

CHOIX DES AUTEURS D'UNE COLLECTION DE MANUELS SCOLAIRES POUR CONTRIBUER À L'ÉVOLUTION DES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS EN GÉOMÉTRIE

Marie-Lise PELTIER

Maître de conférences honoraire
en Didactique des Mathématiques
LDAR Paris Diderot
mlpeltier@yahoo.fr

Résumé

La communication présente :

- les points d'appui théoriques et personnels des choix effectués par les auteurs des manuels scolaires Opération Maths et EuroMaths pour l'école élémentaire pour tenter de vulgariser des éléments de recherche en didactique (Berthelot et Salin, 1992 ; Houdement et Kuzniak, 2006 ; Perrin Glorian et Godin, 2014) ;
- des exemples de pages consacrées à la construction de concepts géométriques et de pages consacrées à l'étude d'objets géométriques.

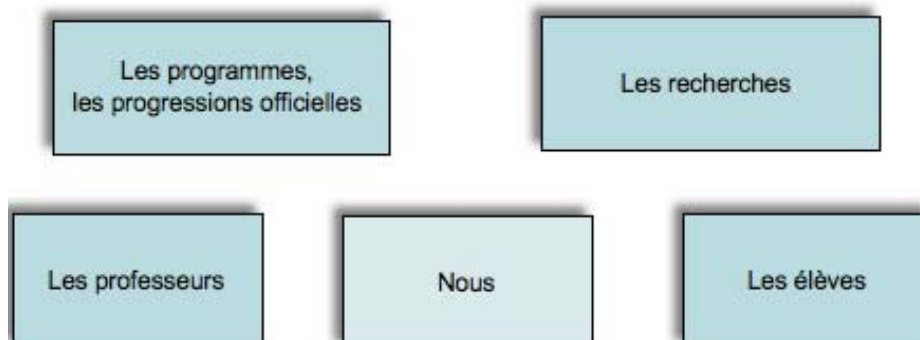
INTRODUCTION

Je suis auteure et directrice de la collection de manuels scolaires **Euromaths**, collection qui a changé de nom, suite aux nouveaux programmes de 2015, pour s'appeler **Opération Maths**, décision prise par la maison d'édition malgré notre désaccord.

Notre équipe, listée ci-dessous, est stable depuis de nombreuses années et tous les auteurs travaillent sur tous les niveaux de manière à assurer une cohérence interne à l'ensemble de la collection.

- Marie-Lise Peltier, LDAR, Université Paris Diderot
- Bernadette Ngono, ESPE, CIVIIC Université Rouen
- Joël Briand, DAEST, Université Bordeaux 2
- Danielle Vergnes, LDAR, Université Paris Diderot
- Yannis Ben Boujema, Professeur des écoles, maître formateur
- Marc Sampo, Professeur des écoles
- Avec la participation d'Eric Roditi, EDA, Université Paris Descartes.

Les auteurs de manuels scolaires sont un maillon dans la chaîne de transposition de savoirs dits « savants » en savoir « à enseigner ». Pour effectuer cette transposition le mieux possible, ils doivent prendre en compte de nombreux éléments :



En ce qui concerne les programmes, il est à souligner un point qui nous semble très positif : pour tous les cycles de la maternelle à la fin du lycée, les concepteurs des programmes ont réussi à décliner six mêmes compétences à développer en et par les mathématiques, en explicitant pour chacun des cycles de quelle manière il faut entendre ces verbes, et ce qu'ils recouvrent.

COMMUNICATION C12 – Échange d'expériences

- Chercher
- Modéliser
- Représenter
- Raisonner
- Calculer
- Communiquer

C'est à partir des programmes que nous envisageons les progressions dans chaque domaine et leur articulation.

En nous appuyant sur les recherches en didactique des mathématiques, il s'agit pour nous de mettre en évidence différentes facettes des mathématiques, de prendre en compte différentes manières dont les enfants apprennent, de maintenir la problématisation des savoirs... Les travaux sur la formation des enseignants nous sont d'une grande utilité pour concevoir les guides pédagogiques et les différents outils en tant que vecteur de réflexion didactique. Nous travaillons avec des professeurs en poste et leurs élèves pour être au plus près de la réalité du « terrain ».

Cependant les auteurs ne sont pas complètement libres de leurs choix, ils travaillent dans une maison d'édition qui a une certaine politique éditoriale, et dont un des buts est naturellement la diffusion la plus importante possible des ouvrages qu'elle édite.

L'équipe éditoriale prend ses décisions en s'appuyant sur diverses sources : parents, médias, « remontées du terrain » par le biais des délégués pédagogiques, tables rondes d'enseignants qu'elle organise.



Des discussions ont lieu entre l'équipe d'auteurs qui présente les grandes lignes de son projet et l'équipe éditoriale. Ces discussions conduisent naturellement à des compromis et aboutissent à un « cahier des charges » concernant à la fois le fond (les contenus) et la forme (nombres de pages, structure du manuel, maquettes, illustrations...) à laquelle les auteurs sont contraints de se plier.

Je vais présenter ici les éléments théoriques sur lesquels nous nous sommes appuyés pour effectuer nos choix, établir les progressions et élaborer les situations d'apprentissage et les exercices d'entraînement présentés dans les manuels (ou fichiers) dans le domaine Espace et Géométrie.

I - NOS POINTS D'APPUI

1. Les programmes, instructions, et textes officiels

Nous suivons naturellement les programmes de 2015, mais nous nous appuyons également sur ceux de 2002 dont les documents d'accompagnement et d'application, très riches, restent d'actualité.

2. Les recherches en didactique de l'espace et de la géométrie

Il s'agit essentiellement des travaux de Brousseau, Galvez, Salin, Berthelot, Houdement, Kuzniak, Parzysz, Perrin Glorian, Godin, cités dans la bibliographie, dont je vais citer rapidement les éléments que nous avons particulièrement retenus.

* La possibilité de classer les situations d'apprentissage en fonction du facteur « taille de l'espace » déterminant les différents types d'interactions possibles entre le sujet et le milieu : le micro espace ; le méso espace ; le macro espace.

* Les trois problématiques dont peuvent relever les situations : la problématique pratique ; la problématique de modélisation ; la problématique de la géométrie. Chacune de ces trois problématiques se caractérise par des rapports avec des milieux (considérés comme systèmes antagonistes du sujet) de natures différentes, régulés par des modes différents.

COMMUNICATION C12 – Échange d'expériences

Les situations d'action proposées dans le méso-espace et le micro-espace peuvent permettre des rapports spatiaux effectifs, mais sont insuffisantes à l'appropriation des notions. Il est nécessaire de faire évoluer ces situations pour permettre la construction de rapports spatiaux intériorisés permettant des actions effectuées par la pensée sur des objets réels évoqués ou directement sur des représentations symboliques de ces objets.

* Les travaux de Houdement, Kuzniak, Parzysz qui proposent un cadre pour penser l'enseignement de la géométrie :

	géométries non axiomatiques		géométries axiomatiques	
	géométrie concrète G0	géométrie spatio-graphique G1	géométrie proto axiomatique G2	géométrie axiomatique G3
<i>nature des objets</i>	physiques	physiques et graphiques (dessins)	théoriques (figures)	théoriques
<i>mode de validation</i>	perception globale	perception instrumentée	raisonnement déductif	raisonnement déductif
<i>cycle de la scolarité</i>	cycle 1	cycle 2 et 3	(cycle3) collège	(collège) lycée, université

- Quatre niveaux déterminés en fonction : des objets (physiques, graphiques, théoriques) ; des modes de validation qui appartiennent à différents registres (la perception globale, la perception instrumentée, le raisonnement (déductif)).

Au cours de l'école primaire, il s'agit d'assurer un passage progressif de G0 à G2.

3. Nos expériences personnelles en matière de recherche ou de recherche action et celles des autres équipes

3. 1. Nos propres travaux

La reproduction de figures

Dans mon travail de DEA (dirigé par R. Douady, en 1986), j'avais mis en évidence pour les tâches de reproduction de figure :

- la nécessité du changement d'échelle entre le modèle et la reproduction, pour bloquer les procédures de report : ce changement d'échelle étant fixé par une donnée géométrique : l'amorce de la reproduction ;
- la nécessité pour la figure modèle à reproduire d'éléments non visibles mais indispensables pour la construction, de manière à « imposer » l'analyse géométrique, c'est-à-dire la recherche de propriétés relatives à l'alignement, les distances, l'orthogonalité, le parallélisme, la symétrie.

Le terme de restauration a été introduit par Perrin. Une partie de ce travail de DEA a été publiée dans le bulletin vert de l'APMEP n° 371 sous le titre de « la fleur » coécrit avec Yves Ducel, le compte rendu des recherches effectuées dans les classes a fait l'objet d'un document de l'IREM de Rouen sous le même titre. Ce travail a ensuite été développé pour en faire une situation de formation initiale ou continue de professeurs des écoles que l'on peut lire dans « Concertum » les carnets de route de la COPIRELEM, documents pour la formation des professeurs d'école, édité par l'ARPEME.

La symétrie axiale

Un article de la revue Grand N : « Le napperon », relate le travail que j'ai mené sur la symétrie axiale. Le but premier était de mettre en évidence la nécessité de l'anticipation dans les situations de manipulation pour que les élèves aient à développer une réelle activité cognitive permettant la construction de certains « savoir-faire » et de certains « savoirs » géométriques. Cette situation, développée ensuite pour la formation initiale et continue des professeurs, se trouve également dans « Concertum ».

Les relations d'adjacence sur un polyèdre

Dans le même but de faire évoluer les pratiques des enseignants relatives à la manipulation de manière à mettre une nouvelle fois en évidence la nécessité de l'anticipation avant de passer à la manipulation

proprement dite, j'ai proposé une série d'activités concernant les relations d'adjacence sur un parallélépipède rectangle, sur un cube, puis sur d'autres polyèdres.

Dans ces différents travaux, nos réflexions se sont essentiellement concentrées sur : le rôle de la manipulation, l'importance de l'anticipation, la notion de théorèmes en actes, les modalités de validation et l'institutionnalisation. Par ailleurs, notre intérêt personnel pour les liens entre mathématiques et arts plastiques, intérêt que je partage notamment avec N. Sayac, m'ont conduit à m'interroger sur la manière d'introduire cette dimension artistique dans l'enseignement des mathématiques. Nous avons présenté un atelier¹ sur cette question en 2006 au colloque de la COPIRELEM de Dourdan.

3.2. Les travaux des collègues

J'ai déjà évoqué ces travaux pour décrire le cadre théorique dans lequel nous inscrivons notre travail d'auteurs. Je veux juste préciser ici que nous avons utilisé certaines des situations étudiées dans ces travaux en les adaptant pour qu'elles puissent entrer dans le cadre d'un manuel scolaire. Nous sommes parfaitement conscients qu'il s'agit d'une réduction, d'une simplification et donc d'un appauvrissement des situations d'origine, mais nous avons essayé au maximum de ne pas les « dénaturer ». En voici quelques exemples (ce n'est pas une liste exhaustive !) :

- de l'équipe de Bordeaux (Salin, Berthelot) :
 - les distances, le milieu, l'orthogonalité avec des aller-retours dans les différentes phases entre meso espace et micro espace ;
 - Les angles avec le géométriscrable
- de l'équipe de Lille (Perrin, Godin, ...) :
 - les restaurations de figures (mais nous n'avons pas repris leurs figures modèles).

4. Notre expérience en tant que formateurs puis en tant qu'auteurs

Nous constatons, lors des stages de formation continue, d'animations en circonscriptions, de conférences pédagogiques, un intérêt manifeste et déclaré des enseignants et des conseillers pédagogiques pour renouveler la manière d'étudier la géométrie avec leurs élèves et une forte adhésion aux propositions que nous faisons. Sont-elles suivies d'effets sur les pratiques effectives ? Notre expérience nous conduit à répondre plutôt « oui » quand l'environnement institutionnel soutient et encourage l'évolution des pratiques ; c'est notamment le cas lorsque le CPC, chargé de la mission maths est très impliqué, ce que j'ai eu le plaisir de constater par exemple dans l'académie du Mans sous l'impulsion de Gaëlle Cullerier. Mais parallèlement les échanges avec les enseignants, lors de ces rencontres, ainsi que les « remontées » que nous transmettent les délégués pédagogiques de la maison d'édition, ont mis en évidence un décalage important entre les pratiques d'enseignement de la géométrie les plus courantes et celles que nous préconisons.

Les dérives les plus fréquentes lors de l'utilisation de nos propositions sont les suivantes :

- la suppression des phases de travail dans le méso espace ou des phases qui demandent un temps de recherche conséquent, jugées trop difficile à gérer ;
- la suppression des phases adidactiques, réduction du temps de recherche des élèves, apport presque immédiat d'éléments de réponses ;
- la perte du contenu réel de la situation pour n'en garder que l'habillage, la recherche se transformant en la présentation collective et ostensive de ce qu'il faut faire et de comment le faire ;
- la centration sur l'acquisition de savoir faire...
- et parfois même la méconnaissance de l'objet mathématique dont l'apprentissage est visé.

4.1. La prise en compte des difficultés des enseignants

Il nous a semblé indispensable dans la nouvelle édition d'EuroMaths, appelée Opération Maths, de prendre en compte ces difficultés et de revoir notre positionnement pour maintenir notre but de contribuer

¹ Marie-Lise Peltier et Nathalie Sayac : Mathématiques et Art contemporain : une intimité formatrice, Actes du XXXIII^e Colloque de la COPIRELEM. DOURDAN. 2007

à l'évolution des pratiques ordinaires sans abandonner les choix essentiels auxquels nous tenons, mais sans pour autant décourager les enseignants.

Nous avons ainsi modifié certaines situations pour accompagner davantage le professeur en simplifiant ou en guidant davantage certaines phases, en réduisant certaines marges de manœuvre, en introduisant des étapes intermédiaires de manière à permettre une meilleure compréhension de l'enjeu de la situation et un meilleur confort dans la conduite de la classe. J'en donnerai quelques exemples.

4.2. Ce que nous avons maintenu et auquel nous tenons

Précisons dans ce paragraphe les choix que nous faisons déjà dans la collection EuroMaths et que nous ne remettons pas en cause dans notre nouvelle collection Opération Maths :

* La distinction entre :

- les concepts fondamentaux d'alignement, de distance, de milieu, d'orthogonalité, de parallélisme ;
- les objets de la géométrie qui progressivement changent de statut : d'objets matériels, ils se muent en formes et dessins, puis en figures graphiques (avant de devenir au Cycle 4 des figures théoriques).

Donnons un exemple concernant le cercle : au Cycle 1, il s'agit d'un objet matériel, appelé disque ou souvent rond, en bois, en plastique, ou en carton. En GS, au CP et au CE1, cet objet matériel va entrer dans des assemblages par juxtaposition puis par superposition, et va servir de gabarit dont les élèves vont tracer le contour pour garder trace de ce qui a été réalisé. On a alors le dessin d'une ligne fermée de courbure constante que l'on désigne par cercle. L'introduction du compas pour tracer de telles lignes permet d'introduire le centre, point où est plantée la pointe sèche du compas, et plus difficilement le rayon puisqu'il n'est pas matérialisé sur le compas, et qu'il doit donc être appréhendé comme une distance. En CE2, le cercle est toujours objet graphique global caractérisé par son centre et son rayon. La distinction avec le disque dont il est le contour est souvent pointée pour mettre en évidence la différence entre une surface (de dimension 2) et une ligne (de dimension 1). En CM1, le cercle va devenir un ensemble de points situés à la même distance d'un point fixe, son centre. Avec ce nouveau point de vue, le cercle devient une figure graphique ayant des propriétés permettant non seulement de la construire, mais aussi de pouvoir être utilisée dans des problèmes, par exemple celui de la construction d'un triangle dont on connaît les dimensions des côtés. Cette question a d'ailleurs fait l'objet d'un article de Caroline Bufl et de Valentina Céli dans la revue N².

* L'introduction d'un maximum de notions comme réponses à des problèmes nécessitant de la part des élèves une démarche de recherche.

* Les aller-retours entre des problèmes posés dans le méso-espace et dans le micro-espace pour un certain nombre de concepts de manière à lier les connaissances spatiales spontanées des élèves et les connaissances géométriques qui leurs sont associées.

* Le souci de privilégier les situations nécessitant des phases d'anticipation de manière à mettre en évidence la nécessité d'un travail cognitif dans toute activité géométrique.

* La réflexion sur la place et le rôle de la manipulation dans l'activité : manipulation pour comprendre le problème et/ou le but à atteindre, manipulation pour soutenir la phase de recherche, et surtout manipulation pour valider ou invalider un résultat trouvé par la pensée.

* Une présence permanente de situations de restauration de figures tout au long de chaque année de la scolarité depuis le CP mettant en jeu les concepts fondamentaux d'alignement, de distance, d'orthogonalité, de parallélisme.

* La prise en charge de moyens de contrôle ou de validation en proposant par exemple dans le guide pédagogique les figures restaurées prêtes à être photocopiées sur un transparent.

* La mise en évidence de ce qui est à retenir de l'activité de deux manières, pour mettre en évidence que l'institutionnalisation est un processus : une officialisation « à chaud » avec une proposition de formulation dans le guide pédagogique dans la rubrique « Conclure avec les élèves », puis une institutionnalisation progressive et décontextualisée soutenue par des fiches mémo proposées dans le manuel ou le cahier de matériel suivant les niveaux.

² voir référence bibliographique

II - DES EXEMPLES DE CES DIFFÉRENTS CHOIX

1. Un exemple d'aller-retours entre le méso-espace et le micro-espace

Titre de l'étape : Distance de 2 points, milieu d'un segment (étape 9, étape clé³ en CM1, page 12 du manuel et page 59 du guide)

Activité hors manuel

Dans la cour, placer deux corbeilles comme paniers de basket et chercher la place du ballon pour l'engagement.

Explicitation dans le **guide pédagogique** des objectifs de l'étape et de la place dans la progression :

POURQUOI CETTE ÉTAPE ?

Dans cette étape la distance de deux points et le milieu d'un segment sont les solutions géométriques à des problèmes posés dans l'espace familier (méso-espace). Ces deux notions sont l'aboutissement d'un questionnement mathématique à propos d'une activité initiée dans la cour ou le préau puis travaillée sur la feuille de papier.

Partant d'une conception globale spontanée de la distance et du milieu (dans le langage usuel, se placer « au milieu » est souvent synonyme de se placer « entre »), les élèves ont à se construire une image mentale précise de ces notions :

- la distance de deux points nécessite de concevoir la ligne droite comme plus court chemin entre les deux points ;
- le milieu d'un segment est un point du segment, c'est-à-dire qu'il est aligné avec les extrémités du segment ;
- les distances du milieu à chaque extrémité du segment sont les mêmes.

Nous aurons à débusquer des usages inexacts des mots. Par exemple : les élèves parlent souvent du milieu d'une droite, or une droite ou une demi-droite n'ont pas de milieu !

Puis description, dans le guide, de l'activité hors manuel :

ACTIVITÉ HORS MANUEL

Dans la cour ou sous le préau.

PHASE 1 : Présentation de l'activité

Répartir les élèves par groupes de 5 ou 6.

Laisser à disposition de chaque groupe une grande règle, de la ficelle, de la craie, une feuille, un crayon. Placer pour chaque groupe deux piquets (ou deux plots) éloignés d'au moins 4 mètres, symbolisant les

poteaux de deux paniers de basket.

Demander aux élèves de chercher et de marquer sur le sol à l'aide d'un objet (pot de yaourt par exemple) l'emplacement du ballon pour l'engagement. Désigner un rapporteur qui notera la manière dont le groupe a procédé (pour la mise en commun ultérieure).

PHASE 3 : De retour en classe

Mise en commun des stratégies utilisées et discussion au sujet de leur efficacité.

PHASE 2 : Travail par groupes

Plusieurs stratégies possibles

1. Pour tracer le segment :

- mise bout à bout de plusieurs règles, ce qui nécessite de vérifier leur alignement ;
- glissement de la règle sur sa trace, utilisation d'une ficelle tendue pour contrôler le déplacement de la règle ;
- etc.

2. Pour rechercher le milieu :

- mesurage ;
- pliage en deux d'une ficelle ;
- recherche visuelle à l'œil puis approximations successives ;
- etc.

Vérifier rapidement les emplacements trouvés.

Conclusion provisoire

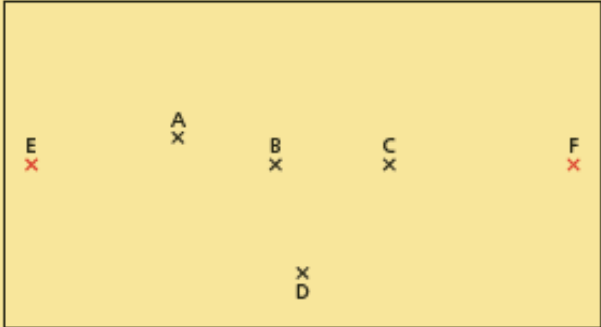
Pour trouver l'emplacement du ballon pour l'engagement, il a fallu trouver le milieu sur la ligne droite qui joint les deux poteaux.

³ Les étapes clés sont les étapes au cours desquelles les élèves découvrent une nouvelle notion, un nouvel aspect d'une notion déjà connue ou un lien entre plusieurs notions étudiées préalablement séparément. Elles sont caractérisées par le fait qu'elles débutent par une activité hors fiche décrite en détail dans le guide pédagogique.

Reprise dans le manuel
de l'activité précédente,
sur une représentation
plane du méso-espace :

1 Sur ce plan d'un terrain de basket, les points E et F marquent les emplacements des deux paniers. Lors de l'engagement du match, le ballon doit être placé entre les deux paniers, exactement au milieu.

a Découpe ce plan, puis place à vue d'œil et à main levée le point I où doit être le ballon lors de l'engagement. Vérifie avec les instruments de ton choix. Quel(s) instrument(s) as-tu utilisé(s) ?



b Pour chacun des points A, B, C et D, explique pourquoi ils ne peuvent pas convenir pour l'engagement.

c Alice dit que le milieu du segment [EF] est à la même distance des points E et F et qu'il est aligné avec eux. A-t-elle raison ?

Explicitation de la démarche dans le guide :

EXERCICE 1 > TRACE ÉCRITE

Reprise de l'activité collective en la transposant dans l'espace de la feuille de papier.

Travail sur le papier calque, ou sur la photocopie de la page 24.

La question a. permet aux élèves de revenir sur le positionnement du milieu en traçant le segment [EF] et en en cherchant le milieu.

La question b. a pour but de faire formuler avec précision les deux conditions pour que ce point soit le milieu du segment [EF].

Réponses

A n'est pas sur le segment et n'est pas à la même distance de E et de F.

B et C sont sur le segment mais ne sont pas à la même distance de E et de F.

D est bien à la même distance de E et de F mais il n'est pas sur le segment.

Conclure avec les élèves

La distance entre deux points est la longueur du segment qui les joint.

Le milieu d'un segment est le point qui est à la fois sur le segment et à la même distance des deux extrémités.

Les élèves peuvent accompagner cette conclusion du dessin d'un segment et de son milieu (on prendra soin de faire tracer un segment en position oblique).

Lire et commenter les paragraphes 5 et 6 du mémo page 43.

Nous proposons une démarche analogue pour étudier en CM1 :

- le cercle comme ensemble de points (étape 12, étape clé, page 30 du manuel)
- l'orthogonalité (étape 28, étape clé, page 62 du manuel, page 92 du guide)
- le parallélisme (étape 32, étape clé page 70 du manuel, page 99 du guide)

2. Un exemple relatif à la restauration de figures faisant intervenir les alignements

Titre de l'étape : Alignement : reproduire des figures (CM1, étape 16 page 38 du manuel, page 64 du guide)

Ce n'est pas une étape clé car le concept d'alignement est étudié depuis le CP.

Dans le **guide pédagogique**, explicitation des objectifs de l'étape et de la place dans la progression :

POURQUOI CETTE ÉTAPE ?

- C'est une étape fondamentale pour amorcer le travail d'analyse géométrique des figures. La notion d'alignement a déjà été travaillée tout au long du cycle 2. Ici, les élèves vont mobiliser leurs connaissances pour reproduire une figure. Il s'agit de chercher comment une figure a été construite et de la reproduire en utilisant les propriétés identifiées.
- La contrainte consistant à reproduire la figure modèle en plus grand (ou en plus petit) permet de bloquer les procédures de mesurage et donc de centrer le travail sur les autres propriétés de la figure : la figure construite et la figure modèle sont semblables, ce sont « les mêmes » mais « en plus grand » ou « en plus petit ».
- L'« analyse géométrique » de la figure est guidée pas à pas, le vocabulaire est précis : des points alignés sont des points qui sont sur une même droite ; deux points sont toujours alignés ; deux segments portés par la même droite ont leurs extrémités qui sont alignées ; etc.

Dans le manuel : Exercice Dirigé

1 Pour reproduire la figure modèle, tu cherches des alignements.

a Le point K est-il aligné avec les points C et F ?
Vérifie avec ta règle.

b Le point G est-il aligné avec les points J et D ?
Vérifie avec ta règle.

c Le point H est-il aligné avec les points B et G ?
Vérifie avec ta règle.

d À vue d'œil, quels points te paraissent alignés avec les points A et I ?
Note-les sur ton cahier puis vérifie avec ta règle.

e Vérifie que le point B est le milieu du segment [AC].

f Quelle est la position du point D sur le segment [CE] ?
Quelle est celle du point F sur le segment [GE] ?

g Sur un calque, reproduis puis complète la figure ci-contre pour qu'elle soit semblable au modèle.

Dans le **guide pédagogique**, on trouve une proposition de gestion de cet exercice :

EXERCICE 1 > EXERCICE DIRIGÉ

Observation collective de la figure modèle et de la figure incomplète.

Présenter le but de l'activité : compléter (on dit aussi restaurer) la figure incomplète pour qu'elle soit semblable au modèle. Donner quelques exemples de figures semblables sur des écrans tactiles notamment. Faire lire la bulle du panda. Rappeler si nécessaire ce que signifie des points alignés : ce sont des points qui sont situés sur une même droite.

Il est important d'entraîner les élèves à commencer par observer la figure sans se précipiter sur leurs instruments, à faire des hypothèses sur les positions de certains points, sur les éventuelles égalités de longueur, à noter les résultats de cette observation fine non instrumentée – ce qui permet d'utiliser le vocabulaire adapté – puis à vérifier leurs hypothèses avec les instruments.

Traiter les questions a. et b. collectivement, puis les questions c. à f. individuellement.

Pour les vérifications, les élèves peuvent placer une feuille de papier calque sur le modèle ou utiliser la fiche photocopiée. Ils tracent ou prolongent des segments afin de faire apparaître les composants de la figure qui permettent de la reproduire et qui ne sont pas tracés. Une fois l'analyse ainsi menée pas à pas, il est possible de « restaurer » la figure agrandie, c'est-à-dire la compléter avec les éléments manquants, puis « gommer » ensuite les éléments qu'ils ont dû tracer mais qui ne sont pas sur le modèle.

Donner le transparent pour une vérification individuelle.

Ainsi qu'une conclusion institutionnalisant une méthode d'analyse géométrique d'une figure :

Conclure avec les élèves

Pour reproduire une figure en plus grand, ou en plus petit, il faut l'analyser, c'est-à-dire repérer des alignements, des milieux, etc. Pour cela il faut souvent intervenir sur la figure : joindre des points, prolonger des segments.

Faire écrire cette conclusion et faire remarquer que, lorsque l'on reproduit, on trace souvent beaucoup plus de traits que ceux que l'on voit sur le modèle. Ces traits qui ont servi pour la construction peuvent être ensuite effacés.

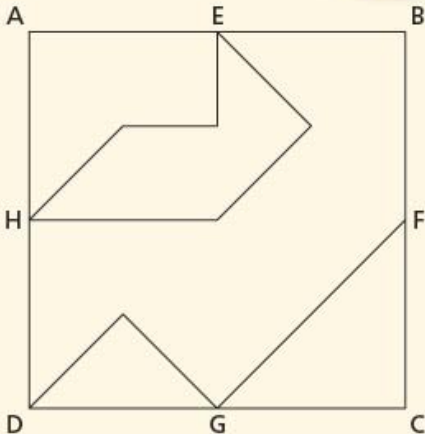
Après cette situation très « guidée », il nous est possible de proposer des situations de restaurations de figures dans lesquelles l'analyse géométrique de la figure est davantage à la charge de l'élève.

Exemple :

Titre de l'étape : Les figures planes : les analyser, les reproduire (Étape 56 page 118 du manuel, page 146 du guide)



modèle



a Observe sur la figure de droite les tracés qui délimitent les couleurs du modèle.

b Retrouve les traits qui ont servi à construire cette figure mais qui ont été effacés. Pour cela, repère des milieux, des alignements.

c Reproduis ensuite le modèle dans un carré de côté 8 cm.

Des situations de restauration de figures sont proposées du CP au CM2 pour travailler en fonction de la figure choisie et du niveau de classe :

- l'alignement dès le CP ;
- l'angle droit dès le CE1 ;
- la notion de milieu dès le CE2 ;
- l'orthogonalité dès le CE2 ;
- le parallélisme dès le CM1.

3. L'importance de l'anticipation, le rôle de la manipulation, les modes de validation

3.1 Exemple 1 : les pavés droits

Titre de l'étape : les pavés droits, du plan à l'espace (Étape 88, étape clé en CM1, page 182 du manuel, page 204 du guide).

Il s'agit d'une étape clé car c'est un premier travail sur les patrons de solides.

POURQUOI CETTE ÉTAPE ?

Dans l'étape 83, les élèves travaillaient tout d'abord avec les solides réels de l'espace, puis reprenaient les mêmes activités sur les représentations planes de ces solides.

Dans cette étape, il s'agit de la démarche inverse : à partir des représentations planes d'un pavé droit (perspective cavalière et patron) les élèves doivent reconstruire mentalement le pavé en dimension 3.

Dans la première activité hors manuel les élèves apprennent à construire des cubes et des parallélépipèdes rectangles (pavés droits) avec des faces prédécoupées pour mettre en évidence la forme des faces et leur nombre. Pour réaliser ces constructions, nous proposons de mettre les élèves en situation de prévoir ce qui leur faut comme matériel, et de le choisir dans des lots de polygones divers (carrés de diverses tailles, rectangles de diverses formes, losanges, parallélogrammes), de manière à solliciter les images mentales qu'ils se sont construites de ces solides et non de dénombrer seulement le matériel nécessaire en manipulant un solide réel.

La deuxième activité consiste à mettre à plat en un seul morceau un pavé ou un cube en carton en le découpant selon les arêtes. Elle nécessite de la part des élèves l'anticipation de l'effet du découpage. Cette activité conduit généralement à l'obtention de plusieurs patrons différents pour le même solide.

Dans l'exercice 1 du manuel, les élèves doivent anticiper les segments qui vont coïncider pour former une arête et les points qui formeront un même sommet lorsque l'on construira le solide après avoir découpé le patron. Nous proposons un patron de parallélépipède rectangle dans la mesure où les longueurs d'arêtes étant différentes, le travail de repérage est facilité. (Une application technique de ce travail sur les relations d'adjacence est le choix de la position des « languettes » pour la construction d'un solide en carton.)

Activités hors manuel

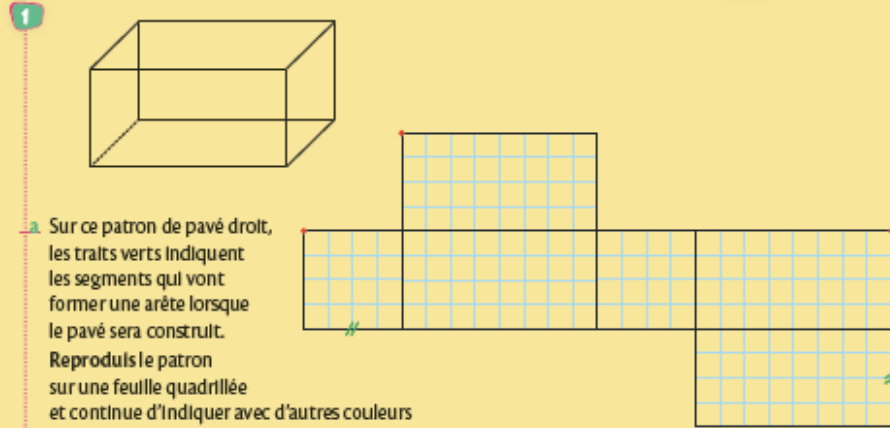
Construire un pavé droit et un cube en agencant des polygones.

Découper les polyèdres construits pour obtenir des patrons (mise à plat en un seul morceau).

Activité dans le manuel

Recherche des relations d'adjacence

Cette activité se termine par une première conclusion.



1

a Sur ce patron de pavé droit, les traits verts indiquent les segments qui vont former une arête lorsque le pavé sera construit. Reproduis le patron sur une feuille quadrillée et continue d'indiquer avec d'autres couleurs les segments qui vont coïncider au montage pour former une arête.

b Sur ce patron, les points rouges indiquent les sommets qui vont coïncider lorsque le pavé sera construit. Sur ton patron, continue d'indiquer avec d'autres couleurs les sommets qui vont coïncider au montage.

c Vérifie tes prévisions en construisant le pavé droit.

Dans le guide : proposition de gestion de cet exercice :

EXERCICE 1 > TRACE ÉCRITE

Lecture et commentaire de l'ensemble de l'exercice.
Bien expliquer aux élèves qu'il s'agit de prévoir, avant de découper le patron, ce qui va se passer lorsque l'on construira le solide, c'est-à-dire qu'il faut trouver les faces qui seront adjacentes (qui se toucheront par une arête commune) quand le solide sera construit. Les élèves ont plusieurs tâches à effectuer qu'il faudra bien distinguer :

- ils reproduisent le patron du manuel sur une feuille quadrillée (ou ils reçoivent la photocopie du patron) ;
- sans découper, ils doivent repérer les segments qui coïncideront au montage pour former une arête et les colorier de la même couleur (une couleur par arête) ; un exemple est donné sur le patron (question a) ;
- toujours sans découper, ils doivent chercher les points qui coïncideront au montage pour former un sommet et les colorier de la même couleur (une couleur par sommet) ; un exemple est donné sur le patron (question b). Travail individuel, confrontation à deux. Puis chaque élève découpe son patron et construit le solide pour vérifier.

Erreurs possibles :

- utiliser la même couleur pour un nombre incorrect d'arêtes (ou de sommets) ;
- colorier de la même couleur des arêtes (ou des sommets) qui ne coïncident pas ;
- oublier des arêtes ou des sommets.

Si des élèves ont beaucoup de difficulté, l'enseignant pourra les autoriser à découper le patron et à faire des vérifications locales de leur prévision.

L'enseignant pourra faire recenser le nombre d'arêtes et le nombre de faces qui partent d'un sommet. Il pourra aussi faire constater qu'une arête est toujours commune à deux faces.

Conclure avec les élèves

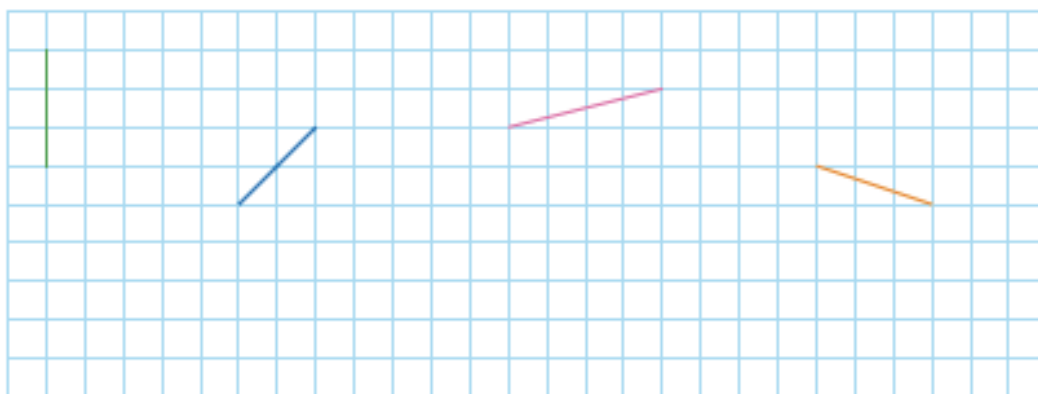
Dans un parallélépipède rectangle, un sommet est commun à trois faces et, comme pour tous les polyèdres, une arête est commune à deux faces.

3.2 Exemple 2 : propriétés géométriques du quadrillage

« Prévoir » avant de « faire », en réfléchissant aux caractéristiques du papier quadrillé.

Titre de l'étape : les polygones usuels (page 93 du manuel, page 120 du guide)

Sans utiliser ton équerre mais à l'aide du quadrillage de ton cahier et de ta règle, construis un carré vert, un carré bleu, un carré rose, un carré orange. Reproduis d'abord le côté déjà tracé.



3.3 Exemple 3 : changement de statut des objets géométriques

Accompagner le changement progressif du CP au CM2 du statut des objets géométriques.

Exemple en CM1 :

Titre de l'étape : Les figures planes (étape 47 page 10 du manuel, page 127 du guide)

Dans le guide pédagogique :
l'explicitation de ce changement de statut.

POURQUOI CETTE ÉTAPE ?

Depuis plusieurs années, les élèves ont développé des compétences géométriques et linguistiques pour décrire des assemblages de formes.

Dans cette étape, c'est le changement de regard sur les objets de la géométrie que nous prenons comme objet d'étude : un « dessin géométrique » peut être lu comme un assemblage de pièces obtenu soit par juxtaposition, soit par superposition. Cette double approche va permettre d'enrichir la perception des élèves et conduire à la notion de « figure » comme étant constituée non de pièces matérielles, mais seulement de lignes et de points.

Les figures que les élèves vont décrire sont composées de figures simples (sous-figures) bien connues des élèves, dont les positions relatives doivent être décrites avec précision pour que l'on puisse identifier sans ambiguïté la figure choisie. Le mesurage des côtés des carrés ou des rectangles n'est pas le but ici. C'est pour inciter les élèves à nommer les différents éléments par leur nom (sommet, centre, diamètre, rayon, etc.) que nous n'avons pas introduit systématiquement des lettres pour désigner les points des figures.

Rappelons que la différence essentielle entre une description et un message de construction est que, dans une description, il n'y a pas à hiérarchiser les informations que l'on donne. Par ailleurs, comme on dispose de la famille des figures, la description peut ne pas être exhaustive, il suffit qu'elle soit discriminante.

Dans le manuel : Exercice dirigé

a Parmi les pièces ci-dessous, choisis :

- celles que tu peux juxtaposer pour obtenir la figure F ;
- celles que tu peux superposer pour obtenir la figure F.

Figure F

R S T₁ T₂ T₃

b La figure F est constituée de lignes et de points. Complète sa description en utilisant les mots :

milieu carré segment côté

La figure ABCD est un
I est le du [AD].
J est le du [CD].
K est le du [BC].
Les [IK], [IJ], [IK] sont tracés.

Puis nous proposons une étude plus systématique des propriétés des triangles et des quadrilatères dans des situations de : description ; jeu de portrait ; restauration de figures ; construction en suivant un programme ou un schéma codé.

4. Le choix en CM2 d'une progression dans l'étude des figures planes qui s'appuie sur les propriétés permettant leur construction

4.1. Le cercle

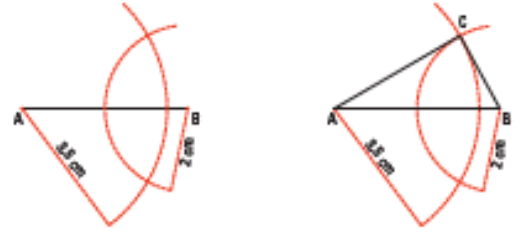
Comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point fixe.

- dans le « méso-espace » : placer 18 palets à 3 m d'un piquet ;
- dans le « micro-espace » : placer 20 points à 3 cm d'un point A.



4.2. Le triangle

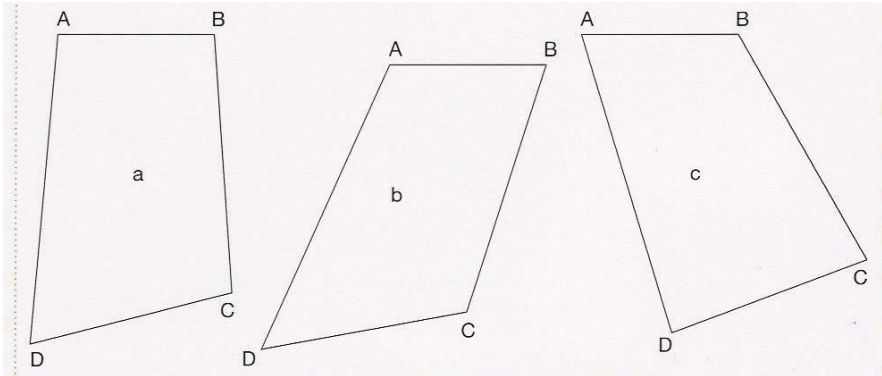
Comme seul polygone entièrement déterminé par les longueurs de ses côtés : C'est le seul polygone « rigide ».
Puis recherche de la condition d'existence d'un triangle



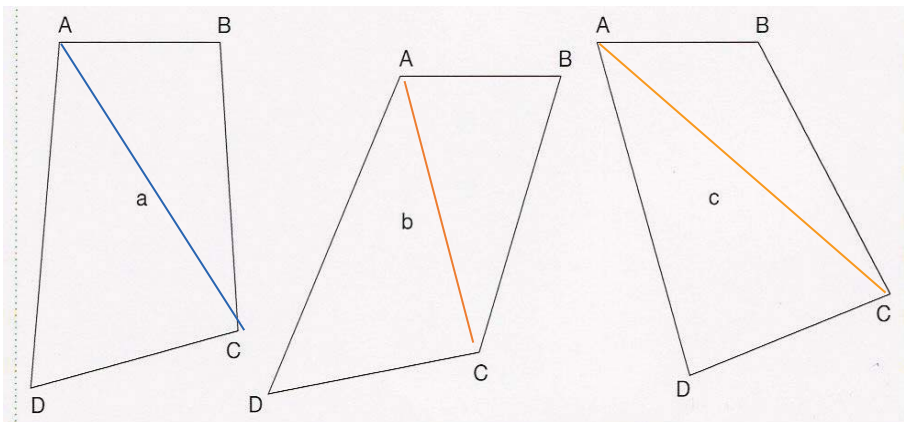
4.3. Les quadrilatères

Comme figures déformables et donc non caractérisées par la longueur de leurs côtés, d'où la nécessité de penser un autre élément pour les caractériser.

Identifier un quadrilatère parmi plusieurs lorsque tous ont des côtés de même longueur :

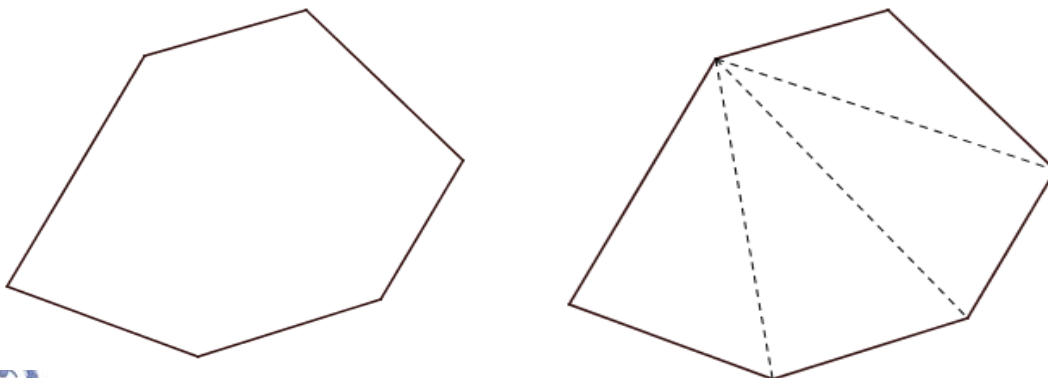


La donnée de la mesure d'une diagonale ou d'un angle est la solution du problème.



4.4. Les polygones

Comme pouvant être reproduits par triangulation.



5. Un exemple de situation sur lequel nous avons choisi en CM1 de simplifier la recherche : le napperon

Titre de l'étape : Symétrie par rapport à un axe, étape clé en CM1 (étape 67 page 140 du manuel page 166 du guide)

POURQUOI CETTE ÉTAPE ?

- Pour réactiver les connaissances des élèves sur la notion de symétrie axiale, nous proposons une situation qui consiste à reproduire un « napperon » avec du papier, par pliage et découpage. Il s'agit de prendre en compte le nombre de découpes, leurs formes, leurs positions relatives et leur orientation. Les formes des découpes sont choisies de manière à ce que les élèves fassent fonctionner des connaissances implicites issues de l'expérience (parfois appelées « théorèmes en acte » ou modèle implicite d'action) pour obtenir le résultat souhaité. Par exemple, pour obtenir une découpe en forme de triangle isocèle, les élèves coupent perpendiculairement au pli, ce qui revient en fait à appliquer implicitement la propriété : « l'axe de symétrie d'un triangle isocèle est perpendiculaire à la base ».
- Cette situation met en avant le rôle de l'anticipation : il est nécessaire de faire des hypothèses, d'anticiper l'action avant de l'exécuter. La manipulation est là pour valider ou invalider les décisions prises.

Activité hors manuel

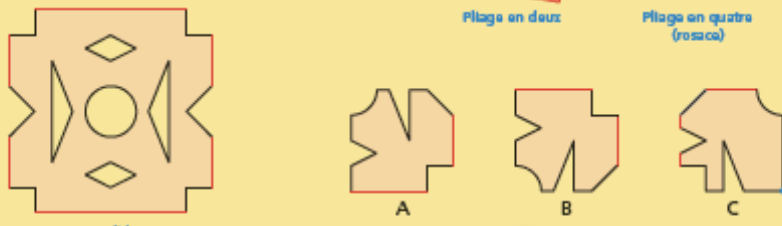
Revoir différentes manières de faire des rosaces à l'aide de pliages en deux, en quatre, en huit.

Réaliser des découpes sans contraintes dans du papier plié. Commenter les réalisations. Se rappeler ce qu'est un axe de symétrie.

Activité dans le manuel :

Identifier le découpage permettant d'obtenir un napperon déjà réalisé. Ce choix a pour but de permettre aux enseignants de se sentir plus à l'aise avec l'activité et donc de la proposer à leurs élèves, et permettra, en CM2, de proposer la situation du napperon sans la simplifier.

f Dans des carrés de papier pliés en quatre, Roméo a effectué des découpes pour réaliser des « napperons ». Les côtés des carrés sont bordés de rouge, le centre du carré est marqué par le point bleu (sauf quand il a été découpé).



Pliage en deux Pliage en quatre (rosace)

Modèle

A B C

Parmi les napperons pliés A, B et C, quels sont ceux qui, une fois ouverts, ressembleront au modèle ? Note tes prévisions puis vérifie en réalisant les pliages et les découpes.

Une figure a un axe de symétrie si, quand on la plie suivant cet axe, les deux parties sont exactement superposables.

EN GUISE DE CONCLUSION : DES LIENS AVEC LES ARTS PLASTIQUES

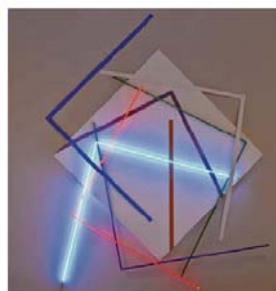
Pour notre plaisir, je vous propose quelques œuvres d'arts présentes dans notre collection illustrant certains concepts géométriques.

Segments



François Morellet
5 lignes au hasard
1971

Angles droits



François Morellet
Relache N°2
1992

COMMUNICATION C12 – Échange d'expériences

Cercles



Kenneth Noland
Mysteries:
Excavate the past
2001

Carrés et rectangles

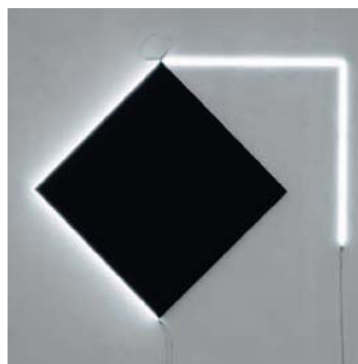


À la manière
de Max Bill.

Carrés

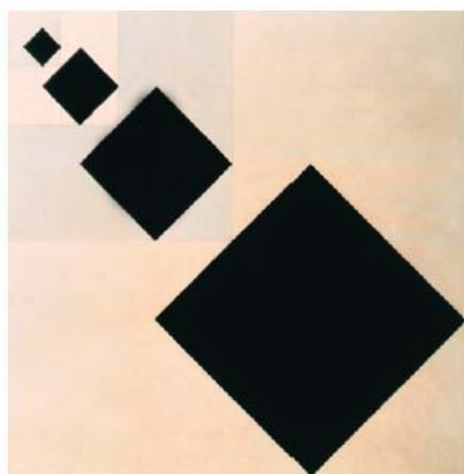


Aurélie Nemours
Motion de points



François Morellet
Négatif 11

Diagonales du carré



Théo Van Doesburg
Composition arithmétique
1930

Rectangles et arcs de cercles



Max Bill
Chronographie magique

BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1992) *L'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire* Thèse de doctorat Université Bordeaux 1.

BULF C., CELI V. (2016) Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire une transition clé : du gabarit au compas, *Grand N*, **97**, 21-58.

BULF C., CELI V. (2015) Une étude diachronique de problèmes de reproduction de figures géométriques au cycle 3, *Grand N*, **96**, 5-33.

DUCEL Y., PELTIER M-L. (1989) « La fleur » Une approche par le dessin géométrique CM2 - 6^{ème}, *Bulletin de l'APMEP*, **371**, 659-669.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de Sciences cognitives*, **11**, 175-193.

PERRIN GLORIAN M-J., GODIN M. (2014) De la reproduction de figures avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math Ecole*, **222**, 28-38.

PELTIER M-L. (2001) "Le napperon" La symétrie axiale à l'école élémentaire, *Grand N*, **68**, 17-27.

PELTIER M-L. (2003) "Le napperon" un problème pour travailler la symétrie axiale, *Concertum, carnet de route de la COPIRELEM*, tome 2, 161-172, Arpeme.

PELTIER M-L. (2003) "la fleur", *Concertum, carnet de route de la COPIRELEM*, tome 2, 183-189, Arpeme.