

# JEU ET MANIPULATION EN CYCLE 3 POUR L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

**Nicolas PELAY**

Plaisir Maths R&D, IMAG

Nicolas.pelay@plaisir-maths.fr

## Résumé

Le contrat didactique et ludique permet d'analyser la façon dont un jeu est mis en place lors d'une séance d'enseignement ou une animation, et nous soutenons la thèse que la nature du contrat didactique et ludique qui se met en place au cours d'une activité dépend du jeu qui est utilisé. Un jeu mathématique possède intrinsèquement certaines potentialités, que l'enseignant/animateur active selon les objectifs didactiques qu'il s'est fixés pour le jeu qu'il souhaite mettre en place dans sa classe. Nous allons développer cette thèse sur deux exemples de jeux présentés lors de l'atelier.

Plaisir Maths, structure de diffusion des mathématiques, conçoit et anime des jeux et des activités mathématiques et ludiques, en appui sur des recherches menées en didactique des mathématiques sur la dialectique jeu/apprentissage et les problématiques de diffusion (Pelay, 2011 ; Boissière, Pelay & Rougetet, 2017). Les concepts didactiques sont utilisés de façon théorique pour analyser les activités menées et de façon pratique pour concevoir des animations et les jeux. Nous nous inscrivons dans une approche expérimentale de l'enseignement des mathématiques et nous défendons la thèse selon laquelle le jeu est un moteur de la dévolution et permet de favoriser les apprentissages mathématiques. En animant et en expérimentant les jeux sur plusieurs années, et dans de nombreux contextes (scolaires, périscolaires et socioculturels), nous développons une approche théorique sur l'utilisation des jeux mathématiques pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques.

Dans cet atelier, nous avons souhaité faire prendre conscience aux participants de la diversité des jeux mathématiques, et connecter leurs réflexions sur le jeu à la réflexion théorique et didactique sur la notion de contrat didactique et ludique.

L'atelier s'est déroulé de la façon suivante :

- Dans une première partie, les participants ont joué par petits groupes pour découvrir différents jeux par eux-mêmes, avec la particularité que tous les jeux contenaient une dimension manipulatoire importante.
- Dans une deuxième partie, une réflexion sur les liens entre jeu et apprentissages a été menée avec les participants par rapport à ce qu'ils pensaient être un bon jeu pour la classe. Nous avons ensuite présenté les travaux didactiques en cours menés actuellement sur le jeu à Plaisir Maths.

Ce compte-rendu est structuré en deux parties. Nous présentons tout d'abord les réflexions théoriques directement en lien avec certains jeux découverts par les participants. En prolongement des travaux didactiques menés sur le contrat didactique et ludique (Pelay, 2011), nous cherchons à montrer qu'il existe un lien entre un jeu et le contrat didactique et ludique qui peut se mettre en place à partir de ce jeu. Nous nous appuyerons sur deux exemples de jeu pour le montrer.

## I - DEFINITION DU CONTRAT DIDACTIQUE ET LUDIQUÉ

Le concept de contrat didactique et ludique est défini comme l'ensemble des règles et des comportements, explicites et implicites, entre un animateur et un ou plusieurs participants à un projet qui lie explicitement ou implicitement le jeu et l'apprentissage (Pelay, 2011). Ce concept a été élaboré dans la thèse de Pelay (2011) pour l'étude des contextes d'animation scientifique, la définition est basée sur la définition du contrat didactique donnée dans la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) et la définition du contrat ludique élaborée par Duflo (1997) dans son travail philosophique sur les activités réelles de jeu.

Le concept de contrat didactique et ludique permet d'analyser la façon dont un jeu est mis en place lors d'une séance d'enseignement ou une animation qui vont faire interagir deux pôles : un pôle ludique et un pôle didactique.

- Le cœur du pôle didactique, c'est le savoir mathématique. Il est le noyau autour duquel se noue une partie de la relation didactique. Le mot « didactique » renvoie à la définition de la didactique des mathématiques comme l'étude scientifique des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques entre les hommes ou les institutions humaines.
- Le cœur du pôle ludique, c'est la légaliberté. Ce sont les règles dans et par lesquelles se noue la relation ludique. Le mot « ludique » renvoie à la définition du jeu au sens de Duflo « invention d'une liberté dans et par les règles ». Les règles du jeu, implicites et explicites, définissent les relations ludiques entre les joueurs.

Si ce concept a été initialement conçu dans les contextes d'animation scientifique, nous faisons aujourd'hui l'hypothèse de sa validité en contexte scolaire. Les expérimentations menées en contexte scolaire montrent en effet qu'il est possible de faire vivre en classe de véritables moments ludiques, et que le concept garde sa pertinence pour analyser la nature des interactions – didactique et/ou ludique – entre un enseignant et ses élèves. C'est pourquoi dans la suite de l'article nous noterons enseignant/animateur, signifiant que le jeu peut être utilisé par un enseignant ou animateur, tout en notant bien sûr que les contextes peuvent être faiblement ou fortement didactiques.

Mettre en place un jeu dans un contexte didactique, c'est tenter pour l'enseignant/animateur de faire vivre au cours d'une séance des enjeux ludiques et des enjeux didactiques, avec le souhait généralement que les élèves aient pu jouer et apprendre des mathématiques. Le concept de contrat didactique et ludique, permet de distinguer dans nos analyses des phases didactiques, des phases ludiques, mais aussi des phases didactiques et ludiques au cours desquelles les élèves jouent et apprennent des mathématiques en même temps. Il rend possible une compréhension plus fine de l'investissement et/ou le désinvestissement des élèves dans l'activité, la façon dont les élèves vont apprendre en s'amusant, les éventuels dysfonctionnements d'une activité, etc.

---

## II - LES LIENS ENTRE LE JEU ET LA NATURE DU CONTRAT DIDACTIQUE ET LUDIQUE

---

Les façons d'utiliser un jeu en classe sont très diversifiées (Sossa & Bossu 2007, Eysseric & al., 2012) et peuvent se faire sur différents types de jeu : jeux de société, adaptation de jeux traditionnels, énigmes mathématiques, casse-tête, matériel de manipulation, etc.

Nous défendons la thèse que la nature du contrat didactique et ludique qui se met en place au cours d'une activité dépend du jeu qui est utilisé. Un jeu mathématique possède intrinsèquement certaines potentialités, que l'enseignant/animateur active selon les objectifs didactiques qu'il s'est fixés pour le jeu qu'il souhaite mettre en place dans sa classe. Nous allons montrer sur deux exemples de jeux ce que signifie que le contrat didactique et ludique soit de nature différente pour chacun des deux jeux.

### 1 Chamboul'Math

Chamboul'math est un jeu qui est constitué de 36 bûchettes de bois (33 sont numérotées de 1 à 33, et 3 bûchettes non numérotées qui forment le toit de la tour) et quatre dés classiques (numérotés de 1 à 6). Les bûchettes sont mises en place dans une tour qui a onze niveaux de trois bûchettes placées côte à côte le long de leur long côté, et chaque niveau est tourné de 90 ° par rapport au précédent (comme le montre la figure 1).



Figure 1

Ce jeu peut être joué de 2 à 4 joueurs, individuellement ou en équipes, et dure environ 15-30 minutes. Chaque joueur lance à son tour les quatre dés. Puis, en utilisant une fois le résultat de chaque dé et les opérations de son choix, il fait un calcul dont le résultat doit être compris entre 1 et 33, ce qui lui donne la possibilité d'essayer d'enlever la bûchette correspondante au résultat de son calcul sans faire s'effondrer la tour. S'il réussit, il marque autant de points que le nombre sur la bûchette et c'est au joueur suivant, sinon la tour s'effondre, le joueur déduit ses points de son résultat, et on fait le compte total des points de chacun des joueurs, le gagnant étant celui qui a le plus de points. Combinant les valeurs des dés et les opérations mathématiques, l'élève est donc amené à faire de nombreux calculs en un temps restreint pour y parvenir.

Le contrat didactique et ludique établi est explicitement énoncé et évident : ici, pour jouer, il faut faire des opérations pour pouvoir retirer des bûchettes sans faire s'effondrer la tour. Jouer et faire des calculs mathématiques sont conjointement liés : il n'est pas possible de jouer sans faire des calculs. Les participants disposent des outils mathématiques dont ils ont besoin pour jouer, et les règles du jeu les énoncent clairement. L'enjeu ludique « enlever des bûchettes sans faire s'effondrer la tour » est un moteur essentiel de la dévolution. Les élèves aiment le fait d'avoir à retirer une bûchette avec habileté, s'amuse à voir la tour pencher, devenir de plus en plus fragile au fur et mesure du jeu, et s'effondrer après la maladresse d'un des joueurs. C'est ce qui les motive directement à faire des calculs pour identifier les bûchettes qu'ils sont autorisés à enlever. Ils sont généralement très appliqués pour enlever la bûchette, et s'investissent dans les calculs pour trouver la bonne bûchette à enlever. Plus les élèves mobilisent de types d'opération différents, plus ils ont de choix dans les bûchettes qu'ils peuvent retirer, et plus ils peuvent gagner de points.

Exemple de nombres obtenus avec le lancer (2, 3, 4, 6) :

Nombre obtenu		Opérations utilisées
15	$2 + 3 + 4 + 6$	Addition
11	$3 - 2 + 4 + 6$	Addition & soustraction
9	$4 - 3 + 2 + 6$	Addition & soustraction
5	$6 + 4 - 3 - 2$	Addition & soustraction
3	$6 + 3 - 4 - 2$	Addition & soustraction
16	$2 \times 3 + 4 + 6$	Multiplication & Addition
17	$2 \times 4 + 3 + 6$	Multiplication & Addition
19	$2 \times 6 + 3 + 4$	Multiplication & Addition
20	$3 \times 4 + 2 + 6$	Multiplication & Addition
24	$3 \times 6 + 2 + 4$	Multiplication & Addition
30	$2 \times 3 \times 4 + 6 ; 2 \times 3 + 4 \times 6$	Multiplication & Addition
26	$2 \times 4 + 3 \times 6$	Multiplication & Addition
18	$2 \times 3 \times 4 - 6 ;$	Multiplication & soustraction
10	$3 \times 6 - 2 \times 4$	Multiplication & soustraction
25	$4 \times 6 + 4 - 3$	Multiplication, Addition, soustraction
5	$4 + 6 / (3 \times 2)$	Addition, Division, multiplication
1	$(3 \times 4) / (6 \times 2)$	Multiplication, Division

L'enjeu ludique est très fécond pour amener les élèves à développer des stratégies de calcul variées et mobiliser certaines opérations. Au départ, les élèves ont tendance à utiliser l'addition uniquement en sommant les 4 valeurs des dés. Mais ils se retrouvent très vite bloqués (car la bûchette a déjà été prise), et

ils doivent alors mobiliser d'autres opérations : soustraction et multiplication. Ils découvrent aussi que la multiplication est nécessaire pour retirer les bâchettes qui ont une grande valeur. Au fur et à mesure du jeu et des parties, les élèves développent ainsi des habiletés de calcul. Pour autant, le contrat didactique et ludique reste identique : il s'agit toujours de calculer et d'enlever les bâchettes. Lorsque les élèves vont apprendre la multiplication, et plus tard la division, le jeu reste inchangé, et les modalités de mise en place du jeu dans la classe aussi. Grâce à l'usage de cette nouvelle opération, de nouvelles bâchettes deviennent accessibles, et rendent le jeu plus stratégique. Cette dimension stratégique du jeu favorise donc la progression des apprentissages, car plus l'élève dispose de possibilités de calcul et de façons de combiner les opérations ensemble, plus il aura de choix et donc de possibilités de gagner dans le jeu. Et même si ce n'est pas nécessairement un objectif didactique explicite, il est aussi question d'optimisation lorsque l'élève cherche à obtenir le plus grand nombre possible.

Dans le cas de « Chamboul'Math », jouer et faire des mathématiques sont complètement liés, et cela donne une grande marge de manœuvre à l'enseignant pour mettre en place le jeu dans sa classe. Il peut faire jouer le jeu par petit groupe, ou en classe entière, avec un jeu par groupe de 2 ou 4 élèves. Il peut aussi faire s'entraîner les élèves sur des lancers de dés particuliers : quels sont tous les nombres qu'il est possible d'obtenir avec le lancer (2, 3, 4, 6) en utilisant uniquement l'addition et la multiplication ?

## 2 Puzzle « Carré + carré »

Tous les jeux mathématiques ne génèrent pas un type de contrat didactique et ludique de la nature de Chamboul'Math ; le jeu que nous allons détailler maintenant ne génère pas une activité mathématique immédiate : le contrat didactique et ludique qui se met en place est différent, d'abord purement ludique, puis didactique.

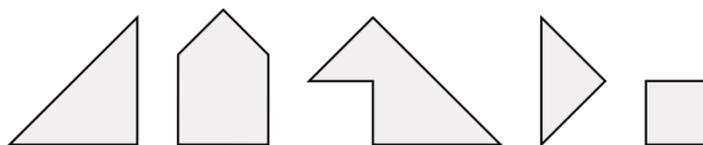


Figure 2. Pièces du carré + carré = carré

Carré + carré = carré est un jeu de type de « tangram », composé de cinq pièces planes, comme indiqué sur la figure 2, et qui se réalise en deux étapes. La première étape consiste à faire un carré avec les 4 pièces non carrées, la seconde consiste à faire un carré avec toutes les pièces. La particularité de ce puzzle est que la première étape se fait assez facilement, mais que la deuxième étape est beaucoup plus difficile. Les élèves rentrent très facilement dans le jeu, ils ont généralement envie de résoudre le défi, et le fait de réussir la première étape est très stimulant pour eux. En revanche, ils se heurtent à la difficulté de la deuxième étape, et c'est cela qui va générer un type de contrat didactique et ludique différent.

Les puzzles ont un type particulier de contrat qui évolue généralement dans le temps. Au début, lorsque le participant découvre le puzzle, il joue simplement, découvre les mécanismes et essaie de le résoudre par des manipulations sur les pièces. Cette première étape du contrat, nécessaire pour que le participant appréhende le puzzle, est purement ludique. C'est la non résolution du puzzle qui va générer des questions de type « Quelle est la solution ? », « C'est impossible ? », « Comment fait-on pour trouver la solution ? ». C'est le joueur lui-même – et non l'enseignant – qui initie généralement la deuxième étape du contrat qui est de nature plus didactique. L'élève a envie de connaître la solution et devient demandeur d'explications de nature didactique, et c'est cette évolution du joueur vers une approche rationnelle qui peut conduire l'enseignant vers l'introduction d'enjeux mathématiques.

L'enseignant peut par exemple donner des indices ou susciter chez l'élève des questions de nature didactique :

- Où sont les angles droits du carré ?
- Quelle est la taille du nouveau carré ?

Le jeu est un puissant moteur de la dévolution, et contrairement à Chamboul'Math qui était un jeu instaurant d'emblée un contrat didactique et ludique, la mise en place du contrat didactique et ludique avec « Carré + Carré » se fait en deux temps, c'est l'élève lui-même qui devient demandeur d'un contrat

## ATELIER A15

didactique. Pour que cette activité puisse fonctionner de façon optimale, il est souhaitable de faire en sorte que les élèves initient eux-mêmes l'évolution du contrat, et le rôle d'enseignant va être de devoir gérer cette envie des élèves de connaître la solution sans générer des frustrations trop importantes.

A l'école élémentaire, les enjeux didactiques se situent au niveau de la représentation du carré, comme figure à 4 angles droits et 4 côtés de taille égale. Même lorsque la taille du côté du carré a été donnée, les élèves ont des difficultés à se représenter le carré, et à se forcer à mettre les pièces dans un espace contraint. La gestion didactique peut tourner autour des enjeux suivants :

- leur faire construire le gabarit du carré, qui aidera à trouver la solution,
- leur demander de repérer les angles droits et faire des assemblages avec des angles droits,
- leur demander de trouver les assemblages de pièces qui donnent la longueur du carré souhaitée.

L'intérêt de ce puzzle est aussi que sa possibilité de résolution est liée au théorème de Pythagore, car il est possible de connaître la taille du carré à obtenir grâce au théorème.



Figure 3. Une illustration du théorème de Pythagore

---

### III - CONCLUSION

---

Nous avons montré comment il est possible de caractériser les jeux mathématiques par rapport à la nature du contrat didactique et ludique qu'ils sont susceptibles de générer. Pour certains jeux comme le ChamboulMath, la mise en place même du jeu crée un contrat de nature didactique et ludique, car les enjeux didactiques et les enjeux mathématiques sont liés dès le début de l'activité. Pour d'autres, la mise en place d'un jeu génère d'abord un contrat ludique, qui est ensuite susceptible d'évoluer en un contrat didactique par les questions qu'il va générer sur la résolution. Nous cherchons à identifier les différents types de contrat, car nous pensons que cela génère différentes façons d'utiliser le jeu en classe et de mener une activité ludique de façon optimale pour favoriser les apprentissages.

Une autre question, abordée dans l'atelier, mais qui n'a pu être approfondie, est celle de pouvoir identifier les critères de choix d'un jeu pour les enseignants, et de pouvoir catégoriser ces critères, et voir s'il est possible de les rattacher à certaines des propriétés des jeux ? Un débat a été mené pour identifier ces différents critères à partir de la question suivante : « Qu'est-ce qu'un bon jeu mathématique pour la classe ? ». Les réponses se trouvent en annexe, mais ne peuvent pas pour l'instant être analysées avec notre élaboration théorique.

---

### IV - BIBLIOGRAPHIE

---

BOISSIERE A., PELAY N., ROUGETET L. De la théorie des jeux à l'élaboration d'actions d'enseignement et de vulgarisation : le cas de jeux de type Nim, *Petit X*, numéro 104

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée sauvage.

DUFLO C. (1997) *Jouer et philosopher*, Paris, PUF.

## ATELIER A15

EYSSERIC P., MASSELOT P., WINDER C., (2012) *De l'analyse mathématique de jeux traditionnels à la conception de situations d'apprentissage pour l'école primaire*, Actes du XXXVIII<sup>e</sup> colloque COPIRELEM. Dijon 2011. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève.

PELAY N. (2011) *Jeu et apprentissages didactiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique*. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université de Lyon.

PELAY N. (2016) *La méthodologie des trois pôles : une méthodologie de recherche et développement pour l'animation scientifique*, *Questionner l'espace, Les méthodes de recherche en didactique (4)*

SOSSA L., BOSSUT C., (2007) *De l'utilisation des jeux du commerce en formation initiale et continue*, Actes du XXXIII<sup>e</sup> colloque COPIRELEM sur la formation des maîtres. Dourdan 2006. Expérimentation et modélisation dans l'enseignement scientifique : quelles mathématiques à l'école ?

---

## ANNEXE 1

---

### Réponses des groupes de travail

Qu'est-ce qu'un bon jeu mathématique pour la classe ?

#### Réponse 1 :

« Un bon jeu en classe recèle un fort potentiel, contient une part de hasard, est source de motivation, un vecteur d'apprentissages et de compétences, favorise la coopération ; sa règle du jeu est accessible, un bon jeu favorise la socialisation ».

#### Réponse 2 :

« Tout le monde, chaque élève, participe. Notion de plaisir. Met en jeu une ou plusieurs compétences mathématiques »

- faire réfléchir les élèves,
- permet aux élèves d'enrichir une notion mathématique ou de réinvestir des notions connues,
- permet de proposer une différenciation,
- développe des compétences civiques et sociales ».

#### Réponse 3 :

« Ludique, aspect plaisir. Accessible à tous, différenciable. Compétences mathématiques (introduire une notion, réinvestir une notion, remédier »

« Un bon jeu mathématique est un jeu où les élèves :

- prennent du plaisir, s'amuse, trouvent des intérêts,
- ont besoin de peu de connaissance ; pré-requis,
- manipulent, touchent les objets ».

#### Réponse 4 :

« Notion de plaisir. Respect des règles. Stratégie, recherche. Réflexion, mobilisation de connaissances, situation ludique, notion de gagner/perdre, collaboration. On peut le faire différentes fois, et avoir toujours du plaisir et de la motivation : les stratégies évoluent. »

#### Réponse 5 :

« Motivation. Plaisir. Réflexion, stratégie, collaboration/opposition, connaissances mathématiques »