

SIMULATION DU MATÉRIEL DE NUMÉRATION « BÛCHETTES »

Nathalie Brasset

Doctorante, UGA

LIG

Nathalie.brasset@imag.fr

Résumé

Dans cet article nous présentons un travail avec une simulation du matériel de numération « bâchettes ». Nous commençons par rappeler l'importance de donner du sens au nombre en travaillant le principe de position et le principe décimal ainsi que le rôle de la manipulation dans le développement de l'abstraction.

Nous interrogeons ensuite la manipulation d'objets virtuels et la situons par rapport à la manipulation d'objets tangibles. Nous envisageons alors l'utilisation d'une simulation du matériel de numération « bâchettes » en complément du matériel tangible « bâchettes » et proposons des exemples d'utilisation d'une telle simulation basés sur des observations dans une classe de CE1. Enfin, nous présentons en détail 11 exercices (issus de deux types de tâches) permettant de travailler, à partir de la simulation, les aspects positionnel et décimal du nombre de façon plus ou moins indépendante ou à un niveau de difficulté plus ou moins élevé.

Dans le cadre d'un travail de thèse sur les décisions didactiques de l'enseignant dans un EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain) nous avons conçu une simulation du matériel de numération « bâchettes ». Un travail préliminaire avec des enseignants de CP et CE1, utilisant le matériel de numération « bâchettes », a permis de définir, en 2014, un cahier des charges pour cette simulation. Une première version de la simulation¹ a vu le jour en 2015 : il est possible de créer des exercices dans cette simulation correspondant aux exercices utilisant le matériel de numération « bâchettes » que ces enseignants proposent à leurs élèves. Cette simulation a été utilisée dans une classe de CE1 au cours de l'année scolaire 2015-2016.

Cette simulation, que nous avons utilisée pendant l'atelier, est un outil de recherche. Ainsi, certaines fonctionnalités pertinentes d'un point de vue didactique n'ont pas été développées à l'heure actuelle (ces fonctions ne sont pas apparues dans les utilisations du matériel de numération des enseignants impliqués dans le projet et/ou demandaient trop de temps de développement). Il est néanmoins possible de concevoir des exercices sur cette simulation permettant de travailler les deux principes de base de la numération décimale écrite chiffrée (Tempier, 2010) : le principe de position et le principe décimal.

L'objectif de l'atelier a été de :

- situer le travail avec une simulation² par rapport au matériel tangible. (partie II - LA MANIPULATION D'OBJETS TANGIBLES ET LA MANIPULATION D'OBJETS VIRTUELS)
- présenter les choix didactiques qui ont été faits dans la conception de cette simulation³ et discuter ses limites. (partie III - LA SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « BÛCHETTES »)
- présenter deux types de tâches permettant de travailler les aspects positionnel et décimal du nombre de façon plus ou moins indépendante ou à un niveau de difficulté plus ou moins élevé.

¹ Développée dans le cadre d'un stage de Master 1 d'Informatique.

² Dans la partie II nous parlons d'une simulation du matériel de numération « bâchettes » indépendamment de la forme qu'une telle simulation peut prendre.

³ A partir de la partie III il s'agit du prototype que nous avons utilisé en classe et pour l'atelier.

(partie IV - DES TYPES DE TÂCHES FAISANT INTERVENIR LE PRINCIPE DE POSITION ET LE PRINCIPE DECIMAL)

Pendant l'atelier les participants ont été amenés à créer puis tester des exercices pour cette simulation (certains types de tâches proposés dans la partie IV - 3 correspondent à des exercices proposés par les participants). Ce travail a permis d'envisager deux positions : une position d'élève - mode utilisateur - utilisant la simulation et une position de concepteur d'exercices pour la simulation - mode auteur -. Cette première partie a débouché sur une discussion concernant les limites de cette simulation. Nous avons intégré les remarques des participants de l'atelier dans la partie III - 3.

Les participants ont ensuite découvert deux types de tâches à travers onze exercices (les types de tâches et les différents exercices sont décrits dans les parties IV- 2.1 et IV- 2.2) Pour chaque exercice ils ont déterminé le(s) principe(s) de la numération en jeu. La discussion qui a suivi a porté sur la manière de rendre nécessaire la mobilisation du principe décimal pour un exercice donné.

I - LE NOMBRE DANS LES NOUVEAUX PROGRAMMES

Plusieurs travaux de recherche (Bednarz & Janvier, 1984a), (Bednarz & Janvier, 1984b), (Ma, 1999) ont mis en évidence l'importance de donner du sens à la numération que nous utilisons en particulier l'écriture chiffrée du nombre. Une bonne compréhension de l'écriture du nombre permet, par exemple, de développer des stratégies du calcul réfléchi, de donner du sens aux techniques de calcul posé des quatre opérations.

L'écriture chiffrée d'un nombre repose sur deux principes (Tempier, 2010) :

- le principe de position : au premier rang, en partant de la droite, on écrit les unités, au deuxième rang les dizaines, au troisième rang les centaines, etc.

Ainsi suivant leur position dans l'écriture du nombre, les chiffres n'ont pas la même valeur (exemple : si l'on considère les nombres 328 et 453 le 3 de 328 correspond à 3 centaines alors que celui de 453 correspond à 3 unités)

- le principe décimal : dix unités correspondent à une dizaine, dix dizaines à une centaine, etc.

Ainsi les unités de numérations ne sont pas indépendantes : elles sont liées par des « relations » décimales (exemple : dans le nombre 328 les 3 centaines correspondent à 30 dizaines et 300 unités).

Selon Tempier (2013), l'appropriation de ces deux principes est essentielle à l'apprentissage de la numération. Une étude de la transposition didactique à travers l'étude des programmes et des manuels de CE2 a pourtant montré que l'institution privilégiait « un seul savoir de la numération, l'aspect position » (Tempier, 2010). Dans les nouveaux programmes (BO, 2015) qui sont entrés en vigueur à la rentrée 2016 ces deux principes apparaissent maintenant très clairement.

Paragraphe : Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

Colonne : Connaissances et compétences associées

« Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques.

Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres).

Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position). »

Colonne : Exemple de situations, d'activités et de ressources pour l'élève

« Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56). » (BO, 2015, p. 76)

Remarquons que pour l'utilisation des écritures en unités de numération il s'agit d'utiliser l'écriture canonique 5d 6u mais également des écritures non-canoniques 6u 5d et 4d 16u le passage de celles-ci à l'écriture canonique faisant intervenir respectivement le principe de position et le principe décimal.

L'un des enjeux de la numération est donc de proposer aux élèves des types de tâches faisant intervenir non seulement l'aspect position (ce qui était déjà fait) mais également l'aspect décimal pour les amener à donner du sens au concept de nombre. D'où une première question « comment mettre en avant l'aspect décimal ? »

Les recommandations pour la mise en œuvre de ces nouveaux programmes soulignent qu'il est nécessaire de donner du sens à l'écriture chiffrée et proposent un moyen d'y parvenir :

L'enseignement de l'acquisition du système décimal de position « ne se limite pas à apprendre à écrire et dire les nombres, mais s'attache à permettre une compréhension des aspects décimal et positionnel. La maîtrise de ce système de numération passe par la manipulation exercée des nombres supérieurs à 100, faute de quoi l'élève ne peut accéder à la signification de la position des chiffres dans le nombre » (CNESCO, 2015a, p. 15).

Il s'agit ici, comme nous le verrons dans le paragraphe II - 1, de manipulation d'objets symboliques qui mène à l'abstraction. Celle-ci passant elle-même par une manipulation d'objets tangibles comme le suggèrent les mêmes recommandations :

« Développer la manipulation d'objets tout au long du primaire, et pas seulement en maternelle.

L'abstraction,[...], est essentielle en mathématiques : la manipulation, intégrée dans une démarche globale d'enseignement, en est la première étape. » (CNESCO, 2015b, p. 3).

Le matériel de numération est constitué d'objets tangibles que l'élève peut manipuler. Nous pensons ainsi qu'il est possible de donner du sens au nombre en mettant en relation l'écriture chiffrée d'un nombre et la représentation de ce même nombre avec le matériel de numération. Qu'en est-il d'un matériel de numération virtuel ?

Dans le paragraphe qui suit nous allons donc préciser ce que nous entendons par manipulation.

II - LA MANIPULATION D'OBJETS TANGIBLES ET LA MANIPULATION D'OBJETS VIRTUELS

1 Les objets ostensifs et les trois systèmes de représentation de Bruner

Nous adoptons ici une vision matérialiste de l'activité mathématique définie par Chevallard :

« L'activité mathématique est, comme toute activité humaine, une activité matérielle, et que les non-ostensifs ne sauraient exister sans les ostensifs, non plus d'ailleurs que ceux-ci sans ceux-là. » (Chevallard, 1994).

Nous distinguons donc les objets ostensifs caractérisés par le fait qu'ils peuvent être manipulés, des objets non-ostensifs (les concepts : le nombre, par exemple) qui peuvent seulement être évoqués à travers la manipulation d'ostensifs associés.

Exemple : Le nombre est un objet non-ostensif qui interagit dialectiquement avec des objets ostensifs. Par la suite, dans cet article⁴, nous utilisons les objets ostensifs suivants : Ecriture Chiffrée (EC), Ecriture en Matériel de Numération (EMN), Ecriture en Unités de Numération (EUN). Nous remarquons que les manipulations associées sont de différents ordres (par exemple, symbolique pour EC ; concrète pour EMN).

Afin de catégoriser ces objets ostensifs et les manipulations associées, nous utilisons les trois systèmes de représentation permettant d'appréhender l'information de Bruner (1966) :

- le système énonciatif, basé sur l'action. « The first is through action. » (Bruner, 1966, p. 11)
- le système iconique, basé sur l'image. « There is a second system of representation that depends upon visual or other sensory organization and upon use of summarizing images. » (Bruner, 1966, p. 11- 12)

⁴ Les noms et les abréviations correspondent à ceux utilisés dans (Tempier, 2013).

- le système symbolique, basé sur le langage. « Finally, there is representation in words or language. » (Bruner, 1966, p. 12)

Comme le souligne Barth ces trois systèmes ne correspondent pas à trois stades de développement liés à l'âge, ils fonctionnent en parallèle mais le système énonciatif est plus important chez les jeunes enfants.

« Cependant, plus l'enfant est jeune et inexpérimenté, plus il a besoin de manipuler pour accéder à l'information. Ensuite l'apparence visuelle domine. Le système symbolique devient dominant avec l'âge et l'expérience, mais cela ne veut pas dire que l'adulte ne codifie plus une expérience par le système énonciatif ou iconique. » (Barth, 2013, p. 117).

Il apparaît ainsi légitime de proposer à des élèves de cycle 2 un travail sur le nombre commençant par de la manipulation d'objets tangibles. Un tel travail est d'ailleurs recommandé par l'institution :

« Au cycle 2, on ne cesse d'articuler le concret et l'abstrait. Observer et agir sur le réel, manipuler, expérimenter, toutes ces activités mènent à la représentation qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations), ou symbolique abstraite (nombres, concepts). Le lien entre familiarisation pratique et élaboration conceptuelle est toujours à construire et reconstruire, dans les deux sens. » (BO, 2015).

Mais qu'en est-il de la manipulation d'objets virtuels ? Nous allons situer cette manipulation parmi les trois systèmes de représentations proposés par Bruner.

2 Manipulation d'objets tangibles et manipulation d'objets virtuels

Nous venons de voir que l'utilisation du matériel didactique concret peut être une première étape pour les élèves dans le développement de l'abstraction. Pourtant comme le remarque Petit⁵ (2013) l'utilisation de matériel didactique concret, c'est-à-dire d'objets tangibles, reste marginale dans les pratiques enseignantes. Les principales causes identifiées se trouvent du côté des enseignants qui rencontrent des difficultés d'ordre pédagogique (gérer la classe) et d'ordre didactique (diriger et évaluer l'utilisation du matériel, faire le lien entre manipulation et symboles). Or certaines difficultés rencontrées par les enseignants peuvent être atténuées par l'utilisation de matériel virtuel : la gestion de classe peut être facilitée d'une part par le fait que le logiciel côté élève puisse prendre en charge certaines rétroactions et d'autre part par l'utilisation d'un outil d'orchestration⁶ côté enseignant. Que penser alors de la manipulation permise par le matériel virtuel : la manipulation d'objets virtuels ?

Les manipulations proposées avec le matériel virtuel doivent a minima correspondre aux manipulations possibles avec le matériel tangible. Ainsi, tout comme la manipulation d'objets tangibles dont elle est parente, la manipulation d'objets virtuels contribue à la représentation concrète d'idées abstraites. En outre, elle présente, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, un double avantage :

- permettre des manipulations supplémentaires,
- permettre d'enrichir le milieu de l'élève par des rétroactions prises en charge par le logiciel côté élève.

Plusieurs études concernant la manipulation d'objets tangibles et/ou virtuels (Fennema, 1972), (Sowell, 1989), (Drickey, 2000) et (Doliopoulos, 1990) citées par (Petit, 2013) permettent d'arriver à la conclusion suivante :

- un enseignement intégrant l'une des deux manipulations est plus efficace (compréhension et réussite plus grandes). La réussite d'un tel enseignement étant d'autant plus marquée que le matériel est utilisé sur une longue période et avec des enseignants ayant reçu une formation par rapport à l'utilisation de ce matériel,

⁵ L'article de Petit dont il est question ici traite de la manipulation concrète et de la manipulation virtuelle en général et pas spécifiquement en numération.

⁶ Dillenbourg (2013) définit la notion d'orchestration ainsi : « how a teacher manages, in real-time, multi-layered activities in a multi-constraints context. »

- l'attitude, de l'élève envers les mathématiques, plus positive dans le cas d'un enseignement intégrant la manipulation,
- il n'y a pas de différence significative entre les deux types de manipulation,
- un enseignement intégrant les deux types de manipulation est encore plus efficace.

Nous pensons qu'un enseignement de la numération articulant l'utilisation du matériel de numération « bâchettes » et une simulation de ce matériel contribue à donner du sens à l'écriture chiffrée.

3 Simulation du matériel de numération « bâchettes » et manipulation d'objets virtuels, point de vue cognitif

Dans cette partie nous traitons d'une simulation⁷ du matériel de numération « bâchettes » en termes d'objets et d'actions possibles sur ces objets et situons le travail à partir d'une telle simulation par rapport aux trois systèmes de représentation de Bruner (1966).

Les objets d'une simulation du matériel de numération « bâchettes » sont : la « bâchette », le « paquet de 10 » (constitué de 10 bâchettes), le « paquet de 100 » (constitué de 10 paquets de 10), etc. Ces objets sont des représentations des « bâchettes », « paquets de 10 » et « paquets de 100 » du matériel tangible : il s'agit du système iconique.

Les actions correspondent soit à des actions réalisables avec le matériel tangible : « déplacer un objet », « grouper plusieurs objets », « casser un paquet » ; soit à des actions qui n'existent pas avec le matériel tangible : « dupliquer un objet ». Dans une simulation une action peut-être programmée afin de traduire les relations didactiques entre les objets : ainsi, l'action « grouper plusieurs objets » peut être définie uniquement pour des objets de même type et pour un certain nombre d'objets (10, par exemple, si l'on souhaite travailler la numération décimale). Notons également, qu'il est possible d'introduire des actions qui n'existent pas avec le matériel tangible. Par exemple, « dupliquer un objet » qui permet d'obtenir une copie du même objet. Une telle action correspond donc à un certain niveau d'abstraction.

Toutes ces actions permettent de manipuler les objets virtuels : il s'agit du système énatif.

Le Tableau 1 correspond à une classification, en utilisant les trois systèmes de représentation de Bruner, des protagonistes d'un travail sur le nombre faisant intervenir l'écriture en matériel de numération (EMN) et l'écriture chiffrée (EC). Dans ce tableau, la simulation d'un matériel de numération correspond à un intermédiaire possible entre le matériel tangible (système énatif) et la référence à ce matériel (système iconique) dans la mesure où la simulation met en relation les deux systèmes.

(Bruner, 1966)

	EMN Tangible	EMN Simulation	Référence à EMN	EC
Objets	Enactif	Iconique	Iconique	Symbolique
Actions		Enactif		

Tableau 1 : Classification des protagonistes d'un travail sur le nombre faisant intervenir EMN et EC

Dans la construction du nombre faisant intervenir EMN et EC (comme nous l'envisageons ici), une simulation du matériel de numération apparaît comme un outil qui permet de proposer des situations intéressantes à l'élève afin de l'amener à l'abstraction. Le discours de l'enseignant, notamment la référence à EMN, a un rôle prépondérant ; l'enseignant doit faire les liens, lors des différentes activités proposées aux élèves, entre le matériel de numération d'une part et une écriture symbolique (ici, EC) d'autre part même en l'absence de ces objets ostensifs dans l'exercice proposé. Ce lien doit être constamment entretenu :

⁷ Les objets et les actions envisagées ici le sont pour n'importe quelle simulation du matériel de numération « bâchettes » indépendamment de la forme que pourrait prendre une telle simulation.

« Le lien entre familiarisation pratique et élaboration conceptuelle est toujours à construire et reconstruire, dans les deux sens. » (BO, 2015, p. 5)

4 Quelles utilisations d'une simulation du matériel de numération « bâchettes » en classe ?

Dans cette partie nous présentons des utilisations possibles d'une simulation du matériel de numération « bâchettes »⁸ en classe par un enseignant de CE1. Nous situons cet usage par rapport à l'utilisation du matériel de numération « bâchettes » tangible d'une part par le même enseignant et d'autre part par rapport à la ressource « Enseigner la numération » proposée par Tempier⁹.

4.1 Enseignement de la numération dans une classe de CE1, année scolaire 2015-2016



Figure 1 : Matériel de numération « bâchettes » utilisé lors du rituel chaque jour compte.

Dans le cadre de notre travail de thèse nous avons, à partir de l'utilisation du matériel de numération « bâchettes » par des enseignants de cycle 2, conçu une simulation du matériel de numération « bâchettes ». Un enseignant du groupe a eu à disposition dans sa classe (28 élèves) 7 tablettes équipées de cette simulation pendant l'année scolaire 2015-2016. Nous avons suivi le travail qu'il a proposé à ses élèves en numération¹⁰. L'enseignant a organisé son enseignement comme il l'a voulu nous lui avons simplement demandé d'intégrer une séance de travail sur la base d'exercices présentée¹¹ dans la partie IV- 2 Les exercices. Les autres exercices sur la simulation utilisés par l'enseignant pendant l'année ont été proposés

et paramétrés par ce dernier. Il s'agit là d'une contrainte très

forte dans la mesure où l'enseignant a dû nous fournir une version papier des exercices au moins une semaine à l'avance. Chaque proposition a permis de créer une version numérique beta de l'exercice. A partir de cette version l'enseignant a décidé des rétroactions prises en charge par la simulation et des paramétrages de ces rétroactions (moment de la rétroaction, type, texte) afin de finaliser les exercices.

L'enseignement de la numération dans cette classe de CE1 est basé sur l'articulation de plusieurs matériels (« bâchettes », château des nombres, frise de numération, compteurs, pascalines, calculatrices). L'enseignant utilise donc de nombreux objets ostensifs du nombre certains mettant en avant l'aspect cardinal du nombre, d'autres l'aspect ordinal mais son discours est davantage centré sur cet aspect cardinal. Pendant la première moitié de l'année, l'enseignant a proposé à ses



Figure 2 : Maquette utilisée pour les leçons de numération

⁸ Le prototype de la simulation utilisé est présenté en détail dans la partie III - LA SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « BÛCHETTES ».

⁹ <http://numerationdecimale.free.fr>, cette ressource est conçue pour les enseignants de CE2, CM1, CM2 et 6^{ème}.

¹⁰ Nous avons fait le point chaque semaine avec l'enseignant sur ce qu'il faisait en numération. Nous avons également observé 10 séances. Nous avons choisi de ne pas observer ce qui relevait du calcul mais nous nous sommes régulièrement informés de ce que l'enseignant faisait en calcul et en avons discuté.

¹¹ Pour cette base d'exercice le texte des énoncés et les rétroactions faites à l'élève ont été paramétrés par l'enseignant.

élèves deux séances de numération de 45 minutes chaque semaine :

- une première séance correspondant à des exercices sur ardoises et une leçon sur une « famille¹² »,
- une deuxième séance correspondant à des exercices à l'oral ou sur ardoise et à des exercices sur fiches pour lesquels les élèves sont autonomes (exercices permettant de travailler davantage l'aspect ordinal du nombre).

Sur la deuxième moitié de l'année les séances spécifiques de numération ont disparu mais l'enseignant a proposé régulièrement des activités mentales rapides faisant intervenir des savoirs de numération.

4.2 Utilisation du matériel de numération « bâchettes » tangible

Dans la classe considérée, dans le cadre de la numération, le matériel de numération « bâchettes » est utilisé :

- tous les jours lors du rituel « chaque jour compte » (cf : Figure 1)
- pour chaque leçon de numération sur une ligne de la maquette¹³ (cf : Figure 2)
- pour les explications, lors des corrections d'exercices sur l'ardoise
- pour les élèves qui en ont besoins lors des séances d'exercices en autonomie

Il s'agit donc d'une utilisation régulière du matériel de numération « bâchettes » dont l'objectif est de représenter le nombre dont il est question dans la leçon ou l'exercice proposé mais peu d'élèves manipulent. Les manipulations sont effectuées soit par un élève qui est interrogé et présent à côté de l'enseignant au tableau soit directement par l'enseignant lui-même. Remarquons cependant que lors de l'introduction de la centaine les élèves ont dû par groupe de deux dénombrer une collection dont le cardinal est supérieur à 100 : ils ont donc tous manipulé au moins une fois à cette occasion.

Dans la ressource en ligne de (Tempier, s. d.)¹⁴ « Enseigner la numération décimale », conçue pour des enseignants de CE2 à 6^{ème}, trois utilisations du matériel de numération « bâchettes » sont envisagées. Il est proposé d'utiliser le matériel pour dénombrer une collection en situation d'introduction avec la remarque suivante :

« il est important que les élèves aient l'occasion de réaliser au moins une fois ces groupements » à propos de l'activité dénombrer une collection.

Cette situation d'introduction à partir d'une collection en vrac¹⁵ est couteuse en temps c'est pourquoi il n'est pas envisagé de la répéter.

Ce matériel est également utilisé en entraînement en classe entière, l'enseignant présentant aux élèves une collection totalement groupée¹⁶ ou partiellement groupée¹⁷ qu'ils doivent dénombrer.

Enfin, il est conseillé de revenir au matériel pour des élèves en difficultés dans des activités décontextualisées.

L'utilisation du matériel de numération « bâchettes » proposée dans cette ressource est donc assez proche de l'utilisation qu'en a fait l'enseignant de CE1 avec lequel nous avons travaillé. Nous remarquons que, concernant l'utilisation en entraînement en classe entière, les élèves ne manipulent pas. En effet, la manipulation individuelle demanderait à l'enseignant de préparer, pour chaque élève, le matériel dans une configuration spéciale ce qui semble difficile.

¹²Une famille correspondant à tous les nombres ayant le même nombre de dizaines. L'enseignant a passé une semaine pour la construction de la dizaine ; une semaine ou deux suivant les « familles » jusqu'à 100 ; deux semaines sur la construction de la centaine ; puis trois semaines pour atteindre 999.

¹³ Cette maquette est également utilisée plus tard dans l'année pour expliquer les algorithmes des additions et soustractions posées.

¹⁴ <http://numerationdecimale.free.fr>

¹⁵ la collection ne contient pas de groupement

¹⁶ la collection contient différents objets et le nombre d'objets de chaque type ne dépasse pas 9

¹⁷ la collection contient au moins un groupement et le nombre d'objets d'au moins un type dépasse 9 objets

4.3 Utilisation de la simulation

Dans la classe de CE1 que nous avons observée, l'enseignant a utilisé la simulation du matériel de numération « bâchettes » :

- en début d'année pour les élèves en très grosses difficultés (3 élèves) dans le cadre d'un travail différencié en faisant intervenir les nombres jusqu'à 20.
- un peu plus tard dans l'année il a organisé du travail en atelier (4 ateliers de 7 élèves chacun) ; lors de ces séances hebdomadaires à 3 reprises il a proposé un atelier où chaque élève a eu une série d'exercices via la simulation.
- la simulation a été également utilisée lors de notre expérimentation
- et pour finir avec des élèves faibles dans le cadre des APC.

L'utilisation de la simulation est plus ponctuelle que l'utilisation du matériel de numération « bâchettes » ; l'enseignant l'a utilisé soit pour des séances d'exercices d'entraînements soit pour revenir sur des points déjà travaillés en classe avec des élèves plus faibles. Par contre les élèves ont manipulé contrairement au matériel où ils ont passé beaucoup de temps à regarder quelqu'un manipuler.

L'enseignant constate que la résolution d'un même exercice avec le matériel tangible et la simulation est plus rapide avec la simulation qu'avec le matériel tangible : il est ainsi possible d'utiliser la simulation pour des exercices d'entraînement. L'enseignant met également en avant l'intérêt de l'utilisation de la simulation pour les élèves peu habiles manuellement (voire dyspraxiques), et le fait que les élèves sont très motivés quand ils travaillent sur une tablette. Concernant l'aisance et la motivation des élèves qui utilisent un outil numérique ce point est déjà mis en avant en 2002 par Clements et Samara cités par Petit (2013). En revanche il faudrait étudier de manière plus approfondie les facilités d'utilisation d'une simulation pour des élèves dyspraxiques.

4.4 Utilisation d'une simulation, conclusion

Pour finir, situons l'utilisation d'une simulation du matériel de numération « bâchettes » par rapport aux moments de l'étude (Chevallard, 2002). Une telle simulation permet de proposer en classe des activités d'étude et de recherche (exploration d'une tâche et élaboration d'une technique – il s'agit de notre expérimentation -) ou des exercices d'entraînements (travail de la technique) pour lesquels chaque élève manipule. De plus, une simulation peut prendre en charge certains types de rétroactions, ce qui permet une relative autonomie des élèves.

En conclusion, l'utilisation d'une simulation permet à l'enseignant :

- de proposer des exercices qui pourraient être fastidieux avec le matériel tangible (pour les élèves construction facile des groupements et duplication possible de ces groupements une fois construits) ;
- de proposer des exercices d'entraînement (pour les élèves la résolution d'un exercice prend moins de temps)
- de proposer des exercices où chaque élève manipule (la configuration initiale du matériel est définie dans l'exercice) ;
- d'enrichir le milieu de l'élève (rétroactions prises en charge par le système).

III - LA SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « BÛCHETTES »

Dans cette partie nous présentons le prototype de la simulation du matériel de numération « bâchettes » que nous avons utilisé dans la classe de CE1 pour l'année scolaire 2015-2016 et pendant l'atelier, nous discutons des limites et des améliorations possibles de ce prototype ainsi que des évolutions possibles d'une telle simulation.

1 Le prototype

Nous présentons d’abord les objets et les actions possibles sur ces objets, puis l’interface de la simulation et enfin les rétroactions.

Les objets de la simulation sont : la « bûchette », le « paquet de 10 » (constitué de 10 bûchettes) et le « paquet de 100 » (constitué de 10 paquets de 10). Il est naturellement possible de déplacer tous ces objets, les actions significatives d’un point de vue didactique sont « grouper » (construire un paquet à partir de 10 objets du même type), « casser un groupement » (obtenir 10 objets du même type en cassant un paquet) et « dupliquer » (à partir d’un objet donné obtenir une copie du même objet). On retrouve dans le tableau (Figure 3) une comparaison des objets et des actions de la simulation par rapport aux objets et aux actions avec le matériel tangible.

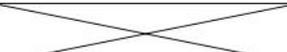
		Matériel tangible	Simulation
Objets	Bûchettes		
	Paquets de 10		
	Paquets de 100		
Actions possibles	Grouper	Mettre un élastique	
	Casser un groupement	Enlever l'élastique	Autorise uniquement les groupements de 10 objets d'un même type
	Dupliquer		Zone spécifique où l'on peut dupliquer n'importe quel objet

Figure 3 : Tableau comparatif des objets et actions possibles pour le matériel tangible et pour la simulation

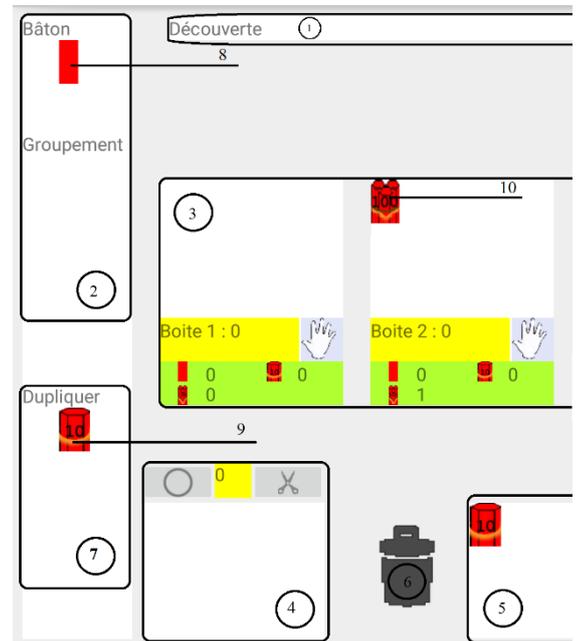
Photos du matériel tangible : <http://numerationdecimale.free.fr>

Quelques remarques concernant ces objets et ces actions :

Pour cette simulation les paquets de 1000 et au-delà n’ont pas été implémentés, en effet la simulation a été développée pour être utilisée dans des classes de CE1 dans le cadre d’une recherche sur les décisions didactiques des enseignants.

L’action « grouper » ne fonctionne que pour 10 objets d’un même type dans la mesure où l’enjeu d’apprentissage est l’itération du groupement de 10. On constate ici que la simulation ne simule pas seulement les objets mais également les relations didactiques que ces objets entretiennent entre eux.

Enfin une action « dupliquer » qui n’existe pas avec le matériel tangible a été ajoutée, cette action permet de proposer des exercices qui auraient demandé trop de temps en particulier pour la construction de paquets avec le matériel tangible mais côté élève cette action correspond déjà à un certain niveau d’abstraction.



L'interface élève de la simulation (Figure 4) est constituée de plusieurs zones fixes : une zone de texte (1) – pour l'énoncé par exemple –, une réserve (2), une zone de travail composée d'au maximum 4 boîtes (3), une zone de groupement (4), une table (5), une poubelle (6), une zone de duplication (7). L'élève peut agir (déplacer et déposer, grouper, casser un groupement, dupliquer) sur tous les objets du matériel de numération : bâchettes (8), paquets de 10 (9), paquets de 100 à partir de paquets de 10 (10).

Figure 4 : Copie d'écran de l'interface élève de la simulation

Plusieurs types de rétroactions ont été envisagés dans la simulation : en cours d'exercice (rétroactions immédiates) ou après que l'élève appuie sur le bouton *terminé* (rétroactions différées). Les rétroactions permettent : d'afficher des informations à l'élève tout au long de l'exercice – contenu des boîtes, par exemple – ; d'autoriser ou d'interdire des actions à l'élève en lui fournissant ou pas des messages ; de lui fournir des messages par rapport à des configurations obtenues.

2 Les exercices

La simulation est un environnement dans lequel on définit des exercices.

Pour créer un exercice il faut choisir : les éléments à disposition de l'élève dans la réserve, les boîtes utilisées, l'affichage sur ces boîtes, le contenu initial des boîtes, la présence ou pas des zones de groupement et duplication ainsi que de la poubelle, les actions autorisées/interdites et les messages correspondants, les configurations attendues¹⁸ ainsi que les rétroactions correspondantes.

Les boîtes sont définies et prennent du sens lors de la définition de l'exercice : contenant des unités, contenant des dizaines, contenant tout type d'objets, etc.

Notons que l'action « déposer » n'existe pas dans l'environnement simulation, cette action est précisée pour chaque boîte et pour chaque objet¹⁹. Il revient donc au concepteur de l'exercice de définir cette action et il est possible de la paramétrer afin qu'elle traduise une relation didactique entre un objet et une boîte.

3 Les limites et les évolutions possibles du prototype

Concernant l'interface élève de la simulation il n'est pas possible de voir tous les éléments disponibles dans la réserve. Ainsi s'il reste, par exemple, des bâtons dans la réserve l'élève voit un bâton et dès qu'il n'y en a plus l'élève voit un emplacement vide. Il n'a donc pas accès au contenu de la réserve. Tant que le nombre d'objets dans la réserve reste raisonnable, il pourrait être possible de contourner le problème en disposant sur la table tous les objets disponibles c'est-à-dire d'utiliser la table comme réserve. Dès que le nombre d'objets de la réserve est trop important cette solution ne peut plus fonctionner...

La simulation présentée ci-dessus est un outil de recherche. Certaines fonctionnalités n'ont pas encore été développées mais présentent un intérêt didactique (dépasser les paquets de 100, augmenter le nombre de boîte, permettre à l'élève de déplacer les boîtes) ou un intérêt pédagogique (lecture des énoncés et des messages de rétroaction).

Il pourrait également être intéressant afin de varier le type d'exercices pris en charge par la simulation : d'une part de pouvoir effectuer des additions et soustractions posées avec cette simulation comme les enseignants avec lesquels nous avons travaillé le font avec la maquette Figure 2 et d'autre part de permettre à l'élève d'entrer une réponse sous forme de texte.

Nous avons choisi d'utiliser une simulation du matériel de numération sur tablettes. Les tablettes sont mobiles et faciles d'utilisation mais une contrainte demeure : la taille de l'écran de la tablette. Celle-ci

¹⁸ Les configurations attendues peuvent correspondre à des configurations correctes mais également des configurations incorrectes.

¹⁹ Nombre d'objets d'un type donné qu'il est possible de déposer dans une boîte donnée

conditionne la taille des objets, la taille de l'énoncé et la taille des différentes zones ; cette contrainte ne doit pas être sous-estimée et doit être prise en compte dans les évolutions possibles.

IV - DES TYPES DE TÂCHES FAISANT INTERVENIR LE PRINCIPE DE POSITION ET LE PRINCIPE DECIMAL

Nous pouvons organiser les types de tâches proposés aux élèves concernant la numération autour de trois pôles : les types de tâches permettant de travailler le nombre sous sa forme cardinale (dénombrement de collection par exemple), les types de tâches permettant de travailler le nombre sous sa forme ordinale (placer des nombre sur une droite graduée par exemple) et enfin les traductions d'écriture (Tempier, 2013, p. 43).

Nous présentons pour commencer deux types de tâches de la catégorie traductions d'écriture, puis pour chaque type de tâches les exercices associés, leurs paramétrages et les principes en jeu dans chaque exercice. Enfin nous signalons d'autres types de tâches, dont certains proposés par les participants de l'atelier, permettent de travailler le principe décimal.

1 Les traductions d'écritures

Dans les traductions d'écriture il s'agit de traduire un nombre d'un *objet ostensif de départ* vers un *objet ostensif d'arrivé*. Chaque objet ostensif est déterminé par sa nature (écriture chiffrée : EC, écriture en unité de numération : EUN, écriture en matériel de numération : EMN, etc) et son type (canonique ou pas). L'*objet ostensif de départ* et *objet ostensif d'arrivé* sont fixés afin de définir un type de tâches.

Exemples : 72 correspond à EC, l'écriture chiffrée est forcément canonique.

5d22u correspond à EUN, non canonique.

7d2u correspond à EUN, canonique.

Les types de tâches que nous avons retenus et les énoncés²⁰ correspondants sont :

T1 : Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique.

Enoncé : Victor a déposé des bâtons et des paquets dans les boîtes sans faire attention. Aide-le à corriger son travail.

T2 : Traduire un nombre de EC vers EMN canonique.

Enoncé : Représente le nombre EC du nombre avec le matériel.

2 Les exercices

2.1 T1 : Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique

Pour ces 5 exercices la quantité représentée est fixe pour tout l'exercice ainsi la réserve est vide, la poubelle n'est pas disponible et il n'y a pas de zone de duplication. La zone de groupement est active, l'un des objectifs de la série d'exercices est d'amener l'élève à construire des groupements. Trois boîtes (deux pour l'exercice 3) sont disponibles nommées centaines, dizaines et unités ; ces boîtes structurent l'espace de travail de l'élève. (cf : Figure 5, configuration initiale de l'exercice 2).

Les colonnes du tableau qui suit (Tableau 2) correspondent :

- au numéro de l'exercice²¹,
- au nombre représenté (les élèves n'ont pas l'information correspondant à l'écriture chiffrée de ce nombre),

²⁰ Les énoncés proposés ici sont ceux rédigés par l'enseignant qui a utilisé la simulation dans sa classe.

²¹ Les numéros des exercices ne correspondent pas à une progression.

- à la configuration initiale des boîtes c'est-à-dire l'EMN non canonique (ce que voit l'élève au début de l'exercice),
- au travail qu'il a à réaliser pour obtenir l'EMN canonique
- aux principes en jeu dans la résolution de l'exercice.

Exercice	Nombre représenté	Configuration initiale des boîtes Correspond à EMN non canonique			A faire pour obtenir EMN canonique	Principe en jeu
		Centaines	Dizaines	Unités		
Ex 1	254	1 P100 ²²	14 P10 ²³	14 B ²⁴	1 paquet de 10 Construire 1 paquet de 100	décimal (position)
Ex 2	376	1 P100 2 P10 2 B	1 P100 2 P10 2 B	1 P100 3 P10 2 B	Ranger les objets dans la bonne boîte	position
Ex 3	82	X	3 P10 6 B	4 P10 6 B	Ranger les objets dans la bonne boîte 1 paquet de 10	position décimal
Ex 4	631	1 P100 4 P10 4 B	2 P100 4 P10 4 B	2 P100 4 P10 3 B	Ranger les objets dans la bonne boîte 1 paquet de 10 1 paquet de 100	position décimal
Ex 5	105	3 P10 5 B	3 P10 5 B	3 P10 5 B	Ranger les objets dans la bonne boîte 1 paquet de 10 1 paquet de 100	position décimal

Tableau 2 : Les exercices correspondant au type de tâches « Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique »

Les exercices 1 et 2 permettent de travailler le principe décimal et le principe de position de façon indépendante. Le principe décimal est en jeu dès qu'il faut construire un paquet, nous remarquons que le principe de position intervient alors quand on dépose le paquet fabriqué²⁵.

Les exercices 3, 4 et 5 font intervenir les deux principes. Dans les exercices 4 et 5 il faut construire des paquets de 100 ce qui ajoute un degré de difficulté (réitération du groupement) à l'utilisation du principe décimal. Dans l'exercice 5 il faut laisser la boîte des dizaines vide ce qui rend l'exercice plus difficile relativement à l'utilisation du principe de position.

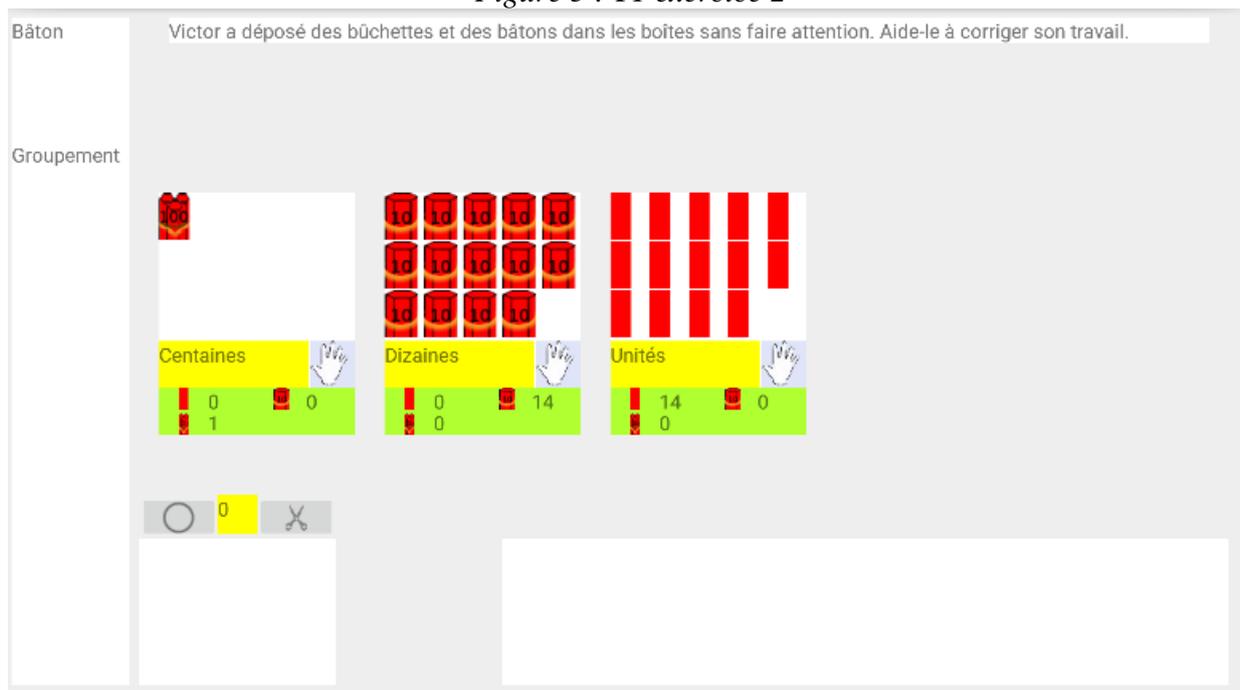
²² P100 pour paquet de 100.

²³ P10 pour paquet de 10.

²⁴ B pour bâton.

²⁵ D'où les parenthèses dans le tableau pour principe de position pour l'exercice 1.

Figure 5 : T1 exercice 2



2.2 T2 : Traduire un nombre de EC vers EMN canonique

Pour ces 6 exercices les boîtes sont initialement vides ; à partir de la réserve, l'élève, doit récupérer la bonne quantité de bâtons. La poubelle n'est pas disponible ; en effet, jeter certains objets peut, dans certains cas, empêcher la résolution de l'exercice. Trois boîtes (deux pour l'exercice 3) sont disponibles nommées centaines, dizaines et unités ; comme pour les exercices précédents ces boîtes structurent l'espace de travail. La zone de groupement est active pour les exercices 3, 4, 5 et 6 ; la zone duplication est active pour les exercices 2, 5 et 6.

Les colonnes du tableau qui suit correspondent :

- au numéro de l'exercice²⁶
- au nombre à représenter
- au contenu de la réserve (la première ligne correspond au contenu au début de l'exercice, infinité signifiant qu'il n'y a pas de limitation pour le nombre d'objets du type considéré ; la seconde ligne correspond au contenu potentiel en utilisant l'action dupliquée à partir d'un objet du type considéré)
- au travail qu'il doit réaliser pour obtenir l'EMN canonique (nous signalons que « 1 paquet de 10 », « 1 paquet de 100 » signifient fabriquer le paquet de 10 ou paquet de 100 contrairement à « dupliquer le paquet de 10 » ou « dupliquer le paquet de 100 » ; pour « des paquets de 10 », « des paquets de 100 » plusieurs procédures sont correctes. La procédure la plus couteuse est de fabriquer tous les paquets, la moins couteuse en temps est de fabriquer un paquet de chaque type puis de dupliquer pour obtenir les autres paquets).
- aux principes en jeu dans la résolution de l'exercice.

Les exercices 1 et 2 permettent de travailler uniquement le principe de position. L'exercice 2 contraint l'élève à utiliser la fonction « dupliquer ».

²⁶ Les numéros des exercices ne correspondent pas à une progression.

Les exercices 3, 4, 5 et 6 font intervenir les deux principes. Par rapport à l'utilisation du principe décimal : pour l'exercice 3 il faut construire un paquet de 10, pour l'exercice 4 il faut construire un paquet de 100 (réitération du groupement) ce qui présente une difficulté pour certains élèves ; pour les exercices 5 et 6 il est nécessaire de construire plusieurs paquets de 10 et plusieurs paquets de 100 et de s'organiser pour fabriquer un paquet de 100, ce dernier élément correspond à une nouvelle difficulté. L'utilisation de la fonction dupliquer²⁷ lors de ces deux derniers exercices paraît nécessaire (la résolution de l'exercice 5 sans utiliser la fonction dupliquer correspond à 211 actions et celle de l'exercice 6, 375 actions). Par rapport à l'utilisation du principe de position, dans l'exercice 6 il faut laisser la boîte des dizaines vide ce qui ajoute un degré de difficulté.

Exercice	Nombre à représenter	Contenu de la réserve			A faire pour obtenir EMN canonique	Principe en jeu
		Paquet 100	Paquet 10	Bâton		
Ex 1	891	9	9	9	Ranger le bon nombre d'objet par boîte	position
Ex 2	345	1 (Infinité)	Infinité	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte Dupliquer le paquet de 100	position
Ex 3	46	X	2	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte 1 paquet de 10	position décimal
Ex 4	631	5	Infinité	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte 1 paquet de 100	position décimal
Ex 5	175	0 (Infinité)	0 (Infinité)	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte Des paquets de 10 Des paquets de 100	position décimal
Ex 6	309	0 (Infinité)	0 (Infinité)	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte Des paquets de 10 Des paquets de 100	position décimal

Tableau 3 : Les exercices correspondant au type de tâches « Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique »

2.3 Les exercices, conclusion

Les exercices que nous venons de présenter permettent tout en travaillant sur le même type de tâches de proposer à chaque élève des exercices spécifiques à ses besoins. Ainsi dans certains exercices l'accent est mis sur le principe de position ou sur le principe décimal, ces principes intervenant à différents niveaux de difficulté.

Pour parvenir à ce résultat, nous modifions, pour un type de tâches donné :

²⁷ Plusieurs niveaux d'utilisation : pour les paquets de 10 uniquement ; pour les paquets de 100 uniquement ; pour les deux.

- les éléments présents dans l'interface élève (zone de groupement, zone de duplication pour T2)
- le nombre (représenté pour T1 et à représenter pour T2)
- la configuration initiale (le contenu des boîtes pour T1 et le contenu de la réserve pour T2)

Pour ces exercices il est possible pour T2 de configurer la réserve de façon à obliger l'élève à casser des groupements²⁸ ce qui présente une difficulté supplémentaire.

Pour finir et avec une version plus aboutie de la simulation (cf : paragraphe III - 3) il pourrait être intéressant : d'une part de laisser à la charge de l'élève le soin de placer les boîtes et mettre ainsi en avant le principe de position ; d'autre part de travailler avec nombres dépassant 999 et insister ainsi sur la répétition du groupement.

3 D'autres types de tâches

Les types de tâches présentés ici ne sont pas forcément des traductions d'écriture. Certains d'entre eux correspondent à des exercices que les participants de l'atelier ont proposés.

T3 : « Faire des groupements en cascade »

A partir d'une EMN canonique demander à l'élève d'ajouter 1 bâton afin d'obtenir EMN canonique du nombre suivant.

Ce type de tâches est intéressant pour les nombres qui se terminent par 9 et encore plus par 99.

T4 : « Défaire des groupements en cascade »

A partir d'une EMN canonique demander à l'élève d'enlever 1 bâton afin d'obtenir EMN canonique du nombre précédent.

Ce type de tâches est intéressant pour les nombres qui se terminent par 0 et encore plus par 00.

Remarque : il est possible de proposer T3 et T4 en demandant à l'élève d'ajouter ou d'enlever plus d'un bâton.

T5 : « Atteindre un nombre N2 à partir d'un nombre N1 »

A partir d'une EMN canonique d'un nombre N1 demander à l'élève de représenter le nombre N2.

Suivant que N1 est plus petit ou plus grand que N2, l'élève peut être amené à faire ou défaire des groupements. Un changement de dizaine ou de centaine entre N1 et N2 peut amener l'élève, en fonction du contenu de la réserve et des éléments présents dans l'interface, à fabriquer ou défaire des paquets de 10 ou des paquets de 100.

4 Les types de tâches, conclusion

Les types de tâches que nous venons de présenter permettent d'illustrer la variété des situations qu'il est possible de proposer avec le prototype actuel de la simulation du matériel de numération « bâchettes » en faisant intervenir uniquement les objets ostensifs EC et EMN et mettant en jeu le principe décimal et le principe de position²⁹.

La simulation que nous utilisons actuellement est un outil de recherche ; il n'est pas possible de l'utiliser dans une classe. Nous pensons cependant que dans le cadre des APC, en prenant peu d'élèves, il est possible de proposer les exercices que nous avons présentés avec quelques adaptations en utilisant le matériel de numération « bâchettes », l'enseignant ayant la charge d'organiser et présenter le matériel à l'élève pour chaque exercice.

²⁸ Non présenté dans cet article

²⁹ Les enseignants avec lesquels nous avons travaillé pendant l'année scolaire 2014-2015 ont également proposé d'autres types de tâches (décomposition d'un nombre, compléments à 10, irrégularités de la numération orale, etc.) nous ne les présentons pas ici.

V - CONCLUSION

La manipulation est une première étape dans le développement de l'abstraction. Utiliser du matériel de numération pour permettre à chaque élève de manipuler présente un intérêt en termes d'apprentissage mais peut être difficile à gérer pour un enseignant. Or une simulation du matériel de numération prend en charge des rétroactions. Ainsi l'utilisation d'une simulation, tout en permettant à chaque élève de manipuler, propose un milieu plus riche et permet une relative autonomie des élèves ce qui peut faciliter la gestion de classe.

Pendant l'atelier, lors de la discussion sur les limites de la simulation, certains participants ont souligné la pauvreté des rétroactions des logiciels en général. Nous pensons comme eux que les rétroactions de la machine ne sont pas suffisantes et envisageons deux types de rétroactions : d'une part les rétroactions prises en charge par le logiciel ; d'autre part les rétroactions prises en charge par l'enseignant. Ainsi pour une réponse correcte de l'élève, la rétroaction prise en charge par le logiciel permet de valider et l'élève continue son travail, l'enseignant n'a pas besoin d'intervenir. Par contre, si l'élève ne comprend pas ce que l'on attend de lui, que sa réponse n'est pas correcte et qu'il a des difficultés à faire le lien entre les explications proposées par le système et son travail, l'intervention de l'enseignant reste nécessaire.

Dès lors les interventions de l'enseignant doivent être ciblées auprès des élèves qui sont en difficultés par rapport au travail demandé ou aux explications fournies par le système. Afin de pouvoir intervenir à propos, l'enseignant doit avoir un outil lui permettant d'obtenir des informations sur le travail des élèves et d'intervenir: il s'agit d'un outil d'orchestration³⁰. Un tel outil doit lui permettre de suivre, sur sa tablette, le travail de chaque élève. En fonction de l'avancement du travail et des difficultés rencontrées par chacun, l'enseignant peut choisir d'intervenir :

- soit via le dispositif informatique (il peut modifier les paramètres³¹ de l'exercice en cours - ce qui revient à modifier le milieu pour l'élève - ou proposer un autre exercice à l'élève en choisissant les paramètres)
- soit directement auprès de l'élève.

Remarquons qu'un tel outil facilite également la différenciation en permettant de proposer à chaque élève des exercices correspondant à ses besoins.

Nous pensons qu'un outil d'orchestration pour l'enseignant est nécessaire et nous avons utilisé un tel outil dans les expérimentations en classe de CE1 ; afin que cet outil d'orchestration joue pleinement son rôle, faciliter la gestion de la classe, plusieurs questions se posent : Quelles informations concernant le travail des élèves doit-on fournir à l'enseignant ? Quand doit-on les fournir ? Comment l'enseignant intervient-il ? Certaines de ces interventions peuvent-elles être prises en charge par l'outil d'orchestration ?

Revenons sur la simulation... nous avons mis en évidence l'intérêt que peut avoir l'utilisation d'une simulation du matériel de numération « bâchettes » articulée avec l'utilisation du matériel de numération « bâchettes ». Avec la simulation nous avons vu qu'il est possible de proposer des exercices d'entraînement permettant à chaque élève de manipuler, de telles séances d'exercices pourraient difficilement être envisageables avec le matériel tangible. Nous avons vu également que ces exercices peuvent être facilement adaptés aux besoins de chacun. Enfin, les rétroactions prises en charge par la simulation facilitent la gestion de classe.

Plus généralement, nous pensons qu'un enseignement articulant l'utilisation de matériel tangible et de logiciel a un sens. La gestion de classe dans des séances collectives peut être une difficulté pour

³⁰ Dillenbourg (2013) définit la notion d'orchestration ainsi : « how a teacher manages, in real-time, multi-layered activities in a multi-constraints context. »

³¹ Dans le cadre de notre travail avec la simulation du matériel de numération « bâchettes » l'enseignant peut ainsi interdire ou pas une action - il peut, par exemple, contraindre ou pas l'élève à respecter le principe décimal ou le principe de position - ; envoyer ou pas des messages pour les actions autorisées ou interdites.

l'enseignant, aussi nous croyons que l'utilisation d'un outil d'orchestration (y compris avec du matériel tangible si celui-ci est tracé) est indispensable pour de telles séances en classe.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BARTH, B.-M. (2013). *L'apprentissage de l'abstraction*. RETZ.

BEDNARZ, N., & Janvier, B. (1984a). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage ; une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension. *Grand N*, (33), 5-31.

BEDNARZ, N., & Janvier, B. (1984b). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage ; une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension. *Grand N*, (34), 5-17.

BO, bulletin officiel de l'éducation nationale. (2015, novembre 26). Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4).

BRUNER, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Harvard University Press.

CHEVALLARD, Y. (1994). Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. *Séminaire de l'Associazione Mathesis*, 1993-1994.

CHEVALLARD, Y. (2002). Organiser l'étude 1. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (Éd.), *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 3-22). Corps (Isère): La pensée sauvage, Grenoble.

CNESCO. (2015a). *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Recommandations du jury*. (p. 24). Consulté à l'adresse <http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Recommandations-du-jury.pdf>

CNESCO. (2015b). *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Synthèse des recommandations*. (p. 12). Consulté à l'adresse <http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Synth%C3%A8se-des-recommandations.pdf>

DILLENBOURG, P. (2013). Design for classroom orchestration. *Computers & Education*, 69, 485-492.

Petit, M. (2013). Comparing Concrete to Virtual Manipulatives in Mathematics Education. *Sciencelib*, 5(130911).

TEMPIER, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, (86), 59-90.

TEMPIER, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Paris-Diderot - Paris VII, French. Consulté à l'adresse

TEMPIER, F. (s. d.). Numération du CE2 à la 6eme : ressources pour les enseignants. Consulté 2 février 2016, à l'adresse <http://numerationdecimale.free.fr/>