DONNER DU SENS AUX NOMBRES ET A LEURS UTILISATIONS : DE LA MANIPULATION A LA SYMBOLISATION. INTERETS D'UNE PEDAGOGIE MULTIMODALE

Nolwenn GUEDIN

Formatrice, ESPE Bourgogne, Faculté de Psychologie et École orthophonie Besançon

Doctorante, FPSE - UNIGE Genève

nolwenn.guedin@gmail.com

Résumé

Selon le modèle le plus répandu en cognition numérique, le triple code du nombre stipule que les quantités peuvent être traitées dans trois zones du cerveau selon trois représentations différentes. Les formes non-symboliques des quantités, encore appelées analogiques, rendent compte directement de leur numérosité grâce aux unités encore individualisées. Les formes symbolisées des quantités sont les nombres oraux ou écrits. Dans ce cadre, la mémorisation des résultats additifs peut être pensée comme une automatisation inconsciente de procédures opérées sur les quantités analogiques ou comme le maintien en mémoire auditivo-verbale des faits arithmétiques et leur restitution directe sous forme de nombres oraux. En faveur du premier processus, les résultats d'une étude de corrélations et d'une étude d'entraînement soulignent l'importance des habiletés visuo-spatiales et procédurales. Insérée dans une pédagogie multimodale, le recours à des quantités semi-symboliques peut grandement aider les enfants à donner du sens aux nombres et à agir sur elles en vue du maintien des résultats additifs.

I - INTRODUCTION

Selon les travaux récents de neurosciences, les quantités seraient traitées par trois zones cérébrales distinctes en fonction du format dans lequel elles nous sont présentées. Ces trois formats numériques sont rassemblés sous le nom du Triple Code dans le modèle actuellement utilisé par les chercheurs en cognition numérique (Dehaene et Cohen, 1995) : le « code analogique » quand les quantités sont matériellement présentes, le « code verbal » quand les quantités sont communiquées et manipulées oralement et le « code écrit » quand les quantités sont sous la forme de nombres écrits via leurs représentations chiffrées. Nos pratiques enseignantes montrent que, pour réussir, l'enfant doit maîtriser l'ensemble de ce système sémiotique et savoir faire des liens entre chacun des codes qui le composent. Enfin, l'enfant entrera dans le monde de l'arithmétique quand il comprendra et utilisera aisément les représentations symbolisées et leurs propriétés sans avoir systématiquement besoin de recourir aux quantités matériellement présentes.

Nous montrerons, à l'appui de travaux de recherche et de nos pratiques pédagogiques, récemment éprouvées lors de travaux de thèse en psychologie cognitive du développement, qu'il est possible d'aider l'enfant dans ce cheminement numérique grâce à des « représentations intermédiaires » qui se situent entre les quantités analogiques et leurs formats symboliques. Que ce soit le recours aux configurations digitales (Brissiaud, 2003) ou aux constellations de points organisées (Guedin, 2012), ces représentations, alors appelées ici « semi-symboliques », permettent de passer de la décomposition des quantités analogiques – donc forcément non symboliques – au traitement réussi des symboles. De plus, nous verrons que le recours à ces supports « semi-symboliques » au sein d'une pédagogie explicitement multimodale, c'est-à-dire grâce à des entrées visuelles, gestuelles et orales, facilite les apprentissages de l'enfant (Engelkamp et Zimmer, 1985).

II - CADRE THEORIQUE

Afin de comprendre comment est née l'idée de tester en classe l'efficacité de représentations aux dimensions à la fois analogique et symbolique, prenons le temps de rappeler les découvertes dans le domaine de la cognition numérique (pour une synthèse en français : Guedin, 2017). Des données actuelles mettent en avant le rôle crucial des doigts et s'interrogent aussi sur le statut des configurations de points canoniques, partageant en effet des propriétés communes avec les configurations digitales. Au sein de ce cadre théorique, nous verrons que des résultats encore plus récents nous permettent d'affiner la compréhension des mécanismes en jeu dans la résolution d'additions.

1 Données de la cognition numérique : entre analogique et symbolique

Construire le nombre consiste à accéder aisément à son sens quantitatif et l'utiliser efficacement au sein de manipulations numériques, tels des comparaisons ou des calculs. Historiquement, et même dans la vie de tout individu, les quantités sont d'abord naturellement rencontrées et manipulées sous des formes non-symboliques, où chaque entité est visible, ou même manipulable, séparément. Les recherches en cognition numérique nous ont permis de comprendre que ces formats non-symboliques, qualifiés également d'analogiques dans le triple code de Dehaene, sont accessibles à des traitements cognitifs dès la naissance. De façon perceptive immédiate, les bébés sont en effet capables de discriminer deux grandes quantités suffisamment distinctes (Xu et Spelke, 2000) grâce au Système Numérique Approximatif (SNA). Ils sont également doués de subitizing (Mandler et Shebo, 1982) grâce au Système Numérique Précis (SNP), permettant ainsi de discriminer finement les petites quantités analogiques jusqu'à 4 unités. Toujours historiquement, et également dans le développement de l'enfant, c'est bien après que des représentations symboliques font leur apparition et qu'elles deviennent compréhensibles et donc utilisables. Culturellement déterminés, c'est d'abord le code auditivo-verbal puis le code visuel écrit, qui vont permettre de représenter économiquement les quantités par des symboles : dénominations orales, puis nombres transcrits en chiffres arabes. Il a longtemps été pensé que le SNA jouait un rôle crucial dans le développement des compétences numériques ultérieures puisque son utilisation est innée (Xu et Spleke, 2000) et que sa sollicitation mentale reste associée à l'évaluation de la taille des nombres symboliques. En effet, la comparaison des quantités analogiques est caractérisée par les effets de taille (Dehaene, Izard, Spelke et Pica, 2008) et de distance (Moyer et Landauer, 1967), selon lesquels il est plus aisé de distinguer des quantités davantage petites et davantage distantes. Étonnamment, mais de façon toutefois atténuée, ces effets se retrouvent également dans les comparaisons de nombres symbolisés par leurs écritures indo-arabes. La plupart des auteurs interprètent la présence des effets dans les traitements symboliques comme la signature du recours inconscient aux quantités analogiques (Roggeman, Verguts et Fias, 2007). Par ailleurs, il a été montré que l'efficacité et la finesse des systèmes numériques non-symboliques sont corrélées à la réussite symbolique (Halberda, Mazzocco et Feigenson, 2008). Pourtant, greffer les noms des nombres sur les quantités analogiques reste laborieux pour les enfants (Wynn, 1992). De mauvais liens entre différentes représentations peuvent être source de difficultés, voire une origine de troubles du calcul. Dans ce cas, il est proposé par d'autres auteurs qu'un SNA peu efficient serait plutôt la conséquence d'une mauvaise construction des représentations exactes symboliques (Noël et Rousselle, 2011). Les résultats récents de la recherche commencent ainsi à expliquer le lien entre SNA et capacités symboliques dans le sens selon lequel ce serait l'acquisition d'une aisance avec les codes symboliques qui expliquerait l'amélioration progressive du SNA avec l'éducation formelle.

2 Représentations semi-symboliques : entre manipulations et représentations codées

Sur le plan didactique, l'accès réussi aux systèmes symboliques, tant pour la compréhension du sens des nombres que pour les manipulations additives, semble être facilité par le recours à des représentations intermédiaires, comme les configurations numériques réalisées avec les doigts, pouvant donc être qualifiées de représentations semi-symboliques. Ces formats numériques intermédiaires ont en effet la particularité de préserver la visualisation séparée des unités sous leur dimension analogique, tout en permettant la reconnaissance directe de la valeur exacte de la quantité – le cardinal de la collection –, comme tout code symbolique. Ainsi de nombreux résultats mettent en évidence l'importance du recours aux doigts dans les apprentissages numériques de base (Baroody, 1987 ; Butterworth, 1999 ; Previtali, Rinaldi et Girelli, 2011). Certains auteurs évoquent même les configurations digitales comme une sorte de quatrième code (Di Luca et Pesenti, 2011 ; Wiese, 2003) en faisant référence au triple code de Dehaene déjà évoqué précédemment (Voir Figure 1).

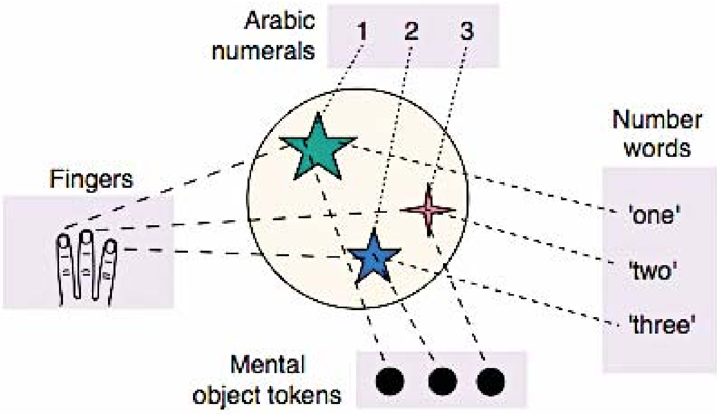

Figure 1 : Ajout des configurations digitales par Wiese (2003) aux trois formats habituels : analogique, verbal et écrit.

Dans une perspective de cognition incarnée, l'utilisation des doigts permettrait d'établir des liens entre les premières compétences numériques non-verbales et celles d'ordre symbolique qui se mettent en place avec le langage (Fayol et Seron, 2005). Au cours du développement, les doigts seraient même un outil idéal pour faciliter le passage d'un niveau de représentation de la quantité « par sommation » – où les unités ajoutées une à une mène au cardinal – à une représentation « par place » – où le cardinal est déduit directement de la configuration globale des unités grâce à leurs places occupées spatialement – (Di Luca, Lefèvre et Pesenti, 2010). Ainsi, les auteurs prédisent qu'ils retrouveraient ces deux formes d'accès aux quantités – « par sommation » et « par place » – également lors d'épreuves de comptage de points. Le comptage pour des dispositions aléatoires de points serait caractérisé par un codage « par sommation », tandis que la quantification de dispositions canoniques, comme sur un dé par exemple, serait caractérisée par un accès au cardinal « par place ».

Toutefois, compter efficacement sur ses doigts n'est pas accessible à tous les enfants, notamment en cas de déficience visuelle (Crollen, Mahe, Collignon et Seron, 2011), ou en cas de troubles moteurs et/ou praxiques (Thevenot et al., 2014). Par ailleurs, les doigts se limitant immanquablement à la manipulation d'une dizaine d'unités dans les usages occidentaux (Beller et Bender, 2011), il est pertinent de recourir aussi à d'autres formats semi-symboliques pour étendre le domaine numérique de manipulation. L'exemple des bûchettes réunies en dizaines en est un exemple pédagogique classique, mais demandant encore beaucoup d'habiletés gestuelles dans leurs manipulations. Comme le traitement des dispositions canoniques de points partagerait les mêmes caractéristiques que la reconnaissance de configurations digitales habituelles (Di Luca, Lefèvre et Pesenti, 2010), nous avons souhaité vérifier si le recours à un support de points organisés serait une aide efficiente en classe. Inscrite dans une pédagogie multimodale, nous faisions l'hypothèse que l'utilisation des constellations de points agencés en sous-base 5 pourrait permettre de construire le nombre efficacement. Non seulement de telles représentations pourraient donner du sens aux quantités, mais seraient également utiles pour faciliter les décompositions numériques et donc les calculs additifs ou soustractifs.

3 Les faits arithmétiques : entre mémorisation verbale et automatisation procédurale

Il a longtemps été pensé que les faits arithmétiques finissent par être retrouvés en mémoire à long terme autour de 8-10 ans (Ashcraft et Fierman, 1982 ; Carpenter et Moser, 1984). Des temps de réponse relativement courts furent en effet classiquement interprétés comme reflétant une stratégie rapide de récupération directe en mémoire (LeFevre, Sadesky et Bisanz, 1996 ; Siegler et Shrager, 1984). Cependant, d'autres auteurs suggéraient déjà que ces temps courts pouvaient tout aussi bien résulter de l'utilisation d'une procédure mentale très rapide (Baroody, 1987). En fait, grâce à des études finement chronométrées menées par l'équipe avec laquelle je mène ma thèse, nous comprenons aujourd'hui que nous faisons en effet encore appel inconsciemment à des procédures automatisées pour trouver les résultats additifs de petits opérandes (Thevenot, Barrouillet, Castel et Uittenhove, 2016). Ainsi, les temps de réponse nécessaires pour dire le résultat à haute voix à des additions de petits nombres, comme des ajouts de 2, 3 ou 4 unités, sont caractérisés par une augmentation progressive du temps de réponse, mise en évidence depuis longtemps (Groen et Parkman, 1972). Cet effet de taille des opérandes était interprété comme la recherche dans le réseau mémoriel plus longue dans le cas d'opérandes plus grands. Il est aussi interprétable à la faveur d'une procédure de comptage pas à pas. Cet effet de taille est classiquement observé pour des temps de réponse plutôt longs chez les enfants les plus lents. Cependant, l'analyse différentielle menée par notre équipe montre que cet effet de taille reste aussi clairement identifiable chez les enfants les plus rapides (Thevenot, Barrouillet, Castel et Uittenhove, 2016). Ces patterns identiques suggèrent que l'augmentation de la vitesse moyenne de résolution en fonction de l'âge, observée dans toutes les études, ne reflèterait pas un changement radical de stratégies mais plutôt une procédure unique de comptage qui s'automatise et s'accélère avec la pratique régulière de ce comptage (voir Figure 2). Cette procédure est également observée chez les adultes (Uittenhove, Thevenot et Barrouillet, 2016). Ces résultats novateurs ne remettent pas en cause la récupération en mémoire de certains faits arithmétiques. Toutefois, ils mettent en évidence la coexistence de différentes stratégies, notamment selon la taille des opérandes. Le recours à l'algorithme de comptage pour les petits opérandes trouverait son ancrage dans la manipulation d'objets ou de nos doigts pendant l'enfance (Carpenter et Moser, 1984). Ces manipulations seraient progressivement mentalisées pour aboutir à du comptage verbal. À partir de l'âge de 9-10 ans et chez les adultes, la manipulation de ces quantités analogiques mentalisées serait internalisée et deviendrait inconsciente, en permettant la production de résultats sous forme nombres symboliques (Thevenot, Barrouillet, Castel et Uittenhove, 2016 ; Uittenhove, Thevenot et Barrouillet, 2016).

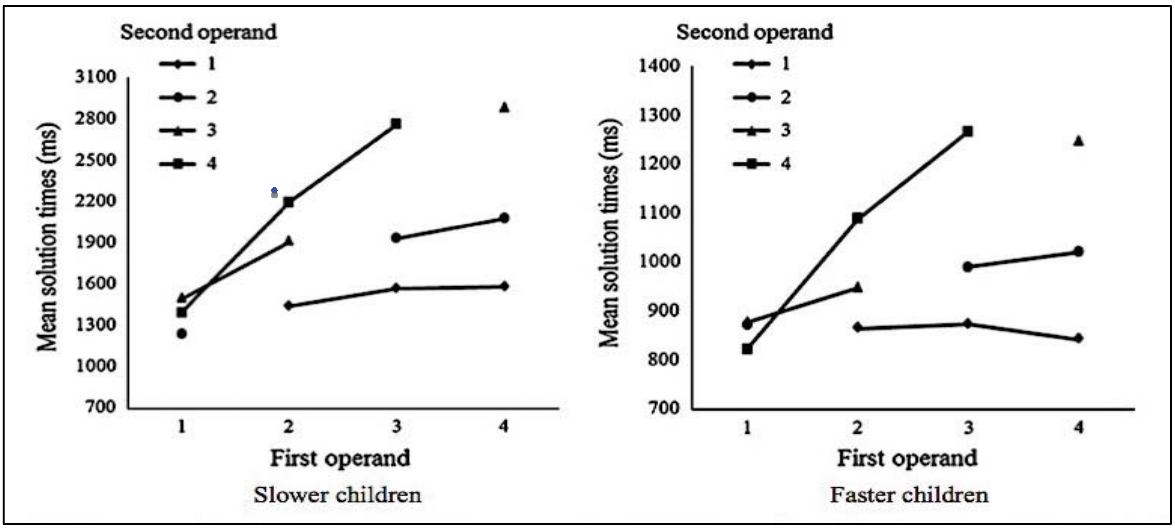

Figure 2. Répartition des temps de réponses à des additions avec petits opérandes (1 à 4, hormis les doubles) pour les enfants les plus lents (à gauche) et les enfants les plus rapides (à droite).
Exemple du temps de réponse obtenu pour l'addition 2 + 4 : environ 2200 ms pour les enfants les plus lents et environ 1100 ms pour les enfants les plus rapides. (Thevenot, Barrouillet, Castel et Uittenhove, 2016)

À la lumière de ces données très récentes, on peut alors émettre l'hypothèse que plus on recourrait à des quantités analogiques bien organisées numériquement, plus la procédure mentale arithmétique en serait efficace. On peut ainsi se demander si le type de références numériques fournies aux enfants lors de leurs premiers apprentissages pourrait alors avoir une incidence sur leur compréhension du nombre et sur son utilisation dans les calculs. Cette problématique fut ainsi l'objet de plusieurs expériences menées lors de ma thèse.

III - EXPÉRIMENTATIONS

Depuis longtemps, un lien entre doigts et nombres est connu. Plus précisément, les habiletés sensori-motrices digitales rendent compte de la réussite arithmétique des enfants. Pour comprendre le contexte des études menées ici, nous rendrons compte d'abord de quelques résultats expérimentaux de la littérature scientifique qui mettent en évidence ce lien doigts et nombres. Nous indiquerons ensuite les corrélations obtenues lors d'une étude longitudinale. Et enfin, nous présenterons les résultats d'une étude d'entraînement menée en classes de cours préparatoire (CP).

1 Contexte de recherche

Au début du 20e siècle, un syndrome clinique particulier a retenu toute l'attention d'un médecin chercheur. Quelques-uns de ses patients, à l'issue d'une atteinte cérébrale, souffraient de l'association systématique de quatre symptômes, comprenant notamment des troubles du calcul et une agnosie digitale (Gerstmann 1924 ; 1940). Depuis, ce défaut de reconnaissance tactile des doigts a été retrouvé chez des enfants dans des formes développementales, toujours en association avec des difficultés numériques et arithmétiques (Kinsbourne et Warrington, 1963). Pratiquée sur six adultes devant être opérés de tumeurs cérébrales, la simulation de telles lésions cérébrales par la technique de stimulation neuronale focale a permis de retrouver les symptômes cliniques décrits par Gerstmann chez trois des patients : perturbations significatives en calcul mental et difficultés de reconnaissance des doigts (Roux, Boetto, Sacko, Chollet et Trémoulet, 2003). Il a également été montré à plusieurs reprises l'existence d'une corrélation, voire d'un pouvoir prédicteur, entre une bonne gnosie digitale et une réussite en mathématiques (Fayol, Barrouillet et Marinthe, 1998 ; Reeve et Humberstone, 2011 ; Wasner, Nuerk, Martignon, Roesch et Moeller, 2016). Enfin, grâce à de nombreuses expériences menées sur un plan neuro-anatomique, nous savons aujourd'hui que les adultes continuent à recruter les circuits neuronaux responsables de la mobilité et de la sensibilité des doigts lors de la résolution mentale d'additions et soustractions (Rusconi, Walsh et Butterworth, 2005 ; Sato, Cattaneo, Rizzolatti et Gallese, 2007 ; Simon, Mangin, Cohen, Le Bihan et Dehaene, 2002). En complément de cet argument anatomique, le lien entre doigts et nombres peut aussi être expliqué par des raisons davantage fonctionnelles (Berteletti et Booth, 2015 ; Butterworth, 1999 ; Di Luca et Pesenti, 2011 ; Fayol et Seron, 2005). Comme les activations cérébrales se manifestent aussi dans les circuits moteurs, on suppose dans l'hypothèse fonctionnelle que les doigts ont pu constituer des aides procédurales pendant l'enfance lors des activités de dénombrement et de calcul (pour une revue de littérature : Guedin, Thevenot et Fayol, 2017). Selon le courant de la cognition incarnée, les associations doigt et nombres encore visibles à l'âge adulte seraient une réminiscence des premières stratégies de comptage sur les doigts (Berteletti et Booth, 2015 ; Butterworth, 1999).

2 Étude de corrélations

Pour mieux comprendre le lien entre arithmétique et habiletés sensori-motices ou cognitives, nous avons mesuré des corrélations entre différentes performances obtenues par 31 enfants de 7 à 15 ans. Il s'agissait des enfants qui constituaient le groupe contrôle d'une étude longitudinale menée auprès de 31 enfants avec déficience motrice de naissance, ce qui explique l'étendue des âges. La corrélation entre l'efficacité en résolution additive (temps de réponses à des additions de deux nombres à un chiffre) et la réussite en comptage sur les doigts ne fut pas significative. Cette absence de corrélation peut être expliquée par l'âge avancé des enfants de notre groupe. En effet, une large étude longitudinale sur des enfants de la grande section maternelle à la troisième année de l'école primaire a permis de montrer l'évolution de la corrélation entre l'usage des doigts et les performances. Elle est forte et positive en maternelle et au début de la première année primaire pour disparaître et même devenir significativement négative en deuxième année primaire (Jordan, Kaplan, Ramineni et Locuniak, 2008). Ces résultats montrent que les doigts aident et même prédisent la réussite ultérieure en début de la scolarité, puis ils cessent d'aider au profit d'autres stratégies mentales plus efficaces. Seuls les enfants plus faibles continuent à recourir à leurs doigts en troisième année primaire (Goldin-Meadow, Levine et Jacobs, 2014).

Le lien entre additions et capacités de mémoire s'est également révélé non significatif dans notre étude. Ce résultat est plutôt en faveur de l'hypothèse récente du recours aux procédures automatisées dans les calculs additifs (Thevenot, Barrouillet, Castel et Uittenhove, 2016 ; Uittenhove, Thevenot et Barrouillet, 2016), plutôt qu'en faveur de l'hypothèse classique d'une récupération directe en mémoire à long terme. Pour information, cette corrélation est cependant significative à .43 pour les enfants du groupe d'enfants avec déficience motrice, soulignant des mécanismes développementaux différents pour les deux populations, notamment avec la possibilité de phénomènes compensatoires (Thevenot, 2014) qui seront évoqués ici ultérieurement. Dans la population d'enfants au développement ordinaire, nous avons par ailleurs mis en évidence un très fort lien entre l'efficacité de résolution additive et la capacité à reconnaître les configurations canoniques de doigts levés (r= .74). Ce résultat entretient également l'hypothèse d'un recours à des procédures ancrées dans la manipulation de nos doigts pendant l'enfance. Nous avons trouvé une corrélation encore plus forte (r= .86) avec la capacité à reconnaître les configurations canoniques de points (voir Figure 3). Ce nouveau résultat dans la littérature scientifique nous a donné envie de tester l'impact de l'utilisation de ces constellations canoniques en classe.

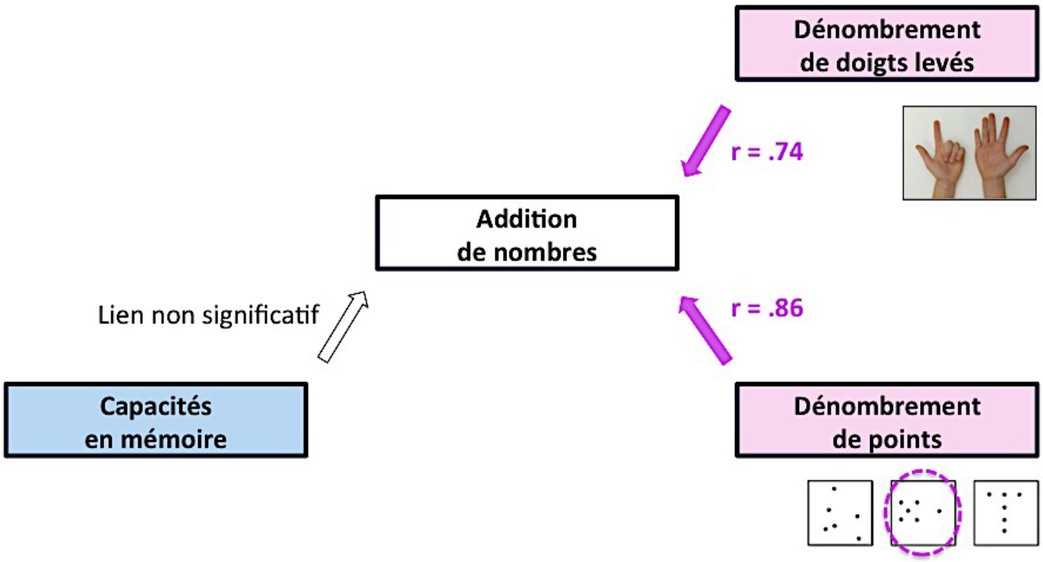

Figure 3. Corrélations obtenues auprès de 31 enfants au développement ordinaire.

3 Étude d'entraînement en classe

Afin de vérifier si les représentations numériques organisées sous forme de constellations de points pouvaient constituer un support didactique efficace pour construire les compétences attendues à l'école, nous avons mené un entraînement comparatif en classes de cours préparatoire. Avec l'utilisation régulière de points représentant les quantités jusqu'à 20 agencées en base 5 + n (Daffaure et Guedin, 2011), nous espérions ainsi aboutir à une automatisation progressive de la procédure arithmétique entraînée. Les quantités ont d'abord été proposées aux élèves sous la forme d'un carnet de deux nombres individualisés (Figure 4), afin de pouvoir les comparer ou les additionner. Puis le travail a été mené sur les constellations de points jusqu'à 20, cette fois réunies sur une seule page A4 (Figure 5).

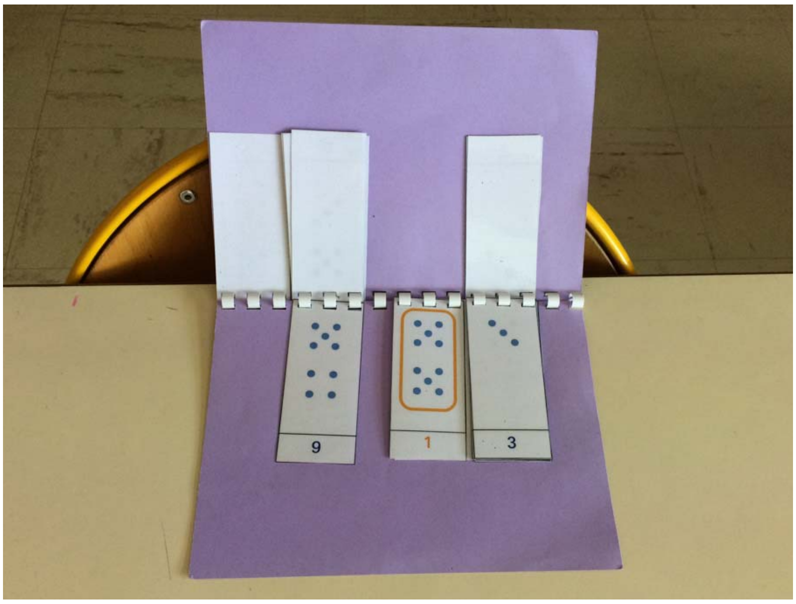

Figure 4. Carnet pour visualiser et manipuler deux nombres semi-symboliques. Ici, 9 et 13.

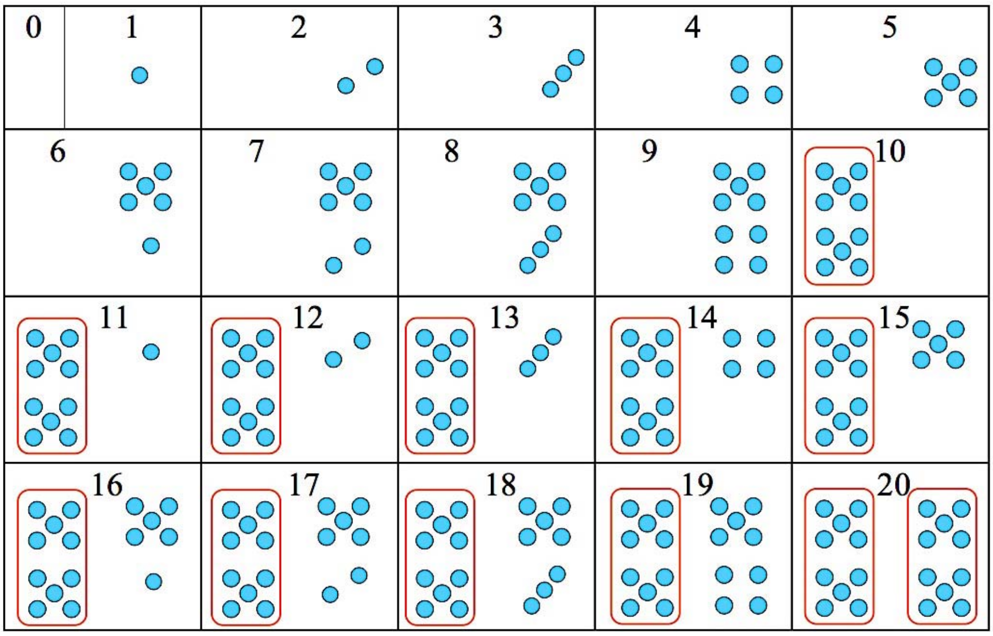

Figure 5. Feuille A4 pour additionner et soustraire deux nombres semi-symboliques.

L’étude comparative a été menée auprès de quatre classes de CP : d’une part, deux classes où les enfants ont utilisé très classiquement leurs doigts lors des séances de mathématiques ; d’autre part, un groupe constitué de deux autres classes où les enfants ont appris à se servir des constellations de points, sans pour autant leur interdire l’usage ponctuel de leurs doigts. Pour évaluer les progrès, des pré-tests et post-tests ont été effectués avec des épreuves issues de la batterie Tedi-Math (Van Nieuwenhoven, Grégoire et Noël, 2001). Nous avons choisi de centrer nos évaluations sur 5 domaines : la maîtrise fonctionnelle du nombre dans les activités de dénombrement, la connaissance des dénominations et des écritures symboliques des nombres, la compréhension du système décimal avec la notion de dizaines, les calculs additifs et soustractifs et enfin, la résolution de problèmes verbaux. Sans surprise, le type de support externe utilisé, doigts ou constellations, n’a pas d’incidence sur la connaissance des désignations orales et écrites des nombres. Les enfants des deux groupes atteignent en effet le même niveau à cette épreuve. En comparant les moyennes, les enfants qui ont utilisé le support multimodal de constellations de points ont été meilleurs dans les quatre autres domaines. La supériorité est significative dans deux domaines en particulier : pour l’usage fonctionnel du nombre, qui évalue principalement la connaissance des principes de dénombrement, (p= .002) et pour la compréhension de l’organisation en dizaines et unités (p= .04). On s’attendait aussi à une répercussion positive en arithmétique et donc à une progression significativement supérieure en calcul pour les enfants ayant bénéficié de la procédure multimodale.

La supériorité descriptive des moyennes ne fut pas confirmée par l’analyse statistique (p=. 51) en ce qui concerne le calcul (voir Figure 6). Pour en attester, il aurait fallu chronométrer les épreuves d’additions et de soustractions pour évaluer plus finement les progrès au cours de l’année de CP et repérer les enfants les plus efficients. Cependant, les observations des enseignants de CE1 sont très positives sur le plan arithmétique. Ils rapportent que les élèves ayant été entraînés avec les constellations disent « voir dans leur tête » les points agencés et ils sont aujourd'hui capables de calculer efficacement mentalement sans recourir aux doigts. Sans pour autant pouvoir conclure à une supériorité arithmétique d’un des deux supports utilisés dans cette étude expérimentale préliminaire, nous pouvons encourager les enseignants à utiliser les constellations canoniques de points pour donner du sens aux quantités et au système décimal et ainsi espérer développer des procédures de calcul efficaces.

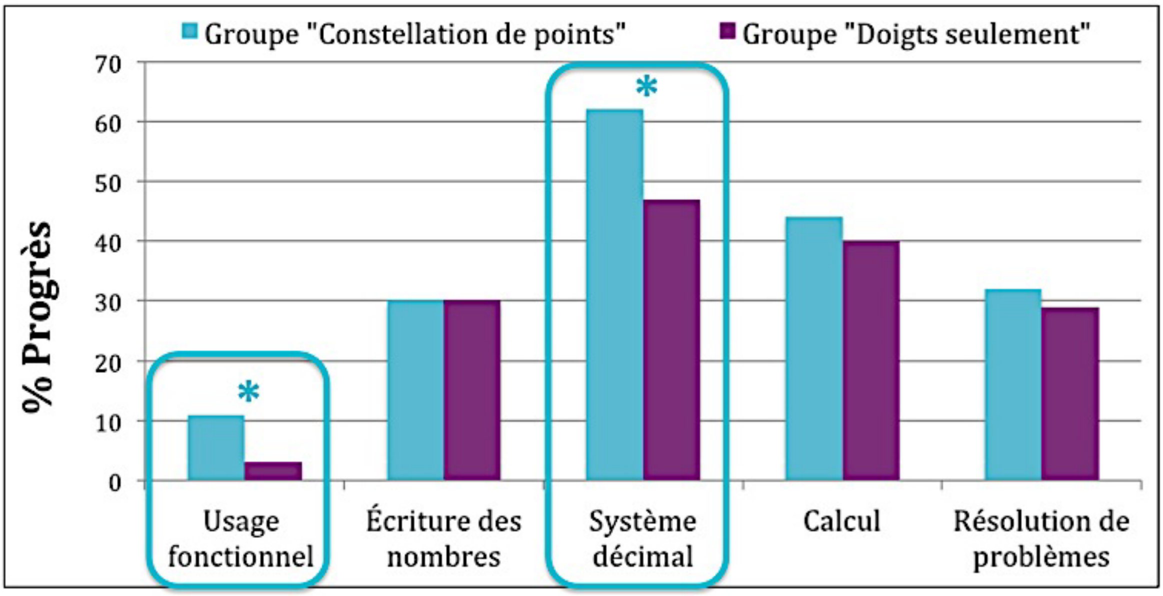

Figure 6. Comparaison des progrès obtenus entre les deux groupes de l'étude d'entraînement.
* Supériorité significative pour le groupe entraîné avec les constellations.

IV - INTERETS D'UNE PEDAGOGIE MULTIMODALE

Le travail sur constellations de points a l'avantage de fournir aux enfants des quantités facilement identifiables et donc a priori mobilisables efficacement dans leurs calculs. Nous montrerons ici que des activités menées avec une dimension multimodale permettent certainement de favoriser l'automatisation des procédures entraînées et/ou la mémorisation des faits additifs. Le recours à différents canaux cognitifs dans une telle pédagogie multimodale est aussi l'occasion de différenciation pédagogique. Enfin, elle se révèle bénéfique pour la mise en place de phénomènes de compensation en cas de troubles avérés chez certains enfants ou en cas de persistance à utiliser exclusivement les doigts.

1 Mémorisation renforcée

Il a été montré qu'un triple codage des informations traitées favorise la mémorisation (Engelkamp et Zimmer, 1985 ; Tellier, 2010). Dans la procédure entraînée sur la feuille de points de constellations, une triple dimension cognitive est intentionnellement sollicitée. Par exemple, pour calculer l'addition 6 + 7, l'enfant prend d'abord connaissance des deux quantités au sein de la feuille de façon visuelle. Puis, pour symboliser l'ajout des deux quantités ensemble, il peut les réunir en les entourant de manière gestuelle, au doigt ou avec un feutre. Et enfin, l'accès au résultat peut être facilité par le recours à une décomposition verbale, telle « 6 et 6, ça fait 12 et encore 1, ça fait 13 ! ». Dans cet entraînement procédural, ce sont donc des entrées visuelle, gestuelle et verbale qui sont systématiquement associées. Au niveau du fonctionnement cognitif, trois différentes mémoires sont ainsi sollicitées dans le cerveau, ce qui renforce les chances d'une mémorisation solide. En d'autres termes, et tout en mettant l'accent sur l'importance de la mémoire de travail au cours des apprentissages, différentes modalités entraînent une trace mémorielle plus riche (Baddeley, 1992). Sur un plan pratique, notons que la feuille A4 réunissant les 20 constellations numériques peut être glissée sous une pochette plastique afin que les quantités soient entourées au feutre effaçable et que le même support puisse servir tout au long de l'année.

C'est le même outil qui est exploité pour donner du sens aux procédures soustractives. Dans l'exemple de la soustraction 12 – 5, l'enfant se centre visuellement sur la quantité 12. Il barre ensuite gestuellement au feutre, ou sous son doigt, une constellation de 5 points identifiable de façon immédiate, comme par subitizing. L'enfant reconnaît également aisément la quantité restante, à savoir une seconde constellation de 5 points assortie de 2 autres points, avec, si nécessaire l'activation de la recomposition numérique « 5 et 2, ça fait 7 » pour retrouver verbalement le résultat de l'opération. Le fait que cela soit le même support qui aide à résoudre additions et soustractions est très favorable à la mise en place de liens conceptuels. Grâce à ses manipulations, l'enfant comprend et active plus facilement la notion de réversibilité selon laquelle, si 6 et 7 font 13, alors 13 dont on enlève 6 donne 7. Il peut en extraire peu à peu la règle de calcul réfléchi suivante : « Si a + b = n, alors n – a = b ou encore n – b = a ».

Fournir aux enfants des outils leur permettant d'aboutir systématiquement à des résultats corrects a également des effets très positifs sur la mémorisation. En effet, le cerveau est capable de retenir de façon incidente des résultats, seulement s'il est possible de les identifier comme des invariants (Geary, 2005). Déjà, en dehors de tout contexte scolaire, lorsque le jeune enfant manipule régulièrement ses jouets, des cubes, des cuillères, ... il finit par exemple par en conclure de lui-même que 2 entités et 1 entité font toujours 3 entités en tout. Tandis que dans le cas d'un enfant qui est confronté à des résultats aléatoires à cause de procédures inefficaces, la variabilité des réponses obtenues ne permet pas à son cerveau d'extraire l'invariant correct à retenir. Ces résultats aléatoires peuvent justement s'observer chez des enfants avec des difficultés motrices ou de la coordination. L'objectif d'une remédiation pédagogique est aussi de redonner de la stabilité aux apprentissages et donc aux connaissances déclaratives et procédurales qui en découlent.

2 Différenciation pédagogique incidente

Il est toutefois possible qu'un enfant soit en difficulté pour utiliser un tel support avec des quantités numériques directement sous leur forme symbolisée par des représentations dessinées. Afin de travailler dans la zone proximale de développement de l'enfant (Bruner, 1983), on peut alors également associer les constellations visuelles à des jetons manipulables. Cette association rendra les décompositions et recompositions de quantités plus concrètes avec des déplacements réels d'unités. Concernant l'addition 6 + 7, nous avons vu que l'enfant peut prendre appui sur un passage par les doubles avec le calcul suivant : « 6 et 6, ça fait 12 et encore 1, ça fait 13 ». Les doubles sont en effet les faits additifs les plus rapidement retenus par cœur dans le développement d'un enfant. Dans le cas d'un soutien ponctuel par les jetons, c'est l'éloignement d'un jeton de la quantité 7 qui mettra en évidence les deux quantités identiques 6 et 6 en tant que double facilement identifiable comme 12. D'autres enfants seront plus à l'aise avec la sous-base 5 et préféreront mettre en évidence 5 unités issues des 6 jetons et également 5 autres unités issues des 7 jetons, cela en éloignant respectivement 1 et 2 jetons. Auquel cas, c'est la recomposition suivante « 5 et 5, ça fait 10 et encore 3, ça fait 13 » qui permettra à l'enfant d'accéder au bon résultat. À noter que ce passage de 10 à 13 peut également être effectué par l'enfant au début de ses apprentissages par sur-comptage oral des 3 jetons (ou des 3 points) au-delà de la dizaine : « onze, douze, treize ». Enfin, toujours au sein du répertoire classique des stratégies possibles de décompositions-recompositions, d'autres enfants pourront peut-être préférer prendre appui sur les compléments à 10 lorsqu'ils sont bien mémorisés. C'est en complétant la quantité 6 à la dizaine – à l'aide de 4 jetons provenant de la quantité 7 – ou en complétant la quantité 7 à la dizaine – à l'aide de 3 jetons provenant de la quantité 6 – que les enfants effectueront la somme. L'usage des constellations permet ainsi une différenciation pédagogique en laissant l'enfant libre de choisir la décomposition avec laquelle il est le plus à l'aise au sein de son répertoire stratégique (Guedin, 2013). Selon les connaissances de l'enfant, la taille des nombres et l'habillage de la situation proposée, l'une d'elles sera privilégiée.

Si au contraire, des enfants sont déjà plus à l'aise avec leurs yeux et que les manipulations gestuelles deviennent une surcharge pour eux, la feuille de constellations se prête très bien aux stratégies de calcul réfléchies évoquées, simplement avec des traitements visuels. On retrouve cette même évolution dans les procédures de dénombrement (Camos, 2003), où les enfants ont d'abord besoin du pointage digital, puis où ils réussissent avec un simple suivi visuel. De cette procédure de dénombrement visuel ou gestuel en découle peu à peu l'habileté fondamentale de résolution additive orale puis mentale par comptage ou sur-comptage. De façon similaire, les procédures de calcul entraînées sur constellations au départ de façon gestuelle – puis visuelle – peut devenir aisément un acte mental de calcul réfléchi. C'est certainement à ce moment que les enfants disent « Je n'ai plus besoin de la feuille de points, je les vois dans ma tête. ». Cependant, comme dans tous les domaines de développement, le rythme de progrès est propre à chaque enfant et l'on ne peut présager du moment où cet ultime passage vers la mentalisation s'opérera. Peu importe, l'enfant qui a encore besoin de son support de constellations continue de faire des manipulations numériques, continue de le faire au rythme de la classe, et il continue de le faire avec réussite.

Nous avons décrit ici un des principes possibles de différenciation pédagogique. Il s'agit de fournir des niveaux d'étayage différents selon le niveau des enfants, tout en visant le même objectif scolaire. Ici, pour automatiser des procédures de calcul, l'enfant pourra donc d'abord bénéficier de quantités analogiques manipulables sous forme de jetons. Mais étayer les processus fragiles de l'enfant en lui fournissant les aides appropriées n'est que la première phase d'un acte de remédiation. Une seconde phase, dite de désétayage, doit permette à l'enfant de peu à peu fonctionner seul, notamment en se détachant des aides matérielles qui devraient lui être nécessaires de façon transitoire seulement. En vue de ce désétayage, il faudra donc accompagner l'enfant pour passer ensuite à des quantités semi-symboliques grâce aux points de constellations uniquement dessinés. Enfin, il est attendu que l'enfant puisse résoudre les situations additives avec les seules représentations symbolisées des quantités : les nombres et les signes opératoires. À ce stade de réussite, les symboles sont censés être greffés mentalement sur les quantités analogiques. Si l'hypothèse d'un « sens des nombres » greffé sur une ligne numérique mentale (Moyer et Landauer, 1967) est la plus fréquente dans la littérature scientifique, nous ne sommes pas encore capables de savoir précisément comment ces magnitudes sont organisées dans notre cerveau. Tout indique cependant que cette organisation cérébrale soit fortement spatialisée (Fischer et Shaki, 2014). Les points de constellations étant justement installés de façon très spatiale, nous pouvons faire l'hypothèse que cet agencement facilite leur mentalisation et organisation cérébrales.

3 Phénomènes compensatoires

Les résultats de l'étude d'entraînement menée en CP montre que l'utilisation de points organisés est complémentaire à l'usage des doigts lors d'une pédagogie ordinaire, notamment pour donner du sens aux quantités et à leur organisation décimale au-delà de 10. Ce support numérique externe se révèle aussi pertinent pour suppléer au recours aux doigts quand ceux-ci ne peuvent pas être bien utilisés par l'enfant, sans nécessiter une gestion compliquée de matériels. Nous le recommandons ainsi pour des enfants présentant des difficultés avec leurs doigts, qu'elles soient dues à un handicap moteur, une dyspraxie isolée ou encore à une déficience mentale. Dans ces cas, la composante gestuelle, consistant à entourer ou barrer les quantités, peut être exécutée par une tierce personne devant l'enfant. Ce sont les sollicitations visuelle et verbale qui permettront de construire la procédure et de l'ancrer dans le fonctionnement cognitif. Cette démarche s'inscrit dans le courant de cognition incarnée selon lequel ce sont justement nos expériences sensorielles et motrices qui permettent la mise en place de concepts et d'abstraction porteuse de sens. Dans le cas de difficultés motrices, les sollicitations visuelles et verbales permettront de compenser la déficience gestuelle. Et même, il a été montré que les zones cérébrales motrices restent sollicitées par l'observation du geste de la tierce personne puisque les neurones miroirs de ces zones continuent justement à s'activer en l'absence de mouvement réel lors de situations d'observation d'actions d'autrui (Buccino et al., 2012). Dans le cas d'enfants présentant un trouble du langage, ce sont les sollicitations gestuelles et visuelles qui seront suffisantes pour la construction des procédures additives sur points de constellations. Le gestuel et le visuel viendront justement en compensation au langage déficient et pourront même permettre un enrichissement verbal progressif. Chaque enfant prendra appui sur l'habileté qu'il maîtrise le mieux (voir Figure 7).

Étonnamment, certains enfants avancés dans leur scolarité ont systématiquement recours à des procédures digitales pour résoudre les calculs qui leur sont proposés. Malgré une exposition en classe à d'autres stratégies possibles, ces enfants peuvent appréhender le fait de s'aventurer dans une nouvelle procédure au risque de faire davantage d'erreurs. Ils considèrent certainement leur technique digitale efficace puisque c'est ainsi qu'ils ont jusqu'alors réussi. Ils ne prennent pas en compte la lenteur de leur procédure, en comparaison aux stratégies de calcul réfléchi mental, pourtant alors jugées bien plus matures dans le développement de l'enfant. En effet, un usage prolongé des doigts (Jordan, Kaplan, Ramineni et Locuniak, 2008) devient inadapté s'il reste persistant et exclusif au-delà du CE2, notamment lorsque d'autres procédures sont bien plus adéquates pour traiter des données numériques au-delà de 10. Ce déficit d'automatisation des procédures de comptage mentalisé peut même être envisagé comme la cause de dyscalculie développementale (Thevenot, 2017). Nous constatons que d'interdire à ces enfants de compter sur leurs doigts n'est pas efficace et que, sans accompagnement adapté, ils n'accèdent pas seuls aux procédures mentales à partir de leurs expériences sensori-motrices. Ces enfants auraient besoin d'un autre support qui puisse continuer à soulager leur mémoire de travail, en effet révélée très faible en cas de troubles des habiletés mathématiques (Geary, Hoard, Byrd-Craven et DeSoto, 2004). En proposant un travail sur les constellations de points, notre pratique pédagogique nous a montré que ces enfants sont capables d'opérer un glissement des procédures digitales immatures vers des procédures plus élaborées de type décompositions-recompositions. Ces progrès sont possibles dans la mesure où les quantités organisées visuellement permettent de compenser leurs faibles ressources en mémoire de travail. Tout en ayant la possibilité de conserver un matériel rassurant et opérationnel, le répertoire stratégique de ces enfants s'étend peu à peu. Et par imprégnation progressive, certains d'entre eux sont capables de mentaliser les représentations numériques visuelles et d'automatiser les procédures de calcul mental.

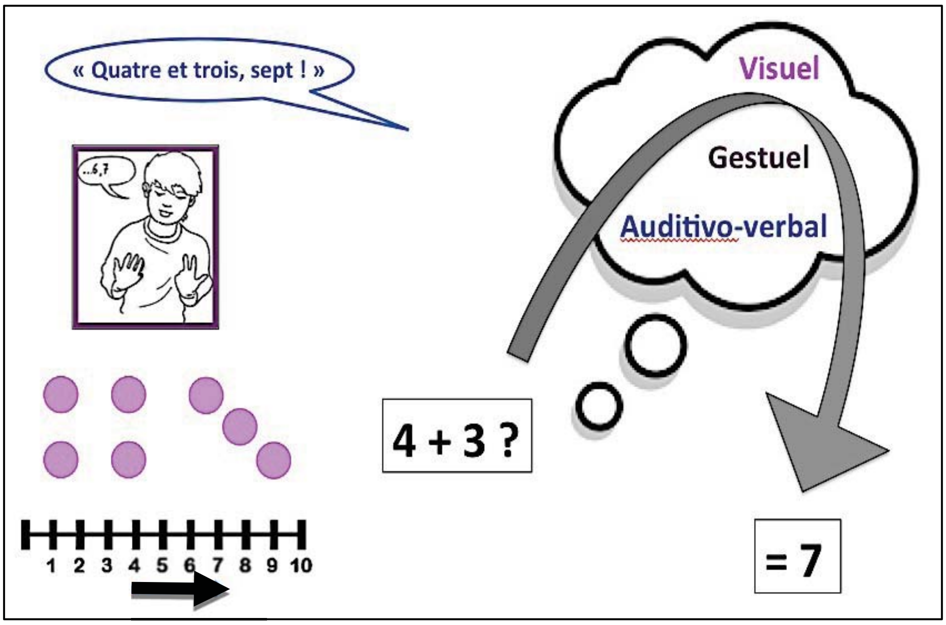

Figure 7. Intérêts de la pédagogie multimodale : de la manipulation à la symbolisation.

V - CONCLUSION

Sur un plan scientifique, le débat reste ouvert quant aux processus cognitifs en jeu dans les situations additives. Ils peuvent consister en une mémorisation des faits arithmétiques ou s'apparenter davantage à une automatisation des procédures grâce à l'internalisation de l'usage de supports externes. Nous ne savons pas si ces mécanismes additifs reposent sur des représentations à dominance visuelle, ou s'ils sont issus d'une automatisation gestuelle, ou encore, s'ils résultent davantage d'une mémorisation auditivo-verbale, ou même encore, s'ils sont basés sur une représentation spatialisée de gauche à droite, telle la ligne numérique mentale. Il est d'ailleurs possible que cette diversité d'hypothèses reflète la variabilité interindividuelle et même aussi des préférences intra-individuelles selon la nature des situations à traiter. Dans notre étude sur la recherche de corrélations avec l'efficience en additions, seules les habiletés visuo-spatiales de dénombrement de doigts levés ou de dénombrement de points se sont révélées significatives, tandis qu'aucun lien n'est ressorti avec les capacités mémorielles auditivo-verbales. Cette absence de significativité au niveau du groupe n'écarte pas l'éventuelle implication des ressources mémorielles pour certains des enfants testés. Ainsi, face à cette variété de fonctionnements et afin de permettre une mise en place des résultats additifs plus solide et plus fiable, nous invitons les pédagogues à recourir à plusieurs canaux cognitifs lors de leurs enseignements, tels ceux évoqués ici : visuels, gestuels et auditivo-verbaux. Et on pourrait encore ajouter des sollicitations davantage kinesthésiques (par des déplacements par exemple), voire haptiques (avec la « génération tablettes »), sans oublier la mémoire épisodique avec la richesse des anecdotes personnelles ou de tout souvenir collectif marquant qui pourraient servir de référence. La pédagogie multimodale soutient les processus d'apprentissage de chaque enfant tout-venant et facilite le franchissement de difficultés passagères. Elle est aussi destinée à aider les enfants qui auraient un trouble isolé ou une fonction déficitaire de naissance. Ainsi, cette sollicitation cognitive plurielle peut permettre des phénomènes compensatoires bénéfiques grâce à la mobilisation des canaux préservés. Grâce à sa réussite, l'enfant retrouve confiance en soi et plaisir d'apprendre.

Sur un plan didactique, pour que chaque enfant puisse réussir l'apprentissage des processus additifs, la mise en place de procédures fonctionnelles est préférable à une mémorisation verbale par cœur des tables. Même si un document d'accompagnement des programmes en 2002 mettait déjà en garde contre ce type d'approche, cette méthode reste utilisée dans certains CP. Les enseignants peuvent constater que l'apprentissage par cœur des tables d'addition ne porte pourtant pas ses fruits à long terme. En effet, d'une part, elle est dénuée de sens numérique pour l'enfant et d'autre part, elle n'est pas suffisamment ancrée dans les systèmes cognitifs en jeu dans les processus additifs mis en évidence lors des investigations scientifiques actuelles. Autant la multiplication est en lien avec les zones cérébrales du langage (Dehaene et Cohen, 2007) – et il est donc bien fondé d'apprendre les faits multiplicatifs par cœur –, autant l'addition trouve son substrat cérébral dans les aires responsables de la sensori-motricité des doigts et des traitements visuo-spatiaux. Les recommandations pédagogiques les plus récentes préconisent ainsi de mettre l'accent sur les manipulations et les jeux numériques (Cnesco, 2015). Un tel accent pédagogique sur l'action et le sens est particulièrement important aujourd'hui à l'école primaire puisque les écrans ont supplanté dés et cartes à jouer dans le quotidien des enfants... En accompagnant chaque élève sur le chemin de la manipulation vers la symbolisation, avec des stratégies multimodales, nous lui donnons plus de chances de réussir. Les résultats de l'étude d'entraînement en classes de CP montrent que le travail avec des points de constellations peut justement permettre cette réussite. Le statut semi-symbolique de ce support numérique est tout particulièrement important car il permet un pont cognitif entre le format analogique, où les quantités sont encore matériellement présentes, et les formats symboliques, où les quantités sont représentées par des codes directement reconnaissables.

VI - BIBLIOGRAPHIE

ASHCRAFT, M. H., & FIERMAN, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, **33**, 216-234.

BADDELEY, A. (1992). Working memory: The interface between memory and cognition. *Journal of Cognitive Neuroscience*, **4**, 281-288.

BAROODY, A. J. (1987). The development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, **18**,141-157.

BELLER, S., & BENDER, A. (2011). Explicating numerical information- when and how fingers support (or hinder) number comprehension and handling. *Frontiers in Psychology*, **2**. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00214

BERTELETTI, I., & BOOTH, J. R. (2015). Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems. *Frontiers in Psychology*, **6**. doi: 10.3389/fpsyg.2015.00226

BRISSIAUD, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer : Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*. Paris : Retz.

BRUNER, J. (1983). *Le Développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire*. Paris : Puf.

BUCCINO, G., ARISI, D., GOUGH, P., APRILE, D., FERRI, C., SEROTTI, L., ... & FAZZI, E. (2012). Improving upper limb motor functions through action observation treatment: a pilot study in children with cerebral palsy. *Developmental Medicine & Child Neurology*, **54**, 822-828.

BUTTERWORTH, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.

CAMOS, V. (2003). Counting strategies from 5 years to adulthood: adaptation to structural features. *European Journal of Psychology of Education*, **18**, 251–265.

CARPENTER, T. P., & MOSER, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, **15**, 179-202.

CNESCO, (2015). *Synthèse des recommandations – Conférence de consensus « nombres et opérations » : Premiers apprentissages à l'école primaire*. Institut Français de l'Éducation : Paris.

CROLLEN, V., MAHE, R., COLLIGNON, O., & SERON, X. (2011). The role of vision in the development of finger–number interactions- Finger-counting and finger-montring in blind children. *Journal of Experimental Child Psychology*, **109**, 525-539.

DAFFAURE, V., & GUEDIN, N. (2011). *Construction et utilisation du nombre : outils d'aide pour des élèves en difficulté d'apprentissage*. Marseille : Solal.

DEHAENE, S., & COHEN, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, **1**, 83-120.

DEHAENE, S., & COHEN, L. (2007). Cultural recycling of cortical maps. *Neuron*, **56**, 384-398.

DEHAENE, S., IZARD, V., SPELKE, E., & PICA, P. (2008). Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science*, **320**, 1217-1220

DI LUCA, S., & PESENTI, M. (2011). Finger numeral representations: more than just another symbolic code. *Frontiers in Psychology*, **2**. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00272

DI LUCA, S., LEFEVRE, N., & PESENTI, M. (2010). Place and summation coding respectively for canonical and non-canonical finger numeral representations. *Cognition,* **117**, 95–100.

ENGELKAMP, J., & ZIMMER, H. D. (1985). Motor programs and their relation to semantic memory. *German Journal of Psychology*, **9**, 239-254.

FAYOL, M., & SERON, X. (2005). About numerical representations: Insights from neuropsychological, experimental and developmental studies. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (p. 3-22). New York: Psychology Press.

FAYOL, M., BARROUILLET, P., & MARINTHE, C. (1998). Predicting arithmetical achievement from neuro-psychological performance: A longitudinal study. *Cognition*, **68**, B63-B70.

FISCHER, M. H., & SHAKI, S. (2014). Spatial associations in numerical cognition: from single digits to arithmetic. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, **67**, 1461-1483.

GEARY, D. C. (2005). Les Troubles d'apprentissage en arithmétique : rôle de la mémoire de travail et des connaissances conceptuelles. Dans M.-P. Noël (Dir.), *La Dyscalculie : trouble du développement numérique de l'enfant* (p. 169-191). Marseille : Solal.

GEARY, D. C., HOARD, M. K., BYRD-CRAVEN, J., & DESOTO, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, **88**, 121-151.

GERSTMANN, J. (1924). Fingeragnosie-Eine umschriebene Storung der Orientierung am eigenen Korper. *Wiener Klinische Wochenschrift*, **37**, 1010-1012.

GERSTMANN, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia and acalculia: local diagnostic value. *Archives of Neurology & Psychiatry*, **44**, 398-408.

GOLDIN-MEADOW, S., LEVINE, S., & JACOBS, S. (2014). Gesture's role in learning arithmetic. In L. Edwards, F. Ferrara, & D. Moore-Russo (Eds.), *Emerging perspectives on gesture and embodiment in mathematics* (p. 51-72). Charlotte: Information Age Publishing.

GROEN, G. J., & PARKMAN, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, **79**, 329-343.

GUEDIN, N. (2012). Difficultés multiples en mathématiques – comment compter sur des aides à l'école ? *ANAE. Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*, **120-121**, 579-586.

GUEDIN, N. (2013). *Adapter sa pédagogie : Remédiation en mathématiques au quotidien*. Dijon : Scérén.

GUEDIN, N. (2017). Au regard des dernières données de la cognition numérique, quelles remédiations proposer pour des progrès sur les bancs de l'école ? *Rééducation Orthophonique*, **270**, 255-292.

GUEDIN, N., THEVENOT C., & FAYOL, M. (2017, sous presse). Des doigts et des nombres. *Psychologie Française*.

HALBERDA, J., MAZZOCCO, M. M., & FEIGENSON, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, **455**, 665.

JORDAN, N. C., KAPLAN, D., RAMINENI, C., & LOCUNIAK, M. N. (2008). Development of number combination skill in the early school years: when do fingers help? *Developmental Science*, **11**, 662–668.

KINSBOURNE, M., & WARRINGTON, E. K. (1963). Developmental factors in reading and writing backwardness. *British Journal of Psychology*, **54**, 145-156.

LEFEVRE, J. A., SADESKY, G. S., & BISANZ, J. (1996). Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem size effect in adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **22**, 216-230.

MANDLER, G., & SHEBO, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General,* **111**, 1-22.

MOYER, R. S., & LANDAUER, T. K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, **215**, 1519-1520.

NOËL, M. P., & ROUSSELLE, L. (2011). Developmental changes in the profiles of dyscalculia: an explanation based on a double exact-and-approximate number representation model. *Frontiers in Human Neuroscience*, **5**. doi: 10.3389/fnhum.2011.00165

PREVITALI, P., RINALDI, L., & GIRELLI, L. (2011). Nature or nurture in finger counting: a review on the determinants of the direction of number–finger mapping. *Frontiers in Psychology*, **2**. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00363

REEVE, R., & HUMBERSTONE, J. (2011). Five-to 7-year-olds' finger gnosia and calculation abilities. *Frontiers in Psychology*, **2**. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2011.00359

ROGGEMAN, C., VERGUTS, T., & FIAS, W. (2007). Priming reveals differential coding of symbolic and non-symbolic quantities. *Cognition*, **105**, 380-394.

ROUX, F. E., BOETTO, S., SACKO, O., CHOLLET, F., & TRÉMOULET, M. (2003). Writing, calculating, and finger recognition in the region of the angular gyrus: a cortical stimulation study of Gerstmann syndrome. *Journal of Neurosurgery*, **99**, 716-727.

RUSCONI, E., WALSH, V., & BUTTERWORTH, B. (2005). Dexterity with numbers: rTMS over left angular gyrus disrupts finger gnosis and number processing. *Neuropsychologia,* **43**, 1609-1624.

SATO, M., CATTANEO, L., RIZZOLATTI, G., & GALLESE, V. (2007). Numbers within our hands: modulation of corticospinal excitability of hand muscles during numerical judgment. *Journal of Cognitive Neuroscience*, **19**, 684-693.

SIEGLER, R. S., & SHRAGER, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do. *Origins of Cognitive Skills*, **23**, 229-293.

SIMON, O., MANGIN, J. F., COHEN, L., LE BIHAN, D., & DEHAENE, S. (2002). Topographical layout of hand, eye, calculation, and language-related areas in the human parietal lobe. *Neuron*, **33**, 475-487.

TELLIER, M. 2010. Faire un geste pour l'apprentissage :Le geste pédagogique dans l'enseignement précoce. In C. Corblin & J. Sauvage (Eds). *L'apprentissage et l'enseignement des langues vivantes à l'école. Impacts sur le développement de la langue maternelle* (p. 31-54). Paris : L'Harmattan.

THEVENOT, C. (2014). La relation entre doigts et nombres : que peuvent nous apprendre les enfants présentant une hémiplégie ? *ANAE. Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*, **128**, 47-52.

THEVENOT, C. (2017). La dyscalculie développementale vue comme un déficit d'automatisation des procédures de comptage. *Rééducation Orthophonique*, **269**, 113-124.

THEVENOT, C., CASTEL, C., DANJON, J., RENAUD, O., BALLAZ, C., BAGGIONI, L., & FLUSS, (2014). Numerical abilities in children with congenital hemiplegia- an investigation of the role of finger use in number processing. *Developmental Neuropsychology*, **39**, 88-100.

THEVENOT, C., BARROUILLET, P., CASTEL, C., & UITTENHOVE, K. (2016). Ten-year-old children strategies in mental addition: A counting model account. *Cognition*, **146**, 48-57.

UITTENHOVE, K., THEVENOT, C., & BARROUILLET, P. (2016). Fast automated counting procedures in addition problem solving: When are they used and why are they mistaken for retrieval? *Cognition*, **146**, 289-303.

VAN NIEUWENHOVEN, C., GREGOIRE, J., & NOËL, M. P. (2001). *Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques (Tedi-Math)*. Paris : ECPA.

WASNER, M., NUERK, H. C., MARTIGNON, L., ROESCH, S., & MOELLER, K. (2016). Finger gnosis predicts a unique but small part of variance in initial arithmetic performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, **146**, 1-16.

WIESE, H. (2003). Iconic and non-iconic stages in number development: the role of language. *Trends in Cognitive Sciences*, **7**, 385-390.

WYNN, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, **24**, 220-251.

XU, F., & SPELKE, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, **74**, B1-B11.