FORMATION DES PROFESSEURS DES ECOLES ET DÉVELOPPEMENT DE COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES

Christine CHOQUET
Formatrice, ESPE de l'académie de Nantes
CREN, Université de Nantes
christine.choquet@univ-nantes.fr

Résumé
Les programmes de l'année 2015 pour l'école élémentaire et le collège incitent les professeurs à développer chez tous les élèves des « *compétences mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer* » (MEN, 2015, p. 79 (cycle 2), p. 203 (cycle 3) et p. 372 (cycle 4)). Nous avons conçu et mis en place, dans le cadre de la formation initiale des professeurs des écoles, un module visant parallèlement à développer ces compétences chez les étudiants de M1 (1ère année de Master MEEF) et à étudier avec eux des moyens de les développer chez les élèves des cycles 2 et 3. D'un point de vue didactique se pose la question de la transposition didactique (Chevallard, 1991 ; Conne et Brun, 1999 ; Conne, 2004) mais également celle de la représentation des mathématiques et de leur enseignement par les étudiants de ce Master. Dans cette communication, après avoir exposé notre module de formation, nous présentons les questions qu'il pose et le travail de recherche engagé pour y répondre dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002). Les résultats obtenus permettent d'engager une réflexion sur les bénéfices que peuvent retirer des étudiants de leur formation initiale.

Depuis quelques années, la formation initiale des professeurs des écoles s'effectue, en France, dans le cadre universitaire des Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation (ESPE). Les conditions de recrutement ont été modifiées : il est nécessaire pour les étudiants d'obtenir un Master MEEF[1] et, parallèlement, de réussir un concours (CRPE[2]). Le 43ème colloque de la COPIRELEM proposait de réfléchir à cette formation en termes d'enjeux pour les élèves, pour les futurs enseignants ainsi que pour les formateurs intervenant dans celle-ci. Notre communication porte sur des contenus de formation proposés aux étudiants lors de la première année du Master quand ils préparent simultanément les volets mathématique et didactique du concours ainsi que leur entrée dans le métier. Il s'agit pour nous, dans le cadre d'une recherche en cours, d'engager une réflexion sur ces contenus afin notamment de repérer les bénéfices que peuvent retirer les futurs professeurs des écoles de cette formation.

Après avoir présenté le cadre théorique de cette recherche et la méthodologie d'étude mise en œuvre, nous détaillons les contenus de la formation proposée puis analysons une séance en particulier. Les résultats de ces analyses permettent ensuite d'engager une discussion sur les éléments utiles pour la préparation au concours et l'entrée dans le métier.

I. PRÉSENTATION DE LA RECHERCHE

L'intérêt que nous portons dans le cadre de nos recherches aux pratiques des professeurs des écoles (Choquet, 2014, 2017) nous a conduit à interroger leur formation initiale. Dans cette partie, nous explicitons les questions posées, présentons le cadre théorique choisi ainsi que la méthodologie mise en œuvre afin d'y répondre.

1 Master MEEF : Métiers de l'Enseignement, de l'éducation et de la Formation

2 Concours de Recrutement au Professorat des Ecoles

1. Origine et questionnement

Les questions posées ici sur la formation initiale des professeurs des écoles sont à la fois liées à nos recherches sur leurs pratiques et à nos réflexions de formateur sur les contenus à proposer lors de la première année du Master.

L'année 2016 a vu la réorganisation des cycles d'enseignement de l'école et du collège, avec l'introduction notamment de deux nouveautés significatives : un nouveau cycle 3 à l'articulation école/collège qui comprend les classes de CM1, CM2 et 6ème (élèves de 8 à 11 ans) et l'injonction de d'articuler l'enseignement des mathématiques autour de six compétences (MEN, 2015). Ces nouvelles orientations nous ont conduit à repenser quelques éléments de la formation initiale des étudiants afin de les préparer notamment à la mise en œuvre de ces nouveaux programmes. La première question, directement issue de ce travail de formateur sur les contenus, est la suivante :

Q1 : Comment engager une réflexion avec des étudiants sur les injonctions officielles et notamment comment interroger en formation initiale les *six compétences mathématiques* à développer chez tous les élèves (MEN, 2015) ?

Il s'agit de déterminer et d'étudier des moyens de transmettre des savoirs, des savoir-faire aux étudiants en formation initiale ; ces savoirs et savoir-faire étant mathématiques ou didactiques.

Ce premier questionnement, directement lié à la lecture et compréhension des programmes en vigueur, interroge les compétences professionnelles en construction chez les futurs professeurs des écoles et leur pratique en devenir. Il rejoint en cela notre étude sur les pratiques des professeurs des écoles (Choquet, 2014) et s'inscrit dans le prolongement de recherches existantes sur les pratiques des enseignants débutants (Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012). Ces derniers soulignent notamment que « *les difficultés mises en évidence dans les pratiques des débutants nous incitent, en tant que formateurs et chercheurs, à réfléchir davantage aux **différents types de savoirs** véhiculés en formation* » (Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012, p. 15). Mais de quels types de savoirs est-il question ? Il convient de déterminer si certains savoirs et savoir-faire permettraient aux étudiants de devenir plus efficaces, plus performants dans leur pratique, dans leur enseignement des mathématiques. Pour cela, dans la recherche présentée lors de cette communication, nous étudions plus particulièrement les bénéfices de la formation proposée et faisons des hypothèses sur les savoirs et savoir-faire qui peuvent (ou pourraient) s'avérer utiles dans la construction de la pratique des futurs enseignants. Ce qui amène à poser une deuxième question :

Q2 : Dans quelle mesure les éléments étudiés en formation initiale permettent-ils un développement de compétences professionnelles chez un étudiant/futur professeur-stagiaire ?

Les deux questions interrogent la transmission et les conditions de transmission à des étudiants de différents types de savoirs mathématiques et didactiques utiles voire nécessaires à leur pratique future. En tenant compte du fait que « *[…] toute transmission de savoir comporte une part de re-création dévolue à son destinataire, qu'il s'agisse d'un individu ou d'une institution. Le problème didactique majeur consiste donc à comprendre les conditions de cette transmission / re-création. La didactique des mathématiques ne voit pas la création de savoirs nouveaux (invention) comme antérieure aux échanges des savoirs, mais au contraire, englobe les phénomènes de production dans ceux de diffusion* » (Conne, 2004, p. 63), nous considérons que ces questions renvoient en cela à un problème de transposition didactique (Chevallard, 1991) pour l'enseignement des mathématiques. La recherche en didactique des mathématiques peut contribuer à la questionner et à y apporter des éléments de réponse.

2. Cadrage théorique

Afin de répondre à ces deux questions, nous plaçons cette recherche dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogaski, 2002). Les deux approches permettent d'aborder ce travail du point de vue de la didactique des mathématiques tout en tenant compte des spécificités du métier (d'enseignant). Robert et Rogalski (2002) considèrent les pratiques comme complexes et cohérentes. Elles proposent de les étudier selon cinq composantes (cognitive, médiative, institutionnelle, sociale et personnelle) afin de les décrire et de les comprendre.

Les composantes cognitive et médiative concernent plus particulièrement l'enseignement proposé dans la classe. Avant la séance, l'enseignant fait des choix quant aux activités à proposer et au déroulement : il organise, prévoit « l'itinéraire cognitif » des élèves lors de la séance à venir qui renseigne la composante cognitive. Pendant la séance, il continue à faire des choix : il aide plus ou moins, il accélère par rapport au déroulement prévu ou, au contraire, laisse plus de temps aux élèves pour s'acquitter de leurs tâches. La composante médiative renvoie à ce qui est réellement proposé et demandé aux élèves. Ces deux composantes permettent de reconstituer quelles mathématiques sont proposées à la classe.

Les trois autres composantes permettent de tenir compte, dans les analyses des pratiques, des contraintes liées au métier. La composante institutionnelle examine les contraintes externes à la classe telles que les injonctions officielles, les horaires imposés et également les ressources disponibles. La composante sociale considère les individus entourant l'enseignant comme des groupes sociaux avec des règles de fonctionnement propres et des exigences envers l'enseignant. Il s'agit du groupe constitué par les élèves de la classe avec leur niveau scolaire, leurs origines sociales, leurs habitudes en termes de travail scolaire. Il s'agit également des groupes constitués par les parents d'élèves, par les collègues qui peuvent influer sur les choix de l'enseignant. La composante personnelle s'attarde sur les représentations personnelles de l'enseignant des mathématiques et de leur enseignement, sur son niveau personnel en mathématiques. Elle prend en compte en particulier le fait que la plupart des professeurs des écoles n'ont pas reçu de formation mathématique à l'université (Artigue, 2011) et se sentent même, pour certains d'entre eux, en difficulté par rapport à cette discipline et son enseignement.

Dans cette communication, en nous intéressant par une étude de cas à la formation initiale de professeurs des écoles, nous renseignons plus spécifiquement les composantes institutionnelle et personnelle de leur pratique. Nous obtenons des éléments sur ce qu'ils peuvent apprendre en formation initiale et également sur les contraintes institutionnelles qui pèsent déjà sur eux dès la première année de formation, du fait du Master et du concours.

3. Méthodologie d'étude

Nous sommes le formateur de ce groupe pour ce qui concerne l'unité d'enseignement intitulée « *Maîtriser les mathématiques et comprendre leur enseignement / apprentissage* ». Afin d'engager cette recherche, nous avons constitué un corpus au regard des données recueillies lors de le formation initiale d'un groupe de trente quatre étudiants en première année de Master MEEF. Le corpus retenu comprend :

- les contenus (prévus et réalisés) des séances de travaux dirigés (TD) ;
- l'enregistrement vidéo d'une séance de deux heures réalisée par une personne externe à la formation ;
- les productions des étudiants réalisées lors de la séance observée et lors d'évaluations (travaux réalisés en TD et concours blancs participant à l'évaluation notée de l'UE) ;
- plusieurs entretiens réalisés avec le groupe d'étudiants tout au long de l'année.

II. DÉROULEMENT DE LA SÉANCE OBSERVÉE

Dans cette partie, nous détaillons les enjeux de l'unité d'enseignement à travers des activités proposées aux étudiants puis nous présentons le déroulement et le contenu de la séance observée.

1. Présentation de l'Unité d'Enseignement

Cette communication s'intéresse à la formation d'un groupe d'étudiants en première année de Master MEEF EPD[3]. L'unité d'enseignement que nous questionnons, « *Maîtriser les mathématiques et comprendre leur enseignement / apprentissage* », fait partie d'un premier bloc interdisciplinaire intitulé « *Maîtriser et enseigner les savoirs des domaines d'apprentissage de* l'école ». Elle a pour double objectif de préparer au volet du concours de recrutement dédié aux mathématiques et à la prise en main de l'enseignement des mathématiques lors de stages.

Les enseignements sont répartis sur deux semestres, de septembre à mars, avant l'épreuve écrite du concours. Chaque étudiant bénéficie de 42 heures d'enseignement lors du premier semestre et de 28 heures d'enseignement lors du second semestre -en Travaux Dirigés (TD) et Travaux Pratiques (TP)-.

Les enjeux de formation sont répartis comme suit :

- Une appropriation et/ou une remobilisation de <u>savoirs mathématiques</u>
- Une <u>approche par la didactique</u> <u>des savoirs mathématiques à maîtriser</u>
- Un entraînement spécifique à des problèmes de « type concours »

Pour les atteindre, plusieurs types d'activités sont proposés aux étudiants. Les exemples détaillés ci-après sont disponibles en annexes (Annexe 1). Nous conseillons au lecteur de s'y référer afin de faciliter la lecture de ce paragraphe.

1.2 Aborder des savoirs et savoir-faire mathématiques

Des fiches (cf. figures 8 et 9 en annexe) rassemblant des exercices et des problèmes, sur des thèmes mathématiques du programme du concours, sont proposés deux semaines avant les Travaux Dirigés sur une plate-forme numérique *Madoc*[4]. Elles sont ensuite étudiées et partiellement corrigées lors des cours puis des éléments de correction sont déposés sur la plate-forme.

2.2 Remobiliser des savoirs mathématiques anciens par la didactique

Des documents favorisant la remobilisation et la compréhension de savoirs mathématiques au regard d'une étude didactique sont proposés (cf. figure 10). Dans ces énoncés, les points de vue mathématique et didactique des notions sont étudiés simultanément. Il s'agit par exemple ici de définir mathématiquement la notion de proportionnalité (par une fonction linéaire) puis d'envisager les procédures mobilisables par des élèves de l'école primaire. Le but est d'étudier des productions d'élèves selon deux enjeux (cf. figure 11) : d'une part, comprendre les différentes démarches et relever d'éventuelles erreurs ; d'autre part, faire le lien entre les procédures utilisées et des « *propriétés mathématiques implicitement mobilisées* ». L'objectif n'est pas seulement d'étudier une notion du point de vue de ce qu'en font les élèves à l'école primaire. Il s'agit d'engager les étudiants dans une réflexion sur le lien existant entre ce qu'en font les élèves à l'école (donc l'aspect didactique) et les propriétés mathématiques à étudier pour le concours.

3.2 S'entraîner à des sujets de type concours

Les sujets du CRPE, en plus d'évaluer une maîtrise des connaissances mathématiques, demandent aux candidats de montrer leurs capacités à analyser des productions d'élèves, des extraits de préparations de séances ou des extraits de manuels. Nous présentons ici un exemple dédié à l'analyse didactique d'un extrait d'un manuel existant (cf. figure 12).

Les questions posées par la grande majorité des sujets des années précédentes s'apparentent à une analyse *a priori* de la situation proposée : il s'agit d'indiquer la (ou les) procédure(s) attendue(s) des élèves, les savoirs mathématiques en jeu, les aides à prévoir. Elles engagent également une réflexion

3 Enseignement du Premier Degré

4 Plate-forme d'enseignement de l'Université de Nantes destinée à un usage pédagogique

didactique sur des thèmes mathématiques (telles qu'ici sur la technique opératoire de la soustraction). Cette réflexion ne peut être improvisée, elle nécessite un travail spécifique lors de la formation initiale des étudiants avant l'écrit du concours.

2. Déroulement de la séance analysée

Afin de contribuer à une réflexion sur la didactique des mathématiques, une séance est proposée lors du premier semestre, en novembre. Les enjeux de cette séance concernent l'approche des mathématiques par la résolution de problèmes et une première appropriation des nouveaux programmes proposés pour l'école primaire (MEN, 2015).

Nous montrons pour cela aux étudiants quels types de problèmes peuvent être proposés dans le premier degré, amorçons avec eux une lecture des programmes en attirant leur attention sur les *six compétences mathématiques* (Cf. Annexe 2) enfin les exerçons à ce que peut être, en didactique des mathématiques, une analyse *a priori*.

1.2 Premier temps : résolution par les étudiants d'un problème atypique

Après avoir présenté aux étudiants les enjeux de la séance, un problème est proposé sous forme d'un vidéogramme (visionné à deux reprises).

Figure 1 Le problème « La course »

Figure 2 Présentation de la séance

Afin de faciliter la compréhension du travail proposé et du problème « *La course* », nous avons transcrit ci-après l'énoncé. Nous rappelons qu'à aucun moment pendant la séance, les étudiants n'ont accès à cette transcription, ils ne disposent que du vidéogramme.

« *Nous sommes vendredi 12 juin. Il est très exactement midi et ce week-end, ont lieu les 24 heures du Mans automobiles. Il suffit de regarder le défilé incessant de voitures passant à proximité du Mans pour se rendre compte de l'impact de cette organisation sur la ville. Et ce flot ne s'arrêtera pas avant le départ de la course samedi. Si les retombées sont avant tout sportives, elles sont aussi économiques. En effet, ce sont huit voitures sur dix circulant sur cette portion d'autoroute qui passeront le week-end sur le circuit. De ce fait, tous les hôtels de l'agglomération mancelle sont complets depuis des mois, les restaurants seront ouverts une bonne partie de la nuit. L'institut de sondage MathSarthe estime qu'en moyenne chaque voiture se rendant à la course rapportera près de 750 euros net à la communauté urbaine du Mans. Quelle somme d'argent les voitures empruntant cette portion d'autoroute d'ici le départ des 24 heures rapporteront à la communauté urbaine du Mans ?* »

Une recherche individuelle (5 minutes) est engagée afin de mettre en avant les difficultés, les questions qui se posent et, éventuellement, des éléments de réponse. Des feuilles vertes sont distribuées à chaque étudiant. Une mise en commun intermédiaire (5 minutes) permet de recenser au tableau les questions et les différentes réactions des étudiants face à ce problème :

La question n'est pas claire.
Il manque des données : le nombre de voitures par minute, par heure.
Quelle est l'heure de départ de la course ?
Est-ce qu'on doit mettre en équation ?
La mise en équation est impossible.
On prend seulement 8/10 des voitures ou compte-t-on également les camions ?

Figure 3 Transcription du tableau après la mise en commun intermédiaire

Elle est suivie d'une recherche en petits groupes (20 minutes) pendant laquelle des ordinateurs sont disponibles afin de visionner à nouveau l'énoncé du problème (des feuilles bleues sont distribuées à chaque groupe) :

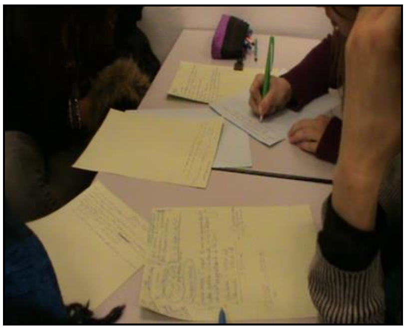


Figure 4 Recherche en groupes

Une mise en commun des procédures et des résultats est ensuite organisée (10 minutes). Elle permet à chaque étudiant de réaliser que diverses approches sont possibles et que le résultat annoncé dépend des choix faits par chaque groupe. Ce constat est ensuite approfondi lors du deuxième temps de travail sur ce problème.

2.2 Deuxième temps : analyse a priori du problème

En menant une analyse *a priori* du problème, nous visons le repérage et la compréhension des enjeux d'une telle activité pour des étudiants mais également les objectifs d'apprentissage pour des élèves de cycle 3. La discussion collective, suite à la mise en commun des résultats, s'oriente autour de ces questions :

- Quels savoirs sont-ils en jeu lors de la recherche/résolution de ce problème ?
- Quelles procédures sont-elles envisageables chez des élèves de cycle 3 (CM1/CM2/6e) ?
- Quelle mise en œuvre peut-on imaginer dans une classe de primaire ?

Un rappel par certains étudiants de l'expérience vécue juste avant permet d'imaginer ce que pourrait être cette séance dans une classe de cycle 3. Les principaux éléments sont notés au tableau :

Étape 1 : visionnage du vidéogramme, deux fois.

Étape 2 : recherche individuelle, sur feuille verte (5 minutes)

Étape 3 : mise en commun intermédiaire, recensement des questions au tableau

Étape 4 : recherche en groupes, sur feuille bleue (15 à 20 minutes)

Étape 5 : mise en commun des résultats et des procédures

Figure 6 Transcription du tableau après les échanges entre étudiants

Figure 5 Tableau

La présentation par le formateur d'un autre problème du même type traité dans une classe de CE2/CM1/CM2 accompagnée de photos de la séance observée permet à chacun de visualiser ce qu'il est possible d'entreprendre en classe avec des élèves de cet âge.

La question des savoirs et savoir-faire en jeu conduit le groupe à interroger les instructions officielles en termes de résolution de problèmes, de savoirs et de compétences mathématiques. Elle engage alors à une lecture et une analyse des programmes de mathématiques.

3.2 Troisième temps : analyse d'un extrait des programmes

Les étudiants s'engagent dans un repérage de tout ce qui concerne la résolution de problèmes en mathématiques dans les instructions officielles et notamment dans la lecture de la page présentant *six compétences mathématiques* (MEN, 2015, p. 203).

Le travail d'analyse consiste dans un premier temps en la précision des termes utilisés. Il porte ensuite sur l'usage qui peut être fait du problème étudié précédemment afin de permettre un développement des six compétences mathématiques, en particulier des compétences *chercher*, *calculer* et *communiquer*.

Le bilan de cette séance de deux heures consiste, en rappelant les enjeux de la séance, à faire le parallèle entre un travail effectué par les étudiants et une séance envisageable en cycle 3 (en termes de gestion des différentes étapes de travail individuel et en groupes, de savoirs et compétences en jeu dans la recherche/résolution du problème, d'usage du tableau, …).

III. RÉSULTATS D'ANALYSE

1. La résolution du problème par les étudiants

Les étudiants lors de la recherche individuelle ont rencontré pour la plupart des difficultés pour entrer dans la résolution du problème (« *il manque des données* », « *c'est impossible à mettre en équation* », …). La mise en commun intermédiaire a permis de lever la majorité de ces difficultés et ils ont fait preuve ensuite d'une bonne maîtrise des savoirs mathématiques en jeu pour résoudre le problème.

Le fait de proposer un vidéogramme au lieu d'un énoncé « papier » les a déstabilisés, ils ont eu du mal à décider par eux-mêmes de visionner à nouveau le problème. L'encouragement du formateur à utiliser plusieurs fois le vidéogramme a donc été nécessaire pendant la recherche en groupes.

2. L'analyse *a priori* du problème en vue d'une séance en classe de cycle 3

Pour ce qui concerne l'analyse *a priori* du problème, plusieurs étapes de réflexion ont été nécessaires. Les étudiants ont bien cerné les savoirs mathématiques en jeu (conversion en heures/minutes, calcul de sommes en euros, dénombrement). En revanche, le lien avec un travail sur des compétences mathématiques telles que chercher et communiquer a été difficile à établir : c'est cette difficulté – prévue par le formateur du fait d'étudiants au tout début de leur formation initiale – qui les a poussés ensuite à la lecture et l'étude des programmes de mathématiques en termes de résolution de problèmes et de développement de compétences.

De même, du fait du peu d'expérience de ces étudiants, les difficultés pour envisager des procédures d'élèves de cycle 3 et pour imaginer une mise en œuvre de l'activité en classe étaient prévues par le formateur. Le support d'un autre exemple, traitant du même type de problème sous forme d'un vidéogramme, a été utile pour repérer les interventions des élèves, leurs procédures et pour comprendre comment l'enseignant organise le travail autour du problème à résoudre. Il permet sans doute également à quelques étudiants, surpris par le vidéogramme, de se rendre compte que ce procédé est utilisé en classe par des professeurs des écoles (et que les élèves non seulement adhèrent au procédé mais surtout réussissent, avec ou sans l'aide de l'enseignant, à résoudre le problème).

3. Le travail sur les programmes de mathématiques

L'analyse *a priori* du problème a conduit naturellement l'ensemble des étudiants à entrer dans une lecture des instructions officielles avec une réelle envie de comprendre les termes utilisés. La première partie de la séance autour de la résolution et l'analyse du problème « *La course* » permet donc de dévoluer le travail sur les programmes.

L'étude d'un extrait (court) des programmes (cf. annexe 2) a montré aux étudiants outre l'ampleur du travail à accomplir afin de se préparer à la prise en main d'une classe mais surtout sa nécessité afin de préparer des activités, des séances au plus près des instructions officielles en vigueur.

Le travail a permis également d'engager une réflexion sur les questions à se poser, en tant qu'enseignant, pour préparer une séance : comment choisir un énoncé ? Quelle analyse a priori doit-on réaliser ? Quel support doit-on privilégier ? Quelles tâches peut-on proposer aux élèves ? Quel déroulement va-t-on prévoir ? Etc. Et pourquoi ?

Les enjeux de la séance proposée aux étudiants étaient de les faire entrer dans une lecture et analyse de instructions officielles ainsi que dans une réflexion sur l'enseignement des mathématiques centré sur la résolution de problèmes. Étant donnés les questions soulevées par le groupe et les échanges entre les étudiants tout au long de la séance, ces enjeux peuvent être considérés comme atteints.

IV. CONCLUSION ET DISCUSSION

Nous posions lors de cette communication deux questions Q1 et Q2. Nous avons présenté puis analysé une expérimentation réalisée avec un groupe d'étudiants de première année de Master MEEF. Nous concluons par le repérage, en lien avec le cadre théorique de la double approche, des bénéfices que les étudiants peuvent en retirer en termes mathématiques et didactiques, pour le concours comme pour leur future prise en main des classes. Nous revenons également sur la transposition didactique qui a lieu lors de ce type de séance en formation initiale ainsi que sur la discussion engagée avec les participants lors de notre communication. L'ensemble de ces résultats permet d'apporter des éléments de réponse à nos questions Q1 et Q2 qu'il reste à approfondir et à confronter à d'autres recherches en cours sur la formation initiale (des professeurs des écoles ainsi que des professeurs de mathématiques de collège/lycée).

1. Quels bénéfices pour la construction professionnelle des professeurs débutants ?

Nous avons placé cette étude dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique. Suite à nos analyses, nous pensons que ce type de séances non seulement aident les étudiants à préparer le concours de recrutement mais qu'il peut également avoir des répercussions positives sur leur pratique en devenir. Les bénéfices de la séance renseignent notamment deux des composantes de leur pratique ou future pratique : les composantes institutionnelle et personnelle.

1.4 La composante institutionnelle

La réflexion engagée lors de la séance observée conduit les futurs professeurs des écoles à entrer dans la lecture des programmes en vigueur. Ils cherchent tous à comprendre les injonctions officielles en termes de résolutions de problèmes et de développement de compétences mathématiques. Ils se rendent ainsi compte de l'ampleur du travail à accomplir pour avoir une idée personnelle juste des attentes officielles et de sa nécessité afin d'envisager leur pratique des mathématiques en classe dans de bonnes conditions.

2.4 La composante personnelle

En résolvant le problème « *La course* », les étudiants se préparent au concours tout en développant pour eux-mêmes des compétences mathématiques. De plus, le travail proposé lors de la séance permet d'envisager une autre image de l'enseignement des mathématiques. Les étudiants peuvent ainsi réaliser qu'il ne s'agit pas seulement de proposer en classe des exercices d'entraînement mais que l'enseignement des mathématiques repose sur la résolution de problèmes, les recherches personnelles des élèves ainsi que sur le développement de compétences en particulier ici liées au raisonnement, à la communication de démarches et à la justification de procédures. Ces éléments en cours de construction chez la majorité des étudiants enrichissent la représentation qu'ils ont des mathématiques et de son enseignement, ils alimentent ainsi la composante personnelle de leur future pratique des mathématiques.

2. Quelle transposition didactique ?

Charles-Pézard, Butlen et Masselot (2012) engagent les formateurs à réfléchir eux différents types de savoirs véhiculés en formation. Nous pensons, après ce travail, que certains savoirs ou savoir-faire (liés à la didactique) sont à transmettre aux professeurs débutants afin de les engager dans un enseignement des mathématiques efficace, favorisant les apprentissages chez tous les élèves. Il s'agirait de les amener notamment à

- une lecture, une analyse et une compréhension des instructions officielles
- une représentation différente de l'enseignement des mathématiques
- une représentation de l'enseignement des mathématiques basée sur la résolution de problèmes et par suite sur le développement de compétences mathématiques.

Une tentative de transmission est présentée dans cette communication. Néanmoins, il nous reste à étudier plus précisément le phénomène de transposition didactique de ce type de savoirs et savoir-faire didactiques et à évaluer leurs conditions de transmission, par exemple en suivant et observant des étudiants tout au long de leur formation initiale jusqu'à leurs premières années de pratiques.

3. Discussion lors de la communication

Le problème proposé est apparu à la majorité des participants à l'atelier comme un moyen de développer des compétences mathématiques chez les étudiants et chez des élèves de cycle 3. Les étudiants construisent ces compétences pour eux-mêmes et la confrontation à ce type de problème engage dans la lecture et l'analyse des instructions officielles. Il permet le lien avec les programmes en vigueur en insistant notamment sur un moyen de répondre à l'injonction de centrer l'enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes.

Le lien voulu avec la vie courante dans le problème « *La course* » a été interrogé en termes de modélisation et de validation. Ce problème pose la question de la validation des solutions proposées. En effet, lorsque des réponses sont exposées par les groupes d'étudiants (ou d'élèves), qui doit les valider ou les invalider ? L'enseignant ? Est-il possible de prélever des réponses ailleurs (dans la réalité, sur Internet) et de les confronter à ce qui est exposé par les groupes ? Un lien a notamment été établi avec un travail effectué à partir de l'étude du problème *le géant* sur la compétence *modéliser* à l'école primaire (Wozniak, 2012). Il permet de prolonger la réflexion sur l'enseignement/apprentissage des mathématiques adossé au développement de *compétences mathématiques* préconisé dans les injonctions officielles de l'année 2015.

Nous concluons en soulignant que les échanges avec les participants lors de cette communication et les nombreuses questions soulevées montrent que la formation initiale des futurs professeurs des écoles est un sujet riche et passionnant. En effet, de nombreuses tentatives de formation sont mises en place dans les différentes ESPE en France, malgré toutes les contraintes existantes. La recherche en didactique des mathématiques se doit de continuer à faire de cette formation initiale un de ses terrains d'étude afin d'analyser, de comprendre les différentes actions menées et de valoriser celles qui permettent de développer chez les futurs professeurs des écoles des compétences professionnelles solides.

V. BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE, M. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Unesco. http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776f.pdf

CHARLES-PÉZARD, M., BUTLEN, D. & MASSELOT, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble, La pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. (2ème éd.) Grenoble. La pensée sauvage.

CHOQUET, C. (2014). Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3, Thèse de Doctorat, Université de Nantes. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01185671/

CHOQUET, C. (2017). Profils de professeurs des écoles proposant des problèmes ouverts en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36, 11-47.

CONNE, F. & BRUN, J. (1999). La notion de compétence, révélateur de phénomènes transpositifs dans l'enseignement des mathématiques. In *L'énigme de la compétence en éducation*. J. Dolz J. et E. Ollagnier (Eds). *Raisons éducatives,* n°2, 1-2. Louvain-La-Neuve : De Boek université, 95-114. Disponible en ligne : http://www.unige.ch/fapse/publications-ssed/files/2314/1572/5507/Pages_de_95_ENCOED.pdf

CONNE, F. (2004). Problèmes de transposition didactique, *Petit x*, 64, 62-81.

MEN (2015). Programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège. *Bulletin Officiel Spécial* n°11.

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2 (4), 505-528.

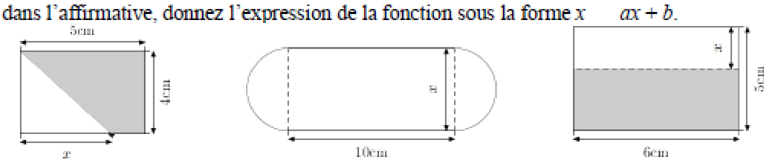
WOZNIAK, F. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école : une étude de cas. Éducation *et Didactique*. 6 (2), 65-88. Disponible en ligne : https://educationdidactique.revues.org/1471

VI. ANNEXE

ANNEXE 1

Exercice 4

Dites si les situations suivantes sont modélisables par des fonctions affines de la variable x ; dans l'affirmative, donnez l'expression de la fonction sous la forme x $ax + b$.



1. l'aire du polygone grisé dans la figure n°1
2. le périmètre de la figure n°2
3. l'aire de la figure n°2
4. l'aire du rectangle grisé dans la figure n°3
5. le périmètre du rectangle grisé dans la figure n°3

Exercice 5 (d'après DNB)

Teva roule en scooter et tout à coup, il aperçoit un piéton. La distance de réaction est la distance parcourue entre le temps où Teva voit l'obstacle et le moment où il va ralentir ou freiner. Teva est en bonne santé, il lui faut une seconde en moyenne pour réagir.

1) Quelle est (en m) la distance de réaction de Teva s'il roule à 54 km/h ?
2) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Vitesse en km/h	45	54	90	108
Distance de réaction en mètres				

3) On appelle x la vitesse, exprimée en km/h, à laquelle roule un conducteur. Exprimer, en fonction de x, la distance de réaction $d(x)$ (il faut une seconde en moyenne pour réagir) et tracer la représentation graphique de la fonction d.

4) Un conducteur roule à la vitesse de 30 km/h.
a. Déterminer graphiquement la distance de réaction de ce conducteur en m. On laissera apparents les traits de construction.
b. Retrouver le résultat de la question précédente par le calcul (en m). Le présenter sous forme de fraction irréductible, puis l'arrondir à l'unité.
c. En utilisant le graphique (on laissera apparents les traits de construction), donner la vitesse à partir de laquelle la distance de réaction est supérieure à 20 m.

Figure 7 Extrait Fiche de TD

1) Ce polygone est un trapèze (rectangle). Son aire est $((5 + (5 - x)) \times 4) / 2$, soit $((10 - x) \times 4) / 2$, ou $20 - 2x$.
C'est l'expression de la fonction affine : $x \to -2x + 20$.
2) Le périmètre est la longueur de deux demi-cercles de diamètre x, soit la longueur d'un cercle de diamètre x, augmentée de deux fois 20 cm : $\pi x + 20$, expression de la fonction affine $x \to \pi x + 20$.
3) L'aire de cette figure est celle d'un rectangle de dimensions x et 10, augmentée de celle d'un disque de rayon $x / 2$: $10x + \pi(x / 2)^2 = 10x + \pi x^2 / 4$. Ce n'est pas l'expression d'une fonction affine.
4) Cette aire est $6(5 - x) = -6x + 30$, expression de la fonction affine $x \to -6x + 30$.
5) Ce périmètre est $2 \times 6 + 2 \times (5 - x) = 12 + 10 - 2x = - 2x + 22$;
C'est l'expression de la fonction affine $x \to - 2x + 22$.

1) $54\ km/h = 54000\ m/h = \frac{54000}{3600}\ m/s = 15\ m/s$. La distance de réaction de Teva est 15 m.

2) Des calculs analogues à ceux-ci-dessus permettent de remplir le tableau :

Vitesse en *km/h*	45	54	90	108
Distance de réaction en mètres	12,5	15	25	30

3) $d(x)$ est la distance parcourue en une seconde : $x\ km/h = 1000x\ m/h = \frac{1000}{3600} x\ m/s = \frac{5}{18} x\ m/s$. Donc $d(x) = \frac{5}{18} x$.

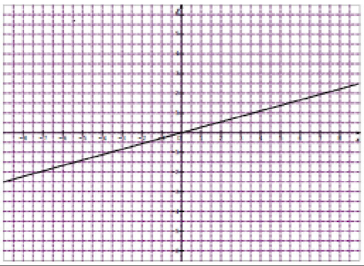


Figure 8 Extrait de Éléments de correction

I. Situation A

Le problème ci-dessous a été donné en évaluation à des élèves de cycle 3.

Énoncé A

À chaque saut, une sauterelle avance de 30 cm. Combien de sauts doit-elle faire pour parcourir 15 mètres ?

1-Dans cet énoncé, qu'est-ce qui indique que la situation est une situation de proportionnalité ?

2-Le problème a été proposé à 4 élèves, E1, E2, E3 et E4 dont les productions sont données en **annexe 2**. Pour chacun des 4 élèves

a. Expliquer, en argumentant à partir des traces écrites de l'élève, si la procédure qui semble avoir été utilisée témoigne d'une mise en œuvre correcte des propriétés mathématiques de la proportionnalité.

b. Émettre une hypothèse sur la cause des erreurs éventuelles.

3-D'un point de vue théorique, cette situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire du nombre de sauts.

c. Expliciter cette fonction.

d. Donner la réponse attendue en utilisant cette fonction.

II. Situation B

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves à l'entrée en sixième.

Énoncé B

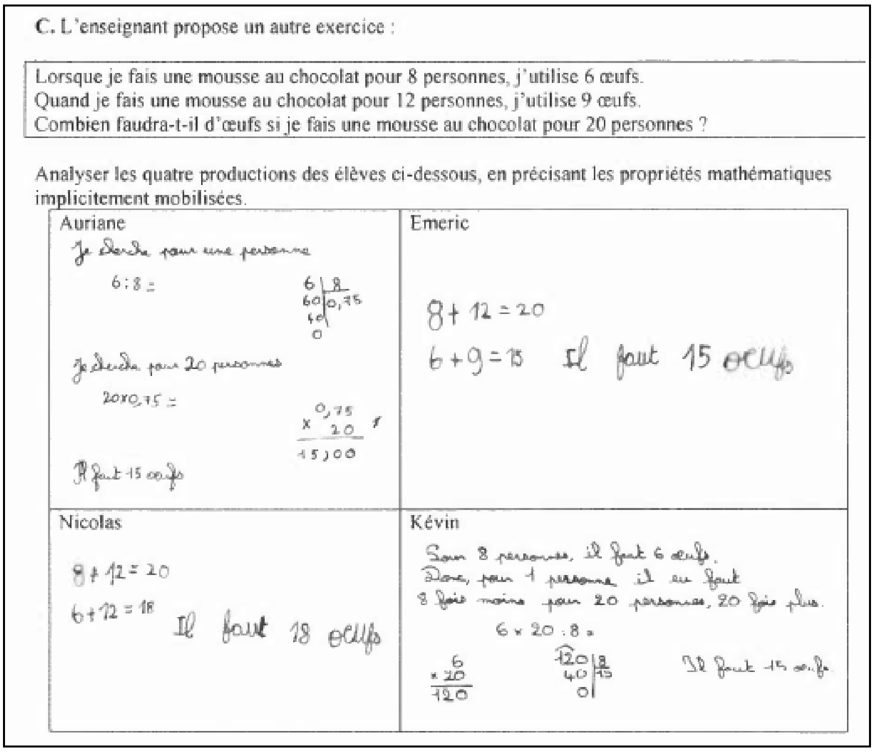
6 objets identiques coûtent 150 €. Combien coûtent 9 de ces objets ?

1-Dans cet énoncé, qu'est-ce qui indique que la situation est une situation de proportionnalité ?

2-D'un point de vue mathématique, qu'est-ce qui différencie cet énoncé du précédent ?

3-Proposer trois méthodes possibles pour résoudre cet exercice en cycle 3, et pour chacune expliciter les propriétés mathématiques utilisées.

Figure 9 Exemple d'énoncés remobilisant la notion de proportionnalité



C. L'enseignant propose un autre exercice :

Lorsque je fais une mousse au chocolat pour 8 personnes, j'utilise 6 œufs.
Quand je fais une mousse au chocolat pour 12 personnes, j'utilise 9 œufs.
Combien faudra-t-il d'œufs si je fais une mousse au chocolat pour 20 personnes ?

Analyser les quatre productions des élèves ci-dessous, en précisant les propriétés mathématiques implicitement mobilisées.

Auriane

Je cherche pour une personne

6 : 8 =

6 | 8
60 | 0,75
40
0

Je cherche pour 20 personnes

20 x 0,75 =

0,75
x 20
15,00

Il faut 15 oeufs

Emeric

8 + 12 = 20

6 + 9 = 15 Il faut 15 oeufs

Nicolas

8 + 12 = 20

6 + 12 = 18 Il faut 18 oeufs

Kévin

Pour 8 personnes, il faut 6 oeufs.
Donc, pour 1 personne il en faut 8 fois moins pour 20 personnes, 20 fois plus.

6 x 20 : 8 =

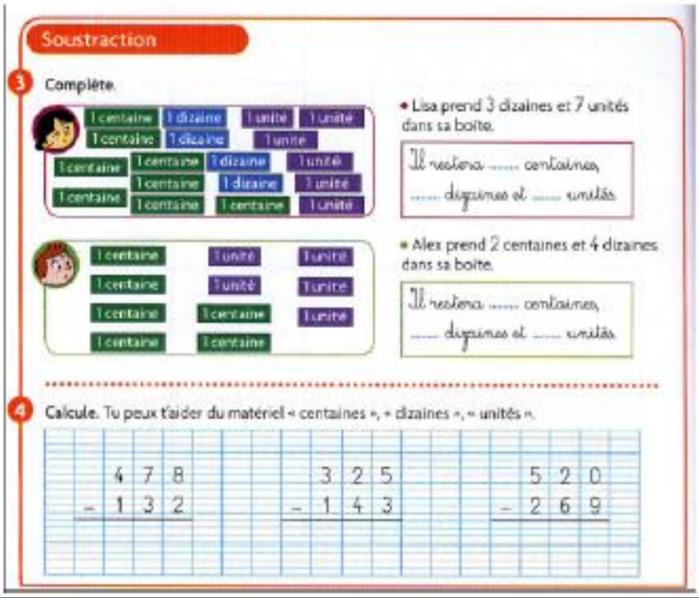
6
x 20
120

120 | 8
40 | 15
0

Il faut 15 oeufs

Figure 10 Exemple d'étude de productions d'élèves

Voici un extrait du manuel Cap Maths CE1 (Hatier):



Soustraction

3 Complète.

1 centaine | 1 dizaine | 1 unité | 1 unité
1 centaine | 1 dizaine | 1 unité
1 centaine | 1 centaine | 1 dizaine | 1 unité
1 centaine | 1 dizaine | 1 unité
1 centaine | 1 centaine | 1 centaine | 1 unité

• Lisa prend 3 dizaines et 7 unités dans sa boîte.

Il restera ...... centaines, ... dizaines et ...... unités.

1 centaine | 1 unité | 1 unité
1 centaine | 1 unité | 1 unité
1 centaine | 1 centaine | 1 unité
1 centaine | 1 centaine

• Alex prend 2 centaines et 4 dizaines dans sa boîte.

Il restera ...... centaines, ... dizaines et ...... unités.

4 Calcule. Tu peux t'aider du matériel « centaines », « dizaines », « unités ».

$$\begin{array}{r} 478 \\ -\ 132 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 325 \\ -\ 143 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 520 \\ -\ 269 \\ \hline \end{array}$$

<u>Exercice 1</u> : (*extrait du Cap maths CE1, Hatier*)

Concernant l'exercice 3 :

Indiquer la procédure qui semble attendue en CE1 pour résoudre cet exercice 3.

Sur quelle propriété de notre système de numération, cette procédure s'appuie-t-elle ?

Quelle aide pourrait-on prévoir afin de palier aux difficultés de certains élèves ?

Concernant l'exercice 4 :

L'exercice 3 sert à préparer le travail sur une technique opératoire de la soustraction à utiliser dans l'exercice 4. Est-ce la technique traditionnelle française de la soustraction qui est travaillée ici ? Si ce n'est pas le cas, de quelle technique s'agit-il ?

Dans tous les cas, justifier la réponse en s'appuyant sur l'exemple de la soustraction posée dans l'exercice : 325 – 143.

Figure 11 Sujet s'inspirant du CRPE : analyse d'extrait de manuel scolaire

ANNEXE 2

Compétences travaillées

Chercher

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Domaines du socle : 2, 4

Modéliser

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- Reconnaitre et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
- Reconnaitre des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).
- Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaitre des objets.

Domaines du socle : 1, 2, 4

Représenter

- Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, …
- Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.
- Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).
- Reconnaitre et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.
- Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.

Domaines du socle : 1, 5

Raisonner

- Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.
- Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

Domaines du socle : 2, 3, 4

Calculer

- Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Domaine du socle : 4

Communiquer

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Domaines du socle : 1, 3

Figure 12 Extrait Bulletin Officiel Spécial n°11, cycle 3, p.203