

L'EXPRESSION DES PROPRIETES GEOMETRIQUES ENTRE GEOMETRIE STATIQUE ET GEOMETRIE DYNAMIQUE

Sylvia COUTAT

Chargée d'enseignement, UNIVERSITE DE GENEVE, DiMaGe

Sylvia.Coutat@unige.ch

Résumé

Cet atelier pourrait être une suite de l'atelier présenté par Coutat et Falcade à la COPIRELEM 2012 qui étudiait le rôle de l'enseignant dans une séquence d'enseignement utilisant un logiciel de géométrie dynamique (LGD). Alors que ce précédent atelier était centré sur l'enseignant, ce présent atelier se centre sur les élèves. Une situation de communication des propriétés géométriques est le cœur de l'atelier. Les analyses des productions écrites et discussions des élèves s'appuient sur l'articulation de différentes ressources sémiotiques (langage verbal, représentation écrites et environnement dynamique) ainsi que sur les genèses instrumentales opérées à partir de l'artefact Déplacement. Les interactions de ces différentes ressources seront analysées à l'aide des modes de fréquentations (Bulf, Mathé et Mithalal, 2014).

I - FONDEMENTS THEORIQUES

1 Déconstruction dimensionnelle

Les figures géométriques ainsi que leurs représentations (dessins, schémas, ...) occupent une place centrale dans la pratique de la géométrie. La perception des figures commence à partir de leur reconnaissance avec les dessins. Cependant identifier les différentes propriétés d'une figure dans un dessin est le résultat d'un apprentissage. En effet, Perrin-Glorian et Godin (2014) dans la poursuite des travaux de Duval (2005) identifient trois visions des figures. La première vision des élèves concerne l'identification de la forme par sa surface, elle est appelée la vision « surface ». Les lignes sont perçues comme des bords de surfaces et les points comme des sommets de surfaces. La deuxième vision est la vision « lignes ». Dans cette vision les lignes sont identifiées à travers les instruments, la règle donnant accès aux droites et segments et le compas aux cercles et arcs de cercles. Enfin dans la vision « points » les points peuvent être créés à partir d'intersection de lignes. Ils deviennent les éléments de bases des lignes (2 points pour obtenir une droite ou un cercle).

Cependant pour une pratique de la géométrie qui s'intéresse aux propriétés des figures, la vision « surface » doit s'enrichir des autres visions. En effet cet enrichissement est fondamental en géométrie pour l'apprentissage des propriétés, pourtant elle représente une vraie difficulté chez les élèves. Perrin-Glorian et Godin (2014) se sont interrogés sur les effets possibles d'activités de constructions instrumentées pour l'évolution de ces visions. Ces activités concernent des restaurations de figures s'appuyant sur une perception visuelle progressivement instrumentée. Ainsi, les propriétés géométriques des figures concernées (portées par les droites et les points de la figure) sont progressivement introduites à l'aide des outils de géométrie.

2 Logiciel de géométrie dynamique

2.1 Genèse instrumentale (Rabardel)

Les outils de géométrie sont porteurs de propriétés et c'est leur prise en main qui permet un travail spécifique sur les propriétés. En effet, selon Rabardel (1995), l'artefact est un objet matériel ou symbolique en soi, parfois considéré seulement en une portion bien délimitée, qui a été construit selon une connaissance spécifique et qui assure l'accomplissement de certains buts. L'*instrument* est défini par Rabardel (1995) comme une entité mixte qui comprend d'une part l'artefact et d'autre part ses schèmes d'utilisation. Ces schèmes sont les actions relatives à l'artefact, que le sujet lui-même a élaborées et qui

lui sont nécessaires pour l'utilisation de l'artefact. L'instrument est donc une construction faite par le sujet, qui contient l'artefact d'une part et les schèmes liés à la tâche d'autre part. Les processus qui accompagnent l'élaboration et l'évolution des instruments et des schèmes pour le sujet, forment la *genèse instrumentale*. Plus précisément, cette genèse se compose de deux processus : le *processus d'instrumentalisation*, relatif à l'émergence et à l'évolution des composantes de l'artefact, et le *processus d'instrumentation*, portant sur l'émergence et l'évolution des schèmes relativement au sujet.

Si on prend l'exemple du compas, il existe plusieurs artefacts compas : compas à pointes - compas de mécanicien - compas d'épaisseur. Chacun de ces compas est le résultat d'un processus d'instrumentalisation. Ensuite, un même compas peut être utilisé pour reporter des longueurs ou pour tracer des cercles. Ces deux utilisations d'un même artefact vont mettre en œuvre des schèmes différents, au cours de processus d'instrumentation différents, ce qui aboutit à la construction par le sujet de d'instruments différents. Instrumentalisation et instrumentation constituent les deux faces indissociables des processus de genèses instrumentales.

2.2 Les instruments Déplacement

Un Logiciel de Géométrie Dynamique (LGD) contient un ensemble d'artefacts disponibles pour l'élève. On retrouve les artefacts classiques de la géométrie comme le compas.

Des artefacts plus élaborés comme les symétries sont aussi disponibles. Enfin un artefact spécifique le Déplacement est particulier à l'environnement dynamique. Tout comme les autres artefacts, le Déplacement utilisé dans une tâche spécifique par un élève va conduire à la construction d'un instrument particulier. Selon Restrepo (2008) plusieurs instruments *Déplacement* peuvent être construits. La première utilisation du déplacement est en générale une exploration non finalisée de la figure par le sujet. Les objets choisis ainsi que les déplacements sont aléatoires. Ce premier instrument développé est appelé *Déplacement non finalisé mathématiquement*. Ce premier déplacement peut évoluer et le sujet peut décider de se focaliser sur certains objets afin d'en déterminer les spécificités, c'est-à-dire leurs comportement face au déplacement. Ce deuxième instrument est le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Cet instrument est fondamental car c'est lui qui donne l'accès aux liaisons entre les objets construits, c'est-à-dire les propriétés de la construction. Nous ne reprenons pas ici toute la classification de Restrepo, nous concluons cependant avec deux derniers déplacements centraux dans des activités de construction. Dans une tâche de construction ou reconstruction, le sujet peut contrôler chacune des étapes de sa construction. Pour cela, il va déplacer les objets concernés par la construction afin de s'assurer de leur comportement attendu lors du déplacement. C'est le *Déplacement pour valider une construction*. Enfin, le sujet pourra déplacer non pas pour tester la validité de la construction mais pour chercher dans quelle mesure un invariant est effectivement une propriété de la figure. Ce dernier instrument est le *Déplacement pour invalider une construction*. Nous retrouverons ces quatre instruments *Déplacements* dans les analyses des productions des élèves.

II - PROBLEMATIQUE

En ce qui concerne le développement des visions « lignes » et « points », Perrin-Glorian et Godin (2014) ont construits des activités instrumentées de restauration de figures. Pour cela ils ont utilisé des outils de constructions (règle ou compas) mais aussi des artefacts non conventionnels comme les gabarits.

Dans le cadre de ce travail, nous avons considéré un environnement de géométrie dynamique (LGD) avec ses outils. Lors de l'observation en classe nous avons utilisé le logiciel Cabri Elem qui permet des rétroactions spécifiques selon les actions des élèves. Pour plus de détails sur le logiciel et la séquence, nous vous invitons à lire Coutat et Falcade (2012).

Dans l'environnement dynamique, les propriétés des objets géométriques construits sont identifiables à travers la mobilisation des *Déplacements* (en particulier le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*). Alors que la déconstruction dimensionnelle permettant l'accès aux propriétés géométriques est rendue accessible par les outils de construction du papier-crayon, nous souhaitons identifier dans quelle mesure ce même objectif peut être atteint avec les outils spécifiques d'un LGD. Pour cela nous avons conçu une séquence de géométrie pour une classe de CM1-CM2 avec l'utilisation d'un LGD dans

des tâches de construction, reproduction, description, reconnaissance de figures géométriques. Les instruments qui sont au centre des activités s'appuient sur les outils de construction (droite, cercle, ...) mais aussi l'outil Déplacement. Le LGD est utilisé conjointement à des activités de géométrie dans l'environnement du papier-crayon. Chaque séance utilisant le logiciel est articulée avec une séance en papier-crayon où les manipulations et observations avec le LGD sont évoquées. La séquence proposée en classe a pour objectif la découverte des propriétés géométriques pour les CM1-CM2 (parallélisme, perpendicularité et équidistance). Elle se compose de cinq séances avec le logiciel et cinq séances associées avec le papier-crayon. Quelques séances en papier-crayon autour des figures et de leurs propriétés ainsi qu'une évaluation complètent et finalisent la séquence.

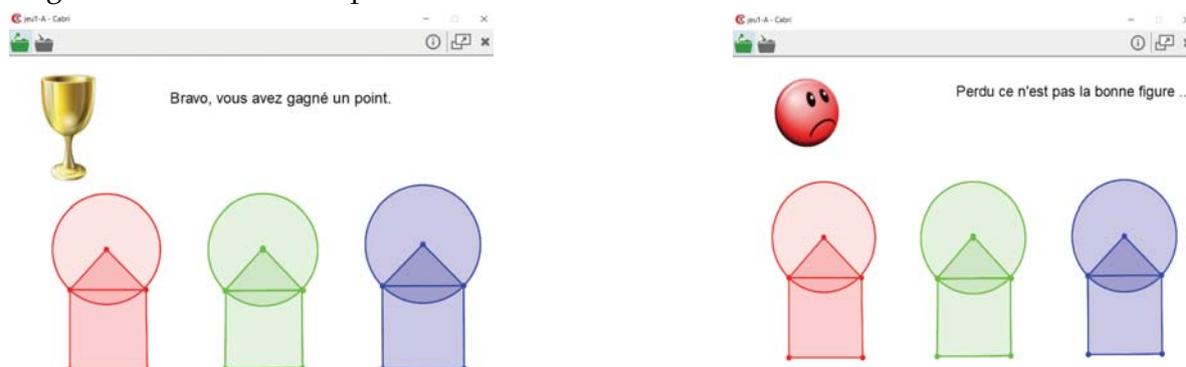
III - TACHE DES ELEVES ET ANALYSE DES PARTICIPANTS

1 Tâche des élèves

La tâche proposée lors de l'atelier est celle proposée aux élèves de CM1-CM2 durant la dernière séance de la séquence construite autour des propriétés de géométrie. Cette tâche s'organise autour d'un jeu d'équipe avec compétition qui utilise un LGD, de la collaboration par l'élaboration de messages. Ces messages permettent d'identifier dans quelle mesure les élèves parviennent à expliciter des propriétés géométriques identifiées dans un environnement dynamique.

Ce travail de formulation n'a pas été objet de l'évaluation. Lors des séances précédentes, les élèves ont travaillé sur la reconnaissance de propriétés nécessitant le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Le codage des propriétés de parallélisme, perpendicularité et équidistance a été introduit et travaillé précédemment lors de la séquence.

Pour le premier échange de messages, chaque équipe est composée d'émetteurs (groupe A) et de récepteurs (groupe B). Les émetteurs reçoivent une figure dans le LGD qu'ils doivent explorer. Suite à cette exploration, la consigne est qu'ils doivent produire un message sur une feuille blanche, ce message doit permettre aux récepteurs de retrouver la figure parmi trois figures données dans le LGD. Une fois le message prêt, il est donné aux récepteurs. Ces derniers ont à leur disposition 3 figures toutes placées dans la même configuration, chacune d'une couleur et avec des propriétés spécifiques. Leur tâche est alors de retrouver celle qui correspond au message des émetteurs. Nous attendons des élèves qu'ils mobilisent les Déplacements pour identifier des invariants ou invalider une construction. Une fois que les récepteurs considèrent avoir trouvé la figure qui correspond au message, ils notent sa couleur sur le message et le renvoie aux émetteurs. Les émetteurs valident le choix des récepteurs en indiquant la couleur choisie dans le logiciel. Le logiciel conclut la partie en affichant les 3 figures mises à disposition des récepteurs et une coupe lorsque le choix est correct ou un smiley malheureux dans le cas inverse. Les émetteurs peuvent alors explorer les 3 figures et s'ils le souhaitent analyser la pertinence de leur message selon les figures données aux récepteurs.



Lors des parties suivantes, les deux groupes de l'équipe (groupes A et B) sont émetteurs en parallèle, c'est-à-dire que les deux groupes reçoivent une figure (groupe A reçoit une figure GA et groupe B reçoit une figure GB, avec GA différente de GB) qu'ils doivent explorer et une feuille pour leur message. Puis les feuilles sont échangées entre les groupes. Le groupe A doit retrouver GB parmi trois figures en utilisant le message du groupe B et le groupe B doit retrouver GA parmi trois figures en utilisant le

message du groupe A. Les élèves effectuent sept parties successives. Le *Tableau 1* présente quelques figures proposées aux groupes d'élèves. Les images correspondent à l'état initial de la figure lorsque l'élève ouvre le fichier. Pour faciliter l'analyse de la figure pour ce texte, nous avons complété l'image par le codage des propriétés (dans toutes les figures sauf figure A1) et une brève description. Ces informations complémentaires ne sont pas données aux élèves.

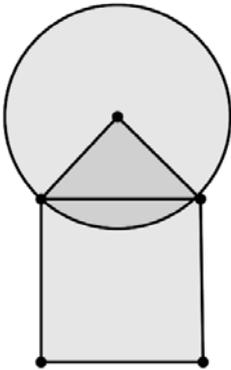
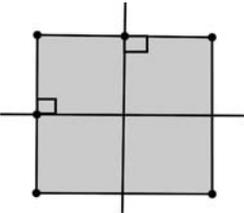
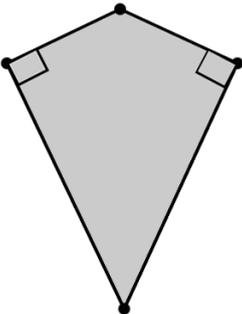
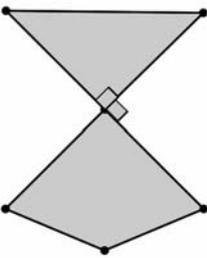
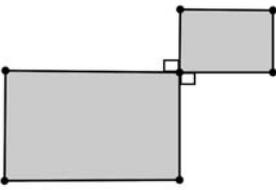
Groupe A	Groupe B
<p>Figure GA1</p>  <p>La figure se compose d'un quadrilatère quelconque, d'un cercle et d'un triangle quelconque. Le triangle et le quadrilatère ont un côté en commun. Le cercle a pour centre un sommet du triangle et passe par un sommet qui est commun au carré et au triangle.</p>	<p>Pour le premier échange, pas d'image pour les groupes B qui ne sont que récepteurs.</p>
<p>Figure GA4</p>  <p>La figure se compose d'un quadrilatère quelconque et de deux droites coupant perpendiculairement deux côtés consécutifs.</p>	<p>Figure GB4</p>  <p>La figure se compose d'un quadrilatère qui a deux angles opposés droits.</p>
<p>Figure GA7</p>  <p>La figure se compose d'un triangle rectangle et d'un quadrilatère quelconque. Le sommet de l'angle droit du triangle est aussi un sommet du quadrilatère. Un côté du quadrilatère est le prolongement d'un des côtés de l'angle droit.</p>	<p>Figure GB7</p>  <p>La figure se compose de deux quadrilatères quelconques avec un sommet en commun. À ce sommet, deux angles droits sont formés par un côté de chaque quadrilatère.</p>

Tableau 1

Pour identifier les propriétés codées ou formulées dans le Tableau 1 les élèves doivent utiliser le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Ainsi, ils doivent choisir un point, le déplacer, identifier comment il se déplace. Le point est-il libre et peut-il se déplacer sur toute la page ? Le point a-t-il un déplacement contraint sur un objet géométrique (droite, segment, quadrilatère, cercle) ? Le point est-il fixe ? Dans le cas d'un point déplaçable, les élèves doivent identifier si le déplacement de ce point implique d'autres déplacements liés. Dans ce cas, il s'agit de trouver la relation entre les déplacements, c'est-à-dire la propriété sous-jacente.

Une fois qu'ils ont identifié la ou les propriétés de leur figure ils doivent les communiquer aux autres membres de leur équipe. Pour cela ils ont une feuille blanche à leur disposition sur laquelle ils peuvent écrire ou dessiner. Une fois les messages rédigés, ils sont échangés entre les groupes des équipes.

Lorsqu'un groupe reçoit un message, il affiche sur son écran la page « récepteur » associée au message. Les récepteurs doivent alors identifier les propriétés du message dans les figures mise à leur disposition. Ainsi ils mobilisent le *déplacement pour valider une construction* afin de valider ou non la présence des propriétés explicitées dans le message. Une fois qu'ils ont identifié la figure correspondant au message, ils écrivent la couleur de cette dernière sur le message et le renvoie aux émetteurs.

2 Outils d'analyse

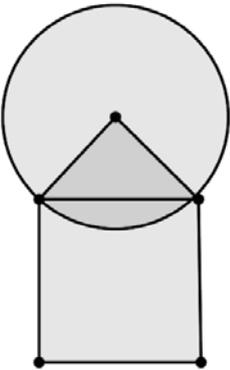
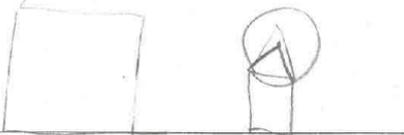
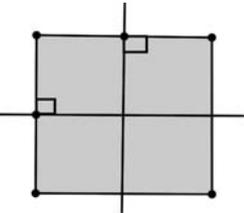
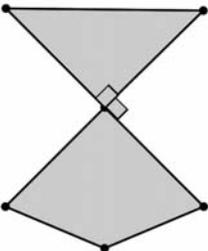
Lors de l'atelier, les participants ont eu accès aux films de quelques parties de deux équipes, ainsi ils ont pu analyser les déplacements effectués par les élèves avec le logiciel, provenant de deux groupes différents, pendant leur rôle d'émetteur ainsi que leurs échanges verbaux. Les messages des élèves ont complété les vidéos des parties.

Afin d'identifier dans quelle mesure l'environnement dynamique permet une vision « lignes » ou « points » ainsi que l'accès aux propriétés, nous utilisons les modes de fréquentation (Bulf, Mathé & Mithalal, 2014). Ainsi, nous cherchons à identifier les actions et les formulations des élèves afin de reconstruire leurs représentations des propriétés. Les différentes manières d'agir concernent les déplacements mis en œuvre par les élèves et peuvent être identifiées à travers les vidéos. Il s'agit d'identifier quels sont les objets qui sont déplacés, comment ils sont déplacés et à quelle fréquence. L'étude des différentes formulations concernent les échanges entre les élèves ou les verbalisations des élèves au cours de l'exploration de leur figure. Cela nous renseigne sur leur manière d'explicitier les invariants ou non invariants qu'ils identifient. Ces analyses sont complétées par l'analyse des messages. Cette deuxième étape de l'analyse s'appuie sur les registres sémiotiques de Duval (1995). Comme aucune consigne ou contrainte n'est donnée pour l'élaboration du message, les élèves sont libres d'utiliser du texte, des dessins ou un mélange personnel pour expliciter les propriétés qu'ils ont identifiées. Etant donné que des signes de codages ont été introduits précédemment lors de la séquence, nous supposons que les élèves pourront les réinvestir dans leurs messages, en particulier le codage de l'angle droit. L'utilisation du codage dans le message implique des dessins et non du texte. On peut aussi supposer que les élèves utilisent à la fois un dessin et un texte pour décrire leurs figures. La présentation des figures dans le *Tableau 1* s'appuie à la fois sur des dessins, des codages et un texte. Dans les figures 4 et 7 les élèves peuvent réinvestir le codage de l'angle droit. Nous cherchons à identifier : comment les élèves mettent en œuvre le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* et quels invariants ils identifient, comment ils explicitent les propriétés des figures dans leur message.

Ces analyses des actions et verbalisations des élèves autour de l'exploration de la figure dynamique doit nous renseigner sur la perception des propriétés géométriques embarquées dans les constructions.

Dans la suite de ce texte nous présentons quelques éléments d'analyse des vidéos ainsi que les messages de deux groupes A, Cynthia-Karine et Sam-Solan. Les messages concernent les figures A présentées dans le *Tableau 1*.

3 Analyse de Cynthia et Karine

Figures Cabri Elem	Messages élèves
<p>Figure GA1</p> 	<p>Fait un carré, ensuite fait un triangle sur le carré, Le point le plus haut du triangle est le centre du cercle.</p>  <p>Réponse de Alexis et Simon</p> <p>Couleur de la figure choisie : bleu (Rouge)</p>
<p>Figure GA4</p> 	<p>C'est un quadrilatère quand tu bouges le point en haut à gauche tu vois cette forme:</p>  <p>Réponse de Alexis et Simon,</p> <p>Couleur de la figure choisie : vert (ok)</p>
<p>Figure GA7</p> 	<p>Si tu bouges les points tout en haut, ils vont tout droits, Si tu bouges le point au milieu, il dirige le triangle</p>  <p>Réponse de Alexis et Simon</p> <p>Couleur de la figure choisie : rouge (ok)</p>

3.1 Figure GA1

Dans l'exploration de la figure GA1, les élèves balayent la figure avec la souris et les noms des sous-figures qui composent la figure s'affichent (quadrilatère, triangle, cercle). Elles ne déplacent qu'un seul point (sommet du quadrilatère qui est aussi sommet du triangle) brièvement qu'elles remettent en position initiale. Ce déplacement permet d'identifier que ce point est libre, détermine un sommet du triangle et un sommet du quadrilatère et le rayon du cercle, le triangle n'est pas isocèle et le quadrilatère n'est pas un carré. Les élèves ne discutent pas de leurs observations et rédigent directement le message.

Dans la formulation de leur message, elles utilisent le mot « carré » pour nommer le quadrilatère, ce qui nous interroge sur la perception du déplacement mobilisé. Il semblerait que ce déplacement soit non finalisé mathématiquement car il n'a pas abouti à la prise en compte des propriétés du quadrilatère. Nous pouvons aussi compléter qu'elles ont certainement mobilisé principalement une vision « surface » du quadrilatère pour reconnaître un carré (quadrilatère très familier).

Finalement leur message se compose de deux dessins et d'un texte. Le texte s'apparente à un programme de construction. Le premier dessin pourrait être interprété comme inachevé alors que le second est la reproduction à main levée du dessin qu'elles viennent d'explorer. Les propriétés que l'on pourrait identifier dans leur message sont données dans le registre de la langue naturelle, utilisent un lexique spatial : « sur » pour expliciter le double statut du segment côté du triangle et côté du triangle, et « plus haut ». Le point désigné comme le centre du cercle a été identifié perceptivement, sans le *Déplacement pour invalider une construction*.

Selon nous, cette première figure n'a pas permis la mobilisation d'une vision « lignes » ou « points » dans le sens où les élèves sont restées dans une perception « surface » de la figure avec un lexique spatial et un *déplacement non finalisé mathématiquement*.

3.2 Figure GA4

Dans l'exploration de la figure GA4, les élèves ne déplacent qu'un seul sommet. Ce déplacement permet de déformer le quadrilatère et de déplacer indirectement les droites perpendiculaires aux côtés. Les propriétés mises en évidence lors de ce déplacement sont que le sommet est libre, que le quadrilatère n'est pas un carré et que les deux droites sont liées par une propriété aux côtés du quadrilatère. Alors que les premiers déplacements se terminent en position initiale, les suivants se terminent laissant la figure dans une position très différente de la position initiale.

Le message se compose là encore de dessins et de texte. Le texte prend une forme de description et s'articule avec les dessins. Les dessins représentent la figure dans deux configurations différentes. La configuration initiale et la configuration obtenue lors du déplacement du sommet. On retrouve les droites perpendiculaires aux deux côtés consécutifs cependant il semble que cela soit davantage dû à la précision de la reproduction qu'à une volonté de reproduire la relation de perpendicularité entre les côtés et les droites.

Le déplacement mis en œuvre par les élèves permet d'obtenir une configuration différente, cette configuration n'est pas analysée dans ces spécificités géométriques mais plutôt spatiales, ce serait donc un *Déplacement non finalisé mathématiquement* que les élèves utilisent. Ainsi, tout comme dans la partie précédente, la figure semble être perçue davantage dans sa globalité que par ses propriétés géométriques, ce qui laisse penser que les élèves mobilisent principalement une vision « surface ».

3.3 Figure GA7

L'exploration de la figure GA7 commence différemment des précédentes. En effet les élèves déplacent le du triangle appartenant à la droite perpendiculaire au côté du quadrilatère, son déplacement est ainsi contraint sur une droite. La surprise de ce déplacement est perceptible chez les élèves « oh regarde ! Ici on peut dire des choses ! », mais aussi dans les déplacements de la souris. Nous pouvons voir sur l'écran que les élèves essaient de déplacer le point en dehors de la trajectoire contrainte mais sans succès. Cette observation sur un point les incite à déplacer un autre point, elles choisissent l'autre extrémité de l'hypoténuse. En essayant d'agir sur le déplacement contraint des points, nous considérerons que les

élèves mettent en œuvre, à ce moment-là, le *Déplacement pour invalider une construction*. Puis elles prolongent leur exploration en déplaçant un troisième point, sommet libre du quadrilatère.

Lors de la rédaction de leur message, elles utilisent à nouveau le déplacement non plus pour essayer de modifier la trajectoire contrainte des points mais pour en identifier la spécificité. Cette deuxième étape dans l'analyse de la figure utilise le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Finalement tous les points sont déplacés. Une attention particulière est mobilisée sur les points dont le déplacement impliquait le déplacement d'autres sous-objets de la figure comme le sommet commun au triangle et au quadrilatère. Le fait que les élèves aient une attente lors du déplacement qui sous-entend le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* apparaît aussi dans leurs échanges : « en fait moi je bouge et je te donne des idées, regarde ». Finalement les élèves cherchent à identifier si les propriétés de parallélisme ou de perpendicularité sont présentes dans la figure, elles concluent la présence d'un angle droit en déplaçant un sommet du triangle.

Le message écrit cherche à expliciter les découvertes des élèves. Elles conservent un mélange de texte et de dessins dans leur message cependant les deux ne sont plus autant liés, ils sont complémentaires. Le texte informe sur les propriétés de quelques points et le dessin informe sur une propriété du triangle.

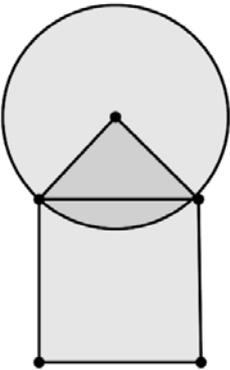
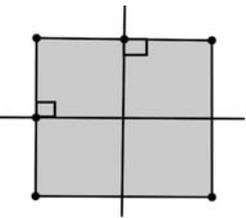
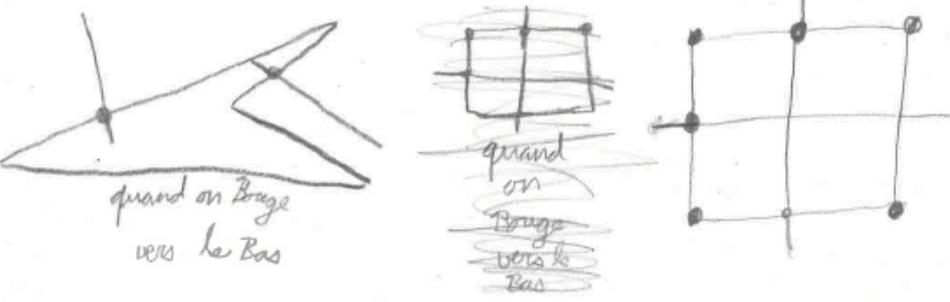
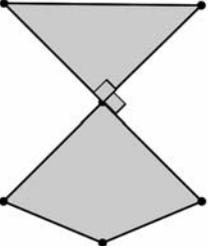
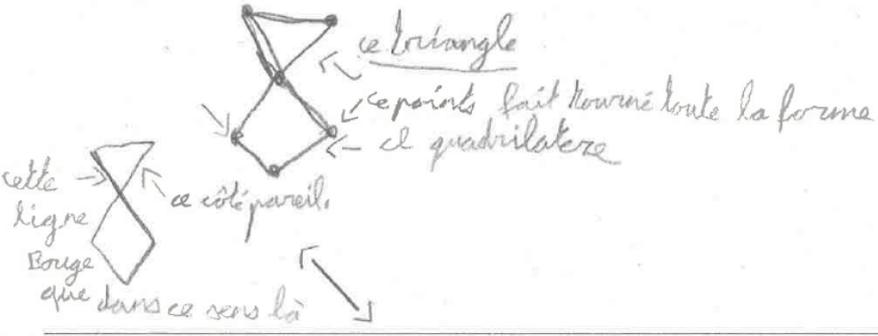
Dans cette dernière partie, les élèves ont su mobiliser le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* et s'interroger sur les propriétés des points et leurs relations. Le dessin ne représente plus une ou plusieurs configurations que peut avoir la figure mais uniquement une propriété de la figure en utilisant le codage de l'angle droit. Le texte explicite maladroitement l'invariance du déplacement des points avec « ils vont tout droits » qui semble signifier l'angle droit. Les élèves parviennent à considérer les droites de la figure, c'est-à-dire une vision « lignes » pour identifier des propriétés géométriques de la figure.

3.4 Bilan Cynthia - Karine

L'analyse des trois parties de Cynthia et Karine permet d'identifier une évolution des élèves aussi bien dans la mobilisation des instruments Déplacement que dans l'élaboration des messages. Dans les deux premières parties, elles utilisent le *Déplacement non finalisé mathématiquement* en dessinant des configurations plus ou moins spécifiques de la figure. La vision de la figure reste une vision « surface » et bien que les déplacements s'appuient sur des points, c'est bien la figure dans sa globalité qui semble être considérée. La vision « surface » reste prédominante et l'accès aux propriétés impossible.

Dans la dernière partie, le déplacement des points entraîne une surprise chez les élèves. C'est peut-être cette surprise qui permet une évolution dans la perception de la figure et les incite à plus de prospection. Cela permet au *Déplacement pour invalider une construction* puis au *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* d'être mobilisés. Les déplacements sont généralisés à tous les points de la figure et quelques propriétés sont identifiées. Le dessin du message n'est plus utilisé pour présenter la figure dans différentes configurations mais pour présenter une propriété de la figure. Ainsi, les modes de fréquentations du concept de propriétés de figures géométriques des élèves sont différents selon les parties, passant d'une perception globale, où les propriétés ne peuvent être perçues mais transparaissent à travers des configurations différentes de la figure dans les premières parties à une vision « lignes » par la prise en compte et la représentation d'une propriété entre deux droites dans la dernière partie.

4 Analyse de Sam et Solan

Figures Cabri Elem	Messages des élèves
<p>Figure GA1</p> 	<p>Choisis</p>  <p>Réponse de <u>Ahmed - Matteo</u></p> <p>Couleur de la figure choisie : <u>bleu</u> (Rouge)</p>
<p>Figure GA4</p> 	 <p>quand on bouge vers le Bas</p> <p>quand on bouge vers le Bas</p> <p>Réponse de <u>Ahmed, Matteo</u></p> <p>Couleur de la figure choisie : <u>bleu vert</u> (ok)</p>
<p>Figure GA7</p> 	 <p>ce triangle</p> <p>ce point fait toute la forme</p> <p>le quadrilatère</p> <p>ce côté pareil</p> <p>cette ligne bouge que dans ce sens là</p> <p>Réponse de <u>Ahmed et Matteo</u></p> <p>Couleur de la figure choisie : <u>rouge</u> (ok)</p>

4.1 Figure GA1

Au début de leur exploration de la figure GA1, les élèves s'autorisent peu à déformer la figure « non tu ne tournes pas, tu la laisses comme ça pour qu'on arrive à la décrire ». Les quelques déformations sont éphémères, les élèves stoppent leur déplacement en remettant la figure dans la configuration initiale. Progressivement le *Déplacement non finalisé mathématiquement* devient de plus en plus tentant et les élèves déforment largement la figure. Cependant ce déplacement qui cherche à explorer les différentes configurations et limites dans le déplacement de la figure ne permet pas l'accès aux propriétés.

Au début de leurs échanges, les élèves décrivent la figure comme étant une « maison avec un toit avec un rond » ce qui sous-entend une vision globale. A la suite de leur exploration, ils identifient certaines relations entre les sous-objets et essaient d'organiser le triangle, le rond et le carré : « un triangle dans un rond (...) le triangle est accroché au carré ».

Lorsque les élèves découvrent qu'ils peuvent utiliser un dessin dans leur message, ils se réjouissent et n'utilisent que le dessin sans retranscrire les relations qu'ils ont identifiées. Le dessin représente la figure dans sa configuration initiale et les relations de dépendance identifiées lors des déplacements ne sont pas explicitées d'avantage que sur le dessin.

Bien que les élèves aient identifié les sous-figures triangle, cercle et carré ils sont restés dans une vision « surface » de la figure. En effet dans leurs déplacements le quadrilatère a été déformé et la configuration « carré » n'a pas résisté au déplacement. Ainsi les effets des déplacements n'ont pas été interprétés par les élèves qui ont déplacé aléatoirement sans intention mathématique.

4.2 Figure GB4

Au début de l'exploration de la figure GA4, les élèves essaient d'identifier des spécificités liées à chaque déformation : « j'essaie de le bouger et écris comment il bouge » cependant ils considèrent chaque déformation comme une configuration spécifique sans identifier les relations ou propriétés sous-jacentes. Ils utilisent ainsi le *Déplacement non finalisé mathématiquement*. Dans leur message, les élèves proposent deux dessins qui correspondent à deux configurations de la figure. Ces deux dessins sont porteurs des propriétés mais elles ne sont pas explicitées ni codées. La courte phrase qui complète le premier dessin ne précise pas quel est l'objet déplacé vers le bas, ce qui montre bien que les sous-éléments de la figure ne sont pas considérés et que c'est la figure dans sa globalité qui est représentée, c'est un dire que les élèves mobilisent une vision « surface ».

4.3 Figure GB7

Dans la dernière partie, les élèves semblent découvrir les messages qui accompagnent le balayage de la souris (ces messages étaient aussi présents dans les précédentes parties). Afin de se donner toutes chances de gagner, les élèves décident « on met tous les points comment ils bougent ». Ils commencent alors l'exploration de la figure et déplacent un premier point qui est un sommet du triangle appartenant à une des droites perpendiculaires, son déplacement est contraint sur la droite. Les élèves semblent surpris par le comportement du point et utilisent le *Déplacement pour invalider une construction* afin de s'assurer que le déplacement du point est effectivement contraint sur une droite. Cependant dans les échanges des élèves, le point n'est pas explicité, ils considèrent la ligne (côté du triangle) qui ne se déplace que selon une seule direction. A la fin de leur exploration, l'enseignant leur propose de déplacer tous les points. Finalement ils déplacent le sommet du quadrilatère qui est sur la droite perpendiculaire au côté du triangle. En déplaçant ce point, la figure est déformée, le quadrilatère est déformé et le triangle tourne autour du sommet commun au triangle et au quadrilatère. Cette nouvelle surprise les incite à mobiliser le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* qu'ils considèrent à travers une relation de déformation entre le point et l'ensemble de la figure.

Dans leur message, les élèves proposent deux dessins complétés par du texte. Chaque dessin semble être associé à une propriété de la figure. Le premier dessin vise à expliciter la relation de chaque sommet du triangle avec les deux droites perpendiculaires, cependant ce ne sont pas les points qui sont cités mais les droites. Ainsi les élèves visent la déformation des côtés qui s'allongent selon une seule direction. Pour ce dessin, l'orientation de la figure et les directions indiquées nous laisse penser que les élèves sont davantage dans des observations spatiales que géométriques et considèrent la forme et ses déformations

dans sa globalité. La vision « surface » semble très forte, bien que la vision « lignes » (la droite support du côté) semble proche. Le deuxième dessin réinvestit les informations textuelles du logiciel et précise que la figure se compose d'un triangle et d'un quadrilatère. Enfin il précise qu'un point (sommet du quadrilatère) fait tourner toute la forme. Là encore ils utilisent une vision globale de la figure et non une vision « lignes » ou « points » ni même une vision des sous-figure, car ce n'est pas toute la forme qui tourne mais uniquement le triangle, ce qu'ils ne semblent pas avoir perçus.

Dans cette dernière partie les élèves ont mobilisé le *Déplacement pour invalider une construction* et le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Cependant ce deuxième déplacement ne permet pas aux élèves de conclure sur la relation entre le triangle et le quadrilatère. Le premier déplacement a cependant permis aux élèves d'identifier un déplacement contraint, il leur reste à identifier la spécificité de cette droite relativement aux autres objets de la figure. La vision « surface » reste prédominante chez les élèves, bien que certaines droites soient prises en compte. Enfin, les propriétés ne sont pas encore totalement perçues, ils ont cependant un début d'identification d'éléments composant les propriétés.

4.4 Bilan Sam – Solan

On peut voir une évolution au cours des trois parties chez Sam et Solan bien que certaines difficultés persistent. La genèse des déplacements pour ces tâches semble bien enclenchée, les élèves mobilisent le *Déplacement pour invalider une construction* et commencent à investir le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Les relations entre les objets déplacés et leurs effets restent cependant difficiles à construire chez les élèves.

Les messages des élèves s'enrichissent progressivement. Le premier message est pauvre en explicitation de propriétés, n'explicitant aucun invariant dynamique observé. Le dernier message est quant à lui plus riche aussi bien dans sa forme que dans son contenu. En effet, bien que les élèves se soient réjouis de ne pouvoir utiliser qu'un dessin, des informations discursives apparaissent finalement dans les messages suivants pour compléter les informations de plusieurs dessins. Les différents dessins proposés pour transmettre les propriétés laissent supposer que les élèves sont encore dans une vision « surface » de la figure, une vision globale de la figure dans laquelle les propriétés ne sont pas perçues comme des invariants mais à travers des configurations particulières. Dans le dernier message, deux dessins sont proposés chacun étant à considérer indépendamment de l'autre. Pourtant c'est bien la même propriété qui est présente dans les deux dessins.

Les modes de fréquentations des élèves concernant les propriétés des figures géométriques restent ici à développer. Les élèves sont toujours attachés à vision « surface », les brèves mobilisations des visions « lignes » et « points » sont encore peu pertinentes. Le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* est encore maladroitement utilisé et sa genèse non encore aboutie.

IV - RETOURS DES PARTICIPANTS

Dans un premier temps, les participants se sont familiarisés avec le logiciel Cabri Elem à travers quelques activités proposées dans la séquence construites pour la classe. Par la suite ils ont vécu la situation de communication à travers l'exploration, la rédaction des messages, l'échange des messages, l'interprétation des messages. Enfin ils ont eu accès aux vidéos de Sam et Solan ainsi que celles de Cynthia et Karine et les messages.

Dans l'analyse des productions des élèves, les participants sont interrogés sur le rôle et la place du point dans les déplacements. Le point est au centre des déplacements car c'est bien par le point que l'on accède aux déplacements. Mais est-il vu comme un sous-objet point ou un moyen de déformer la figure ? Dans le premier cas (élément point) on serait dans une appréhension géométrique de l'objet point, dans le second on serait dans une approche instrumentale de l'objet point. Au vu des vidéos, des déplacements effectués par les élèves et les messages produits, le point serait plus identifié comme un outil disponible dans le logiciel, telle une poignée, qui permet d'agir sur la figure pour la déformer. Une nouvelle question s'est alors imposée : le point serait-il un artefact du logiciel que les élèves s'approprient ? Cette question pourrait ouvrir une nouvelle interprétation de la séance et des productions des élèves. La prise en compte des éléments « points » reste très difficile pour les élèves alors qu'ils parviennent tous à

déplacer les points. Ainsi la prise en compte du point pour déplacer n'est pas à associer automatiquement à une vision « points ».

V - CONCLUSION

Lors de cet atelier nous avons présenté et travaillé sur quelques extraits d'une séquence d'enseignement qui visent la mobilisation de visions « lignes » ou « points » par la genèse instrumentale des déplacements pour l'identification et l'explicitation de propriétés géométriques. Cette évolution du regard s'appuie, tout comme dans les travaux des équipes de Lille (Duval, 2005 ; Perrin-Glorian, Godin, 2014), sur la genèse instrumentale des artefacts, la spécificité étant que ces artefacts sont liés à un logiciel de géométrie dynamique. Les élèves doivent explorer des figures dynamiques pour en identifier les propriétés et communiquer ces propriétés dans un message écrit. Les analyses présentées s'appuient sur les vidéos des explorations des élèves ainsi que sur les messages produits. Pour interpréter ces productions nous nous intéressons aux différents instruments Déplacements que les élèves construisent parmi le *Déplacement non finalisé mathématiquement*, le *Déplacement pour invalider une construction* et le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Ces analyses des Déplacements sont complétées par les analyses des interactions et messages des élèves. Cette deuxième analyse permet d'identifier les différentes manières de parler des propriétés chez les élèves, notre ambition étant de parvenir à reconstruire le mode de fréquentation (Bulf, Mathé, Mithalal, 2014) des élèves des propriétés géométriques. Ainsi les déplacements nous renseignent sur leurs manières d'agir et les échanges et message sur leur manière de parler.

Les modes de fréquentations des élèves évoluent au cours des différentes parties. Dans la première partie, le *Déplacement non finalisé mathématiquement* est le seul convoqué et les formulations des élèves (orales et écrites) n'explicitent pas les propriétés géométriques des figures. Finalement, dans la dernière partie, chez Cynthia et Karine le *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* est utilisé et les élèves parviennent à identifier des invariant entre les objets, c'est-à-dire des propriétés. Pour le deuxième binôme, l'accès au *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* semble en cours d'appropriation. Les élèves ne parviennent pas à identifier les propriétés et restent focalisés principalement sur une vision « surface » de la figure. Les élèves semblent avoir identifié que les relations entre les points sont la clé pour accéder à une description pertinente, cependant ils arrivent difficilement à l'investir.

A travers l'étude de ces deux binômes, on peut voir que la genèse du *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants* s'articule avec la déconstruction dimensionnelle et l'identification des propriétés de la figure. Lorsque les élèves sont capables à la fois de mobiliser une vision sur les éléments tels que les lignes et ou les points et les effets des déplacements sur ces objets, ils peuvent avoir accès aux propriétés. Ces deux compétences nous semblent indispensables pour accéder aux propriétés de la figure. Une fois ces deux conditions remplies, ce ne sont plus les différents dessins, les différentes configurations de la figure, qui la caractérisent mais bien ses propriétés qui portent sur des droites ou des points, identifiés par la mobilisation du *Déplacement exploratoire pour identifier des invariants*. Les deux binômes d'élèves analysés présentent des modes de fréquentations distincts, mais les processus de leur évolution semblent proches.

Ces conclusions rejoignent celles d'une recherche précédente (Coutat, 2014) où les élèves devaient reconstruire une figure dynamique. Dans cette étude, la communication était absente, cependant les articulations entre la vision de la figure et la genèse des déplacements apparaissaient centrales dans la perception des propriétés géométriques.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BULF C. MATHÉ A.-C. & MITHALAL J. (2014) Apprendre en géométrie, entre adaptation et acculturation – Langage et activité géométrique. *Spirale* **54**(1), 151 – 174.

COUTAT S. (2016) Logiciel de géométrie dynamique au cycle 2. *Math-Ecole* **226**, 13-17.

ATELIER A32

COUTAT S. (2014) Enrichissement d'une vision non iconique avec un logiciel de géométrie dynamique et prémisses d'une géométrie axiomatique-naturelle (GII). In. *Actes du XLème colloque de la COPIRELEM Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspectives*. IREM de Nantes.

COUTAT S. (2014). Quel espace de travail géométrique pour l'apprentissage des propriétés au primaire ? *Revista Latinoamericana des Investigacion en Mathematica Educativa* 17(4-1), 121-148.

COUTAT S. & FALCADE R. (2013) Le rôle de l'enseignant dans une séquence de géométrie utilisant deux environnements, dynamique et statique, au cycle 3. In *Actes du 39e Colloque international de la COPIRELEM. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*. IREM de Brest.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciations des raisonnements et coordonnées de leurs fonctionnements. *Annales de Didactiques et des Sciences Cognitives* 10, 5-53.

DUVAL R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine : registre sémiotique et apprentissages intellectuels*, Berne : Peter Lang.

MASCHIETTO M. & BARTOLINI BUSSI M. G. (2013) Des scénarios portant sur l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire. In *Actes du 39e Colloque international de la COPIRELEM. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*. IREM de Brest.

PERRIN-GLORIAN M.-J. & GODIN M. (2014) De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-Ecole* 222, 28-38.

RABARDEL P. (1995) *Les Hommes & Les Technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

RESTREPO A. (2008) *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez les élèves de 6^{ème}*. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques de l'université Joseph Fourier (Grenoble).

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques* 10, 2-3.