

USAGE D'UN CADRE D'ANALYSE POUR S'APPROPRIER, CONCEVOIR ET ENRICHIR DES SITUATIONS DE FORMATION

Laetitia BUENO-RAVEL

ESPE de Bretagne, COPIRELEM
CREAD

laetitia.bueno-ravel@espe-bretagne.fr

Christine MANGIANTE

ESPE Lille Nord de France, COPIRELEM
Laboratoire de Mathématiques de Lens
christine.mangiante@espe-lnf.fr

Pascale MASSELOT

ESPE de Versailles, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Edith PETITFOUR

ESPE de Lorraine, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
edith.petitfour@univ-lorraine.fr

Frédéric TEMPIER

ESPE de Versailles, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
frederick.templier@u-cergy.fr

Claire WINDER

ESPE de Nice, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
claire.winder@unice.fr

Résumé

Le cadre d'analyse des situations de formation utilisé dans cet atelier (Mangiante & al., 2016) vise à interroger les potentialités de ces situations à la lumière des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques en jeu (Houdement, 2013), et à clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre ainsi que leur articulation. Il permet d'étudier des modalités d'exploitation par le formateur de différents supports utilisables en formation (vidéos, productions d'élèves, extraits de manuels, etc.).

Le travail au cours de l'atelier vise à utiliser ce cadre pour concevoir de nouvelles situations à partir de supports fournis par les animateurs et en demandant aux participants d'analyser la pertinence de cet outil dans le cadre de ce travail d'élaboration collective de situations de formation. Ce travail a permis d'aborder différents domaines mathématiques (espace et géométrie, nombres et calculs) à différents niveaux (maternelle et élémentaire).

Le cadre d'analyse des situations de formation présenté et mobilisé au cours de cet atelier a déjà été présenté par notre équipe lors de différentes manifestations nationales et internationales au cours des trois dernières années. Cependant il est toujours en cours d'évolution et les écrits diffèrent sensiblement selon le moment où ils ont été produits. Il est probable que ce cadre continue à s'enrichir au fur et à mesure de l'avancée de notre travail et en fonction des retours qu'il suscite. La présentation retenue et la terminologie utilisée sont encore susceptibles de se préciser.

Cet atelier diffère de ceux qui l'ont précédé par ses objectifs. Il ne s'agit plus de mobiliser le cadre d'analyse pour analyser des situations de formation dont la robustesse est déjà avérée mais de l'utiliser

pour concevoir de nouvelles situations à partir de supports fournis par les animateurs et en demandant aux participants d'analyser la pertinence de cet outil dans le cadre de ce travail d'élaboration collective de situations de formation.

La structure de ce texte (présentation du cadre d'analyse, analyse succincte d'une situation de formation, conception de situations de formation) reprend la chronologie du déroulement de l'atelier en intégrant les analyses des productions des participants et des compléments non proposés au cours de la séance par manque de temps.

I - PRÉSENTATION DU CADRE D'ANALYSE

Notre cadre d'analyse est un outil conçu pour analyser des *situations de formation*. Nous appelons ainsi des situations¹ qui impliquent des formés (étudiants en formation initiale ou enseignants en formation continue), et des formateurs (professeurs, maîtres formateurs, conseillers pédagogiques, etc.) au sein d'une institution de formation d'enseignants. De telles situations consistent en un ensemble de tâches pouvant être proposées par un formateur à des formés autour d'une activité que nous nommons *activité amorcée*. Il peut s'agir, par exemple, d'une situation de formation par homologie telle « La situation des annuaires » (Houdement et Peltier, 2003 ; Masselot et al., 2016), d'une situation basée sur la comparaison de manuels scolaires (Mangiante et Petitfour, 2015), d'une situation dont l'amorce est une analyse de travaux d'élèves, ou une analyse d'extraits d'une vidéo tournée en classe, etc. À partir d'une situation de formation, le formateur peut alors élaborer un *scénario de formation*. Il s'agit d'un ensemble de tâches, sous-ensemble de l'ensemble des tâches qui constituent la situation de formation, organisées chronologiquement.

Pour une situation de formation donnée, nous considérons différents enjeux d'apprentissage, en lien avec les trois types de « savoirs utiles pour enseigner » identifiés par Houdement (2013) :

- le savoir mathématique correspondant aux mathématiques nécessaires à l'enseignant pour préparer, réguler et évaluer sa séance et ses élèves ;
- le savoir didactique nourri par les recherches en didactique sur les mathématiques du primaire et transposé pour être rendu accessible en centre de formation ;
- le savoir pédagogique oscillant entre deux pôles, l'un théorique et l'autre proche du sens commun et de la pratique.

Les différentes tâches prescrites dans une situation de formation convoquent des connaissances² relatives à ces savoirs. Nous analysons alors chacune des tâches possibles d'une situation de formation en considérant quatre facteurs :

- le type de connaissances convoquées ;
- le degré de décontextualisation de ces connaissances ;
- la posture du formé dans l'activité ;
- la nature des tâches.

1 Le type de connaissances convoquées

Dans les différentes tâches d'une situation de formation, nous distinguons les connaissances mathématiques ainsi que les connaissances didactiques et pédagogiques, que l'on vise à faire acquérir aux formés.

1

Au sens de Brousseau (2010).

2

En accord avec Margolinas (2012), « une connaissance est ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu, ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation ». En ce sens, une connaissance est intimement liée au sujet, alors qu'un « savoir est une construction sociale et culturelle qui vit dans une institution. (...) [Il est] dépersonnalisé, décontextualisé, détemporalisé ».

Les *connaissances mathématiques* correspondent aux connaissances mathématiques que les formés enseigneront à leurs élèves et à des connaissances mathématiques non enseignées aux élèves mais nécessaires aux formés pour enseigner.

Les *connaissances pédagogiques* relèvent des conceptions de l'apprentissage, de l'organisation et de la gestion de la classe, indépendamment des contenus disciplinaires : par exemple envisager différentes modalités de travail (individuel, en petits groupes pour favoriser les interactions, en grand groupe), différentes gestions de la mise en commun (par affichage - ou pas - des productions, par une prise en compte de toutes les productions ou d'une partie), différents supports de travail (cahier de brouillon, affiches, ardoises ; éphémères ou pas), etc.

Les *connaissances didactiques* sont spécifiques au contenu mathématique enseigné. Ces connaissances sont des connaissances pour l'enseignant : elles correspondent à des transpositions de savoirs didactiques initialement conçus dans le cadre de la recherche. Par exemple le concept de variable didactique donne à l'enseignant le moyen d'identifier et de hiérarchiser les différents paramètres à considérer et de faire des choix des valeurs de certains en fonction de ses objectifs en termes d'apprentissage à provoquer.

Connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques sont intimement liées au cœur des pratiques enseignantes et ne peuvent être abordées de façon vraiment indépendante dans le cadre des situations de formation.

2 Le degré de décontextualisation des connaissances convoquées

Selon les moments de la mise en œuvre, les connaissances convoquées peuvent être :

- mobilisées en contexte implicitement (en acte) ;
- mobilisées en contexte explicitement ;
- décontextualisées (pour devenir mobilisables dans d'autres contextes).

On définit ainsi trois degrés de décontextualisation des connaissances convoquées. Les connaissances mathématiques sont mobilisées en acte lorsqu'elles sont utilisées comme outil (Douady, 1986) dans l'activité mathématique considérée. Cette dernière peut être soit vécue, avec la réalisation effective de ce qui est demandé (réalisation de manipulations, élaboration et rédaction d'une solution), soit évoquée, avec une résolution mentale. Les connaissances mathématiques sont explicitées en contexte lorsque leur utilisation dans l'activité en tant qu'outil est formulée et elles sont décontextualisées lorsqu'elles sont présentées en tant qu'objet, généralement dans une phase d'institutionnalisation. Concernant les connaissances didactiques ou pédagogiques, elles sont mobilisées en acte dans l'identification des choix didactiques ou pédagogiques effectués dans l'activité mathématique considérée, elles sont explicitées en contexte dans une analyse des implications de ces choix et elles sont décontextualisées dans la mise en évidence et l'explicitation des concepts didactiques ou pédagogiques sous-jacents.

3 La posture du formé

En liaison avec les différentes manières dont un formateur peut s'adresser à des stagiaires (en formation initiale ou continue) dégagées par Sayac (2010), nous distinguons, dans une situation de formation, plusieurs postures spécifiques attendues du formateur de la part du formé, dont ce dernier peut ou non être conscient. Ainsi, le formé est placé dans une *posture d'élève* par rapport aux connaissances mathématiques lorsqu'il doit réaliser l'activité mathématique ou lorsqu'il s'intéresse aux connaissances mathématiques décontextualisées de cette activité. Il est placé dans une *posture d'élève-enseignant* (au sens de « élève ingénieur ») lorsqu'il étudie des activités à destination des élèves ou des productions d'élèves, lorsqu'il analyse les conditions de mise en œuvre en classe de l'activité mathématique considérée. Il est placé dans une *posture d'enseignant* lorsqu'il entre dans un questionnement plus large sur les pratiques de classe ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques. Enfin, il est placé dans une *posture de praticien-chercheur* lorsqu'il s'agit de problématiser une question professionnelle en lien avec les pratiques de classe et les enjeux d'apprentissage.

4 La nature des tâches

Dans une situation de formation, nous distinguons des tâches de natures différentes qui induisent (implicitement ou explicitement) des postures spécifiques attendues du formateur de la part du formé. Les différentes tâches peuvent se répartir dans cinq paliers caractérisés par la nature de l'activité du formé :

Palier 0 - *Activité mathématique* : elle peut être vécue ou évoquée (réalisée mentalement), le formé étant placé en posture d'élève (par rapport aux connaissances mathématiques) ; les connaissances mathématiques convoquées sont contextualisées, elles peuvent être implicites ou explicites.

Palier 1 - *Analyse de l'activité mathématique de palier 0* : elle fait apparaître les connaissances mathématiques décontextualisées (ce qui place le formé en posture d'élève apprenant les mathématiques), ainsi que des connaissances didactiques et/ou pédagogiques en acte (initiant le changement de posture du formé vers une posture d'élève-enseignant).

Palier 2 - *Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique de palier 0* (analyse des conditions de mise en œuvre - effective ou seulement anticipée - de cette activité mathématique) : elle nécessite une posture d'élève-enseignant de la part du formé ; les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont explicitées en contexte.

Palier 3 - *Analyse de l'activité pédagogique et/ou didactique du palier 2* : elle conduit à la décontextualisation des connaissances didactiques et/ou pédagogiques ; elle peut se présenter sous la forme d'un questionnement plus large portant sur les pratiques de classe (situations d'apprentissage spécifiques, gestes professionnels, ...), ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou de plusieurs contenus (programmes, progressions, ...) ou bien encore sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (phases d'une situation didactique, types de tâches, ...) ; le formé a une posture d'enseignant.

Palier 4 - *Problématisation de questions professionnelles* en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique : elle permet une posture de praticien-chercheur notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse de cette question et d'en inférer des résultats.

Le tableau 1 récapitule les caractéristiques des cinq paliers d'étude que nous distinguons même si une analyse plus fine de la mise en œuvre effective de situations de formation révèle une certaine « porosité » entre eux.

Nature de l'activité	Posture du formé	C o n n a i s s a n c e s		
		mathématiques	didactiques	pédagogiques
Palier 4 Problématisation d'une question professionnelle	Praticien - chercheur	Décontextualisées	Décontextualisées	Décontextualisées
Palier 3 Analyse de l'activité didactique et pédagogique du palier 2	Enseignant			
Palier 2 Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique du palier 0	Élève - enseignant		Explicitées en contexte	Explicitées en contexte
Palier 1 Analyse de l'activité mathématique du palier 0	Élève - enseignant Élève		Implicites en contexte	Implicites en contexte
Palier 0 Activité mathématique	Élève	En contexte		

Tableau 1. Cadre d'analyse : caractéristiques des cinq paliers d'étude

Chaque palier correspond à une mise à distance, mettant en jeu des connaissances mathématiques et/ou didactiques et/ou pédagogiques, à partir de l'étude de l'activité du palier précédent. Le passage d'un palier n à un palier $n + 1$ s'accompagne :

- soit d'un changement de posture du formé,
- soit d'une mise à distance dans une posture donnée en lien avec le degré de décontextualisation (implicite en contexte, explicite en contexte, décontextualisé) des connaissances de différents types.

II - ANALYSE D'UNE SITUATION DE FORMATION SUR LE CALCUL MENTAL

Pour initier le travail constituant le temps principal de l'atelier, et permettre aux participants de « faire fonctionner » les éléments du cadre présenté, nous avons proposé aux participants d'analyser la trame d'une situation de formation sur le calcul mental, extraite d'une publication de la COPIRELEM (2012).

1 Le scénario de formation sur le calcul mental à analyser

Le scénario de formation choisi est un enchaînement de quatre activités complété par des apports sur le calcul mental :

Activité 1 - ajouter 9 : cinq calculs du type $n + 9$ sont proposés. L'objectif de formation est d'identifier les différentes procédures pour ajouter 9 et de montrer l'effet sur le choix des procédures de changements de valeur d'une variable de la situation.

Activité 2 - jeu du furet des multiples de 7 : il est demandé d'énoncer à tour de rôle les multiples de 7 dans l'ordre croissant ou décroissant. L'objectif de formation est de montrer l'importance de la mémorisation des tables (ici, la table de 7) pour trouver les multiples de 7 ou identifier le multiple de 7 dont il s'agit.

Activité 3 - jeu des intrus : une liste de nombres, multiples de 7 et un intrus à identifier est proposée. L'objectif de formation est de réinvestir les connaissances construites dans l'activité « jeu du furet des multiples de 7 ».

Activité 4 - jeu de la boîte : à partir d'un nombre donné, une suite d'opérations est donnée et il est demandé d'énoncer le résultat final. L'objectif de formation est de proposer une situation de référence dans le domaine des structures additives et son utilisation, et aussi de montrer l'importance de la concentration et de l'entraînement dans les activités de calcul mental.

Quelques apports sur le calcul mental : cette partie donne des pistes pour les synthèses à mener suite aux activités précédentes.

Dans le cadre de l'atelier, les participants ont été invités, par groupe, à analyser l'activité 1 (annexe 1) en complétant une grille.

2 Résultats de l'analyse du scénario de formation sur le calcul mental

Le tableau 2 ci-dessous est la grille d'analyse du scénario de formation sur le calcul mental (activité 1 - ajouter 9 et quelques apports sur le calcul mental) remplie lors d'une mise en commun des propositions des participants à l'atelier. Ces derniers ont fait part de leur difficulté à renseigner le niveau 4 de la grille d'analyse qui concerne les connaissances didactiques et pédagogiques décontextualisées, le formé étant dans une position de praticien-chercheur. Un formé peut, par exemple, être dans cette position lors de la rédaction d'un mémoire professionnel de M2.

	Nature de l'activité	C o n n a i s s a n c e s		
		mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Ajouter 9	Résultats + Procédures contextualisées		
1	Analyse « ajouter 9 »	Propriétés mathématiques. Connaissance des nombres et numération.	Diversité des procédures (en contexte). Construit / automatisé. L'écrit en calcul mental.	Gestes professionnels (mise en commun, synthèse, traces). Implicites.

2			Ordre des nombres proposés. Choix des nombres. Variable didactique en contexte. Explicite. Dévolution/institutionnalisation	Gestes professionnels (potentialités de l'activité de formation).
3			Automatisation. Procédures de calcul mental. Variable didactique.	Différenciation et modalités.

Tableau 2. Grille d'analyse remplie lors de la synthèse du travail des groupes

Ce travail, tout comme l'analyse que nous proposons en Annexe 2, donne à voir les potentialités de l'activité 1 pour développer chez les formés des connaissances mathématiques, didactiques ou professionnelles, plus ou moins contextualisées sur le calcul mental. Suivant les choix du formateur, un scénario de formation utilisant cette activité « ajouter 9 » n'abordera pas nécessairement l'ensemble des connaissances qu'il semble possible de travailler à partir de cette activité.

Après cette phase d'appropriation du modèle, les participants ont travaillé par groupes sur la conception de situations de formation s'appuyant sur différents supports, différents thèmes et différents niveaux scolaires :

- la structuration de l'espace en Grande Section de maternelle (GS), à partir de vidéos (2 groupes) ;
- la proportionnalité, à partir d'extraits de manuels (2 groupes) ;
- la proportionnalité, à partir de travaux d'élèves (2 groupes).

III - CONCEPTION D'UNE SITUATION DE FORMATION À PARTIR D'UNE VIDÉO PORTANT SUR LA STRUCTURATION DE L'ESPACE EN GS

Dans ce deuxième temps de l'atelier, les participants ont été amenés à utiliser le cadre d'analyse non plus pour analyser une formation déjà conçue mais comme aide à la conception d'une situation de formation sur un thème donné lors de l'atelier.

Dans cette partie, nous présentons tout d'abord les travaux des deux groupes dont le thème concernait la structuration de l'espace en GS. Les documents mis à disposition sont brièvement présentés ci-dessous :

- Une fiche intitulée Situation « La poupée » décrivant la situation, les compétences évaluées chez les élèves, le matériel nécessaire et la présentation des trois extraits vidéos retenus (Annexe 3). Dans cette situation, il s'agit de placer un objet dans la même position relative par rapport à une poupée, l'emplacement étant donné par une photo ;
- Trois extraits vidéos donnés sur clé USB ;
- La situation amorce proposée était le visionnage par les formés d'un ou plusieurs extraits vidéos.

Nous complétons ce travail en proposant des exemples d'alternatives pour élaborer un scénario en utilisant le cadre d'analyse pour identifier des contenus de formation potentiels en s'appuyant sur ces mêmes vidéos (Annexe 4).

1 Groupe 1 : Choix d'un travail sur les consignes et la dévolution de la tâche, à partir d'une situation amorce différente de celle proposée

Dans ce groupe, les formateurs ont élaboré les grandes lignes d'un scénario de formation initiale en Master MEEF-PE. Pour ce scénario, ils semblent viser deux objectifs de formation :

- un apport mathématique sur la structuration de l'espace et plus particulièrement le repérage par rapport à un objet orienté ;
- un travail sur les consignes : importance de la consigne pour amorcer la dévolution d'une situation.

Les formateurs ont proposé une première situation amorce « Les playmobils » au palier 0 et ont « remonté » jusqu'au palier 1 à propos du repérage par rapport à un objet orienté. Ils ont ensuite proposé une nouvelle situation amorce « La poupée » au palier 2, en ayant pour objectif la question de la formulation des consignes, de la dévolution de la tâche et de la régulation. Ce choix semble être guidé par le fait de vouloir exploiter les extraits vidéo essentiellement pour mettre en avant les connaissances didactiques et pédagogiques de façon explicite, dans le contexte de la situation « La poupée ». En ayant fait travailler les étudiants dans un premier temps sur les connaissances mathématiques en jeu par le biais d'une autre situation, le formateur peut alors proposer les extraits vidéo avec une volonté d'amorcer la formation au palier 2 du cadre d'analyse. Deux extraits seraient privilégiés pour mettre notamment en évidence les modifications dans la formulation de la consigne. La notion de contrat didactique dans le cas des élèves de maternelle (objet caché mais réel) a également été évoquée.

2 Groupe 2 : Choix d'un travail sur les variables didactiques, à partir d'un extrait vidéo

Nous reproduisons l'affiche produite par le groupe 2 lors de l'atelier :

<p><i>Public</i> : étudiants stagiaires M2</p> <p><i>Palier visé</i> : 2</p> <p><i>Etape 1</i> : (palier 1 vérification du prérequis)</p> <p>Consigne : « On va visualiser 1 vidéo. Vous aller chercher les compétences concernées dans les programmes »</p> <p>Déroulement : vidéo Balthazar</p> <p><i>Etape 2</i> :</p> <p>On suppose connu le CONCEPT de VARIABLE DIDACTIQUE</p> <p>Consigne : « On va regarder deux vidéos complémentaires... Déterminer des variables didactiques. »</p> <p>Déroulement : individuel (5 minutes) travail de groupes (3/4)</p> <p>Mise en commun :</p> <p>Réponses attendues : facilité de mouvement autour de la poupée – possibilité de bouger la poupée – possibilité de déplacer la photo – formulation de la consigne – identité des points repères</p> <p>Evaluation...</p>

Reproduction de l'affiche produite par le groupe 2

Dans ce groupe, les formateurs ont conçu les grandes lignes d'un scénario en formation initiale Master MEEF-PE, pour des PE stagiaires en M2. On peut repérer deux objectifs de formation :

- mathématique et pédagogique : identifier les connaissances mathématiques en jeu dans une situation et repérer ces connaissances dans les programmes de l'école maternelle (il s'agit pour nous d'une activité se situant au palier 2, concernant les connaissances pédagogiques) ;
- didactique : identifier les variables didactiques d'une situation.

L'amorce du dispositif est située au palier 1 (connaissances mathématiques décontextualisées) et il est proposé ensuite aux formés un travail d'identification des variables didactiques de la situation qui correspond au palier 2 (connaissances didactiques explicitées en contexte).

Il n'y a pas de retour prévu au palier 0 pour « revisiter » des connaissances mathématiques en lien avec la structuration de l'espace car les formateurs s'adressent à des étudiants-stagiaires en M2 MEEF-PE. Il n'y a pas de retour prévu non plus au palier 1 pour les connaissances didactiques car la notion de variable didactique est supposée déjà connue des formés (notamment dans le domaine numérique), il s'agit de la « réactiver » dans ce nouveau contexte. Il aurait également été possible d'utiliser cette situation amorce pour introduire la notion de variable didactique.

Le scénario proposé liste les variables didactiques attendues lors de la mise en commun du travail des PE stagiaires. Ces derniers devront ensuite choisir des « valeurs » de ces variables et anticiper les effets de ces choix sur les procédures des élèves.

Les deux scénarios proposés ont des objectifs de formation très différents et font intervenir différemment les extraits des vidéos proposés. Il est possible d'en avoir d'autres comme le montrent les pistes proposées en Annexe 4 : de nombreuses connaissances, tant mathématiques que didactiques ou pédagogiques, peuvent guider l'observation des formés. Devant une situation amorce aussi riche, il est important de clarifier les objectifs de formation que le formateur choisit de cibler.

IV - CONCEPTION D'UNE SITUATION DE FORMATION PORTANT SUR LA PROPORTIONNALITÉ

Dans cette partie, nous présentons les travaux des groupes dont le thème d'étude concernait la proportionnalité :

- deux groupes ont travaillé à partir d'un extrait du manuel Capmaths CM2 (2010) et du livre du maître correspondant : il s'agit du descriptif d'une séance en différentes phases (donné en Annexe 5), portant sur la résolution d'un problème de proportionnalité « La tablette de chocolat » ;
- deux groupes ont travaillé à partir de productions d'élèves de CM2 (voir Annexe 6), cherchant à résoudre les deux premières questions du même problème.

Nous complétons ce travail en proposant un exemple d'utilisation du cadre d'analyse pour concevoir un scénario à partir du dispositif particulier des « jeux de rôles » (Lajoie et Pallacio, 2001) que nous explicitons.

1 Travaux des groupes à partir de l'extrait de manuel

Dans le premier groupe, les formateurs ont élaboré les grandes lignes d'un scénario en formation initiale M2 Master MEEF-PE. Les formés sont en possession de l'extrait de manuel sans le livre du maître. La consigne donnée est la suivante : quelles sont les mises en œuvre envisageables dans la classe ? L'activité amorce proposée se situe donc au palier 2. L'idée de ce dispositif est de faire prendre conscience aux étudiants que lorsqu'ils choisissent une ressource destinée aux élèves, il peut être intéressant de regarder le guide du maître car même s'il est imparfait il peut les aider ! Plus précisément les objectifs des formateurs sont multiples :

- mathématique : « revisiter » les connaissances sur la proportionnalité ;
- didactique : comprendre les choix des auteurs (situation « concrète », variable didactique, choix de l'image, la procédure la plus « attendue » par le guide du maître) ;
- pédagogique : assurer la dévolution du problème (pour un problème non textuel mais donné avec une image), organiser les mises en commun (liste des procédures possibles, les analyser, les hiérarchiser).

Le dispositif consiste à poser différentes questions aux stagiaires afin de les amener à faire une analyse *a priori* du problème du manuel, puis à les mettre en situation de dévolution du problème et d'organisation d'une mise en commun à travers un jeu de rôle. Les éléments à institutionnaliser par le formateur relèvent alors des trois niveaux : retour sur la proportionnalité (mathématique), sur les procédures possibles, donner des formulations pour les élèves, choix des variables (didactiques), le guide même imparfait est une aide, un appui pour la préparation et la mise en œuvre de la séance (pédagogique).

Le deuxième groupe a cherché à compléter les cases de la grille d'analyse de manière ascendante. Le dispositif envisagé consiste à commencer par une activité située au palier 0 : il s'agit de faire résoudre le problème par les formés. Dans un deuxième temps, les formés sont invités à analyser le problème ainsi que leurs productions (et/ou éventuellement des productions d'élèves), ce qui correspond à une activité de palier 1. Le troisième temps (palier 2) correspond à une mise en perspective concernant les procédures envisageables pour résoudre un problème de proportionnalité, en relation avec les programmes (contenus et progressivité), mais aussi les obstacles et les erreurs qui y sont associés. Les objectifs des formateurs sont alors multiples : mathématiques (« revisiter » les connaissances sur la

proportionnalité) ; didactiques (identifier procédures et obstacles) ; pédagogiques (envisager l'étayage et des pistes de différenciation). Ce groupe a également envisagé une entrée au palier 3 en invitant les formés à comparer la séquence de « La tablette de chocolat » (Annexe 5) avec une autre situation du type « Le puzzle » (Brousseau, 1981).

2 Travaux des groupes à partir des productions d'élèves

Le premier groupe propose une organisation en trois temps :

Temps 1 : En prenant appui sur la ressource fournie mais transformée puisque seule la question a. serait reprise, les formés doivent analyser l'activité du point de vue des procédures mobilisables au CM2. Cette activité amorcée se situe au palier 2 mais l'analyse des procédures attendues et leur comparaison conduisent les formés à mobiliser des connaissances à la fois mathématiques et didactiques et par conséquent à investir les paliers inférieurs.

Temps 2 : Étudier la ressource dans sa globalité, comparer les réponses fournies aux questions a. et b. par les différents élèves afin d'y repérer d'éventuelles persistances, faire des hypothèses sur l'origine des erreurs repérées et proposer une organisation des procédures effectivement mises en œuvre dans la classe. Cette activité, qui sollicite un traitement plus didactique, conduit les formés à s'interroger à deux niveaux : celui d'élèves particuliers et celui de la classe dans son ensemble.

Temps 3 : Identifier les variables didactiques de la situation proposée et analyser la ressource au regard des nouveaux programmes. Cette dernière activité s'apparente à la problématisation d'une question professionnelle. Les nouveaux programmes indiquant que la proportionnalité doit être traitée dans chacun des trois grands domaines cités, il s'agira de repérer dans cette ressource, les contextes auxquels il est fait référence. Enfin, une dernière question possible, pouvant servir de moyen de différenciation pour le formateur, consiste à demander aux formés de jouer sur certaines variables didactiques et d'envisager les réponses pouvant être fournies par tel ou tel élève.

Le deuxième groupe a envisagé une formation pour des PE stagiaires en M2 avec les trois types d'objectifs suivants :

- mathématique : retour sur la proportionnalité ;
- didactique : étude des procédures, des obstacles, notamment celui du choix de l'unité de grandeur, ouverture sur les questions d'étayage et de différenciation ;
- pédagogique : construction de gestes professionnels (Comment est-ce qu'on s'y prend pour analyser des productions d'élèves, les exploiter en classe, etc. ?)

Les M2 commencent par travailler en groupe et en autonomie puis une mise en commun est faite. L'activité amorcée peut se situer soit au palier 0, soit au palier 1 :

- Amorce au palier 0 : Les formés résolvent d'abord le problème donné aux élèves en imaginant des procédures de résolution. Une analyse de leurs productions et du problème permet ensuite de construire une grille d'analyse pour les productions d'élèves. De cette façon, on passe au palier 1 avec des gestes professionnels implicites.
- Amorce au palier 1 : Les formés commencent par analyser les travaux d'élèves. La diversité des procédures est explicitée d'un point de vue mathématique avec les différences d'interprétation entre la part et le tout, le choix de l'unité. D'un point de vue didactique, les erreurs, les obstacles et les conceptions sont explicités de manière contextualisée.

Une deuxième étape de mise en perspective (palier 2) a lieu ensuite lors de la mise en commun avec une institutionnalisation autour de la notion de proportionnalité. Au niveau didactique, une institutionnalisation porte sur la typologie des problèmes de proportionnalité, le type de procédures, les erreurs et les obstacles avec la question de l'unité de grandeur. Puis, les PE stagiaires en M2 sont amenés à repérer les connaissances visées sur la proportionnalité dans les programmes et à identifier parmi leurs procédures de résolution du problème celles qui sont exigées à l'école (retour au palier 0). Enfin, les gestes professionnels sur l'analyse des productions et leur exploitation sont explicités.

3 Un exemple de scénario de formation : le « jeu de rôles »

Afin de compléter les scénarios des participants à l'atelier, nous proposons un exemple d'utilisation de la grille d'analyse pour concevoir un scénario à partir d'un dispositif de type « jeux de rôles », notamment utilisé au Québec dans la formation initiale des étudiants. Il s'agit de « la mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages ayant un rôle donné. (...) Des étudiant-e-es doivent se glisser dans la peau de personnages plongés dans une situation donnée et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir » (Lajoie et Pallacio, 2001). Le point de départ du jeu de rôles est une situation professionnelle. Ici il s'agit de la gestion d'une mise en commun des procédures utilisées par les élèves suite à la recherche d'un problème de proportionnalité en CM2. L'activité amorce se situe donc au palier 2. Voici les différentes phases :

Introduction de l'activité. Les documents mis à disposition des étudiants sont l'extrait de Cap Maths et des différentes productions d'élèves distribués dans l'atelier. Le problème d'enseignement est posé aux étudiants : « Vous devez préparer, par groupes, la mise en commun. À l'issue de votre travail, je choisirai plusieurs étudiants qui joueront le rôle des élèves et un autre qui jouera celui de l'enseignant ».

Préparation du jeu de rôles, en groupes. La préparation de la mise en commun doit amener les étudiants à faire des allers-retours entre les paliers 0, 1 et 2 : résoudre le problème et l'analyser du point de vue mathématique, analyser les productions des élèves (procédures, erreurs) puis préparer la mise en commun.

Le jeu de rôles : un enseignant et cinq élèves. Au moment où le jeu de rôles se joue, tous les étudiants n'ont pas la même activité : certains observent et prennent des notes et d'autres jouent le rôle de l'enseignant et des élèves.

Discussion collective. La discussion collective vise à faire émerger les choix réalisés par l'enseignant lors du jeu de rôles et à les discuter à partir, par exemple, des questions suivantes : Qu'est-ce qui a « bien marché » dans l'intervention ? Qu'est-ce qui n'a pas « bien marché » ? Qu'est-ce qui a été particulièrement difficile ? Qu'est-ce qui a été particulièrement important ? Qu'auriez-vous fait (ou feriez-vous désormais) de manière différente ? Ces questions amènent les étudiants à se positionner au palier 2, pour analyser la mise en commun suite à ce problème de proportionnalité. Ceci peut amener à redescendre aux paliers inférieurs pour discuter des procédures, des difficultés, des erreurs et de leur exploitation dans la mise en commun. Des éléments plus généraux sur la gestion des mises en commun, relevant du palier 3, peuvent également apparaître dans la discussion.

Synthèse. Plusieurs niveaux d'institutionnalisation sont prévus en lien avec les connaissances développées dans les différents paliers. Les éléments d'institutionnalisation sont plus ou moins développés selon les objectifs du formateur, sa progression, les connaissances des étudiants, etc. Voici des propositions organisées par ordre croissant de paliers. En lien avec les connaissances en jeu au palier 1, le formateur peut institutionnaliser des savoirs mathématiques liés à la proportionnalité : les différentes techniques pour déterminer une quatrième proportionnelle, les justifications mathématiques et les théories mathématiques sur lesquelles elles s'appuient. Il peut situer les situations de proportionnalité dans le champ des problèmes multiplicatifs (recherche d'une quatrième proportionnelle) et expliciter certaines variables didactiques des situations de proportionnalité (palier 3). Il peut également situer, en lien avec les connaissances en jeu aux paliers 2 et 3, les difficultés repérées dans les productions d'élèves fournies par rapport à des difficultés « classiques » dans les situations de proportionnalité et des conceptions erronées des élèves : identification des grandeurs, choix d'une procédure adaptée, persistance du « modèle additif », etc.

Enfin, par rapport à l'objectif annoncé du jeu de rôles, le formateur institutionnalise des savoirs didactiques relatifs à l'organisation d'une mise en commun : sur la formulation et la validation en mathématiques, sur les tâches de l'enseignant en amont, pendant et après la mise en commun, etc. (palier 3).

V - CONCLUSION

Nous sommes conscients que le travail d'élaboration d'une situation de formation n'est pas abouti à l'issue de l'atelier. Malgré tout, les productions des différents groupes, auxquels des supports de différentes natures ont été proposés, semblent conforter la pertinence de ce cadre d'analyse pour envisager les enjeux d'une situation de formation, pour dégager et organiser les connaissances susceptibles d'être mises en évidence par le formateur et disposer d'une référence commune permettant aux formateurs de mieux se comprendre afin de partager des pratiques ou d'élaborer des scénarios de formation.

La discussion finale de l'atelier a en effet permis aux formateurs de s'exprimer sur l'utilisation du cadre d'analyse pour concevoir des situations. Selon certains, cet outil n'a pas forcément permis d'aboutir à un scénario différent que celui qui aurait été réalisé sans lui, mais a permis de structurer le travail de conception, de faciliter les échanges au sein du groupe et donc de gagner du temps. Pour d'autres, l'intérêt se situe surtout sur l'identification des objectifs de formation et de leur articulation favorisée par ce cadre. L'institutionnalisation des savoirs peut alors en être facilitée. Il permet aussi de s'interroger sur la mise en œuvre de différents types de connaissances : quand il y a des « trous » dans le tableau de préparation, cela les amène à se questionner sur les raisons et éventuellement à enrichir le scénario pour travailler d'autres connaissances. Il permet enfin d'outiller le formateur pour justifier les choix qu'il effectue en les rendant plus explicites.

Même si le cadre a été davantage utilisé dans cet atelier comme outil de conception d'une situation de formation, il peut aussi servir à mettre en évidence les différentes potentialités de « situations » déjà utilisées par le formateur pour les questionner à nouveau. Il permet aussi de prendre du recul sur les mises en œuvre en formation et de rendre compte du travail conjoint du formateur et du formé via notamment la description de l'évolution des attentes du premier et des postures occupées par le second.

VI - BIBLIOGRAPHIE

- BROUSSEAU G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998). http://math.unipa.it/~grim/Gloss_fr_Brousseau.pdf
- COPIRELEM (2012). *Calcul mental à l'école primaire*. Ressources et Formation. ARPEME.
- DOUADY R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 7(2). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- HOUEMENT C. & PELTIER M-L. (2003). Aires de surfaces planes. *Concertum, Carnets de route de la COPIRELEM (tome 2)*. ARPEME. 199-221.
- HOUEMENT C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note d'habilitation à diriger des recherches. Université Paris Diderot – Université de Rouen.
- LAJOIE C. & PALLASCIO R. (2001). Le jeu de rôles : une situation-problème en didactique des mathématiques pour le développement de compétences professionnelles. *Actes du colloque GDM* (Groupe de didactique des mathématiques du Québec).
- MANGIANTE C. & PETITFOUR E. (2015). L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? *Actes du XLI^{ème} Colloque de la COPIRELEM, Mont-de-Marsan 2014*. IREM de Bordeaux.
- MANGIANTE C., MASSELOT P., PETITFOUR E. & WINDER C. (à paraître). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. *Actes séminaire national de didactique des mathématiques, janvier 2016*.
- MARGOLINAS C. (2012). Des savoirs à la maternelle, oui mais lesquels ? *XXXIX^{ème} Colloque COPIRELEM, Quimper 2012*, IREM de Brest.
- MASSELOT P., PETITFOUR E. & WINDER C. (2016). Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles, *Actes du XLII^{ème} Colloque de la COPIRELEM, Besançon 2015*, ARPEME.
- SAYAC N. (2010). Appréhender la formation des professeurs des écoles en France à travers la pratique des formateurs en mathématiques. *Actes du congrès de l'AREF, Université de Genève*.

VII - ANNEXE 1 : MODULE DE FORMATION INITIALE ET CONTINUE SUR LE CALCUL MENTAL

Référence : COPIRELEM (2012). Calcul mental à l'école primaire. Ressources et formations. ARPEME. Pages 43 à 50.

Dans ce dispositif, les stagiaires vivent des activités de calcul mental qui sont ensuite analysées et mises en lien avec des apports théoriques et des pistes de mise en œuvre dans les classes.

Voici les quatre activités proposées en formation ainsi que leurs liens avec des apports théoriques et des mises en œuvre dans la classe. Les apports théoriques, parmi lesquels il est nécessaire d'inclure les références aux programmes et au socle commun, sont donnés à des moments variables suivant le déroulement des situations dans les groupes auxquels ils s'adressent.

Activité 1 : ajouter 9

Objectifs de formation :

- Faire prendre conscience que spontanément différentes procédures émergent pour ajouter 9 à un nombre donné.
- Montrer l'importance du choix des valeurs proposées et envisager les effets de ce choix.

Ces deux objectifs doivent conduire les stagiaires à prendre conscience que la procédure n'est pas unique, qu'elle est très liée aux calculs à effectuer, et les amener ainsi à repenser la place de l'automatisation.

Modalités de passation : Le formateur énonce un premier nombre et demande aux stagiaires d'ajouter 9 mentalement. Un tour de table permet de présenter les différentes procédures employées qui sont transcrites au tableau puis analysées pour faire apparaître les propriétés mathématiques sous-jacentes. Le nombre suivant est proposé, permettant de mettre en évidence les éventuels changements de procédures qui sont de nouveau analysées. Ainsi de suite, jusqu'au dernier nombre.

Exemples de nombres à proposer : 27 ; 258 ; 795 ; 121 ; 350.

Exemples de procédures observées en formation pour le calcul de $27 + 9$:

Procédures	Analyse
$27 + 10 - 1$	Décomposition de 9 en $10 - 1$. (utilisation très fréquente)
$27 + 3 + 6$	Décomposition de 9 permettant le passage à la dizaine supérieure.
$20 + 7 + 9$	Décomposition canonique du nombre 27 pour utiliser le fait numérique mémorisé « $7 + 9 = 16$ ».
....

Synthèse de l'activité : Cette situation de formation, même si elle apparaît très simple, voire simpliste, permet une analyse didactique riche. La synthèse du formateur peut faire ressortir que :

- la multiplicité des procédures « naturelles » est en lien avec les connaissances mathématiques disponibles propres à chacun ;
- même s'il semble pertinent de faire automatiser une stratégie pour ajouter 9, pour certains nombres, celle-ci ne sera pas la plus efficace.

De cette analyse, les stagiaires peuvent déduire des pistes pour une mise en œuvre immédiate dans les classes.

Activité 2 : Jeu du furet des multiples de 7

Objectifs de formation :

- Faire prendre conscience de la difficulté à mémoriser certaines tables de multiplication dans les deux sens (par exemple trouver le produit $6 \times 7 = \dots$; mais aussi compléter la décomposition multiplicative $42 = 7 \times \dots$).
- Faire prendre conscience de la nécessité de mémoriser la table de 7 :
 - pour trouver un nouveau multiple de 7 ;
 - pour identifier comme multiple de 7 un nombre donné (supérieur à 70).

Modalités de passation : Il s'agit d'énoncer à haute voix la liste des « premiers » multiples de 7 dans l'ordre croissant ou dans l'ordre décroissant. A tour de rôle, chaque participant cite le multiple qui suit (ou qui précède) le multiple de 7 qui vient d'être énoncé. À certains moments, le « meneur de jeu » interrompt la récitation et demande à celui qui vient d'énoncer un nombre de préciser de quel multiple de 7 il s'agit.

Exemples proposés : 7, 14, 21, ...

Le « meneur de jeu » arrête à 224 et demande de quel multiple de 7 il s'agit. Une possibilité de réponse s'appuie sur la décomposition suivante : $224 = 210 + 14 = 7 \times 30 + 7 \times 2 = 7 \times 32$.

Synthèse de l'activité : Face aux difficultés rencontrées par les stagiaires, cette activité renforce l'idée de la nécessité de mémoriser certaines tables, en particulier la table de 7. La connaissance de la table d'un nombre permet de reconstruire une partie du répertoire des multiples de ce nombre, et ainsi, par décomposition, de répondre à la question posée : « de quel multiple s'agit-il ? ». Cette synthèse peut être complétée par une réflexion sur l'organisation des apprentissages des tables de multiplication.

Activité 3 : Jeu des intrus

Objectifs de formation : Proposer une nouvelle activité permettant le réinvestissement des connaissances construites précédemment par exemple dans l'activité 2.

Modalités de passation : Le « meneur de jeu » écrit une famille de nombres liés par une relation arithmétique, en y glissant des « intrus ». Les joueurs repèrent les intrus et justifient leur choix.

Exemple de famille proposée : « Voici une liste de multiples de 7 comportant un ou plusieurs intrus, à vous de les retrouver. Vous devrez justifier votre choix : 112 ; 140 ; 98 ; 126 ; 188 ; 24 ; 147 ; 196 ; 84 ; 235 ».

Exemples de procédures observées en formation :

Le nombre 112 n'est pas un intrus :

- Procédure 1 : $112 = 70 + 42$ donc 112 est un multiple de 7 car somme de deux multiples de 7.
- Procédure 2 : $112 = 2 \times 56 = 2 \times 7 \times 8$ donc 112 est un multiple de 7 car dans la décomposition multiplicative trouvée l'un des facteurs est 7.

Le nombre 188 est un intrus :

- Procédure : $188 = 140 + 48$ et $42 < 48 < 49$ donc $140 + 42 < 188 < 140 + 49$. 188 n'est pas un multiple de 7 car on a réussi à l'encadrer strictement par deux multiples de 7 consécutifs.

Synthèse de l'activité : Cette activité, « Chercher les intrus », présente un enjeu original et illustre un réinvestissement de connaissances mobilisées dans des situations plus complexes (ici sur les multiples de 7). Elle peut aussi permettre de faire émerger des propriétés mathématiques sur les multiples qui ne sont pas explicitement enseignées à l'école primaire (somme de multiples et multiple de multiples). Trouver un intrus met également en œuvre la recherche de preuve, activité souvent difficile pour les élèves. La synthèse reprend aussi des éléments de réflexion sur les tables de multiplication (voir ci-après).

Activité 4 : Jeu de la boîte

Objectifs de formation :

- Présenter une situation de référence et son utilisation pour l'entraînement à certains calculs additifs et soustractifs dans le cas d'une situation mettant en jeu une transformation selon la typologie de Vergnaud.
- Faire émerger la difficulté de gérer mentalement une suite d'opérations et la nécessité de développer concentration et entraînement.

Modalités de passation : Le formateur évoque le jeu de la boîte pour contextualiser les exercices suivants. Il énonce un nombre, puis une suite d'opérations et demande le résultat final. Les stagiaires ne disposent d'aucun support écrit.

Exemples proposés :

Pour entraîner à ajouter ou retrancher 9, 10 et 11 : on démarre de 0 et on annonce en respectant un certain rythme : « + 11, + 11, - 10, - 11, + 9, + 11, - 9, + 10, - 11, + 9, - 11, + 10. Quel est le résultat final ? ».

Pour entraîner à ajouter ou retrancher un nombre de dizaines : on démarre de 6 et on annonce : « +20, + 10, - 30, - 10, + 20, - 1, + 30, - 10, + 30, - 20, + 40, - 5, - 20, + 30, - 20. Quel est le résultat final ? ».

Synthèse de l'activité : L'analyse de cette activité permet d'insister sur la nécessité de la relier à la situation didactique « Jeu de la boîte », situation de référence pour aborder une catégorie de problèmes additifs. C'est une activité de réinvestissement de connaissances déjà travaillées dans laquelle l'évocation de la boîte peut constituer une aide à la représentation du problème et à l'élaboration et l'explicitation des procédures. Cependant cette activité ne peut en aucun cas se substituer à la mise en place de la situation de référence elle-même. Par ailleurs l'analyse de l'activité montre qu'elle permet le développement de la concentration chez les élèves liée à la longueur de la chaîne de calculs.

Parmi les variables possibles, on peut noter : la longueur de la chaîne pour l'adapter au niveau de la classe, le nombre de départ, la nature et l'ordre des calculs dans la chaîne et la répétition d'un même calcul.

Quelques apports sur le calcul mental

Lors des différents moments de synthèse, des apports théoriques sont faits portant sur :

- les différents modes de calcul dont le calcul mental ;
- les objectifs de l'enseignement du calcul mental ;
- la place du calcul mental dans les programmes ;
- une réflexion sur les tables de multiplication ;
- les différents types de séances ;
- les supports possibles ;
- les activités et les jeux de calcul mental...

La plupart de ces points renvoient à la première partie de la brochure.

ANNEXE 2 : ANALYSE DE L'ACTIVITÉ 1 DU MODULE DE FORMATION SUR LE CALCUL MENTAL

Palier	Nature de l'activité	Posture	Type de connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	<p>Activité mathématique (action réalisée effectivement mentalement)</p> <p>Résoudre le problème mathématique (action effectivement ou mentalement réalisée)</p> <p>Activité amorcée 1 : ajouter 9.</p>	Élève	<p>Connaissances mathématiques convoquées par les activités proposées (<i>implicites en contextes</i>) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - mettre en œuvre une procédure de calcul pour ajouter 9 à un nombre donné ; - calculs (résultats additifs). 		
1	<p>Analyse de l'activité mathématique du palier 0.</p> <p>Analyser des procédures transcrites au tableau.</p> <p>Même tâche avec d'autres nombres</p>	Élève Elève-enseignant	<p>Connaissances mathématiques <i>décontextualisées</i> sur les propriétés des nombres et des opérations.</p> <p>Formulation des procédures.</p> <p>Techniques de calculs.</p> <p>Prendre conscience que la procédure n'est pas unique.</p> <p>Apports sur le calcul mental</p>	<p>Prendre conscience que la procédure n'est pas unique.</p> <p>Distinguer des procédures.</p> <p>Transcrire des procédures de calcul mental au tableau (rendre visible le calcul mental).</p> <p>Effet du choix des nombres sur les procédures dans ce cas particulier (vécu).</p> <p>Domaine de validité d'une procédure (implicite).</p>	<p>Homologie sur modalités de mise en commun (vécue).</p>
2	<p>Analyse didactique et pédagogique de l'activité du palier 0.</p> <p>Analyser l'activité.</p> <p>Déduire des pistes pour une mise en œuvre.</p>	Elève-enseignant		<p><i>Explicitées en contexte</i> : relations entre procédure mobilisée et choix du nombre (variable didactique en contexte).</p> <p>Repenser la place de l'automatisation de procédures pour «ajouter 9».</p> <p>Calcul mental : pourquoi écrire les procédures au tableau.</p>	<p><i>Explicitées en contexte.</i></p> <p>Utilisation du tableau.</p>
3	<p>Analyse de l'activité didactique et pédagogique du palier 2.</p>	Enseignant		<p><i>Décontextualisées</i></p> <p>Repenser la place de l'automatisation en calcul mental</p> <p>Variables didactiques.</p> <p>Différents types de séances en calcul mental</p>	<p><i>Décontextualisées</i></p> <p>Repenser la place de l'automatisation en général dans l'apprentissage.</p>
4	<p>Problématisation d'une question professionnelle.</p>	Élève-chercheur		<p>Repenser la place de l'automatisation : paradoxe de l'automatisme.</p>	

ANNEXE 3 : SITUATION « LA POUPEE »

Références :

VAULTRIN M., LAURENÇOT-SORGIUS I., IMBERT J-L., BILLY C., BERGEAUT J-F. (2011) *Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2 –Géométrie Vol 2*. DVD et livret d'accompagnement du film « Évolution des compétences géométriques et spatiales en Grande Section de maternelle. IUFM Toulouse2-IREM de Toulouse.

FENICHEL M., PAUVERT M. & PFAFF N. (2004). *Donner du sens aux mathématiques - Espace et géométrie. Tome 2*. Bordas Pédagogie.

Description de la situation « La poupée »

Il s'agit de placer un objet dans la même position relative par rapport à une poupée, l'emplacement étant donné par une photo.

L'élève est placé face à une poupée assise sur la table, face à lui, et reçoit une photo de la poupée avec un objet placé devant ou à gauche ou à droite ou derrière la poupée.

L'élève n'a pas le droit de bouger la poupée.

L'élève doit placer l'objet à l'endroit indiqué par la photo.

L'élève a le droit de se déplacer.

Exemples de photos données aux élèves :



Compétences évaluées³

Repérage : positions relatives et orientation, parcours et plus spécifiquement orientation dans l'espace représenté

Q17 : Lire des photos et positionner un objet comme sur une photo par rapport à un objet orienté.

Matériel

1 poupée et 1 objet.

20 photos d'une poupée avec un objet placé à côté (4 positions de l'objet : devant, à droite, derrière, à gauche / 5 prises de vues : au-dessus, vue de droite, vue de gauche, vue de devant, vue de derrière).

Présentation des extraits de films

L'évaluation a été faite en novembre puis en juin, de façon individuelle. Nous proposons, dans l'atelier, trois évaluations :

- Balthazar au mois de novembre – 2 min et 31 s
- Manon au mois de novembre – 1 min et 56 s
- Manon au mois de juin – 1 min et 39 s

³

D'après Vaultrin & al. (2011).

Consigne Novembre : « On a une poupée et un objet, on a pris des photos de la poupée et de l'objet. Tu vas replacer l'objet comme sur la photo. »

ANNEXE 4 : « LA POUPÉE » – EXEMPLES D'ALTERNATIVES POUR ÉLABORER UN SCENARIO

La tâche amorce proposée ici peut se situer à différents paliers et différentes connaissances peuvent être abordées ensuite en fonction du moment de la formation et de l'objectif du formateur.

1 Alternatives relatives à la tâche amorce

Tâche amorce : Visionner les 3 extraits de film (Manon + Balthazar) proposés avec consigne et questions.

Le choix de la consigne ou des questions posées conduira à aborder un scénario de formation à un palier ou à un autre. Par exemple :

- Quel est l'objectif de l'activité ? → palier 2
- Concernant l'activité elle-même : faire un arrêt sur image « quelle est la photo ? » → palier 0
- Quelles sont les modalités d'évaluation en maternelle ? → palier 3
- Comment envisager la passation de la consigne ? → palier 2 ou 3
- Quelles sont les variables de la situation : contraintes de la consigne, choix des photos, du matériel → palier 2

2 Alternatives relatives aux connaissances potentiellement ciblées à différents paliers

* Connaissances en lien avec les programmes de maternelle / de l'école primaire :

- Savoir identifier des savoirs mathématiques dans différents domaines du programme (difficile sur ce savoir mathématique. Pas clairement identifié dans le domaine 4 en maternelle. Des éléments intéressants dans d'autres disciplines dans les programmes de cycle 2 et de cycle 3).
Palier 3 mathématique
- Apprendre à se référer au programme et à faire le lien entre une tâche très ciblée et des compétences souvent rédigées de manière plus large. *Palier 2 pédagogique*
- Repérer les éléments de progressivité de cette compétence dans les programmes (ce que l'on fait avant, ce que l'on fait après) *Palier 2 didactique et pédagogique*
- Identifier à la lecture des programmes, ce que la majorité des élèves devrait maîtriser avant de proposer la tâche. *Palier 2 didactique et pédagogique*
- Comprendre comment cette compétence s'articule avec les autres compétences en lien avec la structuration de l'espace à l'école (cf. lien notamment avec le vocabulaire) *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec le contenu mathématique

- Savoir qu'il existe différents types d'espaces (cf. Brousseau), de repérages *Palier 2 didactique*
- Connaître les propriétés d'un espace donné (réel en 3D / représenté / imaginé / ...) *Paliers 0 et 1 mathématique et didactique*
- Prendre conscience que l'on peut développer des savoirs relatifs à la structuration de l'espace sans introduire de vocabulaire spatial *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec l'analyse de la tâche

- Savoir identifier les variables d'une situation *Palier 1* si implicite, seulement constater les effets selon la photo. *Palier 2* si explicite
- Connaître les principales variables en lien avec des situations en lien avec les changements de point de vue et les positions relatives *Palier 3 didactique*
- Savoir identifier l'effet d'un changement de valeur d'une variable sur les procédures et/ou difficultés des élèves *Palier 2 didactique*

Différentes variables :

- choix des photos (cf. vue de dessus)
- ordre de présentation des photos
- déplacement de l'élève possible ou non
- déplacement avec ou sans la photo
- déplacement de la poupée possible ou non
- proposer plusieurs poupées avec 1 objet placé différemment et demander de choisir celle qui correspond à la photo
- choix de la poupée sur la table par rapport à la poupée photographiée (exactement ou sensiblement la même) et forme de l'objet à placer (cube et cylindre)
- choix du vocabulaire du PE (objet / poupée)
- passation de la consigne : avec des exemples ou non
- taille de la photo : taille A4 ou format photo
- forme de la table
- positionnement de la poupée sur la table
- type d'espace
- présence ou non d'un autre repère sur la table (par exemple un playmobil ou autre) pour avoir plusieurs indices (différents repérages)
- poupée objet orienté ou autre choix : tabouret...

* Connaissances en lien avec la validation

- Prendre conscience de l'importance de savoir si c'est l'élève qui valide sa réponse ou le maître (qui « l'évalue » (Claire Margolinas)) Palier 3 didactique
- Prévoir des outils pour que l'élève puisse valider sa réponse (quand cela est possible). Soit prendre 1 photo soit sous une boîte : une poupée avec une photo... Palier 3 mathématique et didactique

* Connaissances en lien avec l'institutionnalisation / synthèse

Savoir construire une synthèse adaptée à l'activité vécue par les élèves et aux élèves. *Paliers 2 et 3 mathématique et didactique* par rapport à la clarification de l'enjeu mathématique et à sa formulation pour les élèves de cycle 1. *Palier 2 pédagogique* par rapport à la prise en compte des élèves de maternelle pour faire une synthèse. (Si c'est difficile, je peux me déplacer pour voir la poupée comme sur la photo et placer l'objet. Je peux essayer de placer l'objet et me déplacer pour vérifier si je vois bien tout comme sur la photo)

* Connaissances en lien avec des gestes professionnels (formulation et passation des consignes / observables et prise d'informations sur les élèves / gestion des évaluations en maternelle / évaluation diagnostique vs sommative)

- Savoir concevoir une consigne adaptée aux élèves sans dénaturer la situation mathématique ni introduire de difficultés *Palier 2 didactique et pédagogique*
- Savoir anticiper les éléments sur lesquels portera la prise d'information pour faire l'évaluation de l'élève (élaborer une grille d'évaluation) *Palier 3 didactique*
- Savoir mener une évaluation individuelle en maternelle sans support de type « fiche » *Palier 3 didactique et pédagogique*
- Savoir mesurer les acquis, les progrès des élèves en utilisant la même évaluation en début et fin d'apprentissage (ne pas tout faire bouger) *Palier 3 didactique et pédagogique*
- Savoir concevoir et adapter son enseignement en fonction des informations apportées par l'évaluation diagnostique (cf. taux de réussite / procédures observées / nature des difficultés) *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec l'élaboration d'une progression (Lister des situations à proposer entre novembre et juin pour permettre à tous les élèves de réussir, ou à partir d'un ensemble de situations sur cet enjeu, envisager une progressivité)

- Si les ressources sont fournies, savoir s'approprier des ressources et les organiser *Palier 3 mathématique et didactique*
- Savoir identifier l'objectif d'une situation pour savoir si elle permet de mener l'apprentissage souhaité *Palier 2 mathématique et didactique*
- Savoir identifier l'objectif d'une situation pour savoir comment la positionner dans la progression *Paliers 2 et 3 mathématique et didactique*
- Savoir qu'une même situation peut être déclinée pour organiser une progressivité (savoir identifier et construire un jeu sur les variables de la situation) *Palier 3 didactique*
- Se construire un répertoire de situations (de référence) *Palier 3 mathématique, didactique et pédagogique*

* Connaissances en lien avec l'élaboration d'une programmation sur ce thème sur l'ensemble des cycles.

- Se construire un répertoire de situations (de référence) *Paliers 3 et/ou 4 mathématique, didactique et pédagogique*
- Prendre conscience que l'on construit les choses petit à petit. Ce n'est pas fini une fois que l'on a fait, une fois, la situation de la poupée en GS. *Paliers 3 et/ou 4 mathématique, didactique et pédagogique*

* Connaissances en liens avec l'analyse des procédures effectives des élèves : difficulté d'observation des procédures élèves (cf. Manon qui ne parle pas) et anticiper des aides. (le formateur peut proposer une modalité de type « jeux de rôles » ou de type « homologie »)

- Savoir anticiper sur les procédures des élèves *Palier 3 mathématique et didactique*
- Savoir anticiper sur les difficultés prévisibles *Palier 3 mathématique et didactique*
- Savoir anticiper sur les aides à apporter (matériel / manipulation de la part du PE / Vocabulaire utilisé par le PE / ...) *Palier 3 mathématique, didactique et pédagogique*
- Savoir identifier les éléments d'observation des élèves pour identifier la procédure qu'ils utilisent, les difficultés qu'ils ont (Manon ne parle pas, Balthazar parle) *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec la prise en compte des distracteurs : observer finement les élèves et le PE.

Savoir articuler (relier) les observations de l'élève et du PE et l'objectif d'apprentissage (est-ce qu'on s'éloigne, qu'on avait des éléments sur lesquels réagir et que l'on a laissé passer ? Etc.) *Palier 2 et 3 mathématique, didactique et pédagogique*

Ressources complémentaires

FÉNICHÉL M., PAUVERT M., PFAFF N. (2004) *Donner du sens aux mathématiques – Espace et géométrie Tome 2*. Bordas Pédagogie.71-76. (La séquence « Poupée » au cycle 2)

BETTINELLI B., CHAMBOND L., DORNIER J-M., LE BORGNE P., SIMARD A., TUFFEL E. (2016) La structuration de l'espace aux cycles 1 et 2 de l'école primaire : étude en GS et CP. *Actes du XXXII^{ème} colloque COPIRELEM, Besançon 2015*. ARPEME. (activités sur la latéralisation et la structure gauche/droite)

MASSELOT P., ZIN I. (2008) Exemple d'une situation de formation pour aborder la structuration de l'espace aux cycles 1 et 2. *Actes du XXXIV^{ème} colloque COPIRELEM, Troyes 2007*. ARPEME (une situation d'homologie « le clown »).

EMPRIN-CHAROTTE F., EMPRIN F. (2009) *Un rallye mathématique à l'école maternelle ? Oui c'est possible !*. SCEREN CRDP Champagne-Ardenne. (une situation pour la classe « le photographe »).

BERGEAUT, BILLY C., LAURENÇOT-SORGIUS I., VAULTRIN M. (2011) Comment évaluer les compétences géométriques et spatiales en maternelle ?. *Actes du XXXVI^{ème} colloque COPIRELEM, La Grande Motte 2010*. ARPEME (présentation du DVD)

VAULTRIN M., LAURENÇOT-SORGIUS I., IMBERT J-L., BILLY C., BERGEAUT J-F. (2011) *Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 1 – Géométrie Vol 2*. IUFM Toulouse2-IREM de Toulouse (DVD sur évaluation en début et fin de GS (dont « la poupée »))

Articles de Grand N :

HOUEMENT C., PELTIER M-L. (1992-1993) Du rite de l'appel... a des activités mathématiques en grande section d'école maternelle. *Grand N 51*. 13-23.

SAYAC N., MIRANDA F. (2002) De l'exploration du quartier à la structuration de l'espace en grande section. *Grand N 69*. 7-13.

LEROYER L. (2005) S'appropriier le vocabulaire spatial et temporel par « le faire et le dire ». *Grand N 75*. 31-43.

URRUTY P. (2008) Des graines cachées dans un jardin en Grande Section. *Grand N 81*. 41-56.

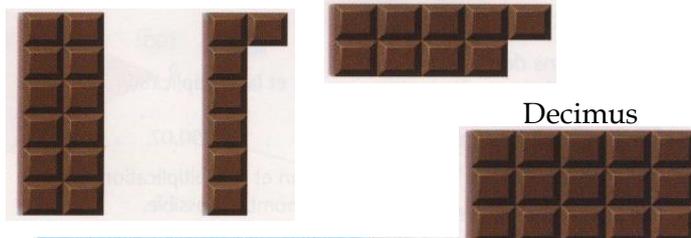
ANNEXE 5 : SÉANCE SUR LA PROPORTIONNALITÉ

Référence : CHARNAY R., COMBIER G, DUSSUC M-P., MADIER D. (2010) *CapMaths CM2*. Manuel de l'élève (p. 43) et livre du maître (pp. 85-86). Hatier.

Manuel de l'élève



Voici la part de chocolat prise par chacun



- 1 Combien pèse la part :
a. de Figurine ? b. de Millie ?
- 2 Combien pèse la part :
a. de Logix ? b. de Décimus ?
- 3 Combien pèse la part de chocolat restante ?

Exercices

Alex et Lisa ont acheté une tablette de chocolat identique à la précédente.

5 Lisa veut 55 g de chocolat. Combien de carrés doit-elle prendre dans cette tablette ?

4 Alex veut 80 g de chocolat. Combien de carrés doit-il prendre dans cette tablette ?

Livre du maître

APPRENDRE Problèmes	<p>Proportionnalité : passage par l'unité (procédure dite « règle de trois »)</p> <p>► Du chocolat pour chacun</p>	<p>– résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité</p>	<p>Chercher</p> <p>1 individuel, puis collectif</p> <p>2 par 2, puis collectif</p> <p>3 individuel, puis collectif</p> <p>Exercices</p> <p>Individuel</p>	<p>Manuel p. 43 questions 1 à 3 / exercices 4 et 5</p> <p>par élève :</p> <ul style="list-style-type: none"> – feuille de recherche – cahier de maths
-------------------------------	---	---	---	--

CHERCHER Manuel p. 43 questions 1 à 3

Voici la part de chocolat prise par chacun.

1 Combien pèse la part :
a. de Figurine ? b. de Millie ?

2 Combien pèse la part :
a. de Logix ? b. de Décimus ?

3 Combien pèse la part de chocolat restante ?

INDIVIDUEL, PUIS COLLECTIF

1 Les parts de Figurine et de Millie

Question 1

- Préciser la tâche :
 ► Vous connaissez le poids total de la plaque (240 g). Cherchez le poids de chaque part.
- Indiquer, si nécessaire, que plusieurs procédures sont possibles.

• Lors de la mise en commun, faire expliciter les procédures utilisées et analyser les erreurs de procédure, puis présenter les raisonnements utilisés :

- Pour Figurine :
 - remarquer que 12 est le quart de 48 (soit par le calcul, soit par report des 2 barres « verticales » sur la plaque complète), donc le poids est le quart de 240 g, soit 60 g ;
 - chercher le poids d'une barre « verticale », puis calculer le poids de 2 barres ;
 - chercher d'abord le poids d'un carré de chocolat...

– Pour Millie, le recours aux « barres verticales » est possible, mais plus difficile (il faut ensuite prendre un sixième de la 2^e barre), ce qui revient à chercher le poids d'un carré.

- Aucune procédure n'est valorisée à ce moment du travail.
- Conserver les résultats au tableau.

Réponse : Figurine : 60 g ; Millie : 35 g.

permettre des raisonnements purement numériques et d'autres qui prennent appui sur le découpage de la plaque de chocolat.

Les raisonnements utilisés dans ces problèmes peuvent être formulés sous des formes diverses :

- mise en mot du raisonnement « J'ai d'abord calculé le poids d'une barre, j'ai trouvé 30 g car 240 divisé par 8 = 30, puis j'ai cherché le poids de 2 barres, j'ai trouvé 60 g, car $30 \times 2 = 60$ » ;
- calculs commentés : « 8 barres pèsent 240 g ; or 2 barres, c'est 4 fois moins que 8 barres, donc le poids de 2 barres, c'est 4 fois moins que le poids des 8 barres égal à 240 g ; 2 barres pèsent donc 60 g » ;
- utilisation d'une représentation (flèches, tableau...) :

$$\begin{array}{l} 48 \text{ carrés} \rightarrow 240 \text{ g} \\ 1 \text{ carré} \rightarrow 5 \text{ g} \\ 12 \text{ carrés} \rightarrow 60 \text{ g} \end{array}$$

avec des calculs annexes comme $240 : 48 = 5$ et $12 \times 5 = 60$.

ÉQUIPES DE 2, PUIS COLLECTIF

2 Les parts de Logix et de Décimus

Question 2

Même déroulement que la phase 1.

- Le débat et la synthèse sont centrés sur :

⇒ les procédures incorrectes : par exemple celle qui consiste, pour 9 carrés, à déterminer le poids d'une « barre horizontale » faite de 8 carrés (240 divisé par 6) et à ajouter 1 g au poids de 8 carrés (ce qui revient à considérer que 1 carré pèse 1 g..., la plaque complète pèserait alors 48 g) ;

⇒ les procédures correctes : par exemple celles qui consistent, pour 9 carrés, à s'appuyer sur le poids de 8 carrés en y ajoutant le poids d'1 carré ou à calculer le poids d'1 carré (soit 5 g) et ensuite à le multiplier par 9.

⇒ les méthodes utilisées pour calculer le poids d'un carré :
 – division de 240 par 48 ;
 – division d'un résultat obtenu à la question 1 par le nombre de carrés correspondants, par exemple 60 divisé par 12 ;
 – divisions successives par 6 puis par 2, à partir de 60.

⇒ En conclusion, à partir des procédures utilisées, souligner les deux catégories de raisonnements utilisés :

- ceux pour lesquels on ne cherche pas le poids d'un carré ;
- ceux pour lesquels on cherche le poids d'un carré.

Réponses : Logix : 45 g ; Décimus : 75 g.

Très souvent, la résolution des problèmes de proportionnalité ne nécessite pas le « passage par l'unité ». Mais celui-ci apparaît comme une méthode judicieuse dans certains cas, en particulier lorsque les rapports entre les données ne sont pas entiers ou sont difficiles à déterminer. La situation présente l'originalité de

Le choix des nombres est destiné à favoriser le recours au poids d'un carré de chocolat. En effet, 9 et 15 ne sont pas des diviseurs de 48, ni des multiples des nombres déjà étudiés dans la question 1.

Le programme précise que les élèves doivent connaître la « règle de trois ». Telle qu'elle était enseignée généralement dans les années 1950-1960, celle-ci n'est pas envisageable en CM2 car elle s'appuie sur une mise « en fraction » du raisonnement et la maîtrise de calculs sur les fractions qui ne sont pas enseignés actuellement. Le commentaire du programme actuel de sixième précise qu'il faut simplement entendre par « règle de trois » la procédure qui consiste à calculer l'image de l'unité (ici poids d'un carré). Cette procédure n'est alors pas nouvelle dans le programme et peut parfaitement être envisagée au CM2, préparant ainsi le travail qui sera repris en sixième.

3 Quel est le poids du chocolat restant ?

Question 3

Même déroulement, plus rapide.

Le poids peut être obtenu :

- en utilisant les mêmes procédures que pour les questions 1 et 2 pour les carrés restants ;
- par différence entre le poids total de chocolat distribué et le poids total.

Réponse : 25 g.

INDIVIDUEL

EXERCICES Manuel p. 43 exercices 4 et 5

Alex et Lisa ont acheté une tablette de chocolat identique à la précédente.

4 Alex veut 80 g de chocolat.
Combien de carrés doit-il prendre dans cette tablette ?

5 Lisa veut 55 g de chocolat.
Combien de carrés doit-elle prendre dans cette tablette ?

Exercice 4

Les nombres choisis permettent le recours à une très grande variété de procédures.

Réponses : 80 g représente un tiers de 240 g (donc un tiers de 48 carrés) ou encore le poids de 16 carrés à 5 g chacun.

Exercice 5

L'utilisation du poids d'un carré est plus appropriée dans ce cas.

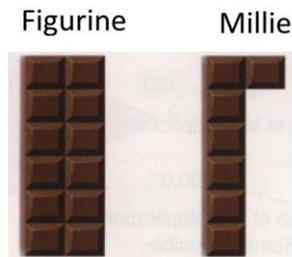
Réponses : 11 carrés à 5 g chacun.

ANNEXE 6 : PRODUCTIONS D'ÉLÈVES DE CM2 DANS LA RÉOLUTION DU PROBLÈME DE LA TABLETTE DE CHOCOLAT

Le problème ci-contre a été donné à des élèves d'une classe de CM2.



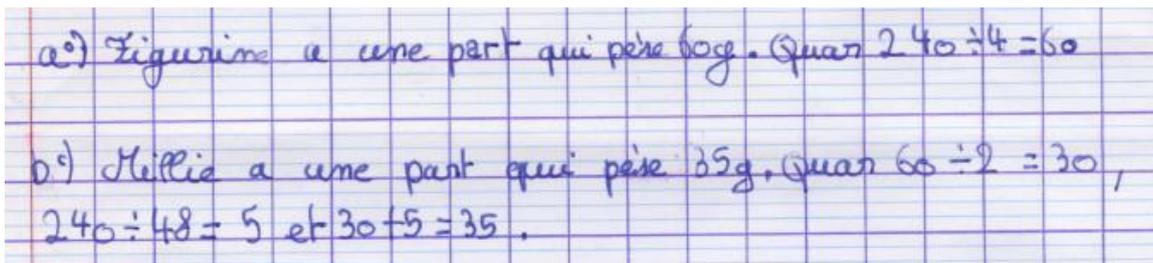
Voici la part de chocolat prise par chacun



Combien pèse la part :
a. de Figurine ?
b. de Millie ?

(CapMaths CM2, Hatier, 2010, p.43)

Productions de quelques élèves :



a. La part de Figurine pèse 60 g.

b. La part de Millie pèse 35 g.

$$8 \times 6 = 48$$

2	4	0	48
-	2	4	0
			5
			0
			0
			0

$$7 \times 5 = 35 \text{ g}$$

$$12 \times 5 = 60 \text{ g}$$

J'ai cherché le résultat d'un carré et je l'ai multiplié par le nombre de carré.

a. • J'ai cherché combien de fois il y avait la part de Figurine dans la plaquette entière de chocolat.

- $240 : 4 = 60$
- La part de Figurine pèse 60 g.

b. • J'ai cherché combien de fois il y avait la part de Millie dans la plaquette entière de chocolat.

- $240 : 6 = 40$
- La part de Millie pèse 40 g.

240 g	2
2	12
0	0
4	0
00	0

Figurine La part de figurine pèse 12 g.

2	12
-	15
0	7

La part de figurine pèse 7 g

a- la part de Figurine pèse 12 g. On fait $2 \times 6 = 12$ g.
 b- la part de Millie pèse 7 g. On fait $6 \times 1 = 6 + 1 = 7$ g.

a J'ai divisé $48 \div 12$ et $48 \div 7$.

48 | 12
 -48 | 4

 00

On fait 4 grammes.

b

48 | 7
-42
 06
 - 0

 06

On fait 6 grammes.

A J'ai fait $240 \div 12 = 20$ grammes

240 | 12
 -24 | 20

 000
 - 0

 000

B J'ai fait $240 \div 7 = 34$

240 | 7
 -24 | 34

 030
 - 28

 02

Figurine a 20 grammes de chocolats.
 Millie a 34 grammes de chocolats.

