LE BOULIER : UN ARTEFACT NUMÉRIQUE À HAUT POTENTIEL POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS PRIMAIRES

Céline VENDEIRA MARECHAL
Chargée d'enseignement, Université de Genève
DiMaGe
Celine.marechal@unige.ch

Résumé
Cet atelier a pour objectif de déterminer si le boulier a sa place en formation des enseignants. Si oui, quels sont les scénarios pertinents à mettre en place par les formateurs. L'utilisation du boulier a quasi disparu des pratiques enseignantes en France (Besnier, Bueno-Ravel, Gueudet & Poisard 2013), c'est pourquoi cet atelier n'a pas pour objectif de convaincre les formateurs de leur pertinence dans les classes de mathématiques, mais plutôt de se focaliser sur leur pertinence dans un contexte de formation. Nous faisons l'hypothèse que l'utilisation et la mise en évidence du potentiel sémiotique (Mariotti & Maracci, 2010) de différents bouliers (japonais, chinois, russe et boulier à tiges) permettrait, aux futurs enseignants, de mieux s'armer pour concevoir l'enseignement de notre système de numération à l'école primaire.

L'utilisation du boulier suscite souvent de la curiosité et l'appréhender incite aux questionnements. Pour cette raison, l'introduire dans le cadre de cours universitaire dans la formation des futurs enseignants primaires paraît prometteur.

Cet atelier est l'occasion de mettre à l'épreuve, auprès d'autres formateurs et spécialistes, le scénario de formation proposé à Genève et d'évaluer son impact sur la formation des futurs enseignants primaires, car au-delà de l'intérêt suscité, il doit également permettre de développer des connaissances.

Dans ce qui suit, le déroulement de l'atelier sera donc décrit et agrémenté des remarques et apports des participants. Quelques éléments théoriques sont également introduits afin d'accompagner la réflexion.

I - ASPECTS CONTEXTUELS

En Suisse romande, il existe des moyens d'enseignement uniques édités par la COmission ROmande des Moyens d'Enseignement (COROME). Ceux-ci représentent la ressource principale et quasi unique des enseignants primaires. Ces moyens d'enseignement sont considérés comme des ouvrages ressources et non comme des guides organisant une progression pas à pas. Les enseignants doivent ainsi effectuer des choix parmi un répertoire des tâches disponibles. Ainsi, une tâche proposée dans les moyens d'enseignement a de fortes chances d'être utilisée par, au moins, une partie des enseignants suisses romands.

1 Les bouliers dans les moyens d'enseignement suisses romands

En répertoriant l'ensemble des tâches proposées dans les moyens d'enseignement impliquant le boulier, on constate qu'elles interviennent entre la cinquième primaire (CE2) et la huitième primaire (6ème en France)[1]. Les tâches sont au nombre de cinq en cinquième, de deux en sixième, de deux en septième et d'une seule en huitième. Hormis une tâche, la totalité des tâches implique l'utilisation du « boulier à tiges ». Ce boulier fait d'ailleurs partie du matériel de classe distribué aux enseignants des degrés 5-6

[1] En Suisse romande, le cursus primaire inclus la huitième primaire (alors qu'en France il s'agit déjà du passage au collège).

(CE2 et CM1). Les objectifs de la plupart de ces tâches sont la compréhension de notre système de numération de position avec l'importance de la place du chiffre dans le nombre et de manière plus implicite l'aspect décimal. En ce qui concerne d'autres types de bouliers, seul le boulier chinois apparait dans une activité proposée en sixième (CM1) « l'empire du milieu » permettant de découvrir son fonctionnement et de s'exercer.

2 Le boulier dans les injonctions officielles suisses romandes

Une autre particularité des moyens d'enseignement suisses romands, réside dans l'absence d'élément de « cours » pour les enseignants. Toutefois, un document intitulé « commentaires didactiques », rédigé séparément des moyens, est fourni aux enseignants. En introduction de chaque thème mathématique des moyens d'enseignement sont quelques apports didactiques et mathématiques insérés. Que ce soit dans l'un ou l'autre de ces documents, le boulier est cité à de nombreuses reprises. Il est évoqué de manière générique la plupart du temps, sans spécifier s'il s'agit du boulier chinois, russe, japonais ou à tiges. Si l'on s'attarde sur ces commentaires, on constate qu'ils sont de trois ordres. Premièrement nous trouvons un renvoi explicite et fort entre l'utilisation des bouliers et notre système de numération, les aspects positionnel et décimal sont évoqués. Le boulier permet de « mettre en évidence la position des chiffres et leur signification dans l'écriture d'un nombre » (aspect positionnel), mais la pratique des échanges est également mentionnée « où l'on échange dix boules d'une tige contre une boule de la tige située immédiatement à gauche, où aucune tige ne peut contenir plus de neuf boules, mais où certaines tiges peuvent être vides » (aspect décimal). S'ajoute à ces deux aspects l'importance du zéro dans notre système de numération. Deuxièmement, ces commentaires mettent en évidence une référence davantage historique « […] les bouliers, abaques, compteurs sont les « ancêtres » de l'algorithme universel ». Troisièmement, un lien fort est établi entre le boulier et les algorithmes de calculs où le boulier est décrit comme « permettent également des manipulations pouvant s'apparenter à des algorithmes ».

II - QUELQUES ASPECTS DE NOTRE SYSTÈME DE NUMÉRATION

Deux aspects sont essentiels à la compréhension de notre système de numération : l'aspect positionnel et l'aspect décimal. L'aspect positionnel correspond au fait qu'au sein du nombre, les chiffres ont une valeur qui diffère selon leur position. Quant à l'aspect « décimal », il correspond au fait que les différentes unités sont liées entre elles par des « relations » décimales (Tempier, 2010,2013).
La compréhension de notre système de numération est longue et parsemée d'obstacles. Deblois (1996) souligne le fait que l'écriture des nombres est encore perçue chez des élèves de huit, neuf ans comme un découpage et un alignement de chiffres plutôt que comme la représentation d'une grande quantité d'objets. Tempier (2010, 2013) ajoute que les activités proposées dans les classes, en France, permettent essentiellement de comprendre l'aspect positionnel de la numération au détriment de l'aspect décimal justifiant les groupements. Il indique dès lors qu'il est nécessaire de concevoir des tâches dans lesquelles des relations entre les unités des différents ordres sont mises en évidences « dix unités d'un certain ordre sont égales à une unité de l'ordre immédiatement supérieur » etc. Il semble justement que certains bouliers sont propices à la mise en évidence de ces relations, c'est pourquoi ils retiennent d'autant plus notre attention.

III - DÉCOUVERTE (OU APPROFONDISSEMENT) DES BOULIERS

Durant l'atelier, il est proposé aux participants de découvrir ou d'approfondir le fonctionnement des bouliers les plus connus, à savoir les bouliers russes ou *Stchoty*, chinois ou *Suan pan*, japonais ou *Soroban* et le boulier à tiges qui pour des raisons contextuelles m'intéresse. Concernant le boulier russe, nous travaillons avec le boulier « Ikea », variante russe verticale[2] que l'on trouve communément en Europe occidentale.

[2] Il n'est pas disposé à plat sur la table, mais possède des pieds ou un support quelconque permettant de le mettre à la verticale.

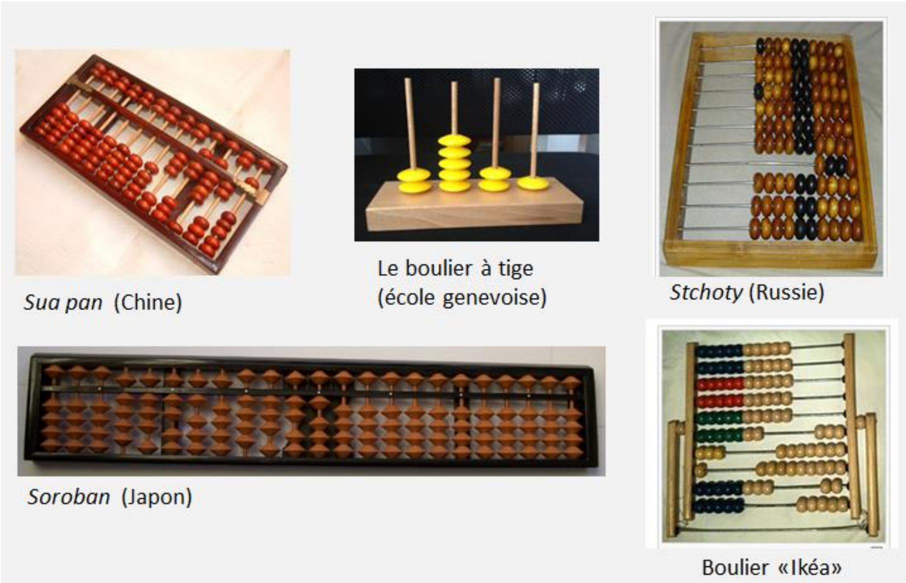


Image 1 : Bouliers utilisés durant l'atelier

Certains choix ont été opérés pour l'atelier impliquant que toutes les fonctionnalités des différents bouliers ne sont pas exploitées. Par exemple, le boulier russe peut être utilisé de multiples façons[3] (mémoire de la quantité dans des situations de dénombrement, compléments à 10, décomposition additive du 10 (0 + 10, 1 + 9, 2 + 8, …)).

1 Quelques questions pour guider l'exploration

Durant l'atelier, des questions sont proposées aux participants afin de guider leur exploration. Cette dernière doit permettre de découvrir ou révéler quelques aspects significatifs du fonctionnement de chacun des bouliers en lien avec notre système de numération.

1.1 Inscrire des nombres sur les bouliers

Tout d'abord, les participants doivent inscrire des nombres sur chacun des bouliers à disposition. Les nombres choisis sont 925 puis 1 690 135. Cette première tâche nécessite de comprendre le fonctionnement des différents bouliers et également de se mettre d'accord sur certaines conventions comme la position initiale des boules.

1.2 Combien de manières d'inscrire le nombre 10 ?

Cette tâche permet de mettre en évidence quelques particularités des différents bouliers, notamment le fait qu'ils ne contiennent pas tous le même nombre de boules par tige ou colonne, que certains bouliers sont plus ou moins proches ou éloignés dans leur fonctionnement et surtout que, selon les bouliers, plusieurs manières d'inscrire les nombres sont possibles induisant plusieurs écritures dont une considérée comme « économique ». Cela met également en évidence le principe des échanges.

1.3 Quelques opérations à effectuer

Afin de se familiariser davantage avec le boulier, quelques opérations sont à effectuer.

---

[3] http://www.pedagogie95.acversailles.fr/plugins/fckeditor/userfiles/file/maternelle/decouvrir_le_monde/mathematiques/Utilisation_du_boulier.pdf

additions:	soustractions:
34 + 45	45-34
79 + 87	513-225
106 239 + 3 678	
multiplications:	
27x32	
2537x721	

Image 2 : opérations proposées durant l'atelier

On peut constater que la division ne fait pas partie des opérations proposées. Si cette dernière a été laissée de côté c'est qu'elle n'est pas évidente à réaliser lorsque l'on n'est pas familier avec l'utilisation des bouliers. De plus elle n'apporte rien de nouveau par rapport à celles déjà proposées.

Concernant le choix des opérations, il y a tout d'abord une addition simple impliquant des nombres à deux termes et un résultat également à deux termes où aucune retenue (changement de tige/colonne) n'est nécessaire. Pour la seconde addition, l'idée était de proposer un cas de retenues en « cascade » plus ou moins complexe à gérer selon le boulier utilisé. Le public averti présent à l'atelier a spontanément procédé par calcul réfléchi en effectuant l'opération 79 + 1= 80 puis de procéder au calcul 80 + (87-1) 86 sur le boulier. Cette procédure n'était pas attendue mais a permis de lancer les discussions autour de « la part du calcul réfléchi » et « la part d'un enchainement de mouvements mécanique » dans l'utilisation des différents types de bouliers. Avec le boulier chinois, le nombre de boules par tige (possibilité d'atteindre 15 contre 9 seulement dans le russe) permet de diminuer le recours au calcul réfléchi dans de nombreux cas. Dans ce cas, on se focalise sur les chiffres pour effectuer les déplacements et échanges de boules sans nécessairement considérer le nombre dans sa globalité. Par contre, l'utilisation du *Soroban* japonais requiert d'utiliser le calcul réfléchi avec le recours constant au complément à 10, voire à d'autres nombres (le complément à 7 dans l'exemple suivant) : 5286 + 3197. Avec le *Soroban* on procède de gauche à droite.

Dans ce cas :

- 5286 est d'abord inscrit sur le boulier ;
- on ajoute ensuite 3 au 5 sans rencontrer de difficultés particulières ;
- puis on ajoute 1 au 2 sans rencontrer de difficultés particulières ;
- ensuite, on ne peut ajouter 9 au 8 déjà inscrit. Donc on fait le complément à 10 et on ajoute un 10 au rang supérieur impliquant un retrait de 1 sur le rang concerné (« 10 pour aller à 9 » = -1) ;
- pour finir, on ne peut pas ajouter 7 au 6 déjà inscrit. On ajoute alors 10 au rang supérieur. Cela suppose un retrait de trois perles (7 à 10) qui ne sont pas disponibles (il y a une seule unité et un quinaire). Dans ce cas, on ajoute quand-même 10 dans le rang supérieur et on retire 5 dans le rang concerné. Il ne reste plus qu'à faire un complément à 7 « 5 pour aller à 7 = +2) et on ajoute 2 perles unaires.

En ce qui concerne la dernière addition elle avait pour objectif d'entrainer l'opération sur le boulier avec des grands nombres (ce qui nécessite de se repérer sur les tiges des bouliers) impliquant des retenues. Il aurait été intéressant de montrer que des opérations sur des grands nombres se font très rapidement avec certains bouliers prouvant ainsi leur efficacité. Dans les faits, cela n'est que rarement possible lorsque l'on n'est pas familier avec les bouliers, car leur prise en main nécessite un temps certain. Les opérations de soustraction ont été pensées dans le même sens que celles de l'addition.

Concernant les deux multiplications, seuls quelques groupes les ont expérimentées. Le seul point à relever concerne la surprise des participants, ou plutôt leur déception, à constater qu'il ne s'agit finalement de rien d'autre que d'un procédé de décomposition du produit puis de l'utilisation de la distributivité.

1.4 Avec chacun des bouliers : jusqu'à quel nombre peut-on dénombrer ? Quel est le nombre le plus grand que l'on peut afficher ?

Avec cette question il s'agissait de mettre en évidence une nouvelle fois la distinction entre les bouliers à neuf et dix boules. Dans le cas des bouliers à neuf boules les résultats obtenus sont les mêmes entre une procédure de dénombrement et celle de lecture du plus grand nombre affiché sur le boulier. Ceci n'est pas le cas avec les bouliers à dix boules. Le boulier russe comprenant dix lignes et n'impliquant que des unaires permet de dénombrer jusqu'à 11 111 111 110 (11 milliards 111 millions 111 mille 110). Quant au boulier chinois (avec la particularité de pouvoir inscrire jusqu'à quinze au sein d'une même tige), il permet d'afficher 16 666 666 666 665 (dans le cas du boulier à treize colonnes). Le nombre obtenu comprend donc 14 chiffres car sur la 13ème colonne nous réalisons 15 (16 billion 666 milliards 666 millions 666 mille 665). Si l'on se pose la question avec un boulier chinois qui aurait, comme le boulier russe, dix colonnes, cela donnerait 16 666 666 665 (16 milliards 666 millions 666 mille 665).

2 Découvertes, questionnements et apports des participants

Dans l'échange collectif qui a suivi la phase de découverte-approfondissement des différents bouliers, il a été nécessaire de faire émerger une définition commune des termes *bouliers* et *abaques* pour la suite de nos discussions. La définition usuelle de l'abaque est celle d'un instrument plan mécanique facilitant le calcul. Toutefois, cela n'explique pas la distinction entre abaques et bouliers. Pour certains, il s'agit uniquement d'une question de langue : le *soroban* (en russe) est synonyme de *abacus* (en latin) et de *soo-pan* (en chinois). Dans ce cas, en langue française, nous utilisons deux termes synonymes : *abaque* et *boulier*. D'autres documents (notamment la thèse de Poisard, 2005) définissent le boulier comme étant un type d'abaque particulier « le boulier est formé d'un cadre et de boules fixées sur des tiges, ce qui permet une utilisation aisée » (op.cit, p.47). Lors de notre atelier nous avons retenu cette dernière définition avec, pour le boulier, la particularité de pouvoir faire glisser des perles sur une tige/colonne sans retrait possible. Dans ce cas, le boulier à tiges utilisé en Suisse romande est un abaque et non pas un boulier, par contre il n'est pas dans le plan…

Par la suite, des échanges ont émergé autour de plusieurs points : l'utilisation-fonctionnement des différents bouliers, des discussions autour du travail sur les différentes bases (« l'intérêt d'utiliser différents bouliers en formation est du même type qu'utiliser différentes bases : il s'agit de revisiter la numération »), le lien entre l'utilisation des bouliers et nos algorithmes de calcul. Concernant le travail sur différentes bases, la brochure de la Copirelem « Numération à l'école primaire. Un scénario de formation » met l'accent sur la numération COPIX en base 6.

Un groupe s'est interrogé sur la possibilité de trouver un algorithme permettant de trouver pour n'importe quel nombre le nombre de représentations possibles de ce dernier avec les différents bouliers. Par exemple, sur le boulier chinois le nombre 10 a trois représentations possibles, qu'en est-t-il pour d'autres nombres et sur d'autres bouliers ? Et inversement, quels sont les nombres dont la représentation est unique avec les différents bouliers ?

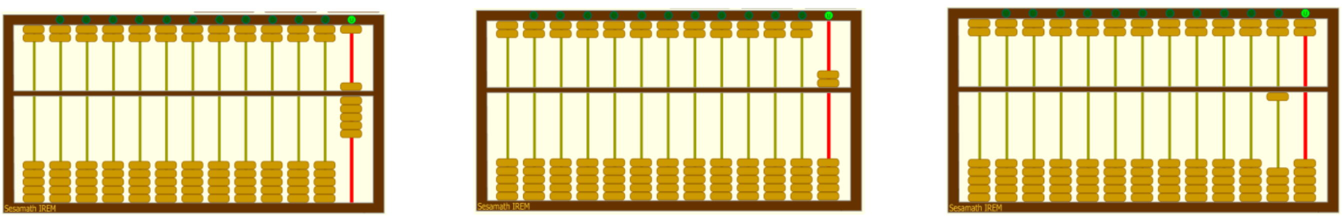


Image 3 : Trois manières de représenter le nombre 10 sur le boulier chinois[4]

[4] Il s'agit de copies d'écran du boulier virtuel du site Sésamath-IREM : http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/boulier.swf

Des questions plus pratiques ont été soulevées quant à l'utilisation de ce matériel en formation. Il est possible de projeter le boulier chinois virtuel proposé par Sésamath-IREM (Riou-Azou & Soury-Lavergne, 2014). Toutefois, il n'existe pas d'équivalent pour les autres bouliers. Le boulier à tiges et le boulier « Ikea » sont plus simples à utiliser en classe du fait de leur disposition verticale. Concernant le boulier japonais, il est possible de le projeter avec le vidéoprojecteur. Toutefois, l'espace entre les boules et la séparation médiane du boulier étant très petite, la visualisation des manipulations est difficile. Il est dès lors possible de représenter des perles en les dessinant à la craie ou à l'aide d'aimants à déplacer sur un boulier reconstitué au tableau noir.

Durant nos échanges, des propositions de modification de matériel, voire de création ont émergé. Ces discussions ont débouché sur des liens avec d'autres type de bouliers ou abaques existants qui vaudraient la peine d'être investigués, notamment l'abaque triangulaire que l'on trouve dans l'article « Débuter la numération » de Gabriel LePoche extrait de l'ouvrage *Le nombre au cycle 2* (Durpaire & Mégard, 2010).

Les abaques triangulaires sont des abaques à boules identiques où les mâts peuvent recueillir plus de dix boules. Chacun des trois mâts est identifié par les symboles respectifs u, d et c. La quantité de 18 boules présente l'intérêt de pouvoir déposer sur un mât u nombre de boules correspondant à la somme 9 + 9 avant d'effectuer l'échange qui convient. La disposition spatiale triangulaire nécessite de repérer la place des centaines, dizaines, unités, évitant ainsi l'usage de l'ordre usuel qui peut masquer une incompréhension des élèves. Il faut éviter une effectuation mécanique des tâches d'échange : le fait que les boules soient identiques oblige à la réflexion. (pp. 42-43)

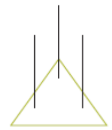


Image 4 : Représentation de l'abaque triangulaire proposé dans « le nombre au cycle 2 »

Une participante a également imaginé la fabrication d'un boulier à tiges géant qui permettrait de mettre plus de neuf boules par tige. Il existe également les travaux de Poisard (2006) avec le dossier : *La fabrication et l'étude d'instruments à calculer*[5].

IV - QUELQUES ÉLÉMENTS THÉORIQUES POUR LA SUITE DE LA RÉFLEXION AVEC LA THÉORIE DE LA MÉDIATION SÉMIOTIQUE

En préambule à l'introduction de quelques éléments de la Théorie de la médiation sémiotique (TMS), il importe de revenir brièvement sur le titre de l'atelier notamment sur le terme « artefact ».

Selon Rabardel (1999), un artefact est un objet matériel faisant partie de la réalité. Un artefact devient instrument quand il est associé à des schèmes d'utilisation. Par exemple, l'artefact *boulier russe* peut être lié à divers schèmes d'utilisation. L'artefact *boulier russe* devient instrument lorsqu'il est secoué pour faire du bruit, utilisé pour compter (par 1, par 10), pour représenter des grands nombres, pour calculer. Ainsi, cet artefact a de nombreux schèmes d'utilisation, c'est pourquoi nous le décrivons comme « un artefact numérique à haut potentiel ».

1 La Théorie de la Médiation sémiotique (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008) pour guider l'exploration

La TMS permet de décrire et modéliser les processus d'enseignement apprentissage reposant sur l'utilisation d'un artefact spécifique. Il implique que l'utilisation de l'artefact par l'élève l'amène à

[5] Site Internet CultureMath, Rubrique Matériaux pour la classe. http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-l%C3%A9tude-dinstruments-%C3%A0-calculer [publié le 15/05/2006]

s'approprier un contenu mathématique particulier. Les recherches montrent les potentialités des artefacts numériques pour l'apprentissage des élèves et les bénéfices qu'ils peuvent en tirer. Toutefois sont souvent sous-estimés : 1) la complexité du rôle du professeur pour utiliser ces artefacts et ses potentialités, 2) le fait que les concepts associés à l'artefact sont souvent opaques et inaccessibles.

Pour ce faire, la TMS décrit le processus de médiation sémiotique comme le passage de significations personnelles (signes artefacts) émergeant de l'utilisation d'un artefact à des significations mathématiques (signes mathématiques) évoquées par son usage. Ce processus nécessite la médiation du professeur afin que le passage entre signes artefact et signes mathématiques se produise à l'aide des signes pivots[6].

Dans la TMS, un artefact acquiert le statut d'instrument de médiation sémiotique lorsque :

- ✓ il est consciemment impliqué dans un processus d'enseignement-apprentissage ;
- ✓ il est spécifiquement organisé et orchestré par l'enseignant ;
- ✓ il permet l'exploitation de son potentiel sémiotique.

1.1 Changement de paradigme pour la formation des enseignants primaires

Cet atelier propose un changement de paradigme de la classe vers la formation des maîtres. Seul l'artefact reste identique dans les deux processus de médiation sémiotique présentés ci-dessous. En effet, l'élève est remplacé par l'étudiant en formation et la médiation est réalisée dans le premier cas par l'enseignant primaire et dans le second par le formateur universitaire.

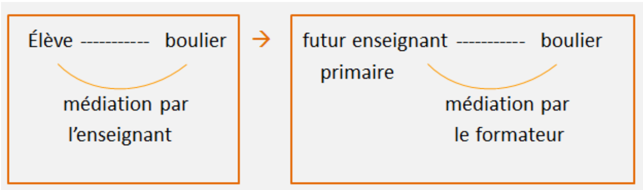
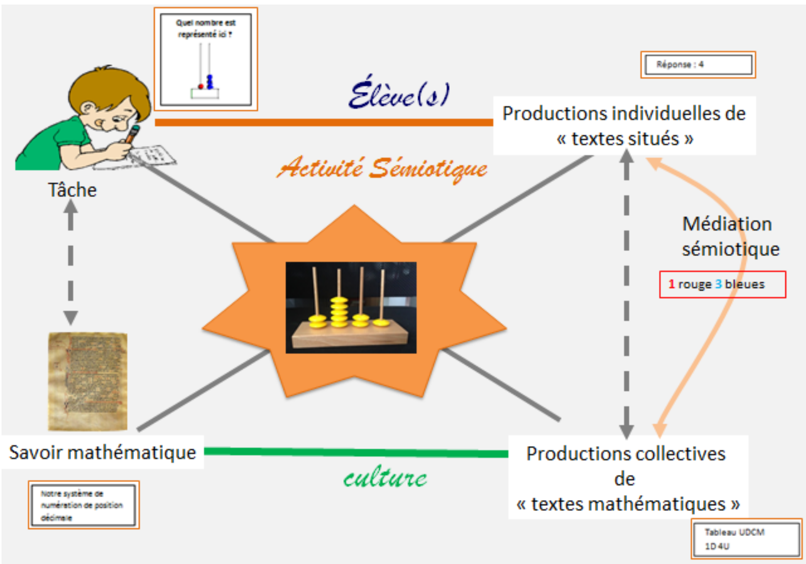


Schéma 1 : Illustration du changement de paradigme

Dans la TMS, le cadre théorique est schématisé (Maschietto & Bartolini Bussi, 2012). Nous reprenons à notre compte cette schématisation à l'adoptant au cas de figure que nous illustrons avec le boulier à tiges.



---

6 Pour davantage de détails, les textes de la bibliographie peuvent être consultés.

Schéma 2 : Schéma de la TMS avec le boulier (à tiges) en classe

Le changement de paradigme, nécessaire dans le cadre de l'atelier proposé, implique quelques modifications dans le schéma précédent que nous présentons ci-dessous.

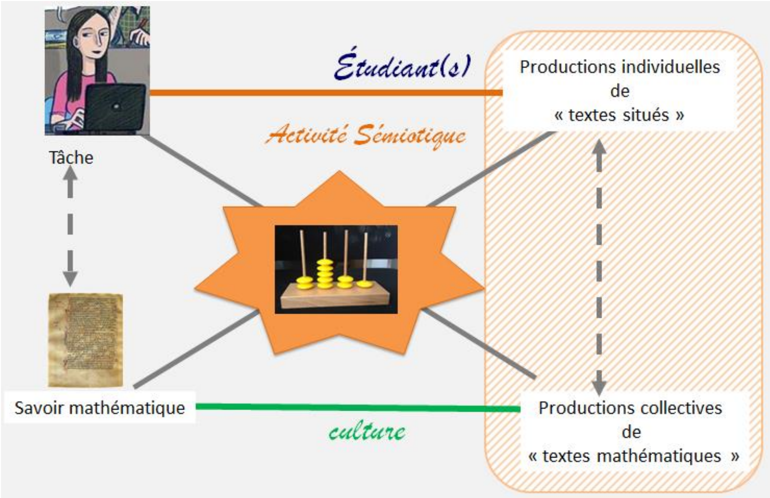


Schéma 3 : Schéma de la TMS avec le boulier (à tiges) en formation

Ce changement de paradigme, de l'école à la formation, a pour effet de rendre quasi insignifiant le processus de médiation sémiotique identifié dans le schéma 2. En effet, même si les étudiants en formation ne sont pas des spécialistes des mathématiques, la plupart d'entre eux n'auront pas besoin d'un processus de médiation sémiotique pour donner la réponse attendue. Le fonctionnement du boulier à tiges est connu et maitrisé par la majorité des étudiants. Pour cette raison, ce changement de paradigme nécessite d'être adapté. Nous proposons à cet effet le schéma 4, ci-dessous, inspiré des travaux de Coutat & Falcade (2012) qui ont procédé de cette manière pour l'analyse des interactions dans le cas de l'utilisation d'instruments issus d'un environnement dynamique (Cabri-géomètre) et d'instruments issus d'un environnement statique (papier-crayon). Les instruments-bouliers ne sont plus considérés de manière séparée mais conjointement, donnant lieu à différents niveaux à prendre en compte dans le processus de médiation sémiotique.

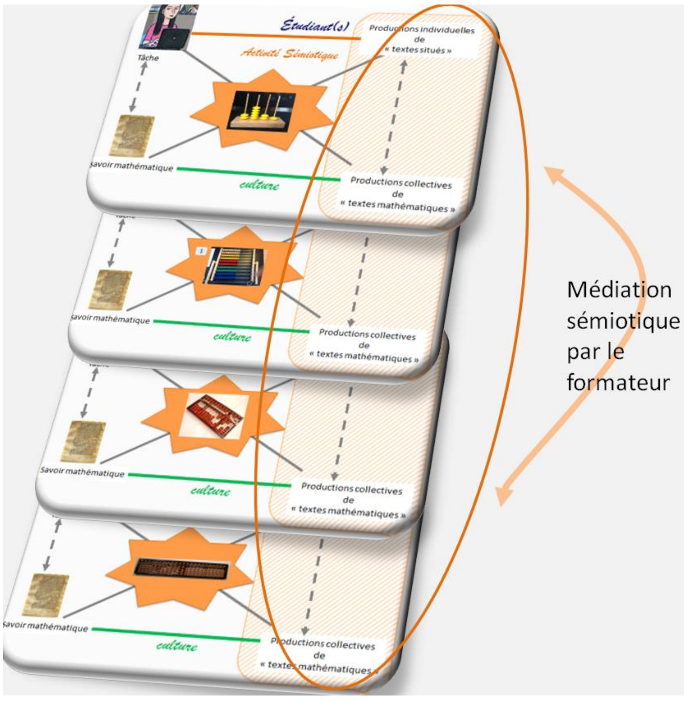


Schéma 4 : Processus de médiation sémiotique complexe comme dispositif pour la formation

Ce schéma met en évidence le déplacement opéré en fonction du contexte de formation. Dans le cadre de la formation universitaire, les instruments *bouliers* ne sont pas considérés de manière isolée. Ainsi, c'est la confrontation entre ces différents instruments (impliquant des savoirs distincts en lien avec notre système de numération) qui va rendre signifiant le processus de médiation sémiotique. Ce nouveau processus de médiation sémiotique permet dès lors aux futurs enseignants de développer des connaissances plus fines sur notre système de numération leur permettant de concevoir de manière plus experte leur enseignement auprès des élèves de l'école primaire.

V - POTENTIEL SÉMIOTIQUE ET CONSTRUCTION DE SCÉNARIOS POUR LA FORMATION

Comme mentionné précédemment, les concepts associés aux artefacts sont souvent opaques et inaccessibles, c'est pourquoi il semble essentiel d'explorer leur potentiel sémiotique. Dans le cadre de la formation c'est l'articulation du fonctionnement des différents bouliers qui va permettre une meilleure expertise des particularités de notre système de numération. C'est pourquoi, dans la deuxième partie de l'atelier, il est demandé aux participants dans un premier temps d'approfondir leur connaissance des différents bouliers en relevant pour chacun leur potentiel sémiotique puis, dans un second temps, de penser à un scénario pour la formation impliquant un ou plusieurs bouliers.

1 Découvertes, questionnements, apports des participants

Lors du bilan différents éléments ont émergé par rapport aux différents bouliers. Ci-dessous un tableau de synthèse reprend les différents éléments évoqués.

	Boulier à tiges	Boulier japonais	Boulier russe		Boulier chinois
Format	Boules non fixes	Boules fixes	Boules fixes		Boules fixes
Numération de position (usage)	oui	oui	oui = 10^{10}	non (= 100)	oui
Base	Unique (10)	Alternée (5,2)	Unique (10)		Alternée (5,2)
Perles/tige	9	4 - 1	10		5 - 2
Ecriture des nombres	Écriture unique	Écriture unique	Écriture multiple (2 possibilités pour le 10)		Écriture multiple (3 possibilités pour le 10)
Echanges lors des opérations	Échange effectif	non	Concrétise les échanges		Concrétise les échanges
Machine à calculer?	Non	oui	oui		oui
Lien entre technique de calcul sur boulier et algorithme sur papier? (ex: 653 + 271)	non	non	oui (mais nécessaire d'effectuer les échanges avant la fin du calcul)		oui (nécessaire d'effectuer les échanges avant la fin du calcul) → quand la retenue dépasse 15

Tableau 1 : Synthèse des discussions autour des différents bouliers

Lors de nos discussions, différents questionnements ont émergé ainsi qu'une proposition de scénario de formation. Nous pointons ci-dessous quelques éléments significatifs.

Nous nous sommes entre-autres questionnés sur une possible hiérarchie dans l'utilisation des bouliers pour la formation et pour la classe. Lequel est le plus intéressant (le plus facile ou suscitant le plus de questionnements ou développant le plus de connaissances) ? Il a également été pointé que les bouliers les plus éloignés de nos pratiques (notamment le japonais) nécessitent une déconstruction/reconstruction de nos modèles mathématiques, ce qui ne paraît pas inintéressant pour la formation, mais complexe pour la classe.

Comme en première partie d'atelier, des échanges autour du travail sur différentes bases ont fait référence à la ressource *J'apprends les maths avec Picbille CP* (Brissiaud) qui offre une place prépondérante au nombre 5. La numération *Shadok* a également été évoquée.

Quant au scénario proposé il se focalise d'abord sur l'utilisation du boulier chinois et propose ensuite une ouverture sur les autres bouliers. Voici ce qui a été proposé en quatre temps :

Temps 1 : Démarrer avec un boulier (chinois)

Par groupes

1. Découverte libre
2. Tâche : afficher un nombre, puis faire des calculs

→ Utiliser le boulier virtuel de Sésamath qui permet de valider et invalider les réponses

3. Discours sur …. Production de type narration

Avec un autre groupe

4. Échanger sur les découvertes

Temps 2 : Discours d'intention du formateur

Le boulier n'est pas introduit pour être utilisé en classe mais comme outil de réflexion sur la numération

Temps 3 : Découverte d'autres bouliers avec des tâches de type :

- « différences et similitudes »
- « afficher un nombre 10 fois plus grand »

Temps 4 :

1. Quel boulier avec les élèves ?
2. Un exemple d'utilisation du boulier en maternelle (Groupe Bretagne, Projet MARENE[7], « le Boulier chinois à l'école »)

Suite à cet ensemble de points énumérés, une volonté de recension des ressources traitant des bouliers a émergé. Quelques références ,dont certaines citées lors de l'atelier, sont donc indiquées en annexe.

VI - CONCLUSION

Pour conclure, il semble qu'une nouvelle fois le boulier soit parvenu à susciter l'intérêt des participants et a conduit à des échanges de nature à développer un travail réflexif et collaboratif.

Le changement de paradigme opéré, de l'école à la formation, permet d'engendrer un nouveau processus de médiation sémiotique complexe comme dispositif pour la formation. Ce nouveau processus permet dès lors aux futurs enseignants de développer des connaissances plus fines sur notre système de numération leur permettant de concevoir de manière plus experte leur enseignement auprès des élèves de l'école primaire. Ceci est dû à l'utilisation conjointe, et non isolée, de différents *bouliers* permettant, grâce à la mise en évidence de leur potentiel sémiotique, de « démêler » et réorganiser des connaissances parfois « floues » autour de notre système de numération.

7 Site du projet MARENE : http://python.espe-bretagne.fr/blog-gri-recherche/?page_id=201

VI - BIBLIOGRAPHIE

BARTOLINI Bussi, M. G. & MARIOTTI, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English & al. (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education, second edition* (pp. 746-783). New York and London: Routledge.

BESNIER, S., BUENO-RAVEL, L., GUEUDET, G. & POISARD, C. (2013). Conception et diffusion de ressources pour la classe issues de la recherche. L'exemple des apprentissages numériques à l'école. D. BUTLEN, (Dir.) *Actes de l'école d'été 17 de didactique des mathématiques*, Nantes.

BRISSIAUD, R. (2016). *J'apprends les maths avec Picbille (CP)*, Retz.

COPIRELEM (2015). *Numération à l'école primaire. Un scénario de formation.* Paris : ARPEME.

COUTAT, S., & FALCADE, R. (2012). Le rôle de l'enseignant dans une séquence de géométrie utilisant deux environnements, dynamique et statique, au cycle 3. Dans *Actes du 39e Colloque international de la COPIRELEM. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève* (p. 1-22). IREM de Brest.

DEBLOIS, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherches en Didactique des mathématiques,* ***16*** **(1)**, 71-128.

DURPAIRE J–L, MÉGARD M. (2010). *Le nombre au cycle 2. Ressources pour faire la classe.* CNDP. http://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf

POISARD, C. (2005). *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I.

POISARD, C. (2006). *La fabrication et l'étude d'instruments à calculer*, CultureMath. http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-l%C3%A9tude-dinstruments-%C3%A0-calculer

MARIOTTI M.A., MARACCI M. (2010). Un artefact comme outils de médiation sémiotique : une ressource pour l'enseignant. In: G. Gueudet, L. Trouche. *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Rennes: Presses Universitaires de Rennes et INRP), pp. 91-107.

MASCHIETTO, M., BARTOLINI BUSSI, M. (2012). Des scénarios portant sur l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Dans *Actes du 39ème Colloque international de la COPIRELEM. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*. IREM de Brest.

RABARDEL, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. *Actes de la Xème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. Houlgate, vol I, pp.203-213.

RIOU-AZOU, G. & SOURY-LAVERGNE, S. (2014). Malette d'outils mathématiques, le boulier et la pascaline. Dans *Actes du 41ème Colloque international de la COPIRELEM. Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?* Mont-de-Marsan.

TEMPIER F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2, *Grand N*, **86**, IREM de Grenoble, 59-90.

TEMPIER F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, Paris 7.

VII - ANNEXE (QUELQUES RESSOURCES SUR LES BOULIERS)

Très récemment (juin 2016), une série de textes a été mise en ligne sur le Site MathémaTICE avec la participation de plusieurs auteurs : « Le calcul mental à l'école : apports du boulier chinois » http://revue.sesamath.net/spip.php?article873 (Bueno-Ravel, L., Harel, Ch.), « Le boulier chinois, une ressource pour la classe et pour la formation des professeurs » http://revue.sesamath.net/spip.php?article883 (Riou-Azou, G., Dhondt, D., Moumin, E., Poisard, C.), « Perspectives didactiques sur le boulier : un questionnement renouvelé » http://revue.sesamath.net/spip.php?article887 (Gueudet, G., Bueno-Ravel, L.), « De l'abaque à jetons au boulier chinois : analyse d'une expérience au CE1 » http://revue.sesamath.net/spip.php?article889 (Poisard, C., Cochet, I., Tournès, D.)

Bernard Berttinelli a animé lors de la Copirelem 2015 un atelier intitulé « Les matériels pédagogiques ayant inspiré ma (longue) carrière ». Dans sa proposition figure une description du travail avec l'abaque à jonchets qui a engendré le boulier chinois et le « boulier vivant ».

D'autres textes sont disponibles et sont ceux figurant dans la bibliographie de la présentation de mon atelier. Je les introduis une nouvelle fois ici :

- Aymé, N. (1997). Le boulier chinois : histoire, technique, applications pédagogiques, http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/Seminaires/theme5.html

- Balacheff, N. Neyret, R. (1981). Bouliers et écriture des nombres au C.M. *Grand N, 25,* pp.39-82.

- Balacheff, N. Neyret, R. (1982). Bouliers et opérations au C.M. *Grand N, 28,* pp.67-87.

- Poisard, C. (2005). Les objets mathématiques matériels, l'exemple du boulier chinois. *Petit x, 68*, pp.39-67.

- Poisard, C. (2005). *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer.* Thèse de l'Université de Provence, Aix-Marseille I. http://tel.ccsd.cnrs.fr/tel-00011850

- Riou-Azou, G. (2015). Apports du boulier chinois en grande section de maternelle. *Repères – IREM, 98*, 5-37.

Il existe également un fascicule de Dominique Barataud et P. Lestiévent intitulé : *Abaque. Un outil au service des apprentissages* publié en 1990 : http://www.inshea.fr/fr/content/abaque-un-outil-au-service-des-apprentissages

Plusieurs vidéos sont disponibles sur le site Bande de séquences didactiques[8] avec deux propositions impliquant le boulier russe intitulé « *Le boulier au cycle 2 et au cycle 3*». Deux autres vidéos sont disponibles avec le boulier à tiges et s'intitulent « *L'abaque au cycle 2 et au cycle 3*». Ces deux vidéos vont étendre les potentialités de ces deux artefacts par rapport à ce qui a été fait dans l'atelier et constituent donc un apport complémentaire.

De nombreuses vidéos sont disponibles en ligne mettant en avant le côté spectaculaire des bouliers en Asie avec notamment des concours de calculs avec le boulier contre la calculatrice. Voici quelques liens sur les « machines à calculer » : https://www.youtube.com/watch?v=lpg_UEvocE4,

https://www.youtube.com/watch?v=lEw3Y3hxkd8,https://www.youtube.com/watch?v=TWWJEsCzIiM. D'autres sites décrivent comment procéder pour construire des bouliers en classe.

Cette recension n'est de loin pas exhaustive. Il existe en effet de nombreuses ressources scolaires et manuels qui proposent des activités autour des bouliers. Il existe également différents documents rédigés par des groupes ou institutions tels que celui-ci (de A. Batton pour le Groupe Départemental Maternelle du 95) : http://www.pedagogie95.ac-versailles.fr/plugins/fckeditor/userfiles/file/maternelle/decouvrir_le_monde/mathematiques/Utilisation_du_boulier.pdf

8 http://www.cndp.fr/bsd/index.aspx