

LE JOURNAL DES MATHÉMATIQUES

Erik KERMORVANT

PRAG, ESPE de Bretagne

erik.kermorvant@espe-bretagne.fr

Résumé

Le journal des mathématiques (Sensevy 1996) est un outil intégré à l'enseignement des mathématiques, depuis 2011 dans le cadre de la recherche ACE-Arithmécole (2017) sur l'enseignement du nombre et du calcul en CP et CE1.

Cet outil est un cahier spécifique dans lequel chaque élève est amené à produire des mathématiques à partir d'incitations données par le professeur. Ces productions peuvent ensuite être reprises, discutées, et servir de point de départ pour de nouvelles incitations pour toute la classe.

Le journal des mathématiques n'est pas réservé au cycle 2, mais est aussi utilisé en cycle 3 et peut également l'être au cycle 4 et au lycée.

Cette communication a pour but de présenter l'utilisation du Journal des Mathématiques dans le cadre d'ACE-Arithmécole, mais également son usage dans des classes qui ne suivent pas la progression ACE du cycle 2 au cycle 3.

« J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir »
(Le journal du Nombre 2015).

I- INTRODUCTION

Le journal des mathématiques a été développé dans le cadre de la recherche ACE (Arithmétique et compréhension à l'école élémentaire) initiée en 2011 au niveau du CP et qui perdure encore actuellement au niveau du CP et également au niveau du CE1 depuis l'année scolaire 2015-2016.

L'objectif de cette recherche est de créer une progression permettant aux élèves de maîtriser la numération et le calcul.

La progression ACE CP est accessible sur le site : python.espe-bretagne.fr/ace/ .

Les documents que vous trouverez sur ce site ont été conçus dans le cadre d'une recherche nationale « ACE » financée par le fond d'expérimentation de la jeunesse.

Ce site regroupe l'ensemble des ressources nécessaires à la mise en œuvre d'une progression en mathématiques au CP (cycle 2 de l'école primaire). Une progression en CE1 est en cours d'expérimentation. Elle sera disponible à la rentrée 2017 sur ce site.

L'équipe de recherche impliquée dans ce travail est la suivante :

– Pour l'académie de Lille : Bruno Vilette, Professeur en psychologie du développement (Université de Lille 3), Samantha Meyer, doctorante en psychologie du développement et Marie Hild ;

– Pour l'académie de Nancy : Jean-Paul Fischer, Professeur émérite en psychologie du développement (Université de Lorraine);

– Pour l'académie de Versailles : Emmanuel Sander, Professeur en psychologie du développement et de l'éducation (Université Paris 8), Jean-François Richard (Professeur Emérite, Université Paris 8), Jérôme Bastong (CP mission Mathématiques, Conflans-Sainte-Honorine), Martine Boucher (IEN mission Mathématiques, Conflans-Sainte-Honorine) et Katarina Gvozdic (doctorante en psychologie du développement);

– Pour l'académie de Rennes : Gérard Sensevy, Professeur en sciences de l'éducation (Université de Bretagne occidentale, ESPE de Bretagne), Sophie Joffredo-Le Brun (doctorante en Sciences de l'Éducation), Patricia Defives (PEMF), Josiane Ruellan (PEMF), Nathalie Vigot (PEMF et docteure en Sciences de l'Éducation), Valérie Ollivier (professeure des écoles), Erik Kermorvant (formateur en mathématiques, ESPE de Bretagne);

– Pour l'académie d'Aix-Marseille (IA 13) et l'académie de Nice (IA 83) : Serge Quilio Maître de conférences à l'Université de Nice Sophia Antipolis, Alain Mercier, Professeur émérite à l'Ifé, ENS Lyon, Yves Matheron, Professeur à l'Ifé, ENS Lyon, Mireille Morellato (PEMPF, doctorante en Sciences de l'Education). Cette équipe travaille en collaboration avec l'équipe de l'Université de Bretagne Occidentale.

Le journal des mathématiques, présenté ci-après, a été développé lors de cette recherche et est issu des travaux de Gérard Sensevy en 1996 dans lesquels il avait créé avec ses élèves de CM un journal des fractions. Le journal des mathématiques a été également analysé dans une thèse réalisée par Nathalie Vigot en 2014.

Cet article décrit le journal des mathématiques tel qu'il a été explicité lors d'animations pédagogiques et mis en œuvre dans les classes par des enseignants de cycle 2 et de cycle 3 ayant suivi ces animations pédagogiques et également tel qu'il est présenté dans le module magistère « Journal du nombre » depuis la rentrée 2016.

Le journal des mathématiques est un cahier spécifique dans lequel chaque élève est amené à produire des mathématiques à partir d'incitations données par le professeur. Ces productions peuvent ensuite être reprises, discutées, et servir de point de départ pour de nouvelles incitations pour toute la classe. Le journal des mathématiques n'est pas réservé au cycle 2, mais est aussi utilisé en cycle 3 et peut également l'être au cycle 4 et au lycée.

Cette communication a pour but de présenter l'utilisation du Journal des Mathématiques dans le cadre d'ACE-Arithmécole, mais également son usage dans des classes qui ne suivent pas la progression ACE du cycle 2 au cycle 3.

II - LA PROGRESSION ACE AU CP

Cette partie permet de préciser les spécificités de la progression ACE CP afin de mieux s'approprier les exemples de travaux d'élèves présentés par la suite.

1. Les 5 domaines de la progression ACE CP

La progression ACE est constituée de 5 domaines :

- Le domaine « situation » (dont le fil rouge est le jeu des annonces)

Lors du jeu des annonces, chaque joueur réalise avec les doigts une annonce qu'il oralise ; par exemple, un élève montre 2 doigts sur sa main droite et 3 doigts sur sa main gauche, il annonce à l'oral « 3 et 2, ça fait 5 » (il fait ensuite « statue des doigts », c'est-à-dire qu'il ne bouge plus ses doigts sur la table) ; quand tous les joueurs ont fait une annonce, l'arbitre lance un dé à 6 faces (constellations de 1 à 6) et les annonces sont comparées au lancer du dé. Un joueur gagne un jeton si son annonce est égale au lancer du dé.

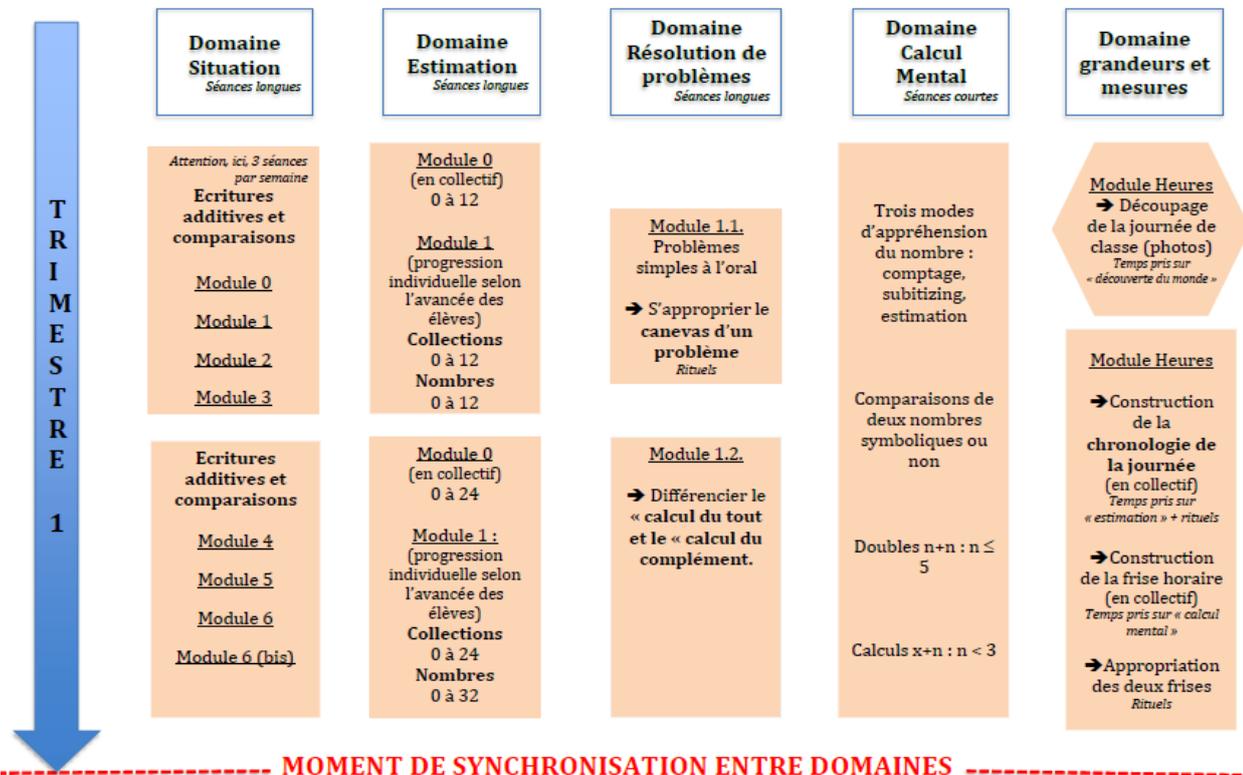
Les élèves jouent pendant plusieurs séances au jeu des annonces avant de passer à l'écrit et d'utiliser les symboles mathématiques et différents systèmes de représentation pour retranscrire leurs actions (voir ci-après).

Le jeu évolue au fur et à mesure de l'année de façon à travailler différentes notions mathématiques.

Deux joueurs choisissent un nombre qu'ils produisent avec leurs deux mains, en produisant ainsi une <i>annonce</i> .	Comparaison des <i>annonces</i> avec un lancer de dé. Le joueur gagne un pion si l'annonce est égale au lancer. Validation par l'arbitre.
 <p>Arbitre</p> <p>Joueur A Annonce 4 et montre 2 doigts sur la main droite et 2 sur la main gauche</p> <p>Joueur B Annonce 5 et montre 2 doigts sur la main droite et 3 sur la main gauche</p>	 <p>Lancer de dé par l'arbitre : 6</p>

- Le domaine « estimation » (qui permet de travailler la « numérosité »)
Avec deux aspects :
 - l'aspect cardinal (comparer en estimant des collections d'objets)
 - l'aspect ordinal (exemple: estimer où est situé 10 sur la droite numérique connaissant le 0 et le 30)
- Le domaine « résolution de problèmes » (additifs et soustractifs)
- Le domaine « calcul mental »
- Le domaine « grandeurs et mesures »

La progression est la suivante :



TRIMESTRE 2	Domaine Situation <i>Séances longues</i>	Domaine Estimation <i>Séances longues</i>	Domaine Résolution de problèmes <i>Séances longues</i>	Domaine Calcul Mental <i>Séances courtes</i>	Domaine grandeurs et mesures
	Module 7 Différence sur petits nombres	Module 1 (progression individuelle selon l'avancée des élèves) Nombres +/- Nombres 0 à 32 Addition 0 à 12 Module 0 (en collectif) 1 à 30	Module 2.0 Notion de différence	Calculs $x+1, x-1$ Additions à trou : $x+_ = y$ (réponse < 3) Mémorisation des compléments à 10 Calculs de $x-n$ Différence < 3 Calcul par numération : $10+n,$ $n+10,$ ($0 \leq n \leq 10$) Doubles $n+n$: $6 \leq n \leq 9$	Module Heures → Appropriation des deux frises <i>Rituels</i>
	<i>Attention, ici, 1 séance par semaine</i> Module 8 Vers les groupements par 10 Module 9 (1) Les groupements par 10	Module 1 (progression individuelle selon l'avancée des élèves) Soustraction 0 à 12 Nombres 0 à 32 Addition 0 à 32	<i>Attention, ici, 2 séances par semaine</i> Module 2.1 Calcul de la différence + Création de problèmes Module 3.1 Equivalence de procédures		Module Euros → Connaissance des billets et des pièces <i>Temps pris sur « Estimation »</i> → Fiches de Systématisation billets et des pièces <i>Temps pris sur « calcul mental »</i>

MOMENT DE SYNCHRONISATION ENTRE DOMAINES

TRIMESTRE 3	Domaine Situation <i>Séances longues</i>	Domaine Estimation <i>Séances longues</i>	Domaine Résolution de problèmes <i>Séances longues</i>	Domaine Calcul Mental <i>Séances courtes</i>	Domaine grandeurs et mesures
	Les groupements par 10 Module 9 (2) <u>+structures multiplicatives</u>	Module 1 (progression individuelle selon l'avancée des élèves) Soustraction 0 à 32 Collections 0 à 24 Nombres 0 à 60 Addition 0 à 60	Module 3.2 Equivalence des procédures Module 4 Problèmes de transformation	Calculs par numération : $10+n, x-10$ Calcul de $n+x$ avec $x=n+1$ ($n<9$) Additions de 9 Additions de 11 Calcul par compensation : $x+y=(x+1)+(y-1)$ avec $x-y=2$ si $x>y$ Table de 2 : $5 \times n$ ($n \leq 10$) Passage à la dizaine Additions de dizaines (ex. $30+20$) Calcul par numération : $10+n, n+10,$ $20+n, n+20, \dots$ ($0 \leq n \leq 10$)	Module Heures → Repérage des événements de la journée <i>Rituels</i>
	<i>Attention, ici, 3 séances par semaine</i> Le nombre inconnu Module 10	Module 1 (progression individuelle selon l'avancée des élèves) Nombres 0 à 100 Addition 0 à 100 Soustraction 0 à 60			Module Euros → Echanges et partages <i>Temps pris sur « estimation »</i> → Echanges et partages / Systématisation <i>Temps pris sur « calcul mental »</i> Module Longueurs et Masses <i>Temps pris sur « estimation »</i> Module Heures → Résolution de problèmes <i>Temps pris sur « calcul mental »</i>

2. Le domaine « situation »

Le domaine « situation » et le jeu des annonces va être davantage développé maintenant afin de pouvoir mieux comprendre les extraits de journaux de mathématiques présentés ci-après.

Le domaine « situation » et le jeu des annonces se présentent ainsi :

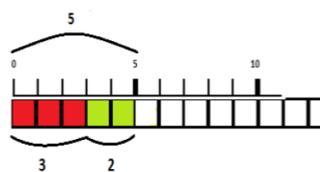
11 modules sont prévus dans ce domaine

Le fil rouge est le jeu des annonces qui évolue au cours du temps (les élèves font une annonce en la montrant sur les doigts des mains ; cette annonce est comparée au score réalisé par un ou plusieurs dés)

Plusieurs systèmes de représentation des nombres (et des calculs) sont utilisés simultanément (mais amenés progressivement)

- Les doigts
- Les écritures mathématiques (symboles: +, =, ≠, >, < et -)
- Le train, la ligne graduée

 (Train composé de 3 wagons rouges et de 2 wagons verts)



(Ligne graduée associée au train dans un premier temps)

- La boîte

5	
2	3

(Cette boîte permet de mettre en relation les nombres 5, 2 et 3 : $5=2+3$ ou $5=3+2$ ou $5-2=3$ ou encore $5-3=2$)

- Une grande part de l'activité des élèves consiste à décomposer et/ou recomposer les nombres. Par exemple $7+4+9 = 7+3+1+9 = 10+10$.

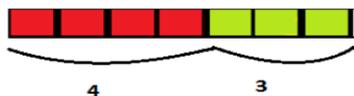
Les 11 modules du domaine « situation » :

Module 0 : La situation train/tour

Les élèves doivent reconstituer un train formé de wagons de 4 couleurs différentes (exemple: 4 rouges, 3 verts, 2 jaunes, 2 rouges, 1 bleu, 3 jaunes) à partir d'un modèle

- en dessinant,
- puis en trouvant un moyen de coder leur demande (par exemple: 4 3 2 2 1 3).

Ensuite, on représente le nombre de wagons comme ceci, dans le but de préparer à l'utilisation de la ligne graduée.



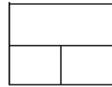
Module 1 : Jeu des annonces à deux mains et un dé



Les élèves font une annonce en utilisant les doigts de leurs deux mains ; cette annonce est comparée au score d'un dé à six faces (constellations de 1 à 6)

Module 2 : Jeu des annonces à deux mains avec support de l'écrit

On code le jeu des annonces du module 1 en utilisant les symboles +, = et ≠ et les systèmes de représentation :



Annonce 2+3



Lancer 5



Gagné / Perdu (G/P)

2+3 = donc.....

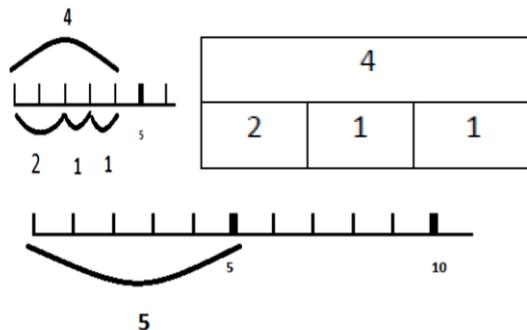
Module 3 : Jeu des annonces à trois mains et un dé à 6 faces (numérotées de 1 à 6)



Les trois joueurs doivent se concerter...

Module 4 : Jeu des annonces à trois mains avec écriture des signes > et < (on peut gagner si l'annonce est inférieure (ou supérieure, selon la règle du jeu choisie) au score du dé)

Annonce : 2+1+1 2+1+1<5 Lancer du dé : 5



Module 5 : Jeu des annonces à deux mains et lancer à deux dés

Module 6 : Jeu des annonces à 2 mains, 2 dés avec écrit

On obtient des écritures du type:

5 + 5 > 6 + 2 ou 5 + 4 > 6 + 2 ou 4 + 4 = 6 + 2 ou encore 2 + 5 < 6 + 2 etc.

Module 7 : La différence

Par exemple entre deux annonces à deux mains (soustraction vue comme différence entre les nombres, pas comme retrait).

Module 8 : Comparaison de deux écritures additives de 2 à 7 termes

Exemple : $2+6+4+5+10$ à comparer à $3+2+2+4+5+1+1$

Module 9 : La dizaineModule 10 : Le nombre inconnu ($5 + 4 = 8 + ?$)

III - LE JOURNAL DES MATHÉMATIQUES AU CP

2. La nature du journal des mathématiques

1.1 Écrire pour comprendre, pour soi-même et pour les autres

Le petit texte suivant introduit le Journal du nombre, il apparaît au début du journal de chaque élève, et peut constituer sa raison d'être.

« J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir ».

L'enseignant explique ainsi le rôle du journal aux élèves, produire des mathématiques pour soi et pour la classe.

1.2 Écrire des mathématiques qu'on sait

Dans le journal des mathématiques, l'élève est mis en position d'écrire des mathématiques, pour lui-même, et pour les autres élèves. Il se livre à une exploration des « potentialités » du nombre et des signes mathématiques. Il enquête sur le nombre.

Par exemple, un élève écrit « de son propre mouvement », à l'incitation du professeur qui dit aux élèves « d'écrire des mathématiques dans le journal des mathématiques, une égalité mathématique ».

Il écrit $3 + 1 = 4$.

Il écrit ainsi une égalité mathématique dont il est raisonnablement sûr, qu'il a certains moyens de prouver. Cette égalité peut être un point de départ pour en écrire d'autres.

C'est toujours l'élève qui choisit les nombres et les symboles qu'il utilise dans le journal, tout en respectant l'incitation donnée par le professeur.

La compréhension de l'incitation par les élèves est primordiale ; l'enseignant doit consacrer un temps non négligeable à son explicitation ; il doit demander à quelques élèves de venir produire au tableau des exemples de réponses adéquates avant de laisser travailler ses élèves de manière individuelle.

Exemple de production d'une élève de CP (ACE) :

La date : 15/11/13

Je compare des nombres. J'utilise les signes $>$ ou $<$.

$25/2 < 27/2 < 28/2 < 29/2 < 30/2 < 31/2 < 32/2$
 $+45/1$

1.3 Lorsqu'on écrit dans le journal des mathématiques, on réussit

L'élève est mis en position de « réussite » au sens où il éprouve des potentialités des nombres et des signes, il se montre à lui-même et il montre aux autres des choses qu'il sait faire.

Il est donc en principe impossible d'être « en difficulté », lorsqu'on travaille dans le journal du nombre, même si l'on peut bien entendu faire des erreurs.

Par exemple, après avoir joué au jeu des annonces à trois mains et un dé, si un élève produit une écriture de ce type : $2+2=2=6$, il n'est pas vraiment en difficulté mathématique car il a voulu signifier que $2+2+2 = 6$, mais il a commis une erreur d'écriture qui sera traitée en collectif avec toute la classe si l'enseignant estime qu'il est nécessaire de le faire, sinon son erreur d'écriture lui sera simplement indiquée sur son journal.

Ainsi, le journal prend en compte, sans modalités spécifiques, l'hétérogénéité des productions d'élèves : tous les élèves savent quelque chose.

Exemple de productions de deux élèves d'une même classe pour la même incitation :

<p>La date : 11-10-12</p> <p>J'écris des annonces différentes qui peuvent gagner. J'utilise les signes +, =, ≠.</p> <p>$3+3 \neq 5$</p> <p>$4+0 \neq 5$</p> <p>$1+1 = 2$</p> <p>$5+0 = 5$</p> <p>$2+2 \neq 6$</p> <p>$2+0 = 2$</p> <p>$3+3 = 6$</p> <p>$2+2 = 4$</p> <p>$5+0 \neq 4$</p> <p>$1+1 \neq 1$</p> <p>$5+$</p> <p>Matelin</p>	<p>La date : 11/10/12</p> <p>J'écris des annonces différentes qui peuvent gagner. J'utilise les signes +, =, ≠.</p> <p>$1+1 \neq 6$</p> <p>$2+2 = 4$</p> <p>$5+0 \neq 0$</p> <p>$3+3 \neq 1$</p> <p>$1+0 \neq 2$</p> <p>$10 = 3$</p> <p>$0+1 \neq 4$</p> <p>$0+5 = 5$</p> <p>$0+1 \neq 6$</p> <p>$5+5 \neq 1$</p> <p>$3+0 \neq 5$</p> <p>$3+3 = 6$</p> <p>$0+1 \neq 6$</p> <p>$2+1 \neq 2$</p> <p>$2+2 \neq 5$</p> <p>$3+1 \neq 5$</p> <p>$5+1 \neq 1$</p> <p>$3 \neq 3$</p> <p>$1+3 \neq 3$</p> <p>$2+2 \neq 2$</p> <p>$0+2 \neq 3$</p> <p>$2+0 = 2$</p> <p>$3+2 \neq 6$</p> <p>$5+3 \neq 1$</p> <p>$4+1 \neq 2$</p> <p>$4+0 \neq 3$</p> <p>$1+0 = 1$</p> <p>$0+2 \neq 0$</p> <p>Emilien</p>
--	---

1.4 Le journal des mathématiques n'est pas de la résolution de problème au sens habituel du terme

Le journal des mathématiques ne doit pas être conçu comme une sorte de présentation, à l'élève, par le professeur, d'un problème de mathématique.

Dans le Journal des mathématiques, insistons-y, l'élève exprime ce qu'il sait faire.

L'enquête, la recherche, le questionnement, prennent leur source dans ce point de départ, mais le journal du nombre n'est pas de la résolution de problème au sens habituel du terme, puisqu'il ne consiste pas à résoudre un problème posé par le professeur.

1.5 Le journal des mathématiques n'est pas un exerciceur

Les connaissances manifestées dans le journal pourront donc être des connaissances personnelles, culturelles, en cours d'apprentissage. Elles résulteront pour beaucoup, grâce aux incitations du professeur, du travail accompli au sein des activités mathématiques de la classe. Une question posée par un ou plusieurs élèves dans le cours normal de la classe peut donner lieu à une activité spécifique dans le journal des mathématiques, de même qu'un exercice ou un problème présent dans la vie de la classe. Mais attention, si un exercice ou un problème présent dans la vie de la classe devient un élément de travail dans le journal des mathématiques, c'est parce qu'il a été bien compris par tous les élèves, et qu'il peut servir de base à une étude accomplie par tous les élèves.

Par exemple, si des élèves ont bien compris le sens des symboles $<$ et $>$, ils peuvent produire par eux-mêmes des écritures mathématiques dont ils sont raisonnablement sûrs. Des élèves de CP peuvent alors produire par exemple une écriture comme « $8+4 < 8+5$, puisque $4 < 5$ ».

Le journal n'est donc pas un exercice, mais plutôt le lieu d'une certaine forme d'expérience et d'interrogation du savoir mathématique par les élèves.

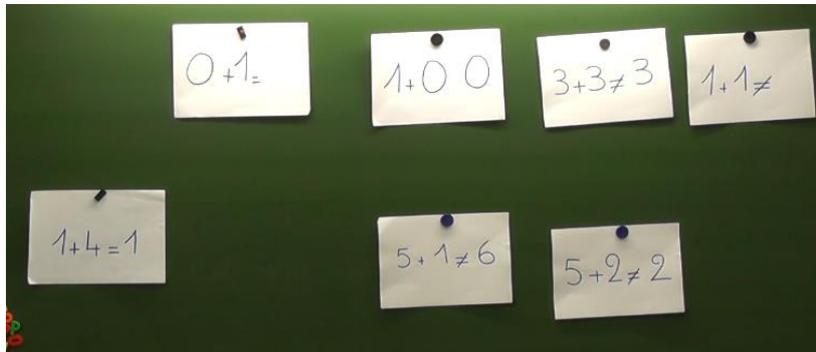
3. L'évaluation du journal des mathématiques

2.1 Le journal des mathématiques est systématiquement étudié par le professeur, mais il n'est pas évalué

Le journal des mathématiques est systématiquement lu par le professeur, éventuellement « commenté ». Il est donc étudié, mais il n'est pas « évalué » dans le sens qu'il ne sera jamais noté, ni évalué en terme de compétences acquises ou pas. Il s'agit d'une sorte de jeu sur les nombres, une sorte de « jeu de recherche ».

Par exemple, si un élève écrit « $4 + 5 = 10$ » dans le Journal, le professeur lui signifiera que ce n'est pas une égalité correcte et pourra par exemple le faire réfléchir à partir de deux écritures qu'il lui fournira (par exemple $4 + 1 = 5$, et $4 + 4 = 8$) afin que l'élève puisse modifier sa proposition. Il pourra également lui demander de représenter l'égalité sur une ligne (droite numérique). Selon le cas, ce travail pourra être adressé au collectif (sans mention de l'auteur de l'erreur), ou à l'élève lui-même. Si l'erreur commise lui paraît importante (si ce n'est pas une « étourderie »), le professeur peut en faire le point de départ d'un travail spécifique avec le ou les élèves concernés.

Au-delà d'éventuelles erreurs commises, le travail dans le journal du nombre doit pouvoir constituer le point de départ de discussions collectives, centrées sur *des écritures mathématiques pertinentes*, qu'on va décrire, sur lesquelles et à propos desquelles on va parler, en produisant peu à peu un langage mathématique adéquat pour cela.

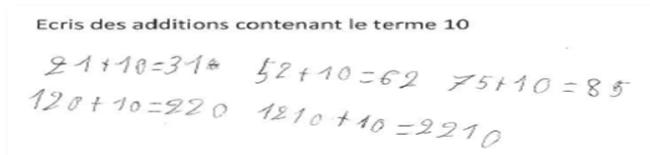


Exemple de productions d'élèves qui ont été discutées en groupe classe (CP) à la suite d'une séance de travail dans le journal des mathématiques ayant comme incitation : « produire des annonces à deux mains avec les signes +, =, ≠ » (ACE CP, domaine situation, module 2).

2.2 Le journal des mathématiques ne sert pas d'abord de relevé des conceptions des élèves

Le journal des mathématiques peut constituer une « fenêtre » sur les conceptions, idées, procédures, erreurs, etc. des élèves, mais ce n'est pas sa fonction principale.

Exemple de « fenêtre » sur la conception erronée de l'ajout de 10 d'un élève de CP (en fin d'année) :



Cet élève pense qu'ajouter 10 à un nombre a pour effet de d'augmenter d'une unité son chiffre de gauche

4. Les fonctions du journal des mathématiques et le travail du professeur

3.1 La première fonction du journal des mathématiques : viser l'émancipation de l'activité productrice, en mathématique, de l'élève.

La fonction principale du Journal, indissociablement individuelle et collective, est donc bien de rendre les élèves capables de constituer, à partir des mathématiques qu'ils étudient en classe, un « rapport de première main » aux mathématiques, qui leur permette par exemple de travailler en autonomie, à partir d'incitations professorales ou non, à la production d'écritures mathématiques comme *faits mathématiques* (« trouvailles mathématiques »). L'élève n'est plus « consommateur » d'exercices ou problèmes fournis par le professeur, mais il est « producteur » de l'activité mathématique.

Le travail à partir d'un « jeu » dont les élèves sont familiers.

Lorsque les élèves ont pris l'habitude de travailler dans le journal des mathématiques, certaines familles d'activité peuvent être désignées sous forme de « jeux », et l'incitation pourra consister simplement à demander aux élèves de pratiquer un jeu d'une forme donnée. Par exemple, le « jeu des signes » peut consister à écrire des mathématiques avec tels ou tels signes ; le « jeu des représentations » peut consister à mettre en relation une écriture symbolique avec une représentation graphique de cette écriture (droite graduée, quadrillage, etc.) ; le « jeu de fabrication de problèmes » peut consister à inventer un énoncé de problème qu'on résout, etc.

Le travail « libre »

Lorsque les élèves disposent d'une expérience importante dans le journal, ils peuvent écrire librement, par exemple en explicitant des questions mathématiques qu'ils se posent, et en essayant d'y répondre.

3.2 La deuxième fonction du journal des mathématiques: la communication mathématique dans la classe.

C'est le professeur qui organise cette communication. Cela peut se faire de la manière suivante :

- À la fin d'une séance sur le Journal, le professeur ramasse les Journaux et étudie les productions d'élèves.
- Parmi ces productions, il en choisit une (éventuellement plusieurs) qui lui paraît manifester, par elle-même ou en relation avec d'autres, des propriétés mathématiques pertinentes.
- Il la présente à la classe, en coopération avec son auteur, comme *incitation* en début de la séance suivante. C'est une phase essentielle (cf. ci-dessous).
- Une fois qu'il s'est assuré que tous les élèves de la classe ont bien saisi « la nature » et la « logique » de la production, le professeur demande aux élèves d'« imiter » cette production.

3.3 Le travail du professeur : le choix des productions, l'incitation

Lorsque le professeur étudie les journaux des mathématiques produits par les élèves, il le fait avec l'idée de relever des productions qui expriment une propriété mathématique pertinente, afin de faire travailler cette propriété par l'ensemble de la classe.

Par exemple, lors de la séance du journal du nombre dont le professeur a étudié les productions, l'incitation professorale était, au CP, « *Écrire un nombre qu'on décompose sous la forme d'une addition* ».

Le professeur a choisi une production dans laquelle l'élève a écrit systématiquement des doubles de la manière suivante : $6 = 3 + 3$; $8 = 4 + 4$; $10 = 5 + 5$.

$$\begin{array}{l} 6 = 3 + 3 \\ 8 = 4 + 4 \\ 10 = 5 + 5 \end{array}$$

En lisant cette production, le professeur remarque d'une part l'emploi systématique des doubles (un élément essentiel au CP), et le placement du terme unique (ici 6, 8, 10) à gauche du signe « égal », en début d'égalité, ce qui peut favoriser une conception de l'égalité comme équivalence. Il choisit donc cette production.

Le professeur donne à la classe cette production, et demande aux élèves de l'étudier et de la commenter, en dialogue avec l'auteur. *Cette phase, l'étude et l'appropriation de l'incitation, est essentielle.* Elle doit amener tous les élèves, dans la discussion collective, à bien comprendre comment l'écriture mathématique a été produite, et quel est son sens. Le professeur peut d'ailleurs, « pour voir », demander à quelques élèves de venir au tableau pour produire des écritures de même type, qui sont discutées dans la classe, pour s'assurer qu'elles relèvent bien du même type d'écriture. Après la reconnaissance du mode de production de l'écriture et de sa signification, une nouvelle séance du Journal des mathématiques peut s'engager, avec l'incitation « Écrire des nombres sous la forme de doubles ». Il est aussi possible et fructueux, dans certains cas, de donner directement la production écrite ($6 = 3 + 3$; $8 = 4 + 4$; $10 = 5 + 5$), avec l'incitation générique « J'observe et j'imité ».

Une incitation pourrait être ensuite, selon le moment de la progression, et en fonction des productions effectives des élèves : « écrire une égalité dans laquelle on fait voir un double dans un nombre », et on attend des élèves qu'ils écrivent par exemple $15 = 6 + 6 + 3$. L'incitation, toujours en fonction des mêmes critères peut devenir « écrire une égalité dans laquelle on fait voir le plus grand double possible dans un nombre », et on attend des élèves qu'ils écrivent par exemple $15 = 7 + 7 + 1$, etc. L'important, ici, n'est pas la résolution du problème « écrire une égalité dans laquelle on fait voir le plus grand double possible dans un nombre », mais le fait de comprendre rapidement ce « jeu d'écriture », et de se confronter *un grand nombre de fois* à ce jeu.

En fonction de leur niveau d'avancement mathématique, les élèves vont produire divers types de propositions, mais *aucun ne devra être dans l'impossibilité de travailler adéquatement.* Dans un second temps, le fait de rendre publiques certaines productions mathématiquement plus raffinées que d'autres, de les commenter et d'en comprendre finement la nature, permettra à chacun, dans l'étude et la compréhension de ces productions, de progresser.

5. Le journal des mathématiques et l'activité mathématique de la classe

Le Journal des mathématiques doit pouvoir accueillir des *questions* ou *raisonnements* produits par les élèves, qu'ils aient eu lieu dans le Journal des mathématiques, ou dans l'activité normale de la classe.

Les élèves n'ayant pas toujours les moyens linguistiques et scripturaux de les poser, certaines séances du Journal des mathématiques peuvent se centrer sur la discussion collective de productions, qui amènent à des questions ou hypothèses mathématiques.

Le journal peut constituer ainsi un moyen de diffuser des raisonnements mathématiques énoncés par les élèves et pleinement compris de tous.

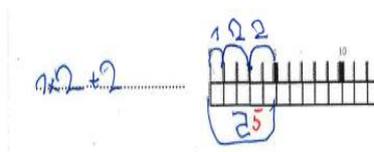
Par exemple, dans la discussion mathématique, les élèves peuvent être amenés à travailler sur certains éléments du « principe opposé », c'est-à-dire le fait que $a - b + b = a$ (par exemple, $8 - 3 + 3 = 8$). *Il n'est donc pas besoin de calculer* pour obtenir la solution de l'égalité, « il suffit de regarder », « ça saute aux yeux ».

Ce principe peut donner lieu à un « jeu » dans le journal des mathématiques, dénommé par les élèves, qui consiste donc à écrire des égalités qui « sautent aux yeux », fondées sur le principe opposé, ou sur d'autres éléments, à étudier et expliciter.

Certaines incitations peuvent être explicitement dévolues à un travail intégrant les systèmes de représentation (par exemple la demi-droite graduée) qui concrétisent les recherches.

L'incitation peut être alors par exemple : « Écrire une égalité mathématique, puis la représenter sur la demi-droite graduée », ou bien « représenter une égalité sur la demi-droite graduée, puis l'écrire ».

Par exemple, au CP, les élèves montrent par le tracé de « ponts » sur la droite graduée de 1 en 1 que $1+2+2=5$.



6. Remarque :

Au fur et à mesure de l'année, la droite numérique évolue, les graduations disparaissent, on ne conserve que les graduations 0, 5, 10, 15 ..., puis 0, 10, 20, ..., puis enfin uniquement la graduation 0. L'écrit dans le journal des mathématiques

Le passage à l'écrit dans le journal des mathématiques est important en particulier parce qu'il permet un retour sur les écrits antérieurs des élèves.

De cette manière, l'élève peut prendre conscience de l'accroissement de ses connaissances, qu'il pourra justifier, *mais aussi de ce dont il pense être certain, sans laisser la responsabilité de la certitude uniquement au professeur.*

Le journal est donc un outil pour la mémoire individuelle et collective, puisque la symbolisation et l'usage de représentations fixe momentanément ce que l'on pense « savoir » mais que l'on peut modifier.

L'écrit constitue le partage d'une expérience vécue d'abord individuellement puis collectivement.

7. La progression dans le Journal des mathématiques

La progression dans le Journal des mathématiques est donc directement ancrée dans les productions des élèves, dans les idées mathématiques qu'elles révèlent, dont le professeur fait prendre conscience aux élèves, avant de demander à chacun de les travailler.

C'est par de nouvelles *incitations*, qui prennent leurs sources dans les propriétés mathématiques des productions antérieures, que le professeur fait mathématiquement avancer les élèves. Ces incitations sont fondées à la fois sur les productions relevées dans le journal, et sur des discussions, dans la classe, fondées sur des productions ou des questions dont le professeur a relevé la pertinence.

8. La périodicité du Journal des mathématiques, la durée des séances

D'une part, le Journal des mathématiques requiert une certaine quantité d'expériences mathématiques pour que l'élève soit en possibilité d'écrire des mathématiques « nouvelles » par rapport à ce qu'il sait déjà faire.

D'autre part, le Journal doit devenir une habitude, habitude de production et d'enquête, pour les élèves.

La périodicité des séances doit donc tenir compte de ces deux contraintes. Le rythme d'une ou deux fois par semaine paraît pertinent.

La durée des séances peut être variable, selon le temps accordé à l'incitation. Mais elle doit être suffisante pour permettre à chaque élève de s'approprier individuellement l'incitation et de faire ses propres expériences, de s'inscrire dans *une enquête sur le nombre*. On peut considérer qu'une séance peut durer entre 20 et 30 minutes (explicitation de l'incitation comprise).

Par ailleurs, des moments de retour décrochés des séances du journal proprement dites, consacrés à l'analyse d'une ou plusieurs productions particulièrement intéressantes, paraissent indispensables.

9. Le journal des mathématiques et la communication mathématique au-delà de la classe

Le travail accompli dans le Journal des mathématiques peut être communiqué au-delà de la classe.

Les trouvailles des uns et des autres peuvent être partagées et servir d'incitations nouvelles dans d'autres classes, qui peuvent sur cette base établir une correspondance scolaire.

10. Le journal des mathématiques et les élèves moins avancés

Les élèves moins avancés doivent *nécessairement* travailler dans le journal des mathématiques, comme chaque élève.

Comme le travail dans le journal des mathématiques est un moment d'autonomie, chaque élève travaillant sans appui sur le professeur, celui-ci peut accorder une attention particulière, dans le travail du journal, aux élèves moins avancés. Il peut alors « accompagner » ces élèves dans leur production, en s'assurant qu'ils ont bien saisi l'incitation, et en leur suggérant éventuellement certaines façons d'agir. Mais ces suggestions n'ont qu'un seul but : permettre à ces élèves moins avancés de travailler seuls, avec une certaine intensité et une certaine densité mathématique, sur des productions de même type (même si elles sont éventuellement moins nombreuses ou moins complexes) que celles des élèves plus avancés de la classe.

Par exemple en fin d'année de CP, les élèves de cette classe ont eu comme incitation :

« J'observe et je continue : $5-2=3 \rightarrow 50-20=30$ $9-4=5 \rightarrow 90-40=50$ »

Voici la production d'un élève avancé	et celle d'un élève moins avancé

On s'aperçoit que l'élève moins avancé a eu beaucoup plus de difficultés pour produire de nouvelles égalités et qu'il a finalement retiré 0 à chacun des nombres qu'il a choisis pour répondre à l'incitation dans un contexte particulier.

Pour accompagner cet élève moins avancé, un enseignant aurait pu ajouter dans le journal de l'élève (sur plusieurs lignes) d'autres égalités du même type ($7-1=6 \rightarrow 70-10=60$ etc.) afin de l'aider à percevoir la logique des écritures (sans nécessairement oraliser cette logique). Même si cette pratique est marginale, elle est utilisée par certains enseignants pour « accompagner » encore un peu certains élèves avant de les laisser produire seuls dans leurs journaux.

11. Ce que disent les enseignants de CP du journal des mathématiques

Ce que disent les enseignants de CP (ACE et non ACE) du journal des mathématiques (propos recueillis lors d'animations pédagogiques « journal des mathématiques » après que les enseignants aient mis en œuvre le journal dans leurs classes) :

Points forts

- réinvestissement et éventuellement approfondissement des connaissances acquises au cours des modules

- tout le monde y trouve son compte, les plus avancés qui manipulent des notions pas forcément systématisées en classe (ils vont plus loin), les moins avancés qui produisent parfois peu mais peuvent montrer quand même leurs connaissances mathématiques
- une grande liberté au sein d'un cadre précis
- souple d'utilisation : moment court ou plus long à n'importe quel moment de la journée, variable d'ajustement pendant que d'autres finissent un travail, rebondissement par rapport à quelque chose vu en classe, utilisation spontanée « dans le feu de l'action pédagogique »
- rebondir sur des erreurs collectées pour une reprise en grand groupe : les élèves progressent grâce à ça, comprennent que se tromper peut faire avancer
- pas de blocage, de culpabilisation par rapport aux erreurs
- la mise en valeur nominative de certaines productions d'élèves leur plaît beaucoup.

Points à améliorer

- la correction peut être fastidieuse.

Pour ce dernier point, beaucoup d'enseignants limitent la place de production des élèves à un demi-cahier de brouillon de manière à restreindre les élèves dans leur envie de produire des mathématiques.

IV - LE JOURNAL DES MATHÉMATIQUES A D'AUTRES NIVEAUX DE CLASSE

Comme il était indiqué précédemment, les élèves de n'importe quel niveau de classe peuvent utiliser un journal des mathématiques ; lors d'animations pédagogiques en cycle 2, cycle 3, également dans l'ASH, des enseignants de tous niveaux de classes ont déjà utilisé, avec efficacité le journal des mathématiques ; certains collègues ne se sont pas restreints au domaine numérique, mais ont aussi créé des incitations en géométrie ou dans le domaine des grandeurs et mesures de grandeurs ; voici quelques exemples possibles :

1. Premier exemple en CM2

Incitation : « Choisis un nombre assez grand et trouve plusieurs façons possibles de le décomposer »

Exemple de production d'élève :

$$\begin{aligned}
 & 3 \ 981 \ 254 \\
 & (3 \times 1\,000\,000) + (9 \times 100\,000) + (8 \times 10\,000) + (1 \times 1\,000) + \\
 & (2 \times 100) + (5 \times 10) + 4 = 3 \ 981 \ 254 \\
 & 3\,000\,000 + 900\,000 + 80\,000 + 1\,000 + 200 + 50 + 4 \\
 & 3\,981\,254 = (3\,981 \times 1\,000) + 254
 \end{aligned}$$

Cette incitation pourrait être plus contraignante en demandant aux élèves de trouver au moins trois décompositions du nombre choisi afin d'éviter d'avoir un élève qui se contenterait de décompositions canoniques.

2. Deuxième exemple en CM2:

Incitation :

Observe et imite (ou continue) le travail d'Erwann :

$$\frac{350}{8} = 43 + \frac{6}{8} = 42 + \frac{14}{8} = 41 + \frac{22}{8}$$

Production d'un élève :

$$\frac{350}{8} - \frac{43}{8} = \frac{42}{8} + \frac{14}{8} = \frac{41}{8} + \frac{22}{8} = \frac{40}{8} + \frac{30}{8} =$$

$$\frac{39}{8} + \frac{38}{8} = \frac{38}{8} + \frac{46}{8} = \frac{37}{8} + \frac{54}{8} = \frac{36}{8} + \frac{62}{8} = \frac{35}{8} + \frac{70}{8}$$

$$\frac{34}{8} + \frac{78}{8} = \frac{33}{8} + \frac{86}{8} = \frac{32}{8} + \frac{94}{8} = \frac{31}{8} + \frac{102}{8} =$$

$$\frac{30}{8} + \frac{110}{8} = \frac{29}{8} + \frac{118}{8} = \frac{28}{8} + \frac{126}{8} = \frac{27}{8} + \frac{134}{8} =$$

$$\frac{26}{8} + \frac{142}{8} = \frac{25}{8} + \frac{150}{8} = \frac{24}{8} + \frac{158}{8} = \frac{23}{8} + \frac{166}{8} =$$

$$\frac{22}{8} + \frac{174}{8} = \frac{21}{8} + \frac{182}{8} = \frac{20}{8} + \frac{190}{8} = \frac{19}{8} + \frac{198}{8} = \frac{18}{8} + \frac{206}{8}$$

$$= \frac{17}{8} + \frac{214}{8} = \frac{16}{8} + \frac{222}{8} = \frac{15}{8} + \frac{230}{8} = \frac{14}{8} + \frac{238}{8} = \frac{13}{8} + \frac{246}{8} =$$

$$\frac{12}{8} + \frac{254}{8} = \frac{11}{8} + \frac{262}{8} = \frac{10}{8} + \frac{270}{8} = \frac{9}{8} + \frac{278}{8} = \frac{8}{8} + \frac{286}{8} =$$

$$\frac{7}{8} + \frac{294}{8} = \frac{6}{8} + \frac{302}{8} = \frac{5}{8} + \frac{310}{8} = \frac{4}{8} + \frac{318}{8} = \frac{3}{8} + \frac{326}{8} =$$

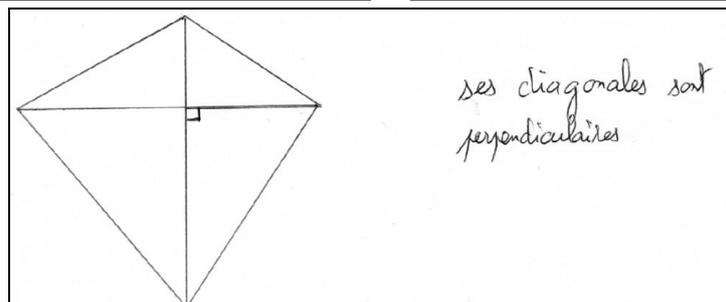
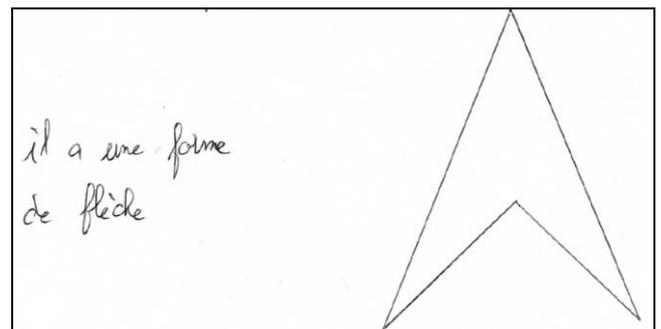
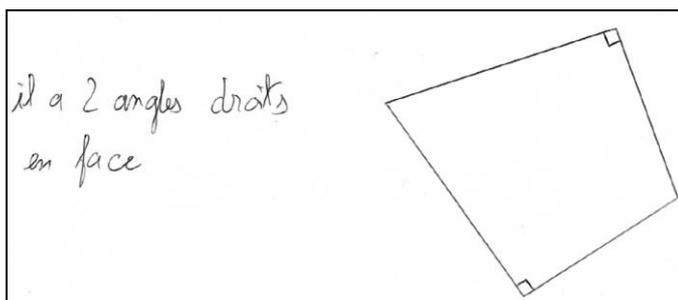
$$\frac{2}{8} + \frac{334}{8} = \frac{1}{8} + \frac{342}{8} = \frac{0}{8} + \frac{350}{8}$$

On peut penser que cet élève a compris qu'une unité était égale à huit huitièmes et qu'il le fait savoir !

3. Troisième exemple en CM2

Incitation: « Trace des quadrilatères et indique leurs propriétés »

Production d'un élève :



L'enseignante qui a proposé cette incitation a été surprise de la créativité de ses élèves par rapport aux années précédentes où la leçon sur les propriétés des quadrilatères ne permettait d'étudier que les

figures classiques (carré, rectangle...). Ce travail de production de quadrilatère a permis à la classe de revenir sur la définition d'un quadrilatère, ainsi que sur leurs propriétés, tout en découvrant de nouveaux quadrilatères « non classiques ».

4. Exemple en ULIS

Plus qu'un exemple, c'est une façon de procéder qu'une enseignante d'ULIS a mis en place avec ses élèves : une même incitation reprise tous les jours d'une même semaine ; les élèves produisaient très peu les premiers jours, mais en prenant confiance en eux arrivaient à des productions très pertinentes en fin de semaine.

5. Bilan provisoire de la mise en œuvre dans les classes

Tous les enseignants qui ont mis en œuvre le journal des mathématiques dans leur classe sont impressionnés par l'investissement de leurs élèves à répondre aux incitations ; ils sont également étonnés de la pertinence des productions de certains élèves. Dans certaines classes comportant beaucoup d'élèves moins avancés, certains enseignants précisent l'incitation du jour, font travailler les élèves pendant une dizaine de minutes en accompagnant certains élèves moins avancés, interrompent le travail personnel et demandent à quelques élèves d'écrire une de leur production au tableau, redonnent dix minutes aux élèves pour produire des mathématiques ; on s'aperçoit donc que cet outil est « vivant » et adaptable en fonction des différents profils de classes ; l'analyse de son utilisation ne fait donc que commencer !

Grande satisfaction : Dans certaines classes de CP, le cadeau à la maitresse n'est plus un beau dessin, mais une page de calculs que certains élèves réalisent le soir chez eux pour l'offrir à l'enseignante !!

V - ECHANGES AVEC LES PERSONNES PRÉSENTES À CETTE COMMUNICATION

A la fin de la communication, les personnes présentes ont posé un certain nombre de questions sur la progression ACE CP (rôle des différents systèmes de représentation, articulation des différents domaines...) ; je ne ferai pas part de ces échanges ici, car il est question dans cet article de décrire le journal des mathématiques.

Les collègues ont demandé quelle forme prenait ce journal. Dans toutes les classes où il est utilisé, il s'agit d'un cahier spécifique, en général de petit format (afin de limiter l'espace de production des élèves, pour ne pas rendre trop fastidieuses les vérifications des productions qui sont plus longues à effectuer que pour un fichier par exemple). Dans certaines classes les enseignants utilisent tout de même un cahier grand format afin que les élèves aient suffisamment de place pour répondre aux incitations (par exemple en CE1, lorsque les élèves fabriquent des « nombres-rectangles » par découpages de grilles rectangulaires qui représentent les multiplications, voir ACE-CE1 accessible en ligne en septembre 2017).

Nous avons également eu le temps de voir ensemble quelques exemples d'incitations qui pourraient être données dans les classes ; c'est ce point qui est délicat au départ lorsque les enseignants décident d'utiliser le journal des mathématiques dans leurs classes ; en effet, les incitations ne doivent pas être trop ouvertes (par exemple : « Ecrit tout ce que tu connais en mathématiques », ni trop fermées ce qui s'approcherait davantage d'exercices à réaliser (par exemple : « Trace un rectangle qui a un périmètre égal à 12 cm et une aire égale à 8 cm² »). Dans le domaine des aires et des périmètres, en CM2, une proposition d'incitation a été donnée par un collègue : « Dessine des rectangles et indique pour chacun son périmètre et son aire » ; cette incitation correspondait tout à fait à ce qui est demandé dans le journal des mathématiques, car elle est suffisamment explicite pour que tous les élèves s'engagent dans une production, et suffisamment ouverte pour qu'ils puissent expérimenter des faits géométriques (même aire mais périmètres différents etc.), ce qui permettrait ensuite à l'enseignant de créer d'autres incitations mettant en évidence la non corrélation de l'aire et du périmètre (exemple : « Choisis une aire et dessine plusieurs rectangle qui ont cette aire ; compare leurs périmètres »).

Les personnes présentes ont également perçu l'intérêt d'un tel dispositif dans les classes, son aspect interactif entre productions individuelles et travail collectif et souhaitent le faire connaître dans leur lieu d'exercice.

Je remercie en tout cas la COPIRELEM de m'avoir permis de faire connaître cet outil lors de ce colloque.

VI - BIBLIOGRAPHIE

ACE-Arithmécole (2017) <http://python.espe-bretagne.fr/ace/> Consulté le 16/04/17

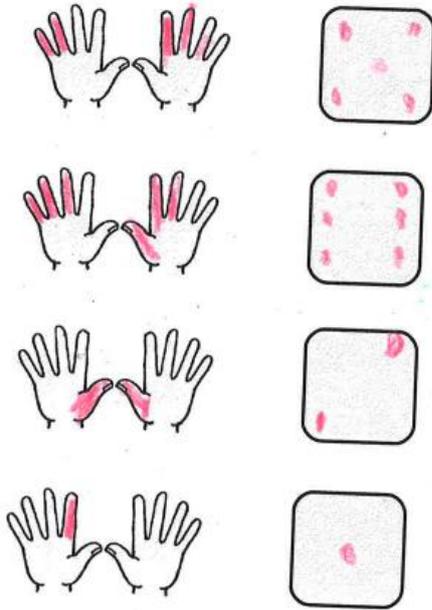
Le journal du Nombre (2015) <http://python.espe-bretagne.fr/ace/wp-content/uploads/Pre%CC%81sentation-du-Journal-du-Nombre.pdf> Consulté le 16/04/17

SENSEVY, G. (1996). Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au Cours Moyen : Le Journal des Fractions. *Recherches en didactique des mathématiques* 16(1) 7-46.

VIGOT, N. (2014). Temps des pratiques de savoir, dispositifs et stratégies professorales : une étude de cas en mathématique au cours préparatoire : Journal du Nombre et Anticipation. *Thèse en Sciences de l'Éducation*. Université de Brest.

La date : 25/09/13 *bravo*

Fais une annonce en coloriant les doigts que tu lèves et dessine les points du dé pour que ton annonce soit gagnante.



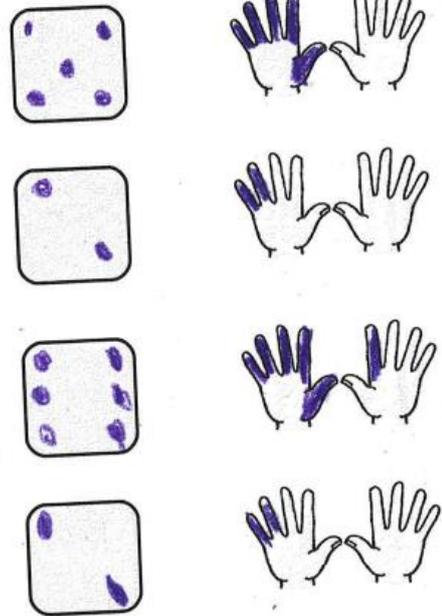
La date : 03/10/13

Écris des annonces différentes qui peuvent gagner.

- 2 + 2
- 3 + 0
- 2 + 3
- 3 + 3
- 2 + 0
- 1 + 3
- 1 + 2 *annonce perdante*
- 1 + 1
- 1 + 2
- 1 + 0

La date : 25/09/13

Dessine les points du dé et colorie les doigts pour faire une annonce gagnante.



La date : 10/10/13

Fais le plus possible d'annonces différentes et gagnantes et complète les boîtes.

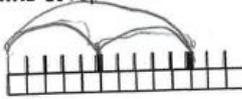
2 1 1	3 2 5 1	
+ 4 2 2	2 0 2	
2 6	9	
3 3	1 2 5	
1 0 1	9	
2 5 0 2 5	9	
	3 1	
	3 0	

Louis

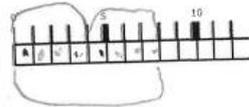
La date : 15/10/13

Ecris des annonces à 2 mains et représente-les sur la ligne graduée.

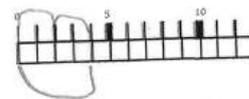
5+5=10



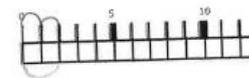
4+4=8



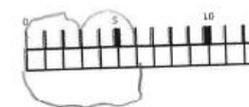
2+2=4



1+1=2



3+3=6



très bien

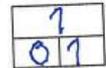
La date : 17/10/13

Dans son journal du nombre, Sarah a écrit

- 1+1 = 2
- 2+1 = 3
- 3+1 = 4

Observe, imite et complète les boîtes à compter.

0+1=1



4+1=5



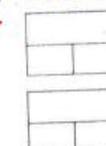
25+1=26



26+1=27



11+1=12



Attention à l'écriture des chiffres!

très bien

La date : 18/11/13

écritures additives à 2 termes

J'écris des annonces à 2 mains différentes. J'utilise les signes +, =, ≠.

- | | |
|---------|-------------|
| 1+3=4 | 12 ≠ 4 |
| 2+2=4 | 2+2 ≠ 6 |
| 1+1=2 | 1+1 ≠ 1 |
| 0+1=1 | 0+1 ≠ 2 |
| 0+2=2 | 0+2 ≠ 6 |
| 0+0=0 | 0+2 x |
| 8+0=8 | 8+0 x |
| 1+2=3 | 12+8 |
| 0+7=7 | 0+7 ≠ 7 |
| 0+2=2 | 2+2 ≠ 6 |
| 1+2=3 | 2+1 ≠ 10 |
| 1+3=4 | 5 |
| 5+5=10 | 5+5 ≠ 4 |
| 0+10=10 | 0+10 ≠ 25 x |

La date : 15/11/13

Je compare des nombres. J'utilise les signes > ou <.

25 < 27 < 29 < 31 < 33 < 35 < 37 < 39 < 41 < 43 < 45

La date : 22/11/13

Ecris des annonces à 3 mains et représente-les sur la ligne graduée.

0+1=1

0+0=0

2+0=2

0+2=2

1+2=2

La date : 22/11/13

Dans son journal du nombre, Louise a écrit

- 1+5 = 6
- 5+5 = 10
- 1+2 = 3
- 1+5 ≠ 4
- 5+5 ≠ 4
- 1+2 ≠ 8

Observe, explique et imite Louise.

0+5=5

0+2=1

2+2=10

0+0=0

0+5 ≠ 8

0+2 ≠ 8

2+2 ≠ 5

0+0 ≠ 1

3+3=8

1+1=8

0+2=2

La date : -----

Dans son journal du nombre, Anaïs a écrit

- 1+2 ≠ 2
- 3+4 ≠ 4
- 6+7 ≠ 7

Observe, explique et imite Anaïs.

7+2=2

7+7=7

7+21=21

2+31=21

2+2=2

7+2=2

10+10=2

17+1=1

19+10=0

1+1=1

11+10=0

11+22=22

20+10=70

11+22=22

La date : 2/12/13

J'écris des additions à 2 termes égaux. J'utilise les signes + et =.

2+2=0

1+10=0

0+2=1

1+0=0

0+2=10

10+10=20

La date : 9/12/13

Observe, explique et continue :

5+3 = 1+1

- 5+5 = 1+1
- 1+0 = 2+2
- 9 1+2 = 4
- 0+0 = 2+2
- 5+3 = 7
- 2+2 = 0+0
- 1+7 = 5+3
- 9 10+0 = 2+0

La date : 08/01/14

Ecris des soustractions et les différences auxquelles elles correspondent

- 10-1=9
- 10-0=10
- 10-3=7
- 10-4=6
- 10-10=0
- 1-1=0
- 2-2=0
- 1-1=0

La date : 12/12/13

très bien

Ecris des annonces qui font 10

- 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=10
- 2+2+2+2+2=10
- 1+9=10
- 10+0=10
- 1+2=10
- 8+2=10

La date : 12/01/14

« Fais voir le nombre »

Je fais voir ... 8 ... dans 10

10-8=2

10-8+2 = 10-8-2

10-2=8

10
8 2

Je fais voir ... 2 ... dans 4

4-2=2

4-2=2

4
2 2

La date : 16/07/14
« Fais voir le nombre »

Je fais voir ... 7 ... dans ... 6 ...

$2+5=7$
 $2+1=5$
 $2+5=7$

6
1 5

Je fais voir ... 7 ... dans ... 2 6 ...

$2+2+2=7$
 $2+1+2=5$
 $2+2+2=6$

2 6
4 2

La date : 16/07/14
« Fais voir le nombre »

Je fais voir ... 2 ... dans ... 7 9 ...

$6+2=8$
 $2+2=4$

3 6
2 2

Je fais voir ... 2 ... dans ... 10 ...

$10-2=8$
 $10-2=8$
 $10-4=6$

10
6 4

La date : 27/01/14

lien

Jeu de la boîte :
Complète la boîte et écris des mathématiques en utilisant les nombres de la boîte.

5
4 1

- 5 > 1. $5+4 \neq 1$
- 4 > 1. $4 \neq 1$
- 5 > 4. $4+4=5$
- 1 > 5.
- 4 > 5.
- impossible* $1+4=5$
- $4+1=5$
- $1+3+4=5$
- $5+1 \neq 4$
- $1 \neq 4$

La date : 17/01/14

Dans son journal du nombre, Gabriel a écrit :

- $7+3-3=7$
- $7+1-1=7$
- $7+5-5=7$

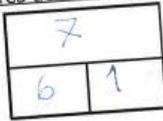
Observe, explique et imite Gabriel.

- $8+3-3=8$ $7+5-5=7$
- $8+4-4=8$
- ~~$8+5=13$~~
- ~~$8+7=15$~~
- ~~$8+2=10$~~
- ~~$8+2-2=8$~~
- $8+1-1=8$
- ~~$8-7=1$~~
- ~~$8-7=1$~~
- $8+2-2=8$
- $7+1-1=7$
- $7+2-2=7$
- $7+3-3=7$
- ~~$7+7=14$~~
- $7-4+4=7$

La date : 27/10/14

Jeu de la boîte :

Complète la boîte et écris des mathématiques en utilisant les nombres de la boîte.



Tu n'as pas utilisé les nombres de la boîte.

- ① 7 -
- ② 6 -
- ~~7 - 4 =~~
- ~~4 - 4 =~~
- ~~6 - 6 =~~
- 7 + 6 = 13
- 7 -

La date : 28/10/14

Choisis une différence et écris le plus possible de soustractions qui lui correspondent.



- 2 - 1 = 1 14 - 13 = 1
- 3 - 2 = 1 1 - 0 = 1
- 4 - 3 = 1
- ~~5 - 4 = 1~~
- 6 - 5 = 1
- 7 - 6 = 1
- 8 - 7 = 1
- 9 - 8 = 1
- 10 - 9 = 1
- 11 - 10 = 1
- 12 - 11 = 1
- 13 - 12 = 1

Attention, tu oublies parfois d'écrire + et on ne lit pas le bon nombre 10 ≠ 1+0 !

La date : 05/12/14

Observe, explique :

5 + 4 = 2 + 3 + 2 + 2

Ecris un lancer à 2 termes et dégroupes les nombres pour obtenir une addition égale avec plus de termes.

- 4 + 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
- 2 + 5 = 1 + 1 + 3 + 1 = 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1
- 2 + 4 = 1 + 1 + 2 + 2
- 5 + 3 = 2 + 1 + 2 + 1 + 1
- 3 + 2 = 2 + 2 + 1 + 1
- 5 + 3 = 2 + 1 + 2 + 3
- 3 + 9 = 1 + 1 + 1 + 5 + 4

La date : 06/02/14

Observe, explique :

2 + 3 + 1 + 6 = 5 + 7

Ecris un lancer à 4 termes et écris une addition égale à 2 termes.

- 1 + 1 + 2 + 1 + 5 + 5 = 2 + 10
- 1 + 5 + 4 + 1 + 5 + 5 = 6 + 10
- 2 + 8 + 1 = 10 + 2
- 3 + 3 + 1 + 2 = 8 + 3
- 1 + 1 + 2 + 2 + 6 + 6 = 2 + 10 + 6 + 2

La date : 01/02/14

Observe, explique, imite :

$7 > 4$ alors $4+3 > 2+2$

4 < 5 alors $2+2 < 4+1$ -
 4 < 6 alors $2+2 < 6+1$ -
 4 < 7 alors $2+2 < 7+1$ -
 5 < 4 alors $1+1+1+1 < 7+1$ -
 2 < 1 alors $1+1+1+1+1 < 1+0$ -

La date : 12/02/14

Le nombre caché

Je montre le nombre 5... caché dans d'autres nombres

8 5 2	$8-2=6$ $2+6=8$
7 6 1	$7-1=6$ $1+6=7$
70 6 4	$70-4=66$ $6+6=12$
87 6 2	$87-2=85$ $7+8=15$
9 8 1	$9-1=8$ $8+1=9$
77 6 5	$77-5=72$ $72+5=77$
70 6 6	$70-6=64$ $6+6=12$

La date : 14/02/14

Observe, explique, imite :

$6-3=3$ alors $26-23=3$

~~6-3=3~~ alors $25-22=3$ -
 $6-3=3$ alors $46-43=3$ -
 $0-3=3$ alors $10-7=3$ -
 $8-3=3$ alors $88-85=3$ -
 $6-3=3$ alors $88-85=3$ -

La date : 19/02/14

Additions et soustractions

Je complète les boîtes et j'écris les additions et les soustractions possibles :

6 3 3	$6-3=3$ $3-3=0$	$3+3=6$ $6+3=9$
72 6 6	$72-6=66$ $6-6=0$	$6+6=12$ $72+6=78$
5 3 2	$5-2=3$ $3-2=1$	$3+2=5$ $5+3=8$
6 5 1	$6-5=1$ $5-1=4$	$5+1=6$ $6+5=11$
2 1 1	$2-1=1$ $1-1=0$	$1+1=2$
4 2 2	$4-2=2$ $2-2=0$	$2+2=4$ $4+2=6$
8 7 1	$8-7=1$ $7-1=6$	$7+1=8$ $8+7=15$

La date : 18/03/14

Complète le tableau avec des additions égales à 10.

additions à 2 termes	additions à 4 termes
$2+2=10$	$1+1+2+7+7+3$
$3+7=10$	$2+3+1+1=10$
$7+2=10$	$2+4+1+0=10$
$8+2=10$	$2+2+2+1=10$
$6+4=10$	$3+2+2+2=10$
$4+6=10$	$2+2+5+1=10$
$8+2=10$	
additions à 3 termes	additions à 5 termes
$2+2+3=10$	$1+1+1+1+1$
$2+7+1=10$	
$2+4+4=10$	
$3+2+1$	
$5+2+2=10$	
$2+2+6=10$	
$8+1+1=10$	

La date : 24/03/14

Fais voir 2

Choisis des nombres et écris-les en montrant tous les 2 qui s'y cachent :

- $3=2+1$
- $4=2+2$
- $5=2+2+1$
- $6=2+2+2$
- $7=2+2+2+1$
- $8=2+2+2+2$
- $9=2+2+2+2+1$
- $10=2+2+2+2+2$
- $11=2+2+2+2+2+1$
- $12=2+2+2+2+2+2$
- $13=2+2+2+2+2+2+1$
- $14=2+2+2+2+2+2+2$
- $15=2+2+2+2+2+2+1$

La date : 27/03/14

Observe, explique, imite :

$10+10+10+10+3 = 4d \ 3u = 43$

- ~~$10+10+10+10+2 = 2d \ 3u = 42$~~
- ~~$10+10+10+10+1 = 3d \ 3u = 33$~~
- ~~$10+10+10+10+0 = 3d \ 3u = 23$~~
- ~~$10+10+10+10+0 = 3d \ 3u = 23$~~
- ~~$10+10+10+10+0 = 3d \ 3u = 30$~~

La date : 28/03/14

Observe, explique, imite :

$58 = 5d \ 8u = 10+10+10+10+10+8$

- $10 = 1d \ 0u = 10+0$
- $11 = 1d \ 1u = 10+1$
- $12 = 1d \ 2u = 10+2$
- $13 = 1d \ 3u = 10+3$
- $14 = 1d \ 4u = 10+4$
- $15 = 1d \ 5u = 10+5$
- $16 = 1d \ 6u = 10+6$
- $17 = 1d \ 7u = 10+7$
- $18 = 1d \ 8u = 10+8$
- $19 = 1d \ 9u$
- $20 = 2d \ 0u = 10+10+0$
- $21 = 2d \ 1u = 10+10+1$
- $23 = 2d \ 3u = 10+10+3$
- $24 = 2d \ 4u = 10+10+4$

La date : 27/02/14

Additions et soustractions

Je complète les boîtes et j'écris les additions et les soustractions possibles :

99 90 9	9+90=99 95-99=9	90+9=99 95-9=99
57 50 7	57-50=7 50+7=57	57-7=50 7+50=57
87 80 7	87-80=7 80+7=87	87-7=80 7+80=87
47 40 7	47-7=40 40+7=47	47-40=7 7+40=47
97 90 7	97-7=90 90+7=97	97-90=7 7+90=97
42 40 2	42-2=40 2+40=42	42-40=2 40+2=42

La date : 10/04/14

Observe, explique, imite :

37 + 10 = 47
59 + 10 = 69

59 + 10 + 10 = 79
34 + 10 = 44
30 + 10 + 10 + 10 = 60
20 + 30 + 10 = 60
40 + 10 = 50
29 + 10 = 39
39 + 10 = 49
49 + 10 = 59
39 + 10 = 49
59 + 10 = 69
79 + 10 = 89
33 + 10 = 43
43 + 10 = 53
53 + 10 = 63

22 + 20 = 42
20 + 20 = 40
30 + 10 = 40
40 + 11 = 51
20 + 10 = 30
12 + 10 = 22
10 + 10 = 20
10 + 10 + 10 + 11 = 41
47 + 10 + 10 = 67
57 + 10 = 67
67 + 10 = 77

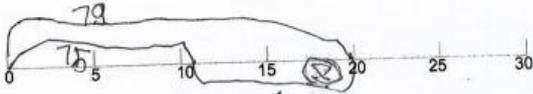
La date : 19/03/14

Ecris des sommes et dessine les pièces et les billets que tu utiliserais pour les payer.

40	20 20
41	20 20 1
42	20 20
43	20 20 1 2
44	20 20 2 2
45	20 20 1 2 2

La date : 15/05/14

$12 + ? = 79$



$19 - 8 = 12$

$19 - 12 = 8$

$8 + 12 = 20$

$12 + 8 = 20$

~~$10 + 2 + ? = 10 + 9$~~

~~$10 + 2 + ? = 10 + 9$~~

La date : 21/02/14

Observe, explique, imite :

$6 + 6 + 4 = 10 + 2 + 4$

$10 + 1 + 10 = 0 + 1 + 20$

$10 + 2 + 4 = 12 + 0 + 4$

$10 + 10 + 10 = 30 + 10 + 0$ à discuter

$4 + 11 + 5 = 15 + 4 + 0$

$10 + 8 + 1 = 18 + 4 + 1$

$12 + 11 + 8 = 11 + 9 + 1$

$13 + 7 + 2 = 10 + 1 + 8$

$14 + 7 + 10 = 20 + 4 + 1$

$15 + 1 + 11 = 15 + 2 + 10$

La date : 25/05/14

Calculs avec 9

Dans la classe tout le monde ne réfléchit pas pareil pour calculer $9 + 6$:

Procédure 1 :

Je sais que $10 + 6 = 16$ alors $9 + 6 = 15$

Procédure 2 :

$9 + 6 = 9 + 1 + 5 = 10 + 5 = 15$

Ecris des calculs avec 9 et choisis l'une des deux procédures pour calculer.

$9 + 8$ je sais que $10 + 8 = 18$ alors $9 + 8 = 17$
 je sais $9 + 2$ je sais que $10 + 2 = 12$ alors
 $9 + 2 = 11$
 $9 + 4$ je sais que $10 + 4 = 14$ alors $9 + 2 = 12$
 $9 + 7$ je sais que $10 + 7 = 17$ alors $9 + 7 = 16$

La date : 22/05/14

Ecris des soustractions avec des grands nombres et aide-toi de ton quadrillage pour calculer la différence.

$58 - 28 = 30$

$59 - 39 = 20$

$57 - 32 = 25$

$89 - 20 = 9$ ce n'est pas lisible !

$25 - 19 = 6$

$29 - 19 = 10$

$90 - 22 = 58$ à discuter

$23 - 22 = 1$

La date : 16/06/14

Invente un problème « de plus » ou « de moins » et résous-le.

Madame Lili a acheté 17 panaches

Monsieur Coco en a acheté 10 de moins

Combien Monsieur Coco a-t-il acheté de panaches ?



17
10 7

$$17 - 10 = 7$$

Monsieur Coco a acheté 7 panaches

La date : 06/05/14 Louise

Observe, compare avec > ou <, explique, imite :

- $200 + 70 + 5 > 200 + 40 + 5$
- $825 + 57 < 825 + 66$
- $643 - 10 > 643 - 1$
- $49 - 20 < 49 - 28$

- $205 + 18 > 205 + 19$ -
- $709 + 72 + 79 < 709 + 72 + 20$ -
- $100 + 10 + 1 > 100 + 8 + 1$ -
- $800 + 70 + 11 < 800 + 71 + 20$ -
- $900 + 17 + 1 < 900 + 17 + 20$ -
- $200 + 8 + 18 > 200 + 8 + 7$ -
- $600 + 70 + 9 < 200$
- $200 + 70 + 72$

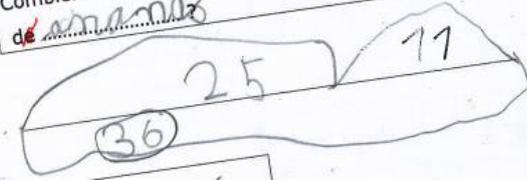
La date : 16/06/14

Invente un problème « de plus » ou « de moins » et résous-le.

Madame Lili a acheté 25 amamas

Monsieur Coco en a acheté 11 de plus

Combien Monsieur Coco a-t-il acheté de amamas ?



36
25 11

$$25 + 11 = 36$$

Monsieur Coco a acheté 36 amamas

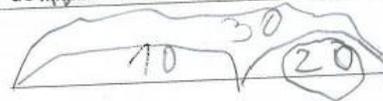
La date : 16/06/14

Invente un problème « de plus » ou « de moins » et résous-le.

Madame Lili a acheté 30 birries

Monsieur Coco en a acheté 10 de moins

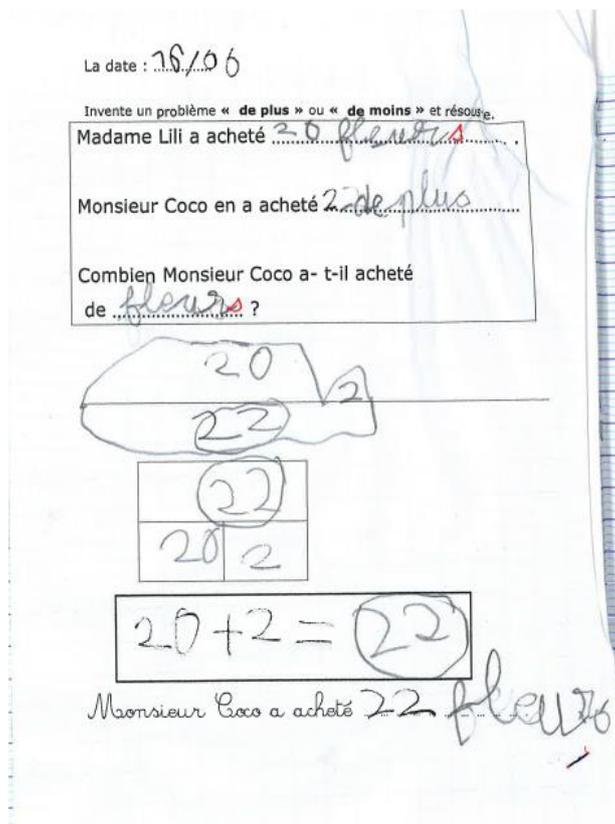
Combien Monsieur Coco a-t-il acheté de birries ?



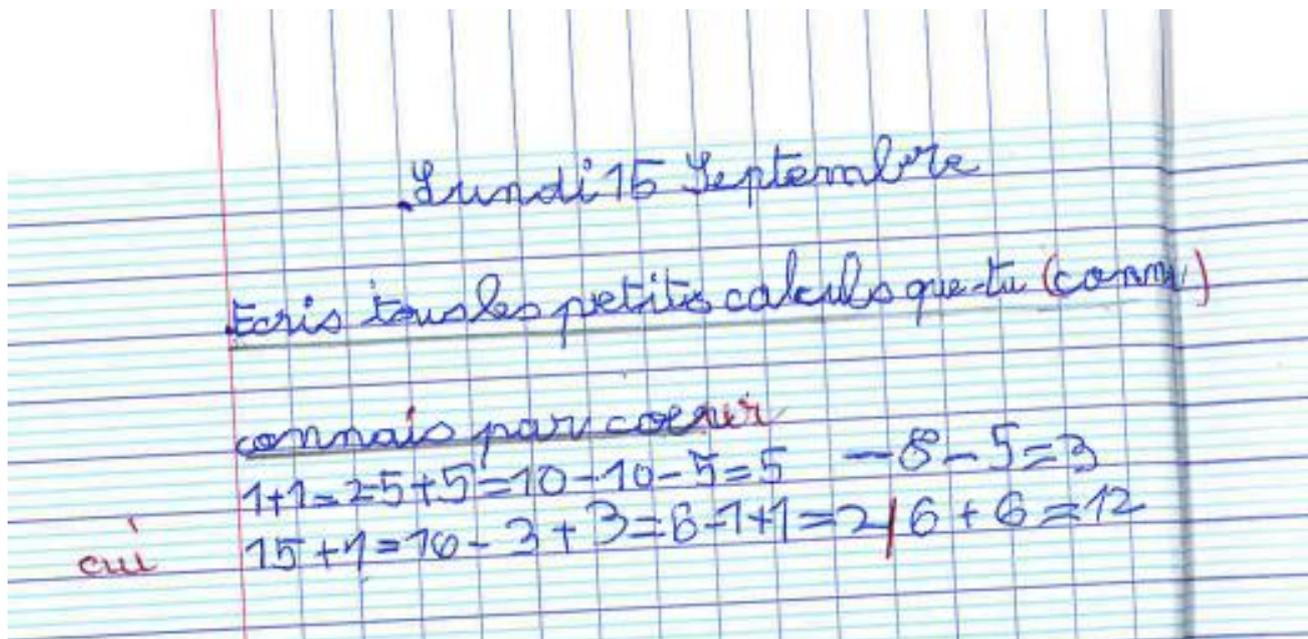
30
10 20

$$30 - 10 = 20$$

Monsieur Coco a acheté 20 birries



Suite en CE1



Remarque :

On peut constater que l’enseignante de CE1 qui a produit cette incitation débute dans l’utilisation du journal avec ses élèves, car son incitation est un peu trop ouverte. Il faut réussir à trouver un juste milieu entre une incitation trop fermée (du type exercice « écris tous les nombres de 1 à 10 et ajoute 3 à chacun de ses nombres ») et trop ouverte (du type : « écris tout ce que tu sais en mathématiques ») ; l’incitation doit être en lien avec le savoir mathématique qui vient d’être construit et doit permettre aux élèves une certaine prise d’initiative et une adaptation à son niveau de maîtrise du concept.

La création d’incitations s’améliore avec la pratique ; c’est en faisant qu’on apprend... élève comme enseignant !