

DE LA RESSOURCE À LA SÉANCE DE CLASSE. INSTITUTIONNALISER : TÂCHE IMPOSSIBLE ?

Cécile Allard

MCF, Espe de Livry Gargan
UPEC, UCP, U.Artois, P7, U. Rouen, LDAR
cecile.allard@u-pec.fr

Pascale Masselot

MCF, Espe de Versailles
UCP, UPEC, U.Artois, P7, U. Rouen, LDAR

pascale.masselot@u-cergy.fr

Résumé

Les questions qui orientent l'atelier s'inspirent de celles qui ont guidé le travail de thèse de Allard (2015), en particulier celle-ci : quels sont les éléments de la ressource choisie par les enseignants susceptibles de les outiller pour exposer des connaissances ? Étudier les moments d'exposition des connaissances (Robert & Vandebrouck, 2014) consiste à traquer tout ce qui est dit ou écrit par le maître qui permet de rendre compte de la circulation du savoir en classe. L'exposition des connaissances fait partie du processus d'institutionnalisation.

La situation choisie dans le cadre du travail de cet atelier est une situation d'action (au sens de la théorie des situations, Brousseau 1998). Nous cherchons ici à montrer en particulier les raisons qui expliquent les difficultés à institutionnaliser des savoirs immédiatement après une situation qui induit des manipulations.

Est-il possible de décontextualiser et de dépersonnaliser le savoir à l'école suite à une activité s'appuyant sur du matériel ?

Cet atelier est dans la continuité de celui proposé en 2014 : « De la ressource à la séance de classe », (Allard & Ginouillac 2014), qui avait permis aux différents participants d'interroger le contenu des guides du maître dans le cas de la mise en œuvre d'une situation de proportionnalité. Les manuels retenus étaient des ressources souvent conseillées en formation. Nous avons alors pointé des « manques » d'indications relatives à la gestion de la classe, ainsi que des points aveugles concernant des apports mathématiques et didactiques. Enfin ces guides du maître ne proposaient pas de textes permettant de penser un processus d'institutionnalisation des savoirs inscrits dans les pratiques. En effet nous relevons des indications lors des mises en commun ou des synthèses suggérant par exemple, à l'enseignant d'utiliser des unités de numération pour lire les nombres décimaux sans pour autant proposer des formulations. L'un des points aveugles mis en évidence était la pauvreté voire l'absence de textes ou d'indications précises et opérationnelles permettant l'institutionnalisation des savoirs (Allard, 2015). En revanche des textes intermédiaires participant au processus existent, ces textes dont les formulations sont proches du niveau de langage des élèves sont appelés des expositions de connaissances.

Ces points aveugles correspondent à ce qui est laissé en général à la charge des enseignants, comme les choix relatifs à la gestion de certaines phases mais également des choix relatifs à la mobilisation de connaissances didactiques : connaissances des obstacles dans l'enseignement des notions en jeu, des erreurs d'élèves au cours de l'apprentissage de ces notions ou des procédures envisageables afin de pouvoir anticiper leur hiérarchisation en fonction de certains critères bien identifiés. La mobilisation dans l'activité du professeur de ces connaissances mathématiques et didactiques relève de ce que Pézard nomme la vigilance didactique :

« Exercer une certaine vigilance didactique met en jeu des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires pour enseigner. Les connaissances mathématiques ne sont pas nécessairement académiques, elles doivent être

finalisées pour l'enseignement [...] Il y a d'abord des résultats ou faits didactiques, mis en évidence par la recherche et qui ne sont plus contestés, des sortes de « petits théorèmes de didactique » ; par exemple les incidences de conceptions erronées des nombres décimaux sur leur mise en ordre de tels nombres. Il y a aussi des outils permettant de lire le réel, issus de la didactique des mathématiques mais transformés en vue de l'action d'enseigner. » (Pézar, 2010 p. 210)

Le travail au cours de cet atelier a amené les participants à étudier ce qui se passe en classe suite à l'utilisation d'une autre ressource, qualifiée à une certaine époque de « bible » par les enseignants (Houdement 2013) : « Apprentissages numériques et résolution de problèmes » de Ermel (2001). Les participants sont confrontés à l'analyse et à la comparaison des pratiques de deux professeurs des écoles maitres formateurs (PEMF) qui proposent, à leurs élèves de CM2, la même situation extraite de la ressource (Ermel CM2) qui s'intitule : « les bandes graduées ». Cette situation a pour objectif annoncé de « construire des connaissances sur les fractions décimales ». Plus précisément :

« Objectifs :

- Comprendre et utiliser le principe de construction d'une graduation régulière en dixièmes et en centièmes.
- Établir et utiliser les relations entre dixième et unité, entre dixième et centième.
- Savoir situer des fractions sur une graduation, les décomposer en somme de la partie entière et de fractions décimales » (Ermel CM2, 2001, p. 460)

I - PROBLÉMATIQUE DE L'ATELIER

L'utilisation de ressources pour construire une séquence d'apprentissage est fréquemment observée dans l'exercice quotidien du métier de Professeur des Écoles (PE). Les enseignants sont libres de choisir les ressources qu'ils utilisent et autonomes quant aux usages qu'ils en font. Butlen (2004) montre que les manuels sont constitutifs des pratiques dans le sens où le choix de la ressource organise les pratiques effectives du PE. Arditi (2012) dans sa thèse écrit :

« Au fil de nos lectures, il nous est apparu que les manuels peuvent influencer les pratiques (Butlen, 2004) et conditionner les mathématiques enseignées. Margolinas et Wozniak (2009) soulignent que les manuels sont un élément incontournable de l'environnement professionnel de l'enseignant » (Arditi 2011, p. 13)

En France, de très nombreuses ressources en mathématiques sont disponibles (Arditi & Daina 2012, Mounier & Priolet, 2015), qui peuvent être de natures très diverses : sites internet, manuels avec ou sans guides du maître, ouvrages à destination des enseignants proposant des situations cherchant à transposer pour la classe certains des résultats de travaux de didactique des mathématiques (dont Ermel).

Cet atelier a pour objectif d'amener les participants à s'interroger sur ce qui est laissé à la charge des enseignants pour anticiper et gérer des phases d'institutionnalisation lorsqu'ils utilisent une ressource. Cette réflexion a permis de pointer les contraintes et les difficultés rencontrées par les enseignants lors de la formulation et la formalisation du texte du savoir et de s'interroger sur le travail à mener dans le cadre de la formation initiale ou continue des PE.

II - POINTS D'APPUIS THÉORIQUES

1 Définitions : Institutionnalisation, processus d'Institutionnalisation.

Lors de cet atelier, nous mobilisons deux cadres théoriques, celui de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1998) et celui de la Double Approche (DA) (Robert & Rogalski 2002). La TSD nous permet de penser « théoriquement » l'institutionnalisation et la DA nous outille pour décrire et analyser l'activité de l'enseignant.

L'institutionnalisation a été mise en évidence, dans la Théorie des Situations Didactiques, suite à des observations qui ne concernaient pas directement des ingénieries didactiques pour la recherche (Brousseau, 1984 ; Perrin Glorian, 1986, 1993). Dire, expliciter les connaissances en jeu, articuler connaissances anciennes et nouvelles et leur donner un statut public semblaient indispensables aux enseignants observés. L'institutionnalisation des savoirs est définie comme étant un processus qui rend

possible la décontextualisation et la dépersonnalisation des savoirs. La décontextualisation et la dépersonnalisation des savoirs passent (entre autres) par des phases dites de formulation. « Elles se construisent éventuellement et idéalement après des phases d'action sur une situation liée à un problème adéquat mettant en jeu le savoir, s'appuyant, quand cela est possible, sur une situation fondamentale. » (Allard, 2015, p. 19). Lors de ces phases (de l'auto formulation à la formulation pour autrui), les élèves sont amenés à communiquer pour eux, entre eux et avec l'enseignant. Ces communications passent à la fois par du langage oral, du langage écrit et des gestes (qui remplacent parfois un long discours, par exemple par rapport à l'usage d'un instrument). Le rôle du professeur consiste d'une part, à organiser les échanges entre les élèves : ce qui correspond à première étape de la dépersonnalisation des savoirs ; et d'autre part, à formuler, formaliser afin de décontextualiser les connaissances émergentes. Brousseau explique la nécessité d'institutionnaliser ainsi :

« De même que les théorèmes en actes s'évanouissent bientôt en l'absence de formulation et de preuves, les connaissances privées et même publiques restent contextualisées et vont disparaître dans le flot des souvenirs quotidiens si elles ne sont pas replacées dans un répertoire spécial dont la culture et la société affirment l'importance et l'usage. » (Brousseau 1998, p. 9)

C'est bien le maître qui détient ou cherche les moyens de détenir ce répertoire spécial dont la culture et la société affirment l'importance et l'usage. Son rôle, sûrement le plus délicat, est d'articuler le langage des élèves (dont les propos sont souvent descriptifs et tournés vers l'action) avec celui plus formel et plus attendu qui permet de monter en généralisation et de proposer des formulations et formalisations.

Margolinas & Lappara (2011) précisent ce qui distingue savoirs et connaissances : « *un savoir est d'une autre nature, il s'agit d'une construction sociale et culturelle qui vit dans une institution (Douglas, 1986, 2004) et qui est par nature un texte (ce qui ne veut pas dire qu'il soit matériellement écrit)* ». Ces deux auteures ajoutent aux premières définitions le caractère textuel du savoir, texte délivré aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Une de nos premières hypothèses, en partie vérifiée dans le travail de thèse de Allard (2015) est une quasi absence de la forme de ces textes dans les ressources destinées aux enseignants. Ces derniers ont finalement peu d'aide et d'indications explicites de formulation et de formalisation des savoirs dans les ressources qu'ils utilisent. Dans certaines collections, il existe des encarts dans les manuels qui ont pour objectif, en quelques lignes de proposer une institutionnalisation. D'autres ouvrages (Capmaths et Euromaths mais nous ne sommes pas exhaustives) proposent par exemple des livrets (de 20 pages maximum) dans lesquels des textes (assez contextualisés) délivrent quelques formulations possibles. Le choix des éditeurs ou des auteurs de proposer des textes plus ou moins décontextualisés (soit à l'issue de chaque séance, soit au terme des séances) montrent à quel point les attentes et la compréhension de ce qu'est le processus d'institutionnalisation est variable, peu didactisé.

Perrin-Glorian (1993) montre que le processus d'institutionnalisation est un processus lent, diffus et ne correspond pas nécessairement à une phase d'un déroulement d'une séance. Nous ajoutons alors que trouver des traces de textes de savoir à l'échelle d'une séance (45 minutes) n'est pas toujours facile. Les moments d'expositions de connaissances sont présents dans toutes les séances ; les phases d'institutionnalisation, quand elles existent, sont plutôt au niveau de la séquence.

L'institutionnalisation se réalise lors d'un processus que nous pouvons décrire à la condition de réaliser une étude sur un temps long d'observation des pratiques (Allard, 2015) d'un même enseignant. Perrin-Glorian distingue au moins trois niveaux d'institutionnalisation :

« L'institutionnalisation ne peut se faire que de façon très progressive avec de nombreux cycles contextualisation/décontextualisation ce qui conduit à distinguer des niveaux dans le Processus d'Institutionnalisation :

- des institutionnalisations locales ;
- des institutionnalisations qui permettent d'ancrer l'ancien dans le nouveau : phases de rappel ;
- des institutionnalisations plus globales qui renvoient à l'émergence du concept. »

Perrin-Glorian (1993, p. 21)

2 Institutionnaliser dans les pratiques

Les difficultés à institutionnaliser dans les pratiques ordinaires des PE, débutants ou confirmés, ont été identifiées par plusieurs chercheurs, Butlen, Charles-Pézarid & Masselot (2012), Margolinas & Lappara (2011, 2013, 2014), Coulange (2012). C'est ainsi que ces auteurs s'accordent à parler d'un déficit de l'institutionnalisation au profit de la dévolution, du faire, de l'action des élèves. Le couple dévolution/institutionnalisation est alors qualifié de couple en tension en lien avec un nécessaire changement de posture à assumer de la part du professeur. Ce déséquilibre montre un dysfonctionnement qui conduit « à reléguer à l'arrière-plan les connaissances et les savoirs » Margolinas & Lappara (2011, p. 2). Enfin, les recherches portant sur l'analyse des pratiques d'enseignants débutants (Butlen et al 2012) proposent une catégorisation en i-genres qui prend en compte des indicateurs relevant des cinq composantes issues de la théorie de la double approche (composantes personnelle, institutionnelle, sociale, cognitive et médiative). Le i-genre 3 correspondant à des pratiques présentant les cinq niveaux suivants :

- niveau 1 : installer la paix scolaire ;
- niveau 2 : choisir des situations plus ou moins robustes (avec potentiel a-didactique) ; proposition de problèmes consistants et aménagement de temps de recherche ;
- niveau 3 : favoriser l'explicitation des procédures ;
- niveaux 4 et 5 : hiérarchiser les procédures, conduire une synthèse et institutionnaliser.

Butlen et al.(2012) ont montré que les enseignants débutants exerçant dans des écoles de milieux très défavorisés dont les pratiques relèvent du i-genre 3 étaient très minoritaires ; les enseignants de ces écoles relèvent majoritairement du i-genre 2, les niveaux 4 et 5 leur faisant défaut. Ces résultats ont été obtenus à partir de l'analyse de pratiques de professeurs des écoles débutants nommés en zone d'éducation prioritaire. Le travail de thèse de Allard (2015) prolonge cette recherche en étudiant les pratiques des professeurs des écoles maitres formateurs exerçant en zone périurbaine, avec peu de mixité sociale. Quatre maitres formateurs ont été observés sur plusieurs années. Les pratiques de trois enseignants sur les quatre suivis relèvent du i-genre 3 même si le processus d'institutionnalisation n'est pas abouti au point de proposer aux élèves des textes décontextualisés et dépersonnalisés.

Pour les besoins de l'atelier, nous avons restreint la comparaison des pratiques à deux enseignantes : Solène et Sasha ont été choisies, elles envisagent très différemment la prise en charge de l'institutionnalisation dans leurs classes.

3 Présentation des pratiques des deux enseignantes suivies

Le support de travail proposé aux participants de l'atelier est constitué de deux vidéos sur la situation des bandes graduées. Chacune de ces vidéos montre un extrait de séance de classe de CM2 des maitres formatrices, Sasha et Solène. Ces deux enseignantes se connaissent et travaillent dans la même circonscription. Elles exercent dans des zones rurales plutôt favorisées et enseignent depuis 15 ans dont cinq au moins en cycle 3.

Elles utilisent les mêmes ressources pour élaborer leurs séquences d'apprentissage : Ermel, complété par Capmaths (2003) (pour Solène) et par Euromaths (2008) (pour Sasha). Les élèves de chaque classe ont tous un cahier de dimension 24 x 32 appelé pour Sasha, « cahier mémoire » et pour Solène, « cahier de leçons en mathématiques ». Pour les deux enseignantes, ces cahiers ont pour fonction de compiler les traces écrites réalisées à l'issue d'une séance (ou d'un ensemble de séances sur le même thème). Dans le cahier mémoire de Sasha, se trouve un sommaire complété au fur et à mesure par les élèves. Les écrits dans ce cahier, à la fin de l'année, noircissent les 96 pages du cahier : nous pouvons y lire 50 leçons (textes écrits ou dactylographiés ne dépassant pas une page). Ces 50 leçons se répartissent sur les 36 semaines de l'année scolaire.

Dans la classe de Solène, le cahier de leçons de mathématiques est très peu investi. En 2013-2014, nous comptabilisons seulement huit leçons dont deux sur l'enseignement des fractions et des fractions décimales.

De cette première comparaison, nous pouvons conclure que, pour Solène, les traces écrites ne sont pas la clé de voûte du processus d'institutionnalisation. Nous émettons alors l'hypothèse que l'essentiel du texte du savoir, pour cette enseignante, doit être formulé à l'oral. Au contraire pour Sasha, l'écrit a un rôle essentiel dans le processus d'institutionnalisation. L'observation de séances en classe permet alors d'analyser la prise en compte effective de cette phase et comment cette dernière s'articule avec des phases de recherche ou des phases de formulation

Ce constat nous amène à nous interroger sur le fait que l'écrit en classe de CM2 n'est pas investi de la même manière, alors que ces deux enseignantes utilisent les mêmes ressources.

III - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

L'atelier s'est décliné en plusieurs phases. Dans un premier temps, nous avons exposé le contexte des classes observées et de l'étude menée dans le travail de thèse de Allard (2015) ainsi que quelques points d'appuis théoriques dont nous avons rappelé l'essentiel dans le paragraphe précédent. Puis, dans un deuxième temps, les participants ont été invités à répondre aux questions suivantes :

Qu'est qu'un enseignant doit savoir sur les fractions décimales pour pouvoir les enseigner ? Quelles définitions proposer aux élèves ? Quelles raisons d'être enseignées ?

Ces premières questions ont permis, en petits groupes, d'échanger autour de nos attendus en tant que formateurs quant aux connaissances mathématiques que nous pensons indispensables au professeur pour enseigner les fractions décimales.

Dans un troisième temps, à partir des documents (Ermel CM2 p. 46, annexe n° 3), chaque groupe a réalisé une analyse *a priori* de la situation des bandes graduées en portant une attention particulière aux indications de gestion et aux traces possibles d'institutionnalisations proposées par la ressource. Puis une mise en commun des analyses effectuées a permis de soulever certaines questions à partir de ces premiers éléments.

Ces différentes analyses visaient à préparer les participants au « visionnage » des vidéos de classe. Nous sommes convaincues qu'un travail sur un support vidéo doit être au préalable accompagné et précédé d'une analyse de la notion et de la situation en jeu (Robert, 2008). Ces analyses permettent de mieux saisir les enjeux de la situation, d'identifier les adaptations éventuelles et de les mettre en lien avec les contraintes effectives des enseignants. Par ailleurs ces temps d'appropriation des ressources, se rapprochent de ce qu'un enseignant peut faire plus ou moins finement lorsqu'il prépare sa séance. Lors de la lecture d'une ressource, les enseignants sont amenés à exercer leur vigilance didactique à différents moments de leur activité : « *La vigilance didactique est liée aux différentes tâches d'enseignement de contenus mathématiques situées en amont de l'action en classe, pendant l'action en classe ou après la classe ainsi qu'aux différentes manières de les réaliser.* » (Pézarid, 2010, p. 211)

Le temps de l'atelier consacré aux analyses des extraits de vidéos de moments de classes (accompagnés des extraits des transcriptions, annexes n°1 et 2) a permis de comparer les pratiques de ces deux professeurs s'appuyant sur la même ressource et d'anticiper sur les effets des institutionnalisations proposées. Ces analyses ont été référées aux comparaisons menées dans le cadre de la thèse à partir de l'analyse des pratiques sur un temps long qui ont notamment montré les variabilités et les régularités tant du point de vue de la gestion de la classe que de l'institutionnalisation.

1 Présentation du contexte des observations

Sasha et Solène sont toutes les deux maitres formateurs. Elles ont passé le CAFIPEMF la même année (2013). Elles ont la même ancienneté dans le niveau CM2 (3 ans au moment des observations). Elles utilisent et articulent deux ressources pour faire leurs séquences :

- Capmaths et Ermel pour Solène
- Euromaths et Ermel pour Sasha.

Ces deux enseignantes travaillent dans la même circonscription de l'académie de Versailles (zone périurbaine, peu de mixité sociale). Solène a fait des études de psychologie et Sasha des études d'histoire. Toutes les deux déclarent avoir un bon rapport aux mathématiques et aimer enseigner cette discipline.

Nous avons suivi Solène pendant cinq ans et Sasha pendant trois ans sur la même séquence des fractions aux décimaux : elles font les mêmes choix quant aux situations qu'elles retiennent dans Ermel.

2 Connaissances mathématiques et didactiques identifiées

Dans le cadre de l'atelier, les participants (enseignants formateurs en mathématiques dans les ESPE) sont amenés à lister les connaissances utiles au professeur pour enseigner les mathématiques (construire, s'approprier, adapter un (des) itinéraire(s) cognitif(s), interpréter, analyser des tâches, des productions d'élèves...) dans le cas de l'apprentissage des fractions décimales. Différentes notions et différents supports à retenir pour favoriser cet apprentissage ont été proposés.

2.1 Synthèse des échanges

Deux définitions (très simplifiées) ont été données pour définir ce qu'est une fraction décimale à des enseignants en formation initiale :

$$(1) \frac{a}{10^n} \text{ avec } (a, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \text{ ou } (2) \frac{a}{2^p 5^q} \text{ avec } (a, p, q) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

La deuxième définition a été écartée par les participants de l'atelier car elle semblerait plus difficile à comprendre par un professeur des écoles. Lors des échanges dans l'atelier, nous n'avons pas eu le temps de discuter sur les autres justifications des choix des participants.

Ces deux définitions montrent que pour un même nombre rationnel plusieurs écritures sont possibles comme $\frac{3}{2} = \frac{3}{2^1 \times 5^0} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{10}$, suite aux échanges, nous nous demandons s'il faut en privilégier une par rapport à l'autre.

L'un des enjeux pour conceptualiser les fractions comme désignation d'un nombre est de comprendre que les fractions sont des écritures particulières de nombres rationnels.

Les participants privilégient la définition (1) aisément oralisée : une fraction est décimale quand son dénominateur est une puissance de 10 plutôt que de dire qu'un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est un produit d'une puissance de 2 par une puissance de 5.

Les participants évoquent la difficulté à bien faire comprendre la distinction de ce qu'est un nombre décimal et ses différentes écritures.

Un basculement de la progression de l'introduction des nombres décimaux et des fractions dans les différents programmes a été rappelé par certains. Depuis 2002, l'ordre privilégié est d'introduire les fractions puis les fractions décimales au service de la construction du sens des nombres décimaux. Allard (2015) montre que les fractions sont davantage enseignées en tant qu'outil plutôt qu'objet et qu'il est difficile compte tenu des contraintes du terrain et du curriculum de faire autrement (sauf bien sûr à assurer une formation de qualité pour que les enseignants puissent le faire). L'identification de ce basculement conduit les participants à dire la nécessité de justifier le choix de cette progression en se référant à des travaux en didactique (Perrin et Douady, 1986) en formation.

Enfin, les échanges se poursuivent rapidement sur les difficultés des élèves et des étudiants. Ce qui devrait être un minimum au niveau des connaissances attendues des enseignants a été listé :

- L'appui sur la droite graduée pour travailler les équivalences d'écritures : $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ ou bien encore $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
- Le passage par des décompositions privilégiées pour passer à l'écriture décimale : $\frac{325}{100} = 3 + \frac{25}{100}$; $\frac{325}{100} = 3 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$

- Les procédures de comparaison des fractions et la comparaison d'une fraction à l'unité en s'appuyant sur l'identification et la comparaison du numérateur et du dénominateur.
- Une lecture privilégiée des fractions en *bième* plutôt qu'en « sur » : par exemple, $\frac{2}{5}$ se lit « deux cinquièmes » et non « deux sur cinq ».
- Une lecture à privilégier des fractions décimales et des décimaux : ainsi $\frac{3}{100}$ se lit trois centièmes tout comme 0,03 (qui ne se lit pas en « épelant » l'écriture : zéro virgule zéro trois). $\frac{375}{100}$ se lit 375 centièmes mais peut aussi se lire selon les décompositions $\frac{300}{100} + \frac{75}{100} = 3 + \frac{75}{100}$. Le texte à l'oral, accompagnant ces écritures pourrait être : « trois cent centièmes et soixante-quinze centièmes, c'est comme 3 unités (car $\frac{300}{100}$, c'est 3 unités) et soixante-quinze centièmes (qui s'écrit aussi 0,75) ». Cette lecture participe à montrer le rôle primordial des connaissances des unités de numération.

2.2 Précisions sur les différents aspects des fractions

Les participants soulignent que le professeur doit être conscient des différents sens de la fraction pour comprendre les enjeux d'apprentissage selon le moment de la scolarité, interpréter les programmes et envisager une progression cohérente. À la suite, nous avons alors rappelé les cinq aspects des fractions en montrant que les programmes français (et les manuels) envisagent seulement l'étude des fractions dans des cas continus et « évacuent » les cas discrets (par exemple la tâche : 5 sacs de 8 billes sont devant vous, prendre les deux cinquièmes des billes). Ces cinq aspects sont les suivants : partie d'un tout (fraction plus petite qu'un), mesure (conséquence du premier aspect et correspond à n fois la mesure donnée), ratio (identifié par un vocable différent trois pour quatre, comme dans les pourcentages, et renvoie aussi à la proportionnalité et aux probabilités), opérateur (cas des coefficients d'agrandissement par exemple), et quotient (vu comme le résultat de la division). Nous détaillons les deux premiers aspects car l'introduction des nombres décimaux, d'après les programmes français de 2012 (Bulletin officiel du 5 Janvier 2012), repose sur les connaissances liées à ces deux aspects.

D'après une recherche récente, Alajmi (2012) montre que l'aspect « partie d'un tout » est l'interprétation des fractions la plus enseignée, celle que l'on trouve dans la plupart des manuels à travers différents pays (dont le Japon, et les États Unis). Cette interprétation s'applique aux fractions dites simples (plus petites que un) ; par conséquent, le numérateur est plus petit que le dénominateur. L'enjeu de cette interprétation est d'associer la fraction à un partage en parts égales d'un représentant matériel de l'unité (des longueurs ou des aires dans le cas continu, des sacs de billes dans le cas discret). Pour ce faire, il est nécessaire d'avoir compris que, si l'on partage une unité en n parts :

- les $1/n$ parts, n non nul, d'une unité choisie sont égales ;
- la somme de l'ensemble des parts est égale à l'unité ;
- plus on partage l'unité, plus la mesure des parts est petite (et inversement) ;
- la relation entre la partie et un tout reste la même quelles que soient la taille, la forme, l'orientation du représentant choisi.

L'aspect « fraction-mesure » englobe le précédent. Il est en jeu lorsqu'une fraction simple (par exemple $\frac{1}{4}$) est isolée et qu'on peut exprimer une nouvelle mesure en fonction de celle-ci : par exemple $\frac{3}{4}$ u = 3 x $\frac{1}{4}$ u. C'est-à-dire qu'on associe à $\frac{3}{4}$ le fait de prendre 3 fois une part de $\frac{1}{4}$ ou de reporter 3 fois un segment de $\frac{1}{4}$ de l'unité choisie, ou encore 3 paquets de $\frac{1}{4}$ de la totalité des bonbons. La mesure

commune c'est $\frac{1}{4}$ on peut comparer un segment de $\frac{3}{4}$ et de $\frac{1}{4}$ et établir des relations entre (l'un est trois fois plus grand).

Dans Ermel, ces deux aspects des fractions sont utilisés. En effet, d'une part l'unité 1 va être partagée en 10 ou 100 parties égales (il faut donc comprendre que $\frac{100}{100} = \frac{10}{10} = 1$, que les parts seront de plus en plus petites) et d'autre part, pour placer $\frac{137}{100}$ sur la droite graduée, il devient nécessaire de s'appuyer sur la fraction mesure et lire $137 \times \frac{1}{100}$ ou encore $1 + 37 \times \frac{1}{100}$

3 Éléments de l'analyse *a priori* de la situation

L'analyse de la situation (ERMEL CM2 p. 462) a été réalisée en groupe. La situation des bandes était connue de la plupart des participants. Différentes consignes dans la ressource se succèdent. - La situation des « graduations » est découpée en deux phases, la deuxième phase compte deux étapes.

Phase 1

Il s'agit d'un travail collectif, le maître demande de placer les traits correspondants aux nombres 3 et 4 sur une bande de papier... (le zéro et le un étant déjà placés). Il est alors conseillé de matérialiser l'unité en découpant une bande ainsi les nombres 3 et 4 seront placés par report de cette bande.

Phase 2

Étape 1 :

Consigne (0) : « Vous allez devoir construire une graduation sur la grande bande en utilisant la petite bande. La longueur de cette petite bande est égale à un dixième de l'unité. Le nombre 0 est déjà placé. Placez le nombre 1 sur la grande bande ».

Étape 2

Consignes (1) et (2) : « Placez la fraction $\frac{8}{10}$ et la fraction $\frac{25}{10}$ sur votre graduation »

Consigne (3) : « On a trouvé des moyens pour placer exactement $\frac{8}{10}$ et $\frac{25}{10}$ Trouvez un moyen pour dire à quelqu'un ce qu'il doit faire pour placer exactement $\frac{137}{100}$ »

Consigne (4) : « Placez la fraction $\frac{137}{100}$ »

Les éléments d'analyse que nous allons noter ici ne sont pas liés au contenu mathématique mais plutôt aux différents implicites des choix réalisés par les auteurs du manuel. Les implicites sont souvent liés à des éléments de gestion ou de choix du matériel. Nous allons illustrer notre propos sur les points les plus saillants notamment pour les consignes (0) et (4). L'ensemble des remarques faites ont été réalisées par les participants et nous avons complété parfois leurs analyses.

Tout d'abord, nous pouvons remarquer que les dénominations du découpage de la situation en phases et étapes sont très éloignées du vocabulaire usuel de la profession. En effet, les enseignants parlent de séquence (ensemble de séances) et de séances. Les deux enseignantes suivies se demandent souvent si les étapes correspondent à des séances. Elles ont par ailleurs du mal à identifier et à faire les liens avec les termes de phases et de séances. Elles utilisent régulièrement cette ressource et déclarent que parfois les phases correspondent à des séances mais que d'autres fois, ce sont les étapes qui durent 45 minutes (la durée d'une séance). En effet, nous notons qu'il n'y a pas d'indication de temps dans la ressource ce qui ne facilite pas non plus l'identification des étapes essentielles et la préparation.

Pour la situation des « graduations » les consignes (1), (2) et (3) permettent essentiellement de mobiliser des connaissances sur les fractions et sur le report d'une unité donnée. Ces consignes permettent aussi de passer de la bande à partager à la droite graduée (mais ce n'est pas annoncé dans la ressource).

Les consignes (3) (4) vont permettre de construire le sens du centième à partir du dixième comme le partage en 10 d'un dixième.

Le matériel : Les élèves disposent d'une bande d'environ deux mètres sur 3 ou 4 cm sur laquelle le zéro est déjà placé et d'une bande de 5 cm sur 1 cm.
Il est rappelé qu'aucune règle graduée n'est disponible mais le compas est autorisé. (p. 461)

Ces indications sont essentielles : la largeur de la bande est suffisamment peu large pour décourager des pliages dans le sens de la largeur. De plus le fait que l'unité de mesure (un dixième de l'unité) représentée par la bande de 5 cm sur 1 cm soit sur du papier blanc n'induit pas de partage *a priori*.

En effet, les auteurs auraient pu proposer du papier quadrillé ainsi un petit carreau de 5 mm représente 1/100 de l'unité ; l'intention ici est plutôt que les élèves découvrent qu'il va leur falloir partager 5 cm en 10 parts égales. Pour ce faire, les élèves pourront procéder par pliage (puisque'ils n'ont pas de règle graduée « mais le compas est autorisé »). Nous ne voyons pas comment sur une bande étroite de 5 cm l'utilisation du compas va être une aide, le report du centième étant très mal aisé.

4 Éléments d'analyse des pratiques des deux enseignantes

Les deux vidéos durent une heure chacune et nous n'en avons montré que quelques extraits situés par rapport à l'ensemble de la séance (les passations des consignes, un extrait du temps de la recherche, des mises en commun). Nous avons proposé un découpage de chaque séance, proposée par les enseignantes, en cinq épisodes des vidéos :

- 1 : travail en collectif (que nous identifions comme une possible phase de rappel)
- 2 : passation des consignes
- 3 : recherche
- 4 : mise en commun
- 5 : phase de bouclage au sens de Mounier (2013).

Le temps consacré à ces cinq grands épisodes et l'ordre différent ; par exemple, l'épisode 1 n'est pas présent pour Sasha.

4.1 À propos du début de la séance

Pour le travail collectif de l'épisode 1, la ressource ne propose pas de consigne explicite mais des indications de questions à formuler : « *le maître montre une demi droite tracée au tableau, les nombres 0, 1, 2 sont déjà placés (l'unité est égale à 50 cm)... Il demande où sont placés les nombres 3 et 4.* ».

Solène annonce : « *Je vais vous dessiner au tableau une bande, une demi-droite. Elle est graduée, j'ai 0, 1, 2 ; c'est une graduation, comment faire pour placer le numéro 3 ?* ». Elle produit elle-même la consigne qui reste assez fidèle aux propositions de la ressource. Elle fait venir les élèves au tableau et demande de placer 3 et 4 sur la droite. Elle explique alors aux élèves qu'ils sont en train de graduer une droite et demande d'utiliser un compas pour le report de la longueur unité.

Sasha, quant à elle, dessine une droite sur la bande de papier. Elle accompagne le passage de la bande à la droite graduée. En revanche, elle présente l'unité bande en disant « *Cette petite bande-là, elle représente un dixième de l'unité* ». Elle va très vite vers la phase 2 décrite dans la ressource Ermel. Elle dit : « *Oui, en fait, moi ce que je vous demande tout simplement, c'est de me chercher où est « 1 » ? où est « 1 » ici sur cette bande ? Alors je vais vous demander de chercher à l'aide de votre petite bande chacun où est « 1 » ? Une fois que vous avez trouvé « 1 » vous pouvez placer « 2 ». Placer « 1 », puis placer ensuite « 2 ».*

Sasha adapte, voire détourne le projet d'accompagnement en étapes de la ressource. Il ne s'agit plus ici de déterminer l'unité de report mais d'utiliser une unité donnée et de la reporter autant de fois que nécessaire.

Elle n'évoque pas l'utilisation du compas et souhaite que ces élèves soient confrontés rapidement à la consigne (4) « placez $\frac{137}{100}$ » qui lui semble être la seule consigne permettant un apprentissage nouveau.

La partie sur le travail collectif décrite dans la ressource Ermel dure 7 minutes dans la classe de Solène, et quelques secondes dans la classe de Sasha qui passe directement à la phase de travail en groupe (phase 2 dans Ermel) sans passer par une phase de rappel.

Lors de la première mise en commun, Solène conclura que $1 = \frac{10}{10}$ alors que Sasha annonce dès le début de la séance que $u = 1$ (u , c'est l'unité). Les élèves de Sasha doivent trouver l'unité « un » à partir d'une bande verte qui vaut un dixième de u . Le discours de Sasha est brouillé entre unité 1 et la bande verte qui vaut un dixième de l'unité. Sasha affecte une valeur « un » à l'unité de mesure u' qui vaut $\frac{1}{10} u$.

Solène, quant à elle, distinguera les termes en parlant de graduation et de nombre 1 (comme suggéré dans la ressource) et de la petite bande qui vaut un dixième de l'unité. Lorsqu'elle donne la consigne elle dicte mot pour mot celle proposée dans Ermel (consigne (0)).

Par rapport à cette première comparaison, nous pouvons dire que Solène ne s'éloigne pas des propositions de la ressource. Est-ce un effet d'un bon degré de l'exercice d'une vigilance didactique ou bien au contraire un défaut de cette dernière qui la conduit à respecter à la règle les indications de la ressource ? Solène expose peu de connaissances et ne va pas au-delà des propositions de la ressource.

Sasha adapte les premières activités *a minima* pour aller le plus vite possible vers la consigne (4) porteuse de nouveaux apprentissages. De plus, notre connaissance du canevas des séances de Sasha, nous a permis de montrer que Sasha termine toutes ces séances (environ 10 à 15 minutes) par la production d'un texte écrit destiné à être appris à la maison par les élèves.

Notons que toutes les deux accompagnent le passage de la bande à la droite graduée. L'une en disposant la bande de papier sous la droite graduée, l'autre en traçant la droite graduée sur la bande. Les auteurs de la ressource Ermel ne proposent pas cet accompagnement du passage de l'objet réel à la droite graduée. La prise en charge de cet accompagnement montre bien que les deux enseignantes exercent une certaine vigilance didactique à ce niveau reposant sur leurs connaissances des élèves et du métier.

À propos des consignes (3) et (4), les deux enseignantes ne demandent pas aux élèves d'anticiper pour expliquer comment ils vont faire pour placer $\frac{137}{100}$. Cette étape de formulation et d'explicitation à autrui ne leur semble pas utile : « *il faut d'abord qu'ils fassent pour comprendre* » expliquera Solène. Solène énonce la consigne : « *Maintenant, toujours avec votre petite bande unité qui représente un dixième, vous allez devoir placer exactement cent trente-sept centièmes.* » (Consigne donnée à 37 minutes depuis le début de la séance). Solène passe dans les groupes ; plusieurs procédures émergent comme la décomposition en unités et fractions de l'unité. Les élèves essaient tant bien que mal de plier leur bande en dix ce qui fera dire à l'enseignante « *Vous avez plié votre petite bande en dix morceaux et comme ça, cela correspond à dix centièmes, donc là ça fait vraiment tout petit, donc on va essayer de s'approcher du résultat.* ». Les élèves ont manifesté leur mécontentement de ne pas réussir à faire dix parts égales dans leur bande cartonnée rouge de 5 cm de longueur.

Sasha contourne le problème qu'elle dit avoir aussi rencontré en distribuant une bande de papier quadrillée de 5 cm de long et explique à 14 minutes depuis le début de la séance : « *je l'ai entendu, deux petits carreaux ça fait quoi, ça correspond à quoi ? 1 centimètre puisque cinq et cinq, dix ; donc deux petits carreaux ça correspond à 1 centimètre d'accord ? Ça veut dire, combien avez-vous de petits carreaux en tout* » et ajoute : « *Ça, ce que l'on vient de dire là, ça va vous servir. Donc je répète je vais vous demander, la consigne est la suivante : placez 137 centièmes, 137 centièmes à l'aide de votre petite bande mais attention, pour vous aider, je vous indique que vous avez chacun, je suis obligée de parler très fort vous avez déjà chacun dix petits carreaux de placés réguliers, déjà placés, d'accord ? Ça veut dire que votre un dixième là, il est partagé déjà en 10.* »

4.2 Exposer des connaissances au cours des différents épisodes

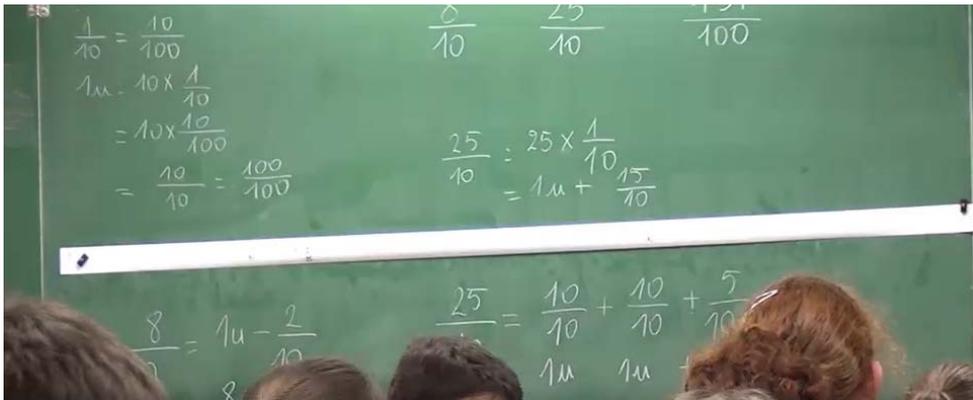
L'ouvrage propose des indications pour conduire les phases orales. Ainsi, nous pouvons lire à la suite de la consigne (0) : « la mise en commun doit mettre en évidence que pour placer le nombre 1, il faut reporter dix fois la petite bande car dans une unité il y a dix dixièmes. ».

Les deux enseignantes produiront la formulation suivante $\frac{10}{10}=1$ pour Solène et $\frac{10}{10}u=1$ pour Sasha.

Les auteurs de la ressource ne tranchent pas sur l'usage/ l'utilité d'indiquer l'unité u. Nous pouvons lire dans la ressource « dans une unité, il y a dix dixièmes $10 \times \frac{1}{10}$ et $\frac{10}{10}=1$ » ou encore « pour avoir un centième de l'unité, il faut couper l'unité en cent ». Il semble qu'à l'oral, il est convenu de parler d'unité mais dans les écritures la référence à l'unité disparaît $\frac{137}{100} = \frac{13}{10} + \frac{7}{100}$

Les enseignantes ne perçoivent pas cette nuance qui n'est pas explicitée, elles écrivent les égalités en parlant, elles introduisent donc de manière non homogène la référence à l'unité symbolisé par la lettre u. Solène terminera sa séance en produisant de nombreuses écritures au tableau (voir ci-dessous). Le lendemain elle accrochera une affiche proche de celle proposée par Ermel.

Sur le tableau, sont inscrites différentes écritures de l'unité comme dix dixièmes (fraction partie/tout), ou cent centièmes ou encore comme dix fois dix centièmes (fraction mesure). L'enseignante reprend aussi des propositions d'élèves en écrivant des décompositions de fractions comme somme de l'unité et d'une fraction de l'unité.



Tout au long de cette séance les expositions de connaissances de Solène sont restées très proches des propositions de la ressource ou de ce que disaient avoir appris les élèves.

Solène conclut ainsi en revenant sur l'exemple « 137 centièmes » qui a la valeur d'un exemple générique. C'est à la charge des élèves de comprendre que l'encadrement de 137 centièmes par des nombres entiers va aider à placer ce nombre plus rapidement sur la droite graduée. De même, comprendre que 137/100 est un nombre n'est pas explicité :

« On cherche 137 centièmes donc c'est compris entre deux unités et une unité, compris entre 10 dixièmes et 20 dixièmes ou 100 centièmes et 200 centièmes.

Donc là 110, 120, 130, 140 centièmes, 137 centièmes, un peu plus que le milieu.

On peut décomposer 137 centièmes en $100/100 + 30/100 + 7/100$

Si je le mets en dixièmes $13/10 + 7/100$. 137/100 on peut le décomposer en $100/100 + 30/100 + 7/100$ et également $13/10 + 7/100$. ».

Sasha adapte la ressource et termine chacune de ses séances par une trace écrite structurée selon le même canevas :

- Une situation repère qui reprend le contexte de la situation (ici une bande à graduer) ;
- Un paragraphe nommé : « je retiens » qui explicite l'objectif de la situation ;
- Des définitions.

Sasha définit ainsi une fraction décimale c'est « une fraction dont le dénominateur est un multiple de 10 ». La ressource Ermel ne propose pas de définition d'une fraction décimale mais Sasha pense qu'il est indispensable de définir les objets mathématiques pour « leur donner de bonnes habitudes au collège ». De plus, Sasha ne peut pas dire que le dénominateur est une puissance de 10 puisque l'apprentissage des puissances de 10 a disparu des programmes de l'école primaire.

V6 *Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?*

Situation repère :
Comment placer $\frac{15}{10}$, $\frac{137}{100}$ sur une droite graduée sachant que $1\text{cm} = \frac{1}{10}$ de l'unité (=1) ?

Je résume : Une fraction est un **partage de l'unité** ; elle exprime la division d'un entier en plusieurs parts égales.

- * unité partagée en 10 : les **dixièmes**. $1 = \frac{10}{10}$
- * unité partagée en 100 : les **centièmes**. $1 = \frac{100}{100}$
- * unité partagée en 1000 : les **millièmes**. $1 = \frac{1000}{1000}$

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000} \dots$$

Les fractions dont le dénominateur est un multiple de 10 (10, 100, 1000...) sont des **fraction décimales**.

Un nombre décimal est une fraction décimale.

Ex: $\frac{15}{10} = 1 + \frac{5}{10} = 1,5$

$\frac{137}{100} = 1 + \frac{37}{100} = 1,37$

4.3 Les analyses des participants

Suite au visionnement des extraits de séances, les participants relèvent que les deux enseignantes ont compris la ressource comme étant une séance. Ils constatent que dans la ressource Ermel, il n'y a aucune indication de temps à l'intérieur de la séance ce qui conduit à des variabilités autour du temps réel

d'apprentissage. Ils pointent l'existence de phases de rappels orales, qui s'apparentent à des institutionnalisations.

Ils distinguent des moments d'expositions de connaissances au cours de la mise en commun, mais aucun statut ne leur est vraiment donné. Cependant des discussions ont émergé autour du fait que l'on ne peut réellement qualifier cette phase de « mise en commun » puisqu'elle ne fait pas suite à une phase de recherche effective. Ces extraits les amènent également à réfléchir à la fonction donnée aux écritures par chacune des deux enseignantes mais aussi sur tout ce qui est laissé à la charge des élèves comme l'identification, voire la formulation des savoirs en jeu. Les participants s'interrogent sur les effets sur les apprentissages des élèves, sur ce qui est susceptible de renforcer les écarts de difficulté scolaire.

Nous avons poursuivi les échanges, en enrichissant les observations en appui sur l'ensemble des vidéos sur les trois années, qui nous ont permis de mieux comprendre quelles sont les logiques des pratiques de chacune de ces enseignantes.

Ces deux enseignantes utilisent la ressource Ermel car elles pensent que c'est une assurance pour proposer des activités mathématiques de bon niveau aux élèves. Les deux enseignantes s'appuient bien sur les deux

aspects des fractions décrites dans le paragraphe 2.2. L'utilisation de la bande qui vaut $\frac{1}{10}$ u renvoie à la fraction partie d'un tout alors que le report de n fois cette bandelette renvoie à la fraction mesure. Les enseignantes prennent également soin de s'appuyer sur des formulations en dixième, centième et non en « sur » ; elles montrent dès que possible des écritures différentes pour désigner un même nombre en appui sur la droite graduée (même si l'usage de la lettre u est parfois non homogène dans les écritures). Elles s'appuient également sur des décompositions en fractions décimales. Les égalités produites sont toujours réalisées dans un contexte de longueur ou plus généralement de mesure.

Le fait qu'il y ait un contexte privilégié pour travailler ces égalités entre différentes écritures du même nombre est pour nous un frein à une décontextualisation possible.

Nous retrouvons dans ces deux séances les points de vigilance pointés par les participants-formateurs de l'atelier. Ce qui diffère ce sont les logiques qui sous-tendent ces pratiques.

En effet, Solène est dans une démarche qui vise à donner du sens à la construction des graduations, à la construction des équivalences des écritures fractionnaires en appui sur la mesure. Pour cela, Solène organise de longues phases de rappel, laisse des temps de recherche longs et réduit à quelques minutes le temps d'exposition de connaissances.

Ce temps où Solène expose des connaissances est rapide à la fin de la séance, essentiellement à l'oral et dont le texte est très contextualisé. Sasha, fait de nombreuses adaptations *a minima* de la ressource comme proposer des bandelettes sur du papier quadrillé. Les marges de manœuvre pour les élèves sont réduites puisqu'au bout des 30 premières minutes les quatre consignes ont été réalisées. C'est à partir de là que les pratiques de Sasha se distinguent. Les élèves vont avoir à refaire individuellement toutes les tâches données. Ces reprises sont à considérer comme des temps de régulation pour l'enseignante qui pointe et aide alors les élèves les plus faibles. Enfin, elle conclut chacune de ses séances par l'écriture d'un texte que les élèves auront à apprendre.

Ces deux pratiques ont comme point commun de choisir des situations robustes. La logique des pratiques de Sasha est guidée par la structure de sa séance dont le point final est un travail individuel suivi de l'écriture d'un texte à apprendre à la maison (plus ou moins décontextualisé). La logique des pratiques de Solène est guidée par la place importante accordée à l'activité (au sens défini par la Double Approche) étayée par de nombreuses interactions orales. Une des logiques permet d'exposer des connaissances alors que l'autre le permet moins ou plutôt de manière diffuse et peu décontextualisée.

IV - CONCLUSION

L'étude des pages de la ressource et des extraits des vidéos met en évidence d'une part une enseignante (Solène) qui adapte peu les documents proposés et laisse peu de place à l'institutionnalisation alors que

l'autre enseignante (Sasha) institutionnalise fortement mais ne ménage pas de réels temps de recherche (5 minutes de recherche contre 20 minutes pour Solène) et adapte *a minima* les activités proposées.

Sasha pense l'accompagnement de l'institutionnalisation par ses textes intermédiaires mais se confronte à des difficultés à produire des textes valides. Produire de tels textes est effectivement une tâche complexe, cela demande d'avoir de solides connaissances mathématiques et didactiques, d'avoir saisi les enjeux de l'apprentissage de cette notion dans le curriculum, d'être capable de s'appuyer essentiellement sur la langue maternelle (et que la production soit mathématiquement correcte) pour formuler et formaliser...

Les marges de manœuvre laissées aux enseignants au niveau des formulations orales et écrites sont investies différemment. Dans une classe, l'activité mathématique semble être privilégiée (dans le sens où les élèves cherchent, argumentent) mais le niveau de formulation de formalisation et de décontextualisation est faible. Dans l'autre classe, les activités sont plus guidées et conduisent à l'élaboration de textes intermédiaires puis décontextualisés en appui sur des exemples génériques.

Lors de leur formation initiale et continue, Ermel, Capmaths et Euromaths sont les trois ressources qui ont été conseillées à Sasha et Solène. De plus, Allard et Ginouillac (2014) ont montré que ces ressources étaient souvent conseillées en formation (recueil de données sur une vingtaine de participants). Ces deux exemples montrent les tensions auxquelles sont soumises les enseignantes (relevant du i-genre 3) qui utilisent des ressources souvent conseillées en formation : tensions qui s'expriment sur le couple dévolution/institutionnalisation. De plus les indications lacunaires pour dire et organiser les phases de rappel, les mises en commun n'outillent pas les PE (même ceux relevant du i-genre 3) pour prendre en charge le processus d'institutionnalisation.

Nous avons montré que ces tensions à tenir les deux bouts de la séance « entre dévolution et institutionnalisation » d'enseignantes reconnues expertes sont emblématiques des difficultés actuelles à enseigner. C'est pourquoi, nous encourageons les différents acteurs de la profession à se questionner sur l'instrumentation des ressources et sur l'écriture d'un traité (au sens de Neyret (1995)) du texte de savoir à destination des professeurs des écoles.

V - BIBLIOGRAPHIE

ALLARD, C. & GINOULLAC, S. (2014). De la ressource à la séance en classe : le cas de la proportionnalité en cycle 3. *Actes du 41^e colloque de la COPIRELEM, quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire, Mont de Marsan 18-19-20 juin 2014*. 32 pages.

ALLARD, C (2015) *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas des fractions*. Thèse de doctorat, Université Paris 7, 298 Pages.

ALAJMI, A.-H. (2012) How do elementary Textbooks adress fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan and Kuwait. *Educational Studies*, 79, 239-261

ARDITI, S. (2011) Variabilités des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens. Université Paris Diderot. Paris VII

ARDITI S. & DAINA A. (2012), Manuels scolaires et pratiques des enseignants en France et en Suisse romande, *Actes du 39^e colloque COPIRELEM*

BROUSSEAU, G. (1984). Le rôle du maître et l'institutionnalisation. III^{ème} école d'été de didactique des mathématiques. <http://guy-brousseau.com/2376/le-rolle-du-maitre-et-l-institutionnalisation-1984> (consulté le 04/04/2017)

BROUSSEAU, G. (1998). La théorie des situations didactiques. *La pensée sauvage* : Grenoble.

BUTLEN, D. (2004). Deux points de vue pour analyser les pratiques. In M.L Peltier, *Dur d'enseigner en ZEP : quelles pratiques ? quelles formations ?* Grenoble : La pensée Sauvage.

BUTLEN, D., CHARLES-PÉZARD, M., MASSELOT, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble France : La pensée Sauvage.

COULANGE, L. (2012). *L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris Diderot, 136 pages.

DOUADY, R & PERRIN-GLORIAN, M.J (1986) Liaison Ecole-Collège. Nombres décimaux. *Brochure IREM de Paris Sud*.

http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/articles/les_cahiers_de_didactique/#blanc

DOUGLAS, M. (1986, 2004) Comment pensent les institutions (A. Abeillé, Trad.). Paris: La découverte.

HOUEMENT, C. (2013) *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note pour l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris Diderot. En ligne sur https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/957166/filename/Houdement_hdr.pdf

MARGOLINAS, C. & WOZNIAK, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2)

MARGOLINAS, C. & LAPARRA, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire in Rochex, J.-Y. et Crinon, J. (dir). *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*, 19-33. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

MARGOLINAS, C. (2011). *Quelle est la place des savoirs mathématiques dans le travail de l'enseignant à l'école primaire ?* In S. Sbaragli (Ed.), *La matematica e la sua didattica. Quarant'anni di impegno* (pp. 146-149). Bologna: Pitagora Editrice

MARGOLINAS, C. & LAPARRA, M. (2013). Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation : des effets de la transparence du savoir. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00779656/document>

MARGOLINAS, C. (2014). Connaissances et savoirs. Concepts didactiques et perspectives sociologiques, *revue française pédagogique*, 188, 13-22.

MOUNIER, E. (2013). Y a-t-il des marges de manœuvre pour piloter la classe durant une phase de bouclage ? *Recherches en didactiques des mathématiques*, volume 33, p79-113

MOUNIER, E. & PRIOLET, M. (2015). Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire : de l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire. Rapport CNESCO pour la conférence de consensus, Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Repéré à <http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Manuels.pdf>

NEYRET, R. (1995). Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les instituts de formations des maîtres. Thèse de doctorat, Grenoble 1.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1986). *Représentations des fractions et des décimaux chez des élèves de CM2 et du collège*. Cahier de didactique des mathématiques 24

PERRIN-GLORIAN, M.-J (1993). Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprennent les classes faibles. *Petit X*, n°35 5-40

PEZARD, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 2 (30), 197-261

PERRIN-GLORIAN, M.J (1993). Questions de didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/1.2,95-118

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.

ROBERT, A. (2008). Problématique et méthodologie commune aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques, in Vandebrouck F. Ed (2008) *La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants*, Partie 1, 31-59. Toulouse : Octarès.

ROBERT, A. & VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 239-285.

Références manuels :

ERMEL (2001) CM2 : « Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2 ». Paris : Hatier

CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, manuel de l'élève et guide du maître CM2. Paris : Hatier.

CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, manuel de l'élève et guide du maître CM1. Paris : Hatier.

CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, Dico Maths CM1. Paris : Hatier.

CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, Dico Maths CM2. Paris : Hatier.

PELTIER, M-L et al (2008) Euro maths et guide du maître CM2. Paris : Hatier

PELTIER, M-L et al (2008) Dico Maths CM2. Paris : Hatier

PELTIER, M-L et al (2008) Euro maths et guide du maître CM1. Paris : Hatier

VI - ANNEXES

Annexe 1

Classe de Solène en décembre 2012.

PHASE DE RAPPEL

Ens : Tu m'écris trois cinquièmes... Alors comment ça s'appelle ce que tu viens d'écrire ?

Une ?

Une fraction... euh peux-tu m'expliquer ce que cela veut dire trois cinquièmes ? ... tu as le droit de dessiner, de t'exprimer, de faire ce que tu veux pour me dire ce qu'est trois cinquièmes. Tu dessines quoi, là ?

Tu prends une bande, tu la découpes en 5 morceaux de mêmes longueurs.

Ta bande unité est découpée en 5 morceaux de mêmes longueurs et tu vas reporter ton morceau 3 fois. Est-ce que c'est clair pour tout le monde ?

Je vais vous dessiner au tableau une bande, une demi-droite.

Elle est graduée, j'ai 0, 1, 2 ; c'est une graduation, comment faire pour placer le numéro 3 ?

Clément : mesurer la longueur entre un numéro et un autre et à partir du 2, la reporter.

Ens : par exemple, mesurer la longueur entre le 0 et le 1 et la reporter à partir du 2.

Imagine que tu n'as pas droit à la règle ? Comment peut-on placer le numéro 3, voire le numéro 4 ? Sachant que vous n'avez pas le droit de mesurer ? De mesurer avec une règle ?

Elève : tu prends le compas...

Ens : donc on a le compas, viens donc me montrer comment tu vas reporter le numéro 3 avec le compas. (elle montre au tableau avec Héloïse)

Sébastien : ben si c'est une bande, et bien tu plies...

Ens : oui mais c'est au tableau... Héloïse a trouvé avec le compas, effectivement, elle prend un écartement de compas et elle reporte exactement

Ninon : ben tu plies ?

Ens : ben Ninon tu plies le tableau ? ...

Mais ce n'est pas une bande...

Lucile : une équerre.

Ens : non tu peux mesurer.

Elève : tu prends un calque, un grand calque

Ens : pourquoi un calque ? Tu peux prendre autre chose qu'un calque, attends je vais te donner cela.

Coupure : Reprise à 6 minutes du début.

Ah le compas a bougé apparemment.

Elève : on verra bien.

Ens : effectivement en utilisant une bande de papier, on prend la mesure entre deux points et c'est ce

qu'on appelle la manière de graduer... l'écartement entre deux graduations est toujours le même (suivi d'exemple). Vos règles sont bien graduées en centimètres.

DÉVOLUTION : 6 minutes 50 depuis le début de la séance

Vous allez devoir placer une graduation en utilisant cette petite bande. Il faut arrêter de faire des commentaires. Vous avez une petite bande, grâce à cette petite bande, vous allez devoir faire des graduations. Lucile, écoute !

Je vais vous donner à chacun... la longueur de cette petite bande est égale à un dixième de l'unité.

Stessy, tu as entendu ce que je viens de dire, Stessy tu écoutes ?

Ecoutez, Ninon.

Vous allez devoir construire une graduation, vous avez tous compris ce qu'était une graduation, en utilisant cette petite bande que je vais vous distribuer. Cette petite bande, c'est un dixième de l'unité. L'unité à vous de trouver.

Le nombre « 0 », vous l'avez placé, je vais vous demander de placer le nombre « 1 ».

À toi de te débrouiller, je vais te donner un dixième.

RECHERCHE : l'enseignante distribue du matériel, les élèves se mettent en groupe. Début de la recherche au bout de 12 minutes depuis le début de la séance (**le temps de la recherche va durer une vingtaine de minutes.**)

Placez le 1

Exemple 1 : reporter

Exemple 2 : expliquer

Exemple 3 : reformuler

Exemple 4 : mettre en fraction

Exemple 5 : mettre en mètres

RECHERCHE : placez 137/100

Lucile est au tableau (**soit 34 minutes depuis le début de la séance**)

Est-ce que quelqu'un a fait autrement ?

Manon ?

Manon : on a plié

Ens : vous avez plié quoi ?

Manon...

Ens : ah tu as plié ton unité, tu as plié au niveau de ton unité (*Manon pas très audible*) et tu as ajouté 5 unités, euh pardon 5 dixièmes de l'unité. Est-ce que quelqu'un a fait autrement ? Pour tracer 5 dixièmes ? Vous avez vu là le raisonnement : 10 dixièmes c'est une unité, tu rajoutes 10 dixièmes d'une unité, et pour faire 25, j'ajoute cinq dixièmes d'une unité.

Mathilde...

Tu as fait 25 dixièmes est égale à 25 fois un dixième.

Elèves : non car on en avait déjà 10, donc 15 fois

Ens : donc 1 unité et quinze dixièmes. Comment peut-on savoir que vingt-cinq dixièmes c'est entre deux unités et trois unités

Elèves : Ben parce qu'en fait c'est des dixièmes et quand tu es arrivée à 20 tu as déjà deux unités et 5 c'est entre 1 et 2.

Ens : maintenant on a répertorié les différents moyens pour placer huit dixièmes et vingt-cinq dixièmes. Maintenant toujours avec votre petite bande unité qui représente un dixième, vous allez devoir placer exactement cent trente-sept centièmes.

(Consigne donnée à 37 minutes depuis le début de la séance)

BOUCLAGE DE LA SÉANCE : 50 minutes depuis le début de la séance

L'enseignante a été confrontée tout le long de la fin de la séance aux difficultés à plier la bande de papier.

Vous avez plié votre petite bande en dix morceaux et comme ça cela correspond à dix centièmes, donc là ça fait vraiment tout petit, donc on va essayer de s'approcher du résultat.

Elève : on a mis la petite bande

Annexe 2

Sasha : fractions décimales Novembre 2012

Dévolution

Ens : Bien vous avez alors tous une bande entre deux ou trois mètres, en tout cas un peu plus que deux mètres. Et sur cette bande, vous avez la même chose qu'ici avec le repère qui est zéro, vous avez donc une ligne en couleur qui est tracée, la bande elle est mal découpée elle n'a pas été très droite mais c'est peu importe, parce que ce qui nous intéresse est la droite tracée en couleur. D'accord ?

Et vous avez donc tous, non pas la chaise ! C'est pas la peine de retourner la chaise, tu n'en as pas besoin. Vous avez tous une petite bande verte que vous allez manipuler aussi, Pour chercher l'unité en sachant que cette petite bande verte que je vais mettre ici, qui est toute petite et elle représente un dixième de l'unité.

D'accord ?

Cette petite bande là elle représente un dixième de l'unité. (*Sasha écrit $1/10$ u au tableau*)

Quelle va être ma question alors ? Qu'est-ce que je vais vous demander ?

Ens : on l'a mis, oui mais à quel niveau ? tais-toi Paul 110, 120, 130 centièmes et là 140 centièmes.

Donc 137 centièmes c'est entre 130 centièmes et 140 centièmes.

Pourquoi tu veux le faire 100 fois Marion ? Marion comment pourrait-on décomposer 137 centièmes ?

Au départ, certains groupes sont partis de là, un dixième coupé en 10 fois, on va avoir des centièmes, tu es d'accord avec ça ? Donc une unité : c'est 10 fois un dixième ou 10 fois dix centièmes

Ou encore dix dixièmes c'est égal à cent centièmes

Donc deux unités c'est égal à combien de centièmes ?

Elève : 200 centièmes

Ens : on cherche 137 centièmes donc c'est compris entre deux unités et une unité, compris entre 10 dixièmes et 20 dixièmes ou 100 centièmes et 200 centièmes.

Donc là 110, 120, 130, 140 centièmes, 137 centièmes, un peu plus que le milieu.

On peut décomposer 137 centièmes en $100/100+30/100+7/100$

Si je le mets en dixièmes $13/10+7/100$.

$137/100$ on peut le décomposer en $100/100+30/100+7/100$ et également

$13/10+7/100$.

On s'arrête là, on reprend Jeudi.

Elève : combien d'unités il faut...

Enseignante : bien non, il faut chercher l'unité « 1 » pas combien faut-il d'unités seulement « 1 » je n'en veux qu'une, je ne veux qu'une unité entière.

D'accord

Oui ?

Elève : combien faut-il de petites bandes vertes comme ça... Il en faut 10 pour...

Ens : Combien de fois ?

Oui en fait, moi ce que je vous demande tout simplement, c'est de me chercher où est « 1 » ? où est « 1 » ici sur cette bande ? Alors je vais vous demander de chercher à l'aide de votre petite bande chacun ou est « 1 » ? Une fois que vous avez trouvé « un » vous pouvez placer 2. Placer « un », puis placer ensuite « deux ». D'accord ? On murmure, je n'ai pas envie de mettre des petits billets de bavardages sur table. Il faut que chacun puisse entendre, et travailler dans suffisamment de calme.

J'avais demandé de ne surtout pas, trois fois, de ne surtout pas déplacer les chaises.

Surtout qu'il va sûrement falloir être debout. Alors tu vas là

Ranger ta chaise, William. Allez-y je vous laisse chercher tous ensemble. Toi tu te lèves pour pouvoir écouter.

Bien alors, vous allez vous retourner.

(Fin à 2 minutes 40 depuis le début de la séance)

-----mise en commun-----

Début de la mise au bout de 6 minutes (il ya donc eu 3 minutes de recherche)

Comment avez-vous fait, on lève la main ? Avec votre bande... pour retrouver l'unité « 1 » ? Et là j'attends que tout le monde soit à l'écoute, je n'entends plus un bruit ; il y a un moment où on se parle, en murmurant, où on travaille ensemble et vous êtes bien obligé de vous parler. D'accord, de chuchoter ensemble. Mais quand on doit écouter au tableau, je n'entends plus un murmure, vous êtes tous en train de regarder ce qu'il se passe ici, sinon on ne peut pas travailler comme ça. Donc il faut que les règles soient bien comprises, bien intégrées par tout le monde. Comment avez-vous fait pour trouver l'unité « un », bon j'ai vu que vous avez tous fait la même chose donc c'est bien, Perrine ?

Perrine : ben en fait, on a pris la petite bande verte. Et en fait, il faut compter à peu près 10.

Ens : vous avez reporté ? Vous vous êtes donc servi d'un gabarit que vous avez reporté combien de fois, combien de fois avez-vous reporté ?

En chœur : 10fois.

Ens : on lève la main ! Elisa ?

Elisa : 10 fois !

Ens : vous avez reporté 10 fois la bande verte pour obtenir l'unité « 1 »... je vais le faire. Voilà donc je vais reporter. Qu'est-ce que je suis en train d'écrire ici ?

Elle correspond à quoi ma bande verte, oui, William ?

Perrine : à un dixième.

Ens : attends !

J'attends que tout le monde soit avec moi. J'attends Maëlle. Elle représente un dixième.

Cette fois-ci je vous fais pas venir au tableau, cela ne sert à rien. Donc ici, qu'est-ce que j'écris. On lève la main ! Oui.

Élèves : deux dixièmes.

Ens : je vais continuer pourquoi 10 fois.

Élèves : parce que ça fait une unité.

Enseignante cinq, six, sept, huit, neuf, et voilà mon unité « un », je l'entoure pourquoi 10 fois ma bande verte ?

Pourquoi je vais la reporter 10 fois, on va s'expliquer en 100. Pourquoi je la reporte 10 fois, on va s'exprimer avec les mots qui conviennent ? Matisse, pourquoi 10 fois la bande verte ?

Mathilde : inaudible

Ens : ah parce que si je reporte 10 fois ma bande verte ben je vais obtenir, vas-y dis le plus fort !

Mathis : une unité.

Ens : c'est-à-dire ?

10 dixièmes j'ai 10 bandes vertes sur 10 j'ai mon unité. D'accord, donc ici 10 dixièmes, bien, alors chut est-ce que tout le monde a réussi à placer « deux » ?

Élèves : oui

Élèves : non

(coupure, les élèves placent 20 dixièmes, les élèves cherchent quelques minutes, l'enseignante valide puis enchaine sur la suite de la séance)

_____ **placez 8/10 et 25/10** _____

À 11 minutes depuis le début de la séance.

Je vais vous demander de placer, tout le monde a bien placé 8 dixièmes ; 25 dixièmes maintenant vous allez placer 25 dixièmes. Où est ce que tu as placé 25 dixièmes ?

Élèves : on l'a pas encore placé.

Ens : bien, maintenant tout le monde se retourne. Vous avez tous très bien placé 25 dixièmes, c'est très bien. J'attends que tout le monde soit vers moi. Vers le tableau plutôt. Chuuuut qui est-ce qui veut placer, ici en rouge, 8 dixièmes. Pour commencer, on est en commun Elisa, quand on arrête, on arrête d'accord ! j'ai vu ce que tu as fait, c'est bien. Lucas, 8 dixièmes, c'est bien !

Allez 25 dixièmes.

Élèves : je peux faire 25 dixièmes.

Ens : oui

Je vais te donner la petite bandelette, deux... 20 dixièmes et on va reporter... 22 ; 23 ; très bien, écoutez-moi bien maintenant.

_____ **placer 137/100** _____

À 14 minutes depuis le début de la séance

Alors, écoutez-moi bien maintenant. Et je vais vous demander de murmurer. Parce que vous allez devoir chercher un peu plus profondément ; je vais vous demander de placer 137 centièmes vous avez certainement tous utilisé des méthodes différentes pour le faire. Vous gardez votre petite bande mais on va la regarder un peu ensemble cette petite bande. Qu'est-ce que vous voyez sur

cette bande ? On lève la main ! Est-ce que c'est n'importe quelle bande ce que je vous ai donné Maxime, je vais me fâcher.

Élèves : c'est une bande avec des carreaux.

Ens : alors, effectivement c'est une bande avec du papier avec des carreaux, on appelle ça du papier ?

Élève : Bristol

Ens : oui enfin. C'est vrai, mais ça c'est la matière, c'est du papier quadrillé qui fait apparaître les petits carreaux. Est-ce que vous, est-ce que vous savez à quoi correspond un petit carreau ? Et on lève la main !

Élèves : 1 centimètre.

Ens : non pas 1 centimètre.

Élèves : 8 millimètres

Ens : non ce ne sont pas des millimètres

Élèves : 5 millimètres

Ens : je l'ai entendu deux petits carreaux ça fait quoi, ça correspond à quoi ? 1 centimètre puisque cinq et cinq, dix ; donc deux petits carreaux ça correspond à 1 centimètre d'accord ? Ça veut dire, combien avez-vous de petits carreaux en tout.

Élève : 10.

Ca, ce que l'on vient de dire là, ça va vous servir. Donc je répète je vais vous demander, la consigne est la suivante : placez et 137 centièmes, 137 centièmes à l'aide de votre petite bande mais attention, pour vous aider, je vous indique que vous avez chacun, je suis obligée de parler très fort vous avez déjà chacun dix petits carreaux de placés réguliers, déjà placés, d'accord ?

Ça veut dire que votre à un dixième là, il est partagé déjà en 10. Allez-y, je vous laisse chercher.

L'enseignante circule dans la classe quelques minutes puis arrête l'activité :

mise en commun

Coupure : pour les élèves rapides, Sasha demande aussi de placer 241 centièmes. Sasha invite des élèves qui ont eu des difficultés à venir au tableau. Elle affiche leurs productions.

À 16 minutes depuis le début de la séance

Alors, Aurélie, Julie, et Lauriane, vous avez placé 137 centièmes ici ici et là. Et vous un peu comme tout le monde, vous l'avez placé ici. Je vais essayer de mettre mon zéro à peu près au même niveau. Bien, alors pourquoi vous l'avez placé ici ?

Expliquez-moi. Qui est-ce qui veut venir l'expliquer ou qui veut me l'expliquer de sa place, comme vous voulez, quelqu'un peut me l'expliquer parce que vous êtes les seuls à avoir fait ça, je voudrais comprendre pourquoi ?

Élèves : parce que, deux carreaux, on sait ça fait 1 centimètre, et comme il y en a 10, on sait que ça fait 5 centimètres et donc, du coup, on a fait de 5 en 5, on est tombé sur 130 ici.

Ens : attention c'est 137 centièmes qu'on cherche, d'accord ; ici tu as combien de dixièmes, tu avais reporté 10 fois pour avoir 10 dixièmes. D'accord mais ici cela a été partagé en 10, 1 dixième, 2 dixièmes, 3 dixièmes, 4 dixièmes, 5 dixièmes, 6 dixièmes, 7 dixièmes, 8 dixièmes, 9 dixièmes, Je repasse par-dessus, tout le monde est d'accord ? Arrête de jouer avec les bandes, maintenant on les oublie.

Élèves : oui...

Ens : donc ton unité était partagée en combien de parts égales ? En dix parts égales. Mais moi maintenant ce n'est pas en dix parts égales que j'ai demandé de partager les unités. Mais en combien de parts égales ? cent... en combien de parts égales je t'ai demandé de partager les unités ? Comment ? non ! En combien de parts égales tu dois partager ton unité. Ceux qui n'écoutent pas ; moi c'est simple, je vais devoir distribuer les punitions, c'est triste à dire. Mais c'est comme ça. William, tu arrêtes définitivement. En combien tu dois partager ton unité ?

Élèves : en 137 centièmes.

Ens : non, 137 centièmes, c'est le nombre que tu dois trouver. Mais, en combien de parts égales ?... Là, tu as combien de parts égales ? Tu partages tes unités ? Tu les as partagées en combien, en combien de parts ? En dix parts égales. Mais toi, tu veux des centièmes. Donc tu es obligé de partager ton unité, en combien de parts ? En combien de parts égales ?

En cent !

Comment tu vas faire pour avoir 100 vu que je vous ai demandé de ne pas utiliser la règle graduée ? Par contre, je vous ai donné un indice tout à l'heure, tiens donne-moi ta petite bande verte. Est ce que je n'ai pas de parts égales ici ? j'ai combien de parts égales ici ? j'ai dix parts égales si tu les reportes 10 fois. Tu vas avoir, combien de parts égales ? Ici, je les partage en 10. Ici quelle va être la fraction qui correspond ?

Élève : 10

Ens : non. Regarde bien, ça je l'ai partagé en 10 mais mon « 1 » est ici, j'ai un dixième. Mais un dixième, je l'ai partagé encore en 10 donc ça, ça correspond à quoi, c'est là où c'est difficile ? Si ici je partage mon « un dixième » en 10, ma toute petite, ma toute petite graduation, elle correspond à quoi ?

Élèves : à 100

Ens : non c'est pas cent !

Là, il y a « un » donc on ne peut pas avoir « 100 ». Oui ?

Élèves : un centième

Ens : oui un centième de mon unité. Ça veut dire que « un » ici, mon unité qui est là. Je vais la partager, si je la gradue comme ça avec les petits carreaux de ma bande verte, je vais la partager en centièmes pour avoir ici, combien de centièmes ? Puisque c'est « un ».

Élève au tableau : 100.

Ens : 100 centièmes d'accord ? Ça veut dire que si ici, j'ai ici, j'ai 100 centièmes alors j'ai combien ?

Élève au tableau : 200 centièmes.

Ens : 200 centièmes et les 300 centièmes. Alors Manon tu vas aller à ta place. Et on va demander à quelqu'un d'autre de venir expliquer comment vous avez fait pour trouver. Déjà, 137 c'est entre quel nombre et quel nombre ? 137 centièmes, c'est entre quel nombre et quel nombre ? 137 centièmes, c'est entre quels nombres entiers ?

Un enfant essaie de répondre mais ne donne pas une réponse satisfaisante.

Définir les fractions décimales

À 33 minutes depuis le début de la séance

Ens : des fractions décimales, qu'est-ce que j'entends dans fraction décimale ? décimale, décimale ? oui ? Je vais attendre parce qu'il y en a qui s'agitent, j'attends Jérémy qui est toujours sous sa table maintenant Jérémy, tu es toujours en train de ramasser les stylos... je vais donc te demander d'arrêter de ramasser les stylos donc tant pis pour les stylos par terre. On les ramassera après.

Ens : oui effectivement, ces fractions décimales correspondent à des décimaux.

Ça on va le voir, tu te souviens peut-être de ce que tu as fait l'année dernière. Avec tes fractions décimales. Oui ?

Décimale on entend aussi le début de nombres décimaux. Mais on entend aussi 10, c'est-à-dire

que le dénominateur ? C'est vrai que c'est ça qu'il fallait regarder...

Élève : ce sont des nombres ronds !

Ens : on appelle pas ça des nombres ronds, je vois ce que tu veux dire mais on va le reformuler ce n'est pas comme ça qu'on va le formuler.

Élève : des nombres finissant par zéro.

Ens : ils se terminent par zéro donc ce sont des... Décimal... vous m'avez dit qu'on entendait 10...

Élève : décimaux

Ens : oui c'est vrai

Cent par rapport à dix, quel est le rapport entre 10 et 100 ?

Donc ce sont ?

Élève : des multiples

Ens : des multiples de 10, chuuuuut, donc le dénominateur est un multiple de 10. D'accord ? 10, 100, 1 000, 10 000 etc. nous arrêter on va pas aller très très loin sur les fractions décimales, on va s'arrêter à centième et au millième d'accord ?

Adaptation de la ressource

À 40 minutes depuis le début de la séance

Ens : je vais la retrouver et je vais t'en donner, ah bah voilà ;

je sais construire une droite numérique, parce que ça c'est la première chose, il faut la graduer de façon régulière et placer des fractions décimales, c'est-à-dire que vous allez partager votre unité là ; cette fois ci en 10, on ne va s'occuper que des dixièmes.

Alors ? ça c'est la tienne.

Ici, maintenant vous allez pouvoir utiliser la règle graduée mais ce n'est pas la peine.

1 centimètre correspond à un 1 dixième de l'unité, allez-y vous pouvez la plier.

bouclage de la séance

À 50 minutes depuis le début de la séance

Donc je rappelle 1 centimètre c'est 1 dixième de l'unité, donc déjà, il faut retrouver comme la dernière fois, comme vous avez fait avec la bande verte, il faut retrouver « un », déjà faut retrouver l'unité. 1 centimètre correspond à un dixième de l'unité, donc 10 centimètres, ça correspond à quoi ?

Donc ici, qu'est-ce que j'ai ? 1, ça correspond à combien de dixièmes, en combien tu partages l'unité. « 1 » ça c'est le nombre « 1 », ce n'est pas un dixième, un dixième c'est 1 centimètre, pourquoi tu as 1 ici, cela correspond à combien de dixièmes ?

Oui ?

Tu as oublié de placer le zéro ?

1 centimètre c'est 1 dixième, 1 centimètre, c'est deux petits carreaux.

Comment ?

L'enseignante passe dans les groupes et rappelle que 1 centimètre correspond à 1 dixième. C'est une phase de régulation, la séance se termine après avoir vérifié que tout le monde a réussi et terminé.

Ens : qui n'a pas terminé ?

Vous pouvez la coller, n'oubliez pas d'écrire la consigne.

53 minutes et 40 secondes

Annexe 3

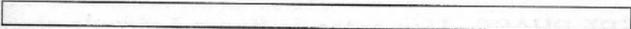
Extrait de Ermel CM2 p. 463

Le maître fait ensuite placer les fractions $205/100$ et $40/100$ à l'aide de cette bande.

Cela conduit aux égalités : $205/100 = 2 + 5/100$ $40/100 = 4/10$

A l'issue de cette étape le maître fait tracer sur les grandes bandes des enfants tous les traits de la graduation en dixièmes et il trace les traits de la graduation en centièmes sur la bande collective.

Des bandes représentant l'unité, le dixième et le centième sont collées sur un panneau comme ci-dessous. Ce panneau est affiché sur un mur de la classe.

	1
 $\frac{1}{10}$	
 $\frac{1}{100}$	
Dans une unité il y a dix dixièmes	$1 = \frac{10}{10}$
Dans une unité il y a cent centièmes	$1 = \frac{100}{100}$
Dans un dixième il y a dix centièmes	$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

CAHIER MÉMOIRE

Dans une unité il y a dix dixièmes. $10 \times 1/10 = 1$ $10/10 = 1$

Dans une unité il y a cent centièmes. $100 \times 1/100 = 1$
 $100/100 = 1$

Dans un dixième il y a dix centièmes. $1/10 = 10/100$

4) Estimation

Le maître affiche une bande en précisant qu'il s'agit de l'unité de longueur utilisée pour la suite de l'activité.

Il affiche ensuite d'autres bandes et demande une estimation de la mesure de leur longueur.

Pour chaque bande, les différentes estimations sont relevées. La validation se fait en procédant au mesurage par des pliages et des reports avec une bande identique à la bande-unité.

Les mesures cherchées peuvent être $1/3$; $3/2$, $7/4$ etc.

2. Graduations (Période 1)**• Description rapide**

Les enfants vont devoir construire une graduation en reportant un dixième de l'unité. Ils devront ensuite placer des fractions décimales sur cette graduation.

• Objectifs

- Comprendre et utiliser le principe de construction d'une graduation régulière en dixièmes et en centièmes.
- Etablir et utiliser les relations entre dixième et unité, entre dixième et centième.
- Savoir situer des fractions sur une graduation, les décomposer en somme de la partie entière et de fractions décimales.

DÉROULEMENT**PREMIÈRE PHASE : Principe de la graduation**

Cette phase est collective.

Le maître montre une demi-droite tracée au tableau, les nombres 0, 1, 2 sont déjà placés (l'unité est égale à 50 cm).



Il demande où il faut placer les traits correspondant aux nombres 3 et 4.

La discussion s'engage. Elle doit faire apparaître que la graduation se construit en reportant une unité de longueur et que le nombre n doit se placer en reportant n fois cette unité à partir du point 0.

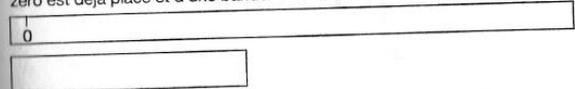
L'unité utilisée pour placer 1 et 2 est matérialisée en découpant une bande, puis les nombres 3 et 4 sont placés en reportant cette bande.

DEUXIÈME PHASE : Construction et utilisation de la graduation

Les enfants travaillent à deux.

• Matériel

Pour chaque équipe, une bande d'environ deux mètres sur trois ou quatre centimètres (on peut la découper dans un rouleau de calculatrice) sur laquelle zéro est déjà placé et d'une bande de 5 cm sur 1 cm.



Le même matériel est aimanté au tableau.

Aucune règle graduée n'est disponible, mais le compas est autorisé.

ÉTAPE 1 : Les unités**• Consigne**

« Vous allez devoir construire une graduation sur la grande bande en utilisant la petite bande. La longueur de cette petite bande est égale à un dixième de l'unité. Le nombre 0 est déjà placé. Placez le nombre 1 sur la grande bande. »

Certains confondent le dixième avec l'unité, ils ne reportent qu'une fois le dixième, les autres le reportent dix fois.

La mise en commun doit mettre en évidence que pour placer le nombre 1, il faut reporter dix fois la petite bande car dans une unité il y a dix dixièmes. Le nombre 1 est placé en reportant la petite bande sur la grande bande affichée au tableau. Ceux qui ont confondu le dixième de l'unité avec l'unité font la même chose sur leur bande.

On fait ensuite placer les nombres 2 et 3.

Certains reportent le dixième, d'autres reportent l'unité c'est-à-dire la distance séparant les traits 0 et 1 en pliant leur bande.

ÉTAPE 2 : Les dixièmes et les centièmes

Le matériel est identique.

En utilisant un crayon, les enfants doivent placer des fractions sur leur bande.

Les consignes sont données oralement et écrites au tableau.

Chaque placement est suivi d'une mise en commun.

• Consigne 1

« Placez la fraction $8/10$ sur votre graduation. »

• Consigne 2

« Placez la fraction $25/10$ sur votre graduation. »

Les nombres 0, 1, 2, 3 étant déjà placés certains enfants les utilisent pour limiter le nombre de reports ($8/10$ placé $2/10$ avant 1 ; $25/10$ placé $5/10$ après 2)

Pour $25/10$ quelques enfants plient la bande de façon à superposer le 2 et le 3.

Ils expliquent que cinq dixièmes c'est la moitié de dix dixièmes et qu'entre deux et trois il y a dix dixièmes.