un rôle important- et des apprentissages où la connaissance mobilisable sollicite de sa part des actions et des discours explicatifs à sa portée.

Dans la situation précédente, l'alignement entre plots n'a pas de matérialité. Il est à construire par l'élève pour donner la réponse. La question a été de savoir si, en proposant une situation où cette matérialité est effective à travers la présence d'objets rectilignes (bord de pièce, ou trait droit matérialisant un bord),

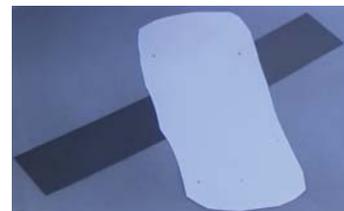
COMMUNICATION C21 – Échange d'expériences et recherche universitaire

des connaissances et des savoirs pouvaient être mobilisés par les élèves, et sous quelles formes (instrumentales, gestuelles, langagières) ils pouvaient l'être.

C'est ce que nous examinons ici dans la situation expérimentée : « Les bandes cassées » présentée déjà au colloque du Puy-en-Velay (Argaud, Douaire, Emprin, 2017) ; mais alors le but de la communication était plutôt d'analyser les questions et les choix auxquels un enseignant était confronté dans la mise en œuvre de l'activité.

2 Présentation du problème

Une bande noire a été séparée en deux morceaux. Ces morceaux ont été posés sur une feuille soit en reconstituant la bande soit en décalage, et un cache est posé dessus pour masquer la séparation. Il est demandé aux élèves : « Est-ce que les morceaux de bande sous le cache ont été déplacés ? Oui – Non – Je ne peux pas dire. Écris pourquoi. » Les élèves disposent d'une boîte à outils.



3 Variables didactiques

Celles-ci, qui conditionnent fortement les actions des élèves, portent en premier lieu sur la position relative des deux morceaux : sont-ils dans le prolongement strict l'un de l'autre (pas déplacés) ou ont-ils été déplacés ? Une seconde variable est la nature du déplacement : un glissement sans pivotement ou avec (cas ci-dessus). Enfin il y a le « degré » du déplacement : est-il perceptible avec la vision ou le jugement nécessite-t-il un procédé plus fin ? Ces variables conduisent donc à proposer plusieurs problèmes.

4 Résultats

Les élèves utilisent plusieurs procédures, certaines pouvant s'avérer adaptées : le jugement perceptif ou le contrôle instrumenté sans tracé (Photos 1 et 2) ou encore le contrôle avec tracé (Photo 3), alors que d'autres peuvent être inadaptées ou traduisant une indécision : le suivi du doigt (Photo 4), la reconstitution de la bande par tracé à main levée (Photo 5).

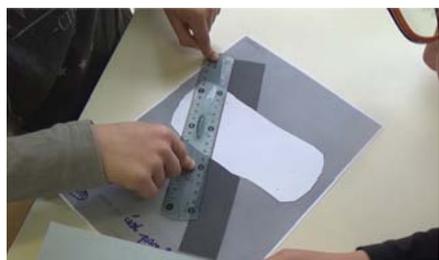


Photo 1



Photo 2



Photo 3

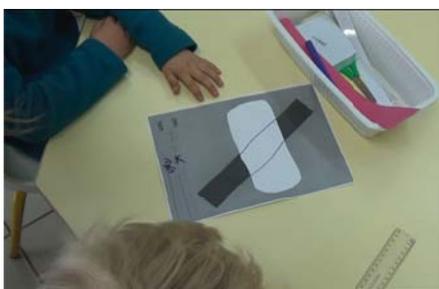


Photo 4



Photo 5

Notons aussi que les contrôles peuvent aussi être quelque peu approximatifs, et il devient nécessaire d'en discuter : précision de l'usage de l'instrument, précision du tracé....

Quelles connaissances ou compétences sont alors mobilisées ? Des déplacements dans le plan, les effets de ces déplacements sur les objets rectilignes, des propriétés des rectangles (la rectitude des côtés), des

propriétés d'instruments (la rectitude de certains), le rôle d'instruments (comme la règle ou des bandes de bristol) ou des tracés comme moyen de contrôle de la rectitude, l'usage de la règle (comment s'en servir ?) ... Ces connaissances et compétences spatiales peuvent se traduire par des gestes (avec ou sans instrument), par l'usage d'instruments, par des expressions verbales aussi (dans l'expression de la réponse ou dans les phases d'explicitation) ? Ces connaissances sont-elles alors utiles aux élèves et l'enseignant a-t-il à les faire travailler ?

IV - TROISIEME EXPERIMENTATION : DES TRACES POUR RAISONNER

1 Objectifs

L'appréhension progressive par les élèves des propriétés géométriques des figures qu'ils produisent par des tracés graphiques suppose qu'ils dépassent la perception globale du dessin et développent l'analyse de ses composantes des tracés. Dans cette partie nous expliciterons quels apprentissages peuvent être développés à partir d'une situation questionnant de la régularité des formes ? La situation « Figures courbes » a été présentée au colloque de Besançon.⁴

2 L'expérimentation

L'expérimentation concerne en particulier les procédures (graphiques, gestes, discours ...) que peuvent développer des élèves de 7 ans pour distinguer des cercles, des ellipses et d'autres formes arrondies. En ce sens nous situons ces expérimentations en amont de la question des représentations du cercle développées dans Artigue et Robinet (1982) et des situations qui ont été conçues dans ERMEL (2006) pour approcher le cercle par différents aspects du concept.

Dans cette situation les élèves ont à constituer différentes formes courbes à partir de quatre quartiers d'un petit cercle, d'un grand cercle ou d'une ellipse (figures 3 et 4) :

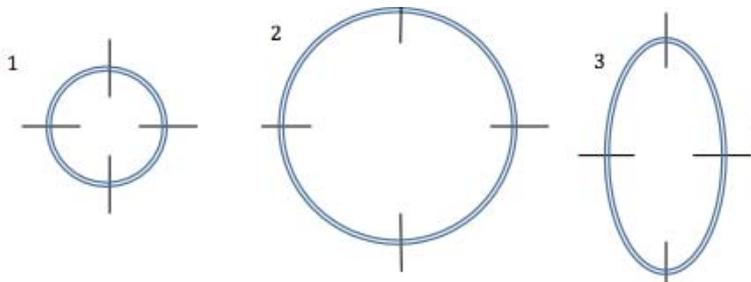


Figure 3. Les courbes utilisées pour les pièces de la situation

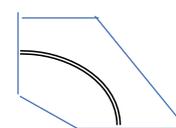


Figure 4. Exemple de pièce

La première consigne invite les élèves à construire un circuit à partir des morceaux de courbes. Elle permet de mettre en évidence un ensemble de contraintes comme le fait de ne pas faire se chevaucher les morceaux ou encore réaliser un tracé fermé.



Photo 6



Photo 7

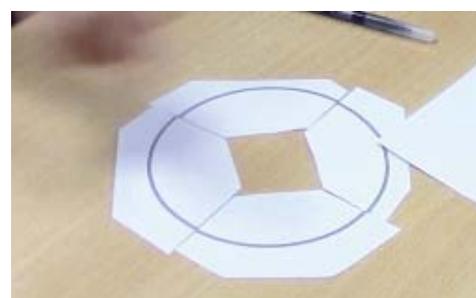


Photo 8

Photos 6 à 8 : exemple d'assemblage non fermé / mal fermé / circuit

⁴ cf. les actes du XLII^{ème} Colloque COPIRELEM de Besançon (2015) Argaud H.C., Barbier L., Douaire J., Emprin F., Geril-Margueron G. Vivier C.

COMMUNICATION C21 – Échange d'expériences et recherche universitaire

Dans la phase suivante, l'élève doit réaliser tous les circuits différents constitués de 4 pièces. Le nombre de pièces étant limité, pour garder une mémoire du circuit réalisé l'enseignant demande aux élèves de reproduire par transparence sur une feuille blanche de faible grammage le circuit. Lors de la mise en commun les tracés ainsi réalisés sont affichés. L'enseignant mène une mise en commun qui vise à ce que les élèves regroupent les tracés identiques puis à ce qu'ils dégagent des conclusions sur ce qui fait que les tracés sont identiques ou non.



Photo 9 : production des tracés



Photo 10 : affichages lors de la mise en commun

C'est cette phase et sa mise en commun que nous analysons ici. En effet le tracé y est utilisé pour raisonner sur un assemblage de pièce. Les mises en commun menées amènent les élèves à discuter à la fois sur l'assemblage (ce qui fait qu'il est différent ou non, correct ou non) et sur les caractéristiques du tracé en lui-même.

3 Résolution et résultats

Les tracés, produits par décalque sont souvent imprécis, ce qui conduit les élèves à les critiquer ou même à douter de la validité de la construction qui en est à l'origine ; les échanges entre les élèves confrontent des avis pour savoir si chaque dessin représente ou non une nouvelle forme géométrique : chaque tracé proposé peut-il bien représenter un assemblage correct de 4 pièces ? Cet assemblage de 4 pièces est-il différent de ceux déjà présents ? Plusieurs critères émergent de la mise en commun :

- Le degré de précision : l'objet auquel on s'intéresse est ce que l'élève a voulu représenter dans la mesure où cela nécessite l'interprétation du tracé lorsque la réalisation graphique est imprécise et comporte, par exemple, des « bosses ». Une fois formulé, ce choix est accepté par la classe, même si des élèves ne peuvent s'empêcher ensuite, pour des raisons esthétiques ou personnelles, d'émettre quelquefois un avis critique. C'est ce qui est illustré dans la transcription des échanges lors d'une mise en commun. Les éléments relevant du traitement du statut de la précision de tracé ont été **mis en gras**.

Professeur : Alors pourquoi je n'ai pas accroché tout ?

E : parce qu'il n'y avait pas assez de place

P : parce qu'il n'y avait pas assez de place

E : parce que aussi c'est souvent les mêmes formes

P : ha ce sont souvent les mêmes. Est-ce qu'au tableau il y a des formes qui sont les mêmes

Es : oui

P : alors Amélia tu peux nous montrer ça les formes qui sont les mêmes

E : celui-là et celui-là

P : ok tu les mets l'une sur l'autre / ce serait quoi celui là

E : petit rond

E : petit rond et l'autre c'est grand rond

COMMUNICATION C21 – Échange d'expériences et recherche universitaire

P : Il y en a d'autres qui on fait petit rond ? On va l'appeler comme ça alors ? allez ceux qui ont fait petit rond vous allez le poser dessus comme ça vous êtes accrochés. Pendant ce temps-là /

P : qu'est-ce que vous avez à nous dire ?

E : quand on a eu / on n'a pas assez bien / il a pas bien tenu / il a pas assez bien / ça a bougé

P : alors qu'est-ce que tu leur dis Rose ?

E : moi je pense que oui mais en fait

P : est-ce que c'est un circuit ?

E : oui ça ressemble un peu

P : c'est fait avec 4 pièces

E : mais là il y a un peu de bosse

E : oui mais sur un peu tous

P : oui on a eu un problème pour dessiner, donc ça y est-on ne va pas revenir dessus. Est-ce que du coup son circuit est possible à faire ?

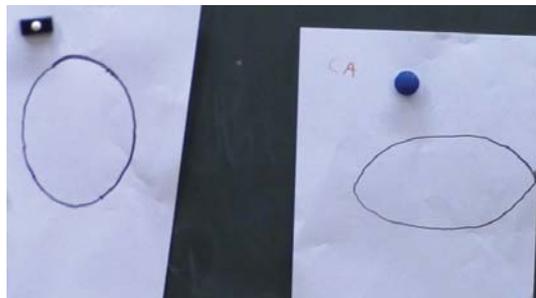


Photo 11

- L'explicitation du procédé d'assemblage des pièces : les tracés, pour les raisons évoquées précédemment peuvent ne pas être suffisants pour valider des constructions ou en comparer plusieurs et déterminer si elles sont identiques. Certains élèves qui présentent leur solution au tableau, reposent d'eux-mêmes les pièces sur leur dessin pour en expliquer le procédé de construction. Cette initiative, conduisant au jugement du tracé par le rappel des étapes de sa construction convainc les autres élèves. Le tracé apparaît comme représentation des actions et est donc lui-même l'objet de l'analyse. C'est l'objet de la transcription ci-dessous.

P : c'est bon, mais c'est pas le même que ça

Es : il est plus arrondi

P : c'est quoi plus arrondi ?

Es : en fait il a deux arrondis

P : là il n'y a pas deux arrondis ?

E : l'œuf ça commence en ovale et l'autre ça commence pas en ovale ça commence tout de suite en rond

P : là tu dis qu'il commence en rond tout de suite celui-là. Y sont où les ronds ?

E : là ça commence en rond

E : là ça commence en ovale

P : et là en bas c'est quoi ?

E : là c'est la moitié d'un rond

P : là c'est la moitié d'un rond et la moitié d'un rond



Photo 12

- L'indépendance de l'orientation de la forme, certaines productions supposant d'être orientées de la même façon pour être plus aisément comparées.

La résolution de ce problème contribue donc à plusieurs apprentissages, qui ne portent pas principalement sur des propriétés d'objets géométriques, mais sur ce que représente un tracé. En effet la reconnaissance que toutes les figures courbes ne sont pas des cercles, si elle conduit à des interrogations ou des constats de la part des élèves en termes de « régularité » (par exemple telle partie « tourne » de façon différente qu'un quart de cercle) et constituer une expérience pour appréhender ainsi certaines de ses propriétés ne constitue l'apprentissage essentiel. Nous avons mis en *gras italique* dans la suite de la transcription les éléments qui relèvent du repérage de l'invariance de l'orientation.

P : oui on a eu un problème pour dessiner, donc ça y est on ne va pas revenir dessus. Est-ce que du coup son circuit est possible à faire ?

Es : non

Es : oui

E : parce que ici là, là déjà ça part comme ça / ça fait un peu comme ça mais ça a été raté par là et ici c'est comme ça

P : place le par-dessus comme si on le voyait/ voilà tu t'écartes un tout petit peu en fait il est comme ça

E : ha oui, quand on l'a attaché il n'était pas

P : il était comme ça

E : oui et j'ai cru que moi c'est comme ça

P : alors cette forme là si je la mets comme c'est plus la même forme ?

E : si c'est pareil

E : Si parce si on tourne la feuille

Es : si c'est pareil

P : alors ça ça gêne un peu ? elle est tournée mais c'est quand même la même ?

Es : oui

P : donc si on la tourne c'est la même // quelle sont celles qui ne sont pas des ronds et ovales comme on a dit tout à l'heure ?

E : les œufs

P : des œufs, ha oui, ça a été une grande découverte pour ceux qui ont réussi à faire les œufs, ça vous a surpris hein, toi aussi / ha il est dans l'autre sens c'est pas le même

E : si c'est juste qu'il est retourné

P : ha oui / bah vas-y tu peux aller l'accrocher aussi l'œuf

E : ça c'est un œuf, ça ressemble à un œuf mais il y a trop de bosses

P : celui-là / donc on le met quand même avec les œufs ?

Es : oui

Le tracé est utilisé ici comme mémoire d'un assemblage de pièces. Ce statut de représentant amène les élèves à questionner la relation entre l'assemblage et sa représentation. Ce questionnement se retrouve lors de la mise en commun par les affirmations du type : « pour savoir si on peut construire on peut le refaire » qui montre les allers-retours possibles entre assemblage et dessin ou « s'il a des bosses ce n'est pas grave ». Ce type de situation permet donc de questionner le statut du tracé.

V - PERSPECTIVES

Ces expérimentations nous ont conduit à repenser :

- L'entrée dans le domaine graphique. Comme nous l'avons vu il ne s'agit plus, pour nous, de privilégier une modélisation des actions effectuées dans le méso-espace. Les procédures utilisées dans chacun de ces domaines spatiaux ou graphiques étant trop différentes. De plus, les objets sous-jacents - ligne droite constituée à partir d'alignements de points dans le méso-espace, les traits rectilignes prolongés sans présence explicite de points sur la feuille- sont assez différents pour des élèves de cet âge : en fait au CP et au CE1 les élèves découvrent des fonctions des tracés avec des instruments, pour résoudre des problèmes sur la feuille de papier, et plus seulement pour représenter des objets. Ils font ainsi évoluer leurs techniques de tracé et appréhendent des critères de jugement de ces productions. Cette entrée dans le domaine graphique nous semble constituer un objet de recherche.
- L'analyse des connaissances des élèves, non seulement des propriétés en acte mais aussi des gestes et du langage auxquels ils recourent. Quelles sont, par exemple, les difficultés que rencontrent les élèves pour considérer comme équivalents des objets matériels et leurs représentations avec du carton, un tracé sur papier ou transparent...
- L'articulation entre les domaines (spatial, graphique, géométrique).
- La production de ressources : en particulier la possibilité, pour les enseignants par de telles situations de mieux connaître les capacités des élèves de recourir à des gestes, à des tracés, des descriptions de leurs actions, des explications, des jugements, ainsi que leurs contributions aux apprentissages spatiaux, graphiques ou géométriques, répond à une demande explicite de leur part, afin d'appréhender cet enseignement. En effet dans ces domaines spatiaux et graphiques, certains gestes, tracés ou formulations des élèves sont parfois difficiles à interpréter par les enseignants. Doivent-ils les faire expliciter ou critiquer pour toute la classe ? Faut-il favoriser leur diffusion ? Une réponse à ces questions est une condition de la « robustesse » des situations.

VI - BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE, M., ROBINET, J. (1982) Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire, *Recherches en didactique des mathématiques*, 3.1, p. 5-64.

ARGAUD, H.-C, BARBIER, L., DOUAIRE, J., EMPRIN, F., GERDIL-MARGUERON, G., VIVIER, C. (2016) Ressources pour la résolution de problèmes et les apprentissages géométriques au cycle 2 : une approche spatiale des figures courbes et du cercle. *In actes du XLIIème colloque international des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques COPIRELEM : former et se former ... quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?* Besançon les 16, 17 et 18 juin 2015. [CD-ROM]. ARPEME.

ARGAUD, H.-C, DOUAIRE, J., EMPRIN, F. (2017) Quelle prise en compte des gestes professionnels du maître dans la production de ressources issues de recherches. *In Actes du XLIIIème colloque international des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques COPIRELEM : Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : quelles orientations, quels enjeux ?* Le Puy-En-Velay 14, 15 et 16 juin 2016. [CD-ROM]. ARPEME.

DOUAIRE, J., EMPRIN, F. (2014) Expériences spatiales et apprentissages géométriques en GS et au CP : autour de l'appréhension de la rectitude. *In Actes du XLème colloque international des formateurs de professeurs des écoles*

COMMUNICATION C21 – Échange d'expériences et recherche universitaire

en mathématiques COPIRELEM : La géométrie à l'école primaire : enjeux et perspectives. Nantes les 18, 19 et 20 juin 2013. [CD-ROM]. ARPEME.

DOUAIRE, J., EMPRIN, F. (accepté) Teaching geometry to students (from five to eight years old): "All that is curved and smooth is not a circle". *In 10th congress of European Research in Mathematics Education - CERME*. 1-5 February 2017, Croke-Park, Ireland, <http://cerme10.org>.

ERMEL (2006) *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*, Hatier.