UNE SITUATION DE FORMATION D'ENSEIGNANTS POUR APPRENDRE À VOIR EN GÉOMÉTRIE

Sylvia COUTAT
Chargée d'enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
Equipe DIMAGE
Sylvia.Coutat@unige.ch

Céline VENDEIRA
Chargée d'enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
Equipe DIMAGE
Celine.Marechal@unige.ch

Résumé
Ce texte présente une situation de formation utilisée dans la formation initiale d'enseignants du premier degré sur la reconnaissance de formes géométriques. Cette formation vise à entrainer chez les étudiants à un changement de regard sur les formes géométriques afin de construire une situation d'apprentissage pour des élèves de 4-8 ans autour de la reconnaissance de formes. Cette situation de formation s'appuie sur les travaux de Houdement et Kuzniak (1998) concernant les paradigmes géométriques ainsi que sur les travaux de Duval et Godin (2006) autour de la déconstruction dimensionnelle des formes. Selon nous, ce changement de regard des formes géométriques permettra d'accompagner le changement de paradigmes (entre GI et GII). Ces éléments théoriques sont finalement mis en pratique par les futurs enseignants à travers la préparation de différentes tâches (jeu du « qui est-ce ? » puis « jeu des familles » et « retrouve la bonne forme » (Coutat, Vendeira, 2016)). Ces tâches initialement conçues pour le primaire ont été adaptées aux enseignants en formation dans le but de faire émerger questionnements et réflexions autour de la reconnaissance de formes à l'école primaire. L'ensemble de cette formation est finalement motivée et analysée à travers les travaux de la didactique professionnelle (Pastré 2011) que nous présentons brièvement.

Cet article expose une situation de formation initiale d'enseignants du premier degré. Cette formation s'appuie sur une recherche en cours concernant l'apprentissage des premières propriétés géométriques à l'école maternelle (caractéristiques, Coutat, Vendeira 2016). Dans la première partie nous présentons les éléments théoriques qui sous-tendent notre propos. Tout d'abord les paradigmes géométriques développés par Houdement et Kuzniak (1998) permettent d'aborder les différentes pratiques en géométrie et de les rapprocher des apprentissages en classe. Ainsi les élèves s'initient à la géométrie à travers la manipulation d'objets géométriques tels que les formes géométriques et les instruments. Progressivement les propriétés sont introduites et la géométrie devient plus abstraite et théorique. Cette évolution dans la géométrie s'accompagne d'une évolution de la vision des objets géométriques. Les travaux de Duval et Godin (2005) ont permis d'identifier 3 visions des objets géométriques, une vision première et naturelle et deux visions qui nécessitent un réel apprentissage. Ces deux premiers éléments théoriques problématisent les contraintes et objectifs de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Puis nous présentons brièvement le contexte de formation à Genève avec les ressources disponibles pour les enseignants. Afin d'associer les contraintes de formation et les contraintes d'enseignement, nous utilisons le cadre de la didactique professionnelle (Pastré, 2011). Ces travaux nous permettent d'identifier quels sont les gestes professionnels auxquels les futurs enseignants doivent être sensibilisés au cours de leur formation. Dans la seconde partie nous présentons la situation de formation en nous appuyant sur les éléments présentés de la didactique professionnelle. Quelques exemples de productions d'étudiants sont présentés et analysés dans la troisième partie. Enfin nous concluons sur les éléments prometteurs d'une telle situation pour des futurs enseignants.

I - ÉLÉMENTS THÉORIQUES

1 Les paradigmes géométriques

Les connaissances géométriques des élèves évoluent au cours de la scolarité portées par l'évolution de la déduction et de la nature de l'expérience sollicitée. Les paradigmes géométriques développés par Houdement et Kuzniak (1998) reprennent ces différents éléments de réflexion. Chaque paradigme implique des spécificités de résolution d'un problème géométrique. Les trois paradigmes sont présentés dans le tableau 1.

Paradigmes	**Géométrie naturelle GI**	**Géométrie axiomatique naturelle GII**	**Géométrie axiomatique formaliste GIII**
Intuition	Sensible et perceptive	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Aspect privilégié	Évidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets

Tableau 1 : extrait de Houdement, Kuzniak (1998)

Ces paradigmes n'ont pas été identifiés à partir des contraintes scolaires, cependant il est possible d'associer des cycles d'étude à ces paradigmes. À l'école primaire, les élèves ont une première approche de la géométrie basée sur l'observation, le sensible et les instruments. Les élèves s'appuient sur une intuition perceptive avec une expérience liée à un espace mesurable, ils se placent dans le paradigme GI. Le secondaire (élèves de 11-15 ans) est une étape charnière dans le passage au paradigme GII avec la construction d'une première axiomatique et le développement d'une déduction utilisant la démonstration. En France le passage au paradigme GII peut être amorcé dès les dernières années du primaire (Braconne-Michoux 2008). Ainsi même si les instruments et la perception restent prépondérants, les propriétés font leur apparition.

2 La déconstruction dimensionnelle

Conjointement aux paradigmes, la pratique de la géométrie évolue aussi avec la vision des figures géométriques. Selon Duval (2005) il existe différentes visions d'une même figure géométrique. La vision première, mobilisée instinctivement, repose sur les surfaces des formes, éléments 2D. Une autre façon de voir est de prendre en compte les droites qui composent les formes, appelée vision 1D. Enfin il est aussi possible de d'identifier les formes à partir de points spécifiques, la vision 0D. Selon Duval & Godin :

> Ce qui, d'emblée, est reconnu comme une forme 2D, ne se décompose pas perceptivement en un réseau de formes 1D. Autrement dit, il y a une priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D. Quant aux points n'en parlons pas ! (Duval, Godin, 2006, p. 7)

Ce changement de regard n'est pas anodin dans la pratique de la géométrie dès le paradigme GI. En effet, ce changement de regard doit être amorcé dès l'école primaire. Des recherches (Perrin-Glorian & Godin, 2014) démontrent que l'utilisation des instruments dans des activités de reconstruction permet de relier la géométrie physique aux concepts géométriques, cela s'appuyant sur l'évolution de la vision. Ces tâches de reconstruction sont introduites auprès d'élèves de 9-11 ans. D'autres recherches (Coutat & Vendeira, 2016) visent un travail sur les différentes visions avec des élèves de 4-6 ans en utilisant des formes spécifiques (Image 1). La spécificité de ces formes réside dans le fait que les élèves de 4-6 ans n'ont pas les connaissances géométriques pour les nommer. Ainsi leur perception de ces formes s'appuie sur ce qu'ils peuvent reconnaitre en utilisant une vision 2D et en associant la forme à un objet connu (flèche, montagne, vase, …). Il est possible de contraindre les élèves à mobiliser une vision 1D en proposant une collection de formes aux contours proches et perceptivement proches (Image 2). Ainsi la vision 2D n'est plus suffisante pour distinguer les formes et identifier les différences entre les formes. Ces différences portent sur les caractéristiques des formes (symétrie, convexité, longueur de côtés, …) et sont identifiables par une vision 1D voire 0D.

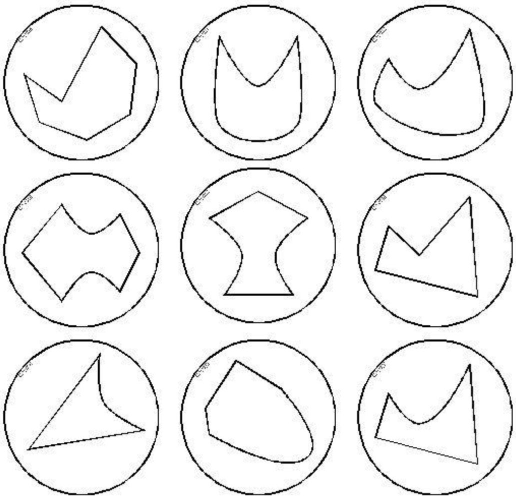

Image 1

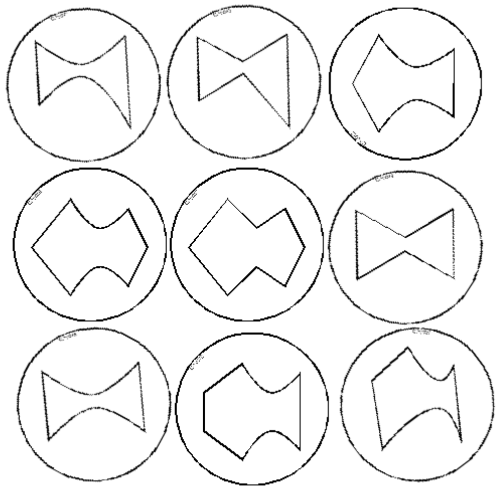

Image 2

Ce changement de regard nécessaire sur les figures, est l'un des points clé de l'entrée dans la géométrie axiomatique naturelle.

Dans la suite nous revenons brièvement sur les ressources disponibles pour les enseignants afin d'identifier dans quelle mesure ils peuvent accompagner les élèves dans ces différentes évolutions.

3 La didactique professionnelle

Selon Pastré (2011) la didactique professionnelle se démarque des didactiques disciplinaires dans le sens où elle ne se centre pas sur les savoirs et leurs transmissions mais sur les connaissances construites par le sujet dans son rapport à l'activité. Ainsi ce sont l'analyse et la transmission des actions et des gestes professionnels qui sont au centre de la didactique professionnelle. Les connaissances visées sont alors des connaissances opératoires qui émergent de l'activité, guident et orientent l'action. Ainsi, la didactique professionnelle s'appuie fortement sur le concept de schème développé par Vergnaud (1990), qui permet de définir les invariances dans l'activité pour une classe de situation données. Les méthodologies d'analyse en didactique professionnelle s'appuient aussi sur la psychologie ergonomique en distinguant la tâche prescrite de la tâche réelle. En effet, les descriptions des tâches ou leurs objectifs prescrits ne contiennent en général pas l'ensemble des actions, il est aussi possible que les actions évoluent et s'adaptent progressivement.

L'analyse du travail en didactique professionnelle s'appuie sur une analyse de la tâche et de sa description. Cette première analyse définit les *concepts organisateurs* qui forment le squelette de la tâche. Certaines actions y sont décrites formellement. Cependant, certaines actions spécifiques émergent au cours de la réalisation de la tâche. Ces tâches n'ont pas de statut officiel mais sont pourtant partagées socialement. Afin d'identifier ces tâches spécifiques, une deuxième analyse se centre sur les actions mobilisées et transmises dans l'action, elle permet de définir les *concepts pragmatiques*. Ainsi selon Pastré

(2011) l'ensemble des concepts, organisateurs et pragmatiques, qui orientent l'action pour une classe de situations données, définissent la *structure conceptuelle* d'une situation (Image 1). L'analyse de l'assimilation par un acteur de la structure conceptuelle d'une situation donnée, donne le *modèle opératif* de l'acteur pour cette classe de situations.

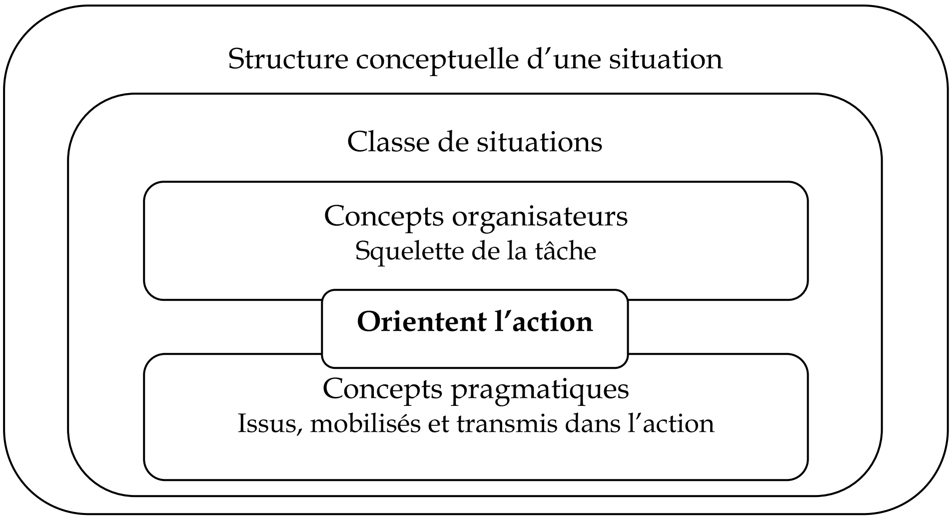

Image 1

Dans le contexte de l'apprentissage professionnel, l'objectif est que le modèle opératif de l'acteur soit le plus complet possible. Pour cela il s'agit de faire rencontrer à l'acteur plusieurs classes de situations afin qu'il construise un ensemble de concepts pragmatiques et organisateurs conséquent. Les concepts organisateurs peuvent être acquis lors d'analyses de tâches. Les concepts pragmatiques étant liés à l'action de l'acteur, c'est aussi dans et par l'action que les apprentissages professionnels se construisent. L'enrichissement de ce modèle opératif est appelé *genèse conceptuelle*.

Si on se place dans le cas particulier des étudiants en formation initiale d'enseignants du premier degré, leur modèle opératif peut être très pauvre en ce qui concerne les concepts pragmatiques. En effets, ceux-ci s'acquièrent au cours des éventuels stages suivis par l'étudiant. La genèse conceptuelle de l'étudiant est donc à prendre en compte lors de sa formation en visant aussi bien des concepts organisateurs que des concepts pragmatiques. Pour cela plusieurs dispositifs de formation peuvent être envisagés (jeux de rôles, analyses de séances de classes, analyses de tâches…) leurs ambitions devant être que les étudiants mobilisent des actions guidées par des concepts organisateurs et pragmatiques.

Notre préoccupation initiale concerne la formation initiale des enseignants genevois à l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. La séance que nous avons mise en place repose d'une part sur une analyse du plan d'étude et de la ressource scolaire afin d'identifier les concepts organisateurs (issus de la tâche prescrite). D'autre part cette séance repose sur une situation dans laquelle les étudiants doivent construire un milieu propice aux apprentissages visés, cette mise en situation visant l'émergence de concepts pragmatiques. Nous présentons ces analyses et la séance dans la partie suivante.

II - LA SITUATION DE FORMATION

En Suisse romande, les enseignants de l'école primaire disposent, pour la classe de mathématiques, de moyens d'enseignement officiels communs et unifiés (Daina, Dorier, 2016). Cette ressource unique pour toute la scolarité obligatoire a été conçue en s'inspirant des travaux de Brousseau[1]. Elle se présente comme un ensemble d'activités de type situations-problèmes organisées en différents thèmes (des problèmes pour connaitre l'addition, des problèmes pour mesurer, …) avec peu d'éléments de cours. Les éléments théoriques sont pour la majeure partie à la charge des enseignants. Les activités proposées ne

[1] Ces moyens d'enseignement pour l'école primaire sont actuellement en cours de réécriture afin de s'harmoniser au mieux avec le dernier plan d'étude, en vigueur depuis 2011.

doivent pas être toutes utilisées, c'est à l'enseignant de sélectionner celles qui s'accorderont le mieux avec sa planification. Ainsi, c'est aux enseignants d'organiser ces activités dans leur planification des séquences d'apprentissage. Les spécificités de cette ressource impliquent la participation des enseignants dans une étape supplémentaire du processus de transposition didactique (Ravel, 2003) qui d'ordinaire est pris en charge par les concepteurs des manuels (avec des progressions pas à pas). Cette étape supplémentaire réclame des réflexions sur les contenus mathématiques d'un ordre supérieur et nécessite de construire une technologie didactique leur permettant de justifier leurs choix. Afin de définir la structure conceptuelle relative à l'enseignement de la géométrie au début de l'école primaire, nous présentons une première analyse des ressources disponibles pour l'enseignant. Cette première analyse définit les concepts pragmatiques. Dans un second temps nous présentons une situation de formation initiale d'enseignants du premier degré. L'objectif du dispositif est de mettre les étudiants dans une situation de préparation d'une activité et d'enrichir leurs concepts pragmatiques relatifs à l'enseignement de la géométrie au début du primaire.

1 Les concepts organisateurs

Notre objectif étant l'enseignement de la géométrie chez les 4 – 6 ans nous nous sommes focalisées sur le moyen d'enseignement pour les classes de 4-6 ans et le plan d'étude des degrés correspondants.

Le plan d'étude romand (PER) présente comme attentes fondamentales de fin de cycle 1 (élèves de 4 à 8 ans) que les élèves reconnaissent et nomment le rond, le carré, le triangle et le rectangle. Dans les descriptions du cycle 2 (élèves de 8-12 ans), on retrouve les références aux quadrilatères avec en plus les propriétés liées aux symétries, parallélismes, perpendicularités et égalité de longueurs.

Alors que les élèves de cycle 1 travaillent sur les formes, les élèves de cycle 2 travaillent sur les figures. Ces deux termes sont définis comme suit dans le plan d'étude : « La **forme** est liée à la perception d'ordre visuel d'un objet; c'est l'ensemble de ses contours résultant de son organisation » ; « (…) la **figure** est un objet immuable et idéal. Elle existe indépendamment des représentations (dessin*, croquis*, …) qui en sont faites. ». Ainsi au cycle 1, les élèves développent particulièrement leur perception des formes et leur contour alors que dans la suite de leur scolarité ils commencent à identifier les premières propriétés géométriques pour s'approcher du concept de figure. Cette évolution de la perception des figures géométriques se retrouve dans les programmes français. La ressource destinée aux enseignants des deux premières années de l'école (4-6 ans), propose des activités où les formes sont travaillées principalement à travers des tâches de décomposition-recomposition de surface (Coutat, Vendeira, 2015-a). Les futurs enseignants seront amenés à choisir et mettre en œuvre des situations dans lesquelles les élèves doivent manipuler, reconnaitre, nommer des figures géométriques en s'appuyant dans un premier temps sur la perception seule puis sur quelques propriétés simples. Cette évolution des objets géométriques au cours de l'école primaire s'accompagne d'une évolution de la vision portée sur les figures géométriques. Ainsi les tâches du cycle 1 favorisent une vision 2D. Les tâches du cycle 2 favorisent une vision 1D voire 0D qui permet une prise en compte de propriétés des figures simples. Lorsqu'un enseignant doit définir sa planification des activités, il doit pouvoir identifier quelles activités favorisent quelles visions. Afin de les entrainer sur ces actions de choix et de mises en œuvre, nous avons adapté une situation d'apprentissage pour le cycle 1 (Coutat, Vendeira, 2015-b). Nous présentons dans la partie suivante l'adaptation de cette situation en une situation de formation professionnelle.

2 Les concepts pragmatiques

Afin d'enrichir les concepts pragmatiques des étudiants nous avons mis en place une séance de formation initiale portant sur la reconnaissance de formes et pouvant mobiliser une vision 2D ou une vision 1D. Notre scénario se compose de deux mises en activité. La première s'inspire du jeu « Qui est-ce ? », elle a pour objectif de sensibiliser les étudiants aux différentes visions (2D/1D/0D) et de les expliciter. La deuxième mise en activité repose sur la préparation d'une activité de géométrie destinée à des élèves de 4-6 ans.

1.1 Activité d'introduction

La première activité repose sur des tâches de classification organisées autour du jeu du « Qui est-ce ? ». Un étudiant choisit une image de la planche et les autres posent des questions pour retrouver cette image dans la planche que chacun possède. Après quelques questions, le formateur fait le point sur le nombre d'images restantes chez les étudiants.

Une première planche recycle des images déjà présentes dans les moyens d'enseignement (Image 3. Planche 1).

Image 3. Planche 1

Cette première planche a pour but de stabiliser les règles du jeu et de présenter un exemple simple de classification à partir de 3 critères. Le critère couleur définit 4 groupes (jaune, vert, bleu et rouge), le critère forme géométriques 3 groupes (carré, triangle, cercle), le critère accessoire 2 groupes (balais, seau). Chaque image peut être décrite à partir de ces 3 critères simples, aucune ambiguïté n'est possible et tous les étudiants parviennent en même temps à la solution exacte. Une autre planche est ensuite proposée (Image 4. Planche 2). Cette deuxième version du jeu permet l'explicitation des connaissances géométriques des étudiants autour des propriétés géométriques.

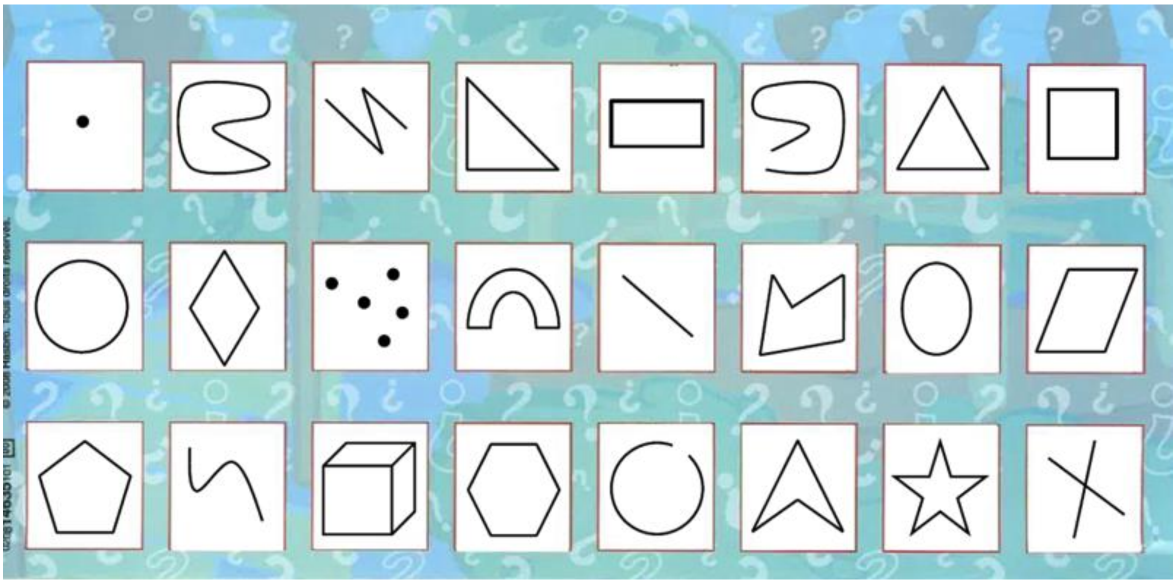

Image 4. Planche 2

Cette deuxième planche de jeu offre une grande disparité dans les traitements des réponses voire dans la sélection de l'image finale ! Elle intègre bien plus de propriétés qui ne sont pas forcément perçues de la même façon chez les étudiants. Ces différences impliquent des échanges entre les étudiants. Ces échanges peuvent intervenir uniquement à la fin du jeu pour comprendre les éventuelles différences dans la solution obtenue. Par exemple dans la planche 2, l'Image 5 extraite de la planche 2 peut représenter un segment, une droite, un angle plat, une forme ouverte ou fermée. Ces différentes figures géométriques pourraient être considérées comme la même figure pour certains ou comme 5 objets géométriques distincts pour d'autres.

Image 5. Une image de la planche 2

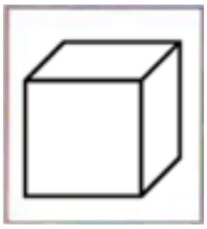

Image 6. Une image de la planche 2

Un autre exemple, l'Image 6, extraite de la planche 2, peut représenter un cube ou un assemblage de 3 quadrilatères. La complexité de cette planche repose sur les différentes interprétations possibles des représentations proposées.

Cette première étape de la séance permet aux étudiants d'échanger sur leurs divergences dans leur perception des objets géométriques représentés sur les images. Ces échanges prennent appui sur les propriétés géométriques. Il n'est pas forcément obligatoire de chercher un consensus entre les étudiants, les connaissances personnelles de chacun étant centrales dans leurs perceptions. Le débat autour des propriétés géométriques, la classification des figures de la planche 2, les différentes visions de ces figures peuvent être plus ou moins approfondis sachant que certaines questions pourront admettre différentes réponses. L'objectif de cette première étape est principalement de provoquer les discussions.

Les deux planches peuvent être comparées par les critères qu'elles tendent à faire travailler. Les connaissances géométriques impliquées dans la première planche concernent la reconnaissance du carré, cercle et triangle. Ces formes usuelles peuvent être reconnues ici avec une vision 2D. Dans la deuxième planche les connaissances géométriques s'appuient sur les propriétés géométriques, les visions 1D et 0D deviennent plus pertinentes.

Une fois que les étudiants sont sensibilisés à des tâches de classifications, utilisant soit une vision 2D (planche 1) soit une vision 2D et/ou 1D et/ou 0D (planche 2), ils sont impliqués dans une activité de préparation d'une activité de classification pour des élèves de primaire. Nous présentons dans la prochaine partie l'activité de classification en question et les choix auxquels les étudiants seront confrontés. Selon nous, la confrontation des étudiants à cette préparation devrait avoir un impact sur leurs concepts pragmatiques.

2 Activité à préparer

La situation que les étudiants doivent finaliser s'inspire de deux tâches (Coutat, Vendeira, 2016) proposées à des élèves de 4-8 ans en Suisse romande. Dans la première tâche, appelée « jeu des familles », les élèves doivent construire trois (ou un nombre à définir) familles à partir d'une collection de formes géométriques. Dans la deuxième tâche appelée « retrouve la bonne forme », les élèves doivent retrouver une forme particulière dans une collection de formes géométriques. Les deux tâches utilisent des formes géométriques comme celles présentées dans l'image 1, l'image 2 et l'image 7.

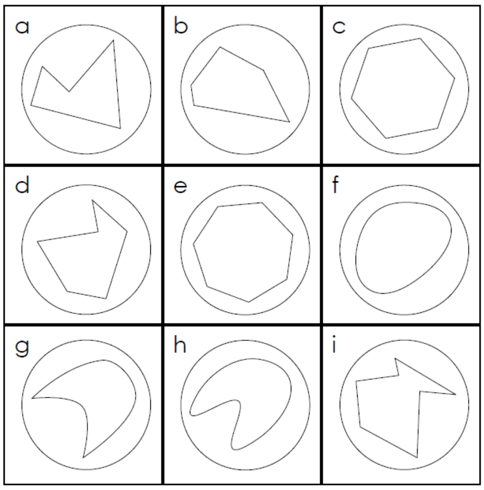

Image 7. Collection de formes 1

La collection de formes 1 présente un exemple collection. Elle propose des formes aux contours proches, comme les formes a et d, qui peuvent être perçues comme identiques, ou les formes c et e, de même que les formes g et h. la proximité de contour de ces formes incite la mobilisation d'une vision 2D dans une tâche de classification. Ainsi, les formes (a, d) peuvent former la famille des montagnes, (c, e, f) la famille des presque ronds, (g, h) la famille des lunes. Il reste les formes b et i qui ne peuvent pas être associées dans une même famille car très différentes de par leurs contours. La proximité des contours de certaines formes de la collection (a, d) associée à une forte différenciation des contours pour d'autres formes (a, f) incite l'utilisation d'une vision 2D. Cette vision 2D est aussi suffisante pour le jeu de « retrouve la bonne forme » si on demande de retrouver l'une des formes (b, f, i). Ainsi cette collection n'est pas optimale si on vise la mobilisation d'une vision autre que la vision 2D. Par conséquent, si on envisage un travail sur les changements de regard sur les formes géométriques, différentes collections doivent être utilisées.

Partant de ce constat, une collection de 70 formes est proposée aux étudiants et leur tâche est de composer une nouvelle collection (de maximum une vingtaine de formes) qui sera pertinente pour le « jeu des familles » ou pour « retrouve la bonne forme » avec la mobilisation d'une vision 1D et/ou 0D. Pour résoudre cette tâche les étudiants doivent anticiper les différentes procédures d'élève possibles et choisir des formes qui rendront les procédures où la vision 2D est inopérante. Les collections sont ensuite échangées entre binômes. Chaque binôme teste la collection qu'il reçoit en fonction de la tâche choisie. L'objectif ici est que les concepteurs de collection aient un retour sur les choix qu'ils ont effectués dans la sélection des formes.

Étant donné que la vision 2D est la vision première mobilisable par tous les élèves, il s'agit de construire une collection qui implique une vision 1D et/ou 0D et une réflexion sur les caractéristiques (Coutat, Vendeira 2016). À partir des 70 formes proposées, les étudiants doivent dans un premier temps identifier les caractéristiques exploitables. Ces caractéristiques peuvent être : les formes convexes et les formes non convexes, les formes symétriques ou non, le nombre de côtés/sommets, les polygones, les formes complexes avec uniquement des bords[2] courbes ou celles avec des bords courbes et bords rectilignes. D'autres caractéristiques, comme la longueur des côtés, pourraient être prises en compte selon la collection choisie. Les étudiants doivent ainsi jongler entre une vision 2D, fortement mobilisable par les élèves, et une vision 1D et/ou 0D qui s'appuie sur les caractéristiques, objectif essentiel de la tâche à finaliser.

[2] Nous nous plaçons dans le paradigme GI, c'est-à-dire un espace sensible et perceptif, avec non pas des propriétés mais des caractéristiques. Dans ce contexte nous utilisons alors le terme bord et non côté. De plus le terme « côté » pour désigner des bords courbes pourrait être en contradiction avec la définition usuelle de côtés pour les polygones.

Nous présentons dans la prochaine partie quelques collections proposées par les étudiants. Ces collections sont analysées afin d'identifier dans quelle mesure la vision 2D est effectivement mise en difficulté ou non et quel potentiel autour des caractéristiques est exploitable.

3 Quelques exemples de productions d'étudiants

Chaque binôme d'étudiants choisit une tâche puis sélectionne les formes qui leur semblent les plus appropriées. Ci-dessous nous présentons trois exemples de collections pour la tâche « jeu des familles » puis trois exemples pour la tâche « retrouve la bonne forme ». Nous analysons les propositions à travers les réponses possibles d'élèves que nous avons rencontrées lors d'observations en classes et la vision associée à ces réponses.

3.1 Le jeu des familles

Les collections suivantes sont conçues pour la tâche « jeu des familles ». Selon notre analyse a priori, des formes aux contours proches (perceptivement proches) peuvent rendre la vision 2D inopérante. Des formes aux contours très distincts peuvent aussi rendre la vision 2D peu efficace car les élèves seront contrariés d'associer des formes perceptivement très différentes.

L'Image 8, collection de formes 2, se compose de 13 formes. Les formes proposées diffèrent par leur nombre de côtés, leur convexité, leur symétrie interne, les caractéristiques des côtés (rectilignes ou non). A partir de la proposition des étudiants plusieurs réponses sont possibles. Il est possible de créer une classification en utilisant uniquement une vision 2D (1ère proposition). Il est aussi possible de créer une classification en utilisant des caractéristiques comme bords droits ou bords courbes, ou selon la convexité des formes (propositions 2 et 3).

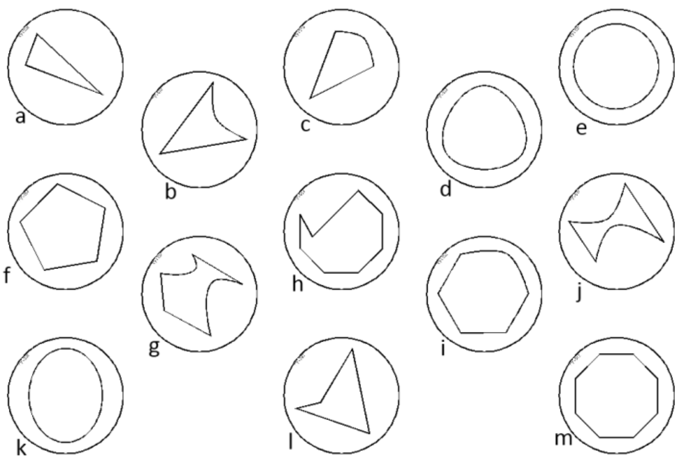

Image 8. Collection de formes 2

Exemple de familles possibles :

Vision 2D – 5 familles

Flèches (a, b, c, l), Ronds (d, e, k), Presque ronds (f, i, m), Nœud papillon (g, j), une famille sans nom (h)

Utilisation partielle des caractéristiques – 4 familles

Presque ronds et ronds (d, e, k, f, i, m), courbes entrants (non convexe) (b, g, j), pics entrants (h, l), pointes (a, c).

Utilisation des caractéristiques – 3 familles

Formes avec bords droits (a, f, h, l, m), formes avec bords arrondis (d, e, k), formes avec bords droits et courbes (b, c, g, i, j)

Le nombre de familles autorisées peut influencer la vision mobilisée. Plus ce nombre est petit plus il faudra que l'élève regroupe des formes qui vont ensemble non pas seulement parce qu'elles se ressemblent mais aussi car elles partagent certaines caractéristiques. Si le nombre de familles n'est pas imposé, les familles proposées peuvent renseigner sur la vision mobilisée.

La collection de formes 3 (image 9) peut aboutir à deux classifications, chacune résultant de l'une ou l'autre vision.

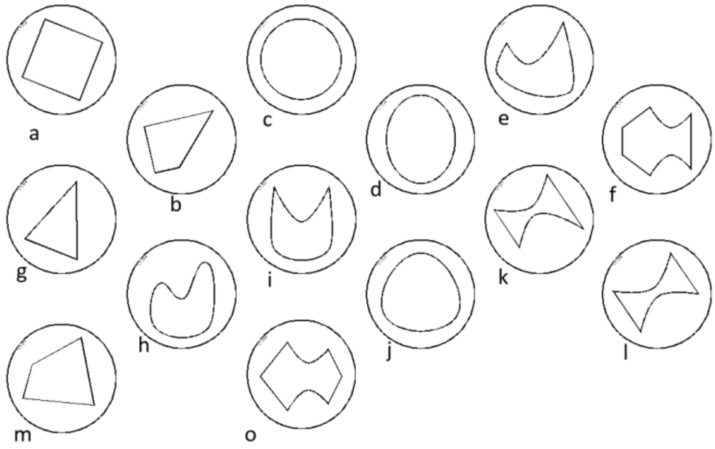

Image 9. Collection formes 3

Familles possibles :

Vision 2D – 4 familles

Formes connues (a, b, g, m), ronds (c, d, j), vases (f, k, l, o), montagnes (e, i, h)

Utilisation des caractéristiques – 4 familles

Polygones convexes (a, b, g, m), lignes courbes convexes (c, d, j), lignes courbes et droites (f, k, l, o), lignes courbes non convexes (e, i, h)

En effet les familles obtenues sont les mêmes mais les justifications invoquées sont différentes. Ainsi sans justification orale les deux interprétations sont possibles. Cet exemple met en exergue la nécessité d'un minimum d'échanges avec les concepteurs des familles.

L'exemple de la Collection de formes 4 présente une collection avec peu de caractéristiques différentes (nombre de côtés et convexité). Cette collection vise la caractéristique « nombre de côtés » des formes proposées. Pourtant il est aussi possible de résoudre la tâche en utilisant uniquement une vision 2D qui ne tient pas compte des caractéristiques pour obtenir 5 familles au lieu des 3 familles visées.

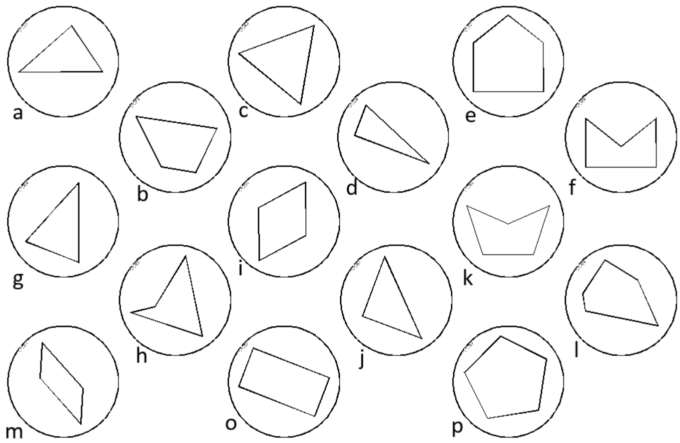

Image 10. Collection de formes 4

Familles possibles :

Vision 2D, contours proches – 5 familles

Flèches (a, c, d, g, h, j, l) maisons (e, p), montagnes (f, k), carrés (b, i), rectangles (m, o)

Utilisation des caractéristiques – 3 familles

Triangles (a, c, d, g, j), quadrilatères (b, h, i, m, o), pentagones (e, f, k, l, p)

La première classification avec les familles flèches, maisons, montagnes, carrés et rectangles regroupe des formes qui ont des contours proches mais ne partagent pas forcément des caractéristiques autres que d'être des polygones (c, h). À l'opposé, la deuxième classification regroupe des formes qui peuvent avoir des contours différents mais qui partagent la caractéristique du nombre de côté (f, l). Pour la famille des triangles, un élève qui maitrise la figure (objet mental) triangle peut se contenter d'une vision 2D. Pour les familles des quadrilatères et pentagones, il est probable que l'élève compte le nombre de côtés ce qui implique une vision 1D.

Dans tous les exemples la vision 2D peut être la seule vision mobilisée. Il est parfois possible de favoriser la prise en compte des caractéristiques et une vision 1D et/ou 0D en restreignant le nombre de familles.

3.2 Retrouve la bonne forme

La deuxième tâche « retrouve la bonne forme » permet aussi un travail sur la mobilisation d'une vision 1D et/ou 0D selon la collection choisie. Les 3 exemples ci-dessous présentent des collections représentatives des choix des étudiants. Pour chaque collection plusieurs procédures peuvent être envisageables. Les procédures que nous présentons sont le résultat de nos analyses. Elles exploitent au maximum la vision 2D, première chez les élèves. En effet, l'objectif de l'activité étant la mobilisation d'une vision 1D et/ou 0D, la vision 2D peut être investie au début de la résolution, mais elle doit ensuite être mise en difficulté voir inutilisable. Chaque collection se compose de formes qui peuvent être regroupées en sous-collections, ce qui permet une ouverture dans le choix de la vision à mettre en œuvre. Cependant, une fois qu'une sous-collection est isolée, les questions doivent se focaliser sur une caractéristique spécifique. Nous présentons dans les tableaux ci-dessous un ensemble de sous-collections construites par les étudiants ainsi que des exemples de classifications qui pourraient être utilisées par des élèves.

Pour la collection de formes 5 (image 11), il est possible de concevoir 4 sous-collections, en utilisant une vision 2D dans un premier temps puis une vision 1D et/ou 0D pour distinguer la forme cherchée.

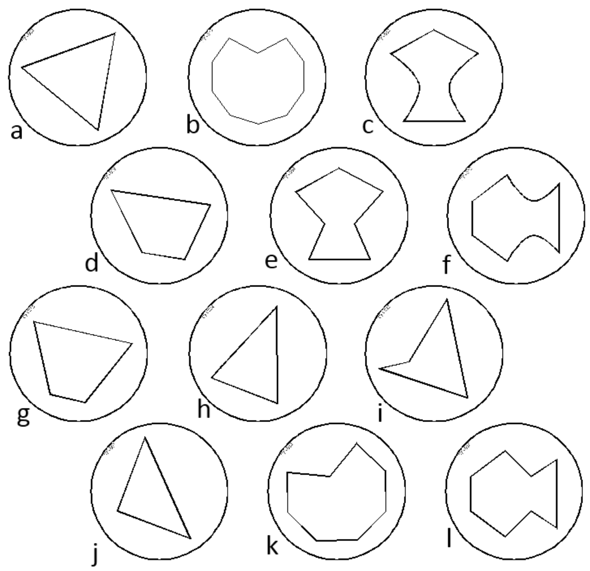

Image 11. Collection de formes 5

Les sous-collections et leurs caractéristiques

Les flèches (a, h, i, j)

- 3 côtés égaux (a)
- 2 côtés égaux (h, j)
- Non convexe (i)
- 1 angle droit (j)

Les pyramides tronquées (d, g)

- Non symétrique
- 1 axe de symétrie (g)

Les poissons (c, e, f, l)

- Bords courbes (c, f)
- Nez pointu (c, e)
- Nez plat (f, l)
- Uniquement des bords droits (e, l)

Les « pacman » (b, k)

- 8 côtés (k)

Pour chaque sous-collection présentée la discrimination entre les formes restantes repose chaque fois sur des caractéristiques spécifiques. Cette collection se compose de groupes de formes très différentes visuellement ce qui rend la vision 2D pertinente dans un premier temps. Une fois qu'une sous-collection est isolée, une réflexion sur les caractéristiques devient obligatoire. Les caractéristiques accessibles par cette collection sont variées : longueur des côtés, convexité, angle droit, symétrie, parallélisme, bords droits ou courbes.

Pour la collection de formes 6 (image 12), quatre sous-collections s'appuyant principalement sur une vision 2D peuvent être construites. D'autres collections utilisant le nombre de côtés sont envisageables mais peu probables dans le cas d'un travail avec de jeunes élèves.

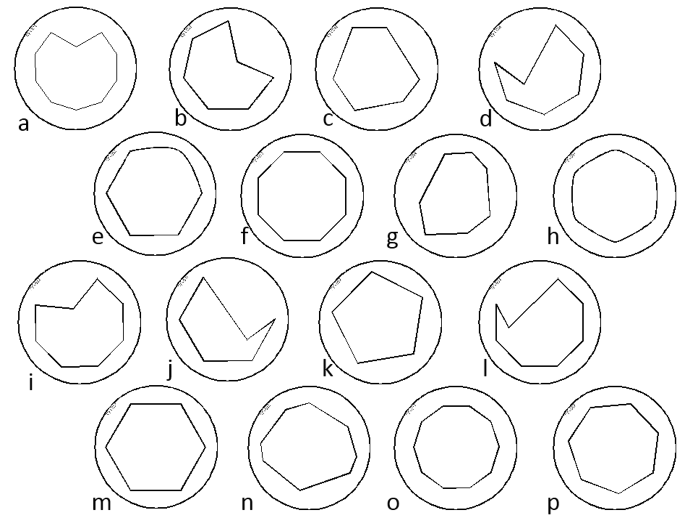

Image 12. Collection de formes 6

Les sous-collections et leurs caractéristiques

Formes presque rondes (e, f, h, k, m, o, p)

- 8/5/6/10/7 côtés
- Bords droits et courbes (e)
- Bords courbes (h)

Les « pacmans » (a, b, i,)

- 10/7/8 côtés

Formes avec becs (d, j, l)

- 7/6/8 côtés

Des cailloux (c, g, n)

- 6/7/8 côtés

Cette collection de formes est aussi intéressante dans le sens où la vision 2D permet de s'impliquer facilement dans la tâche. Cependant une fois une sous-collection isolée, la vision doit évoluer pour utiliser les caractéristiques. Ici les caractéristiques concernées sont principalement le nombre de côtés et, pour deux formes, les bords droits et/ou courbes. Une collection qui vise peu de caractéristiques peut aussi trouver son avantage car elle permet à l'enseignant de cibler des caractéristiques spécifiques.

La dernière collection, collection de formes 7 (image 13), peut se décomposer en 5 sous-collections.

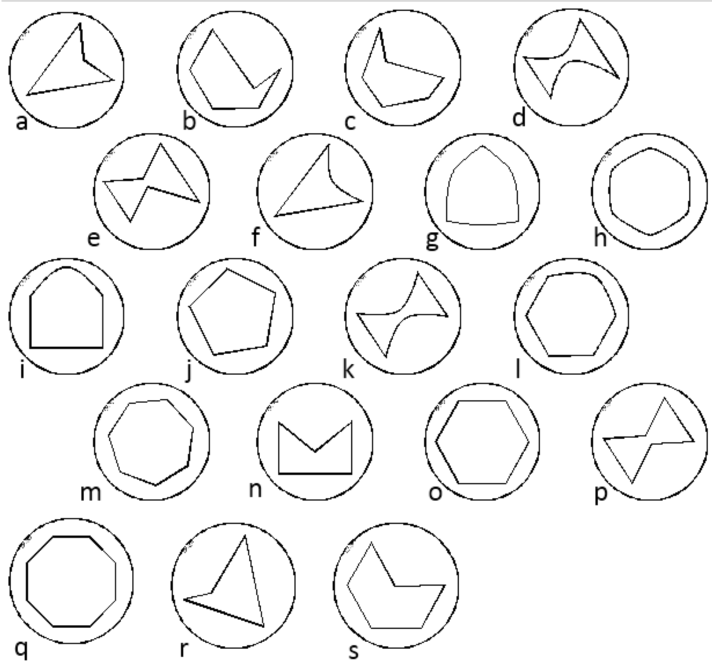

Image 13. Collection de formes 7

Les sous-collections et leurs caractéristiques

Flèches (a, f, r)

- Axe de symétrie (a, f)
- Un bord courbe (f)

Formes avec becs (b, c, n, s)

- Axe de symétrie, côtés parallèles (n, s)
- 6 côtés (b, c, s)
- Angle droit (b, n)

Les nœuds (d, e, k, p)

- Axe de symétrie (e, k, p)
- Bords courbes et droits (d, k)

Les maisons (g, i, j)

- Bords ronds (g)
- Toit rond (i) / pointu (j)

Les presque ronds (h, l, m, o, q)

- Sans pointe (h)
- Bords courbes et droits (l)
- 7/6/8 côtés (m, o, q)

Les formes b et c sont très proches, l'une (b) possède un angle droit contrairement à l'autre (c), cette différence de caractéristique est assez complexe car pas toujours évidente à distinguer perceptivement. Les caractéristiques travaillées seraient : nombre de côtés, bords courbes et/ou droits, axe de symétrie, parallélisme, angle droit.

Ces trois exemples présentent une grande diversité dans le nombre de formes à traiter (entre 12 et 19) ainsi que dans la nature et le nombre de caractéristiques visées. Il n'est pas forcément plus pertinent d'avoir un grand nombre de caractéristiques parmi la collection, un nombre restreint de caractéristiques peut être tout à fait suffisant pour s'assurer du changement de vision sur les formes.

3 Le modèle opératif des étudiants

Les exemples ci-dessus présentent une diversité dans les collections choisies par les étudiants ainsi que la diversité dans le traitement de ces collections. La première tâche semble être plus difficile pour les étudiants car les collections construites ne sont pas toujours pertinentes dans un objectif de changement de vision. Pour la deuxième tâche les collections permettent la présence de plusieurs visions au cours de la résolution de la tâche.

Une fois les collections conçues, elles sont testées par un autre groupe d'étudiants. Cette dernière étape permet d'obtenir un retour immédiat de la robustesse des actions de choix des étudiants concernant les variables de la situation (le choix des formes, le nombre de familles, imposé ou non). Nous n'avons pas d'informations concernant cette étape qui s'est déroulée oralement.

Les analyses des exemples présentés démontrent une réflexion intéressante des étudiants. Ils doivent sélectionner un ensemble de formes dans une collection de 70 formes. Au cours cette sélection, les ils doivent prendre en compte les différentes visions possibles et ajuster leur collection pour orienter les procédures vers une vision spécifique. Parallèlement à cette réflexion sur les visions mobilisables, ils doivent identifier les caractéristiques impliquées dans la procédure de résolution et là encore ajuster la collection pour atteindre les objectifs d'apprentissage qu'ils se fixent. Beaucoup de collections d'étudiants provoquent un changement de vision et un travail sur les caractéristiques. Le « jeu des familles » semble poser d'avantage de difficultés que le jeu « retrouve la bonne forme ». En effet la vision 2D pour la résolution du premier jeu peut parfois être suffisante. On peut alors s'interroger sur les choix des étudiants. Est-ce des choix délibérés (collection 2, collection 4) ? En effet les procédures d'élèves renseignent l'enseignant sur la vision mobilisée par les élèves.

Les deux tâches utilisent une collection de formes géométriques, cependant étant donnés les objectifs spécifiques à chaque tâche, les collections ne peuvent pas être les mêmes si on envisage un travail sur les changements de regard sur les formes géométriques. Ce résultat qui émane de l'analyse des deux tâches et des collections proposées n'a que très peu été explicité lors de la formation. Le retour sur les propositions des étudiants n'a pas donné lieu à des échanges et on peut se questionner sur l'impact réel que ce retour a eu sur les concepts pragmatiques. Si on vise un réel effet sur la genèse conceptuelle du modèle opératif des étudiants il est nécessaire d'investir aussi les retours des étudiants-testeurs des collections proposées. Ces retours permettent de revenir sur les choix opérés par les étudiants-concepteurs, choix reposant sur les analyses des formes en lien avec la tâche choisie. Il nous semble que dans cette situation de formation les concepts pragmatiques et organisateurs doivent s'enrichir l'un de l'autre pour agir sur la genèse conceptuelle de leur modèle opératif.

III - CONCLUSION

Les travaux de Duval & Gaudin (2006) ainsi que ceux de Houdement & Kuzniak (1998) éclairent le cadre du travail géométrique à l'école primaire. Différentes visions (2D/1D/0D) peuvent être mobilisées, chacune ayant leur pertinence selon des tâches spécifiques. La vision 2D est suffisante pour distinguer globalement des formes ou des formes aux contours très distincts. La vision 1D et/ou 0D devient plus centrale pour l'explicitation des propriétés des figures géométriques. Les visions 1D et/ou 0D ne sont pas première chez les élèves. Elles doivent faire l'objet d'un apprentissage. La maitrise de ces différentes visions est essentielle pour le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie basée sur les axiomes. Les enseignants de l'école primaire doivent mettre en œuvre des tâches d'apprentissages qui accompagnent ces changements. En nous inspirant des travaux de la didactique professionnelle (Pastré 2011) et de la didactique des mathématiques (Coutat, Vendeira, 2016), nous avons mis en place une situation de formation qui a pour but d'enrichir le modèle opératif des étudiants en formation initiale d'enseignants du premier degré.

Les concepts organisateurs et les concepts pragmatiques sont présentés comme dissociés dans l'image. Pourtant, au vu des productions des étudiants, il nous semble que les analyses théoriques des tâches et des objectifs d'apprentissages doivent être impliqués dans les choix effectifs au cours de la préparation et de la mise en œuvre des tâches. Tout comme les observations nourrissent a posteriori les analyses des tâches. Dans la mise en œuvre de la situation de formation, les retours sur les choix des étudiants n'ont que très peu été exploités. Il nous semble que ces retours doivent être d'avantage formulés et investis afin de revenir sur la pertinence des choix initiaux, voire sur les analyses des tâches.

IV - BIBLIOGRAPHIE

BRACONNE-MICHOUX A (2008) *Evolution des conceptions et de l'argumentation en géométrie chez les élèves : paradigmes et niveaux de van Hiele à l'articulation CM2-6ème*, thèse de l'Université Paris 7.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage.

COUTAT S. & VENDEIRA C. (2016) Quelles tâches pour travailler les caractéristiques des formes à la maternelle ? *Actes du XXXXIIème colloque COPIRELEM* – Besançon 2015.

COUTAT S. & VENDEIRA C. (2015-a) Quelles ressources pour la reconnaissance de formes en maternelle ? *Actes du XXXXIème colloque COPIRELEM* – Mont de Marsan 2014.

COUTAT S. & VENDEIRA C. (2015-b) Des pics, des pointes et des arrondis en 1P-2P, *Math-Ecole*, **223**, 14-19.

DAINA A. & DORIER J.-L. (2016) Une recherche sur l'utilisation des ressources dans le contexte de l'enseignement primaire genevois, *Actes du XXXXIIème colloque COPIRELEM* – Besançon 2015.

DUVAL R (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **10**, 5-53.

DUVAL R. & GODIN M. (2006) Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, **76**, 7-27.

HOUDEMENT C. & KUZNIAK A. (1998) Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maitres, *Grand N*, **64**, 65-78.

PASTRE P. (2011) La didactique professionnelle - Un point de vue sur la formation et la professionnalisation. *Education Sciences & Société*, **2(1)**, 83-95.

PERRIN-GLORIAN M-J, GODIN M (2014) De la reproduction de figure géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés, *Math-Ecole*, **222**, 26-36.

RAVEL L. (2003) *Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne, exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique.* Thèse, Université Joseph Fournier – Grenoble I.

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, **10**, 133-170.

Plan d'Etude Romand : http://www.plandetudes.ch/