

MALENTENDUS SÉMIOTIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT SPÉCIALISÉ

Catherine HOUEMENT

PU, ESPE Université Rouen Normandie
LDAR (EA 4434) Université de Rouen Normandie, UA UCP UPD UPEC
catherine.houdement@univ-rouen.fr

Édith PETITFOUR

MCF, ESPE Université Rouen Normandie
LDAR (EA 4434) Université de Rouen Normandie, UA UCP UPD UPEC
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Résumé

Cet article propose l'étude d'une situation d'apprentissage de la numération décimale, choisie et mise en œuvre par une enseignante spécialisée travaillant dans un Institut Médico-Éducatif (IME), ainsi que ses effets sur l'activité des élèves. Les séances, réalisées avec des adolescents handicapés atteints de déficience intellectuelle, s'appuient sur le concret et la manipulation comme moyens d'apprendre des mathématiques. Cette étude s'intéresse à la dimension sémiotique de la mésogenèse (Sensevy, 2007) et porte un regard particulier sur les différents signes activés lors des interactions entre élèves (Arzarello, 2006 ; Radford, 2003).

I - INTRODUCTION ET INSERTIONS THÉORIQUES

1 Une approche compréhensive et situationniste

Nous participons toutes deux à la formation de professeurs des écoles titulaires qui se préparent à passer une certification complémentaire, le CAPA-SH (Certificat d'aptitude professionnelle pour les aides spécialisées, les enseignements adaptés et la scolarisation des élèves en situation de handicap). Dans ce cadre, nous observons des pratiques d'enseignants¹ et des pratiques d'élèves. Notre recherche² vise d'abord à comprendre ce qui se joue dans la classe ou le groupe d'élèves, dans les relations et interactions entre propositions / réactions de l'enseignant et réactions / propositions des élèves.

Assumant cette dimension compréhensive, nous qualifions aussi notre approche de situationniste. Nous observons les élèves en situation de classe, sans porter une attention pointue aux informations données par un diagnostic neuropsychologique, par la mention du handicap, par les empêchements *a priori* qu'ils devraient entraîner chez l'élève. Nous suivons en cela Vergnaud :

[C'est oublier que] la connaissance est adaptation, quel que soit l'appareil neuronal dont dispose le sujet apprenant, et par conséquent les moyens d'aider un enfant victime d'un accident du développement ou d'un traumatisé crânien sont, à certains égards au moins, les mêmes que ceux utilisés pour aider les enfants ou adultes en situation ordinaire. (Vergnaud, 2004, p.1)

Tout sujet, même lourdement frappé, peut mettre en œuvre des ressources alternatives, qui même si elles sont plus coûteuses, psychologiquement, que les moyens ordinaires, n'en permettent pas moins d'accomplir des gestes, des raisonnements et des opérations, qui ne semblaient pas, ou plus, a priori accessibles. (Vergnaud, 2004, p.2)

¹ Dits « stagiaires », mais qui, pour certains, ont une longue pratique de la classe dans laquelle ils font leur stage (jusqu'à plus de 10 ans).

² Nous remercions l'ESPE de Rouen Normandie qui a soutenu cette recherche (Projet Sémiotique dans l'enseignement spécialisé dans École inclusive et prise en compte de la diversité des élèves dans Recherches collaboratives sur le site <http://espe.univ-rouen.fr/>).

2 Quelques mots sur la sémiotique

2.1 Sémiotique en général

La sémiotique étudie la production, la codification et la communication de signes. Elle a dépassé l'étude de la langue grâce notamment aux travaux de Charles Sanders Peirce (1839-1914)³. Un autre sémioticien célèbre est Umberto Eco (1932 – 19/2/2016).

Selon Peirce et d'autres chercheurs développant un modèle sémiotique triadique (le triangle sémiotique), la sémiotique étudie les relations entre les trois pôles suivants : référent ou objet ; signes ou représentations sémiotiques ; interprétations. Nous retiendrons ces expressions de préférence aux nombreuses autres de la littérature sémiotique⁴.

Par exemple, dans le domaine de la langue, un mot est un signe, le référent est ce à quoi ce mot fait référence et l'interprétation est ce qu'en comprend la personne qui entend ou lit ce mot. **Le contexte influe sur l'interprétation du signe** : le mot volume, par exemple, est interprété différemment selon qu'il est associé à une collection de livres, à un environnement sonore ou à un aquarium.

Un objet a de multiples signes qui lui font référence. Certains signes ont plus de « ressemblance » que d'autres avec l'objet (pour ceux qui connaissent l'objet). Une photo d'un objet réel est souvent plus « fidèle » qu'un schéma, une photo « parle » souvent beaucoup plus qu'un mot. Le chant d'un pinson est un signe qui évoque en général la présence d'un oiseau, sans plus de détail ; avec un peu d'entraînement, on reconnaît le chant du pinson. Une interprétation n'est pas figée. Peirce s'intéresse au **processus d'évolution des interprétations** et met en avant ce mouvement d'une interprétation à une autre.

Un signe ne peut donner à voir, entendre, sentir qu'une facette de l'objet, il ne peut pas rendre compte de l'objet dans son entièreté. Le chant du pinson ne fournit ni la taille du pinson, ni la couleur de son plumage.

Une personne confrontée à un signe interprète ce signe en fonction des connaissances qu'elle a de l'objet que ce signe est censé représenter.

2.2 Sémiotique et mathématiques

Des chercheurs ont déjà développé cette approche sémiotique en s'intéressant plutôt aux pratiques mathématiques expertes. Par exemple, Chevallard (1994) a introduit dans la Théorie Anthropologique du Didactique la distinction ostensif et non ostensif. Plus généralement, Vergnaud (1990) intègre une facette sémiotique, dans son modèle de la conceptualisation : « les formes langagières et non langagières qui permettent de représenter le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant) » (Vergnaud, 1990, p.145) sont un des trois volets du concept.

Pour Duval (2006), les mathématiques sont un domaine particulièrement sensible aux questions sémiotiques : en effet les objets mathématiques sont par essence théoriques, ils sont perceptivement et instrumentalement inaccessibles, ils ne sont « visibles » que par leurs représentations sémiotiques, leurs signes. Dans une vision mathématique naturaliste, une représentation sémiotique tend à se subsister à l'objet mathématique qu'elle dénote. Or le signe n'est pas l'objet. Duval affirme qu'en mathématiques, la multiplicité des représentations sémiotiques d'un même objet est cruciale pour appréhender cet objet et qu'une représentation n'est intéressante que dans la mesure où elle peut se transformer en une autre représentation. Plus précisément Duval distingue deux types de transformations fondamentales : les transformations à l'intérieur d'un système sémiotique et les conversions d'un système sémiotique en un autre. Par exemple, les nombres ont plusieurs représentations sémiotiques organisées en systèmes : écritures décimales finies ou non, écritures fractionnaires : « $\frac{4}{3}$ » donne immédiatement à voir « 4 partagé en 3 » ; « 1,333... » donne immédiatement à voir l'ordre de grandeur, entre 1 et 2 ; cet ordre de grandeur aurait aussi pu être obtenu par une transformation de « $\frac{4}{3}$ » en « $1 + \frac{1}{3}$ ». Bien sûr,

³ Des textes des actes de la COPIRELEM ont déjà utilisé et précisé cette approche : Bloch, 2009 ; Martinelli, 2012.

⁴ Par exemple, Peirce utilise les termes : objet, representamen et interprétant.

l'interprétation des écritures n'est pas transparente : comme toute représentation sémiotique, elle est à construire...

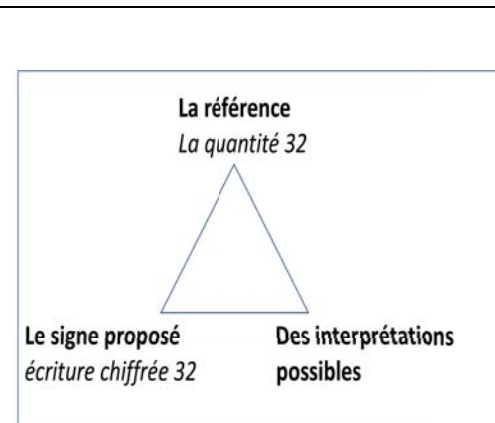
L'approche sémiotique, et certains outils de Peirce, permettent de prendre en compte l'usage et l'interprétation par les élèves, notamment dans l'enseignement spécialisé, des signes mathématiques (Bloch, 2009), souvent décalés par rapport aux usages et interprétations usuelles dans les mathématiques.

Pour rendre compte de ces différences d'interprétations, nous utiliserons le terme de « malentendu sémiotique » avec les sens suivants :

- un décalage, une contradiction entre deux interprétations d'un même signe par un même sujet ;
- une interprétation personnelle et « décalée » d'un signe mathématique culturellement fixé.

Prenons l'exemple suivant qui rend bien compte de la complexité et des emboitements sémiotiques : on demande à un élève de CP (en mars) de produire une collection de cubes dont la quantité est donnée par le signe « 32 », à partir du matériel usuel de la classe, une boîte avec plus de dix barres de dix cubes emboîtées (chaque barre est d'un seul tenant), une boîte avec plus de cinquante cubes en vrac.

Analyse sémiotique. Il faut produire un signe matériel de la « référence » dont « 32 » est un signe.



La production de l'élève permet de faire des hypothèses sur son interprétation du signe « 32 ». *Cette production est donc elle-même un signe que l'enseignant peut interpréter.*

Par exemple une collection donnée sous la forme de 3 barres de dix cubes et 2 cubes isolés ou emboîtés peut être considérée comme le signe d'une interprétation correcte (certes locale) des aspects décimal et positionnel de l'écriture indo-arabe.

Une collection de 32 cubes en vrac sera vue comme le signe d'une interprétation correcte du signe « 32 », sans plus.

En revanche, la production constituée d'une barre de trois cubes juxtaposée à une barre de deux cubes sera considérée comme le signe d'une interprétation erronée de l'écrit indo-arabe, **d'un malentendu sémiotique.**

L'approche sémiotique développée notamment par Arzarello (2006) et Radford (2003) est aussi un outil puissant pour rendre compte de l'activité des élèves, de leur engagement et du traitement de la tâche (mathématique ou non), à partir des signes qu'ils émettent, qu'ils soient verbaux, graphiques, gestuels. Petitfour (2015) a largement exemplifié dans sa thèse l'utilisation de cette approche pour observer et comprendre les différentes facettes de l'activité d'un élève dyspraxique aux prises avec l'injonction d'une construction instrumentée.

3 Nos questions

Il est relativement connu que les réactions et productions des élèves de l'enseignement spécialisé sont très variées et couvrent un spectre large de « possibles ». Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible de s'appuyer sur les « signes » (oraux, graphiques, gestuels, liés à du matériel, des artefacts...) que nous renvoient les élèves, en interaction entre pairs ou avec l'enseignant, pour comprendre comment ils fonctionnent et quelle cohérence ils développent. La présente étude s'attelle donc au repérage de tels signes et à la construction d'hypothèses sur les interprétations des élèves des différents éléments de l'activité mathématique.

II - ANALYSE A PRIORI DE LA SITUATION « BULLETIN DE COMMANDE »

1 Éléments de contexte et données recueillies

Notre étude porte sur une séquence d'enseignement de la numération décimale. La classe support de l'observation est une classe d'un Institut Médico-Éducatif (IME) avec 7 élèves de 12-13 ans déficients intellectuels. Nous suivrons plus particulièrement trois élèves (Nick, Mélanie et Angèle), dont un diagnostiqué dyspraxique visuo-spatial (Nick). L'enseignante de cette classe suit la formation CAPA-SH dans laquelle nous intervenons. Elle a élaboré et mis en œuvre en novembre 2016 une situation de numération, contextualisée par une commande fictive de craies, pour travailler avec ses élèves la décomposition des nombres.

Nous avons filmé la troisième séance qui a eu lieu le jeudi 17 novembre 2016 et avons enregistré différents échanges à propos de cette séance. Pour cette étude, nous nous appuyons donc sur différentes données issues :

- des échanges par mail entre enseignante et chercheuses huit jours avant la séance ;
- d'un entretien d'auto confrontation, trois mois après la séance (février 2017) ;
- des échanges entre stagiaires de la même promotion dans le cadre de la formation CAPA-SH, lors d'un visionnement de cette même séance, trois mois et demi après la séance.

L'extrait étudié concerne l'activité « Bulletin de commande » (cf. annexe 1) proposée à Nick, Mélanie et Angèle. Ces trois élèves travaillent sur des fiches (cf. le *document élève* de l'annexe 1) dans le « coin-maths » de la salle, espace avec une table, du matériel qui sera précisé par la suite et des affichages mathématiques au mur : un tableau des nombres (figure 1) et trois bandes numériques (figure 2).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figure 1. Tableau des nombres

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100																				

Figure 2. Trois bandes numériques

Après un « jeu du furet », rituel de comptage de « un en un » de 50 à 30, puis de 11 à 80 mené avec les sept élèves de la classe, l'enseignante invite Nick, Mélanie et Angèle à travailler ensemble dans le « coin-maths » tandis qu'elle s'occupera d'une autre élève. Les trois élèves reçoivent chacun un « bulletin de commande de craies » à compléter (cf. annexe 1) et disposent de matériel : un bac avec des bâtons en vrac, des paquets de dix bâtons élastiqués et des paquets de cent bâtons (constitués de dix paquets de dix bâtons) également élastiqués (cf. la photo du *matériel à disposition* de l'annexe 1). Les paquets ont été produits par les élèves lors d'une première séance (le jeudi 10 novembre). On ne sait suite à quelle consigne, les élèves ont voulu dénombrer des bâtons : « ils ont fait les paquets de cent avant... c'est eux qui ont voulu les compter, ils sont passés par les paquets de dix et de cent... on n'a jamais fini de compter la boîte entière, c'est un travail que j'avais pas prévu en fait. » (Extrait d'un entretien avec l'enseignante, février 2017). Lors d'une deuxième séance, le lundi 14 novembre, Nick et Angèle ont travaillé sur une activité (et une fiche) analogue à celle de la troisième séance, pour des commandes de

10, 30, 42, 55, 100 et 120 craies. Ils étaient alors accompagnés par l'enseignante dans l'utilisation du matériel : « c'est moi qui ai proposé le matériel d'emblée [...] la fois d'avant, ils prenaient le matériel, par exemple pour faire cent, ben, par dizaine, dix, vingt, trente, ... en comptant de dix en dix. » (Extrait d'un entretien avec l'enseignante, février 2017).

Nous proposons dans le paragraphe suivant une analyse *a priori* didactique. Comme toute analyse *a priori*, elle résulte d'une analyse préalable, complétée après le déroulement de la séance. Elle bénéficie aussi des apports des participants à l'atelier. Nous compléterons ensuite cette analyse par une analyse des signes (analyse sémiotique), en appui sur le document fourni aux élèves et le matériel disponible. Pour communiquer plus facilement, nous parlerons d'analyse didactique et d'analyse sémiotique, même si, pour nous, l'analyse sémiotique fait partie de l'analyse didactique. En revanche, il serait extrêmement complexe de faire une analyse sémiotique *a priori* des actions/productions des élèves.

2 Analyse *a priori* didactique

Nous considérons que la fiche de travail (cf. *document élève* de l'annexe 1) est conçue avec un seul type de tâches mathématiques, se déclinant de différentes façons en fonction d'un choix de valeurs des variables didactiques. Nous présentons ce type de tâches, les variables didactiques et nous exposons les techniques de résolution possibles, au sens de Chevallard (1999), c'est-à-dire les manières d'accomplir la tâche, compte tenu de l'institution dans laquelle elle se réalise.

2.1 Type de tâches et consigne

Le type de tâches mathématiques, sous-tendu par l'activité contextualisée de remplissage du bulletin commande de « boîtes de 10 » et de « craies à l'unité », consiste à décomposer un nombre écrit en chiffres en nombre de dizaines et nombre d'unités, voire de donner la décomposition **canonique** du nombre en dizaines et nombre d'unités⁵.

On peut remarquer que dans cette fiche, il n'y a pas de consigne. Nous savons que Nick et Angèle ont travaillé sur un bulletin de commande analogue lors de la séance précédente.

Le premier tableau impose une décomposition canonique en dizaines puisque dans la colonne « Boîtes de craies livrées » les élèves ont à compléter les pointillés de la réponse pré-remplie « boîtes de 10 ». Le second tableau permet différentes décompositions en dizaines et unités avec la réponse « boîtes de 10 et craies à l'unité » à compléter. L'effet des premiers items, couplé à celui du contrat didactique, peut laisser supposer que l'on cherche le nombre maximum de boîtes de dix craies associé au nombre minimum de craies à l'unité.

2.2 Variables didactiques

Les variables didactiques sont la taille des nombres (nombres de trois chiffres inférieurs à 200 ou pas), le fait que le nombre soit (ou pas) un multiple de dix, le fait qu'il y ait (ou non) un « 0 » au rang des dizaines, les relations entre les nombres successivement proposés, la présence (ou non) de matériel (bâtons), la disponibilité (ou pas) de groupes compacts de dix bâtons et/ou de cent bâtons, les supports autorisés, tels que tableau de nombres organisés (comme celui affiché au mur), bande numérique, tableau de numération, abaque..., calculatrice, brouillon.

2.3 Techniques de résolution

Différentes techniques sont envisageables pour les élèves, plus ou moins performantes ou plus ou moins adaptées selon le nombre de craies commandées. Nous les présentons ainsi que des mises en œuvre mettant en jeu différents systèmes sémiotiques.

⁵ Nous appellerons « décomposition canonique en unités de numération » la décomposition qui donne les nombres maxima d'unités de numération des rangs les plus élevés : par exemple 10 centaines 16 dizaines n'est pas une décomposition canonique en centaines et dizaines de 1160 ; en revanche 11 centaines 6 dizaines l'est.

Techniques en appui sur l'interprétation de l'écriture chiffrée

T₀ : Utilisation de relations connues. Des relations connues entre le nombre donné et le nombre de dizaines correspondant peuvent être utilisées, comme la relation « cent, c'est dix dizaines » qui, si elle a été mémorisée, permet de trouver de façon immédiate qu'il faut « 10 boîtes de 10 » pour une commande de 100 craies lorsque l'on revient au contexte des craies. En contexte, des relations trouvées entre nombre de craies commandées et nombre de « boîtes de 10 » et de « craies à l'unité » livrées et des calculs sur ces relations (produit par un entier ou somme de deux relations) peuvent être utilisés. Par exemple, le nombre de « boîtes de 10 » pour 200 craies commandées peut être déduit en doublant le nombre de « boîtes de 10 » pour 100 craies commandées. Autre exemple, le nombre de « boîtes de 10 » et de « craies à l'unité » pour 246 craies commandées peut être déduit en ajoutant ceux correspondant à 100 craies et 146 craies.

T₁ : Troncature. Le nombre maximum de « boîtes de 10 » est donné par une troncature à la dizaine du nombre donné et le nombre de « craies à l'unité » correspond au chiffre des unités du nombre donné. La troncature peut se faire par lecture directe sur l'écriture chiffrée ou à l'aide d'un tableau de numération que l'on complète. Si besoin, la lecture peut être accompagnée par des signes graphiques, par exemple un trait de séparation entre le chiffre des dizaines et celui des unités comme sur la figure 3. Elle peut être aussi accompagnée par l'utilisation du doigt (figure 4) ou de la main (figure 5) : par exemple le doigt ou la main cache le chiffre le plus à droite pour permettre la lecture du nombre de dizaines, puis le laisse apparent en cachant cette fois les autres chiffres.

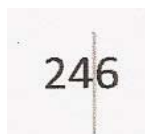


Figure 3

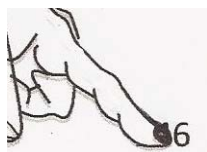
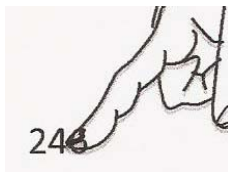


Figure 4

es mille	Classe des unités simples		
	u	c	d
		2	4

es mille	Classe des unités simples		
	u	d	u
			6

Figure 5

T₂ : Décomposition canonique en appui sur l'écriture chiffrée. Le nombre de « boîtes de 10 » et de « craies à l'unité » peut être trouvé avec la décomposition canonique en nombre de centaines, dizaines et unités du nombre donné à partir de son écriture chiffrée. Ensuite sont utilisés l'égalité entre 1 centaine et 10 dizaines, un calcul du nombre total de dizaines et la correspondance d'une dizaine avec une « boîte de 10 » et d'une unité avec une « craie à l'unité ». Par exemple, 246 se décompose en 2 centaines, 4 dizaines et 6 unités. Sachant que 1 centaine est égale à 10 dizaines, 2 centaines sont égales à 20 dizaines, 246 se décompose donc en (20 + 4) dizaines et 6 unités, soit en 24 dizaines et 6 unités. Il faut donc 24 « boîtes de 10 » et 6 « craies à l'unité ».

T₃ : Décomposition canonique en unités de numération en appui sur la lecture du nombre. Le nombre de « boîtes de 10 » et de « craies à l'unité » peut être trouvé avec la décomposition canonique en nombre de centaines, dizaines et unités du nombre donné à partir de la lecture de son écriture chiffrée. Ensuite sont utilisés l'égalité entre cent et dix dizaines, la relation entre le nom d'un multiple de dix et le nombre de dizaines correspondant, un calcul du nombre total de dizaines et la correspondance d'une dizaine avec « une boîte de 10 » et d'une unité avec une « craie à l'unité ». Par exemple, 246, lu « deux-cent-quarante-six », se décompose en « deux-cents », « quarante » et « six ». Sachant que « cent » est égal à « dix dizaines », « deux-cents » est égal à « vingt dizaines », sachant aussi que « quarante » est égal à « quatre dizaines », « deux-cent-quarante-six » se décompose donc en « vingt-quatre dizaines », et « six unités ». Il faut donc 24 « boîtes de 10 » et 6 « craies à l'unité ».

Autres techniques, en appui sur la structuration de la comptine orale ou du calcul

T₄₁ : Ajouts de 10. Le nombre de « boîtes de 10 » à commander peut être déterminé par des additions répétées de 10 jusqu'au nombre cible (c'est-à-dire jusqu'au nombre de craies à commander ou sinon jusqu'au plus grand nombre de la suite de sommes inférieur au nombre de craies à commander), suivi du dénombrement des termes 10 de la somme calculée. Le nombre de « craies à l'unité » correspond à la différence entre le nombre donné et le nombre cible.

T₄₂ : Retraits de 10. Le nombre de « boîtes de 10 » à commander peut être déterminé par des retraits successifs de 10 à partir du nombre donné tant que cela est possible (résultat de la soustraction supérieur ou égal à 10), suivi du dénombrement des termes 10 retranchés. Le nombre de « craies à l'unité » correspond au reste inférieur à 10.

Les techniques *T₄₁* et *T₄₂* sont en réalité au moins doubles car elles se déclinent version écrite et version orale avec appui mémoriel gestuel ou écrit. Les additions ou soustractions peuvent être calculées mentalement ou à l'aide des opérations successivement posées. Les résultats successifs peuvent aussi être trouvés grâce à l'énumération montante ou descendante de la comptine des nombres de dix en dix avec repérage pris sur les doigts (les doigts jouent le rôle d'instrument mémoriel), repérage sur un tableau de nombres (idem) ou à l'aide d'un marquage de traits sur une feuille par exemple. Le dénombrement des termes 10 se fait alors par comptage ou reconnaissance de configurations de doigts ou de marques.

Il existe d'autres techniques de type calcul qu'on ne développera pas : *T₄₃ : Multiplication par 10 à trous ; T₄₄ : Division par 10.*

Techniques en appui sur une représentation matérielle ou graphique

Ces techniques reposent sur la construction d'une collection organisée et équipotente à celles des craies commandées, suivie d'un dénombrement de « paquets de 10 » et de « craies à l'unité ». La construction d'une collection équipotente à celle des craies commandées peut être réalisée avec une représentation, matérielle ou graphique, des craies et boîtes de craies. Par représentation matérielle, nous entendons des objets tangibles manipulables : les bâtons à disposition peuvent être utilisés, en considérant par exemple qu'un bâton représente une craie et que dix bâtons élastiqués représentent une boîte de 10 craies. Une représentation graphique peut être sous forme d'un dessin de craies et de boîtes de craies (en appui sur les photos de l'énoncé ou sur les connaissances culturelles des élèves) ou encore sous forme de signes graphiques plus schématiques (par exemple un trait ou un rond pour représenter une craie, etc.).

Nous distinguons les techniques en fonction du mode de construction de la collection équipotente à celles des craies commandées.

T₅ : à partir de la représentation de « craies à l'unité ». La collection de craies est construite de « un en un », par une représentation matérielle ou graphique des craies, au fur et à mesure de l'énoncé d'un mot nombre de la comptine numérique jusqu'à la quantité de craies commandée. On réalise ensuite – ou bien au fur et à mesure – des « boîtes de 10 » jusqu'à ce qu'il reste moins de dix unités isolées. Pour cela, on regroupe les bâtons par dix en mettant un élastique autour, ou bien on les dispose dans une configuration donnée (par exemple, on réalise des lignes de dix bâtons) ; sur une feuille de papier, on peut par exemple entourer les traits par dix, on peut aussi faire les tracés dans une configuration où les paquets de dix seront visuellement repérables, etc. Pour terminer, on dénombre les « boîtes de 10 » réalisées et les « craies à l'unité » restantes.

T₆ : à partir de la représentation de « boîtes de 10 » et de « craies à l'unité ». La collection de craies est construite de dix en dix, par une représentation matérielle ou graphique des « boîtes de 10 », au fur et à mesure de l'énoncé d'un mot nombre de la comptine des dizaines (« dix, vingt, trente, ... ») jusqu'au nombre de craies à commander (si c'est un multiple de 10) ou sinon jusqu'au plus grand nombre inférieur au nombre de craies à commander. La collection de boîtes de craies est ensuite complétée, lorsque le nombre n'est pas multiple de 10, par des craies à l'unité.

T₇ : à partir de la représentation de « boîtes de 100 », de « boîtes de 10 » et de « craies à l'unité ». La collection de craies est construite en appui sur la décomposition canonique en nombre de centaines, dizaines et unités du nombre donné à partir de son écriture chiffrée ou en appui sur la lecture orale de cette écriture

chiffrée. Avec le matériel, on prend un nombre de bâtons correspondant au nombre d'unités, un nombre de « paquets de 10 » correspondant au nombre de dizaines et un nombre de « paquets de 100 » correspondant au nombre de centaines. On transforme chaque « paquet de 100 » en enlevant l'élastique, on libère ainsi dix « paquets de 10 ». On réunit alors les « paquets de 10 » obtenus avec les paquets analogues pour dénombrer l'ensemble de ces paquets.

3 Analyse sémiotique préalable

Nous cherchons à répertorier les signes produits par des actions intentionnelles de l'enseignante et des élèves telles que parler, écrire, dessiner, faire des gestes, manipuler un artefact, dans l'environnement des élèves et pendant l'activité. Dans ce paragraphe, nous nous limitons aux signes oraux, matériels et graphiques en circulation dans l'environnement de la classe et pour lancer le travail. Évidemment parmi les signes liés aux quantités figureront les noms de nombres à l'oral, avec leurs fonctions usuelles : désigner une quantité (dix craies, dix bâtons, deux boîtes...) ; désigner une mesure de quantité (nombres sans unité, expressions telles que « boîte de dix », « paquet de cent ») ; oraliser un nombre écrit en chiffres.

3.1 Signes écrits liés aux quantités

Des signes conventionnels liés aux quantités sont présents dans la fiche réalisée par l'enseignante, avec l'écriture en chiffres du nombre de craies dans une boîte et celle des nombres de craies commandées. Le premier nombre apparaît dans les expressions « boîtes de 10 craies » et « boîtes de 10 », les autres sont présentés dans la colonne d'en-tête « Nombre de craies commandées » dans les deux tableaux appelés « bulletins de commande » (100, 120, 150, 160, 200 pour le premier tableau ; 101, 146, 246, 333, 350 pour le deuxième). Des étiquettes sur lesquelles est écrit « 100 » sont présentes dans le bac de matériel, attachées aux paquets de cent bâtons, bâtons groupés en dix paquets de dix.

D'autres nombres écrits en chiffres sont affichés dans le « coin-maths » où se déroule l'activité : à la gauche des élèves, les nombres de 0 à 100 sont présentés dans un tableau organisateur de nombres (sur chaque ligne, les nombres ont le même nombre de dizaines et sur chaque colonne le même nombre d'unités, cf. tableau 1) ; devant les élèves sont affichées trois bandes de nombres (de 0 à 39, de 40 à 79 et de 80 à 100, cf. tableau 2).

Pour compléter la fiche, les élèves doivent écrire des nombres, mesures de quantité, tandis que les unités de ces quantités (« boîtes de 10 », « craies à l'unité ») ne sont pas à leur charge, elles sont déjà inscrites dans la colonne à compléter.

3.2 Matériel lié aux quantités

L'activité mathématique est contextualisée par une commande de craies à réaliser, avec une contrainte sur la forme de la commande pour provoquer la décomposition du nombre de craies à commander en nombre de « boîtes de 10 » et nombre de « craies à l'unité ».

Les craies sont évoquées sur la fiche des élèves par des signes écrits avec le terme « craies » et les expressions « craies toutes seules », « craies à l'unité », « boîte de 10 », « boîtes de craies », « boîtes de 10 craies ». Elles le sont aussi par la photo d'une « craie à l'unité » et celle d'une « boîte de 10 craies », présentées dans un tableau avant les bulletins de commande. Les élèves ont pu voir les objets réels (la craie et la boîte) lors de la séance précédente.

Des bâtons censés représenter les craies sont à disposition des élèves. Ces objets matériels sont en vrac dans un bac, soit groupés par dix avec un élastique, soit groupés par cent avec dix paquets de dix élastiqués, soit isolés. Le lien entre les craies et cette représentation par des bâtons a été pris en charge par l'enseignante lors de la séance précédente, suite à l'impossibilité de manipuler le « vrai » matériel, la quantité de boîtes de craies dans la classe n'étant pas suffisante. Possibilité est donc laissée aux élèves de réaliser des actions avec ce matériel.

3.3 Signes liés aux consignes et à l'organisation des tâches

Sur la fiche, le contexte est posé par les mots « commande » et les acteurs de la commande sont mentionnés : « Les professeurs de l'IMPro » et « les classes des petits ». Le travail à faire n'est pas

explicité. Il faut repérer dans le tableau les pointillés comme lieu de la réponse à écrire et coordonner les informations du tableau pour savoir quel type de réponse est attendu. *A priori*, savoir ce qu'il faut faire nécessite un accompagnement de l'enseignant sauf si ce type de présentation a déjà été rencontré dans la classe.

Le premier tableau associe langage écrit (« craie à l'unité », « boîte de 10 craies ») et photos correspondantes. Les deux autres tableaux ont pour titre « bulletin de commande ». Chacun associe le nom des clientes ou de la classe (1ère colonne) au nombre de craies commandées (2ème colonne) et aux boîtes de craies livrées (3ème colonne). La présentation synoptique choisie est censée représenter un bulletin de commande. La première colonne ne sert à rien pour la résolution de la tâche mathématique. Les tableaux ont autant de lignes que d'items. La présentation en tableau permet de limiter la répétition de la tâche.

Remarquons que la lecture de ces tableaux n'est pas analogue à celle requise pour le tableau de nombres affiché dans le « coin-maths ».

Un tableau est aussi un signe qui rend compte de liens entre des informations : regrouper des informations sur une même ligne est une façon schématique de rappeler (ou d'installer) le contexte et la tâche prescrite, les organiser en colonnes est une façon de rendre compte du même type de tâche par colonne. L'intention de l'enseignant est sans doute que le tableau se parcourt par ligne, sans attention particulière à l'information de la première colonne. Mais l'élève peut aussi l'appréhender par colonne...⁶

3.4 Signes en lien avec la pratique de l'enseignante

Dans ce paragraphe, nous relevons ce que l'enseignante nous donne à voir de certaines de ses croyances. L'enseignante choisit de contextualiser la tâche demandée par une situation plongée dans l'environnement scolaire des élèves (ceux-ci connaissent les professeurs, les locaux et les classes, on a besoin de craies). La volonté de l'enseignante, exprimée dans l'entretien d'auto-confrontation, est « d'ancrer ça [l'activité] dans une partie de leur réalité pour les aider à se projeter ». L'enseignante conserve cependant une situation artificielle : il est impossible de savoir à l'avance à l'unité près combien de craies seront consommées, une commande « authentique » est contrainte au moins par boîtes de dix, un bon de commande se fait en général par école... Cette pratique de pseudo-authenticité est usuelle dans l'enseignement ordinaire et spécialisé. L'enseignante cherche à préparer l'enrôlement dans la tâche, mais garde le contrôle des tâches proposées. Elle suppose que les élèves s'engageront moins facilement dans une tâche moins motivée socialement.

L'enseignante choisit de mettre à disposition des élèves un matériel, des bâtonnets, plus commode (et plus disponible) que des craies. Ce matériel peut avoir pour elle une double fonction (confirmée dans l'entretien) : aider à se représenter le problème des craies et aider à « décomposer des nombres ». Le double contexte (craies et bâtons) occasionne une tâche supplémentaire pour les élèves (transparente pour l'enseignante) : représenter les craies par des bâtons. Cette tâche n'est pas inintéressante puisque cela les entraîne à l'invariance de résultats dans deux contextes différents (craies et bâtons). Travailler directement dans le contexte bâtons eut été une autre possibilité.

Dans la continuité de la séance d'avant, l'enseignante choisit de présenter données et travail à faire dans un tableau. On peut supposer qu'avec cette présentation condensée l'intention de l'enseignante est de réduire le temps de lecture et d'écriture des élèves. L'enseignante organise la série de tâches de même type (décomposition canonique en dizaines et unités) dans deux tableaux, ce qui montre qu'elle prend en compte une variable didactique à deux valeurs (non, oui), à savoir la présence d'unités isolées.

Les informations fournies dans les deux colonnes de droite du tableau ne sont pas symétriques : la colonne du milieu ne comporte que des mesures, celle de droite des quantités (mesures et unités). Cela peut être le signe d'une connaissance faible du rôle des unités pour les grandeurs discrètes. Les entêtes donnent bien les unités de mesure (craies, boîtes de craies), mais sans préciser leur lien (une boîte, c'est dix craies).

⁶ Les trois élèves commenceront d'ailleurs par discuter des souvenirs liés à la fréquentation des enseignants mentionnés dans la première colonne et interpellent l'enseignante à ce sujet.

III - ANALYSE DE LA RÉALISATION DU DÉBUT DE L'EXERCICE

Rappelons que notre recherche se situe dans une approche compréhensive de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. Le but de nos analyses est de comprendre comment les concepts mathématiques se forment à travers les « actions pour soi » et les interactions sociales, lorsque les élèves font des mathématiques, avec l'hypothèse de travail qu'elles sont constitutives de leurs apprentissages. Nous nous référons ainsi à la théorie de l'objectivation (Radford, 2006). Nous cherchons donc à prendre en compte les signes provisoires des élèves et la nature provisoire de leurs interprétations dans les processus d'apprentissage, mais aussi à identifier les blocages et les malentendus sémiotiques qui se développent dans leur activité mathématique.

Dans cette partie, nous nous intéressons à la réalisation du début de l'exercice, c'est-à-dire au remplissage par les trois élèves du premier bulletin de commande. L'épisode démarre soixante-quinze secondes après le lancement de l'activité par l'enseignante :

Prof : Mélanie, Nick, Angèle, je vais vous donner une activité, toujours la même chose le bon de commande et qui ressemble à ce que vous avez fait, comme ça Mélanie, tu, ben tu vas travailler avec eux, ils vont te montrer ce qu'ils ont fait, et on pourra voir après pour les milliers, parce que c'est là où ça coïncitait la semaine dernière.

L'épisode étudié (cf. annexe 3) fait suite à des échanges de souvenirs liés à la fréquentation des enseignants des classes des petits mentionnés dans la première colonne du tableau, échanges qui mettent d'ailleurs en évidence l'effet distracteur du contexte choisi.

Dans un premier temps, nous allons identifier la façon de procéder des élèves pour trouver le nombre de boîtes de craies livrées en mettant en lien leurs procédures avec les techniques de résolution présentées dans l'analyse *a priori* de la partie précédente. Dans un second temps, nous identifierons les malentendus sémiotiques qui se produisent lors de l'activité des élèves.

1 Procédures utilisées par les élèves pour compléter le premier tableau

1.1 Quelques éléments méthodologiques

Sur le plan méthodologique, notre analyse est basée sur une transcription multimodale de l'épisode, réalisée à partir de nos données (vidéos et enregistrements de la séance). Nous utilisons le concept de faisceau sémiotique, qui est un système composé de différents signes – mots (parlés ou écrits), représentations écrites, formes d'expression extra linguistiques (gestes, regards, etc.), matériel, etc. – et de leurs relations mutuelles, produits par les élèves et leur enseignant dans des activités de classe (Arzarello, 2006). La transcription multimodale est constituée d'une ligne sémiotique (cf. la conférence de Sabena dans ce même colloque) présentée sous forme d'un tableau (cf. la transcription de l'épisode relatif à la commande de 100 craies en annexe 2). Sur la première ligne, nous inscrivons des repères de temps, instants auxquels démarre chacune des interventions, ce qui donne ainsi des informations précises sur leur durée. Nous numérotions les interventions chronologiquement sur la seconde ligne et sur la troisième, nous notons leurs auteurs. Nous présentons ensuite les signes observés et leurs auteurs en introduisant autant de lignes que nécessaires en fonction de ce que les données nous permettent de relever. Par exemple, dans l'épisode étudié, nous avons relevé des mots parlés et des mots écrits (notés respectivement en caractères droits et en italique sur la transcription), ainsi que des formes d'expression corporelle (regard, gestes, action avec du matériel), que nous présentons par une description écrite ou par des photos ou dessins. Ainsi, sur la ligne sémiotique, sont représentés d'une part, le caractère systémique du faisceau se référant aux relations entre les différents types de signes à un certain moment, et d'autre part, sa nature dynamique se focalisant sur les évolutions des signes et leurs transformations au cours du temps.

Si notre grain d'analyse sémiotique se situe au niveau micro (de l'ordre de la seconde), nous confortons aussi nos interprétations par une analyse didactique plus globale.

1.2 Procédures des élèves

Mélanie

Mélanie se montre capable de formuler oralement la tâche, en s'appuyant sur un exemple suite à l'expression par Nick de ce qu'il faut faire, « des paquets de dix » : « faut qu'tu r'gardes combien il en faut d'dix, combien il faut d'dix euh cent, combien il faut de boîtes de dix pour faire cent » (78). Les gestes de pointage qui accompagnent son discours (*frappés sur « 10 »* à la lecture de « boîtes de 10 » et *frappés sur « 100 »* à la lecture de ce nombre de boîtes de craies commandées) montrent qu'elle décode bien ce qui est attendu dans cette présentation de la tâche sous forme de tableau. Absente lors de la séance précédente, elle ne peut s'appuyer sur l'activité analogue déjà réalisée, comme le peuvent Angèle et Nick.

Mélanie interprète *paquets de dix* par *nombre de dix*. On la voit dénombrer les *dix* avec ses doigts pour la commande de cent craies (technique T₄₁) : elle lève successivement ses doigts de la main gauche à partir du pouce en pointant chaque doigt avec son crayon tenu dans la main droite, puis elle lève successivement ceux de la main droite tout en murmurant la comptine numérique de dix en dix jusqu'à cent. Elle reconnaît alors la configuration *dix doigts*, ce qui lui permet d'écrire le nombre 10 dans la case réponse. Dans cette action, nous pouvons dire que Mélanie utilise ses doigts comme artefact pour trouver la réponse. Pour Mélanie, les doigts considérés comme signe sont utilisés avec deux valences (Chevallard, 1994) : une valence instrumentale quand elle les utilise pour énumérer gestuellement les dizaines, une valence sémiotique quand elle reconnaît comme dix la configuration de tous ses doigts levés.

Mélanie complète ensuite de plus en plus rapidement le nombre de craies commandées sans utiliser ses doigts. Nous pouvons supposer qu'elle utilise la technique T₁ de troncature des nombres, par lecture directe sur l'écriture chiffrée, après avoir repéré le lien entre 100 et 10 dans sa première ligne complétée. Des exercices ultérieurs confirment sa capacité à repérer une relation entre les nombres d'une ligne d'un tableau pour la réinvestir sur les autres lignes.

Angèle

Angèle signale dès le départ son incompréhension du travail attendu (75. « eh faut faire quoi là, j'ai pas compris ? »). La formulation de la tâche sur un exemple par Mélanie la conduit à donner oralement, sans hésitation et sûre d'elle, le nombre de *boîtes de dix* (78) nécessaires pour la commande de 100 craies, puis celle de 120 (79. « Bah dix ! », 89. « Ça fait douze ! »). Pourtant, elle ne cesse de réclamer de l'aide à l'enseignante et à Mélanie pour faire l'exercice (« Madame, j'ai pas compris », « Faut nous aider Mélanie, hein »). Il se peut que l'organisation écrite en tableau ne lui permette pas de comprendre la tâche. Elle ne semble pas faire le lien entre ses réponses et ce qui doit être dans le tableau, ni avoir d'idée sur la façon de procéder pour résoudre l'exercice. Il est possible qu'elle utilise, pour les commandes de 100 et de 120 craies, la technique T₀ en appui sur un résultat connu. Les mêmes deux premières lignes du tableau ont en effet déjà été complétées trois jours plus tôt avec l'aide de l'enseignante, et Angèle peut avoir mémorisé les résultats.

Pour la commande de 150 craies, Angèle dit en hésitant : « ça fait cinq » et se reprend, sans doute, comme le laisse supposer son regard sur le « 15 » qu'est en train d'écrire Mélanie (« ça fait combien ? Quinze »). Nous pouvons faire l'hypothèse d'une confusion entre chiffre des dizaines et nombre de dizaines dans sa réponse « cinq » donnée au départ.

Angèle complète les lignes suivantes probablement en copiant les résultats notés par Mélanie tout en continuant à solliciter de l'aide (95. « Maîtresse, je suis perdue, Mélanie, elle ne nous aide pas aussi »). Mais il se peut aussi qu'elle ait repéré des régularités entre nombres écrits en chiffres et réponses précédentes.

Nick

Nick exprime la tâche à réaliser ainsi : « Tu fais des paquets de dix », ce qui correspond à une étape d'une technique s'appuyant sur une représentation matérielle, *a priori* la technique T₅ qui part des bâtons ou des craies isolées et qu'il a mise en œuvre avec l'enseignante trois jours plus tôt. *Faire des paquets de*

dix ne semble référer pour Nick qu'au matériel, qu'il ne cherche pas à utiliser cependant, peut-être parce que le bac de bâtons ne lui est pas accessible depuis sa place et que ni Mélanie, ni Angèle, ne s'en servent pour compléter le tableau. Aucune concrétisation de ce que suggère Nick (*faire des paquets de dix*), et qui correspond à ce qu'il a retenu de la séance précédente quand l'enseignante leur a demandé de se rappeler de ce qui a été fait (« on a fait des paquets d'*dix* »), n'apparaît de façon visible dans ses procédures de résolution de l'exercice. Pour commencer, il utilise probablement la réponse « bah dix » formulée par Angèle, en enchaînant oralement avec l'énoncé d'une procédure erronée, en appui sur la réponse pré-remplie « ... boîtes de 10 » du tableau (figure 7).

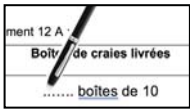
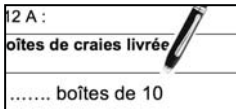
Nick :	ça fait dix	plus dix	ça fait vingt
			

Figure 7. Procédure erronée de Nick.

Il écrit les réponses « 10 », « 12 » et « 5 » dans son tableau après leur formulation orale par Angèle et il continue de façon autonome en écrivant « 6 » comme nombre de « boîtes de 10 » pour la commande de 160 craies. Il semble partager la confusion d'Angèle entre chiffre des dizaines et nombre de dizaines. Il rectifie ses deux réponses par « 15 » et « 16 » suite à l'intervention d'Angèle (« ça fait combien ? Quinze »). Le « 40 », inscrit comme nombre de « boîtes de 10 » pour 200 craies commandées, pourrait provenir de la somme des quatre « 10 » des lignes précédentes. Nous entendons en effet par la suite, à plusieurs reprises, Nick tenter d'ajouter des nombres du tableau. La présentation sous cette forme contribue peut-être à cet « automatisme ».

2 Malentendus sémiotiques

Nous identifions deux types de malentendus au sein des faisceaux sémiotiques : des malentendus liés à des connaissances mathématiques et des malentendus de type interactionnel.

2.1 Malentendus liés à des connaissances mathématiques

Nick semble considérer que les nombres écrits en chiffres sont là pour être ajoutés entre eux, qu'une réponse doit s'appuyer sur un calcul. Pour la réponse de la première tâche (Mme Couvet), l'enseignante attend l'écriture du nombre « 10 » dans le vide laissé, pour obtenir *10 boîtes de 10*, implicitement *10 boîtes de 10 craies*. Or, suite à l'intervention d'Angèle qui donne à l'oral la réponse dix (79. « bah dix ! »), Nick déclare : « Ça fait dix plus dix, ça fait vingt » en pointant les deux places de *dix* dans la case concernée (82). Et il reformule en passant des mesures aux grandeurs suite à l'interrogation de Mélanie et en utilisant le même pointage : (84) « Ça fait dix boîtes, puis on en prend dix ». Ainsi, l'écrit est mal décodé par Nick, son interprétation semble révéler un malentendu sur la fonction de l'écrit en chiffres, qui ne serait proposé qu'afin de calculer. Cette hypothèse est corroborée lors du moment de la correction (hors annexe 3) avec l'enseignante, quand Nick dénombre cent bâtons en les comptant par paquets de dix (« dix, vingt, trente, ..., quatre-vingt-dix, **cent** ») et conclut : « Ça fait cent-dix ». L'expression « de 10 » dans « boîtes de 10 » déclenche chez lui un ajout. En outre, à la fin du remplissage du premier tableau, on l'entend calculer à voix basse et énoncer le résultat suivant : « ça fait mille cinq cent quatre-vingt-cinq » comme s'il avait voulu ajouter tous les nombres du tableau.

Angèle, s'intéressant à la deuxième tâche (120 craies), oralise de façon erronée le nombre 120 dans sa réponse (87. « Ça fait douze, deux cent-vingt »), « prononçant » en quelque sorte deux fois le 2. Elle est immédiatement reprise par Mélanie (« **Cent**-vingt »), ce qui ne fait pas varier sa réponse (« Ça fait douze ! »). Ce malentendu est lié à la conversion entre oral et écrit en chiffres d'un nombre.

Les réponses correctes d'Angèle, dix et douze, peuvent être connues de mémoire (réponses à la même tâche réalisée trois jours plus tôt) ou trouvées par une analyse de l'écriture chiffrée des nombres. L'analyse de l'écrit est corroborée dans la troisième tâche (150 craies), où Angèle déclare cinq (pour les boîtes de dix) du tac au tac (91. « Ça fait ... cinq »), le cinq repris par écrit par Nick (92). Cette réponse erronée nous semble traduire la difficulté de l'interprétation de la dizaine : chiffre dans le nombre ou nombre maximal de « dix » contenus dans le nombre.

Nous relevons ainsi plusieurs types de malentendus, qui ne sont pas inconnus des didacticiens et peuvent être liés par exemple à :

- la fonction des nombres écrits en chiffres dans la vie scolaire : par exemple pour Nick, les nombres semblent par moment très détachés des quantités qu'ils représentent, comme le constatent Drouhard & al. (1994) pour des élèves de collège étudiant l'algèbre ;
- l'utilisation conjointe de l'oral d'un nombre et de son écriture en chiffres pour dénombrer (Mounier, 2016) ; notamment le fait qu'un chiffre ait un nom différent selon sa position dans le nombre : le 4 de « 34 » se dit quatre ; le 4 de « 43 » se dit quarante.

2.2 Malentendus de type interactionnel

L'enseignante engage les trois élèves à travailler ensemble (« comme ça Mélanie, tu, ben tu vas travailler avec eux, ils vont te montrer ce qu'ils ont fait ») : Angèle et Nick ont travaillé avec l'enseignante lors de la séance précédente sur le même type de fiche, Mélanie était absente. Ainsi, l'enseignante installe le travail de groupe et dévolue la consigne de travail à Nick et Angèle.

Or les interventions d'Angèle montrent qu'elle ne se sent pas, par rapport à Mélanie, en position haute (Suau & Assude, 2016) de *celle qui donne la consigne*, bien au contraire. Ses attendus d'un travail de groupe ne sont pas en accord avec ceux que prévoit l'enseignante, compte tenu de la position haute qu'Angèle accorde habituellement à Mélanie (87. « Faut nous aider Mélanie hein »). Angèle semble accorder de l'importance à l'avis de Mélanie, qu'elle considère comme *celle qui sait*, sans doute aussi parce que Mélanie travaille habituellement avec deux élèves d'un meilleur niveau (information donnée par l'enseignante lors de l'entretien d'auto-confrontation). Comme Mélanie n'obtient pas l'aide qu'elle attend, elle se tourne vers l'enseignante « Maîtresse je suis perdue, Mélanie, elle nous aide pas aussi ». La dynamique interactionnelle qu'a voulu mettre en place l'enseignante ne fonctionne pas. Finalement c'est Mélanie qui initie le travail.

Lorsque Mélanie explique à Angèle ce qu'il faut faire en s'appuyant sur la première tâche (78. « faut qu'tu r'gardes combien il en faut d'dix, combien il faut d'dix euh cent combien il faut de boîtes de dix pour faire cent »), Angèle répond « bah dix ! » comme une évidence pour elle. Mélanie réplique par un geste des mains d'une durée assez longue (5 secondes) en tournant la tête à Angèle et sans mot dire. Durant ce geste, Nick dit à Angèle : « tu fais comme tu veux » (80) : on peut penser qu'il interprète ainsi le geste de Mélanie. Angèle enchaîne directement en interpellant l'enseignante et en exprimant son incompréhension de ce qu'il faut faire (81. « Madame, j'ai pas compris »). Cela peut découler aussi de son interprétation du geste de Mélanie, geste qui ne valide pas sa réponse, voire qui l'invalidé !

Mélanie cependant n'est pas en mesure de valider ou d'invalidé la réponse d'Angèle au moment où celle-ci la formule. Juste après, on la voit en effet mettre en œuvre une technique d'énumération avec les doigts en énonçant la comptine de dix en dix jusqu'à cent et noter la réponse « 10 » sur sa feuille. Les propos de Mélanie qui suivent son geste peuvent aussi éclairer en différé le sens de ce qu'elle veut transmettre par ce geste : Angèle et Nick ont déjà fait l'exercice, donc ils devraient savoir, alors qu'elle, elle ne l'a pas fait (85. « vous l'avez fait quand ? quand j'étais pas là, eh ben voilà, vous l'avez fait ! »). Nous identifions donc le sens du geste donné par Mélanie et les différentes interprétations qui en sont faites par Angèle et Nick comme un *malentendu de type interactionnel*.

Concernant le travail de groupe entre les trois élèves, si Angèle est en attente d'aide de la part de Mélanie, en revanche, elle ne tient absolument aucun compte des tentatives d'aide proposées par Nick : elle semble ne pas l'entendre et ne faire confiance qu'à Mélanie. Pourtant, celui-ci fait preuve d'une attitude ouverte et disposée à des échanges en groupe, conformément à ce qui a été demandé par l'enseignante. Il répond à la question d'Angèle lorsqu'elle demande ce qu'il faut faire (77. « Tu fais des paquets de dix »), il donne aussi réponse à la question de Mélanie (85. « Vous l'avez fait quand ? ») en prenant la peine de réfléchir à quand l'exercice a été fait, même si cela n'apporte rien à la résolution de la tâche (86. « j'ai fait ... je réfléchis, euh, j'ai fait lundi »), il traduit la réponse gestuelle de Mélanie par le langage pour éclairer Angèle, il est réceptif aux réponses données à l'oral par Angèle et Mélanie, il les intègre dans sa réflexion. Ainsi, il va prendre les réponses « 10 », « 12 » et « 5 » pour les trois premiers items, déduire la réponse « 6 » pour le quatrième, puis transformer les « 5 » et « 6 » en « 15 » et « 16 » quand il entendra Angèle affirmer « quinze ». Enfin, il corrigera la première réponse « 10 » du premier

tableau en « 101 » quand Mélanie parlera des cent-une craies du deuxième tableau. Cet incident nous laisse supposer que Nick n'exerce aucun contrôle sur ses réponses. Pour la transformation de « 10 » en « 101 », nous identifions un *malentendu-mal vu* que l'on peut peut-être attribuer aux difficultés de Nick à se repérer sur une feuille et dans un tableau, vu ses troubles visuo-spatiaux.

Mélanie, quant à elle, ne cherche pas à faire un travail de groupe, elle accepte juste d'explicitier ce qui est attendu. Elle refuse de prendre le rôle d'aidant qu'Angèle veut lui attribuer (97. « Moi j'peux pas travailler, vous aider et travailler en même temps, moi aussi faut qu'j'travaille. »).

Cette analyse met en évidence que les élèves peuvent ne pas comprendre soit ce qui est attendu d'eux, le tableau semble avoir un effet perturbateur sur Angèle et Nick, soit le rôle qui leur a été attribué au sein du groupe de travail : Angèle attend de l'aide de la part de Mélanie ; Mélanie réalise l'activité individuellement, ne se sentant pas capable de travailler et d'apporter de l'aide en même temps aux deux autres ; Nick essaie d'échanger avec Angèle et Mélanie, mais semble *parler dans le vide*, par exemple sa traduction erronée de « 10 boîtes de 10 » par « ça fait dix plus dix, ça fait vingt » n'est pas contestée par Mélanie alors qu'elle obtient une autre réponse en utilisant ses doigts au même moment. Ces malentendus peuvent avoir un impact déterminant sur la construction des concepts mathématiques visés car ceux-ci se réalisent dans un contexte interactionnel et *incarné*.

Grâce à cette observation il est possible de voir que le rôle que l'enseignante assigne à certains élèves (aider Mélanie à comprendre la consigne pour Angèle et Nick) et l'estimation que chacun a des connaissances de l'autre (la hiérarchie entre *sachants* que les élèves ont intégrée) influencent les interactions et les réponses. Ce phénomène n'est pas inconnu, il entre en résonance avec ce qu'a pointé Butlen (2012), lors de l'échec d'Yvan (Butlen 2012, p.141) dans un jeu de course à vingt entre deux élèves psychotiques. Il semblerait qu'un élève de l'enseignement spécialisé ait plus de mal à détacher la tâche scolaire de l'environnement matériel, social et affectif dans lequel elle s'insère. Il met en œuvre moins de contrôles de type mathématique sur les propositions de réponse (les siennes ou celles de ses pairs).

En brève conclusion, il nous semble avoir montré qu'une analyse sémiotique, en complément d'une analyse didactique au sens où nous l'entendons, nous permet d'enrichir nos connaissances sur les façons d'élèves de l'enseignement spécialisé d'interagir, d'apprendre, de comprendre les mathématiques et d'avancer sur les dimensions autres que linguistique et graphique de l'activité mathématique.

IV - BIBLIOGRAPHIE

ARZARELLO F. (2006) Semiosis as a multimodal process, *Relime*, vol.9, extraordinario 1, 267-299.

BLOCH I. (2009) Enseignement des mathématiques à des élèves "en difficulté" : quelques outils pour la formation, à partir de situations et d'une étude des signes mathématiques, 63-79, in *Actes du 35^e colloque COPIRELEM, Bombannes 2008*.

BUTLEN D. (2012) Questions autour de l'enseignement des mathématiques en ASH : deux exemples de recherche. Réflexions et perspectives. 126-148, In *Actes du Séminaire National de Didactique 2012*, ARDM

CHEVALLARD Y. (1994) Ostensifs et non ostensifs. *Conférence de Turin*. En ligne sur : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Ostensifs_et_non-ostensifs.pdf

CHEVALLARD Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19 (2), 221-226.

DROUHARD J.-P., LEONARD F., MAUREL M., PECAL M., SACKUR C. (1994) Calculateurs aveugles, dénotation et entretiens "faire faux". *Séminaire Franco-Italien II de Didactique de l'Algèbre* (Nice).

DUVAL R. (2006) Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques, 67-89, in *Actes du 32^{ème} colloque COPIRELEM : Enseigner les mathématiques en France, en Europe et ailleurs. Strasbourg 2005*. IREM de Strasbourg.

MARTINELLI E. (2012) Nombres et sémiotique peircienne, in *Actes du 38^e colloque COPIRELEM. Dijon 2011*.

MOUNIER E. (2016) École et nouveaux outils d'analyse des procédures de dénombrement pour explorer leurs liens avec la numération écrite chiffrée et la numération parlée. *Recherches en didactique des mathématiques*, 36 (3), 347-396.

ATELIER A11

PETITFOUR E. (2015) *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6^{ème}*. Thèse de l'Université Paris 7.

RADFORD L. (2003) Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization, *Mathematical Thinking and Learning*, **5(1)**, 37-70.

RADFORD L. (2006) Elements of a Cultural Theory of Objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, 103-129.

SUAU G. & ASSUDE T. (2016) Pratiques inclusives en milieu ordinaire : accessibilité didactique et régulations. *Carrefours de l'éducation*, **42**, 155-169.

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, **10 (2-3)**, 133-170.

VERGNAUD G. (2004) Un cadre général en guise d'introduction. *La nouvelle revue de l'ALS*, **27**, 1-7.

V - ANNEXES

1 Annexe 1 : “Bulletin de commande”

1. Document élève :

La commande de craies pour les classes des petits

Les professeurs de l'IMPro commandent des craies.

Le marchand ne vend que des boîtes de 10 et des craies toutes seules (à l'unité).

Craie à l'unité	
Boîte de 10 craies	

Voici le bulletin de commande des professeurs du bâtiment 12 A :

Clientes	Nombre de craies commandées	Boîtes de craies livrées
Mme C.	100	 boîtes de 10
Mme F.	120	 boîtes de 10
Mme D.	150	 boîtes de 10
Mme M.	160	 boîtes de 10
Mme V.	200	 boîtes de 10

Voici le bulletin de commande pour le collège du C. :

Classes	Nombre de craies commandées	Boîtes de craies livrées
Classe de 6°	101	 boîtes de 10 et craies à l'unité
Classe de 5°	146	 boîtes de 10 et craies à l'unité
Classe de 4°	246	 boîtes de 10 et craies à l'unité
Classe de 3°	333	 boîtes de 10 et craies à l'unité
Classe de SEGPA	350	 boîtes de 10 et craies à l'unité

2. Matériel à disposition



2 Annexe 2 : Ligne sémiotique de l'épisode "commande de 100 craies"

An : Angèle, Ni: Nick, Me: Mélanie

		1'30	1'31	1'34	1'36
		79	80		81
		An	Me	Ni	Me
M O T S	An	bah dix !			Madame j'ai pas compris
	Me				<i>murmure la comptine de dix en dix</i>
	Ni			tu fais comme tu veux	
C O R P S	An				
	Me				<i>lève successivement ses doigts : main gauche à partir du pouce, pointant avec son crayon dans main droite (cinq frappements)</i> 
	Ni				

		1'38	1'41	1'42
		82		83
		Me	Ni	Me
M O T S	An			
	Me	<i>Murmure ... quatre-vingt, quatre-vingt-dix, cent</i>		Heinein ?
	Ni		ça fait dix	plus dix
C O R P S	An			
	Me			<i>s'apprête à écrire, puis cherche un autre stylo</i>
	Ni			<i>regarde Me</i>

		1'46	1'49	1'54	2'04
		85	86	87	88
		Me	Ni	Me	An
M O T S	An				faut nous aider Me hein
	Me	vous l'avez fait quand, quand j'étais pas là, eh ben voilà, vous l'avez fait.	j'ai fait ... je réfléchis, euh, j'ai fait lundi		
	Ni				
C O R P S	An				
	Me		<i>écrit « 10 » sur la 1^{ère} ligne</i>		
	Ni				<i>écrit « 10 » sur 1^{ère} ligne</i>

3 Annexe 3 : Réalisation du début de l'exercice

- 75 An : eh faut faire quoi là j'ai pas compris ?
 76 Me : en fait faut qu'tu ...// *pointe sa feuille 4 fois*
 77 Ni : tu fais des paquets de dix
 78 Me : faut qu'tu r'gardes combien il en faut d'dix, combien il faut d'dix euh cent, combien il faut de boîtes de dix pour faire cent // *pointe sur l'énoncé*
 79 An : bah dix !
 80 Me : *réponse uniquement gestuelle qui ne dit ni oui, ni non*
 // Ni : Tu fais comme tu veux
 81 An : Madame j'ai pas compris
 82 Ni : ça fait dix // *pointe (2) plus dix // pointe (3), ça fait vingt...*
 // Me : *compte sur ses doigts de 10 en 10 en allant jusque 100*
 83 Me : hein ?
 84 Ni : Ça fait dix boîtes, puis on en prend dix
 85 Me : vous l'avez fait quand, quand j'étais pas là, eh ben voilà, vous l'avez fait. *Elle écrit 10 sur la première ligne.*
 86 Ni : j'ai fait ... je réfléchis, euh, j'ai fait lundi

(2)

ment 12 A :	
Boîte de craies livrées	
..... boîtes de 10	

(3)

ment 12 A :	
Boîte de craies livrées	
..... boîtes de 10	

- An : faut nous aider Me hein
 87 An : *affirmative* : ça fait douze, deux cent vingt
 88 Me : *la reprend* : cent vingt !
 89 An : ça fait douze !
 90 Ni : *écrit 10 sur la 1^{ère} ligne, 12 sur la 2^{ème} du premier tableau*
 Ni à voix basse : cent cinquante, il réfléchit le nez en l'air
 // Me écrit 12 sur la 2^{ème} ligne du premier tableau
 91 An : ça fait ... cinq
 // Me : Attends (elle n'a pas encore écrit 15)
 92 Ni : ouais, Ni écrit 5 sur la 3^{ème} ligne du premier tableau
 // Me écrit 15 sur la 3^{ème} ligne du premier tableau
 93 An : ça fait combien ? Quinze (*affirmative*) quinze
 // Me écrit 16 sur la 4^{ème} ligne du premier tableau
 // Ni écrit 6 sur la 4^{ème} ligne du premier tableau
 94 Ni : *regarde An et corrige son 5 en 15 et son 6 en 16 (4)*
 // Me écrit 20 sur la 5^{ème} ligne du premier tableau

nombre de craies	
100	10
120	12
150	15
160	16
200	20

(4) Feuille de Ni

- 95 An : maîtresse je suis perdue. Me elle nous aide pas aussi (5)
 An essaie de regarder discrètement sur Me qui en est à compléter la 1^{ère} ligne du second tableau.
 96 Prof : j'arrive, une seconde An
 Prof travaille avec Alex : tu dessines la commande qu't'as préparée (main sur les bâtons), t'imagines que c'est des craies hein parce que je n'ai pas assez de craies (montre la boîte de craies) pour vous donner des boîtes entières

(5)

- 97 Me : moi j'peux pas travailler, vous aider et travailler en même temps, moi aussi faut qu'j'travaille
 // Me complète la 2^{ème} ligne second tableau
 // Ni écrit 40 sur la 5^{ème} ligne du premier tableau.
 La 1^{ère} ligne du second tableau le laisse perplexe
 98 Me : *fini le second tableau.*
 // Ni : *Tout bas, pour lui* : qu'est ce qu'on voit au six ? // *pointe avec son crayon « 6° » sur la fiche.* N'importe quoi ! ça fait mille cinq cent quatre-vingt-cinq
 99 Me : voilà, là, mettons cent, cent un, combien il faut d'boîtes de dix
 //An : dix et un
 100 Me : et une craie de l'unité, eh ben voilà ! fesez ça hein !
 Ni : moi j'l'ai fait, Ni corrige la 1^{ère} ligne du premier tableau en écrivant 1 après le 10 pour obtenir 101.

