

MANIPULER, REPRESENTER, COMMUNIQUER DANS LES ATELIERS MONTESSORI

Marie-Line GARDES

MCF, ESPE Université Lyon 1
Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod
marie-line.gardes@univ-lyon1.fr

Philippine COURTIER

Doctorante, Université Lyon 1
Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod
Philippine.courtier@isc.cnrs.fr

Résumé

Les recherches sur les effets de la pédagogie Montessori sont rares et certains résultats apparaissent contradictoires selon les études (Denervaud & Gentaz, 2015). Dans le cadre d'une recherche sur les effets de cette pédagogie en milieu défavorisé et dans l'enseignement public, nous nous interrogeons sur la nature des apprentissages mathématiques effectués grâce aux ateliers Montessori. Par exemple, quels aspects de la construction du nombre sont en jeu dans ces ateliers ? Permettent-ils de développer les compétences attendues en fin de cycle 1 ? D'un point de vue didactique, peut-on modéliser ces ateliers avec des situations d'action, formulation, validation ? Dans cet article, nous nous focalisons plus spécifiquement sur les activités de manipulation, représentation et communication mises en jeu dans les ateliers mathématiques Montessori.

Introduction

Actuellement en France, l'intérêt pour les pédagogies alternatives et en particulier pour la pédagogie Montessori ne cesse de se développer. En témoignent des rééditions ou traductions des ouvrages de Maria Montessori (par exemple, (Montessori, 2015, 2016a, 2016c)), de nombreuses publications d'enseignants (par exemple, (Alvarez, 2016; Morin, 2017; Poussin, 2017)), des articles et dossiers dans la presse (par exemple, *Le Point* n°2348 du 7 septembre 2017, *Parents* n° 569 en mai 2017, émission « Montessori Superstar » sur France Culture¹ le 24 septembre 2017) ainsi que des films (comme *Ecole en vie*, sorti en 2016 ou *Le maître est l'enfant*, sorti en septembre 2017). Certains de ces auteurs (par exemple, Poussin, 2017) avancent l'argument des mauvais résultats aux études internationales (notamment PISA, OECD, 2016) pour justifier ce regain d'intérêt, en particulier par les enseignants. Du côté de la recherche, peu d'études se sont intéressées aux effets de la pédagogie Montessori sur les apprentissages et certains résultats apparaissent contradictoires (pour une revue, voir (Denervaud & Gentaz, 2015)).

Dans le cadre d'une recherche sur les effets de cette pédagogie en milieu défavorisé et dans l'enseignement public, nous nous interrogeons particulièrement sur la nature des apprentissages mathématiques effectués grâce aux ateliers Montessori. Par exemple, quels aspects de la construction du nombre sont en jeu dans ces ateliers ? Permettent-ils de développer les compétences attendues en fin de cycle 1 ? Plus particulièrement, dans le cadre de ce colloque, nous nous sommes demandé quelles activités de manipulation, représentation et communication sont possibles puis effectives dans les ateliers mathématiques Montessori.

Etudier ces ateliers de ces points de vue est particulièrement intéressant dans la mesure où la manipulation a un rôle central dans les apprentissages avec cette pédagogie. En effet, tout apprentissage débute par la manipulation d'un matériel didactique spécifique, conçu pour travailler, selon Maria Montessori, sur un concept particulier. Se pose ainsi la question de comprendre la nature de cette manipulation, son rôle dans le « passage du concret vers l'abstrait » et son articulation avec des

¹ En podcast sur : <https://www.franceculture.fr/emissions/rue-des-ecoles/montessori-superstar> (consultée le 30/12/17).

représentations et des phases de communication. Dans la figure 1, la photo met en scène plusieurs enfants d'une classe Montessori et on peut observer des manipulations d'objets différents, des interactions entre les enfants qui travaillent avec les lettres mobiles et différentes représentations du nombre (des cartons avec des écritures chiffrées, des barrettes de billes, des barres et des cubes en bois).



Figure 1. Activités dans une classe Montessori

Les objectifs de l'atelier présenté lors du colloque étaient donc, d'une part présenter la pédagogie Montessori et quelques ateliers spécifiques aux apprentissages mathématiques et d'autre part, questionner les activités *manipuler*, *représenter*, *communiquer* dans ces ateliers Montessori. Ainsi, après une courte présentation de notre projet de recherche et de la pédagogie Montessori, nous avons détaillé quelques ateliers Montessori spécifiques aux apprentissages mathématiques. Nous avons ensuite invité les participants à s'intéresser à la sémiotique en jeu dans ces ateliers, en manipulant eux-mêmes le matériel. Dans cet article, nous reprenons ce plan, en ajoutant les apports de nos échanges avec les participants de l'atelier, notamment dans notre conclusion qui présente des éléments de réponse à la question : quelles manipulation, représentation, communication dans les ateliers Montessori ?

I - PRESENTATION DE NOTRE RECHERCHE

L'origine de cette recherche est une rencontre avec des enseignants de maternelle de l'enseignement public (en milieu défavorisé REP+) qui expérimentent cette pédagogie dans leur classe. Soucieux d'évaluer leur enseignement, ils nous ont demandé si nous pouvions construire et mettre en place un protocole de recherche pour évaluer les effets de leur enseignement avec la pédagogie Montessori sur les apprentissages.

L'objectif principal de notre projet de recherche est donc de savoir si l'utilisation de la méthode Montessori en école maternelle peut avoir des effets bénéfiques par rapport à l'école « traditionnelle » pour les enfants français issus de milieu socio-économique défavorisé. La méthodologie de recherche consiste en une double étude, transversale et longitudinale, sur un échantillon randomisé et contrôlé d'enfants dans une école maternelle publique de milieu défavorisé (Ecole Maternelle Ambroise Croizat à Vaulx-en-Velin). L'étude transversale a pour but d'évaluer l'impact cognitif de l'approche Montessori sur des élèves de maternelle d'une même classe d'âge. Nous comparons ainsi les compétences mathématiques, les compétences verbales, les compétences sociales et les compétences de contrôle exécutif d'enfants de 5 à 6 ans des classes Montessori à celles d'enfants du même âge dans des classes « traditionnelles ». L'étude longitudinale a pour objectif d'évaluer l'impact de l'approche Montessori sur le développement cognitif des élèves de maternelle pendant 3 ans. Chaque année, nous testons ainsi tous les enfants de 3 à 6 ans de l'école et nous suivons ces enfants longitudinalement pendant 3 ans à l'aide des mêmes tests. Nous comparons les gains à ces tests année après année des enfants des classes Montessori et des enfants de classes « traditionnelles » de même âge.

Pour évaluer les capacités cognitives des enfants dans cette méthodologie, nous utilisons des outils relevant de la psychologie cognitive et de la didactique des mathématiques. En effet, nous testons les capacités verbales, sociales et le contrôle exécutif (Diamond, 2013) à l'aide de tests standardisés et normés, utilisés en psychologie cognitive (par exemple, un subtest de l'Évaluation du Langage Oral de Khomsi (2001); deux subtests de l'Évaluation Des fonctions cognitives et Apprentissages de Billard & Touzin (2012)). Ces tests, sans effet plafond (Heissling, Traxel, & Schmidt, 2004), que nous re-proposons chaque année à tous les enfants de l'échantillon, évaluent, d'une part les évolutions d'un même enfant sur les trois années de l'étude, et d'autre part les performances des enfants par rapport à une population de référence (de même âge). Ils permettent également de faire une étude comparative des deux publics (Montessori versus « Traditionnel »). Les résultats sont analysés avec des méthodes statistiques (tests inférentiels paramétriques ou non paramétriques et statistiques bayésiennes). Les compétences mathématiques sont évaluées de deux manières différentes : avec un sous-test d'une batterie de tests standardisée et normée (Woodcock-Johnson-III de Woodcock, McGrew, & Mather (2001)) et avec une évaluation diagnostique sur les compétences numériques du cycle 1. Cette évaluation diagnostique a été élaborée par nos soins, en appui sur des recherches en didactique des mathématiques ((ERMEL, 1995; Laurençot-Sorgius, Vaultrin, & Bergeaut, 2008; Margolinas & Wozniak, 2012; *Spécial Grand N Maternelle : Approche du nombre, Tome 1*, 2001) et sur les attendus des programmes de cycle 1 de l'école maternelle (MEN, 2015). L'enjeu de cette évaluation diagnostique est de mener une étude qualitative des compétences numériques des élèves des classes de maternelle impliquées dans la recherche en analysant plus précisément la maîtrise des concepts en jeu (par exemple les procédures mises en œuvre par les élèves, les erreurs effectuées, etc.). Ces analyses seront complétées par une étude didactique complémentaire : celle des ateliers mathématiques Montessori, du point de vue du savoir, de l'activité de l'élève et du rôle de l'enseignant. Nous pensons que ces analyses permettront d'apporter des éléments de compréhension sur la nature de la construction du nombre dans cette pédagogie. C'est dans ce cadre-là que nous avons présenté cet atelier à la COPIRELEM.

II - LA PEDAGOGIE MONTESSORI

Dans cette partie, nous présentons en quelques mots les grands principes de la pédagogie Montessori puis nous détaillons la vision des mathématiques de Maria Montessori. Enfin, nous présentons les ateliers de mathématiques pour les enfants de 3 à 6 ans ainsi que la progression associée.

1 Principes de la pédagogie Montessori

La pédagogie Montessori tient son nom de la médecin italienne, Maria Montessori, qui l'a développée à partir du début du 20^e siècle. Maria Montessori s'est d'abord intéressée à la pédagogie lorsqu'elle a travaillé auprès d'enfants déficients intellectuels en hôpital psychiatrique. Puis, on lui a proposé d'ouvrir une école maternelle pour des enfants sains d'un quartier défavorisé. Elle a alors profité de cette opportunité pour faire de cette école une salle d'expérimentation où elle observait les enfants travailler avec différents matériels qu'elle leur proposait. De cette observation, elle a déduit des conditions favorables à l'apprentissage du jeune enfant et c'est ainsi qu'elle a mis au point sa méthode pédagogique.

Néanmoins, plus qu'une méthode, Maria Montessori a proposé des principes de développement de l'enfant sur lesquels elle a basé sa philosophie d'enseignement. D'abord, elle a décrit que l'enfant naît doté d'un « esprit absorbant » (Montessori, 1959, 2010) et d'une motivation à apprendre qui le pousse à explorer son environnement et à s'y adapter de plus en plus consciemment. Ensuite, que lors de cette exploration, l'enfant passe par des « périodes sensibles » (Montessori, 1936, 2016a) au cours desquelles il est particulièrement attiré par certains apprentissages et donc réceptif à les assimiler facilement et rapidement. Enfin, elle a avancé que tous les enfants ne progressent pas au même rythme et qu'il faut donc permettre à ces derniers d'exploiter leurs périodes sensibles au moment adapté.

Dans la salle de classe, ces principes se traduisent par plusieurs spécificités concernant l'environnement offert aux enfants et la posture de l'enseignant. L'environnement est une classe multi-âge d'enfants qui travaillent en autonomie, les concepts académiques à partir d'un matériel allant du concret vers l'abstrait. Le matériel est d'abord manipulable puis progressivement les enfants s'en détachent jusqu'à

passage à l'écrit. Chaque matériel est laissé à disposition des enfants en exemplaire unique et organisé spécifiquement dans la classe selon le domaine de compétence et son degré d'abstraction. Le fonctionnement en autonomie est régi par des règles universelles, qui encouragent la collaboration entre les enfants et la discipline sans récompenses ni punitions. L'adulte a une connaissance étendue de ces règles et adopte une posture de médiateur entre l'enfant et son environnement. Par exemple, il propose aux enfants de longues plages horaires de travail sans interruption pendant lesquelles il leur présente individuellement les activités qui correspondent à leur niveau de progression, les aide lorsqu'ils le sollicitent et se met en retrait pour observer ses élèves et tenter de repérer leurs périodes sensibles (Montessori, 1909, 2015).

2 La pédagogie Montessori et les mathématiques

Pour Maria Montessori, l'esprit humain est un « esprit mathématique », c'est-à-dire qu'il a la capacité, d'une part à imaginer et d'autre part à abstraire.

L'esprit est naturellement porté à distinguer les qualités [par exemple couleur, son, forme] indépendamment des objets. [...] Cet esprit n'a pas seulement la possibilité d'imaginer, qui permet de voir ce qui ne se perçoit pas directement, mais il possède la possibilité de synthétiser, d'extraire des innombrables choses qu'il rencontre autour de lui [des qualités]. Cette propriété dirige naturellement l'esprit vers les abstractions. (Montessori, 2010, p. 148)

Cet esprit mathématique « se construit à travers l'exactitude » (*Ibid.* p.148), c'est-à-dire l'ordre et la précision. Pour cela, Maria Montessori a construit un matériel, qu'elle qualifie d'*abstractions matérialisées*, dans le sens où la matérialisation permet à l'enfant d'accéder à l'abstraction. Abstraire, c'est isoler mentalement une propriété d'un objet afin de la considérer pour elle-même. Par exemple, présenter plusieurs objets identiques qui ne se différencient que par leur couleur puis manipuler et expérimenter sur ces objets (former des paires d'objets de même couleur par exemple) permet à l'enfant d'isoler la notion de couleur et de la travailler pour elle-même. Le matériel proposé décompose ainsi les concepts en éléments simples et isolés les uns des autres. Chaque matériel fait travailler un de ces éléments et chaque élément n'est travaillé que dans un seul matériel (cf. la présentation des ateliers de première numération ci-dessous). L'enfant explore alors sensoriellement des notions abstraites, séparément, ce qui lui permet ensuite de les catégoriser puis de les abstraire. Petit à petit il va se détacher du matériel, c'est en ce sens que la pédagogie Montessori parle de passage à l'abstraction.

Pour Maria Montessori, la rencontre avec les mathématiques débute très tôt, avec l'utilisation du matériel de vie pratique. Ces ateliers aident l'enfant à perfectionner la coordination de ses mouvements, à agir avec précision et développent sa concentration. Par exemple, le matériel appelé « les cadres » isole une technique d'habillement particulière (boutons, bouton-pression, fermeture éclair, nœuds, etc.) et permet à l'enfant de se perfectionner dans chaque technique en répétant le mouvement de nombreuses fois, l'aidant par ailleurs à devenir autonome pour s'habiller. Puis la rencontre avec les mathématiques se poursuit avec le matériel sensoriel qui permet à l'enfant d'abstraire de manière sensorielle et matérialisée certains concepts, tels que la couleur, le poids, la forme, la texture, la taille, le son ou encore l'odeur. Chaque matériel sensoriel isole l'une de ces « qualités »², en éliminant ou en minimisant les autres. Par exemple, le matériel « les barres rouges » (cf. figure 2) permet à l'enfant de reconnaître les différences de longueur. En effet, dans cet atelier, l'enfant doit placer les barres rouges (même forme – prisme rectangulaire à section carrée, même couleur, même taille de section, même matériau mais longueur différente) dans un ordre précis : de la plus petite (qui mesure 10 cm) à la plus grande (qui mesure 1m).

² Terme utilisé par Maria Montessori.

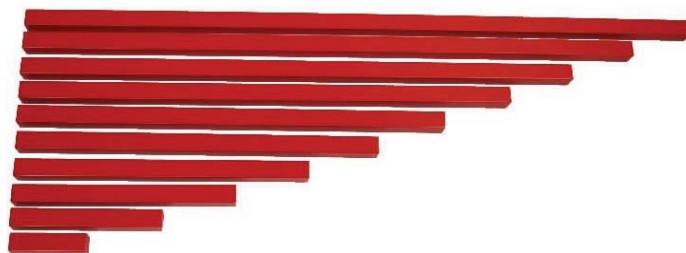


Figure 2. Les barres rouges Montessori

Pour Maria Montessori, ce matériel en particulier donne à l'enfant les bases sensorielles pour appréhender les quantités. Ensuite les mathématiques sont travaillées *pour elles-mêmes* à travers un matériel spécifique appelé « matériel de mathématiques ». Ce matériel est présenté à l'enfant lorsqu'il a manipulé la majorité du matériel de vie pratique et du matériel sensoriel. Le matériel de mathématiques isole certaines notions mathématiques, telles que les quantités, les symboles ou la parité, ce qui va permettre à l'enfant d'analyser chacune de ces propriétés présentées séparément par un matériel concret (cf. la présentation des ateliers de première numération ci-dessous).

Dans les nombreux ouvrages publiés par Maria Montessori plusieurs concernent les mathématiques. Dans *Pédagogie Scientifique Tome 1*, livre qui présente la démarche scientifique menée pour construire puis théoriser sa pédagogie, quelques pages sont consacrées aux mathématiques (Montessori, 1909, 2015, pp. 202-220). Elle y présente les premiers ateliers de numération en donnant quelques conseils de mise en œuvre en classe. Plus tard, deux ouvrages sont entièrement consacrés aux mathématiques, il s'agit de *Psicoarithmética* et *Psicogeometria* (Montessori, 1934a, 1934b). Dans ces deux livres, Maria Montessori présente l'ensemble du matériel mathématique qu'elle a construit et détaille les concepts mathématiques travaillés. Elle précise ainsi quel élément du concept est isolé et travaillé dans chaque atelier.

3 Les ateliers mathématiques 3-6 ans

Les ateliers de mathématiques dans la pédagogie Montessori visent dès la maternelle l'introduction de la numération décimale et du calcul. Pour cela, les premiers principes d'enseignement sont les suivants : exposer d'abord l'enfant aux quantités, puis aux symboles et enfin à l'association entre les quantités et les symboles. Viendront ensuite la présentation du système décimal, les quatre opérations et les fractions (Montessori, 2016c, p.11).

Comme cela a été écrit plus haut, le matériel de mathématiques élaboré par Maria Montessori décompose les concepts en éléments simples et isolés les uns des autres. Chaque matériel est alors inséré dans une progressivité et ne peut être utilisé que si l'élément de concept travaillé précédemment est acquis. Par exemple, le premier atelier permet d'appréhender la notion de quantité avec une grandeur continue, le second atelier confronte l'enfant aux symboles de l'écriture chiffrée puis le troisième à l'association d'une quantité à un symbole. Ces ateliers doivent être utilisés dans cet ordre précis. Viennent ensuite des ateliers sur la notion de quantité avec des collections discrètes (cf. ci-dessous).

L'Association Montessori Internationale³ (AMI) propose un classement du matériel de mathématiques pour les enfants de 3 à 6 ans en six catégories⁴, à l'intérieur desquelles plusieurs ateliers se suivent. Cette classification est la suivante :

- **Première numération de 1 à 10** – 6 ateliers
 - Les barres numériques (barres rouges et bleues)
 - Les chiffres rugueux
 - L'association des barres numériques et des chiffres
 - Les fuseaux

³ L'Association Montessori Internationale a été créée en 1929 par Maria Montessori et a pour buts de promouvoir et défendre la pédagogie de Maria Montessori mais aussi de former des éducateurs à cette pédagogie. Ses membres sont principalement des éducateurs Montessori, des formateurs Montessori ou des parents.

⁴ A consulter sur <https://www.montessori-france.asso.fr/page/166600-la-charte-qualite> (consultée le 30/12/17).

ATELIER A25

- Le jeu des jetons
- Le jeu de mémoire des nombres
- **Le système décimal** – 6 ateliers
 - Premier Plateau : présentation des quantités
 - Les symboles
 - Deuxième plateau : la formation des grands nombres
 - Les opérations avec le système décimal : matériel du système décimal pour les opérations
 - Les timbres
 - La Table des points
- **La numération suite** – 6 ateliers
 - Numération de 11 à 19 : les perles de couleur
 - La première table de Seguin
 - La deuxième table de Seguin
 - La Chaîne de 100
 - La Chaîne de 1000
 - Le meuble des perles de couleurs (compter en sautant)
- **La mémorisation des opérations** – 11 ateliers
 - Le serpent de l'addition
 - Le Tableau d'addition
 - Les Tables de mémorisation de l'addition 1, 2, 3,4 avec contrôles (1 et 2)
 - Le serpent de la soustraction
 - Le Tableau de la soustraction
 - Les Tables de mémorisation de la soustraction 1 et 2 et contrôle (1)
 - Les perles de couleur (mémorisation de la multiplication)
 - Le tableau de la multiplication
 - Les Tables de mémorisation de la multiplication 1, 2,3 et contrôles (1 et 2)
 - Le Tableau de division
 - Les Tables de mémorisation de la division 1 et 2
- **Passage à l'abstraction** – 4 ateliers
 - Le petit boulier
 - Le matériel des hiérarchies
 - Le grand boulier
 - La grande division avec tubes
- **Les fractions** – 1 atelier
 - Les fractions

La progression s'effectue dans cet ordre-là, même si certains ateliers peuvent être utilisés en parallèle (par exemple les barres numériques et les chiffres rugueux). Dans la suite de cet article, nous présentons uniquement les six ateliers de première numération⁵ de 1 à 10.

III - LES ATELIERS DE PREMIERE NUMERATION

Le cœur de l'atelier proposé au colloque était de faire découvrir aux participants quelques ateliers de mathématiques de la pédagogie Montessori et d'engager une première réflexion didactique sur les mathématiques travaillées. Nous leur avons donc proposé de manipuler différents matériels en petits groupes et d'essayer de répondre aux questions suivantes : Quelle(s) notion(s) mathématique(s) est (sont) sous-jacente(s) ? Quels peuvent être les objectifs d'apprentissage ? Quelles peuvent-être les tâches

⁵ Dans la suite, lorsque nous utilisons ces termes « ateliers de première numération », nous faisons référence aux ateliers de Maria Montessori.

ATELIER A25

des élèves ? Quelle(s) consigne(s) donneriez-vous aux élèves ? Quelle progression proposeriez-vous pour ces ateliers ?

Le matériel proposé était le suivant :

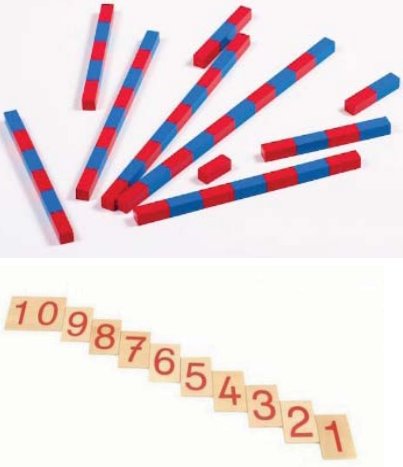
 NB : Le matériel proposé était similaire à celui recommandé par l'AMI pour la matière et les couleurs. En revanche, il n'était pas à l'échelle. Normalement chaque unité mesure 10cm, ici, elle mesurait 1cm (ce qui modifie la manipulation).	 NB : Le matériel proposé n'était pas similaire à celui proposé par l'AMI (matières différentes) et il a été acheté dans le commerce.	
Les barres numériques	Les chiffres rugueux	Association barres numériques et chiffres⁶
 NB : Le matériel proposé était celui recommandé par l'AMI et acheté chez un fournisseur agréé par l'AMI.	 NB : Le matériel proposé a été acheté dans le commerce, il semble fidèle mais n'est pas une reproduction agréée par l'AMI.	 NB : le matériel proposé se limitait à des étiquettes faites par nos soins. L'AMI ne recommande pas particulièrement de matériel spécifique pour cet atelier.
Les fuseaux	Le jeu des jetons	Le jeu de mémoire des nombres

Figure 3. Matériels des ateliers de première numération

Nous développons ci-dessous les réponses à ces questions à partir des écrits de Maria Montessori (Montessori, 2015, 2016c). Pour chaque atelier, nous détaillons le matériel de l'atelier, le lien qu'il a avec d'autres ateliers, les objectifs mathématiques principaux et secondaires, la notion mathématique spécifiquement travaillée et des éléments de la présentation de l'atelier faite par l'enseignant à l'enfant, notamment la « leçon en trois temps ». Précisons que cette « leçon en trois temps » est utilisée pour « fixer les idées de l'enfant en lui apprenant une nomenclature exacte » (Montessori, 2016b, p. 104). Maria Montessori a repris cette méthode d'Edouard Seguin⁷. Comme son nom l'indique, elle s'opère en trois étapes et individuellement. Dans le premier temps - « le mot », l'éducateur donne le nom précis de l'objet à l'enfant. Dans le second temps - « la reconnaissance », l'éducateur demande à l'enfant de donner ou montrer l'objet qui possède la caractéristique qu'il est en train d'apprendre. Enfin, dans le troisième temps - « la prononciation du mot », c'est l'éducateur qui montre l'objet et demande à l'enfant de le nommer pour vérifier qu'il a bien appris le mot (Montessori, 2016b).

⁶ Vocabulaire utilisé couramment dans la pédagogie Montessori (voir par exemple (Montessori, 2015)).

⁷ Edouard Seguin (1812-1880) est un psychiatre français, ayant exercé surtout aux Etats-Unis et connu pour ses travaux pionniers au 19^e siècle dans l'éducation des enfants déficients mentaux.

1 Atelier 1 : Les barres numériques

Explicitation du matériel de l'atelier et lien avec d'autres ateliers : Cet atelier est le premier atelier de mathématiques proposé pour les 3-6 ans. Il fait suite à un atelier de vie sensorielle : les barres rouges (cf. figure 2). Les barres numériques (ou appelées aussi barres rouges et bleues) ont des caractéristiques communes avec les barres rouges (même forme – prisme rectangulaire à section carrée, même longueur, même taille de section, même matériau) et une « qualité » différente : chaque barre est colorée avec une alternance de rouge et de bleu tous les 10 cm (cf. figure 4). Avec les barres rouges, l'enfant aura appris à les distinguer selon leur longueur et à les ordonner de la plus petite longueur à la plus grande longueur. Cela lui permet ainsi d'effectuer la première tâche de l'atelier des barres numériques : placer les barres en « escalier » en alignant le côté rouge à gauche.

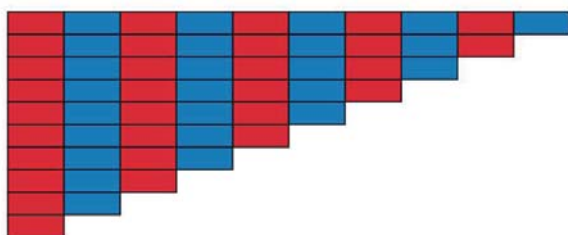


Figure 4. Rangement en « escalier » des barres numériques

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont l'introduction des quantités de 1 à 10 et la désignation des quantités de 1 à 10. Deux objectifs mathématiques secondaires sont précisés : l'introduction au concept de l'unité (préparation au système décimal) et la mémorisation de la suite des nombres de 1 à 10. Pour Maria Montessori, la « qualité » travaillée avec ce matériel est la quantité (Montessori, 2016c). Dans *Pédagogie scientifique tome 1*, elle précise qu'une difficulté de la numération réside dans la compréhension de l'augmentation d'une collection à chaque fois qu'on ajoute une unité (Montessori, 2015). Autrement dit, il s'agit de comprendre que tout nombre s'obtient en ajoutant un et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente. Pour faciliter cet apprentissage, elle propose alors une présentation des quantités avec une grandeur continue (la longueur). En effet, le fait que les unités soient réunies mais distinctes (grâce à l'alternance des couleurs) sur chaque barre, associé au fait de ranger les barres dans un ordre précis, permet de voir (visuellement et par le toucher) que la quantité augmente lorsqu'on ajoute 1 (une unité). Pour Maria Montessori, ce matériel facilite la compréhension du concept de quantité et met en évidence les relations entre les quantités. De plus, il permet à l'enfant d'apprendre à compter.

La présentation⁸ de l'atelier à l'enfant par l'enseignant consiste d'abord à demander à l'enfant de ranger les barres dans un ordre précis (voir figure 4) puis à proposer une leçon à trois temps :

Temps 1 : Prendre la barre de 1, pointer la section et dire « c'est 1 ». Prendre la barre de 2, dire « c'est 2 » puis pointer chaque section en disant « 1, 2, c'est 2 ». Faire de même pour les barres suivantes. Proposer ensuite à l'enfant de le faire.

Temps 2 : Reposer les barres devant l'enfant, dans l'ordre puis lui demander « montre-moi 1, montre-moi 2, montre-moi 3 ». Ensuite faire de même en plaçant les barres dans le désordre. Faire les demandes dans l'ordre (1-2-3) puis dans le désordre (par exemple 3-1-2).

Temps 3 : Demander à l'enfant « Qu'est-ce que c'est ? » en montrant les barres une par une. Les barres sont d'abord placées devant l'enfant dans l'ordre puis en désordre. Les questions portant sur les quantités se posent également d'abord dans l'ordre puis dans le désordre.

Notons que lors de la première présentation du matériel, seules les barres de 1, 2 et 3 seront présentées à l'enfant.

⁸ Source consultée le 30/12/17 : <http://albummontessori.blogspot.fr/>

Il s'agit d'un blog écrit par une éducatrice Montessori formée par l'AMI. Elle a rendu public ses « albums », c'est-à-dire la présentation des différents ateliers Montessori. Il semble qu'ils soient assez représentatifs de ce qui est dispensé dans les formations AMI.

2 Atelier 2 : Les chiffres rugueux

Explicitation du matériel de l'atelier et lien avec d'autres ateliers : Le matériel de cet atelier est composé de dix cartes présentant l'écriture chiffrée des nombres de 0 à 9 en papier de verre (cf. figure 3). Cet atelier peut être introduit en parallèle de l'atelier précédent. Un matériel similaire est également utilisé par les enfants pour apprendre les lettres (*i.e.* les lettres rugueuses).

L'objectif mathématique principal de cet atelier est la reconnaissance des nombres de 1 à 10 à partir de leur écriture chiffrée. Le caractère rugueux des chiffres a été pensé par Maria Montessori pour faciliter cette reconnaissance par la vue et par le toucher. L'objectif mathématique secondaire est la préparation à l'écriture des nombres grâce au toucher. Pour Maria Montessori, cet atelier est nécessaire pour ensuite travailler l'association entre les quantités et les symboles numériques (Montessori, 2016c, p. 5).

La présentation⁵ de l'atelier à l'enfant par l'éducateur consiste en une leçon à trois temps :

Temps 1 : Prendre une carte et toucher l'écriture en papier de verre avec l'index et le majeur, dans le sens de l'écriture, et dire pour le 5, "5 c'est 5". Proposer à l'enfant de le faire.

Temps 2 : Demander à l'enfant "Montre-moi 5", « Montre-moi 6 », dans l'ordre puis dans le désordre.

Temps 3 : Demander à l'enfant " Qu'est-ce que c'est ?" en pointant une carte (par exemple la carte où il y a le 5), dans l'ordre puis dans le désordre.

La première présentation de cet atelier ne propose que trois cartes à la fois. Les nombres ne sont pas nécessairement présentés dans l'ordre et ceux qui se ressemblent ne sont pas présentés en même temps (le 6 et le 9 par exemple). Enfin, le 0 n'est introduit qu'une fois l'atelier des fuseaux présenté (cf. ci-dessous).

3 Atelier 3 : Association barres numériques / symboles numériques

Explicitation du matériel de l'atelier et lien avec d'autres ateliers : Le matériel de cet atelier se compose, d'une part des barres numériques, et d'autre part de petits cartons présentant les écritures chiffrées des nombres de 1 à 10 (cf. figure 3). Cet atelier est nécessairement présenté après les deux premiers ateliers (barres numériques et chiffres rugueux). En effet, il nécessite une bonne connaissance des quantités, introduite par les barres numériques, et des symboles en écriture chiffrée, introduits avec les chiffres rugueux.

L'objectif mathématique principal de cet atelier est la construction du lien entre quantité et symbole grâce au comptage. Les objectifs mathématiques secondaires sont doubles : d'une part préparer aux opérations et d'autre part introduire le système décimal.

La présentation de l'atelier à l'enfant, se fait en plusieurs étapes. Nous en donnons quelques-unes ci-dessous⁹ :

1^{re} présentation : Poser les barres numériques dans le désordre. Prendre le carton 10 et le poser devant l'enfant. Montrer la barre correspondante et inviter l'enfant à compter en la touchant (toucher chaque section rouge et bleue). Déposer le carton 10 au bout de la barre correspondante (à droite). Prendre le carton 7, le poser devant l'enfant. Lui demander de trouver la barre correspondante puis de déposer le carton au bout. Faire de même avec les autres cartons.

2^e présentation : Les barres numériques sont posées en désordre sur un premier tapis et les cartons avec les écritures chiffrées sont déposés sur un second tapis éloigné. Prendre un carton, le montrer à l'enfant et lui demander d'aller chercher la barre correspondante puis déposer le carton au bout de la barre numérique. Continuer avec les autres cartons. Les barres numériques et les cartons doivent être placés comme en figure 5.

⁹ Pour plus de détails, consulter le site <http://albummontessori.blogspot.fr/>

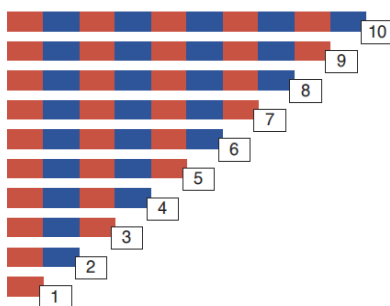


Figure 5. Association quantité/symbole

3^e présentation : Les barres numériques sont posées en désordre sur un premier tapis et sur un second tapis éloigné sont déposés les cartons avec les écritures chiffrées. Montrer une barre numérique à l'enfant et lui demander d'aller chercher le carton avec l'écriture chiffrée correspondante. Lui faire lire les nombres dans l'ordre puis dans le désordre.

L'atelier évolue ensuite vers d'autres tâches et en particulier vers les compléments à 10 (Montessori, 2016c, p. 7) : si on met la première barre à la suite de la neuvième barre, on obtient 10. De même pour $8 + 2$, $7 + 3$ et $6 + 4$.

4 Atelier 4 : Les fuseaux

Explicitation du matériel de l'atelier et lien avec d'autres ateliers : Le matériel de cet atelier est composé d'une boîte compartimentée en 10 cases (numérotées de 0 à 9), de 45 fuseaux et de 10 élastiques (ou rubans) (cf. figure 3). L'exercice consiste à placer dans chaque compartiment, en les comptant un à un, la quantité de fuseaux correspondante au nombre indiqué. Après vérification qu'aucune erreur de comptage n'ait été commise, chaque groupe de fuseaux est attaché avec un ruban¹⁰. Cet atelier est présenté après l'atelier de l'association des barres numériques et des écritures chiffrées. En effet Maria Montessori précise que cet atelier est un « test de l'expérience acquise avec les barres numériques, dans la mesure où l'enfant reconnaît le nombre et, sans incitation, regroupe les fuseaux nécessaires pour le représenter » (Montessori, 2016c, p. 10). Contrairement à l'atelier précédent, les symboles sont proposés dans un ordre fixe et les quantités sont mobiles, c'est-à-dire que les unités sont séparées et non fixées.

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont la constitution du nombre à partir des unités distinctes, la reconnaissance de 0 comme désignation d'une quantité nulle et la compréhension du concept de cardinalité. Les objectifs secondaires sont le renforcement de la mémorisation de la séquence des nombres et la préparation au calcul mental. La notion mathématique travaillée est la quantité, via des objets discrets. Maria Montessori précise en effet que ce deuxième atelier répète le comptage des unités (pour les nombres de 0 à 9) déjà effectué avec les barres numériques mais qu'avec cet atelier, les unités sont représentées par des objets identiques mais séparés (Montessori, 2016c, p. 9). Ainsi il est conçu pour que l'enfant découvre que des quantités discrètes peuvent former une collection et correspondent à un symbole. De plus, elle précise que ce matériel propose à l'enfant les symboles numériques inscrits au-dessus des compartiments comme point de départ et non la quantité comme c'est le cas avec les barres numériques. Enfin, les fuseaux attirent l'attention de l'enfant sur le premier nombre de la série : le zéro, qui ne correspond à aucune quantité car il n'y a aucun fuseau.

La présentation¹¹ de l'atelier à l'enfant, par l'éducateur, s'effectue de la manière suivante : nommer le matériel puis inviter l'enfant à lire les nombres inscrits sur les casiers. Ensuite prendre un fuseau, le nommer "1" puis le mettre dans le casier 1. Prendre deux fuseaux, l'un après l'autre en comptant et les mettre dans le casier 2 puis les assembler avec un élastique. Proposer à l'enfant de terminer le rangement des fuseaux dans les casiers. A la fin, lui faire constater que dans le casier 0, il n'y a aucun fuseau.

¹⁰ Aujourd'hui les rubans sont remplacés par des élastiques.

¹¹ Source consultée le 30/12/17 : <http://albummontessori.blogspot.fr/>

5 Atelier 5 : Le jeu des jetons

Explicitation du matériel de l'atelier et lien avec d'autres ateliers : Le matériel de cet atelier se compose de 55 jetons et de chiffres en bois¹² (symboles en écriture chiffrée), de 1 à 10 (cf. figure 3). L'exercice consiste à placer les chiffres en bois dans le bon ordre (de 1 à 10) puis à associer à chacun le nombre correspondant de jetons. Les jetons doivent être mis selon une configuration précise : par rangées de deux (cf. figure 6). Cet atelier est présenté après les fuseaux car là, les symboles et les quantités sont mobiles en même temps. De plus, Maria Montessori précise que « cet exercice est un test pour vérifier si l'apprentissage s'est effectué, c'est-à-dire si la séquence des nombres est connue ainsi que leur association avec la quantité qu'ils représentent » (Montessori, 2016c, p. 10).

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont le renforcement de la connaissance qu'un nombre est constitué d'unités distinctes, la vérification de la connaissance de la séquence des nombres, le renforcement de la maîtrise de la cardinalité et de l'ordinalité et la compréhension du concept de pair et impair. Un objectif mathématique secondaire est précisé : la préparation à la division par 2.

La présentation⁹ de l'atelier à l'enfant, par l'éducateur consiste en plusieurs étapes dont une leçon à trois temps :

Etape 1 : inviter l'enfant à mettre les chiffres en bois dans l'ordre, les uns à côté des autres puis lui demander de lire la séquence.

Etape 2 : Inviter l'enfant à poser la quantité de jetons correspondant sous les nombres, de façon ordonnée, en commençant par le 1. Lui montrer si nécessaire comment les placer (comme sur la figure 6).



Figure 6. Configuration des jetons

Etape 3 : une leçon en trois temps pour introduire le concept de parité.

Temps 1 : Séparer, quand cela est possible, les jetons en deux colonnes et déplacer le nombre correspondant vers le haut. Nommer les nombres pairs, en glissant l'index entre les deux colonnes de jetons (« ça passe »), et dire « Pair ». Montrer les nombres impairs et dire « Impair » (on ne peut pas passer le doigt « ça coince »). Dire « 2, 4, 6, 8, 10, c'est pair, pair c'est toujours par deux, on peut passer le doigt ». Inviter l'enfant à répéter. Dire « 1, 3, 5, 7, 9, c'est impair ». Inviter l'enfant à répéter.

Temps 2 : Demander à l'enfant « Montre-moi un nombre pair, un nombre impair ».

Temps 3 : Demander à l'enfant « Qu'est-ce que c'est ? » en montrant un nombre. L'enfant doit répondre pair ou impair.

L'atelier peut évoluer : l'enseignant peut inviter l'enfant à compter de deux en deux ; lui demander, sans compter, de déterminer si un tas de jetons représente un nombre pair ou impair ou encore de construire une collection de jetons correspondante à une écriture chiffrée.

6 Atelier 6 : Le jeu de mémoire des nombres

Explicitation du matériel de l'atelier et lien avec d'autres ateliers : Le matériel de cet atelier se compose de plusieurs étiquettes où, sur chacune, est inscrit un nombre en écriture chiffrée (entre 0 et 10) et d'objets divers (cf. figure 3). Cet atelier est proposé lorsque les enfants reconnaissent les nombres écrits et que leur signification numérique leur est connue.

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont de renforcer la notion de nombre, et d'aider l'enfant à transférer la connaissance du nombre d'un matériel pédagogique à des objets de la vie quotidienne. L'objectif mathématique secondaire est d'entraîner la mémoire de l'enfant.

¹² Dans Psychoarithmetic, Maria Montessori décrit le matériel avec 45 objets et les symboles de 0 à 9.

La présentation¹³ de l'atelier par l'éducateur consiste à inviter l'enfant à tirer une étiquette et puis à aller chercher la quantité d'objets équivalente au nombre inscrit sur le papier. Les collections d'objets sont déjà préparées sur le bureau de l'éducateur. L'enfant doit choisir la collection dont la quantité d'objets correspond au nombre tiré, l'étiquette étant restée à sa place. Ensuite, il pose les objets sur la table, dans la même configuration que les jetons (cf. figure 6) puis l'éducateur vérifie. Précisons que cet atelier n'est pas présenté dans *Psychoarithmetic* (Montessori, 2016c) mais dans *Pédagogie scientifique, Tome 1* (Montessori, 2015) où Maria Montessori détaille la mise en œuvre de cet atelier¹⁴.

Pour Maria Montessori, la progressivité de ces ateliers repose sur les éléments suivants : d'abord on présente la représentation d'une quantité et les symboles numériques séparément (par les barres numériques et les chiffres rugueux), puis on travaille l'association entre quantités et symboles numériques (barres numériques et symboles numériques), ensuite on demande de déterminer la quantité correspondante à un symbole numérique (les fuseaux) puis de construire la séquence des nombres avec la quantité qui leur correspond (le jeu des jetons) et enfin, de reconnaître une collection d'objets divers correspondante à un cardinal donné où le nombre est écrit en chiffre (le jeu de mémoire) (Montessori, 2016c, p. 11). Selon elle, ces six ateliers constituent la période pré-élémentaire de l'arithmétique (*Ibid.*, p.11) et permettent à l'enfant d'acquérir les notions fondamentales pour débiter l'apprentissage du calcul.

Dans la suite de cet article, nous proposons une réflexion didactique sur ces ateliers en effectuant une synthèse de nos premiers résultats de recherche et des discussions qui ont eu lieu lors de l'atelier du colloque.

IV - PREMIERES REFLEXIONS DIDACTIQUES SUR CES ATELIERS

Nous n'avions volontairement pas précisé aux participants la manière dont les élèves utilisent ce matériel dans la pédagogie Montessori, ni détaillé le rôle de l'enseignant. Nous voulions en effet que les participants imaginent les potentialités du matériel et des situations d'apprentissage possibles.

A propos de l'atelier 1 – les barres numériques, les participants ont questionné l'apport des couleurs alternées et la pertinence de présenter les quantités avec une grandeur continue (longueur). Certains ont envisagé d'appréhender la notion de parité à l'aide des couleurs alternées (les barres représentant un nombre pair ont autant de tronçons rouges que bleus, les barres représentant un nombre impair ont un tronçon rouge de plus). La configuration précise (cf. figure 4) de rangement en escalier a été envisagée, sans toutefois accorder une grande importance à l'alignement des tronçons rouges à gauche ou la disposition de l'escalier avec la petite marche en bas.

Pour l'atelier 2 – chiffres rugueux, l'ensemble des participants a imaginé l'objectif de ce matériel : toucher sensoriellement les chiffres rugueux, avec pour objectif la préparation à l'écriture chiffrée, le nom des nombres et éventuellement l'ordre des premiers nombres de la comptine numérique. Plusieurs participants ont mentionné l'absence de signe pour montrer le sens de l'écriture (par exemple une flèche, une gommette rouge pour le départ, verte pour l'arrivée, etc.), indice utilisé par de nombreux professeurs des écoles utilisant un matériel similaire mais non associé à la pédagogie Montessori. L'intérêt de ce matériel a été mis en évidence : il permet de mettre en relation différentes désignations du nombre (écrite et orale) en mobilisant trois sens (vue, toucher et ouïe).

Pour l'atelier 3 – association barres numériques et symboles, les participants se sont posés plusieurs questions sur la place de cet atelier dans les apprentissages numériques : est-ce le premier matériel de mathématique proposé en petite section ? Est-ce le premier matériel de numération ? Est-ce qu'ils ont déjà travaillé l'association quantité-symbole avant ?

En ce qui concerne l'atelier 4 – les fuseaux, les participants ont imaginé facilement la tâche de l'enfant : réaliser une collection d'objets d'un cardinal donné. Ils ont envisagé plusieurs procédures-élèves : mettre

¹³ Source : (Montessori, 2015).

¹⁴ La présentation de cet atelier est toutefois très succincte et il est difficile de comprendre les différentes étapes de sa mise en œuvre. Par exemple, il n'est pas clair que les collections soient toujours préparées à l'avance sur le bureau de l'enseignant. Dans ce cas, il pourrait s'agir de réaliser une collection d'objets dont le cardinal est donné.

les fuseaux dans l'ordre des cases (croissant), dans l'ordre décroissant, dans un ordre aléatoire, en comptant un à un, en comptant par groupe, en ajoutant un à la collection précédente, en mettant l'élastique après réalisation d'une collection, ou à la fin quand toutes les cases sont remplies. Ils ont également questionné l'intérêt d'avoir un élastique pour lier les fuseaux dans chaque case.

Pour l'atelier 5 – le jeu des jetons, l'objectif mis en avant par les participants est la constitution d'une collection d'objets (les jetons) dont le cardinal est donné en écriture chiffrée. Ils n'ont pas évoqué de configuration particulière pour les jetons. L'ordre des nombres a été discuté sans que ce ne soit une nécessité pour construire les collections d'objets. Plusieurs ont évoqué le lien entre cet atelier et celui des fuseaux dans la mesure où l'objectif est le même. Il permet ainsi de proposer une autre représentation de la notion de quantité afin de mieux se l'approprier.

A propos de l'atelier 6 – le jeu de mémoire, les participants ont souligné l'existence de ce type de situation dans l'enseignement non montessorien et ont imaginé différentes situations (action, formulation, validation) avec ou sans éloignement dans l'espace, avec ou sans éloignement dans le temps, avec ou sans communication à autrui. Cependant la tâche de l'élève était plutôt de construire une collection correspondante à un cardinal donné et non une tâche de reconnaissance de collection d'un cardinal donné. Ils n'avaient en effet pas imaginé que les collections d'objets seraient déjà constituées. De plus, ils ont évoqué une diversité des objets au sein d'une collection, ce qui ne semble pas être le cas dans l'atelier imaginé par Maria Montessori.

D'une manière générale, nous avons pu observer que les participants ont :

- relevé une certaine richesse du matériel proposé pour travailler la notion de quantité et la construction d'une collection dont le cardinal est donné ;
- imaginé de nombreuses tâches mathématiques pour les élèves lors de la manipulation de ce matériel ;
- envisagé différentes modalités d'utilisation en classe de ce matériel.

A partir de ces réflexions et de leurs connaissances de la pédagogie Montessori, les participants nous ont posé de nombreuses questions sur la gestion de ces ateliers par les enseignants et sur les tâches mathématiques qui étaient sous la responsabilité des élèves. Afin d'apporter des premiers éléments de réponses, nous avons choisi de montrer quatre vidéos sur :

- Les tâches de l'élève dans l'atelier des barres numériques.
Dans la vidéo¹⁵, on voit un enfant manipuler les barres numériques pour les mettre dans l'ordre (cf. figure 4) puis les associer aux symboles numériques (cf. figure 5).
- Les tâches de l'élève dans l'atelier des chiffres rugueux.
Dans la vidéo¹⁶, on voit différentes étapes liées à l'écriture chiffrée : chiffre rugueux, puis tracé dans la semoule, sur une ardoise, etc.
- Les tâches de l'élève dans l'atelier des fuseaux.
Dans la vidéo¹⁷, on voit un enfant réaliser l'atelier des fuseaux, c'est-à-dire mettre le bon nombre de fuseaux dans chaque compartiment.
- Une présentation¹⁸ de l'atelier du jeu des jetons par une éducatrice Montessori à un enfant.

Nous avons choisi de montrer des vidéos pour plusieurs raisons. D'une part, nous voulions apporter des éléments de réponses précis sur les tâches des élèves dans ces ateliers de mathématiques, et d'autre part, nous voulions montrer un exemple de présentation d'atelier, tant cette pratique peut être loin des pratiques connues dans l'enseignement non montessorien. Enfin, nous voulions éveiller l'esprit critique des participants et susciter des discussions d'un point de vue didactique sur ces ateliers mathématiques, en partant d'une même référence. Cependant, il n'a pas été facile de choisir ces vidéos. En effet, peu de

¹⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=NYKx8LIYkr4> (consultée le 10/06/17)

¹⁶ <https://www.youtube.com/watch?v=ttG7b9VEOEU> (consultée le 10/06/17)

¹⁷ <https://www.youtube.com/watch?v=7ysRqkv12r0> (consultée le 10/06/17)

¹⁸ <https://www.youtube.com/watch?v=fHz1fXo5E4A> (consultée le 10/06/17)

vidéos montrant des ateliers de mathématiques sont disponibles en libre accès sur Internet. Cette contrainte nous a conduites à montrer des vidéos où les enfants savent visiblement déjà faire la tâche mathématique demandée. On ne capte ainsi pas un moment d'apprentissage en cours, on observe un apprentissage terminé. Pour la vidéo de la présentation, c'est la seule que nous avons trouvée qui met en scène une présentation d'atelier de mathématiques. Nous savions qu'elle serait clivante pour des formateurs¹⁹, mais qu'elle permettrait justement de débattre et de soulever de nombreuses questions (telles que le contenu mathématique délivré, la nature de la validation ou encore l'institutionnalisation).

Après le visionnage des vidéos, les participants ont été étonnés de la « rigidité » que peuvent présenter ces ateliers dans la pédagogie Montessori en termes de consignes données par l'éducateur et tâches à réaliser par élève. Ils imaginaient une liberté plus grande de l'élève dans l'exploration du matériel. Certains ont questionné la dimension « résolution de problème » dans ces ateliers : permettent-ils de résoudre un problème en mettant en œuvre une démarche expérimentale ? Permettent-ils d'explorer plusieurs pistes de résolution possible ? Nous tenterons d'apporter quelques éléments de réponses à ces questions dans la partie suivante. La vidéo de présentation du jeu des jetons a effectivement entraîné de nombreuses réactions des participants. Plusieurs ont été « choqués » par certains éléments tels que :

- le contenu mathématique délivré (« chiffre pair, chiffre impair » - au lieu de nombre),
- le glissement de contrat – effet Topaze (Brousseau, 1998) : l'éducatrice montre avec insistance à l'enfant qu'il s'est trompé en pointant les jetons et il change sa réponse.
- la conclusion de la présentation – effet Jourdain (Brousseau, 1998) : L'éducatrice valide, comme si l'élève avait compris et précise : « voilà aujourd'hui tu as appris les chiffres pairs et impairs ».

De notre point de vue, ce qui nous étonne le plus dans cette vidéo, c'est, d'une part que le concept de parité est certes matérialisé (et en ce sens concret) mais pas du tout explicité, et d'autre part qu'il n'est pas compris (et encore moins acquis) par l'enfant. En effet, il semblerait qu'il doive découvrir tout seul, en étudiant le geste de l'éducatrice, que *pair* signifie « on peut partager les jetons en deux colonnes qui contiennent le même nombre de jetons » et *impair* signifie « ce n'est pas possible de partager les jetons en deux colonnes qui contiennent le même nombre de jetons », impossibilité matérialisée par le jeton qui est au milieu des deux colonnes. Or on observe bien, dans la leçon en trois temps que cette association n'est pas du tout comprise par l'enfant. En effet, il se trompe plusieurs fois lorsqu'il faut ensuite montrer un nombre pair ou impair et lorsqu'il faut dire si un nombre est pair ou impair (cf. annexe 1).

Même si nous ne pouvons pas nous baser sur quelques vidéos, qui plus est disponibles en libre accès sur Internet et qui semblent idylliques²⁰, de nombreuses questions se posent sur ces ateliers de mathématiques de la pédagogie Montessori : qu'apprend l'enfant en manipulant ce matériel ? Est-ce restreint à des gestes ? À un apprentissage de techniques ? Quel est le sens qu'il donne à ce qu'on lui montre ? Comment construit-il un savoir ? De quel type d'accompagnement l'enfant bénéficie-t-il dans la réalisation de la tâche ? Est-ce qu'il existe des phases de verbalisation où l'enfant explique comment il a réalisé la tâche ? Y-a-t-il des phases d'institutionnalisation ? Si oui, de quelles natures sont-elles ? A l'heure actuelle, nos recherches sont encore trop précoces pour pouvoir répondre à ces questions. Il est en effet nécessaire, d'une part d'analyser plus finement les ateliers de mathématiques et les présentations associées, et d'autre part, d'observer les enfants et l'éducateur en classe lors de la manipulation de ces ateliers.

V - QUELLES MANIPULATION, REPRESENTATION ET COMMUNICATION DANS CES ATELIERS ?

Dans cette partie, nous apportons quelques éléments de réponses à la question de la sémiotique en jeu dans ces six ateliers de première numération.

¹⁹ Voir la transcription du contenu de la vidéo en annexe 1.

²⁰ Les participants nous ont interpellés sur les sources des vidéos. Elles semblent en effet mises en scène pour promouvoir la pédagogie. C'est certainement le cas puisqu'elles proviennent de blog ou site Internet écrits par des enseignants qui pratiquent cette pédagogie dans leurs classes.

1 Quelle manipulation ?

Il est évident que ces ateliers permettent aux enfants de *manipuler*. Mais de quelle manipulation s'agit-il ? Est-ce la manipulation ou de l'expérimentation (Dias, 2012) ? Les enfants sont-ils placés dans une démarche d'investigation (Gardes, 2017) ?

Nos premières réflexions, dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998), nous mènent à penser que l'enfant est placé dans une situation d'action. En effet, il est dans une situation d'apprentissage où il doit résoudre un problème en utilisant ses connaissances pour agir sur le milieu. Par exemple, dans le jeu des jetons, il doit tout d'abord placer les nombres dans l'ordre puis construire des collections de jetons représentant une quantité (connaissances qu'il a apprises dans les ateliers précédents). Dans certains ateliers, le milieu lui renvoie des rétroactions pour contrôler ses actions. Par exemple, dans le jeu des jetons, à la fin, s'il reste des jetons ou s'il n'y en a pas assez pour représenter 10, il sait qu'une erreur aura été commise avant. On peut alors considérer que cette phase est a-didactique et engage une certaine dialectique de l'action entre l'enfant et le milieu. Notons que pour cela, l'atelier doit être présenté au préalable par l'enseignant.

En accord avec Dias (2008), nous considérons l'expérimentation et la manipulation dans un rapport dialectique et non en opposition, dont l'objectif principal est d'aider au passage progressif de la perception à l'abstraction. Selon lui, manipuler, c'est déplacer, manier, toucher, palper, actionner et utiliser ; expérimenter, c'est contrôler, essayer, tester, vérifier et éprouver. Il s'agit ainsi de dépasser l'idée du « tâtonnement » au profit de la notion d'action : agir selon une intention, grâce à une organisation et en appui sur un raisonnement, pour atteindre un but.

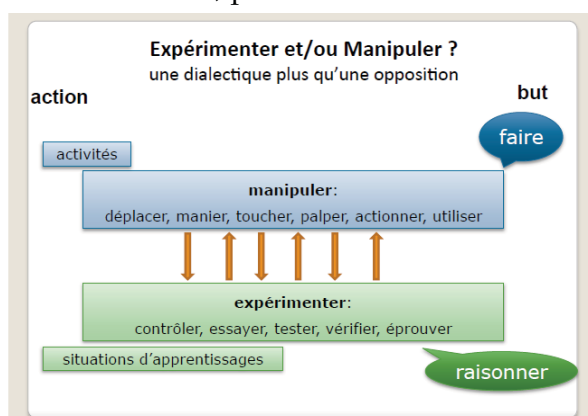


Figure 7. La dialectique expérimenter/manipuler²¹ (Dias, 2012)

On retrouve, dans cette vision des mathématiques, celle de Maria Montessori qui préconise d'aller du concret vers l'abstrait via le matériel, en le manipulant, de manière précise et organisée pour explorer certaines propriétés mathématiques d'un concept, de manière séparée. De ce point de vue-là, on peut considérer que, dans la pédagogie Montessori, les élèves manipulent et expérimentent. Mais Dias va plus loin dans la définition de l'expérimentation. En effet, il précise que « l'expérimentation telle que nous l'entendons n'a de sens que par ses articulations avec la formulation (dimension langagière) et la validation (par la preuve) » (Dias, 2008, p.27). Or dans les ateliers Montessori, il nous semble que l'expérimentation est limitée. D'une part, la phase d'action peut être réduite à une reproduction des gestes proposés par l'enseignant dans la présentation de l'atelier, et d'autre part, les phases de formulation et de validation ne sont pas toujours présentes (cf. les paragraphes suivants).

Ainsi, selon nous, les enfants, dans la pédagogie Montessori, manipulent, expérimentent parfois mais ne sont pas dans une démarche d'investigation de type expérimentale (Gardes, 2017). En effet, le but et l'utilisation de l'atelier sont connus, mais ils ne sont pas amenés à formuler de conjectures et très rarement engagés dans un processus de preuve (*i.e.* argumenter). Les présentations des ateliers semblent trop guidées pour pouvoir engager les élèves dans une réelle démarche d'investigation.

²¹ Figure empruntée à Dias : http://dias.thierry.pagesperso-orange.fr/ForPE/conf_expexperimenter_manipuler.pdf (consultée le 30/12/17)

2 Quelle représentation ?

Les ateliers de première numération proposent différentes représentations de la quantité et des nombres. En effet, la quantité est d'abord appréhendée avec une grandeur continue (les barres numériques) puis avec des objets discrets (fuseaux, jetons, objets divers dans le jeu de mémoire). Les nombres sont représentés sous les trois dimensions du triple code de Dehaene (1992) : dimension analogique (dans les ateliers avec barres numériques, fuseaux, jetons), dimension visuelle arabe (chiffres rugueux, fuseaux, jetons, jeu de mémoire) et dimension auditive verbale (chiffres rugueux, fuseaux, jetons). Les liens entre ces différentes représentations sont davantage axés sur l'articulation entre les représentations analogique et visuelle arabe. En effet, le symbolisme numérique est introduit très rapidement (en parallèle du premier atelier des barres numériques) et est présent ensuite dans tous les ateliers. Même si la désignation auditive verbale est présente également dans ces ateliers, elle n'est pas travaillée pour elle-même. On peut d'ailleurs remarquer qu'elle n'est pas explicitement mentionnée dans les trois moments-clés décrits par Maria Montessori pour l'apprentissage des mathématiques, à savoir exposer d'abord l'enfant aux quantités, puis aux symboles et enfin à l'association entre les quantités et les symboles (Montessori, 2016c, p.11).

Nous avons également remarqué que certaines représentations analogiques « courantes » telles que les doigts de la main, les dés ou encore les nuages de points, ne sont pas travaillées à travers ces ateliers de première numération. De même, seul le jeu de mémoire des nombres propose aux enfants de créer des collections avec des objets divers et non imposés.

Enfin, nous nous interrogeons sur la place des représentations spontanées des enfants pour le nombre. *A priori*, ils ne sont pas (ou peu) amenés à produire une représentation personnelle et spontanée d'une quantité, d'une collection d'objets ou d'un nombre, comme cela pourrait être fait dans une situation de communication à autrui (Margolinas & Wozniak, 2012). Ce point est toutefois à analyser plus en détail, notamment lors d'un temps d'observation en classe. En effet, même si cela n'est pas décrit dans la présentation puis la manipulation d'un atelier, un enfant pourrait avoir recours à une représentation spontanée d'un nombre (par exemple une configuration de dés dans le jeu des jetons) et l'enseignant pourrait laisser vivre cette représentation avant d'intervenir (i.e. lui montrer à nouveau la configuration demandée par le jeu des jetons).

3 Quelle communication ?

Lors de la présentation des ateliers de première numération, l'enseignant s'appuie sur un langage verbal, des actions avec le matériel et des gestes pour communiquer avec l'enfant. Par exemple, dans la leçon en trois temps, l'éducateur nomme le matériel, le manipule et montre sa signification (par exemple pour les barres numériques, il dit « c'est deux » puis il montre avec un geste le premier tronçon en disant *un* puis le second tronçon en disant *deux*). Il invite ensuite l'enfant à reproduire ces actions et gestes. Il n'y a *a priori* pas de phases de communication, au sens formulation, c'est-à-dire de description d'une situation, d'explicitation d'une démarche ou d'un raisonnement ou encore d'exposition d'une argumentation, qui sont envisagées. Néanmoins, on peut faire l'hypothèse que ces phases de communication peuvent se produire lorsqu'un enfant est amené à présenter un atelier à un autre enfant (ce qui se produit parfois).

De même, pendant la réalisation d'un atelier, des phases de verbalisation pourraient apparaître lors d'interaction entre plusieurs enfants sur la réalisation d'une tâche ou l'explicitation du fonctionnement de l'atelier. Mais Maria Montessori n'évoque pas de situations où l'enfant serait amené à expliciter ce qu'il fait avec le matériel. Cependant, nous pouvons là encore faire l'hypothèse que ponctuellement, l'enfant en fasse la demande à l'éducateur ou inversement, par exemple pour valider la réalisation d'une tâche ou un résultat. Des observations en classe seront ici nécessaires pour pouvoir identifier la présence de telles phases, les caractériser et les quantifier.

Concernant les phases de validation, elles semblent être de deux natures : d'une part certaines sont portées par le matériel, d'autre part certaines sont effectuées par l'éducateur. Le matériel est qualifié d'auto-validant, dans la mesure où il permet d'avoir certaines rétroactions. Par exemple, on peut voir visuellement que les barres numériques ne sont pas mises en « escalier ». Dans ce cas-là, la validation de la tâche « mettre les barres en escalier » est portée par le matériel et la situation et peut être à la charge de l'élève. En revanche, dans d'autres cas, une validation extérieure semble nécessaire. Maria Montessori

évoque pour l'atelier des fuseaux et pour l'atelier du jeu de mémoire une validation explicite de la « maîtresse » :

Quand il croit avoir fini, il est bon qu'il appelle la maîtresse afin qu'elle vérifie.

La maîtresse arrive, déplie les billets [i.e. les étiquettes], lit et jette des exclamations de satisfaction quand elle constate qu'il n'a pas été fait d'erreur. (Montessori, 2015, p.206-208).

Pour comprendre plus en profondeur la nature des phases de validation et leur rôle dans l'apprentissage, il semble là encore nécessaire de faire des observations en classe.

Enfin, nous nous interrogeons sur la présence et la nature de phases d'institutionnalisation. En effet elles ne sont pas (ou peu) évoquées dans les écrits de Maria Montessori ainsi que dans les descriptions des différents ateliers. Nous trouvons en effet peu de traces de la reconnaissance des savoirs ou des pratiques, enjeux de l'apprentissage attendu via un atelier. Par exemple, on peut se demander si la « qualité » isolée et travaillée dans un atelier est reconnue et signifiée à l'enfant comme un savoir. Les observations en classe devraient également nous permettre d'apporter des éléments de réponses à ces questionnements.

VI - QUELLE CONSTRUCTION DU NOMBRE DANS LES ATELIERS DE PREMIERE NUMERATION ?

Dans le cadre de notre recherche, nous cherchons également à identifier quels éléments de la construction du nombre peuvent être travaillés à travers les ateliers de première numération.

Nos premières analyses mettent en évidence que le matériel de première numération permet *a priori* aux enfants d'acquérir certains attendus de cycle 1 (cf. annexe 2). En particulier les attendus *quantifier des collections jusqu'à 10 au moins* et *lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix* sont pris en charge par ces 6 ateliers. Ce qui semble cohérent avec leurs objectifs de présenter les quantités, les symboles numériques puis de travailler leur association. Les attendus *évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques* et *utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités* peuvent être acquis grâce aux ateliers des barres numériques et du jeu de mémoire. En effet, nous pouvons faire l'hypothèse que les élèves puissent mobiliser des procédures non numériques (par comparaison des tailles des barres numériques par exemple) ou numériques (dénombrement par comptage un à un par exemple, comme l'envisage Maria Montessori) pour réaliser le rangement des barres numériques en escalier, l'association des barres numériques et des symboles ou la reconnaissance d'une collection dont le cardinal est donné. L'attendu *réaliser une collection dont le cardinal est donné* est travaillé à travers les ateliers des fuseaux et du jeu des jetons. En effet, dans les deux cas, les enfants doivent mettre la quantité d'objets (fuseaux ou jetons) correspondante à un nombre écrit en chiffres. L'attendu *mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales ou écrites sur une quantité* est partiellement pris en charge dans les ateliers. Ces derniers amènent en effet l'enfant à mobiliser différentes représentations du nombre (analogique, auditive verbale et visuelle arabe) pour communiquer sur une quantité, mais se focalisent sur l'articulation entre les dimensions analogique et visuelle arabe. De plus, comme nous l'avons souligné plus haut, certains symboles analogiques comme les doigts ou les dés ne sont pas travaillés. De même, il semble que les enfants sont peu amenés à mobiliser des symboles représentant les nombres de manière spontanée et non conventionnelle. Enfin, l'atelier des barres numériques permet de travailler un aspect de la décomposition des nombres : l'itération de l'unité. En effet, il est construit pour mettre en évidence le fait que *tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente*, attendu de fin de cycle 1.

D'autres attendus, en revanche, ne semblent pas travaillés pour eux-mêmes dans les ateliers de première numération. Par exemple, aucun des 6 ateliers ne fait spécifiquement réaliser une collection de quantité égale à une autre en utilisant le dénombrement (attendu *utiliser le dénombrement pour réaliser une collection de quantité égale à une collection proposée*). La correspondance terme à terme comme procédure non numérique pour évaluer ou comparer deux collections semble peu prise en charge par ces ateliers (i.e. dans les présentations et les manipulations décrites), même si c'est parfois une procédure pertinente et efficace (par exemple pour comparer deux barres rouges et bleues). De même l'aspect ordinal du nombre

n'est *a priori* pas abordé par les ateliers de mathématiques (attendus *utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions*). En effet, il semble réduit à la connaissance de l'ordre des nombres dans la comptine numérique. Cet aspect est plusieurs fois mentionné dans les objectifs mathématiques des ateliers (par exemple dans les fuseaux et dans le jeu des jetons). Or, de notre point de vue, cet ordre des nombres dans la séquence relève davantage de la connaissance de la comptine numérique plutôt que l'aspect ordinal du nombre. En accord avec Margolinas et Wozniack (2012), nous considérons que l'aspect ordinal du nombre est lié au repérage d'une position. Nous ne sommes pas convaincues que les enfants comprennent, à travers ces ateliers, que le 2 dans la séquence des nombres de 0 à 10 signifie qu'il est en deuxième position après le 0. D'autre part, peu ou pas de travail n'est engagé autour de la reconnaissance d'une constellation de dé ou de domino ou même d'une quantité représentée avec les doigts de la main. Enfin, l'apprentissage de la comptine numérique ne s'effectue pas via un matériel spécifique où elle serait l'objectif d'apprentissage mathématique principal. Elle semble être davantage travaillée à travers différents matériels de numération, comme objectif secondaire (les fuseaux, le jeu des jetons puis l'atelier de comptage linéaire par exemple). Ainsi l'attendu *dire la suite des nombres jusqu'à trente* n'est pas spécifiquement travaillés via les ateliers de première numération. Précisons que ces attendus de fin de cycle 1 ne sont *a priori* pas pris en charge dans les ateliers de première numération mais cela ne veut pas nécessairement dire qu'ils ne sont pas du tout travaillés. Des études complémentaires, de l'ensemble des ateliers de mathématiques ainsi que de la pédagogie Montessori dans son ensemble, seront nécessaires pour déterminer s'ils ne sont pas étudiés à d'autres moments et à l'aide d'autres matériels disponibles dans la classe. Enfin, soulignons également que d'autres compétences sont particulièrement travaillées dans les ateliers Montessori de première numération, comme *mettre dans l'ordre les nombres de 1 à 10* ou encore *écrire les nombres avec des chiffres*. Pour cette dernière compétence, elle est explicitement prise en charge par l'atelier des chiffres rugueux. Dans certaines présentations, il est suivi des tâches suivantes : écrire les nombres en chiffres dans la semoule, sur une ardoise, sur du papier plastifié ou encore sur une feuille (voir par exemple la vidéo citée précédemment).

Pour résumer, voici un tableau (cf. figure 8) illustrant les attendus de fin de cycle 1 qui peuvent être **potentiellement** pris en charge par les ateliers Montessori de première numération.

<i>Attendus de fin de cycle 1</i>	<i>Ateliers Montessori Première numération</i>
Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.	OUI - <i>partiellement</i>
Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour : - comparer deux quantités - constituer une collection d'une taille donnée - réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.	OUI OUI OUI NON
Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.	NON
Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.	OUI - <i>partiellement</i>
Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.	NON
Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.	OUI
Quantifier des collections jusqu'à dix au moins Les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.	OUI NON NON

Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.	NON
Dire la suite des nombres jusqu'à trente.	NON
Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.	OUI

Figure 8. Tableau des attendus de fin de cycle 1 potentiellement pris en charge par les ateliers Montessori de première numération

VII - CONCLUSION

Le fondement de la pédagogie Montessori est l'accompagnement du développement naturel de l'enfant, via un environnement préparé adapté aux caractéristiques et aux besoins de son âge. L'enfant décide lui-même du moment où il va manipuler le matériel proposé, devenant ainsi déclencheur de ses apprentissages. Maria Montessori qualifie sa méthode de *pédagogie scientifique* (Montessori, 1909) dans le sens où elle l'a construite dans une démarche de type expérimentale : observation rigoureuse des enfants et de leurs réactions, description et explication des phénomènes observés (par exemple l'esprit absorbant) puis exploitation de ces phénomènes dans une perspective pédagogique. Grâce à de nombreuses observations et expériences dans les *Maisons des Enfants*, elle a petit à petit affiné ses idées théoriques et construit son matériel pédagogique. Concernant les mathématiques, Maria Montessori qualifie l'esprit humain d'*esprit mathématique* qui serait notre capacité à imaginer d'une part et abstraire d'autre part. Le matériel de mathématiques qu'elle a élaboré décompose les concepts en éléments simples et isolés pour permettre à l'enfant de découvrir ces concepts dans un processus partant du concret et allant vers l'abstrait. Nous avons ainsi mis en évidence une certaine cohérence dans la progressivité des ateliers de première numération proposés aux enfants dans les classes Montessori 3-6 ans. Tout d'abord le concept de quantité est présenté avec des grandeurs continues (les barres numériques) pour montrer des unités distinctes mais unifiées. Parallèlement, les symboles numériques sont introduits à l'aide des chiffres rugueux puis un travail sur l'association d'une quantité à un symbole numérique est mené. Ensuite, le concept de quantité est présenté avec des grandeurs discrètes, les unités sont donc des objets « séparés » (des fuseaux, des jetons) puis le travail est centré, d'une part sur l'association d'une quantité à un symbole numérique donné (les fuseaux) et d'autre part, sur la construction de la séquence des nombres avec la quantité qui leur correspond (le jeu des jetons). Enfin, un travail de reconnaissance d'une collection d'objets correspondante à un nombre donné (écrit en chiffre) est proposé pour clore la séquence intitulée première numération par Maria Montessori.

D'un point de vue didactique, nous nous sommes intéressées, dans un premier temps, à la sémiotique en jeu dans ces ateliers. En effet, si le matériel et les principes fondamentaux de la méthode Montessori garantissent des activités de manipulation, nous nous interrogeons sur la nature de cette manipulation. En particulier, le fait que les présentations puis l'utilisation des ateliers soient très codifiées nous laisse penser qu'ils ne permettent pas à l'enfant d'entrer dans un projet d'expérimentation (au sens de Dias, 2008). Nous faisons l'hypothèse qu'il fait plutôt « l'expérience de » alors qu'une démarche de type expérimentale le place dans « faire l'expérience sur » (Dias, 2008, p. 36). Concernant les représentations, nous avons mis en évidence la présence des trois dimensions du triple code (Dehaene, 1992) avec toutefois une focalisation sur l'articulation entre les dimensions analogique et visuelle arabe. Nous avons soulevé l'absence *a priori* de mobilisation de représentations spontanées du nombre par les élèves ainsi que l'absence de recours à des configurations conventionnelles telles que les doigts ou les dés. Enfin, nous nous interrogeons sur la présence et la nature de phases de communication. S'il semble clair qu'il existe de nombreuses interactions entre les enfants dans une classe Montessori, les phases de formalisation et de validation (au sens de Brousseau, 1998) semblent plus difficiles à identifier et à caractériser. La présentation des ateliers ne laisse par exemple pas (ou peu) de place à l'explicitation par l'enfant de sa réflexion ou de sa démarche. La validation semble portée, soit par la situation via le matériel, soit par l'enseignant mais l'existence de situations de validation reste encore à déterminer. Enfin, nous avons évoqué la question de l'institutionnalisation : l'élément simple et isolé du concept mathématique d'un atelier est-il mis en évidence et identifié comme savoir ? Sous quelles formes l'enseignant propose aux élèves des moments d'institutionnalisation ? Cette question est cruciale dans la mesure où les concepts étant « décomposés » en éléments isolés, il semble important, à un moment

donné, de procéder à une « reconstruction » pour finaliser le processus de conceptualisation (au sens de Vergnaud, 1991).

Dans un second temps, nous avons exposé notre réflexion sur la nature des apprentissages autour de la construction du nombre via ces ateliers de première numération. Ainsi, ces ateliers travaillent l'aspect cardinal du nombre, sous la tâche emblématique de l'association d'une quantité à sa représentation chiffrée et en particulier la réalisation d'une collection d'objets de cardinal donné (les fuseaux, le jeu des jetons et le jeu de mémoire). Nous avons ainsi mis en évidence qu'ils prenaient en charge un certain nombre des attendus de fin de cycle 1, en particulier *Réaliser une collection dont le cardinal est donné ; Quantifier des collections jusqu'à dix au moins* et *Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix*. D'autres sont partiellement pris en charge, comme *Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques* et *Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité*. Nous avons également remarqué que la désignation chiffrée est introduite très tôt, ce qui laisse peu de place à un travail de la quantité indépendamment du nombre. Enfin, certains attendus ne sont pas travaillés dans ces ateliers, à savoir, *Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ; Parler des nombres à l'aide de leur décomposition* et *Dire la suite des nombres jusqu'à trente*. En effet, nous avons relevé l'absence de tâche faisant travailler l'aspect ordinal du nombre ou la comptine numérique pour elle-même. Précisons cependant que cela ne signifie pas que ces tâches sont totalement absentes de la pédagogie Montessori, elles pourraient être prises en charge dans d'autres activités.

Pour approfondir ces premières réflexions didactiques, sur la sémiotique et sur la construction du nombre dans la pédagogie Montessori, il nous est apparu nécessaire de poursuivre nos recherches. C'est ce que nous faisons actuellement dans le cadre de la recherche présentée plus haut (cf. paragraphe I). D'une part, nous menons une analyse praxéologique de l'ensemble des ateliers de mathématiques (3-6 ans) avec leurs présentations associées ; et d'autre part, nous débutons une analyse de la mise en œuvre de ces ateliers en classe, notamment avec l'étude des rôles de l'enseignant et des élèves grâce à la théorie des situations didactiques. Pour conclure, ces analyses didactiques nous semblent particulièrement pertinentes à mener dans un contexte où cette pédagogie prend de plus en plus d'ampleur auprès des professeurs des écoles, expérimentés comme débutants. Elles permettent d'avoir une analyse objective du savoir en construction et des phénomènes d'enseignement-apprentissage en jeu. Pour la formation d'enseignant ces analyses pourraient aider les formateurs à pouvoir répondre à cet engouement et à pouvoir suivre des professeurs des écoles mettant en œuvre cette pédagogie (ou des éléments de cette pédagogie) dans leurs classes. Dans ce cadre-là, nous avons organisé en mai 2017, avec l'ESPE de Lyon une journée à destination de formateurs (au sens large, c'est-à-dire formateurs ESPE, PEMF, IEN, CPC) pour discuter de ces questions-là. Les objectifs étaient, d'une part de chercher à comprendre cet engouement de la part des enseignants, et d'autre part de réfléchir aux outils dont nous disposons et/ou qu'il faudrait construire pour avoir un regard critique et distancié sur cette pédagogie. Cette première journée sera suivie d'une seconde journée, en mars 2018 pour les enseignants avec comme objectifs de mieux comprendre la pédagogie Montessori et de l'analyser sous divers points de vue (par exemple une analyse didactique des premiers ateliers mathématiques comme faite dans cet atelier).

VIII - BIBLIOGRAPHIE

- ALVAREZ, C. (2016). *Les Lois naturelles de l'enfant: La Révolution de l'éducation*. Paris: Les Arènes.
- BILLARD, C., & TOUZIN, M. (2012). L'EDA: Évaluation Des fonctions cognitives et Apprentissages. *Ortho Éditions*.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- DEHAENE, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, **44**(1), 1–42.
- DENERVAUD, S., & GENTAZ, E. (2015). Les effets de la «méthode Montessori» sur le développement psychologique des enfants: une synthèse des recherches scientifiques quantitatives. *Approche Neuropsychologique Des Apprentissages Chez L'enfant*, **27**(139), 593–598.
- DIAMOND, A. (2013). Executive Functions. *Annual Review of Psychology*, **64**(1), 135-168.

<https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750>

- DIAS, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques: un levier pour l'enseignement et l'apprentissage*. Université Claude Bernard Lyon 1.
- DIAS, T. (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris: Magnard.
- ERMEL. (1995). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cycle des apprentissages-grande section de maternelle*. Paris: Hatier.
- GARDES, M.-L. (2017). Démarches d'investigation et recherche de problèmes. In *Le rallye mathématique dans la classe : un jeu très sérieux !* Canopé (sous presse).
- HESSLING, R.M, TRAXEL, N.M. & SCHMIDT, T.J. (2004). Ceiling Effect. In M. Lewis-Beck, A. E. Bryman & Liao, T.F, *The Sage encyclopedia of social science research methods*. Sage Publications. <http://dx.doi.org/10.4135/9781412950589.n102>
- KHOMSI, A. (2001). *ELO: évaluation du langage oral*. ECPA, Les Editions du Centre de psychologie appliquée.
- LAURENÇOT-SORGUS, I., VAULTRIN, M., & BERGEAUT, J.-F. (2008). *Evolution des compétences numériques en Grande Section. Autour du repérage des compétences dans les domaines mathématiques en cycle 1 et 2*. Toulouse: IUFM Midi-Pyrénées - Université Toulouse 2, IREM de Toulouse.
- MARGOLINAS, C., & WOZNIK, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle: une approche didactique*. Bruxelles: De Boeck.
- MEN. (2015). Programme de l'école maternelle. *Bulletin Officiel Spécial N° 2 Du 26 Mars 2015*.
- MONTESORI, M. (1909). *Il metodo della pedagogia scientifica*. Città di Castello, Lapi.
- MONTESORI, M. (1934a). *Psico aritmetica*. Barcelona: Casa Editorial Araluce.
- MONTESORI, M. (1934b). *Psicogéometria*. Barcelona: Casa Editorial Araluce.
- MONTESORI, M. (1936). *L'enfant*. Paris: Desclée de Brouwer.
- MONTESORI, M. (1959). *L'esprit absorbant*. Paris: Desclée de Brouwer.
- MONTESORI, M. (2010). *L'esprit absorbant*. Paris: Desclée de Brouwer.
- MONTESORI, M. (2015). *Pédagogie scientifique. Tome 1 : la maison des enfants*. Paris: Desclée de Brouwer.
- MONTESORI, M. (2016a). *L'enfant*. Paris: Desclée de Brouwer.
- MONTESORI, M. (2016b). *Le manuel pratique de la méthode Montessori*. Paris: Desclée de Brouwer.
- MONTESORI, M. (2016c). *Psychoarithmetic*. Amsterdam: Montessori-Pierson Publishing Company.
- MORIN, M. (2017). *La pédagogie Montessori en maternelle*. Paris: ESF Sciences Humaines.
- OECD. (2016). *Résultats du PISA 2015 (Volume I): L'excellence et l'équité dans l'éducation*. Paris: OECD Publishing.
- POUSSIN, C. (2017). *La pédagogie Montessori*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Spécial Grand N Maternelle : Approche du nombre, Tome 1*. (2001). Grenoble: IREM de Grenoble.
- VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *RDM*, **10**(2.3), 133–169.
- WOODCOCK, R. W., MCGREW, K. S., & MATHER, N. (2001). *Woodcock-Johnson tests of achievement*. Itasca, IL.

IX - ANNEXE 1 : TRANSCRIPTION DE LA VIDEO DE PRESENTATION DES JETONS

La vidéo met en scène la présentation du jeu des jetons par une éducatrice Montessori (E) à un enfant (JM) - <https://www.youtube.com/watch?v=fHz1fXo5E4A>

Etape 1 : l'enfant doit mettre les nombres dans l'ordre.

E : Alors Jean-Marc, là on va faire le matériel des chiffres et jetons d'accord ? Donc tous les chiffres ainsi que le nombre 10, on va essayer de les mettre dans l'ordre. Alors lequel on va mettre en premier ?

JM : Alors parce que c'est tout le temps le 1.

E : Très bien. Après ?

JM : Après 2.

JM met ensuite tous les nombres dans l'ordre. Puis une fois terminé, il récite : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Etape 2 : l'enfant doit associer la quantité de jetons à l'écriture chiffrée.

E : Est-ce que maintenant tu peux mettre les jetons dessous, donc sous le 1, on va mettre...

JM : 1

E : 1 jeton. Après...

JM : 2, c'est comme ça qu'il faut le mettre [*Il fait référence à la configuration des jetons en deux colonnes*]

E : Très bien

On voit ensuite (en accéléré) l'enfant réaliser les collections de jetons, dans la configuration attendue. Si cette configuration n'est pas précise, on voit l'éducatrice replacer les jetons.

Etape 3 : la leçon en trois temps

Temps 1 : la connaissance - l'enfant découvre les nombres pairs et impairs.

L'éducatrice dit : « Alors maintenant, tu vas bien regarder ce que fait mon doigt, regarde ». Elle passe son doigt entre les deux colonnes de jetons pour les nombres pairs et s'arrête sur le jeton du milieu pour les nombres impairs. Ce geste est accompagné d'une parole : « impair » (pour le 1), « pair » (pour le 2), « impair » (pour le 3), « pair » (pour le 4). Puis l'enfant fait la même chose (geste et parole).

Temps 2 : la reconnaissance - l'enfant doit reconnaître un nombre pair ou impair.

L'éducatrice dit : « Alors est-ce que tu peux me montrer un chiffre qui est pair ? ». Il montre le 2. L'éducatrice lui demande : « et un chiffre qui est impair ? » Il montre le 1. Puis elle poursuit : « et un autre chiffre qui est pair ? » L'enfant montre d'abord le 3 puis hésite entre le 3 et le 4 et montre finalement le 4. L'éducatrice poursuit : « et un chiffre qui est impair ? » - il montre le 3, « et un autre chiffre qui est pair ? » - il montre le 5. L'éducatrice fait une grimace, il montre alors le 6.

Temps 3 : la vérification - l'enfant doit dire quels nombres sont pairs ou impairs.

L'éducation montre 7 et lui demande : « et alors celui-là, il est comment ? pair ou impair ? ». L'enfant répond : « pair ». L'éducatrice pointe alors du doigt le jeton du milieu pour montrer qu'elle ne peut pas séparer les jetons en deux colonnes. Du coup, il dit : « impair ». Elle poursuit, en montrant le 8 : « et le 8 il est comment ? ». Il répond : pair. Elle montre le 10, il dit imp...pair. Elle fait le geste de séparation des jetons en deux colonnes et lui repose la question. Il dit pair. Elle termine par : « et le 9 il est comment ? ». Il répond : « pair ».

Enfin, elle conclut la leçon : « Bravo, tu vois aujourd'hui on a appris les chiffres pairs et impairs grâce aux chiffres et jetons ».

X - ANNEXE 2 : ATTENDUS DE FIN DE CYCLE 1

Nous reproduisons ci-dessous la liste des attendus de fin de cycle 1 (MEN, 2015) pour ce qui concerne la partie *Construire les premiers outils pour structurer sa pensée*, et plus spécifiquement la construction du nombre.

Utiliser les nombres

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.
- Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

Étudier les nombres

- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.