COPIRELEM

Actes du 43e COLLOQUE INTERNATIONAL

des formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres



Le PUY-EN-VELAY du 14 au 16 juin 2016

Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : quelles orientations, quels enjeux ?

copirelem

IREM Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques Clermont-Ferrand

UNIVERSITE BLAISE PASCAL CLERMONT-FERRAND UBP

espe École supérieure du professorat et de l'éducation Clermont-Auvergne

Agglo le PUY en VELAY

Ville le PUY en VELAY

mgen

MAIF assureur militant

Crédit Mutuel Enseignant

maskott

ASL Autonome de Solidarité Laïque

AUVERGNE – RhôneAlpes

http://www.copirelem.free.fr/

ACTES

43ème Colloque international des Professeurs et des Formateurs de Mathématiques chargés de la Formation des Maîtres

Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : Quelles orientations ? Quels enjeux ?

Le Puy en Velay

Site ESPE, Université Clermont Auvergne, 8 rue J.B Fabre
mardi 14, mercredi 15 et jeudi 16 juin 2016

Colloque International

Sommaire

Présentation des actes …… 3
Présentation COPIRELEM …… 4
Liste des ateliers ……. 6
Liste des communications …… 7
Comité Scientifique ……... 8
Comité d'organisation ……..…….9
Bilan du comité scientifique ……..…..10
Bilan du comité d'organisation …….. 12

LES CONFERENCES 14

Conférence d'ouverture : Floriane Wozniak……..... 15
Conférence 2 : Jean- François Chesné 32
Conférence 3 : Laurent Theis..... 49

LES ATELIERS (résumés)..... 71

LES COMMUNICATIONS (résumés)..... 87

PRESENTATION DES ACTES

Ces actes se présentent sous la forme numérique téléchargeable sur le site de l'ARPEME (www.arpeme.fr).

La brochure papier contient les textes complets des conférences et les résumés des ateliers et des communications retenus pour publication par le Comité Scientifique. Elle est à diffusion limitée.

La brochure numérique contient les textes intégraux des conférences de Floriane WOZNIAK, Jean-François CHESNE et Laurent THEIS et les comptes rendus complets des ateliers et des communications sont disponibles dans la version numérique.

PRESENTATION COPIRELEM

La COPIRELEM, (**Co**mmission **P**ermanente des **IR**EM sur l'Enseignement **Élém**entaire) a été créée en 1975. Elle regroupe une vingtaine de représentants des différents IREM concernés par l'enseignement élémentaire. Tous ses membres sont des enseignants en ESPE chargés de la formation mathématique des professeurs d'école mais également des enseignants du second degré. Plusieurs sont engagés dans des recherches en didactique des mathématiques et sont invités à des colloques internationaux pour porter la voix de la COPIRELEM (EMF, ICMI,…).

La COPIRELEM s'investit à la fois dans des recherches sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire (enfants de 2 à 12 ans) et dans la formation des professeurs des écoles. Elle participe à la rédaction de documents sur des thèmes mathématiques communs à l'école et au collège avec la Commission Premier Cycle. Elle participe à la diffusion des recherches en didactique des mathématiques, en France et à l'étranger, auprès des formateurs de professeurs d'école.

La COPIRELEM produit des textes d'orientation (à la demande du Ministère, d'autres commissions IREM, des ESPE, *etc.*) sur des sujets en liaison, soit avec des thèmes mathématiques de la scolarité obligatoire (le calcul mental, les décimaux, la géométrie de l'école au collège), soit avec l'organisation de la formation des professeurs d'école (concours de recrutement, contenus de formation, *etc.*). Elle intervient également dans la formation des Inspecteurs de l'Education Nationale à de l'Ecole Supérieure de l'Education Nationale (ESEN de Poitiers).

La COPIRELEM organise un colloque annuel depuis 1975. Chaque colloque accueille entre 140 et 180 personnes en insistant sur une dimension internationale. Les conférences plénières, les communications et les travaux en ateliers font l'objet d'une publication *les Actes du colloque*.

Chaque année, la COPIRELEM édite les annales du concours CRPE de l'année en cours avec ses propres corrigés et des compléments pour préparer le concours.

Publications

- ✓ *Les Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques* Cahors 91 / Pau 92 / Colmar 93 / Angers 95 / Rennes 96 / Besançon 97
- ✓ *Les Cahiers du formateur (de professeurs d'école en didactique des mathématiques)* Perpignan 97 / Tarbes 98 / Aix 99 /Agen 2000 / Nancy 2001 / Pau 2002.
- ✓ *Les Actes des colloques annuels de la COPIRELEM* (depuis 1990).
  Paris 90 / Nice-Besançon 91/92 / Aussois 93 / Chantilly 94 / Douai 95 / Montpellier 96 / Saint Etienne 97 / Loctudy 98 / Limoges 99 / Chamonix 2000 / Tours 2001 / La Roche sur Yon 2002 / Avignon 2003 / Foix 2004/ Strasbourg2005/ Dourdan 2006 /Troyes 2007/Bombannes 2008/ Auch 2009 / La Grande Motte 2010 / Dijon 2011 / Quimper 2012 / Nantes 2013 / Mont de Marsan 2014/ Besançon 2015.

- ✓ *CONCERTUM : Carnet de route de la COPIRELEM* (édité par l'ARPEME).
  Sélection de travaux qui résume l'activité de la COPIRELEM depuis 10 années :
  1.Apprentissage et diversité (371 pages).
  2. Démarches et savoirs à enseigner (415 pages).
  3. Outils de formation (219 pages).
- ✓ *Le calcul Mental à l'école primaire, ressources et formation* (édité par l'ARPEME 2011).
- ✓ Annales des épreuves écrites du concours CRPE 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016 (édité par l'ARPEME).
- ✓ Florilège 2011, Florilège 2012 (édité par l'ARPEME).
- ✓ Préparation à l'épreuve écrite du CRPE 2013 (édité par l'ARPEME).

LISTE DES ATELIERS

	Hommage à J.F Grelier.		P. 72
A11	Evaluation/Notation des écrits en mathématiques pour les M2 MEEF 1er degré en alternance.	Voisin Samuel	P. 73
A12	Quels scénarios possibles pour une formation des M1 aux mathématiques de l'école primaire ?	Taveau Catherine	P. 74
A13	La distributivité : quel(s) savoir(s) et connaissance(s) pour enseigner la multiplication à l'école primaire ?	Constantin Céline	P. 75
A14	Former à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres géants.	Dias Thierry	P. 76
A15	Faire de l'informatique sans ordinateur à l'école.	More Malika	P. 77
A16	Les programmes de 2015 pour l'école maternelle : de nouvelles compétences numériques qui interrogent les enseignants.	Reydy Carine	P. 78
A17	Le boulier : un artefact numérique à haut potentiel pour la formation des enseignants primaire.	Marechal Céline	P. 79
A18	De la ressource à la séance de classe : Institutionnaliser : tâche impossible ?	Allard Cécile	P. 80
A22	Quels problèmes ouverts pour l'école primaire ?	Le Dantec Olivier	P. 81
A23	Enjeux et perspectives d'une formation des maîtres à des projets interdisciplinaires impliquant les mathématiques.	Cabassut Richard	P. 82
A24	Former les enseignants polyvalents à l'analyse de séances de mathématiques.	Blanchouin Aline	P. 83
A25	Simulation du matériel de numération « bûchettes ».	Brasset Nathalie	P. 84
A26	Faire des mathématiques avec des cartes et un robot, le projet OCINAEE.	Soury-Lavergne Sophie	P. 85
A27	Usage d'un cadre d'analyse pour s'approprier, concevoir et enrichir des situations de formation.	Petitfour Edith	P.86

LISTE DES COMMUNICATIONS

C11	Formation à l'enseignement des mathématiques au baccalauréat en adaptation scolaire et sociale à l'Université de Sherbrooke : enjeux, actions et perspectives.	Adihou Adolphe	P. 88
C12	La question des ressources pour la formation dans le travail des conseillers pédagogiques.	Leroyer Laurence	P. 89
C14	Accompagner une recherche – action en didactique des mathématiques dans le cadre du mémoire professionnel de fin d'études: quels objectifs de formation pour de futures enseignantes primaires et quelle posture d'accompagnement?	Stierli-Cavat Elisabeth	P. 90
C15	Formation des Professeurs des écoles et développement de compétences mathématiques.	Choquet Christine	P. 91
C16	De la situation-problème à l'analyse didactique : exemple du patron de cône en formation initiale des M1.	Jore Françoise	P. 92
C17	Le Journal des Mathématiques : un outil pour produire des mathématiques.	Kermovant Erik	P. 93
C18	Le rallye maths IREM 95 : des épreuves pour les classes, un outil de formation pour les enseignants.	Batton Agnès	P. 94
C21	Une situation de formation d'enseignants pour apprendre à voir en géométrie.	Coutat Sylvia	P.95
C23	La formation initiale de maîtres au Québec : une autre structure, d'autres enjeux.	Braconne-Michoux Annette	P. 96
C24	L'enseignent des maths par l'enseignant polyvalent : inventaire de différentes types de séances. Illustration au CP.	Blanchouin Aline	P. 97
C25	La pascaline comme moyen d'entrée dans une formation sur l'enseignement de la numération et du calcul au CP.	Soury-Lavergne Sophie	P. 98
C26	Quelle prise en compte des gestes professionnels du maître dans la production de ressources issues de recherches ?	Douaire Jacques	P. 99
C27	Une analyse d'un dispositif de formation initiale : des Ateliers de Pratique Professionnelle de mathématiques en maternelle.	Tisserand Ludovic	P.100

COMITE SCIENTIFIQUE

Président

Richard CABASSUT, Maître de Conférences, Laboratoire Interuniversitaire de Sciences de l'Éducation (LISEC), ESPE de l'Académie de Strasbourg, Université de Strasbourg, COPIRELEM, IREM de Strasbourg, président du comité scientifique.

Membres

Laetitia BUENO-RAVEL, Maîtresse de Conférences, Centre de Recherche sur l'Éducation, les Apprentissages et la Didactique (CREAD), ESPE de Bretagne, Université de Bretagne Occidentale, COPIRELEM.

Valentina CELI , Maîtresse de Conférences, ESPE d'Aquitaine, Laboratoire Cultures, Education, Sociétés (LACES), Université de Bordeaux, COPIRELEM.

Bruno COURCELLE, Formateur, ESPE de Clermont Auvergne, Université Clermont Auvergne.

Pierre EYSSERIC, Formateur, ESPE de l'académie d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, IREM de Marseille, COPIRELEM.

Edith PETITFOUR, Formatrice, ESPE de Lorraine, Université de Lorraine, COPIRELEM.

Claire MARGOLINAS, Maîtresse de Conférences, Laboratoire Activité, Connaissance, Transmission, Éducation (ACTÉ), Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand.

Anne-Cécile MATHÉ, Maîtresse de Conférences, Laboratoire Activité, Connaissance, Transmission, Éducation (ACTÉ), Université Blaise Pascal, ESPE, Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand.

Frédérick TEMPIER, Maître de Conférences, Université Cergy-Pontoise, Laboratoire de didactique André Revuz, COPIRELEM.

Claire WINDER, Formatrice, ESPE de l'Académie de Nice, Université Nice-Sophia Antipolis, COPIRELEM.

COMITE D'ORGANISATION

Responsable

Bruno COURCELLE, Formateur ESPE, Université Clermont Auvergne, site du Puy en Velay.

Membres

Guy BENAT, Formateur ESPE, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, site du Puy en Velay.

Grégoire COCHETEL, Formateur ESPE, directeur adjoint de l'ESPE Clermont-Auvergne.

Raphaël COUDERT, Formateur ESPE, responsable du site ESPE du Puy en Velay - Université Blaise Pascal.

Alex ESBELIN, Maitre de conférence, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, site de Chamalières.

Xavier NICOLAS, Formateur ESPE, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, site du Puy en Velay.

Olivier RIVIERE, Formateur ESPE, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, site de Chamalières.

BILAN DU COMITE SCIENTIFIQUE

Depuis plusieurs années, l'enseignement des mathématiques et la formation des maîtres sont dans une période de profond renouvellement. Dès 2016, en France, les nouveaux programmes pour l'école primaire et pour le collège prévoient en effet une réorganisation des cycles d'enseignement, avec notamment la définition d'un nouveau cycle CM1/CM2/6ème. Les approches transversales et interdisciplinaires y sont renforcées, ainsi que la place du numérique. D'autre part, les conditions de formation et de recrutement des professeurs des écoles ont été modifiées en France par la création des Ecoles Supérieures du Professorat et de l'Education (ESPE), par les nouvelles modalités du concours, par le référentiel des compétences des enseignants de 2013, ainsi que par le renforcement de la formation en alternance.
Quelles sont les orientations et les enjeux de ces nouveaux rapports au savoir et à la formation ? Quelles libertés et quelles contraintes apparaissent dans ces espaces d'apprentissage, d'enseignement et de formation ?

Un premier axe de réflexion a porté sur les enjeux de la formation pour les élèves. On s'est intéressé notamment à la relation entre la formation et les situations d'apprentissage, leurs évaluations, la remédiation, la différenciation et les ressources pour les élèves. Les nouvelles demandes institutionnelles au niveau des élèves ont été étudiées : place du numérique, place des disciplines, organisation curriculaire et impact sur les programmes et la formation.

Le deuxième axe a concerné les enjeux de la formation pour les enseignants et leurs formateurs :

- contenus de formation (mathématiques, didactiques et pédagogiques)
- modalités de formations (formation initiale, maquettes, formation en alternance, formation continue ; parcours de formation, séance de formation) ;
- ressources pour la formation (différents types de ressources ; conception ; analyse)
- analyse des formations (et de leur impact sur les formés) ;
- évaluation des formations mises en œuvre.

Un dernier axe a étudié les enjeux de la formation sur plan institutionnel : commandes institutionnelles ? évolution curriculaire ? implantation dans la formation et dans l'enseignement ?
Trois conférenciers ont contribué à la réflexion sur ces questions, en échangeant notamment expériences et recherches, tant au niveau national qu'international : Jean-François Chesné, Docteur en Didactique des mathématiques, Directeur scientifique du Conseil national d'évaluation du système scolaire ; Laurent Theis , Professeur , Université de Sherbrooke, Canada et Floriane Wozniak, Maîtresse de Conférences, Université de Montpellier, Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Didactique, Éducation et Formation (LIRDEF EA 3749). Communications et ateliers ont complété cette réflexion.

Le comité scientifique a examiné, avec rigueur et bienveillance, les propositions des quinze ateliers et des quinze communications qui ont été proposés au colloque. Beaucoup de propositions ont été améliorées à la suite de cet examen. Deux communications n'ont pas donné

lieu à compte rendu et nous le regrettons. Notre regretté collègue, Jean-François Grelier est décédé avant d'avoir pu produire le compte rendu de son atelier et nous lui rendons hommage dans ces actes. Dans l'évaluation des conférences, des ateliers et des communications, parmi les avis exprimés, 52 % étaient très positifs, 32 % positifs, 12% avis partagés, 4 % plutôt négatifs et 1 % négatifs, c'est dire que dans l'ensemble le programme scientifique a été apprécié.
Que le comité d'organisation du site du Puy-en-Velay soit remercié pour la qualité de l'accueil, avec une mention particulière pour Bruno Courcelle membre du comité scientifique et président du comité d'organisation, qui a assuré la liaison entre les deux comités avec une efficacité redoutable.
Pour terminer, que les membres du comité scientifique soient remerciés pour le travail d'étude des différentes propositions.

Richard Cabassut
Président du comité scientifique
Maître de Conférences, Laboratoire Interuniversitaire des Sciences de l'Education (LISEC)
Université de Strasbourg IREM de Strasbourg, COPIRELEM

BILAN DU COMMITE D'ORGANISATION

En juin 2015 lorsque j'ai accepté, un peu naïvement de prendre en charge l'organisation du colloque, je ne me doutais pas de l'ampleur de la tâche qui m'attendait.

Je dois dire que j'ai eu à faire avec de nombreuses personnes qui se sont montrées dans l'ensemble compréhensives et bienveillantes.

Le premier atout dont j'ai pu bénéficier fut le soutien de mes collègues, du responsable de site et de la gestionnaire qui n'ont pas hésités à m'encourager et me venir en aide. Ce fut un travail d'équipe.

Le deuxième atout vient du fait que l'organisation de cet évènement a commencé très tôt dans l'année, ce qui m'a permis de gérer les différentes tâches dans la sérénité. De plus les nombreuses étapes et échéances avaient été notifiées dans le vadémécum réalisé par A. Simard l'organisateur du précédent colloque. Même si j'ai eu à faire face à des situations inédites comme celle de la venue de formateurs africains ou le désistement au dernier moment d'un conférencier, tout est rentré dans l'ordre.

Un troisième atout fut le site ESPE du Puy, qui a pu accueillir en un seul lieu tous les participants. Les salles d'ateliers, l'amphi, la restauration et la grande salle expo où nous nous sommes retrouvés pour les pauses et la soirée festive étaient dans le même bâtiment. Cette unité de lieu a contribué à donner une ambiance chaleureuse et conviviale à ce colloque.

Le bilan montre que les participants (129) ont été très satisfaits de la qualité de l'accueil et de l'organisation des différents moments prévus pendant ce colloque. Nous avons pu partager des temps de travail et de détente, car il n'y avait que deux plages d'ateliers prévues au lieu de trois habituellement. Ceci nous a permis de faire découvrir aux participants notre charmante petite ville du Puy.

Je ne regrette absolument pas de m'être lancé dans cette aventure riche en expériences et imprévus.

Bruno Courcelle
Responsable de l'organisation du colloque
Formateur ESPE

REMERCIEMENTS

En tant que responsable de l'organisation matérielle du 43ème Colloque de la COPIRELEM, je tiens à remercier toutes les personnes et les institutions qui ont permis et facilité ce travail de longue haleine.

Grâce à l'aide mes collègues du site du Puy en Velay, X. Nicolas, M. Mangin, G. Bénat, C. Filère, aux secrétaires S. Bec et A. Wierzba, à la gestionnaire M.C Arnaud, au responsable de site R. Coudert et au soutien de l'ESPE de Clermont, j'ai pu surmonter les différents obstacles qui n'ont pas manqués de se dresser sur ma route.

Je tiens aussi à remercier l'IREM de Clermont et particulièrement T. Lambre le directeur et la secrétaire F. Tolédo que j'ai mise de nombreuses fois à contribution.

Je remercie également la marie, l'office du tourisme, la communauté d'agglomération représentés par la personne de B. Bénat et les partenaires MAIF, MGEN, ASL, Crédit mutuelle qui ont tout mis en œuvre pour que le séjour des participants soit le plus agréable possible.

CONFERENCES

FORMER LES PROFESSEURS : ALLER A L'IDEAL ET COMPRENDRE LE REEL.

Floriane Wozniak
Université de Montpellier
LIRDEF EA 3749
floriane.wozniak@umontpellier.fr

Résumé
Ce texte illustre comment les outils développés en didactique des mathématiques permettent de comprendre les changements qui s'opèrent au sein de l'École et les contraintes qui pèsent sur les pratiques des enseignants. Ceci conduira à poser comme idéal de la formation initiale des professeurs l'identification des problèmes qui se posent à eux comme des problèmes de la profession et de créer les conditions de leur dépassement.

I - INTRODUCTION

Dans le contexte du renouvellement des programmes d'enseignement à l'école primaire[1] et de la création des écoles supérieures du professorat et de l'éducation[2], la question des enjeux de la formation des professeurs des écoles se pose de façon cruciale. Pour apporter quelques éléments de réponses, j'adopterai ici le point de vue de la recherche en didactique des mathématiques. Déterminer les enjeux de la formation, c'est-à-dire les besoins de formation des professeurs, nécessite de comprendre les conditions et les contraintes qui pèsent sur les pratiques. C'est ce que je vais illustrer en considérant un exemple de pratique enseignante, telle qu'elle s'est présentée dans une revue professionnelle.

Un exemple de pratique de classe inversée

À l'occasion de la semaine de la classe inversée du 25 au 29 janvier 2016 qui s'est déroulée dans 17 académies en France[3] et 10 pays, la revue en ligne[4] *le café pédagogique*, a interrogé un professeur de mathématiques en collège engagé dans ce type de démarche. Ce professeur est présenté comme :

> … un professeur qu'on pourrait décrire comme touche à tout. Féru de technologie, c'est avec envie et hardiesse qu'il s'est penché sur la classe inversée, pour « gagner du temps » et se concentrer sur les difficultés des élèves.

La présentation flatteuse conduit le lecteur à supposer qu'il faut avoir des caractéristiques personnelles et des compétences particulières pour pratiquer ce type de démarche : être curieux, enthousiaste à sortir de sa routine et avoir des compétences techniques. Quant aux motivations qui ont conduit le professeur interrogé à se lancer dans une telle aventure, l'une dit implicitement une contrainte de l'école – s'il faut « gagner du temps », c'est qu'on en manque pour faire ce qui est à faire – et l'autre rappelle la

1 De nouveaux programmes sont entrés en vigueur à l'école maternelle en septembre 2015 et entreront en vigueur en septembre 2016 à l'école élémentaire.

2 Les écoles supérieures du professorat et de l'éducation (ESPE) ont été créées le 1er septembre 2013 et le concours de recrutement des professeurs des écoles, le CRPE, a été modifié en 2014.

3 Il y a 30 académies en France métropolitaine et hors métropole.

4 Quotidien créé en 2001 sur l'actualité de l'École. L'entretien dans sa totalité est lisible à l'adresse consultée le 16/09/2016 :
http://www.cafepedagogique.net/lemensuel/lenseignant/sciences/maths/Pages/167_Sommaire.aspx.

prescription faite aux professeurs de prendre en charge les difficultés des élèves. Voici ce que ce professeur dit de sa pratique :

Depuis quand vous êtes-vous intéressé à la classe inversée ?
Je me suis lancé dans la classe inversée il y a bientôt 3 ans. J'étais en collège rural avec un public très hétérogène et je savais qu'à la rentrée suivante j'allais avoir des classes de troisième à 29 ou 30 élèves. J'avais besoin de trouver une solution pour gagner du temps pour eux en classe. C'est à ce moment-là que j'ai découvert le principe de la classe inversée et après de longues heures de recherches sur Internet, j'ai réussi à envisager de quelle manière je voulais mettre ça en place. J'ai dès lors testé avec mes classes de troisièmes pour expérimenter. Au début ils se sont demandé d'où me venait cette idée, mais ils m'ont fait confiance et l'alchimie a très vite fonctionné.

Comment organisez-vous la classe ?
Mon fonctionnement en classe inversée demeure assez basique par rapport à d'autres collègues. Je trouve que les mathématiques se prêtent bien à la mise en place de cette pédagogie.
L'objectif était vraiment de mettre en autonomie les tâches cognitives les plus simples pour passer plus de temps en classe aux côtés des élèves, en activité, sur les tâches cognitives les plus complexes.
Concrètement, je prépare d'abord une capsule vidéo dans laquelle soit je présente un concept mathématique et le cours qui va avec, soit je corrige une activité d'introduction accompagnée toujours du point de cours associé.
Le soir, chez eux, les élèves doivent regarder la capsule de cours (éventuellement après avoir fini l'activité d'introduction commencée en classe) et compléter la partie écrite du cours qui se présente sous la forme d'une photocopie d'un texte à trou.
L'objectif de ce dernier exercice est, d'une part, de vérifier que les élèves ont pris le temps de regarder la vidéo, et, d'autre part, de remplir à la maison la trace écrite pour ne pas perdre de temps en classe à recopier une leçon. Le lendemain, en cours, on fait le point sur la vidéo (qui n'a pas vu, pourquoi, on résume rapidement) et on corrige rapidement le document de cours.
Souvent je projette le document avec une police manuscrite pour les parties à compléter par les élèves afin qu'ils s'y retrouvent. Ensuite commence « la séance d'exercices ». J'indique au tableau les exercices qui vont être faits et les élèves se lancent en autonomie dans leur travail.
J'ai ainsi tout le temps nécessaire pour aller les voir afin d'éclaircir un énoncé, d'expliquer une méthode, de clarifier un point de cours. Durant cette séance d'exercices, les élèves sont notamment autorisés à revoir les capsules vidéo pour revoir une notion ou pour s'inspirer des exemples ou exercices types.

Dans vos séances, vous favorisez le travail entre pairs ?
Oui, les élèves sont installés en îlots, ce qui favorise notamment les échanges entre eux et l'aide. Ils sont parfois amenés à réaliser des corrections d'exercices en vidéos afin d'expliquer à leur camarade tout en évitant la phase de correction au tableau qui peut s'avérer longue et laborieuse.

Il y a probablement une différence entre ce qui est décrit dans cet entretien et la réalité de ce qui se passe dans la classe. Aussi, mon propos n'est pas de faire une critique du dispositif de la classe inversée, mais de regarder ce que dit ce professeur de sa pratique comme une réponse à une question qui, en réalité, est posée à l'ensemble de la profession. En premier lieu, plusieurs constats peuvent être faits :

- il n'y a pas de changement dans la structure ternaire aujourd'hui classique de l'enseignement des mathématiques « activité introductive/cours/exercices » ;

- le temps didactique est segmenté : d'un côté le temps de la transmission (vidéos) et de l'autre le temps de l'appropriation (les exercices) ;

- les savoirs « encapsulés » sont exposés, ils ne sont pas construits collectivement comme une réponse à une question ;
- la *mésogenèse*[5] est totalement contrôlée par le professeur ;
- le *topos* de l'élève est réduit par une organisation didactique qui corsète son activité : une linéarisation est imposée par le support vidéo par exemple (il est plus aisé d'aller chercher directement une information dans un cahier que dans une vidéo) et l'institutionnalisation (qui prend la forme d'un texte à trou) n'est pas co-construite mais externalisée hors la classe.

Ainsi, le dispositif tel qu'il apparaît à travers cet entretien, réduit le collectif et isole l'individu pour développer une relation duale professeur-élève. La responsabilité individuelle de l'élève dans le processus d'apprentissage est accrue tandis qu'on n'apprend plus ensemble mais les uns à côté des autres.

Par ailleurs, le professeur se dit satisfait du dispositif. C'est effectivement une condition absolument nécessaire pour continuer à le mettre en œuvre au regard de l'importance de la charge de travail de préparation généré. Cependant, aucune objectivation de l'effet sur les apprentissages n'est véritablement réalisée :

> « […] Certains ont réussi à progresser car ils ont pu réécouter autant de fois que nécessaire les explications données dans les capsules et bénéficier d'une aide individualisée. »
> « […] le manque d'investissement de certains élèves pour qui regarder une vidéo à la maison constitue encore un travail personnel trop important. Dans l'ensemble, une majorité d'élèves fait plus facilement ses « devoirs » lorsqu'il s'agit uniquement de regarder une capsule plutôt que de faire des exercices, mais il reste néanmoins quelques irréductibles. »

Cette absence d'objectivation s'explique par trois faits majeurs. D'une part, ce qui est valorisé par l'institution scolaire est l'aspect « inventif » ou « novateur ». D'autre part, ce dispositif de « classe inversée » est une réponse à une double contrainte subie par les professeurs : la baisse du temps d'enseignement[6] et l'exigence d'individualisation de l'enseignement. Il s'agit en effet pour les professeurs d'aujourd'hui de donner plus à chacun avec moins de temps pour tous. Enfin, ce dispositif est une réponse à une nouvelle demande institutionnelle, l'introduction du numérique à l'école.

La classe inversée apparaît alors comme un moyen de répondre à ce qui peut apparaître comme une injonction paradoxale : Faire mieux (en prenant en charge chacun), différemment (en utilisant le numérique), avec moins de temps pour tous ! C'est ainsi que l'externalisation de l'institutionnalisation émerge comme la solution à un problème de chronogenèse – faire avancer le temps didactique – vécu durement.

Cependant, dans cet entretien, il y a un grand absent. Rien n'est dit sur le contenu d'enseignement, sur les mathématiques que rencontrent les élèves … car le dispositif de la classe inversée est aussi un symptôme du système scolaire : impuissant à agir sur certains déterminants de l'action didactique, il dirige son action vers l'élaboration de nouveaux dispositifs d'enseignement. Or une intervention au

---

[5] La *mésogenèse* est le procédé par lequel le milieu d'une situation se fabrique, se développe et s'enrichit.

La *topogenèse* est le procédé par lequel la place et les attributions (le *topos*) des sujets d'une institution – professeur et élèves au sein d'une situation didactique en classe – sont fixées.

La *chronogenèse* est le procédé par lequel la temporalité de la diffusion et de l'acquisition des savoirs est modifiée.

[6] La baisse du temps d'enseignement peut être le fruit d'une baisse effective des horaires d'enseignement dans une discipline donnée, d'une augmentation du volume de ce qui est enseigné à horaire constant ou encore d'une élévation du niveau d'exigence dans la maîtrise de ce qui est enseigné.

niveau pédagogique, c'est-à-dire sur l'organisation de l'étude, ne règle pas les difficultés spécifiquement liées aux contenus enseignés qui, elles, se situent au niveau didactique[7].

Si j'ai choisi en guise d'introduction de rendre compte de cet entretien, c'est qu'il permet d'illustrer un fait essentiel : ce que vit ce professeur comme un problème personnel est en réalité le problème d'une profession qui, avec les mots de la théorie anthropologie du didactique, se formulerait ainsi : *Comment dépasser les contraintes chronogénétiques sans en rabattre sur la topogenèse et la mésogenèse* ? Autrement dit, comment répondre aux contraintes liées au temps didactique en préservant une place et un rôle aux élèves dans la construction des apprentissages ?

L'objet de ce texte est donc de montrer que l'enjeu majeur de la formation initiale des professeurs est de leur permettre d'identifier les problèmes qui se posent à eux comme des problèmes de la profession et de créer les conditions de leur dépassement. Dans une première partie, il s'agira de « comprendre le réel », en considérant certains des déterminants de l'action des professeurs. Dans un second temps, j'envisagerai comment « aller à l'idéal » d'une formation des professeurs des écoles adossée à la recherche pour répondre aux attentes de la société et aux besoins de l'école. Pour ce faire, je dégagerai certaines des conditions du développement professionnel des enseignants débutants en m'appuyant sur les travaux développés au sein de la théorie anthropologique du didactique.

II - COMPRENDRE LE RÉEL

Je l'ai évoqué en introduction, je me fonde sur un postulat : les praxéologies d'un professeur singulier sont des instanciations des praxéologies[8] des professeurs. Ce faisant, j'opère un changement de point de vue en transformant la question initiale qui renvoie à un individu: *Pourquoi M. XY fait ce qu'il fait* ? en une nouvelle question qui renvoie au collectif *Pourquoi le professeur fait ce qu'il fait* ? Le glissement d'un sujet singulier vers un sujet générique représentant d'un groupe déplace ainsi l'objet d'étude des individus vers ce qui détermine l'action des individus. Aussi, dans cette première partie je présenterai certains déterminants qui permettent de comprendre *Pourquoi le professeur est-il amené à faire ce qu'il fait ?* En premier lieu, la société.

1. École et société

Les sociologues comme les historiens de l'éducation ont montré combien les systèmes éducatifs dépendent de la religion, du système politique, de l'état des connaissances scientifiques, techniques ou artistiques d'une société à un moment donné.

> « À Athènes, on cherchait à former des esprits délicats, avisés, subtils, épris de mesure et d'harmonie, capables de goûter le beau et les joies de la pure spéculation ; à Rome, on voulait avant tout que les enfants devinssent des hommes d'action, passionnés pour la gloire militaire, indifférents à ce qui concerne les lettres et les arts. Au Moyen Age, l'éducation était avant tout chrétienne ; à la Renaissance, elle prend un caractère laïc et plus littéraire ; aujourd'hui, la science tend à y prendre la place que l'art y occupait autrefois. » (Durkheim, 1922, p. 44)

[7] L'organisation de l'étude a évidemment une incidence forte sur les savoirs qui peuvent vivre dans une classe. Dans la situation d'agrandissement d'un puzzle proposée par Guy Brousseau, l'absence de rétroaction du milieu lorsque l'élève construit seul la totalité du puzzle agrandi met le professeur dans l'impossibilité d'invalider une technique erronée autrement que par un argument d'autorité. Ceci crée une incompréhension chez l'élève qui passe alors à côté des apprentissages visés. Néanmoins, l'organisation de l'étude ne peut prendre en charge, par exemple, ce que Guy Brousseau appelle des obstacles épistémologiques.

[8] En théorie anthropologique du didactique, toute activité humaine peut se modéliser en terme de praxéologie : un type de tâche pour être accompli met en œuvre une technique qui peut être décrite, justifiée, développée sur la base d'un discours technologique qui s'inscrit lui-même au sein d'une théorie. Type de tâche et technique constituent le bloc *praxis* tandis que technologie et théorie constituent le bloc *logos*.

Au-delà des objectifs assignés à l'école, les travaux de Nathalie Mons ont révélé qu'un sujet éminemment didactique comme la prise en charge des difficultés des élèves avait un traitement différent suivant les sociétés. Elle en distingue trois :

> « 1) Un modèle dit de l'intégration individualisée, où des modes de soutien individualisé existent, et pas seulement pour les élèves faibles, tout recours au redoublement et toute organisation par classes de niveau étant impossibles. Les pays de l'Europe du Nord relèvent tous de ce type.
> 2) Le modèle dit de l'intégration à la carte, où à nouveau existe un tronc commun, « relativement commun », précise Nathalie Mons, mais avec possibilité de groupes de niveau et une gestion des difficultés moins individualisée. On trouve dans ce groupe l'Australie, le Canada, la Nouvelle-Zélande, les États-Unis et le Royaume Uni.
> 3) Enfin, le modèle dit le l'intégration uniforme gère les difficultés des élèves face à un tronc commun long par des solutions telles que le redoublement, parfois des classes de niveau, voire des sorties du système sans qualification. Ici se regroupent des pays comme l'Italie, la France ou le Portugal. » (Dubet, Duru-Bellat & Vérétout, 2010, p. 93).

École et société sont donc étroitement liées dans les buts assignés à l'École autant que dans les moyens pour les atteindre. L'exemple de la réforme des « mathématiques modernes » des années 1970 est à ce titre emblématique[9] de ce que les contenus mêmes des programmes d'enseignement sont dictés par les besoins de la société :

> « Dès 1958, l'OECE et la création d'un Bureau du Personnel Scientifique et Technique, dont l'un des objectifs est de "rendre plus efficace l'enseignement des sciences et des mathématiques". En novembre 1959, l'OECE organise un séminaire de dix jours […]. L'objectif de ce colloque est de promouvoir une réforme du contenu et des méthodes de l'enseignement des mathématiques à l'école secondaire (12-19 ans). » (Bkouche, Charlot & Rouche, 1991, p. 27).

Si la société impose à l'école ses buts et son organisation, pèse sur ses méthodes et ses programmes, elle n'est pas le seul déterminant de l'action didactique. C'est ainsi que certaines conditions doivent être réunies, qui ne dépendent pas des seuls besoins de la société, pour que les programmes d'enseignement changent effectivement.

2. Conditions des changements curriculaires

En didactique des mathématiques, Yves Chevallard (1991) a le premier étudié les phénomènes de transposition didactique : l'origine des savoirs enseignés à l'école, la façon dont ils se transforment *via* le filtre des institutions qu'ils traversent depuis l'institution qui les produit jusqu'à l'institution scolaire, leur introduction ou leur éviction des programmes d'enseignement ou encore les conditions de leur existence. Deux conditions « écologiques » pour qu'un objet de savoir entre dans le curriculum scolaire ont ainsi pu être identifiées :

> « D'une part le savoir enseigné – le savoir traité à l'intérieur du système – doit être vu, par les « savants » eux-mêmes, comme suffisamment proche du savoir savant, afin de ne pas encourir le désaveu des mathématiciens, qui minerait la légitimité du projet social, socialement accepté et soutenu, de son enseignement. D'autre part, et dans le même temps, le savoir enseigné doit apparaître comme suffisamment éloigné du savoir des parents (ou du moins de ces fractions de classes qui, dans telle formation sociale donnée, tiennent le haut du pavé en matière d'éducation),

[9] L'OECE est l'organisation européenne de coopération économique, devenue en 1963 l'OCDE, organisation de coopération et de développement économique. La lecture des commentaires à l'issue des résultats des tests PISA pilotés par l'OCDE permettent de mesurer le poids de cette institution économique d'obédience libérale sur les politiques publiques d'enseignement et conséquemment sur l'organisation des systèmes scolaires et leurs contenus d'enseignement.

c'est-à-dire du savoir banalisé dans la société (et banalisé notamment par l'école !).» (Chevallard, 1991, p. 26).

En considérant les besoins de la société et les conditions liées à la transposition didactique, on peut constater concernant le « numérique » :

1) un besoin de savoirs est clairement identifié dans la société : l'économie du numérique est un facteur de croissance dans les sociétés industrialisées et un secteur pourvoyeur d'emplois ;

2) l'existence d'une institution[10] légitimante pour ces savoirs : si dans les dernières décennies une théorie mathématique de l'informatique s'est développée en lien avec la logique, dans le même temps, des domaines des mathématiques comme les mathématiques discrètes, la modélisation ou la simulation ont su profiter des apports de l'informatique ;

3) l'incompétence des parents à assumer la formation requise : de nos jours, en France, la programmation par exemple reste une affaire de spécialistes qui nécessite une formation spécifique.

Les conditions d'un changement curriculaire étant remplies, la récente introduction de l'algorithmique dans les programmes d'enseignement était donc inéluctable.

Après avoir regardé certains des déterminants qui pèsent sur les savoirs à enseigner, je vais à présent m'intéresser aux professeurs eux-mêmes et à certains des éléments qui déterminent leur action dans la classe.

3. Le professeur et ses assujettissements

Un postulat fondateur de la théorie anthropologique du didactique est que les mathématiques sont une activité humaine qui se produit, se diffuse, se pratique et s'enseigne au sein d'institutions. Or dans une institution donnée, ce que fait un sujet avec un objet dépend de la position que ce sujet occupe au sein de cette institution. Les praxéologies que le sujet développe à propos de cet objet sont le fruit d'un rapport institutionnel à cet objet. À titre d'illustration[11], voici quatre techniques de résolution du problème « si 8 images coûtent 10 €, quel est le prix de 3 images ? », reposant sur l'hypothèse que chaque image a le même prix :

(1) La théorie des rapports et proportions[12] qui avait cours au XIXe dans les traités d'arithmétique permet de dire que 8 est à 10 comme 3 est à x, ce qui s'écrit 8 :10 :: 3 :x.

L'égalité des produits des extrêmes et des moyens donne alors : $8 \times x = 10 \times 3$ et $x = (10\times3)/8$.

(2) La modélisation par une fonction linéaire en vogue dans la période des « mathématiques modernes » conduit à effectuer une petite suite de calculs :

si $f(8) = 10$ alors $f(3) = f(3/8\times 8) = 3/ 8\times f(8) = 3/ 8\times10$.

(3) Le recours à un tableau de proportionnalité, très utilisé dans les années 1990, amène l'utilisation de la technique du « produit en croix » :

Nbre d'images	8	3
Prix (€)	10	*x*

Soit $x = (10\times3)/8$.

---

10 Si l'informatique s'est initialement développée à l'université au sein des départements de mathématiques, elle gagne en autonomie dans certaines universités pour constituer à elle seule un département d'enseignement et de recherche.

11 J'emprunte l'idée à Chevallard (1999). Le lecteur trouvera plusieurs extraits d'ouvrages qui illustrent la diversité des techniques et des discours employés pour résoudre ce type de problème à l'adresse consultée le 16/09/2016 : http://jl.bregeon.perso.sfr.fr/Regletrois.htm.

12 De son côté, Bézout (1821) parle de proportion géométrique : « La propriété fondamentale de la proportion géométrique est *le produit des extrêmes est égal au produit des moyens* ; par exemple, dans la proportion 3 :15 ::7 :35, le produit de 35 par 3, et celui de 15 par 7, sont également 105. »

(4) La « règle de trois » actuellement en vigueur à l'école élémentaire repose sur un raisonnement qui passe par le retour à l'unité[13] :
si 8 images coûtent 10 euros, alors une image coûte 10 € : 8 = 1,25 € et 3 images coûtent 3 × 1,25 € = 3,75 €.

De ces exemples, nous pouvons tirer deux leçons : d'une part, le rapport institutionnel à un objet n'est pas immuable et peut varier dans le temps. D'autre part, même si le professeur connaît toutes ces techniques, la seule qu'il enseignera sera celle mentionnée dans les programmes scolaires en vigueur. Le rapport aux objets qui peut se construire dans une institution donnée pour un sujet donné, dépend des « pratiques du moment » dans cette institution.
Cependant, chaque individu est le sujet successivement et simultanément de différentes institutions. Le rapport personnel qu'il a avec un certain objet se construit ainsi à partir des différents rapports institutionnels à cet objet qui prévalaient dans les institutions au moment où il les côtoyait. C'est dans cette pluralité d'assujettissements que l'individu construit son propre chemin. Le professeur, comme individu, a été ou est le sujet de diverses institutions comme par exemple, l'école où il a occupé successivement les positions d'élève, collégien, lycéen, étudiant puis professeur ; l'institut de formation des enseignants ; la profession d'enseignants avec ses normes, ses valeurs et ses pratiques ; l'institution scolaire comme enseignant qui doit appliquer des programmes officiels et rendre des comptes aux inspecteurs et aux parents. Mais il est aussi membre de la société française et de bien d'autres institutions. C'est ainsi que les fichiers et manuels, les collègues, les sites et blogs d'enseignants, les revues professionnelles ou syndicales, l'école de formation doivent être regardées comme autant d'institutions qui peuvent légitimer les praxéologies d'un professeur. Et l'institution la plus légitime aux yeux des professeurs n'est pas toujours celle qu'on pourrait imaginer.
Pour éclairer ce point je vais évoquer le mémoire professionnel de deux étudiantes de 2e année de master[14] MEEF portant sur l'énumération (Freyd & Jilli, 2016) que j'ai récemment dirigé. Dans la bibliographie de ce mémoire se trouvent des références qui attestent d'un accompagnement dans ce travail de réflexion au plus près des recherches en didactique des mathématiques dans ce domaine, par exemple :

Briand, J., Lacave Lucian, M.-J., Harvouët, M., Bedere, D. & Goua de Baix, V. (1999). Enseigner l'énumération en moyenne section, *Grand N, 66*, 7- 22.
Margolinas, C. & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école primaire: approche didactique.* Bruxelles: De Boeck.
Margolinas, C. Wozniak, F. & Rivière, O. (2015). Situations d'énumération et exploration des collections. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 35(1)*, 183-220.
Rousson, L. (2010). *Effets de variables didactiques sur la résolution d'un problème d'énumération en maternelle.* Mémoire master HPDS, université Claude Bernard, Lyon 1.

Inévitablement, les auteures de ce mémoire ont aussi consulté sur Internet des sites professionnels comme des sites de circonscription[15] ou d'inspections académiques[16] sur lesquels se trouvent des

---

13 Il semble que le succès de l'ouvrage d'Antoine André Louis Reynaud (1810) ait contribué au remplacement de la méthode reposant sur la théorie des proportions par celle-ci : « Par exemple, pour résoudre ce problème : *4 ouvriers ont fait 20 toises d'ouvrage ; combien 9 ouvriers en feront-ils* ? On nommait *x*, l'ouvrage inconnu ; et l'on posait la proportion… 4 *ouvriers* : 9 *ouvriers* :: 20 *toises* : *x*. Le dernier terme étant égal au produit des *moyens*, divisé par l'*extrême* connu ; l'Élève, qui appliquait machinalement cette règle, multipliait 9 ouvriers par 20 toises, et divisait le produit par 4 ouvriers ; ce qui est absurde. Le raisonnement que je substitue est très simple ; on dit : si 4 ouvriers font 20 toises, un ouvrier ferait le quart de 20 toises, ou 5 toises ; les 9 ouvriers feront donc 9 fois 5 toises, ou 45 toises. » (Reynaud, 1810, p. XXXVIJ).

14 MEEF : métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation.

15 Les écoles maternelles et primaires d'une même zone géographique sont regroupées au sein d'une circonscription qui est animée par un inspecteur de l'éducation nationale et une équipe de conseillers pédagogiques de circonscription.

ressources pour l'enseignement. C'est ainsi, que dans leur écrit ces étudiantes se réfèrent à la fiche « nombre » élaborée par une conseillère pédagogique[17] pour donner la définition du subitizing : « Le subitizing est la capacité d'énumération immédiate des unités jusqu'à 3 » (Op. cit., p. 25). Dès lors, une confusion s'installe dans le texte entre énumération et dénombrement :

> « Après le rappel du matériel pour le bon déroulement du jeu, l'élève doit lancer trois fois le dé et mettre dans le récipient le nombre de bouchons bleus qu'indiquent les doigts de la main, sur chaque face du dé. L'objectif est : énumérer la collection de bouchons disposés dans le récipient après les trois lancers. » (op. cit., p. 28)
> « Les élèves au moment de l'accueil peuvent énumérer le nombre de feux verts dont ils disposent. Cette situation va leur permettre d'énumérer le nombre de feux détenus. » (op. cit., p. 32)

Or précédemment dans leur écrit, les auteures avaient pris soin de distinguer énumération et dénombrement : « L'énumération est une connaissance qui intervient dans le dénombrement. L'énumération est bien plus » (op. cit., p. 12). Distinction explicitement faite au cours de la soutenance orale de leur mémoire quand il s'est agi de définir l'énumération mais qui est devenue labile au moment de répondre aux questions. Ce que révèlent ces lapsus calami est une réalité qui apparaît bien cruelle pour les formateurs d'enseignants de l'école primaire : la légitimité est davantage du côté de la classe, des corps d'inspection que du côté de la formation universitaire et de la recherche. Il y a bien une hiérarchie dans les assujettissements.

III - ALLER À L'IDÉAL

Revenons au problème du professeur : Comment organiser l'étude d'un objet de savoir mathématique ? La réponse est double. D'une part, il s'agit de réaliser un travail de transposition didactique *interne*, c'est-à-dire élaborer une organisation mathématique conforme au rapport institutionnel que veut instaurer l'école. D'autre part, le professeur doit concevoir l'organisation didactique qui permettra aux savoirs mathématiques à enseigner d'émerger de la situation d'enseignement. Cette réponse $R\heartsuit$ est l'*œuvre* du professeur (Margolinas & Wozniak, 2009).

1. L'œuvre du professeur

Le travail d'élaboration de $R\heartsuit$ s'appuie sur l'observation, l'analyse et l'évaluation de ressources $R\heartsuit_i$ qui sont des réponses déjà présentes dans la culture. Ce sont par exemples les manuels, les guides pédagogiques, les sites Internet, les ressources produites au cours d'une formation, etc. Or ces ressources $R\heartsuit_i$ sont autant de matière à « travailler » et à « interroger », par exemple en utilisant un dictionnaire pour vérifier l'usage d'un mot dans un texte ; une calculatrice pour vérifier un calcul ; un ouvrage ou un site Internet pour vérifier ou compléter ce qui est dit dans un autre ouvrage ou sur un autre site. C'est ainsi que la mise à l'épreuve des ressources $R\heartsuit_i$ qui peuvent apparaître comme des réponses ou des bouts de réponses à la question initiale, nécessite le recours à d'autres ressources O_i qui serviront d'outils de travail. Le milieu de l'étude de la question initiale Q – *Comment organiser l'étude d'un objet de savoir mathématique ?* – est donc constitué de deux types de ressources : les réponses $R\heartsuit_1$,…, $R\heartsuit_k$ déjà dans la culture scolaire et les outils mobilisés O_{k+1}, …, O_m pour les analyser. Le processus d'analyse des ressources $R\diamondsuit_i$ grâce aux œuvres O_i est appelé *la dialectique des médias et des milieux* (Chevallard, 2011) dont l'objet est de constituer en éléments du milieu des ressources (des médias[18]) pour répondre à une

---

16 Une inspection d'académique anime et met en œuvre la politique éducative du ministère de l'éducation nationale au sein d'un département qui est partagé en circonscriptions. C'est la fonction d'une ressource qui détermine si elle est un média ou un élément du milieu dans une situation donnée

17 Fiche connaissance « Le nombre, cycle 1 » élaborée par Dominique Gourgue (consultée le 16/09/2016) : http://www.ac-grenoble.fr/mathssciences/IMG/pdf/fiche_connaissance_le_nombre_C1.pdf

18 Un média est une ressource produite par son auteur avec une intention didactique, il véhicule le message d'un auteur, tandis que le milieu d'une situation adidactique n'a pas d'intention vis-à-vis du sujet dans cette

question donnée. Recherches documentaires, expérimentations, observations constituent alors des techniques qui permettent de mettre en œuvre cette dialectique et contribuent à constituer un milieu pour élaborer $R\square$. C'est ce que nous allons voir à travers l'étude de deux cas[19].

2. Construction de l'œuvre du professeur

Afin de considérer comment l'œuvre du professeur se construit je vais m'intéresser à la façon dont sont analysées et évaluées les ressources $R\square_i$ par deux professeurs des écoles qui enseignent pour la première fois dans leur niveau d'enseignement. L'une (S) effectue un stage un jour par semaine dans une classe de CE1-CE2 (enfants de 7-8 ans et de 8-9 ans) tandis que l'autre (D) enseigne en classe de CP (6-7 ans) après avoir enseigné jusque-là en maternelle[20].

Elles utilisent toutes les deux un fichier qu'elles n'ont pas choisi, de deux éditeurs différents, et expriment chacune à sa façon la difficulté à trouver leur place :

> « Ce fichier semble tout prendre en charge : présentation, exercices, institutionnalisation, programmation, progression, choix pédagogique. » (S)
> « Très vite, j'ai éprouvé une gêne. Lors des premières séances, les élèves m'ont donné l'impression de ne pas avoir besoin de moi. » (S)
> « J'ai eu du mal à rentrer dedans à cause de la contrainte de devoir faire les choses dans tel ou tel ordre » (D)

On peut voir là, l'expression d'un problème de la profession qui peut se formuler sous forme d'une question : Quel *topos* pour le professeur qui utilise un fichier ? Cette question du *topos* du professeur n'est pas spécifique à l'usage d'un fichier et on peut observer qu'elle commence à se poser avec la demande institutionnelle de plus en plus pressante à recourir au numérique.

Une condition initiale pour que le professeur mette en œuvre une dialectique des médias et des milieux est une condition de légitimité. Pour mettre à l'épreuve une œuvre inscrite dans la culture, c'est-à-dire d'une certaine manière, penser « contre » une institution, il faut se penser autorisé à le faire :

> « Un tel fichier est séduisant et sécurisant car des spécialistes se proposent de nous aider dans la mise en place de notre travail […]. Cela permet de se rassurer mais aussi de confirmer ou au contraire d'infirmer nos intentions pédagogiques. » (S).

Une fois que cette condition initiale est remplie, reste comme condition minimale l'identification des types de ressources à utiliser selon leur fonction :

> « Il n'est pas toujours évident de faire des choix et avoir un support qui aide à le faire est précieux, lorsqu'on débute, nous avons besoin de modèles » (S)

Ce que ce professeur appelle « les modèles », se sont évidemment les ressources qui sont des réponses $R\square$ déjà présentes dans la culture, tandis que les « supports » qui aident à « faire des choix » sont les ressources qui vont être utilisées comme outils O_i. Pour étudier une ressource $R\square$, les professeurs utilisent deux techniques : la reformulation (Yves Chevallard parle d'excription/inscription) et l'expérimentation :

---

situation. C'est la fonction d'une ressource qui détermine si elle est un média ou un élément du milieu dans une situation donnée. Un tableur qui fournit des données statistiques est un média s'il est utilisé pour véhiculer une information. Ce même tableur, peut-être aussi un élément du milieu pour tester une conjecture telle que « le produit de trois nombres consécutifs est un multiple de 6 » en calculant $n(n+1)(n+2)/6$ pour un grand nombre de nombres entiers n.

19 Ces études de cas ont été présentées dans Wozniak (2010).

20 Les propos de (S) sont issus de son mémoire professionnel (Saint-Didier, 2007) dirigé par Viviane Durand-Guerrier. Les propos de (D) sont issus d'entretiens réalisés pour l'étude DémathÉ (Margolinas & Wozniak, 2009).

« J'ai reconstruit la progression quinzaine par quinzaine ; donc j'ai suivi ce que le livre du maître disait et j'ai reconstruit la progression à ma façon pour construire les séances et pour voir où j'allais. Je remets à ma sauce. » (D)
« J'ai besoin, moi, de tester avant, de faire, de manipuler. » (D)

Lorsque les connaissances didactiques et mathématiques font défaut, la classe est ainsi utilisée comme un milieu empirique sur lequel des savoirs d'expérience se construisent. L'expérimentation apparaît alors comme une technique d'analyse. C'est ce que font les professeurs lorsqu'ils disent qu'ils « testent » une situation d'enseignement sans savoir anticiper ses effets sur les apprentissages.

Ce que l'on constate dans les deux cas évoqués, c'est une faible ampleur de la dialectique des médias et des milieux. Les ressources présentes dans la culture sont peu interrogées ou (re)travaillées de sorte que leur usage incontrôlé peut gêner la construction des apprentissages[21] :

« Quand on a introduit nos cartes à points en fait, peut-être que nous on a été trop vite. En fait, je n'en sais rien mais on a devancé le fichier. Du coup on se retrouvait avec certaines, certains exercices où les enfants voyaient pas le problème, voyaient pas la difficulté parce qu'ils pouvaient résoudre avec leur système de cartes à points et ils ne voyaient plus l'intérêt » (D)

L'introduction d'une ressource $R\square_2$ (les cartes à points[22]) comme élément de l'œuvre du professeur $R\square$ est venue en conflit avec l'organisation mathématique globale de $R\square_1$, le fichier des élèves et son guide pédagogique associé, qui constitue la matrice génératrice de cette œuvre. Ce défaut de vigilance épistémologique est le fruit d'une dialectique des médias et des milieux peu développée. Or cette faible ampleur de la dialectique des médias et des milieux est à regarder comme le symptôme des conditions dans lesquelles cette œuvre est construite et non comme un manquement personnel des professeurs observés. Il faut en effet, *a minima,* du temps pour réaliser ce travail :

« J'ai vite fermé parce que je me suis dit : j'arriverai pas au bout si je prends dans tous les sens, donc c'est vrai que moi, cette année j'ai beaucoup travaillé avec le fichier […] plus les cartes à points. Donc j'ai vu un peu ce que j'avais sur *Éducation enfantine*, sur Internet, j'ai trouvé un site où on en parlait un peu, où il y avait des renvois, des références. Donc j'ai été un peu fouiller là-dessus mais sinon, non. Je n'ai pas plus fouillé que ça quoi. » (D)

Mais il faut aussi des connaissances mathématiques et didactiques que les professeurs n'ont pas nécessairement :

« Je n'ai pas honte de dire que j'ai compris plein de trucs. J'ai compris plein de choses que je n'avais pas comprises. En particulier en numération […]. » (D)
« Et après, quand je ne comprenais pas de demander à ma collègue, qui, elle, est plus scientifique. Et on a vraiment, on a vraiment échangé là-dessus … » (D)

Une fois ressenti, ce besoin de connaissances est alors comblé par le recours aux collègues et à la classe, ce que certains appellent « le terrain » :

« Est-ce que tu veux qu'on essaie de se servir de ça ? […] Je sentais que cela pouvait être intéressant mais je ne savais pas très bien pourquoi » (D)

---

21 Les « cartes à points » sont des cartes rectangulaires de 1 à 10 points rangés sur 2 lignes dans l'ordre de haut en bas. Le 4 est représenté par 2 lignes de 2 points tandis que le 7 est représenté par une ligne de 4 points et une ligne de 3 points.

22 L'introduction des cartes à points que (D) utilisait lorsqu'elle enseignait en école maternelle peut être regardée comme un effet du rapport personnel de (D) à l'enseignement des mathématiques et notamment la place qu'elle accorde aux dispositifs matériels dans la construction des apprentissages. Ce rapport se nourrit largement d'une *doxa* chez les professeurs des écoles pour qui la manipulation aide aux apprentissages.

La classe est bien vécue comme un milieu empirique pour mesurer le degré de pertinence de la ressource utilisée. Tester une situation quand on ne sait pas anticiper ses effets sur les apprentissages devient un geste professionnel comme un autre. De là vient sans doute un élément de compréhension de la hiérarchisation des assujettissements des professeurs : le pouvoir du « terrain » né de ce qu'il possède une certaine efficacité. Il permet d'apporter une réponse lorsque les savoirs professionnels font défaut tout en valorisant « l'expérience professionnelle ». Ceci explique pour une part le succès des sites et blogs d'enseignants lorsque les professeurs ont à élaborer leur enseignement. Faute de connaître un autre mode de validation, la validation du terrain apparaît comme un *optimum*.

3. Créer les conditions du développement professionnel

Tout chercheur concepteur d'ingénieries didactiques a vécu ce moment de désappointement né du constat que les professeurs expérimentateurs ne reprenaient pas ces ingénieries une fois le temps de la recherche passé. L'explication est pourtant simple : l'ingénierie didactique conçue *pour* et *par* la recherche est le plus souvent une réponse à une question que les professeurs ne se posent pas, ou en tous cas, pas dans les mêmes termes. La conception des ingénieries didactiques est un outil au service de la recherche, elle est une *phénoménotechnique* au sens de Bachelard (1934, p.13) pour qui « la science s'instruit de ce qu'elle a construit ». Elle est un moyen, non une fin. Cette confusion née sans doute d'un malentendu sur ce que peut apporter la recherche en didactique :

> « La didactique ne consiste pas à donner un modèle pour l'enseignement, mais à produire un champ de questions qui permette la mise à l'épreuve de n'importe quelle situation d'enseignement et qui permette de corriger et d'améliorer celles que l'on a produites, de poser des questions sur ce qui se passe. » (Brousseau, 1988, p. 16)

Tout formateur a de son côté constaté qu'il ne suffit pas de proposer des situations d'enseignement « clé en main » pour que les professeurs les adoptent et les mettent en œuvre telles qu'elles ont été conçues. En s'emparant de ces situations, ils les modifient et les transforment, trop souvent en affaiblissant leur intérêt didactique. La raison principale est la situation du professeur elle-même, c'est-à-dire les conditions et les contraintes dans lesquelles il exerce son métier et qui le conduisent à agir comme il le fait. Par exemple, l'insuffisance des connaissances didactiques des professeurs qui les conduit à utiliser la classe comme milieu empirique pour valider une ressource sont d'abord le fait de l'insuffisance de leur formation didactique !

Puisque la construction de l'œuvre du professeur se fonde sur un travail de développement, il apparaît qu'un enjeu de la formation est de créer les conditions pour que les professeurs apprennent à construire leur œuvre. Ce qui ne peut se réaliser qu'en s'appuyant sur leurs questions professionnelles comme, par exemple : comment organiser l'étude d'un objet de savoir mathématique ?, Comment dépasser les contraintes chronogenétiques sans en rabattre sur la topogenèse et la mésogenèse ?, Comment augmenter le *topos* des élèves ?

La formation des professeurs pourrait alors se fonder sur ce que Yves Chevallard (2011) appelle des *parcours d'étude et de recherche* générés par des systèmes didactiques $S(X ; Y ; Q)$ où les élèves-professeurs X, étudieraient une question professionnelle Q, avec comme aide à l'étude le(s) professeur-formateur(s) Y. L'étude d'une telle question Q consistant à produire une praxéologie $R^{\square}$: à la fois des gestes professionnels – c'est-à-dire des tâches et des techniques pour les réaliser – et des éléments de langage qui permettent de décrire, justifier, développer ces gestes. Le problème des élèves-professeurs serait alors de déterminer comment étudier Q tandis que celui de(s) professeur-formateur(s) Y serait d'envisager comment aider X à *étudier* Q. Un parcours d'étude et de recherche repose sur la mise en œuvre d'une dialectique des médias et des milieux et se formalise par la formule :

$$[S(X ; Y ; Q) \square \{ R^{\lozenge}_1, R^{\lozenge}_2, \ldots, R^{\lozenge}_n, O_{n+1}, \ldots, O_m \}] \square R^{\square}.$$

Dans un tel parcours s'opère un transfert de responsabilité vers les élèves-professeurs fondé sur trois conditions relatives successivement à la la topogenèse, la mésogenèse et la chronogenèse : la classe se

constitue en communauté d'étude ; le milieu est construit conjointement et le temps didactique s'allonge. Dans un tel parcours, l'étude peut se modéliser comme un entrelacement de cinq étapes (Chevallard, 2002) :

- *Observer* les réponses $R^{\diamond}_{i}$ déjà inscrites dans la culture (manuels, guides pédagogiques, sites Internet et blogs, revues, etc.) ;

1..1 *Analyser* et *évaluer* les réponses $R^{\diamond}_{i}$ (recherches documentaires, expérimentations, observations selon la dialectique des médias et des milieux) ;

2..1 *Développer* la réponse $R^{\square}$;

3..1 *Expliciter et défendre* la réponse $R^{\square}$ (sur la base de l'analyse a posteriori de la mise à l'épreuve dans la classe).

Cette modélisation de l'étude d'une question permet de décrire le dispositif des *lessons studies* nées au Japon (Miyakawa & Winslow, 2009) et expérimentées aux États-Unis (Lewis & Hurd, 2011) ou plus récemment en Suisse (Clivaz, 2015). Dans ces dispositifs, un groupe de professeurs se réunit pour élaborer ensemble une situation d'enseignement. Le point de départ est une difficulté repérée par le groupe et l'identification claire de l'intérêt de l'étude de ce sujet pour l'apprentissage des élèves. La seconde étape du dispositif a pour but de concevoir collectivement une situation d'enseignement sur la base d'une étude du curriculum et d'une recherche documentaire. Dans un troisième temps cette situation est expérimentée par un des membres du groupe tandis que les autres professeurs observent et collectent des données. La dernière étape consiste alors à faire une analyse de l'expérimentation afin d'en « tirer les leçons » sous la forme d'un document. De nouvelles questions peuvent alors émerger qui vont constituer un nouveau cycle. Dans de tels dispositifs le processus de production collective d'une situation d'enseignement constitue le moteur du développement professionnel.

4. Quel rôle pour le formateur ?

Une formation qui repose sur le développement de réponses à des questions professionnelles se fonde sur le postulat qu'un professeur est un concepteur de situations d'enseignement plutôt qu'un simple utilisateur de ressources. La production de situations d'enseignement est un moyen pour donner du « sens » aux apprentissages didactiques selon un abord fonctionnel. Ceci permet aux élèves-professeurs d'identifier quels savoirs didactiques permettent de résoudre quels types de problèmes professionnels. Ce faisant, l'objectif du formateur est d'enseigner à résoudre un problème et non d'enseigner sa solution. C'est ainsi que je pourrais paraphraser Cédric Villani, en remplaçant par « didactique » là où il écrit « mathématiques » :

> « Il y a cette spécificité en mathématiques, en tout cas dans la conception que j'en ai, où le premier objectif – je n'ai pas dit le seul – du cours de mathématiques, c'est de développer la méthode plutôt que l'objet. » (Cartier, Dhombres, Heinzmann & Villani, 2012, p. 82)

Les ressources à diffuser en formation sont alors les praxéologies didactiques comme savoirs professionnels. En ce sens, prendre au sérieux les besoins de connaissances didactiques, c'est assumer que les savoirs didactiques sont des savoirs à enseigner et que le formateur d'enseignants est un enseignant comme un autre. Or tout processus d'enseignement-apprentissage repose sur la dévolution et l'institutionnalisation, sur d'une part l'identification des raisons d'être du savoir à enseigner et de ses questions génératrices et d'autre part sur la reconnaissance, la légitimation, la formulation, la validation et la généralisation qui fait sortir du contingent les connaissances construites en situation pour les instituer en savoir. Il s'agit alors de ne pas se focaliser sur les contextes particuliers des questions ponctuelles que le professeur rencontre ou rencontrera mais d'extraire des questions ponctuelles étudiées des contenus didactiques généraux afin de les rendre disponibles pour tout un type de problèmes.

Former seulement à l'enseignement d'un objet de savoir particulier, c'est prendre le risque que le professeur ne sache qu'enseigner cet objet de savoir. Aussi, l'enjeu de la formation devrait être *le processus d'étude des conditions de l'enseignement* puisqu'inexorablement les curriculums évoluent. La

formation devrait ainsi permettre de dépasser les difficultés nées des changements curriculaires lorsque certaines praxéologies enseignées deviennent obsolètes ou que sont introduits de nouveaux savoirs[23]. Dans une formation qui viserait à créer les conditions du développement professionnel deux aspects seraient à considérer : l'étude des problèmes de la profession et l'étude de la méthode de production des situations d'enseignement. Il devrait donc y avoir dans la formation des professeurs deux composantes : l'une spécifique à une praxéologie, l'autre générique sur les conditions de l'enseignement. Les conférences de Jean-François Chesné (2017) et Laurent Theis (2017) relèvent de chacune de ces deux composantes et illustrent dans le même temps comment ces deux composantes se nourrissent dialectiquement.

IV - CONCLUSION

Je viens de présenter des recherches en didactique des mathématiques qui permettent de comprendre les changements qui s'opèrent au sein de l'école et de porter un regard distancié sur la formation des enseignants. Cependant, il y a une réalité que je ne peux ignorer devant cette assemblée de formateurs. Aussi, en guise de conclusion je reviendrai sur la situation dramatique dans laquelle se trouve la formation initiale des professeurs des écoles aujourd'hui en considérant la place effective de la didactique dans cette formation. Pour devenir professeur des écoles, les étudiants passent un concours faits d'épreuves écrites et orales. Depuis 10 ans, le concours a connu quatre changements dont je résume ici la place des mathématiques et de la didactique des mathématiques dans ce concours :

Avant 2007 : une épreuve écrite en trois parties

Exercices de mathématiques :8/20

Analyse de travaux d'élèves : 4/20

Analyse didactique d'une démarche : 8/20

2007 – 2010 : une épreuve écrite

Exercices de mathématiques : 12/20

Questions complémentaires (analyse de travaux d'élèves ou analyse didactique) : 8/20

2011 – 2014 : une épreuve écrite + épreuve orale

Partie I (exercices de mathématiques) : 12/20 et Partie II (sciences) : 8/20

Conception d'une séance/séquence : 12/20 et interrogation (arts, musique, EPS) : 8/20

Depuis 2014 : une épreuve écrite en trois parties[24]

Problème de mathématiques : 13/40

Exercices de mathématiques : 13/40

Questions didactiques : 14/40

Je ne m'étendrai pas sur l'évolution du contenu même des questions de didactique dont l'indigence ces dernières années pourrait laisser penser qu'il n'est pas utile d'apprendre de la didactique pour devenir enseignant. Un constat chiffré montre que si 60 % de la note de l'épreuve écrite de mathématiques portait sur des savoirs didactiques en 2007, aujourd'hui ce pourcentage est tombé à 35 %. On pourrait espérer que cette baisse d'exigence au concours est compensée par une amélioration de la formation une fois le concours réussi. Hélas, il n'en est rien. Le concours en poche, le futur professeur des écoles

[23] Ce principe n'est rien d'autre qu'une mise en pratique du proverbe : « *Si tu donnes un poisson à un homme, il mangera un jour. Si tu lui apprends à pêcher, il mangera toujours*. »

[24] D'après les textes officiels, la deuxième partie peut contenir une analyse de travaux d'élèves. Dans les faits, cela ne s'est jamais produit. On peut seulement signaler dans le sujet du groupement académique 2 de l'année 2014 la présence d'un exercice qui demandait aux candidats de produire trois procédures pour résoudre un problème de CM2 sur la division euclidienne (combien de fleurs à 5 pétales ont été effeuillées si on a effeuillé 83 pétales ?) mais aucune analyse de production d'élèves.

stagiaire doit durant la même année assurer la moitié du temps d'enseignement d'un enseignant titulaire et suivre une année de formation dans une école supérieure du professorat et de l'enseignement. Cette formation constitue la deuxième année de master MEEF ou s'il possède déjà un master (de n'importe quelle spécialité) d'un diplôme universitaire. La figure 1 donne le plan de formation de la deuxième année de master MEEF à l'université de Strasbourg[25] où j'enseignais cette année 2015-2016.

SEMESTRE 3 cursus « étudiants fonctionnaires stagiaires »

ECST	Intitulé de l'UE	CM	CI	TD	TP	stage
9	UE 3.1. Contexte d'exercice du métier 1 : vivre ensemble et conditions d'un climat scolaire serein	20		44		
3	UE 3.2. Contexte d'exercice du métier 2 : comprendre et prendre en compte la diversité des élèves	20				
15	UE 3.31. Mise en situation professionnelle : exercice en responsabilité et dispositifs d'accompagnements			68		250
3	UE 3.4. Initiation à la recherche – projet de mémoire			28		
30	Totaux du semestre	40		140		250

SEMESTRE 4 cursus « étudiants fonctionnaires stagiaires »

ECST	Intitulé de l'UE	CM	CI	TD	TP	stage
3	UE 4.1. Formations disciplinaires et didactiques : Langues vivantes étrangères			24		
6	UE 4.21. Contexte d'exercice du métier : interdisciplinarité et pédagogie de projet	2		34		
12	UE 4.31. Mise en situation professionnelle : exercice en responsabilité et dispositifs d'accompagnements			50		250
9	UE 4.4. Initiation à la recherche – projet de mémoire			24		
30	Totaux du semestre	2		132		250
60	Totaux de l'année	42		272		500

Figure 1- Plan de formation deuxième année master MEEF professeurs des écoles, université de Strasbourg, ESPE de l'académie de Strasbourg, année 2015-2016.

[25] Les abréviations CM, CI, TD, TP signifient respectivement cours magistral, cours intégré, travaux dirigés et travaux pratiques. Les nombres correspondent aux heures d'enseignement. Ainsi sur l'année, la formation se décompose en 42 heures de cours magistraux, 272 heures de travaux dirigés et 500 heures de stage.

L'enseignement de didactique des mathématiques intervient dans les unités d'enseignement 3.31 et 4.31 (voir figure 2).

Matière	CM :	CI :	TD :	TP :
Matière 1 : Préparation à la prise de fonction			14	
Matière 2 : accompagnement de stage			24	
Matière 3 : approfondissement didactiques			30	
Autre (stage, préparation d'un rapport ou d'une présentation orale, etc.) : mi-temps hebdomadaire				

Matière	CM :	CI :	TD :	TP :
Préparation et retour de stage			20	
Approfondissements didactiques			30	
Autre (stage, préparation d'un rapport ou d'une présentation orale, etc.) : mi-temps hebdomadaire				

Figure 2- Contenus UE 3.31 et 4.31.

Au premier semestre, l'enseignement des mathématiques dans le cycle où les étudiants effectuent leur stage est abordé durant 6 heures tandis qu'au second semestre durant également 6 heures sont abordés les deux autres cycles[26]. Dans ce master, la didactique des mathématiques peut aussi être présente dans l'unité d'enseignement 4.31 relative à la pédagogie de projet. Pour cette année 2015-2016, deux projets sur les 17 proposés contenaient une part de mathématiques.

Je ne commenterai pas davantage l'état de la formation des professeurs des écoles en France et préfère renvoyer par exemple à la conférence de Laurent Theis qui montre qu'un autre monde est possible.

En attendant des jours meilleurs et en me basant sur le postulat qu'un adossement de la formation des professeurs à la recherche est indispensable pour répondre aux attentes et aux besoins de l'École, je conclurai en faisant une proposition à la COPIRELEM. J'ai développé l'idée au cours de cette conférence que l'enjeu de la profession est de créer les conditions du développement professionnel à travers l'étude des problèmes de la profession. Il me semble que la COPIRELEM du fait de la diversité de ses membres pourrait être un lieu institutionnel adapté pour héberger des collectifs chercheurs-formateurs-enseignants qui se donneraient pour objectif d'identifier les problèmes de la profession et de déterminer les outils (praxéologies didactiques, ressources, etc.) pour travailler ces problèmes.

Cette proposition à travailler collectivement à l'identification des problèmes de la profession répond autant à une nécessité qu'à une volonté de garder espoir. Si j'ai choisi de citer la définition du courage que donne Jean Jaurès dans son discours à la jeunesse au lycée d'Albi en 1903 (p. 70) comme titre de cette conférence, c'est parce que la dégradation de la formation des professeurs produit inéluctablement une dégradation de l'École. En faisant ce choix, je souhaite opposer au pessimisme que produisent les analyses, l'irréductible force de la volonté puisque, comme disait Jean Jaurès (1903, p. 61) « L'histoire enseigne aux hommes la difficulté des grandes tâches et la lenteur des accomplissements, mais elle justifie l'invincible espoir. »

V - BIBLIOGRAPHIE

BACHELARD, G. (1934). *Le nouvel esprit scientifique*. Paris : Vrin. Éd. Consultée 1968.

BÉZOUT, É. (1821). *Traité d'arithmétique à l'usage de la marine et de l'artillerie.* Paris : Librairie pour les sciences. 9e édition. http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k201342q/f2.item

[26] L'école primaire est organisée en trois cycles : le cycle 1 en école maternelle (PS, MS, GS, enfants de 3 à 6 ans), le cycle 2 correspondant aux 3 premières années de l'école élémentaire (CP, CE1, CE2) et le cycle 3 correspondant aux 2 dernières années de l'école élémentaire et la première année du collège (CM1, CM2, 6e).

BKOUCHE, R., CHARLOT, B & ROUCHE, N (1991). F*aire des mathématiques : le plaisir du sens.* Paris : Armand Colin.

BROUSSEAU, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'association mathématique du Québec*, *n°2*, 14-24.

CARTIER, P., DHOMBRES, J., HEINZMANN, G. & VILLANI, C. (2012). *Mathématiques en liberté*. Lassay-les-Châteaux : La ville brûle.

CHESNÉ, J.-F. (2017). Le calcul mental : une entrée pour la formation des enseignants au cycle 3 ? à quelles conditions ? Avec quelles perspectives ?, *in Actes du XXXXIIIème colloque de la COPIRELEM, le Puy-en-Velay.*

CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposition didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19(2)*, 221-265.

CHEVALLARD, Y. (2002). Les TPE comme problème didactique, In T. Assude, & B. Grugeon Allys (Eds.), *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques 2001*, (pp. 177-188), Paris, IREM de Paris 7 et ARDM.

CHEVALLARD, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et élément de réponse à partir de la TAD. In C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck, & F. Wozniak (Eds), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 81-108). Grenoble : La pensée sauvage.

CLIVAZ, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? *Math-Ecole,* 224, 23-26.

DUBET, F., DURU-BELLAT, M. & VÉRÉTOUT, A. (2010). *Les sociétés et leur école*. Paris : Seuil.

DURKHEIM, *É*. (1922). *Éducation et sociologie.* (9e édition, 2005). Paris : PUF, quadrige.

FREYD, F. & JILLI, M. (2016). *L'énumération au cycle 1*. Mémoire MEEF, ESPE de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg.

JAURÈS, J. (1903). Discours à la jeunesse au lycée d'Albi, 31 juillet 1903. In Jaurès, J. (2014). *Les plus beaux discours. « Que votre vie soit vivante, sereine et pleine »*. Librio.

LEWIS, C. & HURD, J. (2011). *Lesson study step by step: How teacher learning communities improve instruction*. Portsmouth: Heinemann.

MARGOLINAS, C. & WOZNIAK, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des Sciences de l'Éducation*, *vol. xxxv, n°2*, 82-104.

MIYAKAWA, T. & WINSLOW, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon. Éducation *et Didactique, 3(1)*, 77-90.

REYNAUD, A. A. L. (1810). Éléments *d'algèbre précédés de l'introduction à l'algèbre.* 3e édition. Paris : Courcier.

https://books.google.fr/books?id=opbcJBhF_ikC&printsec=frontcover&dq=Reynaud,+1810&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwjIydSBpYfOAhVlIsAKHTr3AWIQ6AEIHjAA#v=onepage&q=Reynaud%2C%201810&f=false

SAINT-DIDIER, C. (2007). *Utilisation d'un fichier mathématique*. Mémoire professionnel. IUFM de l'académie de Lyon.

THEIS, L. (2017). Quelle articulation entre pratique enseignante et formation ? un regard extérieur à partir du québec. , *in Actes du XXXXIIIème colloque de la COPIRELEM, le Puy-en-Velay.*

WOZNIAK, F. (2010). Transposition didactique interne et dialectique des médias et des milieux. In A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade, & C. Ladage (Éds.), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action*. (pp. 859-878). Montpellier : IUFM de l'académie de Montpellier.

LE CALCUL MENTAL : UNE ENTRÉE POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS AU CYCLE 3 ? À QUELLES CONDITIONS ? AVEC QUELLES PERSPECTIVES ?

Jean-François CHESNÉ
Directeur scientifique du Cnesco
Membre associé du LDAR
jean-francois.chesne@education.gouv.fr

Résumé
La connaissance des nombres et la place du calcul sont affirmées dans les nouveaux programmes de l'école primaire et du collège. Au-delà d'une visée d'acquisition de faits numériques, le calcul mental y apparaît comme un des axes principaux pour favoriser chez les élèves la connaissance des nombres et la disponibilité des propriétés des opérations. En mettant en regard ces aspects institutionnels avec des résultats de la recherche sur le calcul mental, sur les pratiques des enseignants et sur leur formation, ce texte vise à expliciter en quoi le calcul mental peut constituer une composante favorable dans l'apprentissage des élèves au cycle 3, mais aussi une entrée en formation continue des enseignants et un axe de leur développement professionnel.

"*The evidence is clear that teaching is one of the most important school-related factors in student achievement, and that improving teacher effectiveness can raise overall student achievement levels.*" (Darling-Hammond & Rothman, 2011)

La mise en regard des résultats de recherches sur l'apprentissage des élèves d'une part et sur l'enseignement des mathématiques et les pratiques ordinaires des enseignants dans leur classe d'autre part, est depuis longtemps au cœur de ma réflexion et, avec les inférences associées sur les formations. Cette mise en regard imbrique cinq questions au moins :

- Que « savent vraiment »les élèves en mathématiques ?
- En quoi et pourquoi le calcul mental peut-il intervenir dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques ?
- Quel format, spatial et temporel, d'une action de formation continue est susceptible de contribuer favorablement au développement professionnel des enseignants, individuel et collectif ?
- Qu'est-ce qui peut se jouer dans le déroulement d'une formation d'enseignants et est-il possible d'identifier des « facteurs clés d'efficacité » ?
- Et enfin, une question qui est moins d'actualité dans l'agenda institutionnel, mais qui n'en demeure pas moins un objet de recherche : Les évaluations standardisées (nationales ou internationales) peuvent–elles être à la fois productrices d'informations, et outils potentiels de formation des enseignants ? Et si oui, pourquoi, sur quelles dimensions et dans quelle mesure ?

Cette réflexion engage plusieurs entrées, plus ou moins générales, plusieurs temporalités et plusieurs postures – celle de formateur concepteur, de formateur acteur, de chercheur, de décideur… Le texte ci-dessous s'efforce de montrer en quoi, du point de vue du chercheur, le calcul mental peut constituer une composante favorable dans l'apprentissage des élèves au cycle 3, mais aussi une entrée favorable pour le

développement professionnel correspondant des enseignants. Et pour cela, en m'appuyant sur les nouveaux programmes de mathématiques, je pars de trois des cinq questions précédentes :

- Quels sont les acquis des élèves dans le domaine des nombres et du calcul à la charnière école/collège ?
- Quelle peut être la place du calcul mental comme élément d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques ?
- Quels « facteurs clés d'efficacité » peut-on identifier pour une formation d'enseignants? Et en quoi le calcul mental peut-il être considéré comme un de ces facteurs ?

Pour répondre à ces questions, je m'appuierai sur des recommandations du jury de la conférence sur la numération[27] que le Conseil national d'évaluation du système scolaire (Cnesco) a organisée en partenariat avec l'Ifé/ENS de Lyon en novembre 2016 à Paris. Je m'appuierai également sur les résultats d'un dispositif expérimental d'une formation d'enseignants de 6e centrée sur le calcul mental, que j'ai conçu et expérimenté entre 2010 et 2012 (PACEM : Projet pour l'acquisition de compétences par les élèves en mathématiques). Je m'appuie enfin sur un certain nombre d'évaluations standardisées.

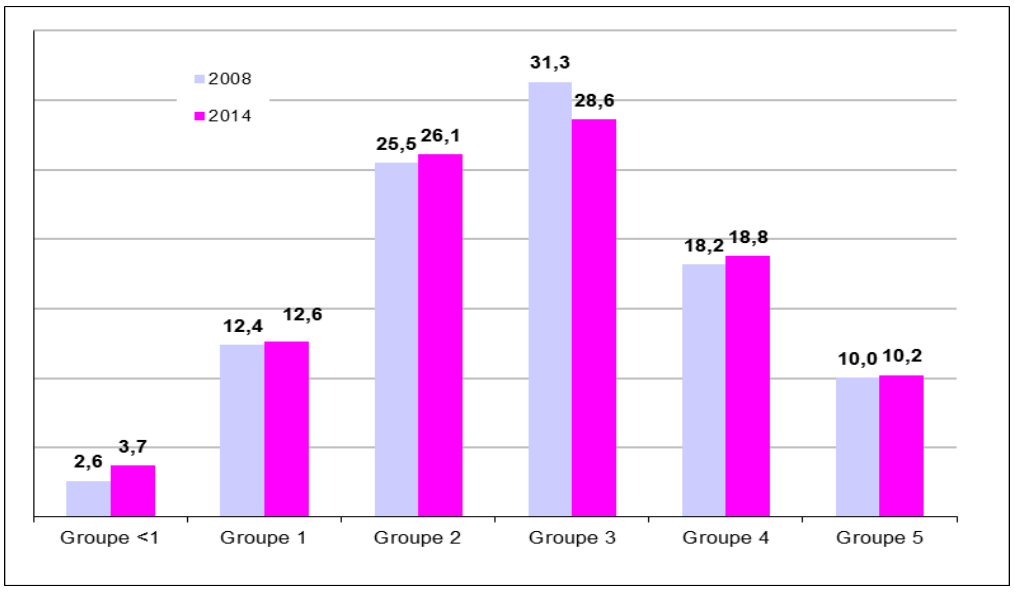
I - LES ACQUIS DES ÉLÈVES DANS LE DOMAINE DES NOMBRES ET DU CALCUL À LA CHARNIÈRE ÉCOLE/COLLÈGE

La situation préoccupante des acquis des élèves en mathématiques, à l'origine de la conférence de consensus sur la numération organisée par le Cnesco et par l'Ifé/ENS de Lyon les 12 et 13 novembre au lycée Buffon à Paris, est révélée depuis plusieurs années par des résultats convergents d'évaluations nationales et internationales.

1. Des résultats globaux alarmants au regard des enjeux de la scolarité obligatoire à partir d'enquêtes standardisées

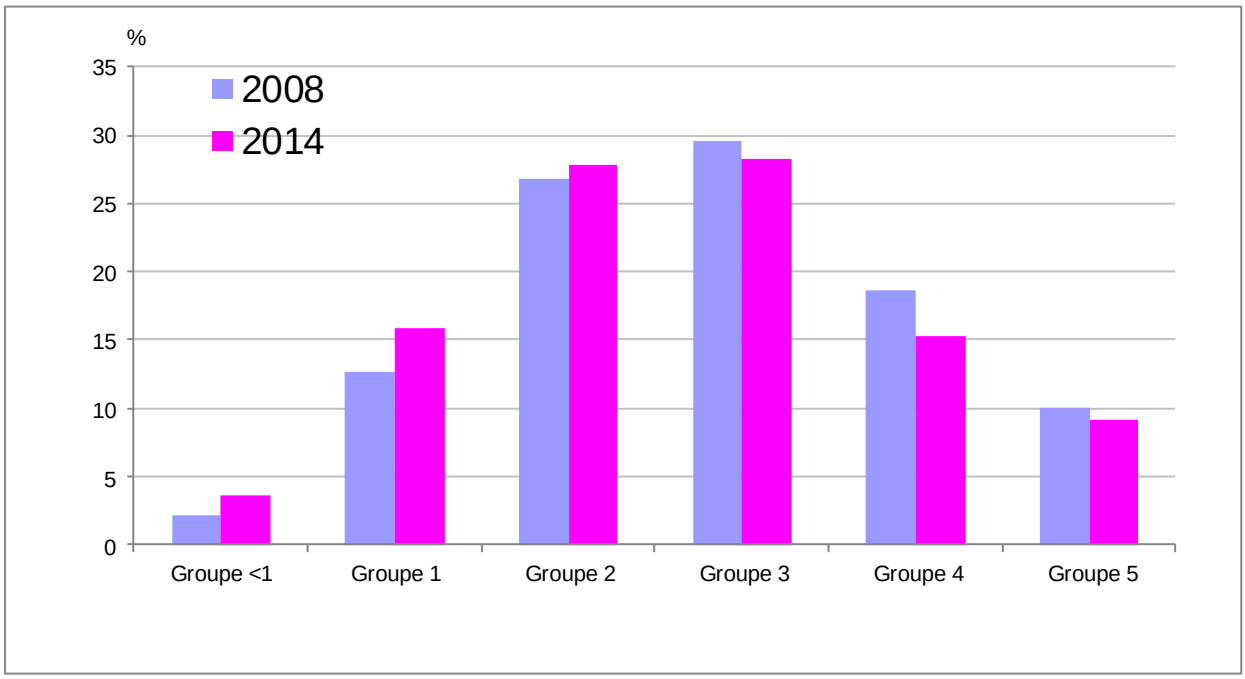
Au niveau national, l'enquête CEDRE 2014 en fin de CM2, estime, tout comme en 2008, qu'environ 40 % des élèves sont en difficulté en fin d'école primaire, et à peine 30 % en situation de réussite. Les disparités augmentent entre 2008 et 2014 : en fonction de l'origine sociale d'abord (le nombre d'élèves en grande difficulté augmente dans les écoles en éducation prioritaire et de façon plus générale, les scores des écoles socialement défavorisées baissent), mais aussi entre les filles et les garçons (les filles sont plus nombreuses dans les groupes faibles et moins nombreuses dans les groupes forts).

[27] Le texte intégral des recommandations est disponible sur le site du Cnesco : http://www.cnesco.fr/fr/conference-de-consensus-numeration/



Source : Depp – MENESR. Note d'information N°18-Mai 2015

L'enquête CEDRE 2014, mais cette fois en fin de collège, estime que presqu'un élève sur deux est en difficulté, ce qui traduit une augmentation depuis 2008, avec parallèlement une baisse du nombre d'élèves en situation de réussite, et suggère donc fortement que les écarts qui existent en fin d'école se creusent encore au collège.



Source : Depp – MENESR. Note d'information N°19 -Mai 2015

Au niveau international, PISA 2012 estime que presqu'un quart des élèves de 15 ans en France ont un niveau très bas en mathématiques, et que cette proportion d'élèves a augmenté depuis 2003. Plus alarmant, la France est désormais le pays participant à l'enquête où la performance scolaire est le plus fortement marquée par le niveau socio-économique et culturel des familles.

2. Des difficultés des élèves bien identifiées

Pour aller au-delà de ces constats globaux, j'ai étudié de façon quasi exhaustive, sur 25 années, les taux de réussite à des familles d'items des évaluations standardisées nationales en fin d'école primaire[28] ou en début de 6e au regard de ce qui était attendu dans les programmes scolaires, dans le domaine des nombres et du calcul. J'ai cherché à repérer quelles familles d'items (ou quels types de tâches) sont bien réussies par les élèves, de façon récurrente, ce qui laisse penser que les notions correspondantes sont acquises. A l'opposé, j'ai cherché à identifier quelles familles d'items sont peu ou très peu réussies, ce qui suggère au contraire un apprentissage en cours ou des difficultés d'apprentissage. Il s'avère que les familles d'items qui sont problématiques (c'est-à-dire qui comportent un nombre suffisant de tâches, qui ont été évaluées sur plusieurs années et qui ne sont pas réussies) portent sur la connaissance des tables de multiplication, celle des « grands nombres », celle des nombres décimaux ainsi que sur le calcul mental et posé. J'ai également utilisé les résultats de l'évaluation à l'entrée en 6e de l'expérimentation PACEM (que j'évoquerai plus loin), qui confirment sur des données plus récentes ces « points d'alerte » identifiés à partir de résultats antérieurs (Chesné, 2014).

3. Connaissance des tables d'addition et de multiplication

Si les taux de réussite sont élevés pour les tables d'addition[29] (90 % en CE2 et 95 % en 6e), pour les tables de multiplication, on observe en revanche une maîtrise fragile des tables de multiplication (notamment des tables de 7 et de 8 : environ la moitié des élèves répondent correctement à « Dans 56 combien de fois 8 ? ») avec des répercussions vraisemblables dans les multiplications et les divisions posées, dans l'estimation de l'ordre de grandeur d'un résultat (et sans doute ensuite dans le travail sur les fractions et en algèbre).

4. Les grands nombres

Les « grands nombres » sont ici des nombres entiers auxquels les élèves ne peuvent plus associer une représentation concrète (une collection d'objets), et donc pour lesquels ils sont obligés de faire confiance à la représentation symbolique chiffrée (comme ils seront obligés de le faire plus tard pour les nombres décimaux avec plus de deux chiffres dans la partie décimale ou avec les fractions non élémentaires). Les évaluations nationales menées de 2005 à 2008 montrent ainsi qu'au moins 90 % des élèves, en éducation prioritaire comme hors éducation prioritaire, savent écrire un nombre entier inférieur à 1 000 à leur entrée au CE2. Ce taux est identique à l'entrée en 6e pour un nombre entier inférieur à 10 000. Mais il passe à 70 % dès qu'on dépasse 10 000, et à 60 % pour les élèves d'éducation prioritaire.

5. Les nombres décimaux

Concernant les nombres décimaux, la recherche en didactique, nationale et internationale, a depuis longtemps identifié des passages délicats dans l'apprentissage des élèves. En France, plus d'un élève sur deux qui sort de l'école primaire ne réussit pas à passer de l'écriture décimale d'un nombre décimal, à une écriture fractionnaire et vice-versa. Ainsi, d'après les évaluations nationales en début de 6e, le passage de 80,4 à 804/10 est seulement réussi par 49 % des élèves ; l'association de ¼ et de 0,25 n'est

[28] Une partie de ces travaux ont été repris dans un rapport du Cnesco et complétés par Jean-Paul Fischer : http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Acquis-des-%C3%A9l%C3%A8ves.pdf

[29] A noter que les taux élevés pour les tables d'addition ne traduisent pas forcément une disponibilité des connaissances, au sens d'Aline Robert (1998), de connaissances sur les nombres et les opérations.

effectuée que par 27 % des élèves (et par 15 % des élèves en éducation prioritaire), et, ce qui est plus inquiétant, c'est que ¼ est associé à 1,4 pour plus d'un élève sur deux. D'autres difficultés apparaissent sur les décimaux, toutes liées à la compréhension de l'écriture décimale d'un nombre décimal : la comparaison de deux nombres comme 150,65 et 150,7 ; la difficulté pour les élèves à concevoir qu'il existe des nombres décimaux entre deux autres et à pouvoir en exhiber au moins un (par exemple entre 82,5 et 82,6) ou encore à produire l'encadrement d'un nombre décimal par deux nombres entiers consécutifs.

La multiplication par 10, 100, 1 000 n'est pas une difficulté pour les élèves quand il s'agit d'un nombre entier, grâce à la procédure qui permet de donner un résultat correct en ajoutant des zéros à droite ; les taux de réussite aux items correspondants sont alors supérieurs à 90 %. En revanche, multiplier par 10, 100, 1 000 des nombres décimaux (non entiers) comme dans 35,2 × 100 est une difficulté pour environ la moitié des élèves, avec une tendance à la baisse des taux de réussite au cours des deux dernières décennies. A noter que les écarts des résultats éducation prioritaire/ hors éducation prioritaire sur ce type de tâches sont plus marqués qu'en moyenne (sur l'ensemble des items).

6. Le calcul mental

Les taux de réussite (TR) aux tâches de calcul mental sont peu élevés, voire très peu élevés comme le montrent les exemples suivants.

- Addition et soustraction des décimaux :
  - **1,7 + 2,3** TR = 61 % (Evaluation nationale 6e 2003)
  - **5,2 + 13 + 2,8** TR = 41,2 % (PACEM 2011, début de 6e
  - **38 – 1,5** TR = 29,8% (PACEM 2011, début de 6e)
- Multiplication des décimaux:
  - **3 fois 0,5** TR = 44 % (Evaluation nationale 6e 2003)
  - **62 × 0,5** TR = 17,5 % (PACEM 2011, début de 6e)

Une des difficultés d'interprétation de ces taux est le non accès aux procédures des élèves, on ne sait pas en particulier si les élèves qui réussissent font un « vrai » calcul mental ou s'ils « posent mentalement un calcul écrit ». Cette stratégie de « calcul posé mental » trouve ses limites quand le temps de réponse est court ou/et que les nombres en jeu ne s'y prêtent plus comme par exemple pour ajouter 9,99 ou multiplier par 99.

7. Le calcul posé

Concernant le calcul posé, les évaluations en fin de CM2 à 20 ans d'intervalle ont montré que la performance des élèves aux techniques opératoires posées a considérablement baissé en deux décennies. Ainsi, de 1987 à 2007, l'addition 19 786 + 215 + 3 291 a vu son pourcentage de réponses correctes baisser de 94 % à 83 % et la multiplication 247 × 36 de 84 % à 68 %. Cette baisse des performances se retrouve pour les calculs posés avec des nombres décimaux. Par exemple, la soustraction posée 4700 – 2789,7 a été réussie par 71,7 % des élèves en 1987 et seulement par 49,5 % en 2007.

8. Bilan intermédiaire

Les résultats observés sur les nombres décimaux confirment des difficultés d'apprentissage pour une part importante des élèves. Les résultats très mitigés observés en calcul mental et en calcul posé interrogent des pratiques, mais aussi des enjeux d'enseignement, comme par exemple la place, l'utilité et les conséquences de l'enseignement des techniques opératoires, ou encore la disponibilité des tables de multiplication. Clairement des élèves se présentent à l'entrée au collège en grande ou très grande difficulté, et mon hypothèse en tant que chercheur est que d'autres élèves s'y présentent comme des « experts apparents », pouvant réussir certaines tâches mais pas d'autres, car ils n'ont pas ou ils ont très peu de connaissances conceptuelles associées. Par exemple, ajouter des zéros dans la partie décimale de deux nombres décimaux afin d'avoir le même nombre de chiffres permet de les comparer sans comprendre le sens de l'écriture décimale (tout comme le décalage de la virgule dans une multiplication par 10, 100, 1 000). Cette réussite opérationnelle, qui masquerait une conceptualisation insuffisante des nombres décimaux, masquerait aussi une compréhension conceptuelle insuffisante des nombres entiers, et notamment de la numération de position, ce qui constituerait alors un obstacle très important pour tous les apprentissages arithmétiques et algébriques à venir. Le parti pris que j'ai adopté et que je défends est qu'une certaine pratique du calcul mental peut favoriser cette compréhension conceptuelle des nombres, entiers, décimaux ou rationnels, qui implique et est impliquée par une disponibilité des opérations à acquérir.

II - LE CALCUL MENTAL

Le calcul mental a toujours fait partie de mes pratiques d'enseignant, au collège et au lycée, et j'ai maintes fois eu l'occasion de constater des effets positifs sur les élèves et le travail dans la classe, au-delà de dimensions purement cognitives. Comme formateur, j'ai souvent eu l'occasion de constater le manque de familiarité des enseignants, ou des futurs enseignants, avec le calcul mental, que ce soit dans le 1er ou dans le 2nd degré ; j'ai ainsi découvert l'intérêt que peut présenter le recours au calcul mental en formation comme une réponse possible à des difficultés d'enseignement des nombres et du calcul.

1. Le calcul mental dans les programmes scolaires

1.1 Un exemple d'apport de la didactique à l'institution

En 1999, le ministère de l'éducation nationale donne mission à un groupe d'enseignants et de chercheurs de conduire une réflexion globale et à long terme sur l'enseignement des mathématiques, de l'école élémentaire à l'université. Cette Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques (la CREM) présidée par Jean-Pierre Kahane, compte parmi ses membres plusieurs chercheurs en didactique des mathématiques (comme Michèle Artigue, Guy Brousseau ou Catherine Houdement). Dans son rapport sur le calcul, la CREM expose clairement la dialectique entre calcul et raisonnement, et en particulier entre calcul mental et raisonnement. Elle insiste sur la notion « d'intelligence du calcul » et met en avant « le rôle privilégié du calcul mental pour mettre en place les rapports entre calcul et raisonnement dès les débuts de la scolarité » : autrement dit, elle souligne en quoi le calcul ne peut pas, ou ne peut plus être considéré seulement comme une activité technique, qui constituerait une fin en soi, décorrélée d'une partie plus noble de l'activité mathématique, qui serait le raisonnement. Plus généralement, les travaux en didactique des mathématiques ont contribué à donner sa place au calcul mental dans les programmes actuels de l'école primaire. Je pense notamment à ceux de Denis Butlen et

de Monique Pézard (1992, 1996, 2007), dans les pas desquels je m'inscris, qui montrent que le calcul mental est une façon privilégiée de lier calcul et raisonnement en mettant en jeu les propriétés des nombres et des opérations. En 2002, on trouve cette vision du calcul mental développée dans les programmes scolaires de l'école et du collège, vision réaffirmée dans les programmes 2016 : celle d'un calcul mental qui rappelle la nécessité de connaissances automatisées et le rôle de la mémoire, mais qui va au-delà, en soulignant en quoi le calcul mental peut constituer un moyen d'apprentissage de connaissances des nombres et des opérations.

1.2 De la prescription à la réalité : des écarts importants

Des programmes aux pratiques des enseignants, on sait qu'il y a des adaptations, des déformations possibles, d'ailleurs nécessaires pour prendre en compte les différents contextes, et l'enseignement du calcul mental montre à ce titre une grande variabilité sur un certain nombre de dimensions : sur la durée et sur la fréquence d'abord – 42 % des élèves déclaraient avoir fait au CM2 du calcul mental chaque jour, 12 % deux fois par semaine, et 35 % déclaraient en avoir fait seulement de temps en temps (Chesné, 2014) – , ensuite sur les tâches proposées aux élèves et sur les déroulements : « si des progrès quantitatifs sont tangibles (pratique plus régulière dans toutes les classes), il reste beaucoup à faire qualitativement ; les séances sont trop souvent « monotones », « archaïques », pas assez dynamiques » (Rapport IGEN, 2013). Mais ce qui me semble le plus important, et qui va au-delà des tâches, c'est ce que j'entends quand Butlen, Pézard et Masselot (2010) parlent de « vigilance didactique » : ce sont les enjeux d'apprentissage et les activités potentielles des élèves liées à ces enjeux.

2 De quoi parle-t-on quand on parle de « faire du calcul mental » ?

2.1 Ce que recouvre le calcul mental

J'adopte comme définition du calcul mental l'ensemble des activités qui consistent à effectuer des opérations avec des nombres, essentiellement sans aide matérielle externe. J'étends ces activités à un travail explicite sur les désignations et représentations des nombres (écrites, orales, symboliques chiffrées ou non) et à un travail participant, tout ou en partie, à la résolution de problèmes mettant en jeu des données numériques, dans un cadre intra ou extra mathématique (qui peut aller de l'amorce de la démarche à la résolution complète). Le calcul mental est donc bien davantage que la seule activité, fréquente dans les classes de l'école primaire il y a une cinquantaine d'années, qui consistait à exécuter le plus rapidement possible des procédures opératoires sur les nombres, et dont l'objectif principal était l'automatisation de ces procédures. La définition que je propose du calcul mental se rapproche largement du concept anglo-saxon de « *number sense* » qui fait référence à « la compréhension générale des nombres et des opérations, ainsi qu'à la capacité d'utiliser cette compréhension de façon adaptée dans la gestion de situations numériques, pour porter des jugements mathématiques et élaborer des stratégies utiles et efficaces ».

Cette proximité du calcul mental avec le « sens des nombres » ou la conscience des nombres (à distinguer d'ailleurs de ce qu'entendent les neuro-sciences par le « sens du nombre ») permet de mettre en avant plusieurs dimensions du calcul mental, dont l'efficience, c'est-à-dire le fait de produire un résultat correct dans une durée restreinte. Un algorithme de calcul posé serait quant à lui qualifié d'efficace par son caractère généralisable. Cette efficience repose sur la mémorisation de faits numériques et sur le fait de disposer de plusieurs procédures automatisées adaptées parmi lesquelles il est possible de choisir. Elle se reconnaît aussi à l'habileté pour déterminer un ordre de grandeur, dans un objectif d'anticipation ou de contrôle d'un résultat, notamment dans des situations de la vie quotidienne.

Enfin, je reprends à mon compte ce que les chercheurs appellent *inclination* en anglais, et que je comprends comme la tendance et l'envie de recourir au calcul mental, associées à la disponibilité, au sens d'Aline Robert (1998), de connaissances sur les nombres et les opérations.

2.2 Une certaine pratique du calcul mental favorable à l'apprentissage des élèves

Ce travail de précision sur ce que recouvre le calcul mental m'amène à clarifier la nature des objectifs visés en calcul mental : fin en soi pour que les élèves acquièrent des connaissances et des capacités spécifiques parmi d'autres connaissances et d'autres capacités, et/ou moyen pour faciliter chez eux des apprentissages, ou leur permettre de les amorcer. Autrement dit, le calcul mental peut être vu comme un apprentissage parmi d'autres, mais aussi et surtout, comme une modalité d'apprentissage de connaissances qui le dépassent.

La très grande majorité des recherches, qu'elles soient nationales ou internationales, s'accordent à présenter les bienfaits du calcul mental dans les apprentissages des élèves, même s'il n'y a cependant pas convergence complète sur les bénéfices qu'en tireraient tous les élèves et sur les manières d'enseigner. Dès 1967, Biggs montre qu'une pratique régulière du calcul mental à l'école primaire a surtout comme effet d'augmenter l'anxiété des élèves sans améliorer sensiblement leurs compétences. Biggs attribue cet effet – et cette absence d'effet – à la nature des tâches proposées. D'autres recherches menées sur les pratiques d'enseignement relatives au calcul mental font également apparaître le risque de voir ces pratiques réduites à des exercices techniques routiniers. Depuis les années 1990, de nombreux chercheurs internationaux, parmi lesquels Beishuizen, Reys, Sowder ou Verschaffel, ont investi le champ du calcul mental, notamment sur des aspects qui touchent à la connaissance des faits numériques et à l'estimation d'un ordre de grandeur. Ils rejettent quasi-unanimement l'enseignement exclusif, mécanique, des algorithmes standards de calcul posé au profit d'une place plus grande en faveur du calcul mental, et en particulier de la compréhension par les élèves des méthodes et des stratégies utilisées en calcul mental.

Cette réflexion m'a conduit à déterminer trois fonctions spécifiques que le calcul mental peut jouer pour permettre aux enseignants de contribuer à faire surmonter des difficultés identifiées chez les élèves :

- une fonction strictement cognitive du côté des tâches et des activités spécifiques des élèves qu'elles peuvent provoquer : le calcul mental peut participer à l'acquisition de connaissances mathématiques des élèves, c'est-à-dire développer le sens des nombres chez les élèves, avec la signification que j'ai donnée à cette expression, et favoriser des habiletés pour la résolution de problèmes ;
- du côté du rythme des apprentissages, en augmentant les occasions de fréquenter les nombres : le calcul mental offre aux enseignants la possibilité d'adopter un « rythme didactique » spécifique ;: au niveau macro, dans l'organisation annuelle de leur enseignement, cela permet non seulement la fréquentation régulière, renouvelée, de notions, mais aussi l'anticipation de nouveaux apprentissages pour les élèves, avec l'élaboration progressive de représentations mentales et de formulations intermédiaires ; et au niveau local, l'organisation de moments de classe spécifiquement dédiés au calcul mental, sans lien nécessaire avec le reste des séances, permet de jouer facilement sur la répétition tout en préservant de la souplesse (rien n'empêche par exemple de commencer une séance de géométrie par quelques tâches de calcul mental) ;
- et enfin, une troisième fonction, qui porte *a priori* sur une tout autre dimension, mais néanmoins importante, notamment dans les classes de l'éducation prioritaire : la pratique du calcul mental

est un moyen d'installer un climat de classe favorable aux apprentissages, en créant des routines qui favorisent une mise en activité rapide de tous les élèves. La prise en compte de ce dernier aspect du calcul mental va d'ailleurs au-delà de ce seul aspect de gestion de classe, puisqu'il apparaît que des tâches de calcul mental peuvent être à la fois immédiatement accessibles aux élèves (donc être considérées comme « simples ») tout en leur offrant des cheminements différents pour les effectuer, avec un jeu de micro-dialectiques outils/objets sur les nombres et sur les opérations (et donc être considérées comme « complexes »).

Ces trois fonctions sont potentiellement porteuses de facteurs favorables à l'apprentissage des élèves. Ainsi :

- le calcul mental peut développer une compréhension structurale des nombres par opposition à une connaissance procédurale presque exclusivement fondée sur les chiffres, et il intervient positivement dans le développement des capacités liées à la résolution de problèmes ; il permet un engagement dans des démarches heuristiques, et mobilise des stratégies personnelles de résolution et de contrôle ;
- l'intégration du calcul mental dans une programmation annuelle, en créant des occasions fréquentes et graduelles d'apprentissage par imprégnation, peut offrir aux élèves des conditions progressives, d'acquisition par petites touches de connaissances qu'ils s'approprieraient plus difficilement, voire ne s'approprieraient pas du tout autrement (par exemple le fait que 7/3 soit l'écriture d'un quotient peut être l'étape finale d'une succession de situations courtes, régulières et variées et non une institutionnalisation venant immédiatement après une situation introductive) ; on peut penser ici à un enseignement en spirale ;
- le calcul mental favoriserait l'engagement des élèves dans des processus d'apprentissage en respectant leur hétérogénéité par des dynamiques spécifiques de pratiques d'un enseignant dans sa classe, parce qu'il permet des modalités d'enseignement relativement faciles à mettre en œuvre et qu'il peut modifier de façon positive les interactions enseignant/élèves et élèves/élèves (choix de déroulements, explicitation individualisée possible des procédures ou, travail en groupes, travail sur ordinateur ou tablette).

Mon hypothèse globale de chercheur est donc qu'une certaine pratique du calcul mental en classe permet d'optimiser l'acquisition de connaissances des élèves grâce à des choix sur les nombres et sur les opérations et des scénarios adaptés, cette pratique étant de plus compatible avec des modalités de gestion de la classe favorables à l'apprentissage des élèves.

2.3 Calcul mental versus calcul posé

Lieven Verschaffel[30], lors de la conférence sur la numération de novembre 2015, a bien montré en quoi le calcul mental est porteur d'un intérêt primordial, notamment par comparaison avec le calcul posé. Du point de vue de la nature de l'activité cognitive, le calcul posé repose sur des algorithmes, il fonctionne sur les chiffres des nombres, et il exige de travailler « de droite à gauche » (sauf pour la division), alors que le calcul mental a un fondement heuristique, il opère sur les nombres au lieu des chiffres, et il va « de gauche à droite » (comme on dit et comme on écrit les nombres).

Prenons le cas d'une somme à calculer, par exemple 37 + 99. Dans un calcul posé, il s'agit d'abord pour un élève de reconnaître qu'il s'agit d'une addition de deux entiers et éventuellement de repérer qu'ils

30 La présentation de L. Verschaffel est disponible à l'adresse : http://www.dailymotion.com/video/x3fg51f

ont le même nombre de chiffres. La deuxième étape consiste à choisir une organisation spatiale adaptée (écriture des nombres l'un en-dessous de l'autre avec alignement des chiffres de même rang), puis à gérer l'écriture de nouveaux chiffres, y compris celle de la retenue intermédiaire. Enfin, vient une phase de traitement qui est ici un algorithme et qui comporte au moins 3 étapes : « 7 + 9 = 16, je pose 6 et je « retiens » 1 ; 3 + 1 = 4 et 4 + 9 = 13 ». Le résultat est le nombre qui s'écrit avec un 1, un 3 et un 6 dans cet ordre, donc 37 + 99 = 136. Cette analyse vaut peu ou prou pour tous les calculs posés, notamment l'étape finale, « reconstitutrice » du résultat obtenu à partir de chacun de ses chiffres, et éventuellement avec une virgule à placer correctement. Une ultime étape pourrait être – ou devrait être – un contrôle *a posteriori* de l'ordre de grandeur du résultat, mais l'activité menée dépasse alors l'application stricte de l'algorithme.

Sur la même somme (37 + 99) à effectuer mentalement, il s'agit toujours de reconnaître une addition de deux entiers, mais en identifiant cette fois dès le départ que l'un des deux est très proche de 100. Le travail consiste d'abord à remplacer la somme à effectuer par celle de 100 et de 37 et de compenser ensuite (ou avant). Le traitement interne qui suit est donc anticipé par la double reconnaissance de l'opération à effectuer et de la spécificité des nombres en jeu. C'est comme si cette phase avait été déclenchée avant d'avoir réellement débuté le calcul, par la transformation de 99 en 100 – 1. Il reste alors à effectuer 37 + (100 – 1) : on remplace un entier par une différence d'entiers (choisie lors de l'anticipation), puis une somme de deux entiers par une somme/différence de trois entiers, et on table sur la disponibilité de 37 + 100, de 137-1 et de l'associativité en actes, qu'on considère ici comme naturelle.

Le calcul mental permet en outre, une articulation aisée entre différents registres de représentation sémiotique, oraux et écrits ; l'exemple d'un quart, écrit sous forme décimale ou sous forme fractionnaire, me paraît à ce titre significatif.

3. Les recommandations du jury de la conférence de consensus de 2015 sur la numération[31]

Cette conférence de consensus, présidée par Michel Fayol, a permis à plus de 20 chercheurs de présenter leurs travaux sur l'apprentissage et l'enseignement des nombres et du calcul à l'école primaire. Quatre rapports spécifiquement rédigés pour la conférence portent sur :

- l'apport de la recherche sur les premiers apprentissages en mathématiques : Michel Fayol y expose trois moments clés dans l'apprentissage des nombres et des opérations ;
- les acquis des élèves dans le domaine des nombres et du calcul à l'école primaire, rapport que j'ai rédigé avec Jean-Paul Fischer ;
- l'offre éditoriale et l'utilisation des manuels scolaires à l'école primaire (Eric Mounier & Maryvonne Priolet) ;
- les pratiques des enseignants en éducation prioritaire (Denis Butlen, Monique Charles-Pézard et Pascale Masselot).

À l'issue de la conférence, un jury d'une vingtaine de personnes (enseignants, inspecteurs, formateurs, parents) a rédigé un ensemble de recommandations articulées autour de cinq grands axes :

31 L'ensemble des rapports rédigés pour la conférence, les vidéos des interventions des experts et les recommandations du jury sont disponibles sur le site du Cnesco : http://www.cnesco.fr/fr/numeration/

1. l'évolution des pratiques quotidiennes des enseignants ;
2. le partage avec les parents d'occasions d'apprentissage ;
3. l'accès pour les enseignants à des ressources pédagogiques de qualité, facilement accessibles et adaptatives (notamment des ressources numériques, dont je ne parlerai pas aujourd'hui) ;
4. l'adaptation de la formation initiale des enseignants, notamment celle des enseignants du premier degré, et la nécessité de les accompagner ;
5. l'intégration des résultats de la recherche dans les programmes (mais nous avons vu que cela avait commencé) et l'évaluation de leur mise en œuvre.

Parmi les recommandations qui ont trait aux pratiques des enseignants, plusieurs ont à voir, directement ou indirectement, avec le calcul mental et montrent bien comment le calcul mental peut être un moyen d'apprentissage des mathématiques :

- **S'appuyer sur l'oral avant de passer à des écritures symboliques**, c'est-à-dire prendre appui sur des connaissances « déjà-là » et donner du temps aux élèves pour passer du tangible au symbolique en accordant de la place à l'oral : c'est important pour les nombres entiers, mais aussi pour les fractions et les décimaux ; un quart, c'est d'abord un quart de quelque chose ; 25 centièmes, c'est aussi 25 centièmes de mètre ou de litre (penser aux liens de la numération avec les grandeurs), puis un nombre qui pourra se dire puis s'écrire de différentes façons.
- **Ne pas attendre la maîtrise parfaite d'une notion pour en aborder une nouvelle avec les élèves** : à partir d'une vision strictement cumulative des mathématiques, les enseignants privent les élèves de processus d'apprentissage dialectiques ; cette recommandation me semble particulièrement importante pour l'apprentissage des fractions et des décimaux, qui nécessite du temps et des ruptures de représentations par rapport aux entiers.
- **Insister davantage sur l'apprentissage des tables d'addition et de multiplication.**
- **Privilégier le calcul mental par rapport au calcul posé :** à ce sujet, des documents d'accompagnement sur le calcul pour les cycles 2 et 3, avec des exemples de tâches et de cheminements possibles pour les traiter, vont bientôt être disponibles, avec un accent sur le calcul mental, et sur le calcul en ligne, sorte de calcul mental étayé par la possibilité d'écrire des calculs intermédiaires qui permettent de libérer la mémoire de travail **;**
- **Faire dire à l'élève comment il a fait pour arriver à son résultat :** une séance de calcul mental est un moment particulièrement opportun pour avoir accès aux conceptions et aux stratégies des élèves, correctes ou erronées ; la nature des tâches et la faible part de l'écrit sont des occasions favorables pour que les élèves verbalisent leurs différentes conceptions ou procédures ; l'enseignant peut alors décider de les laisser en l'état, sans chercher à les modifier ni à les hiérarchiser(mais il les a identifiées) ; il peut aussi les reformuler afin de les faire évoluer ou privilégier certaines d'entre elles, ou encore faire émerger et institutionnaliser des conceptions correctes ou des procédures expertes ;
- **Associer l'apprentissage des techniques opératoires à la compréhension des nombres :** il y a un vrai enjeu sur l'apprentissage des techniques opératoires au 21e siècle, qui n'est pas encore tranché en France : en quoi est-il utile, important, nécessaire pour un élève, pour un adulte, de les connaître ou de les maîtriser ? En l'état actuel des programmes, les enseignants (et les formateurs) doivent se poser un certain nombre de questions à ce sujet, avoir des éléments de

réponse et les partager « aux bons moments » avec les élèves : par exemple pourquoi enseigner de telle ou telle façon la technique de la soustraction ? Qu'est-ce qui est en jeu dans la multiplication ? Dans une division à quotient décimal, ou à quotient dont l'écriture décimale « ne se termine pas » ? A ce sujet, l'atelier animé par Céline Constantin a bien mis en évidence, à partir de la question de la multiplication et celle de la distributivité, les tensions auxquelles doivent faire face les enseignants du premier degré dans l'enseignement des techniques opératoires.

On voit donc bien les perspectives encourageantes d'amélioration de l'apprentissage des élèves *via* un enrichissement des pratiques des enseignants, et donc par corollaire, l'importance de la formation correspondante. Cela amène à chercher à identifier des facteurs clés d'efficacité d'une telle formation, même si c'est difficilement évaluable. On peut ainsi s'interroger sur la place du calcul mental dans une formation d'enseignants, et se demander s'il constitue un de ces facteurs, dépassant la seule fonction d'une composante spécifique de la formation qu'on pourrait lui attribuer *a priori*.

III - QUELS « FACTEURS CLÉS D'EFFICACITÉ » DANS UNE FORMATION D'ENSEIGNANTS : QUELLE PLACE POUR LE CALCUL MENTAL ?

1. L'expérimentation PACEM

Pour répondre à ces questions, je vais m'appuyer sur le travail de recherche que j'ai mené à partir de l'expérimentation PACEM.

1.1 Présentation et résultats de l'expérimentation

L'expérimentation PACEM est une expérimentation à grande échelle visant à favoriser l'acquisition de compétences par les élèves en mathématiques, à travers une formation continue d'enseignants, dont le scénario et les contenus sont sous-tendus par une vision particulière de l'enseignement des mathématiques, et qui a donné une place importante au calcul mental.

Le protocole de mesure d'impact de l'expérimentation est effectué par la comparaison des résultats des élèves à un pré-test et à un post-test, que j'ai construits à partir d'items d'évaluations nationales (standardisées) antérieures, et validés d'un point de vue psychométrique[32]. Un groupe expérimental et un groupe témoin ont été constitués, avec à l'intérieur de chacun de ces deux groupes, deux catégories d'enseignants : le groupe expérimental est composé d'enseignants formés en présentiel, et de leurs collègues dans leurs établissements, c'est-à-dire d'enseignants potentiellement formés, indirectement, par dissémination de la formation reçue en présentiel. Le dispositif visait en effet une évolution des pratiques individuelles des enseignants, mais aussi de leurs pratiques collectives, intra-établissements. Le groupe témoin est composé d'enseignants comparables à ceux qui ont été formés en présentiel[33], et de leurs collègues dans leurs établissements.

Les résultats obtenus, par-delà les biais possibles liés à l'expérimentation, ont montré un impact global positif et significatif de l'expérimentation avec :

[32] Les items retenus étaient identifiés comme pertinents et variés pour évaluer les acquis des élèves dans le domaine des nombres et du calcul, au niveau scolaire considéré (en particulier, les taux de réussite aux évaluations standardisées antérieures étaient connus).

[33] Le choix des enseignants formés en présentiel a été effectué à partir d'un groupe d'enseignants tous remarqués par les IA-IPR de Créteil, et volontaires. Les enseignants non retenus dans le groupe expérimental et les collègues de leurs établissements ont constitué le groupe témoin.

- un effet positif direct de la formation, c'est-à-dire sur les élèves des enseignants formés ;
- un effet positif indirect de la formation : on observe une nette progression des élèves des enseignants de la seconde catégorie du groupe expérimental, c'est-à-dire des élèves des enseignants qui ne sont jamais venus en formation ;
- des tendances intéressantes sur les résultats des filles, sur ceux des élèves d'éducation prioritaire, et sur ceux des élèves de bas niveau, qui semblent marquer des « effets de rattrapage » ;
- un effet positif durable du dispositif, mesuré par deux tests effectués en fin de 5e (un test spécifique lié à l'expérimentation, et le test national proposé en 2012).

1.2 Cadre théorique

Une partie importante de mon travail de recherche a consisté à interroger et à comprendre *a posteriori* ce qui avait été mis en place dans la formation lors de l'expérimentation PACEM, pour en quelque sorte dénaturaliser les éléments qui la composaient, les analyser, identifier ceux qui pouvaient être considérés comme des facteurs d'efficacité, et enfin repérer des marges d'évolution ou des alternatives.

Même si dans la réalité, l'expérimentation a été *a priori* sous-tendue par des conceptions personnelles de l'enseignement des mathématiques et de la formation, elle avait fortement été influencée par un cadrage théorique que j'ai été ensuite amené à préciser et à adapter à mes questionnements. Je me réfère à deux cadres théoriques principaux :

- la théorie de l'activité (Chesné, 2014), qui permet d'étudier, en situation scolaire et en mathématiques, les apprentissages des élèves en relation avec leurs activités provoquées par leurs enseignants, ce qui m'a conduit, pendant la formation, à mettre les activités mathématiques des élèves au centre de ce qui peut provoquer leurs apprentissages ;
- et la théorie de la double approche, didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002) qui est un moyen de prendre en compte la complexité des pratiques (réelles) des enseignants, et qui en formation permet d'anticiper sur les pratiques potentielles des enseignants, leurs priorités, leurs besoins, déclarés ou non, et les déroulements possibles de ce qui peut se jouer en classe.

Aline Robert et moi-même sommes aussi engagés depuis plusieurs années dans un travail de modélisation, qui s'inspire de la notion de zone proximale de développement. Nous définissons ainsi une zone proximale de développement des pratiques (ZPDP), associée à des activités d'enseignants proches des leurs, qu'ils peuvent reconstituer, apprécier, analyser et enrichir. L'hypothèse que nous faisons est que pour qu'un travail en formation enrichisse les pratiques, et pas seulement des connaissances sur les tâches à proposer aux élèves ou les déroulements, il est important que ce travail s'appuie sur des éléments des pratiques relevant de cette ZPDP, dont les enseignants ont conscience ou peuvent prendre conscience.

1.3 Caractéristiques de la formation des enseignants

Concrètement, la formation des enseignants a duré 18 heures réparties en 1 journée puis 4 demi-journées sur la première moitié de l'année scolaire. Tout en étant centrée sur le calcul mental, la formation a abordé des points cruciaux du programmes de 6e (multiplication des décimaux, passage du partage au quotient, résolution de problèmes). Elle a comporté quatre temps :

- **une phase d'amorce** destinée à favoriser des prises de conscience des enseignants sur des notions clés, à partir d'items et de résultats d'évaluations nationales, puis des résultats des élèves au pré-test (cf ci-dessus) ; cette première phase était également destinée à faire émerger ou à évoquer des

pratiques, et à faire exprimer des besoins par les enseignants ;

- **un apport** de connaissances mathématiques et didactiques par le formateur, s'appuyant sur ce qui précède, dans le domaine des nombres et du calcul, et particulièrement en calcul mental ;
- **une phase d'appropriation** par les enseignants de ces connaissances pour les inscrire dans des pratiques de classe possibles, grâce à des exemples concrets de couples tâches/déroulements en calcul mental ;
- **une phase de structuration**, permettant aux enseignants d'organiser les différentes séances de calcul mental entre elles d'une part, et les séances de calcul mental dans une programmation globale annuelle des nombres et du calcul d'autre part.

Au final, avec des contenus pertinents, il apparaît qu'une « formation à l'envers » (Robert, Lattuati et Penninckx, 2012) – c'est-à-dire une formation dans laquelle les apports du formateur sont non donnés d'emblée, mais adaptés aux besoins des enseignants, soit qu'ils aient été exprimés par eux, soit qu'ils aient été identifiées par le formateur – est un facteur d'efficacité dans une formation visant à faire évoluer les pratiques d'enseignants. Cette stratégie inductive de formation part d'éléments de pratiques locales des enseignants, pour remonter ensuite vers des alternatives et des pratiques plus globales. Ce type de formation apparaît particulièrement cohérent avec le domaine qui nous intéresse aujourd'hui, et ceci à plusieurs niveaux, car :

- il offre aux formateurs **un moyen d'accès aux pratiques des enseignants**, et en ce sens l'utilisation d'un matériau neutre et riche comme des items d'évaluations externes est très intéressant ;
- il ouvre une **palette de pratiques possibles intégrables localement** : parmi l'immense variété des tâches et des scénarios possibles, tous les enseignants peuvent s'en approprier certains ;
- ces choix de déroulement et de contenus possibles se révèlent « **non globalement déstabilisateurs** » : ils peuvent dans un premier temps être intégrés localement par les enseignants, dans leurs contenus et/ou dans la durée, sans remettre en cause l'ensemble de leurs pratiques ;
- enfin, cette entrée locale du type « cheval de Troie » peut avoir **une portée globale sur les pratiques des enseignants**.

Le travail sur le calcul mental favoriserait donc à la fois une entrée locale, et donc à effets rapides, sur les représentations et des pratiques des enseignants, et une évolution de celles-ci plus en profondeur.

IV - BILAN ET PERSPECTIVES

En ce qui concerne le champ de la didactique des mathématiques, on peut donc apporter des réponses aux questions posées, qui ne sont pas toutes de même nature, et sans doute pas à considérer au même degré de développement. Parmi elles, notamment dans des contextes où les conditions d'enseignement sont difficiles et les enjeux particulièrement importants, je retiendrai :

- **l'intérêt du calcul mental** comme élément d'apprentissage des élèves, comme élément de pratiques des enseignants et comme élément de formation des enseignants ;
- **du côté de la formation des enseignants** : la validité d'un travail de formation dans une zone proximale de développement des pratiques des enseignants, et l'ancrage d'une formation sur au moins deux composantes des pratiques au sens de la double approche.

Des pistes restent bien entendu à explorer pour la recherche :

- **sur le calcul mental**, avec des études plus poussées sur sa mise en place en classe, sur les tâches, des études cliniques sur les liens tâches/activités/productions des élèves, sur l'articulation avec l'ensemble des mathématiques enseignées pendant l'année scolaire, sur l'utilisation de ressources numériques.
- **sur la formation des enseignants** : sur la spécificité du domaine (nombres et calcul), sur des adaptations et alternatives (par exemple en terme de supports servant à l'amorce), sur le format spatio-temporel (hybridation, formation de proximité), sur la dimension (comment passer à une extension ou à une généralisation ?) et sur le rôle des formateurs dans les formations d'enseignants (analyse de l'activité des formateurs) ?
- **sur les évaluations standardisées**, avec un travail de croisement entre différents types de tâches, une analyse des activités des élèves pendant un test, formes différentes d'évaluation (en groupes, avec aides), un travail de croisement entre évaluations de classe et évaluations standardisées.

V - BIBLIOGRAPHIE

BEISHUIZEN M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second class. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(4), 294-323.

BEISHUIZEN M. (1997). Mental arithmetic: Mental recall or mental strategies? *Mathematics Teaching*, 160, 16–19.

BIGGS J. B. (1967). *Mathematics and the conditions of learning*. Slough: National Foundation for Educational Research.

BUTLEN D. (2007). Le calcul mental entre sens et technique, *Recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution des problèmes numériques*. Presses universitaires de Franche-Comté.

BUTLEN D. & PÉZARD M. (1992). Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du C.P. au CM2, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 12(2/3) 319-368.

BUTLEN D. & PÉZARD M. (1996), Rapports entre habileté calculatoire et prise de sens dans la résolution de problèmes numériques, étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire. *Cahier de DIDIREM n°27*. Paris, IREM Paris 7.

BUTLEN D., CHARLES-PÉZARD M. & MASSELOT P. (2010). Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des milieux défavorisés : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique in *Actes du colloque « Les didactiques en question : état des lieux et perspectives pour la recherche et la formation »*, Université de Cergy-Pontoise, IUFM de Versailles.

CHESNÉ J.-F. (2014). *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot (Paris 7).

CHESNÉ J.-F. & FISCHER J.-P. (2016). « Partir des pratiques » en formation professionnelle des enseignants de mathématiques des lycées et collèges. *Petit x, 97*, 78-80.

CHESNÉ J.-F., LARDEUX R. & PROST S. (2012). PACEM : une expérimentation de formation continue d'enseignants en mathématiques. Résultats en sixième. *Note d'Information 12.23* – Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance.

CHESNÉ J.-F., PARIÈS M. & ROBERT A. (2009). « Partir des pratiques » en formation professionnelle des enseignants de mathématiques des lycées et collèges. *Grand N 80*, 25-46.

DARLING-HAMMOND L. & ROTHMAN R. (Eds) (2011). *Teacher and Leader Effectiveness in High-Performing Education Systems* .Washington, DC : Alliance for Excellent Education and Stanford, CA: Stanford Center for Opportunity Policy in Education.

IGEN (2013). *Bilan de la mise en œuvre des programmes issus de la réforme de l'école primaire de 2008*. http://cache.media.education.gouv.fr/file/2013/72/8/2013-066-Rapport-IGEN-Bilan-de-la-mise-en-oeuvre-des-programmes-issus-de-la-reforme-de-2008_284728.pdf

KAHANE J.-P. (Ed) (2002). *L'enseignement des sciences mathématiques : Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques*, Paris, Odile Jacob.

REYS B. (1991). Number sense: Building on student's intuitive knowledge. In C. J. Irons (Ed.), *Challenging children to think when they compute: Developing number sense, mental computation and computational estimation*, Proceedings of the 1st annual conference on Mathematics Teaching and Learning presented by The Centre for Mathematics and Science Education, Queensland University of Technology, Brisbane.

REYS B. (1994). Promoting number sense in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1, 3, 114-120.

ROBERT A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2) 139-190.

ROBERT A., LATTUATI M., PENNINCKX J. & *al*. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques. (Se) former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos*. Besançon : Presses universitaires de Franche –Comté.

ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4) 505-528.

SOWDER J. (1990). Mental computation and number sense. *Arithmetic Teacher,* 37, 7,18-20.

SOWDER J. (1991). Teaching computation in ways that promote number sense. In C. J. Irons (Ed.), *Challenging children to think when they compute: Developing number sense, mental computation and computational estimation*, *Proceedings of the 1st annual conference on Mathematics Teaching and Learning*. Queensland University of Technology, Brisbane.

VERSCHAFFEL L. & DE CORTE, E. (1996). Number and arithmetic. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education*, 99–137. Dordrecht, Pays-Bas : Kluwer.

VERSCHAFFEL L., GREER B., & DE CORTE E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Greenwich, CT: information Age Publishing.

QUELLE ARTICULATION ENTRE PRATIQUE ENSEIGNANTE ET FORMATION ? UN REGARD EXTÉRIEUR À PARTIR DU QUÉBEC

Laurent THEIS
Professeur titulaire
Département d'enseignement au préscolaire et au primaire
Faculté d'Éducation
Université de Sherbrooke
Laurent.Theis@USherbrooke.ca

Résumé

Au Québec, la formation initiale des enseignants, à visée professionnalisante et d'une durée de quatre ans, propose une double articulation mathématiques/didactique et théorie/pratique. Dans ce texte, je présenterai les modalités de la formation à l'enseignement des mathématiques au Québec et je tenterai d'apporter un éclairage, d'un point de vue québécois, sur des enjeux centraux abordés dans ce colloque de la COPIRELEM.

- Quelle articulation entre la formation didactique et la formation mathématique dans la formation initiale des enseignants ? Cet enjeu sera abordé à l'aide du cadre conceptuel de Hill et Ball (2009) et à travers l'exemple de la formation à l'enseignement des probabilités au primaire.

- Quelle articulation entre théorie et pratique dans la formation initiale et continue des enseignants? J'illustrerai cette articulation à l'aide d'un exemple de recherche collaborative sur la résolution de situations-problèmes au primaire et le réinvestissement de ses résultats dans la formation initiale et continue.

I - INTRODUCTION

Lorsque les organisateurs de la conférence COPIRELEM 2016 m'ont approché pour préparer une conférence sur le système de formation des enseignants au Québec, le mandat initial était de fournir un regard extérieur sur cette formation à partir de l'exemple du Québec. Je me suis rapidement rendu compte que la formation des enseignants telle que nous la pratiquons au Québec présente quelques différences fondamentales par rapport à celle qui est dispensée en France et ce, à la fois au niveau de ses modalités et de ses orientations fondamentales, voire au niveau même des projets poursuivis par la didactique des mathématiques dans les deux contextes. La compréhension de ces différences me semble primordiale afin de bien pouvoir situer la formation des enseignants au Québec. Dans une première partie de mon texte, je tenterai donc de décrire ce contexte, à la fois au niveau des structures et de l'orientation de la formation des enseignants au primaire.

Par la suite, je décrirai comment ma propre pratique de formation des enseignants s'articule autour de quelques enjeux centraux, dont certains réfèrent également à la thématique de ce colloque de la COPIRELEM. Dans une première partie, j'illustrerai comment s'articulent les connaissances mathématiques dans le cadre d'une formation intégrée, dans laquelle les étudiants n'ont pas suivi au préalable des cours de mathématiques à un niveau universitaire. Une deuxième partie servira à décrire comment se font les liens entre théorie et pratique en formation initiale et continue, en m'appuyant sur des exemples issus d'une recherche collaborative avec une enseignante du primaire.

Une mise en garde s'impose toutefois par rapport à cette deuxième partie. En effet, je ne peux y prétendre donner un aperçu représentatif de ce qui se fait actuellement au Québec. Il s'agit plutôt de mon regard sur ma propre pratique de formation, dans le cadre duquel certains éléments reflètent une réalité plus largement répandue au Québec, et d'autres constituent des éléments plus spécifiques.

Avant d'entrer dans la description des modalités de la formation initiale et continue au Québec, il me semble primordial de commencer par situer le projet de la didactique des mathématiques au Québec, projet qui n'est pas le même que celui de la didactique française, et dont la nature influence la manière dont est menée la formation des enseignants. Ainsi, à l'occasion du colloque annuel du Groupe de Didactique des Mathématiques de 2007, la communauté de didactique des mathématiques a fait un bilan de l'évolution de cette discipline au Québec, alors que toute une génération de didacticiens était à l'aube de la retraite. Dans sa plénière, Nadine Bednarz a souligné que le projet de la didactique des mathématiques au Québec diffère en partie de celui de la didactique française. Ainsi, elle rappelle que le projet de la didactique des mathématiques française est d'établir la didactique des mathématiques comme une discipline scientifique (Bednarz, 2007). Dans ce sens, elle ne vise pas nécessairement à améliorer l'enseignement des mathématiques, mais plutôt à en décrire et à en connaître les conditions (*Ibid.*). Au Québec, le projet poursuivi par un certain nombre de travaux en didactique des mathématiques n'est pas tout à fait le même. Tout d'abord, comme l'explique Bednarz (2007), la communauté de didactique des mathématiques a émergé entre autres autour de la mise sur pied d'un programme de formation continue des enseignants dans les années 70. Ensuite, à la suite d'une analyse des travaux d'une des communautés de didacticiens des mathématiques qui ont fortement influencé la formation des enseignants au Québec (le département de didactique à l'UQAM), un projet différent semble se dégager.

> Les recherches prennent leur ancrage dans la formation et elles viennent l'alimenter. Il s'agit de comprendre les productions des élèves, d'élaborer des situations d'enseignement fécondes sur le plan des apprentissages, de développer des outils conceptuels, non pas pour élaborer une théorie sur les phénomènes d'enseignement, mais, au-delà des connaissances nouvelles produites dans ces recherches, pour mieux agir sur le plan de la formation. Les savoirs didactiques élaborés n'ont pas comme finalité de créer une didactique scientifique, mais de se donner un cadre de référence pour l'action du formateur. Ce cadre permet d'éclairer, d'alimenter, d'enrichir le travail fait en formation auprès des futurs enseignants. En ce sens, la finalité de ce travail peut être rapprochée de celle d'une didactique professionnelle. (Bednarz, 2007, p. 49)

Bien sûr, la communauté de didacticiens des mathématiques n'est pas homogène et il y existe aussi une certaine diversité des approches, mais il n'en reste pas moins qu'on retrouve, chez une partie importante des membres de cette communauté, un souci de développer des outils pour la formation des enseignants. Dans ma propre « pratique » de chercheur, j'ai travaillé à la fois sur des recherches dont les analyses impliquaient des développements théoriques (entre autres les travaux réalisés avec l'équipe de Teresa Assude à Aix-Marseille (Theis et al., 2016) et (Assude et al., sous presse)), et sur des recherches dont le but premier était de développer des outils par la formation. La recherche collaborative que j'ai menée avec une enseignante du primaire (Theis et Gagnon, 2013) et dont je donnerai quelques exemples plus loin, entre dans cette catégorie.

La distinction entre les deux visées me semble également importante pour bien comprendre les choix qui ont été faits dans la formation des enseignants au Québec. Ainsi, comme nous allons le voir plus loin, dans ma propre pratique de formation, les étudiants ne sont pas formés « à la didactique » et aux cadres théoriques qui les sous-tendent. Bien sûr, certains cadres ou éléments de cadres de la didactique française sont présents dans la formation des enseignants, mais de manière plus implicite. Cette formation poursuit alors plutôt des visées de développement professionnel des enseignants. D'ailleurs, cette distinction entre d'une part une visée de formation de professionnels et d'autre part une formation

« à la didactique » se retrouve également dans le référentiel de compétences du Ministère de l'Éducation, qui sous-tend l'ensemble des programmes de formation des enseignants :

> Dans les professions instituées, les compétences requièrent, sans s'y réduire cependant, des savoirs issus des diverses disciplines comme autant de ressources soutenant l'action. Le processus de professionnalisation implique donc une différence majeure en ce qui a trait à la tradition de formation universitaire au sens où former dans la discipline et former à l'acquisition de compétences professionnelles n'apparaissent plus désormais comme des activités identiques. (MEQ, 2001, p. 17).

II - MODALITÉS DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS AU QUÉBEC

Dans cette section, je donnerai quelques informations sur les modalités générales de la formation initiale et continue des enseignants à l'Université de Sherbrooke. D'entrée de jeu, je tiens à préciser que cette formation présente de nombreux points en commun avec celle dispensée dans d'autres universités québécoises, mais qu'elle n'y est pas identique en tout point.

Au Québec, le préscolaire obligatoire est d'une durée d'un an et les élèves y entrent généralement à l'âge de 5 ans. Le primaire est d'une durée de 6 ans, répartis en trois cycles. Le secondaire comprend 5 années réparties en deux cycles. À la suite du secondaire, le collège (CEGEP), d'une durée de deux (en formation générale) ou trois ans (en spécialisation) constitue le maillon entre le secondaire et l'entrée à l'Université.

De manière générale, l'Université de Sherbrooke offre trois programmes de formation initiale qui mènent à l'enseignement des mathématiques, à divers niveaux et à différents contextes d'interventions : l'enseignement au préscolaire et au primaire, l'enseignement au secondaire et l'enseignement dans un contexte d'adaptation scolaire et sociale. Dans tous ces programmes, le brevet d'enseignement est délivré après un baccalauréat de quatre années universitaires, qui serait l'équivalent d'une licence dans le système français. Toutefois, contrairement aux modalités du système français, les étudiants s'inscrivent directement dans l'un de ces trois baccalauréats dans le domaine de l'éducation, sans obtenir au préalable une spécialisation dans un autre domaine (en mathématiques ou ailleurs).

1 La formation initiale à l'enseignement au préscolaire et au primaire

Tout d'abord, je donnerai quelques détails sur la structure générale du programme dans lequel j'interviens et qui forme les enseignants du préscolaire et du primaire. À l'entrée, l'admission des étudiants est contingentée et se fait sur la base des notes obtenues au collège (CÉGEP). Par exemple, à l'Université de Sherbrooke, la capacité annuelle d'accueil de notre programme est de 180 étudiants, et ce sont les 180 étudiants qui ont la cote la plus élevée qui sont acceptés. Toutefois, il est à noter que les exigences à l'entrée pour les enseignants sont généralement beaucoup moins élevées que dans d'autres facultés, notamment celles des sciences pures. À la sortie du baccalauréat, le système diffère fortement de celui en vigueur en France, puisqu'il n'y a pas de concours étatique pour accéder à la fonction d'enseignant : c'est l'obtention du baccalauréat qui donne accès au brevet d'enseignement, qui permet ensuite aux étudiants de postuler à un emploi d'enseignant dans une commission scolaire[34]. Cette solution présente l'avantage que la formation des enseignants n'a pas besoin de former directement à la passation d'un concours. Par contre, l'insertion professionnelle des enseignants pour les enseignants du primaire est actuellement difficile au Québec. Comme il y a plus d'enseignants qualifiés que de postes dans de nombreuses régions du Québec, beaucoup de jeunes enseignants travaillent en suppléance, avec des contrats temporaires ou encore avec des tâches morcelées, pendant de nombreuses années avant d'avoir « leur » classe.

[34] Les commissions scolaires sont les organismes régionaux qui gèrent les écoles publiques du primaire et du secondaire.

La formation elle-même est à visée professionnalisante, dans le sens où elle est axée sur le développement de compétences professionnelles nécessaires à l'acte d'enseigner. Comme nous l'avons vu plus haut, cette distinction implique de ne pas nécessairement former les étudiants à une discipline scientifique (dans ce cas-ci, la didactique des mathématiques), mais à des compétences professionnelles liées à l'enseignement des mathématiques, qui s'appuient par ailleurs sur la didactique des mathématiques. Le référentiel de compétences décrit la tension entre les deux missions fondamentales de l'Université dans ce contexte :

> L'université est donc porteuse de tensions en son sein même : d'une part, elle s'inscrit dans une logique scientifique qui découle de sa mission classique de se consacrer à l'avancement des connaissances et, d'autre part, elle poursuit aussi des objectifs liés à une logique professionnelle qui a pour objet de former des personnes de haut calibre dans un secteur d'activité précis. (MEQ, 2001, p. 17)

En tout, le référentiel comprend 12 compétences à développer tout au long de la formation à l'enseignement, dont quelques-unes qui sont particulièrement en lien avec l'acte d'enseigner les mathématiques : la première compétence est intitulée « agir en tant que professionnel […] héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture ». En didactique des mathématiques, le développement de cette compétence nécessite le renforcement de la culture mathématique tout au long de la formation. Trois compétences également travaillées dans les cours de didactique des mathématiques touchent directement à l'acte d'enseigner, puisqu'elles touchent la planification (« concevoir des situations d'enseignement-apprentissage), la gestion des situations en classe (« piloter des situations d'enseignement-apprentissage ») et l'évaluation (« évaluer la progression des apprentissages »)

Une des caractéristiques du baccalauréat en enseignement au préscolaire et au primaire (BEPP) de l'Université de Sherbrooke est qu'il s'agit d'une formation intégrée. Cette intégration se joue essentiellement à deux niveaux. Tout d'abord, il y a une intégration entre la formation didactique et la formation mathématique. En effet, le baccalauréat ne propose pas de cours de mathématiques pures aux étudiants. La culture mathématique est plutôt travaillée à travers les cours de didactique. Je décrirai plus loin comment s'articulent les dimensions mathématique et didactique dans la formation.
Ensuite, il y a également une intégration entre les cours à l'Université et les stages en milieu scolaire. Ainsi, les étudiants suivent des stages d'environ 60 jours chaque année de leur formation et ce, dès la première année. Lors des stages, il y a une prise en charge progressive par les étudiants de l'enseignement, tout au long des quatre années, qui culmine à une prise en charge complète d'environ deux mois à la fin du stage de quatrième année. Il est important de noter dans ce cadre que ces stages ne constituent pas de premiers contrats d'enseignement ; ils ne sont d'ailleurs pas rémunérés. Au contraire, l'enseignant garde la responsabilité ultime de la classe et a comme mandat d'accompagner l'étudiant dans son développement professionnel tout au long de chacun des stages. Par ailleurs, un autre intervenant, le superviseur universitaire, intervient de manière plus ponctuelle auprès des stagiaires et a essentiellement comme mandats d'établir le pont entre le milieu scolaire et l'Université, d'accompagner le stagiaire et l'enseignant associé, ainsi que de sanctionner la réussite du stage, de concert avec l'enseignant. Les niveaux de stage en deuxième et en troisième année de formation sont choisis de manière à les faire correspondre le plus possible avec les cours universitaires. Ainsi, en deuxième année, les étudiants sont en stage au préscolaire ou au premier cycle du primaire (1ère et 2ème année), et les cours de didactique sont orientés vers l'enseignement à ces niveaux. En troisième année, les stages aux deuxième et troisième cycles du primaire (3ème à 6ème année) s'arriment également avec les contenus des cours de didactique.

Le BEPP propose quatre cours dédiés à la didactique des mathématiques au cours des quatre années de formation, d'une durée de 45 heures chacun. Les cours sont organisés autour de contenus

d'enseignement spécifiques. Ainsi, le premier cours est dispensé en première année et est consacré à l'enseignement de la géométrie. Le cours de deuxième année s'intéresse à l'enseignement des mathématiques aux jeunes enfants. Il porte essentiellement sur le développement du concept du nombre et des premières opérations de base. Les deux cours de troisième année, intitulés « didactique de l'arithmétique » I et II s'intéressent à l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique à la fin du primaire (3ème à la 6ème année), mais ont également des visées plus larges, puisqu'ils abordent l'enseignement des statistiques, des probabilités, des entiers relatifs et des nombres rationnels, entre autres.

2 Quelques mots sur la formation initiale en adaptation scolaire et sociale et en enseignement au secondaire

Afin de donner un portrait plus complet de la formation initiale des enseignants, je donnerai également quelques informations sur la formation en adaptation scolaire et sociale et en enseignement au secondaire.

Tout d'abord, les diplômés en adaptation scolaire et sociale sont appelés après leurs études à intervenir auprès des élèves en difficulté dans différents contextes, soit dans un contexte de travail individuel en orthopédagogie, soit en soutien à l'enseignant de la classe régulière, soit à l'intérieur de classes adaptées, par exemple dans des classes regroupant des élèves ayant un handicap ou une déficience intellectuelle. Leur formation de quatre ans comprend une spécialisation soit en enseignement / intervention au primaire, soit une spécialisation en enseignement / intervention au secondaire. Les étudiants sont formés à la fois pour l'intervention en français et en mathématiques même si, dans leur pratique, les interventions se font davantage au niveau du français, et moins en mathématiques.

La formation en enseignement au secondaire nécessite pour sa part dès le départ un choix de la matière à enseigner. Les enseignants de mathématiques bénéficient d'une formation qui intègre la formation disciplinaire et la formation didactique. Ainsi, au cours de leur formation, les enseignants du secondaire suivent 9 crédits (chaque crédit correspond à 15 heures de cours) de formation didactique, dispensée à la Faculté d'Éducation par des didacticiens, et 54 crédits de formation mathématique, dispensée par la Faculté de Sciences, par des mathématiciens.

Ces deux programmes proposent, tout comme le BEPP, des stages en milieu scolaire dès la première année de formation et poursuivent également le développement des compétences professionnelles prévues par le référentiel des compétences du Ministère.

3 Les modalités de la formation continue en enseignement au préscolaire et au primaire

À l'Université de Sherbrooke, il existe également différentes modalités de formation continue des enseignants du primaire et du préscolaire en enseignement des mathématiques. Ainsi, le département d'enseignement au préscolaire et au primaire offre une maîtrise (l'équivalent d'un master en France) dont la plupart des étudiants sont des enseignants en exercice qui souhaitent améliorer leurs compétences professionnelles. Cette maîtrise accueille également une minorité d'enseignants qui désirent changer de niveau d'intervention ; ce sont pour la plupart des enseignants du secondaire ou d'adaptation scolaire qui souhaitent faire la transition à l'enseignement au primaire et au préscolaire. Il est à noter que le but de cette maîtrise n'est pas de permettre aux étudiants d'occuper un emploi différent à l'obtention du diplôme. D'ailleurs, la plupart des finissants de cette maîtrise continueront leur carrière en enseignement au préscolaire et au primaire, alors que seulement une minorité changera d'emploi pour occuper d'autres fonctions à l'intérieur du système scolaire, comme celle de conseiller pédagogique.

Cette maîtrise est également à visée professionnelle dans le sens où elle vise surtout le perfectionnement professionnel des enseignants. Ainsi, dans les documents officiels qui la décrivent, on retrouve des objectifs qui visent à permettre aux étudiants de « consolider leur pratique professionnelle ; d'approfondir leurs connaissances dans le domaine de la psychopédagogie ; d'amorcer une spécialisation en didactique d'une ou de plusieurs disciplines ; de développer leurs connaissances et leurs compétences professionnelles, tout en s'appuyant sur leur expérience professionnelle ; et d'analyser de façon systématique leur pratique professionnelle ». Elle comprend plusieurs cours de psychopédagogie, mais il y a également des cours de didactique des différentes disciplines qui y sont offerts. Ces cours occupent 30 crédits dans la maîtrise, qui comprend également un bloc « recherche » de 15 crédits supplémentaires au terme du processus, pour l'étudiant qui souhaite obtenir la maîtrise (le master). Cette partie n'est cependant pas obligatoire, puisque les étudiants peuvent également choisir d'obtenir un « diplôme de deuxième cycle » qui comprend uniquement la partie « cours ». Finalement, il est intéressant de noter qu'il existe deux cheminements différents pour la maîtrise. Le premier cheminement, plus classique, prévoit des cours en présence, à l'Université de Sherbrooke, mais aussi dans différentes régions du Québec. Le deuxième cheminement est dispensé entièrement en ligne, avec des étudiants qui proviennent des quatre coins du Québec.

III - QUELLE ARTICULATION ENTRE MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUE ?

Tel qu'indiqué plus haut, la formation initiale dispensée au BEPP ne prévoit pas de cours de mathématiques pures, mais plutôt des cours de didactique dans lesquels est intégrée la formation mathématique. Comment se fait alors cette articulation entre mathématiques et didactique des mathématiques ? Dans cette section, je dresserai d'abord un court portrait des étudiants en ce qui a trait à leur rapport affectif aux mathématiques et à leurs compétences mathématiques. Par la suite, je présenterai le modèle des connaissances mathématiques de Hill et Ball (2009) afin de mieux pouvoir situer les connaissances mathématiques nécessaires à l'acte d'enseigner. Dans une dernière partie, j'illustrerai à l'aide de quelques exemples sur l'enseignement des probabilités comment les activités de formation dispensées au BEPP tentent de travailler les différentes dimensions des connaissances mathématiques. Pour ce faire, je m'appuierai largement sur l'argumentaire développé dans un texte sur la formation des mathématiques publié en 2011 (Theis, 2011).

1 Portrait des étudiants du BEPP de l'Université de Sherbrooke

Contrairement aux futurs enseignants de mathématiques du secondaire, qui ont choisi leur discipline d'enseignement, les étudiants en enseignement au préscolaire et au primaire ont fait le choix plus général d'un ordre d'enseignement, mais pas d'une matière spécifique. Par ailleurs, plusieurs de nos étudiants n'ont pas suivi de formation mathématique poussée au niveau collégial (CÉGEP) ou encore ont éprouvé des difficultés en mathématiques lors de leur parcours scolaire antérieur. Afin d'avoir un portrait plus précis de leur rapport épistémologique et affectif aux mathématiques ainsi que de leurs connaissances mathématiques, nous avons soumis en 2003 deux tests à 190 étudiants de première année du BEPP (Theis et al., 2006 ; Morin et Theis, 2006). Le premier de ces tests demandait aux étudiants de se positionner sur une échelle de Likert par rapport à différents énoncés sur leur rapport affectif et épistémologique aux mathématiques. Les analyses de ce test révèlent que 85 % des étudiants interrogés sont indifférents ou en désaccord avec l'énoncé « Je suis très enthousiaste à l'idée d'enseigner les mathématiques ». Par ailleurs, une partie importante des étudiants, soit 39 %, affirment être anxieux à l'idée d'enseigner les mathématiques et 41 % disent avoir moins confiance en leur habileté à enseigner les mathématiques que les autres matières. En ce qui concerne leur rapport personnel aux mathématiques, on peut retrouver un groupe d'étudiants qui a un rapport difficile aux mathématiques. En effet, 20 % des étudiants sont d'accord que « faire des mathématiques, c'est beaucoup d'occasions de me sentir bête ». De plus, 16 % des étudiants sont d'accord avec l'énoncé qu' « on est bon ou pas bon en

mathématiques, on ne peut rien y faire ». Comme ces deux derniers résultats sont fortement corrélés dans nos analyses, nous nous retrouvons ici avec un groupe d'étudiants qui se sent faible en mathématiques et qui pense que cette situation est immuable.

Au niveau des connaissances mathématiques, nous avons soumis à ces mêmes étudiants un test mathématique comprenant des questions sur des contenus qui font tous l'objet d'un enseignement au primaire. Les résultats de ce test (N=204) révèlent une moyenne chez les étudiants de 51,7% (avec un écart-type de 16,4%). Par ailleurs, certains des étudiants semblaient éprouver des difficultés majeures, puisque les notes sont allées aussi bas que 11 %. Bien sûr, certaines des questions posées dans ce test nécessitaient une compréhension largement plus élaborée qu'une simple compréhension algorithmique. Il n'en reste pas moins que pour plusieurs étudiants en début de parcours au BEPP, les connaissances mathématiques sont largement déficitaires. D'ailleurs, si ces résultats datent quand même déjà de quelques années, il n'y a pas de raison de croire que la situation a changé de manière significative aujourd'hui.

2 Un modèle pour situer les connaissances mathématiques pour l'enseignant

Au départ du modèle de Hill et Ball (2009) se trouve un postulat fort que les mathématiques utilisées par les enseignants ne sont pas les mêmes mathématiques que celles utilisées par les mathématiciens. Ainsi, Ball et Bass (2003) ont analysé le travail des enseignants afin de déterminer la nature des mathématiques qu'ils utilisent. Une des caractéristiques des mathématiques qui ressort alors pour les enseignants est que les mathématiques de l'enseignant sont « décortiquées », de manière à les rendre accessibles aux élèves. Les mathématiques du mathématicien sont, d'un autre côté, par leur nature abstraite, « comprimées » sous une forme abstraite et très efficace.

Le modèle des connaissances mathématiques de Hill et Ball (2009) est schématisé dans la figure 1 ci-dessous.

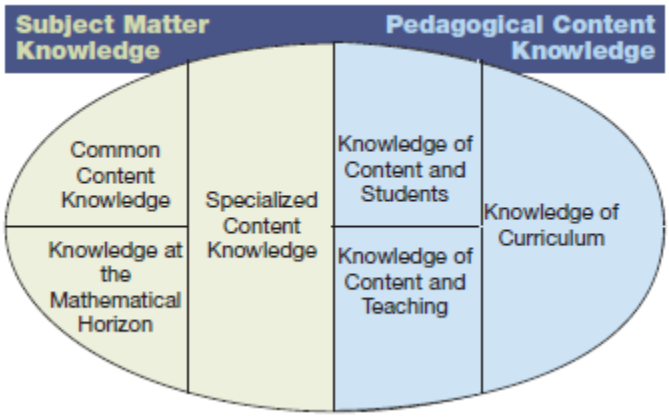


Figure 1 : Modèle des connaissances mathématiques de Hill et Ball (2009).

Hill et Ball (2009) distinguent deux grandes catégories de connaissances mathématiques : les connaissances mathématiques (subject matter knowledge) et les connaissances didactiques (pedagogical content knowledge). Dans la première catégorie, on retrouve trois types de connaissances différentes. Tout d'abord, les connaissances générales du contenu (common content knowledge) regroupent les connaissances mathématiques qui sont également utilisées dans d'autres domaines que les mathématiques. Ensuite, les connaissances spécifiques du contenu (specialized content knowledge) sont spécifiques au travail de l'enseignant. Dans cette catégorie, on retrouve des connaissances qui servent à l'enseignant, par exemple, pour trouver les régularités dans les erreurs d'un élève ou pour interpréter une stratégie personnelle d'un élève dans la résolution d'un problème. Le troisième type de connaissances dans cette catégorie, appelé vision horizontale des mathématiques (knowledge at the

mathematical horizon), permet à l'enseignant de connecter les mathématiques enseignées à un niveau précis aux mathématiques enseignées à d'autres moments.

Les connaissances didactiques regroupent quant à elles également trois types de connaissances. Tout d'abord, les connaissances sur le contenu en lien avec les élèves (knowledge of content and students) interviennent par exemple pour anticiper les raisonnements des élèves ou le degré de difficulté d'une tâche qui leur est proposée. Les enseignants doivent également être en mesure de reconnaître et d'interpréter les raisonnements émergents des élèves. Pour accomplir ces tâches, les enseignants doivent alors faire interagir leur compréhension mathématique avec leur connaissance des élèves et les raisonnements mathématiques de ces derniers. Ensuite, les connaissances du contenu en lien avec l'enseignement (knowledge of content and teaching) se situent à l'intersection entre les mathématiques et l'enseignement. Elles sont nécessaires notamment lors du séquençage d'une séquence d'enseignement, du choix des exemples pour illustrer un concept ou encore du choix des variables didactiques d'une situation. Finalement, les connaissances du curriculum (knowledge of curriculum) concernent surtout les connaissances des programmes de formation.

3 Exemples d'activités tirées de la formation initiale des enseignants

Afin d'illustrer comment se fait l'articulation entre mathématiques et didactique dans la formation initiale des enseignants, je m'appuierai ici sur quelques exemples issus du domaine de l'enseignement des probabilités. Les probabilités me semblent intéressantes dans ce contexte à plusieurs égards. Tout d'abord, au Québec et contrairement à la France, leur enseignement débute dès le début de l'école primaire et se poursuit tout au long de l'enseignement fondamental. Ensuite, par leur nature non déterministe, les probabilités occupent une place particulière à l'intérieur de l'enseignement des mathématiques, ce qui nécessite un travail épistémologique en formation initiale. Finalement, malgré leur rôle important, l'espace dévolu à la formation à l'enseignement des probabilités est somme toute assez limité (5 à 6 heures de formation), ce qui rend plus facile la description des modalités de formation dans ce domaine. Dans cette section, je reprendrai largement l'argumentation développé dans (Theis, 2011) pour illustrer comment s'articulent le développement de connaissances mathématiques et didactiques à travers deux exemples : celui de la résolution d'un problème mathématique et celui du travail sur un extrait d'un manuel scolaire.

Entrée à travers le travail sur une situation-problème

Dans mes cours de didactique des mathématiques, l'entrée dans le domaine des probabilités se fait généralement à travers la résolution d'une version modifiée du problème de Monty Hall :

> Dans un pays où la justice est rendue de manière singulière, un prisonnier a été condamné. Pour déterminer sa peine, il doit choisir entre trois portes fermées, identiques. Derrière deux d'entre elles, c'est l'échafaud, mais derrière l'autre c'est la liberté ! Le prisonnier doit choisir une des trois portes. Le geôlier, qui sait derrière quelle porte se trouve la liberté, dans sa grande bonté, ouvre alors une des portes derrière laquelle se trouve un échafaud (différente de celle choisie par le prisonnier). Il demande ensuite au prisonnier : « Maintenant que tu sais ce qu'il se trouve derrière la porte ouverte, veux-tu garder la porte que tu as choisie au début ou veux-tu changer de porte ? » Que devrait faire le prisonnier ? Changer de porte ou garder celle qu'il a choisie au début ? [35]

Ce problème me semble être particulièrement intéressant pour la formation des enseignants à différents niveaux. Tout d'abord, même si la structure du problème est plutôt complexe et a tendance à induire en

[35] Pour le lecteur intéressé à en savoir davantage sur ce problème, il existe une multitude de sites internet consacrés au problème de Monty Hall. Pour une analyse en profondeur, voir également Rosenhouse J. (2009) The Monty Hall Problem. The Remarkable Story of Math's Most Contentious Brain Teaser. New York : Oxford University Press.

erreur les étudiants, ce n'est pas un problème qui leur semble menaçant *a priori*. La plupart des étudiants s'engagent assez facilement dans sa résolution. Par ailleurs, il comprend un obstacle conceptuel fort et permet un double regard à la fois sur les connaissances mathématiques et les connaissances didactiques. Dans ce contexte, la résolution du problème par des étudiants en formation initiale des enseignants n'est pas une fin en soi, mais devient un prétexte pour aborder différents enjeux autour de l'enseignement et de l'apprentissage des probabilités.

Le travail autour de ce problème se déroule alors en plusieurs moments différents. Dans un premier temps, les étudiants sont amenés à résoudre le problème (connaissances générales du contenu). Dans ce contexte, cette tâche est loin d'être banale, puisque, dès le départ, une large majorité des étudiants ont tendance à argumenter que changer de porte ne change pas les probabilités sous-jacentes.

Après avoir émis une première hypothèse sur la meilleure stratégie à adopter, les étudiants sont amenés à faire quelques essais en équipe pour voir quels sont les résultats obtenus en expérimentant le problème, soit en gardant la même porte, soit en changeant de porte. Dès lors se dégage une tendance dans les expérimentations qui permet de voir que le prisonnier qui change de porte a tendance à accéder plus souvent à la liberté que le prisonnier qui maintient son choix initial. Cependant, comme le nombre d'essais réalisés par chacune des équipes est encore relativement petit à ce stade-ci, il existe une variabilité importante entre les résultats obtenus par les différentes équipes.

Plusieurs moyens sont alors mis en place afin d'augmenter le nombre d'essais. Tout d'abord, les résultats de chacune des équipes sont mis en commun au tableau, de manière à obtenir un échantillon plus important d'essais. Ensuite, nous nous servons d'un outil de simulation développé dans le cadre d'un projet de recherche avec des enseignants du secondaire (Theis et Savard, 2010) pour simuler un grand nombre d'essais, en utilisant d'abord la stratégie du maintien du choix initial et ensuite celle du changement de porte. La figure 2 donne un aperçu de cet outil de simulation.

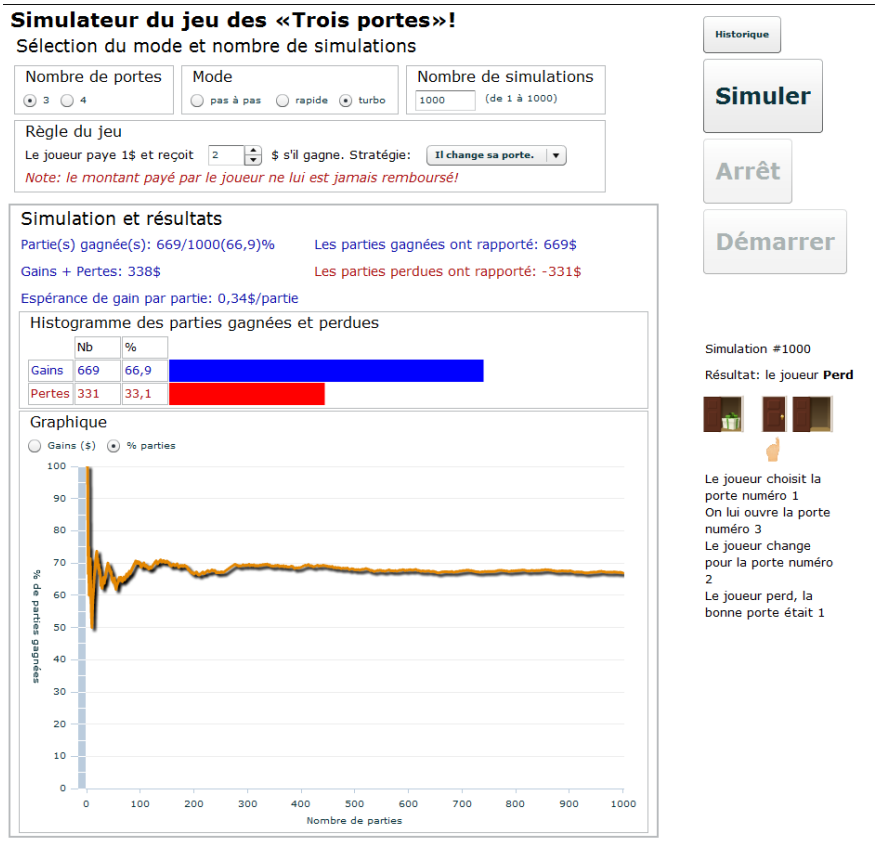


Figure 2 : Capture d'écran d'un outil de simulation pour le problème de Monty Hall

La résolution de ce problème est ensuite exploitée de différentes façons. Tout d'abord, elle permet de faire un travail sur l'épistémologie des probabilités (connaissances générales du contenu). Dans ce contexte, nous abordons entre autres la variabilité des résultats obtenus, la loi des grands nombres et la nature non déterministe des probabilités. Le travail sur le problème de Monty Hall devient également un prétexte pour aborder les différentes manières d'approcher les probabilités (théorique ou modélisation, fréquentielle ou expérimentale, et subjective). Dans ce contexte, il devient possible d'aborder des enjeux qui touchent davantage à l'enseignement. Ainsi, nous abordons le lien entre les approches théoriques (modélisation) et fréquentielle (expérimentale) à travers la loi des grands nombres et la manière dont ces liens peuvent être établis dans un contexte d'enseignement (connaissances du contenu et de l'enseignement). Nous faisons également un retour sur les manières utilisées pour travailler le problème (expérimentation, mise en commun des résultats, etc.) et des outils qui peuvent y être utiles (programme de simulation). Ces analyses se situent alors au niveau du développement des connaissances du contenu et de l'enseignement. Finalement, nous abordons les conceptions erronées les plus fréquentes en lien avec les probabilités (connaissances sur le contenu et les élèves). Bien sûr, pour ce travail, il n'est pas possible d'illustrer toutes les conceptions erronées avec le problème de Monty Hall, et ce travail nécessite également le recours à d'autres exemples.

Analyse d'un extrait de manuel scolaire

Une partie du travail sur les probabilités en formation initiale concerne l'analyse de situations proposées dans les manuels scolaires québécois. Afin d'illustrer la nature de ce travail, je décrirai ici ce travail à partir d'un extrait d'un manuel de 4e année (CM1) et je détaillerai le type d'analyse qui peut en être tiré. L'activité proposée est illustrée dans la figure 3

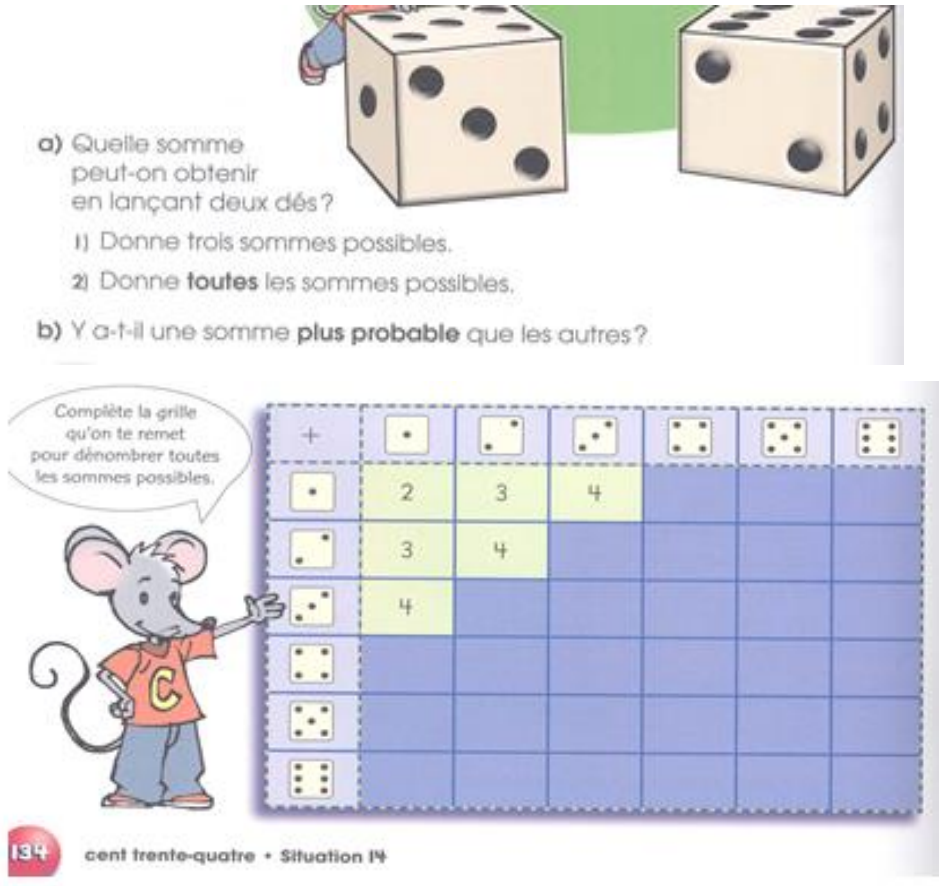


Figure 3 : Extrait d'un manuel de 4e année (Guay et al. 2002a)

L'analyse peut porter ici sur le choix des différentes variables didactiques par les auteurs du manuel, à partir d'entrées différentes. Tout d'abord, de manière plus large, le champ de validité de ce type de

schéma peut être analysé (connaissances spécifiques du contenu) : si ce schéma se prête bien à la représentation de situations comme celles utilisées ici, dans lesquelles la somme de deux lancers de dés est en jeu, il devient plus difficile d'y recourir dans des situations où un plus grand nombre de dés intervient. Par ailleurs, il est aussi possible de comparer ce tableau avec un arbre des possibilités (connaissances spécifiques du contenu). On peut également analyser les impacts sur l'activité mathématique de l'élève du choix de fournir dès le départ l'ensemble des résultats possibles sous forme d'un tableau à double entrée en y inscrivant certaines sommes (connaissances du contenu en lien avec l'enseignement). Ce choix fait alors en sorte de restreindre l'activité de l'élève. D'ailleurs, dans le guide de l'enseignant qui accompagne le manuel, les auteurs prévoient la possibilité de ne pas recourir dès le départ au schéma, en la justifiant toutefois par le développement de méthodes de travail et non par des arguments d'ordre didactique : « Pour amener les élèves à développer une méthode de travail efficace, on peut ne pas leur fournir la grille de dénombrement. » (Guay et al. 2002b, p. 134). La formulation des questions posées au début de la situation peut également faire l'objet d'une discussion (connaissances du contenu en lien avec l'enseignement). Telles que formulées dans le manuel scolaire, les questions sont fermées et guident l'élève pas à pas. Par ailleurs, elles ne prévoient pas explicitement la réalisation d'essais qui auraient pu permettre l'établissement d'un lien entre probabilités théoriques et fréquentielles. Encore une fois, la réalisation d'essais est prévue dans le guide de l'enseignant : « Permettre aux élèves de manipuler les dés, de faire quelques expérimentations et de noter les résultats dans un tableau de compilation » (Guay et al. 2002b, p. 134). Une discussion peut alors s'engager sur le nombre d'essais nécessaires pour dégager des tendances dans les résultats obtenus et de pouvoir travailler avec les élèves sur la loi des grands nombres (connaissances spécifiques du contenu). Des situations alternatives qui portent sur les mêmes concepts sont également discutées (connaissances du contenu et de l'enseignement). Par exemple, en formulant la question de manière différente (par exemple : Est-il plus probable d'obtenir une somme de 10 ou de 7 en lançant deux dés ?), sans fournir dès le départ d'autres informations, il est possible de travailler sur des situations dont la structure mathématique est très similaire, mais à l'intérieur d'une tâche plus ouverte.

IV - QUELLE ARTICULATION ENTRE THÉORIE ET PRATIQUE ?

Dans des programmes de formation à visée professionnelle, dont fait partie le BEPP à l'Université de Sherbrooke, l'articulation entre théorie et pratique occupe un rôle particulièrement important afin de permettre au professionnel d'appuyer ses réflexions et ses actions sur des cadres théoriques solides. Dans mes pratiques de formation, cette articulation entre théorie et pratique se fait principalement à travers l'exploitation d'une recherche collaborative (Theis et Gagnon, 2013), réalisée avec une enseignante du primaire autour de l'apprentissage des mathématiques à travers des situations-problèmes mathématiques. Dans cette section, je dresserai d'abord un portrait de la manière dont les situations-problèmes sont généralement exploitées dans les programmes de formation québécois et je décrirai les caractéristiques générales d'une recherche collaborative ainsi que les modalités de la recherche que nous avons menée. Par la suite, j'illustrerai à l'aide de plusieurs exemples comment les résultats de cette recherche collaborative sont exploités tant dans le cadre de la formation initiale que dans la formation continue.

1 Exploitation des situations-problèmes dans les programmes de formation québécois

Les programmes de formation québécois placent la résolution de situations-problèmes au centre de l'enseignement des mathématiques et ce, du début du primaire jusqu'à la fin de l'enseignement secondaire. La résolution de situations-problèmes y est vue à la fois comme un but à atteindre (dans le sens d'une compétence à développer) et d'un moyen pédagogique qui permet d'apprendre les mathématiques. Il est toutefois important de comprendre que la définition utilisée dans ces programmes de formation comprend un certain nombre de spécificités qui la différencie des définitions habituellement utilisées en didactique des mathématiques :

> Une situation-problème se caractérise par le fait qu'il y a un but à atteindre, une tâche à réaliser ou une solution à trouver. L'objectif visé ne saurait être atteint d'emblée car il ne s'agit pas d'un exercice d'application. Sa quête suppose, au contraire, raisonnement, recherche et mise en place de stratégies mobilisant des connaissances. (MELS, 2003, p. 126)

Une des particularités les plus importantes de cette définition réside alors dans le statut des connaissances : résoudre une situation-problème implique ici la mise en place de stratégies *mobilisant* des connaissances. Cet aspect particulier est alors en porte-à-faux avec un certain nombre de définitions de la situation-problème utilisées en didactique des mathématiques, où la situation-problème sert plutôt à *construire* de nouvelles connaissances, et pas seulement à les mobiliser. Tel est le cas par exemple dans la définition de la situation-problème d'Astolfi (1993), sur laquelle je me base également dans les analyses faites dans le cadre de mes recherches collaboratives :

> Dans les cas des situations-problèmes […], le problème devient le moyen même de l'apprentissage, puisque c'est autour de lui que va se nouer le dispositif didactique. Le problème est ici la source, le lieu et le critère de l'élaboration du savoir. C'est lui qui va permettre l'engagement de l'élève dans une résolution et qui va catalyser la genèse des instruments intellectuels, dont la construction se révélera nécessaire, chemin faisant. (*Ibid.*, p. 313)

Cette différence de perspective a des impacts importants sur la nature de l'obstacle à surmonter, puisque, chez Astolfi (1993), cet obstacle est nécessairement de nature conceptuelle : « Une situation-problème est organisée autour du franchissement d'un obstacle par la classe, obstacle préalablement identifié » (p. 319). Le programme de formation pour sa part n'identifie pas explicitement la nature de l'obstacle à surmonter dans une situation-problème. Toutefois, comme il ne s'agit pas d'un savoir à construire, mais plutôt d'un savoir à mobiliser, l'obstacle y est de nature différente.

Par ailleurs, comme l'ont montré Lajoie et Bednarz (2015), le Ministère de l'Éducation du Québec a introduit dans certains des documents qui encadrent le recours aux situations-problèmes un critère de situation-problème *complexe*. Or, telle qu'elle est mise en œuvre notamment dans les épreuves d'évaluation provinciales qui sont réalisées chaque année à la fin de l'enseignement du primaire, cette complexité ne se traduit pas par une complexité conceptuelle, mais plutôt par le nombre élevé de concepts que l'élève doit mobiliser, la quantité élevée de contraintes et de données et souvent, un énoncé très long.

Les caractéristiques de la définition ministérielle utilisée au Québec ainsi que des épreuves d'évaluation qui en découlent ont alors un impact important sur les conceptions des futurs enseignants puisque, pour un grand nombre d'entre eux, ces épreuves d'évaluation deviennent un modèle à suivre pour l'enseignement des mathématiques. Il devient alors important de permettre aux étudiants de confronter cette définition à celles utilisées en didactique des mathématiques et à les amener à recentrer leurs interventions autour de la construction de situations-problèmes qui permettent la construction de nouvelles connaissances.

2 Contexte d'émergence et modalités d'une recherche collaborative

Tel que le soulignent Desgagné et al. (2001), la recherche collaborative implique une recherche *avec* l'enseignant, et non seulement une recherche *sur* l'enseignant. Une des visées centrales de la recherche collaborative est de "rapprocher les préoccupations du "monde de la recherche" et celles du "monde de la pratique" (Bednarz, 2013, p. 7). À la base de ces recherches collaboratives se trouve un postulat fort que le savoir expérientiel d'un enseignant est valide et pertinent et que son articulation avec des savoirs issus de la recherche permet de faire le pont entre théorie et pratique. D'ailleurs, pour Bednarz, (2013), c'est cette articulation du point de vue de la recherche et de celui de la pratique qui justifient sa pertinence pour la pratique.

> Cette approche de recherche accorde une place importante aux actions et significations des praticiens (enseignants, conseillers pédagogiques, intervenants divers du monde de l'éducation) et elle produit des données qui fournissent de nouveaux éclairages sur les questions qui se posent aujourd'hui à la profession enseignante. (*Ibid.* p.7)

C'est à l'intérieur de ce cadre que j'ai réalisé une recherche collaborative avec une enseignante de la fin du primaire (Theis et Gagnon, 2013), qui visait à décrire la pratique « exemplaire » d'une enseignante disposant d'une grande expérience dans le recours aux situations-problèmes. Une des visées de cette recherche était de rendre explicites les principes sous-jacents à la gestion didactique des apprentissages par l'enseignante et de les mettre en perspective avec des éléments issus de cadres issus de la didactique des mathématiques. Dans ce contexte, il me semble toutefois important de préciser que la visée de cette recherche n'était pas de prescrire des façons de faire, mais plutôt de fournir un point de départ qui pourrait servir à entamer une discussion avec les étudiants en formation initiale et continue.

Cette recherche s'est opérationnalisée à travers une collaboration intensive avec une enseignante de 5ème et de 6ème année, Nicole Gagnon, pendant une année complète, et impliquait la planification conjointe de situations-problèmes et leur expérimentation conjointe en classe. Des entrevues ont été réalisées avec certains élèves afin de recueillir des informations sur les techniques utilisées pour travailler les situations-problèmes proposées. Après chacune des expérimentations, des rencontres avec l'enseignante permettaient d'analyser conjointement les expérimentations, à partir des notes d'observation, des traces des élèves ainsi que des entrevues réalisées. Ces rencontres servaient également à rendre explicites les principes qui sous-tendent les choix de gestion didactique de l'enseignante et ont mené à la rédaction conjointe d'un livre (Theis et Gagnon, 2013). Ce livre est composé de trois types de chapitres: (1) une section, plus théorique, pour décrire les bases conceptuelles d'une approche de l'enseignement des mathématiques à travers des situations-problèmes, (2) la description des situations-problèmes expérimentées en classe, incluant une analyse *a priori* de la situation ainsi qu'une description et une analyse des techniques mises en place par les élèves et (3) des chapitres qui abordent directement les principes sous-jacents de gestion didactique auxquels recourt l'enseignante. Ces derniers chapitres sont rédigés sous forme de dialogue, afin de garder entier le point de vue de l'enseignante et celui du chercheur.

3 Quelques conditions d'une recherche collaborative

Pour qu'une recherche collaborative comme la nôtre puisse se réaliser, certaines conditions me semblent importantes. Tout d'abord, une certaine « complicité didactique » entre l'enseignant et le chercheur est nécessaire dès le départ. En effet, comme la recherche collaborative résulte ici dans l'écriture d'un ouvrage complet, il me semble important que l'enseignant et le chercheur aient une vision largement commune de l'enseignement des mathématiques. Cette condition me semble essentielle même si le but de l'ouvrage n'est pas de *prescrire* une façon d'enseigner les mathématiques. Elle sert aussi à assurer une cohérence générale de l'ouvrage tout en permettant à la fois au chercheur et au praticien de s'y reconnaître.

Dès le début du projet, il me semble également essentiel qu'il y ait une négociation du rôle de chacun des intervenants et que ces rôles tiennent compte des expertises de chacun. Ainsi, l'enseignant détient un savoir pratique, souvent implicite, qui lui permet de faire avancer les situations-problèmes en classe. Le chercheur de son côté dispose plutôt de cadres théoriques qui permettent d'analyser ce qui se passe en classe, que ce soit au niveau des tâches proposées ou encore de l'apprentissage des élèves. Le travail du chercheur dans cette démarche consiste aussi à aider le praticien à rendre explicites ses principes de gestion et à l'accompagner dans la rédaction de ceux-ci. En effet, le praticien est essentiellement dans l'action, mais les principes qui sous-tendent cette action ont tendance à rester tacites (Schön, 1997). Afin de garder intacts les points de vue de chacun des acteurs, nous avons décidé de rédiger les chapitres qui concernent l'explicitation des principes de gestion didactique sous forme de dialogue entre enseignant et chercheur.

Finalement, l'implication de l'enseignante dans les étapes d'analyse et de rédaction est un élément distinctif de notre recherche collaborative. Même si beaucoup de recherches collaboratives impliquent

les enseignants dans différentes étapes de la recherche, celles qui ont réussi à inclure ceux-ci dans les étapes d'analyse et surtout de rédaction sont plutôt rares. Cette implication est souvent difficile, puisqu'elle nécessite une relation de confiance absolue entre le chercheur et l'enseignante et un accompagnement important de l'enseignant, dont l'écriture et l'analyse ne sont pas des éléments de sa pratique habituelle.

4 Exploitation de la recherche collaborative en formation initiale

Dans cette section, je montrerai à l'aide de quelques exemples comment j'utilise les résultats de cette recherche collaborative en formation initiale des enseignants du primaire. Le premier exemple servira à illustrer le travail sur la définition d'une situation-problème, un deuxième exemple montrera comment les principes de gestion par l'enseignante des erreurs d'élèves sont exploitées en formation et le troisième exemple abordera un travail conceptuel avec les étudiants sur les pourcentages à partir de différentes techniques employées par les élèves.

Travail sur la définition d'une situation-problème

Lors de mes cours, en formation initiale et en formation continue, un des premiers aspects abordés concerne la nature et la définition d'une situation-problème. Pour ce faire, j'utilise la situation-problème suivante qui a été expérimentée dans le cadre de notre recherche collaborative :

Voici une image satellite de la calotte polaire au-dessus de l'Arctique. La ligne bleue représente l'étendue de la calotte glaciaire en 2003. La surface blanche constitue la prévision de climatologues de l'étendue de la calotte glaciaire en 2020. Quelle est l'étendue de la calotte glaciaire prévue en 2020 par rapport à aujourd'hui [2003] ?



Il me semble d'abord important de noter que cette situation-problème a été expérimentée pour la première fois dans la classe de Nicole Gagnon en 2003 et que le terme « aujourd'hui » réfère donc également à l'année 2003. Essentiellement, deux enjeux conceptuels sont travaillés dans cette situation-problème : le calcul de l'aire d'une figure irrégulière et le passage à un rapport ou à un pourcentage pour exprimer la surface restante par rapport à la surface initiale.

Pour ce qui est du calcul des aires des deux surfaces irrégulières, des élèves du primaire ne disposent pas de formule pour le faire. Dans ce contexte, plusieurs élèves choisissent de recouvrir la surface d'un quadrillage et de dénombrer les carrés dans chacune des deux surfaces. Cette technique de dénombrement nécessite toutefois aussi de trouver une façon de comptabiliser les carrés incomplets.

Le deuxième enjeu concerne l'expression de la comparaison des deux aires sous forme de fraction ou de pourcentage. Pour ce faire, les élèves doivent d'abord reconnaitre qu'il ne suffit pas de dire qu'en 2020, la calotte glaciaire aura perdu un certain nombre de *carrés.* Ensuite, ils doivent trouver une façon d'exprimer cette différence sous forme de rapport, de fraction ou de pourcentage. Cette étape est facilitée par le fait que la petite surface représente environ la moitié de la grande surface, ce qui ouvre la porte vers le recours à une fraction simple. Toutefois, dans nos expérimentations, la plupart des enfants finissent par exprimer l'étendue de 2020 sous forme de pourcentage de la surface de 2003.

En formation, les étudiants seront tout d'abord amenés à résoudre eux-mêmes cette situation-problème (connaissances générales du contenu). Dans ce contexte, il est à noter qu'elle n'est pas nécessairement évidente à résoudre pour des adultes non plus. Ainsi, il n'est pas facile pour plusieurs d'entre eux de trouver une technique pour déterminer l'aire et le passage aux pourcentages est difficile à faire pour certains. Dans un deuxième temps, nous jetons un regard collectif sur les différentes techniques de résolution utilisées par l'ensemble des groupes d'étudiants afin d'en analyser la véracité et la portée (connaissances spécifiques sur le contenu). Finalement, nous discutons également de la nature de mes propres interventions pendant la résolution de la situation-problème dans les différentes équipes, afin d'en dégager les visées : clarifier les consignes, questionner les étudiants, etc. (connaissances du contenu en lien avec l'enseignement).

En formation, cette situation sert également à confronter les étudiants à leur définition de ce que constitue une situation-problème. En effet, comme nous l'avons vu plus haut, la définition utilisée d'une situation-problème utilisée dans les documents ministériels diffère largement de celle utilisée généralement en didactique. La situation-problème sur la calotte glaciaire confronte alors souvent les étudiants, puisque l'enjeu n'y est pas le nombre de contraintes comme c'est le cas dans les épreuves d'évaluation provinciales, mais plutôt des obstacles conceptuels sous-jacents.

Exemple d'analyse d'erreur d'un élève

La situation-problème de la fonte de la calotte glaciaire sert également à travailler sur la gestion didactique des erreurs d'élèves, à l'aide d'un exemple d'une technique utilisée par une équipe d'élèves. Dans cette section, je décrirai d'abord en quoi consiste cette technique, je relaterai ensuite quels principes d'intervention ont émergé pendant la recherche collaborative et comment cette situation est explorée dans la formation des enseignants.

Recours à une corde pour mesurer le périmètre de la calotte glaciaire

Au cours de l'expérimentation de la situation-problème de la calotte glaciaire, une équipe d'élèves propose de partir du périmètre des deux figures pour déterminer leur aire.
Enseignante : Qu'est-ce que vous avez pensé comme moyen ?

Sébastien : On va prendre une corde, on va faire le contour, on va diviser par 4, comme si on faisait un carré et on va faire longueur fois largeur. La surface sera alors la même aire que le carré.

Afin de mettre en œuvre leur technique, les élèves de cette équipe collent alors une corde sur le périmètre de chacune des figures, en essayant d'être le plus précis possible. Par la suite, ils détachent la corde et forment un carré avec elle, puis calculent l'aire de ce carré. La figure 4 illustre la technique de cette équipe d'élèves.

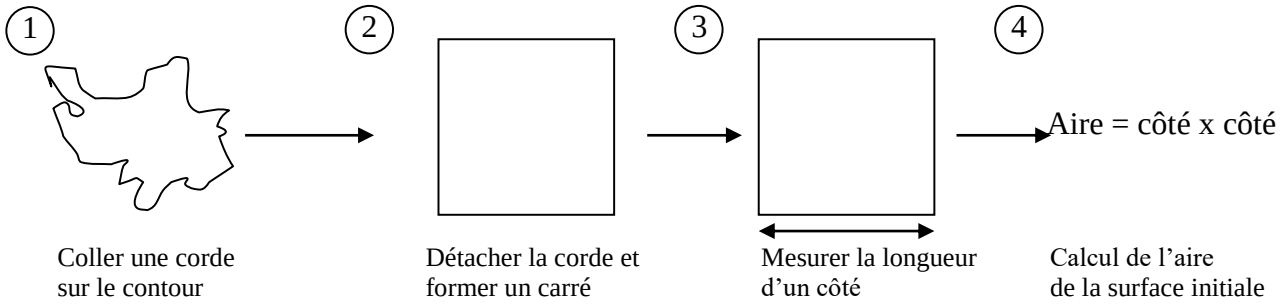


Figure 4 : Technique utilisée pour déterminer l'étendue de la calotte glaciaire en 2010 à l'aide d'une corde.

Il me semble intéressant de noter que cette technique apparait également très souvent lorsque la même situation est proposée à des adultes en formation initiale ou continue. Dès lors se pose alors la question de sa gestion didactique en classe. Est-ce que l'enseignant devrait ici intervenir tout de suite afin de rectifier la situation ou encore devrait-il laisser aller cette équipe jusqu'au bout de leur technique ? Et, de manière plus générale, quelles sont les principes sous-jacents qui guident cette discussion ?

Gestion didactique de la stratégie de la corde

Dans cette section, je décrirai quels sont les principes qui ont émergé lors du travail avec Nicole Gagnon et je tenterai de montrer quels outils didactiques font écho à ces principes. Pour ce faire, je reprendrai les grandes lignes de la discussion de Theis et Gagnon (2013) sur la gestion des erreurs (p.119-125).

Tout d'abord, il me semble intéressant de préciser que, dans cette situation, l'enseignante a laissé les élèves aller jusqu'au bout de leur démarche. Leur technique a ensuite été présentée à l'ensemble de la classe lors d'un retour en grand groupe afin de solliciter une confrontation et une remise en question. Comme l'ensemble de la classe la trouvait intéressante et correcte, l'enseignante leur a demandé de dessiner différentes figures ayant un périmètre de 24 cm. Certaines de ces figures ont été dessinées au tableau et la classe a constaté que différentes figures ayant le même périmètre n'ont pas nécessairement la même aire et que, par conséquent, la stratégie de la corde n'est pas mathématiquement correcte. Toutefois ce constat n'a pas été facile à accepter pour l'ensemble des élèves de la classe et particulièrement pour l'équipe qui avait mis en place au départ la technique de la corde. Ces élèves ont continué à argumenter que dans l'exemple utilisé en classe, on a utilisé des rectangles de même périmètre alors qu'eux ont travaillé avec des carrés. Il s'agit donc ici d'un obstacle fort à surmonter pour ces élèves.

Quels sont alors les critères qui permettent à l'enseignante de laisser aller une stratégie jusqu'au bout? Elle le justifie tout d'abord avec un contre-exemple d'une situation, où elle n'a pas laissé aller jusqu'au bout les élèves. Cette situation est survenue dans une situation-problème où des élèves devaient déterminer le volume d'une boite de mouchoirs, en se servant de blocs multibase d'abord, pour ensuite trouver une formule permettant de calculer le volume de prismes à base rectangulaire. Dans cette situation, une équipe a décidé de remplir la boite en y mettant les cubes pêle-mêle, sans se soucier de bien les placer et de remplir les espaces entre chacun des cubes, pour ensuite les compter. L'enseignante les a alors arrêtés rapidement en questionnant la pertinence de leur démarche. Par la suite, elle justifie sa décision par la difficulté d'exploiter cette stratégie pour faire avancer les apprentissages.

> Dans cette situation, je ne les ai pas laissés aller car je voyais bien qu'il n'y avait rien à tirer de cette stratégie, que si les membres de l'équipe la présentaient aux autres, tout de suite elle serait réfutée alors que dans l'exemple de l'utilisation du périmètre pour trouver l'aire, les élèves ont trouvé la stratégie très intéressante et il a fallu une démonstration systématique pour la réfuter. (Theis et Gagnon, 2013, p. 121)

Par la suite, elle avance également plusieurs conditions dans lesquelles elle aurait davantage tendance à laisser aller les stratégies jusqu'au bout. Une première de ces conditions est mise en place lorsque la situation permet à l'élève de se rendre compte lui-même qu'il y a eu une erreur au lieu que l'enseignant impose un argument d'autorité.

> Il peut arriver d'autres situations où je laisse un élève aller au bout de sa stratégie même si je la sais erronée et c'est quand je vois qu'il aura besoin de se prouver à lui-même qu'elle n'est pas efficace ou qu'elle donne un résultat erroné. (Theis et Gagnon, 2013, p. 122)

D'une certaine manière, cet argument fait alors aussi appel au type de rétroaction offert par la situation. Si cette situation permet une rétroaction suffisante, il devient alors possible de laisser aller la stratégie jusqu'au bout. D'autres dimensions de cette rétroaction sont d'ailleurs également nommées par l'enseignante :

> Je crois que la facilité et la rapidité de la validation pourraient être un critère pour laisser aller un élève dans l'utilisation d'une stratégie erronée. Si on revient à l'exemple du volume de la boîte de papier mouchoirs, la vérification aurait été longue car les élèves auraient dû compter tous les petits cubes. Et la validation pas facile, car comment auraient-ils pu se rendre compte que leur résultat ne correspondait pas à la valeur attendue ? (Theis et Gagnon, 2013, p. 122)

Par ailleurs, la possibilité d'exploiter l'erreur avec l'ensemble de la classe est également un critère nommé par l'enseignante qui plaiderait en faveur de laisser aller les élèves jusqu'au bout de leurs démarches.

> Un autre critère pourrait être le potentiel que permet cette erreur. S'il s'agit de travailler sur une conception erronée comme c'était le cas pour la surface de la calotte glaciaire, le jeu en vaut la chandelle car l'erreur nous a permis de défaire une conception erronée que peuvent avoir plusieurs élèves qui croient qu'il y a un lien direct entre la mesure du périmètre et de l'aire. Par contre, avec l'exemple de l'équipe qui a rempli pêle-mêle la boîte de papier mouchoirs avec des cubes, c'était plutôt un bel exemple d'élève qui veut expédier le travail sans prendre le temps de réfléchir à l'efficacité de sa stratégie. Cette démarche ne cachait alors pas une conception erronée et n'était pas porteuse d'un nouvel apprentissage. (Theis et Gagnon, 2013, p. 122)

Quels sont alors les concepts issus de la didactique des mathématiques qui permettent de faire écho à ces principes dégagés par Nicole Gagnon dans sa pratique ? Dans ce cas-ci, j'ai choisi de recourir au puzzle de Brousseau afin d'illustrer un certain nombre d'éléments évoqués par l'enseignante. Tout d'abord, cette situation et le nécessaire passage d'un raisonnement additif vers un raisonnement multiplicatif qui s'y opère permettent d'illustrer la nature de ce que constitue un obstacle épistémologique. Ensuite, elle permet également de montrer de quelle manière une situation-problème peut fournir une rétroaction forte à l'élève, à travers sa structuration et le choix de ses variables didactiques. Et finalement, le puzzle de Brousseau est également une situation dans laquelle il est important de laisser aller les élèves jusqu'au bout de leur raisonnement additif afin de pouvoir constater eux-mêmes l'inadéquation des techniques purement additives.

Au cours de la formation initiale et continue, les principes dégagés par l'enseignante et leur contrepartie issue de la didactique des mathématiques servent avant tout à entamer une discussion sur la gestion didactique des situations-problèmes en classe. Tel que je l'ai indiqué plus haut, l'intention n'est pas tant de prescrire une façon d'enseigner, mais plutôt de générer, à partir d'exemple, une discussion sur des principes d'intervention et des critères qui favorisent leur mise en application.

Exemple d'analyse de techniques d'élèves

Au-delà du travail sur la gestion didactique des situations-problèmes, les cours de didactique des mathématiques amènent également les étudiants à travailler sur l'analyse de techniques d'élèves. Dans cette section, je vais illustrer à l'aide d'un exemple comment se travail peut s'opérationnaliser.

La situation-problème à partir de laquelle sont tirés ces exemples (Theis et Gagnon, 2013, p. 15-33) a lieu au début de l'année scolaire, alors que les élèves doivent calculer le prix de leurs fournitures scolaires, qui sont mises à leur disposition par l'école. Dans une première étape, les élèves font la liste des fournitures (crayons, stylos, etc.) dont ils ont besoin et en calculent le prix. Ensuite, ils doivent calculer le montant de la taxe qu'il faut ajouter au prix ainsi obtenu.

Dans ce contexte, quelques explications me semblent utiles pour situer le lecteur par rapport au contexte québécois, où les prix dans les magasins sont toujours affichés hors taxes. C'est en passant à la caisse que s'ajoutent une taxe provinciale et une taxe fédérale. Au moment de réaliser la situation-problème, la taxe provinciale était de 7,5 % et la taxe fédérale de 5 %. Dans la réalité, les deux taxes s'appliquent l'une sur l'autre : la taxe fédérale est appliquée sur le prix affiché et la taxe provinciale s'applique sur le prix incluant la taxe fédérale, de manière à obtenir la structure suivante : « prix affiché × 1,05 × 1,075 ». Pour faciliter la tâche aux élèves, nous leur avons toutefois demandé de traiter la situation comme si chacune des taxes s'appliquait sur le prix affiché : « prix affiché × 0,05 » pour trouver le montant de la taxe fédérale et « prix affiché × 0,075 » pour trouver le montant de la taxe provinciale.

Au niveau conceptuel, le calcul du montant des taxes touche principalement au travail avec des pourcentages. Dans ce contexte, il est important de noter que les élèves ne disposent pas, à ce stade-ci, d'algorithme standardisé pour traiter ce type de situations, même s'ils ont déjà travaillé les pourcentages ailleurs. La taxe de 5 % est alors plus simple à déterminer puisque 5 est un nombre entier et un facteur de 100. La taxe de 7,5 % pour sa part présente la difficulté de la gestion du nombre à virgule, difficulté qui pourrait toutefois être contournée en considérant que le montant de cette taxe correspond à une fois et demie le montant de la taxe de 5 %.

Pour les fins de la formation des enseignants, j'ai extrait quatre techniques différentes utilisées par les élèves. Je décrirai dans un premier temps en quoi consistent ces techniques pour décrire ensuite quel type travail est demandé aux étudiants dans le cadre des cours.

Une première élève, Laura, conceptualise le problème en déterminant quel montant de taxe il faut payer pour chaque dollar dépensé : « Pour un montant de 9 $, j'ai fait 9 × 5, parce que pour chaque $ dépensé, je dois payer 5 ¢ de TPS[36]. Pour 9 $, je paie donc 45 ¢ de TPS ».

Florence de son côté part du montant équivalant à 10 % du prix pour trouver la taxe de 5 %.

Florence : Tu fais 10 % de ton nombre, et tu divises en 2

Enseignante : Quel est ton montant?

Florence : 17,08 $ Et comme on cherche le 5 %...

Enseignante : C'est quoi 5 % par rapport à 10 %?

Florence : C'est la moitié.

Enseignante : Qu'est-ce qu'on fait pour trouver 10 % de 17,08?

Florence : On [déplace] la virgule de 1.

[36] La TPS (Taxe sur les Produits et Services) désigne la taxe fédérale de 5 %.

Enseignante : Et qu'est-ce qu'on fait pour trouver le 5 % maintenant?

Florence : On divise le montant par 2.

Une troisième technique, celle de Mathis, invoque le fait que 5 % correspond à 1/20 de 100 % : « J'ai regardé combien de fois 5 rentre dans 100. Cela rentre 20 fois. Alors, je fais le montant divisé par 20, et je [déplace] la virgule de deux places et ça me donne le montant de la taxe en ¢. »

Finalement, Noah décompose le montant de ses achats (11,16 $) en dizaines, unités et en leur partie décimale pour calculer séparément le montant de taxes pour chacun d'eux : « D'abord j'ai calculé combien de taxes il faut payer pour 10 $, et c'est 50 ¢. J'ai alors enlevé le 10 de 11,16. Ensuite, pour 1 $, je paie 5¢ de taxes. J'ai enlevé 1 $ de 1,16. Pour le 0,16 $ qui restait, j'ai arrondi et j'ai ajouté 1 ¢ de taxe. »

Les traces écrites qu'il a laissées permettent d'illustrer sa démarche.

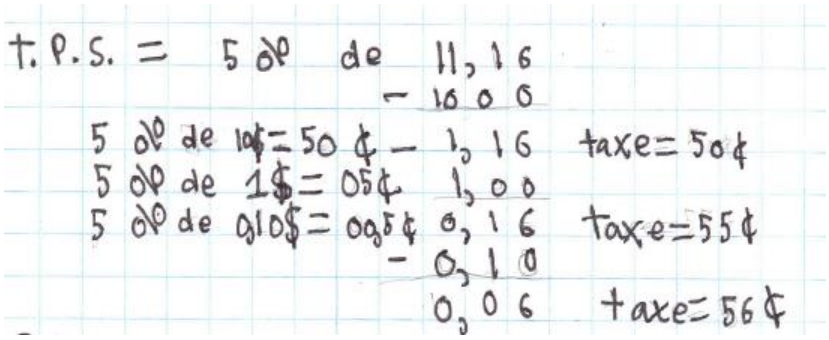


Figure 5 : Traces écrites de la démarche de Noah

Ici, Noah applique alors de manière juste et pertinente la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Toutefois, pour trouver la taxe qui s'applique au 0,16 $ restant, Noah se sert d'une estimation.

Dans la formation initiale des enseignants, ces quatre techniques servent alors à trois usages différents. Dans un premier temps, les étudiants sont amenés à reproduire les quatre techniques pour la taxe de 7,5 % et sur un prix de 117,45 $ (connaissances générales du contenu). Il est alors important de noter que si certaines des techniques, notamment celle de Norah et de Laura, s'appliquent facilement à la taxe de 7,5 %, des adaptations plus ou moins importantes sont nécessaires pour les deux autres techniques. Ainsi, en appliquant la technique de Mathis, les étudiants sont confrontés à la difficulté que, contrairement à cinq, 7,5 n'est pas un facteur de 100, ce qui nécessite de travailler avec un nombre fractionnaire ou encore un nombre à virgule. La technique de Florence ne peut également pas être reprise intégralement, puisque pour une taxe de 7,5%, il est plus difficile de partir du montant de la taxe de 10 %.

A travers l'application des quatre techniques à une taxe de 7,5%, les étudiants sont également amenés à réfléchir à la limite de chacune de ces techniques ainsi qu'à leur domaine de validité. Ce travail se situe alors au niveau des connaissances spécifiques du contenu.

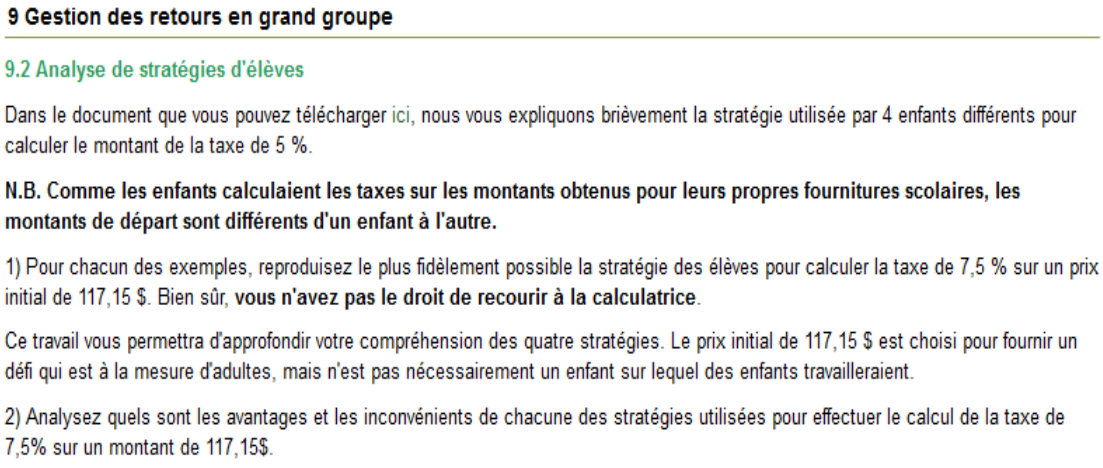
Finalement, ces techniques servent également à entamer une discussion sur la sélection des démarches à présenter en grand groupe lors d'un retour collectif. En effet, les étudiants doivent argumenter lesquelles de ces techniques ils feraient présenter aux autres élèves (connaissances du contenu en lien avec l'enseignement). Cette question est loin d'être banale, comme l'illustre un incident survenu lors de l'expérimentation. En effet, les quatre élèves ont présenté leurs démarches après que tout le monde ait calculé la taxe de 5 %, mais avant d'entamer le travail sur la taxe de 7,5 %. Toutefois, c'est la technique de Mathis (diviser le montant affiché par 20 pour trouver la taxe de 5 %) qui a été retenue par la plupart des élèves par la suite pour tenter de calculer la taxe de 7,5%. Or, si cette façon de faire est attrayante pour calculer la taxe de 5% parce qu'elle est facile à appliquer, elle devient difficile à appliquer sur la taxe de 7,5

%. Ainsi, même si la majorité des élèves a ensuite tenté de reprendre cette technique pour calculer la taxe de 7,5 %, seul Mathis a été en mesure de la mener à terme, en trouvant le diviseur 13,333 ; qu'il a arrondi à 13 pour les fins de ses calculs.

5 Exploitation de la recherche collaborative au niveau de la formation continue

Pour terminer, je donnerai dans les paragraphes suivants quelques indications sur la manière dont cette recherche collaborative est exploitée dans le cadre de la formation continue. Dans ce cadre, le cours que je donne à l'intérieur de la maîtrise en enseignement au préscolaire et au primaire s'intitule « Situations-problèmes en mathématiques » et vise à accompagner les enseignants dans la planification et la gestion de situations-problèmes en classe. Il comprend quatre moments distincts. (1) une partie plus théorique, dans laquelle nous abordons les bases théoriques d'une approche par situation-problème et dans laquelle les étudiants doivent analyser et se positionner par rapport à la pratique d'une enseignante experte telle que décrite dans Theis et Gagnon (2013), (2) l'accompagnement des étudiants dans la planification d'une situation-problème dans leur classe, (3) l'expérimentation de cette situation-problème en classe et (4) des séminaires dans lesquels les étudiants présentent et discutent des extraits de leur expérimentations qui leur semblent significatifs au regard des objets abordés dans le cours. La spécificité de ces cours est alors qu'ils sont directement en lien avec la pratique des enseignants et qu'ils permettent des discussions à partir d'extraits vidéo issus de leur pratique effective en classe.

Le même cours est également donné en formation continue dans une version qui est dispensée entièrement en ligne, à travers une plateforme Moodle. La structure du cours est alors très similaire à celui du cours « en présence » et prévoit également, en plus d'une partie théorique, la planification, l'expérimentation et l'analyse d'une situation-problème. Cependant, les discussions et les échanges se font ici à travers des forums de discussion entre les étudiants dans la partie théorique, et l'accompagnement des étudiants lors de la planification est réalisé à distance, dans le cadre de vidéoconférences. Afin de pouvoir assurer cet encadrement, il ne s'agit toutefois pas de cours à très large diffusion, puisque le nombre d'étudiants qui y sont inscrits se situe autour d'une vingtaine. Les captures d'écran présentées en figure 6 illustrent une partie du travail sur le contenu théorique dans le cours en ligne. On peut y constater qu'au niveau des contenus, ce sont exactement les mêmes enjeux qui sont abordés que dans les cours « en présence »



9 Gestion des retours en grand groupe

9.2 Analyse de stratégies d'élèves

Dans le document que vous pouvez télécharger ici, nous vous expliquons brièvement la stratégie utilisée par 4 enfants différents pour calculer le montant de la taxe de 5 %.

N.B. Comme les enfants calculaient les taxes sur les montants obtenus pour leurs propres fournitures scolaires, les montants de départ sont différents d'un enfant à l'autre.

1) Pour chacun des exemples, reproduisez le plus fidèlement possible la stratégie des élèves pour calculer la taxe de 7,5 % sur un prix initial de 117,15 $. Bien sûr, **vous n'avez pas le droit de recourir à la calculatrice**.

Ce travail vous permettra d'approfondir votre compréhension des quatre stratégies. Le prix initial de 117,15 $ est choisi pour fournir un défi qui est à la mesure d'adultes, mais n'est pas nécessairement un enfant sur lequel des enfants travailleraient.

2) Analysez quels sont les avantages et les inconvénients de chacune des stratégies utilisées pour effectuer le calcul de la taxe de 7,5% sur un montant de 117,15$.

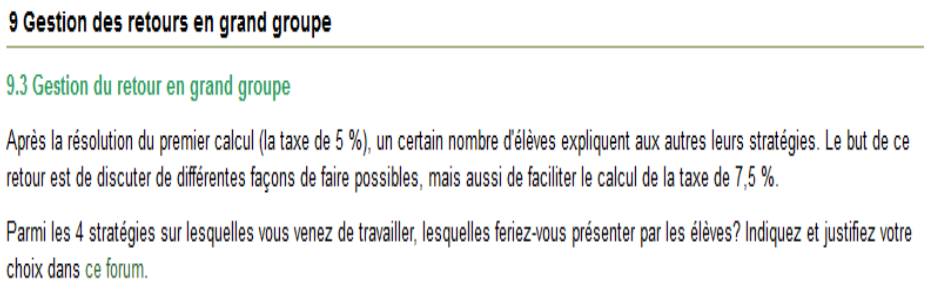


Figure 6 : Captures d'écran du cours de maîtrise en ligne

La formation à travers des cours en ligne présente également un certain nombre de particularités qu'il me semble important de soulever. D'un côté, les cours en ligne permettent de rejoindre des enseignants qui n'auraient autrement pas accès aux formations continues universitaires, entre autres parce qu'ils habitent souvent loin des campus universitaires. D'un autre côté, un des défis principaux des cours en ligne me semble être de maintenir le caractère interactif de la formation. A cet effet, le recours à des forums de discussion permet d'une certaine manière de maintenir cette interaction entre étudiants. Toutefois, dans mon expérience, cette interaction dans les forums pose des enjeux importants au niveau de la gestion des apprentissages. Ainsi, lorsque les discussions ont lieu « en direct », dans un cours où les étudiants sont présents, les interactions se font « sur-le-champ ». Dans un forum, par contre, il est fréquent qu'un étudiant émette une réflexion et que les réactions des autres étudiants n'arrivent qu'après un certain temps. Ce délai temporel rend alors les discussions plus artificielles. Finalement, les contraintes d'un cours en ligne influencent également le rôle du formateur. Dans les cours en présence des étudiants, j'assiste à la manière dont les étudiants se confrontent aux obstacles épistémologiques d'une situation-problème ou encore aux enjeux didactiques soulevés par celle-ci, et je peux y intervenir dans l'immédiat et à partir de mes observations. Or, dans un cours en ligne, je n'ai pas accès à l'ensemble de ces informations. Il n'est pas possible de questionner les étudiants pour préciser leur point de vue et sur les forums de discussion, il devient également nécessaire d'attendre la réaction des autres étudiants avant de réagir afin de ne pas « tuer » la discussion. Or, au moment où les autres étudiants ont réagi et où une intervention de la part du formateur devient possible, le questionnement initial que se posait l'étudiant est déjà souvent devenu obsolète.

Au-delà de ces enjeux de gestion, les cours en ligne ouvrent cependant aussi des possibilités dans la mise sur pied de formations « hybrides », comportant une partie en présence et une partie en ligne. Cette avenue me semble prometteuse, puisqu'elle permettrait de réserver les moments en présence aux enjeux pour lesquels les discussions en groupe et en direct constituent une réelle plus-value et d'utiliser les avantages des formats en ligne pour les contenus qui s'y prêtent le mieux. Cette avenue est actuellement envisagée pour le développement ultérieur de ces formations continues à l'Université de Sherbrooke.

V - BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T., MILLON-FAURÉ K., KOUDOGBO J, MORIN M.-P., TAMBONE J. & THEIS L. (sous presse) Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en didactique des mathématiques*.

ASTOLFI J.-P. (1993) Placer les élèves dans une situation-problème ? *Probio-Revue,* **16**(4), 311-321.

BALL D. ET BASS H. (2003) Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching, 3-14, in E. Simmt et B. Davis (dir.), *Actes de la 27e rencontre annuelle du Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques (GCEDM),* Edmonton : CMESG.

BEDNARZ N. (2013) *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement*. Paris : L'Harmattan.

BEDNARZ N. (2007) Ancrage de la didactique des mathématiques au Québec, 25-61, in *Actes du colloque annuel du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec* (GDM).

DESGAGNÉ S., BEDNARZ N., LEBUIS P., POIRIER L., & COUTURE C. (2001) L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, **27**(1), 33-64.

GUAY S., LEMAY S. & CHAREST D. (2002a) *Clicmaths. Manuel de l'élève, 4, Volume A*. Montréal : Éditions HRW.

GUAY S., LEMAY S. & CHAREST D. (2002b) *Clicmaths. Manuel de l'enseignant et de l'enseignante, 4, Volume A.* Montréal : Éditions HRW.

HILL H. & BALL D. (2009) The curious – and crucial – case of mathematical knowledge for teaching. *Phi delta kappan*, **91**(2), 68-71.

LAJOIE C ET BEDNARZ N (2015) La notion de situation-problème en mathématiques au début du XXIe siècle au Québec : rupture ou continuité? *Revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et de la technologie,* **16**(1), 1-27.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DES LOISIRS ET DU SPORT DU QUÉBEC (2003). Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement préscolaire et primaire.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (2001). La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles.

MORIN M-P. ET THEIS L. (2006) Mesures d'aide en mathématiques pour soutenir les étudiantes et les étudiants de la formation initiale qui présentent des difficultés, in N. Bednarz & C. Mary (dir.), *Actes du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés ».* [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

SCHÖN D. (1997) *Le praticien réflexif. À la recherche du savoir caché dans l'agir professionnel*. Montréal : Les Éditions Logiques.

THEIS L., MORIN M.-P., TAMBONE J., ASSUDE T., KOUDOGBO J. ET MILLON-FAURÉ K. (2016) Quelles fonctions de deux systèmes didactiques auxiliaires destinés aux élèves en difficulté lors de la résolution d'une situation-problème mathématique? *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **21**, 9-37.

THEIS L & GAGNON N (2013) *L'apprentissage à travers des situations-problèmes mathématiques. Bases théoriques et réalisation pratique*. Québec : Presses de l'Université du Québec.

THEIS L. (2011) Quelle formation mathématique pour les futurs enseignants du primaire et du préscolaire? A la recherche des mathématiques dans une séquence sur l'enseignement des probabilités, 181-204, in J. Proulx, H. Squalli & C. Corriveau (dir.), *La formation mathématique des enseignants*. Québec : Presses Universitaires du Québec.

THEIS L. ET SAVARD A. (2010). Linking probability to real-world situations : how do teachers make use of the mathematical potential of simulation programs?, in *Actes de colloque de l'International Conference on teaching statistics (ICOTS)*, Ljubljana, Slovénie, 11 au 16 juillet 2010.

THEIS L., MORIN M-P., BERNIER J. ET TREMBLAY Y. (2006) Les impacts des connaissances mathématiques sur l'attitude envers son enseignement des futurs enseignants du primaire, in N Bednarz & C. Mary (dir.), *Actes du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés »*. [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

LES ATELIERS

JEAN-FRANÇOIS GRELIER NOUS A QUITTÉS AU MOIS DE NOVEMBRE 2016

Homme engagé dans la cité, Jean-François l'était aussi bien sûr dans son métier. L'enseignement de la géométrie le passionnait et jusqu'au bout il n'a eu de cesse de partager avec le plus grand nombre les travaux qu'il a menés dans ce domaine.
La maladie l'a emporté avant qu'il ne puisse rendre compte de son dernier atelier mené lors du colloque de la Copirelem au Puy en Velay, "Géométrie grandeur naturelle", mais nous pouvons retrouver les ressources qu'il a produites sur son site, dans les ouvrages ou articles qu'il a publiés :

Ouvrages

- GRELIER J.-F., (2011). *Apprentissages géométriques, spatialité et maîtrise de la langue au cycle 2,* Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées
- GRELIER J.-F., (2009). *Devenir élève par les apprentissages géométriques au cycle 1,* Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées
- GRELIER J.-F., (2007) *50 activités pour aider à l'enseignement des mathématiques : Cycle 3*, Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées
- GRELIER J.-F., (2004) *Apprentissages géométriques aux cycles 2 et 3,* Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées

Articles

- GRELIER J.-F., (2013). Le livre du robot peut-il vraiment être rédigé par des élèves de CP ? *Actes du XXXVI^e colloque COPIRELEM*. Dijon.
- GRELIER J.-F., (2010). Reproduction et représentation au cycle 1 -Communication C4. *Actes du XXXVI^e colloque COPIRELEM.* Auch.
- GRELIER J.-F., (2009). Constituer des espaces fictifs à l'aide de boîtes retournées pour aborder la représentation d'espaces à trois dimensions et réfléchir sur l'espace urbain. *Grand N. Num. 84.* p. 33-45.
- GRELIER J.-F., (2005).Une proposition pour tirer l'apprentissage de l'orthogonalité de l'étude des quadrilatères à quatre côtés égaux. *Actes du XXXI^e colloque COPIRELEM sur la formation des maîtres.* Foix.

Site web

- http://www.apprentissages-geometriques.com/

Pour tout ce qu'il a pu nous apporter lors des colloques et en dehors, la Copirelem tenait à rendre hommage à Jean-François.

EVALUATION DES ECRITS EN MATHEMATIQUES POUR LES M2 MEEF 1ER DEGRE EN ALTERNANCE

Cécile DUFY
Formatrice, ESPE ACADÉMIE DE CAEN, UNICAEN NORMANDIE
cecile.dufy@unicaen.fr

Samuel VOISIN
Formateur, ESPE ACADÉMIE DE CAEN, UNICAEN NORMANDIE
CIRNEF, HSRT 556
samuel.voisin@unicaen.fr

Résumé
Depuis la promotion 2014-2015, l'ESPE de l'Académie de Caen s'est dotée d'un référentiel de formation distinct et néanmoins complémentaire du référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation du 25 juillet 2013.
Au sein de l'Université de Caen Normandie, nous expérimentons depuis la création des ESPE une adéquation entre la mastérisation des étudiants professeurs des écoles stagiaires et la formulation de l'avis du directeur de l'ESPE pour la titularisation.
Cette approche a nécessité une modification en profondeur des modalités de contrôle des connaissances.
Les formateurs ont dû adapter leur pratique d'évaluation des professeurs des écoles stagiaires.
Le texte qui suit décrit brièvement les enjeux du référentiel de formation à l'ESPE de l'Académie de Caen et présente des éléments nécessaires dans sa prise en compte pour la mastérisation.
La création de grilles d'évaluation est un travail nécessaire en vue de l'appropriation par les étudiants professeurs des écoles stagiaires de notre référentiel de formation. Ces grilles doivent également résulter d'un travail collaboratif au sein des équipes pédagogiques et croiser les disciplines.

Exploitations possibles
Cet article s'adresse principalement aux formateurs ESPE qui interviennent en formation initiale des professeurs des écoles. Plus précisément, cet article discute le système d'évaluation par compétences instauré pour les M2 MEEF à l'ESPE de Caen. Ce système s'appuie sur un référentiel de compétences et des grilles d'évaluation et a pour objectif de lier mastérisation et titularisation.

Mots-clés
Référentiel, grille, évaluation, didactique, mathématiques.

QUELS SCÉNARIOS POSSIBLES POUR UNE FORMATION DES M1 AUX MATHÉMATIQUES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE ?

Catherine TAVEAU
Formatrice, ESPE D'AQUITAINE
catherine.taveau@espe-aquitaine.fr

Hélène ZUCCHETTA
Formatrice, ESPE DE LYON
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé
Cet atelier a vu le jour à la suite de constats, par des formateurs de la COPIRELEM, concernant les changements des pratiques des formateurs en M1 MEEF notamment depuis la Masterisation de cette formation et du fait du raccourcissement de la durée de formation en ESPE. En effet, les différentes enquêtes menées par la COPIRELEM permettent de se rendre compte de la baisse du nombre d'heures de formation en mathématiques et de la prégnance que prennent en Master 1 MEEF les questions d'entrainement au concours par rapport aux questions d'enseignement.
L'atelier était initialement prévu en deux temps mais le second temps de conception d'une formation n'a pu avoir lieu, faute de temps. Il a donc démarré par une présentation rapide des diverses stratégies de formation (Kuzniak et Houdement) et du cadre d'analyse des situations initié par la COPIRELEM de puis s'est construit autour de l'analyse de trois scénarios de formation sur des mêmes notions (fractions et décimaux) du point de vue de l'étudiant et du point de vue du formateur.
Cet atelier a permis de rappeler les éléments incontournables pour la formation des futurs Professeur d'Ecole : les savoirs mathématiques liés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ; les savoirs didactiques et cognitifs indissociables des contenus mathématiques précédents ; les compétences professionnelles indissociables des contenus mathématiques à enseigner.

Exploitations possibles
Formation de formateurs.

Mots-clés
Analyse et comparaison de scénarios de formation.
Fondamentaux pour une formation de Master 1 MEEF.

LA DISTRIBUTIVITÉ : QUEL(S) SAVOIR(S) ET CONNAISSANCES POUR ENSEIGNER LA MULTIPLICATION À L'ÉCOLE PRIMAIRE ?

Céline CONSTANTIN
ESPE, Faculté d'Education de l'Université de Montpellier
Laboratoire I2M, Aix-Marseille Université
Celine.constantin@umontpellier.fr

Résumé
Si elle est formalisée dans le cadre du calcul algébrique au collège, la propriété de distributivité est présente bien en amont, de manière implicite, dans diverses pratiques de calcul liées à l'enseignement de la multiplication dès l'école primaire. Ces connaissances numériques anciennes sont pourtant peu prises en compte au collège.
Ce texte rend compte du travail effectué dans un atelier du colloque COPIRELEM 2016, au cours duquel les participants ont étudié des extraits de manuels de l'école primaire relatifs au calcul multiplicatif, puis des données issues de réponses d'étudiants en première année de master MEEF (premier degré) soumis à un questionnaire afin d'interroger leurs connaissances mathématiques et didactiques : quelles sont les connaissances et les savoirs sur la distributivité de ces étudiants dans les cadres algébrique et numérique ? Comment interagissent ces connaissances et savoirs dans différents contextes liés à la préparation du concours du CRPE et/ou relativement aux pratiques d'enseignement de la multiplication à l'école ? Une autre problématique en lien avec ces questions et d'autres travaux est également abordée et discutée : quel discours mathématique tenir sur des pratiques de calcul numérique (mental ou posé) relatives à l'enseignement de la multiplication à l'école, qui mobilisent implicitement la propriété de distributivité ?

Exploitations possibles
Ce texte pourra fournir des éléments pour la formation initiale des professeurs des écoles en mathématiques : questions possibles pour un diagnostic de connaissances mathématiques et didactiques relatives à la multiplication et à la numération décimale ; éléments permettant de guider une analyse comparative de manuels ; questions soulevées sur l'oralisation de techniques de calcul réfléchi.

Mots-clés
Enseignement de la multiplication. Distributivité. Formation des professeurs des écoles.

FORMATION A LA GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE PAR LA CONSTRUCTION DE POLYÈDRES

Thierry DIAS
Professeur, HEP LAUSANNE
thierry.dias@hepl.ch

Jimmy SERMENT
Enseignant
Collège de Pully

Résumé
L'étude didactique que nous proposons consiste à observer et analyser les gestes, les actions et les interactions des apprenants dans un processus d'investigation mathématique. Nous présentons les environnements d'apprentissage proposés aux apprenants afin qu'ils s'appuient sur une diversité empirique dans leurs mises en actes susceptibles à la fois de révéler leurs connaissances mais aussi de faire exister de façon explicite les objets mathématiques qui sont les enjeux de savoirs de ces situations. C'est au sein d'une série de tâches dédiées à la construction de polyèdres que nous interrogeons l'expérimentation en tant que processus nécessaire dans un projet de formation à l'enseignement des mathématiques.

Exploitations possibles
Cet article propose des situations de formation s'appuyant sur la construction et la manipulation de polyèdres géants. Ces situations « déstabilisantes » peuvent permettent aux étudiants de construire des connaissances didactiques (manipulation pour révéler des connaissances mathématiques en actes, importance du langage dans la conceptualisation ; démarche d'expérimentale ; rôle des interactions dans l'apprentissage) et de revisiter leurs connaissances géométriques.
Ces situations de formation riches peuvent être adaptées pour la classe.

Mots-clés
Géométrie dans l'espace ; polyèdres ; constructions de Polyèdres ; démarche expérimentale

FAIRE DE L'INFORMATIQUE SANS ORDINATEUR A L'ECOLE

Malika MORE
Maîtresse de Conférences
IUT Informatique
Université Clermont Auvergne
IREM de Clermont-Ferrand
Maison pour la Science en Auvergne
Laboratoire LIMOS
malika.more@udamail.fr

Sarah GALI
Professeure des Écoles
École de Saint-Amand Tallende
IREM de Clermont-Ferrand
Maison pour la Science en Auvergne
sarah.gali32@gmail.com

Résumé
L'informatique sans ordinateur est une approche de l'enseignement de l'informatique, complémentaire d'autres approches, qui consiste à présenter des concepts de la science informatique de façon ludique et sans recours à l'ordinateur. On met ainsi l'accent sur l'aspect scientifique sans se laisser éblouir ou rebuter par la technologie. Cette approche a été initiée par Tim Bell à partir de 1992.
Le groupe propose des activités pour le cycle 3 (écriture binaire des nombres – codes détecteurs et correcteurs d'erreurs – automates finis – algorithmes de tri – langages de programmation – etc.) qui ont été présentées au cours de l'atelier. Les ressources comportent des documents-élèves, un déroulé de séance issu d'expérimentations en classe et une fiche scientifique pour le professeur.

Exploitations possibles
Cet article présente des activités qui pourront alimenter des scénarios de formation autour de l'algorithmique et de la programmation dans un environnement essentiellement sans ordinateur.
Le lecteur trouvera dans la webographie proposée de nombreuses autres ressources relatives au thème abordé.

Mots-clés
Informatique - informatique débranchée - algorithmique - programmation - ressources

LES PROGRAMMES DE 2015 POUR L'ÉCOLE MATERNELLE : DE NOUVELLES COMPÉTENCES SUR LE NOMBRE QUI INTERROGENT LES ENSEIGNANTS

Carine REYDY
ESPE D'AQUITAINE, UNIVERSITÉ DE BORDEAUX, LAB-E3D
carine.reydy@u-bordeaux.fr

Patrick URRUTY
ESPE D'AQUITAINE, UNIVERSITÉ DE BORDEAUX
patrick.urruty@u-bordeaux.fr

Résumé
Les nouveaux programmes pour l'école maternelle font apparaître des compétences sur le nombre qui font notamment écho aux travaux de recherche menés par Brissiaud (2014a, 2014b) et qui mettent l'accent sur la nécessité d'enrichir les connaissances des élèves sur les premiers nombres en apprenant par exemple à « *parler des nombres à l'aide de leur décomposition* » dès la P.S. ou en comprenant que « *tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente* » (M.E.N., 2015a).
Dans le cadre de la formation continue, nous avons conduit une recherche-action avec des professeurs des écoles de cycle 1 d'un REP+ de Gironde : après avoir recueilli les conceptions initiales des enseignants, nous avons élaboré et expérimenté des situations qui s'inscrivent dans les préconisations des nouveaux programmes.
Dans cet atelier, nous prenons appui sur cette expérience et sur les propositions des participants pour faire émerger des perspectives de formation initiale et continue des enseignants sur ce thème.

Exploitations possibles
Cet atelier fournit des outils utiles aux formateurs souhaitant accompagner des enseignants de maternelle dans la mise en œuvre des nouveaux programmes. Il permet de mieux cerner les obstacles rencontrés dans l'interprétation par les enseignants de certaines compétences et propose des pistes de travail prenant appui sur des séquences testées en classe en mettant au jour le questionnement issu de ces expérimentations.

Mots-clés
Ecole maternelle, nombre, quantité, recherche-action, nouveaux programmes.

LE BOULIER : UN ARTEFACT NUMÉRIQUE À HAUT POTENTIEL POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS PRIMAIRES

Céline VENDEIRA MARECHAL
Chargée d'enseignement, Université de Genève
DiMaGe
Celine.marechal@unige.ch

Résumé

Cet atelier a pour objectif de déterminer si le boulier a sa place en formation des enseignants. Si oui, quels sont les scénarios pertinents à mettre en place par les formateurs. L'utilisation du boulier a quasi disparu des pratiques enseignantes en France (Besnier, Bueno-Ravel, Gueudet & Poisard 2013), c'est pourquoi cet atelier n'a pas pour objectif de convaincre les formateurs de leur pertinence dans les classes de mathématiques, mais plutôt de se focaliser sur leur pertinence dans un contexte de formation. Nous faisons l'hypothèse que l'utilisation et la mise en évidence du potentiel sémiotique (Mariotti & Maracci, 2010) de différents bouliers (japonais, chinois, russe et boulier à tiges) permettrait, aux futurs enseignants, de mieux s'armer pour concevoir l'enseignement de notre système de numération à l'école primaire.

Exploitations possibles
Formation initiale des enseignants (scénario de formation)

Mots-clés
Scénario de formation, boulier, enseignement du système de numération, sémiotique

DE LA RESSOURCE À LA SÉANCE DE CLASSE. INSTITUTIONNALISER : TÂCHE IMPOSSIBLE ?

Cécile Allard
MCF, Espe de Livry Gargan
UPEC, UCP, U.Artois, P7, U. Rouen, LDAR
cecile.allard@u-pec.fr

Pascale Masselot
MCF, Espe de Versailles
UCP, UPEC, U.Artois, P7, U. Rouen, LDAR
pascale.masselot@u-cergy.fr

Résumé :
Les questions qui orientent l'atelier s'inspirent de celles qui ont guidé le travail de thèse de Allard (2015), en particulier celle-ci : quels sont les éléments de la ressource choisie par les enseignants susceptibles de les outiller pour exposer des connaissances ? Étudier les moments d'exposition des connaissances (Robert & Vandebrouck, 2014) consiste à traquer tout ce qui est dit ou écrit par le maître qui permet de rendre compte de la circulation du savoir en classe. L'exposition des connaissances fait partie du processus d'institutionnalisation.
La situation choisie dans le cadre du travail de cet atelier est une situation d'action (au sens de la théorie des situations, Brousseau 1998). Nous cherchons ici à montrer en particulier les raisons qui expliquent les difficultés à institutionnaliser des savoirs immédiatement après une situation qui induit des manipulations.
Est-il possible de décontextualiser et de dépersonnaliser le savoir à l'école suite à une activité s'appuyant sur du matériel ?

Exploitations possibles
Cet article peut s'adresser aux formateur ESPE en formation initiale ou continue pour aider les enseignants à anticiper et gérer des phases d'institutionnalisation lorsqu'ils utilisent une ressource. Cet article s'appuyant sur une expérimentation concernant deux enseignantes qui traitent du thème des fractions, montre que ces tensions à tenir les deux bouts de la séance « entre dévolution et institutionnalisation » d'enseignantes reconnues expertes sont emblématiques des difficultés actuelles à enseigner.

Mots-clés : Ressources, institutionnalisation, pratiques, situations didactiques, décontextualisation.

LES MATHÉMATRICES, UN DISPOSITIF POUR DÉVELOPPER LA DÉMARCHE D'ESSAIS-ERREURS DANS L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE

Olivier LE DANTEC
PRAG mathématiques, ESPE de Nice
ledantec@unice.fr

Laurent GIAUFFRET
Conseiller pédagogique départemental « Mathématiques et Sciences », DSDEN 06
laurent.giauffret@ac-nice.fr

Résumé
La démarche d'essais-erreurs est peu présente dans l'enseignement primaire.
D'une part, pour beaucoup d'enseignants, les activités de type problèmes ouverts sont considérées comme un temps perdu pour l'acquisition des notions fondamentales. D'autre part, il n'existe pas beaucoup d'exemples facilement disponibles pour les enseignants qui permettent de travailler les notions du programme. Une équipe de l'ESPE de Nice a essayé de développer un dispositif qui mette le tâtonnement au cœur de l'activité mathématiques, dispositif appelé Mathématrices. Des exemples sont présentés sur le site **https://mathematrices.com/**. L'atelier a présenté cette aventure et a recueilli les critiques et les conseils des différents membres pour permettre d'avancer dans la réflexion et les propositions faites aux enseignants.

Exploitations possibles
Cet article s'adresse aux formateurs ESPE et aux conseillers pédagogiques qui interviennent en formation continue des professeurs des écoles pour proposer un exemple de dispositif faisant travailler la démarche de tâtonnement à l'école primaire tout en travaillant les notions du programme. Les avantages tels que collaboration, relation à l'erreur et retour sur les productions, activités différenciées sont rapidement évoquées dans l'article.

Mots-clés
essais-erreurs, tâtonnement, différenciation, collaboration, …

ENJEUX ET PERSPECTIVES D'UNE FORMATION DES MAÎTRES À DES PROJETS INTERDISCIPLINAIRES IMPLIQUANT LES MATHÉMATIQUES

Richard CABASSUT
Formateur, ESPE de l'Académie de Strasbourg
LISEC-EA2310 Université de Strasbourg
richard.cabassut@unistra.fr

Résumé
Plusieurs formations initiales au professorat d'école proposent des formations à l'interdisciplinarité impliquant l'enseignement des mathématiques. Ce texte est un compte-rendu d'un atelier du colloque de la COPIRELEM 2016, dont les objectifs étaient d'analyser et d'évaluer une formation à des projets interdisciplinaires impliquant les mathématiques, puis de réfléchir sur les enjeux de l'interdisciplinarité et du projet à l'école primaire et sur la place des mathématiques dans cette perspective.
Ce texte recense quelques témoignages sur l'existence de ces formations et précise le développement des thèmes de l'interdisciplinarité et du projet dans les programmes scolaires et les compétences professionnelles. L'exemple de l'ESPE de l'académie de Strasbourg permet ensuite de présenter des cadres possibles pour l'analyse de projets interdisciplinaires et des critères possibles d'analyse de tels projets. Des exemples de projets construits par des professeurs des écoles stagiaires sont analysés, et à partir de ces exemples, des enjeux et des perspectives d'une formation à l'interdisciplinarité sont discutés.

Exploitations possibles
Les formateurs trouveront dans ce texte des exemples précis de projets construits en formation initiale par des étudiants de Master préparant au professorat des écoles, dans le cadre d'une démarche interdisciplinaire, ainsi que des éléments d'analyse de ces projets.
Ils trouveront aussi des points d'appui pour la mise en place de modules interdisciplinaires pour la formation initiale et continue des enseignants (références bibliographiques et éléments théoriques pour définir des critères d'analyse de projets interdisciplinaires).

Mots-clés
Interdisciplinarité. Projet interdisciplinaire. Formation des enseignants.

FORMER LES ENSEIGNANTS POLYVALENTS À L'ANALYSE DE SÉANCES DE MATHÉMATIQUES

Aline BLANCHOUIN
Agrégée d'EPS, Espe Créteil, site du 93
Experice
aline.blanchouin@u-pec.fr

Nathalie PFAFF
Agrégée de Mathématiques, Espe Créteil, site du 93
nathalie.pfaff@u-pec.fr

Résumé
Nous partons du postulat que pour former des enseignants du primaire, nous devons prendre en compte leur « polyvalence ». Ainsi, au quotidien, le face à face réel du professeur d'école (PE) avec un même groupe d'élève, pour « faire apprendre les maths » (comme dans toutes les autres disciplines) n'est pas l'unique expression d'une préoccupation de transmission des savoirs ou épistémique. Celle-ci est en conflit potentiel avec deux autres préoccupations : pragmatique (de gestion temporelle, matérielle, humaine, spatiale…) et relationnelle (Vinatier, 2013).
L'analyse d'un enregistrement vidéo d'une séance (CE1, mesure de longueur) a été l'occasion d'avancer un modèle permettant de prendre en compte cette triple logique d'action (Blanchouin, 2015) intégrant le cadre théorique de Vergnaud pour apprendre en maths (Pfaff et Fénichel, 2005).

Exploitations possibles
Cet article s'adresse à tous les chercheurs et les formateurs travaillant ou visant à faire travailler des enseignants (en formation initiale ou continue) sur l'analyse de séance à l'école élémentaire. que leur intérêt porte soit
- sur l'analyse de l'enregistrement vidéo d'une séance ;
- sur le croisement de cadres d'analyse issus à la fois de la didactique disciplinaire et de la didactique professionnelle ;
- sur l'utilisation du modèle multi-agenda de l'agir enseignant (Bucheton, 2009).

Mots-clés
Formation initiale et continue ; Analyse de séance ; Vidéo ; Didactique professionnelle ; Travail enseignant ;Modèle multi-agenda ; Didactique des mathématiques.

SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « BUCHETTES »

Nathalie Brasset
Doctorante, UGA
LIG
Nathalie.brasset@imag.fr

Résumé
Dans cet article nous présentons un travail avec une simulation du matériel de numération « bûchettes ». Nous commençons par rappeler l'importance de donner du sens au nombre en travaillant le principe de position et le principe décimal ainsi que le rôle de la manipulation dans le développement de l'abstraction.
Nous interrogeons ensuite la manipulation d'objets virtuels et la situons par rapport à la manipulation d'objets tangibles. Nous envisageons alors l'utilisation d'une simulation du matériel de numération « bûchettes » en complément du matériel tangible « bûchettes » et proposons des exemples d'utilisation d'une telle simulation basés sur des observations dans une classe de CE1. Enfin, nous présentons en détail 11 exercices (issus de deux types de tâches) permettant de travailler, à partir de la simulation, les aspects positionnel et décimal du nombre de façon plus ou moins indépendante ou à un niveau de difficulté plus ou moins élevé.

Exploitations possibles
Cet article peut intéresser un public large : le chercheur en didactique des mathématiques qui souhaite travailler sur les simulations numériques en classe, le praticien qui cherche à étoffer sa pratique pédagogique ainsi que toute personne qui s'intéresse à la numération décimale au cycle 2 à partir du matériel « bûchettes » (tangible ou virtuel).

Mots-clés
Décision didactique, numération décimale, simulation, ostensifs, bûchettes, numérique.

FAIRE DES MATHÉMATIQUES AVEC DES CARTES ET UN ROBOT, LE PROJET OCINAEE

Jean-Pierre RABATEL
PEMF, chargé d'étude INSTITUT FRANÇAIS DE L'EDUCATION de Lyon
EducTice
jean-pierre.rabatel@ens-lyon.fr

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maître de Conférences, INSTITUT FRANÇAIS DE L'EDUCATION, ENS DE LYON
ESPE de l'Académie de Grenoble
sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr

Résumé
Le projet OCINAEE a développé et testé dans des classes du CP à la 6e plusieurs jeux mathématiques dans les domaines du calcul, de la numération et du repérage dans le plan. La particularité de ces jeux est d'utiliser un dispositif hybride d'objets connectés, cartes, jetons, plateaux de jeu, stylets, qui communiquent avec une plateforme informatique par l'intermédiaire d'un petit robot mobile, d'un téléphone et de tablettes. Les élèves peuvent utiliser des objets matériels, tels que des cartes sur lesquelles sont écrits des nombres, ou des interfaces numériques, nombres affichés, pour agir sur le système et résoudre les problèmes qui leur sont posés. Le système produit des rétroactions matérielles, comme le déplacement d'un robot, et virtuelles, comme des messages sur le smartphone ou des affichages sur les tablettes.
Le compte rendu de cet atelier présente les éléments clefs de ce projet, les questions de recherche traitées puis expose en détail la réflexion menée au sein du projet et reprise dans l'atelier à propos des rétroactions matérielles produites par le déplacement du robot et leur possible signification mathématique dans la résolution de problème.

Exploitations possibles
Cet article intéressera ceux qui se préoccupent de la conception et de l'analyse de ressources de type jeu articulant le tangible et le virtuel pour médiatiser les concepts mathématiques. La réflexion sur les rétroactions fournies par le robot et leurs incidences sur la construction des supports pourra être reprise en formation initiale ou continue comme un exemple d'étude de rétroactions fournies par un milieu au sens de Brousseau (1998).

Mots-clés
Jeu, robot, rétroaction, virtuelle, théorie des situations.

USAGE D'UN CADRE D'ANALYSE POUR S'APPROPRIER, CONCEVOIR ET ENRICHIR DES SITUATIONS DE FORMATION

Laetitia BUENO-RAVEL
ESPE de Bretagne, COPIRELEM
CREAD
laetitia.bueno-ravel@espe-bretagne.fr

Christine MANGIANTE
ESPE Lille Nord de France, COPIRELEM
Laboratoire de Mathématiques de Lens
christine.mangiante@espe-lnf.fr

Pascale MASSELOT
ESPE de Versailles, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Edith PETITFOUR
ESPE de Lorraine, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
edith.petitfour@univ-lorraine.fr

Frédérick TEMPIER
ESPE de Versailles, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
frederick.tempier@u-cergy.fr

Claire WINDER
ESPE de Nice, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
claire.winder@unice.fr

Résumé
Le cadre d'analyse des situations de formation utilisé dans cet atelier (Mangiante & al., 2016) vise à interroger les potentialités de ces situations à la lumière des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques en jeu (Houdement, 2013), et à clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre ainsi que leur articulation. Il permet d'étudier des modalités d'exploitation par le formateur de différents supports utilisables en formation (vidéos, productions d'élèves, extraits de manuels, etc.).
Le travail au cours de l'atelier vise à utiliser ce cadre pour concevoir de nouvelles situations à partir de supports fournis par les animateurs et en demandant aux participants d'analyser la pertinence de cet outil dans le cadre de ce travail d'élaboration collective de situations de formation. Ce travail a permis d'aborder différents domaines mathématiques (espace et géométrie, nombres et calculs) à différents niveaux (maternelle et élémentaire).

Exploitations possibles
Ce texte propose l'utilisation d'un cadre d'analyse de situations de formation pour concevoir des nouvelles situations en formation initiale et continue des enseignants d'école. En clarifiant les enjeux des situations de formation, ce cadre d'analyse permet à tout formateur de s'approprier plus aisément les ressources pour les formateurs. Des exemples sont proposés en calcul mental, en structuration dans l'espace en Grande Section de maternelle et sur la proportionnalité en utilisant soit des vidéos soit des extraits de manuels.

Mots-clés
Cadre d'analyse- Ressource pour les formateurs – Espace et géométrie à l'école – Nombres et calculs à l'école – Situation d'homologie.

LES COMMUNICATIONS

FORMATION À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU BACCALAURÉAT EN ADAPTATION SCOLAIRE ET SOCIALE À L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE : ENJEUX, ACTIONS ET PERSPECTIVES

Adolphe ADIHOU
Professeur, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
Adolphe.Adihou@USherbrooke.ca

Patricia MARCHAND
Professeure, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
Patricia.Marchand@USherbrooke.ca

Jeanne KOUDOGBO
Professeure, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
CREAS (Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des sciences)
Jeanne.Koudogbo@USherbrooke.ca

Anne-Julie LEROUX
Chargée de cours, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
Anne-Julie.Leroux@USherbrooke.ca

Résumé
L'article présente le dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques au baccalauréat en adaptation scolaire et sociale (BASS) à l'Université de Sherbrooke (UdeS) au Québec. Nous précisons d'abord les enjeux de la formation à l'enseignement des mathématiques. Ensuite, nous décrivons le dispositif, les actions menées tout en justifiant les choix qui ont été faits pour sa mise en place et son opérationnalisation par des exemples. Enfin, nous présentons les perspectives de cette formation pour sa pérennité.

Exploitations possibles
Cet article peut intéresser particulièrement les formateurs ou chercheurs impliqués dans le pilotage de dispositifs de formation, que ce soit pour l'enseignement spécialisé ou ordinaire car il décrit un dispositif complet de formation.
Il peut bien-sûr intéresser aussi toute personne curieuse de découvrir des modalités de formation pratiquées à l'étranger (ici au Québec, à l'université de Sherbrooke) pour faire un pas de côté par rapport aux pratiques et dispositifs français.

Mots-clés
Formation, enseignement, mathématiques, didactique, pratique, enseignement spécialisé.

LA QUESTION DES RESSOURCES POUR LA FORMATION DANS LE TRAVAIL DES CONSEILLERS PÉDAGOGIQUES

Laurence LEROYER
MCF, ESPE Académie de Caen
CERSE (EA965), Unicaen
laurence.leroyer01@unicaen.fr

Résumé
Dans le cadre de la formation continue des enseignants du premier degré, les conseillers pédagogiques conçoivent et mettent en œuvre des dispositifs de formation relatifs à l'enseignement des mathématiques. Lorsqu'ils conçoivent ces dispositifs, la question des ressources et des supports de formation se pose à eux. Quelles ressources mobilisent-ils et comment y accèdent-ils ? Quels supports de formation créent-ils et pour quels usages ? Ces questions fondent notre recherche actuelle, recherche qui prend appui sur les travaux portant sur la question des ressources dans le travail des enseignants en mathématiques. Cette recherche est basée sur l'analyse d'entretiens menés auprès de six conseillers pédagogiques, entretiens fondés sur l'explicitation de leur travail relatif à l'élaboration des supports de formation dans le cadre de la conception d'un dispositif de formation. Nous présentons ici de premiers résultats qui reposent sur l'étude comparée de ce travail mené par deux conseillers pédagogiques, résultats qui interrogent la formation de formateurs.

Exploitations possibles
Cet article fournit des éléments de réponse à la fois au chercheur en didactique des mathématiques qui s'intéresse à la question des ressources et au formateur qui cherche à interroger ses pratiques.
La question des ressources est abordée ici à propos d'acteurs peu étudiés jusqu'alors : les conseillers pédagogiques. Les résultats présentés permettent à la fois de mettre en évidence des profils de formateurs différents, de questionner les liens entre postures de formateurs et supports de formation et au-delà de questionner la formation de formateurs.

Mots-clés
Ressources, supports, formation continue, conseillers pédagogiques, dispositifs de formation.

ACCOMPAGNER UNE RECHERCHE – ACTION EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES DANS LE CADRE DU MÉMOIRE PROFESSIONNEL DE FIN D'ÉTUDES

Elisabeth CAVAT
Professeure formatrice HEP Lausanne Suisse
elisabeth.stierli-cavat@hepl.ch

Résumé
Cette communication est un témoignage de pratique de formatrice-accompagnante d'étudiants qui entreprennent une recherche – action pour leur mémoire professionnel de fin d'étude à la Haute École Pédagogique du canton de Vaud en Suisse. L'objectif de la présentation est de montrer, à travers deux exemples, les effets formateurs qui résultent de la réalisation de ce type de mémoire. Tout au long de l'opérationnalisation du travail des mémorantes, l'auteure a interagi et gardé des traces des échanges et réalisé plusieurs lectures des documents qu'elles lui soumettaient. Cela lui a permis de choisir quelques extraits représentatifs à la fois des apprentissages des élèves et des compétences construites par leur enseignante dans la séquence de mathématiques. Convaincue que la recherche – action est productrice de savoirs et de gestes professionnels et tout en s'appuyant sur ces deux expériences d'accompagnement, elle a opté pour un changement de posture passant ainsi de directrice à accompagnante de mémoires professionnels. D'autres expériences sont venues enrichir ses convictions que la Recherche-Action-Formation a un sens pour tous les acteurs dans la formation en alternance.

Exploitations possibles
Cet article peut fournir des pistes intéressantes pour repenser l'encadrement des mémoires professionnels dans la formation par l'accompagnement des professeurs des écoles dans une recherche-action.

Mots-clés
Formation initiale, mémoire professionnel, recherche-action, accompagnement professionnel.

FORMATION DES PROFESSEURS DES ECOLES ET DÉVELOPPEMENT DE COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES

Christine CHOQUET
Formatrice, ESPE de l'académie de Nantes
CREN, Université de Nantes
christine.choquet@univ-nantes.fr

Résumé
L'article présente des interrogations sur les moyens d'engager avec des étudiants en formation initiale une réflexion sur les injonctions officielles, et notamment les six compétences mathématiques à développer chez tous les élèves : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.
L'article présente un module de formation proposé à des étudiants de M1 MEEF au début du premier semestre, visant parallèlement à développer ces compétences chez les étudiants et à étudier avec eux des moyens de les développer chez des élèves de cycles 2 et 3.
L'article engage plus largement une réflexion sur les conditions de transmission à des étudiants de différents types de savoirs mathématiques et didactiques nécessaires à leurs pratiques futures.

Exploitations possibles
Cet article peut intéresser particulièrement les formateurs ou chercheurs impliqués dans le pilotage de dispositifs de formation en M1 MEEF, car il décrit précisément un dispositif de formation.
Il intéressera plus largement toute personne concernée par une réflexion sur les différents types de savoirs mathématiques et didactiques nécessaires au futur professeur des écoles.

Mots-clés
Formation initiale, programmes d'enseignement, instructions officielles, dispositif d'apprentissage, résolution de problèmes.

DE LA SITUATION-PROBLÈME À L'ANALYSE DIDACTIQUE : EXEMPLE DE LA CONSTRUCTION DU CÔNE EN FORMATION INITIALE DES M1

Françoise JORE
Maître de Conférences, UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE L'OUEST - ANGERS
Equipe PESSOA UCO
jore@uco.fr

Isabelle TRIN-DAGUE
Formateur, ISFEC IND-E -ANGERS
i.dague@ind-esperance.org

Résumé
Dans les séances de géométrie dans l'espace pour les étudiants de M1 du Master MEEF, parcours premier degré, une séance de construction de cône est proposée. Il s'agit ensuite de faire une analyse didactique détaillée de la situation avec les étudiants. Les concepts didactiques peuvent alors être un outil d'analyse, qui permet de mieux comprendre certains éléments du déroulement de la séance, dans le but d'un transfert dans des activités pour la classe mais également de favoriser l'appropriation des connaissances et compétences mathématiques en jeu dans la construction demandée. Celles-ci sont nouvelles pour une majorité d'étudiants, ce qui va favoriser du point de vue du formateur la mise en œuvre d'une « stratégie d'homologie-transposition » (Kuzniak, 1994) ou plus précisément une « stratégie d'homologie enrichie par des réflexions d'ordre didactique », (Celi & Jore, 2014). Ce texte explicitera l'analyse mathématique et didactique de la situation proposée, proposera quelques résultats de mises en œuvre de cette séance, et mettra en évidence les divers concepts didactiques pouvant être travaillés avec les étudiants dans le cadre de cette activité.

Exploitations possibles
Cet article propose une situation de formation pour les étudiants futurs professeurs des écoles en Master 1 s'appuyant sur la construction d'un patron du cône. L'analyse fine des choix des auteurs et de productions d'étudiants permet au formateur de s'approprier la richesse et le potentiel de la tâche proposée en dégageant les connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques qui sont ainsi susceptibles d'être abordées en formation initiale.

Mots-clés
Géométrie dans l'espace ; Cône ; Représentations planes ; Situation-problème.

LE JOURNAL DES MATHÉMATIQUES

Erik KERMORVANT
PRAG, ESPE de Bretagne
erik.kermorvant@espe-bretagne.frl

Résumé
Cette communication a pour but de présenter l'utilisation du Journal des Mathématiques dans le cadre d'ACE-Arithmécole, mais également son usage dans des classes qui ne suivent pas la progression ACE du cycle 2 au cycle 3. Le journal des mathématiques (Sensevy 1996) est un outil intégré à l'enseignement des mathématiques, depuis 2011 dans le cadre de la recherche ACE-Arithmécole (2017) sur l'enseignement du nombre et du calcul en CP et CE1.
Cet outil est un cahier spécifique dans lequel chaque élève est amené à produire des mathématiques à partir d'incitations données par le professeur. Ces productions peuvent ensuite être reprises, discutées, et servir de point de départ pour de nouvelles incitations pour toute la classe.
Les extraits présentés illustrent une progression proposée par ACE dans différents domaines dans une classe de CP.

Exploitations possibles
En classe l'outil journal mathématiques peut être utilisé. En formation initiale ou continue, l'outil journal des mathématiques, les progressions proposées, les productions d'élèves peuvent être des éléments formation réflexive à l'utilisation de ressources.

Mots-clés
Journal, ressource, progression, formation des enseignants, outils pour la classe, productions des élèves

LE RALLYE MATHS IREM 95 : DES ÉPREUVES POUR LES CLASSES, UNE FORMATION POUR LES ENSEIGNANTS

Agnès BATTON
ESPÉ de Versailles
agnes.batton@u-cergy.fr

Résumé (issu de l'article)
Créé en 2012, le Rallye Mathématiques IREM 95 s'adresse maintenant aux élèves de la Moyenne Section de maternelle à la sixième ainsi qu'à tous les élèves relevant de l'enseignant spécialisé.
Il s'agit de résoudre quatre problèmes, en classe entière mais avec des modalités spécifiques : travail en petits groupes puis mise en commun et débat argumentatif de manière à ce que les élèves communiquent et argumentent sur les procédures utilisées pour ensuite se mettre d'accord sur une seule production. L'enseignant régule la séance mais n'intervient pas. Les élèves sont autonomes et ont le droit de demander tout le matériel dont ils ont besoin.
Dans cette communication, une découverte de cette ressource et certaines des exploitations possibles en formation d'enseignants ou vers d'autres publics sont proposées.
En guise de préambule, nous présentons nos objectifs ainsi que la démarche qui ont conduit à la réalisation du Rallye puis nous décrivons les modalités de son utilisation par les classes. Ensuite nous exposons quelques-uns des énoncés présentant des caractéristiques différentes (niveau de classe, notions mathématiques visées) et pour lesquels nous avons reçus des réponses variées. Ces réponses de classes sont examinées en termes de conception d'élèves mais également en termes de degrés d'analyse des diverses postures et procédures d'élèves par leur enseignant. Puis nous décrivons rapidement les journées de jeux mathématiques du Rallye qui, sous une autre forme, permettent aux élèves d'être dans une nouvelle posture de résolution de problème. Enfin nous décrivons des formations susceptibles de favoriser le transfert d'une posture de recherche auprès des élèves : en contexte de classe auprès de PE (en formation continue), PES (en formation initiale), mais aussi hors classe, en médiation (Master 1) et animation (centre de loisirs) culturelle mathématique afin de développer, dans différents milieux, scolaire et non scolaire, la démarche d'investigation en mathématiques.

Exploitations possibles
Formation initiale PE, formation continue PE

Mots-clés
Rallye mathématiques
Problèmes ouverts
Scénario de formation

UNE SITUATION DE FORMATION POUR APPRENDRE A VOIR EN GEOMETRIE

Sylvia COUTAT
Chargée d'enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
Equipe DIMAGE
Sylvia.Coutat@unige.ch

Céline VENDEIRA
Chargée d'enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
Equipe DIMAGE
Celine.Marechal@unige.ch

Résumé
Ce texte présente une situation de formation utilisée dans la formation initiale d'enseignants du premier degré sur la reconnaissance de formes géométriques. Cette formation vise à entrainer chez les étudiants à un changement de regard sur les formes géométriques afin de construire une situation d'apprentissage pour des élèves de 4-8 ans autour de la reconnaissance de formes. Cette situation de formation s'appuie sur les travaux de Houdement et Kuzniak (1998) concernant les paradigmes géométriques ainsi que sur les travaux de Duval et Godin (2006) autour de la déconstruction dimensionnelle des formes. Selon nous, ce changement de regard des formes géométriques permettra d'accompagner le changement de paradigmes (entre GI et GII). Ces éléments théoriques sont finalement mis en pratique par les futurs enseignants à travers la préparation de différentes tâches (jeu du « qui est-ce ? » puis « jeu des familles » et « retrouve la bonne forme » (Coutat, Vendeira, 2016)). Ces tâches initialement conçues pour le primaire ont été adaptées aux enseignants en formation dans le but de faire émerger questionnements et réflexions autour de la reconnaissance de formes à l'école primaire. L'ensemble de cette formation est finalement motivée et analysée à travers les travaux de la didactique professionnelle (Pastré 2011) que nous présentons brièvement.

Exploitations possibles
Cet article intéressera tout particulièrement les formateurs cherchant à construire des scénarios pour aborder, tant en formation initiale que continue, la question de la déconstruction dimensionnelle dès les premiers apprentissages à l'école maternelle.
Le praticien y trouvera des pistes de situations à proposer à ses élèves.

Mots-clés
Formation initiale et continue; Géométrie ; Déconstruction dimensionnelle ; Reconnaissance de formes ; Ecole maternelle ; Didactique disciplinaire et professionnelle.

LA FORMATION INITIALE DES MAÎTRES AU QUÉBEC : UNE AUTRE STRUCTURE, D'AUTRES ENJEUX

Annette BRACONNE-MICHOUX
Professeure, UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
annette.braconne-michoux@umontreal.ca

Résumé
Pour être enseignant au Québec, il faut détenir un brevet d'enseignement émis par le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). Ce texte présente les conditions dans lesquelles les étudiants à l'Université de Montréal obtiennent ce Brevet. Parmi tous les programmes de formation offerts à l'université, il s'attarde plus particulièrement sur celui qui conduit à l'enseignement au niveau primaire en adaptation scolaire. Ce programme est un programme de 1er cycle universitaire de 4 années, comprenant des cours théoriques et des stages.
Ce texte présente successivement la structure administrative dans laquelle ce programme de baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire au primaire s'inscrit ; le profil des étudiants admis dans ce programme et leurs conditions d'apprentissage (la prise en compte du niveau académique avec lequel les étudiants sont admis dans ce programme rend très grands les enjeux de la formation initiale) ; le profil des enseignants intervenant dans le programme ; la place de la didactique dans la formation et, brièvement, le devenir des étudiants après diplomation, et notamment les difficultés qu'ils rencontrent au cours de leurs premières années d'exercice : même si le taux de diplomation est assez élevé (70% sur 5 ans), il n'en reste pas moins vrai que 25% des étudiants qui ont obtenu le Brevet d'enseignement démissionnent dans les 5 ans qui suivent leur entrée sur le marché du travail.

Exploitations possibles
- comparaison entre différents cursus de formation des enseignants : ce texte permet de disposer d'éléments précis sur la formation des enseignants au Québec.
- prise de recul par rapport à la formation des enseignants en France : difficultés rencontrées par les enseignants débutants, statut des formateurs, durée de la formation, organisation des stages, formation à l'enseignement spécialisé,…

Mots-clés : formation initiale des enseignants ; formation des enseignants ; formation des enseignants spécialisés ; enseignement à l'étranger ; Québec.

L'ENSEIGNEMENT DES MATHS PAR L'ENSEIGNANT POLYVALENT : INVENTAIRE DE DIFFÉRENTS TYPES DE SÉANCES. ILLUSTRATION AU CP

Aline BLANCHOUIN
Professeur agrégée d'EPS, ESPE de Créteil-Upec-Paris XII
Experice
aline.blanchouin@wanadoo.fr

Résumé

L'enjeu de cette communication est double :

1/ Proposer une typologie de séances observées au cours d'une année de CP spécifiées comme « séance de mathématiques » par l'enseignant polyvalent dans son cahier journal (ce qu'il s'était donné à faire, « l'auto-prescrit ») puis après coup (lors d'entretiens) ;

2/ Poser que chaque type de séances est légitime du point de vue du professeur des écoles (PE) car lui permettant de « tenir » le pari de la programmation quotidienne de l'ensemble du curriculum (Blanchouin, 2015a).

Dans cette perspective, l'auteure distingue cinq types de séances ou configurations de situations d'enseignement-apprentissage (Pastré, 2011) à partir de l'opposition que fait Reuter (2007) entre « pratiques à vivre pour les élèves et séances formelles ». Elle définit puis illustre donc les moments mathématiques correspondant à des séances : canoniques ; de jeux ; d'entraînement autonome ; de différenciation ; ou encore de pratique à vivre. Elle montre dès lors que la pluralité de ces configurations au cœur de la dynamique du procès quotidien de « la classe », est incontournable à prendre en compte (même si éloignée des prescriptions de la sphère de formation) pour que les mathématiques soient réellement programmées à la hauteur de l'attendu institutionnel.

Exploitations possibles

Cet article fournit des pistes aux formateurs de professeurs des écoles pour comprendre l'écart entre le prescrit et le réalisé en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques à l'école. Il peut intéresser tout formateur impliqué dans la formation initiale, mais surtout continue des PE et l'aider à concevoir des dispositifs de formation en accompagnant les PE dans la prise en compte conjointe des attentes institutionnelles et des questions vives du métier d'enseignant polyvalent (différentiation, gestion du groupe classe…).

Mots-clés

Polyvalence des PE, typologie des séances, situation d'enseignement-apprentissage, curriculum réel.

LA PASCALINE COMME ENTREE DANS UNE FORMATION SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMERATION ET DU CALCUL AU CP

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maîtresse de Conférences
INSTITUT FRANÇAIS DE L'EDUCATION ENS DE LYON
ESPE de l'Académie de Grenoble
Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

Isabelle NOYGUES
Professeur des Ecoles, MAISON POUR LA SCIENCE EN AUVERGNE
Isabelle.Noygues@ac-clermont.fr

Résumé
La pascaline est une machine arithmétique utilisée pour l'apprentissage de la numération décimale. A partir des travaux de recherche menés par l'IFE sur l'utilisation de la pascaline, le groupe de recherche de la MPSA, maison pour la science en Auvergne, a étudié l'intégration de cet outil dans une progression des apprentissages au CP proposée par le manuel *CAP Maths* (Hatier, 2009). Pour dénombrer une collection inaccessible, les élèves ont été amenés à produire une collection de sons éphémères, les clics de la pascaline, dont la quantité est mesurée par la pascaline à la manière d'un compteur. La réflexion sur l'introduction de cet outil de dénombrement dans la séquence d'activités numériques ordinaires a été l'occasion de compléments de formation pour les enseignants participant au groupe de travail sur des thèmes tels que : fonctions des nombres entiers, systèmes de numération, grandeurs et mesures.

Exploitations possibles
L'article propose une réflexion sur l'intégration de la pascaline dans une séquence sur la numération décimale (et plus particulièrement l'introduction de la dizaine) en CP. Cet article peut donc intéresser aussi bien le chercheur en didactique des mathématiques, le professeur des écoles ainsi que le formateur en mathématique.

Mots-clés
Pascaline, dizaine, numération, collection, CP, cycle 2.

QUELLE PRISE EN COMPTE DES GESTES PROFESSIONNELS DU MAITRE DANS LA PRODUCTION DE RESSOURCES ISSUES DE RECHERCHES ?

Henri-Claude ARGAUD
Equipe ERMEL (Ifé)
Hargaud@gmail.com

Jacques DOUAIRE
Equipe ERMEL (Ifé)
Jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
Equipe ERMEL (Ifé), ESPE de l'académie de Reims, URCA-CEREP
Fabien.emrpin@univ-reims.fr

Résumé
Les ressources produites par l'équipe ERMEL s'appuient sur l'analyse des pratiques enseignantes qu'elles visent à transformer et nécessitent des gestes professionnels pour la conduite des situations didactiques.
Comment identifier ces gestes pour permettre à l'enseignant d'utiliser de tels dispositifs ?
Comment dans une ressource accompagner l'enseignant dans des choix liés aux caractéristiques de sa classe ?
Nous présentons des éléments d'analyse et qui pourraient contribuer à une réflexion sur ces questions.

Exploitations possibles
Cet article éclairera ceux qui s'interrogent sur la production de ressources prenant en compte la nature des apprentissages qu'elles permettent chez les élèves tout autant que la contribution qu'elles apportent à la construction des gestes professionnels des enseignants, notamment débutants.
Plus globalement, par les questions qui y sont soulevées, le formateur trouvera matière à analyser le travail enseignant en mathématiques.

Mots-clés
Ressources, didactique des mathématiques, formation des enseignants, activité de l'enseignant.

UNE ANALYSE D'UN DISPOSITIF DE FORMATION INITIALE : DES ATELIERS DE PRATIQUE PROFESSIONNELLE EN MATERNELLE AVEC DES ÉTUDIANTS DE M1

Ludovic TISSERAND
PEMF, ACADEMIE DE PARIS
ludovic.tisserand@ac-paris.fr

Anne BILGOT et Emmanuelle SERVAT
PRAG-PESPE, ESPE DE PARIS
anne.bilgot@espe-paris.fr
emmanuelle.servat@espe-paris.fr

Résumé
A l'ESPE de Paris, chaque étudiant participe au cours de l'année de M1 à deux Ateliers de Pratique Professionnelle. Ce texte décrit certains aspects du travail qui est conduit depuis plusieurs années lors d'Ateliers de Pratique Professionnelle de mathématiques en maternelle par des binômes constitués d'un formateur en mathématiques et d'un maître-formateur. Il explique en particulier, en quoi, selon ces formateurs, ces dispositifs peuvent contribuer :
- à la formation initiale des professeurs des écoles sur la construction du nombre ;
- à questionner certaines modalités pédagogiques concernant les apprentissages en maternelle (les « rituels » et la place du jeu par exemple) ;
- à la formation de formateurs, par les échanges qui s'opèrent lors de ce travail conjoint entre un PESPE et un PEMF.

Exploitations possibles
L'article relate un dispositif de formation professionnelle à destination des M1 en maternelle. La richesse de son contenu peut intéresser aussi bien le formateur (PEMF, PESPE, CPC) en quête de formation pertinente pour ses étudiants ou de modalité de travail en formation continue. Le PE y trouvera également des idées de mise en œuvre de situations classiques tout en les revisitant et en les problématisant. Cet article peut également servir de base de travail pour la conduite de mémoires de M2.

Mots-clés
Atelier de Pratique Professionnelle, maternelle, rituel, formation initiale, M1.

LISTE DES PARTICIPANTS

ADIHOU	ADOLPHE	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
ALLARD	CECILE	Professeur permanent ESPE	UPEC
ARGAUD	HENRI-CLAUDE	Enseignant-chercheur	ESPE GRENOBLE
ARTHAUD	ISABELLE	IMF - PEMF	ECOLE DE CANTELOUBE
AUBRY	ISABELLE	Professeur associé ESPE	ESPE (SITE DE GUERET)
BALEGNO	MARTINE	Autre	HEP
BARBIER	LAURA	Enseignant-chercheur	ECOLE ÉLÉMENTAIRE FONDCHAUD
BATTEAU	VALÉRIE	Autre	HAUTE ECOLE PÉDAGOGIQUE LAUSANNE
BATTON	AGNÈS	Professeur permanent ESPE	ESPÉ VERSAILLES
BENAT	GUY	Professeur associé ESPE	LYCEE C ET A DUPUY
BERGEAUT	JEAN-FRANÇOIS	Professeur permanent ESPE	ESPE TOULOUSE MIDI-PYRÉNÉES
BERGER	PATRICK	Professeur permanent ESPE	ESPE LYON
BERROUILLER	CÉCILE	Professeur permanent ESPE	ESPE AIX-MARSEILLE
BILGOT	ANNE	Professeur permanent ESPE	ESPE DE PARIS
BILLY	CHRISTOPHE	Professeur permanent ESPE	ESPE TOULOUSE MIDI-PYRÉNÉES SITE D'ALBI
BOIS	ISABELLE	Professeur permanent ESPE	UNIVERSITE CERGY PONTOISE
BONNET-PHILIP	BRIGITTE	Conseiller pédagogique	CIRCONSCRIPTION MONTPELLIER OUEST
BORATTO	MARIE-FRANÇOISE	Professeur permanent ESPE	ESPÉ AIX MARSEILLE SITE D'AIX
BRACONNE-MICHOUX	ANNETTE	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
BRASSET	NATHALIE	Autre	LIG
BRISAC	JESSICA	Professeur permanent ESPE	ESPE PARIS
BRISSIAUD	RÉMI	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ PARIS 8
BUENO-RAVEL	LÆTITIA	Enseignant-chercheur	ESPE DE BRETAGNE

BÜNZLI	LUC-OLIVIER	Autre	HAUTE ÉCOLE PÉDAGOGIQUE DU CANTON DE VAUD
CAILHOL	MARC	Professeur permanent ESPE	ESPE TOULOUSE MIDI-PYRÉNÉES SITE DE RODEZ
CAMUS	ANNE LISE	Enseignante	LUCÉE CH. ET A. DUPUY
CARATY	CORINNE	Autre	EDITIONS HATIER
CARRARD	CHRISTIAN	Autre	HAUTE ÉCOLE PÉDAGOGIQUE VAUD
CELI	VALENTINA	Enseignant-chercheur	ESPE D'AQUITAINE
CHAMBON	LIONEL	Professeur permanent ESPE	ESPE DE FRANCHE-COMTÉ
CHOQUET	CHRISTINE	Professeur permanent ESPE	ESPE ACADÉMIE DE NANTES SITE LE MANS
CLÉRIN	JEAN-MARC	Professeur permanent ESPE	ESPE
CONSTANTIN	CÉLINE	Autre	
COUDERETE	MICHÈLE	Professeur permanent ESPE	ESPE - MIDI PYRÉNÉES
COUDERT	ALINE	Professeur permanent ESPE	ESPE
COURCELLE	BRUNO	Professeur permanent ESPE	ESPÉ AUVERGNE SITE DU PUY EN VELAY
COUTAT	SYLVIA	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ DE GENÈVE
CROSET	MARIE-CAROLINE	Professeur permanent ESPE	ESPE DE GRENOBLE
DANOS	PIERRE	Professeur permanent ESPE	ESPE TOULOUSE MIDI-PYRÉNÉES - SITE D'AUCH
DANTHONY	JACQUES	IMF - PEMF	ECOLE EDITH PIAF
DAURIAC	PHILIPPE	Professeur permanent ESPE	ESPE CLERMONT-AUVERGNE SITE D'AURILLAC
DE KOCKER	NICOLAS	Professeur permanent ESPE	ESPE DE LORRAINE SITE D'EPINAL
DE SIMONE	MARINA	Autre	IFÉ
DEFAY	BRUNO	Conseiller pédagogique	IEN LE PUU-YSSINGEAUX
DEHAYE	RENAUD	Professeur permanent ESPE	ESPÉ DE LORRAINE
DÉNERVAUD	STÉPHANIE	Autre	HEP LAUSANNE
DIAS	THIERRY	Enseignant-chercheur	HAUTE ECOLE PÉDAGOGIQUE
DINANT	JEAN-LUC	Conseiller pédagogique	IEN
DISSA	SINALY	Enseignant-	ENSUP DE BAMAKO

		chercheur	
DOUAIRE	JACQUES	Enseignant-chercheur	
DRAPEAU	ANNE	IMF - PEMF	ECOLE MATERNELLE
DUBOULOZ-DUPRAZ	FRANÇOISE	Professeur associé ESPE	ESPE
DUFY	CECILE	Professeur permanent ESPE	ESPE DE L'ACADÉMIE DE CAEN
ELAIDI	OMAR	Autre	LYCÉE TECHNIQUE L'EXCELLENCE
EMPRIN	FABIEN	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ DE REIMS - ESPE
ESBELIN	ALEX	Enseignant-chercheur	ESPE, UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL
EYSSERIC	PIERRE	Professeur permanent ESPE	ESPE AMU
FRUCHON	CEDRIC	Professeur permanent ESPE	ESPE TOULOUSE MIDI-PYRÉNÉES
GAGNEUX	HÉLÈNE	Professeur permanent ESPE	ESPE CVL BOURGES
GALI	SARAH	Autre	IEN COURNON VAL D'ALLIER
GASTAL	SOPHIE	IMF - PEMF	ÉCOLE LÉO MALET
GATEAU	AGNÈS	Conseiller pédagogique	ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE
GIAUFFRET	LAURENT	Conseiller pédagogique	DSDEN06
GIBEL	PATRICK	Enseignant-chercheur	ESPE D'AQUITAINE
GINOUILLAC	STÉPHANE	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ DE VERSAILLES SAINT-QUENTIN
GIRARDOT	CAROLINE	Professeur associé ESPE	COLLÈGE BERNARD PALISSY
GIRMENS	YVES	Autre	ESPE PERPIGNAN
GODCHAUX	CÉCILE	IMF - PEMF	DSDEN LE PUY EN VELAY
GORY	MATTHIEU	Conseiller pédagogique	
GRIETENS	GWENAELLE	Professeur permanent ESPE	ESPE LA ROCHE SUR YON
GUIOL	DANIELA	Professeur permanent ESPE	ESPE GRENOBLE
GUISSET	PHILIPPE	Conseiller pédagogique	CIRCONSCRIPTION
HAAN	DENIS	Enseignant-chercheur	HEPL
HERAULT	FRANÇOISE	Professeur permanent ESPE	ESPE PARIS
JAECK	CORINNE	Professeur permanent	ESPÉ D'ALSACE

		ESPE	
JEGO	CARINE	Autre	ISFEC
JORE	FRANÇOISE	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE L'OUEST
KERMORVANT	ERIK	Professeur permanent ESPE	ESPE DE BRETAGNE, SITE DE SAINT BRIEUC
LARGUIER	MIRENE	Enseignant-chercheur	FACULTÉ D'ÉDUCATION
LAURENÇOT-SORGIUS	ISABELLE	Professeur permanent ESPE	ESPE TOULOUSE MIDI-PYRÉNÉES SITE TOULOUSE RAN
LAVAL	DOMINIQUE	Professeur associé ESPE	ESPÉ ACADÉMIE DE VERSAILLES - UCP
LE DANTEC	OLIVIER	Professeur permanent ESPE	ESPE DE L'ACADÉMIE DE NICE
LEROYER	LAURENCE	Professeur permanent ESPE	ESPE ACADÉMIE DE CAEN
MALET	AGNES	Conseiller pédagogique	DSDEN
MALONGA MOUNGABIO	FERNAND	Enseignant-chercheur	ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE
MANGIANTE	CHRISTINE	Enseignant-chercheur	ESPE LILLE NORD DE FRANCE
MASSELOT	PASCALE	Enseignant-chercheur	ESPE DE VERSAILLES UCP
MATHÉ	ANNE-CÉCILE	Enseignant-chercheur	ESPE AUVERGNE
MAURIN	CLAUDE	Autre	HACHETTE EDUCATION
MERCIER	MYRIAM	Autre	ISFEC
MONOD	JEAN-DANIEL	Autre	RETRAITÉ
MORE	MALIKA	Enseignant-chercheur	IREM/MPSA
MOUNIER	ERIC	Enseignant-chercheur	ESPE DE L'ACADÉMIE DE CRÉTEIL
MULET-MARQUIS	CÉLINE	Professeur permanent ESPE	ESPE DE L'AC DE GRENOBLE, ANTENNE DE CHAMBÉRY
NIEL	CHRISTINE	Autre	
NOYGUES	ISABELLE	Autre	ÉCOLE PRIMAIRE
PANA-MARTIN	FRANCINE	Conseiller pédagogique	INSPECTION DE L'ÉDUCATION NATIONALE
PETITFOUR	EDITH	Professeur permanent ESPE	ESPE LORRAINE
PFAFF	NATHALIE	Professeur permanent ESPE	ESPE CRETEIL
PINCELOUP	BENOIT	Autre	ECOLE ÉLÉMENTAIRE DE LAILLY EN VAL
PRALONG	MARIE-CHRISTINE	Conseiller pédagogique	ESPE LE PUY
RABATEL	JEAN-PIERRE	IMF - PEMF	IFÉ
RADZYNSKI	HÉLÈNE	Professeur	ESPE VERSAILLES UCP SITE

		permanent ESPE	DE SAINT-GERMAIN
REYDY	CARINE	Professeur permanent ESPE	ESPE D'AQUITAINE
RICHARD	PATRICIA	Professeur permanent ESPE	ESPE DE VERSAILLES
RIVIÈRE	OLIVIER	Professeur permanent ESPE	ESPE AUVERGNE
ROUX	AURÉLIE	Professeur permanent ESPE	ESPE CHAMALIÈRES
ROZAN	AUDE	IMF - PEMF	ÉCOLE MATERNELLE LES CORMIERS
SERMENT	JIMMY	Enseignant-chercheur	PRIMAIRE DE PULLY
SERVAT	EMMANUELLE	Professeur permanent ESPE	ESPE PARIS
SIMARD	ARNAUD	Enseignant-chercheur	ESPE FRANCHE COMTÉ
SORT	CARINE	Professeur permanent ESPE	ESPE AQUITAINE SITE DE MONT DE MARSAN
SOURY-LAVERGNE	SOPHIE	Enseignant-chercheur	IFE
SPITALAS	CHRISTIAN	Professeur permanent ESPE	ESPE AQUITAINE
STEF	ANDRÉ	Enseignant-chercheur	FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES/IREM
STIERLI CAVAT	ELISABETH	Autre	HEP VAUD
TATHY	CHRISTIAN	Enseignant-chercheur	ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE
TAVEAU	CATHERINE	Professeur permanent ESPE	ESPE AQUITAINE
TEMPIER	FRÉDÉRICK	Enseignant-chercheur	ESPE DE VERSAILLES
THOMAS	CATHERINE	Professeur permanent ESPE	ESPE STRASBOURG
TISSERAND	LUDOVIC	IMF - PEMF	ECOLE MATERNELLE
TOROMANOFF	JEAN	Professeur permanent ESPE	ESPE ORLÉANS
URRUTY	PATRICK	Professeur permanent ESPE	ESPE AQUITAINE
VENDEIRA	CÉLINE	Enseignant-chercheur	UNIVERSITÉ DE GENÈVE
VILLAIN	NATHALIE	Professeur permanent ESPE	ESPE-PARIS
VOISIN	SAMUEL	Professeur permanent ESPE	ESPE ACADÉMIE DE CAEN UNICAEN

WINDER	CLAIRE	Professeur permanent ESPE	ESPE DE NICE - CENTRE DRAGUIGNAN
ZUCCHETTA	HELENE	Professeur permanent ESPE	ESPE DE LYON
ZUCCHETTA	JEAN FRANÇOIS	Professeur permanent ESPE	ESPE DE LYON

ACTES

43ème Colloque international des Professeurs et des Formateurs de Mathématiques chargés de la Formation des Maîtres

Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : Quelles orientations ? Quels enjeux ?

Le Puy en Velay

Site ESPE, Université Clermont Auvergne, 8 rue J.B Fabre
mardi 14, mercredi 15 et jeudi 16 juin 2016

TEXTES DES ATELIERS

Colloque International

ATELIERS

	Hommage à J.F Grelier.		P. 109
A11	Evaluation/Notation des écrits en mathématiques pour les M2 MEEF 1er degré en alternance.	Voisin Samuel	P. 110
A12	Quels scénarios possibles pour une formation des M1 aux mathématiques de l'école primaire ?	Taveau Catherine	P. 135
A13	La distributivité : quel(s) savoir(s) et connaissance(s) pour enseigner la multiplication à l'école primaire ?	Constantin Céline	P. 159
A14	Former à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres géants.	Dias Thierry	P. 174
A15	Faire de l'informatique sans ordinateur à l'école.	More Malika	P. 184
A16	Les programmes de 2015 pour l'école maternelle : de nouvelles compétences numériques qui interrogent les enseignants.	Reydy Carine	P. 193
A17	Le boulier : un artefact numérique à haut potentiel pour la formation des enseignants primaire.	Marechal Céline	P. 207
A18	De la ressource à la séance de classe : Institutionnaliser : tâche impossible ?	Allard Cécile	P. 219
A22	Quels problèmes ouverts pour l'école primaire ?	Le Dantec Olivier	P. 243
A23	Enjeux et perspectives d'une formation des maîtres à des projets interdisciplinaires impliquant les mathématiques.	Cabassut Richard	P. 248
A24	Former les enseignants polyvalents à l'analyse de séances de mathématiques.	Blanchouin Aline	P. 262
A25	Simulation du matériel de numération « bûchettes ».	Brasset Nathalie	P. 287
A26	Faire des mathématiques avec des cartes et un robot, le projet OCINAEE.	Soury-Lavergne Sophie	P.304
A27	Usage d'un cadre d'analyse pour s'approprier, concevoir et enrichir des situations de formation.	Petitfour Edith	P.318

JEAN-FRANÇOIS GRELIER NOUS A QUITTÉS AU MOIS DE NOVEMBRE 2016

Homme engagé dans la cité, Jean-François l'était aussi bien sûr dans son métier. L'enseignement de la géométrie le passionnait et jusqu'au bout il n'a eu de cesse de partager avec le plus grand nombre les travaux qu'il a menés dans ce domaine.
La maladie l'a emporté avant qu'il ne puisse rendre compte de son dernier atelier mené lors du colloque de la Copirelem au Puy en Velay, "Géométrie grandeur naturelle", mais nous pouvons retrouver les ressources qu'il a produites sur son site, dans les ouvrages ou articles qu'il a publiés :

Ouvrages

- GRELIER J.-F., (2011). *Apprentissages géométriques, spatialité et maîtrise de la langue au cycle 2,* Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées
- GRELIER J.-F., (2009). *Devenir élève par les apprentissages géométriques au cycle 1,* Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées
- GRELIER J.-F., (2007) *50 activités pour aider à l'enseignement des mathématiques : Cycle 3*, Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées
- GRELIER J.-F., (2004) *Apprentissages géométriques aux cycles 2 et 3,* Toulouse : Canopé - CRDP de Midi-Pyrénées

Articles

- GRELIER J.-F., (2013). Le livre du robot peut-il vraiment être rédigé par des élèves de CP ? *Actes du XXXVI^e colloque COPIRELEM*. Dijon.
- GRELIER J.-F., (2010). Reproduction et représentation au cycle 1 -Communication C4. *Actes du XXXVI^e colloque COPIRELEM.* Auch.
- GRELIER J.-F., (2009). Constituer des espaces fictifs à l'aide de boîtes retournées pour aborder la représentation d'espaces à trois dimensions et réfléchir sur l'espace urbain. *Grand N. Num. 84.* p. 33-45.
- GRELIER J.-F., (2005).Une proposition pour tirer l'apprentissage de l'orthogonalité de l'étude des quadrilatères à quatre côtés égaux. *Actes du XXXI^e colloque COPIRELEM sur la formation des maîtres.* Foix.

Site web

- http://www.apprentissages-geometriques.com/

Pour tout ce qu'il a pu nous apporter lors des colloques et en dehors, la Copirelem tenait à rendre hommage à Jean-François.

EVALUATION DES ÉCRITS EN MATHÉMATIQUES POUR LES M2 MEEF 1ER DEGRÉ EN ALTERNANCE

Cécile DUFY
Formatrice, ESPE ACADÉMIE DE CAEN, UNICAEN NORMANDIE
cecile.dufy@unicaen.fr

Samuel VOISIN
Formateur, ESPE ACADÉMIE DE CAEN, UNICAEN NORMANDIE
CIRNEF, HSRT 556
samuel.voisin@unicaen.fr

Résumé
Depuis la promotion 2014-2015, l'ESPE de l'Académie de Caen s'est dotée d'un référentiel de formation distinct et néanmoins complémentaire du référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation du 25 juillet 2013.
Au sein de l'Université de Caen Normandie, nous expérimentons depuis la création des ESPE une adéquation entre la mastérisation des étudiants professeurs des écoles stagiaires et la formulation de l'avis du directeur de l'ESPE pour la titularisation.
Cette approche a nécessité une modification en profondeur des modalités de contrôle des connaissances. Les formateurs ont dû adapter leur pratique d'évaluation des professeurs des écoles stagiaires.
Le texte qui suit décrit brièvement les enjeux du référentiel de formation à l'ESPE de l'Académie de Caen et présente des éléments nécessaires dans sa prise en compte pour la mastérisation.
La création de grilles d'évaluation est un travail nécessaire en vue de l'appropriation par les étudiants professeurs des écoles stagiaires de notre référentiel de formation. Ces grilles doivent également résulter d'un travail collaboratif au sein des équipes pédagogiques et croiser les disciplines.
Mots clefs
Référentiel, grille, évaluation, didactique, mathématiques

Au sein d'un atelier du 43e Colloque COPIRELEM, nous avons soumis à la critique de nos pairs notre référentiel de formation et des grilles d'évaluation de travaux d'étudiants professeurs des écoles stagiaires. La première partie traite de la notion de référentiel de formation. La suivante présente les modalités de contrôle des connaissances et les grilles d'évaluation. La dernière partie de cet écrit présente le retour des participants ayant testé une grille d'évaluation dans notre atelier.

I - UN RÉFÉRENTIEL DE FORMATION

Nous nous référons dans un premier temps à la liste des compétences que les professeurs, professeurs documentalistes et conseillers principaux d'éducation doivent maîtriser pour l'exercice de leur métier. De ce Bulletin officiel du 25 juillet 2013 nous retenons les objectifs suivants :

- affirmer que tous les personnels concourent à des objectifs communs et peuvent se référer à la culture commune de leur profession
- reconnaître la spécificité des métiers du professorat et de l'éducation, dans leur contexte d'exercice
- identifier les compétences professionnelles attendues. Celles-ci s'acquièrent et s'approfondissent dès la formation initiale et se poursuivent tout au long de la carrière par l'expérience professionnelle et l'apport de la formation continue

D'autre part, nous tenons compte de la loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République du 8 juillet 2013 qui prévoit une évolution et une redéfinition du socle commun

désormais intitulé "socle commun de connaissances, de compétences et de culture". En effet, depuis 2005 déjà, le "socle commun de connaissances et de compétences" présente ce que tout élève doit savoir et maîtriser à la fin de la scolarité obligatoire, il rassemble l'ensemble des connaissances, compétences, valeurs et attitudes nécessaires pour réussir sa scolarité, sa vie d'individu et de futur citoyen.

Nos étudiants professeurs des écoles stagiaires se voient confier la responsabilité d'élèves et l'institution met l'accent sur les compétences de leurs élèves. Nous avons fait le choix d'une évaluation par compétences de nos étudiants professeurs des écoles stagiaires afin de montrer l'exemple pendant leur formation.

1 Quelques définitions

Avant de préciser plus avant le protocole d'évaluation des professeurs des écoles stagiaires de l'ESPE de l'Académie de Caen, il convient de poser des définitions qui étayeront notre propos.

1.1 Compétence

Selon Tardif (2006), la compétence consiste en « un savoir-agir complexe prenant appui sur la mobilisation et la combinaison efficaces d'une variété de ressources internes et externes à l'intérieur d'une famille de situations ».

Pour Roegiers (2010), dans l'enseignement, la compétence désigne la mobilisation d'un ensemble de ressources (savoir, savoir-faire, savoir-être), en vue de résoudre une situation complexe appartenant à une famille de situations-problèmes.

En nous inspirant de ces deux définitions, nous désignons par compétence une mobilisation qui peut se décliner en savoirs (connaissances), en savoir-faire (pratiques), en savoir-être (comportements relationnels) ainsi qu'en des aptitudes physiques en certaines occasions.

Notons qu'une compétence est déclarée acquise par un tiers. Ainsi un actant peut mobiliser un savoir, mettre en œuvre un savoir-faire, avoir certaines aptitudes dans les relations sociales ou encore faire montre de certaines aptitudes physiques. Il ne peut s'agir là que de faits observables voire mesurables.

Pour déclarer qu'une compétence est acquise, mise en œuvre ou non relativement à l'exercice du métier, il nous faut analyser les tâches qui sont attendues et organiser un système objectif de validation.

Beckers, à propos des compétences et des identités professionnelles précise que la formation initiale a vocation à préparer à un champ professionnel.

> *Si les lieux de travail contribuent certes au développement des compétences et de l'identité professionnelle, la contextualisation qui les caractérise et leur visée essentiellement productive constituent une limite. Par contre, la formation initiale prépare à un champ professionnel et non à un contexte spécifique, sa visée prioritaire est la construction du sujet : son apprentissage et son développement. Elle joue donc un rôle essentiel dans l'amorce d'une construction professionnelle qui favoriserait son développement ultérieur ainsi que l'exercice d'une citoyenneté critique. Elle jouera d'autant mieux ce rôle qu'elle favorisera les rencontres entre les savoirs construits par l'expérience et ceux qui s'élaborent sur la base des concepts et théories de référence et qu'elle multipliera les occasions de mobiliser les acquis dans des situations diverses dont la validité écologique et sociale est grande (Beckers, 2007).*

En formation initiale des professeurs des écoles stagiaires, l'ESPE poursuit deux objectifs : la mastérisation et la titularisation (en partenariat avec l'éducation nationale). Nous nous sommes posé la question d'une clarification des attendus en vue de la mastérisation et en vue de la titularisation des étudiants professeurs des écoles stagiaires.

Cette réflexion menée depuis la création des ESPE nous a permis en 2015, au sein de l'ESPE de l'Académie de Caen de créer et utiliser pour la mastérisation comme pour la titularisation un référentiel propre à l'ESPE.

1.2 Référentiel

Dans le prolongement de la loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République, nous avons souhaité créer un référentiel de formation décliné en compétences.

Nunziati pose, dès 1990, que le référentiel, au sein de l'éducation nationale, est associé au contrôle continu.

> *Le mot référentiel appartient désormais au vocabulaire du contrôle continu et des unités capitalisables, dans les lycées professionnels. Il désigne des catalogues d'objectifs par discipline, objectifs traduits en termes de « capacités » et hiérarchisés selon un ordre qui va du plus simple au plus difficile, de la situation 1 de l'apprentissage au niveau du professionnel chevronné (Nunziati, 1990).*

Postiaux, Bouillard et Romainville (2010) ont étudié des référentiels de compétences à l'Université. Ils ont orienté leur étude sur le rôle joué par les référentiels. Ils relèvent deux approches de la notion de référentiel de compétences. Selon eux, dans une approche behavioriste, le référentiel de compétences est orienté vers l'évaluation tandis que dans une approche constructiviste, le référentiel est davantage centré sur le processus d'apprentissage.

Notre référentiel est constitué en vue d'aider les étudiants professeurs des écoles stagiaires à s'approprier notre processus de formation, nous nous situons dans une approche constructiviste mais il est possible que des formateurs puissent considérer que pour leurs unités d'enseignement, l'approche behavioriste soit plus pertinente.

Selon Postiaux, Bouillard et Romainville, l'histoire d'un référentiel peut être scindée en trois étapes – l'élaboration – la diffusion – l'usage.

Notre référentiel ne déroge pas à ce découpage temporel. L'élaboration résulte d'un travail en équipe de direction. La diffusion est assurée par des présentations aux étudiants en formation. Pour l'usage, une observation des pratiques des collègues serait à envisager à moyen terme afin de mesurer les modifications éventuelles des pratiques de formation.

L'histoire d'un référentiel		
Élaboration	Diffusion	Usage
L'origine de la demande Le mandat Le commanditaire Le groupe actif ou la personne active Le soutien du commanditaire La méthodologie choisie Le modèle de référence Le ou les auteurs de référence	Le choix du ou des supports de diffusion Les modes de communication en interne (journées au vert, séminaires de formation, envois officiels, etc.) Les modes de communication en externe Le choix du ou des porteurs du message	Usages faits du référentiel par les Facultés, par les professeurs, par les étudiants, etc. Effets sur les pratiques d'enseignement et d'évaluation Effets sur la perception de la formation auprès des étudiants et des employeurs

Figure 1 : Présentation des trois moments clés dans l'histoire d'un référentiel (Postiaux, Bouillard et Romainville, 2010, p. 20).

En équipe de direction, nous avons fait le choix d'un référentiel propre à l'université en questionnant notre maquette de formation et les modalités de contrôle des connaissances. Il nous semble important d'expliciter sous forme de compétences les différents points que l'on peut relever dans les syllabus de nos maquettes de formation.

Entre autres résultats obtenus par Postiaux, Bouillard et Romainville (2010), on trouve une déclinaison des usages des référentiels.

> *L'usage déclaré le plus fréquent est la clarification du contrat didactique pris dans un sens large, à savoir toute clarification relative aux visées des enseignants concernant la formation (9/10).*

Vient ensuite, le rôle d'organisateur du changement (8/10). Le référentiel est ainsi pris dans la plupart des cas dans son acception première : servir de cadre de référence pour prendre des décisions et organiser les modifications. Dans la moitié des cas seulement, le référentiel est utilisé pour impulser ou soutenir l'introduction de méthodes actives.

Deux cas sur dix utilisent le référentiel de manière systématique dans l'évaluation des apprentissages. Dans les deux cas, il s'agit d'outiller une démarche d'évaluation de compétences, c'est-à-dire une évaluation centrée sur des tâches intégrées, situées et complexes. Sur les dix cas, quatre ont utilisé le référentiel comme aide à l'évaluation de programme et seulement deux s'en sont servis dans le cadre de procédure institutionnelle pour l'évaluation de la qualité dans un cas et l'accréditation dans l'autre (Postiaux, Bouillard et Romainville, 2010, p. 23).

Nous situons notre propos dans l'étape de diffusion en soumettant ce référentiel à la critique et en présentant des questions relatives à son usage. Le modèle de référence est le référentiel de compétences des enseignants publié au Bulletin officiel du 25 juillet 2013.

2 Le référentiel M2 alternant de l'ESPE de l'Académie de Caen

Ce paragraphe présente brièvement la méthodologie employée en vue de l'appropriation au sein des équipes pédagogiques du référentiel de formation élaboré en équipe de direction.

2.1 Élaboration et appropriation par les équipes de formateurs

Dans un premier temps, l'équipe de direction a élaboré un référentiel de formation à partir des maquettes et des modalités de contrôle des connaissances préexistantes.

Les départements de formation ont ensuite été mis à contribution pour que, discipline par discipline, les formateurs réfléchissent à la conduite des changements de l'évaluation dans la Mention Premier Degré. Les formateurs ont précisé les contenus de formation et les évaluations demandées pour les professeurs des écoles stagiaires et ont listé les compétences qu'ils pouvaient prétendre faire acquérir par les étudiants.

L'idée majeure était de poser des conditions permettant de balayer un maximum de capacités sans, d'une part, les valider à la condition d'une démonstration dans chaque discipline et d'autre part, favoriser dans le sens contraire un ciblage des capacités sur une seule discipline ou un seul champ.

Dans un dernier temps, une présentation synthétique des différents retours a permis aux formateurs d'échanger sur les compétences transversales et sur des redondances ou des manques.

2.2 Référentiel de formation M2 alternant MEEF mention 1er degré

Voici sous forme synthétique notre référentiel de formation adopté en conseil d'école et en CA à l'Université :

Capacités évaluées dans le parcours de formation	**Objectifs à atteindre**
Capacité à construire et conduire les apprentissages ; capacité à mettre en place un cadre de travail propice aux apprentissages (travail sur les consignes, outils spécifiques, etc.) ; capacité à communiquer oralement en adoptant une posture professionnelle adaptée (corps, voix, gestes, regard et écoute)	○ Savoir gérer sa classe : mise en place de conditions propices au travail ○ Savoir mener un diagnostic de ses pratiques de son activité d'enseignement pour les faire évoluer ○ Savoir communiquer oralement afin de construire une posture professionnelle opérationnelle

Capacité à identifier et analyser les besoins et les réussites des élèves	○ Évaluer : définir, mettre en œuvre à partir des finalités des programmes et de l'observation des élèves ○ Analyser les résultats de l'évaluation ○ Remédier : mener des choix
Capacité à construire et varier les situations (démarches, modalités, supports, langages, outils, contrat didactique, etc.) d'enseignement et d'apprentissage (conception, mise en œuvre, animation) en fonction d'enjeux identifiés	○ Savoir préparer ses séances, séquences de façon organisée, systématique et rigoureuse ○ Savoir varier les démarches et les outils selon les éléments vus en formation ○ Orienter et organiser son activité d'enseignement en fonction des besoins des élèves
Capacité à s'informer de l'actualité scientifique et / ou didactique dans la ou les disciplines d'enseignement ; capacité à l'utiliser dans la mise en place et/ou l'analyse de scénarios pédagogiques	○ Construire une bibliographie de références scientifiques utilisées ○ Savoir se référer à des lectures scientifiques ○ Savoir identifier des ressources didactiques et en lien avec le parcours de formation
Capacité à échanger, présenter, débattre à partir de travaux produits en formation ou dans l'établissement et analysés	○ Ouvrir son travail au tuteur et aux formateurs ○ Produire des données pour échanger avec ses pairs et formateurs
Capacité à adopter un positionnement professionnel qui correspond aux enjeux éthiques travaillés notamment en formation	○ Se positionner de façon éthique dans la formation ○ Se positionner de façon éthique dans sa classe en lien avec la formation

Figure 2 : Référentiel de formation - M2 alternant MEEF mention 1er degré, ESPE Académie de Caen

2.3 Grilles d'évaluation

Après le premier temps de travail en équipe direction pour l'élaboration de notre référentiel de formation, nous nous sommes lancés dans l'élaboration de grilles d'évaluation. Les grilles d'évaluation qui ont découlé de ce référentiel se déclinent en une grille de six capacités qui permet d'évaluer tout au long de l'année les écrits des professeurs des écoles stagiaires et une grille de quatre capacités qui permet d'évaluer en fin de formation la soutenance d'un portfolio. Le portfolio est élaboré tout au long du processus de formation et quelques temps avant la soutenance, le portfolio devient un objet de l'évaluation des professeurs stagiaires. Le portfolio est numérique. Nous utilisons la plate-forme Mahara[1]. La globalisation des 10 capacités renvoyant aux compétences de notre référentiel de formation nous permet d'évaluer nos étudiants professeurs des écoles stagiaires et d'émettre un avis motivé et objectivé sur leur titularisation. Les quatre paliers pour chacune des capacités des deux grilles sont formulés de la manière suivante :

– 1. Insuffisant et pas de progression constatée

– 2. Des ouvertures réalisées

– 3. Appropriation de la formation (co et/ou auto –analyse)

– 4. Développement en autonomie.

Le positionnement dans un des paliers pour une capacité donnée résulte de la moyenne des évaluations permettant de valider cette capacité. Pour tous les étudiants, lorsqu'il s'agit de s'assurer de la maîtrise de savoirs, de savoirs faire ou encore de savoirs être relatifs à une capacité, chaque formateur est questionné sur le palier de positionnement proposé en cours de formation et à l'issue du parcours de formation.

1 https://mahara.org/

2.3.1 Grille des six capacités

Les écrits déposés dans le portfolio permettent au professeur des écoles stagiaire de prétendre à une validation d'une partie des objectifs du référentiel de formation à l'issue de l'année de M2 MEEF. Une grille commune pour toutes les évaluations est constituée à partir de ce référentiel. Cette grille est composée de six capacités du référentiel de formation déclinées en objectifs et intègre quatre paliers. Des formulations proposées aident les formateurs à positionner les professeurs des écoles stagiaires dans un des quatre paliers pour chaque capacité.

Items	Paliers			
	Insuffisant et pas de progression constatée	**Des ouvertures réalisées**	**Appropriation de la formation (co-et/ou auto-analyse)**	**Développement en autonomie**
n°1 : Capacité à construire et conduire les apprentissages ; capacité à mettre en place un cadre de travail propice aux apprentissages (travail sur les consignes, outils spécifiques, etc.) ; capacité à communiquer oralement en adoptant une posture professionnelle adaptée (corps, voix, gestes, regard et écoute)	Les difficultés constatées dès le début de la formation n'ont pu être résolues malgré les différents conseils délivrés par les tuteurs	Le stagiaire a pris conscience de la nécessité de construire un cadre de travail propice aux apprentissages et une légère amélioration est perceptible. L'effort doit être maintenu pour construire des solutions pérennes	Le stagiaire a effectué un travail approfondi sur sa posture professionnelle pour surmonter les difficultés constatées en début de formation ce qui a permis une amélioration notable du cadre de travail des élèves	Le stagiaire est capable d'instaurer et de maintenir la plupart du temps un cadre de travail propice aux apprentissages des élèves
n°2 : Capacité à identifier et analyser les besoins et les réussites des élèves	Le stagiaire reste trop centré sur sa propre activité d'enseignement ce qui ne lui permet pas d'identifier les besoins et les réussites des élèves en termes d'apprentissage	Le stagiaire est capable d'identifier certains besoins ou réussites des élèves. Néanmoins leur analyse reste trop superficielle pour engager des modalités d'enseignement qui répondent au constat	Le stagiaire est attentif aux besoins et aux réussites des élèves, il développe progressivement des capacités d'analyse qui lui permettent de leur proposer des activités d'apprentissage de plus en plus adaptées	Les besoins et les réussites des élèves orientent le plus souvent l'activité d'enseignement du stagiaire
n°3 : Capacité à construire et varier les situations (démarches, modalités, supports, langages, outils, contrat didactique, etc.…) d'enseignement et d'apprentissage (conception, mise en œuvre, animation) en fonction d'enjeux identifiés	Le stagiaire varie peu les situations et les démarches d'apprentissages, il définit mal leurs objectifs	Le stagiaire développe progressivement ses compétences dans le domaine de la construction des situations d'apprentissage. Celles-ci restent cependant insuffisamment variées et leurs objectifs ne sont pas toujours suffisamment précis	Le stagiaire propose aux élèves des situations et des démarches d'apprentissages variées et définit clairement leurs objectifs. La cohérence entre les deux reste encore à améliorer	Le stagiaire propose aux élèves des situations et des démarches d'apprentissages variées qui sont en cohérence avec des objectifs clairement identifiés
n°4 : Capacité à s'informer de l'actualité scientifique et/ou didactique dans la ou les disciplines d'enseignement ; capacité à l'utiliser dans la mise en	Le stagiaire n'identifie pas les connaissances scientifiques et/ou pédagogiques comme un moyen de	Le stagiaire cherche par moments à développer ses connaissances scientifiques et/ou pédagogiques.	Le stagiaire développe progressivement ses connaissances scientifiques et/ou didactiques. Il ne	Le stagiaire développe avec volontarisme ses connaissances scientifiques et/ou didactiques et les

place et/ou l'analyse de scénarios pédagogiques	développer son activité d'enseignement	Cependant il les intègre peu avec son activité d'enseignement	parvient pas toujours à les intégrer dans son activité d'enseignement	intègre dans son activité d'enseignement
n°5 : Capacité à échanger, présenter, débattre à partir de travaux produits en formation ou dans l'établissement et analysés	Le stagiaire participe peu aux échanges, présentations, débats organisés en formation	Le stagiaire participe par moments aux échanges, présentations, débats organisés en formation ou dans l'établissement. Ces différentes opportunités semblent néanmoins exercer très peu d'influence sur le développement de son activité d'enseignement	Le stagiaire participe aux échanges, présentations, débats organisés en formation. Ces différentes opportunités lui permettent de développer par moments son activité d'enseignement	Le stagiaire participe activement aux échanges, présentations, débats organisés en formation. Il se saisit de ces différentes opportunités pour développer efficacement son activité d'enseignement
n°6 : Capacité à adopter un positionnement professionnel qui correspond aux enjeux éthiques, travaillés notamment en formation	Le positionnement professionnel du stagiaire interroge les formateurs sur son niveau de perception et de connaissance des enjeux éthiques liés à l'activité enseignante	Le stagiaire perçoit et connaît les enjeux éthiques liés à l'activité d'enseignement. Cependant cela ne se traduit pas toujours dans son positionnement professionnel	Le stagiaire perçoit et connaît les enjeux éthiques liés à l'activité enseignante. Son positionnement professionnel est adapté mais reste à encore perfectible de ce point de vue	Le positionnement professionnel adopté par le stagiaire laisse peu de doute sur sa perception et sa connaissance des enjeux éthiques liés à l'activité enseignante

Figure 3 : Grille des six capacités - M2 alternant MEEF mention 1er degré, ESPE Académie de Caen

UE (Unité d'Enseignement) par UE, les formateurs doivent mettre en adéquation les MCC (modalités de contrôle des connaissances) et les compétences du référentiel de formation. Cette évaluation par compétence n'en demeure pas moins notée en vue de la mastérisation pour les étudiants du M2 alternant MEEF.

Les différents écrits demandés par les formateurs sont évalués en fonction du référentiel de formation. Les formateurs positionnent collectivement les étudiants professeurs des écoles stagiaires dans les grilles dites de six capacités. Ce positionnement a lieu avant la soutenance du portfolio.

Le portfolio est un outil de formation qui permet de faire des liens entre les différentes dimensions de la formation et de développer des compétences de réflexivité sur les pratiques par les étudiants professeurs des écoles stagiaires. La soutenance de ce portfolio participe également de l'avis à titularisation proposé par le directeur de l'ESPE. L'avis du directeur de l'ESPE relatif à la titularisation est ainsi corrélé à la mastérisation.

2.3.2 Grille des quatre capacités

En fin d'année, la soutenance d'un portfolio permet au professeur des écoles stagiaire de prétendre à une validation du reste des objectifs du référentiel de formation à l'issue de l'année de M2 MEEF. Une grille de quatre capacités déclinées en objectifs intégrant quatre paliers sert pour l'évaluation. Tout comme pour la précédente grille, des formulations indicatives aident les formateurs à positionner les étudiants professeurs des écoles stagiaires dans l'un des quatre paliers pour chaque capacité. Les formulations sont ensuite personnalisées. Ce positionnement est de la responsabilité des membres du jury de soutenance du portfolio. Le tuteur ESPE est un des membres de ce jury. Le tuteur aide le professeur des écoles stagiaire dans l'organisation de son portfolio, les deux membres du jury évaluent le portfolio et évaluent la soutenance du portfolio.

A cette soutenance de portfolio s'adjoint la soutenance de l'ERViP (Ecrit de Recherche à Visée Professionnalisante) dans une articulation qui dépend de la problématique de l'ERViP et des objets de formation sur lesquels le professeur des écoles stagiaires souhaite revenir. L'ERViP est le mémoire de Master 2 MEEF. Cet écrit s'appuie sur les apports de la recherche en éducation. Les professeurs des écoles stagiaires sont initiés à la recherche et mettent en œuvre une investigation. Ils choisissent un ou plusieurs cadre(s) théorique(s) afin de rédiger une problématique en lien avec leur professionnalisation. Ceci leur permet d'aboutir à un ERViP au travers duquel l'étudiant aura conduit un travail de recherche abouti, articulant des questionnements professionnels problématisés, cadrés d'un point de vue épistémologique et méthodologique et étayés d'éléments empiriques pertinents.

L'objectif des soutenances d'ERViP et de portfolio est de montrer comment le professeur des écoles stagiaire s'est approprié le processus de formation et comment il a su progresser dans sa réflexivité tout au long de sa formation en s'appuyant sur les blocs du master MEEF.

Items	**Paliers**			
	Insuffisant et pas de progression constatée	**Des ouvertures réalisées**	**Appropriation de la formation (co-et/ou auto-analyse)**	**Développement en autonomie**
n°7 : Capacité à prendre en compte les élèves dans leur diversité (processus cognitifs, productions…) et à adapter son activité d'enseignement à leurs besoins spécifiques	Le stagiaire a entamé une première approche d'identification des besoins des élèves mais il ne l'analyse pas suffisamment pour trouver des pistes de remédiation et adapter son enseignement en conséquence	Le stagiaire est capable d'identifier les besoins des élèves dans leur diversité. Il les analyse progressivement. Ceci lui permet de construire et de moduler son activité d'enseignement en fonction de cette identification. Il tente de la mettre en œuvre avec plus ou moins de succès	Le stagiaire a construit ses propres outils afin d'identifier les besoins des élèves. Il est souvent capable de les analyser à partir d'outil. Son activité d'enseignement et sa mise en œuvre est construite essentiellement à partir de cette identification	Le stagiaire a construit ses propres outils afin d'identifier les besoins des élèves. Il est souvent capable de les analyser à partir d'outils. Son activité d'enseignement et sa mise en œuvre est construite essentiellement à partir de cette identification.
n°8 : Capacité à se positionner par rapport à un métier et à ce qui le définit (des textes de référence, des professionnalités, des pratiques, etc.)	Le stagiaire se positionne de manière formelle par rapport au référentiel de compétences professionnelles	Le stagiaire présente quelques éléments issus du parcours de formation qui témoignent d'un positionnement par rapport au référentiel de compétences professionnelles et/ou aux objets de la formation	Le stagiaire présente des éléments issus du parcours de formation qui témoignent d'un positionnement explicité par rapport au référentiel de compétences professionnelles et/ou aux objets de la formation	Le stagiaire présente des éléments issus du parcours de formation qui témoignent d'un positionnement explicité par rapport au référentiel de compétences des enseignants (BO du 25 juillet 2013) et/ou aux objets de la formation.
n°9 : Capacité à communiquer en situation professionnelle	Le stagiaire restitue de manière linéaire des traces d'activité professionnelle sans les mettre en relation avec le processus de formation	Le stagiaire restitue de manière linéaire des traces d'activité professionnelle qui font l'objet d'un questionnement réflexif et s'intègrent au processus de formation	Le stagiaire articule des traces d'activité professionnelle avec des éléments formalisés de son activité réflexive. Il étaye cette articulation à partir des points de vue d'autres acteurs (enseignants, formateurs, chercheurs, etc.)	Le stagiaire articule des traces d'activité professionnelle avec des éléments formalisés de son activité réflexive. Il étaye cette articulation à partir des points de vue d'autres acteurs (enseignants, formateurs, chercheurs, etc.).

n°10 : Capacité à définir son projet de formation pour les années à venir	Le stagiaire envisage de manière formelle des perspectives de développement	Le stagiaire se projette dans des perspectives de développement professionnel à court terme et encore peu explicitées	Le stagiaire se projette dans de nombreuses perspectives de développement professionnel à court terme et à long terme	Le stagiaire se projette dans de nombreuses perspectives de développement professionnel à court terme et à long terme.

Figure 4 : Grille des quatre capacités- M2 alternant MEEF mention 1er degré (ESPE Académie de Caen)

Afin de guider l'étudiant professeur des écoles stagiaire dans l'appropriation de notre référentiel de formation, le tuteur ESPE insiste sur la nécessité de la construction de la posture réflexive. Le portfolio de l'étudiant doit permettre de rendre apparente cette posture réflexive à travers des traces déposées et également à l'occasion de la soutenance à l'oral. Des indications sont formulées et des pistes sont proposées :

- produire des écrits courts afin de justifier les choix des traces et manifester chez le stagiaire l'appréhension de son processus de professionnalisation
- analyser celles-ci de manière outillée en appui sur les apports de la formation dans les différents blocs
- structurer et organiser son portfolio ainsi que l'indexation des documents : organiser une collection de documents professionnels peut être considéré comme le signe d'une appropriation de la démarche.

2.4 Avis du directeur de l'ESPE pour la titularisation

Le positionnement de l'étudiant professeur des écoles stagiaire dans l'un des quatre paliers pour la grille des six capacités résulte de deux concertations pédagogiques en janvier pour un premier positionnement et en mai pour un positionnement final. Les tuteurs ESPE sont responsables du positionnement dans les paliers pour la grille des quatre capacités qu'ils remplissent à l'issue de la soutenance du portfolio et de l'ERViP. Notre référentiel de formation nous permet ainsi d'émettre un avis pour la titularisation qui ne soit pas fondé seulement sur les visites lors des stages en responsabilité ni fondé seulement sur des écrits de master mais bien sur la réflexivité des étudiants professeurs des écoles stagiaires et leur implication dans le processus de formation.

Nous laisserons au COSP (Conseil d'Orientation Scientifique et Pédagogique) la tâche d'analyser notre action et les usages que nous faisons collectivement de notre référentiel de formation. Cependant, Postiaux, Bouillard et Romainville (2010) posent le constat suivant qui nous interpelle : « *Le lien souvent postulé entre référentiel de compétences et professionnalisation ne se confirme pas, non plus, dans nos résultats.* ». Effectivement, notre référentiel de formation est en discussion depuis la rentrée 2016. Après deux ans d'utilisation, les membres du département d'analyse de l'activité de l'ESPE ont posé la nécessité de le faire évoluer. Ce travail mènera à des reformulations ou des découpages de compétences afin d'être davantage en mesure d'évaluer les traces d'une professionnalisation.

Notre ambition est pourtant de lier la formation et la professionnalisation et notre référentiel a vocation à guider tout à la fois les formateurs et les étudiants professeurs des écoles stagiaires. Les limites de l'étude de Postiaux, Bouillard et Romainville sont visibles dans leur conclusion et nous permettent de garder l'espoir que notre référentiel de formation, tout aussi perfectible soit-il, respecte la visée professionnalisante du master MEEF M2 alternant.

> *C'est pourquoi, il ne nous semble pas que les démarches, qui pourtant sont les seules à être étayées et formalisées à ce jour (Parent, 2008 ; Rocher & Le Goff, 2006), reposant exclusivement sur l'observation de l'activité professionnelle et se fondant sur l'élaboration d'un référentiel de métier comme préalable incontournable, puissent convenir au contexte de la formation universitaire initiale, et ce pour trois raisons. La première, évidente, a déjà été souvent entendue : une formation (universitaire) initiale a une finalité qui dépasse l'insertion professionnelle […]. La seconde raison découle davantage de notre recherche. Les enseignants, investis de cette mission de formation intellectuelle et citoyenne, ont pour ambition d'apporter à leurs enseignements leur vision personnelle de leur discipline, mais aussi leurs propres valeurs. […]. Enfin, la*

> *troisième raison est plus pragmatique. La plupart des formations universitaires, et même celles que l'on dit professionnalisantes, ne correspondent pas à un, et un seul, métier identifiable (Postiaux, Bouillard, Romainville, 2010, p. 27)*

Cette troisième et dernière raison ne concerne pas le profil des masters MEEF M2 alternants. Partant de l'hypothèse qu'un référentiel de formation est pertinent, à partir des modalités de contrôle des connaissances édictées, il faut encore élaborer des grilles d'évaluation/notation. Ce travail a été mené au sein des départements de formation dans notre ESPE. Les formateurs ont dû se poser la question de l'appropriation du référentiel : qu'est-ce que je mets en œuvre dans mon unité d'enseignement qui peut contribuer à la validation par les étudiants des compétences du référentiel édicté ? Comment puis-je évaluer la validation de ces compétences repérées comme constructibles ou repérables ?

Les réponses ont transité par les départements de formation qui ont collectivement validé les propositions. L'équipe de direction a synthétisé ces remontées et a présenté à tous les éléments redondants afin d'optimiser les évaluations. Ainsi, Les étudiants professeurs des écoles stagiaires ont pour tâche en didactique des mathématiques la production de deux types d'écrits : un écrit de type enseignement et un écrit de type apprentissage.

Le paragraphe qui suit présente une grille d'évaluation des écrits attendus en didactique des mathématiques au niveau M2 du master MEEF mention enseignement primaire à l'ESPE de l'Académie de Caen.

II - ÉVALUER DES ÉCRITS EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

A partir d'écrits d'étudiants professeurs des écoles stagiaires, les participants à notre atelier ont fait vivre nos grilles d'évaluation, ils ont dû s'approprier le référentiel de formation et questionner l'adéquation entre ce dernier et les grilles d'évaluation. Des travaux anonymés dont un exemple est proposé en annexe ont été mis à disposition le temps de l'atelier. Le dernier point de ce paragraphe relate les questions, les pistes de réflexion des participants quant à l'appropriation de notre référentiel de formation et des grilles d'évaluation. Le premier point de cette partie présente la commande pour les modalités de contrôle des connaissances dans les unités d'enseignement en mathématiques (bloc disciplinaire) et en didactique des mathématiques (bloc didactique).

1 Type d'écrits

Pour l'année universitaire 2015-2016, deux types d'écrits en didactique des mathématiques ont été demandés à nos étudiants professeurs des écoles stagiaires pour l'obtention du M2 alternant. Les types d'écrits ont été cadrés en équipe de direction et déclinés dans les différentes disciplines enseignées à l'école et référées aux blocs 1 (disciplinaire) et 2 (didactique).

- type « Enseignement » : Séquence d'enseignement analysée du point de vue de l'activité de l'enseignant (analyse *a priori*, descriptif d'une des séances de la séquence, analyse *a posteriori*). Les analyses devront s'appuyer sur des cadres épistémologiques et didactiques explicités

- type « Apprentissage » : Traces d'apprentissage catégorisées et analysées, copies d'élèves, enregistrement audio, vidéo, photos, témoignant de l'activité des élèves. Après avoir présenté le contexte dans lequel ces productions ont été recueillies, le professeur des écoles stagiaire procède à une analyse de ces matériaux et à la façon dont il envisage de les exploiter (remédiation, différenciation, *etc.*)

2 Grille d'évaluation en didactique des mathématiques

Voici ci-après la grille d'évaluation des écrits relatifs à la didactique des mathématiques pour les M2 alternants du MEEF mention enseignement primaire de notre ESPE.

Capacités évaluées dans le parcours de formation	**Objectifs à atteindre**	**Quatre niveaux sont déclinés si possible. Les niveaux 1-2 se situent sous le niveau attendu et les niveaux 3-4 au-dessus du niveau attendu.**
n°1 : Capacité à construire et conduire les apprentissages ; capacité à mettre en place un cadre de travail propice aux apprentissages (travail sur les consignes, outils spécifiques, etc.) ; capacité à communiquer oralement en adoptant une posture professionnelle adaptée (corps, voix, gestes, regard et écoute)	○ Savoir gérer sa classe : mise en place de conditions propices au travail ○ Savoir mener un diagnostic de ses pratiques de son activité d'enseignement pour les faire évoluer ○ Savoir communiquer oralement afin de construire une posture professionnelle opérationnelle	1. La séance/séquence décrite ne montre aucun signe de problématisation des savoirs/savoir-faire visés 2. La séance/séquence décrite montre un signe de problématisation des savoirs/savoir-faire visés mais qui n'est pas pertinent ou dont la mise en place en place non pertinente n'est pas identifiée 3. La séance/séquence décrite montre un signe de problématisation pertinente des savoirs/savoir-faire visés 4. La séance/séquence décrite montre plusieurs signes de problématisation pertinente de savoirs/savoir-faire visés
n°2 : Capacité à identifier et analyser les besoins et les réussites des élèves	○ Évaluer : définir, mettre en œuvre à partir des finalités des programmes et de l'observation des élèves ○ Analyser les résultats de l'évaluation ○ Remédier : mener des choix	1. La séance/séquence décrite ne montre aucune mention ou trace d'évaluation concernant les savoirs/savoir-faire visés 2. La séance/séquence décrite montre une mention/trace d'évaluation mais qui n'est pas pertinente concernant les savoirs/savoir-faire visés ou qui n'est référée explicitement ni aux programmes ni au socle commun de connaissances de compétences et de culture 3. La séance/séquence décrite montre un signe de d'évaluation pertinente concernant les savoirs/savoir-faire visés et est référé aux programmes ou au socle 4. La séance/séquence décrite montre une évaluation pertinente de plusieurs savoirs/savoir-faire visés en référence explicite aux programmes et au socle
n°3 : Capacité à construire et varier les situations (démarches, modalités, supports, langages, outils, contrat didactique, etc.) d'enseignement et d'apprentissage (conception, mise en œuvre, animation) en fonction d'enjeux identifiés	○ Savoir préparer ses séances, séquences de façon organisée, systématique et rigoureuse ○ Savoir varier les démarches et les outils selon les éléments vus en formation ○ Orienter et organiser son activité d'enseignement en fonction des besoins des élèves	1. La séance/séquence ne mentionne la mise en place que d'une seule modalité de travail sans la discuter 2. La séance/séquence mentionne la mise en place de plusieurs modalités de travail sans les discuter 3. La séance/séquence mentionne la mise en place d'une ou plusieurs modalités de travail en les justifiant de manière pertinente 4. La séance/séquence mentionne la mise en place de plusieurs modalités de travail en les justifiant de manière pertinente et en les référant à la formation ou à la littérature (traces de formation ou d'auto-formation)
n°4 : Capacité à s'informer de l'actualité scientifique et/ou didactique dans la ou les disciplines d'enseignement ; capacité à l'utiliser dans la mise en place et/ou l'analyse de scénarios pédagogiques	○ Construire une bibliographie de références scientifiques utilisées ○ Savoir se référer à des lectures scientifiques ○ Savoir identifier des ressources didactiques en lien avec le parcours de formation	Non évalué si absence de référence 3. Une référence pertinente à un élément de la littérature professionnelle ou scientifique, présenté ou non en cours 4. Plusieurs références pertinentes à des éléments de de la littérature professionnelle ou scientifique, présentés ou non en cours

n°5 : Capacité à échanger, présenter, débattre à partir de travaux produits en formation ou dans l'établissement et analysés	○ Ouvrir son travail au tuteur et aux formateurs ○ Produire des données pour échanger avec ses pairs et formateurs	Difficilement évaluable à partir des travaux demandés mais repérable en formation
n°6 : Capacité à adopter un positionnement professionnel qui correspond aux enjeux éthiques travaillés notamment en formation	○ Se positionner de façon éthique dans la formation ○ Se positionner de façon éthique dans sa classe en lien avec la formation	Difficilement évaluable à partir des travaux demandés mais repérable en formation

Matrice d'évaluation des écrits relatifs à la didactique des mathématiques - M2 alternant mention enseignement primaire – ESPE de l'Académie de Caen - Version de travail du 11/01/2016

Cette proposition de grille d'évaluation résulte d'un travail entre collègues du département de mathématiques de l'ESPE de l'Académie de Caen intervenant dans la mention enseignement primaire. C'est principalement cette grille que nous avons souhaité faire tester aux participants du 43e colloque COPIRELEM. Nous présentons ci-après quelques traces de l'utilisation de ces grilles par les collègues de l'ESPE de l'Académie de Caen.

3 Évaluation des écrits de type « enseignement » et de type « apprentissage »

Voici la grille d'évaluation rendue par le formateur à l'étudiante ayant soumis à validation les deux écrits. De nombreuses indications manuscrites dans les documents rendus à l'étudiante sont présentes et ont aidé les participants de l'atelier à s'approprier cette grille. Les participants ont évoqué la difficulté à croiser un référentiel et des grilles qu'ils ne maîtrisent pas, tout en lisant attentivement les productions d'une étudiante. Nous avons donc lu les commentaires annotés sur les deux écrits afin de justifier le positionnement dans un des quatre niveaux.

Capacités évaluées dans le parcours de formation	**Objectifs à atteindre**	**Quatre niveaux sont déclinés si possible. Les niveaux 1-2 se situent sous le niveau attendu et les niveaux 3-4 au-dessus du niveau attendu.**
n°1 : Capacité à construire et conduire les apprentissages ; capacité à mettre en place un cadre de travail propice aux apprentissages (travail sur les consignes, outils spécifiques, etc.) ; capacité à communiquer oralement en adoptant une posture professionnelle adaptée (corps, voix, gestes, regard et écoute)	○ Savoir gérer sa classe : mise en place de conditions propices au travail ○ Savoir mener un diagnostic de ses pratiques de son activité d'enseignement pour les faire évoluer ○ Savoir communiquer oralement afin de construire une posture professionnelle opérationnelle	4. La séance/séquence décrite montre plusieurs signes de problématisation pertinente de savoirs/savoir-faire visés.
n°2 : Capacité à identifier et analyser les besoins et les réussites des élèves	○ Évaluer : définir, mettre en œuvre à partir des finalités des programmes et de l'observation des élèves ○ Analyser les résultats de l'évaluation ○ Remédier : mener des choix	3. La séance/séquence décrite montre un signe de d'évaluation pertinente concernant les savoirs/savoir-faire visés ~~et est référé aux programmes ou au socle~~. Remarque : à faire également pour les travaux d'élèves

n°3 : Capacité à construire et varier les situations (démarches, modalités, supports, langages, outils, contrat didactique, etc.) d'enseignement et d'apprentissage (conception, mise en œuvre, animation) en fonction d'enjeux identifiés	○ Savoir préparer ses séances, séquences de façon organisée, systématique et rigoureuse ○ Savoir varier les démarches et les outils selon les éléments vus en formation ○ Orienter et organiser son activité d'enseignement en fonction des besoins des élèves	4. La séance/séquence mentionne la mise en place de plusieurs modalités de travail en les justifiant de manière pertinente et en les référant à la formation ou à la littérature (traces de formation ou d'auto-formation).
n°4 : Capacité à s'informer de l'actualité scientifique et/ou didactique dans la ou les disciplines d'enseignement ; capacité à l'utiliser dans la mise en place et/ou l'analyse de scénarios pédagogiques	○ Construire une bibliographie de références scientifiques utilisées ○ Savoir se référer à des lectures scientifiques ○ Savoir identifier des ressources didactiques en lien avec le parcours de formation	4. Si plusieurs références pertinentes à des éléments de de la littérature professionnelle ou scientifique, présentés ou non en cours. Remarque : La comparaison ERMEL versus fichier Lichi est étayée par les références sur la problématisation (Fabre, 1997).

Voici quelques commentaires repérés dans les écrits rendus par l'étudiante qui nous ont permis d'entrer dans une discussion sur l'utilisation de la grille d'évaluation des écrits en didactique des mathématiques.

- Dans l'écrit de type « enseignement », à propos des conflits sociocognitifs évoqués par l'étudiante, le formateur lui renvoie la question de la création des groupes et de la nature des interactions. Il relance ainsi le processus de formation en demandant à l'étudiante de se questionner sur les différentes modalités de travaux de groupes (homogènes, hétérogènes, *etc.*)
- Dans l'écrit de type « enseignement », « Nous devons identifier », rédigé par l'étudiante est corrigé en « Ils doivent identifier » par le formateur incitant ainsi l'étudiante à se positionner en tant que professeur des écoles et non accompagnatrice dans l'optique d'une professionalisation
- Dans l'écrit de type « apprentissage », le propos de l'étudiante « Il suffit bien souvent d'additionner les deux nombres pour obtenir le résultat » renvoie au contrat didactique. Le formateur le signale sur la copie afin que l'étudiante prenne en compte les effets de contrat (Brousseau, 1998).

4 Retour des participants sur le référentiel de formation

Les participants ont souhaité mettre en avant quelques remarques et questions relatives au référentiel de formation rédigé à l'ESPE de l'Académie de Caen.

Il a semblé pertinent au groupe de proposer des indicateurs relativement à la capacité n°6 « Capacité à adopter un positionnement professionnel qui correspond aux enjeux éthiques travaillés notamment en formation ». En effet, il pourrait être intéressant de définir un positionnement éthique correct dans la formation et proposer des indicateurs précis : assiduité, ponctualité, investissement, respect des règles de vie en société, mais probablement d'autres indicateurs qui n'ont pas émergé lors du retour sur le référentiel de formation.

Par ailleurs, les participants se sont fortement questionnés sur le lien entre la formation à l'ESPE et les lieux de stage en pratique accompagnée et en responsabilité. La capacité n°6 est complexe et met en avant un lien entre la formation et le terrain, lien qui peut paraître inutile. Est-il pertinent d'utiliser des travaux d'élèves, savoir parler de ses élèves ? Comment montrer sa réflexivité au sein de tels écrits sans prendre en compte les élèves et leur progression ?

A ces deux questions, nous répondons que c'est justement en prenant de la distance avec les acquis des élèves que les professeurs des écoles stagiaires pourront suffisamment se décentrer et mettre en avant des compétences mobilisées en classe dans l'action.

Il semble également nécessaire de définir la posture professionnelle dans la classe. Il nous paraît clairement nécessaire d'intégrer en formation des étudiants professeurs des écoles stagiaires des apports relatifs à la didactique professionnelle. Mais nous restons néanmoins convaincus que les outils qu'offre la didactique des mathématiques peuvent les aider à analyser leurs actions et les rétroactions. Nous pensons évidemment à la structuration du milieu Margolinas (1995) et Bloch (2006).

Une piste à creuser est la déclinaison d'items permettant de qualifier la « posture professionnelle dans la formation ».

Les participants nous ont également suggéré, à propos de la capacité n°5 « Capacité à échanger, présenter, débattre à partir de travaux produits en formation ou dans l'établissement et analysés », de prévoir des modalités spécifiques de TD pour garantir que cette compétence est travaillée et évaluable.

Des redondances ou interrogations ont été soulevées, la capacité n°3 « Capacité à construire et varier les situations (démarches, modalités, supports, langages, outils, contrat didactique, etc.) d'enseignement et d'apprentissage (conception, mise en œuvre, animation) en fonction d'enjeux identifiés » et la capacité n°1 « Capacité à construire et conduire les apprentissages ; capacité à mettre en place un cadre de travail propice aux apprentissages (travail sur les consignes, outils spécifiques, etc.) ; capacité à communiquer oralement en adoptant une posture professionnelle adaptée (corps, voix, gestes, regard et écoute) » contiennent toutes les deux la notion de construction. Les participants ont trouvé cela perturbant et nous ont proposé de supprimer la notion de construction dans la capacité n°1.

Par ailleurs, toujours pour cette capacité n°1, l'objectif 2 « Savoir mener un diagnostic de ses pratiques de son activité d'enseignement pour les faire évoluer » mériterait de contenir dans sa formulation l'idée de dimension réflexive.

5 Retour des participants sur les grilles d'évaluation des écrits en didactique des mathématiques

Les participants trouvent que la troisième colonne de la grille d'évaluation en didactique des mathématiques est très déconnectée des deux autres colonnes ; c'est-à-dire relativement déconnectée du référentiel de formation. Nous nuançons les propos au regard du peu d'évaluation menée en profondeur, le travail d'évaluation des écrits anonymés menés au sein de cet atelier n'a pas duré plus d'une demie heure.

Néanmoins, d'autres remarques sur la forme de la grille d'évaluation nous semblent intéressantes. Pour chacun des niveaux présentés, il semblerait pertinent d'objectiver les formulations en explicitant des critères.

La troisième colonne, relative aux niveaux mériterait d'être subdivisée pour évaluer de manière distincte l'écrit de type « enseignement » et l'écrit de type « apprentissage ».

La distinction entre la gestion de classe et la construction des apprentissages pourrait se faire en orientant les écrits vers une analyse *a priori* et une analyse *a posteriori* afin d'évaluer au travers de tels écrits les connaissances en didactique des mathématiques, l'appropriation des modalités pédagogiques – transmissif – behavioriste – constructiviste – pour ne citer que ces trois principales modalités.

III - ÉVOLUTION DES MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

Suite à deux années d'expérimentation et aux échanges entre collègues au sein de notre ESPE, les modalités de contrôle des connaissances et le cadrage du portfolio de formation et de validation ont été modifiées. Pour ce qui concerne les étudiants du Master MEEF M2 alternant, mention « enseignement primaire » de l'ESPE de l'Académie de Caen, voici ci-après les éléments de cadrage retenus à la rentrée

universitaire de 2016. Ce choix de cadrage des écrits est en pleine cohérence avec les propos de Nunziati (1990) « *L'évaluation formatrice est une démarche didactique […] Expliciter ses critères c'est donc expliciter son modèle didactique de référence* ». Notre modèle de référence dans la nouvelle formulation des modalités de contrôle des connaissances est la didactique des mathématiques. Nous nous référons très explicitement à la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) et avons entrepris une reformulation des consignes relatives aux types d'écrits afin d'aider les étudiants professeurs des écoles stagiaires à développer leur réflexivité.

1 Introduction

Le lecteur reconnaîtra dans les types d'écrits pour les UE des blocs 1 (disciplinaire) et 2 (didactique) les analyses *a priori* fondées sur la didactique et l'épistémologie et les analyses *a posteriori* fondées sur la confrontation à la contingence de la classe. Les analyses *a posteriori* doivent témoigner d'une certaine réflexivité. L'analyse réflexive est un processus cognitif continu qui encourage un retour de la pensée sur elle-même. Cela permet à l'étudiant professeur des écoles stagiaire d'analyser et d'évaluer ses propres actes en se référant à son répertoire de savoirs constitué des savoirs scientifiques et professionnels. C'est en ce sens qu'il nous est possible de demander aux étudiants professeurs des écoles stagiaires de faire preuve de réflexivité dans l'analyse *a posteriori* des situations d'enseignement/apprentissage.

1.1 Écrits

Ce qui suit a vocation à préciser la commande pour les écrits attendus en vue de l'obtention du M2 MEEF pour les étudiants professeurs des écoles stagiaires. La plupart de ces écrits sont à déposer dans un cours Moodle[2] prévu à cet effet. Seuls deux écrits devront figurer dans le portfolio et devront être mis à disposition du tuteur ESPE.

1.2 Évaluation par compétences

Les professeurs des écoles stagiaires en M2A sont intégralement évalués par compétences. Une grille commune pour toutes les évaluations est constituée à partir du référentiel de formation. Cette grille est composée de capacités déclinées en objectifs et intègre quatre paliers. Chaque écrit déposé dans le cours Moodle ou envoyé par mail au tuteur ESPE fait l'objet d'un retour par les formateurs à l'aide des grilles de capacités. Les notes qui peuvent être indiquées en retour sont indicatives et ont vocation à aider l'étudiant professeur des écoles stagiaires à progresser.

1.3 Mastérisation

Parmi tous les travaux demandés dans les différents blocs de la formation, seul l'ERViP (Ecrit de Recherche à Visée Professionnalisante) est évalué en contrôle terminal. Une fois l'ERViP soutenu les formateurs se réunissent et fixent collégialement une note qui tient compte de l'intégralité des évaluations des écrits demandés. C'est cette note qui sera reportée dans toutes les UE du M2 MEEF.

1.4 Avis ESPE pour la titularisation

Le portfolio permet au professeur des écoles stagiaire de prétendre à une validation de tous les objectifs du référentiel de formation à l'issue de l'année de M2 MEEF. Le portfolio sera élaboré par le professeur des écoles stagiaire tout au long de l'année scolaire et universitaire.

2 Type d'écrits attendus

Dans la cadre de la mastérisation et de la formulation de l'avis ESPE pour la titularisation, différents types d'écrits sont attendus.

2 Nom de la plate-forme de formation ouverte à distance retenue par l'Université de Caen Normandie.

2.1 Écrit de positionnement initial

Cet écrit fait suite à la première visite conjointe. Il est rédigé en s'appuyant sur le référentiel de formation de l'ESPE. Le professeur des écoles stagiaire doit identifier les acteurs et leur rôle dans son propre processus de formation. Cet écrit doit également proposer un échéancier d'actions concrètes que le professeur compte mener. Cet écrit sera intégré dans le portfolio et pourra faire l'objet d'une analyse ultérieure.

2.2 Écrits liés aux UE des blocs 1 (disciplinaire) et 2 (didactique)

Pour les dépôts liés aux évaluations dans le cadre des UE du master, en plus de l'ERViP, deux types d'écrits sont envisagés :

- type « Analyse *a priori* d'une situation d'Enseignement/Apprentissage » : une séquence d'enseignement brièvement présentée et analysée du point de vue de l'activité de l'enseignant. L'analyse *a priori* devra s'appuyer sur des cadres épistémologiques et didactiques explicités, sur des références bibliographiques clairement identifiées appartenant à la littérature professionnelle ou scientifique.

- type « Analyse *a posteriori* d'une situation d'Enseignement/Apprentissage » : des traces d'apprentissage catégorisées et analysées, des copies d'élèves, des enregistrements audio, vidéo, photos, témoignant de l'activité des élèves et/ou d'un apprentissage à partir de la séquence proposée dans l'écrit de type « Analyse *a priori* d'une situation d'Enseignement/Apprentissage ». Après avoir présenté le contexte dans lequel ces productions ont été recueillies, le professeur des écoles stagiaire procède à une analyse *a posteriori* de ces matériaux en les référençant de manière précise (numéro d'ordre, titre informatif). L'analyse devra s'appuyer sur des cadres épistémologiques et didactiques explicités, sur des références bibliographiques clairement identifiées appartenant à la littérature professionnelle ou scientifique.

2.3 Écrit de positionnement final

Un écrit réflexif de positionnement final sous forme d'une page du portfolio faisant état du parcours de formation professionnelle du professeur des écoles stagiaire. Cet écrit doit faire valoir un cheminement depuis le début de l'année, éventuellement sur l'ensemble des deux années du master MEEF et se traduire par un bilan réflexif en prenant appui sur le référentiel de formation. Le professeur des écoles stagiaire s'appuiera sur l'écrit de positionnement initial. Il mettra en avant les acteurs et les ressources ayant contribué à cette évolution (stages de pratique accompagnée, visites des différents tuteurs, lectures, échanges informels, travaux collaboratifs, formation à l'ESPE, événements scientifiques, professionnels et ou culturels particuliers, etc.). Des perspectives concrètes de formation post-titularisation devront être explicitées. Cet écrit doit permettre également au professeur des écoles stagiaire de préparer la soutenance de son portfolio en s'appuyant sur des axes et des traces développées dans le portfolio.

3 Élaboration du portfolio

Parallèlement au dépôt de ces travaux sur Moodle, le professeur des écoles stagiaire élabore son portfolio pour mettre en évidence l'avancement de son parcours de professionnalisation :

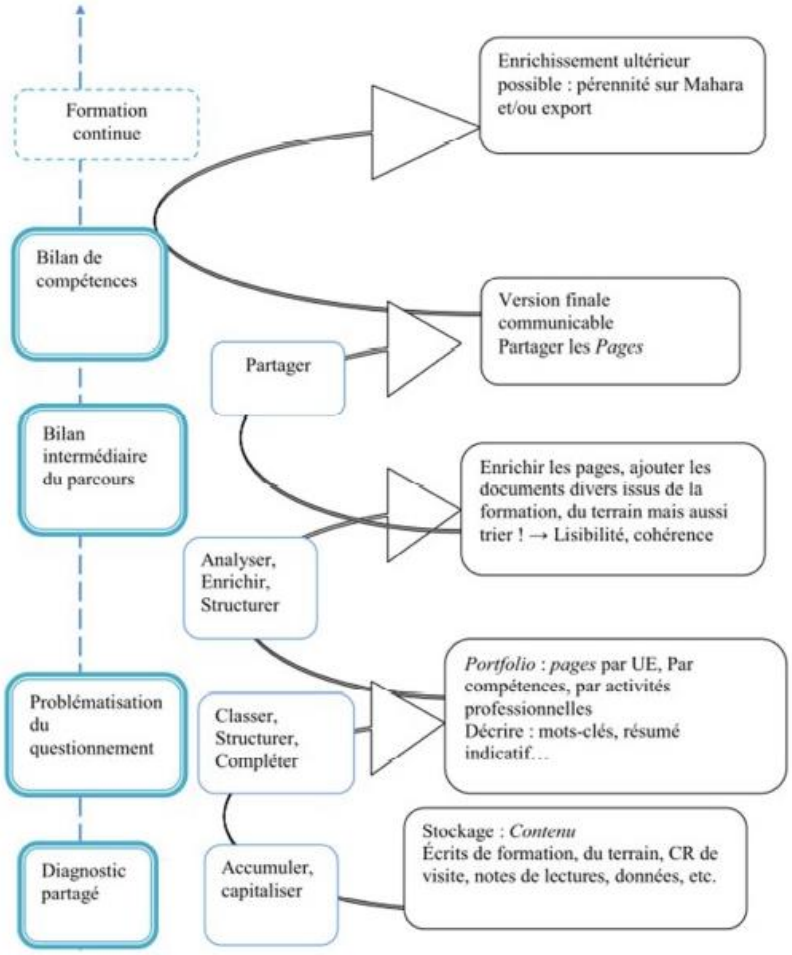
- en intégrant les différents travaux déposés sur Moodle et les différents comptes rendus sous forme intégrale ou non, commentés, analysés le cas échéant

- en ajoutant les traces de l'activité professionnelle et de formation qui lui semblent pertinentes (photographies, comptes rendus, courriers, notes, *etc.*) et qui n'ont pas toujours fait l'objet d'évaluations dans le cadre d'un dépôt sur Moodle

- en structurant les pages et collections du portfolio, introduites par de courts textes d'analyse réflexive,

- en présentant son cahier journal, des extraits de compte rendu de tuteur EN ou de tuteur ESPE, des extraits vidéo, des images, *etc.*

Le professeur des écoles stagiaires est accompagné par le tuteur ESPE et les formateurs du bloc 5 (analyse de pratique professionnelle) pour faire évoluer ses choix et améliorer sa réflexivité. Le schéma qui suit guide les choix d'élaboration du portfolio afin de témoigner de l'évolution de la réflexivité.



Schématisation de l'élaboration du portfolio - M2 alternant mention enseignement primaire – ESPE de l'Académie de Caen

IV - CONCLUSION

Les échanges avec les participants de l'atelier nous ont permis de poursuivre la démarche d'amélioration des modalités de contrôle des connaissances. Nous nous sommes questionnés en équipe de direction, riches de ces regards extérieurs et des échanges au sein de cet atelier.

Comme le lecteur a pu le déceler dans le point III, nous avons davantage lié l'explicitation du processus de formation aux modalités de contrôle des connaissances.

Nous avons également séparé les temps de l'analyse *a priori* et de l'analyse *a posteriori* des situations d'enseignement/apprentissage qu'ils soumettent à notre évaluation.

Le retour fait par les formateurs pour les écrits de type « Analyse *a priori* d'une situation d'Enseignement/Apprentissage » permet aux étudiants professeurs des écoles stagiaires de prendre du recul sur la situation qu'ils souhaitent soumettre à leurs élèves. Une fois les éventuelles corrections effectuées, les mises en garde ou les conseils pris en compte, les professeurs des écoles stagiaires peuvent confronter leur situation d'enseignement/apprentissage à la contingence de leur classe.

Nous tâcherons de mesurer les écarts entre les deux modalités de contrôle des connaissances et nous tenterons d'observer des variations dans les pratiques d'évaluation.

V - BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée Sauvage.

BECKERS J. (2007) *Compétences et identité professionnelles. L'enseignement et autres métiers de l'interaction humaine,* Bruxelles : De Boeck Supérieur.

BLOCH I. (2006) *Quelques apports de la théorie des situations à la didactique des mathématiques dans l'enseignement secondaire et supérieur*. Note de synthèse HDR de l'Université Paris 7.

MARGOLINAS C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, In Margolinas C. (Ed.) *Les débats de didactique des mathématiques*, 89-102. Grenoble : la Pensée Sauvage.

NUNZIATI G. (1990) Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice, *Cahiers Pédagogiques*, **280**, 48-64, CRAP.

POSTIAUX N., BOUILLARD P. & ROMAINVILLE M. (2010) Référentiels de compétences à l'université, *Recherche et formation*, **64**, 15-30, INRP.

ROEGIERS X. (2010) *La pédagogie de l'intégration - Des systèmes d'éducation et de formation au cœur de nos sociétés*, Bruxelles : De Boeck.

TARDIF J. (2006) *L'évaluation des compétences : documenter le parcours de développement*, Montréal : Chenelière-éducation.

VI - ANNEXES

1 Ecrit de type enseignement soumis pour l'atelier d'une PES en M2A 2015-2016

1.1 Présentation de la séquence : contexte et présentation

La séquence que je vais soumettre à analyser est une séquence de mathématiques réalisée en début de deuxième période dans une classe de 27 CE1. Sur les 27 élèves présents dans la classe, cinq présentent de grandes lacunes en numération et font donc un très grand blocage dès que nous travaillons en mathématiques. Le reste de mon groupe classe a plutôt un bon niveau et les élèves sont en général très volontaires pour rentrer dans toutes les situations que nous pouvons leur proposer. Le thème de cette séquence était le repérage de nœuds dans un quadrillage. Nous retrouvons ce thème dans la section géométrie du palier 1 du socle commun. Les grilles de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun au palier 1 (Ministère de l'éducation Nationale, 2011) précisent que deux types de situations doivent être proposés. Les élèves doivent pouvoir « préciser les coordonnées d'une position (case ou nœud) » ; ils doivent également pouvoir « identifier une case ou un nœud à partir de ses coordonnées ». Les objectifs visés pour ma séquence étaient - Repérer un nœud dans un quadrillage - Coder un nœud – et - Retranscrire un code pour placer un nœud ou identifier un nœud - .

J'ai choisi d'analyser cette séquence car malgré l'apparente simplicité du sujet, cette dernière m'a posé des difficultés auxquelles je ne pensais pas me confronter. Cette séquence est composée de 6 séances.

La première séance est présente en tant qu'évaluation diagnostique, c'est-à-dire qu'elle me permet de savoir où en sont les élèves par rapport à cette notion afin de savoir quels sont leurs besoins réels : savent-ils déjà repérer une case (vérification des acquis antérieurs) ? Savent-ils ce qu'est une case ? Cette séance me permet alors de construire le projet d'apprentissage avec les élèves. Ces derniers s'aperçoivent de leurs manques car ils sont confrontés à des obstacles qui leur résistent, nous pouvons donc inscrire sur une affiche restant dans la classe ce que nous devons apprendre pour pouvoir réussir.

La deuxième séance, elle, est consacrée à repérer un nœud dans un quadrillage : à partir d'une carte au trésor, pouvoir indiquer où sont placés les différents éléments du trésor. Je lance les élèves sur le jeu suivant : l'élève place son propre trésor et par deux ils doivent se demander si une partie du trésor est en (A;2). Si oui, il place un rond de couleur symbolisant une partie du trésor, si non, c'est à l'élève suivant de jouer. Après quelques minutes de jeu, les élèves proposent de coder les emplacements vides par une croix afin de ne pas reposer la même question. Ils codent pour certains en demandant la troisième ligne et la deuxième colonne. Nous faisons ensuite une mise en commun des stratégies pour coder les nœuds. Cette mise en commun passe par une discussion sur la manière la plus efficace de surmonter l'obstacle, puis les élèves retournent en jeu. Il s'agit alors d'une phase de recherche et d'application de la notion. Nous réalisons ensemble à la fin de la séance la trace écrite pour la classe. Lors de la troisième séance, nous réinvestissons les éléments appris lors des deux premières séances : nous savons désormais repérer un nœud, le coder et le décoder, il s'agit désormais de coder le début et la fin d'un segment inscrit sur un quadrillage. Les élèves trouvent rapidement la solution en réinvestissant les notions abordées lors des séances précédentes. Il s'agit alors d'une phase d'entraînement et d'appropriation de la notion. Lors de la quatrième séance, nous travaillons de nouveau sur une figure et nous devons retrouver le moyen de la coder pour qu'un camarade puisse la tracer. Les élèves proposent des solutions individuellement sur papier et nous confrontons les idées au tableau. Ils doivent argumenter leurs choix et expliquer pourquoi cela peut fonctionner ou non. C'est le problème de l'écriture du message qui est visé ici : nous devons identifier précisément où s'arrête le segment (de quel nœud à quel nœud) et ensuite il faut trouver un moyen pour que notre message indique dans quel ordre nous devons relier les points placés sur les nœuds. L'entraînement se fait à deux : ils choisissent chacun une figure (carte plastifiée) : ils doivent émettre le code pour que le camarade puisse reconstruire cette figure sur une carte quadrillage vierge plastifiées également. Le but du jeu est d'obtenir le plus de points possible : chaque message bien codés vaut un point, chaque message décodé et chaque figure bien tracée vaut deux points. Le travail réalisé est évalué par un autre binôme qui accorde les points.

Ce jeu est repris en séance 5 et l'évaluation sommative (identique à la diagnostique) a lieu en séance 6. Lors de la réalisation de l'évaluation sommative, les élèves doivent établir une auto-évaluation au vu des critères de réussite.

1.2 Déroulement de la première séance de la séquence sur le repérage de nœuds

Je vais à travers cet écrit vous expliquer le déroulement de ma première séance qui a eu lieu un mardi matin avant la récréation et après la récréation. Je commence toujours mes séquences de mathématiques par une évaluation diagnostique. L'évaluation diagnostique me permet de savoir où en sont les élèves par rapport à la notion que nous allons aborder. À travers cette évaluation je vais pouvoir mieux cerner les besoins des élèves, vérifier que les pré-acquis sont bien présents chez eux mais également vérifier si l'activité ne sera pas trop simple. Il est alors essentiel de choisir une activité présentant un obstacle afin que ces derniers puissent rentrer en conflit sociocognitif. Pratiquant ainsi depuis le début de l'année, les élèves commencent à être habitués à ce fonctionnement et savent déjà que nous allons procéder à la rédaction du projet d'apprentissage à la fin de la séance. J'ai choisi de m'engager dans une démarche socioconstructiviste (théorie développée par Vygotsky puis prolongée par Bruner) où les élèves peuvent progresser grâce aux conflits sociocognitifs créés par les échanges. L'élève se retrouve ainsi déséquilibré et doit alors remettre en cause son propre système de pensée. Après avoir distribué les feuilles, mes élèves ont travaillé par binôme à l'écrit sur la résolution du problème posé. Ensuite, j'ai récupéré les différents documents que j'ai affichés au tableau. Nous devions ensuite débattre de ce qui nous semblait correct et de ce qui ne l'était pas. Après ce débat, nous avons pointé ce que nous devions apprendre et ce que nous savions déjà. Ensuite, nous aurions dû, à ce moment-là, rédiger le projet d'apprentissage et la séance devait se terminer par l'affichage de ce projet d'apprentissage. Je vais analyser maintenant plus précisément la première séance en m'appuyant sur le déroulement de cette dernière

1.3 Analyse de la première séance

La première séance de cette séquence est donc la séance où je présente aux élèves une situation problème. Selon M. Fabre (1997) cette situation problème doit rassembler un certain nombre d'éléments. Tout d'abord, l'élève doit « pouvoir s'engager dans la résolution du problème posé » : ici écrire un message pour faire tracer une figure. Les élèves n'ont pas eu de mal à s'engager dans l'activité, en effet celle-ci paraît simple et accessible à leurs yeux. De plus, la forme de message à faire passer à un camarade stimule leur envie de rentrer dans l'activité, ils sont pris au « jeu ». Ils ont quelques acquis qui leurs permettent de rentrer dans la situation. Ensuite « les connaissances de l'élève doivent être insuffisantes pour pouvoir résoudre le problème » : cela a été le cas ici car les solutions proposées par les élèves n'étaient pas précises et ne permettaient pas de tracer les bonnes figures. Ils en ont d'ailleurs fait la remarque lors de l'écriture du projet d'apprentissage. Le troisième élément caractérisant une situation problème est le fait que « l'élève doit pouvoir déterminer si la réponse qu'il trouve est bonne ou mauvaise » : c'est ici le cas par la comparaison de la figure de référence et la figure réalisée par l'élève. Enfin la connaissance visée doit être l'outil le plus adapté pour résoudre le problème : c'est en effet en sachant repérer et coder un nœud qu'il est le plus simple de retracer la figure demandée. La situation proposée était donc en tout point une situation problème. Au début de cette séance j'ai donc présenté à mes élèves le jeu auquel nous allions jouer : faire tracer une figure à un camarade sans qu'il l'ait sous les yeux : à chaque fois que notre message est correct, l'élève obtient un point et lorsque la figure est bonne, l'élève obtient un point également. Les élèves étaient globalement enthousiastes. Après l'explication des règles, j'ai donc distribué les feuilles (*cf* annexes) aux élèves : une partie de la classe avait la figure A et l'autre partie la figure B, les élèves d'un même binôme n'étaient pas côte à côte. Les élèves devaient alors écrire le message pour coder la figure et une fois cela fait donner le message à son binôme afin que ce dernier puisse tracer la figure. Un premier problème que je n'avais pas anticipé est apparu : pour pouvoir savoir si l'élève recevant le message savait décoder un message et replacer les points sur les nœuds du quadrillage il fallait que le message soit correct sans quoi l'information que je récoltais était erronée. Je me suis rendue compte à la fin de cette séance lorsque j'ai repris les différentes feuilles que certains élèves avaient bien décodé le message donné par le camarade mais que la figure était fausse car le codage mal effectué. Les analyses effectuées par les observations lors de la séance étaient alors faussées. Pour que cette séance se passe mieux la prochaine fois, il faut donc que je remanie le document sur lequel se trouve la situation problème. Je dois pouvoir savoir précisément si l'erreur au niveau de la figure est présente car il y a une mauvaise lecture du message ou si c'est parce que le message comporte une erreur. Pour cela il serait peut-être plus judicieux de savoir qui a écrit le message transmis sous la figure que l'élève trace.

La deuxième phase de la séance fut consacrée à l'analyse des différentes productions par les élèves. Après avoir affiché différentes propositions au tableau, j'ai demandé aux élèves ce qu'ils en pensaient, ce qu'ils avaient à dire. Cette phase fut longue et assez difficile car je pense avoir trop monopolisé la parole, les élèves ont alors décroché : ils n'étaient plus en mouvement. La phase de confrontation n'a donc pas été productive pour eux. Je n'ai pas su « maintenir l'orientation » au sens de Bruner, c'est-à-dire maintenir mes élèves dans l'activité que nous étions en train de réaliser car j'ai pris une place trop importante dans les échanges. J'ai donc choisi d'arrêter cette première séance à ce moment-là en repoussant alors la confrontation des élèves et la rédaction du projet d'apprentissage. Il faut donc que je fasse attention à ma place en tant qu'enseignante lors des échanges entre les élèves. J'ai tendance à garder trop souvent la parole, à rebondir trop vite sur ce qu'ils disent en les empêchant alors d'avancer et de rentrer en conflit cognitif. De plus, le fait de repousser le moment de la confrontation des différentes productions des élèves m'aurait laissé le temps d'analyser les différentes productions et donc de pouvoir déjà anticiper les conceptions de chacun. Cela m'aurait aidé, je pense, à mieux gérer le débat entre les élèves en me permettant de mieux identifier les élèves sur lesquels j'aurais pu m'appuyer pour relancer les interactions. En ayant connaissance au préalable des conceptions des élèves, il aurait été également plus simple de leur faire dégager nos objectifs à inscrire sur le projet d'apprentissage.

1.4 Conclusion

Malgré les problèmes rencontrés lors de la première séance, j'ai recadré tout cela dès la deuxième. Cette séquence posa de grosses difficultés à un élève en particulier mais il faut savoir que ce dernier est suivi par un psychomotricien pour des problèmes de gestion de son espace. Avec ce dernier, j'ai donc pris le temps de construire un quadrillage avec des fils de laine pour que l'espace sur lequel il devait intervenir soit plus grand. Après cette remédiation, l'élève a intégré progressivement la notion. Cette notion est de plus réinvestie depuis car les élèves retranscrivent leurs résultats en calcul mental sur un graphique : le positionnement du point de leur résultat demande donc de repérer des nœuds.

1.5 Bibliographie de l'étudiante

Cours de sciences de l'éducation (2013). Les théories de l'apprentissage : le socioconstructivisme de Vygotsky à Bruner. Université de Caen Basse-Normandie.

Fabre, M. (1997). Pensée pédagogique et modèles philosophiques : le cas de la situation-problème. *Revue française de pédagogie*, 120, 49-58.

MENJVA/DGESCO. (2012). Programmes du cycle 2. (en ligne), 22 novembre 2015.

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Progressions_pedagogiques/79/2/Progressionpedagogique_Cycle2_Mathematiques_203792.pdf

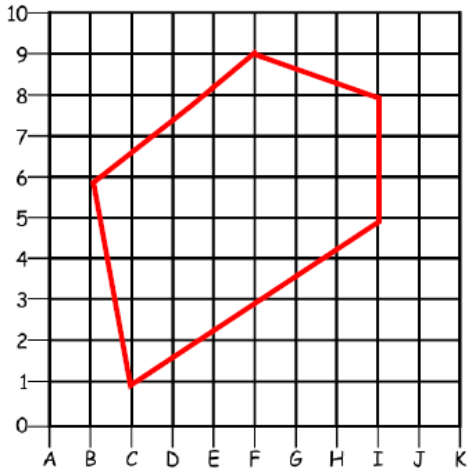
MENJVA/DGESCO. (2011). Grilles de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun au palier 1. (en ligne), 20 novembre 2015.

http://www.education.gouv.fr/archives/2012/refondonslecole/wpcontent/uploads/2012/07/dgesco_grilles_de_reference_pour_l_evaluation_et_la_validation_du_socle_palier_1.pdf

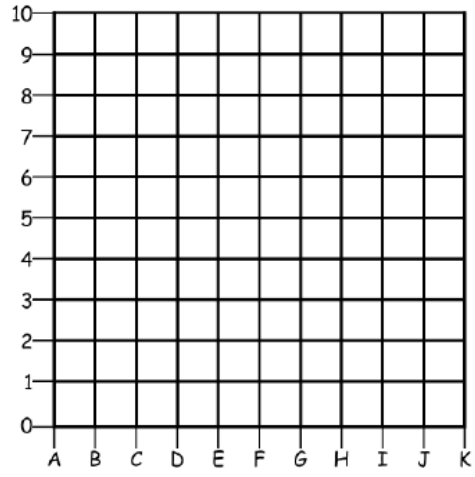
1.6 Annexes du travail de l'étudiante

Figure mystère pour débloquer le trésor

1 - Remplis le message pour que ton camarade puisse tracer la bonne figure sur son quadrillage



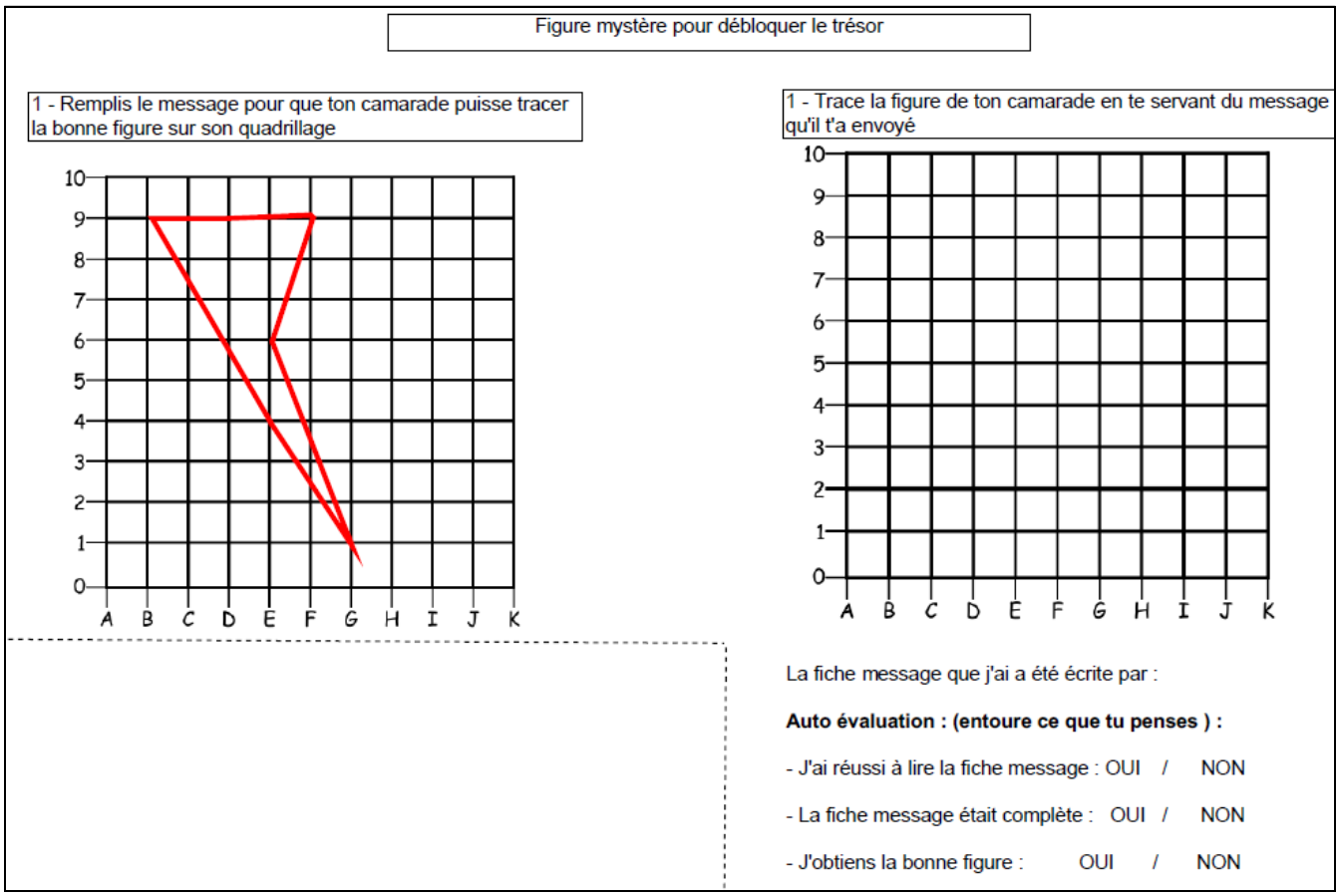
1 - Trace la figure de ton camarade en te servant du messag qu'il t'a envoyé



La fiche message que j'ai a été écrite par :

Auto évaluation : (entoure ce que tu penses) :

- J'ai réussi à lire la fiche message : OUI / NON
- La fiche message était complète : OUI / NON
- J'obtiens la bonne figure : OUI / NON



2 Ecrit de type apprentissage soumis pour l'atelier d'une PES en M2A 2015-2016

2.1 Présentation du contexte et du problème proposé

Les traces que je vais soumettre à analyse sont des traces issues d'une séquence de mathématiques réalisée en milieu de deuxième période dans une classe de CE1. Sur les 27 élèves présents dans la classe, cinq présentent de grandes lacunes en numération et font donc un très grand blocage dès que nous travaillons en mathématiques. Le reste de mon groupe classe a plutôt un bon niveau et les élèves sont en général très volontaires pour rentrer dans toutes les situations que nous pouvons leur proposer. Les traces d'apprentissage ont été recueillies le 9 octobre 2015.

Dès la première période, j'ai instauré avec mes élèves un créneau dans la semaine où nous ne nous intéressons qu'à des problèmes. Je les ai confrontés dans un premier temps à des problèmes concrets qui ne passaient pas par l'écrit. La situation était alors matérialisée devant eux avec des objets physiques. J'ai décidé de suivre ensuite la progression proposée par le Ermel écrit par l'INREP (2005), Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE1. J'ai décidé de travailler avec cet ouvrage pour la résolution de problèmes car les problèmes proposés dans le fichier de mathématiques Litchi que possèdent mes élèves ne sont pas concrets et ne permettent pas une réflexion réelle sur le sens du problème : il suffit bien souvent d'additionner les deux nombres donnés dans l'énoncé pour tomber sur le résultat. J'ai donc décidé de suivre le premier module : « Qu'est-ce que résoudre un problème ? ». Il s'agit alors de permettre aux élèves qui n'ont pas de procédures expertes de pouvoir rentrer dans la résolution de problèmes en leur montrant la diversité des procédures possibles pour résoudre un seul et même problème. Avant d'aborder le problème du « Goûter » (Voir Annexe 2), nous avons travaillé sur le problème de la rentrée qui est exactement sur la même structure. (Annexe 1). Je vais analyser dans un premier temps ce que permet le problème et quels étaient les objectifs visés lors de ces séances, puis j'analyserai les copies de mes élèves.

Le problème proposé est le suivant : « n enfants sont réunis pour un goûter, chacun reçoit 1 gâteau et 4 bonbons. Combien de gâteaux a-t-on donnés ? Combien de bonbons a-t-on donnés ? ». Le problème permet plusieurs choses. Premièrement, il permet de montrer aux élèves que toutes les informations utiles sont dans l'énoncé. Deuxièmement, les élèves ne doivent pas inventer ou décider d'un nombre d'enfants, je donne moi-même ce nombre. J'ai d'ailleurs donné des nombres différents à mes élèves selon leurs réussites ou leurs difficultés lors de la réalisation du premier problème « La rentrée ». Le fait de jouer sur le nombre permet alors de différencier et de « forcer » certains élèves à diversifier leurs procédures. En effet, quand le problème peut se résoudre par un dessin complexe quand nous proposons seulement 4 ou 8 enfants pour « Le goûter », cela devient plus délicat quand nous en proposons 28. Les élèves doivent alors trouver une solution plus rapide que le dessin détaillé pour résoudre le problème. Enfin, les deux problèmes proposés ont l'avantage de ne pas se résoudre par une simple addition ce qui pousse vraiment les élèves à réfléchir.

2.2 Analyse des productions d'élève

La première trace relevée est celle de Thaïs. Cette élève bloque très généralement en mathématiques, elle est suivie par le RASED dans ce domaine car malgré le travail réalisé l'année dernière avec ma collègue, elle bloque par rapport à la numération décimale. Elle n'avait pas vraiment saisi le problème de la rentrée proposé une semaine avant et n'avait alors rien produit. Elle avait cependant été très attentive lors de la phase de mise en commun lorsque quelques élèves sont venus présentés leurs procédures. Pour ce problème j'avais donc décidé de lui attribuer 8 enfants. Elle a commencé par dessiner de manière très réaliste trois enfants puis voyant qu'elle perdait du temps elle a schématisé les cinq autres par des espèces d'épis et une « grosse » rature. Elle n'a pas dessiné les gâteaux mais a réalisé tout de suite la correspondance un enfant = un gâteau donc N enfants = N gâteaux. Elle a donc inscrit 8 gâteaux. Quand je lui ai demandé de verbaliser ce qu'elle avait fait pour le présenter aux autres, elle a mis en avant l'idée de colorier son résultat des gâteaux en jaune pour, je cite, « être certaine de ne pas le perdre dans ma feuille ». C'est la seule élève qui a procédé à une mise en avant si nette du résultat. Thaïs a choisi de diviser sa feuille en deux parties pour traiter les deux questions du problème. Sur la deuxième partie de la feuille elle a donc cherché combien de bonbons avaient été distribués. Pour faire cela, elle a schématisé 8 cercles représentants les enfants et à l'intérieur de chaque cercle elle a dessiné 4 ronds pour les bonbons. Elle a ensuite procédé à un regroupement par 10 en entourant et en coloriant en rouge les bonbons au sein d'un regroupement. On voit ainsi qu'elle réinvestit la matérialisation de la dizaine par la couleur rouge utilisée en classe. Elle a ensuite colorié en bleu les deux bonbons restants : la couleur pour les unités dans la classe. Elle a inscrit le nombre de paquet de 10 et le nombre d'unité. Elle a donné dans un premier temps le résultat de 5 : 2+3 = 5 puis en recomptant est venue me voir en me disant qu'elle ne comprenait pas pourquoi ça faisait 5. Je l'ai laissé recompté et elle est tombée sur le résultat de 32. Ses difficultés en numération ont ralenti la résolution du problème mais la démarche était correcte et les informations ont été utilisées à bon escient sans repasser par une manipulation physique. Mon objectif pour elle a été pour les séances suivantes de consolider sa technique puis de lui montrer grâce aux présentations de ses camarades qu'il est possible de passer uniquement par le calcul.

La deuxième trace est celle de Faustine. Élève en blocage également en mathématiques, j'ai été surprise de la réalisation de cette élève. L'élève dessine tout d'abord 8 enfants de manière très réelle puis sous chaque enfant elle place une part de gâteau triangulaire et autour de chaque part quatre ronds symbolisant les bonbons. Je pense qu'elle a été ensuite bloquée pour compter les bonbons. Elle a donc décidé de dessiner un grand gâteau, ressemblant à une pièce montée et de séparer ce gâteau en 8 parts. À l'intérieur de chaque part elle a dessiné 4 bonbons. Pour être certaine qu'elle n'avait rien oublié, elle a relié chaque enfant et ses aliments à une part du gâteau version pièce montée. La compréhension du problème est bien présente, les informations sont utilisées à bon escient mais elle se trompe lorsqu'elle compte après un à un les bonbons dans le grand gâteau. Elle trouve 8 parts de gâteau (ce qu'elle inscrit en bas) puis 30 bonbons (au lieu de 32) ce qu'elle inscrit également en bas (le 3 est à l'envers). Cependant, hormis l'erreur dans les bonbons, elle n'a pas fait attention à la question car elle additionne les bonbons avec les gâteaux. Un double travail a donc été entrepris avec cette élève suite à cette séance : la lecture de

questions pour résoudre un problème (qu'est-ce que l'on me demande ?) et nous avons essayé ensuite de développer des solutions moins chronophages et moins coûteuses en espace en passant par une schématisation plus abstraite.

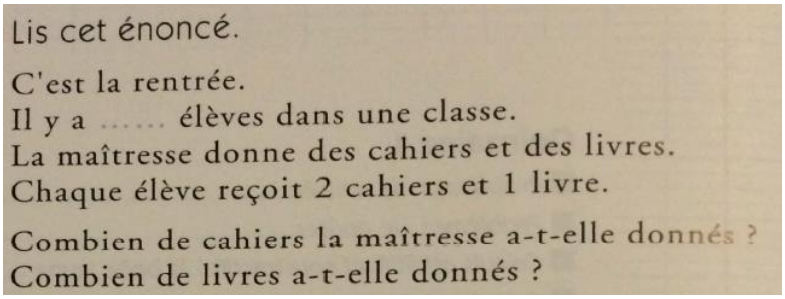
La troisième trace est celle de Lilou. Elle est passée par une représentation très concrète des 8 enfants mais elle a symbolisé sous chaque enfant un carré pour la part de gâteau et un trait pour un bonbon. Elle a ensuite compté un par un et a trouvé le bon résultat. Elle n'a cependant pas pris la peine d'écrire une phrase pour répondre aux deux questions. Je lui ai donc donné ensuite le même problème mais avec 12 enfants. Elle a passé moins de temps sur les détails de ses bonhommes qui deviennent de plus en plus un cercle et cinq bâtons. Elle a alors réitéré cette procédure mais a réalisé des phrases pour répondre. Sa compréhension du problème est bonne, la compréhension des questions également. En augmentant de manière considérable le nombre n lors des séances suivantes, cette élève a commencé à développer des procédures plus schématiques et à effectuer des regroupements pour ne pas se tromper en comptant. À partir de janvier, mon objectif est que cette élève passe le plus possible par le calcul.

La quatrième trace est celle de Tom. Cet enfant ne passe pas du tout par une représentation concrète par le dessin mais plutôt une représentation schématique. Il a décidé de réaliser un tableau pour résoudre le problème. Sa première colonne est consacrée aux gâteaux : 18 ronds pour 18 enfants et un trait dans chaque rond. Il ne fait pas encore la correspondance : si N=18 alors gâteaux = 18. Dans la deuxième colonne il a décidé de représenter les bonbons. Son titre de colonne est « bonbons 4 », il a donc bien saisi qu'il devait donner 4 bonbons par enfant. Il procède de la même manière que les gâteaux en réalisant un rond puis quatre traits dedans. Il effectue ensuite des regroupements par 10 mais il se trompe au niveau de ses regroupements. Il ne fait pas l'effort de fournir les réponses aux questions : a-t-il oublié les questions ? Se rappelle-t-il au bout de 10 minutes pourquoi il fait cela ? Mon objectif pour lui a donc été de travailler sur les questions posées par le problème tout comme pour Faustine. Ils n'en sont pas du tout au même stade d'interprétation des données et de représentations du problème mais ils éprouvent tous les deux la même difficulté à répondre aux questions qu'on leur pose. De plus, en lui donnant un nombre N plus grand, il a pu explorer d'autres techniques et notamment celle qui consiste à utiliser les nombres.

La trace numéro 5 est celle d'Enzo. Cet élève avait N=18 car il semblait plutôt à l'aise lors de l'exercice de la rentrée. Il fonctionne avec quatre colonnes : à chaque fois qu'il écrit 1, il écrit 4 en face et cela dix-huit fois. Il ne compte même pas les « 1 » et en déduit tout de suite que cela fait 18 parts de gâteaux. Ensuite il additionne mentalement les 4 ensembles. Il tombe alors sur le résultat 72. Sa technique est experte, mais il ajoute ensuite 18 et 72 et donne le résultat de 81. Son addition est ici inutile par rapport aux questions posées et de plus le résultat de l'addition n'est pas correct car à cette période de l'année mes élèves ne maîtrisaient pas l'addition avec retenue. Il ne répond pas aux questions posées et se contente de foncer en se disant qu'on va forcément lui demander une addition pour résoudre le problème. La lecture des questions est alors encore limitée et cela entraîne la non résolution du problème alors que toutes les techniques sont correctement déployées pour le résoudre.

Ces cinq traces sont plutôt représentatives du travail réalisé par mes vingt-sept élèves de CE1. Les phases de présentation des différentes procédures utilisées par les élèves ont permis à certains d'évoluer, d'adopter des techniques auxquelles ils n'avaient pas pensé. Ces traces m'ont permis de constituer mes groupes de besoins pour la séquence suivante sur la compréhension d'un énoncé et plus précisément sur les questions : poser des questions pertinentes par rapport aux informations dont nous disposons, trier des questions pour sélectionner celles que nous pouvons résoudre avec l'énoncé dont nous disposons et poser des questions intermédiaires pour résoudre un problème complexe. La relève des traces m'a aidée à différencier lors des séances suivantes pour coller au plus près des besoins de chacun mais également de voir l'évolution de mes élèves dans la diversification des procédures utilisées.

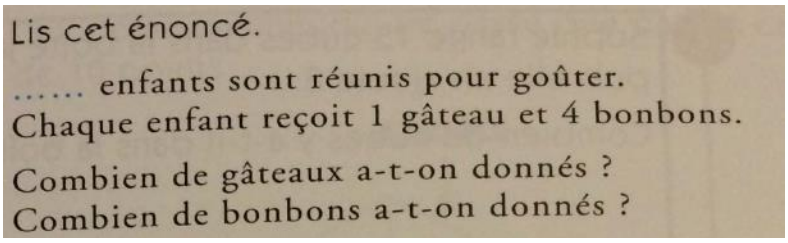
2.3 Annexes 1 et 2 du travail de l'étudiante



Lis cet énoncé.

C'est la rentrée.
Il y a ..... élèves dans une classe.
La maîtresse donne des cahiers et des livres.
Chaque élève reçoit 2 cahiers et 1 livre.

Combien de cahiers la maîtresse a-t-elle donnés ?
Combien de livres a-t-elle donnés ?



Lis cet énoncé.

..... enfants sont réunis pour goûter.
Chaque enfant reçoit 1 gâteau et 4 bonbons.

Combien de gâteaux a-t-on donnés ?
Combien de bonbons a-t-on donnés ?

QUELS SCÉNARIOS POSSIBLES POUR UNE FORMATION DES M1 AUX MATHÉMATIQUES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE ?

Catherine TAVEAU
Formatrice, ESPE D'AQUITAINE
catherine.taveau@espe-aquitaine.fr

Hélène ZUCCHETTA
Formatrice, ESPE DE LYON
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé :
Cet atelier a vu le jour à la suite de constats, par des formateurs de la COPIRELEM, concernant les changements des pratiques des formateurs en M1 MEEF notamment depuis la Masterisation de cette formation et du fait du raccourcissement de la durée de formation en ESPE. En effet, les différentes enquêtes menées par la COPIRELEM permettent de se rendre compte de la baisse du nombre d'heures de formation en mathématiques et de la prégnance que prennent en Master 1 MEEF les questions d'entrainement au concours par rapport aux questions d'enseignement.
L'atelier était initialement prévu en deux temps mais le second temps de conception d'une formation n'a pu avoir lieu, faute de temps. Il a donc démarré par une présentation rapide des diverses stratégies de formation (Kuzniak et Houdement) et du cadre d'analyse des situations initié par la COPIRELEM de puis s'est construit autour de l'analyse de trois scénarios de formation sur des mêmes notions (fractions et décimaux) du point de vue de l'étudiant et du point de vue du formateur.
Cet atelier a permis de rappeler les éléments incontournables pour la formation des futurs Professeur d'Ecole : les savoirs mathématiques liés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ; les savoirs didactiques et cognitifs indissociables des contenus mathématiques précédents ; les compétences professionnelles indissociables des contenus mathématiques à enseigner.

I - CONSTATS ET PREMIÈRES RÉFLEXIONS

1 Constats

Suite aux constats effectués par les formateurs de la COPIRELEM concernant les modifications des pratiques de formateurs dans la formation des M1 MEEF 1er degré depuis quelques années, la proposition de cette atelier a été faite.

En effet, depuis la « Mastérisation » (2010), les maquettes de formation, organisées en UE, elles-mêmes découpées en Cours Magistral et TD, suivies de nombreuses évaluations ont eu pour effet de transformer les pratiques des formateurs, pratiques qui se calquent petit à petit sur des pratiques universitaires : par exemple un enseignant-chercheur assure les CM et les TD sont organisés par les autres formateurs. La question du temps de la formation, notamment en mathématiques, de plus en plus réduit incite aussi certains formateurs à abandonner certaines pratiques nécessitant plus de temps d'activités, comme la mise en situation des étudiants sur des situations d'homologie (au sens de Houdement et Kuzniak).

Par ailleurs, depuis la Mastérisation, la COPIRELEM n'a plus assuré de formation de nouveaux formateurs et les ESPE ont majoritairement une volonté d'employer des contractuels, ATER ou des temps partagés pour assurer la formation en M1. Ces nouveaux collègues se forment alors « sur le tas » avec l'aide de collègues.

Dans cet atelier, nous avons souhaité partager, interroger et voire même concevoir des scénarios de formation. Nous interrogeons sur notre conception de la formation : est-elle partagée dans les différents

ESPE ? Quels sont les fondements de la formation prodiguée dans les ESPE actuellement ? En quoi la formation telle que nous la concevons, aide l'étudiant à obtenir le concours mais aussi à développer des compétences pour le métier de PE (Professeur des écoles). En quoi les formateurs de l'ESPE peuvent faire émerger des démarches, des réflexions mathématiques et didactiques indispensables pour la professionnalisation que les instituts proposant de la préparation au concours (CRPE) comme le CNED, Forprof ou autres ne peuvent pas faire construire ?

Les membres de la COPIRELEM ont déjà abordé cette problématique dans des ateliers autour de la ressource sur la géométrie à l'école primaire et dans des ateliers et communications sur « le cadre d'analyse des situations de formations » (les articles des actes des colloque de Nantes et de Mont de Marsan *Analyser la pertinence d'une ressource pour la construction de modules de formation dans le domaine de la géométrie plane* » et de Besançon *Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles*).

Extrait du Colloque de Mont de Marsan 2014 :

« Cette culture commune, constamment interrogée et enrichie des réflexions à différents niveaux (notamment depuis les travaux de thèses de Kuzniak (1994), Houdement (1995), etc.), a été pendant 10 ans (de 1997 à 2009) diffusée et partagée au sein du réseau des formateurs non seulement au moment des colloques, mais plus spécialement dans le cadre des séminaires de formation de nouveaux formateurs, organisés par la COPIRELEM.

Lors de ces séminaires, au-delà des échanges et des questionnements liés à leur nouvelle fonction, les nouveaux formateurs étaient confrontés aux situations de formation, les vivaient, les analysaient et pouvaient ainsi se les approprier. Les situations de formation privilégiées dans ce cadre étaient le résultat d'une co-construction par les formateurs de la COPIRELEM qui les avaient auparavant mises à l'épreuve en formation et en avaient analysé le potentiel.

Beaucoup de ces situations, s'appuyant souvent sur des démarches d'homologie (Kuzniak 1994), visent l'acquisition des contenus mathématiques destinés à des Professeurs des Écoles et abordent simultanément les notions didactiques liées à l'enseignement de ces notions. ».

Pour nous la formation mathématique en M1 du master MEEF prépare à la fois à un concours (le CRPE) mais aussi au métier de professeur des écoles car les admis au concours ont une classe en responsabilité à mi-temps dès la rentrée suivante tout en ayant parfois très peu de formation en M2 (12h dans certains ESPE). L'enseignement des mathématiques en M1 doit donc, non seulement préparer au CRPE, en réactualisant des savoirs, en leur donnant du sens, mais aussi fournir aux étudiants des références et des outils pour les enseigner à l'école primaire.

2 Réflexions de la COPIRELEM lors de la Masterisation

Pour construire les contenus des maquettes des Master la COPIRELEM avait, en novembre 2008 et en 2010, lors des modifications du concours, proposé une réflexion sur les éléments incontournables pour une formation en Master MEEF. Ces éléments de réflexion devant permettre d'analyser des contenus de formation sont résumés ainsi :

Les éléments incontournables pour un master PE :

- savoirs mathématiques (disciplinaires et épistémologiques) liés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ;
- savoirs didactiques et cognitifs indissociables des contenus mathématiques précédents ;
- compétences professionnelles indissociables des contenus mathématiques à enseigner.

Les différents types de savoirs mathématiques pour l'enseignement à l'école primaire.

1- Les savoirs mathématiques pour dominer les notions présentes implicitement et explicitement dans les situations d'enseignement.

2- Les savoirs mathématiques pour comprendre et s'approprier les programmes.

3- Les savoirs mathématiques pour s'approprier des documents pédagogiques et concevoir un enseignement.

4- Les savoirs mathématiques pour analyser les procédures des élèves.

Nous nous rendons compte que certaines pratiques de formation peuvent être très performantes pour le CRPE mais ne permettent pas aux étudiants de donner du sens aux notions abordées ou aux démarches d'enseignement attendues à l'école primaire. Les étudiants n'ont pas, dans ce cas, revisité les notions mathématiques avec le point de vue et la posture d'un futur PE.

Dans cet atelier nous essayons d'interroger ces pratiques et de repérer collectivement ce qui est souhaitable pour une formation permettant à la fois d'obtenir le CRPE et de construire quelques outils didactiques et pédagogiques professionnels.

Dans ce compte-rendu d'atelier, nous ne reviendrons pas sur les diverses stratégies de formation (Kuzniak et Houdement), ni sur le cadre d'analyse des situations initié par la COPIRELEM. Nous renvoyons le lecteur pour plus de précisions aux références citées dans la bibliographie.

Dans un premier temps trois scénarios de formation autour des notions de fractions et décimaux sont proposés pour analyse de manière à en dégager des éléments qu'il serait souhaitable de voir en formation. Il était prévu dans un second temps de proposer l'élaboration un scénario sur une autre notion qui pourrait prendre en considération ces souhaitables mais par manque de temps cela n'a pas pu être mené pendant l'atelier.

II - ANALYSE A PRIORI DES TROIS SCÉNARIOS

Les trois scénarios proposés à l'analyse portent sur le même thème (fractions et décimaux) et sont prévus pour des durées similaires (4 à 6h, durée liée aux contraintes de temps de la formation). Ces trois scénarios sont donnés en annexe et sont effectivement des scénarios de formation construits et partagés dans trois ÉSPÉ différentes.

Tous ces scénarios visent explicitement des objectifs de formation pour le CRPE :

- travailler les notions mathématiques pour le concours ;
- analyser des réponses d'élèves pour comprendre les difficultés qu'ils rencontrent ;
- analyser des extraits de manuels pour être capables de faire des choix d'enseignement et de les justifier.

Certains d'entre eux se placent plus dans une visée de futur enseignant avec des objectifs tels que :

- faire ressortir les conceptions des étudiants ;
- déconstruire certaines conceptions pour mieux construire des savoirs professionnels.

La consigne donnée aux participants de l'atelier est :

*« A partir de ces trois scénarios de formation sur une même notion mathématique, réaliser une rapide analyse critique qui ferait ressortir les **avantages et les inconvénients** de chacun d'entre eux du point de vue de l'acquisition des connaissances par l'étudiant et du point de vue du travail du formateur.*

Dégager si possible, les éléments qu'il serait souhaitable d'utiliser pour élaborer une formation qui vise les différents types de savoirs mathématiques pour l'enseignement à l'école primaire :

- 1- les savoirs mathématiques pour dominer les notions présentes implicitement et explicitement dans les situations d'enseignement ;
- 2- les savoirs mathématiques pour comprendre et s'approprier les programmes ;

- 3- les savoirs mathématiques pour s'approprier des documents pédagogiques et concevoir un enseignement ;
- 4- les savoirs mathématiques pour analyser les procédures des élèves.

Le lecteur trouvera en annexe les trois scénarios détaillés qui sont mis en œuvre par les formateurs de chacune des trois ESPE. Ils sont assez différents dans leur approche et leur déroulement. Nous vous proposons brièvement l'analyse que nous en avions faite a priori.

Scénario 1 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
de l'étudiant	Il y a des questions préalables. Le scénario comprend une manipulation comme on pourrait faire à l'école pour introduire une fraction, mais adapté ici pour interroger ce qu'est un nombre décimal (fraction décimale). Il peut permettre de remettre en cause la conception du nombre décimal en tant que nombre à virgule et de reconstruire la notion de nombre décimal (aspect fraction décimale, aspect historique, aspect mathématique). Il permet de faire du lien avec le système de numération décimale (plus spécifiquement les échanges). Le scénario donne du sens à ce que les futurs PE auront à enseigner. Il montre la nécessité d'adapter le vocabulaire aux élèves (avec des procédures de l'école pour ajouter des fractions décimales par exemple). Il traite d'exercices mathématiques. Il comprend une analyse d'erreurs et de manuels. Il propose des points d'institutionnalisation au fur et à mesure. Il propose des exercices de concours à chercher en autonomie sur l'ENT.	La situation est déstabilisante. Il y a peu de répétitions sur un même type d'exercices. Le rythme est rapide et nécessite une poursuite du travail par les étudiants. Il n'y a pas toujours d'activités transposables directement avec des élèves .
du formateur	Le scénario démarre par une évaluation diagnostique. L'entrée se fait par les fractions décimales de manière à évoquer l'aspect fraction partage et à définir un nombre décimal. Le scénario essaie de montrer différents aspects de ces notions difficiles à enseigner et d'y redonner du sens dans un temps restreint. Il soulève quelques problèmes de	Ce scénario nécessite de la part du formateur : - d'avoir de bonnes connaissances didactiques (et peut participer à la formation des nouveaux formateurs) ; - d'être au clair sur les différents aspects du nombre décimal et de la fraction, Ce scénario demande un travail d'appropriation par le formateur et

	transposition et d'enseignement : par exemple comment expliquer 10/100 = 1/10 sans se suffire d'une explication de type « barrer les zéros »). Il veut amener les étudiants à questionner les savoirs qu'ils ont à enseigner par des activités déstabilisantes et à transposer des démarches de résolution de problèmes dans leur futur enseignement. Ce scénario amène à des questions professionnelles d'enseignement.	une congruence entre les conceptions du formateur et celles de l'auteur du scénario (enjeux de la formation). Il y a un risque que les étudiants trouvent la situation difficile et se rabattent malgré tout sur un dogmatisme et des conceptions du type « nombre à virgule » ou « part de tarte » quand ils auront à l'enseigner. Ce scénario ne reprend pas l'ordre chronologique dans lequel les notions sont enseignées (fraction avant décimal).

Scénario 2 :

Du point de vue	Avantages	Inconvénients
de l'étudiant	Le cours magistral donne les réponses à des questions que l'étudiant ne s'est pas posées et les TD suivent le CM (ce qui sécurise certains étudiants). Ce scénario propose des savoir de référence. Les TD s'appuient sur des annales de concours (maths puis didactique).	Comme l'étudiant ne s'est pas posé de questions sur les difficultés de cet enseignement, le futur enseignant pourra ne donner que des réponses toutes faites et dogmatiques. L'étudiant peut avoir du mal à envisager les difficultés des élèves et les difficultés inhérentes à l'enseignement de ces notions.
du formateur	Le cours magistral permet de concentrer en peu de temps de nombreux savoirs (il balaye largement le sujet). Il permet d'avoir un écrit de référence (« Comme vous l'avez vu en CM … »). Il satisfait certains étudiants car il vise le concours directement. Le scénario est facile à mener car il permet une certaine appropriation des notions lors de la série d'exercices à effectuer en lien avec le CM.	Possible passivité des étudiants. Le scénario provoque peu de questions dérangeantes de la part des étudiants . Il amène le formateur à ne répondre qu'à des questions de concours et non d'enseignement.

Scénario 3 :

Du point de vue	Avantages	Inconvénients
de l'étudiant	Le scénario est construit autour d'une situation d'homologie qui permet de « se mettre à la place d'un élève », en suivant la chronologie de l'enseignement des notions. Les étudiants sont amenés à se poser des questions professionnelles. Le cours Magistral peut être regardé avant le TD. Il répond à des questions	Le scénario est un peu long car les situations sont analysées en détails. Il nécessite beaucoup de travail en autonomie de la part des étudiants.

	que l'étudiant s'est posé. Des exercices d'application ainsi que des exemplaires supplémentaires avec corrigés sont mis à disposition des étudiants.	
du formateur	Le cours magistral permet de concentrer en peu de temps de nombreux savoirs (il balaye largement le sujet). Il permet une transposition directe avec l'enseignement à l'école. Il permet d'aborder l'essentiel des questions du concours.	Il est probable qu'il faille consacrer beaucoup de temps aux corrections questions d'exercices donnés en autonomie. Difficulté pour coller au CM, manque de souplesse dans l'organisation.

III - CE QUI S'EST PASSÉ DURANT L'ATELIER

Après une présentation rapide de nos objectifs et apports théoriques (différentes stratégies de formation selon Kuzniak et Houdement et le cadre d'analyse des situations de la COPIRELEM), suivie d'une description des trois scénarios, les participants à l'atelier, répartis en trois groupes, se sont appropriés les documents des trois scénarios en vue de les analyser du point de vue de l'étudiant et du point de vue du formateur, en suivant la consigne donnée.

Les participants, tous formateurs en ESPE mais d'expérience et de statuts différents, ont été assez déstabilisés par le scénario 1 qui correspond moins à leur pratique et ont reconnu dans le scénario 3 une situation d'homologie. Beaucoup de questions ont surgi concernant le type d'exercices (qui n'étaient pas toujours donnés avec l'énoncé complet), la période de l'année où était proposé ce travail, le travail non donné explicitement aux étudiants à la maison, l'intérêt d'un Cours Magistral pour le gain de temps au détriment de la compréhension …

Une analyse en termes de compétences travaillées dans les exercices et situations proposées aux étudiants a été nécessaire pour beaucoup de participants.

Un groupe a essayé de catégoriser les éléments de scénario qui peuvent être présents ou pas dans les différents scénarios comme : situation d'homologie, émergence savoirs mathématiques et épistémologiques ou didactiques, transposition, institutionnalisation (sous quelle forme) exercices d'applications ou supplémentaires sur l'ENT…

Les analyses en termes d'avantages et d'inconvénients du point de vue de l'étudiant et du formateur a été assez conforme à notre analyse a priori mais plus ou moins approfondies. Les trois scénarios apportent des savoirs disciplinaires sur la connaissance des nombres et des savoirs didactiques notamment à travers l'analyse des erreurs d'élèves et l'analyse de manuels.

Pour le scénario 1, il ressort surtout que les mises en questions partent des conceptions des étudiants avec des exercices préalables et apportent des éléments de connaissances au fur et à mesure des exercices différents (diaporama déclaré morcelé par un groupe). Des liens entre les savoirs disciplinaires et didactiques sont faits, ainsi que des articulations entre les connaissances sur les nombres à travers l'histoire, l'enseignement (et les programmes) et des activités transposables en classe. Les exercices des TD ont tous des objectifs différents et le temps de formation ne laisse pas la possibilité de revenir sur certains points délicats pour les étudiants. Beaucoup d'exercices d'entrainement sont à la charge des étudiants et cela demande de leur part un travail régulier (avant, pendant et après les séances).

Le principal avantage de ce scénario semble être la déconstruction des conceptions rigides des étudiants avec une dynamique dans les TD. Le principal inconvénient semble être la non-prise en compte des étudiants en difficultés qui peuvent être très déstabilisés sans avoir le temps de reconstruire les

connaissances adaptées ; ces étudiants risquent de se perdre et d'utiliser ensuite dans leur enseignement des conceptions erronées qu'ils n'auront pas suffisamment remises en cause. La surprise des participants à l'atelier viendrait aussi du choix fait de l'ordre de présentation : étude des décimaux avant celle des fractions, contrairement à ce qui se fait dans l'enseignement de ces notions.

Pour les scénarios 2 et 3, le cours magistral est commun et a les mêmes contenus mais sa place dans le scénario n'apporte pas les mêmes effets. Dans un cas, il vient comme complément, comme réponse à une situation d'homologie vécue par les étudiants qui leur a déjà permis de se questionner (synthèse d'une réelle situation de communication transposable et analysée). Dans l'autre cas, il apporte des connaissances sans que les étudiants se soient questionner mais cela peut être rassurant pour certains dans le cadre d'une préparation au concours.

Dans le scénario 2, les étudiants sont plus passifs et leurs connaissances initiales ne sont pas vraiment prises en compte. Le TD dense est plus une application directe du cours et il n'y a pas forcément de construction de sens. Il y a une rupture entre les apports théoriques et les questions d'enseignement.

Dans le scénario 3, les étudiants sont plus actifs notamment lors de l'analyse des situations qui permet une émergence des connaissances mathématiques et didactiques. Un travail important y est demandé aux étudiants en dehors des TD. La situation vécue lors du premier TD permet une transposition directe en classe.

IV - CONCLUSION

L'objectif que nous nous étions donné, interroger des scénarios d'enseignement des mathématiques nécessaires aux étudiants à la fois pour préparer le CRPE et pour enseigner à l'école primaire, semble atteint au vue des analyses des trois scénarios. Mais cette analyse reste parfois assez superficielle par manque de temps pour l'appropriation des outils théoriques trop rapidement présentés.

De plus, la partie concernant la conception de tels scénarios sur d'autres notions n'a pu être commencée. Nous espérons quand même que cet atelier a pu apporter un regard différent sur la pratique de formation en M1 et fournir des éléments de réflexion pour travailler avec les M1 le sens des notions à enseigner à l'école et pas seulement la préparation aux épreuves du concours.

Pour construire une formation permettant de développer les savoirs mathématiques nécessaires à un futur PE, il nous semble nécessaire de proposer une **activité déclenchante pour donner du sens à la notion**, pour modifier certaines représentations, pour enrichir les connaissances didactiques et mathématiques des étudiants.

Si l'on vise les deux objectifs (préparation au concours et préparation à l'enseignement à l'école), il ressort de l'analyse effectuée lors de l'atelier, que les éléments suivants comme sont nécessaires :

- une situation déstabilisante qui permet de faire ressortir les conceptions initiales des étudiants, sous forme de situation d'homologie ou de transposition ;
- un questionnement qui aide à la transposition à la classe ;
- une remise en cause de conceptions erronées des étudiants ;
- une articulation entre savoirs mathématiques, savoirs didactiques et programmes de l'école ;
- une institutionnalisation répartie de manière à ce qu'elle ait du sens par rapport aux activités proposées, fournir **un cours** contenant les différents types de savoirs (fourni en présentiel, en polycopié, sur l'ENT, …)
- suffisamment d'exercices de mathématiques et de didactique (sujets et corrigés) à travailler éventuellement en autonomie pour jouer le jeu de l'entrainement à un concours,

- des compléments d'apports historiques et épistémologiques, des vidéos de séances de classe, des problèmes de synthèse peuvent être ajoutés.

Les étudiants de M1 ne sont pas tous assidus en cours car ils ont parfois des activités professionnelles hors formation. Par conséquent, une réflexion sur l'utilisation d'un ENT doit être menée par les formateurs.

A priori, toutes les notions enseignées à l'école peuvent se prêter à la construction d'un scénario de formation tel que nous l'avons proposé mais nous n'en avons pas dressé de liste. Des propositions de ressources sur trois thèmes (grandeurs et mesures ; géométrie plane et dans l'espace ; numération) sont données en bibliographie.

La construction d'un scénario dépend donc aussi des conceptions des formateurs et relève de choix didactiques à concilier avec le temps restreint consacré à la formation.

V - BIBLIOGRAPHIE

DES ÉLÉMENTS THÉORIQUES :

DANOS P., MASSELOT P., SIMARD A., WINDER C. (2015) Analyser une ressource de formation : exemple de la « situation des annuaires » *Actes du 41ème colloque COPIRELEM, Mont de Marsan 18-20 Juin 2014.*

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1996), Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **Vol.16 (3)**, Grenoble : la Pensée Sauvage.

HOUDEMENT, C. (2003) : Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques. *Carnets de route de la COPIRELEM, T.3 ; pp. 23- 33.*

KUZNIAK A. (1994). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Actes du XXIème COPIRELEM*, Chantilly.

KUZNIAK A. (2003). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Carnets de route de la COPIRELEM. T. 3, p. 7-22.*

MASSELOT P., PETITFOUR E., WINDER C. (2016) Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles, *Actes du 42ème colloque COPIRELEM Besançon 2015, ARPEME.*

DES ÉLÉMENTS SUR LE THÈME « FRACTIONS ET DÉCIMAUX »

ANSELMO B., BONNET M., COLONNA A., COMBIER G., LATOUR J., PLANCHETTE P. (1999) *La sixième entre fractions et décimaux*. *IREM de Lyon.*

ANSELMO B., ZUCCHETTA H (sous la direction de, à paraître 2017) *Des nouveaux nombres au cycle 3 : fractions et décimaux* à paraître à CANOPE Lyon.

BRONNER A. (2003) Analyse a priori de séquence de formation à propos des décimaux. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p 333-353.*

DUBOIS C., FÉNICHEL M., PAUVERT M. (1993) *Se former pour enseigner les mathématiques (4 tomes)*. Armand Colin Paris.

RESSOURCES SUR DIFFÉRENTS THÈMES :

Grandeurs et mesures :

HOUDEMENT C. & PELTIER M.L. (2003) Aire de surfaces planes. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p. 199-207.*

LE BERRE M., TAVEAU C., (2003) Une approche minimale de la notion de grandeur en PE1 *Carnets de route de la COPIRELEM. T. 2 p. 209-221.*

Activités « Annuaires » Concertum et Colloque Mt de Marsan.

Exercice « Antarctique » évaluation PISA 2003.

Géométrie dans le plan et dans l'espace :

AUBERTIN J.C., GIRMENS Y. (2015) Une situation d'homologie-transposition : le solide caché. *Actes du 41ème colloque COPIRELEM, Mont de Marsan 18-20 Juin 2014.*

BEAUFORT D. (2003) Représentations de solides. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p 71-81.*

BRIAND J.& AL (2008) *Livre du maitre Euromaths CE2* p169. Hatier.

COPIRELEM (2014) *Construction de modules de formation : géométrie plane, Une ressource sous forme de carte mentale proposée par la COPIRELEM.* ARPEME.

ERMEL *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes.* Hatier.

FÉNICHEL M., PAUVERT M., PFAFF N. (2004) *Donner du sens aux mathématiques, Tome 1 Espace et géométrie*. Bordas.

FÉNICHEL M. ; TAVEAU C. (2008) DVD *Enseigner les mathématiques au cycle 3 / deux situations d'apprentissage en images : le cercle sans tourner en rond, l'enveloppe des nombres*. CRDP de Créteil.

FRÉMIN M. (2003) Pyramides bizarres. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p. 31-39.*

Groupe IREM Lille (2000). *Travaux géométriques - Apprendre à résoudre des problèmes*. SCéREN CRDP Nord Pas de Calais.

GOSSET H, TAVEAU C. (2010) *Activités géométriques autour des solides Cycle 3*. CRDP Paris.

HOUDEMENT C. & PELTIER M.L. (1992) LE SOLIDE CACHÉ. IN *LA BOITE DU PATISSIER*. IREM DE ROUEN.

Numération :

ANSELMO B., ZUCCHETTA H., Du comptage à la numération - Une formation sur l'enseignement de la numération. *Grand N* 91 - IREM de Grenoble

CHARNAY R. (2013), *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale*, Hatier.

COPIRELEM (2015) *La numération à l'école primaire un scénario pour la formation.* ARPEME.

FÉNICHEL M., PAUVERT M., PFAFF N. (2004) *Donner du sens aux mathématiques, Tome 2*. Bordas.

FÉNICHEL M. ; TAVEAU C. (2008) DVD *Enseigner les mathématiques au cycle 3 / deux situations d'apprentissage en images : le cercle sans tourner en rond, l'enveloppe des nombres*. CRDP de Créteil.

Le film des Shadocks

VI - ANNEXE (LES TROIS SCÉNARIOS DE FORMATION EN M1 SUR LE THÈME FRACTIONS ET DÉCIMAUX)

Annexe 1

Scénario 1 – Fractions - Nombres Décimaux – TD1 (2h) TD2 (2h)

(scénario abrégé pour les formateur)

Avant TD1, sur l'ENT, relevés des conceptions initiales des étudiants

Consignes :

1°) Qu'est-ce qu'un nombre décimal,

2°) Reconnaitre un nombre décimal parmi différentes écritures.

3°) Comment un enseignant définirait-il, à un élève de CM2 qui découvre la notion, ce qu'est un nombre décimal ?

4°) Comment expliquer la fraction $\frac{4}{5}$ et $\frac{13}{7}$ à un élève de CM2 ?

5°) Identification de règles fausses sur les nombres décimaux issues de travaux d'élèves (comparaison, opérations, équivalences d'écriture)

TD1

Phase 1 (20 min)

Présentation

Dans le diaporama proposé cette année on trouvera :

- le(s) programme(s) et en particulier les évolutions à travers les extraits. Cette présentation devrait interroger déjà le futur enseignant sur l'évolution des savoir à enseigner par exemple. (par exemple en 1923 rien de différenciait les décimaux des entiers alors que depuis un certain nombre d'années les nombres décimaux apparaissent comme des nombres efficaces pour résoudre certains problème que les nombres entiers ne permettent pas).
- Le lien avec le programme complet ainsi que les documents ressources sont dans le diaporama. Les documents d'accompagnement liés aux programmes de 2008 sont cités dans des bibliographie des ressources de 2015

L'étude des fractions et des décimaux est entreprise au cycle 3 et se poursuit au collège. Il s'agit de notions charnières à l'articulation école/collège dont la maîtrise est difficile.
Ce qui n'est pas acquis du point de vue de la signification de l'écriture décimale en fin de cycle 3, en l'état actuel de l'enseignement en collège, a peu de chance de l'être par la suite : « *En sixième les activités proposées doivent permettre une reprise de l'étude des nombres décimaux, sans refaire tout le travail réalisé à l'école élémentaire* ». D'où l'importance des apprentissages sur ce thème en CM.

Exercice 1

Consigne : Vous disposez d'une bande de papier que nous appellerons unité. Tracer un segment long comme 1,3 unité. La règle graduée est interdite. Expliquer votre méthode.

Conclure : un nombre décimal est d'abord une fraction décimale, c'est ce qui le définit

Remarque le diaporama fait le lien avec les différents documents utiles au formateur – Il y a même une ressource. Il n'est peut-être pas utile de visionner la vidéo, mais de dire qu'elle existe.

Mise en commun des méthodes : (par pliage) 1,3 apparait comme 1 + 3/10 ou comme 13 x 1/10. Attention 0,3 ≠ 1/3 . On peut montrer le partage en 10 d'une bande bandes unité à l'aide d'un réseau de droites parallèle.

Exercice 2 : fraction ou fraction décimale

1) Parmi les fractions suivantes, lesquelles représentent des nombres décimaux ? $\frac{84}{280}$; $\frac{2}{15}$; $\frac{65}{2600}$
2) Vrai ou faux ?
   a) « Une fraction dont le dénominateur est une puissance de 5 représente un nombre décimal »
   b) « Seules les fractions dont le dénominateur est un produit d'une puissance de 2 par une puissance de 5 représentent des nombres décimaux ».

Présentation de la définition d'un nombre décimal et de propriétés

Phase 2 (40 min)

Exercice 3 : Un peu d'histoire sous forme de diaporama , pour attirer l'attention sur le fait que les fractions décimales ont mis du temps à s'imposer dans l'histoire et sont apparues avant les écritures décimales.

Diaporama frise histoire des nombres

Une activité proposée en classe de fin de cycle 3

Nous sommes en l'an 1500 ap. J.C. A cette époque, les seuls nombres connus sont : les entiers, les fractions, les fractions décimales, et les sommes d'un entier et de fractions décimales.

Tu apprends le métier de comptable. Pour ta formation, le comptable qui t'emploie t'as chargé, aujourd'hui, d'effectuer une addition. Ensuite, lorsque tu sauras la faire, tu devras transmettre ton savoir-faire à un apprenti encore moins expérimenté que toi. Vous devez ajouter les 3 nombres suivants :

$27 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$ $37 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$ $875 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{2}{1000}$

1. *Effectue l'addition suivant la méthode que tu peux imaginer en vigueur à cette époque.*
2. *Écris ce que tu expliqueras à l'apprenti que tu seras chargé de former ensuite.*



Exemple de production d'un groupe d'élèves

1) Pour quelle raison l'énoncé précise-t-il que nous sommes en 1500 Ap JC.
2) Quelles sont les connaissances nécessaires que les apprentis doivent avoir pour pouvoir effectuer correctement cette opération ?
3) Donner une explication que l'élève peut donner à l'apprenti moins expérimenté ?

Exercice 4 : Étude d'un extrait de la Disme avec entre autres, les questions suivantes :

Comment apparaissent les nombres décimaux ?

Quel est le nombre qui précède 12 ⓪ 3 ① 7 ② 4 ③ ?

Conclure : L'écriture décimale à virgule est un prolongement de l'écriture décimale d'un nombre entier dans notre système de numération en base 10, mais on ne peut pas considérer que les nombres décimaux sont une simple « copie » des nombres entiers (ce sont d'autres nombres qu'il faudra étudier en tant que tels).

Exercice 5 : Écriture décimale illimitée et quotient de deux entiers, ensemble de nombres

on peut évoquer sur un exemple le fait que les restes dans la division décimale se « répètent à partir d'un certain rang car dans la relation a = b×q = r avec 0≤ r <b on ne peut avoir que b restes …

C'est l'occasion de commenter la méthode « experte » (à ne pas savoir par cœur), mais qui permet de construire une équation dont le nombre donné est solution en espérant que cette solution s'obtient bien comme le quotient de deux entiers.

Pour π c'est l'occasion de dire que 3,14 est une valeur approchée. On admet le résultat. Même 22/7 est une valeur approchée.
La c=2 ,9999… conduit à c=3. Sans rentrer dans les détails on n'a pas l'unicité de l'écriture … L'évocation de 3 ×1/3 = 1 qui peut s'écrire 3×0,333… = 0.999…
$\sqrt{2}$ on peut le démonter par l'absurde. Le corrigé s'appuie sur le système de numération décimale (ce qui est plus dans le contexte …).

Conclure : un nombre décimal admet une écriture décimale, mais écriture décimale n'est pas synonyme de nombre décimal

Phase 3 (45 min) les difficultés des élèves

Exercice 6 : Analyse de productions classiques d'élèves

Conclure : Les conceptions construites sur les nombres entiers qu'ont les élèves du nombre en général constitue un obstacle à la compréhension d'autres nombres tels que les décimaux. Depuis les années 80, les programmes préconisent de présenter les décimaux comme « de nouveaux nombres » et l'écriture décimale comme une écriture particulière et économique de la fraction décimale.

→ **Diaporama 1 diapos 10 à 16**

Travail donné (ex 7) pour TD2 extraits d'anciens sujets CRPE (Amiens 98) maths et didactique (analyse manuel sur comparaison)

TD2

Retour sur exercices et conceptions

Phase 1 Multiplication : des entiers aux décimaux (50 min)

Exercice 8

Consigne : A l'aide de bandes « unités », illustrer, sans les effectuer, chacune des multiplications suivantes, en collant ces bandes les unes à la suite des autres. 3 × 2 ; $\frac{5}{7}$ × 2 ; 2 × 1,3 ; 2,3 × 1,7

Vous disposez de bandes unités de couleurs différentes, de guides-ânes, de ciseaux, de scotch.

(Travail par groupe de 4) 30min sur affiche. Mise en commun (10 min)

Eléments d'analyse :

- 3 x 2 peut être considéré comme 3 u+ 3u ou 2u + 2u + 2u
- 5/7 x 2 comme 5/7 u + 5/7 u ou 5/7 de 2u
- 2 x 1,3 comme 1,3u + 1,3u ou 13/10 de 2u ou 1x 2u + 3/10 de 2u.

Ces trois multiplications peuvent être considérées (à condition de mobiliser au moins une fois la propriété de commutativité) comme des additions réitérées.

- 2,3 x 1,7 peut être vu comme 23/10 de 17/10 u ou 23/10 de (1 + 7/10u) ou 2 x 17/10 u + 3/10 de 17/10u ou ….

Quel que soit le point de vue, cette multiplication conduit à effectuer à un moment donné à un produit de deux fractions qui ne peut plus être considéré comme une addition réitéré et qui oblige à donner un nouveau sens à la multiplication. Ceci amène à considérer la multiplication comme une opération « qui n'agrandit pas toujours » (2x 3>3 alors 0,2x3 <3).

En synthèse : on pourra mettre en évidence la diversité des procédures, rappeler les propriétés mobilisées (commutativité, distributivité ….) , et conclure sur la rupture de sens qui s'effectue au passage de la multiplication par un entier à la multiplication par un décimal (donc par une fraction).

La multiplication par un décimal renvoie elle aussi à la notion de fraction ce qui renforce l'idée que l'introduction des fractions est un préalable à celles des décimaux.

→ **Diaporama 1 diapos 17 à fin**

Phase 2 Significations de la fraction (40 min)

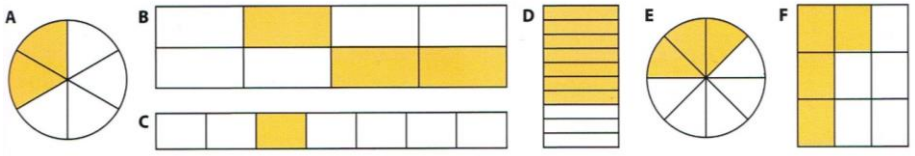
Exercice 9 conceptions recueillies sur « une fraction c'est… » et sur les explications de ce qu'est $\frac{4}{5}$ et $\frac{13}{7}$…

Remarque c'est un exemple, visant à entamer la discussion qui suit concernant les différents sens de la fraction. L'idée est de prendre conscience de la diversité.

Consigne : Voici quatre exercices extraits de chapitre de manuels de CM1 traitant des fractions.

a) *Décrire les procédures que vous utiliseriez pour résoudre ces exercices ;*
b) *Dans chacun de ces exercices, quelle est la fonction (la signification ?) donnée à la fraction.*

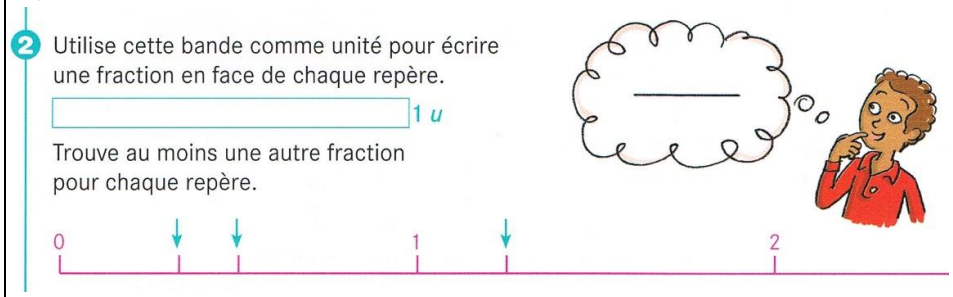
Les maths à la découverte des sciences Hachette

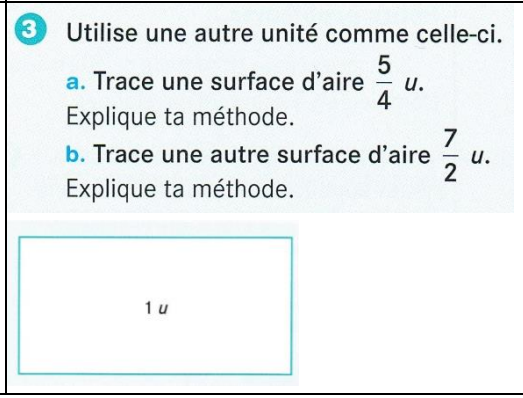


J'apprends les maths Retz

13 tartelettes sont à partager équitablement entre 4 personnes.
Quelle sera la part de chaque personne ?

Cap maths Hatier





Les maths à la découverte des sciences Hachette

Une procédure consiste à dénombrer le nombre de parts coloriées et le nombre de parts total. La fraction représente alors la proportion de parts coloriés par rapport au nombre total de parts.

Le symbole / se lit « sur ».Avec cette conception de la faction, il difficile d'attacher un sens aux fractions supérieures à 1.

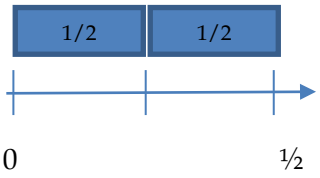
J'apprends les maths Retz

Une procédure consiste à distribuer les pizzas entières (3 chacun) puis à partager la dernière pizza en quarts. Une autre consiste à d'abord partager les 13 pizzas en 4 (ce qu'on fait en général si elles n'ont pas la même garniture) et on donne à chacun ¼ de chacune des13 pizzas. L'équivalence des procédures se traduit par : 3 + 1/4 = 13x1/4 . La fraction présente la valeur d'une part d'ans un problème de division d'une totalité.

Cap maths Hatier exercice 2

Une procédure consiste à plier la bande unité en deux, trois ou quatre et placer la partie pliée sur le repère noté « 0 » ou « 1 » une ou plusieurs fois.

La fraction permet de repérer la position d'un point. Attention, la fraction repérage ne représente plus la « part pliée » par exemple la moitie d'une bande + la moitie d'un bande pour faire la totalité de la bande unité mais elle donne ici dans un ordre précis une position



Remarque :

- Lors du placement sur une droite graduée la fraction commence à **prendre le statut de nombre**, ce support sera réutilisé ultérieurement lors de la comparaison des nombres décimaux.

Cap maths Hatier exercice 3

Une procédure consiste à plier le rectangle en quatre (il y a plusieurs façons de faire !) et à construire une surface en reportant 5 fois la surface obtenue par pliage. (idem pour 7/2). Pour aller plus vite, on peut faire 1 unité et ¼ d'unité (idem 3 unités et ½ d'unité)

Remarque :

- La comparaison et le calcul sur les fractions et la mise en place de règles relèvent du collège, cependant sur des cas simples, les élèves sont conduits à comparer, additionner deux fractions en s'appuyant sur leur signification. Mais la technique ne devrait pas être formalisée.
- Il est important aussi de demander comment expliquer 10/10 = 1 ; 10/100= 1/10 … à l'école car les étudiants ont des procédures de collège (on divise par 10, on barre un 0 en haut et en bas…) mais ne reviennent pas au sens du 1/10 ou 1/100 (comment on les a obtenus)

Après le corrigé et cette mise en commun on réinterroge les étudiants sur leurs conceptions des fractions notées en séance 1. : Renvoyer aux significations qui viennent d'être mises à jour.

En synthèse :

La notion de fraction renvoie à différentes significations qui devront être rencontrées pour construire et enrichir le concept. Les programmes de primaire ne précisent pas quel aspect est à privilégier en cycle 3 (mais ceux de collège donnent quelques indications)

→ Diaporama 1 diapos 20 à fin

Phase 3 Comparaison de décimaux (30 min)

Retour sur l'exercice 7 préparé entre les deux TD

Conclure :

La compréhension des techniques de comparaison nécessite de considérer le décimal en tant qu'une fraction décimale.

La lecture significative « 2 et 37 centièmes » pour 2,37 est à préférer au moins en début d'apprentissage à la lecture courante « 2 virgule 37 » qui contribue à concevoir le décimal comme juxtaposition de deux entiers.

Les opérations, la comparaison des nombres en écriture décimale se font d'abord en référence à la signification des écritures. Les algorithmes ne sont installés que tardivement. Il est fait un large usage de la droite graduée dans les problèmes de comparaison, d'intercalation.

L'articulation de l'écriture décimale avec le système métrique et les mesures complexes a tout intérêt à se faire tardivement, une fois que la signification de l'écriture à virgule est bien installée.

Hors TD, déposé sur l'ENT, des exercices complémentaires et un sujet de synthèse (modèle concours mais sur le thème).

Scénario 2 – Fractions et décimaux- Cours magistral (2h) puis TD1 (2h) et TD2 (2h)

Cours Magistral

1- Nécessité de construire de nouveaux nombres (évocation de la mesure des bandes et vidéo ESPE La Réunion)
2 - Rationnels et décimaux du point de vue mathématique
3 - Historique de l'enseignement des décimaux
4 - Des compétences à acquérir à l'école
5 - Des erreurs prototypiques
6 - Propositions pour l'enseignement
7 - Analyses de productions élèves, évaluation nationale
8 - Deux approches différentes à partir de manuels scolaires
9 – Bibliographie

TD1 : Entiers, fractions et décimaux - nature des nombres et relation entre les différentes écritures

Exercice 1 : différents types de nombres.

Dans les QCM suivants, identifier les réponses correctes et justifier les choix réalisés.

Le nombre 1/7 est : A. égal à 0,14285714. B. irrationnel. C. supérieur à 0,142857143 D. égal à 0,1 au centième près. E. supérieur à 0,1428571	On note N = 147/75. Alors : A. N est un nombre décimal. B. N = 1+9/10+6/100. C. N = 19+6/10. D. N = 1470/7500. E. N n'est pas un nombre rationnel.
On note N = 0.454545... (la période 45 se répète indéfiniment). Alors : A. N = 5/11. B. Le nombre N est une fraction. C. Le nombre N est décimal. D. Le nombre 0,45 est une approximation de N au centième près par excès. E. N = 25/55.	Quelles sont les égalités correctes dans la liste suivante ? A : pi = 3.1415 B : 2/3 = 0,666 C : 25/8 = 3,125 D : 30/50 = 0,6 E : 0.49999 = 0,5

Exercice 2 : Dans chacun des cas suivants, comparer les deux nombres.

1. $\frac{56}{41}$ et $\frac{39}{87}$; $\frac{32}{55}$ et $\frac{78}{51}$; $\frac{47}{32}$ et $\frac{53}{53}$; $\frac{47}{46}$ et $\frac{46}{47}$
2. $\frac{45}{17}$ et $\frac{36}{17}$; $\frac{8}{15}$ et $\frac{8}{17}$; $\frac{141}{128}$ et $\frac{141}{130}$;.
3. $\frac{21}{18}$ et $\frac{25}{30}$; $\frac{96}{36}$ et $\frac{65}{15}$; $\frac{49}{28}$ et $\frac{63}{36}$;
4. $\frac{13}{8}$ et $\frac{11}{7}$; $\frac{17}{30}$ et $\frac{26}{45}$; $\frac{21}{40}$ et $\frac{33}{64}$;

Exercice 3 : Annales COPIRELEM 2009

1. On a demandé à un élève de donner huit nombres décimaux.
   Il propose les nombres suivants :

$$5 \quad \frac{1}{6} \quad 0 \quad \frac{2}{5} \quad 0{,}25 \quad \frac{7}{21} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{3}{12}$$

Qu'en pensez-vous ? Justifiez votre réponse.

2. ***a*** et ***b*** sont deux nombres entiers naturels vérifiant : $1 \leq a \leq 5$ $1 \leq b \leq 5$
   Trouvez tous les nombres décimaux qui peuvent s'écrire sous la forme ***a/b.***

Exercice 4 :

1. Soit ***a*** = $2,\overline{3}$. On cherche une écriture fractionnaire du nombre a.

a) Donner l'écriture décimale de ***10a***.

b) En déduire l'écriture décimale de ***9a***.

c) En déduire une écriture fractionnaire de a.

2. Par une méthode analogue donner une écriture fractionnaire de :

$b=0,\overline{81}$ et $c=2,\overline{230769}$

3. Énoncer une méthode générale pour retrouver une écriture fractionnaire d'un nombre rationnel connaissant son écriture décimale.

Exercice 5 :

On considère le rationnel dont l'écriture à virgule est $r=2,370$ la période étant 370. Écrire ce rationnel sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 6: Aix 2002

1) Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il est décimal ou non décimal et justifier votre réponse :

$\frac{17}{8}$ $\frac{8}{17}$ $\frac{2794}{55}$ $\frac{1096}{152}$

2) Olivier a constaté que, pour tout nombre à trois chiffres qui s'écrit abc en base 10, si b = a + c alors le nombre est divisible par 11. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Exercice 7: Nice 1998

Ecrire un entier à la place du point pour que l'écriture fractionnaire désigne :

Un nombre naturel	Un nombre non naturel	Un rationnel non décimal
$\frac{\ldots}{85}$	$\frac{\ldots}{85}$	$\frac{\ldots}{85}$
$\frac{85}{\ldots}$	$\frac{85}{\ldots}$	$\frac{85}{\ldots}$

Exercice 8:

On considère deux nombres : $\frac{56}{175}$ et $\frac{11}{35}$

a) Sont-ils des nombres décimaux ?

b) Comparer ces deux nombres.

c) Trouver un nombre décimal strictement compris entre ces deux nombres.

d) Trouver une fraction qui ne soit pas un nombre décimal, strictement comprise entre ces deux nombres.

TD 2 : Analyse de productions d'élèves - avec erreurs prototypiques

A - D'après CERPE (2008)

1. Pour chacun des trois exercices 13, 15 et 26, identifier de façon précise la capacité qu'il permet d'évaluer.

2. Identifier le type d'erreur effectué par cet élève en analysant ses réponses.

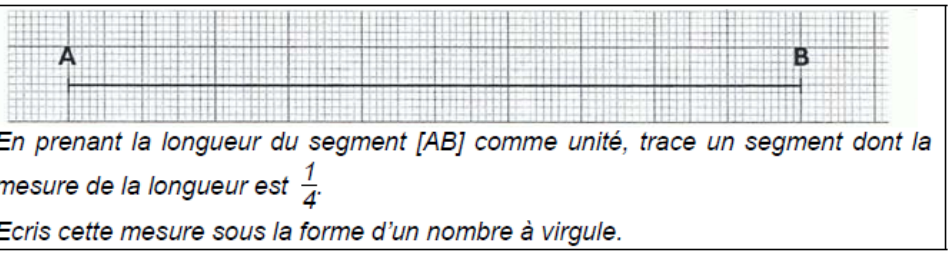
Formuler deux hypothèses sur le mode opératoire utilisé par l'élève dans l'exercice 15.

3. Il est fréquent d'utiliser un tableau de numération (exemple ci-dessous) pour aider les élèves à effectuer des exercices tels que les exercices 13, 15 et 26.

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes

Donner un avantage et un inconvénient liés à l'utilisation d'un tel tableau.

4. Un maître de CM2 a proposé l'exercice suivant à ses élèves. Le segment [AB] tracé sur papier millimétré a pour longueur 1dm :

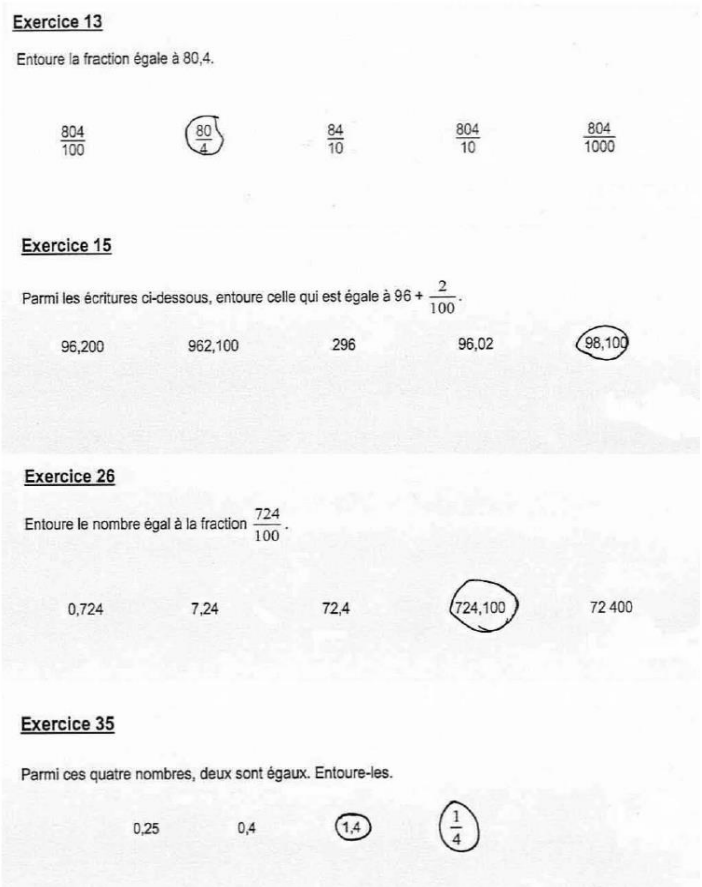


En prenant la longueur du segment [AB] comme unité, trace un segment dont la mesure de la longueur est $\frac{1}{4}$.

Ecris cette mesure sous la forme d'un nombre à virgule.

a) En s'appuyant sur les programmes de cycle 3, identifier la connaissance relative à cet exercice.

b) Décrire une procédure qu'un élève de cycle 3 peut mettre en oeuvre pour :
- tracer le segment attendu,
- écrire sa mesure sous forme décimale.



Exercice 13

Entoure la fraction égale à 80,4.

$\frac{804}{100}$ $\frac{80}{4}$ $\frac{84}{10}$ $\frac{804}{10}$ $\frac{804}{1000}$

Exercice 15

Parmi les écritures ci-dessous, entoure celle qui est égale à $96 + \frac{2}{100}$.

96,200 962,100 296 96,02 98,100

Exercice 26

Entoure le nombre égal à la fraction $\frac{724}{100}$.

0,724 7,24 72,4 724,100 72 400

Exercice 35

Parmi ces quatre nombres, deux sont égaux. Entoure-les.

0,25 0,4 1,4 $\frac{1}{4}$

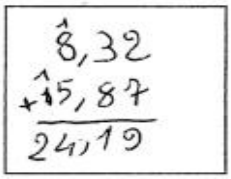
B- D'après CERPE (Grenoble 2005)

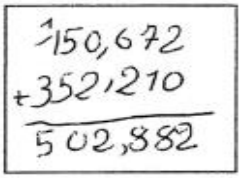
Voici l'énoncé d'un exercice posé à des élèves de fin de cycle 3 :

Pose et effectue dans les cadres les opérations : a) 8,32 + 15,87 b) 15,672 + 352,21

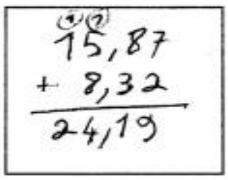
Les productions de six élèves sont reproduites ci-contre.

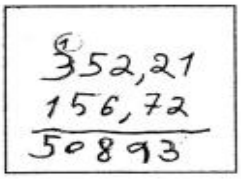
Jonathan



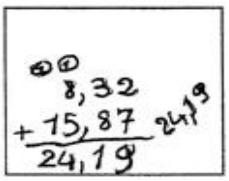


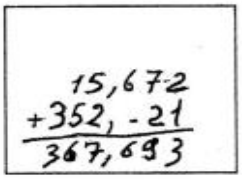
Alexandra





Sylvain





1) La question ***a*** est nettement mieux réussie que la question ***b***. Seul un enfant a réussi la question ***b***. Pourquoi les erreurs à cette question sont-elles si fréquentes ?

2) Parmi les productions de Jonathan, d'Alexandra, de Sylvain, d'Anthony et d'Hichem à la question ***a***, une seule écriture mathématique est fausse. Laquelle ? Commentez la démarche de cet élève.

3) Comparez les différents usages du chiffre 0 à la question ***b*** dans les productions d'Hichem et de Jonathan.

4) En ce qui concerne la question ***b***, comparez les erreurs commises par Sylvain, Anthony et Thibaut.

5) Commentez le mauvais usage de la virgule fait par Alexandra.

6) En ce qui concerne la question ***a***, quel obstacle dans l'apprentissage des nombres décimaux peut expliquer l'erreur de Thibaut ?

C - D'après CERPE (Créteil 1999)

Les annexes 1 et 2 présentent des situations introductives à la comparaison des nombres décimaux.

1) Expliquez comment les seules règles de comparaison sur les nombres entiers peuvent permettre à un élève de donner une réponse juste dans la situation de l'annexe 2.

2) a) Dans les annexes 1 et 2 quelles sont les variables susceptibles d'avoir un effet sur les réussites et les procédures des élèves ?

b) Dans l'annexe 1, expliquez en quoi les choix des variables font que les règles de comparaison sur les nombres entiers évoquées dans la question 1) ne suffisent pas.

3) Quelle est l'activité qui vous paraît le mieux adaptée pour une situation introductive pour la comparaison des nombres décimaux ? Justifiez votre réponse.

4) Dans la mise en oeuvre de la situation 1, comment le maître peut-il aider les élèves dans leur recherche ?

5) Les annexes 3 et 4 présentent plusieurs méthodes pour comparer les nombres décimaux.

Quelles critiques pouvez-vous en faire ?

Quelle règle proposeriez-vous à vos élèves ?

6) On considère l'exercice suivant :

Trouvez un nombre compris entre 8,4 et 8,7

un nombre compris entre 10,1 et 10,2

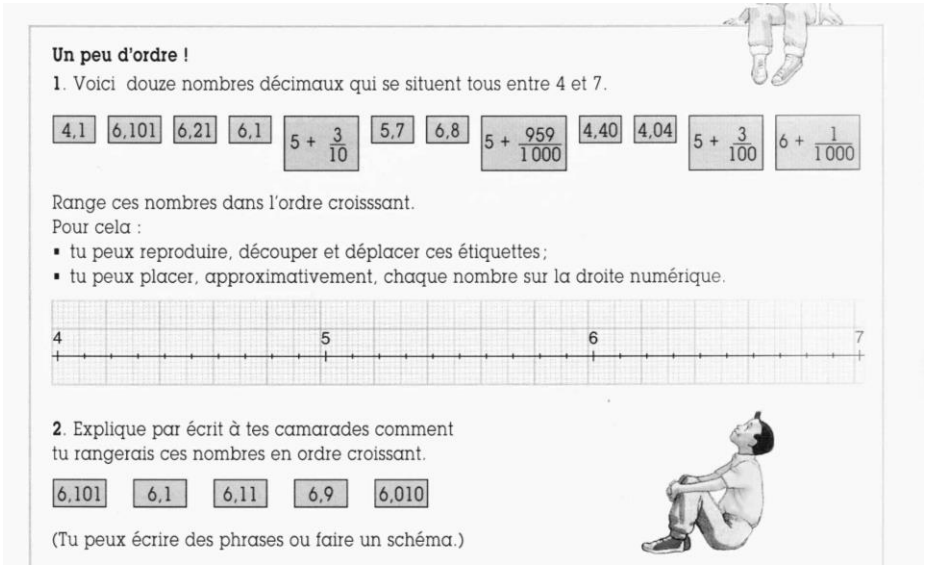
un nombre compris entre 25 et 25,1

un nombre compris entre et 7 et 7,01.

a) Quelle propriété de l'ensemble des nombres décimaux ce type d'exercices permet il de travailler ?

b) Expliquez pourquoi le choix des valeurs est important dans ce type d'exercice.

Annexe 1



Un peu d'ordre !

1. Voici douze nombres décimaux qui se situent tous entre 4 et 7.

4,1	6,101	6,21	6,1	$5+\frac{3}{10}$	5,7	6,8	$5+\frac{959}{1\,000}$	4,40	4,04	$5+\frac{3}{100}$	$6+\frac{1}{1\,000}$

Range ces nombres dans l'ordre croisssant.
Pour cela :
- tu peux reproduire, découper et déplacer ces étiquettes ;
- tu peux placer, approximativement, chaque nombre sur la droite numérique.

2. Explique par écrit à tes camarades comment tu rangerais ces nombres en ordre croissant.

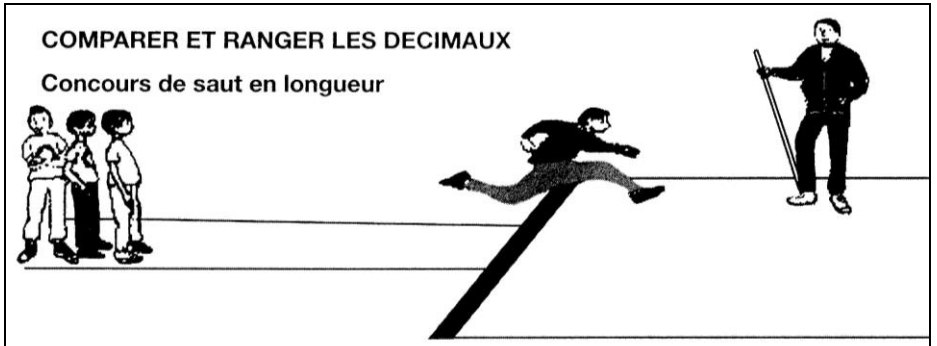
6,101	6,1	6,11	6,9	6,010

(Tu peux écrire des phrases ou faire un schéma.)

Annexe 2

COMPARER ET RANGER LES DECIMAUX

Concours de saut en longueur



	GUILLAUME	JOHAN	ALBAN	BERTRAND
1er essai	2,80 m	2,75 m	2,35 m	3,14 m
2e essai	3,21 m	3,08 m	1,95 m	3,25 m
3e essai	2,05 m	3,22 m	2,50 m	3,42 m
4e essai	3,19 m	3 m	2,58 m	2,79 m

a) Relève la meilleure performance de chaque enfant.
b) Donne le résultat du concours en rangeant les enfants du 1er au 4e.

Scénario 3 – Fractions et décimaux- TD1 (2h) - Cours magistral (2h) - TD2 (2h)

TD1

- **Situation d'homologie**: situation de communication pour mesurer une longueur de segment à l'aide d'une bande unité (1h)- Travail sur les différentes expressions (4,5 ou 4 et un demi, 4 + ½ , 9/2) et analyse des situations de communications
- Construction de règles graduées pour mesurer des longueurs à l'aide de fractions : concevoir des fractions >1, faire apparaître les équivalences d'écritures, l'usage du guide âne.
- Relever les représentations des étudiants concernant la définition d'un nombre décimal : « S***ur une feuille, écrivez ce qui pour vous définit un nombre décimal ».***

Travail hors TD: *aller visionner la vidéo sur le mesurage de bandes – ESPE la Réunion- accompagnée de questions sur l'adaptation de la situation d'homologie vécue, quelles variables, les différentes phases)*

CM Contenus identiques au CM du scénario 2 : *le CM est déposé sur l'ENT avant la date du CM*

1- Nécessité de construire de nouveaux nombres (évocation de la mesure des bandes réalisée en TD1)

2 - Rationnels et décimaux du point de vue mathématique (retour sur les représentations des étudiants lors du TD1

3 - Historique de l'enseignement des décimaux

4 - Des compétences à acquérir à l'école

5 - Des erreurs prototypiques

6 - Propositions pour l'enseignement

7 - Analyses de productions élèves, évaluation nationale

8 – Bibliographie

Travail hors CM *: fiche d'exercices pour travailler les contenus mathématiques de reconnaissance de la nature de nombres, les irrationnels,…. La fiche peut être le début du TD1 du scénario 2 complété par un travail historique sur les fractions égyptiennes et l'œil d'Oudjat.*

TD2

Reprise de certains exercices clés de la fiche (un corrigé est fourni sur l'ENT en suivant) ex4, ex7 et la partie

Analyse de productions d'élèves sur les erreurs prototypiques de comparaison de décimaux, de calcul avec des nombres décimaux.

Analyse didactique de deux ou trois situations pour introduire la comparaison de décimaux dans des manuels. Produire une proposition de règles pour comparer deux nombres décimaux.

Travail hors TD*: relever dans deux manuels de CM1 et CM2 la progression de l'enseignement des fractions et des décimaux. Relever les définitions et règles proposées concernant les décimaux dans ces manuels. Travail à réaliser par deux et à déposer sur l'ENT. 15 min seront prises au TD suivant pour une synthèse de ce travail. Des Fiche exercices sur les analyses de productions d'élèves, corrigé fournis une semaine plus tard.*

Des sujets de CRPE, sont déposés sur l'ENT avec les corrigés.

Annexe 2 Affiches des participants

Groupe 1 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
Étudiant	**Scénario 1 :** Résolution de problèmes en appui sur le sens de TD Co-construction en partant de ses connaissances avec une ouverture du champ des utilisations des TD Vivent une situation transposable en classe Remise à niveau avec des apports Des liens entre savoirs didactiques et disciplinaires **Scénario 2 :** Rassurant dans l'optique d'une préparation au concours **Scénario 3 :** CM vient comme synthèse d'une réelle situation de communication transposable et analysée Travail hors TD : chacun peut travailler à son rythme	Pas d'exploitation de l'inventaire des conceptions initiales Transposition trop implicite Morcellement Non prise en compte de ses connaissances initiales Non construction du sens et application directe d'un cours Rupture entre les apports théoriques et les questions d'enseignement Beaucoup de travail hors TD, CM (peu rassurant pour les étudiants en difficultés en maths)
Formateur	**Scénario 1 :** Prise en compte des conceptions initiales des étudiants Construction du sens des TD (dimension épistémologique) Liens avec les nombres décimaux, fractions, entiers **Scénario 2 :** Préparation plus lourde Un CM a mis à disposition toutes les connaissances disciplinaires Plus confortable dans la gestion par n'importe quel formateur **Scénario 3 :** Situation d'homologie permet l'émergence des conceptions initiales Construction du sens	Articulation délicate Synthèses précises et ciblées Remise à niveau mais sans perspective de transposition Gestion du temps avec le calendrier entre les 2 TD et le CM Peu de lien entre les savoirs disciplinaires et didactiques (travail hors TD)

Groupe 2 :

	scénarios		
Caractérisations	1	2	3
Situations d'homologie	X		X A TD1
Analyse mathématique émergence savoirs maths et épistémo	X		X B TD1
Analyse didactique émergence savoirs didactiques	X		X C TD1
Question de la transposition		TD2 C	En autonomie
Institutionnalisation Savoirs maths et épistémo Savoirs didactiques	Au fur et à mesure, maillage	X CM 1	D (CM)
Exercices d'application maths et didactiques		TD1-TD2	E TD2
À la charge des étudiants ENT	oui	rien	oui

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
Étudiant	**<u>Scénario 1</u> :** Peut remettre en question (et reconstruire) ses conceptions **<u>Scénario 2</u> :** Aucun travail personnel **<u>Scénario 3</u> :** Actif dans analyse de situation Émergence de connaissances maths et didactiques Un travail important	Si trop de lacunes, il se perd Peu de temps pour réfléchir En autonomie (sujets CRPE)
Formateur	**<u>Scénario 1</u> :** Articulation entre les connaissances **<u>Scénario 2</u> :** Peu de TD **<u>Scénario 3</u> :** CM institutionnalisation suite au TD1	Quel contrôle sur les apprentissages ? (à partir des conceptions des étudiants) CM dense

Groupe 3 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
Étudiant	**Scénario 1 :** Possibilité de familiarisation avec la notion avant de commencer **Scénario 2 :** CM rassurant Bonne préparation au CRPE **Scénario 3 :** Autonomie Situation d'homologie qui motive et problématise le cours magistral Un bloc de CM Programmes travaillés	Ordre de présentation (décimaux puis fractions) contraire au programme Non problématisation par une situation concrète Pas de travail sur le programme Grosse charge de travail
Formateur	**Scénario 1 :** Temps 4h Déconstruction des conceptions rigides des étudiants Dynamique dans les TD **Scénario 2 :** CM rassurant **Scénario 3 :** CM mieux placé Un bloc pratique	Diaporama fractionné : manque de vue d'ensemble Contenu intense pour 2h de TD et CM Institutionnalisation des aspects didactiques avant le TD

LA DISTRIBUTIVITÉ : QUEL(S) SAVOIR(S) ET CONNAISSANCES POUR ENSEIGNER LA MULTIPLICATION À L'ÉCOLE PRIMAIRE ?

Céline CONSTANTIN
ESPE, Faculté d'Education de l'Université de Montpellier
Laboratoire I2M, Aix-Marseille Université
Celine.constantin@umontpellier.fr

Résumé
Si elle est formalisée dans le cadre du calcul algébrique au collège, la propriété de distributivité est présente bien en amont, de manière implicite, dans diverses pratiques de calcul liées à l'enseignement de la multiplication dès l'école primaire. Ces connaissances numériques anciennes sont pourtant peu prises en compte au collège. Nous proposons dès lors de conduire une réflexion sur les réorganisations de savoirs autour de la distributivité comme enjeu de formation pour les futurs professeurs des écoles. Dans l'atelier, nous avons proposé aux participants d'étudier des données issues de réponses d'étudiants en première année de master MEEF premier degré soumis à un questionnaire afin d'interroger leurs connaissances mathématiques et didactiques : quelles sont les connaissances et les savoirs sur la distributivité de ces étudiants dans différents cadres, à la fois algébrique et numérique ? Comment interagissent ces connaissances et savoirs dans différents contextes liés à la préparation du concours du CRPE et/ou relativement aux pratiques d'enseignement de la multiplication à l'école ?
Une autre problématique en lien avec ces questions et d'autres travaux est également abordée et discutée : quel discours mathématique tenir sur des pratiques de calcul numérique (mental ou posé) relatives à l'enseignement de la multiplication à l'école, qui mobilisent implicitement la propriété de distributivité ?

L'atelier dont ce texte rend compte s'est déroulé en trois temps. Il s'est appuyé sur les résultats d'une recherche antérieure (Constantin, 2014) et sur ceux d'une recherche en cours quant à l'articulation de savoirs numériques et algébriques attenants à la propriété de distributivité et à ses usages pour l'enseignement de la multiplication à l'école primaire.

La première partie de l'atelier a consisté à analyser des extraits de manuels de l'école primaire sur le calcul mental et posé de multiplications, afin de caractériser le fonctionnement implicite de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou à la soustraction à ce niveau d'enseignement. La mise en regard de ces analyses avec certains résultats de nos propres travaux quant à la faible prise en compte des connaissances numériques anciennes au collège, où la distributivité devient un savoir officiel d'enseignement, ont amené à questionner l'articulation entre ces deux aspects de la distributivité du point de vue des mathématiques à enseigner et enseignées à l'école primaire : comment la distributivité est-elle mise en œuvre dans l'enseignement de la multiplication, et comment les savoirs dans le cadre algébrique peuvent-ils se constituer comme savoirs implicites en arrière-plan des savoirs numériques à enseigner ?

Dans un deuxième temps, les participants ont analysé un questionnaire et des extraits de réponses d'étudiants en première année de Master MEEF afin d'interroger les liens entre leurs connaissances sur le calcul algébrique, objet d'évaluation dans le Concours de Recrutement des Professeurs des Ecoles, et sur des savoirs numériques propres liés à l'enseignement de la multiplication à l'école primaire.

Dans une dernière partie, s'est engagée une réflexion collective sur les savoirs implicites liés à la distributivité en arrière-plan des techniques de calcul mental ou posé, en lien avec les savoirs sur la multiplication à enseigner à l'école primaire, en interrogeant de plus la nature du discours qui pourrait être tenu dans la classe à ce propos.

I LA PROPRIÉTÉ DE DISTRIBUTIVITÉ DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA MULTIPLICATION À L'ÉCOLE PRIMAIRE ET SON DEVENIR AU COLLÈGE

Nous avons débuté l'atelier par une brève analyse des programmes afin de déterminer la place de la propriété de distributivité dans les savoirs à enseigner.

Ainsi, dans les programmes de 2008, la propriété de distributivité devient un objet de savoir explicite en classe de 5ème. Elle est formalisée à l'aide des deux égalités algébriques « $k(a+b)=ka+kb$ » et « $k(a-b)=ka-kb$ » renvoyant à des identités à la quantification implicite. Ce double formalisme de la distributivité simple de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction s'explique notamment par le fait que la multiplication sur les nombres relatifs ne sera à l'étude qu'en classe de 4ème. Dans les programmes de 2015 qui entrent en vigueur en septembre 2016, même si un tel formalisme algébrique n'apparaît pas, les repères de progressivité placent en 4ème le développement et la factorisation d'expressions algébriques.

Néanmoins, la propriété de distributivité fonctionne de manière implicite dans l'enseignement et l'apprentissage de la multiplication dès l'école primaire au travers de pratiques numériques de calcul mental et posé. Les documents d'accompagnement des programmes de 2008 comme les nouveaux programmes de 2015 attestent de cet attendu. Dans la rubrique intitulée « Calcul mental », les exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève mentionnent dès le cycle 2 qu'il s'agit d' « utiliser les propriétés des opérations, y compris *celles du type* $5\times12=5\times10+5\times2$ ». De même, dans la rubrique intitulée « Calcul posé », il est précisé que « l'apprentissage des techniques opératoires posées (addition, soustraction, multiplication) se fait en lien avec la numération et les propriétés des opérations ». On retrouve des indications semblables pour le cycle 3.

Nous avons donc proposé aux participants de chercher à caractériser des pratiques numériques engageant possiblement l'utilisation de la distributivité dans l'enseignement de la multiplication à l'école primaire, et de façon concomitante, les différentes formes de savoir associées à cet usage.

Pour ce faire, l'atelier s'est poursuivi par une analyse d'extraits de manuels de primaire. La consigne donnée était de chercher dans les occasions d'emploi de la propriété de distributivité, différentes formes possibles de ce savoir en jeu correspondant à des oscillations ou des adaptations de techniques dans différents contextes d'utilisation.

1 La propriété de distributivité dans le calcul posé de multiplication

Après discussion avec les participants, nous avons retrouvé les résultats issus de nos propres travaux montrant que la technique de la multiplication posée pouvait s'appuyer sur une certaine diversité des formes implicitement à l'œuvre dans l'utilisation de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Il s'agit par exemple d'une forme dite simple à l'occasion de multiplications par un nombre à un seul chiffre comme dans le calcul 57×6. La technique consiste *a priori* à décomposer 57 sous la forme de la somme $7+50$ puis à multiplier 7 par 6 et 50 par 6 avant d'ajouter les produits. Nous avons noté de ce point de vue que le facteur décomposé est celui qui est écrit en haut de la multiplication posée. Implicitement il s'agit donc d'utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition à droite, ce que l'on pourrait formaliser de la manière suivante : $(7 + 50) \times 6 = 7 \times 6 + 50 \times 6$.

L'extrait suivant nous a amené à observer l'existence d'autres formes associées à l'utilisation de distributivité dans certains manuels.
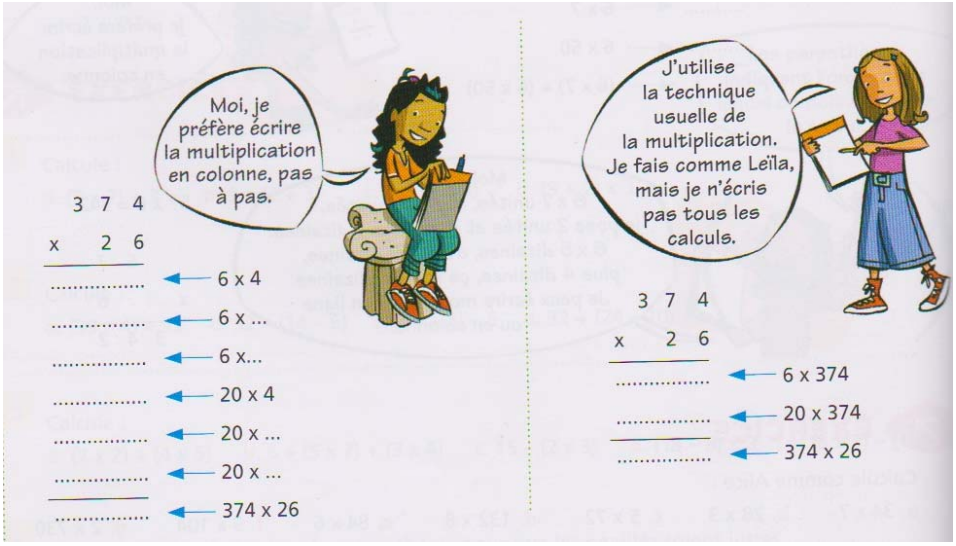


Figure 1 : Extrait du manuel Euro Maths CM1 (2009, p. 65)

Les techniques opératoires présentées ici reposent sur une utilisation implicite de la distributivité que l'on pourrait détailler selon : $(4+70+300)\times(6+20)=(6\times4)+(6\times70)+(6\times300)+(20\times4)+(20\times70)+(20\times300)$

et $374\times(6+20)=(374\times6)+(374\times20)$.

Il s'agit d'une part d'une forme double de distributivité avec une décomposition d'un facteur sous la forme d'une somme de trois termes, et d'autre part d'une distributivité simple à gauche.

2 La propriété de distributivité dans le calcul mental de produits

On observe une grande diversité potentielle dans les formes de savoirs mobilisées implicitement par les différents spécimens proposés dans certains manuels de primaire.

Ainsi les exercices suivants engagent-ils des décompositions du facteur écrit à gauche et l'utilisation implicite de la distributivité avec des sommes de deux termes ou de trois termes.

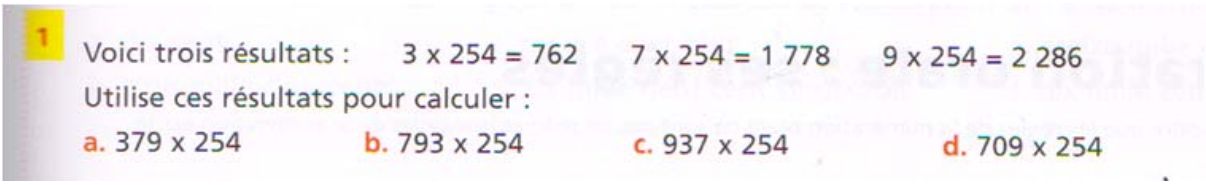


Figure 2 : Extrait du manuel Euro Maths CM1 (2009, p. 65)

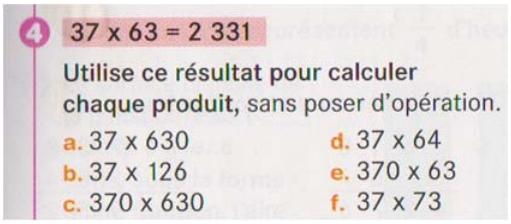
Le calcul de 937×254 peut se faire en appui sur l'égalité :

$(900+30+7)\times254=(900\times254)+(30\times254)+(7\times254)$,

tandis que celui de 709×254 repose sur l'égalité $(700+9)\times254=(700\times254)+(9\times254)$ [1].

[1] Notons que les calculs des produits partiels relèvent alors de l'associativité de la multiplication pour multiplier les produits donnés par l'énoncé par 10 ou 100 en appui sur la règle des zéros par exemple.

Certains manuels donnent à voir des occasions de se confronter à des décompositions non canoniques (c'est-à-dire qui ne correspondent par à une écriture additive du type unités + dizaines + centaines par exemple en lien avec la numération décimale) :


4 37 x 63 = 2 331

Utilise ce résultat pour calculer chaque produit, sans poser d'opération.

a. 37 x 630 d. 37 x 64
b. 37 x 126 e. 370 x 63
c. 370 x 630 f. 37 x 73

Figure 3: Extrait du manuel Cap Maths CM2 (2010, p. 17)

Le calcul f. demande ainsi de décomposer 73 sous la forme $63+10$, avant d'ajouter le produit 37×63, qui est donné, avec 37×10 que l'on peut évaluer mentalement.

La question de l'utilisation implicite de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition a été soulevée par les participants pour certains calculs comme 15×11 ou encore 13×19. En effet, s'agit-il de multiplier 15 par 10 puis d'ajouter 15 ou de multiplier 15 par 10 puis d'ajouter 15×1 ? De même pour 13×19, après avoir multiplié 13 par 20, soustrait-on 13 ou 13×1? Dans les deux exemples, les premiers calculs renvoient davantage à des savoirs liés à la définition de la multiplication par addition itérée (et à l'associativité de l'addition), tandis que pour les seconds, le produit par 1 serait plutôt soutenu par des savoirs liés à la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

Nous notons de plus que les décompositions dans le calcul mental peuvent être issues de choix à opérer en fonction des nombres en jeu, et ne pas correspondre systématiquement à une décomposition canonique des nombres décimaux.

Nous concluons avec les participants qu'il peut exister en primaire une certaine diversité dans l'utilisation de la propriété de distributivité dans l'enseignement et l'apprentissage de la multiplication. Les participants mettent en avant l'existence d'éléments liés aux propriétés de la numération décimale de position qui viennent se conjuguer dans la mise en œuvre des techniques de calcul de produits. Nous soulignons de plus l'une des caractéristiques de l'utilisation de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans les techniques de calcul mental : elle peut n'être que l'une des propriétés engagées lors d'une étape de calcul, parmi bien d'autres (associativité, commutativité, propriétés liés à la numération décimale, ou connaissances sur les nombres en appui sur des résultats mémorisés par exemple).

Nous avons poursuivi cet atelier en proposant de mettre en regard ces analyses avec des résultats issus de nos propres travaux de recherche (Constantin, 2014) quant à la prise en compte de ces connaissances de primaire liées au calcul mental ou posé de multiplication au moment de l'introduction de la distributivité comme savoir officiel d'enseignement au collège. Il s'agit pour nous d'interroger les savoirs à enseigner et enseignés au moment du passage de l'utilisation implicite de la distributivité à la mise au jour et à l'étude de la propriété au collège.

3 Devenir de ces connaissances numériques au collège

L'un des résultats de notre étude (Constantin, 2014) concerne la prégnance d'un facteur égal à 1 dans les produits partiels des spécimens proposés par les manuels de collège pour le calcul mental de produits. Les multiplications données à effectuer sont par exemple des produits par 11, par 21, par 1001, ou par 19, c'est-à-dire par des nombres dont les décompositions sous forme de somme ou de différence conduisent à des écritures du type $a \pm 1$ où a est le produit d'un entier non nul par une puissance de 10 différente de 1. Dans

ce cas, l'on peut envisager deux techniques possibles. Par exemple, pour effectuer 54×11 on peut envisager d'exécuter $(54 \times 10) + (54 \times 1)$ ou $(54 \times 10) + 54$. La première technique mobilise implicitement la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, tandis que la seconde repose plutôt sur l'utilisation de l'addition itérée et de la définition de la multiplication sur les entiers avec un regroupement des dix premiers termes : (54 + 54 + 54 + 54 + 54 + 54 + 54 + 54 + 54 + 54) + 54. Or la première technique demande de penser et d'effectuer un produit par 1 supplémentaire par rapport à la technique reposant sur $(54 \times 10) + 54$. On peut dès lors questionner ce choix qui semble moins propice à l'émergence de la distributivité. Ces produits induisant un facteur égal à 1 sont très majoritaires au moment de l'introduction de la distributivité en 5e, quelle que soit l'importance accordée aux tâches calculatoires dans les manuels (une grande variété existe de ce point de vue).

On observe également des ruptures possibles en 6ème quant aux occasions d'emploi de la distributivité offertes par les manuels par rapport au primaire. Ainsi le manuel Phare (2009), parmi les 24 exercices consacrés au calcul mental de produits dans le chapitre correspondant à la multiplication, ne propose que 4 exercices dont les nombres en jeu pourraient y conduire. Ils sont cependant précédés de l'exemple suivant : $23 \times 9 = (23 \times 10) - 23 = 230 - 23 = 207$. Cette technique repose sur la définition d'un produit par addition itérée avec regroupement de termes, plutôt que sur l'utilisation de la distributivité par rapport à la soustraction. Ainsi la place occupée par la propriété de distributivité est-elle dans ce manuel extrêmement réduite, voire inexistante. Ce n'est pas le cas de tous les manuels. Par exemple dans le manuel de 6e Transmath (2013), 5 exercices sur 19 montrent des occasions possibles d'emploi de la distributivité avec des produits comme 35×12 à calculer mentalement dans le chapitre Multiplications. Toutefois, on n'observe aucune occasion de décomposition en une somme de trois termes, ou en une somme non canonique. Les deux manuels donnent à voir des savoirs à enseigner différents, en accord avec le caractère implicite de l'utilisation de la distributivité dans le sens où elle n'est pas encore un savoir officiel d'enseignement. On peut donc supposer que son existence et le nombre d'occasions d'emploi pour le calcul mental puissent s'avérer très différents d'une classe à l'autre, selon les pratiques enseignantes. La richesse potentielle que l'on peut observer dans certains manuels de primaire dans les différents usages de la distributivité ne se retrouve ainsi pas dans les manuels de 6e ou de 5e.

La distributivité semble également avoir une place plus restreinte en 6e par rapport au primaire pour soutenir les techniques de calcul posé de produits.

Les spécimens de multiplications données à poser relèvent essentiellement de produits de nombres décimaux non entiers, et les discours se centrent davantage sur les éléments liés à la numération en insistant sur la place de la virgule, ou en colorant en rouge l'écriture des zéros, voire ne mentionnent plus les produits partiels. C'est le cas par exemple des manuels Phare (2009) ou Triangle (2009), dont les choix de formalismes tendent à notre sens à masquer plus encore l'utilisation implicite de la distributivité et les produits partiels afférents par l'emploi de points plutôt que de zéros pour écrire les résultats intermédiaires :

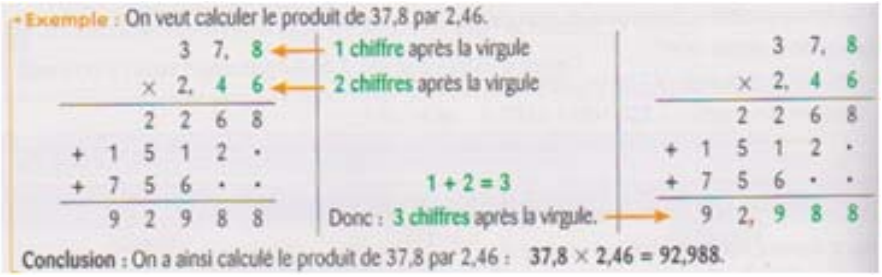


Figure 4: Extrait du manuel Phare 6e (2009, p.62)

Au moment de l'introduction de la propriété de distributivité comme savoir officiel d'enseignement (en 5e) aucun des six manuels analysés ne propose de se saisir des connaissances anciennes liées à la multiplication posée.

Les analyses que nous avons conduites (Constantin, 2014) montrent que l'articulation de connaissances anciennes du primaire autour de la distributivité se révèle être un enjeu d'enseignement faiblement exploré au collège ou présentant de multiples incomplétudes. Nous faisons alors l'hypothèse que les recompositions entre calcul mental et calcul posé, et au-delà entre numérique et algébrique puissent ne pas être réalisées. Ces constats nous ont amenée à questionner ces recompositions du point de vue de la formation des professeurs des écoles à un moment où un rapprochement entre les pratiques algébriques du collège (pour le concours du CRPE) et les pratiques numériques de primaire (calcul mental et posé de multiplication à enseigner) peut s'organiser.

Nous nous sommes donc intéressée à la première année de master MEEF premier degré où les différents points de vue sur la distributivité dans le cadre numérique et algébrique peuvent se rencontrer et s'articuler.

Nous avons poursuivi cet atelier en proposant de conduire une réflexion sur les réorganisations de savoirs autour de la distributivité comme enjeu de formation pour les futurs professeurs des écoles.

Pour cela, nous avons proposé aux participants d'étudier des données issues de réponses d'étudiants soumis à un questionnaire visant à interroger leurs connaissances mathématiques et didactiques sur la distributivité à la fois dans les cadres algébrique et numérique et ce, en lien avec l'enseignement de la multiplication au cycle 3.

Quelles sont les connaissances et les savoirs sur la distributivité de ces étudiants dans les cadres algébrique et numérique ? Comment interagissent ces connaissances et savoirs dans différents contextes liés à la préparation du concours du CRPE et/ou relativement aux pratiques d'enseignement de la multiplication à l'école ?

II - ARTICULATIONS ENTRE DES SAVOIRS NUMÉRIQUES POUR L'ENSEIGNEMENT DE LA MULTIPLICATION ET DES CONNAISSANCES SUR LE CALCUL ALGÉBRIQUE

Dans ce deuxième temps, nous avons brièvement présenté aux participants le questionnaire proposé. Une première partie « didactique » propose des analyses de tâches et d'extraits de manuels de CM2 relatifs à l'enseignement de la multiplication posée et au calcul mental de produits. Une deuxième partie « mathématique » propose un certain nombre de multiplications à effectuer mentalement, avant de demander une écriture en ligne qui formalise la technique de multiplication posée à partir d'un exemple. Une dernière partie « mathématique » est constituée d'expressions algébriques à développer ou à factoriser d'une part, et d'autre part d'égalités algébriques dont la véracité est à examiner.

Le questionnaire a été soumis à une cohorte de 19 étudiants de M1 en décembre 2015.

Nous avons demandé aux participants en travaillant par groupes de 2 ou 3 d'évaluer *a priori* les difficultés potentielles au regard des consignes données et des tâches mathématiques convoquant la propriété de distributivité. Il s'agissait également de caractériser les connaissances mathématiques et didactiques en jeu dans les calculs proposés dans le questionnaire ou les extraits de manuels donnés à analyser. Cela a été l'occasion de s'approprier les extraits du questionnaire pour lesquels nous avons proposé par la suite des réponses d'étudiants à analyser.

Notons ici qu'il ne s'agit pas d'évaluer la formation reçue par les étudiants, mais de chercher à déterminer d'une part la manière dont une articulation entre différentes connaissances numériques et algébriques peut se construire pour des étudiants confrontés à une occasion de reconstruction. D'autre part, il s'agit de

chercher à déterminer des difficultés potentielles voire des obstacles à lever pour ce faire à un moment où un rapprochement entre les connaissances algébriques du collège (pour le concours) et les connaissances numériques du primaire est possible en lien avec l'identification de connaissances pour l'enseignement de la multiplication.

Nous souhaitions ainsi proposer aux participants de conduire une réflexion sur les réorganisations de savoirs autour de la distributivité comme enjeu de formation pour les futurs professeurs des écoles en appui sur les données recueillies et les questions qu'elles soulèvent.

1 Éléments d'analyse d'extraits du questionnaire

Nous proposons ici des éléments d'analyse du questionnaire mis en avant par les participants et qui recoupent les analyses que nous avons pu faire dans le cadre de notre recherche. La première partie vise à déterminer si la distributivité est identifiée comme un savoir fonctionnant implicitement dans les techniques de calcul mental, et comment, en l'absence de formalisme disponible à ce niveau d'enseignement, elle peut se manifester au travers d'un discours envisagé pour la classe.

Ainsi, la première partie du questionnaire propose tout d'abord de revenir sur deux techniques de calcul mental pour les produits 34×12 et 25×19 en CM2. Il s'agit de décrire une technique de calcul, puis de préciser les connaissances mathématiques sous-jacentes. Il est ensuite demandé d'envisager des explications en classe à la fois du point de vue d'un discours et de traces écrites au tableau. Les mêmes questions sont posées à propos des calculs a. et c. de l'extrait de manuel suivant :

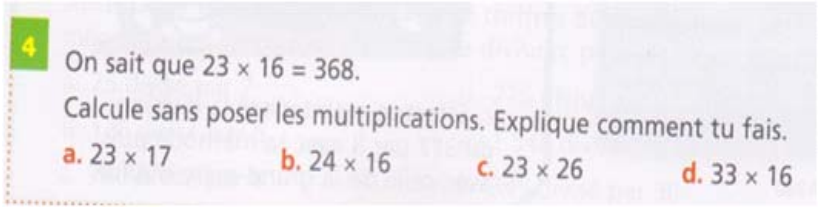
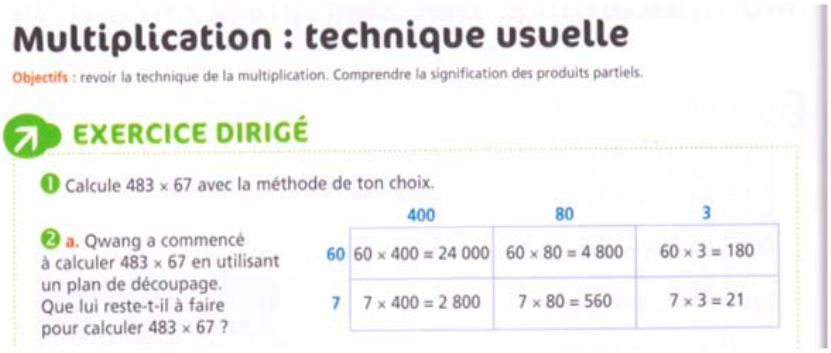

4 On sait que 23 × 16 = 368.
Calcule sans poser les multiplications. Explique comment tu fais.
a. 23 × 17 b. 24 × 16 c. 23 × 26 d. 33 × 16

Figure 5 : Extrait du manuel Euro Maths CM2 (2009, p. 56)

Les spécimens choisis proposent à la fois des occasions d'utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction (avec éventuellement remplacement par l'addition itérée comme nous l'avons vu plus haut), ainsi qu'une décomposition non canonique pour le calcul de 23×26 à partir de 23×16 qui nécessite de considérer 26 comme 16 +10.

A la suite de ces questions, et afin de faire émerger la propriété et ses différentes formes, il est demandé de comparer les techniques envisagées et les connaissances sous-jacentes.

Enfin, à partir de l'extrait suivant, les étudiants sont invités à concevoir un discours pour la classe « pour expliquer cette disposition de la multiplication de 483 par 67 sous forme de tableau » :


Multiplication : technique usuelle
Objectifs : revoir la technique de la multiplication. Comprendre la signification des produits partiels.
EXERCICE DIRIGÉ
1 Calcule 483 × 67 avec la méthode de ton choix.
2 a. Qwang a commencé à calculer 483 × 67 en utilisant un plan de découpage. Que lui reste-t-il à faire pour calculer 483 × 67 ?

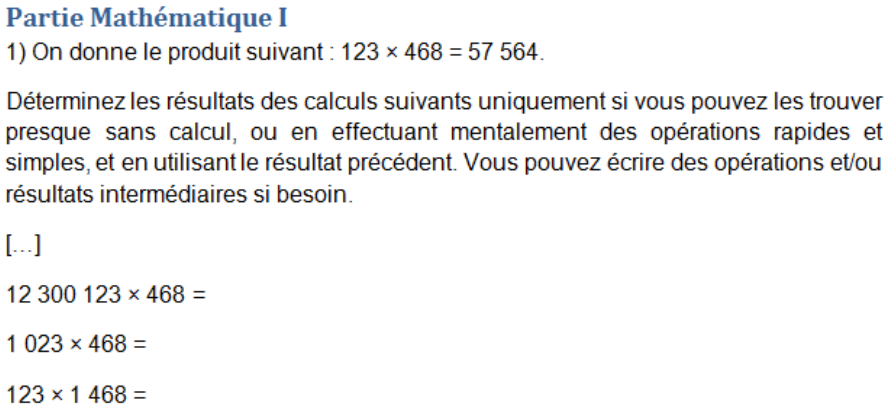
	400	80	3
60	60 × 400 = 24 000	60 × 80 = 4 800	60 × 3 = 180
7	7 × 400 = 2 800	7 × 80 = 560	7 × 3 = 21

Figure 6 : Extrait du manuel Euro Maths CM2 (2009)

Il s'agit ici de pister les recompositions possibles entre forme simple et double avec une somme de trois termes, ainsi que l'évocation de savoirs du côté de dénombrement ou d'aires potentiellement à même de soutenir les décompositions et les calculs liés à la distributivité.

Les participants soulèvent la question de la formulation de la consigne évoquant un « tableau » qui peut *a priori* ne pas être favorable à l'émergence de ces savoirs.

La deuxième partie du questionnaire consiste à déterminer la capacité à mobiliser la distributivité pour calculer mentalement :



Partie Mathématique I

1) On donne le produit suivant : 123 × 468 = 57 564.

Déterminez les résultats des calculs suivants uniquement si vous pouvez les trouver presque sans calcul, ou en effectuant mentalement des opérations rapides et simples, et en utilisant le résultat précédent. Vous pouvez écrire des opérations et/ou résultats intermédiaires si besoin.

[…]

12 300 123 × 468 =

1 023 × 468 =

123 × 1 468 =

Figure 7 : Extrait de la partie « mathématique » du questionnaire[2]

Nous convenons que les deux premiers calculs ici semblent *a priori* plus difficiles car ils demandent des adaptations liées à des décompositions et des utilisations des propriétés de la numération décimale de position.

En effet, ces trois calculs reposent *a priori* sur une utilisation implicite de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou à la soustraction (les choix des facteurs fortement liés par les chiffres aux facteurs du produit initial privilégient cette interprétation). Pour chaque produit proposé, il s'agit en amont de décomposer l'un des facteurs sous la forme d'une somme ou d'une différence dont l'un des termes soit 123 ou 468 ou un produit de l'un de ces nombres par une puissance de 10. Ainsi, pour le premier calcul, la technique de calcul attendue peut s'écrire de la manière suivante :

(12 300 000 + 123) × 468 = 12 300 000 × 468 + 123 × 468 = 5 756 400 000 + 57 654 = 5 756 457 564.

Elle repose sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition puis sur l'associativité de la multiplication, après avoir décomposé 12 300 000, pour multiplier le produit donné par 100 000. Les participants soulignent une difficulté potentielle liée à une manipulation erronée en concaténant les écritures en appui sur 12 300.

La décomposition pour le calcul suivant est aussi celle du facteur écrit à gauche, mais le lien avec 123 paraît moins immédiat puisqu'elle engage une somme algébrique de trois termes 1 000 + 123 – 100.

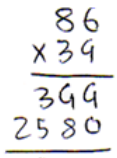
Le dernier produit demande une décomposition du facteur écrit à droite sous la forme 1000 + 468, ce qui amène à une utilisation de la distributivité sous une forme plus proche de cette forme prototypique et donc *a priori* plus simple.

Aucune décomposition supplémentaire n'est alors nécessaire pour se ramener au produit initial, de sorte que l'on puisse anticiper que ce calcul soit plus réussi que les autres.

[2] Cette question est extraite de la revue Petit *x* , Activités mathématiques au collège 1993-1998 Hors série

La suite du questionnaire est la suivante :

2) Voici une multiplication posée dont on a volontairement effacé le résultat.



Ecrire une égalité en ligne qui montre quels calculs sont effectués pour calculer le produit, en posant la multiplication. Cette égalité ne doit montrer ni le résultat ni les résultats des produits partiels mais bien les calculs intermédiaires effectués.

Cette égalité résulte-t-elle d'une propriété plus générale des nombres et des opérations que vous connaissez ?

Figure 8 : Extrait de la partie « mathématique » du questionnaire

Les participants ont évoqué la difficulté de l'appropriation de la consigne qui demande de produire une égalité aux caractéristiques peu habituelles.

Enfin, la troisième partie du questionnaire propose de développer puis de factoriser un certain nombre d'expressions algébriques comme $3\times(x+5)$; $7x(3x+4)$ ou $(3x+2)(5x+4)$. Il s'agit de déterminer la maîtrise des étudiants du calcul algébrique reposant sur l'utilisation de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou à la soustraction, et ce dans sa forme simple comme dans sa forme double. Notons que nous avons évité de choisir des coefficients négatifs afin de limiter l'impact d'erreurs de calcul sur les nombres relatifs ou de gestion de signes et ainsi mieux observer les transformations d'écritures en appui sur la distributivité.

2 Analyse de réponses d'étudiants

A la suite d'une mise en commun qui a fait ressortir une partie des difficultés potentielles liées aux tâches mathématiques et à l'identification de savoirs sous-jacents, notre consigne de travail était la suivante :

Analyser les extraits de réponses proposés en caractérisant des difficultés liées d'une part à des adaptations de techniques en appui sur l'utilisation de la propriété de distributivité dans le cadre numérique, et d'autre part aux écritures relatives à la fois au calcul numérique propre, et aux discours envisagés pour la classe pour l'enseignement de la multiplication.

Les analyses ont été discutées avec les participants, puis nous avons proposé des éléments plus quantitatifs qui ont permis de les étayer et de les catégoriser en poursuivant la discussion engagée.

2.1 Connaissances mathématiques des étudiants interrogés

Les réponses des étudiants à la troisième partie du questionnaire présentées dans la figure suivante montrent une certaine maîtrise du calcul algébrique :

Réponses attendues :

$F = 3 \times (x + 5) = 3x + 15$

$G = 7x(3x + 4) = 21x^2 + 28x$

$H = (3x + 2)(5x + 4) = 15x^2 + 22x + 8$

$I = 15x^2 + 35x = 5x(3x + 7)$

$J = (x - 2)(3x + 5) - 2x(x - 2) = (x - 2)(3x + 5 - 2x) = (x - 2)(x + 5)$

Taux de réussite :

Développement			Factorisation	
F	G	H	I	J
100%	84%	84%	84%	63%

Figure 9 : Taux de réussite dans l'utilisation de la distributivité pour développer ou factoriser des expressions algébriques

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition sous sa forme simple comme sous sa forme double semble très majoritairement employée sans difficulté, à la fois pour développer et réduire ou factoriser les expressions algébriques proposées. Les erreurs observées dans les développements des expressions G et H relèvent davantage de réductions de produits comme par exemple $7x$ multiplié par $3x$ qui donne $21x$, que de l'utilisation de la distributivité à proprement parler. Pour ce qui est de l'expression J, trois étudiants ne l'ont pas abordée, et l'un a développé au lieu de factoriser.

Les productions des étudiants en ce qui concerne les calculs numériques à partir de l'égalité $123 \times 468 = 57564$ donnent les taux de réussite suivants :

Expressions	468×123 (commutativité)	$123 \times 46\,800$ (associativité)	$12\,300\,123 \times 468$ (distributivité à droite)	$1\,023 \times 468$ (distributivité / somme algébrique)	$123 \times 1\,468$ (distributivité à gauche)
Taux de réussite	17/19	15/19	9/19	1/19	13/19

Figure 10 : Taux de réussite pour les calculs numériques

La grande majorité des étudiants montre une bonne utilisation de la commutativité et de l'associativité, qu'elle soit explicitée ou implicite, pour calculer mentalement les produits donnés. Plus des deux tiers des étudiants emploient au moins une fois correctement la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Seul un étudiant aborde le calcul 1023×468, ce qui correspond à la difficulté prévue lors de l'analyse préalable, et les étudiants qui ne l'abordent pas ne semblent pas considérer ce calcul comme possible à partir du produit donné, d'autant que la consigne évoque cette éventualité.

2.2 Écritures pour la description de techniques

Les écritures produites par les étudiants à l'occasion du calcul mental donnent à voir des difficultés à traduire par des calculs les manipulations des écritures en appui sur les spécificités de la numération décimale de position (conversion, traitement des chiffres et omission des unités de numération). Ainsi en va-t-il de l'extrait suivant :

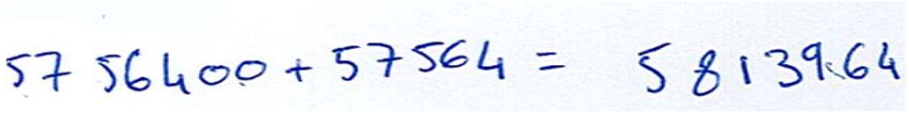


Figure 11 : Extrait de la copie de Gaëtan

Cet étudiant ne semble pas avoir véritablement décomposé 12 300 123 sous la forme d'une somme mais plutôt envisagé le nombre à partir de la concaténation de deux nombres 12 300 et 123 sans tenir compte du fait que 12 300 est un nombre de milliers. Cette juxtaposition conduit à multiplier 57 564 par 100 au lieu de 100 000. L'addition est pourtant implicitement présente puisque les produits partiels sont bien ajoutés pour obtenir le résultat. Mais les éléments ostensifs de l'écriture du nombre en lien avec les chiffres 1, 2 et 3 semblent faire perdre le lien avec la numération décimale de position et le besoin de convertir en unités pour pouvoir ajouter.

Ce n'est pas le cas pour la copie suivante qui montre une bonne recomposition du nombre à partir de produits partiels effectués selon le même principe :

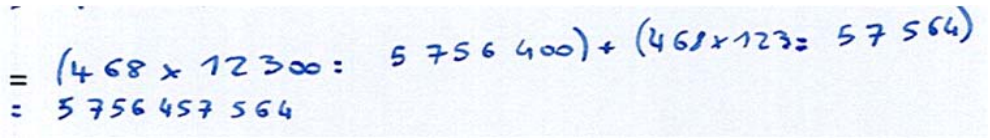


Figure 12 : Extrait de la copie de Clémence

Les écritures intermédiaires pour éclairer le calcul effectué mentalement sont erronées, en particulier à cause des unités de numération qui ne sont pas écrites. Mais le résultat écrit est juste.

Un débat s'est engagé dans l'atelier à propos de l'interprétation de ce que fait cette étudiante : s'agit-il d'une véritable compréhension du jeu sur les écritures en appui sur des savoirs liés à la numération décimale de position ou est-ce une concaténation des écritures sans qu'elle ne soit guidée par ces propriétés ? Nous nous accordons sur le fait que ces écritures ne permettent pas véritablement de trancher.

En ce qui concerne le calcul posé, treize étudiants (13/19) ont abordé la question (Figure 7). Sept d'entre eux proposent des écritures montrant une bonne identification des produits partiels à l'instar de l'extrait suivant :

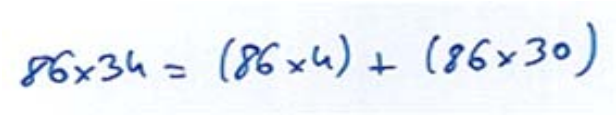


Figure 13 : Ecritures de produits partiels issus de la simple distributivité

On observe également des écritures faisant apparaître les produits partiels de chaque ligne :

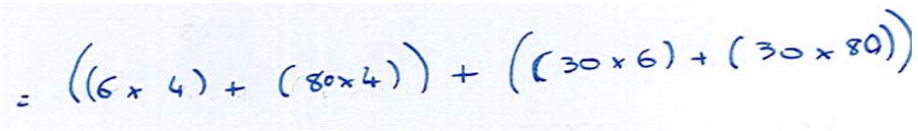


Figure 14 : Ecritures de produits partiels issus de la double distributivité

Ces écritures correspondent à une utilisation implicite de la double distributivité comme nous avons pu l'observer dans les manuels de primaire.

Seulement deux étudiants sur 13 mentionnent la distributivité. Ce constat fait écho aux résultats de Clivaz (2011) à propos des connaissances mathématiques pour l'enseignement de la multiplication d'enseignants vaudois qui ne semblent pas avoir conscience de ce lien.

Six étudiants sur 13 montrent par ailleurs que la description de l'algorithme de multiplication posée en appui sur les chiffres peut faire obstacle à l'identification des produits partiels.

La copie de Maureen pose question quant à l'interprétation à donner à ces écritures des calculs intermédiaires :

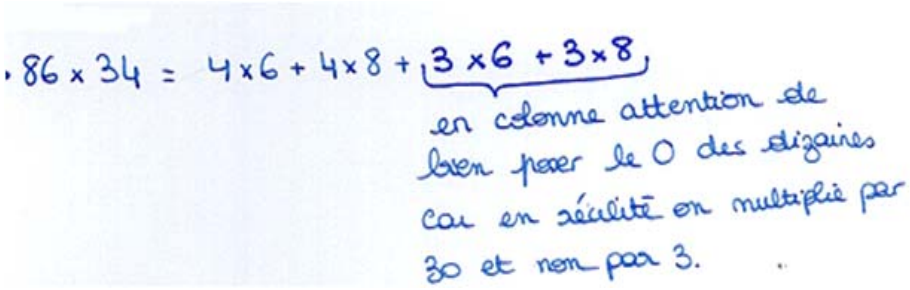


Figure 15 **:** Extrait de la copie de Maureen

Les écritures produites sont en effet fondées par une description « chiffre par chiffre », sans recomposition des nombres sous-jacents, de sorte que les enchaînements d'opérations sont erronés. La difficulté semble résider dans l'utilisation d'additions pour traduire à la fois des juxtapositions syntaxiques de chiffres et des additions de nombres. L'écriture précédente interroge aussi l'interprétation de l'égalité comme relation d'équivalence. Maureen réussit pourtant tous les calculs algébriques, calcule mentalement les produits 12300123×468 et 123×1468, évoque la distributivité comme propriété sous-jacente aux calcul, mais échoue dans la production d'une écriture valide pour décrire la technique de calcul posé.

Nous évoquons avec les participants la difficulté de la construction de l'égalité comme relation d'équivalence, et en particulier les résultats des travaux de Theis (2005) quant à l'obstacle cognitif que représente cet apprentissage y compris en tout début d'enseignement.

2.3 Discours et traces écritures pour la classe

Les résultats des analyses des réponses des étudiants montrent dans l'ensemble de bonnes mises en avant des décompositions d'un facteur en amont et des choix à opérer pour le calcul mental. Les connaissances

sous-jacentes identifiées par les étudiants sont la distributivité (3/19), le fait que « la multiplication et l'addition sont liées » (5/19), la multiplication par 10 (règle des zéros), les tables d'addition et de multiplication.

Pour le calcul posé, les discours s'appuient majoritairement sur l'exécution des produits sans oubli, les décompositions décimales, mais le lien avec la distributivité ou d'autres savoirs sous-jacents n'apparaît dans aucune copie.

Les traces écrites pour la classe proposées montrent plusieurs difficultés qui ont été mises en avant par les participants au regard des productions proposées.

Dix étudiants sur 19 proposent des écritures sans parenthèses autour des produits employant implicitement la priorité de la multiplication par rapport à l'addition qui ne fait pas partie des connaissances des élèves en primaire.

On observe de plus des difficultés à articuler le discours et les écritures autour de la décomposition qui renvoient aux difficultés à traduire des manipulations (décalage, concaténation, conversion) à l'aide d'opérations (addition). Cinq étudiants sur 19 proposent de marquer les décompositions à l'aide d'encadrements ou de flèches qui semblent référer aux ostensifs utilisés pour le calcul algébrique, et à des manipulations des écritures en lien avec le développement à l'instar de l'extrait suivant :



Figure 16 : Extrait d'une copie d'étudiant

Une autre difficulté tient à l'oralisation des écritures de la multiplication en lien avec la définition de la multiplication par addition itérée.

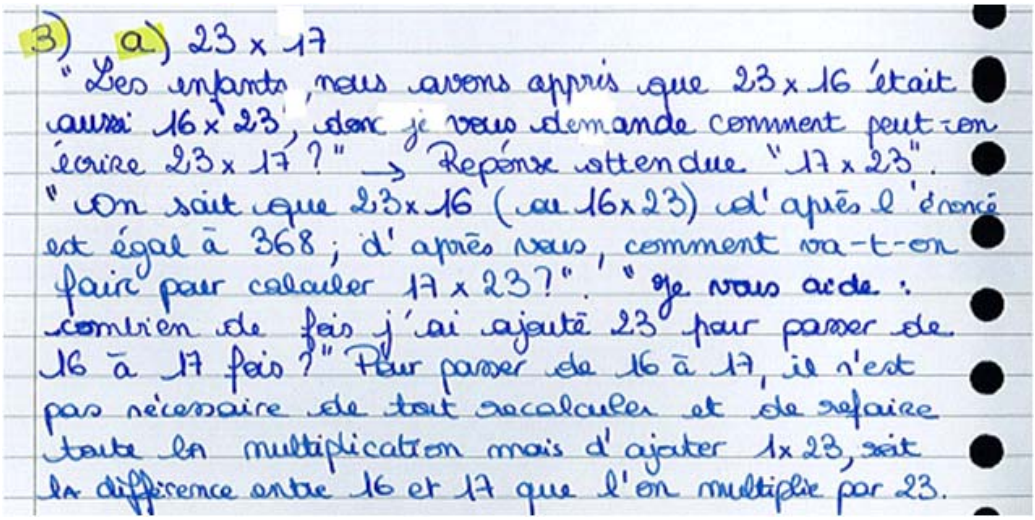


Figure 17 : Extrait d'une copie d'étudiant

Cette étudiante se heurte au rôle potentiellement dissymétrique des facteurs. 23×17 et 17×23 ne renvoient pas à la même somme. De ce point de vue, 17 fois 23 ou 23 multiplié par 17 correspond à une somme de 17 termes tous égaux à 23. Le fait que 23 fois 17 donne le même résultat est associé à la commutativité de la multiplication et explique que l'on puisse lire comme cela se fait dans l'usage, 23×17 « 23 fois 17 ». Or cette étudiante se trouve contrainte de passer par le changement de l'ordre d'écriture des facteurs pour pouvoir

soutenir son discours. Notons de plus qu'au lieu d'ajouter 23, elle propose d'ajouter une fois 23. Or, ce 1 ne devrait pas apparaître dans la somme, il ne fait que dénombrer les termes. Ajouter 23 ou 23×1 change quelque peu le savoir sous-jacent comme nous l'avons vu plus haut.

Un débat s'est engagé parmi les participants quant à l'oralisation différenciée de 23×17 et 17×23, et le choix des savoirs sous-jacents à la construction de la multiplication (addition itérée ou/et aires de rectangles). Les arguments avancés étaient ceux de la construction de la commutativité, et de la preuve de la propriété de distributivité possible dans un cas comme dans l'autre. En revanche, l'extension aux nombres négatifs pose question dans le cas de l'aire.

Nous avons terminé l'atelier autour d'une discussion collective à propos d'un discours possible pour la classe quant à l'enseignement de la multiplication à l'école primaire.

III - SAVOIRS IMPLICITES ET DISCOURS POUR LA CLASSE

Les questions posées étaient les suivantes : quel discours peut-on envisager pour soutenir les techniques de calcul mental et posé de multiplication qui permette d'éclairer les usages implicites de la propriété de distributivité ? Quelles écritures envisager ?

En particulier, le manuel Euro Maths (2009) envisage par exemple de faire le lien entre distributivité simple et double, avec des décompositions de facteurs sous la forme de sommes à deux ou trois termes.

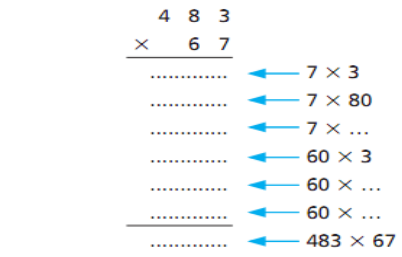
LES ÉTAPES D'EUROMATHS RELATIVES À LA TECHNIQUE DE LA MULTIPLICATION

Une étape d'entraînement (page 21) permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves dans le domaine du calcul réfléchi de multiplication et de division : trouver le produit de deux nombres, trouver un des facteurs d'un produit, trouver le produit d'un nombre par 10, 100 ou par un de leurs multiples, trouver un des facteurs d'un produit.

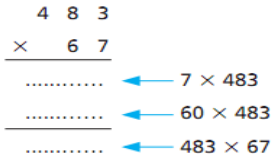
C'est la consolidation de la page 23 qui permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves à résoudre différents types de problèmes de multiplication et de division. Les nombres choisis sont du domaine familier, ils permettent aux élèves d'engager aisément des procédures de calcul réfléchi.

Le plan de découpage ou la multiplication posée avec tous les calculs intermédiaires écrits permettent de rendre plus visibles les propriétés utilisées dans l'algorithme traditionnel de la multiplication. Nous nous appuyons donc (consolidation, p. 24-25) sur ces deux représentations :

	400	80	3
60	60 × 400 = 24 000	60 × 80 = 4 800	60 × 3 = 180
7	7 × 400 = 2 800	7 × 80 = 560	7 × 3 = 21



pour aboutir à l'algorithme usuel :



La technique de la multiplication de deux nombres décimaux est un prolongement de celle du produit de deux nombres entiers. Nous l'introduisons à l'étape 78 (p.196-197).

Figure 18 : Extrait du guide pédagogique associé au manuel Euro Maths CM2 (2009)

Ces étapes interrogent notamment le choix de commencer par la double distributivité pour aller vers la simple distributivité (avec une recomposition des produits partiels) plutôt qu'une double utilisation de la simple distributivité. L'un des participants souligne la difficulté pour les étudiants en formation de s'approprier les propriétés mathématiques sous-jacentes à l'algorithme posé de la multiplication.

Les participants mettent en avant les difficultés liées à l'enseignement et à l'apprentissage des techniques opératoires qui articulent de nombreuses propriétés algébriques, ainsi que des propriétés sur la numération décimale de position.

Le débat s'est poursuivi par une remise en question de l'enseignement des techniques de calcul posé. Enseigne-t-on les techniques de calcul posé pour travailler ces propriétés liées à la numération décimale de position, ou les propriétés des opérations ? La question de la nécessité sociale de la technique opératoire posée est soulevée. D'autres techniques sont évoquées (à la russe, *per gelosia*) comme potentiellement plus efficaces.

L'atelier se conclut par l'intervention d'un participant qui constate que les discussions engagées n'ont finalement pas véritablement porté sur la question du discours, sans doute parce que ce discours demeure difficile à envisager et à construire.

IV - BIBLIOGRAPHIE

CLIVAZ S. (2011). Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire, in *Actes de la 15ème école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CONSTANTIN C. (2014). *Quelles alternatives pour l'enseignement du calcul algébrique au collège ?* Thèse de doctorat, Aix-Marseille Université.

THEIS L. (2005). L'apprentissage du signe = : un obstacle cognitif important. *For the Learning of Mathematics,* **25** (3), 7-12.

V - MANUELS SCOLAIRES :

BRAULT R., DARO I., FERRERO C., PERBOS-RAIMBOURG C., TELMON C. (2009). *Phare 6ème*, Paris : Editions Hachette.

BOURGEAT F., BRUSTEL A., CARLOD V., JACQUEMOUD D., KELLER A., MAZE M., PLANTIVEAU A., PUIGREDO F., VERDIER F. (2013). *Transmath 6ème*, Paris : Editions Nathan.

BRIAND J., NGONO B., PELTIER M.-L., VERGNES D. (2009). *Euro Maths CM2*, Paris : Editions Hatier.

BRIAND J., NGONO B., PELTIER M.-L., VERGNES D. (2009). *Euro Maths CM1*, Paris : Editions Hatier.

CHAPIRON G., MANTE M., MULET-MARQUIS R., PEROTIN C. (2009). *Triangle 6ème* , Paris : Editions Hatier.

DUSSUC M.-P., MADIER D., COMBIER G., CHARNAY R. B. (2010). *Cap Maths CM2*, Paris : Editions Hatier.

FORMATION A LA GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE PAR LA CONSTRUCTION DE POLYÈDRES

Thierry DIAS
Professeur, HEP Lausanne
thierry.dias@hepl.ch

Jimmy SERMENT
Enseignant, Collège de Pully

Résumé
L'étude didactique que nous proposons consiste à observer et analyser les gestes, les actions et les interactions des apprenants dans un processus d'investigation mathématique. Nous présentons les environnements d'apprentissage proposés aux apprenants afin qu'ils s'appuient sur une diversité empirique dans leurs mises en actes susceptibles à la fois de révéler leurs connaissances mais aussi de faire exister de façon explicite les objets mathématiques qui sont les enjeux de savoirs de ces situations. C'est au sein d'une série de tâches dédiées à la construction de polyèdres que nous interrogeons l'expérimentation en tant que processus nécessaire dans un projet de formation à l'enseignement des mathématiques.

Depuis plusieurs années nous développons des situations mathématiques consistant à proposer aux apprenants des tâches de constructions en géométrie dans l'espace. Pour les participants (élèves ou enseignants en formation), il s'agit d'intervenir dans un environnement matériel adapté (Anghileri, 2006) les conduisant à bâtir des objets dont les dimensions peuvent être importantes. Ces constructions, qui ne sont que des compromis avec la réalité (Gonseth, 1936), sont cependant reconnues comme des créations humaines ancrées culturellement et riches de valeurs esthétiques. Elles permettent de faire exister les objets mathématiques qui sont les enjeux de savoirs des situations d'apprentissage.

Avec ces tâches géométriques, nous explorons la possibilité de construction d'un nouveau point de vue sur ces objets sensibles permettant un accès progressif aux concepts mathématiques (Vergnaud, 2011) qui leur sont sous-jacents (Dias, 2014b). Nos tâches sont dédiées à la construction des polyèdres réguliers : un processus constitutif de notre projet de formation à l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. La méthodologie qui structure ces moments d'exploration tient en trois points essentiels :

- Proposer des milieux matériels susceptibles de provoquer des expériences et des créations personnelles et/ou collectives ;
- Ajouter dans ces environnements des contraintes spécifiques responsables de créations de déséquilibres révélant aux apprenants des zones d'ignorance provisoire auxquelles ils doivent s'adapter ;
- Observer et interagir avec les propositions faites en cours de résolution, par les élèves ou les enseignants en formation.

Dans les tâches que nous offrons, nous recherchons prioritairement des mises en actes (Vergnaud, 1996) susceptibles de révéler les connaissances des apprenants (surtout dans le contexte de nos expériences en enseignement spécialisé). En proposant un milieu matériel spécifique, nous mettons à disposition des participants une diversité empirique (Descaves, 2001) propice aux conceptualisations. L'étude didactique que nous menons ensuite consiste à utiliser nos observations, analyse des gestes des apprenants (Longo, 2003), ainsi que l'étude des actions et des interactions des apprenants au sein de ce

processus d'investigation mathématique. Nous utilisons des enregistrements vidéo des séances avec les élèves notamment grâce à l'utilisation de caméras spécifiques de type Go-pro afin d'avoir un focus plus important sur la coordination des gestes et des mots utilisés par les apprenants lors des phases de construction.

Notre première confrontation à la contingence des classes s'est faite au cours d'un projet de mise en œuvre d'une séquence dédiée aux objectifs d'apprentissage de la géométrie dans l'espace. Nous avions alors choisi un dispositif de l'enseignement spécialisé dans une classe de développement (Dias, 2014a). Puis nous avons exploré d'autres contextes de formation pour mener notre étude : formation initiale des enseignants spécialisés, formation initiale des enseignants de l'école primaire et de l'école secondaire, formation continue des enseignants et formation de formateurs. Ces différentes expériences ont permis de révéler la robustesse didactique de nos ateliers d'expérimentation mathématique.

Lors de l'atelier que nous relatons ici, nous proposons aux participants une formation en trois temps chronologiques :

- Un ancrage théorique préalable sur la notion de formation par l'expérience ;
- Des tâches expérimentales et d'investigations en groupes ;
- La création d'une séquence en géométrie ou l'élaboration d'un problème ouvert (au choix).

Ce troisième et dernier moment de l'atelier se décompose lui-même en plusieurs temps comme nous le narrons dans le troisième chapitre de ce compte rendu.

I - FORMER PAR L'EXPÉRIENCE

Le processus de formation que nous utilisons lors de cet atelier de la COPIRELEM est la reproduction d'un modèle expérimenté à plusieurs reprises dans des contextes de formation initiale et continue des enseignants comme nous l'avons présenté précédemment. Il s'agit de proposer aux participants des situations d'apprentissage par l'expérience proche d'une forme de learning by doing au sens pragmatique de cette formule. Nous postulons en effet que la construction des connaissances didactiques en mathématiques suit un processus proche de l'apprentissage par adaptation de type piagétien passant par une confrontation aux objets. En proposant aux apprenants des situations déstabilisantes car non familières au sens de Dewey, nous provoquons :

- le recours à l'utilisation d'un matériel adapté dans des manipulations exploratoires révélant des connaissances en actes ;
- l'émergence d'un langage en situation aidant à la conceptualisation ;
- l'utilisation d'une démarche d'expérimentation proche de l'investigation scientifique ;
- la collaboration entre les participants grâce aux interactions sociales et cognitives dissymétriques.

1 Manipuler : mettre en actes ses connaissances

« Mettre en actes ses connaissances précède leur mise en mots » (Vergnaud, 1996).

Manipuler c'est aussi prendre conscience de l'étendue de ses connaissances en mathématiques lorsqu'il s'agit de faire et non pas prioritairement de dire. Dans les différents contextes de mise en œuvre de nos situations mathématiques, nous avons observé que les manipulations des objets réels étaient source de révélation de connaissances par les sujets. Les problèmes rencontrés dans les constructions apparaissent parfois comme de simples questions techniques ou technologiques, mais les acteurs se rendent finalement assez rapidement compte que ce sont des connaissances qui leur permettent d'avancer dans la résolution. Ainsi, quel que soit l'investissement manipulatoire de l'apprenant, il met en lien ses actes et ses connaissances dans un processus d'apprentissage par adaptation.

En privilégiant l'action, on désacralise également l'activité mathématique qui rime trop souvent avec inaccessibilité de ses savoirs et intolérance à l'erreur. Tous les contextes de mise en œuvre que nous

avons expérimenté nous ont confirmé que le statut de l'erreur changeait radicalement pour ne représenter qu'une errance provisoire parfois même salvatrice ou amusante.

2 Langage en situation : dénotation et action sensée

« Les échanges, les interactions verbales ont lieu en situation d'expérimentation. Le langage accompagne les actions pour dénoter. Les actions sont intentionnelles et motivées, on parle d'action sensée » (Bronckart, 1997).

Une formation par l'expérience privilégie une entrée par des situations d'action selon le modèle de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), mais elle ne se dispense évidemment pas de situations de formulation et de validation dans un processus de résolution de problème. Les interactions entre les sujets se bâtissent certes sur un projet de co-construction d'objets sensibles, mais la dénotation des choses et des propriétés des objets mathématiques qui leur correspondent se met très vite en place. Ainsi les formulations langagières permettent d'abord aux individus de communiquer leur projet ou leur intention de faire. Puis elles accompagnent les actes et les premières rencontres avec les obstacles et les difficultés. Le langage devient alors un vecteur de questionnement, puis de validation ou de preuve nécessaire à l'explication des choix opérés pour la résolution du problème mathématique (ici géométrique).

3 Expérimenter : une démarche d'apprentissage

L'expérimentation consiste à intervenir, anticiper, transformer, vérifier dans une chronologie d'actes qui appartient à chaque sujet mais qui s'interpellent constamment. Les situations que nous proposons poursuivent ainsi la volonté de valider les hypothèses suivantes :

- Le processus d'expérimentation permet de dépasser la juxtaposition des expériences ;
- Ce qui fait sens n'est pas l'expérience mais la théorie liée aux objets de savoir mathématiques (syntaxe, sémantique) ;
- Il est insuffisant de compter sur la rencontre fortuite des savoirs lors des expériences : expérimenter vs manipuler.

4 Collaborer : partager et stabiliser ses connaissances

Nous sommes convaincus à la fois de la nécessité et de la non suffisance des expériences sociales interactives. Ce que nous recherchons dans la collaboration des sujets en contexte d'apprentissage ou de formation est la co-construction des connaissances et non pas une simple coopération. Nous souhaitons constituer une communauté d'individus (d'élèves par exemple) qui collaborent dans leurs actes et leurs mots en vue de catégorisations permettant l'élaboration progressive de concepts.

II - ATELIERS D'EXPÉRIMENTATION ET D'EXPLORATION

Lors de la deuxième phase de l'atelier, les participants sont répartis en groupes de trois à cinq personnes maximum. Nous leur proposons 90 minutes d'exploration mathématique dans trois ateliers thématiques (voir annexe 1). A raison de 30 minutes par tâche, ils doivent collaborer dans l'objectif de résoudre les problèmes rencontrés. Pour chaque tâche, une présélection du matériel nécessaire a été effectuée par nos soins, et la tâche à réaliser est énoncée sous une forme très condensée. Aucune prescription d'organisation humaine du dispositif n'est imposée, les participants sont libres de s'organiser à leur convenance. Nous n'indiquons pas non plus de mise en étapes de la résolution ce qui rapproche nos tâches de problèmes ouverts.

Afin de nous adapter aux effectifs de notre groupe, nous avions prévu deux consignes différentes pour chaque atelier comme nous le décrivons ci-dessous. Il faut noter ici que nous avons dû prévoir du matériel en conséquence et nous adapter aux locaux mis à disposition, ce qui nous a obligé à investir davantage les couloirs que les salles de classe. C'est un élément à prendre en considération pour tout formateur qui souhaiterait mettre en œuvre un dispositif de formation similaire, même si l'utilisation de baguettes plus courtes pour les arêtes est une option également envisageable.

1 Présentation des différentes tâches

1.1 Atelier 1 : construire

Cet atelier est dédié à la construction d'un polyèdre régulier à l'aide de baguettes en bois de 1m et d'un jeu de connecteurs non triés. On demande ensuite aux participants d'utiliser la construction pour réinvestir quelques connaissances de base en géométrie des polyèdres.

Tâche A1 : autour du dodécaèdre

Construire un dodécaèdre régulier à partir du matériel fourni, puis retrouver la formule d'Euler à propos de la relation qui unie les nombres de faces, arêtes et sommets.

Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

Tâche A2 : autour de l'icosaèdre

Construire un icosaèdre régulier à partir du matériel fourni, puis retrouver la formule d'Euler à propos de la relation qui unie les nombres de faces, arêtes et sommets.

Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

1.2 Atelier 2 : sectionner

L'atelier numéro 2 propose des explorations géométriques autour de la notion de section polygonale d'un polyèdre. On demande dans un premier temps de construire un nouveau polyèdre régulier (différent de celui de l'atelier 1) puis d'en étudier les différentes sections en utilisant de la laine susceptible de représenter les côtés de ces polygones. Un groupe travaille en utilisant un cube et l'autre un tétraèdre régulier.

1.3 Atelier 3 : inscrire

La troisième tâche de cette expérimentation consiste à utiliser de la laine pour explorer les possibilités d'inscription de polyèdres à l'intérieur d'un troisième polyèdre régulier pour les participants. Pour cette tâche il nous a fallu faire parfois des propositions concrètes aux participants comme celle de l'inscription du cube dans le dodécaèdre. En effet, les propriétés des polyèdres réguliers en ce domaine n'étaient pas des connaissances mobilisables par tous les formateurs présents.

2 Compte rendu des différentes expérimentations

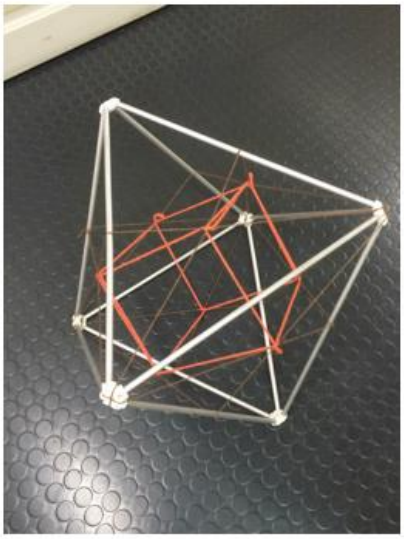
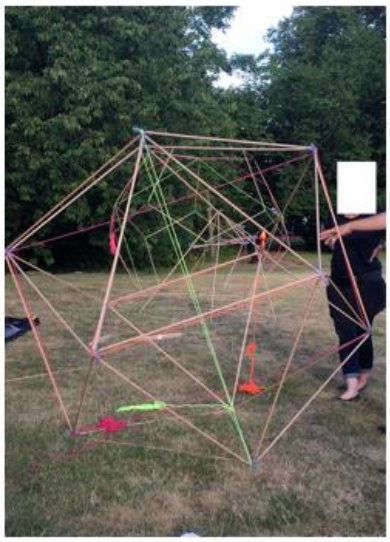
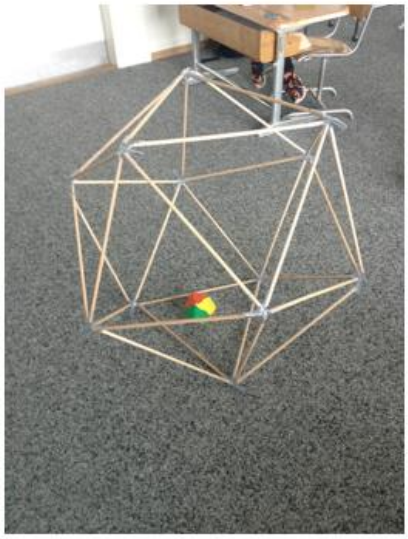
L'investissement des participants s'est avéré très important comme nous l'avons constaté lors de toutes nos expériences de formations précédentes. La dimension esthétique des objets géométriques construits dans des tailles importantes (le dodécaèdre mesure par exemple plus de 2m de hauteur) est un catalyseur des actions, et la volonté de réussir la tâche est une motivation de chaque instant. La mutualisation des connaissances va de soi dans tous les groupes tant l'hétérogénéité est grande entre les participants. En effet, même si les connaissances en jeu sont à disposition de tous les participants, leur mobilisation est très différenciée dans la tâche proposée. Les allers et retours entre les objets du monde sensible et les théories nécessaires à leur élaboration sont multiples d'autant que ces éléments théoriques ne sont parfois pas rendus explicites par celles et ceux qui y ont recours.

Tous les polyèdres demandés ont été construits avec plus ou moins de difficulté, la collaboration entre les participants a été systématiquement observée pour mener à bien ces tâches. L'évocation de la formule

d'Euler mettant en relation les nombres de faces, d'arêtes et de sommets a permis de mettre en évidence que le milieu matériel offrait un nouveau point de vue sur ces trois concepts géométriques. En effet, dans une présentation plus ordinaire avec des polydrons ou des solides en carton, seul le concept de face est associé à une chose identifiable. L'arête et le sommet sont simulés par la jonction des faces, ce qui ne rend pas leur conceptualisation facile. En revanche, avec le matériel proposé il y a comme une inversion dans la force des représentations. Les arêtes et les sommets sont respectivement présents dans le monde sensible respectivement grâce aux baguettes et aux connecteurs. De l'avis général des participants, cela est une valeur ajoutée essentielle dans un projet de construction des connaissances de la géométrie des solides. Cette perception différente des objets géométriques participe vraisemblablement d'une certaine forme de déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) puisqu'elle semble privilégier le repérage des éléments qui constituent les polygones (arêtes et sommets) plutôt que les objets faces.

Lors de la phase d'inscription des polygones à l'intérieur des polyèdres construits, les participants de l'atelier ont apprécié une nouvelle forme d'accès à la géométrie plane ainsi définie au sein d'un environnement en trois dimensions au lieu de celui de la feuille de papier. Nous retrouvons là l'un des aspects soulignés auparavant à propos de la conceptualisation. En tendant des morceaux de laine pour représenter des polygones, on fait disparaître la notion de surface qui semble parfois trop prégnante chez les élèves qui ont ensuite des difficultés à se centrer sur les propriétés de ces objets géométriques : côtés et angles. Dans les tâches proposées, les participants ont également relevé que l'absence de la technique du tracé pour faire exister des polygones changeait radicalement la perspective d'apprentissage. Les instruments ne deviennent utiles que pour la vérification, ceci provoquant un autre rapport à la géométrie dans la représentation que s'en font les élèves.

Concernant les tâches d'inscription de polyèdres à l'intérieur des solides construits, elles ont permis un questionnement plus avancé sur certaines propriétés géométriques. Ainsi a été redécouvert par exemple la notion de dualité spécifique dans le cas des polyèdres réguliers. Ce fut également l'occasion de reconsidérer la notion de point de vue de ce type d'image ne passant pas par une représentation plane ou en perspective.

Enfin, la dimension collaborative dans la résolution des problèmes posés a particulièrement intéressé les participants. Le milieu matériel impose en quelque sorte cette compétence transversale qu'il est parfois difficile d'inclure dans les tâches mathématiques. Les élèves sont en effet souvent sollicités pour des travaux de groupes qu'ils vivent comme un dispositif social fictif, tant les tâches et les milieux matériels qui leur sont associés sont peu adaptés à un travail réellement collaboratif. Lors de cet atelier au contraire, les tâches sont conçues pour rendre les interactions langagières, les manipulations collectives et les partages de connaissances incontournables. Cette forme d'apprentissage mutualisé par sa dimension sociale tend à valider la perspective interactionniste vygotskienne.

III - CONCEPTION D'UNE SITUATION DE FORMATION

Pour cette troisième et dernière partie de l'atelier, nous avons sollicité chaque équipe de participants pour l'élaboration d'une ressource didactique susceptible d'être utilisée en formation initiale avec pour seule contrainte l'utilisation du matériel présenté auparavant. Pour lancer ce travail nous avons présenté deux tâches plus ouvertes (voir annexe 2) afin de montrer les potentialités du milieu matériel dans ce domaine. Nous souhaitions profiter de cette formation de formateurs pour explorer les possibilités de construction de ressources didactiques dans le cadre des problèmes ouverts ou des tâches complexes. Cette dimension ne fait pour l'instant pas encore partie de notre travail d'étude même si nous avons déjà conçu des situations propices à ce type de problèmes de recherche.

Après un temps de travail en groupes d'une durée approximative de 45 minutes, une mise en commun a permis la présentation des différentes propositions. Sur les trois groupes de l'atelier, un seul a eu le temps de mettre son travail par écrit, les deux autres ayant surtout profité du temps mis à disposition pour évoquer plusieurs pistes d'utilisation du matériel seulement par oral. Nous relatons ici les travaux des trois groupes, qui, sans être totalement aboutis, nous semble porteurs d'un réel potentiel quant à la mise en œuvre d'une situation de formation de futurs professeurs des écoles.

1 Groupe 1 : une situation de communication

Les étudiants sont répartis en binômes. Chaque binôme reçoit un solide choisi par le professeur (pyramide à base carrée, tétraèdre régulier, octaèdre régulier, bipyramide, cube tronqué, etc.). Ce solide est constitué d'un assemblage de faces en carton (ou papier fort) ou par assemblage de pièces plastiques articulées (type polydrons).

Phase 1 : Le binôme émetteur observe précisément le solide reçu puis doit le décrire en utilisant exclusivement soit des mots, soit des dessins. Cette variable didactique (et sémiotique) peut être un choix délibéré du professeur ou une adaptation au contexte de la classe. Il est également possible de donner des contraintes différentes aux groupes afin d'avoir des messages des deux types en vue de leur comparaison ultérieure.

Phase 2 : A partir du message reçu, le binôme récepteur doit construire un solide identique en utilisant le matériel de grande taille (baguettes de bois et connecteurs plastiques). Pour cela, les récepteurs doivent établir une commande du matériel nécessaire qui n'est pas directement à leur disposition.

Phase 3 : Le matériel est distribué par le professeur selon chaque commande effectuée. Les binômes construisent le polyèdre correspondant, en ajustant si besoin la commande lorsqu'elle apparaît incomplète.

Phase 4 : Les polyèdres construits par les binômes récepteurs sont finalement apportés aux émetteurs qui comparent les constructions et valident (ou non) les propositions en argumentant.

Il est également envisagé deux variantes à la situation :

- un échange des rôles (émetteurs/récepteurs) pour les étudiants ;
- une reprise à l'identique de la situation en inversant seulement le matériel à disposition : les émetteurs reçoivent un polyèdre construit avec le matériel baguettes/connecteurs et les récepteurs doivent construire avec des polydrons.

Cette situation de communication est articulée autour du changement de représentation sémiotique d'un polyèdre en fonction de l'environnement matériel mis à disposition. Comme nous l'avons dit dans le paragraphe 2 de cet article, les représentations des notions d'arête et de sommet sont beaucoup plus saillantes avec le matériel baguettes et connecteurs qu'avec celui des polydrons. Faire de ce changement de registre le point nodal de la situation didactique de formation nous semble donc particulièrement pertinent car ce sera l'occasion d'aborder avec les étudiants le champ théorique de la sémiotique par exemple en citant les travaux de Duval.

2 Groupe 2 : déconstruction dimensionnelle

L'objectif de cet atelier est la déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) en construisant un solide de Platon, le cube puis en trouvant des sections planes ou en y faisant des inscriptions.

Les étudiants sont regroupés par 4 au maximum et le travail se passe en 4 phases :

Phase 1 : Les étudiants construisent un cube d'arête 1 mètre avec les connecteurs rigides. Ils doivent ensuite trouver un maximum de sections planes à l'intérieur du cube en les représentant grâce à de la laine. Il est à ce moment certainement nécessaire de rappeler ce qu'est une section plane, afin que les étudiants ne travaillent pas sur une face du cube (ce qui ne permet pas d'atteindre l'objectif).

Phase 2 : Afin de réduire le nombre de fils de laine dans le cube, on demande aux étudiants de reporter leurs découvertes au fur et à mesure sur des dessins de cube en perspective et de nommer à chaque fois la forme de la section trouvée. A ce stade, il y a un passage entre la 3D (cube construit) et la 2D (dessin sur la feuille) et un passage du méso-espace au micro-espace.

Phase 3 : Demander aux étudiants de justifier, prouver la validité des formes planes trouvées, en insistant sur les propriétés des figures géométriques, en particulier en vérifiant les longueurs, la perpendicularité ou le parallélisme des côtés. Cette étape fait avancer un pas de plus vers l'objectif visé de la déconstruction dimensionnelle, puisque ce sont les côtés des figures planes qui sont désormais objets d'étude.

Phase 4 : Pour aller plus loin, on peut également demander de prouver si certains quadrilatères sont impossibles à trouver par section du cube. Une autre interrogation pourrait porter sur l'aire maximum du polygone que l'on peut trouver en effectuant ces sections.

Cet atelier propose donc d'illustrer la notion de déconstruction dimensionnelle en formation initiale. De plus, il pourrait s'avérer nécessaire pour les étudiants de faire des allers-retours entre ces dimensions grâce à l'utilisation de ce matériel spécifique. Ces passages vont également permettre de réaliser des traces écrites qui seront réutilisables pour une éventuelle mise en commun.

3 Groupe 3 : parallélisme et perpendicularité : du plan à l'espace

Le sujet de cette situation de formation est de permettre aux étudiants de faire émerger leurs conceptions puis de mener des expérimentations à propos de deux relations géométriques importantes à l'école : le parallélisme et la perpendicularité. Le dispositif social est celui du travail de groupes afin de favoriser les échanges de points de vue et de faciliter l'émergence des conceptions et représentations, qui, quand elles sont erronées, sont parfois cachées dans des dispositifs collectifs ou la parole est plus difficile à prendre.

Phase 1 : construire un polyèdre

Chaque groupe reçoit un lot de matériel (baguettes et connecteurs) et un objectif de construction qui consiste à réaliser un polyèdre. Les trois polyèdres à répartir dans les groupes (un par équipe) sont les suivants : octaèdre régulier, dodécaèdre régulier et icosaèdre régulier.

Phase 2 : étudier les relations de parallélisme et perpendicularité

Avec le polyèdre construit, chaque groupe utilise des pelotes de laine de différentes couleurs pour matérialiser ces deux relations. On ne précisera pas dans la consigne que l'étude de ces relations peut se faire dans le plan et dans l'espace afin de prendre connaissance des conceptions des étudiants dans ce domaine. En revanche, on demandera aux étudiants de trouver des arguments qui permettent de prouver toutes les propositions qu'ils font à propos des objets qui entretiennent entre eux l'une ou l'autre de ces relations.

Phase 3 : mise en commun des recherches

Chaque groupe présente ses recherches, ses résultats et ses arguments. Il est probable que les arguments mathématiques permettant de prouver le parallélisme et/ou la perpendicularité des plans soient parfois difficiles à mobiliser en fonction des connaissances des étudiants. Ce sera alors l'occasion de faire la

différence entre une géométrie de type perceptive, dont les preuves sont sensibles et expérimentales, et une géométrie théorique qui se base sur la déduction et la démonstration.

IV - CONCLUSION

Le choix d'un environnement matériel dédié aux constructions de polyèdres de dimensions importantes nous semble propice à l'élaboration de situations de formation en géométrie. C'est par la mise en actes de leurs connaissances spatiales et géométriques que les étudiants auront la possibilité d'interagir dans un contexte suscitant fortement leur créativité du fait notamment de la dimension esthétique des objets élaborés. En conduisant de véritables processus d'investigation, la rencontre des objets géométriques qui sont les enjeux de ces situations de recherche est assez certaine. Si les connaissances des participants sont, bien entendu, fort diverses comme nous avons pu le constater très souvent, le partage en est facilité du fait des compétences transversales sollicitées telles que la communication et la collaboration.

Pour de futurs professeurs des écoles, aborder des connaissances en géométrie plane (objets et relations entre ces objets) dans un environnement en trois dimensions, nous semble à la fois original sur le plan de l'élaboration des situations, et pertinent quant au potentiel à s'appuyer sur la diversité des représentations facilitant la conceptualisation.

V - BIBLIOGRAPHIE

ANGHILERI, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. Journal of Mathematics Teacher Education, 9(1), 33-52.

BRONCKART, J.-P. (1997). Action, discours et rationalisation ; l'hypothèse développementale de Vygotsky revisitée. Dans C. Moro, B. Schneuwly, & M. Brossard (dir.), Outils et signes : Perspectives actuelles de la théorie de Vygotsky (p. 199-221). Berne : Peter Lang.

BROUSSEAU, G. (1998). Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990. Grenoble : La Pensée sauvage.

DESCAVES, A. (2001). L'apprentissage du sens, certes ! Mais dans quel sens prendre le sens ? Actes du XXVIIe colloque de la COPIRELEM, Tours.

DIAS, T. (2014a). Des mathématiques expérimentales pour révéler le potentiel de tous les élèves. La Nouvelle Revue de L'adaptation et de La Scolarisation, (1), 151–161.

DIAS, T. (2014b). La diversité empirique pour faire exister les objets mathématiques. Actes de la conférence de la CIEAEM 2014, Lyon.

DUVAL, R., & GODIN, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. Grand N, 76, 7-27.

GONSETH, F. (1936). Les mathématiques et la réalité. Paris : Blanchard.

LONGO, G. (2003). Géométrie et cognition. Revue de synthèse, 124(1), 1-10.

VERGNAUD, G. (1996). La théorie des champs conceptuels. Dans J. Brun (dir.), Didactique des mathématiques (p. 197-242). Lausanne : Delachaux et Niestlé.

VERGNAUD, G. (2011). Au fond de l'action, la conceptualisation. Dans J.-M. Barbier (dir.), Savoirs théoriques et savoirs d'action (p. 275-292). Paris : PUF.

VI - ANNEXE 1

Groupe 1

Ateliers A : construire

Construire un dodécaèdre régulier à partir du matériel fourni :

Baguettes de 1m

Boite de connecteurs mélangés

Retrouver la formule d'Euler à propos de faces/arêtes/sommets.

Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

Ateliers B : sectionner

Construire un tétraèdre régulier à partir du matériel fourni :

Trouver un maximum de sections polygonales dans le polyèdre.

Baguettes de 1m

Connecteurs rigides

Ateliers C : inscrire

En utilisant la laine, inscrire des polyèdres réguliers à l'intérieur du dodécaèdre.

Baguettes de 50cm, connecteurs rigides, laine

Groupe 2

Ateliers A : construire

Construire un icosaèdre régulier à partir du matériel fourni :
Baguettes de 1m
Boite de connecteurs souples
Retrouver la formule d'Euler à propos de faces/arêtes/sommets.
Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

Ateliers B : sectionner

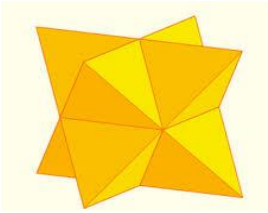
Construire un cube à partir du matériel fourni :
Trouver un maximum de sections polygonales dans le polyèdre.
Baguettes de 1m
Connecteurs rigides

Ateliers C : inscrire

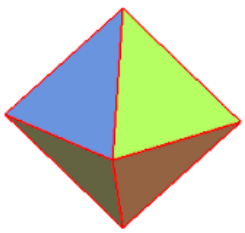
En utilisant la laine, inscrire des polyèdres réguliers à l'intérieur de l'octaèdre.
Baguettes de 50cm, connecteurs rigides, laine.

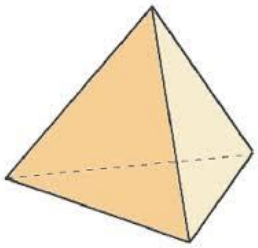
VII - ANNEXE 2

TÂCHE ouverte n°1 : autour de l'octaèdre et du tétraèdre

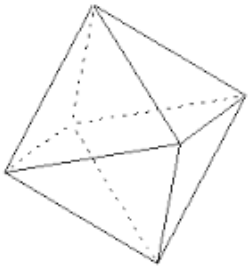


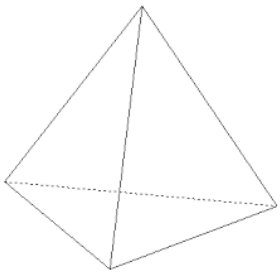
Réaliser la construction de la Stella Octangula en assemblant les polyèdres suivants :
un octaèdre avec des connecteurs souples ;
deux tétraèdres avec des connecteurs rigides.

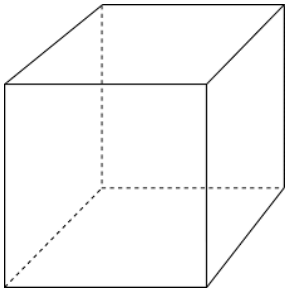




TÂCHE ouverte n°2 : autour de l'octaèdre, tétraèdre et cube







1. Construis un octaèdre avec des connecteurs souples.
2. Construis un tétraèdre avec des connecteurs souples. Il faut inclure l'octaèdre dans le tétraèdre.
3. Construis un cube. Il faut inclure la construction précédente dans ce cube.

FAIRE DE L'INFORMATIQUE SANS ORDINATEUR À L'ÉCOLE

Malika MORE
Maîtresse de Conférences
IUT Informatique
Université Clermont Auvergne
IREM de Clermont-Ferrand
Maison pour la Science en Auvergne
Laboratoire LIMOS
malika.more@udamail.fr

Sarah GALI
Professeure des Écoles
École de Saint-Amand Tallende
IREM de Clermont-Ferrand
Maison pour la Science en Auvergne
sarah.gali32@gmail.com

Résumé
L'informatique sans ordinateur est une approche de l'enseignement de l'informatique, complémentaire d'autres approches, qui consiste à présenter des concepts de la science informatique de façon ludique et sans recours à l'ordinateur. On met ainsi l'accent sur l'aspect scientifique sans se laisser éblouir ou rebuter par la technologie. Cette approche a été initiée par Tim Bell à partir de 1992.
Le groupe propose des activités pour le cycle 3 (écriture binaire des nombres – codes détecteurs et correcteurs d'erreurs – automates finis – algorithmes de tri – langages de programmation – etc.) qui seront présentées au cours de l'atelier. Les ressources comportent des documents-élèves, un déroulé de séance issu d'expérimentations en classe et une fiche scientifique pour le professeur.

Les objectifs de l'atelier sont d'une part de présenter les travaux menés depuis 2012 par le groupe ISO (Information Sans Ordinateur) de l'IREM de Clermont-Ferrand et de la Maison pour la Science en Auvergne, et d'autre part de réfléchir à des pistes de formation pour les Professeurs des Écoles, en lien avec les nouveaux programmes de 2016.

I - PRÉSENTATION DE CE QU'EST L'INFORMATIQUE SANS ORDINATEUR

1 De quoi parle-t-on ?

1.1 Une drôle d'idée ?

Le concept d'informatique sans ordinateur semble paradoxal au premier abord. Il s'agit pourtant d'une approche de l'enseignement de l'informatique qui existe depuis plus de vingt ans et qui est complémentaire d'autres approches. Il ne s'agit évidemment pas de décourager l'usage des ordinateurs par les élèves, ni de pallier au manque d'équipement dans les établissements. L'objectif est de profiter du décalage apparent entre les termes « informatique » et « sans ordinateur » pour se poser des questions sur les concepts mis en œuvre et prendre du recul par rapport aux usages quotidiens.

L'idée directrice consiste à enseigner des notions fondamentales de la science informatique de façon ludique, sans aucun recours à des objets numériques. On utilise à la place des cartes, des jetons, des gobelets, des billes, etc. On met ainsi l'accent sur le contenu scientifique, sans se laisser éblouir ou au contraire rebuter par la technologie.

1.2 Origines

L'informatique sans ordinateur s'est développée depuis 1992, sous le nom de "Computer Science Unplugged" (« Informatique débranchée »), à partir des travaux de l'informaticien néo-zélandais Tim Bell (Université de Canterbury). Le site du même nom propose de nombreuses ressources dans plusieurs langues (http://csunplugged.org/).

À partir du début des années 2000, le concept a gagné en visibilité depuis son intégration dans les propositions de curriculum en informatique publiées par les puissantes sociétés savantes américaines ACM (Association for Computing Machinery) et CSTA (Computer Science Teachers Association), propositions que l'on retrouve sur leur site[1].

1.3 Principes pédagogiques

Les idées sur lesquelles repose cette approche sont anciennes : pour s'approprier des concepts, les enfants ont besoin de manipuler des objets tangibles et d'expérimenter à partir de situations concrètes. Il s'agit de mettre les élèves en situation de recherche par des jeux et des problèmes à résoudre.

Du point de vue du contenu, les activités proposées ont pour objet des concepts de la science informatique (l'entrée n'est pas forcément la programmation). Elles sont agréables et non ennuyeuses, elles engagent le corps et favorisent des approches coopératives plutôt qu'individuelles. Par ailleurs, elles sont généralement neutres par rapport au genre, disponibles à faible coût et souvent sous licence Creative Commons.

2 Où trouver des ressources ?

Voici quelques liens vers des pages proposant des activités d'informatique débranchée en Français.

- Le site Interstices de médiation scientifique de l'INRIA propose la traduction de 20 activités du site Computer Science Unplugged : (https://interstices.info)
- Le groupe ISO de l'IREM/MPSA de Clermont-Ferrand propose plusieurs activités téléchargeables à l'adresse : http://www.irem.univ-bpclermont.fr/Informatique-sans-Ordinateur
- Le groupe Algorithmique de l'IREM de Grenoble propose plusieurs activités téléchargeables à l'adresse : http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique15
- Sur le site Pixees (https://pixees.fr/), il est possible de visionner des vidéos d'activités.

II - EXPÉRIMENTATION DE QUELQUES ACTIVITÉS PAR LES PARTICIPANTS

Les participants à l'atelier ont été invités à expérimenter quelques activités portant sur la représentation binaire des nombres, les images numériques et les langages de programmation.

1 La représentation binaire des nombres

La représentation binaire des informations est à la base du fonctionnement des ordinateurs. Ce savoir est considéré essentiel à tous les niveaux d'enseignement par les experts et les didacticiens de l'informatique, de l'école primaire à la classe de terminale scientifique dans l'enseignement de spécialité ISN (Informatique et Sciences du Numérique). Pourtant, elle n'est pas sans présenter des difficultés d'apprentissage à tous les niveaux d'étude.

La plupart des activités proposées sur la représentation binaire des nombres se concentre sur la façon de changer de base, c'est-à-dire sur le passage de la représentation décimale (en base 10) habituelle à la représentation binaire (en base 2) et vice versa. L'activité présentée ici mène à la découverte de la

[1] ACM : http://www.acm.org/education/curricula-recommendations et CSTA : http://www.csteachers.org/?page=CSTA_Standards

représentation binaire d'un nombre entier. Elle repose sur un tour de magie, qui consiste à deviner un nombre en demandant s'il est présent ou non sur des cartes magiques (Kruse, 2003).

Les différentes étapes du tour de magie sont présentées ci-après, ainsi que son fonctionnement.

- Le magicien (l'enseignant) demande à un spectateur (un élève) de choisir secrètement un nombre entre 0 et 31. En posant cinq questions, le magicien découvre le nombre secret. Pour cela, il dispose des cinq cartes de la figure 1 (voir ci-dessous). Ces cartes comportent chacune seize cases contenant les nombres indiqués. Le magicien montre les cartes une par une (dans l'ordre) au spectateur. Chaque fois, il demande si le nombre secret est présent ou non sur la carte. Une fois qu'il a obtenu la réponse aux cinq questions, le magicien trouve le nombre choisi par le spectateur.
- Le magicien mémorise les cartes pour lesquelles le spectateur a répondu que le nombre secret est présent. Si par exemple, il s'agit des cartes 1, 3 et 4, alors ce nombre est $13 = 1+4+8$. Les termes de la somme sont les premiers nombres (en haut à gauche) de chaque carte pour laquelle le spectateur a indiqué que son nombre secret était présent. Plus précisément, si le spectateur indique la carte i , alors le magicien mémorise 2^{i-1} . Une fois toutes les cartes passées, il suffit de sommer les nombres mémorisés. Ainsi, sur l'exemple précédent, le magicien obtient le nombre secret comme suit :

$$13 = 1 * 2^0 + 0 * 2^1 + 1 * 2^2 + 1 * 2^3 + 0 * 2^4$$

En effet, les nombres présents sur la carte i sont exactement ceux dont l'écriture binaire présente un 1 en position i (en partant de la droite), ce qui correspond à l'utilisation de 2^{i-1} dans la décomposition en somme de puissances de 2. Ainsi, le nombre 13 s'écrit 1101 en binaire. Les cinq cartes permettent de découvrir tous les nombres dont l'écriture binaire utilise au plus cinq chiffres, c'est-à-dire ceux entre 0 et 31.

Les participants sont invités à découvrir le fonctionnement du tour de magie dans un premier temps et ensuite la construction des cartes magiques.

En complément de cette activité, des exercices portant sur la conversion de l'écriture des nombres de la base 10 à la base 2 sont proposés.

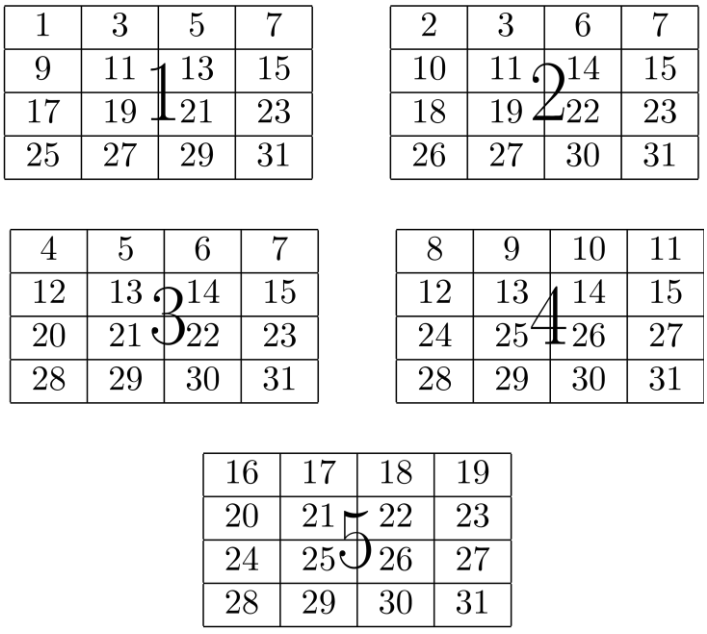


figure 1. *Cartes pour le tour de magie avec des nombres entre 0 et 31.*

2 Les images numériques

Lorsque nous utilisons un ordinateur ou un smartphone l'écran constitue un élément principal de l'interaction avec la machine. Les images sont donc au cœur de l'utilisation de ces objets, et leur qualité, leur taille et les moyens de les manipuler constituent des éléments importants de l'interaction homme machine. C'est pourquoi nous avons choisi de présenter quatre activités de découverte de cette notion.

2.1 Images pixellisées sans ordinateur

Pour les élèves, l'objectif de cette activité est d'introduire la notion de pixel d'une part et un premier codage numérique des images pixellisées d'autre part. Les participants sont invités à dessiner une image constituée de pixels noirs ou blancs, puis à la coder (à l'aide d'une représentation autrefois utilisée par exemple par les fax). Ensuite, ils décodent le dessin d'un autre groupe.

2.2 Images pixellisées avec ordinateur

Cette série d'activités a pour but de démontrer aux élèves l'affirmation selon laquelle les images informatiques sont numériques, c'est-à-dire constituées de nombres. L'idée générale consiste à ouvrir un même fichier, d'une part en utilisant un éditeur de texte (comme WordPad sous Windows, ou emacs sous Linux), et d'autre part avec un logiciel d'imagerie (comme Gimp) - il s'agit donc ici d'informatique « avec ordinateur ». Dans le premier cas, les élèves pourront observer des nombres, et dans le second cas, une image constituée de pixels. Il est possible de modifier des nombres dans le fichier texte et d'observer les modifications obtenues sur l'image. Certains des exercices sont utilisables pour des élèves du cycle 3 (CM1-CM2-6e), d'autres sont plutôt destinés à des élèves de la fin du cycle 4 (classe de 3e), car ils comportent une part d'algorithmique et de programmation en python.

2.3 Cryptographie visuelle

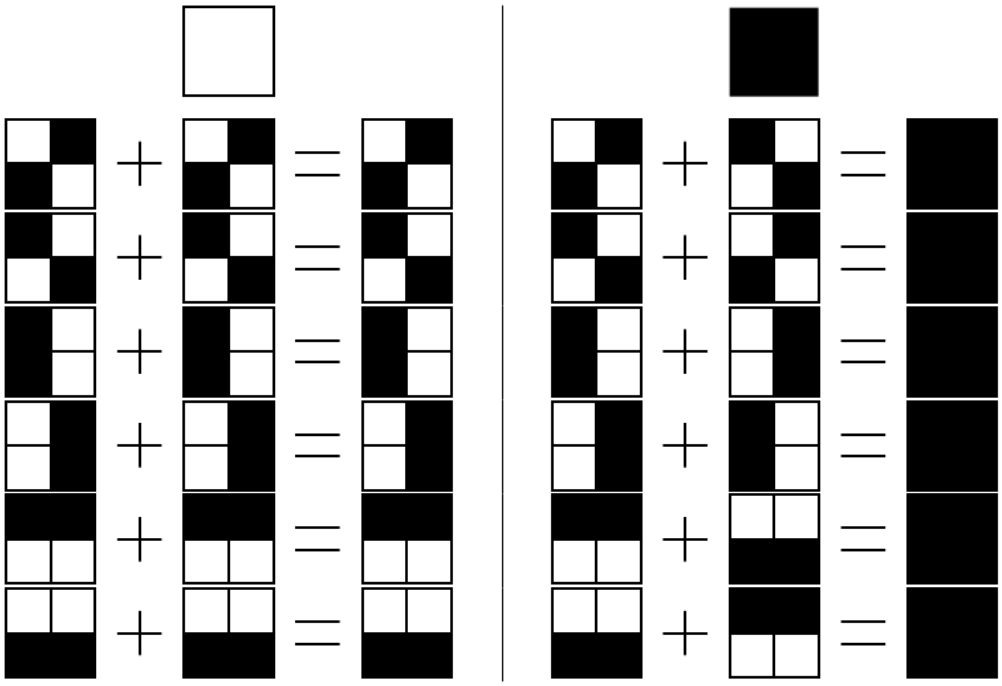
L'objectif de cette activité est de présenter le fonctionnement de la cryptographie visuelle au travers d'exemples. La cryptographie visuelle a été inventée en 1994 par Moni Naor et Adi Shamir. Elle permet de communiquer des messages secrets à travers des images. Nous allons manipuler des images simples en noir et blanc. Elles sont donc constituées uniquement de pixels noirs ou blancs.

L'idée est de construire deux images de telle sorte qu'en les superposant elles fassent apparaître le message secret. Mais une personne qui ne possède qu'une seule image ne doit pas pouvoir retrouver le message secret. Elle ne doit pouvoir obtenir aucune information sur le message secret avec une seule des deux images.

Partant d'une image en noir et blanc, il faut générer deux images telles qu'en les superposant elles révèlent le dessin originel. Pour cela, chaque pixel de l'image de départ va devenir 4 pixels disposés en carré. Ainsi les deux images obtenues seront deux fois plus grandes, en nombre de pixel par ligne et par colonne, que l'image d'origine.

- Un pixel blanc sur l'image de départ produit deux « images » de taille deux pixels par deux pixels en suivant les règles de gauche données ci-dessous. Pour chaque pixel blanc une règle est choisi aléatoirement parmi les 5 données ci-dessous.
- Pour les pixels noirs, il faut prendre les règles de droite afin d'obtenir un carré de pixels tous noirs lors de la superposition. De même à chaque pixel noir il faut choisir aléatoirement une des 5 règles.

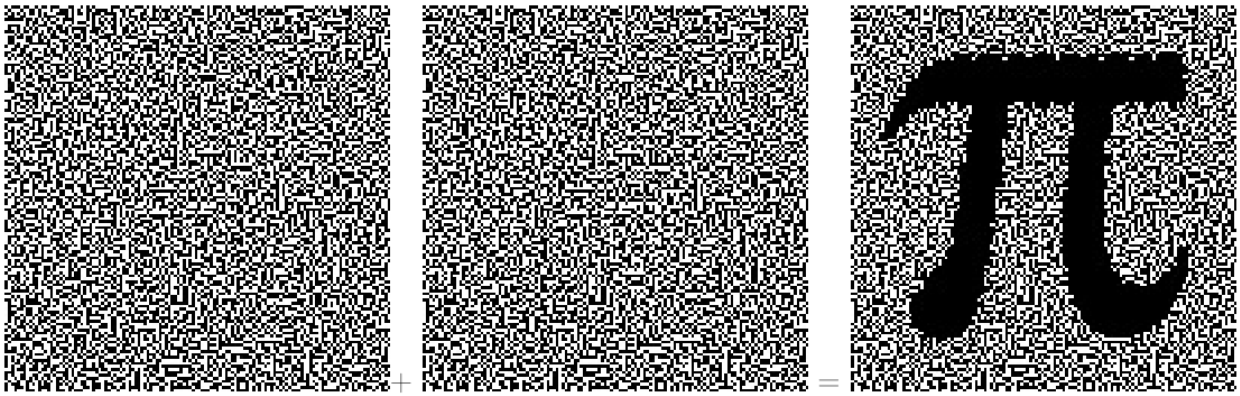
Ces règles ont pour objectif de donner deux images qui ont chacune autant de pixels noirs que de pixels blancs. Ainsi une image seule permet de ne retrouver aucune information sur l'image cachée, par contre lorsque les images seront superposées le dessin apparaîtra.



En partant de l'image originale ci-contre représentant le symbole π,



nous obtenons les deux images suivantes qui, en fusionnant, donnent la troisième image.



Nous remarquons que le bloc blanc ne l'est plus. L'image finale ne sera pas exactement celle de départ. Elle sera moins « nette ».

Grâce à cette construction, un attaquant qui observe un bloc de pixels n'est pas capable de savoir si la superposition permet d'obtenir un bloc blanc ou un bloc noir, car les règles de générations des images ont été choisies aléatoirement. Il faut les deux images pour pouvoir prédire si le pixel fusionné sera noir ou blanc.

Les participants sont invités à construire eux-mêmes sur des transparents quadrillés à l'aide d'épais feutres noirs un exemple de cryptographie visuelle.

2.4 Courbes de Bézier

Il est possible de classer les formats d'images numériques en deux grandes familles :

- Les images dites « matricielles » (BitMap), peuvent représenter des photos, des dessins, des plans etc. ... Ces images en couleur ou en noir et blanc sont constituées de tous les points (pixels) de l'image. Agrandir ou rétrécir ces images pose certains problèmes afin de déterminer les pixels de la nouvelle image. Par contre, elles sont souvent d'une grande qualité car elles contiennent toute l'information.
- Les images dites « vectorielles », sont formées de courbes qui définissent des formes à l'aide d'équations. Même pour des formes complexes, les images vectorielles nécessitent moins de place en mémoire que les images BitMap. De plus elles supportent parfaitement le changement d'échelle.

La figure ci-dessous montre une image vectorielle d'un abricot qui n'est pas détériorée par le changement d'échelle, alors que l'image matricielle du même objet ne passe pas correctement à l'échelle.



L'objectif de cette activité est de construire des courbes de Bézier « simples ». Les courbes de Bézier ont été inventées par Pierre Bézier en 1962. Elles ont de nombreuses applications dans la synthèse d'images et le rendu de polices de caractères (les lettres « arrondies » sont souvent générées par des courbes de Bézier). Ces courbes sont des courbes polynomiales paramétriques qui sont des objets mathématiques complexes. Nous nous intéressons au cas le plus simple qui consiste à partir de trois points A, B et C, de construire une courbe lisse allant du point A au point C de telle sorte telle qu'elle soit tangente aux droites (AB) et (BC).

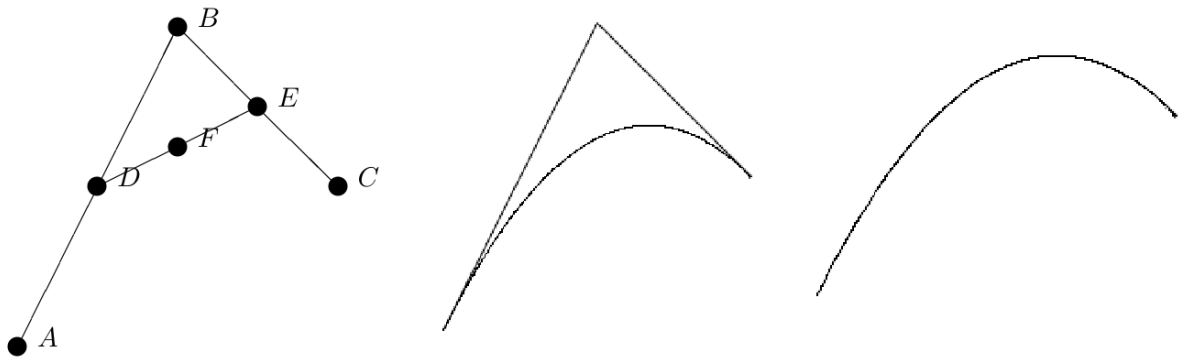
Pour construire la courbe de Bézier de points de contrôle A, B et C il suffit de remplacer la ligne polygonale A, B, C par la ligne polygonale A, D, F, E, C où :

– D est le milieu de [AB]

– E est le milieu de [BC]

– F est le milieu de [DE]

Il faut alors recommencer le processus sur les deux nouveaux polygones construits. Après plusieurs itérations, le résultat est une courbe (visuellement) lisse, passant par A et C et tangente à [AB] et à [BC]. Il suffit que de quelques itérations (3 ou 4) pour avoir un résultat satisfaisant, comme le montre l'exemple ci-dessous.



Cette activité permet de comprendre comment représenter une figure complexe, ici une courbe, à partir de la seule connaissance de trois points et d'un algorithme. Cette technique passe facilement à l'échelle car la courbe sera facilement recalculée.

3 Les langages de programmation

Enfin, la programmation est au cœur des activités informatiques, c'est pourquoi nous avons choisi de présenter une dernière activité permettant aux élèves de découvrir la notion de langage de programmation.

Une manière de diriger une pince robotisée déplaçant des gobelets est de lui donner une suite d'instructions élémentaires (déplacer la pince à droite →, ou à gauche ←, saisir un gobelet placé sous la pince ↑ et poser un gobelet ↓). Chaque instruction élémentaire correspond à un mouvement de la pince. Dans ce contexte, un programme est une suite finie d'instructions élémentaires. Le programme suivant : ↑ → → → → ↓ ← ← ← ← ↑ → → ↓ ← ← ↑ → → → ↓ permet de construire une pyramide de 3 gobelets à partir de 3 gobelets empilés et de la pince positionnée au-dessus de cet empilement, comme indiqué sur la figure ci-dessous.

Pour appréhender la nature des langages de programmation, il est essentiel d'avoir à l'esprit la dissymétrie fondamentale entre les deux protagonistes, le programmeur et la machine. En effet, ce programme a été écrit par un humain dans le but de faire construire la pyramide au robot, alors que le robot accomplit simplement les actions indiquées sans viser un quelconque objectif. Le robot ne sait pas qu'il est en train de construire une pyramide de gobelets.



D'une façon générale, l'intention du programmeur est de commander une machine (ordinateur, robot, téléphone, console de jeu, ...) afin qu'elle accomplisse certaines tâches qu'il a définies. Pour sa part, la machine se contente d'exécuter à la lettre les ordres rédigés par le programmeur. Les langages utilisés par les humains pour écrire des programmes qu'exécutent les machines sont appelés des langages de programmation. Il existe de nombreux langages de programmation correspondant aux différentes machines, mais aussi permettant de rédiger des programmes de différentes manières.

Dans cette activité, les participants sont invités à écrire (sans les gobelets) un programme destiné à construire une certaine pyramide de gobelets, puis à exécuter (sans le modèle) le programme écrit par un autre groupe.

III - PRÉSENTATION DES RESSOURCES DESTINÉES À LA FORMATION DES ENSEIGNANTS PRODUITES PAR LE GROUPE

1 Groupe IREM/MPSA « Faire de l'informatique sans ordinateur à l'école et au collège » (Clermont-Ferrand)

Dans la mesure où la science informatique commence à peine à devenir une discipline scolaire, il y a peu de matériels pédagogiques dédiés. Notre groupe travaille depuis septembre 2012 dans une optique prospective et militante à la production de ressources pour les enseignants (Drot-Delange, 2013).

Nous avons choisi de nous concentrer sur un public et une approche spécifiques. Le public concerne les professeurs des classes de la fin du primaire et du début du collège (CM1-CM2-6e-5e), et l'approche est celle de « l'informatique sans ordinateur ».

Ce groupe est composé de 6 à 8 personnes. Il comporte des enseignants du premier degré, des enseignants de mathématiques du second degré et des universitaires (informaticiens, mathématiciens et didacticiens de l'informatique). Les ressources pour la classe produites ont été testées dans des classes de plusieurs niveaux du CE1 à la terminale.

2 Thèmes et contenus des ressources

Les activités sont indépendantes les unes des autres, et permettent de découvrir des concepts variés de la science informatique. Certaines ont été conçues par le groupe, et d'autres ont été adaptées à partir de propositions existantes.

Les thèmes abordés concernent la représentation et le traitement de l'information, l'algorithmique, la programmation ou la modélisation, et plus précisément :

- Représentation binaire des nombres
- Codes détecteurs et correcteurs d'erreurs
- Automates finis
- Images numériques
- Compression de textes
- Langages de programmation
- Algorithmes de tris
- Architecture des ordinateurs

Pour chaque activité, les ressources proposées comportent une fiche-professeur proposant un déroulement de séance détaillé, et parfois un autre scénario alternatif, une fiche scientifique destinée à présenter à l'enseignant le thème traité et son environnement informatique et l'ensemble des fichiers nécessaires à la réalisation de l'activité.

3 Diffusion

Les productions du groupe sont régulièrement présentées lors de stages de formation continue dans l'Académie de Clermont-Ferrand, en particulier à la Maison pour la Science. Un module de formation à distance autonome sur les codes détecteurs et correcteurs d'erreurs a été produit en 2014-2015. Il est disponible sur la plate-forme académique M@gistère et sur le site de l'IREM (http://www.irem.univ-bpclermont.fr/Informatique-sans-Ordinateur,152). L'ensemble des ressources sont téléchargeables à partir de l'onglet Ressources du site de l'IREM (\http: //www.irem.univ-bpclermont.fr/Informatique-sans-Ordinateur). Enfin, pour les enseignants de l'Académie, des pochettes prêtes à l'emploi sont disponibles en prêt à l'IREM/MPSA sur le Campus des Cézeaux à Aubière, ainsi que le matériel complémentaire (comme des balances, des cartes aimantées, etc.).

IV - DISCUSSIONS EN VUE DE L'ÉLABORATION DE PISTES DE FORMATION POUR LES PROFESSEURS DES ÉCOLES, EN LIEN AVEC LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE 2016

Lors de l'atelier, l'essentiel du temps a été consacré à la découverte des activités citées dans cet article. Toutefois, des discussions portant sur l'insertion d'activités du type « informatique sans ordinateur » dans la formation des professeurs des écoles se sont déroulées au fur et à mesure de la présentation des activités. Les participants ont en particulier souligné les liens avec plusieurs concepts de mathématiques des programmes, et parfois aussi les potentielles sources de difficultés didactiques.

Il serait également intéressant d'analyser les liens entre ces activités et les attendus des nouveaux programmes 2016 de l'école et du collège en ce qui concerne l'apprentissage de algorithmique et de la programmation.

V - BIBLIOGRAPHIE

DROT-DELANGE B. (2013) Enseigner l'informatique débranchée : analyse didactique d'activités, in *Actes du congrès Actualité de la Recherche en Éducation et en Formation (AREF 2013),* Montpellier, France.

KRUSE G. (2003) "Magic numbers" approach to introducing binary numbers representation in CSO, *SIGSE Bulletin,* **35**, 272-272.

LES PROGRAMMES DE 2015 POUR L'ÉCOLE MATERNELLE : DE NOUVELLES COMPÉTENCES SUR LE NOMBRE QUI INTERROGENT LES ENSEIGNANTS

Carine REYDY
ESPE D'AQUITAINE, UNIVERSITÉ DE BORDEAUX, LAB-E3D
carine.reydy@u-bordeaux.fr

Patrick URRUTY
ESPE D'AQUITAINE, UNIVERSITÉ DE BORDEAUX
patrick.urruty@u-bordeaux.fr

Résumé
Les nouveaux programmes pour l'école maternelle font apparaître des compétences sur le nombre qui font notamment écho aux travaux de recherche menés par Brissiaud (2014a, 2014b) et qui mettent l'accent sur la nécessité d'enrichir les connaissances des élèves sur les premiers nombres en apprenant par exemple à « *parler des nombres à l'aide de leur décomposition* » dès la P.S. ou en comprenant que « *tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente* » (M.E.N., 2015a).
Dans le cadre de la formation continue, nous avons conduit une recherche-action avec des professeurs des écoles de cycle 1 d'un REP+ de Gironde : après avoir recueilli les conceptions initiales des enseignants, nous avons élaboré et expérimenté des situations qui s'inscrivent dans les préconisations des nouveaux programmes.
Dans cet atelier, nous prenons appui sur cette expérience et sur les propositions des participants pour faire émerger des perspectives de formation initiale et continue des enseignants sur ce thème.

I - POINT DE DÉPART

Le questionnement qui a motivé cet atelier trouve son origine durant l'année scolaire 2014-2015 : nous avons alors été sollicités par les enseignantes de maternelle d'une école d'un REP+[1] de Gironde qui souhaitaient mener un travail spécifique sur l'enseignement des mathématiques en vue de l'arrivée des nouveaux programmes pour l'école maternelle (MEN, 2015a). C'est par le biais d'une recherche-action portée par la Mission CARDIE que ce travail a pu prendre une forme plus étendue et plus structurée l'année suivante en se généralisant à l'ensemble des enseignants de cycle 1 du REP+ concerné.

1 Les recherches-action dans le cadre de la Mission CARDIE en Aquitaine

Une des missions principales du conseiller académique en recherche-développement, innovation et expérimentation (CARDIE) consiste à « *animer le réseau local de l'innovation en éducation avec tous les partenaires concernés, notamment la recherche* » (Eduscol 2014). Il s'agit de rendre possible des croisements de regards au cœur d'une logique de réseau et de mise en réseau de services et d'acteurs tels que la DSDEN[2], CANOPÉ[3], les ESPE[4], les corps d'inspection, les enseignants, les chercheurs, etc.

1 Réseau d'Éducation Prioritaire + : les professeurs des écoles de REP+ bénéficient de 18 demi-journées dans l'année durant lesquelles ils sont remplacés, afin de travailler collectivement et se former ensemble, concevoir et organiser le suivi des élèves, coopérer davantage avec les parents d'élèves.

2 Direction des Services Départementaux de l'Éducation Nationale

3 CANOPÉ, le réseau de création et d'accompagnement pédagogique, est un éditeur de ressources pédagogiques public, dépendant du ministère de l'éducation nationale français. Il succède depuis 2014 au réseau SCÉRÉN.

À cet effet en Aquitaine, un appel à projets de recherche-action est lancé chaque année par le groupe de pilotage de la Mission CARDIE dont sont membres le directeur adjoint à la recherche et la chargée de mission pour la formation continue de l'ESPE d'Aquitaine dans le cadre du partenariat entre la Mission CARDIE et l'ESPE. Pour être retenu, un projet de recherche-action doit permettre de développer de nouveaux espaces d'apprentissage à travers des expérimentations qui mobilisent à la fois une expertise universitaire et une expertise praticienne. La problématique en jeu doit de préférence s'inscrire dans les domaines prioritaires définis chaque année par la commission académique CARDIE-ESPE. Un projet validé peut alors bénéficier de deux types de soutiens : d'une part, le porteur de projet se voit attribuer un forfait de 24 heures qu'il répartit entre les intervenants ESPE pour que ces heures soient inscrites dans leur service, et d'autre part, le projet peut aussi obtenir un soutien financier (pour du matériel notamment) par le service recherche de l'ESPE d'Aquitaine.

Aussi, lors de l'appel à projets pour l'année 2015-2016, nous avons vu une opportunité de donner plus d'ampleur au travail engagé avec les quelques enseignantes du REP+ évoqué précédemment, et de renouer ainsi avec les pratiques qu'avaient connues nos collègues formateurs d'écoles normales qui bénéficiaient d'une organisation et d'une reconnaissance par l'institution du travail de conception, d'observation et d'analyse réalisé dans les classes.

2 Description de notre recherche-action

2.1 Problématique

Les nouveaux programmes pour l'école maternelle font la préconisation suivante : « *les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage* » (M.E.N., 2015a). Les travaux de R. Brissiaud (2014a, 2014b) permettent d'éclairer la distinction entre les deux formes de comptage évoquées dans cette phrase :

- le comptage-numérotage : il correspond à la pratique socialement reconnue consistant, pour compter une collection de quatre jetons, à énoncer « un, deux, trois, quatre, il y en a quatre » en insistant tout au long du comptage sur la correspondance terme à terme entre le mot-nombre et le jeton pointé,
- le comptage-dénombrement : dans la même situation que la précédente, le comptage-dénombrement revient à théâtraliser l'ajout d'une unité en énonçant « un **et un**, deux, **et un**, trois, **et un**, quatre ». Dans cette situation, on attire d'emblée l'attention de l'élève sur le fait que le mot-nombre se rapporte non pas à un jeton, mais à toute la collection de jetons déjà pointés (et déplacés lorsque c'est possible), et qu'un nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent.

Ainsi, lors des premiers apprentissages numériques, les nouveaux programmes invitent l'enseignant à utiliser en classe une forme de comptage différente de celle pratiquée au sein des familles, afin de conduire les élèves à accéder à une propriété fondamentale : l'itération de l'unité. De manière plus générale, les nouveaux programmes pointent l'importance des activités de composition-décomposition dans la compréhension du nombre, tout au long de l'école maternelle « *Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois)* » [...] « *Après quatre ans, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à dix* ».

En conclusion, les nouveaux programmes enrichissent la liste des compétences à construire dans le domaine des nombres jusqu'à 10, puisque l'étude des premiers nombres doit désormais s'accompagner de celles de leurs décompositions.
Nous faisons l'hypothèse que ces changements sont sources de difficultés dans les pratiques enseignantes et génèrent des besoins en formation.

2.2 Organisation du dispositif

La recherche-action se déroule en trois temps pour l'année 2015-2016 :
- dans un premier temps, nous présentons une conférence à l'ensemble des enseignants de cycle 1 du secteur REP+ de Lormont en Gironde lors de laquelle nous apportons des éclairages sur les nouveaux programmes pour l'école maternelle et nous faisons des propositions de travail autour des apprentissages numériques de la PS à la GS ;
- un travail est ensuite mené dans les classes de 6 enseignantes volontaires[5] : il s'agit de concevoir, mettre en œuvre et analyser des séquences portant sur certaines compétences spécifiques dans les nouveaux programmes ;
- enfin lors d'une conférence-retour s'adressant à tous les enseignants du secteur, nous présentons et mutualisons le travail conduit avec le petit groupe d'enseignantes volontaires.

Les séquences réalisées dans ce cadre seront utilisées pour alimenter des animations et conférences pédagogiques à partir de la rentrée 2016 qui s'adresseront au reste de la circonscription de Lormont ainsi qu'aux autres circonscriptions de Gironde.

II - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

L'atelier s'est déroulé en trois temps :
- éclairages théoriques sur les nouveaux programmes et les évolutions qu'ils présentent en écho aux travaux de Brissiaud (2014a, 2014b) ;
- travail de groupe autour de l'analyse des conceptions des enseignants sur deux compétences particulières des nouveaux programmes, suivi d'une mise en commun ;
- présentation des séquences que nous avons construites et expérimentées en réponse aux besoins identifiés dans notre analyse des conceptions des enseignants.

1 Consigne pour les participants

Le travail de groupe proposé aux participants a pris appui sur le document reproduit en annexe 2. Celui-ci liste les « conceptions initiales » des 54 enseignants du réseau REP+ de Lormont impliqués dans le dispositif de formation qui ont été recueillies par l'intermédiaire d'un questionnaire proposé lors de la conférence pédagogique initiant la démarche de recherche-action, au mois de décembre 2015 (cf. annexe 1). Les enseignants devaient décrire des activités qui, selon eux, permettent de travailler les compétences suivantes :

Compétence 1 : *avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.*

Compétence 2 : *parler des nombres à l'aide de leur décomposition.*

Les participants à l'atelier ont alors eu pour consigne d'analyser les réponses apportées par les enseignants selon deux axes de réflexion :
- repérer les activités qui semblent effectivement mobiliser la compétence visée, moyennant certains aménagements éventuels à préciser ;
- relever les difficultés rencontrées par les enseignants et les erreurs qu'ils semblent commettre.

2 Mise en commun : analyse des conceptions des enseignants

Après 45 minutes de recherche par groupes, les participants ont échangé à partir de l'analyse qu'ils ont réalisée selon les deux axes décrits ci-dessus. Les points suivants ont pu être dégagés.

[5] Véronique Arnaud et Françoise Cassiède à l'école Paul Fort, Adeline Porier à l'école Romain Rolland, Véronique Marie-Magdeleine à la maternelle Verte, Julie Fabre à l'école Suzanne Debrat, Virginie Leroux à l'école Rosa Bonheur.

2.1 Des ressources connues pour travailler sur les décompositions

Les réponses au questionnaire montrent que les enseignants connaissent déjà des situations permettant de mettre en évidence des décompositions de petits nombres.

Très souvent, le contexte évoqué fait référence aux situations décrites dans la collection « Vers les maths » (Duprey et al., 2009). Cette série de guides pédagogiques a en effet anticipé les nouveaux programmes en organisant une progression de situations de la PS à la GS visant explicitement à construire la compétence « *Parler le nombre à l'aide de ses décompositions* ». Ainsi, « *Le jeu des lapins* », « *Le jeu des hérissons* », « *La situation des alvéoles et les jetons* », « *Le jeu de Halli Galli*© », cités à plusieurs reprises dans les réponses, sont issus de cette collection qui est très présente dans les écoles maternelles de Gironde.

De manière plus marginale, un enseignant évoque « *la situation du dortoir* » sur les décompositions du nombre 10, issue de l'ouvrage « *Découvrir le monde avec les mathématiques* » (Valentin, 2004), en lien avec l'album « *Dix petits amis déménagent* » (Anno, 2002). Un autre fait référence aux « *Albums à calculer* » (Brissiaud et al., 2004) sur les décompositions des premiers nombres.

Enfin, d'autres enseignants font référence à des pratiques de classe sans doute plus personnelles comme l'utilisation des pièces de 1 € ou 2 € pour obtenir un montant donné.

2.2 Décomposer ou composer des collections : des situations étroitement liées

Les situations décrites par les enseignants pour interpréter la compétence 2 renvoient à deux types de problèmes différents :

- décomposer le tout en deux parties distinctes, action qui préfigure la décomposition d'un nombre en somme de deux petits nombres. C'est le cas notamment dans « *le jeu du Lucky Luke* » (utiliser les deux mains pour représenter une quantité entre 2 et 10) ou dans « *le jeu des alvéoles* » (trouver différentes manières de remplir dix alvéoles à partir de jetons de deux couleurs),
- composer le tout à partir de deux parties distinctes, action qui préfigure le calcul de la somme de deux petits nombres. C'est le cas notamment dans « *l'utilisation d'un jeu de société avec deux dés* » (il faut dans ce cas totaliser les résultats obtenus avec les deux dés), ou encore dans « *le jeu du bon panier* » (il faut calculer le nombre total d'œufs connaissant le nombre d'œufs de chaque couleur).

Les enseignants ne font donc pas de réelle distinction entre les deux types de situations, ce qui peut s'expliquer assez facilement par le fait que les procédés mis en jeu pour appréhender ces situations sont étroitement liés. En effet, prenons par exemple le cas du Halli-Galli© dans lequel il faut obtenir 5 fruits à partir de deux cartes. Si l'élève n'a pas encore mémorisé de décomposition du nombre 5 comme par exemple « 3 et 2 », il ne peut pas directement s'orienter vers le choix d'une carte à 2 fruits et d'une carte à 3 fruits. Il s'engagera dans l'activité en essayant plusieurs associations de deux cartes, en totalisant le tout, puis en réajustant si nécessaire (lorsqu'on ne tombe pas sur 5 fruits). Ce sont donc plusieurs « compositions de collections » qui permettront finalement de résoudre le problème posé a priori comme une décomposition de collection. En outre, les procédures alors mobilisées relèveront certainement plus du dénombrement que du calcul.

Un accompagnement des enseignants sur les nouveaux programmes pour l'école maternelle devra permettre de distinguer des situations dans lesquelles on décompose des nombres de celles dans lesquelles on les additionne ou bien on recherche un complément.

2.3 Difficultés à interpréter l'itération de l'unité

Les réponses au questionnaire montrent que les enseignants ont beaucoup de difficultés à identifier des activités qui permettraient de travailler spécifiquement la compétence 1 (14 non réponses sur 54 personnes interrogées). Souvent, les situations évoquées renvoient à la détermination du nombre d'éléments d'une collection (principe des « *boîtes à compter* »), mais aucune allusion n'est faite à la prise de conscience d'une pratique nouvelle qui, dans cette activité, bannirait le comptage-numérotage au profit d'un comptage-dénombrement. Ces réponses semblent traduire la persistance d'une pratique qui

privilégie la correspondance terme à terme entre un mot-nombre et un objet, pratique à laquelle l'un des enseignants fait d'ailleurs référence de manière explicite : « *Réciter la suite des nombres en faisant tomber un objet dans la boîte à chaque nombre énoncé* ». Une seule réponse (« *cartes à points avec caches que l'on décale d'un en demandant à chaque combien cela fait en tout* ») propose réellement de mettre en scène la propriété d'itération de l'unité et l'association explicite entre un mot-nombre et la prise en compte d'une collection.

À cet égard, les programmes indiquent que « *les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaitre, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main).*». Néanmoins, ils ne décrivent toutefois pas de pratique alternative comme celle que suggère Brissiaud (2014a) en théâtralisant l'itération de l'unité. Au contraire, on peut lire quelques lignes plus loin : « *Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer* » (M.E.N., 2015a). Or c'est bien ici une procédure de comptage-numérotage qui est qualifiée de procédure de dénombrement.

À plusieurs reprises, les enseignants proposent des situations pour mettre en scène des calculs additifs et soustractifs afin de donner du sens à la propriété d'itération de l'unité (« *Greli-grelo* », « *jeu de la boîte* »). Deux types de cas particuliers sont alors décrits : soit on détermine la valeur du total après avoir ajouté une unité à une collection dont on connaît le nombre d'éléments, soit on détermine la valeur de l'ajout lorsqu'on passe d'une collection comportant N éléments à une collection possédant N+1 éléments. Des propositions du même type son suggérées dans un contexte ordinal (« *déplacements sur une bande numérique* »). Pour les enseignants qui apportent ce type de réponse, la compétence 1 est de fait « englobée » dans la compétence 2 : c'est en mettant en évidence des cas particuliers dans les situations d'addition-soustraction (l'un des termes est égal à l'unité) que la compétence 1 sera travaillée.

Notons que les échanges qui ont eu lieu lors de l'atelier n'ont finalement permis de faire émerger que très peu d'activités qui cibleraient spécifiquement cette compétence (travail autour d'un album à compter accumulatif qui sera décrit plus loin ou bien cas particulier dans les situations d'ajout comme l'évoquent certains enseignants dans les réponses au questionnaire).

2.4 La perception du rôle de la manipulation

Dans les réponses apportées au questionnaire, la manipulation et le jeu ont une place prépondérante qui masque parfois la manière dont les connaissances visées pourront être réellement mises au jour. Ainsi, on peut lire par exemple « *Jeu des parkings et des voitures : un parking est déjà partiellement rempli, il faut aller chercher les voitures pour le compléter* ». Un tel dispositif permet effectivement de mettre en scène une collection partagée en deux sous-collections : les voitures déjà présentes, les voitures rapportées (qui pourraient être par exemple d'une autre couleur) et le tout (représenté par l'ensemble des voitures ou l'ensemble des places de parking). Néanmoins, l'activité peut très bien fonctionner sans qu'on n'ait besoin de prendre conscience d'une telle décomposition si l'on se centre seulement sur les places libres qu'il faut remplir. Par exemple, si le parking comporte 10 places et que 4 voitures sont installées, il suffit de compter les 6 places vides et de rapporter les voitures correspondantes. On peut très bien ignorer que le parking comporte 10 places et rien n'oblige à expliciter que « 10 voitures, c'est 6 voitures et 4 voitures », alors que c'est justement cette explicitation qui semble visée à travers la compétence « parler les nombres à l'aide de leurs décompositions ».

Ainsi, on retrouve dans les réponses des enseignants l'idée que « la priorité doit être donnée à la manipulation et au jeu », idée largement présente dans la « culture » de l'école maternelle. Cependant, aucune référence n'est faite à la prise de distance avec le matériel qui permettrait dans un deuxième temps d'amener les élèves à exprimer des relations arithmétiques entre les nombres, idée plutôt intégrée à la « la culture du cycle 2 » relative à l'entrée dans le calcul.

3 Les séquences expérimentées en classe

Après ce temps de mise en commun, nous avons exposé le dispositif mis en place auprès des enseignantes volontaires et l'analyse que nous en avons faite. Cette présentation a été suivie d'échanges avec les participants qui ont permis de dégager des perspectives de formation que nous présentons dans la dernière partie de cet article.

3.1 Des mangeoires pour les animaux en PS

Dans la classe de PS où a été réalisée une partie des expérimentations, l'enseignante a abordé les nombres jusqu'à trois, sans utiliser le comptage-numérotage. Lorsqu'elle doit prendre par exemple trois jetons dans une réserve, elle utilise l'un ou l'autre des procédés suivants face à ses élèves :

- elle annonce « *trois* » à haute voix, montre le nombre trois avec les doigts de la main, puis pioche en faisant la correspondance terme à terme entre les doigts et les jetons ;
- elle pioche en faisant du comptage-dénombrement « *un, et un, deux, et un, trois* » ;
- elle pioche en faisant apparaître la décomposition « *deux* (elle pointe directement deux jetons avec deux doigts), *et un, trois* ».

Au fil de l'année, les élèves s'approprient ces différentes manières de faire dans des activités qui les amènent à manipuler des collections de trois objets au plus. En fin d'année, on propose aux élèves une séquence qui va permettre de s'intéresser à des quantités plus importantes.

La situation de base est la suivante : chaque élève possède une collection comportant entre 3 et 6 animaux (jouets en plastique), il doit distribuer une mangeoire à chaque animal (un bouchon en plastique fait office de mangeoire).

Lors du premier atelier, les mangeoires individuelles sont disponibles sur l'atelier et chaque élève doit se contenter d'en distribuer une par animal, par **correspondance terme à terme.**

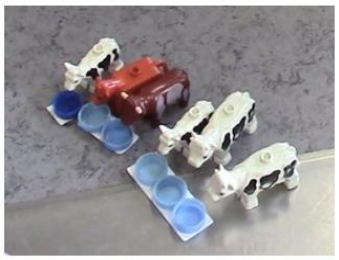
Lors du second atelier, les mangeoires sont également disponibles sur l'atelier sous forme individuelle, mais aussi par lots de deux ou par lots de trois (les mangeoires sont fixées sur des supports en carton). Les enfants cherchent alors spontanément à faire une distribution de mangeoires individuelles, mais le manque de matériel et l'étayage de l'adulte incitent à trouver d'autres manières de faire. La situation conduit dans ce cas les élèves à décomposer une collection en sous-collections pour pouvoir l'appréhender avec les trois premiers nombres. De plus, la comparaison des différentes manières de distribuer les mangeoires permet de réinvestir le **comptage-dénombrement** et la **décomposition des nombres jusqu'à trois.**

Exemple 1 : lors de l'atelier, l'adulte dialogue avec l'élève : on a donné « *une mangeoire, une mangeoire, et encore une mangeoire* » mais ensuite on a donné directement « *trois mangeoires* ».





Exemple 2 : lors de l'atelier, l'adulte dialogue avec l'élève : « *on a trois vaches et trois vaches* », on a distribué « *trois mangeoires, deux mangeoires, une mangeoire*», « *on pourrait remplacer deux mangeoires et une mangeoire par trois mangeoires* ». À aucun moment il n'incite les élèves à savoir « *combien il y a de vaches* ».

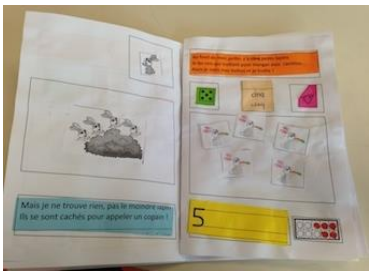


3.2 La comptine des petits lapins en MS

L'objet de cette séquence est de faire apprendre aux élèves une comptine chantée qui met en scène la propriété d'itération de l'unité (« *Au fond de mon jardin, il y a trois petits lapins […], ils se sont cachés pour appeler un copain. Au fond de mon jardin, il y a quatre petits lapins…* »[6]), puis de leur faire fabriquer individuellement un album à compter illustrant cette comptine.

Lorsque les élèves chantent la comptine, l'enseignant peut les inciter à « *théâtraliser l'itération de l'unité* » (Brissiaud, 2014a, 2014b) grâce à une gestuelle qui utilise les doigts des mains : trois doigts sont levés sur la main gauche (« *Il y a trois petits lapins au fond de mon jardin* ») et à l'arrivée d'un « *copain* », l'enseignant montre un doigt sur la main droite qui s'approche de la main gauche et vient s'y placer. Cette dernière compte alors quatre doigts (« *Il y a quatre petits lapins au fond de mon jardin* »).

La propriété d'itération de l'unité est également présente dans l'album à compter que les élèves réalisent : en effet, chaque double-page est dédiée à un nombre *N* dont différentes représentations sont proposées sur la page de droite (écriture chiffrée, écriture littérale, différents types de collections témoins organisées ou non). Sur la page de gauche figure une collection de *N* lapins disposés de la manière suivante : *N*-1 lapins sont cachés derrière un buisson et un lapin est à l'écart, en train de rejoindre le reste du groupe.



La double-page du 5

En général, la démarche privilégiée par les formateurs pour amener les professeurs des écoles à construire une séquence consiste à « partir de la compétence visée » pour chercher à élaborer et articuler de manière cohérente différents types de situations au service de la construction de cette compétence. Or, à l'instar des enseignants ayant répondu au questionnaire, les animateurs et les participants à l'atelier ont noté qu'hormis des activités isolées, la réalisation d'un album à compter de type itératif s'appuyant sur une comptine chantée est la seule idée de séquence qui leur vient à l'esprit pour construire la compétence 1. Un consensus s'est établi dans l'atelier pour conclure que la compétence 1 est en fait travaillée de manière assez transversale dans les situations de comptage-dénombrement, ou de manière plus spécifique dans « les cas particuliers » associés aux situations qui visent plus globalement la maîtrise de la compétence 2.

L'enseignante qui a expérimenté la séquence a opté pour une réalisation individuelle de l'album plutôt qu'une œuvre collective (un album pour le groupe-classe ou un album par groupe d'atelier par exemple). Son intention était d'une part de valoriser le travail de chacun, et d'autre part de permettre aux élèves de ramener leur production à la maison afin de faire le lien entre les activités scolaires et les

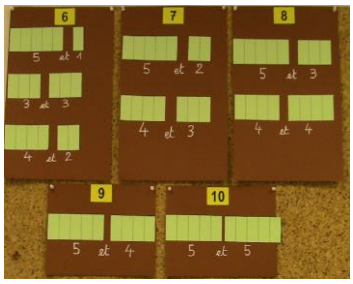
6 Extrait de « *La comptine des petits lapins* », paroles et musique de Gilles Bordonneau.

familles. Si cette modalité de mise en œuvre a bien produit le résultat escompté, elle a toutefois présenté un inconvénient majeur : le temps de réalisation a été très long, générant une lassitude et un désengagement certain chez les élèves en fin de projet. Lors de la conférence bilan du dispositif de recherche-action, des enseignantes ont fait une proposition de mise en œuvre plus souple : on pourrait envisager la réalisation de l'album en plusieurs temps dans l'année (les pages de 1 à 5 en période 2, celles de 6 à 10 en périodes 4 et 5), voire au cours du cycle (les pages du 1, du 2 et du 3 en PS, jusqu'à 10 en MS et jusqu'à 20 en GS).

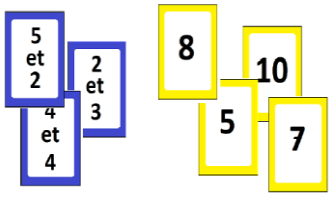
3.3 Les parkings et les voitures en GS

Une des séquences proposées en GS vise à découvrir et utiliser les décompositions des nombres entre 6 et 10, en privilégiant l'appui sur les repères 5 et l'utilisation des doubles en référence aux recommandations de Brissiaud (2015). La démarche proposée articule différents temps de travail, conformément aux attentes des nouveaux programmes[7] :

- <u>une situation de recherche (atelier dirigé)</u> : les élèves reçoivent entre 6 et 10 voitures (jouets du coin-garage), ils doivent aller chercher dans une réserve les places de parking qui permettent d'accueillir ces voitures. Les parkings comportent entre une et cinq places seulement, il faut donc associer au moins deux parkings pour obtenir le nombre souhaité de places. Lors des temps de validation, l'enseignante fait verbaliser les décompositions obtenues après parfois plusieurs essais « p*our 8 voitures tu as pris 5 places et 3 places* ». À l'issue de ces temps de recherche, les décompositions obtenues sont institutionnalisées sous forme d'affichage : pour chaque nombre, l'enseignante a collé les décompositions obtenues avec le matériel « parkings » et a indiqué par écrit cette décomposition.



- <u>un jeu à règle en atelier en autonomie, après un premier temps en dirigé</u> : dans le même contexte des « voitures et des parkings », un jeu à règle est proposé aux élèves pour utiliser les décompositions des nombres entre 6 et 10. Il est décrit et analysé ci-dessous.
- <u>un entraînement lors des temps collectifs</u> : le jeu du Lucky-Luke est proposé régulièrement. Les élèves doivent trouver rapidement différentes manières de montrer un nombre de doigts annoncé par l'enseignante en utilisant simultanément les deux mains. Les décompositions obtenues sont formulées oralement et mises en lien avec la trace écrite construite à l'issue de la situation de recherche décrite précédemment.
- <u>une réussite individuelle (atelier autonome)</u> : un jeu d'appariement de cartes est proposé. Sur la première famille de cartes apparaissent des décompositions (comme « *5 et 2* » par exemple), tandis que sur la deuxième famille de cartes, des nombres sont écrits en chiffres (comme « *7* » par exemple). Chaque élève doit retrouver le plus possible de paires puis prendre une photo à la fin de l'atelier pour témoigner de ses réussites. Cette modalité s'inscrit dans la démarche d'évaluation positive préconisée par les programmes de 2015.



Nous n'allons pas développer davantage le descriptif de cette séquence, mais analyser un moment de travail en atelier qui montre comment sont articulés les temps de manipulation et de mise à distance du matériel pour dépasser la difficulté évoquée dans le paragraphe 2.4. Dans cette perspective, on s'intéresse au jeu à règle qui a été créé puis proposé aux élèves à l'issue de la situation de recherche et de l'institutionnalisation des décompositions des nombres entre 6 et 10.

[7] « L'enseignant met en place dans sa classe des situations d'apprentissage variées : jeu, résolution de problèmes, entraînements, etc » (MEN, 2015a).

Descriptif du jeu



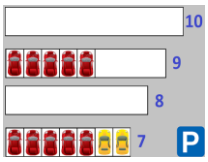
Matériel :

- le meneur de jeu a un stock de voitures dessinées et disponibles par lots (bandes plastifiées) de 1, 2, 3, 4 ou 5 voitures triées dans des barquettes différentes ;
- chaque joueur possède un parking avec des rangées de 6 à 10 places (chaque rangée est représentée par une bande blanche) ;
- on dispose d'un dé avec des faces 1 ou 2.

Règle du jeu : à tour de rôle, les élèves lancent le dé. Il indique le nombre de lots de voitures qui peuvent être commandés auprès du meneur de jeu. Par exemple, si on tombe sur 2, on peut commander « *un lot de 4 voitures et un lot de 3 voitures* ».

But du jeu : remplir le plus vite possible son parking. La partie s'arrête lorsque tous les joueurs ont rempli leur parking.

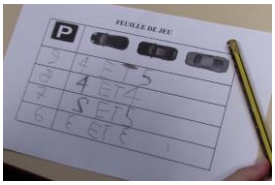
Exemple de situation en cours de jeu



L'élève a lancé une première fois le dé, est tombé sur « 2 » et a demandé au meneur de jeu « *un lot de 5 voitures et un lot de 2 voitures* » pour remplir la rangée de 7 places. Lors du tour suivant, il est tombé sur « 1 » et a demandé au meneur de jeu « *un lot de 5 voitures* ».

Analyse du jeu

Il a été mis au point pour inciter les élèves à retrouver les décompositions des nombres entre 6 et 10 soit en restituant un résultat mémorisé, soit en prenant appui sur l'affichage qui a servi d'institutionnalisation à l'issue de la situation de recherche, soit en retrouvant le résultat à l'aide des deux mains (dans ce cas l'appui sur le repère 5 est privilégié). Néanmoins la formulation de telles décompositions n'est pas toujours nécessaire au cours du jeu. C'est le cas en effet lorsque l'élève tombe sur un seul lot de voitures à commander, mais aussi lorsqu'il tombe sur deux lots à commander et place ces deux lots sur deux bandes différentes (au lieu de chercher par exemple comment remplir la rangée de 7 places en deux lots de voitures distincts). C'est donc plutôt à la fin de la partie, lorsque tous les parkings sont remplis, que les décompositions des nombres 6 à 10 sont visibles et mériteraient d'être formulées. Pour que l'atelier puisse fonctionner en autonomie, cette phase d'explicitation a été proposée individuellement et par écrit, via le remplissage d'une fiche de jeu : pour chaque rangée de son parking, l'élève doit indiquer le nombre total de places (par exemple 7) et la décomposition obtenue (sous la forme « 5 et 2 » par exemple).



Cet aménagement permet non seulement à l'enseignant de travailler explicitement la compétence « *parler les nombres à l'aide de leurs décompositions* », mais aussi d'avoir un regard a posteriori sur l'activité conduite en atelier et de déceler les erreurs éventuelles dans les décompositions obtenues. Les fiches de jeu peuvent être exploitées lors d'un temps de synthèse collectif.

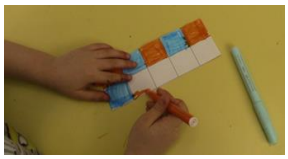
3.4 Le jeu des grilles en GS

La séquence proposée est centrée sur un projet de fabrication et d'utilisation d'un jeu de plateau. Elle a pour objectif d'amener les élèves à « *parler des nombres à l'aide de leurs décompositions* » en faisant émerger et fonctionner des décompositions des nombres inférieurs à 10. Les supports utilisés sont des grilles de 10 carreaux organisées en 2 rangées de 5 qui vont servir à représenter ces nombres. Ce type de représentation est emprunté à Bregeon (2003) qui préconise une décomposition des nombres de 1 à 10 reposant sur les doubles (« *6, c'est 3 et 3* ») ou les « presque-doubles » (« *7, c'est 3 et 3 et 1 ou encore 3 et 4* »). Comme dans la séquence décrite au paragraphe précédent, nous privilégierons ici ces décompositions, mais également les décompositions du type « *5 et n* » (Brissiaud, 2015). La séquence s'articule en 6 étapes que nous allons rapidement évoquer.

Étape 1 : résolution d'un problème ouvert pour fabriquer les morceaux de grilles

Les programmes de 2015 pour l'école maternelle (M.E.N., 2015a), tout comme ceux pour les cycles 2, 3 et 4 (M.E.N., 2015b), sont marqués par la réapparition explicite d'une incitation à la pratique de problèmes dits « ouverts » ou « pour chercher ». En effet, on peut lire : « *Pour provoquer la réflexion des enfants, l'enseignant les met face à des problèmes à leur portée. [Il] pose des questions ouvertes pour lesquelles les enfants n'ont pas alors de réponse directement disponible. […] Ils tâtonnent et font des essais de réponse. […] Ces activités cognitives de haut niveau sont fondamentales pour donner aux enfants l'envie d'apprendre et les rendre autonomes intellectuellement.* » (M.E.N., 2015a, p.2). La première étape de cette séquence constitue une occasion de proposer un problème de ce type aux élèves.

Des grilles de 10 carreaux organisés en 2 rangées de 5 et des feutres orange et bleus sont mis à disposition des élèves. La consigne qui leur est donnée est la suivante : « *Il faut colorier tous les carreaux de la grille en bleu ou en orange de façon à pouvoir découper la grille coloriée en deux morceaux seulement : un morceau bleu et un morceau orange.* ». Dans un premier temps, plusieurs élèves n'interprètent pas correctement la consigne et produisent des alternances des deux couleurs, certainement par prégnance des activités de type « algorithme » pratiquées auparavant. Le découpage final à l'issue de la première tentative permet néanmoins à tous les élèves de comprendre ce qui est attendu : le milieu matériel fournit ici une rétroaction qui permet à l'élève de décider seul de la validité de sa production. Les élèves poursuivent alors leur recherche avec d'autres grilles.





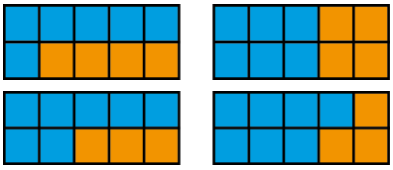


Lors d'un temps collectif, l'enseignante propose aux élèves un classement des morceaux de grilles obtenus par types de décompositions (« *5 et 5* », « *6 et 4* », « *7 et 3* », « *8 et 2* », « *9 et 1* »). Cela permet de faire émerger les décompositions de 10 en lien avec les doigts de la main (« *10, c'est 6 et 4* » en levant d'abord 6 doigts puis les 4 restants pour obtenir 10 doigts levés) et d'identifier les décompositions manquantes. Lors d'un deuxième temps d'atelier, les élèves complètent le classement qu'ils commencent ainsi à s'approprier au fur et à mesure de leurs recherches.

Étape 2 : classement et rangement des grilles

Cinq colonnes avec le nom des différentes classes sont tracées au tableau et des morceaux de grilles sont disposés au sol. Les élèves doivent à tour de rôle les sélectionner par paires (un « 6 » et un « 4 » par exemple) et retrouver la colonne à laquelle ils appartiennent (celle qui est intitulée « 6 et 4 »). À cette occasion, l'enseignante fait émerger différentes décompositions des nombres inférieurs à 10 illustrées par le matériel. Par exemple :

- le nombre 6 peut être vu comme « 5 et 1 » (repère à 5) ou bien « 3 et 3 » (double) en fonction du morceau de grille choisi,
- le nombre 7 peut être vu comme « 5 et 2 » (repère à 5) ou bien « 4 et 3 » (presque-double) en fonction du morceau de grille choisi.

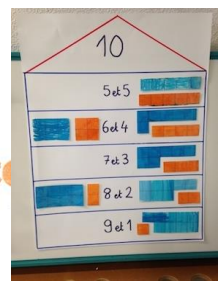


Une nouvelle tâche est alors soumise aux élèves : il faut mettre dans une même boîte tous les morceaux de grilles ayant le même nombre de carreaux. Après un temps de recherche, l'idée de numéroter de 1 à 9 les boîtes pour organiser le travail à accomplir apparaît. Elle permet de mener la recherche à son terme et de vérifier le classement réalisé. Puis les boîtes sont rangées dans l'ordre croissant.

Étape 3 : fabrication des plateaux



Les élèves prennent en charge le coloriage des cases du plateau et l'écriture de nombres entre 1 et 9 sur des étiquettes de couleur qui sont ensuite collées dans les cases.



Étape 4 : réalisation d'une trace écrite

Lors d'un moment collectif, les différentes décompositions de 10 en somme de deux

nombres obtenues dans les premières étapes sont recensées. Elles donnent lieu à la réalisation d'une affiche qui servira de référence aux élèves lors des parties grâce à la sollicitation de l'enseignante et permettra ainsi une verbalisation des décompositions utilisées :

– Enseignante : « *Qu'as-tu utilisé pour remplir cette grille ?* »
– Élève : « *Un 6 et un 4* ».
– Enseignante : « *Oui, 10, c'est 6 et 4* ».

Étape 5 : jeu

Matériel : un plateau de jeu, un dé, un pion, un support contenant 3 grilles de 10 carreaux vierges par joueur, les morceaux de grilles rangés dans les barquettes numérotées, l'affichage qui recense les décompositions de 10.

But du jeu : être le premier à avoir rempli son support de 3 grilles en utilisant exactement un morceau de grille bleu et un morceau de grille orange pour chaque grille.

Règle du jeu : à tour de rôle, chaque joueur lance le dé et avance le pion du nombre de cases indiqué par le dé. Il prend un morceau de grille contenant le nombre de carreaux indiqué par la case sur laquelle le pion est arrivé.

Une règle d'échange : on obtient rapidement des tirages pour lesquels on ne peut pas placer le morceau de grille obtenu (par exemple, un 5, un 7 et un 8 sont déjà placés sur chacune des trois grilles et le joueur tombe sur 7). Il faut alors le remettre dans la barquette et passer son tour. Cela génère de la frustration chez les élèves et des parties trop longues (30 à 45 minutes). Une nouvelle règle est alors introduite : « *On peut échanger une grille tirée contre deux ou plusieurs grilles de valeur équivalente* ». Elle permet à nouveau de faire émerger des décompositions des nombres (« *J'échange un 7 contre un 5 et un 2 car 7, c'est 5 et 2* ») qui peuvent être vérifiées avec le matériel par superposition.

Étape 6 : écriture de la règle du jeu

Après avoir découvert des règles de jeux du commerce, les élèves produisent la règle de leur propre jeu en dictée à l'adulte. Le jeu complet est prêté aux élèves de CP dans le cadre de la liaison GS-CP.

III - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES EN FORMATION

Dans notre travail, nous avons questionné deux compétences sur le nombre qui apparaissent désormais dans les programmes de 2015 pour l'école maternelle (M.E.N., 2015). Les expérimentations menées dans le cadre de notre recherche-action ainsi que les échanges qui ont eu lieu lors de notre atelier (à l'issue de l'analyse des questionnaires puis de la présentation des séquences conduites en classe) nous conduisent à émettre plusieurs remarques concernant l'interprétation de ces compétences auprès des enseignants du premier degré en formation initiale ou continue.

Compétence 1 : « avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente ».

La maîtrise de cette compétence renvoie à la compréhension de la propriété d'itération de l'unité évoquée par les différents travaux de Brissiaud (2014a, 2014b, 2015). Son interprétation n'est pas facile et pourra être éclairée en formation par des explications supplémentaires : il est essentiel que les enseignants comprennent que le lien entre la récitation de la comptine numérique et le calcul ne va pas de soi (par exemple « *dire le nombre qui vient après 7 dans la comptine, c'est trouver combien d'éléments comporte une collection qui avait 7 éléments et à laquelle je rajoute 1 élément* »).

Par ailleurs dans notre expérimentation, les enseignants ont éprouvé des difficultés à identifier des activités spécifiques qui permettent de faire fonctionner cette compétence. Leurs propositions sont la plupart du temps des cas particuliers de situations additives plus générales (chercher le résultat d'un ajout dans le cas où on ajoute une unité à la collection initiale), qu'il n'est pas forcément judicieux de restreindre à cette exception. Notons que les participants à l'atelier et nous-mêmes n'avons pas pu

identifier davantage d'activités propres à cette compétence. Si la propriété d'itération de l'unité semble être présente dans une multitude d'activités de classe, elle ne paraît pas faire l'objet de situations caractéristiques qui permettraient de la mettre en évidence. Or dans les pratiques enseignantes et dans le discours des formateurs, il est courant de partir d'une compétence des programmes et de chercher à identifier un certain nombre d'activités que l'on peut organiser en séquences d'apprentissages et qui permettent justement de construire cette compétence. La réflexion qui précède montre que cette démarche est difficilement réalisable dans ce cas.

Compétence 2 : « parler des nombres à l'aide de leur décomposition ».

Si la manipulation permet facilement de mettre en scène une collection partagée en deux sous-collections (comme « *8 voitures* » pour « *5 voitures rouges et 3 voitures bleues* »), c'est la mise à distance de ce matériel qui peut conduire un élève à prendre conscience de l'existence d'une telle partition et à l'exprimer sous la forme d'un nombre et de l'une de ses décompositions (« *8, c'est 5 et 3* »). En prenant appui sur des situations de recherche et des jeux, les séquences que nous avons expérimentées en classe conduisent *in fine* les élèves à des formulations du type « *5 et 3* » à l'oral puis à l'écrit pour décomposer par exemple le nombre 8. Dans le respect du rythme de chacun, les élèves de GS mémorisent alors progressivement les décompositions des nombres inférieurs à dix, mais aussi, de manière réciproque, les résultats de calculs additifs dont la somme est inférieure à dix.

Cette « entrée dans le calcul » dès l'école maternelle ne doit pas inciter les enseignants à devancer les apprentissages relevant du CP : le signe +, notamment, ne sera introduit qu'à l'école élémentaire où l'addition trouvera véritablement le statut d'opération. C'est d'ailleurs sans doute pour inciter les enseignants à la prudence que le mot « calcul » n'a pas été utilisé par les auteurs des nouveaux programmes pour l'école maternelle.

IV - BIBLIOGRAPHIE

ANNO, M. (2002) Dix petits amis déménagent. *L'école des loisirs.*

BREGEON, J.-L. (2003). Les cartes à points : pour une meilleure perception des nombres. Activités Mathématiques et Scientifiques. *Les revues pédagogiques de la Mission Laïque Française*, (50), 11-20.

BRISSIAUD, R. (2014a) Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage-numérotage pendant près de 30 années ? *CFEM, bulletin de liaison de septembre 2014.*

BRISSIAUD, R. (2014b) Vers la fin de la confusion entre le nombre et la quantité représentée par une collection de numéros ? *CFEM, bulletin de liaison de décembre 2014.*

BRISSIAUD, R. (2015) Le nombre dans le nouveau programme maternelle : 2ème partie. *Le café pédagogique, novembre 2015.* http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/RBrissiaud09102015Article2.aspx

BRISSIAUD, R., OUZOULIAS, A., BOULARD, C., RIOU, M., MALAUSSÉNA, P. (2004) L'album à calculer maternelle GS. *Retz.*

BROUSSEAU, G. (1998) Théorie des situations didactiques. *Grenoble : la Pensée Sauvage.*

DUPREY, G., DUPREY, S., SAUTENET, C. (2009) Vers les maths PS, MS et GS. *Accès édition.*

EDUSCOL (2014) Les conseillers académiques CARDIE, *http://eduscol.education.fr/cid47240/conseillers-academiques-cardie.html*

M.E.N. (2015a) Programmes de l'école maternelle, *B.O spécial n°2 du 26 mars 2015.*

M.E.N. (2015b) Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4), *B.O spécial n°11 du 26 novembre 2015.*

VALENTIN, D. (2004) Découvrir le monde avec les mathématiques, PS-MS et GS, *Hatier.*

V - ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE PROPOSÉ AUX ENSEIGNANTS

À propos des compétences sur le nombre dans les programmes de 2015 pour l'école maternelle

Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.

☐Je ne vois pas quelle activité permet de travailler cette compétence en classe.

☐ Je pense que l'activité suivante permet de travailler cette compétence en classe (décrire l'activité en quelques lignes en précisant le niveau de classe) :

Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.

☐Je ne vois pas quelle activité permet de travailler cette compétence en classe.

☐ Je pense que l'activité suivante permet de travailler cette compétence en classe (décrire l'activité en quelques lignes en précisant le niveau de classe) :

VI - ANNEXE 2 : RÉPONSES DES ENSEIGNANTS AU QUESTIONNAIRE

Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente : 14 non-réponses, 40 réponses

- Jeu de déplacement sur une piste numérique.
- Situation de « la boîte au trésor » (on ajoute chaque jour un objet de plus dans une boîte, la classe doit mémoriser la liste des objets).
- Jeu de « Greli-grelo » ou « jeu de la boîte » avec ajout d'une unité (anticiper le total ou prévoir qu'il faut ajouter un pour passer d'un nombre à son successeur).
- Boîtes à compter, fuseaux (Montessori).
- Utiliser le rituel de la date, celui de l'appel.
- Ranger des réglettes Cuisenaire dans l'ordre croissant.
- Jeu du Lucky-Luke : montrer rapidement un nombre de doigts en utilisant les deux mains.
- Mettre le couvert dans le coin dînette puis rajouter un invité mystère.
- Utilisation de la bande numérique.
- Réciter la suite des nombres en faisant tomber un objet dans la boîte à chaque nombre énoncé.
- Jeu de « Zygomaths » (matériel Nathan) : bonshommes aimantés à fixer sur un support qui comporte deux zones différentes.
- Albums à compter accumulatifs.
- Cartes à points avec caches que l'on décale d'un, en demandant à chaque combien cela fait en tout.

Parler des nombres à l'aide de leur décomposition : 0 non-réponse, 54 réponses

- Jeu du Lucky-Luke : montrer rapidement un nombre de doigts en utilisant les deux mains.
- Jeu des parkings et des voitures : un parking est déjà partiellement rempli, il faut aller chercher les voitures pour le compléter.

- Le jeu du dortoir (D. Valentin, Hatier) : jeu sur les compléments à dix (on cache partiellement une collection de dix bonshommes, il faut deviner combien de bonshommes sont cachés).
- Le jeu des lapins, le jeu des hérissons (ACCES MS et GS) : jeu sur les compléments à 5 (on cache partiellement une collection de 5 objets, il faut deviner combien d'objets sont cachés).
- Répartir une collection donnée dans deux lieux différents.
- Album à calculer de R. Brissiaud / Album « Dix petits amis déménagent » de Mitsumasa Anno.
- Halli-Galli : des collections de fruits ou légumes sont dessinées sur des cartes, il faut associer plusieurs cartes pour trouver 5 fruits ou légumes de la même espèce.
- Utiliser les réglettes Cuisenaire.
- Jeu du bon panier : on reçoit une commande de type « 3 rouges, 5 verts », il faut aller récupérer dans un stock de « paniers remplis avec des œufs » (dessinés sur des fiches) celui qui permettra de colorier exactement « 3 œufs en rouge et 5 œufs en vert ».
- Payer au jeu de la marchande avec des pièces de 1 €, 2 €, 5 €.
- Jeu d'encastrement dans lequel chaque quantité doit être réalisée en piochant 2 morceaux.
- Trouver plusieurs façons de remplir 10 alvéoles d'une boîte à œufs avec 2 couleurs de jetons.
- Jeux de société dans lesquels on utilise 2 dés.

LE BOULIER : UN ARTEFACT NUMÉRIQUE À HAUT POTENTIEL POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS PRIMAIRES

Céline VENDEIRA MARECHAL
Chargée d'enseignement, Université de Genève
DiMaGe
Celine.marechal@unige.ch

Résumé
Cet atelier a pour objectif de déterminer si le boulier a sa place en formation des enseignants. Si oui, quels sont les scénarios pertinents à mettre en place par les formateurs. L'utilisation du boulier a quasi disparu des pratiques enseignantes en France (Besnier, Bueno-Ravel, Gueudet & Poisard 2013), c'est pourquoi cet atelier n'a pas pour objectif de convaincre les formateurs de leur pertinence dans les classes de mathématiques, mais plutôt de se focaliser sur leur pertinence dans un contexte de formation. Nous faisons l'hypothèse que l'utilisation et la mise en évidence du potentiel sémiotique (Mariotti & Maracci, 2010) de différents bouliers (japonais, chinois, russe et boulier à tiges) permettrait, aux futurs enseignants, de mieux s'armer pour concevoir l'enseignement de notre système de numération à l'école primaire.

L'utilisation du boulier suscite souvent de la curiosité et l'appréhender incite aux questionnements. Pour cette raison, l'introduire dans le cadre de cours universitaire dans la formation des futurs enseignants primaires paraît prometteur.

Cet atelier est l'occasion de mettre à l'épreuve, auprès d'autres formateurs et spécialistes, le scénario de formation proposé à Genève et d'évaluer son impact sur la formation des futurs enseignants primaires, car au-delà de l'intérêt suscité, il doit également permettre de développer des connaissances.

Dans ce qui suit, le déroulement de l'atelier sera donc décrit et agrémenté des remarques et apports des participants. Quelques éléments théoriques sont également introduits afin d'accompagner la réflexion.

I - ASPECTS CONTEXTUELS

En Suisse romande, il existe des moyens d'enseignement uniques édités par la COmission ROmande des Moyens d'Enseignement (COROME). Ceux-ci représentent la ressource principale et quasi unique des enseignants primaires. Ces moyens d'enseignement sont considérés comme des ouvrages ressources et non comme des guides organisant une progression pas à pas. Les enseignants doivent ainsi effectuer des choix parmi un répertoire des tâches disponibles. Ainsi, une tâche proposée dans les moyens d'enseignement a de fortes chances d'être utilisée par, au moins, une partie des enseignants suisses romands.

1 Les bouliers dans les moyens d'enseignement suisses romands

En répertoriant l'ensemble des tâches proposées dans les moyens d'enseignement impliquant le boulier, on constate qu'elles interviennent entre la cinquième primaire (CE2) et la huitième primaire (6ème en France)[1]. Les tâches sont au nombre de cinq en cinquième, de deux en sixième, de deux en septième et d'une seule en huitième. Hormis une tâche, la totalité des tâches implique l'utilisation du « boulier à tiges ». Ce boulier fait d'ailleurs partie du matériel de classe distribué aux enseignants des degrés 5-6

[1] En Suisse romande, le cursus primaire inclus la huitième primaire (alors qu'en France il s'agit déjà du passage au collège).

(CE2 et CM1). Les objectifs de la plupart de ces tâches sont la compréhension de notre système de numération de position avec l'importance de la place du chiffre dans le nombre et de manière plus implicite l'aspect décimal. En ce qui concerne d'autres types de bouliers, seul le boulier chinois apparait dans une activité proposée en sixième (CM1) « l'empire du milieu » permettant de découvrir son fonctionnement et de s'exercer.

2 Le boulier dans les injonctions officielles suisses romandes

Une autre particularité des moyens d'enseignement suisses romands, réside dans l'absence d'élément de « cours » pour les enseignants. Toutefois, un document intitulé « commentaires didactiques », rédigé séparément des moyens, est fourni aux enseignants. En introduction de chaque thème mathématique des moyens d'enseignement sont quelques apports didactiques et mathématiques insérés. Que ce soit dans l'un ou l'autre de ces documents, le boulier est cité à de nombreuses reprises. Il est évoqué de manière générique la plupart du temps, sans spécifier s'il s'agit du boulier chinois, russe, japonais ou à tiges. Si l'on s'attarde sur ces commentaires, on constate qu'ils sont de trois ordres. Premièrement nous trouvons un renvoi explicite et fort entre l'utilisation des bouliers et notre système de numération, les aspects positionnel et décimal sont évoqués. Le boulier permet de « mettre en évidence la position des chiffres et leur signification dans l'écriture d'un nombre » (aspect positionnel), mais la pratique des échanges est également mentionnée « où l'on échange dix boules d'une tige contre une boule de la tige située immédiatement à gauche, où aucune tige ne peut contenir plus de neuf boules, mais où certaines tiges peuvent être vides » (aspect décimal). S'ajoute à ces deux aspects l'importance du zéro dans notre système de numération. Deuxièmement, ces commentaires mettent en évidence une référence davantage historique « […] les bouliers, abaques, compteurs sont les « ancêtres » de l'algorithme universel ». Troisièmement, un lien fort est établi entre le boulier et les algorithmes de calculs où le boulier est décrit comme « permettent également des manipulations pouvant s'apparenter à des algorithmes ».

II - QUELQUES ASPECTS DE NOTRE SYSTÈME DE NUMÉRATION

Deux aspects sont essentiels à la compréhension de notre système de numération : l'aspect positionnel et l'aspect décimal. L'aspect positionnel correspond au fait qu'au sein du nombre, les chiffres ont une valeur qui diffère selon leur position. Quant à l'aspect « décimal », il correspond au fait que les différentes unités sont liées entre elles par des « relations » décimales (Tempier, 2010,2013).
La compréhension de notre système de numération est longue et parsemée d'obstacles. Deblois (1996) souligne le fait que l'écriture des nombres est encore perçue chez des élèves de huit, neuf ans comme un découpage et un alignement de chiffres plutôt que comme la représentation d'une grande quantité d'objets. Tempier (2010, 2013) ajoute que les activités proposées dans les classes, en France, permettent essentiellement de comprendre l'aspect positionnel de la numération au détriment de l'aspect décimal justifiant les groupements. Il indique dès lors qu'il est nécessaire de concevoir des tâches dans lesquelles des relations entre les unités des différents ordres sont mises en évidences « dix unités d'un certain ordre sont égales à une unité de l'ordre immédiatement supérieur » etc. Il semble justement que certains bouliers sont propices à la mise en évidence de ces relations, c'est pourquoi ils retiennent d'autant plus notre attention.

III - DÉCOUVERTE (OU APPROFONDISSEMENT) DES BOULIERS

Durant l'atelier, il est proposé aux participants de découvrir ou d'approfondir le fonctionnement des bouliers les plus connus, à savoir les bouliers russes ou *Stchoty*, chinois ou *Suan pan*, japonais ou *Soroban* et le boulier à tiges qui pour des raisons contextuelles m'intéresse. Concernant le boulier russe, nous travaillons avec le boulier « Ikea », variante russe verticale[2] que l'on trouve communément en Europe occidentale.

[2] Il n'est pas disposé à plat sur la table, mais possède des pieds ou un support quelconque permettant de le mettre à la verticale.

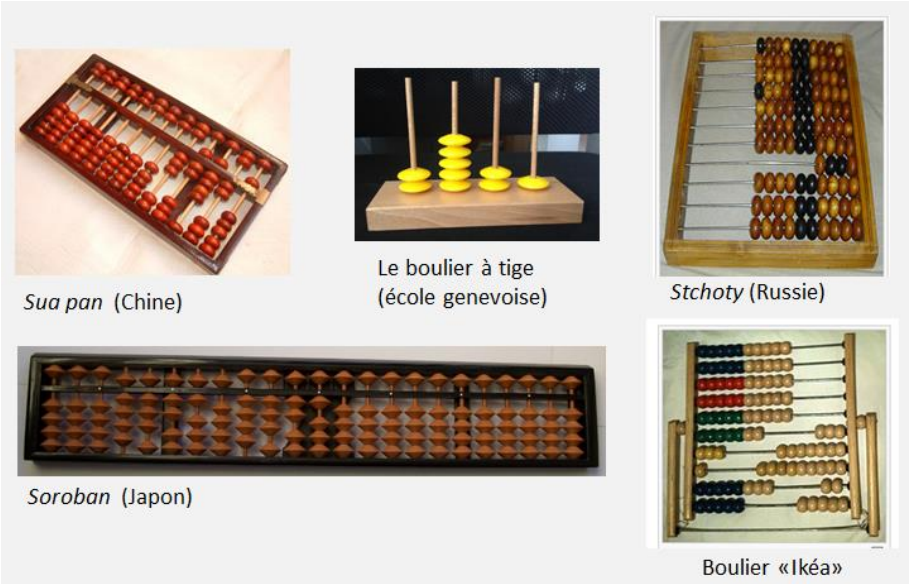


Image 1 : Bouliers utilisés durant l'atelier

Certains choix ont été opérés pour l'atelier impliquant que toutes les fonctionnalités des différents bouliers ne sont pas exploitées. Par exemple, le boulier russe peut être utilisé de multiples façons[3] (mémoire de la quantité dans des situations de dénombrement, compléments à 10, décomposition additive du 10 (0 + 10, 1 + 9, 2 + 8, …)).

1 Quelques questions pour guider l'exploration

Durant l'atelier, des questions sont proposées aux participants afin de guider leur exploration. Cette dernière doit permettre de découvrir ou révéler quelques aspects significatifs du fonctionnement de chacun des bouliers en lien avec notre système de numération.

1.1 Inscrire des nombres sur les bouliers

Tout d'abord, les participants doivent inscrire des nombres sur chacun des bouliers à disposition. Les nombres choisis sont 925 puis 1 690 135. Cette première tâche nécessite de comprendre le fonctionnement des différents bouliers et également de se mettre d'accord sur certaines conventions comme la position initiale des boules.

1.2 Combien de manières d'inscrire le nombre 10 ?

Cette tâche permet de mettre en évidence quelques particularités des différents bouliers, notamment le fait qu'ils ne contiennent pas tous le même nombre de boules par tige ou colonne, que certains bouliers sont plus ou moins proches ou éloignés dans leur fonctionnement et surtout que, selon les bouliers, plusieurs manières d'inscrire les nombres sont possibles induisant plusieurs écritures dont une considérée comme « économique ». Cela met également en évidence le principe des échanges.

1.3 Quelques opérations à effectuer

Afin de se familiariser davantage avec le boulier, quelques opérations sont à effectuer.

[3] http://www.pedagogie95.acversailles.fr/plugins/fckeditor/userfiles/file/maternelle/decouvrir_le_monde/mathematiques/Utilisation_du_boulier.pdf

additions:	soustractions:
34 + 45	45-34
79 + 87	513-225
106 239 + 3 678	
multiplications:	
27x32	
2537x721	

Image 2 : opérations proposées durant l'atelier

On peut constater que la division ne fait pas partie des opérations proposées. Si cette dernière a été laissée de côté c'est qu'elle n'est pas évidente à réaliser lorsque l'on n'est pas familier avec l'utilisation des bouliers. De plus elle n'apporte rien de nouveau par rapport à celles déjà proposées.

Concernant le choix des opérations, il y a tout d'abord une addition simple impliquant des nombres à deux termes et un résultat également à deux termes où aucune retenue (changement de tige/colonne) n'est nécessaire. Pour la seconde addition, l'idée était de proposer un cas de retenues en « cascade » plus ou moins complexe à gérer selon le boulier utilisé. Le public averti présent à l'atelier a spontanément procédé par calcul réfléchi en effectuant l'opération 79 + 1= 80 puis de procéder au calcul 80 + (87-1) 86 sur le boulier. Cette procédure n'était pas attendue mais a permis de lancer les discussions autour de « la part du calcul réfléchi » et « la part d'un enchainement de mouvements mécanique » dans l'utilisation des différents types de bouliers. Avec le boulier chinois, le nombre de boules par tige (possibilité d'atteindre 15 contre 9 seulement dans le russe) permet de diminuer le recours au calcul réfléchi dans de nombreux cas. Dans ce cas, on se focalise sur les chiffres pour effectuer les déplacements et échanges de boules sans nécessairement considérer le nombre dans sa globalité. Par contre, l'utilisation du *Soroban* japonais requiert d'utiliser le calcul réfléchi avec le recours constant au complément à 10, voire à d'autres nombres (le complément à 7 dans l'exemple suivant) : 5286 + 3197. Avec le *Soroban* on procède de gauche à droite.

Dans ce cas :

- 5286 est d'abord inscrit sur le boulier ;
- on ajoute ensuite 3 au 5 sans rencontrer de difficultés particulières ;
- puis on ajoute 1 au 2 sans rencontrer de difficultés particulières ;
- ensuite, on ne peut ajouter 9 au 8 déjà inscrit. Donc on fait le complément à 10 et on ajoute un 10 au rang supérieur impliquant un retrait de 1 sur le rang concerné (« 10 pour aller à 9 » = -1) ;
- pour finir, on ne peut pas ajouter 7 au 6 déjà inscrit. On ajoute alors 10 au rang supérieur. Cela suppose un retrait de trois perles (7 à 10) qui ne sont pas disponibles (il y a une seule unité et un quinaire). Dans ce cas, on ajoute quand-même 10 dans le rang supérieur et on retire 5 dans le rang concerné. Il ne reste plus qu'à faire un complément à 7 « 5 pour aller à 7 = +2) et on ajoute 2 perles unaires.

En ce qui concerne la dernière addition elle avait pour objectif d'entrainer l'opération sur le boulier avec des grands nombres (ce qui nécessite de se repérer sur les tiges des bouliers) impliquant des retenues. Il aurait été intéressant de montrer que des opérations sur des grands nombres se font très rapidement avec certains bouliers prouvant ainsi leur efficacité. Dans les faits, cela n'est que rarement possible lorsque l'on n'est pas familier avec les bouliers, car leur prise en main nécessite un temps certain. Les opérations de soustraction ont été pensées dans le même sens que celles de l'addition.

Concernant les deux multiplications, seuls quelques groupes les ont expérimentées. Le seul point à relever concerne la surprise des participants, ou plutôt leur déception, à constater qu'il ne s'agit finalement de rien d'autre que d'un procédé de décomposition du produit puis de l'utilisation de la distributivité.

1.4 Avec chacun des bouliers : jusqu'à quel nombre peut-on dénombrer ? Quel est le nombre le plus grand que l'on peut afficher ?

Avec cette question il s'agissait de mettre en évidence une nouvelle fois la distinction entre les bouliers à neuf et dix boules. Dans le cas des bouliers à neuf boules les résultats obtenus sont les mêmes entre une procédure de dénombrement et celle de lecture du plus grand nombre affiché sur le boulier. Ceci n'est pas le cas avec les bouliers à dix boules. Le boulier russe comprenant dix lignes et n'impliquant que des unaires permet de dénombrer jusqu'à 11 111 111 110 (11 milliards 111 millions 111 mille 110). Quant au boulier chinois (avec la particularité de pouvoir inscrire jusqu'à quinze au sein d'une même tige), il permet d'afficher 16 666 666 666 665 (dans le cas du boulier à treize colonnes). Le nombre obtenu comprend donc 14 chiffres car sur la 13ème colonne nous réalisons 15 (16 billion 666 milliards 666 millions 666 mille 665). Si l'on se pose la question avec un boulier chinois qui aurait, comme le boulier russe, dix colonnes, cela donnerait 16 666 666 665 (16 milliards 666 millions 666 mille 665).

2 Découvertes, questionnements et apports des participants

Dans l'échange collectif qui a suivi la phase de découverte-approfondissement des différents bouliers, il a été nécessaire de faire émerger une définition commune des termes *bouliers* et *abaques* pour la suite de nos discussions. La définition usuelle de l'abaque est celle d'un instrument plan mécanique facilitant le calcul. Toutefois, cela n'explique pas la distinction entre abaques et bouliers. Pour certains, il s'agit uniquement d'une question de langue : le *soroban* (en russe) est synonyme de *abacus* (en latin) et de *soo-pan* (en chinois). Dans ce cas, en langue française, nous utilisons deux termes synonymes : *abaque* et *boulier*. D'autres documents (notamment la thèse de Poisard, 2005) définissent le boulier comme étant un type d'abaque particulier « le boulier est formé d'un cadre et de boules fixées sur des tiges, ce qui permet une utilisation aisée » (op.cit, p.47). Lors de notre atelier nous avons retenu cette dernière définition avec, pour le boulier, la particularité de pouvoir faire glisser des perles sur une tige/colonne sans retrait possible. Dans ce cas, le boulier à tiges utilisé en Suisse romande est un abaque et non pas un boulier, par contre il n'est pas dans le plan…

Par la suite, des échanges ont émergé autour de plusieurs points : l'utilisation-fonctionnement des différents bouliers, des discussions autour du travail sur les différentes bases (« l'intérêt d'utiliser différents bouliers en formation est du même type qu'utiliser différentes bases : il s'agit de revisiter la numération »), le lien entre l'utilisation des bouliers et nos algorithmes de calcul. Concernant le travail sur différentes bases, la brochure de la Copirelem « Numération à l'école primaire. Un scénario de formation » met l'accent sur la numération COPIX en base 6.

Un groupe s'est interrogé sur la possibilité de trouver un algorithme permettant de trouver pour n'importe quel nombre le nombre de représentations possibles de ce dernier avec les différents bouliers. Par exemple, sur le boulier chinois le nombre 10 a trois représentations possibles, qu'en est-t-il pour d'autres nombres et sur d'autres bouliers ? Et inversement, quels sont les nombres dont la représentation est unique avec les différents bouliers ?

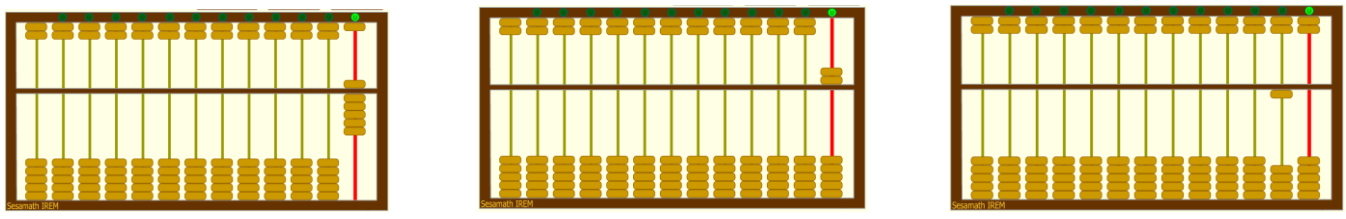


Image 3 : Trois manières de représenter le nombre 10 sur le boulier chinois[4]

[4] Il s'agit de copies d'écran du boulier virtuel du site Sésamath-IREM : http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/boulier.swf

Des questions plus pratiques ont été soulevées quant à l'utilisation de ce matériel en formation. Il est possible de projeter le boulier chinois virtuel proposé par Sésamath-IREM (Riou-Azou & Soury-Lavergne, 2014). Toutefois, il n'existe pas d'équivalent pour les autres bouliers. Le boulier à tiges et le boulier « Ikea » sont plus simples à utiliser en classe du fait de leur disposition verticale. Concernant le boulier japonais, il est possible de le projeter avec le vidéoprojecteur. Toutefois, l'espace entre les boules et la séparation médiane du boulier étant très petite, la visualisation des manipulations est difficile. Il est dès lors possible de représenter des perles en les dessinant à la craie ou à l'aide d'aimants à déplacer sur un boulier reconstitué au tableau noir.

Durant nos échanges, des propositions de modification de matériel, voire de création ont émergé. Ces discussions ont débouché sur des liens avec d'autres type de bouliers ou abaques existants qui vaudraient la peine d'être investigués, notamment l'abaque triangulaire que l'on trouve dans l'article « Débuter la numération » de Gabriel LePoche extrait de l'ouvrage *Le nombre au cycle 2* (Durpaire & Mégard, 2010).

Les abaques triangulaires sont des abaques à boules identiques où les mâts peuvent recueillir plus de dix boules. Chacun des trois mâts est identifié par les symboles respectifs u, d et c. La quantité de 18 boules présente l'intérêt de pouvoir déposer sur un mât u nombre de boules correspondant à la somme 9 + 9 avant d'effectuer l'échange qui convient. La disposition spatiale triangulaire nécessite de repérer la place des centaines, dizaines, unités, évitant ainsi l'usage de l'ordre usuel qui peut masquer une incompréhension des élèves. Il faut éviter une effectuation mécanique des tâches d'échange : le fait que les boules soient identiques oblige à la réflexion. (pp. 42-43)



Image 4 : Représentation de l'abaque triangulaire proposé dans « le nombre au cycle 2 »

Une participante a également imaginé la fabrication d'un boulier à tiges géant qui permettrait de mettre plus de neuf boules par tige. Il existe également les travaux de Poisard (2006) avec le dossier : *La fabrication et l'étude d'instruments à calculer*[5].

IV - QUELQUES ÉLÉMENTS THÉORIQUES POUR LA SUITE DE LA RÉFLEXION AVEC LA THÉORIE DE LA MÉDIATION SÉMIOTIQUE

En préambule à l'introduction de quelques éléments de la Théorie de la médiation sémiotique (TMS), il importe de revenir brièvement sur le titre de l'atelier notamment sur le terme « artefact ».

Selon Rabardel (1999), un artefact est un objet matériel faisant partie de la réalité. Un artefact devient instrument quand il est associé à des schèmes d'utilisation. Par exemple, l'artefact *boulier russe* peut être lié à divers schèmes d'utilisation. L'artefact *boulier russe* devient instrument lorsqu'il est secoué pour faire du bruit, utilisé pour compter (par 1, par 10), pour représenter des grands nombres, pour calculer. Ainsi, cet artefact a de nombreux schèmes d'utilisation, c'est pourquoi nous le décrivons comme « un artefact numérique à haut potentiel ».

1 La Théorie de la Médiation sémiotique (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008) pour guider l'exploration

La TMS permet de décrire et modéliser les processus d'enseignement apprentissage reposant sur l'utilisation d'un artefact spécifique. Il implique que l'utilisation de l'artefact par l'élève l'amène à

[5] Site Internet CultureMath, Rubrique Matériaux pour la classe. http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-l%C3%A9tude-dinstruments-%C3%A0-calculer [publié le 15/05/2006]

s'approprier un contenu mathématique particulier. Les recherches montrent les potentialités des artefacts numériques pour l'apprentissage des élèves et les bénéfices qu'ils peuvent en tirer. Toutefois sont souvent sous-estimés : 1) la complexité du rôle du professeur pour utiliser ces artefacts et ses potentialités, 2) le fait que les concepts associés à l'artefact sont souvent opaques et inaccessibles.

Pour ce faire, la TMS décrit le processus de médiation sémiotique comme le passage de significations personnelles (signes artefacts) émergeant de l'utilisation d'un artefact à des significations mathématiques (signes mathématiques) évoquées par son usage. Ce processus nécessite la médiation du professeur afin que le passage entre signes artefact et signes mathématiques se produise à l'aide des signes pivots[6].

Dans la TMS, un artefact acquiert le statut d'instrument de médiation sémiotique lorsque :

- ✓ il est consciemment impliqué dans un processus d'enseignement-apprentissage ;
- ✓ il est spécifiquement organisé et orchestré par l'enseignant ;
- ✓ il permet l'exploitation de son potentiel sémiotique.

1.1 Changement de paradigme pour la formation des enseignants primaires

Cet atelier propose un changement de paradigme de la classe vers la formation des maîtres. Seul l'artefact reste identique dans les deux processus de médiation sémiotique présentés ci-dessous. En effet, l'élève est remplacé par l'étudiant en formation et la médiation est réalisée dans le premier cas par l'enseignant primaire et dans le second par le formateur universitaire.

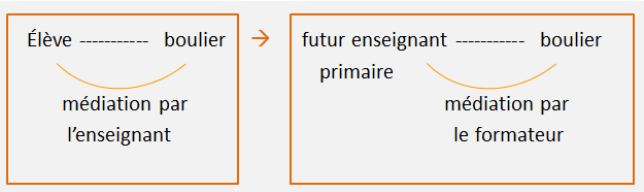
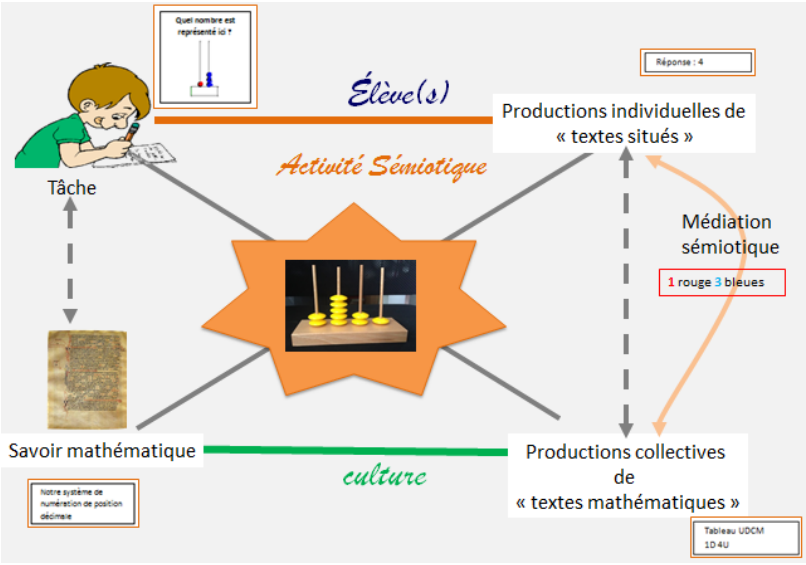


Schéma 1 : Illustration du changement de paradigme

Dans la TMS, le cadre théorique est schématisé (Maschietto & Bartolini Bussi, 2012). Nous reprenons à notre compte cette schématisation à l'adoptant au cas de figure que nous illustrons avec le boulier à tiges.



6 Pour davantage de détails, les textes de la bibliographie peuvent être consultés.

Schéma 2 : Schéma de la TMS avec le boulier (à tiges) en classe

Le changement de paradigme, nécessaire dans le cadre de l'atelier proposé, implique quelques modifications dans le schéma précédent que nous présentons ci-dessous.

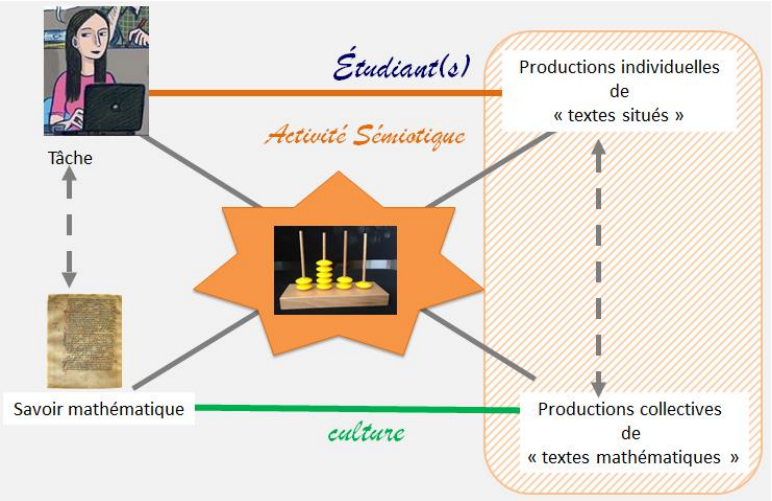


Schéma 3 : Schéma de la TMS avec le boulier (à tiges) en formation

Ce changement de paradigme, de l'école à la formation, a pour effet de rendre quasi insignifiant le processus de médiation sémiotique identifié dans le schéma 2. En effet, même si les étudiants en formation ne sont pas des spécialistes des mathématiques, la plupart d'entre eux n'auront pas besoin d'un processus de médiation sémiotique pour donner la réponse attendue. Le fonctionnement du boulier à tiges est connu et maitrisé par la majorité des étudiants. Pour cette raison, ce changement de paradigme nécessite d'être adapté. Nous proposons à cet effet le schéma 4, ci-dessous, inspiré des travaux de Coutat & Falcade (2012) qui ont procédé de cette manière pour l'analyse des interactions dans le cas de l'utilisation d'instruments issus d'un environnement dynamique (Cabri-géomètre) et d'instruments issus d'un environnement statique (papier-crayon). Les instruments-bouliers ne sont plus considérés de manière séparée mais conjointement, donnant lieu à différents niveaux à prendre en compte dans le processus de médiation sémiotique.

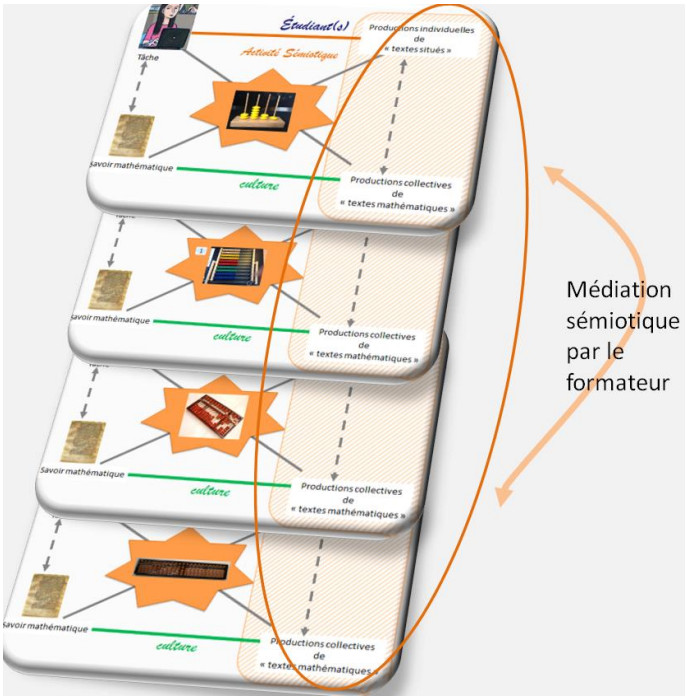


Schéma 4 : Processus de médiation sémiotique complexe comme dispositif pour la formation

Ce schéma met en évidence le déplacement opéré en fonction du contexte de formation. Dans le cadre de la formation universitaire, les instruments *bouliers* ne sont pas considérés de manière isolée. Ainsi, c'est la confrontation entre ces différents instruments (impliquant des savoirs distincts en lien avec notre système de numération) qui va rendre signifiant le processus de médiation sémiotique. Ce nouveau processus de médiation sémiotique permet dès lors aux futurs enseignants de développer des connaissances plus fines sur notre système de numération leur permettant de concevoir de manière plus experte leur enseignement auprès des élèves de l'école primaire.

V - POTENTIEL SÉMIOTIQUE ET CONSTRUCTION DE SCÉNARIOS POUR LA FORMATION

Comme mentionné précédemment, les concepts associés aux artefacts sont souvent opaques et inaccessibles, c'est pourquoi il semble essentiel d'explorer leur potentiel sémiotique. Dans le cadre de la formation c'est l'articulation du fonctionnement des différents bouliers qui va permettre une meilleure expertise des particularités de notre système de numération. C'est pourquoi, dans la deuxième partie de l'atelier, il est demandé aux participants dans un premier temps d'approfondir leur connaissance des différents bouliers en relevant pour chacun leur potentiel sémiotique puis, dans un second temps, de penser à un scénario pour la formation impliquant un ou plusieurs bouliers.

1 Découvertes, questionnements, apports des participants

Lors du bilan différents éléments ont émergé par rapport aux différents bouliers. Ci-dessous un tableau de synthèse reprend les différents éléments évoqués.

	Boulier à tiges	Boulier japonais	Boulier russe	Boulier chinois
Format	Boules non fixes	Boules fixes	Boules fixes	Boules fixes
Numération de position (usage)	oui	oui	oui = 10^{10} non (= 100)	oui
Base	Unique (10)	Alternée (5,2)	Unique (10)	Alternée (5,2)
Perles/tige	9	4 - 1	10	5 - 2
Ecriture des nombres	Écriture unique	Écriture unique	Écriture multiple (2 possibilités pour le 10)	Écriture multiple (3 possibilités pour le 10)
Echanges lors des opérations	Échange effectif	non	Concrétise les échanges	Concrétise les échanges
Machine à calculer?	Non	oui	oui	oui
Lien entre technique de calcul sur boulier et algorithme sur papier? (ex: 653 + 271)	non	non	oui (mais nécessaire d'effectuer les échanges avant la fin du calcul)	oui (nécessaire d'effectuer les échanges avant la fin du calcul) → quand la retenue dépasse 15

Tableau 1 : Synthèse des discussions autour des différents bouliers

Lors de nos discussions, différents questionnements ont émergé ainsi qu'une proposition de scénario de formation. Nous pointons ci-dessous quelques éléments significatifs.

Nous nous sommes entre-autres questionnés sur une possible hiérarchie dans l'utilisation des bouliers pour la formation et pour la classe. Lequel est le plus intéressant (le plus facile ou suscitant le plus de questionnements ou développant le plus de connaissances) ? Il a également été pointé que les bouliers

les plus éloignés de nos pratiques (notamment le japonais) nécessitent une déconstruction/reconstruction de nos modèles mathématiques, ce qui ne paraît pas inintéressant pour la formation, mais complexe pour la classe.

Comme en première partie d'atelier, des échanges autour du travail sur différentes bases ont fait référence à la ressource *J'apprends les maths avec Picbille CP* (Brissiaud) qui offre une place prépondérante au nombre 5. La numération *Shadok* a également été évoquée.

Quant au scénario proposé il se focalise d'abord sur l'utilisation du boulier chinois et propose ensuite une ouverture sur les autres bouliers. Voici ce qui a été proposé en quatre temps :

Temps 1 : Démarrer avec un boulier (chinois)

Par groupes

1. Découverte libre
2. Tâche : afficher un nombre, puis faire des calculs

→ Utiliser le boulier virtuel de Sésamath qui permet de valider et invalider les réponses

3. Discours sur …. Production de type narration

Avec un autre groupe

4. Échanger sur les découvertes

Temps 2 : Discours d'intention du formateur

Le boulier n'est pas introduit pour être utilisé en classe mais comme outil de réflexion sur la numération

Temps 3 : Découverte d'autres bouliers avec des tâches de type :

- « différences et similitudes »
- « afficher un nombre 10 fois plus grand »

Temps 4 :

1. Quel boulier avec les élèves ?
2. Un exemple d'utilisation du boulier en maternelle (Groupe Bretagne, Projet MARENE[7], « le Boulier chinois à l'école »)

Suite à cet ensemble de points énumérés, une volonté de recension des ressources traitant des bouliers a émergé. Quelques références ,dont certaines citées lors de l'atelier, sont donc indiquées en annexe.

VI - CONCLUSION

Pour conclure, il semble qu'une nouvelle fois le boulier soit parvenu à susciter l'intérêt des participants et a conduit à des échanges de nature à développer un travail réflexif et collaboratif.

Le changement de paradigme opéré, de l'école à la formation, permet d'engendrer un nouveau processus de médiation sémiotique complexe comme dispositif pour la formation. Ce nouveau processus permet dès lors aux futurs enseignants de développer des connaissances plus fines sur notre système de numération leur permettant de concevoir de manière plus experte leur enseignement auprès des élèves de l'école primaire. Ceci est dû à l'utilisation conjointe, et non isolée, de différents *bouliers* permettant, grâce à la mise en évidence de leur potentiel sémiotique, de « démêler » et réorganiser des connaissances parfois « floues » autour de notre système de numération.

7 Site du projet MARENE : http://python.espe-bretagne.fr/blog-gri-recherche/?page_id=201

VI - BIBLIOGRAPHIE

BARTOLINI Bussi, M. G. & MARIOTTI, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English & al. (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education, second edition* (pp. 746-783). New York and London: Routledge.

BESNIER, S., BUENO-RAVEL, L., GUEUDET, G. & POISARD, C. (2013). Conception et diffusion de ressources pour la classe issues de la recherche. L'exemple des apprentissages numériques à l'école. D. BUTLEN, (Dir.) *Actes de l'école d'été 17 de didactique des mathématiques*, Nantes.

BRISSIAUD, R. (2016). *J'apprends les maths avec Picbille (CP)*, Retz.

COPIRELEM (2015). *Numération à l'école primaire. Un scénario de formation.* Paris : ARPEME.

COUTAT, S., & FALCADE, R. (2012). Le rôle de l'enseignant dans une séquence de géométrie utilisant deux environnements, dynamique et statique, au cycle 3. Dans *Actes du 39e Colloque international de la COPIRELEM. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève* (p. 1-22). IREM de Brest.

DEBLOIS, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherches en Didactique des mathématiques*, ***16* (1)**, 71-128.

DURPAIRE J–L, MÉGARD M. (2010). *Le nombre au cycle 2. Ressources pour faire la classe.* CNDP. http://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf

POISARD, C. (2005). *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I.

POISARD, C. (2006). *La fabrication et l'étude d'instruments à calculer*, CultureMath. http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-l%C3%A9tude-dinstruments-%C3%A0-calculer

MARIOTTI M.A., MARACCI M. (2010). Un artefact comme outils de médiation sémiotique : une ressource pour l'enseignant. In: G. Gueudet, L. Trouche. *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (Rennes: Presses Universitaires de Rennes et INRP), pp. 91-107.

MASCHIETTO, M., BARTOLINI BUSSI, M. (2012). Des scénarios portant sur l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Dans *Actes du 39ème Colloque international de la COPIRELEM. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*. IREM de Brest.

RABARDEL, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. *Actes de la Xème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. Houlgate, vol I, pp.203-213.

RIOU-AZOU, G. & SOURY-LAVERGNE, S. (2014). Malette d'outils mathématiques, le boulier et la pascaline. Dans *Actes du 41ème Colloque international de la COPIRELEM. Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?* Mont-de-Marsan.

TEMPIER F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2, *Grand N*, **86**, IREM de Grenoble, 59-90.

TEMPIER F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, Paris 7.

VII - ANNEXE (QUELQUES RESSOURCES SUR LES BOULIERS)

Très récemment (juin 2016), une série de textes a été mise en ligne sur le Site MathémaTICE avec la participation de plusieurs auteurs : « Le calcul mental à l'école : apports du boulier chinois » http://revue.sesamath.net/spip.php?article873 (Bueno-Ravel, L., Harel, Ch.), « Le boulier chinois, une

ressource pour la classe et pour la formation des professeurs » http://revue.sesamath.net/spip.php?article883 (Riou-Azou, G., Dhondt, D., Moumin, E., Poisard, C.), « Perspectives didactiques sur le boulier : un questionnement renouvelé » http://revue.sesamath.net/spip.php?article887 (Gueudet, G., Bueno-Ravel, L.), « De l'abaque à jetons au boulier chinois : analyse d'une expérience au CE1 » http://revue.sesamath.net/spip.php?article889 (Poisard, C., Cochet, I., Tournès, D.)

Bernard Berttinelli a animé lors de la Copirelem 2015 un atelier intitulé « Les matériels pédagogiques ayant inspiré ma (longue) carrière ». Dans sa proposition figure une description du travail avec l'abaque à jonchets qui a engendré le boulier chinois et le « boulier vivant ».

D'autres textes sont disponibles et sont ceux figurant dans la bibliographie de la présentation de mon atelier. Je les introduis une nouvelle fois ici :

- Aymé, N. (1997). Le boulier chinois : histoire, technique, applications pédagogiques, http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/Seminaires/theme5.html

- Balacheff, N. Neyret, R. (1981). Bouliers et écriture des nombres au C.M. *Grand N, 25,* pp.39-82.

- Balacheff, N. Neyret, R. (1982). Bouliers et opérations au C.M. *Grand N, 28,* pp.67-87.

- Poisard, C. (2005). Les objets mathématiques matériels, l'exemple du boulier chinois. *Petit x, 68*, pp.39-67.

- Poisard, C. (2005). *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer.* Thèse de l'Université de Provence, Aix-Marseille I. http://tel.ccsd.cnrs.fr/tel-00011850

- Riou-Azou, G. (2015). Apports du boulier chinois en grande section de maternelle. *Repères – IREM, 98*, 5-37.

Il existe également un fascicule de Dominique Barataud et P. Lestiévent intitulé : *Abaque. Un outil au service des apprentissages* publié en 1990 : http://www.inshea.fr/fr/content/abaque-un-outil-au-service-des-apprentissages

Plusieurs vidéos sont disponibles sur le site Bande de séquences didactiques[8] avec deux propositions impliquant le boulier russe intitulé « *Le boulier au cycle 2 et au cycle 3*». Deux autres vidéos sont disponibles avec le boulier à tiges et s'intitulent « *L'abaque au cycle 2 et au cycle 3*». Ces deux vidéos vont étendre les potentialités de ces deux artefacts par rapport à ce qui a été fait dans l'atelier et constituent donc un apport complémentaire.

De nombreuses vidéos sont disponibles en ligne mettant en avant le côté spectaculaire des bouliers en Asie avec notamment des concours de calculs avec le boulier contre la calculatrice. Voici quelques liens sur les « machines à calculer » : https://www.youtube.com/watch?v=lpg_UEvocE4,
https://www.youtube.com/watch?v=lEw3Y3hxkd8,https://www.youtube.com/watch?v=TWWJEsCzIiM. D'autres sites décrivent comment procéder pour construire des bouliers en classe.

Cette recension n'est de loin pas exhaustive. Il existe en effet de nombreuses ressources scolaires et manuels qui proposent des activités autour des bouliers. Il existe également différents documents rédigés par des groupes ou institutions tels que celui-ci (de A. Batton pour le Groupe Départemental Maternelle du 95) : http://www.pedagogie95.ac-versailles.fr/plugins/fckeditor/userfiles/file/maternelle/decouvrir_le_monde/mathematiques/Utilisation_du_boulier.pdf

8 http://www.cndp.fr/bsd/index.aspx

DE LA RESSOURCE À LA SÉANCE DE CLASSE. INSTITUTIONNALISER : TÂCHE IMPOSSIBLE ?

Cécile Allard
MCF, Espe de Livry Gargan
UPEC, UCP, U.Artois, P7, U. Rouen, LDAR
cecile.allard@u-pec.fr

Pascale Masselot
MCF, Espe de Versailles
UCP, UPEC, U.Artois, P7, U. Rouen, LDAR

pascale.masselot@u-cergy.fr

Résumé
Les questions qui orientent l'atelier s'inspirent de celles qui ont guidé le travail de thèse de Allard (2015), en particulier celle-ci : quels sont les éléments de la ressource choisie par les enseignants susceptibles de les outiller pour exposer des connaissances ? Étudier les moments d'exposition des connaissances (Robert & Vandebrouck, 2014) consiste à traquer tout ce qui est dit ou écrit par le maître qui permet de rendre compte de la circulation du savoir en classe. L'exposition des connaissances fait partie du processus d'institutionnalisation.
La situation choisie dans le cadre du travail de cet atelier est une situation d'action (au sens de la théorie des situations, Brousseau 1998). Nous cherchons ici à montrer en particulier les raisons qui expliquent les difficultés à institutionnaliser des savoirs immédiatement après une situation qui induit des manipulations.
Est-il possible de décontextualiser et de dépersonnaliser le savoir à l'école suite à une activité s'appuyant sur du matériel ?

Cet atelier est dans la continuité de celui proposé en 2014 : « De la ressource à la séance de classe », (Allard & Ginouillac 2014), qui avait permis aux différents participants d'interroger le contenu des guides du maître dans le cas de la mise en œuvre d'une situation de proportionnalité. Les manuels retenus étaient des ressources souvent conseillées en formation. Nous avions alors pointé des « manques » d'indications relatives à la gestion de la classe, ainsi que des points aveugles concernant des apports mathématiques et didactiques. Enfin ces guides du maître ne proposaient pas de textes permettant de penser un processus d'institutionnalisation des savoirs inscrits dans les pratiques. En effet nous relevons des indications lors des mises en commun ou des synthèses suggérant par exemple, à l'enseignant d'utiliser des unités de numération pour lire les nombres décimaux sans pour autant proposer des formulations. L'un des points aveugles mis en évidence était la pauvreté voire l'absence de textes ou d'indications précises et opérationnelles permettant l'institutionnalisation des savoirs (Allard, 2015). En revanche des textes intermédiaires participant au processus existent, ces textes dont les formulations sont proches du niveau de langage des élèves sont appelés des expositions de connaissances.

Ces points aveugles correspondent à ce qui est laissé en général à la charge des enseignants, comme les choix relatifs à la gestion de certaines phases mais également des choix relatifs à la mobilisation de connaissances didactiques : connaissances des obstacles dans l'enseignement des notions en jeu, des erreurs d'élèves au cours de l'apprentissage de ces notions ou des procédures envisageables afin de pouvoir anticiper leur hiérarchisation en fonction de certains critères bien identifiés. La mobilisation dans l'activité du professeur de ces connaissances mathématiques et didactiques relève de ce que Pézard nomme la vigilance didactique :

« Exercer une certaine vigilance didactique met en jeu des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires pour enseigner. Les connaissances mathématiques ne sont pas nécessairement académiques, elles doivent être

finalisées pour l'enseignement […] Il y a d'abord des résultats ou faits didactiques, mis en évidence par la recherche et qui ne sont plus contestés, des sortes de « petits théorèmes de didactique » ; par exemple les incidences de conceptions erronées des nombres décimaux sur leur mise en ordre de tels nombres. Il y a aussi des outils permettant de lire le réel, issus de la didactique des mathématiques mais transformés en vue de l'action d'enseigner. » (Pézard, 2010 p. 210)

Le travail au cours de cet atelier a amené les participants à étudier ce qui se passe en classe suite à l'utilisation d'une autre ressource, qualifiée à une certaine époque de « bible » par les enseignants (Houdement 2013) : « Apprentissages numériques et résolution de problèmes » de Ermel (2001). Les participants sont confrontés à l'analyse et à la comparaison des pratiques de deux professeurs des écoles maitres formateurs (PEMF) qui proposent, à leurs élèves de CM2, la même situation extraite de la ressource (Ermel CM2) qui s'intitule : « les bandes graduées ». Cette situation a pour objectif annoncé de « construire des connaissances sur les fractions décimales ». Plus précisément :

« *Objectifs :*

- *Comprendre et utiliser le principe de construction d'une graduation régulière en dixièmes et en centièmes.*
- *Établir et utiliser les relations entre dixième et unité, entre dixième et centième.*
- *Savoir situer des fractions sur une graduation, les décomposer en somme de la partie entière et de fractions décimales* » (Ermel CM2, 2001, p. 460)

I - PROBLÉMATIQUE DE L'ATELIER

L'utilisation de ressources pour construire une séquence d'apprentissage est fréquemment observée dans l'exercice quotidien du métier de Professeur des Écoles (PE). Les enseignants sont libres de choisir les ressources qu'ils utilisent et autonomes quant aux usages qu'ils en font. Butlen (2004) montre que les manuels sont constitutifs des pratiques dans le sens où le choix de la ressource organise les pratiques effectives du PE. Arditi (2012) dans sa thèse écrit :

> *« Au fil de nos lectures, il nous est apparu que les manuels peuvent influencer les pratiques (Butlen, 2004) et conditionner les mathématiques enseignées. Margolinas et Wozniak (2009) soulignent que les manuels sont un élément incontournable de l'environnement professionnel de l'enseignant »* (Arditi 2011, p. 13)

En France, de très nombreuses ressources en mathématiques sont disponibles (Arditi & Daina 2012, Mounier & Priolet, 2015), qui peuvent être de natures très diverses : sites internet, manuels avec ou sans guides du maitre, ouvrages à destination des enseignants proposant des situations cherchant à transposer pour la classe certains des résultats de travaux de didactique des mathématiques (dont Ermel).

Cet atelier a pour objectif d'amener les participants à s'interroger sur ce qui est laissé à la charge des enseignants pour anticiper et gérer des phases d'institutionnalisation lorsqu'ils utilisent une ressource. Cette réflexion a permis de pointer les contraintes et les difficultés rencontrées par les enseignants lors de la formulation et la formalisation du texte du savoir et de s'interroger sur le travail à mener dans le cadre de la formation initiale ou continue des PE.

II - POINTS D'APPUIS THÉORIQUES

1 Définitions : Institutionnalisation, processus d'Institutionnalisation.

Lors de cet atelier, nous mobilisons deux cadres théoriques, celui de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1998) et celui de la Double Approche (DA) (Robert & Rogalski 2002). La TSD nous permet de penser « théoriquement » l'institutionnalisation et la DA nous outille pour décrire et analyser l'activité de l'enseignant.

L'institutionnalisation a été mise en évidence, dans la Théorie des Situations Didactiques, suite à des observations qui ne concernaient pas directement des ingénieries didactiques pour la recherche (Brousseau, 1984 ; Perrin Glorian, 1986, 1993). Dire, expliciter les connaissances en jeu, articuler connaissances anciennes et nouvelles et leur donner un statut public semblaient indispensables aux enseignants observés. L'institutionnalisation des savoirs est définie comme étant un processus qui rend

possible la décontextualisation et la dépersonnalisation des savoirs. La décontextualisation et la dépersonnalisation des savoirs passent (entre autres) par des phases dites de formulation. « *Elles se construisent éventuellement et idéalement après des phases d'action sur une situation liée à un problème adéquat mettant en jeu le savoir, s'appuyant, quand cela est possible, sur une situation fondamentale.* » (Allard, 2015, p. 19). Lors de ces phases (de l'auto formulation à la formulation pour autrui), les élèves sont amenés à communiquer pour eux, entre eux et avec l'enseignant. Ces communications passent à la fois par du langage oral, du langage écrit et des gestes (qui remplacent parfois un long discours, par exemple par rapport à l'usage d'un instrument). Le rôle du professeur consiste d'une part, à organiser les échanges entre les élèves : ce qui correspond à première étape de la dépersonnalisation des savoirs ; et d'autre part, à formuler, formaliser afin de décontextualiser les connaissances émergentes. Brousseau explique la nécessité d'institutionnaliser ainsi :

> « *De même que les théorèmes en actes s'évanouissent bientôt en l'absence de formulation et de preuves, les connaissances privées et même publiques restent contextualisées et vont disparaitre dans le flot des souvenirs quotidiens si elles ne sont pas replacées dans un répertoire spécial dont la culture et la société affirment l'importance et l'usage.* » (Brousseau 1998, p. 9)

C'est bien le maître qui détient ou cherche les moyens de détenir ce répertoire spécial dont la culture et la société affirment l'importance et l'usage. Son rôle, sûrement le plus délicat, est d'articuler le langage des élèves (dont les propos sont souvent descriptifs et tournés vers l'action) avec celui plus formel et plus attendu qui permet de monter en généralisation et de proposer des formulations et formalisations.
Margolinas & Lappara (2011) précisent ce qui distingue savoirs et connaissances : « *un savoir est d'une autre nature, il s'agit d'une construction sociale et culturelle qui vit dans une institution (Douglas, 1986, 2004) et qui est par nature un texte (ce qui ne veut pas dire qu'il soit matériellement écrit)* ». Ces deux auteures ajoutent aux premières définitions le caractère textuel du savoir, texte délivré aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Une de nos premières hypothèses, en partie vérifiée dans le travail de thèse de Allard (2015) est une quasi absence de la forme de ces textes dans les ressources destinées aux enseignants. Ces derniers ont finalement peu d'aide et d'indications explicites de formulation et de formalisation des savoirs dans les ressources qu'ils utilisent. Dans certaines collections, il existe des encarts dans les manuels qui ont pour objectif, en quelques lignes de proposer une institutionnalisation. D'autres ouvrages (Capmaths et Euromaths mais nous ne sommes pas exhaustives) proposent par exemple des livrets (de 20 pages maximum) dans lesquels des textes (assez contextualisés) délivrent quelques formulations possibles. Le choix des éditeurs ou des auteurs de proposer des textes plus ou moins décontextualisés (soit à l'issue de chaque séance, soit au terme des séances) montrent à quel point les attentes et la compréhension de ce qu'est le processus d'institutionnalisation est variable, peu didactisé.

Perrin-Glorian (1993) montre que le processus d'institutionnalisation est un processus lent, diffus et ne correspond pas nécessairement à une phase d'un déroulement d'une séance. Nous ajoutons alors que trouver des traces de textes de savoir à l'échelle d'une séance (45 minutes) n'est pas toujours facile. Les moments d'expositions de connaissances sont présents dans toutes les séances ; les phases d'institutionnalisation, quand elles existent, sont plutôt au niveau de la séquence.

L'institutionnalisation se réalise lors d'un processus que nous pouvons décrire à la condition de réaliser une étude sur un temps long d'observation des pratiques (Allard, 2015) d'un même enseignant. Perrin-Glorian distingue au moins trois niveaux d'institutionnalisation :

> « *L'institutionnalisation ne peut se faire que de façon très progressive avec de nombreux cycles contextualisation/décontextualisation ce qui conduit à distinguer des niveaux dans le Processus d'Institutionnalisation :*
>
> *- des institutionnalisations locales ;*
>
> *- des institutionnalisations qui permettent d'ancrer l'ancien dans le nouveau : phases de rappel ;*
>
> *- des institutionnalisations plus globales qui renvoient à l'émergence du concept.* »
>
> Perrin-Glorian (1993, p. 21)

2 Institutionnaliser dans les pratiques

Les difficultés à institutionnaliser dans les pratiques ordinaires des PE, débutants ou confirmés, ont été identifiées par plusieurs chercheurs, Butlen, Charles-Pézard & Masselot (2012), Margolinas & Lappara (2011, 2013, 2014), Coulange (2012). C'est ainsi que ces auteurs s'accordent à parler d'un déficit de l'institutionnalisation au profit de la dévolution, du faire, de l'action des élèves. Le couple dévolution/institutionnalisation est alors qualifié de couple en tension en lien avec un nécessaire changement de posture à assumer de la part du professeur. Ce déséquilibre montre un dysfonctionnement qui conduit « *à reléguer à l'arrière-plan les connaissances et les savoirs* » Margolinas & Laparra (2011, p. 2).
Enfin, les recherches portant sur l'analyse des pratiques d'enseignants débutants (Butlen et al 2012) proposent une catégorisation en i-genres qui prend en compte des indicateurs relevant des cinq composantes issues de la théorie de la double approche (composantes personnelle, institutionnelle, sociale, cognitive et médiative). Le i-genre 3 correspondant à des pratiques présentant les cinq niveaux suivants :

- niveau 1 : installer la paix scolaire ;
- niveau 2 : choisir des situations plus ou moins robustes (avec potentiel a-didactique) ; proposition de problèmes consistants et aménagement de temps de recherche ;
- niveau 3 : favoriser l'explicitation des procédures ;
- niveaux 4 et 5 : hiérarchiser les procédures, conduire une synthèse et institutionnaliser.

Butlen et al.(2012) ont montré que les enseignants débutants exerçant dans des écoles de milieux très défavorisés dont les pratiques relèvent du i-genre 3 étaient très minoritaires ; les enseignants de ces écoles relèvent majoritairement du i-genre 2, les niveaux 4 et 5 leur faisant défaut. Ces résultats ont été obtenus à partir de l'analyse de pratiques de professeurs des écoles débutants nommés en zone d'éducation prioritaire. Le travail de thèse de Allard (2015) prolonge cette recherche en étudiant les pratiques des professeurs des écoles maitres formateurs exerçant en zone périurbaine, avec peu de mixité sociale. Quatre maitres formateurs ont été observés sur plusieurs années. Les pratiques de trois enseignants sur les quatre suivis relèvent du i-genre 3 même si le processus d'institutionnalisation n'est pas abouti au point de proposer aux élèves des textes décontextualisés et dépersonnalisés.

Pour les besoins de l'atelier, nous avons restreint la comparaison des pratiques à deux enseignantes : Solène et Sasha ont été choisies, elles envisagent très différemment la prise en charge de l'institutionnalisation dans leurs classes.

3 Présentation des pratiques des deux enseignantes suivies

Le support de travail proposé aux participants de l'atelier est constitué de deux vidéos sur la situation des bandes graduées. Chacune de ces vidéos montre un extrait de séance de classe de CM2 des maîtres formatrices, Sasha et Solène. Ces deux enseignantes se connaissent et travaillent dans la même circonscription. Elles exercent dans des zones rurbaines plutôt favorisées et enseignent depuis 15 ans dont cinq au moins en cycle 3.

Elles utilisent les mêmes ressources pour élaborer leurs séquences d'apprentissage : Ermel, complété par Capmaths (2003) (pour Solène) et par Euromaths (2008) (pour Sasha). Les élèves de chaque classe ont tous un cahier de dimension 24 x 32 appelé pour Sasha, « cahier mémoire » et pour Solène, « cahier de leçons en mathématiques ». Pour les deux enseignantes, ces cahiers ont pour fonction de compiler les traces écrites réalisées à l'issue d'une séance (ou d'un ensemble de séances sur le même thème). Dans le cahier mémoire de Sasha, se trouve un sommaire complété au fur et à mesure par les élèves. Les écrits dans ce cahier, à la fin de l'année, noircissent les 96 pages du cahier : nous pouvons y lire 50 leçons (textes écrits ou dactylographiés ne dépassant pas une page). Ces 50 leçons se répartissent sur les 36 semaines de l'année scolaire.

Dans la classe de Solène, le cahier de leçons de mathématiques est très peu investi. En 2013-2014, nous comptabilisons seulement huit leçons dont deux sur l'enseignement des fractions et des fractions décimales.

De cette première comparaison, nous pouvons conclure que, pour Solène, les traces écrites ne sont pas la clé de voûte du processus d'institutionnalisation. Nous émettons alors l'hypothèse que l'essentiel du texte du savoir, pour cette enseignante, doit être formulé à l'oral. Au contraire pour Sasha, l'écrit a un rôle essentiel dans le processus d'institutionnalisation. L'observation de séances en classe permet alors d'analyser la prise en compte effective de cette phase et comment cette dernière s'articule avec des phases de recherche ou des phases de formulation

Ce constat nous amène à nous interroger sur le fait que l'écrit en classe de CM2 n'est pas investi de la même manière, alors que ces deux enseignantes utilisent les mêmes ressources.

III - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

L'atelier s'est décliné en plusieurs phases. Dans un premier temps, nous avons exposé le contexte des classes observées et de l'étude menée dans le travail de thèse de Allard (2015) ainsi que quelques points d'appuis théoriques dont nous avons rappelé l'essentiel dans le paragraphe précédent. Puis, dans un deuxième temps, les participants ont été invités à répondre aux questions suivantes :
Qu'est qu'un enseignant doit savoir sur les fractions décimales pour pouvoir les enseigner ? Quelles définitions proposer aux élèves ? Quelles raisons d'être enseignées ?
Ces premières questions ont permis, en petits groupes, d'échanger autour de nos attendus en tant que formateurs quant aux connaissances mathématiques que nous pensons indispensables au professeur pour enseigner les fractions décimales.
Dans un troisième temps, à partir des documents (Ermel CM2 p. 46, annexe n° 3), chaque groupe a réalisé une analyse *a priori* de la situation des bandes graduées en portant une attention particulière aux indications de gestion et aux traces possibles d'institutionnalisations proposées par la ressource. Puis une mise en commun des analyses effectuées a permis de soulever certaines questions à partir de ces premiers éléments.
Ces différentes analyses visaient à préparer les participants au « visionnage » des vidéos de classe. Nous sommes convaincues qu'un travail sur un support vidéo doit être au préalable accompagné et précédé d'une analyse de la notion et de la situation en jeu (Robert, 2008). Ces analyses permettent de mieux saisir les enjeux de la situation, d'identifier les adaptations éventuelles et de les mettre en lien avec les contraintes effectives des enseignants. Par ailleurs ces temps d'appropriation des ressources, se rapprochent de ce qu'un enseignant peut faire plus ou moins finement lorsqu'il prépare sa séance. Lors de la lecture d'une ressource, les enseignants sont amenés à exercer leur vigilance didactique à différents moments de leur activité : « *La vigilance didactique est liée aux différentes tâches d'enseignement de contenus mathématiques situées en amont de l'action en classe, pendant l'action en classe ou après la classe ainsi qu'aux différentes manières de les réaliser.* » (Pézard, 2010, p. 211)
Le temps de l'atelier consacré aux analyses des extraits de vidéos de moments de classes (accompagnés des extraits des transcriptions, annexes n°1 et 2) a permis de comparer les pratiques de ces deux professeurs s'appuyant sur la même ressource et d'anticiper sur les effets des institutionnalisations proposées. Ces analyses ont été référées aux comparaisons menées dans le cadre de la thèse à partir de l'analyse des pratiques sur un temps long qui ont notamment montré les variabilités et les régularités tant du point de vue de la gestion de la classe que de l'institutionnalisation.

1 Présentation du contexte des observations

Sasha et Solène sont toutes les deux maitres formateurs. Elles ont passé le CAFIPEMF la même année (2013). Elles ont la même ancienneté dans le niveau CM2 (3 ans au moment des observations). Elles utilisent et articulent deux ressources pour faire leurs séquences :

- Capmaths et Ermel pour Solène
- Euromaths et Ermel pour Sasha.

Ces deux enseignantes travaillent dans la même circonscription de l'académie de Versailles (zone périurbaine, peu de mixité sociale). Solène a fait des études de psychologie et Sasha des études d'histoire. Toutes les deux déclarent avoir un bon rapport aux mathématiques et aimer enseigner cette discipline.

Nous avons suivi Solène pendant cinq ans et Sasha pendant trois ans sur la même séquence des fractions aux décimaux : elles font les mêmes choix quant aux situations qu'elles retiennent dans Ermel.

2 Connaissances mathématiques et didactiques identifiées

Dans le cadre de l'atelier, les participants (enseignants formateurs en mathématiques dans les ESPE) sont amenés à lister les connaissances utiles au professeur pour enseigner les mathématiques (construire, s'approprier, adapter un (des) itinéraire(s) cognitif(s), interpréter, analyser des tâches, des productions d'élèves…) dans le cas de l'apprentissage des fractions décimales. Différentes notions et différents supports à retenir pour favoriser cet apprentissage ont été proposés.

2.1 Synthèse des échanges

Deux définitions (très simplifiées) ont été données pour définir ce qu'est une fraction décimale à des enseignants en formation initiale :

(1) $\frac{a}{10^n}$ avec (a,n) ∈ N x N ou (2) $\frac{a}{2^p 5^q}$ avec (a, p, q) ∈ N x N x N

La deuxième définition a été écartée par les participants de l'atelier car elle semblerait plus difficile à comprendre par un professeur des écoles. Lors des échanges dans l'atelier, nous n'avons pas eu le temps de discuter sur les autres justifications des choix des participants.

Ces deux définitions montrent que pour un même nombre rationnel plusieurs écritures sont possibles comme $\frac{3}{2} = \frac{3}{2^1 \times 5^0} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{10}$, suite aux échanges, nous nous demandons s'il faut en privilégier une par rapport à l'autre.

L'un des enjeux pour conceptualiser les fractions comme désignation d'un nombre est de comprendre que les fractions sont des écritures particulières de nombres rationnels.

Les participants privilégient la définition (1) aisément oralisée : une fraction est décimale quand son dénominateur est une puissance de 10 plutôt que de dire qu'un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est un produit d'une puissance de 2 par une puissance de 5.

Les participants évoquent la difficulté à bien faire comprendre la distinction de ce qu'est un nombre décimal et ses différentes écritures.

Un basculement de la progression de l'introduction des nombres décimaux et des fractions dans les différents programmes a été rappelé par certains. Depuis 2002, l'ordre privilégié est d'introduire les fractions puis les fractions décimales au service de la construction du sens des nombres décimaux. Allard (2015) montre que les fractions sont davantage enseignées en tant qu'outil plutôt qu'objet et qu'il est difficile compte tenu des contraintes du terrain et du curriculum de faire autrement (sauf bien sûr à assurer une formation de qualité pour que les enseignants puissent le faire). L'identification de ce basculement conduit les participants à dire la nécessité de justifier le choix de cette progression en se référant à des travaux en didactique (Perrin et Douady, 1986) en formation.

Enfin, les échanges se poursuivent rapidement sur les difficultés des élèves et des étudiants. Ce qui devrait être un minimum au niveau des connaissances attendues des enseignants a été listé :

- L'appui sur la droite graduée pour travailler les équivalences d'écritures : $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ ou bien encore $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
- Le passage par des décompositions privilégiées pour passer à l'écriture décimale :

  $\frac{325}{100} = 3 + \frac{25}{100}$; $\frac{325}{100} = 3 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$

- Les procédures de comparaison des fractions et la comparaison d'une fraction à l'unité en s'appuyant sur l'identification et la comparaison du numérateur et du dénominateur.

- Une lecture privilégiée des fractions en b^{ième} plutôt qu'en « sur » : par exemple, $\frac{2}{5}$ se lit « deux cinquièmes » et non « deux sur cinq ».

- Une lecture à privilégier des fractions décimales et des décimaux : ainsi $\frac{3}{100}$ se lit trois centièmes tout comme 0,03 (qui ne se lit pas en « épelant » l'écriture : zéro virgule zéro trois). $\frac{375}{100}$ se lit 375 centièmes mais peut aussi se lire selon les décompositions $\frac{300}{100}+\frac{75}{100}$ = 3 + $\frac{75}{100}$. Le texte à l'oral, accompagnant ces écritures pourrait être : « trois cent centièmes et soixante-quinze centièmes, c'est comme 3 unités (car $\frac{300}{100}$, c'est 3 unités) et soixante-quinze centièmes (qui s'écrit aussi 0,75) ». Cette lecture participe à montrer le rôle primordial des connaissances des unités de numération.

2.2 Précisions sur les différents aspects des fractions

Les participants soulignent que le professeur doit être conscient des différents sens de la fraction pour comprendre les enjeux d'apprentissage selon le moment de la scolarité, interpréter les programmes et envisager une progression cohérente. À la suite, nous avons alors rappelé les cinq aspects des fractions en montrant que les programmes français (et les manuels) envisagent seulement l'étude des fractions dans des cas continus et « évacuent » les cas discrets (par exemple la tâche : 5 sacs de 8 billes sont devant vous, prendre les deux cinquièmes des billes). Ces cinq aspects sont les suivants : partie d'un tout (fraction plus petite qu'un), mesure (conséquence du premier aspect et correspond à n fois la mesure donnée), ratio (identifié par un vocable différent trois pour quatre, comme dans les pourcentages, et renvoie aussi à la proportionnalité et aux probabilités), opérateur (cas des coefficients d'agrandissement par exemple), et quotient (vu comme le résultat de la division). Nous détaillons les deux premiers aspects car l'introduction des nombres décimaux, d'après les programmes français de 2012 (Bulletin officiel du 5 Janvier 2012), repose sur les connaissances liées à ces deux aspects.

D'après une recherche récente, Alajmi (2012) montre que l'aspect « partie d'un tout » est l'interprétation des fractions la plus enseignée, celle que l'on trouve dans la plupart des manuels à travers différents pays (dont le Japon, et les États Unis). Cette interprétation s'applique aux fractions dites simples (plus petites que un) ; par conséquent, le numérateur est plus petit que le dénominateur. L'enjeu de cette interprétation est d'associer la fraction à un partage en parts égales d'un représentant matériel de l'unité (des longueurs ou des aires dans le cas continu, des sacs de billes dans le cas discret). Pour ce faire, il est nécessaire d'avoir compris que, si l'on partage une unité en n parts :

- les 1/n parts, n non nul, d'une unité choisie sont égales ;

- la somme de l'ensemble des parts est égale à l'unité ;

- plus on partage l'unité, plus la mesure des parts est petite (et inversement) ;

- la relation entre la partie et un tout reste la même quelles que soient la taille, la forme, l'orientation du représentant choisi.

L'aspect « fraction-mesure » englobe le précédent. Il est en jeu lorsqu'une fraction simple (par exemple $\frac{1}{4}$) est isolée et qu'on peut exprimer une nouvelle mesure en fonction de celle-ci : par exemple $\frac{3}{4}$ u = 3 x $\frac{1}{4}$ u. C'est-à-dire qu'on associe à $\frac{3}{4}$ le fait de prendre 3 fois une part de $\frac{1}{4}$ ou de reporter 3 fois un segment de $\frac{1}{4}$ de l'unité choisie, ou encore 3 paquets de ¼ de la totalité des bonbons. La mesure

commune c'est $\frac{1}{4}$ on peut comparer un segment de $\frac{3}{4}$ et de $\frac{1}{4}$ et établir des relations entre (l'un est trois fois plus grand).

Dans Ermel, ces deux aspects des fractions sont utilisés. En effet, d'une part l'unité 1 va être partagée en 10 ou 100 parties égales (il faut donc comprendre que $\frac{100}{100}=\frac{10}{10}=1$, que les parts seront de plus en plus petites) et d'autre part, pour placer $\frac{137}{100}$ sur la droite graduée, il devient nécessaire de s'appuyer sur la fraction mesure et lire 137 x $\frac{1}{100}$ ou encore 1 + 37 x $\frac{1}{100}$

3 Éléments de l'analyse *a priori* de la situation

L'analyse de la situation (ERMEL CM2 p. 462) a été réalisée en groupe. La situation des bandes était connue de la plupart des participants. Différentes consignes dans la ressource se succèdent. - La situation des « graduations » est découpée en deux phases, la deuxième phase compte deux étapes.

Phase 1

Il s'agit d'un travail collectif, le maître demande de placer les traits correspondants aux nombres 3 et 4 sur une bande de papier… (le zéro et le un étant déjà placés). Il est alors conseillé de matérialiser l'unité en découpant une bande ainsi les nombres 3 et 4 seront placés par report de cette bande.

Phase 2

Étape 1 :

Consigne (0) : « *Vous allez devoir construire une graduation sur la grande bande en utilisant la petite bande. La longueur de cette petite bande est égale à un dixième de l'unité. Le nombre 0 est déjà placé. Placez le nombrer 1 sur la grande bande* ».

Étape 2

Consignes (1) et (2) : « *Placez la fraction* $\frac{8}{10}$ *et la fraction* $\frac{25}{10}$ *sur votre graduation* »

Consigne (3) : « *On a trouvé des moyens pour placer exactement* $\frac{8}{10}$ *et* $\frac{25}{10}$ *Trouvez un moyen pour dire à quelqu'un ce qu'il doit faire pour placer exactement* $\frac{137}{100}$ »

Consigne (4) : « *Placez la fraction* $\frac{137}{100}$ »

Les éléments d'analyse que nous allons noter ici ne sont pas liés au contenu mathématique mais plutôt aux différents implicites des choix réalisés par les auteurs du manuel. Les implicites sont souvent liés à des éléments de gestion ou de choix du matériel. Nous allons illustrer notre propos sur les points les plus saillants notamment pour les consignes (0) et (4). L'ensemble des remarques faites ont été réalisées par les participants et nous avons complété parfois leurs analyses.

Tout d'abord, nous pouvons remarquer que les dénominations du découpage de la situation en phases et étapes sont très éloignées du vocable usuel de la profession. En effet, les enseignants parlent de séquence (ensemble de séances) et de séances. Les deux enseignantes suivies se demandent souvent si les étapes correspondent à des séances. Elles ont par ailleurs du mal à identifier et à faire les liens avec les termes de phases et de séances. Elles utilisent régulièrement cette ressource et déclarent que parfois les phases correspondent à des séances mais que d'autres fois, ce sont les étapes qui durent 45 minutes (la durée d'une séance). En effet, nous notons qu'il n'y a pas d'indication de temps dans la ressource ce qui ne facilite pas non plus l'identification des étapes essentielles et la préparation.

Pour la situation des « graduations » les consignes (1), (2) et (3) permettent essentiellement de mobiliser des connaissances sur les fractions et sur le report d'une unité donnée. Ces consignes permettent aussi de passer de la bande à partager à la droite graduée (mais ce n'est pas annoncé dans la ressource).

Les consignes (3) (4) vont permettre de construire le sens du centième à partir du dixième comme le partage en 10 d'un dixième.

> Le matériel : Les élèves disposent d'une bande d'environ deux mètres sur 3 ou 4 cm sur laquelle le zéro est déjà placé et d'une bande de 5 cm sur 1 cm.
> Il est rappelé qu'aucune règle graduée n'est disponible mais le compas est autorisé. (p. 461)

Ces indications sont essentielles : la largeur de la bande est suffisamment peu large pour décourager des pliages dans le sens de la largeur. De plus le fait que l'unité de mesure (un dixième de l'unité) représentée par la bande de 5 cm sur 1 cm soit sur du papier blanc n'induit pas de partage *a priori*.

En effet, les auteurs auraient pu proposer du papier quadrillé ainsi un petit carreau de 5 mm représente 1/100 de l'unité ; l'intention ici est plutôt que les élèves découvrent qu'il va leur falloir partager 5 cm en 10 parts égales. Pour ce faire, les élèves pourront procéder par pliage (puisqu'ils n'ont pas de règle graduée « mais le compas est autorisé »). Nous ne voyons pas comment sur une bande étroite de 5 cm l'utilisation du compas va être une aide, le report du centième étant très mal aisé.

4 Éléments d'analyse des pratiques des deux enseignantes

Les deux vidéos durent une heure chacune et nous n'en avons montré que quelques extraits situés par rapport à l'ensemble de la séance (les passations des consignes, un extrait du temps de la recherche, des mises en commun). Nous avons proposé un découpage de chaque séance, proposée par les enseignantes, en cinq épisodes des vidéos :

- 1 : travail en collectif (que nous identifions comme une possible phase de rappel)
- 2 : passation des consignes
- 3 : recherche
- 4 : mise en commun
- 5 : phase de bouclage au sens de Mounier (2013).

Le temps consacré à ces cinq grands épisodes et l'ordre diffèrent ; par exemple, l'épisode 1 n'est pas présent pour Sasha.

4.1 À propos du début de la séance

Pour le travail collectif de l'épisode 1, la ressource ne propose pas de consigne explicite mais des indications de questions à formuler : *« le maître montre une demi droite tracée au tableau, les nombres 0, 1, 2 sont déjà placés (l'unité est égale à 50 cm)… Il demande où sont placés les nombres 3 et 4. ».*

Solène annonce : *« Je vais vous dessiner au tableau une bande, une demi-droite. Elle est graduée, j'ai 0, 1, 2 ; c'est une graduation, comment faire pour placer le numéro 3 ? ».* Elle produit elle-même la consigne qui reste assez fidèle aux propositions de la ressource. Elle fait venir les élèves au tableau et demande de placer 3 et 4 sur la droite. Elle explique alors aux élèves qu'ils sont en train de graduer une droite et demande d'utiliser un compas pour le report de la longueur unité.

Sasha, quant à elle, dessine une droite sur la bande de papier. Elle accompagne le passage de la bande à la droite graduée. En revanche, elle présente l'unité bande en disant *« Cette petite bande-là, elle représente un dixième de l'unité »*. Elle va très vite vers la phase 2 décrite dans la ressource Ermel. Elle dit : *« Oui, en fait, moi ce que je vous demande tout simplement, c'est de me chercher où est « 1 » ? où est « 1 » ici sur cette bande ? Alors je vais vous demander de chercher à l'aide de votre petite bande chacun ou est « 1 » ? Une fois que vous avez trouvé « 1 » vous pouvez placer « 2 ». Placer « 1 », puis placer ensuite « 2 ».*

Sasha adapte, voire détourne le projet d'accompagnement en étapes de la ressource. Il ne s'agit plus ici de déterminer l'unité de report mais d'utiliser une unité donnée et de la reporter autant de fois que nécessaire.

Elle n'évoque pas l'utilisation du compas et souhaite que ces élèves soient confrontés rapidement à la consigne (4) « *placez* $\frac{137}{100}$ » qui lui semble être la seule consigne permettant un apprentissage nouveau.

La partie sur le travail collectif décrite dans la ressource Ermel dure 7 minutes dans la classe de Solène, et quelques secondes dans la classe de Sasha qui passe directement à la phase de travail en groupe (phase 2 dans Ermel) sans passer par une phase de rappel.

Lors de la première mise en commun, Solène conclura que 1 = $\frac{10}{10}$ alors que Sasha annonce dès le début de la séance que u = 1 (u, c'est l'unité). Les élèves de Sasha doivent trouver l'unité « *un* » à partir d'une bande verte qui vaut un dixième de u. Le discours de Sasha est brouillé entre unité 1 et la bande verte qui vaut un dixième de l'unité. Sasha affecte une valeur « un » à l'unité de mesure u′ qui vaut $\frac{1}{10}$ u).

Solène, quant à elle, distinguera les termes en parlant de graduation et de nombre 1 (comme suggéré dans la ressource) et de la petite bande qui vaut un dixième de l'unité. Lorsqu'elle donne la consigne elle dicte mot pour mot celle proposée dans Ermel (consigne (0)).

Par rapport à cette première comparaison, nous pouvons dire que Solène ne s'éloigne pas des propositions de la ressource. Est-ce un effet d'un bon degré de l'exercice d'une vigilance didactique ou bien au contraire un défaut de cette dernière qui la conduit à respecter à la règle les indications de la ressource ? Solène expose peu de connaissances et ne va pas au-delà des propositions de la ressource.

Sasha adapte les premières activités *a minima* pour aller le plus vite possible vers la consigne (4) porteuse de nouveaux apprentissages. De plus, notre connaissance du canevas des séances de Sasha, nous a permis de montrer que Sasha termine toutes ces séances (environ 10 à 15 minutes) par la production d'un texte écrit destiné à être appris à la maison par les élèves.

Notons que toutes les deux accompagnent le passage de la bande à la droite graduée. L'une en disposant la bande de papier sous la droite graduée, l'autre en traçant la droite graduée sur la bande. Les auteurs de la ressource Ermel ne proposent pas cet accompagnement du passage de l'objet réel à la droite graduée. La prise en charge de cet accompagnement montre bien que les deux enseignantes exercent une certaine vigilance didactique à ce niveau reposant sur leurs connaissances des élèves et du métier.

À propos des consignes (3) et (4), les deux enseignantes ne demandent pas aux élèves d'anticiper pour expliquer comment ils vont faire pour placer 137/100. Cette étape de formulation et d'explicitation à autrui ne leur semble pas utile : « *il faut d'abord qu'ils fassent pour comprendre* » expliquera Solène. Solène énonce la consigne : « *Maintenant, toujours avec votre petite bande unité qui représente un dixième, vous allez devoir placer exactement cent trente-sept centièmes.* » (Consigne donnée à 37 minutes depuis le début de la séance). Solène passe dans les groupes ; plusieurs procédures émergent comme la décomposition en unités et fractions de l'unité. Les élèves essaient tant bien que mal de plier leur bande en dix ce qui fera dire à l'enseignante « *Vous avez plié votre petite bande en dix morceaux et comme ça, cela correspond à dix centièmes, donc là ça fait vraiment tout petit, donc on va essayer de s'approcher du résultat.* ». Les élèves ont manifesté leur mécontentement de ne pas réussir à faire dix parts égales dans leur bande cartonnée rouge de 5 cm de longueur.

Sasha contourne le problème qu'elle dit avoir aussi rencontré en distribuant une bande de papier quadrillée de 5 cm de long et explique à 14 minutes depuis le début de la séance : « *je l'ai entendu, deux petits carreaux ça fait quoi, ça correspond à quoi ? 1 centimètre puisque cinq et cinq, dix ; donc deux petits carreaux ça correspond à 1 centimètre d'accord ? Ça veut dire, combien avez-vous de petits carreaux en tout* » et ajoute : « *Ça, ce que l'on vient de dire là, ça va vous servir. Donc je répète je vais vous demander, la consigne est la suivante : placez 137 centièmes, 137 centièmes à l'aide de votre petite bande mais attention, pour vous aider, je vous indique que vous avez chacun, je suis obligée de parler très fort vous avez déjà chacun dix petits carreaux de placés réguliers, déjà placés, d'accord ? Ça veut dire que votre un dixième là, il est partagé déjà en 10.* »

4.2 Exposer des connaissances au cours des différents épisodes

L'ouvrage propose des indications pour conduire les phases orales. Ainsi, nous pouvons lire à la suite de la consigne (0) : *« la mise en commun doit mettre en évidence que pour placer le nombre 1, il faut reporter dix fois la petite bande car dans une unité il y a dix dixièmes. ».*

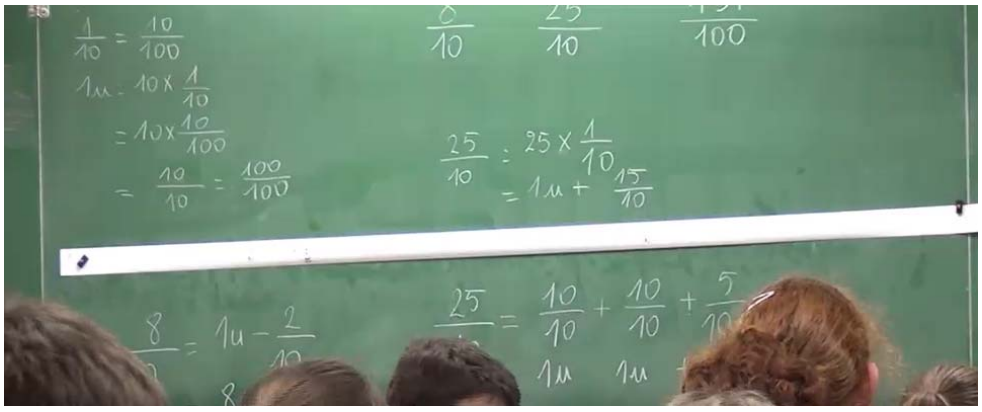
Les deux enseignantes produiront la formulation suivante $\frac{10}{10}=1$ pour Solène et $\frac{10}{10}u=1$ pour Sasha.

Les auteurs de la ressource ne tranchent pas sur l'usage/ l'utilité d'indiquer l'unité u. Nous pouvons lire dans la ressource « dans une unité, il y a dix dixièmes $10\,x\frac{1}{10}$ et $\frac{10}{10}$ =1 » ou encore « pour avoir un centième de l'unité, il faut couper l'unité en cent ». Il semble qu'à l'oral, il est convenu de parler d'unité mais dans les écritures la référence à l'unité disparait $\frac{137}{100} = \frac{13}{10} + \frac{7}{100}$

Les enseignantes ne perçoivent pas cette nuance qui n'est pas explicitée, elles écrivent les égalités en parlant, elles introduisent donc de manière non homogène la référence à l'unité symbolisé par la lettre u.

Solène terminera sa séance en produisant de nombreuses écritures au tableau (voir ci-dessous). Le lendemain elle accrochera une affiche proche de celle proposée par Ermel.

Sur le tableau, sont inscrites différentes écritures de l'unité comme dix dixièmes (fraction partie/tout), ou cent centièmes ou encore comme dix fois dix centièmes (fraction mesure). L'enseignante reprend aussi des propositions d'élèves en écrivant des décompositions de fractions comme somme de l'unité et d'une fraction de l'unité.



Tout au long de cette séance les expositions de connaissances de Solène sont restées très proches des propositions de la ressource ou de ce que disaient avoir appris les élèves.

Solène conclut ainsi en revenant sur l'exemple « 137 centièmes » qui a la valeur d'un exemple générique. C'est à la charge des élèves de comprendre que l'encadrement de 137 centièmes par des nombres entiers va aider à placer ce nombre plus rapidement sur la droite graduée. De même, comprendre que 137/100 est un nombre n'est pas explicité :

« On cherche 137 centièmes donc c'est compris entre deux unités et une unité, compris entre 10 dixièmes et 20 dixièmes ou 100 centièmes et 200 centièmes.

Donc là 110, 120, 130, 140 centièmes, 137 centièmes, un peu plus que le milieu.

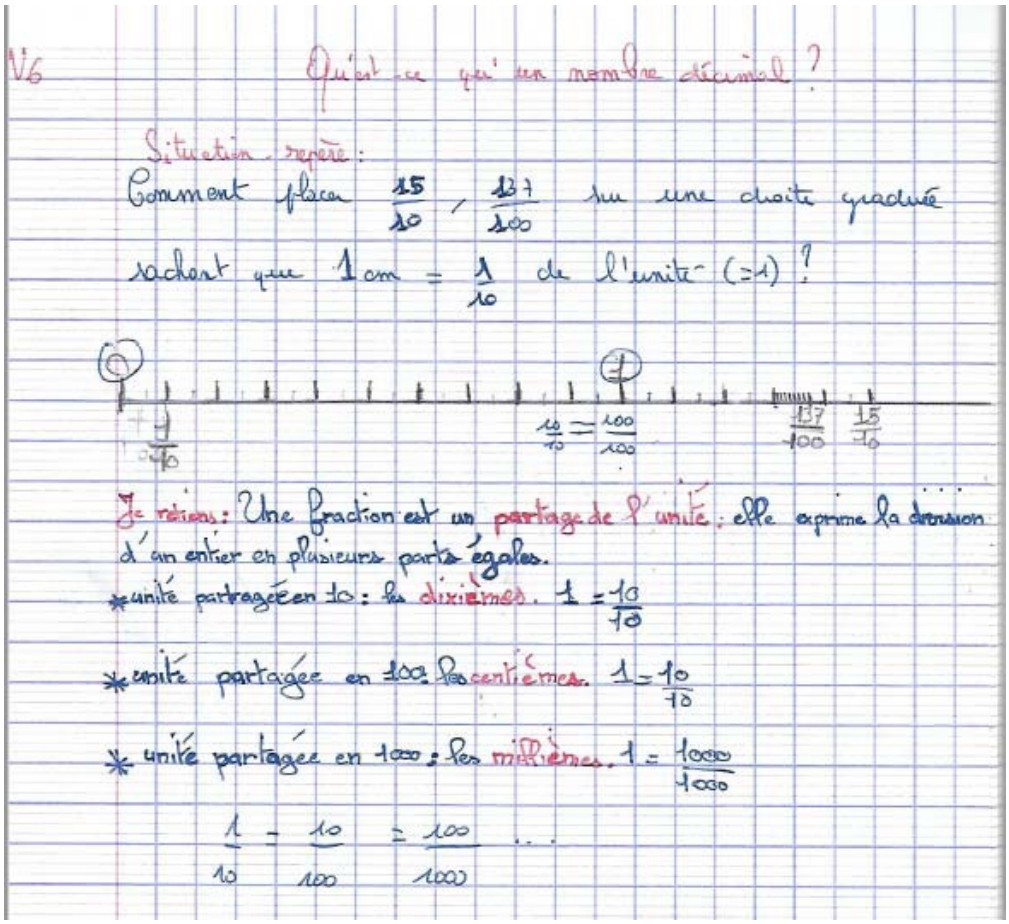
On peut décomposer 137 centièmes en 100/100 + 30/100 + 7/100

Si je le mets en dixièmes 13/10 + 7/100. 137/100 on peut le décomposer en 100/100 + 30/100 + 7/100 et également 13/10 + 7/100. ».

Sasha adapte la ressource et termine chacune de ses séances par une trace écrite structurée selon le même canevas :

- Une situation repère qui reprend le contexte de la situation (ici une bande à graduer) ;
- Un paragraphe nommé : *« je retiens »* qui explicite l'objectif de la situation ;
- Des définitions.

Sasha définit ainsi une fraction décimale c'est « *une fraction dont le dénominateur est un multiple de 10* ». La ressource Ermel ne propose pas de définition d'une fraction décimale mais Sasha pense qu'il est indispensable de définir les objets mathématiques pour « *leur donner de bonnes habitudes au collège* ». De plus, Sasha ne peut pas dire que le dénominateur est une puissance de 10 puisque l'apprentissage des puissances de 10 a disparu des programmes de l'école primaire.





4.3 Les analyses des participants

Suite au visionnement des extraits de séances, les participants relèvent que les deux enseignantes ont compris la ressource comme étant une séance. Ils constatent que dans la ressource Ermel, il n'y a aucune indication de temps à l'intérieur de la séance ce qui conduit à des variabilités autour du temps réel

d'apprentissage. Ils pointent l'existence de phases de rappels orales, qui s'apparentent à des institutionnalisations.

Ils distinguent des moments d'expositions de connaissances au cours de la mise en commun, mais aucun statut ne leur est vraiment donné. Cependant des discussions ont émergé autour du fait que l'on ne peut réellement qualifier cette phase de « mise en commun » puisqu'elle ne fait pas suite à une phase de recherche effective. Ces extraits les amènent également à réfléchir à la fonction donnée aux écritures par chacune des deux enseignantes mais aussi sur tout ce qui est laissé à la charge des élèves comme l'identification, voire la formulation des savoirs en jeu. Les participants s'interrogent sur les effets sur les apprentissages des élèves, sur ce qui est susceptible de renforcer les écarts de difficulté scolaire.

Nous avons poursuivi les échanges, en enrichissant les observations en appui sur l'ensemble des vidéos sur les trois années, qui nous ont permis de mieux comprendre quelles sont les logiques des pratiques de chacune de ces enseignantes.

Ces deux enseignantes utilisent la ressource Ermel car elles pensent que c'est une assurance pour proposer des activités mathématiques de bon niveau aux élèves. Les deux enseignantes s'appuient bien sur les deux aspects des fractions décrites dans le paragraphe 2.2. L'utilisation de la bande qui vaut $\frac{1}{10}$ u renvoie à la fraction partie d'un tout alors que le report de n fois cette bandelette renvoie à la fraction mesure. Les enseignantes prennent également soin de s'appuyer sur des formulations en dixième, centième et non en « sur » ; elles montrent dès que possible des écritures différentes pour désigner un même nombre en appui sur la droite graduée (même si l'usage de la lettre u est parfois non homogène dans les écritures). Elles s'appuient également sur des décompositions en fractions décimales. Les égalités produites sont toujours réalisées dans un contexte de longueur ou plus généralement de mesure.

Le fait qu'il y ait un contexte privilégié pour travailler ces égalités entre différentes écritures du même nombre est pour nous un frein à une décontextualisation possible.

Nous retrouvons dans ces deux séances les points de vigilance pointés par les participants-formateurs de l'atelier. Ce qui diffère ce sont les logiques qui sous-tendent ces pratiques.

En effet, Solène est dans une démarche qui vise à donner du sens à la construction des graduations, à la construction des équivalences des écritures fractionnaires en appui sur la mesure. Pour cela, Solène organise de longues phases de rappel, laisse des temps de recherche longs et réduit à quelques minutes le temps d'exposition de connaissances.

Ce temps où Solène expose des connaissances est rapide à la fin de la séance, essentiellement à l'oral et dont le texte est très contextualisé. Sasha, fait de nombreuses adaptations *a minima* de la ressource comme proposer des bandelettes sur du papier quadrillé. Les marges de manœuvre pour les élèves sont réduites puisqu'au bout des 30 premières minutes les quatre consignes ont été réalisées. C'est à partir de là que les pratiques de Sasha se distinguent. Les élèves vont avoir à refaire individuellement toutes les tâches données. Ces reprises sont à considérer comme des temps de régulation pour l'enseignante qui pointe et aide alors les élèves les plus faibles. Enfin, elle conclut chacune de ses séances par l'écriture d'un texte que les élèves auront à apprendre.

Ces deux pratiques ont comme point commun de choisir des situations robustes. La logique des pratiques de Sasha est guidée par la structure de sa séance dont le point final est un travail individuel suivi de l'écriture d'un texte à apprendre à la maison (plus ou moins décontextualisé). La logique des pratiques de Solène est guidée par la place importante accordée à l'activité (au sens défini par la Double Approche) étayée par de nombreuses interactions orales. Une des logiques permet d'exposer des connaissances alors que l'autre le permet moins ou plutôt de manière diffuse et peu décontextualisée.

IV - CONCLUSION

L'étude des pages de la ressource et des extraits des vidéos met en évidence d'une part une enseignante (Solène) qui adapte peu les documents proposés et laisse peu de place à l'institutionnalisation alors que

l'autre enseignante (Sasha) institutionnalise fortement mais ne ménage pas de réels temps de recherche (5 minutes de recherche contre 20 minutes pour Solène) et adapte *a minima* les activités proposées.

Sasha pense l'accompagnement de l'institutionnalisation par ses textes intermédiaires mais se confronte à des difficultés à produire des textes valides. Produire de tels textes est effectivement une tâche complexe, cela demande d'avoir de solides connaissances mathématiques et didactiques, d'avoir saisi les enjeux de l'apprentissage de cette notion dans le curriculum, d'être capable de s'appuyer essentiellement sur la langue maternelle (et que la production soit mathématiquement correcte) pour formuler et formaliser…

Les marges de manœuvre laissées aux enseignants au niveau des formulations orales et écrites sont investies différemment. Dans une classe, l'activité mathématique semble être privilégiée (dans le sens où les élèves cherchent, argumentent) mais le niveau de formulation de formalisation et de décontextualisation est faible. Dans l'autre classe, les activités sont plus guidées et conduisent à l'élaboration de textes intermédiaires puis décontextualisés en appui sur des exemples génériques.

Lors de leur formation initiale et continue, Ermel, Capmaths et Euromaths sont les trois ressources qui ont été conseillées à Sasha et Solène. De plus, Allard et Ginouillac (2014) ont montré que ces ressources étaient souvent conseillées en formation (recueil de données sur une vingtaine de participants). Ces deux exemples montrent les tensions auxquelles sont soumises les enseignantes (relevant du i-genre 3) qui utilisent des ressources souvent conseillées en formation : tensions qui s'expriment sur le couple dévolution/institutionnalisation. De plus les indications lacunaires pour dire et organiser les phases de rappel, les mises en commun n'outillent pas les PE (même ceux relevant du i-genre 3) pour prendre en charge le processus d'institutionnalisation.

Nous avons montré que ces tensions à tenir les deux bouts de la séance « entre dévolution et institutionnalisation » d'enseignantes reconnues expertes sont emblématiques des difficultés actuelles à enseigner. C'est pourquoi, nous encourageons les différents acteurs de la profession à se questionner sur l'instrumentation des ressources et sur l'écriture d'un traité (au sens de Neyret (1995)) du texte de savoir à destination des professeurs des écoles.

V - BIBLIOGRAPHIE

ALLARD, C. & GINOUILLAC, S. (2014). De la ressource à la séance en classe : le cas de la proportionnalité en cycle 3. *Actes du 41e colloque de la COPIRELEM, quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire, Mont de Marsan 18-19-20 juin 2014. 32 pages.*

ALLARD, C (2015) *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas des fractions*. Thèse de doctorat, Université Paris 7, 298 Pages.

ALAJMI, A.-H. (2012) How do elementary Textbooks adress fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan and Kuwait. *Educational Studies*, 79, 239-261

ARDITI, S. (2011) Variabilités des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens. Université Paris Diderot. Paris VII

ARDITI S. & DAINA A. (2012), Manuels scolaires et pratiques des enseignants en France et en Suisse romande, *Actes du 39e colloque COPIRELEM*

BROUSSEAU, G. (1984). Le rôle du maitre et l'institutionnalisation. IIIème école d'été de didactique des mathématiques.http://guy-brousseau.com/2376/le-role-du-maître-et-l'institutionnalisation-1984 (consulté le 04/04/2017)

BROUSSEAU, G. (1998). La théorie des situations didactiques. *La pensée sauvage* : Grenoble.

BUTLEN, D. (2004). Deux points de vue pour analyser les pratiques. In M.L Peltier, *Dur d'enseigner en ZEP :quelles pratiques ? quelles formations ?* Grenoble : La pensée Sauvage.

BUTLEN, D.,CHARLES-PÉZARD, M., MASSELOT, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble France : La pensée Sauvage.

COULANGE, L. (2012). *L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris Diderot, 136 pages.

DOUADY, R & PERRIN-GLORIAN, M.J (1986) Liaison Ecole-Collège. Nombres décimaux. *Brochure IREM de Paris Sud.*

http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/articles/les cahiers de didactique/ #blanc

DOUGLAS, M. (1986, 2004) Comment pensent les institutions (A. Abeillé, Trad.).Paris: La découverte.

HOUDEMENT, C. (2013) *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note pour l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris Diderot. En ligne sur https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/957166/filename/Houdement_hdr.pdf

MARGOLINAS, C. & WOZNIAK, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation, 35(2)*

MARGOLINAS, C. & LAPARRA, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire in Rochex, J.-Y. et Crinon, J. (dir). *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement,* 19-33. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

MARGOLINAS, C. (2011). *Quelle est la place des savoirs mathématiques dans le travail de l'enseignant à l'école primaire ?* In S. Sbaragli (Ed.), La matematica e la sua didattica. Quarant'anni di impegno (pp. 146-149). Bologna: Pitagora Editrice

MARGOLINAS, C. & LAPARRA, M. (2013). Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation : des effets de la transparence du savoir. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00779656/document

MARGOLINAS, C. (2014). Connaissances et savoirs. Concepts didactiques et perspectives sociologiques, *revue française pédagogique*, 188, 13-22.

MOUNIER, E. (2013). Y a-t-il des marges de manœuvre pour piloter la classe durant une phase de bouclage ? *Recherches en didactiques des mathématiques, volume 33,* p79-113

MOUNIER, E. & PRIOLET, M. (2015). Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire : de l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire. Rapport CNESCO pour la conférence de consensus, Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Repéré à http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Manuels.pdf

NEYRET, R. (1995). Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les instituts de formations des maîtres. Thèse de doctorat, Grenoble 1.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1986). *Représentations des fractions et des décimaux chez des élèves de CM2 et du collège.* Cahier de didactique des mathématiques 24

PERRIN-GLORIAN, M.-J (1993). Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprennent les classes faibles. Petit X, n°35 5-40

PEZARD, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 2 (30), 197-261*

PERRIN-GLORIAN, M.J (1993). Questions de didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles. *Recherches en didactique des mathématiques, 13/1.2,95-118*

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.

ROBERT, A. (2008). Problématique et méthodologie commune aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques, in Vandebrouck F. Ed (2008) *La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants*, Partie 1, 31-59. Toulouse : Octarès.

ROBERT, A. & VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 239-285.

Références manuels :
ERMEL (2001) CM2 : « Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2 ». Paris : Hatier
CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, manuel de l'élève et guide du maitre CM2. Paris : Hatier.
CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, manuel de l'élève et guide du maitre CM1. Paris : Hatier.
CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, Dico Maths CM1. Paris : Hatier.
CHARNAY, R et al (2003) Cap Maths, Dico Maths CM2. Paris : Hatier.
PELTIER, M-L et al (2008) Euro maths et guide du maître CM2. Paris : Hatier
PELTIER, M-L et al (2008) Dico Maths CM2. Paris : Hatier
PELTIER, M-L et al (2008) Euro maths et guide du maître CM1. Paris : Hatier

VI - ANNEXES

Annexe 1
Classe de Solène en décembre 2012.

PHASE DE RAPPEL

Ens : Tu m'écris trois cinquièmes… Alors comment ça s'appelle ce que tu viens d'écrire ?
Une ?
Une fraction… euh peux-tu m'expliquer ce que cela veut dire trois cinquièmes ? ... tu as le droit de dessiner, de t'exprimer, de faire ce que tu veux pour me dire ce qu'est trois cinquièmes. Tu dessines quoi, là ?
Tu prends une bande, tu la découpes en 5 morceaux de mêmes longueurs.
Ta bande unité est découpée en 5 morceaux de mêmes longueurs et tu vas reporter ton morceau 3 fois. Est-ce que c'est clair pour tout le monde ?
Je vais vous dessiner au tableau une bande, une demi-droite.
Elle est graduée, j'ai 0, 1, 2 ; c'est une graduation, comment faire pour placer le numéro 3 ?
Clément : mesurer la longueur entre un numéro et un autre et à partir du 2, la reporter.
Ens : par exemple, mesurer la longueur entre le 0 et le 1 et la reporter à partir du 2.
Imagine que tu n'as pas droit à la règle ? Comment peut-on placer le numéro 3, voire le numéro 4 ? Sachant que vous n'avez pas le droit de mesurer ? De mesurer avec une règle ?
Elève : tu prends le compas…
Ens : donc on a le compas, viens donc me montrer comment tu vas reporter le numéro 3 avec le compas. (elle montre au tableau avec Héloïse)
Sébastien : ben si c'est une bande, et bien tu plies…
Ens : oui mais c'est au tableau… Héloïse a trouvé avec le compas, effectivement, elle prend un écartement de compas et elle reporte exactement
Ninon : ben tu plies ?
Ens : ben Ninon tu plies le tableau ? ...
Mais ce n'est pas une bande…
Lucile : une équerre.
Ens : non tu peux mesurer.
Elève : tu prends un calque, un grand calque
Ens : pourquoi un calque ? Tu peux prendre autre chose qu'un calque, attends je vais te donner cela.
Coupure : Reprise à 6 minutes du début.
Ah le compas a bougé apparemment.
Elève : on verra bien.
Ens : effectivement en utilisant une bande de papier, on prend la mesure entre deux points et c'est ce qu'on appelle la manière de graduer… l'écartement entre deux graduations est toujours le même (suivi d'exemple). Vos règles sont bien graduées en centimètres.

DÉVOLUTION : **6 minutes 50 depuis le début de la séance**
Vous allez devoir placer une graduation en utilisant cette petite bande. Il faut arrêter de faire des commentaires. Vous avez une petite bande, grâce à cette petite bande, vous allez devoir faire des graduations. Lucile, écoute !
Je vais vous donner à chacun… la longueur de cette petite bande est égale à un dixième de l'unité.
Stessy, tu as entendu ce que je viens de dire, Stessy tu écoutes ?
Ecoutez, Ninon.
Vous allez devoir construire une graduation, vous avez tous compris ce qu'était une graduation, en utilisant cette petite bande que je vais vous distribuer. Cette petite bande, c'est un dixième de l'unité. L'unité à vous de trouver.
Le nombre « 0 », vous l'avez placé, je vais vous demander de placer le nombre « 1 ».
À toi de te débrouiller, je vais te donner un dixième.

RECHERCHE : *l'enseignante distribue du matériel, les élèves se mettent en groupe. Début de la recherche au bout de 12 minutes depuis le début de la séance* ***(le temps de la recherche va durer une vingtaine de minutes.)***
Placez le 1
Exemple 1 : reporter
Exemple 2 : expliquer
Exemple 3 : reformuler
Exemple 4 : **mettre en fraction**
Exemple 5 : mettre en mètres

RECHERCHE : placez 137/100
Lucile est au tableau **(soit 34 minutes depuis le début de la séance)**
Est-ce que quelqu'un a fait autrement ?
Manon ?
Manon : on a plié
Ens : vous avez plié quoi ?
Manon…
Ens : ah tu as plié ton unité, tu as plié au niveau de ton unité (*Manon pas très audible*) et tu as ajouté 5 unités, euh pardon 5 dixièmes de l'unité. Est-ce que quelqu'un a fait autrement ? Pour tracer 5 dixièmes ?
Vous avez vu là le raisonnement : 10 dixièmes c'est une unité, tu rajoutes 10 dixièmes d'une unité, et pour faire 25, j'ajoute cinq dixièmes d'une unité.

Mathilde…
Tu as fait 25 dixièmes est égale à 25 fois un dixième.
Elèves : non car on en avait déjà 10, donc 15 fois
Ens : donc 1 unité et quinze dixièmes. Comment peut-on savoir que vingt-cinq dixièmes c'est entre deux unités et trois unités
Elèves : Ben parce qu'en fait c'est des dixièmes et quand tu es arrivée à 20 tu as déjà deux unités et 5 c'est entre 1 et 2.
Ens : maintenant on a répertorié les différents moyens pour placer huit dixièmes et vingt-cinq dixièmes. Maintenant toujours avec votre petite bande unité qui représente un dixième, vous allez devoir placez exactement cent trente-sept centièmes. **(Consigne donnée à 37 minutes depuis le début de la séance)**

BOUCLAGE DE LA SÉANCE : 50 minutes depuis le début de la séance

L'enseignante a été confrontée tout le long de la fin de la séance aux difficultés à plier la bande de papier.
Vous avez plié votre petite bande en dix morceaux et comme ça cela correspond à dix centièmes, donc là ça fait vraiment tout petit, donc on va essayer de s'approcher du résultat.
Elève : on a mis la petite bande
Ens : on l'a mis, oui mais à quel niveau ? tais-toi Paul 110, 120, 130 centièmes et là 140 centièmes.
Donc 137 centièmes c'est entre 130 centièmes et 140 centièmes.
Pourquoi tu veux le faire 100 fois Marion ? Marion comment pourrait-on décomposer 137 centièmes ?
Au départ, certains groupes sont partis de là, un dixième coupé en 10 fois, on va avoir des centièmes, tu es d'accord avec ça ? Donc une unité : c'est 10 fois un dixième ou 10 fois dix centièmes
Ou encore dix dixièmes c'est égal à cent centièmes
Donc deux unités c'est égal à combien de centièmes ?
Elève : 200 centièmes
Ens : on cherche 137 centièmes donc c'est compris entre deux unités et une unité, compris entre 10 dixièmes et 20 dixièmes ou 100 centièmes et 200 centièmes.
Donc là 110, 120, 130, 140 centièmes, 137 centièmes, un peu plus que le milieu.
On peut décomposer 137 centièmes en 100/100+30/100+7/100
Si je le mets en dixièmes 13/10+7/100.
137/100 on peut le décomposer en 100/100+30/100+7/100 et également
13/10+7/100.
On s'arrête là, on reprend Jeudi.

Annexe 2

Sasha : fractions décimales Novembre 2012

Dévolution

Ens : Bien vous avez alors tous une bande entre deux ou trois mètres, en tout cas un peu plus que deux mètres. Et sur cette bande, vous avez la même chose qu'ici avec le repère qui est zéro, vous avez donc une ligne en couleur qui est tracée, la bande elle est mal découpée elle n'a pas été très droite mais c'est peu importe, parce que ce qui nous intéresse est la droite tracée en couleur. D'accord ?

Et vous avez donc tous, non pas la chaise ! C'est pas la peine de retourner la chaise, tu n'en as pas besoin. Vous avez tous une petite bande verte que vous allez manipuler aussi, Pour chercher l'unité en sachant que cette petite bande verte que je vais mettre ici, qui est toute petite et elle représente un dixième de l'unité.

D'accord ?

Cette petite bande là elle représente un dixième de l'unité. (*Sasha écrit 1/10 u au tableau)*

Quelle va être ma question alors ? Qu'est-ce que je vais vous demander ?

Élève : combien d'unités il faut...

Enseignante : bien non, il faut chercher l'unité « 1 » pas combien faut-il d'unités seulement « 1 » je n'en veux qu'une, je ne veux qu'une unité entière.

D'accord

Oui ?

Élève : combien faut-il de petites bandes vertes comme ça... Il en faut 10 pour…

Ens : Combien de fois ?
Oui en fait, moi ce que je vous demande tout simplement, c'est de me chercher où est « 1 » ? où est « 1 » ici sur cette bande ? Alors je vais vous demander de chercher à l'aide de votre petite bande chacun ou est « 1 » ? Une fois que vous avez trouvé « un » vous pouvez placer 2. Placer « un », puis placer ensuite « deux ». D'accord ? On murmure, je n'ai pas envie de mettre des petits billets de bavardages sur table. Il faut que chacun puisse entendre, et travailler dans suffisamment de calme.
J'avais demandé de ne surtout pas, trois fois, de ne surtout pas déplacer les chaises.
Surtout qu'il va sûrement falloir être debout. Alors tu vas là

Ranger ta chaise, William. Allez-y je vous laisse chercher tous ensemble. Toi tu te lèves pour pouvoir écouter.
Bien alors, vous allez vous retourner.
(Fin à 2 minutes 40 depuis le début de la séance)
----------mise en commun----------
Début de la mise au bout de 6 minutes (il ya donc eu 3 minutes de recherche)
Comment avez-vous fait, on lève la main ? Avec votre bande… pour retrouver l'unité « 1 » ? Et là j'attends que tout le monde soit à l'écoute, je n'entends plus un bruit ; il y a un moment où on se parle, en murmurant, où on travaille ensemble et vous êtes bien obligé de vous parler. D'accord, de chuchoter ensemble. Mais quand on doit écouter au tableau, je n'entends plus un murmure, vous êtes tous en train de regarder ce qu'il se passe ici, sinon on ne peut pas travailler comme ça. Donc il faut que les règles soient bien comprises, bien intégrées par tout le monde. Comment avez-vous fait pour trouver l'unité « un », bon j'ai vu que vous avez tous fait la même chose donc c'est bien, Perrine ?
Perrine : ben en fait, on a pris la petite bande verte. Et en fait, il faut compter à peu près 10.
Ens : vous avez reporté ? Vous vous êtes donc servi d'un gabarit que vous avez reporté combien de fois, combien de fois avez-vous reporté ?
En chœur : 10fois.
Ens : on lève la main ! Elisa ?
Elisa : 10 fois !
Ens : vous avez reporté 10 fois la bande verte pour obtenir l'unité « 1 »... je vais le faire. Voilà donc je vais reporter. Qu'est-ce que je suis en train d'écrire ici ?
Elle correspond à quoi ma bande verte, oui, William ?
Perrine : à un dixième.
Ens : attends !
J'attends que tout le monde soit avec moi. J'attends Maëlle. Elle représente un dixième. Cette fois-ci je vous fais pas venir au tableau, cela ne sert à rien. Donc ici, qu'est-ce que j'écris. On lève la main ! Oui.
Élèves : deux dixièmes.
Ens : je vais continuer pourquoi 10 fois.
Élèves : parce que ça fait une unité.
Enseignante cinq, six, sept, huit, neuf, et voilà mon unité « un », je l'entoure pourquoi 10 fois ma bande verte ?
Pourquoi je vais la reporter 10 fois, on va s'expliquer en 100. Pourquoi je la reporte 10 fois, on va s'exprimer avec les mots qui conviennent ? Matisse, pourquoi 10 fois la bande verte ?
Mathilde : inaudible
Ens : ah parce que si je reporte 10 fois ma bande verte ben je vais obtenir, vas-y dis le plus fort !
Mathis : une unité.
Ens : c'est-à-dire ?
10 dixièmes j'ai 10 bandes vertes sur 10 j'ai mon unité. D'accord, donc ici 10 dixièmes, bien, alors chut est-ce que tout le monde a réussi à placer « deux » ?
Élèves : oui
Élèves : non
(coupure, les élèves placent 20 dixièmes, les élèves cherchent quelques minutes, l'enseignante valide puis enchaine sur la suite de la séance)

._____placez 8/10 et 25/10_____

À 11 minutes depuis le début de la séance.
Je vais vous demander de placer, tout le monde a bien placé 8 dixièmes ; 25 dixièmes maintenant vous allez placer 25 dixièmes. Où est ce que tu as placé 25 dixièmes ?
Élèves : on l'a pas encore placé.
Ens : bien, maintenant tout le monde se retourne. Vous avez tous très bien placé 25 dixièmes, c'est très bien. J'attends que tout le monde soit vers moi. Vers le tableau plutôt. Chuuuut qui est-ce qui veut placer, ici en rouge, 8 dixièmes. Pour commencer, on est en commun Elisa, quand on arrête, on arrête d'accord ! j'ai vu ce que tu as fait, c'est bien. Lucas, 8 dixièmes, c'est bien !
Allez 25 dixièmes.
Élèves : je peux faire 25 dixièmes.
Ens : oui
Je vais te donner la petite bandelette, deux... 20 dixièmes et on va reporter… 22 ; 23 ; très bien, écoutez-moi bien maintenant.
_____placer 137/100_____
À 14 minutes depuis le début de la séance
Alors, écoutez-moi bien maintenant. Et je vais vous demander de murmurer. Parce que vous allez devoir chercher un peu plus profondément ; je vais vous demander de placer 137 centièmes vous avez certainement tous utilisé des méthodes différentes pour le faire. Vous gardez votre petite bande mais on va la regarder un peu ensemble cette petite bande. Qu'est-ce que vous voyez sur

cette bande ? On lève la main ! Est-ce que c'est n'importe quelle bande ce que je vous ai donné Maxime, je vais me fâcher.
Élèves : c'est une bande avec des carreaux.
Ens : alors, effectivement c'est une bande avec du papier avec des carreaux, on appelle ça du papier ?
Élève : Bristol
Ens : oui enfin. C'est vrai, mais ça c'est la matière, c'est du papier quadrillé qui fait apparaître les petits carreaux. Est-ce que vous, est-ce que vous savez à quoi correspond un petit carreau ? Et on lève la main !
Élèves : 1 centimètre.
Ens : non pas 1 centimètre.
Élèves : 8 millimètres
Ens : non ce ne sont pas des millimètres
Élèves : 5 millimètres
Ens : je l'ai entendu deux petits carreaux ça fait quoi, ça correspond à quoi ? 1 centimètre puisque cinq et cinq, dix ; donc deux petits carreaux ça correspond à 1 centimètre d'accord ? Ça veut dire, combien avez-vous de petits carreaux en tout.
Élève : 10.
Ça, ce que l'on vient de dire là, ça va vous servir. Donc je répète je vais vous demander, la consigne est la suivante : placez et 137 centièmes, 137 centièmes à l'aide de votre petite bande mais attention, pour vous aider, je vous indique que vous avez chacun, je suis obligée de parler très fort vous avez déjà chacun dix petits carreaux de placés réguliers, déjà placés, d'accord ?
Ça veut dire que votre à un dixième là, il est partagé déjà en 10. Allez-y, je vous laisse chercher.

L'enseignante circule dans la classe quelques minutes puis arrête l'activité :

_____mise en commun_____

Coupure : *pour les élèves rapides, Sasha demande aussi de placer 241 centièmes. Sasha invite des élèves qui ont eu des difficultés à venir au tableau. Elle affiche leurs productions.*

À 16 minutes depuis le début de la séance

Alors, Aurélie, Julie, et Lauriane, vous avez placé 137 centièmes ici ici et là. Et vous un peu comme tout le monde, vous l'avez placé ici. Je vais essayer de mettre mon zéro à peu près au même niveau. Bien, alors pourquoi vous l'avez placé ici ? Expliquez-moi. Qui est-ce qui veut venir l'expliquer ou qui veut me l'expliquer de sa place, comme vous voulez, quelqu'un peut me l'expliquer parce que vous êtes les seuls à avoir fait ça, je voudrais comprendre pourquoi ?
Élèves : parce que, deux carreaux, on sait ça fait 1 centimètre, et comme il y en a 10, on sait que ça fait 5 centimètres et donc, du coup, on a fait de 5 en 5, on est tombé sur 130 ici.
Ens : attention c'est 137 centièmes qu'on cherche, d'accord ; ici tu as combien de dixièmes, tu avais reporté 10 fois pour avoir 10 dixièmes. D'accord mais ici cela a été partagé en 10, 1 dixième, 2 dixièmes, 3 dixièmes, 4 dixièmes, 5 dixièmes, 6 dixièmes, 7 dixièmes, 8 dixièmes, 9 dixièmes,
Je repasse par-dessus, tout le monde est d'accord ? Arrête de jouer avec les bandes, maintenant on les oublie.
Élèves : oui...
Ens : donc ton unité était partagée en combien de parts égales ? En dix parts égales. Mais moi maintenant ce n'est pas en dix parts égales que j'ai demandé de partager les unités. Mais en combien de parts égales ? cent... en combien de parts égales je t'ai demandé de partager les unités ? Comment ? non ! En combien de parts égales tu dois partager ton unité. Ceux qui n'écoutent pas ; moi c'est simple, je vais devoir distribuer les punitions, c'est triste à dire. Mais c'est comme ça. William, tu arrêtes définitivement. En combien tu dois partager ton unité ?

Élèves : en 137 centièmes.
Ens : non, 137 centièmes, c'est le nombre que tu dois trouver . Mais, en combien de parts égales ?... Là, tu as combien de parts égales ? Tu partages tes unités ? Tu les as partagées en combien, en combien de parts ? En dix parts égales. Mais toi, tu veux des centièmes. Donc tu es obligé de partager ton unité, en combien de parts ? En combien de parts égales ?
En cent !
Comment tu vas faire pour avoir 100 vu que je vous ai demandé de ne pas utiliser la règle graduée ? Par contre, je vous ai donné un indice tout à l'heure, tiens donne-moi ta petite bande verte. Est ce que je n'ai pas de parts égales ici ? j'ai combien de parts égales ici ? j'ai dix parts égales si tu les reportes 10 fois. Tu vas avoir, combien de parts égales ? Ici, je les partage en 10. Ici quelle va être la fraction qui correspond ?

Élève : 10
Ens : non. Regarde bien, ça je l'ai partagé en 10 mais mon « 1 » est ici, j'ai un dixième. Mais un dixième, je l'ai partagé encore en 10 donc ça, ça correspond à quoi, c'est là où c'est difficile ? Si ici je partage mon u »un dixième » en 10, ma toute petite, ma toute petite graduation, elle correspond à quoi ?
Élèves : à 100
Ens : non c'est pas cent !
Là, il y a « un » donc on ne peut pas avoir « 100 ». Oui ?
Élèves : un centième
Ens : oui un centième de mon unité. Ça veut dire que « un » ici, mon unité qui est là. Je vais la partager, si je la gradue comme ca avec les petits carreaux de ma bande verte, je vais la partager en centièmes pour avoir ici, combien de centièmes ? Puisque c'est « un ».
Élève au tableau : 100.
Ens : 100 centièmes d'accord ? Ça veut dire que si ici, j'ai ici, j ai 100 centièmes alors j'ai combien ?
Élève au tableau : 200 centièmes.
Ens : 200 centièmes et les 300 centièmes. Alors Manon tu vas aller à ta place. Et on va demander à quelqu'un d'autre de venir expliquer comment vous avez fait pour trouver. Déjà, 137 c'est entre quel nombre et quel nombre ? 137 centièmes, c'est entre quel nombre et quel nombre ? 137 centièmes, c'est entre quels nombres entiers ?
Un enfant essaie de répondre mais ne donne pas une réponse satisfaisante.
Définir les fractions décimales

À 33 minutes depuis le début de la séance
Ens : des fractions décimales, qu'est-ce que j'entends dans fraction décimale ? décimale, décimale ? oui ? Je vais attendre parce qu'il y en a qui s'agitent, j'attends Jérémy qui est toujours sous sa table maintenant Jérémy, tu es toujours en train de ramasser les stylos… je vais donc te demander d'arrêter de ramasser les stylos donc tant pis pour les stylos par terre. On les ramassera après.
Ens : oui effectivement, ces fractions décimales correspondent à des décimaux.
Ça on va le voir, tu te souviens peut-être de ce que tu as fait l'année dernière. Avec tes fractions décimales. Oui ?
Décimale on entend aussi le début de nombres décimaux. Mais on entend aussi 10, c'est-à-dire que le dénominateur ? C'est vrai que c'est ça qu'il fallait regarder...
Élève : ce sont des nombres ronds !
Ens : on appelle pas ça des nombres ronds, je vois ce que tu veux dire mais on va le reformuler ce n'est pas comme ça qu'on va le formuler.
Elève : des nombres finissant par zéro.
Ens : ils se terminent par zéro donc ce sont des... Décimal… vous m'avez dit qu'on entendait 10…
Élève : décimaux
Ens : oui c'est vrai
Cent par rapport à dix, quel est le rapport entre 10 et 100 ?
Donc ce sont ?
Élève : des multiples
Ens : des multiples de 10, chuuuuut, donc le dénominateur est un multiple de 10. D'accord ? 10, 100, 1 000, 10 000 etc. nous arrêter on va pas aller très très loin sur les fractions décimales, on va s'arrêter à centième et au millième d'accord ?

_____Adaptation de la ressource_____
À 40 minutes depuis le début de la séance
Ens : je vais la retrouver et je vais t'en donner, ah bah voilà ;
je sais construire une droite numérique, parce que ça c'est la première chose, il faut la graduer de façon régulière et placer des fractions décimales, c'est-à-dire que vous allez partager votre unité là ; cette fois ci en 10, on ne va s'occuper que des dixièmes.
Alors ? ça c'est la tienne.
Ici, maintenant vous allez pouvoir utiliser la règle graduée mais ce n'est pas la peine.
1 centimètre correspond à un 1 dixième de l'unité, allez-y vous pouvez la plier.

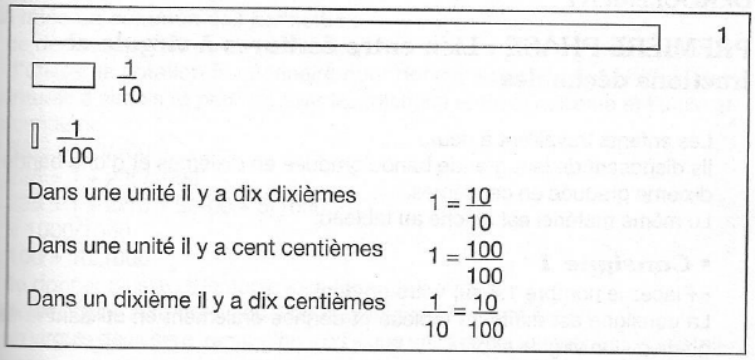
_____bouclage de la séance_____
À 50 minutes depuis le début de la séance
Donc je rappelle 1 centimètre c'est 1 dixième de l'unité, donc déjà, il faut retrouver comme la dernière fois, comme vous avez fait avec la bande verte, il faut retrouver « un », déjà faut retrouver l'unité. 1 centimètre correspond à un dixième de l'unité, donc 10 centimètres, ça correspond à quoi ?
Donc ici, qu'est-ce que j'ai ? 1, ça correspond à combien de dixièmes, en combien tu partages l'unité. « 1 » ça c'est le nombre « 1 », ce n'est pas un dixième, un dixième c'est 1 centimètre, pourquoi tu as 1 ici, cela correspond à combien de dixièmes ?

Oui ?
Tu as oublié de placer le zéro ?
1 centimètre c'est 1 dixième, 1 centimètre, c'est deux petits carreaux.
Comment ?
L'enseignante passe dans les groupes et rappelle que 1 centimètre correspond à 1 dixième. C'est une phase de régulation, la séance se termine après avoir vérifié que tout le monde a réussi et terminé.
Ens : qui n'a pas terminé ?
Vous pouvez la coller, n'oubliez pas d'écrire la consigne.

53 minutes et 40 secondes

Annexe 3
Extrait de Ermel CM2 p. 463

Le maître fait ensuite placer les fractions 205/100 et 40/100 à l'aide de cette bande.
Cela conduit aux égalités : 205/100 = 2 + 5/100 40/100 = 4/10
A l'issue de cette étape le maître fait tracer sur les grandes bandes des enfants tous les traits de la graduation en dixièmes et il trace les traits de la graduation en centièmes sur la bande collective.
Des bandes représentant l'unité, le dixième et le centième sont collées sur un panneau comme ci-dessous. Ce panneau est affiché sur un mur de la classe.



CAHIER MÉMOIRE

Dans une unité il y a dix dixièmes. $10 \times 1/10 = 1$ $10/10 = 1$

Dans une unité il y a cent centièmes. $100 \times 1/100 = 1$
$100/100 = 1$

Dans un dixième il y a dix centièmes. $1/10 = 10/100$

4) Estimation
Le maître affiche une bande en précisant qu'il s'agit de l'unité de longueur utilisée pour la suite de l'activité.
Il affiche ensuite d'autres bandes et demande une estimation de la mesure de leur longueur.
Pour chaque bande, les différentes estimations sont relevées. La validation se fait en procédant au mesurage par des pliages et des reports avec une bande identique à la bande-unité.
Les mesures cherchées peuvent être 1/3 ; 3/2 , 7/4 etc.

2. Graduations (Période 1)

• *Description rapide*

Les enfants vont devoir construire une graduation en reportant un dixième de l'unité. Ils devront ensuite placer des fractions décimales sur cette graduation.

• *Objectifs*

- Comprendre et utiliser le principe de construction d'une graduation régulière en dixièmes et en centièmes.
- Etablir et utiliser les relations entre dixième et unité, entre dixième et centième.
- Savoir situer des fractions sur une graduation, les décomposer en somme de la partie entière et de fractions décimales.

DÉROULEMENT

PREMIÈRE PHASE : Principe de la graduation

Cette phase est collective.
Le maître montre une demi-droite tracée au tableau, les nombres 0, 1, 2 sont déjà placés (l'unité est égale à 50 cm).



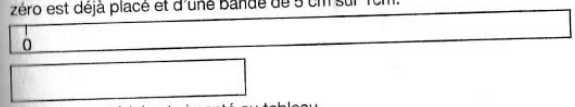
Il demande où il faut placer les traits correspondant aux nombres 3 et 4.
La discussion s'engage. Elle doit faire apparaître que la graduation se construit en reportant une unité de longueur et que le nombre n doit se placer en reportant n fois cette unité à partir du point 0.
L'unité utilisée pour placer 1 et 2 est matérialisée en découpant une bande puis les nombres 3 et 4 sont placés en reportant cette bande.

DEUXIÈME PHASE : Construction et utilisation de la graduation

Les enfants travaillent à deux.

• *Matériel*

Pour chaque équipe, une bande d'environ deux mètres sur trois ou quatre centimètres (on peut la découper dans un rouleau de calculatrice) sur laquelle zéro est déjà placé et d'une bande de 5 cm sur 1cm.



Le même matériel est aimanté au tableau.
Aucune règle graduée n'est disponible, mais le compas est autorisé.

ÉTAPE 1 : Les unités

• *Consigne*

« Vous allez devoir construire une graduation sur la grande bande en utilisant la petite bande. La longueur de cette petite bande est égale à un dixième de l'unité. Le nombre 0 est déjà placé. Placez le nombre 1 sur la grande bande. »

Certains confondent le dixième avec l'unité, ils ne reportent qu'une fois le dixième, les autres le reportent dix fois.

La mise en commun doit mettre en évidence que pour placer le nombre 1, il faut reporter dix fois la petite bande car dans une unité il y a dix dixièmes.
Le nombre 1 est placé en reportant la petite bande sur la grande bande affichée au tableau. Ceux qui ont confondu le dixième de l'unité avec l'unité font la même chose sur leur bande.
On fait ensuite placer les nombres 2 et 3.

Certains reportent le dixième, d'autres reportent l'unité c'est-à-dire la distance séparant les traits 0 et 1 en pliant leur bande.

ÉTAPE 2 : Les dixièmes et les centièmes

Le matériel est identique.
En utilisant un crayon, les enfants doivent placer des fractions sur leur bande.
Les consignes sont données oralement et écrites au tableau.
Chaque placement est suivi d'une mise en commun.

• *Consigne 1*

« Placez la fraction 8/10 sur votre graduation. »

• *Consigne 2*

« Placez la fraction 25/10 sur votre graduation. »
Les nombres 0, 1, 2, 3 étant déjà placés certains enfants les utilisent pour limiter le nombre de reports (8/10 placé 2/10 avant 1 ; 25/10 placé 5/10 après 2)
Pour 25/10 quelques enfants plient la bande de façon à superposer le 2 et le 3. Ils expliquent que cinq dixièmes c'est la moitié de dix dixièmes et qu'entre deux et trois il y a dix dixièmes.

LES MATHÉMATRICES, UN DISPOSITIF POUR DÉVELOPPER LA DÉMARCHE D'ESSAIS-ERREURS DANS L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE

Olivier LE DANTEC
PRAG mathématiques, ESPE de Nice
ledantec@unice.fr

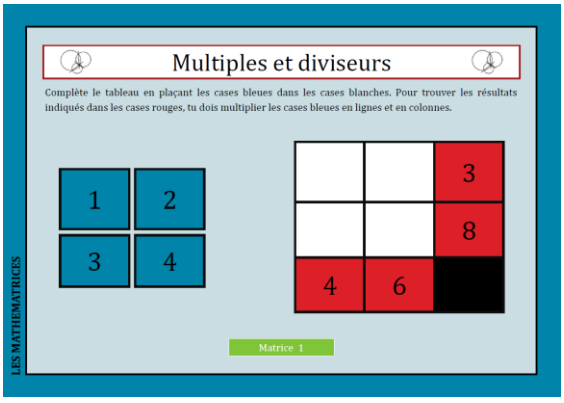
Laurent GIAUFFRET
Conseiller pédagogique départemental « Mathématiques et Sciences », DSDEN 06
laurent.giauffret@ac-nice.fr

Résumé
La démarche d'essais-erreurs est peu présente dans l'enseignement primaire.
D'une part, pour beaucoup d'enseignants, les activités de type problèmes ouverts sont considérées comme un temps perdu pour l'acquisition des notions fondamentales. D'autre part, il n'existe pas beaucoup d'exemples facilement disponibles pour les enseignants qui permettent de travailler les notions du programme. Une équipe de l'ESPE de Nice a essayé de développer un dispositif qui mette le tâtonnement au cœur de l'activité mathématiques, dispositif appelé Mathématrices. Des exemples sont présentés sur le site https://mathematrices.com/. L'atelier a présenté cette aventure et a recueilli les critiques et les conseils des différents membres pour permettre d'avancer dans la réflexion et les propositions faites aux enseignants.

Mots clés : essais-erreurs, tâtonnement, différenciation, collaboration …

Le dispositif *Mathématrices* a été mis en place sur Nice il y environ deux ans. Nous avons organisé cet atelier pour partager cette expérience.

Nous avions prévu dans l'atelier de réfléchir collectivement sur les problèmes ouverts et de situer le dispositif *Mathématrices* comme un type particulier de problèmes ouverts. Les échanges au sein de l'atelier nous ont convaincu que le dispositif n'était peut-être pas à ranger sous la catégorie des problèmes ouverts car il lui manquait certaines caractéristiques jugées essentielles (la narration de recherche par exemple).



C'est pourquoi, ce compte-rendu prend pour point de départ maintenant ce qui n'était qu'un point d'arrivée dans l'atelier : ce qui caractérise le mieux ce dispositif est **la démarche d'essais-erreurs**. En effet, un peu à la manière de ce que l'on rencontre dans un sudoku, les *mathématrices* vont demander aux élèves de faire glisser des cartes dans des cases pour que certaines propriétés mathématiques soient respectées.

Nous constatons que la démarche d'essais-erreurs est très peu présente dans les activités mathématiques que nous pouvons observer en classe. De même, les manuels scolaires ou les fichiers sont également très pauvres en activités qui sollicitent ce type de tâtonnement.

Pourtant, lorsque nous proposons des activités de ce type en classe ou lors de la Fête des mathématiques - organisée chaque année à l'ESPE - nous pouvons constater un engagement remarquable des élèves dans ce type de dispositif : les élèves cherchent réellement avec un plaisir certain et surtout des élèves

habituellement peu motivés par les mathématiques s'**engagent** dans l'activité avec une ténacité qui surprend leurs enseignants. C'est cet engagement qui nous a conduits à développer ce dispositif.

I - LE DISPOSITIF

Dans les programmes de 2016, dans le chapitre consacré aux « contributions essentielles des disciplines au socle commun », on trouve dans le domaine 4 intitulé « les systèmes naturels et les systèmes techniques », la phrase suivante : « cette discipline (les mathématiques) apprend à fréquenter différents types de raisonnement, à travers une initiation graduelle. Elle utilise des outils numériques et la résolution de problèmes pour favoriser **des démarches de tâtonnements et d'essais-erreurs**. »

Le dispositif que nous avons conçu et muri pendant un an, en prenant appui sur de nombreuses expérimentations en classe, a été pensé pour rassurer des enseignant(e)s débutants (enseignant(e)s néo-titulaires). Il s'agit de proposer des séances proches d'une durée moyenne d'environ 45 minutes et ce grâce à des supports identiques pour chacune des séries de *Mathématrices*. Ce dispositif sera d'ailleurs immédiatement identifié par les élèves qui l'auront fréquenté une seule fois.

Les problèmes sont des fiches plastifiées recto-verso que nous appelons des matrices. Ces problèmes **sont organisés en séries** qui contiennent entre 4 et 8 problèmes, le plus souvent 8 problèmes. Il y a deux problèmes verts destinés à s'approprier la consigne, deux bleus qui demandent peu d'essais, deux rouges plus difficiles et enfin deux noirs créés pour résister aux élèves les plus rapides.

Les élèves sont regroupés en binômes et chaque binôme reçoit donc 4 plaques contenant les 8 problèmes ainsi qu'un feutre. Le premier problème est toujours trivial. Il est destiné à être résolu collectivement pour que la consigne soit comprise par tous. La dévolution est ainsi grandement facilitée.

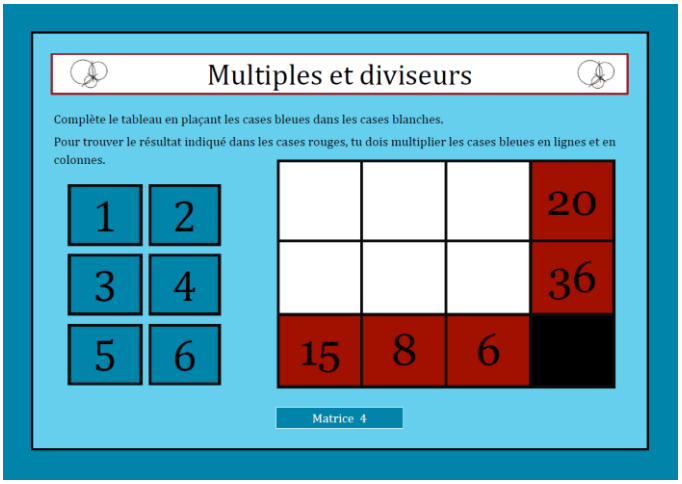
Ensuite les élèves sont laissés en autonomie partielle ou totale.

Un exemple la classe de Nathalie en CM2 à Nice

L'enseignante annonce que l'on va travailler en utilisant les mathématrices comme support (éclats de joie). Elle distribue les 4 supports contenant les 8 problèmes à l'ensemble des binômes.

La première matrice de la série de 8 est affichée au TBI (voir la matrice plus haut). La consigne est lue collectivement et une élève est invitée à venir résoudre le problème au tableau. Elle hésite et elle place les cartes de telle sorte que les produits en lignes soient respectés mais elle oublie la contrainte sur les colonnes. Seule la contrainte unique est prise en compte, et non la double-contrainte. Des élèves plus habitués interviennent pour le lui faire remarquer et lui suggérer la solution.

Les élèves se lancent alors rapidement dans la recherche des solutions des matrices. L'enseignante intervient auprès de deux binômes qui n'ont pas compris ou pas écouté les consignes. Les élèves passent d'une matrice à l'autre quand ils ont terminé. Ils ont déjà utilisé le dispositif, aussi ils savent qu'ils peuvent passer d'une matrice à l'autre quand ils sont sûrs de leur résultat. Ils ne doivent demander une validation que lorsqu'ils ont un doute. Malgré tout, certains binômes réclament une validation de l'enseignante qui se révèle plutôt un encouragement à poursuivre. Les élèves progressent rapidement pour les 4 premières matrices, certains groupes cherchent la matrice 5 et trouvent la solution.



L'enseignante demande au bout de 20 minutes à tous de poser les feutres et les mains sur la table. Interrompre l'engagement pour obtenir l'attention des élèves se révèle difficile. Elle fait un point sur la matrice 4 qui est affichée au TBI.

Les stratégies sont échangées. Certains disent qu'ils ont commencé par les petits nombres en cherchant à placer le 1 et le 2, d'autres par les grands nombres en cherchant à placer le 6. L'une d'elle intervient

pour dire qu'elle sait où placer le 5, qu'il est forcément sur la première ligne et la première colonne car « dans la table de 5, il n'y a que des 0 et des 5 ». L'enseignant reformule.

Après ce moment de partage qui a duré environ 5 minutes, les élèves sont invités à poursuivre leur recherche.

La séance se termine sur la sonnerie qui annonce la récréation. Certaines élèves souhaitent continuer le travail. L'enseignante autorise les élèves qui le souhaitent à prendre les feuilles chez eux.

II - INTÉRÊT DU DISPOSITIF

Ce dispositif a été pensé pour s'insérer facilement dans les classes sans en perturber le fonctionnement ordinaire. Pourtant, il initie en douceur des ruptures en promouvant des attitudes pédagogiques encore trop peu répandues. Nous en avons repérées quatre : la collaboration, la relation à l'erreur, le retour critique sur sa production et des activités différenciées.

La collaboration

La série est proposée à des élèves regroupés en binômes. Il n'y a qu'un seul support pour deux élèves. L'un tient en général un feutre s'ils travaillent sur des supports plastifiés, ou un crayon s'ils travaillent sur du papier. On observe souvent des échanges de grandes qualités pour justifier un choix, suggérer une stratégie. Les élèves face à ce support large et ergonomique, peuvent échanger. Surtout, ils peuvent commenter librement leurs tentatives et éliminer, collégialement, des solutions qui ne respectent pas toutes les contraintes.

La relation à l'erreur

L'erreur change ici de signification. Dans la plupart des exercices, elle est un accident dans un processus intellectuel qui aurait pu se dérouler sans qu'elle advienne. Si on pose une addition, par exemple, il est fréquent de faire une erreur, mais on peut aussi trouver le résultat sans se tromper.

Dans la démarche d'essais-erreurs à l'inverse, il est nécessaire de se tromper. D'ailleurs, le mot « erreur » est sans doute malvenu pour décrire le processus intellectuel engagé. Il serait sans doute préférable de parler de « tâtonnements » comme nous y invite les programmes.

Le retour critique sur sa production

La démarche d'essais-erreurs ou le tâtonnement expérimental permet aux élèves d'instaurer un rapport critique à leur production. Or ce rapport critique est difficile à obtenir et ce, quelle que soit la matière. Dans une séance de grammaire, il est rare que les élèves considèrent un accord verbal pour le modifier après réflexion. En mathématiques, il est aussi très rare qu'un calcul produisant un résultat aberrant - l'âge du capitaine est de 1300 ans ! – soit repris. Les enseignants observent plutôt une manière de travailler des élèves où le vrai ou le vraisemblable est externalisé. On calcule ou on raisonne puis on soumet à l'enseignant le résultat de son processus mental pour qu'il le valide.

Grâce à ce dispositif qui institue la démarche d'essais-erreurs comme moteur, on observe un retour critique pendant la séance consacrée aux mathématrices mais aussi une modification plus durable : une relation plus critique des élèves face à leurs propres productions. Ce point est à rapprocher leur relation à l'erreur, qui est maintenant plutôt considérée comme une tentative nécessaire dans leur cheminement.

Une activité différenciée

Dans une séance de ce type, on assiste à un engagement dans la recherche des solutions de la presque totalité des élèves. Pour certains, on observe même des signes d'une activité passionnée : élèves qui sont debout pour mieux réfléchir, manifestations de joie quand une solution est trouvée…

Cet engagement est à notre avis, le fait d'une différentiation subtile et peu apparente mais bien réelle qui permet à tous de chercher. En effet, les objectifs sont clairs mais les méthodes sont très libres. Chaque binôme s'engage ainsi avec ses moyens, son rythme et il n'est pas interrompu pour assister à des corrections collectives.

Dans une séance consacrée aux mathématrices, tous les binômes reçoivent le même support mais ils vont engager des processus de résolutions différents. Au cycle 2, par exemple, avec la série de matrices intitulée *addition,* on observe certains élèves revenir à des expressions du nombre plus archaïques et manifester le besoin de traduire les nombres écrits en petits jetons qu'ils dessinent sur la case blanche.

III - CONCLUSION

Ce dispositif a deux années d'existence, mais il n'a pris un véritable essor que depuis quelques mois, notamment avec la création du site dédié au partage des ressources et des expériences.

La présentation dans l'atelier de la Copirelem a permis de le recentrer autour de son cœur qui est la démarche d'essais-erreurs. Elle aura permis de mieux comprendre sa spécificité.

IV - BIBLIOGRAPHIE ET SITOGRAPHIE

ARSAC G. & MANTE M. (2007). Les pratiques du problème ouvert, SCEREN.

FEYTAN A. (2015). La résolution de problèmes de mathématiques au primaire, Dossier de veille de l'IFE-n°105-Novembre 2015.

BUENO-RAVEL L.& GUEUDET G.(2015). Quelles ressources pour les professeurs des écoles et leurs formateurs ? Apports de la recherche en didactique. Revue Grand N, n°96 2015.

Les ressources évoquées ainsi que d'autres considérations pédagogiques sont disponibles sur le site :

https://mathematrices.com/

ENJEUX ET PERSPECTIVES D'UNE FORMATION DES MAÎTRES À DES PROJETS INTERDISCIPLINAIRES IMPLIQUANT LES MATHÉMATIQUES

Richard CABASSUT
Formateur, ESPE de l'Académie de Strasbourg
LISEC-EA2310 Université de Strasbourg
richard.cabassut@unistra.fr

Résumé
Plusieurs formations initiales au professorat d'école proposent des formations à l'interdisciplinarité impliquant l'enseignement des mathématiques. On examine quelques témoignages sur l'existence de ces formations et on précise le développement des thèmes de l'interdisciplinarité et du projet dans les programmes scolaires et les compétences professionnelles. L'exemple de l'ESPE de l'académie de Strasbourg permet de présenter des cadres possibles pour l'analyse de projets interdisciplinaires et des critères possibles d'analyse de tels projets. En atelier, on étudie quelques exemples de ces projets. On discute à partir de ces exemples des enjeux et des perspectives d'une formation à l'interdisciplinarité. Les objectifs de cet atelier sont donc d'analyser et d'évaluer une formation à des projets interdisciplinaires impliquant les mathématiques, et de réfléchir sur les enjeux de l'interdisciplinarité et du projet à l'école primaire et sur la place des mathématiques dans cette perspective.

Dans un premier temps on précise les notions d'interdisciplinarité et de projet, le contexte des programmes officiels et différents critères d'analyse possibles. Dans un second temps on signale différents exemples de dispositifs mis en œuvre dans différentes ESPE, en approfondissant dans le travail d'atelier celui de l'ESPE de Strasbourg.

I - CADRES DES PROJETS INTERDISCIPLINAIRES

1 Interdisciplinarité et projet

Nous proposons d'adopter les définitions d'interdisciplinarité, pluridisciplinarité, transdisciplinarité de Reverdy (2015, p. 5-6) : « la pluridisciplinarité (ou multidisciplinarity) met en œuvre plusieurs disciplines travaillant au même objectif, mais de façon cloisonnée […]. L'interdisciplinarité permet de réinterpréter les savoirs, en faisant partager aux tenants de chaque discipline un modèle commun en vue de réaliser une synthèse tenant compte des principes de chaque discipline […]. Pour la transdisciplinarité, l'intégration des savoirs est plus radicale que pour l'interdisciplinarité, puisqu'elle s'effectue de manière horizontale (à travers ou entre les disciplines) et de manière verticale dans toutes les disciplines, c'est-à-dire au-delà des disciplines ». Blanchard-Laville (2000, p. 59) va jusqu'à parler de co-disciplinarité : « plus que d'un tissage de liens entre les disciplines convoquées, il s'agit d'évoquer une co-construction de sens à propos d'un même objet d'étude ». On voit donc que c'est le degré d'intégration des deux disciplines qui différencie ces notions.

Concernant la notion de projet, pour Reverdy (2013, p. 5) : « un problème ou une question doit servir de fil directeur aux activités réalisées dans le projet, et ces activités doivent aboutir à un produit final qui apporte la solution au problème ». Pour réaliser ce produit final, les élèves sont appelés à travailler ensemble, en coopérant ou en collaborant. « La coopération réside dans l'ajustement des activités en situation en vue d'une action commune efficace [...] alors que la collaboration repose sur une communication et un partage de l'espace de travail en vue d'un travail concerté (Marcel et al., 2007)» (Ibidem, p. 9). On retrouve un degré d'intégration plus poussé dans la collaboration par rapport à la coopération. Dans la discussion en atelier nous nous accordons sur un fonctionnement en parallèle pour

la pluridisciplinarité (chaque discipline produit sa solution du problème sans tenir compte des solutions des autres disciplines), coopératif pour l'interdisciplinarité, collaboratif pour la transdisciplinarité (avec travail sur des compétences méta ou transversales), co-constructif pour la co-disciplinarité.

2 Curriculum et compétences professionnelles

Les nouveaux programmes (MEN, 2015a), mis en place à la rentrée 2016, s'intéressent aux projets impliquant plusieurs disciplines :

- en cycle 2 :

La polyvalence des professeurs permet de privilégier des situations de transversalité, avec des retours réguliers sur les apprentissages fondamentaux. Elle permet d'élaborer des projets [...]. Coopérer et réaliser des projets convoquent tous les enseignements. La démarche de projet développe la capacité à collaborer, à coopérer avec le groupe en utilisant des outils divers pour aboutir à une production […]. Tous les enseignements concourent à développer le sens de l'engagement et de l'initiative principalement dans la mise en œuvre de projets individuels et collectifs, avec ses pairs ou avec d'autres partenaires. (Ibidem, p. 4, 7, 8)

- en cycle 3 :

Les situations où ils [les élèves] mobilisent savoir et savoir-faire pour mener une tâche complexe sont introduites progressivement puis privilégiées, tout comme la démarche de projet qui favorisera l'interaction entre les différents enseignements. […] De manière plus générale au cycle 3, les élèves accèdent à une réflexion plus abstraite qui favorise le raisonnement et sa mise en œuvre dans des tâches complexes. Ils sont incités à agir de manière responsable et à coopérer à travers la réalisation de projets, à créer et à produire un nombre significatif d'écrits, à mener à bien des réalisations de tous ordres. […] Tous les enseignements doivent apprendre aux élèves à organiser leur travail pour améliorer l'efficacité des apprentissages. Elles doivent également contribuer à faire acquérir la capacité de coopérer en développant le travail en groupe et le travail collaboratif à l'aide des outils numériques, ainsi que la capacité de réaliser des projets. Des projets interdisciplinaires sont réalisés chaque année du cycle. (Ibidem, p. 92, 94)

Le cycle 4 marquera l'aboutissement de cette progression avec l'introduction des Enseignements Pratiques Interdisciplinaires. La contribution au socle commun est rappelée en ces termes :

Les projets interdisciplinaires constituent un cadre privilégié pour la mise en œuvre des compétences acquises. Ils nécessitent des prises d'initiative qui mobilisent ces compétences et les développent dans l'action. Les disciplines scientifiques et technologiques notamment peuvent engager dans des démarches de conception, de création de prototypes, dans des activités manuelles, individuelles ou collectives, des démarches de projet, d'entrepreneuriat. (Ibidem, p. 225)

De même le référentiel des compétences professionnelles des professeurs (MEN, 2013) spécifie une compétence commune à tous les professeurs et personnel d'éducation :

Coopérer au sein d'une équipe :

- Inscrire son intervention dans un cadre collectif, au service de la complémentarité et de la continuité des enseignements comme des actions éducatives.
- Collaborer à la définition des objectifs et à leur évaluation.
- Participer à la conception et à la mise en œuvre de projets collectifs. (Ibidem, p. 83)

Une compétence commune à tous les professeurs est précisée : « Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique : […] - contribuer à la mise en place de projets interdisciplinaires au service des objectifs inscrits dans les programmes d'enseignement » (Ibidem, p.84).

On voit donc que le contexte curriculaire et professionnel incite aux projets interdisciplinaires.

3 Exemples de critères d'analyse des projets interdisciplinaires

Quelques critères d'analyse de ces projets ont été proposés aux participants à l'atelier. Ils n'ont cependant pas été utilisés dans les comptes rendus (sans savoir pourquoi). Citons-les pour mémoire.

En s'inspirant d'abord des pratiques et de leurs justifications (Chevallard, 2002a) du point de vue de l'enseignant, on identifie d'abord la tâche proposée à la classe (quel est le projet ?) et les sous-tâches liées. Quelles interférences entre différentes disciplines apparaissent dans ces sous-tâches ?

On examine les différentes techniques utilisées pour réaliser ces tâches (certaines peuvent être attachées à une discipline donnée, les mathématiques par exemple). Quelles interférences apparaissent entre ces techniques ?

On étudie la justification des techniques (aux niveaux disciplinaire, et notamment de la didactique de la discipline, pédagogique, professionnel). Quelles interférences apparaissent entre ces justifications ?

Enfin on examine les conditions (sur lesquelles on peut jouer) et les contraintes (qu'on ne peut modifier) (Chevallard, 2002b).

Les questions sur les interférences sont inspirées de la didactique linguistique dans l'enseignement des langues (Selinker, 2012 ; Köppe, 1997 ; Besse et al., 1991). Lorsqu'on développe des acquisitions et des apprentissages simultanément dans deux langues, on observe plusieurs faits : suivant les contextes, une des langues peut être dominante par rapport à l'autre ; des interférences entre ces langues apparaissent et peuvent expliquer des erreurs des élèves. Dans le cas d'une langue dominante, on remarque plus de mélanges et d'éléments de cette langue que si les deux langues sont relativement équilibrées (Köppe) ; il apparaît une interlangue qui est l'ensemble des connaissances intermédiaires qu'un sujet a d'une langue seconde qu'il est en train d'apprendre (Selinker). Une approche contrastive permet de prendre en compte les différentes langues concernées dans l'analyse des erreurs. Par analogie, on pourrait remplacer les deux langues par deux disciplines et transposer ces concepts dans l'analyse des apprentissages des projets interdisciplinaires et examiner les interférences liées aux deux disciplines. Il y aurait donc dans les projets interdisciplinaires une transposition multiple des différents savoirs disciplinaires travaillés dans le projet, dans laquelle les interférences entre ces différents savoirs sont une spécificité de ces projets.

Concernant les justifications des techniques aux différents niveaux (didactique, pédagogique et professionnel), nous proposons de nous inspirer du cadre théorique de la double approche (Robert, 2005) en distinguant ce qui relève d'une discipline enseignée et ce qui relève des contraintes professionnelles.

Examinons maintenant les différents exemples évoqués en atelier.

II - EXEMPLES DE PROJETS INTERDISCIPLINAIRES

On évoquera d'abord les dispositifs présents dans les différentes institutions des participants de l'atelier (ESPE en France ou centres de formation hors de France) et ensuite on approfondira l'analyse sur des exemples issus de l'ESPE de Strasbourg.

1 Formations initiales à l'interdisciplinarité

Plusieurs participants à l'atelier témoignent de l'existence de formation à l'interdisciplinarité : à l'ESPE d'Aquitaine, 12 heures sur les projets pluridisciplinaires ; dans le Loiret une formation des professeurs d'école inter EPS-mathématiques ; à l'ESPE Midi-Pyrénées, 12h de projets pluridisciplinaires, ou encore interdisciplinarité avec des collègues de formations transversales, ou interdisciplinarité dans les disciplines scientifiques dans le cadre des Unités d'Enseignement sur la Recherche ; à l'ESPE de Versailles, interdisciplinarité au travers des mémoires de Master ; à Rennes, des modules de 2h de projets pluridisciplinaires ; à l'ESPE de Lyon des projets pluridisciplinaires. Pour la formation des professeurs de mathématiques du secondaire, à Valence, il existe des certifications des mathématiques comme discipline non linguistique, ouvrant à l'interdisciplinarité mathématiques-anglais. En Suisse, à Lausanne, la didactique des sciences favorise l'interdisciplinarité dans la cadre de la licence pour professeurs d'école primaire.

Détaillons la formation offerte à l'ESPE de l'académie de Strasbourg, dans le cadre de la seconde année du Master préparant au professorat d'école. Depuis trois ans, une unité d'enseignement (UE) de 28 heures-étudiant, équivalente à 6 ECTS[1], est proposée en seconde année de master au second semestre, avec l'intitulé « Contexte d'exercice du métier : interdisciplinarité et pédagogie de projet », à un public composé de fonctionnaires stagiaires et d'étudiants ayant réussi la première année de Master mais ayant échoué au concours. Il est à noter que lors de la première année de mise en place de cette unité d'enseignement, celle-ci était également proposée au premier semestre, mais il a fallu dégager des heures au premier semestre, plus en phase avec les besoins des professeurs stagiaires mis en responsabilité dans des classes dès le début de l'année. On retrouve ici une formation initiale de seconde année de Master très contrainte par le stage en responsabilité, qui oblige à hiérarchiser les contenus de formation en fonction de ce qui est jugé comme prioritaire pour le stage en responsabilité (tout comme la première année est contrainte par la place du concours). La brochure de présentation de la formation en Master précise que « cette UE a pour objet de développer les capacités à articuler les disciplines enseignées à l'école primaire et donc l'interdisciplinarité, et à permettre à l'étudiant de développer une pédagogie de projet. Elle vise aussi, en lien avec le tronc commun inter-degrés, à aborder le parcours de l'élève au cours de sa scolarité (accompagnement, liaisons maternelle – primaire, primaire – collège...) ».

Concrètement, chaque enseignant volontaire définit un thème d'interdisciplinarité et prend en charge un groupe d'étudiants autour de ce thème, les étudiants se répartissant dans les groupes en fonction des places disponibles. Compte tenu de la fluctuation de la demande en enseignement (dépendant du nombre d'étudiants) et de l'offre en enseignement (dépendant du nombre d'enseignants), le choix de cette unité d'enseignement pour un enseignant de mathématiques est une variable d'ajustement des services (tout comme le nombre de mémoires dirigés ou le nombre de visites de stagiaires). Pour cette raison, en 2015-2016, aucun thème interdisciplinaire impliquant les mathématiques n'a été proposé, car tous les enseignants de mathématiques étaient en sur-service. Les thèmes proposés en atelier se rapportent donc aux années précédentes. On note encore ici une contrainte à un niveau extra-mathématique qui oriente les contenus didactiques des formations. Une équipe d'enseignants s'est constituée pour proposer d'accompagner des projets interdisciplinaires impliquant les mathématiques. Nous rendons compte dans le paragraphe suivant de projets réalisés dans le cadre de cette équipe.

1 ECTS : European Credits Transfer System. Le système européen des ECTS vise à définir des formations en nombre d'ECTS pour faciliter la reconnaissance académique des études et des diplômes entre pays.

2 Présentation du dispositif de formation impliquant les mathématiques à l'ESPE de Strasbourg

Cette unité d'enseignement (UE) a pour objet de développer les capacités à articuler les mathématiques avec les disciplines enseignées à l'école primaire et avec la vie quotidienne (et notamment avec la vie de la classe), et donc de développer l'interdisciplinarité. L'UE doit permettre à l'étudiant de développer une pédagogie de projet. Elle vise à permettre un apprentissage pratique de la démarche de projet, du travail d'équipe et à promouvoir la dimension de travail coopératif. Elle doit permettre à l'étudiant de nourrir sa pratique professionnelle lors de son stage et le cas échéant la rédaction de son mémoire en lien avec les UE recherche.

L'équipe d'enseignants travaillant dans cette UE sur les projets interdisciplinaires impliquant les mathématiques est composée de deux enseignants-chercheurs, l'un en didactique des mathématiques et l'autre en sciences de l'information et de la communication, et de deux professeurs d'école maîtres-formateurs (PEMF), l'un en cycle 2 et l'autre en cycle 3. L'enseignement s'organise autour de 7 séances de 4 heures entre janvier et mars. Lors d'une séance, en général, deux intervenants co-interviennent et il peut y avoir des parties de séance où les étudiants sont en autonomie.

L'évaluation du projet repose sur la présentation écrite puis orale du projet élaboré par un petit groupe d'étudiants (au minimum 2) et mis en œuvre dans au moins une classe (la plupart du temps de l'un des stagiaires en responsabilité membre du groupe). Le projet doit être le fruit d'un travail d'équipe. La présentation écrite est rédigée sous la forme d'un dossier contenant 5 à 8 pages hors annexes. Les annexes pourront comporter des fiches de préparation, des documents de travail, des travaux d'élèves. La présentation orale du projet se fait en équipe mais la note est individuelle, dépendant des réponses de chacun.

Un des objectifs de l'atelier était d'analyser ces projets à partir des rapports écrits mis à disposition et de porter un regard critique sur cette formation. Ainsi, en atelier, chaque groupe devait étudier un projet interdisciplinaire issu de l'exemple de l'ESPE de Strasbourg évoqué précédemment, à partir des présentations écrites des projets rédigés par les étudiants qui les ont mis en œuvre en classe. Nous présentons brièvement dans la suite de ce texte chacun de ces projets (avec des extraits des dossiers écrits par les étudiants) et l'analyse proposée par le groupe de l'atelier qui l'a étudié, puis alimentée par la discussion collective qui a suivi.

3 Pâte à crêpes

Commençons par une brève présentation du projet.

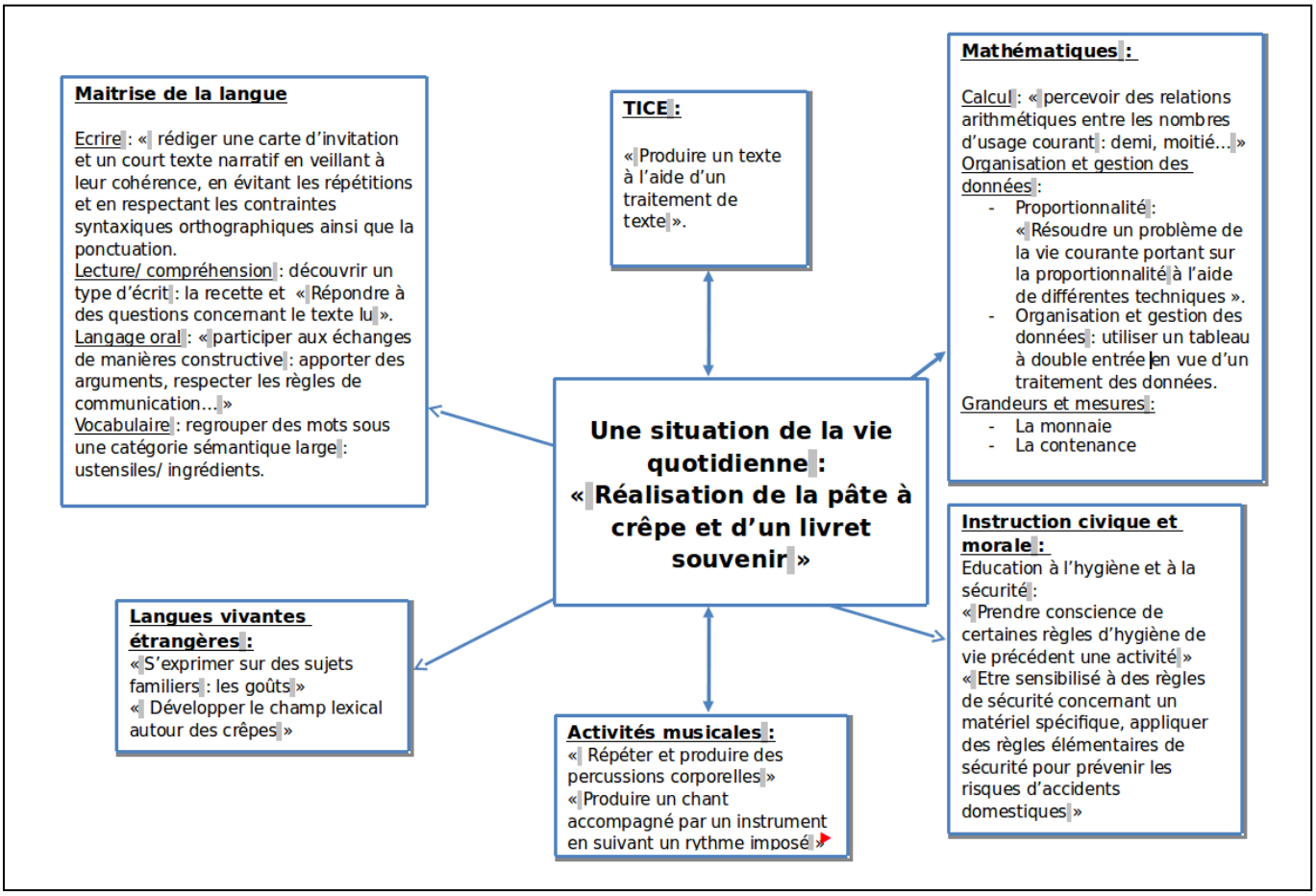


Schéma 1 : Aspect pluridisciplinaire (extrait du dossier étudiant)

Le retour réflexif des participants au projet pointe les éléments suivants.

Le projet a été l'occasion de mettre en place un partenariat avec l'intervenante en allemand qui a pu élaborer une séance autour de la pâte à crêpes. L'intervenante s'est consacrée à l'apprentissage du vocabulaire spécifique mais aussi à des éléments culturels liés à la manière de concevoir des crêpes en Allemagne.

Au-delà des séances de mathématiques sur la monnaie et la proportionnalité, les élèves ont pu sentir et percevoir de manière concrète la mesure de certaines grandeurs comme la masse (en gramme) et la contenance (en litre). Ces objectifs ont été atteints à travers la réalisation concrète de la pâte par les élèves. Ils ont également pu manipuler divers instruments de mesure comme la balance digitale, la balance de Roberval ou encore le verre doseur.

La classe à double niveau a généré un volume sonore relativement élevé ce qui a rendu travail en groupe délicat à gérer.

L'espace de travail de la classe est assez restreint, ce qui est un inconvénient notable pour la réalisation de la pâte à crêpes. Pour ces raisons, la dégustation a été prévue dans une autre salle aménagée pour l'occasion.

Le projet a permis de mettre en œuvre des réflexes professionnels comme par exemple aller vérifier dans les fiches sanitaires des élèves les cas éventuels d'allergie, être vigilant sur les règles élémentaires d'hygiène et de sécurité nécessaire au bon déroulement de la séance. La progression est suggérée par le schéma ci-après qui illustre également les relations décrochées avec certaines séances.

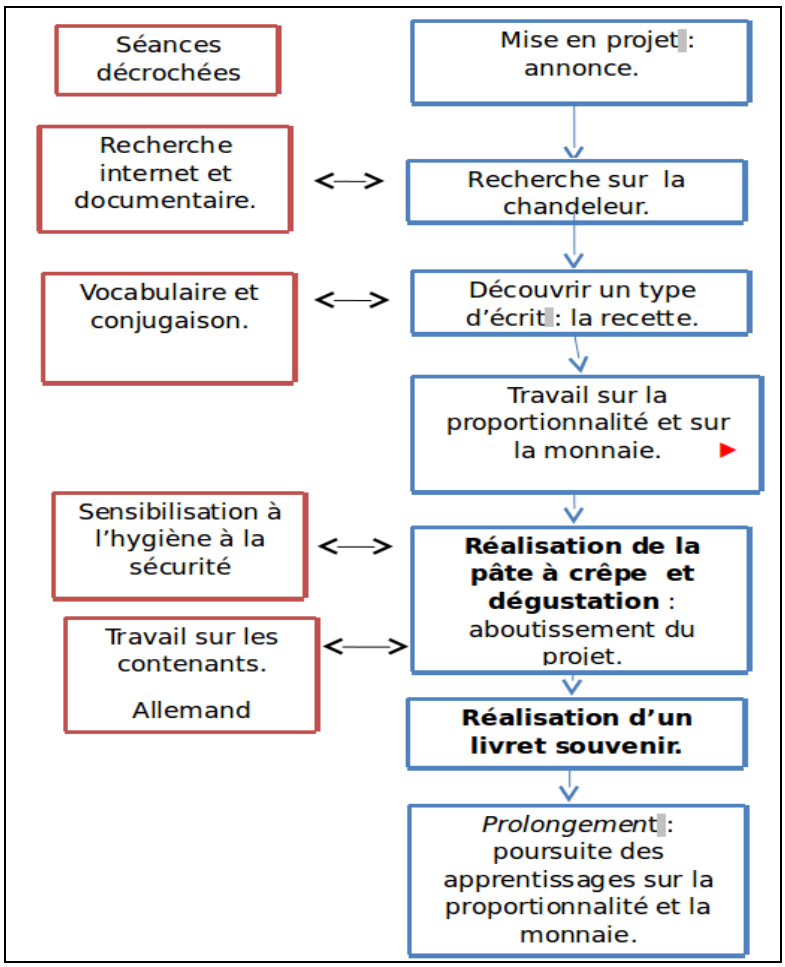


Schéma 2 : progression des séances et séances décrochées

Concernant la séance de travail sur la proportionnalité et sur la monnaie, voici un extrait de la fiche de préparation.

Séance 1 : Monnaie et proportionnalité **Objectif de la séance** : Résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant diverses procédures (CM1)
Connaître la monnaie en euros et en centimes (CE2)

Durée	Org	Mat	Respect du processus d'apprentissage	Situation proposée		Compétence attendue
3'	OC Collectif		Introduction	*Aujourd'hui, nous allons chercher ensemble les quantités d'ingrédients nécessaires pour faire suffisamment de crêpes pour demain. De plus, nous allons calculer la somme d'argent à prévoir pour acheter ce dont on a besoin.* *Pour être plus efficace, les CE2 s'occuperont du coût de la recette et les CM1 s'occuperont des quantités nécessaires.*		- Etre capable de se souvenir de la recette des crêpes et des quantités de chaque ingrédient.
20'	Groupe de 4	Cahier d'entraînement	Recherche	**CE2 :** *Voici des magazines qui présentent une gamme de produits alimentaires avec leurs prix. Ils ne proviennent pas tous du même magasin.* *Cherchez dans les différents magazines les ingrédients dont on a besoin pour faire les crêpes puis notez le prix de chacun. Attention, identifiez bien à quelle quantité correspond chaque prix.* *Exemple : 1kg de farine coûte 2 euros.* **Prolongement :** comparaison des prix des différents magazines (plus cher ou moins cher que...).	**CM1 :** *La recette que nous avons vue ce matin est prévue pour un nombre de 5 personnes. Sachant que nous sommes plus (calcul avec les enfants : 30) Dites moi quelles sont les quantités dont on a besoin pour que chacun puisse manger des crêpes.* **Prolongement :** Recherche des quantités pour 10 ; 20 et 25 personnes.	-Etre capable de rechercher le prix de différents aliments dans plusieurs magazines commerciaux. (CE2) -Etre capable de chercher des quantités à partir d'un modèle de référence. (CM1)
15'	OC Collectif	Tableau	Mise en commun	*Qu'avez-vous trouvez ?* *Comment avez-vous fait pour arriver à ce résultat ?* Rôle du maître : recenser, au tableau, les différentes réponses des groupes de travail. Reformuler si besoin.		-Etre capable d'expliquer une procédure mathématique.
10'	OC Collectif	Cahier de maths Tableau	Structuration	*Qu'avez-vous appris aujourd'hui ?* **Trace écrite :** - tableau récapitulatif sur les quantités des ingrédients en fonction du nombre de personnes. - Prix des différents ingrédients.		-Etre capable de verbaliser les nouvelles connaissances.
15'	Groupe de 4	cahier de maths	Réinvestisse--ment	*Maintenant que nous avons toutes ces données, en gardant les mêmes groupes, essayez de calculer la somme d'argent dont on a besoin pour acheter tous les ingrédients de la recette de la pâte à crêpe pour 30 personnes.* **Prolongement** : calcul du coût de revient pour 10 et 15 personnes. *Rôle du maître : prendre un groupe à part (en difficulté).*		-Etre capable d'utiliser des connaissances acquises dans des problèmes nouveaux.

La discussion en atelier, en collectif, pointe les éléments suivants.

L'analyse en termes de tâche peut se faire à différents niveaux :

- la tâche du point de vue de l'élève (par exemple préparer de la pâte à crêpes pour *n* élèves) ;
- la tâche du point de vue de l'enseignant (par exemple : à l'occasion de la préparation d'une pâte à crêpes pour *n* personnes enseigner la proportionnalité) ;

- la tâche du point de vue des formés participant à l'UE (par exemple : concevoir, mettre en œuvre et avoir un retour réflexif sur un projet de pâte à crêpes). Il y a de grandes similitudes avec le point de vue de l'enseignant, mais les conditions et les contraintes sont différentes : obligation de travail en équipe d'UE, calendrier imposé par l'UE, évaluation du projet …
- la tâche du point de vue des formateurs (concevoir une UE, concevoir une séance d'UE, accompagner les étudiants, évaluer les étudiants).

Chacune de ces tâches fera appel à des techniques et des justifications différentes.

La tâche de l'élève « préparer de la pâte à crêpes pour *n* personnes » relève-t-elle de l'interdisciplinaire ? Certes plusieurs disciplines interviennent (mathématiques, français, sciences) mais on ne repère pas de modèle commun, avec une synthèse de l'apport de chaque discipline. On a plutôt des fonctionnements parallèles, qui sont bien illustrés avec les séances décrochées. Pour certains membres de l'atelier, la réalisation de la pâte à crêpes en repérant les mathématiques nécessaires pour élaborer la pâte, la maîtrise de la langue pour comprendre la recette (notamment si on part d'une recette en allemand) … illustrent un premier niveau d'interdisciplinarité, avec la contribution de différentes disciplines. Mais il n'y a pas co-construction.

D'autre part on remarque que la place des mathématiques est très riche (sans utiliser le terme dominant qui ne serait pas adapté) : proportionnalité en acte au CE2 et proportionnalité au CM1, calcul de prix …

Concernant la tâche de formation de l'UE, plusieurs compétences sont travaillées : travailler en équipe, collaborer, maîtriser une discipline (par exemple la proportionnalité en mathématiques)...

4 Jeu géométrique avec des figures planes

Le groupe est composé de quatre étudiants stagiaires affectés en cycle 3, trois en CE2 et le dernier en triple niveaux (on appréciera au passage les conditions et les contraintes de ce stagiaire). Le projet consiste à créer un jeu de « Qui-est-ce ? » géométrique sur les figures planes, dans deux classes de CE2 de deux écoles différentes. Ces deux classes ont un projet de correspondance écrite : les élèves échangent cartes postales et lettres amicales dans le cadre de travaux d'expression écrite. Les élèves d'une classe devront donc créer un jeu pour la classe des correspondants.

Le jeu fonctionne comme suit. Les élèves ont deux sortes de cartes à disposition : les cartes figures et les cartes descriptions. À partir de la lecture de la description les élèves doivent être capables de retrouver la figure. On peut également mettre en place une variante du jeu dans laquelle les élèves doivent construire la figure à partir de la description puis comparer leur construction avec la carte figure. Ce jeu peut donc se jouer à 5 : 4 joueurs et un maître du jeu qui lit les descriptions et vérifie les réponses des élèves. Pour l'équipe ayant produit ce projet, l'objectif est de renforcer chez l'élève ses compétences mathématiques telles qu'utiliser le vocabulaire géométrique approprié mais aussi des compétences sociales, telles que jouer ensemble ou coopérer. Le schéma ci-après représente ces compétences pluridisciplinaires.

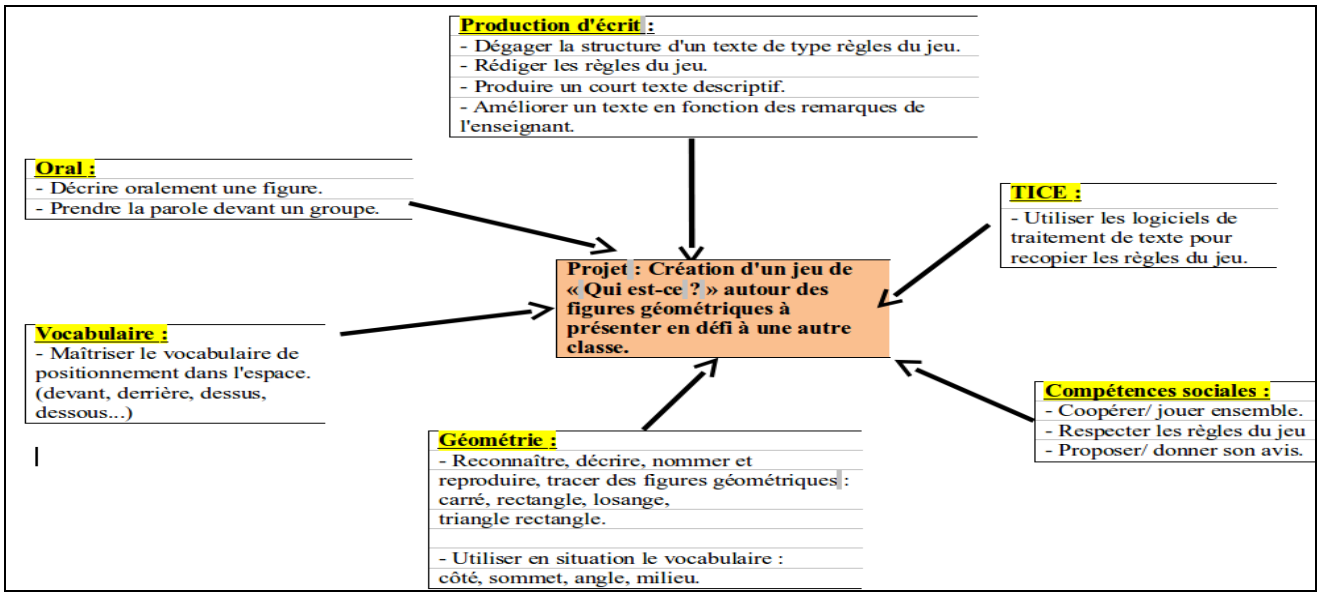


Schéma 3 : compétences pluridisciplinaires (extrait du dossier étudiant)

Un extrait de la fiche de préparation de la séance de création du jeu reprécise ces compétences.

Cycle 3	CE2	Période 4	Projet « Création d'un jeu géométrique »	Séance n°1 Jeudi 12/03/2015	Fiche n°1	45 min
Séance 1 : Introduction du projet **Compétences :** Mathématiques : Utiliser en situation le vocabulaire géométrique déjà étudié. Français : Echanger/débattre Exprimer et justifier un accord ou un désaccord, émettre un point de vue personnel motivé.				**Matériel :** - Feuilles A3 - Ardoises des élèves - Exemple créer par l'enseignante		
Objectifs de la séance : - Définir les étapes du projet. - Créer des boîtes à outils de vocabulaire. - Donner du sens au projet. - Créer les binômes de travail.				**Prérequis :** Les élèves savent jouer à ce jeu et sont désireux d'en construire une version à envoyer à leurs correspondants de l'école de Marckolsheim avec lesquels ils sont en correspondance. D'autre part, ce projet a été conçu dans une perspective de REINVESTISSEMENT des compétences déjà abordées et évaluées en Géométrie et en Grandeurs et Mesure.		

Dans leur retour réflexif, les étudiants identifient les compétences professionnelles travaillées suivantes : prendre en compte la diversité des élèves par la mise en place de différenciations, maîtriser la langue française à des fins de communication, s'engager dans une démarche collective de développement professionnel, construire, mettre en œuvre et animer des situations d'enseignement et d'apprentissage prenant en compte la diversité des élèves, avoir une attitude réflexive sur notre travail tout au long du projet et après la réalisation du jeu, et surtout savoir travailler en équipe, qui a notamment facilité le retour réflexif sur le travail de chacun.

Concernant la tâche « fabriquer un jeu », **la discussion en atelier** a repéré que les différentes disciplines impliquées mathématiques, langue, TICE, technologie, arts visuels marquent le caractère pluridisciplinaire. Certes la production commune et le travail des compétences transversales

(organisation et planification de la création du jeu) ajoutent un côté interdisciplinaire, cependant on n'a pas de construction de connaissances commune à plusieurs disciplines. Le projet gagnerait à être moins directif au début, où le professeur balise toutes les étapes, en étant plus ouvert voire en proposant une situation problème. On note l'absence de remédiation.

5 Course d'endurance

Le projet « améliorer ses performances en vue de la course d'endurance et réaliser un carnet de bord » a été mené en classe de CE1-CE2 : les élèves notent et analysent leurs performances en course de durée tout au long du cycle d'EPS dans leur carnet de bord personnel. Ce projet aboutit à une sortie de classe : le cross.

Les aspects pluridisciplinaires sont décrits dans le schéma ci-après.

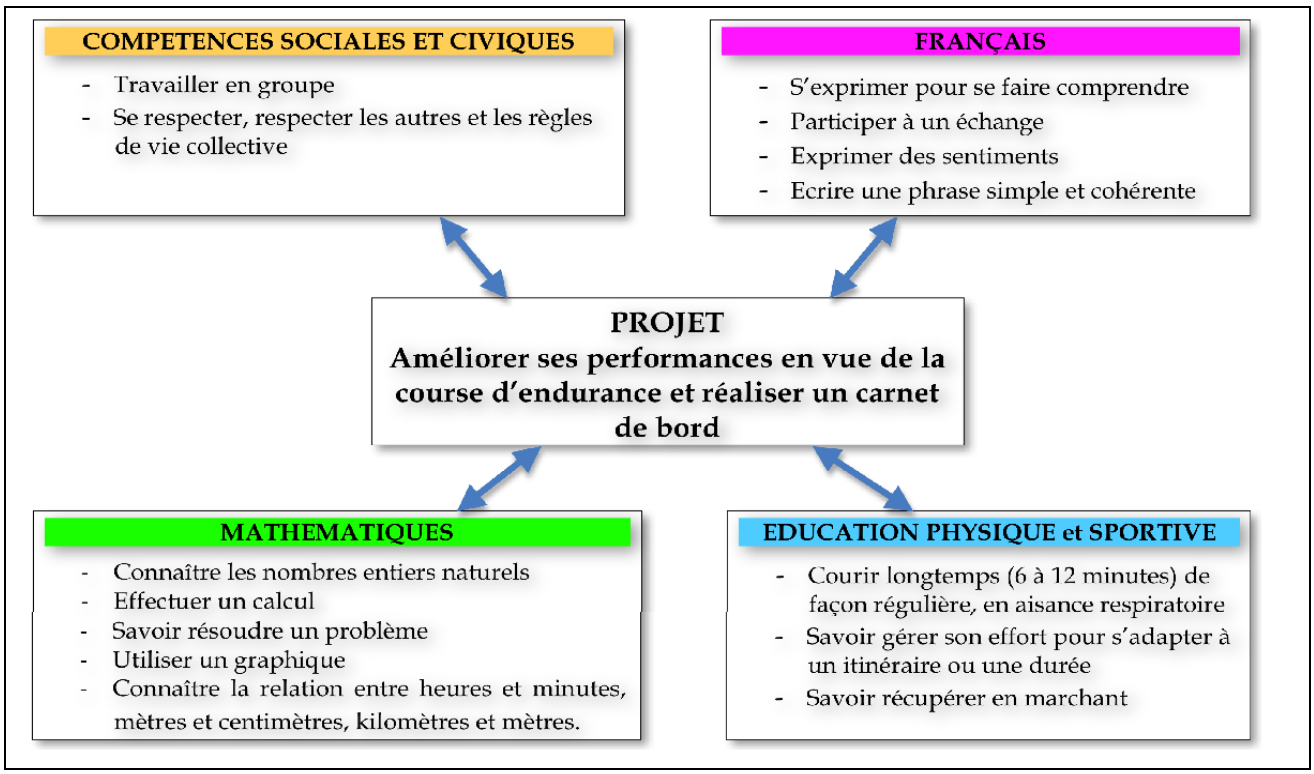


Schéma 4 : compétences pluridisciplinaires (extrait du dossier étudiant)

L'extrait ci-après de la fiche de préparation précise les objectifs du projet.

Domaine : EPS → Réaliser une performance mesurée. Maths → Nombres et calcul, grandeurs et mesures, organisation et gestion de données.		
Niveau : Cycle 2 – Cycle 3	**Classe** : CE1 – CE2	**Nombre de séances** : 7 séances
Objectifs : • À la fin de la séquence, chaque élève saura courir longtemps (de 6 à 12 minutes pour les CE1 ou 8 à 12 minutes pour les CE2), de façon régulière, en aisance respiratoire. • À la fin de la séquence, chaque élève saura relever des mesures et les intégrer à un graphique. Il résoudra des problèmes mobilisant la technique d'une opération.		

Dans le retour réflexif concernant le projet du point de vue élèves, les étudiants ayant élaboré et mis en œuvre ce projet mentionnent que, en Éducation Physique et Sportive (EPS), tous les élèves ont progressé : augmentation du nombre de tours (2 à 5 tours de plus) et diminution des temps de marche. Globalement, les élèves retiennent qu'il faut réduire sa vitesse de course, régulariser sa respiration et s'entraîner ; mais le départ de course reste encore trop rapide. En mathématiques, sont constatées des

difficultés dans la lecture et l'utilisation du graphique. Les élèves ont tracé des triangles avec les points et non une courbe. Au niveau de la résolution de problème, les élèves se sont impliqués et n'ont pas éprouvé de difficultés notoires.

Dans la **discussion en atelier,** on note l'insuffisance des contenus disciplinaires et didactiques de chaque discipline, et aucune discipline n'apparaît dominante. La présentation formelle des enjeux du savoir n'apparaît pas explicitement dans le compte rendu de la mise en œuvre. Concernant l'EPS et des mathématiques, on remarque différentes tâches : courir le plus grand nombre de tours possible en une durée donnée, dénombrer les tours, reporter le nombre de tours dans un graphique. Dans le compte rendu les techniques et leurs justifications ne sont pas explicites. Y a-t-il eu des apprentissages dans ce projet ? Il faudrait une analyse *a priori* plus étoffée avec des objectifs à atteindre en termes d'apprentissages et analyser *a posteriori* l'atteinte de ces objectifs. Il faudrait laisser à la charge des élèves la mobilisation des connaissances et pas seulement leur mise en œuvre. Ce projet donne à voir des activités disciplinairement connotées mais ne fait pas vivre explicitement des savoirs : on a davantage une expérimentation qu'une démarche d'investigation.

Deux autres projets ont été examinés, exposition arts et géométrie à une kermesse et organisation d'une fête de Carnaval, mais le manque de temps rend les comptes rendus trop succincts.

On note la difficulté à analyser de tels projets à partir de traces (ici la rédaction écrite de présentation du projet par les étudiants), qui paraissent à certains participants trop partielles. Il est également difficile de construire un outil d'analyse pour l'utiliser en atelier immédiatement. La construction d'un outil d'analyse pourrait être un sujet d'atelier.

III - ENJEUX ET PERSPECTIVE DES PROJETS INTERDISCIPLINAIRES

1 Difficultés des projets interdisciplinaires

L'examen des différents projets montre qu'il s'agit le plus souvent de pluridisciplinarité : différentes disciplines cohabitent dans un même projet sans inter-relations productrices de savoirs. Les mathématiques apparaissent comme discipline de service pour satisfaire les conditions du projet : adapter la recette de crêpes au nombre de participants, concevoir des cartes de jeux, compter le nombre de tours … Cette limitation au pluridisciplinaire vient-elle de la difficulté à produire des savoirs et des apprentissages en contexte interdisciplinaire, le professeur maîtrisant les situations mono-disciplinaires ? La difficulté est accrue avec des professeurs stagiaires ou des étudiants de seconde année de master qui ont échoué au concours et ne sont pas stagiaires, qui manquent d'expériences interdisciplinaires. Aldon et al. (2014) notent « Dans les démarches d'investigation en sciences, les mathématiques sont généralement présentes mais pas toujours visibles ni rendues visibles […] Les mathématiques sont souvent considérées comme une discipline de service, comme un outil pour les autres sciences ». Baillat et al. (2006, p. 302) montrent que les professeurs d'école primaire peuvent être en proie au « doute sur leur compétence à enseigner toutes les disciplines, doute sur les conditions de mise en œuvre d'un enseignement interdisciplinaire et sur la pertinence même de la notion d'interdisciplinarité, doute quant aux effets d'une relation avec un maître unique sur le développement personnel des élèves ». Face à ces difficultés, la discussion en atelier nous amène à formuler les recommandations suivantes.

2 Recommandations pour une formation à des projets interdisciplinaires

Dans cette formation, il peut être intéressant d'étudier au préalable quelques exemples concrets de projets de qualités différentes : pluridisciplinaire, interdisciplinaire, transdisciplinaire. La qualité d'un projet doit être avant tout fonctionnelle : on aura plutôt recours à un projet interdisciplinaire que pluridisciplinaire si le projet exprime le besoin de mettre en inter-relation les disciplines pour produire un savoir ou un apprentissage, sinon on se contentera de travaux parallèles dans chaque discipline.

Aldon et al. (2014, p. 15) soutiennent qu' « il est possible de mobiliser les savoirs mathématiques en jeu aux niveaux de construction, de questionnement ou de révélation, qui donnent du sens aux concepts travaillés ». Il est donc recommandé de présenter de tels projets aux étudiants.

Une des difficultés exprimées concernant les projets est l'aspect chronophage : il est intéressant de montrer sur des exemples comment gérer le temps en utilisant à bon escient le temps dévolu à différentes disciplines.

Il est souhaitable que l'objectif du projet ne se limite pas à une production finale, sans production de savoirs et apprentissage. Il est intéressant d'inscrire cette pédagogie du projet dans une démarche d'investigation, de présenter un problème assez ouvert où la mobilisation des savoirs sera à la charge des élèves. Pour analyser la dévolution du problème aux élèves, il est recommandé de faire des bilans d'étapes.

Pour l'évaluation du degré interdisciplinaire du projet, il est proposé de construire dans le plan des demi-axes gradués orientés de même origine. Chaque axe correspond à une discipline et les graduations marquent le degré d'interdisciplinarité dans le projet. Le degré zéro signifie que la discipline fonctionne sans tenir compte d'autres disciplines. Le degré maximum correspond à une discipline qui tient compte dans le projet de toutes les autres. Pour chaque discipline on place un point sur son demi-axe correspondant à son degré d'interdisciplinarité. Puis on rejoint les points et on trace ainsi un polygone d'interdisciplinarité correspondant au projet. Plus le polygone est étendu sur tous les axes, plus le projet est interdisciplinaire. Plus un degré est grand sur un axe, plus une discipline contribue fortement à l'interdisciplinarité.

Pour l'analyse des projets, on remarquera que les outils théoriques proposés ont peu été exploités, sans doute peu opérationnels par rapport aux données proposées (comptes rendus limités des projets). Peut-être faut-il développer une réflexion théorique adaptée à l'analyse de tels projets ?

Les nouveaux programmes de l'école primaire (2015a, p. 213) encouragent l'initiation à la programmation, notamment événementielle avec l'usage de robots, ce qui ouvre à de nouveaux types de projets pouvant impliquer les mathématiques. Une des fonctions de ces projets pourraient être de contraster les approches en mathématiques, en sciences et en technologie, notamment au niveau du raisonnement.

IV - BIBLIOGRAPHIE

ALDON G., MONOD-ANSALDI R., PRIEUR M. (2014). Articuler les apprentissages en sciences et mathématiques par les démarches expérimentales codisciplinaires. *Repères-IREM*, **96**.

BAILLAT G., ESPINOZA O. (2006). L'attachement des maîtres de l'école primaire à la polyvalence : Le cœur a ses raisons…*Revue des Sciences de l'Education*, **32**(2), 283-305.

BESSE H., PORQUIER R.(1991). *Grammaires et didactique des langues.* Paris : Didier.

Blanchard-Laville C. (2000). De la co-disciplinarité en sciences de l'éducation. *Revue française de pédagogie,* 132, 55-66.

CHEVALLARD Y. (2002a). Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions, in *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 3-32.

CHEVALLARD Y. (2002b). Organiser l'étude. 3. Écologie & régulation, in *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques,* La Pensée Sauvage, Grenoble, 41-56.

KÖPPE R. (1997). *Sprachentrennung im frühen bilingualen Erstspracherwerb Französisch / Deutsch*. Tübinger Beiträge zur Linguistik. Tübingen : Narr.

MEN (Ministère de l'Education Nationale) (2013). *Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation* (Bulletin officiel de l'éducation nationale n°30 du 25 juillet 2013).

MEN (Ministère de l'Education Nationale) (2015a). *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4)* (Bulletin officiel spécial de l'éducation nationale n°11 du 26 novembre 2015).

MEN (Ministère de l'Education Nationale) (2015b). *Socle commun de connaissances de compétences et de culture* (Bulletin officiel de l'éducation nationale n°17 du 23 avril 2015).

REVERDY C. (2013). Des projets pour mieux apprendre ? *Dossier de veille de l'IFÉ,* **82.** Lyon : ENS de Lyon.

REVERDY C. (2015). Éduquer au-delà des frontières disciplinaires. *Dossier de veille de l'IFÉ,* **100.** Lyon : ENS de Lyon.

ROBERT A. (2005). Des recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique . *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **10**, 209 – 249, IREM de Strasbourg.

SELINKER L. (1972). Interlanguage. *International Revue of Applied Linguistics in Language Teaching*, **10**(3), 209-231.

FORMER LES ENSEIGNANTS POLYVALENTS A L'ANALYSE DE SEANCES DE MATHEMATIQUES

Aline BLANCHOUIN
Agrégée d'EPS[1], Espe[2] Créteil, site du 93
Experice
aline.blanchouin@u-pec.fr

Nathalie PFAFF
Agrégée de Mathématiques, Espe Créteil, site du 93
nathalie.pfaff@u-pec.fr

Résumé

Nous partons du postulat que pour former des enseignants du primaire, nous devons prendre en compte leur « polyvalence ». Ainsi, au quotidien, le face à face réel du professeur d'école (PE) avec un même groupe d'élève, pour « faire apprendre les maths » (comme dans toutes les autres disciplines) n'est pas l'unique expression d'une préoccupation de transmission des savoirs ou épistémique. Celle-ci est en conflit potentiel avec deux autres préoccupations : pragmatique (de gestion temporelle, matérielle, humaine, spatiale…) et relationnelle (Vinatier, 2013).

L'analyse d'un enregistrement vidéo d'une séance (CE1, mesure de longueur) a été l'occasion d'avancer un modèle permettant de prendre en compte cette triple logique d'action (Blanchouin, 2015) intégrant le cadre théorique de Vergnaud pour apprendre en maths (Pfaff et Fénichel, 2005).

L'enjeu annoncé aux 14 participants[3] de cet atelier était double : *d'une part*, partager un parti pris croisant cadres didactique (dans la filiation de Brousseau) et multi-référencé (l'agir enseignant, Bucheton 2009) pour « outiller les Professeurs des Ecoles (PE) » à l'analyse de séances de maths et, *d'autre part*, en questionner les conséquences en terme d'ingénierie de formation (usage de la vidéo, introduction de référentiels théoriques) en MEEF[4] 1er degré. Or, **ce second enjeu n'a pu qu'être effleuré lors du déroulé réel de l'atelier. Effectivement,** à partir du visionnage d'une séance de classe (CE1) sur la notion de « longueur », ont été privilégiées les phases en petits groupes et en collectif oral autour de l'organisation des informations recueillies et des indicateurs retenus pour réinterpréter la prescription et mobiliser des références pour « s'expliquer le monde éducatif saisi » et ainsi lire un réel (de classe)[5].

Cette contribution écrite cherchera à rendre visible les éléments essentiels des échanges qui se sont tenus **et** la présentation de nos partis pris et outils pour analyser une séance de classe à partir d'un enregistrement vidéo, même si le choix a été fait de ne pas restituer chronologiquement ce qui s'est passé (le déroulé réel figure en annexe A).

---

1 EPS : Education Physique et Sportive

2 Espe : Ecole Supérieure du Professorat et de l'Education

3 Professeurs en Espe, de mathématiques ou non

4 MEEF : Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

5 Inspiré du document : Concevoir des formations, un livret pour les formateurs, Ifé-Centre Alain-Savary. Juillet 2016, page 6 (cinq directions pour la formation continue).

Ainsi, nous commençons par expliciter le croisement que nous faisons entre didactique disciplinaire et didactique professionnelle, croisement qu'invitent à faire plus ou moins explicitement les référentiels métiers (personnels des métiers de l'enseignement et de la formation de 2013 ; formateurs de 2015) rédigés à l'occasion de la refondation de l'école et de la formation.
Nous poursuivons, dans une seconde partie, avec l'analyse de la séance projetée qui voyait une classe de CE1 étudier la « longueur », sous la conduite d'un Professeur d'Ecole Maitre Formateur (PEMF), en début de période 2 d'une année scolaire.
Enfin, la conclusion est l'occasion de formuler les questions qui n'ont pu être abordées lors de l'atelier, en écho aux constats d'une nécessité d'une culture commune entre les différents formateurs de l'ESPE (les enseignants et enseignants-chercheurs d'ESPE et les Professeurs d'Ecole Maitre Formateur) pour enrayer le sentiment des enseignants débutants d'une multi prescription contradictoire (Méard et Bruno, 2008), vécue comme inconfortable, voire angoissante.

I - TENIR L'ENTREE « OBJET DE SAVOIR » ET « ACTIVITE PROFESSIONNELLE DU PE » POUR DECRIRE ET COMPRENDRE CE QUI SE PASSE EN CLASSE

1 La problématique des formatrices que nous sommes[6]

Dans la logique de proposer des contenus de cours fondés sur l'alternance vécue des PE stagiaires entre institut de formation (Livry-Gargan, Académie de Créteil) et lieu d'exercice de stage (école du 93), nous avons au fil des années mobilisé des enregistrements vidéo de séances afin de partir de traces réelles de ce qui se passe en classe entre un enseignant et des élèves, autour d'un savoir à enseigner/apprendre.
Au-delà des enjeux visés, le recours à un tel artéfact s'est imposé au regard **de trois principaux éléments**. ***Tout d'abord***, lors de la recherche triannuelle que nous avons menée à propos de l'interdisciplinarité EPS-Math (2003-2006), nous avons construit la conviction que les pratiques enseignantes avaient leur raison d'être et qu'en ce sens elles avaient une légitimité pour le professionnel qu'on ne pouvait nier. ***Puis***, notre contexte d'intervention a évolué sous le sceau de la « double masterisation (2007 ; 2013) » avec comme conséquences la disparition de la formation continue sous forme de stages de 3 à 4 semaines et le changement des contours du stage des professeurs stagiaires (à présent, un stage filé dans une même classe toute l'année à mi-temps contre dans les années 2000, 3 stages massés de 4 semaines dans une classe de chacun des 3 cycles). ***Enfin***, l'analyse de l'accompagnement des professeurs stagiaires mais aussi, depuis 2013, nos interventions auprès d'enseignants et de formateurs passant le master MEEF 1er degré par validation des acquis d'expérience, nous ont confortées **dans la nécessité d'aborder conjointement** *la maîtrise des contenus académiques à enseigner, les éléments de leur transposition didactique et les gestes professionnels de co-activité avec les élèves lors de l'interaction en classe.*

C'est forte de ces convictions, que **l'analyse de matériau filmé de l'ordinaire de la classe** est devenue une de nos stratégies de formation privilégiées, nous permettant de **tenir ensemble trois préoccupations quelque peu contradictoires** : prendre en compte la contraction du temps de formation disciplinaire

[6] Professeures agrégées d'EPS (Aline Blanchouin) ou de mathématiques (Nathalie Pfaff), nous intervenons dans la formation depuis respectivement 1997 et 2000, soit près de 20 ans, sur le site de Seine-Saint-Denis de l'académie de Créteil. Notre expérience professionnelle est marquée par une participation importante à la formation continuée et des titulaires première année (T1) entre 2001 et 2011, puis par la prise en charge de la conception et de la mise en œuvre de l'accompagnement des candidats au certificat d'aptitude aux fonctions de professeur d'école maître formateur (Cafipemf) depuis 2011. Depuis 2012, nous intervenons auprès des étudiants du master MEEF 1er qui désirent entrer dans le métier mais aussi auprès des professionnels déjà en poste (PE, CPC, IEN) dans le cadre d'une formule par « validation d'acquis d'expérience ».

dans les maquettes MEEF 1er degré ; aborder conjointement les différents savoirs professionnels [7] pour enseigner chacune des disciplines scolaires ; appréhender l'activité de conception et d'intervention dans un domaine disciplinaire (par exemple, les maths) en prenant en compte les contraintes (temporelles, matérielles, partenariales…) et les ressources (possibilité de faire des liens entre disciplines, de travailler en projet, d'ajuster la programmation hebdomadaire…) de l'exercice quotidien de la polyvalence.

2 Développer des compétences d'analyse de l'activité de l'enseignant polyvalent

2.1 Un parti pris : croiser didactiques disciplinaire et professionnelle

Nous cherchons à dépasser l'antagonisme des objets historiques de la didactique disciplinaire –le contenu d'enseignement- et professionnelle –l'activité du professionnel en tant qu'apprenant en situation de travail. Il s'agit de faire dialoguer, *d'une part,* ***la singularité d'une didactique disciplinaire*** qui permet de spécifier les savoirs (savoir-faire) en jeu *et, d'autre part,* ***la visée générique de la didactique professionnelle*** qui invite à repérer, décrire, comprendre les apprentissages des sujets au travail (Pastré 2011, p.49-57).

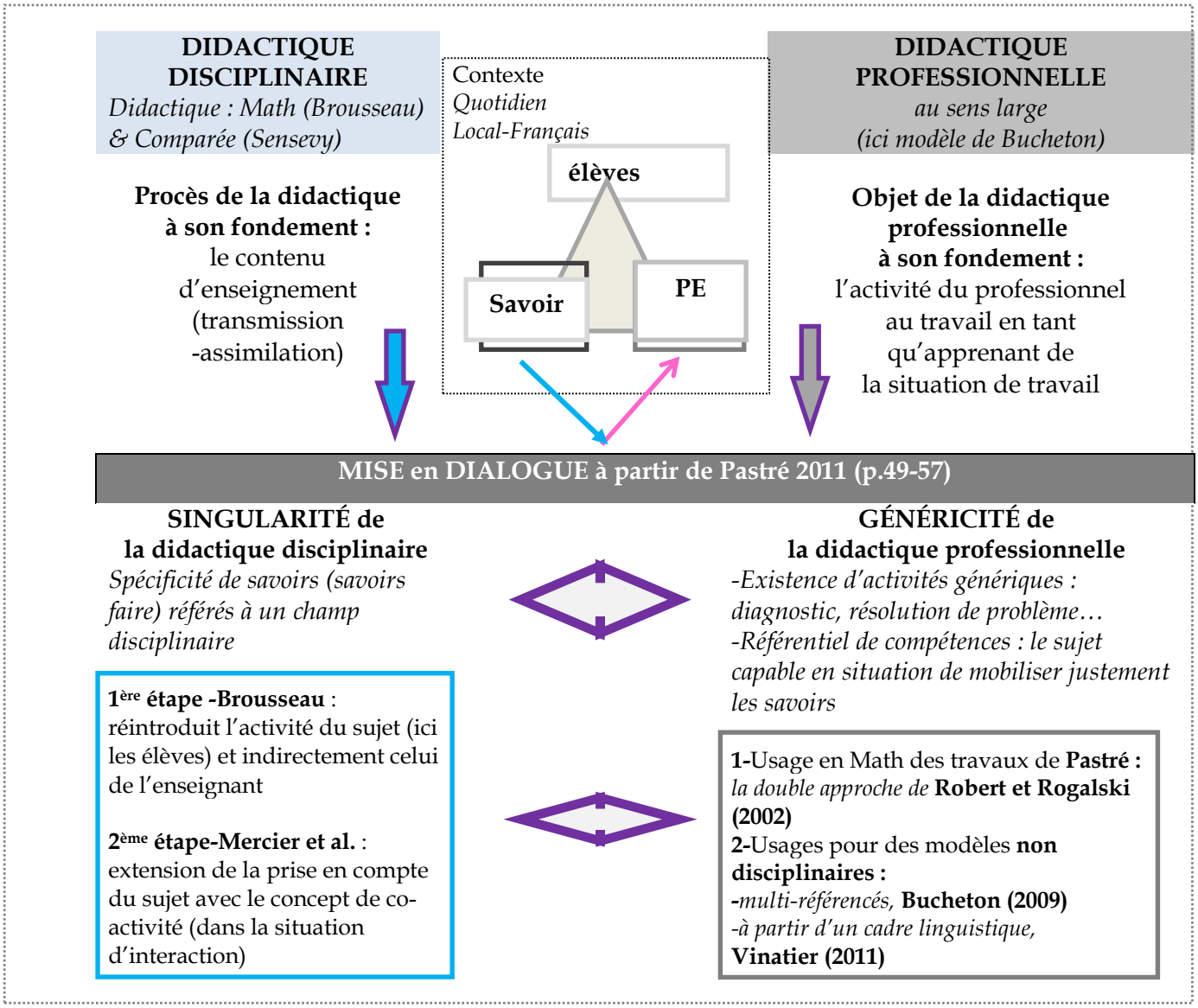
Pour ce faire, en filiation des travaux de Brousseau, nous mobilisons ***les trois descripteurs de la co-activité de*** Mercier, Shubauer-Léoni, Sensevy (2002) que sont la ***chronogénèse, la mésogénèse et la topogénèse,*** en partant du principe de contingence entre enseignant-enseigné et savoir en jeu.
La chronogénèse est l'expression *de la progression* « du système d'objets culturels enseignés/étudiés », alors même que le temps de l'enseignement (défilé du scénario didactique) n'est pas celui de l'apprentissage (construction du savoir par les élèves). ***La mésogénèse*** caractérise les moyens d'une forme de production du milieu (Brousseau) que professeurs et élèves peuvent mobiliser. Enfin, **la *topogénèse***, décrit la répartition des tâches et des responsabilités à partir de la production des positions de chacun envers le savoir. Pour les auteurs, que nous suivons, ce triplet « permet de décrire la dynamique de l'étude dans laquelle professeur et élèves doivent constamment se repositionner l'un par rapport aux autres et réciproquement, en fonction de l'évolution de leur responsabilité envers les objets de leurs pratiques et les savoirs partagés au sein de la classe » (p.11). Ainsi, ils nous permettent de saisir l'avancée du scénario didactique en caractérisant les tâches qu'il propose réellement à ses élèves grâce au repérage des gestes d'ajustements (de l'interaction) déployés par le PE.
Le modèle de l'agir enseignant de Bucheton (2009***)*** nous sert pour réaliser le repérage des gestes d'ajustements afin de voir comment s'articulent les cinq préoccupations situées (*savoir-étayage-tissage* pour le registre épistémique ; le *pilotage* pour le registre pragmatique et *l'atmosphère* pour le registre intersubjectif).

Enfin, ***la théorie des champs conceptuels*** de Vergnaud (1990) permet de questionner **la « robustesse » des tâches** à partir d'une conception de l'apprentissage des élèves (forgée à partir des travaux de Piaget). Elle sous-tend notre questionnement à propos d'une part, des enjeux de la séquence et de la progressivité qu'elle propose (*cohérence entre la succession des objectifs des différentes séances*) et d'autre part, des *contenus de la séance (tâches et déroulé)*.
D'après la définition de Vergnaud (1990), un concept est l'ensemble des situations qui lui donnent sens, des invariants opératoires sur lesquels s'appuie l'organisation de l'activité, et des signifiants qui permettent de représenter les concepts et leurs relations avec l'action. Ainsi, maîtriser une notion, c'est être capable de résoudre toutes les situations en mobilisant l'inventaire des procédures, y compris la

[7] Sous cette dénomination, en fait nous réinterprétons la typologie des connaissances et croyances pour enseigner les maths de Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps (2008), rappelée par Laurent Theis lors de la conférence de clôture de ce 43ème colloque de la COPIRELEM. Nous distinguons ainsi : les connaissances de la discipline ou académiques (celles des savants et celles relatives à l'épistémologie) ; les connaissances des objets spécifiques à enseigner à l'école primaire ; les connaissances didactiques ou transversales (processus d'apprentissage, processus de transposition didactique, curriculum).

plus experte. L'identification de toutes les classes de problèmes relatives à une notion (ce que Vergnaud nomme situation) et de toutes les procédures permettant de les résoudre (en les hiérarchisant de la plus simple à la plus experte) facilite la construction d'une progressivité de séquences d'enseignement en libellant les objectifs à l'aide d'une ou plusieurs classes de problèmes et d'une ou plusieurs procédures.
A partir de là, définir un objectif de séance par une (ou plusieurs) classe(s) de problème et une (ou plusieurs) procédure(s) permet d'analyser la cohérence de la tâche proposée au regard de l'objectif de la séance.
Ci-après le document transmis lors de l'atelier montrant l'articulation entre les cadres retenus.

Figure 1-*Schématisation de la complémentarité des didactiques disciplinaires et professionnelles*



2.2 Lire le réel, interpréter le prescrit : vers un modèle explicatif en formation

1ère étape : La mise en intrigue du scénario didactique de la séance

De la mise en intrigue…

Pastré (2011 p138) avance que « dans chaque histoire qu'elle soit réelle ou fictive, il y a une intrigue, qui **représente la part d'intelligibilité** présente **dans la temporalité**. L'intrigue est composée d'épisodes,

mais ceux-ci s'enchaînent d'une façon complexe où se mêlent des relations de causalité, des relations de finalité et de hasard. (…) Ainsi, **construire un récit sur sa propre histoire**, c'est chercher à en identifier les éléments qui la constituent, c'est revenir rétrospectivement sur son vécu pour chercher à y repérer une unité signifiante ».

Plus particulièrement, pour Assude, Mercier, Sensevy (2007, p233), l'intrigue didactique qui concerne le travail du professeur avec les élèves est **fondée sur l'enjeu des relations observées et le savoir**. « Il s'agit de réaliser un découpage -pour identifier « la pertinence de l'intrigue »- *en scènes* « qui correspondent aux moments où l'orientation de la classe conserve son objet ». Un changement de scène signale le moment « où cet objet change sous l'impulsion du professeur ».

….à l'élaboration d'un tableau synoptique

La fonction du **synopsis de l'intrigue didactique d'une séance,** toujours pour ces auteurs**, «** consiste à identifier le devenir du savoir dans la classe, tel que nous l'observons, afin de mettre en évidence des épisodes potentiellement signifiants qui seront ensuite analysés à un grain plus fin. Ils spécifient que le caractère significatif est défini à partir du « point de vue des dynamiques de la construction d'une référence commune grâce auxquelles des rapports d'élèves aux objets de savoir se dévoluent, se régulent, s'instituent (mésogénèse) » (p228).

Retenons plus généralement avec Falardeau, Simard (2011, 96-121), que « le synopsis d'une séquence d'enseignement consiste essentiellement *à réduire* la masse des données recueillies en classe en une unité saisissable sous forme de scénarios, *à découper* les éléments dans la séquentialité du déroulement de l'enseignement et *à hiérarchiser* les éléments découpés en sous-éléments ordonnés ».

L'outil méthodologique du synopsis de l'intrigue de la co-activité nous sert donc à « lire le réel » en le « découpant en séquences narrativisées et hiérarchisées », en fonction de l'activité des sujets et des objets d'apprentissage en jeu**.** L'élaboration du tableau synoptique se réalise à partir d'un **découpage en phases minutées,** qui permet **de mettre en relation** :

- la fonction de la phase pour l'avancée du scénario didactique,

- et les apprentissages (hypothétiques à partir de ce qui s'est déroulé) des élèves.

Cette opération s'effectue à partir du croisement des cadres théoriques décrits auparavant ; ce qui engage de fait notre regard pour la suite de l'analyse.

2ème étape : Un double usage des données du tableau synoptique

A ce stade, il s'agit de mettre en vis-à-vis l'enjeu **de chaque phase** pour l'avancée du scénario didactique et **les compromis opératoires du PE entre préoccupations épistémiques** (tissage-étayage-savoir), **pragmatique (**pilotage matériel, humain, temporel, spatial) et **intersubjectif** (atmosphère ou qualité de l'espace dialogique).

En tenant compte des textes officiels, **l'analyse du champ conceptuel** permet de questionner trois niveaux de pertinence des objets de savoirs réellement proposés : la progressivité (succession des objectifs de séquence) ; la cohérence entre l'objectif de la séance et sa place dans la séquence ; l'adéquation entre l'objectif de la séance et les tâches proposées. Le quatrième niveau –celui des caractéristiques des tâches- est appréhendé grâce à la théorie des situations de Brousseau.

Cette analyse vient outiller le repérage des gestes épistémiques et le repérage de la justesse des préoccupations au fil de l'avancée de la séance que permet le modèle du multi-agenda.

La figure ci-après (introduite lors de l'atelier) propose de rendre compte de la complémentarité de ces deux cadres théoriques.

Figure 2-Décrire et interpréter le réalisé en croisant didactique disciplinaire et professionnelle

ETAYAGE (*6 fonctions d'aide en ZPD de Bruner*)

Aide **aux élèves** *à apprendre / à se mettre au travail*

- **Aide psycho socio affective**

Enrôlement : adhésion par intérêt, appropriation

Le maintien de l'orientation : recentrer sur le travail, actions pour maintenir le cap

Le contrôle de la frustration : ré-assurance face à l'erreur (gestion du sentiment d'échec)

- **Aide cognitive**

La réduction des degrés de liberté : simplifier cognitivement en réduisant le nombre d'opérations pour diminuer la charge cognitive (tout ce à quoi penser)

La signalisation des caractéristiques déterminantes : informer sur ce qui importe de prendre en compte, sur ce qui et pertinent pour la réalisation de la tâche

La démonstration ou présentation de modèles : explicite, rend visible, stylise et constitue une référence pour l'action à venir ou une évaluation pour l'action réalisée / en cours

TISSAGE

Liens EXTERNES avec :

-la séquence (séance précédente / suivante)

-la programmation de la discipline (connaissances et compétences antérieures)

-la programmation des autres disciplines

Liens INTERNES :

-Annonce des phases

-Annonce de l'enjeu d'apprendre de la séance

(clarté cognitive)

OBJETS de SAVOIRS

MACRO	**N1** : Ce qu'est apprendre dans une discipline à l'école primaire, dans le cycle enseigné: *Interprétation « programmes-socle » à partir de ses connaissances-croyances personnelles mais aussi de la culture des métiers de l'enseignement et de la formation [ce qui « se fait-dit »] et des échanges entre collègues/ avec les enseignants-formateurs de la circonscription, voire P-Espe.*
MESO	**N2** : Logique de progressivité des apprentissages c'est-à-dire de parti pris de transposition didactique : *Cohérence Objectif(s) séance – Insertion dans la séquence .* **N3** : Adéquation « objectif-enjeux de séance » - « tâches prévues inférées de la Fiche de préparation (Fp) et/ou de l'observation».
MICRO	**N4** : Caractéristiques des tâches réellement proposées : *1/* Environnement matériel, humain, temporel, spatial des tâches proposées ; *2/* Echo du lexique-niveaux de formulation de la séance –Savoirs en jeu (séance-séquence).

Découpage chronologique par PHASES minutées
[Caractéristiques - Phase – Fonctions pour l'avancée du scénario didactique]

PILOTAGE

La pragmatique de l'intervention à 4 niveaux :

matériel, humain, temporel, spatial

-**Temps** : durée ; rythme

-**Espace** : matériel ; dimension, localisation et symbolique (relativement au travail) du lieu « local de séance de travail (classe ou non) »« travail » ;

-**Organisation humaine**

-**Matériel** : classe, outils personnels élèves, matériel séance, outil E.

ATMOSPHERE

Gestion de l'inter-subjectivité de la rencontre sur les scènes :

Individuelle ; sous groupe : collective

Selon deux indicateurs :

-Altérité et bienveillance du PE ;

-Partage des « places » du PE avec les élèves : prises de paroles & ce qui est dit relativement au savoir en jeu

Ainsi, en formation, nous cherchons à sensibiliser nos étudiants lors de 3 à 5 interventions (2 à 3 en math et 1 à 2 en EPS) à l'ensemble des deux étapes d'analyse, en plus d'une sensibilisation au modèle du multi-agenda de Bucheton (2 séances). L'élaboration de tableaux synoptiques de la séance voire de parties de séances est l'occasion d'acculturer à notre parti pris de co-activité. Le traitement des informations recueillies engage à partir de données tangibles le questionnement autour de la pertinence de la mise en scène du savoir (tâches ; gestes professionnels), c'est à dire des leviers et obstacles pour les apprentissages des élèves.

Figure 3-Présentation de la méthode d'analyse

Etape 1	Repérage de l'intrigue didactique	:	Tableau synoptique à partir du visionnage d'un enregistrement vidéo / d'une observation in situ. Complété ou non d'une retranscription. Usages de **Brousseau et Sénsévy**
Etape 2	-Caractéristiques des contenus (S)	:	Parti pris de transposition didactique, et les champs conceptuels de **Vergnaud**
	- Caractéristiques des gestes d'ajustements	:	Parti pris en formation, le modèle du multi agenda de l'enseignant **Bucheton**
	-Mise en synergie des 2 entrées pour poser un constat sur leviers-obstacles à l'apprendre de tous les élèves	:	Figure 2 (précédente)

L'atelier de 3 heures conduit à la Copirelem a été l'occasion de donner corps à ces deux étapes à partir du visionnage en continu de la troisième séance d'une séquence sur la « longueur », conduite par un Pemf en novembre avec des élèves de CE1[8].
La seconde partie illustre la démarche en s'appuyant sur les réflexions des participants.

II - ANALYSE D'UN ENREGISTREMENT VIDEO D'UNE SEANCE, EN CROISANT DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES ET DIDACTIQUE PROFESSIONNELLE

1 Présentation de la séance filmée portant sur la notion de longueur en CE1

1.1 Le contexte

L'enseignant est un Pemf qui exerce en Seine et Marne (77). La ressource académique qui proposait de le suivre avec sa classe durant toute une matinée, donne à voir l'emploi du temps effectif de celle-ci mais ne comporte aucun entretien avec lui, ni de présentation de sa trajectoire professionnelle.
En miroir, aucune information n'est fournie sur les caractéristiques de ces élèves, qui ce jour-là sont au nombre de 23.
L'enjeu du tournage, explicité par un bref commentaire sur la jaquette de la vidéo, était de montrer le quotidien d'une classe en début de CE1. En fait, le projet a été mené par une formatrice à mi-temps à l'Espe, elle-même Pemf ; les choix lors du montage, des plans et des coupes ont été effectués par l'équipe du département d'audiovisuel tandis que le film a été ensuite co-réalisé. Ainsi, la durée de l'enregistrement vidéo est de près de 25' pour une durée réelle de séance d'environ 35' (soient 28% de coupes).

***Deux documents de préparation de la classe sont accessibles* :**

1/ Une formalisation de la progression sur la notion de longueur. Il n'y a donc pas de fiche de préparation pour identifier l'écart entre la séance planifiée a priori par l'enseignant et l'enregistrement de son déroulement réel.

[8] La vidéo est une production interne de l'Espe. Le tournage a eu lieu durant toute la matinée du 08.11.2011, dans une école de Seine et Marne (77), à Brie C/Robert, dans l'académie de Créteil

Les enjeux de la séquence traduisent la commande institutionnelle du BO de 2008 (programmes de CE1 alors en vigueur) que nous rappelons :

CP	CE1
Utiliser la règle graduée pour tracer des segments, comparer des longueurs	-Connaître la relation entre mètre et centimètre, kilomètre et mètre -Mesurer des segments, des distances

La séquence comporte cinq étapes. A été grisé, l'objectif correspondant à la séance enregistrée. Nous en avons inféré que c'était la 3ème séance de la séquence.

Objectifs de la séquence :
-Mesurer des longueurs en m et en cm. Connaître et utiliser la relation entre m et cm.
-Estimer des longueurs en m et en cm.

Progression :

1. Mesurer des longueurs avec une unité étalon, par report de l'unité. Comprendre l'intérêt d'une unité commune.
2. Introduire le m. Mesurer des longueurs en m avec report d'une unité de 1m
3. Introduire le cm. Mesurer des longueurs en cm avec report d'une unité de 1cm. Présenter la règle graduée.
4. Mesurer des longueurs en cm avec une règle graduée. Estimer des longueurs en m ou en cm.
5. Connaître et utiliser la relation entre m et cm.

2/ L'emploi du temps réel de la matinée du jeudi 08.12.2011

La séance, menée en début de 2ème période (milieu du 1er trimestre), se déroule en toute fin de matinée après 20' de calcul mental. Une récréation de 30' a séparé cette heure de math d'avec 1h20 de français (dictée 20' ; vocabulaire 40' ; lecture-compréhension 20'). A l'instar de nos conclusions en Cp (Blanchouin 2015), soulignons d'une part, la préférence donnée à la programmation, le matin, des deux disciplines scolaires jugées les plus fondamentales à enseigner par l'institution, les professionnels et les parents et d'autre part, au sein de ce noyau dur à enseigner, le statut majeur accordé au français : c'est avec les trois séances concernant ses apprentissages qu'ils ouvrent la journée alors que c'est l'enclave horaire qu'ils jugent la plus propice pour la concentration des élèves.

1.2 Un synopsis de l'intrigue didactique « possible »

Ayant fait le choix de ne pas conduire de mise en commun à propos des synopsis réalisés par chacun des 4 groupes, nous ne présentons que le nôtre. Il est le produit d'une mutualisation de synopsis réalisés séparément lors d'un premier et unique visionnage, puis de compromis entre nos deux interprétations lors d'un second visionnage.

Figure 4-Synopsis commun de l'intrigue didactique par les deux formatrices que nous sommes

Episodes (titre du point de vue des actions du PE)	5 PHASES	
1/ Rappel séance précédente à partir d'une corde d'1m, étalon de mesure de la cour) **2/ Question de départ** «mesurer le stylo » alors qu'on constate que la corde ne le permet pas (**tâche 1 proposée aux élèves**)	00'-3'05'' **3'05''** Début de séance (contextualisation) *Oral collectif*	**1**
3/ Lancement de l'activité principale des élèves (présentation tâche 2) - Annonce du travail du jour -Annonce de la modalité de travail et de la composition des binômes -But de la tâche et présentation du matériel -Distribution partielle du matériel (petites bandes)	3'05''- 8' **4'55''** Lancement de l'activité principale *Oral collectif*	**2**
4/ Activité des élèves : chaque élève réalise individuellement le travail au sein du binôme ***1er temps :*** Les élèves « mesurent » la bande reçue puis communiquent une information de mesure de longueur à leur « partenaire » sur l'ardoise ***2ème temps :*** Les élèves « décodent l'information » et mesurent une bande puis la coupent de la longueur indiquée sur l'ardoise. Pendant ce moment, le PE place 4 bandes bout à bout au tableau et trace 2 traits verticaux pour en borner les 2 extrémités.	8'-12'45'' **4'45'' (coupes)** Activité principale des élèves *Activité individuelle de recherche*	**3**
5/ Mise en commun- *1er temps : Préparation matérielle de la mise en commun* *Les 11 binômes d'élèves* au fur et à mesure qu'ils ont découpé leurs « bandes respectives » viennent les placer bout à bout en dessous des 4 bandes du PE en partant du trait vertical de gauche (face au tableau). Les premiers groupes sont en difficulté pour placer « correctement les 4 bandes » bout à bout avec les aimants. Au niveau du 3ème groupe, il semble qu'il y ait un « embouteillage ». **NB :** L'enseignant propose aux premiers binômes de reporter des « cm » sur une règle de 1m.	12'45''-17'40'' **4'55'' (coupes)** Préparation Mise en Commun *Activité en binôme d'affichage du résultat de leurs 4 bandes*	**4**
6/ Mise en commun- *2ème temps : Echanges collectifs, « coin regroupement au tableau »* L'Enseignant demande d'identifier l'équipe la plus précise (a priori 5/11 ont réussi) par 2 fois. Puis, il demande de désigner l'équipe la moins précise et les élèves sont alors invités à dire pourquoi. Les hypothèses : erreur d'écriture du nombre (?) ; découpage imprécis ; report incorrect (proposition reformulée oralement par l'E avec le terme « d'être précis ».	17'40''-20' **2'40''** Conduite Mise en Commun *Oral collectif* : *Q/R à propos de la production des 11 binômes*	
7/ Synthèse (institutionnalisations diverses) ***1er temps :*** Dénomination de l'unité de mesure manipulée (« cm ») ***2ème temps :*** Identification de l'outil de mesure « règle » ***3ème temps :*** Réponse à la mesure du stylo ***4ème temps :*** Indication des longueurs des bandes ***5ème temps :*** Dévoilement de l'évolution de l'affichage de départ (ajout de l'unité « cm »)	20'-24'40'' **4'40''** Bouclage de l'activité principale *Oral collectif*	**5**

Lors de l'atelier, il est à noter que les prises de notes des participants lors du visionnage leur ont permis de retrouver partiellement la ***chronogénèse***, alors que le critère de durée a été peu mobilisé.
L'absence de fiche de préparation a, elle, troublé le relevé d'éléments de la ***mésogénèse*** (tout comme nous le voyons lorsque nous intervenons dans le master Meef1, notamment avec le public de formateurs du 1er degré -CPC, Pemf-). Car en effet, sa documentation est l'occasion d'une stratégie d'observation basée sur la confrontation directe avec le dessein de l'enseignant, en termes : d'objectifs de séance ; d'horizons d'attente d'un lexique et de procédures chez les élèves ; ou encore de la scénarisation en phases du déroulement de la séance (l'aspect chronologique est donc pris « en charge »).
En ce qui concerne ***les aspects topogénétiques***, en fonction des participants, ils ont outillé le regard sur toute ou une partie de la séance.

2 Analyse de l'enregistrement à partir de l'identification des obstacles et leviers pour les apprentissages des élèves

Rappelons que la méthode exposée en partie I repose sur une reconstitution « éclairée et assumée »[9] du scénario réel pour analyser en termes d'obstacles et leviers à « l'apprendre des élèves » en interrogeant une double pertinence. Celles :

-des savoirs, appréhendés à partir des **tâches proposées lors de la séance** qui intervient dans une logique de séquence, elle-même insérée dans la programmation annuelle de la discipline. Pour ce faire, nous mobilisons deux outils : un référentiel de transposition didactique (que nous nommons « savoir » en formation) et le référentiel institutionnel (programmes et socle) ;

-des gestes professionnels, appréhendés à partir de **l'ajustement in situ de trois types de préoccupations (épistémiques, pragmatiques et intersubjectives) du PE, ce** qui exige un référentiel de l'activité enseignante.

L'analyse ci-après a comme visée donc de discuter **cette double pertinence**.
Nous avons choisi de la développer ***en trois temps***, en regardant la potentialité pour les apprentissages des contenus proposés, puis en investiguant les gestes d'ajustements du PE et ainsi les tâches réellement proposées aux élèves, avant de conclure à propos des obstacles et leviers. Pour ce faire, nous convoquons les éléments du synopsis transmis, le champ conceptuel de la longueur (Fénichel et Pfaff 2006, annexe B1), la retranscription de la séance (annexe B2 -extrait avec la retranscription des phases 1 et 2) et les réflexions écrites des 4 groupes à propos des obstacles et leviers aux apprentissages des élèves (annexe B4).

2.1- Les apprentissages potentiels des élèves : caractéristiques des deux tâches prévues

A cette étape, nous étudions le niveau **« méso »** de caractérisation des gestes de savoir (figure 2, p 6), à partir de notre référentiel « transposition didactique math (travaux de Vergnaud, 1990) », qui indirectement nous engage au niveau **« macro »**.

Notre point de vue[10].

[9] Nous voulons dire par là que le synopsis de l'intrigue est une hypothèse de ce qui s'est passé du point de vue du PE. Et donc exige de la part de l'observateur –formateur d'identifier depuis quelles références, il relève certaines informations et les interprète pour borner, intituler et décrire l'action didactique des différentes phases.

[10] L'analyse a priori qui suit s'appuie sur la définition du champ conceptuel de la longueur (annexe B1).

Articulation *Objectif(s) de séance* - *Progressivité Logique de séquence*	-Les objectifs *de la séquence* et des séances respectent **les programmes de 2008**. -Au regard de **notre conception des « maths en élémentaire, cycle 2 »,** *la progression formalisée dans la séquence* cible et hiérarchise les classes de problèmes et procédures relatives à la longueur pour ce niveau de classe. En cela, elle nous apparaît adaptée. - *Pour la séance 3*, les tâches proposées relèvent **de plusieurs classes de problèmes**. **La question** est alors de savoir s'il est favorable ou non de poursuivre chacun des objectifs d'acquisition lors d'une seule séance. Notre interprétation du cadre des champs conceptuels pour penser une didactique du premier degré, nos connaissances sur les élèves de cet âge et les pratiques des polyvalents, nous incite à dire que non. Ainsi, en formation, nous invitons les PE à n'aborder **qu'une classe de problème par séance ou deux avec une seule procédure.**
Articulation *Objectif(s)* - *Tâche(s) (en termes de classe de problèmes et de procédures)*	Le choix de chacune des deux tâches apparaît a priori pertinent pour travailler les différents objectifs. Plus précisément : **1ère tâche** Il s'agit de mesurer une longueur avec l'unité usuelle, le m. Cette unité usuelle (le m) est fournie sous forme d'une unité étalon : une ficelle. *A priori*, cette 1re situation est impossible à résoudre et introduit le besoin d'une unité plus petite, le cm. En ce sens, elle nous apparaît comme **un levier** aux apprentissages visés puisqu'elle permet de comprendre la nécessité d'une unité plus petite que le m. **2e tâche :** *Pour* ***la tâche d'émission***, il s'agit de mesurer une longueur avec l'unité usuelle, le cm (l'unité usuelle (le cm) est fournie sous forme d'une unité étalon). ***Pour la tâche de réception***, il s'agit de construire un objet de longueur identique à une longueur d'un objet donné en mesurant avec une unité usuelle, le cm (l'unité usuelle (le cm) est fournie sous forme d'une unité étalon). *A priori*, ce qui favorise les apprentissages est de deux ordres : -le choix de la tâche d'émission-réception qui correspond à l'objectif de la séance, à savoir : mesurer en cm ; -le fait que la bande découpée lors de la tâche de réception doive correspondre à la bande donnée à mesurer dans la tâche d'émission (but et critère de réussite). Néanmoins, *des limites apparaissent avant même la mise en œuvre en classe* : - la validation de la tâche d'émission-réception peut s'effectuer en comparant la bande initiale et la bande découpée mais en cas d'erreur, cela ne permet pas de savoir d'où provient l'erreur : de l'émetteur, du récepteur ou des deux ; -les reports consécutifs du cm sur la bande risquent d'engendrer des imprécisions dans les mesures, d'autant plus si les longueurs sont importantes (elles le sont effectivement de 17 cm et 21 cm). **Pour conclure,** la tâche permet bien de retravailler le report d'unité pour comprendre la mesure en cm avant d'introduire l'utilisation d'un instrument, mais invite à des points de vigilance lors de la mise en œuvre. Pour autant, la tâche ne permet pas de poursuivre l'objectif d'introduire la règle graduée. Ajoutons, **en comparaison avec Cap maths** dont le scénario de la séance est issu, deux grandes différences : **1/** La tâche elle-même : les élèves réalisent une même tâche à deux (*coopération au sein du binôme*) de mesure d'une bande reçue, puis de consignation sur une ½ feuille A4 de leur résultat, puis de découpage d'une (grande) bande de la longueur de celle mesurée, distribuée dans un dernier temps par le maitre. **2/** Les outils de mesure. Ils sont au nombre de deux, l'unité cm et une règle fabriquée. La règle graduée n'est pas interdite et la différence entre la règle fabriquée et la règle graduée est évoquée dans la mise en commun.

Point de vue des participants à partir des items de leurs productions de groupes

Les participants, lors de leurs productions écrites en sous-groupes (annexe B4) ont mobilisé leurs références, alors même, rappelons-le, que la consigne était très large –*« obstacles et leviers aux apprentissages des élèves du scénario réel de la séance »*- puisque nous n'avions pas introduit nos outils (figures 2 et 3). Pour cette étape de l'analyse :

- **Un seul groupe (G4) remet en question la pertinence de l'objectif de séance.**
- **Tous les groupes de l'atelier ont relevé le levier potentiel d'apprentissage de la 1re tâche** qui met les élèves devant un obstacle et fait ressortir la nécessité d'une unité plus petite que le mètre.
- **Quant à la 2ème tâche d'émission-réception**, en adéquation avec les enjeux de la séance selon un ancrage socioconstructiviste », deux types d'obstacles a priori ont été relevés **par 2 des 4 groupes** à propos de :
  - ° **la longueur des bandes** à prendre en compte, pour le report de l'unité puis pour la validation, en tant que variable didactique ;
  - ° **la « taille du carré de 1cm** qui le rend difficile à manipuler ».

Ajoutons qu'en formation (M2 de Meef1 classique mais aussi par validation des acquis ; animations de proximité envers des PE expérimentés**)**, les différents publics interrogent peu ce niveau et disposent d'un référentiel peu ancré dans la didactique de la discipline pour repérer les gestes épistémiques lors de la suite de l'analyse de ce qui s'est passé en classe.

2.2- Les apprentissages possibles des élèves : les gestes d'ajustements et les tâches réellement proposées aux élèves

Etude du scénario réel au grain de la séance : les rapports de durées des phases

L'extraction du synopsis, du nombre de phases, du titre (qui renseigne sur la fonction), de la durée, de la modalité de travail et des principaux contenus (figure 5, ci-dessous), invite au premier constat présenté après un synopsis simplifié.

Figure 5-Synopsis simplifié pour étudier le scénario au grain de la séance

1 00'-3'05'	**2** 3'05''-8'	**3** 8'-12'45''	**4** 12'45''-17'40''	**4suite** 17'40''-20'	**5** 20'-24'40''
3'05'' Début de séance *Oral collectif* **-Rappel** **-Mise en questionnement**	**4'55''** Lancement de l'activité principale *Oral collectif*	**4'45'' (coupes)** Activité principale des élèves **Activité individuelle de recherche d'émission/ réception**	**4'55 ''(coupes)** Préparation Mise en Commun **Affichage au tableau de leurs 4 bandes par chacun des 11 binômes**	**2'40''** Conduite Mise en Commun *Oral collectif* : **Questions/ Réponses à propos de la production des 11 binômes**	**4'40''** Bouclage de l'activité principale *Oral collectif* **Institutionna-lisation**

Nous retenons à ce niveau que **l'aspect canonique de la séance**[11] sert les apprentissages des élèves : l'activité principale de la séance (phase 2) est introduite par une phase de rappel et une mise en questionnement (phase 1). L'activité des élèves (phase 3) est suivie d'une mise en commun (phase 4suite), préparée matériellement en amont (phase 4), qui se conclut avec l'énoncé de savoirs (phase 5).

Néanmoins, la prise en compte des durées et des enjeux constatés des phases identifiées **conduit à formuler des limites possibles (qui vont être à investiguer) au scénario réel** :

-Les ***phases 1 et 4suite*** semblent courtes au regard des fonctions qu'elles ont dans le scénario.
-A contrario, ***la phase 4*** tient une place importante alors qu'elle n'a pas d'enjeu cognitif.
-Enfin, ***la phase 5,*** avec cinq temps « d'institutionnalisation » en 5', semble très ambitieuse.

Précisons que ce niveau d'analyse n'est quasiment jamais saisi par les formateurs du 1er degré (Conseillers Pédagogiques de Circonscription et Pemf) croisés depuis 20 ans dans notre département (93) de l'académie de Créteil, ni, nous le pensons, par nos collègues de l'Espe, en témoignent des

11 Pour davantage de précisions, cf dans les actes, la communication n°24, d'A.Blanchouin

échanges informels (confirmés par les arguments ne faisant pas appel à cet indicateur, développés entre nous lors de l'atelier).

Le scénario réel au grain de la phase : gestes d'ajustements du PE et tâches réellement proposées aux élèves

Les épisodes qui constituent le synopsis (voire la retranscription) sont mobilisés pour repérer, **phase par phase**, les actions et les cinq préoccupations situées du PE. Pour ce faire, nous effectuons un codage des informations prélevées de l'enregistrement vidéo (sous forme de synopsis et/ou de retranscription).
Pour illustrer cette étape, nous choisissons de livrer **l'analyse de la phase 2,** car lors de l'atelier c'est la seule, faute de temps, sur laquelle nous nous sommes arrêtés.
A partir de la retranscription (**annexe B2**), nous repérons les extraits qui concernent le savoir, ceux relatifs au tissage, au pilotage, à l'étayage et à l'atmosphère (**annexe B3).** L'interprétation d'un tel codage nous conduit de la sorte à caractériser la présence de chacune des 5 préoccupations lors de cette phase .
-Au niveau des objets de savoir : le concept travaillé est nommé (longueur). Il est associé une fois à la taille. Pour autant : le centimètre est à chaque fois qualifié de « *petit* » ; le terme d'origine ou même l'idée d'origine n'est pas présent ; il n'y a pas de rappel de la procédure de report vue la fois dernière.
-Au niveau du tissage. Le tissage interne est présent au début par l'annonce de l'enjeu (concours de précision), par l'usage du futur « voilà ce qui va se passer ; vous allez… » et ensuite par l'annonce de l'enjeu de sa prise de parole « je répète » (étayage ? maintien orientation ?).
-Au niveau de l'étayage : il est multiple et balaye les différentes fonctions de Bruner. L'énoncé même du but (« le concours »[12]) favorise l'enrôlement. S'il y a bien signalisation des caractéristiques du matériel, pour ce qui est du critère de réussite (« exactement de la même longueur »), cela apparaît moins probant, car arrivant au milieu de la consigne et de façon ponctuelle avec centration sur les actions de découpage. Enfin, par rapport à l'enchaînement des actions qui seront à réaliser, il existe une aide (réduction de liberté) par des marqueurs chronologiques (« au début » ; « quand tu vas être prêt ») mais aucune « monstration » (visualisation de cet enchaînement).
-Au niveau de l'atmosphère : elle serait à caractériser avec des indices plus fins que ceux relevés dans la retranscription (communication non verbale). Néanmoins, conformément à la phase, la préoccupation d'être écouté est visible dans un 1er temps (explication du travail). Le PE utilise des prénoms d'élèves pour « mettre fictivement en scène » et ponctue ses propos très souvent avec un « d'accord », qui, pour nous, témoignent d'une préoccupation d'être là pour ses élèves et de favoriser un climat serein, d'écoute. Pour autant, la place des élèves dans le partage de l'avancée du scénario semble limitée : il n'y a pas d'invitation orale explicite à poser des questions, ni à reformuler un point de la consigne. Même s'il est possible que la situation de tournage ait largement joué ici (« j'ai peur d'un accident » ; « on parle pas trop »…), les gestes de pilotage (tout au long de la séance et ci- après) laissent à penser un style d'enseignement assez contrôlant.
-Au niveau du pilotage matériel et humain : il est essentiellement présent en début (composition des groupes) et en fin (distribution du matériel), ce qui fluidifie le lancement. Le déplacement de deux élèves pour mimer la scène a minima était a priori un levier pour la compréhension du travail. De plus, tout est prêt (affiches groupes, bandes de démonstration..) et c'est coloré ; **le pilotage du temps** est serré (cf caractéristiques étayage et atmosphère).

Ce type d'analyse, réalisé pour chaque phase, permet d'émettre des hypothèses in fine, sur les leviers et obstacles pour les apprentissages des élèves des tâches effectivement proposées aux élèves (ici au nombre de deux) et de l'ensemble du scénario de la séance observée.

2.3- Conclusions à propos des obstacles et leviers

Conclusions à propos de la 1ère tâche proposée : mesurer un stylo avec la ficelle de 1m

L'analyse des productions écrites des participants (annexe B4) fait ressortir que le problème posé (*mesurer un stylo avec une ficelle de 1m*) est considéré comme un levier pour comprendre le besoin d'une

12 Le PE annonce « on va faire un concours de précision de mesure ».

unité plus petite, mais un groupe souligne que l'introduction de cette nouvelle unité, le cm, est faite trop rapidement.

Quant à nous, nous avons relevé, comme tous les groupes, **le levier** qu'est la mise en questionnement des élèves à partir du constat des limites de l'outil connu (la ficelle d'1m) pour mesurer un objet quotidien (le stylo).

Nous relevons **deux obstacles principaux** qui reprennent en le détaillant l'obstacle cité par un groupe : la présentation rapide du cm

-Non seulement il est présenté très rapidement, mais il est dénommé « petit centimètre ». Un grand centimètre existe-t-il ? (gestes épistémique et de pilotage temporel)

> « E : Romain, est-ce qu'on peut mesurer des objets plus petits que ça ?
> R : Oui.
> E : Alors, qu'est-ce qu'on va utiliser comme euh, qu'est-ce ?
> R : Un centimètre.
> E : Qu'est-ce que c'est un centimètre ?
> R : C'est plus petit.
> E : Plus petit comment ?
> R : Euh, comme ça.
> E : D'accord. Alors oui, effectivement, on va utiliser une autre unité de mesure plus petite pour mesurer tous les objets qui sont plus petits que ça. D'accord.
> Donc ce qu'on va faire aujourd'hui, je vais vous donner à chacun un petit centimètre, tu vas voir c'est plus petit que ça, et on va faire quelque chose avec ça, on va faire un concours de précision de mesure. »

-L'unité « cm » est matérialisée par un carré de 1cm de côté mais n'est pas présentée. Le fait que le cm soit la longueur d'un côté du carré n'est pas explicité (gestes d'étayage).

Conclusions à propos de la 2ème tâche proposée d'émission-réception (tâche principale)

L'analyse des productions écrites des participants (annexe B4) met en évidence un levier principal : l'organisation de la situation émission-réception mise en place par l'enseignant (binômes prévus, éloignés, communiquant avec l'ardoise). L'enjeu de la séance donné par l'enseignant, « faire un concours de précision » est considéré par un groupe comme motivant pour les élèves.

Tous les groupes soulignent que la validation réalisée par l'enseignant est un obstacle majeur dans la séance. Outre le fait que la validation choisie (afficher les quatre bandes de chaque binôme les uns à la suite des autres au tableau) soit matériellement compliquée, elle ne permet pas d'aboutir à la notion visée par l'objectif de la séance : la mesure d'une bande en cm en reportant une unité étalon d'un cm.

Un groupe précise que la mise en commun se centre sur les problèmes de précision et non de report. Deux groupes soulèvent l'obstacle dû à la longueur des bandes « qui implique des imprécisions de mesures ».

Comme tous les participants, nous relevons l'organisation mise en place par l'enseignant qui permet aux élèves d'effectuer une situation d'émission-réception. Ce type de situations est délicat à mettre en œuvre, les professeurs débutants éprouvent souvent beaucoup de difficultés dans leur mise en œuvre en classe.

Par contre, nous ne suivons pas complètement un des groupes sur l'aspect motivationnel du concours. Le fait de parler de « concours de précision », s'il apparait a priori motivant appelle deux remarques : certains élèves ont des difficultés à s'engager dans des activités à enjeu compétitif ; la qualification partielle du concours (de mesure et non de mesure de longueurs) ancre partiellement dans l'objet de l'apprendre du jour.

En revanche, nous suivons les participants pour les autres obstacles, en apportant les précisions suivantes :

-La possession « d'une seule unité –ici, le « cm »- nécessite l'utilisation réitérée de cette unité étalon lorsque l'objet de la mesure est plus grand. Le report « du cm » est bien requis (les bandes font plus d'1cm ») et nécessite donc de tracer avant chacun une marque sur la bande pour identifier la nouvelle origine (du report). Puisque l'enjeu de cette séance n'était pas de découvrir cette procédure, déjà découverte et utilisée avec le « m », il aurait été important de la rappeler soit lors de la consigne, soit en amont lors du rappel de la séance précédente.

-La tâche proposée aux élèves comporte en fait deux sous tâches successives qui consistent à mesurer une bande pour indiquer cette mesure à « son binôme » puis à construire une bande de la longueur indiquée par « son binôme ». Or, le contenu de la consigne ne fait pas apparaitre clairement les deux actions à réaliser (mesurer et construire), ni même « d'indiquer la longueur ». Ainsi, l'enjeu de la tâche communiqué aux élèves est « de faire un concours de précision », et le but des actions est « de faire deviner ». Ensuite (relativement aux opérations à réaliser), la seule action nommée est celle du découpage.

> « On va faire **un concours de précision de mesure**. […] Vous allez devoir faire deviner. Donc, Johanne va devoir faire découper à Julia une bande de papier vert de la même longueur que la sienne. D'accord. Précisément, exactement la même longueur. Et Julia de son côté devra faire découper à Johanne une bande de papier marron de la même longueur qu'elle a. Exactement la même longueur. D'accord. Sauf qu'on n'a pas le droit de parler. Vous allez vous débrouiller. »

-La validation[13] de la tâche d'émission-réception aurait pu s'effectuer en comparant la bande initiale et la bande découpée. Celle mise en œuvre par le PE ne permet pas aux élèves de savoir s'ils ont réussi ou non et pourquoi. D'ailleurs, les longueurs ne seront indiquées qu'à la fin de la séance sans y accorder beaucoup d'importance.

> « Alors quand même, pour vous dire, la bande verte elle faisait 17 cm. Qui avait trouvé 17 ? Et la bande marron elle faisait 21 cm. […] Qui avait trouvé 21 ? Hum, il y en a pas beaucoup. C'est à se demander euh. D'accord. »

-La mise en commun aboutit à la présentation de la règle graduée alors que la mesure avec cet instrument n'est pas une des procédures possibles pour la tâche proposée. Dès lors, sa présentation n'est pas une réponse à la résolution de la tâche. De plus, elle ne permet pas d'aborder les difficultés inhérentes à la règle graduée (le placement du zéro et les nombres placés sous des traits).

Conclusions à propos du déroulé réel et des gestes d'ajustements

Pour commencer à propos de l'ensemble du scénario, **la succession des cinq phases est favorable aux apprentissages, même si** :

-La phase de rappel nous paraît trop rapide, sollicitant l'activité cognitive des élèves sans support visuel de remémoration des actions réalisées avec la ficelle (les notions de report et d'origine auraient pu alors être rappelées).

-La phase de lancement de la tâche principale (d'émission-réception) parfaitement pilotée des points de vue matériel et de l'organisation humaine, nous paraît malgré tout l'objet d'un étayage peu favorable à certains élèves, alors que les habitudes de travail et le niveau scolaire général ne l'interdisent pas a priori (l'enregistrement n'est pas strictement en continu lors de la phase suivante d'activité des élèves). En effet : l'organisation même de la consigne ne favorise pas le repérage des informations spécifiques relatives au but et aux critères de réussite (réduction du degré de liberté et signalisation des caractéristiques déterminantes) ; les informations les plus répétées sont relatives au découpage et au changement de rôle (signalisation des caractéristiques déterminantes) ; et enfin , la mobilisation des 2 élèves devant le reste du groupe ne conduit pas à une monstration explicite de l'enchaînement des sous-tâches (support visuel partiellement mobilisé).

-La dernière phase de synthèse est l'occasion d'institutionnalisations diverses, et plus particulièrement de la règle graduée, alors qu'elle n'a pas fait l'objet de description (et encore moins de construction pour aborder la signification des graduations et du zéro).

En fait, il nous semble que **cette structure de séance en cinq phases est repérable par les élèves** (geste de tissage interne) : le passage de l'une à l'autre est assuré par des gestes professionnels de pilotage adaptés et élaborés. En effet, *la gestion du matériel* (présence de matériel pour expliquer les tâches en oral collectif ; distribution du matériel pour la tâche 2 ; nature du matériel ; collecte des productions sous la

[13] Précisons d'ailleurs que le déroulé réel de cette phase n'en fait pas un moment de validation au sens de Brousseau ou Margolinas.

forme d'affichage des 4 bandes au tableau ; évolution de l'affichage de départ à la fin de la séance) *et humaine* (composition anticipée des binômes en prenant en compte les positions des élèves dans la classe ; regroupement face au tableau lors de la mise en commun) rend fluide l'avancée du scénario tout au long de la séance, sauf **lors de la phase de mise en commun**.

Effectivement pour la mise en commun (phase 4), le choix de l'alignement des 4 bandes de chacun des 11 binômes et non de la superposition conduit à l'existence d'une phase de préparation du tableau qui s'étire (phase 4, épisode 5 de 5'), alors même qu'elle fait l'objet de coupes lors de l'enregistrement. Or,

Du côté des élèves.

> Le contexte « de report », d'une part, rend délicate l'habileté oculomotrice à l'effectuer (plan vertical, hauteur plus ou moins adaptée pour manipuler des bandes relativement longues) et, d'autre part, limite le réinvestissement de la notion d'origine (poser les bandes comme celles du dessus et moins en les faisant se succéder sans espace entre elles).

Du côté du PE

> L'étayage qu'il doit faire, *premièrement* ne peut plus s'effectuer auprès de ceux qui terminent leur travail (tâche d'émission-réception), puis *deuxièmement* s'avère très guidant (sur-étayage) et effectué sous la pression du nombre de binômes venant au tableau pour disposer leurs bandes (ce qui crée un « embouteillage »).

C'est ainsi que, pour la mise en commun, le choix de mobiliser **la procédure validante de la superposition des bandes** favoriserait davantage les apprentissages de tous les élèves de la classe. Pour autant, le pilotage (matériel, humain) et le tissage avec les phases précédente et suivante se seraient avérés exigeants pour servir le scénario didactique de toute la séance.

Il est d'ailleurs possible que l'enseignant ait identifié les conséquences d'une telle option pour la conduite de la classe in situ (contexte de superposition de 2 jeux de bandes par binôme ; consignation des résultats ; repérage en cas de non superposition de la source de l'erreur –l'émetteur ou le destinataire-), et que cela ait pesé dans le choix réalisé.

Hypothèse qui peut rentrer en écho **avec la gestion des échanges** (gestes d'étayage et d'atmosphère), **lors de la mise en commun elle-même, puis ensuite des diverses institutionnalisations** (phase 5). Même si nous pensons que l'enseignant dans ce dernier tiers de séance[14] est préoccupé par le temps qui passe (pilotage temporel), nous inférons de sa façon de donner la parole aux élèves (durée, moment, objet) et de s'appuyer sur ce qui est dit, en ne retenant le plus souvent que ce qui sert l'avancée de son projet, une propension à une posture de contrôle (la qualité de l'anticipation matérielle en est aussi pour nous une manifestation).

III - CONCLUSION

Lors de l'atelier, comme dans cette contribution, nous avons cherché à expliciter une méthode d'analyse de séances de classe croisant didactique des mathématiques et didactique professionnelle.

L'ultime étape de l'analyse est de caractériser l'activité enseignante en termes de **compromis entre préoccupations épistémiques, pragmatiques et intersubjectives.** Les principaux choix identifiés sont mis en tension et formulés sous forme dilemmatique. A ce stade, un entretien post séance (devant ou non l'enregistrement vidéo de la séance) garantit un accès a minima, du point de vue du professionnel, ce que nous ne possédions pas.

En l'état, nous pouvons relever les dilemmes qui convoquent un « arbitrage » entre des préoccupations différentes (par exemple pragmatique et épistémique : le pilotage du temps versus l'étayage lors d'une mise en commun pour favoriser les interactions entre élèves), ou non (par exemple épistémique : tissage externe versus sur-étayage lors d'un début de séance).

[14] Nous pensons que nous ne sommes pas à la moitié de la séance comme le laisse supposer le synopsis (figure 4, p8-9 : 12'45 début de la phase 4) / 35' de séance) mais bien à 1/3 de la séance, au regard des coupes effectuées et indiquées dans le synopsis.

Nous avons aussi, mais ici informellement, **développé lors de la conduite de cet atelier deux convictions fortes sur les enjeux d'une telle méthode d'analyse** ; enjeux, d'ailleurs, qui étaient au cœur de cette proposition d'intervention à la Copirelem. Ainsi, nous pensons qu'elle permet :

***1*-d'appréhender complémentairement les deux grands registres de compétences** de tout professeur décrits dans le référentiel de 2013 que sont celles du « professionnel porteurs de savoirs et d'une culture commune (P1-P2) » et du « praticien expert des apprentissages (P3-P4-P5) ». Elle œuvre pour que soit appréhendée l'entièreté du travail, posant que l'ensemble des savoirs professionnels est à construire de façon spiralaire, invitant à rompre définitivement avec des stratégies de formation qui font se succéder et non dialoguer apports de connaissances académiques, de connaissances sur la transposition didactique et identification de répertoire de gestes professionnels.

2-d'inviter le PE à comprendre ses partis pris pour enseigner (connaissances-croyances forgées dans son expérience d'enseignant et d'élève, et de vie au sens large ; sa fréquentation de ressources institutionnelles, professionnelles, scientifiques…) en :

-repérant les couplages [actions-préoccupations et situations d'enseignement/apprentissage] qui favorisent ou au contraire desservent les apprentissages de ses /des élèves.

-fréquentant et croisant des sources diversifiées pour concevoir son travail de conception (prescriptions ; ouvrages didactiques ; manuels ; connaissances des pairs).

Enfin, terminons par les deux questions vives que nous avons actuellement en mobilisant la méthode exposée. N'ayant pas eu le temps de les aborder lors de l'atelier, nous les posons telles que nous nous les formulons dans notre quotidien d'intervention.

A propos des usages de la vidéo.

Nous sommes amenées à effectuer des choix quant :

- au réel enregistré : le PE (ancienneté, expertise dans un registre d'intervention) ; la place de la séance dans la séquence ; le choix du public élève ; la durée de la séance ; des extraits de l'amont et/ou de l'aval de la séance (ce que nous nommons les situations proto didactiques (Blanchouin 2015) ;
- à la communication ou non d'un matériau secondaire du réel : tableau synoptique ; retranscription ;
- à la communication ou non des outils de formalisation (fiche de préparation, fiche de séquence, support utilisé) ;
- aux modalités de visionnage : en continu / avec arrêts ; totalité de la séance / un extrait.

Nous les arbitrons actuellement en connaissance de l'effet miroir que peut jouer la proximité du contexte entre les acteurs de la séance filmée et les formés, et en fonction des enjeux priorisés de formation (règles du métier relatives à la conception ou davantage à l'interaction ; enjeux de consolidation de connaissances académiques ou d'acculturation à un parti pris de transposition didactique).

A propos de l'introduction des références (théoriques, institutionnelles, professionnelles)

Les questions qui se posent sont liées :

-à notre ancrage « didactique disciplinaire » : comment favoriser l'articulation « Programme officiel-parti pris de transposition didactique » ?

-à notre ancrage « didactique professionnelle » : quand, comment introduire le modèle de Bucheton ?

-à ce double ancrage : quels sont les leviers pour acculturer aux exigences d'une analyse a priori (telle que la définit le formateur de mathématiques) en partant d'une visée praxéologique pour l'enseignant polyvalent ? (qui réalise l'analyse a priori ? comment ? à quel moment par rapport au visionnage ? avec quels documents-ressources ?)

IV - BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T., MERCIER A., SENSEVY G. (2007) L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques* **Vol.27**, n°1 p222-252. La Pensée Sauvage

BALL D.L., THAMES M.H., PHELPS G. (2008) Content Knowledge for Teaching : What Makes It Special?. *Journal of Teacher Education* **2008 59: 389** http://jte.sagepub.com/content/59/5/389

BLANCHOUIN A. (2015) La journée de classe de l'enseignant polyvalent du primaire : étude sur une année scolaire du cours d'action quotidien en Cours Préparatoire. *Thèse*. Université Paris 13 -Sorbonne Paris Cité

BROUSSEAU G. (1998) Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf

BUCHETON D. (Dir.) (2009) *L'agir enseignant : une question d'ajustement*. Paris, Octares.

FALARDEAU E., SIMARD D. (2011, 96-121) L'étude du rapport à la culture dans les pratiques enseignantes : le synopsis comme outil de réduction et d'organisation des données, *Recherches qualitatives* **Vol. 30(2),** pp. 96-121.

FENICHEL M., PFAFF N. (2006) *Donner du sens aux mathématiques.* Tome 2. Bordas

MERCIER A., SCHBAUER-LEONI, SENSEVY G. (2002) Vers une didactique comparée, *Revue Française de Pédagogie,* **n°141**, 5-16

PASTRE P. (2011) *La didactique professionnelle*. Puf

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche », *Canadian Journal of Science, Mathematics and technology Education (La revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies),* **2 (4),** p. 505-528.

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherche en didactiques de mathématiques* **Vol.10 n°2-3** p133-170. La Pensée Sauvage

VINATIER I. (2013) *Le travail de l'enseignant. Une approche par la didactique professionnelle*. Bruxelles, De Boeck

V - ANNEXES

ANNEXE A : déroulé réel de l'atelier
ANNEXE B1 : champ conceptuel de la longueur
ANNEXE B2 : retranscription de la phase 2 (lancement de l'activité principale)
ANNEXE B3 : codage de la retranscription de la phase 2 (lancement de l'activité principale)
ANNEXE B4 : productions des groupes à propos des obstacles et leviers aux apprentissages des élèves

ANNEXE A : Déroulé réel de l'atelier

INTRODUCTION (*15' environ*)

- **Enjeux et choix d'animation**

Double enjeu

1-Partager un parti pris croisant deux cadres –didactique (Brousseau et co) et professionnel (multi-agenda de Bucheton 2009)- pour « outiller les PE » à l'analyse de séances de maths.

2-En questionner les conséquences en terme d'ingénierie de formation (usage de la vidéo, introduction de référentiels théoriques) pour une meilleure appropriation des PE du MEEF 1er degré par validation des acquis et penser une transposition pour les étudiants fonctionnaires stagiaires.

Choix d'ingénierie de Formation : plus ostensive que nous l'aurions désirée à cause de la durée de l'atelier. Pour autant, solliciter au maximum vos connaissances- croyances-représentations- outils à partir des phases de travail de réflexion en petits groupes et des mises en commun en grand groupe.

- **Contractualisation pour réaliser le compte-rendu des actes colloque »**

Pendant l'atelier : demande d'autorisations aux participants POUR

- que leurs notes « du visionnage » soient photographiées : non réalisé
-récupérer productions de groupes « obstacles et leviers » **: traces récupérées**
-enregistrer de façon audio « oral collectif de la 2ème partie : non réalisé

- **Déroulé annoncé**

1er moment (1h45) : Partager le croisement que nous faisons entre cadre didactique (math) et cadre relevant de la didactique professionnelle (au sens large) en formation

Il s'agit dans un premier temps de prendre des notes lors d'un visionnage d'une séance de math [PEMF, CE1, Longueur], puis par groupe d'en effectuer l'analyse avant que nous exposions nos partis pris (outils-méthode)

2ème moment (50' à 1h) : discuter, en termes d'ingénierie de formation, des conséquences des outils et de la méthode d'analyse que nous (animatrices de l'atelier mais certainement également les participants) mobilisons.

Il s'agit d'exposer rapidement notre expérience auprès des MEEF1 VA. Puis, dans la visée de parfaire notre intervention ET de la transposer aux M1-M2, d'avoir des échanges (controverse professionnelle de formateurs) autour de l'usage de la vidéo et de l'introduction de cadres théoriques.

Conclusion (15') :

1/ Bilan de l'atelier (visée d'évaluation pour notre intervention et de possible enrichissement pour les actes) : *écrit individuel de 5'* à partir de trois inducteurs

-3 à 5 remarques positives sur « l'atelier » ;
-3 à 5 regrets-limites sur « l'atelier » ;
-1 à 5 points qui ont questionné votre activité de formateur

2/ Expression orale libre des participants et des animateurs à partir de la réflexion écrite

SEANCE de travail (partie 1 du plan annoncé *2h45*)

Partager nos façons de faire et outils de travail pour analyser une séance de math menée par un enseignant polyvalent

1-Présentation de la progression du PE (document projeté)

2- Visionnage de la vidéo à partir de la consigne suivante 25'

« Prendre des notes pour partager la mémoire commune de ce visionnage afin d'analyser la séance en sous-groupes, à partir de la question suivante : obstacles et leviers à l'apprendre de tous les élèves »

3- Travail à partir de 4 sous- groupes (de 3 ou 4 participants) 2h environ

1er temps Travail de groupe (1)

Au lancement de ce moment, une demande a été faite aux participants d'échanger sur leurs notes : mises en forme et indicateurs. Il s'agissait de repérer les points communs et singularités des façons de « garder la mémoire de ce que l'on a observé » et des partis pris de décrire une séance de classe.

2ème temps Mise en Commun-Discussion

Consigne pour les participants	Ce e que nous avons fait ressortir
-Formes de prises de notes →	Chronologie, découpages en unités de sens Enseignant-Elèves-Savoir
-Informations recueillies (indicateurs / observations) →	Les composantes du triangle pédagogique d'Houssaye d'une classe au quotidien, dans un contexte scolaire (territoire, groupe scolaire)

3ème temps Apports à propos de cette « 1ère étape d'analyse »

Pour nous, elle consiste à passer d'une observation à une mise en intrigue de la co-activité Enseignant-Elèves pour enseigner/ apprendre « gagnant-gagnant »

1/ Définitions : tableau synoptique ; mise en intrigue (document papier transmis)

2/ Notre tableau synoptique (document papier transmis)

4ème temps Travail de groupe (2)

Les participants à l'aide de leurs notes et de notre synopsis ont été invités à formuler « les obstacles et leviers pour les apprentissages des élèves » en les justifiant. Une production collective a été demandée afin de servir de support pour le compte rendu de l'atelier

5ème temps Mise en commun-Discussion

- *Expression des participants*

Chacun des sous-groupes s'est exprimé oralement à propos des obstacles et leviers identifiés.

Les remarques ont porté, pour justifier les différences de points de vue, sur le constat de filtres issus de nos trajectoires professionnelles, universitaires-scolaires et biographiques.

- *Intervention des deux animatrices*

N.Pfaff (P-Espe de Math) a évoqué les « obstacles -leviers » *du côté des contenus* depuis la transposition didactique réalisée autour des apprentissages liés au concept de longueur, en se référant à la théorie des champs conceptuels de Vergnaud.

A.Blanchouin (P-Espe d'EPS) a souligné qu'il y avait des propositions qui relevaient davantage de la justesse des *gestes d'ajustements* afin d'introduire le dernier moment.

6ème temps Apports à propos de la « 2ème étape d'analyse »

Il s'agit d'interroger les observations recueillies (tableau synoptique, voire extraits retranscrits) pour poser un constat sur les obstacles et leviers et aux apprentissages des élèves **en faisant dialoguer** 2 questionnements complémentaires **:**

1/ Pertinence des caractéristiques des tâches prévues (inférées de la fiche de préparation ou seulement repérées à partir du réalisé**)** ***(référentiel savoir)***

2/ Pertinence de l'ajustement des gestes et des tâches réellement proposée ***(référentiels de l'agir enseignant de Bucheton intégrant le référentiel et le savoir)***

Explicitation des outils nous permettant d'arriver aux conclusions avancées précédemment

- Explication de la formalisation du croisement et de la méthode (document transmis)
- Parti pris didactique : Relecture à partir de Vergnaud pour la longueur (document projeté)
- Les préoccupations du modèle de l'agir
- Illustration du croisement : phase de lancement de l'activité principale : retranscription-codage-schématisation (document transmis)

ANNEXE B1- Analyse du champ conceptuel de la longueur (Fénichel et Pfaff 2006)

Classes de problème	Procédures
Comparer des longueurs	- Perceptivement - Par superposition - Par mise à la même origine - Avec un objet intermédiaire - En mesurant avec une unité étalon (plusieurs unités étalons identiques sont fournies) - En mesurant avec une unité étalon en la reportant (une seule unité étalon est disponible) - En mesurant avec une « règle » fabriquée avec des unités étalons identiques - En mesurant avec une unité usuelle (l'unité usuelle est fournie sous forme d'unité étalon) - En mesurant avec un objet gradué avec une unité usuelle (l'origine de la graduation correspond à l'origine de l'objet ; exemple : mètre ruban pour mesurer en cm) - En mesurant avec un objet gradué avec une unité usuelle (l'origine de la graduation ne correspond pas à l'origine de l'objet ; exemple : règle graduée pour mesurer en cm)
Ranger des longueurs	Idem à celles pour comparer
Reconnaître un objet de longueur identique à une longueur d'un objet donné	Idem à celles pour comparer sauf la perception visuelle
Construire un segment de longueur identique à une longueur d'un objet donné	Idem à celles pour comparer sauf la perception visuelle
Reconnaître un objet dont la mesure de longueur est donnée	- En mesurant avec l'unité donnée (plusieurs unités étalons identiques sont fournies) - En mesurant avec l'unité donnée en la reportant (une seule unité étalon est disponible) - En mesurant avec une « règle » fabriquée avec les unités étalons identiques - En mesurant avec l'unité usuelle (l'unité usuelle est fournie sous forme d'unité étalon) - En mesurant avec un objet gradué avec l'unité usuelle (l'origine de la graduation correspond à l'origine de l'objet ; exemple : mètre ruban pour mesurer en cm) - En mesurant avec un objet gradué avec l'unité usuelle (l'origine de la graduation ne correspond pas à l'origine de l'objet ; exemple : règle graduée pour mesurer en cm)
Mesurer une longueur	Idem à celles pour reconnaître un objet de mesure donnée
Construire un segment dont la mesure de longueur est donnée	Idem à celles pour reconnaître un objet de mesure donnée avec le problème du tracé
Estimer une mesure en choisissant l'unité convenable	- Avoir une image mentale des unités de référence
Convertir une mesure donnée dans une unité dans une autre unité	- Avec les équivalences

ANNEXE B2 : retranscription de la phase 2 (lancement de l'activité principale)

3'12'' PE : Donc ce qu'on va faire aujourd'hui, je vais vous donner à chacun un petit centimètre, tu vas voir c'est plus petit que ça, et on va faire quelque chose avec ça, on va faire un concours de précision de mesure. Vous allez travailler… Baisse ta main, écoute bien. Mehdi, tu peux aller à ta place. Vous allez être par groupes de deux (énonce les groupes). Vous allez pas être avec votre voisin (continue d'énoncer). Voilà ce qui va se passer. Vous allez avoir. Tiens, on va prendre. Julia tu viens là et Johanne. Ecoutez bien parce que ça va pas être très facile. Ilian tu n'es pas en train de m'écouter là. Il y en a un des deux qui va avoir une bande de papier vert d'une certaine longueur et l'autre qui va avoir une bande de papier marron d'une certaine longueur. C'est pas la même, hein, d'accord. Vous allez devoir faire deviner. Donc, Johanne va devoir faire découper à Julia une bande de papier vert de la même longueur que la sienne. D'accord. Précisément, exactement la même longueur. Et Julia de son côté devra faire découper à Johanne une bande de papier marron de la même longueur qu'elle a. exactement la même longueur. D'accord. Sauf qu'on n'a pas le droit de parler. Vous allez vous débrouiller. Vous avez le droit de communiquer qu'avec ça (montre une ardoise d'un élève). D'accord. Je répète. Donc ça c'est la bande du début. Bien sûr, Johanne, elle aura aussi une grande bande marron pour faire son découpage et Julia aura une grande bande verte. D'accord donc je répète. Johanne. Ça c'est pour découper (montre la grande bande). Johanne va essayer de faire découper à Julia une bande verte de cette longueur là, donc, elle va mesurer avec son petit centimètre, hein, d'accord et Julia, elle va se débrouiller pour que Johanne découpe une bande de papier, couic, de la bonne taille, de la bonne longueur. D'accord. Interdiction de parler, c'est trop facile sinon. On a juste l'ardoise, on montre, on écrit, on se débrouille, comme on veut, OK ?
Elève : On travaille d'ici ?
PE : Oui, on travaille à sa place. Est-ce qu'il y a une question ? Romain.
Romain : En fait, euh, quand on n'a pas de ciseaux, on fait quoi ?
PE : Pour l'instant, vous ne coupez rien. Vous écrirez avec votre crayon. Personne ne coupe. D'accord. J'ai peur des accidents. Ilian.
Ilian : Mais on doit changer de place
PE : Non ben non, l'ardoise, tu la montres. Toi, tu es avec qui, toi ?
Ilian : Alexandre
PE : Ben, Alexandre il surveille. Quand tu es prêt, quand tu penses qu'il va pouvoir couper sa bande de papier de la même longueur, tu lui montres ton ardoise. Sur l'ardoise, il va falloir écrire, y a pas de mystères. Allez hop. On parle pas trop. Je vous distribue ce qu'il faut. La grande bande de couleur, elle sert à couper une petite bande, la bande du voisin.
[coupe, le centimètre est distribué]
6'48'' (distribution des bandes de couleur)
[coupe]
Distribution et des élèves ont déjà commencé. Un élève mesure avec son crayon, 2 crayons et dit 2 m. Une élève utilise le centimètre et fait des traits.

ANNEXE B3 : codage de la phase 2 (lancement de l'activité principale) 3'12-6'48 (soient 3'30)

Légende : *Savoir*, **étayage**, `Tissage`, *Atmosphère*, Pilotage.

E : Donc ce `qu'on va faire aujourd'hui`, je vais vous donner à chacun *un petit centimètre*, tu vas voir c'est plus petit que ça, et `on va faire quelque chose avec ça, on va faire un concours de précision de mesure`. Vous `allez travailler`… *Baisse ta main, écoute bien. Mehdi, tu peux aller à ta place*. Vous allez `être par groupes de deux` (énonce les groupes). Vous allez pas être

avec votre voisin (continue d'énoncer). Voilà ce qui va se passer. *Vous allez avoir*. Tiens, on va prendre. Julia tu viens là et Johanne. *Ecoutez bien parce que ça va pas être très facile. Ilian tu n'es pas en train de m'écouter là*. **Il y en a un des deux qui va avoir une bande de papier vert** *d'une certaine longueur* **et l'autre qui va avoir une bande de papier marron** *d'une certaine longueur*. **C'est pas la même, hein, d'accord. Vous allez devoir faire deviner. Donc, Johanne va devoir faire découper à Julia une bande de papier vert de la même longueur que la sienne.** *D'accord.* **Précisément, exactement** *la même longueur*. **Et Julia de son côté devra faire découper à Johanne une bande de papier marron de la même longueur qu'elle a. Exactement** *la même longueur*. *D'accord.* **Sauf qu'on n'a pas le droit de parler. Vous allez vous débrouiller. Vous avez le droit de communiquer qu'avec ça (montre une ardoise d'un élève).** *D'accord.* Je répète. **Donc ça c'est la bande du début. Bien sûr, Johanne, elle aura aussi une grande bande marron pour faire son découpage et Julia aura une grande bande verte.** *D'accord* donc je répète. **Johanne. Ça c'est pour découper (montre la grande bande). Johanne va essayer de faire découper à Julia une bande verte de cette** *longueur là*, **donc, elle va mesurer avec** *son petit centimètre*, *hein, d'accord* **et Julia, elle va se débrouiller pour que Johanne découpe une bande de papier, couic, de la** *bonne taille, de la bonne longueur*. *D'accord.* **Interdiction de parler, c'est trop facile sinon. On a juste l'ardoise, on montre, on écrit, on se débrouille, comme on veut,** *OK* ?

Elève : On travaille d'ici ?

E : Oui, on travaille à sa place. Est-ce qu'il y a une question ? Romain.

R : En fait, euh, quand on n'a pas de ciseaux, on fait quoi ?

E : Pour l'instant, vous ne coupez rien. Vous écrirez avec votre crayon. Personne ne coupe. *D'accord. J'ai peur des accidents.* **Ilian.**

I : Mais on doit changer de place

E : Non ben non, l'ardoise, tu la montres. Toi, tu es avec qui, toi ?

I : Alexandre

E : Ben, Alexandre il surveille. Quand tu es prêt, quand tu penses qu'il va pouvoir couper sa bande de papier de la *même longueur*, **tu lui montres ton ardoise. Sur l'ardoise, il va falloir écrire,** ***y a pas de mystères.*** Allez hop. *On parle pas trop*. Je vous distribue ce qu'il faut. La grande bande de couleur, elle sert à couper une petite bande, la bande du voisin.

[coupe, le centimètre est distribué]

6'48'' (distribution des bandes de couleur)

ANNEXE B4 : Les réflexions de chacun des 4 groupes à propos des obstacles et leviers aux apprentissages des élèves

❖ **Les productions**

NB : la rédaction originale des groupes est un peu modifiée afin de mieux faire apparaître les épisodes et phases auxquelles les remarques se réfèrent.

	Obstacles	**Leviers**
G1	- Le cm est introduit très vite et de façon isolée (tâche 1) - La taille du carré (1cm) difficile à manipuler (tâche 2) - La longueur des bandes (tâche 2) - Le procédé de validation (tâche 2) - Le formatage de la réponse demandée : guidage fort « alignement horizontal des 4 bandes » (tâche 2) - La difficulté à placer les bandes au tableau : « bien au bord, bout à bout, horizontalement » (tâche 2)	- La mise en défaut de la mesure avec la ficelle *(limites de la ficelle pour mesurer le stylo)* -Le fait de motiver la mesure avec un objet du quotidien (*le stylo*) -La compréhension de la consigne : implicites levés grâce au contrat didactique de la classe (tâche 2) -Les outils à disposition (tâche 2) - Aides individuelles du PE lors de l'affichage des bandes (tâche 2)
	Remarques : La production du groupe comporte une 3ème colonne de questionnements à propos de la tâche 2 relativement à l'activité des élèves, au choix de la validation (pourquoi pas superposer) et au fait *d'annoncer tardivement les mesures de longueur des bandes.*	
G2	-Le choix de la validation : comparaison directe possible non exploitée (tâche 2) *-Validation qui met l'importance sur la précision et non le report* -La longueur des bandes qui implique des imprécisions de report et rend difficile la validation (tâche 2) -L'explication uniquement à l'oral de l'utilisation de la règle (tâche 2) -Peu de retour sur les erreurs (tâche 2)	-La question de départ (*mesurer le stylo*) - L'organisation en binômes éloignés qui nécessite une communication écrite (tâche 2) -La règle comme outil social (tâche 2) -Connaissances et maîtrise du PE autour de grandeurs et mesures
G3	-Le fil de 1m sur l'affiche n'est pas rectiligne (tâche 1) -Toutes les bandes d'une même couleur de même longueur (tâche 2) - La validation ne porte pas sur le but de la tâche (tâche 2) -Prise en charge de la présentation de la règle par le PE (tâche 2) -Rôle du zéro de la règle non expliqué (tâche 2) -Passage du nombre de segments à la graduation non explicité (tâche 2)	- Le rappel des séances précédentes -Le fait de provoquer le besoin d'une nouvelle unité *(limites de la ficelle pour mesurer le stylo* (séance, tâche 1*)* -Enjeu motivationnel du « concours de précision » (séance) - L'organisation en binômes éloignés qui nécessite une communication écrite (tâche 2) -Utilisation de l'ardoise pour éviter les déplacements (tâche 2)
G4	-Écart entre les objectifs et ce qui est proposé (séance) -Il existe un manque de relation entre le fil unité m et le carreau unité cm (séance) -Formulation du problème maladroite (tâche 1) -La règle graduée non construite et non étudiée (tâche 2) -Non explicitation de 100 carreaux dans 1m (tâche 2) -Absence de validation du travail des élèves (tâche 2) car le matériel n'est pas bien exploité pour aboutir à l'outil institutionnel (règle)	-Le fait de poser un problème en début de séance (*mesurer le stylo*) -Le choix d'une situation de communication à l'écrit alors que les élèves sont distants l'un de l'autre (tâche 2) -Présence du matériel (séance) -Présence d'une phase de validation (tâche 2)
	Remarque : après coup, nous ne pouvons interpréter ce que le groupe voulait dire lorsqu'il note en obstacles « des choses connues, « mal connues » = pas structurées. Est-ce du point de vue des apprentissages réels des élèves ou des connaissances du PE et des choix de transposition didactique…	

❖ **Extraction des principaux items intéressant les tâches proposées**

A propos de la tâche l : mesure du stylo

Leviers	Obstacles
- Le rappel des séances précédentes -Le fait de poser un problème en début de séance (*mesurer le stylo*) -La question de départ (*mesurer le stylo*) -Le fait de motiver la mesure avec un objet du quotidien (*le stylo*) -Le fait de provoquer le besoin d'une nouvelle unité *(limites de la ficelle pour mesurer le stylo)* - La mise en défaut de la mesure avec la ficelle *(limites de la ficelle pour mesurer le stylo)*	-Il existe un manque de relation entre le fil unité m et le carreau unité cm -Le fil de 1m sur l'affiche n'est pas rectiligne - Le cm est introduit très vite

A propos de la tâche 2 : émission-réception

Leviers	Obstacles
-Situation de communication -Matériel -Phase de validation même si elle est maladroite -Enjeu motivationnel (concours de précision) -Éloignement des binômes -Utilisation de l'ardoise pour éviter les déplacements -Les outils à disposition -Les aides de l'enseignant pour afficher les bandes -L'organisation en binôme	-Formulation du problème maladroite -Choses mal structurées -Toutes les bandes d'une même couleur de même longueur -La taille du carré 1cm difficile à manipuler -La longueur des bandes -La validation -La difficulté à placer les bandes au tableau -Peu de retour sur les erreurs

SIMULATION DU MATÉRIEL DE NUMÉRATION « BÛCHETTES »

Nathalie Brasset
Doctorante, UGA
LIG
Nathalie.brasset@imag.fr

Résumé
Dans cet article nous présentons un travail avec une simulation du matériel de numération « bûchettes ». Nous commençons par rappeler l'importance de donner du sens au nombre en travaillant le principe de position et le principe décimal ainsi que le rôle de la manipulation dans le développement de l'abstraction.
Nous interrogeons ensuite la manipulation d'objets virtuels et la situons par rapport à la manipulation d'objets tangibles. Nous envisageons alors l'utilisation d'une simulation du matériel de numération « bûchettes » en complément du matériel tangible « bûchettes » et proposons des exemples d'utilisation d'une telle simulation basés sur des observations dans une classe de CE1. Enfin, nous présentons en détail 11 exercices (issus de deux types de tâches) permettant de travailler, à partir de la simulation, les aspects positionnel et décimal du nombre de façon plus ou moins indépendante ou à un niveau de difficulté plus ou moins élevé.

Dans le cadre d'un travail de thèse sur les décisions didactiques de l'enseignant dans un EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain) nous avons conçu une simulation du matériel de numération « bûchettes ». Un travail préliminaire avec des enseignants de CP et CE1, utilisant le matériel de numération « bûchettes », a permis de définir, en 2014, un cahier des charges pour cette simulation. Une première version de la simulation[1] a vu le jour en 2015 : il est possible de créer des exercices dans cette simulation correspondant aux exercices utilisant le matériel de numération « bûchettes » que ces enseignants proposent à leurs élèves. Cette simulation a été utilisée dans une classe de CE1 au cours de l'année scolaire 2015-2016.

Cette simulation, que nous avons utilisée pendant l'atelier, est un outil de recherche. Ainsi, certaines fonctionnalités pertinentes d'un point de vue didactique n'ont pas été développées à l'heure actuelle (ces fonctions ne sont pas apparues dans les utilisations du matériel de numération des enseignants impliqués dans le projet et/ou demandaient trop de temps de développement). Il est néanmoins possible de concevoir des exercices sur cette simulation permettant de travailler les deux principes de base de la numération décimale écrite chiffrée (Tempier, 2010) : le principe de position et le principe décimal.

L'objectif de l'atelier a été de :

- situer le travail avec une simulation[2] par rapport au matériel tangible. (partie II - LA MANIPULATION D'OBJETS TANGIBLES ET LA MANIPULATION D'OBJETS VIRTUELS)
- présenter les choix didactiques qui ont été faits dans la conception de cette simulation[3] et discuter ses limites. (partie III - LA SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « BÛCHETTES »)
- présenter deux types de tâches permettant de travailler les aspects positionnel et décimal du nombre de façon plus ou moins indépendante ou à un niveau de difficulté plus ou moins élevé.

[1] Développée dans le cadre d'un stage de Master 1 d'Informatique.

[2] Dans la partie II nous parlons d'une simulation du matériel de numération « bûchettes » indépendamment de la forme qu'une telle simulation peut prendre.

[3] A partir de la partir III il s'agit du prototype que nous avons utilisé en classe et pour l'atelier.

(partie IV - DES TYPES DE TÂCHES FAISANT INTERVENIR LE PRINCIPE DE POSITION ET LE PRINCIPE DECIMAL)

Pendant l'atelier les participants ont été amenés à créer puis tester des exercices pour cette simulation (certains types de tâches proposés dans la partie IV - 3 correspondent à des exercices proposés par les participants). Ce travail a permis d'envisager deux positions : une position d'élève – mode utilisateur – utilisant la simulation et une position de concepteur d'exercices pour la simulation – mode auteur -. Cette première partie a débouché sur une discussion concernant les limites de cette simulation. Nous avons intégré les remarques des participants de l'atelier dans la partie III - 3.

Les participants ont ensuite découvert deux types de tâches à travers onze exercices (les types de tâches et les différents exercices sont décrits dans les parties IV- 2.1 et IV- 2.2) Pour chaque exercice ils ont déterminé le(s) principe(s) de la numération en jeu. La discussion qui a suivi a porté sur la manière de rendre nécessaire la mobilisation du principe décimal pour un exercice donné.

I - LE NOMBRE DANS LES NOUVEAUX PROGRAMMES

Plusieurs travaux de recherche (Bednarz & Janvier, 1984a), (Bednarz & Janvier, 1984b), (Ma, 1999) ont mis en évidence l'importance de donner du sens à la numération que nous utilisons en particulier l'écriture chiffrée du nombre. Une bonne compréhension de l'écriture du nombre permet, par exemple, de développer des stratégies du calcul réfléchi, de donner du sens aux techniques de calcul posé des quatre opérations.

L'écriture chiffrée d'un nombre repose sur deux principes (Tempier, 2010) :

- le principe de position : au premier rang, en partant de la droite, on écrit les unités, au deuxième rang les dizaines, au troisième rang les centaines, etc.
Ainsi suivant leur position dans l'écriture du nombre, les chiffres n'ont pas la même valeur (exemple : si l'on considère les nombres 328 et 453 le 3 de 328 correspond à 3 centaines alors que celui de 453 correspond à 3 unités)

- le principe décimal : dix unités correspondent à une dizaine, dix dizaines à une centaine, etc.
Ainsi les unités de numérations ne sont pas indépendantes : elles sont liées par des « relations » décimales (exemple : dans le nombre 328 les 3 centaines correspondent à 30 dizaines et 300 unités).

Selon Tempier (2013), l'appropriation de ces deux principes est essentielle à l'apprentissage de la numération. Une étude de la transposition didactique à travers l'étude des programmes et des manuels de CE2 a pourtant montré que l'institution privilégiait « un seul savoir de la numération, l'aspect position » (Tempier, 2010). Dans les nouveaux programmes (BO, 2015) qui sont entrés en vigueur à la rentrée 2016 ces deux principes apparaissent maintenant très clairement.

> Paragraphe : Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers
> Colonne : Connaissances et compétences associées
> « Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques.
> Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres).
> Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position). »
> Colonne : Exemple de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
> « Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56). » (BO, 2015, p. 76)

Remarquons que pour l'utilisation des écritures en unités de numération il s'agit d'utiliser l'écriture canonique 5d 6u mais également des écritures non-canoniques 6u 5d et 4d 16u le passage de celles-ci à l'écriture canonique faisant intervenir respectivement le principe de position et le principe décimal.

L'un des enjeux de la numération est donc de proposer aux élèves des types de tâches faisant intervenir non seulement l'aspect position (ce qui était déjà fait) mais également l'aspect décimal pour les amener à donner du sens au concept de nombre. D'où une première question « comment mettre en avant l'aspect décimal ? »

Les recommandations pour la mise en œuvre de ces nouveaux programmes soulignent qu'il est nécessaire de donner du sens à l'écriture chiffrée et proposent un moyen d'y parvenir :

> L'enseignement de l'acquisition du système décimal de position « ne se limite pas à apprendre à écrire et dire les nombres, mais s'attache à permettre une compréhension des aspects décimal et positionnel. La maîtrise de ce système de numération passe par la manipulation exercée des nombres supérieurs à 100, faute de quoi l'élève ne peut accéder à la signification de la position des chiffres dans le nombre » (CNESCO, 2015a, p. 15).

Il s'agit ici, comme nous le verrons dans le paragraphe II - 1, de manipulation d'objets symboliques qui mène à l'abstraction. Celle-ci passant elle-même par une manipulation d'objets tangibles comme le suggèrent les mêmes recommandations :

> « Développer la manipulation d'objets tout au long du primaire, et pas seulement en maternelle.
> L'abstraction,[…], est essentielle en mathématiques : la manipulation, intégrée dans une démarche globale d'enseignement, en est la première étape. » (CNESCO, 2015b, p. 3).

Le matériel de numération est constitué d'objets tangibles que l'élève peut manipuler. Nous pensons ainsi qu'il est possible de donner du sens au nombre en mettant en relation l'écriture chiffrée d'un nombre et la représentation de ce même nombre avec le matériel de numération. Qu'en est-il d'un matériel de numération virtuel ?

Dans le paragraphe qui suit nous allons donc préciser ce que nous entendons par manipulation.

II - LA MANIPULATION D'OBJETS TANGIBLES ET LA MANIPULATION D'OBJETS VIRTUELS

1 Les objets ostensifs et les trois systèmes de représentation de Bruner

Nous adoptons ici une vision matérialiste de l'activité mathématique définie par Chevallard :

> « L'activité mathématique est, comme toute activité humaine, une activité matérielle, et que les non-ostensifs ne sauraient exister sans les ostensifs, non plus d'ailleurs que ceux-ci sans ceux-là. » (Chevallard, 1994).

Nous distinguons donc les objets ostensifs caractérisés par le fait qu'ils peuvent être manipulés, des objets non-ostensifs (les concepts : le nombre, par exemple) qui peuvent seulement être évoqués à travers la manipulation d'ostensifs associés.

Exemple : Le nombre est un objet non-ostensif qui interagit dialectiquement avec des objets ostensifs. Par la suite, dans cet article[4], nous utilisons les objets ostensifs suivants : Ecriture Chiffrée (EC), Ecriture en Matériel de Numération (EMN), Ecriture en Unités de Numération (EUN). Nous remarquons que les manipulations associées sont de différents ordres (par exemple, symbolique pour EC ; concrète pour EMN).

Afin de catégoriser ces objets ostensifs et les manipulations associées, nous utilisons les trois systèmes de représentation permettant d'appréhender l'information de Bruner (1966) :

- le système énactif, basé sur l'action. « The first is through action.» (Bruner, 1966, p. 11)
- le système iconique, basé sur l'image. « There is a second system of representation that depends upon visual or other sensory organization and upon use of summarizing images.» (Bruner, 1966, p. 11- 12)

[4] Les noms et les abréviations correspondent à ceux utilisés dans (Tempier, 2013).

- le système symbolique, basé sur le langage. « Finally, there is representation in words or language.» (Bruner, 1966, p. 12)

Comme le souligne Barth ces trois systèmes ne correspondent pas à trois stades de développement liés à l'âge, ils fonctionnent en parallèle mais le système énactif est plus important chez les jeunes enfants.

> « Cependant, plus l'enfant est jeune et inexpérimenté, plus il a besoin de manipuler pour accéder à l'information. Ensuite l'apparence visuelle domine. Le système symbolique devient dominant avec l'âge et l'expérience, mais cela ne veut pas dire que l'adulte ne codifie plus une expérience par le système énactif ou iconique. » (Barth, 2013, p. 117).

Il apparaît ainsi légitime de proposer à des élèves de cycle 2 un travail sur le nombre commençant par de la manipulation d'objets tangibles. Un tel travail est d'ailleurs recommandé par l'institution :

> « Au cycle 2, on ne cesse d'articuler le concret et l'abstrait. Observer et agir sur le réel, manipuler, expérimenter, toutes ces activités mènent à la représentation qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations), ou symbolique abstraite (nombres, concepts). Le lien entre familiarisation pratique et élaboration conceptuelle est toujours à construire et reconstruire, dans les deux sens. » (BO, 2015).

Mais qu'en est-il de la manipulation d'objets virtuels ? Nous allons situer cette manipulation parmi les trois systèmes de représentations proposés par Bruner.

2 Manipulation d'objets tangibles et manipulation d'objets virtuels

Nous venons de voir que l'utilisation du matériel didactique concret peut être une première étape pour les élèves dans le développement de l'abstraction. Pourtant comme le remarque Petit[5] (2013) l'utilisation de matériel didactique concret, c'est-à-dire d'objets tangibles, reste marginale dans les pratiques enseignantes. Les principales causes identifiées se trouvent du côté des enseignants qui rencontrent des difficultés d'ordre pédagogique (gérer la classe) et d'ordre didactique (diriger et évaluer l'utilisation du matériel, faire le lien entre manipulation et symboles). Or certaines difficultés rencontrées par les enseignants peuvent être atténuées par l'utilisation de matériel virtuel : la gestion de classe peut être facilitée d'une part par le fait que le logiciel côté élève puisse prendre en charge certaines rétroactions et d'autre part par l'utilisation d'un outil d'orchestration[6] côté enseignant. Que penser alors de la manipulation permise par le matériel virtuel : la manipulation d'objets virtuels ?

Les manipulations proposées avec le matériel virtuel doivent a minima correspondre aux manipulations possibles avec le matériel tangible. Ainsi, tout comme la manipulation d'objets tangibles dont elle est parente, la manipulation d'objets virtuels contribue à la représentation concrète d'idées abstraites. En outre, elle présente, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, un double avantage :

- permettre des manipulations supplémentaires,
- permettre d'enrichir le milieu de l'élève par des rétroactions prises en charge par le logiciel côté élève.

Plusieurs études concernant la manipulation d'objets tangibles et/ou virtuels (Fennema, 1972), (Sowell, 1989), (Drickey,2000) et (Doliopoulos, 1990) citées par (Petit, 2013) permettent d'arriver à la conclusion suivante :

> - un enseignement intégrant l'une des deux manipulations est plus efficace (compréhension et réussite plus grandes). La réussite d'un tel enseignement étant d'autant plus marquée que le matériel est utilisé sur une longue période et avec des enseignants ayant reçu une formation par rapport à l'utilisation de ce matériel,

[5] L'article de Petit dont il est question ici traite de la manipulation concrète et de la manipulation virtuelle en général et pas spécifiquement en numération.

[6] Dillenbourg (2013) définit la notion d'orchestration ainsi : « how a teacher manages, in real-time, multi-layered activities in a multi-constraints context. »

- l'attitude, de l'élève envers les mathématiques, plus positive dans le cas d'un enseignement intégrant la manipulation,
- il n'y a pas de différence significative entre les deux types de manipulation,
- un enseignement intégrant les deux types de manipulation est encore plus efficace.

Nous pensons qu'un enseignement de la numération articulant l'utilisation du matériel de numération « bûchettes » et une simulation de ce matériel contribue à donner du sens à l'écriture chiffrée.

3 Simulation du matériel de numération « bûchettes » et manipulation d'objets virtuels, point de vue cognitif

Dans cette partie nous traitons d'une simulation[7] du matériel de numération « bûchettes » en termes d'objets et d'actions possibles sur ces objets et situons le travail à partir d'une telle simulation par rapport aux trois systèmes de représentation de Bruner (1966).

Les objets d'une simulation du matériel de numération « bûchettes » sont : la « bûchette », le « paquet de 10 » (constitué de 10 bûchettes), le « paquet de 100 » (constitué de 10 paquets de 10), etc. Ces objets sont des représentations des « bûchettes », « paquets de 10 » et « paquets de 100 » du matériel tangible : il s'agit du système iconique.

Les actions correspondent soit à des actions réalisables avec le matériel tangible : « déplacer un objet », « grouper plusieurs objets », « casser un paquet » ; soit à des actions qui n'existe pas avec le matériel tangible : « dupliquer un objet ». Dans une simulation une action peut-être programmée afin de traduire les relations didactiques entre les objets : ainsi, l'action « grouper plusieurs objets » peut être définie uniquement pour des objets de même type et pour un certain nombre d'objets (10, par exemple, si l'on souhaite travailler la numération décimale). Notons également, qu'il est possible d'introduire des actions qui n'existent pas avec le matériel tangible. Par exemple, « dupliquer un objet » qui permet d'obtenir une copie du même objet. Une telle action correspond donc à un certain niveau d'abstraction.

Toutes ces actions permettent de manipuler les objets virtuels : il s'agit du système énactif.

Le Tableau 1 correspond à une classification, en utilisant les trois systèmes de représentation de Bruner, des protagonistes d'un travail sur le nombre faisant intervenir l'écriture en matériel de numération (EMN) et l'écriture chiffrée (EC). Dans ce tableau, la simulation d'un matériel de numération correspond à un intermédiaire possible entre le matériel tangible (système énactif) et la référence à ce matériel (système iconique) dans la mesure où la simulation met en relation les deux systèmes.

(Bruner, 1966)

	EMN Tangible	**EMN Simulation**	**Référence à EMN**	**EC**
Objets	Enactif	Iconique	Iconique	Symbolique
Actions		Enactif		

Tableau 1 : Classification des protagonistes d'un travail sur le nombre faisant intervenir EMN et EC

Dans la construction du nombre faisant intervenir EMN et EC (comme nous l'envisageons ici), une simulation du matériel de numération apparaît comme un outil qui permet de proposer des situations intéressantes à l'élève afin de l'amener à l'abstraction. Le discours de l'enseignant, notamment la référence à EMN, a un rôle prépondérant ; l'enseignant doit faire les liens, lors des différentes activités proposées aux élèves, entre le matériel de numération d'une part et une écriture symbolique (ici, EC) d'autre part même en l'absence de ces objets ostensifs dans l'exercice proposé. Ce lien doit être constamment entretenu :

[7] Les objets et les actions envisagées ici le sont pour n'importe quelle simulation du matériel de numération « bûchettes » indépendamment de la forme que pourrait prendre une telle simulation.

« Le lien entre familiarisation pratique et élaboration conceptuelle est toujours à construire et reconstruire, dans les deux sens. » (BO, 2015, p. 5)

4 Quelles utilisations d'une simulation du matériel de numération « bûchettes » en classe ?

Dans cette partie nous présentons des utilisations possibles d'une simulation du matériel de numération « bûchettes »[8] en classe par un enseignant de CE1. Nous situons cet usage par rapport à l'utilisation du matériel de numération « bûchettes » tangible d'une part par le même enseignant et d'autre part par rapport à la ressource « Enseigner la numération » proposée par Tempier[9].

4.1 Enseignement de la numération dans une classe de CE1, année scolaire 2015-2016



Figure 1 : Matériel de numération « bûchettes » utilisé lors du rituel chaque jour compte.

Dans le cadre de notre travail de thèse nous avons, à partir de l'utilisation du matériel de numération « bûchettes » par des enseignants de cycle 2, conçu une simulation du matériel de numération « bûchettes ». Un enseignant du groupe a eu à disposition dans sa classe (28 élèves) 7 tablettes équipées de cette simulation pendant l'année scolaire 2015-2016. Nous avons suivi le travail qu'il a proposé à ses élèves en numération[10]. L'enseignant a organisé son enseignement comme il l'a voulu nous lui avons simplement demandé d'intégrer une séance de travail sur la base d'exercices présentée[11] dans la partie IV- 2 Les exercices. Les autres exercices sur la simulation utilisés par l'enseignant pendant l'année ont été proposés et paramétrés par ce dernier. Il s'agit là d'une contrainte très forte dans la mesure où l'enseignant a dû nous fournir une version papier des exercices au moins une semaine à l'avance. Chaque proposition a permis de créer une version numérique beta de l'exercice. A partir de cette version l'enseignant a décidé des rétroactions prises en charge par la simulation et des paramétrages de ces rétroactions (moment de la rétroaction, type, texte) afin de finaliser les exercices.

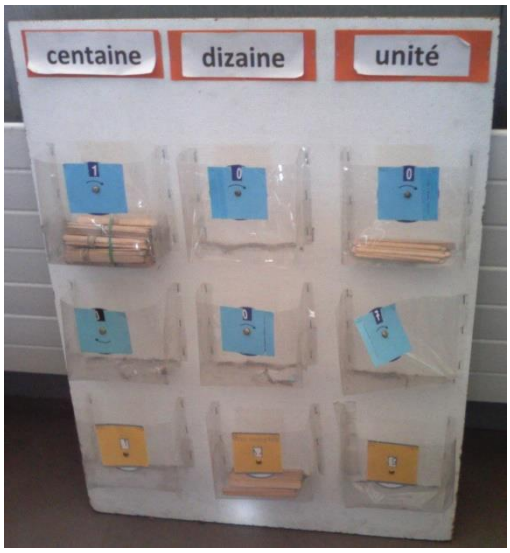


Figure 2 : Maquette utilisée pour les leçons de numération

L'enseignement de la numération dans cette classe de CE1 est basé sur l'articulation de plusieurs matériels (« bûchettes », château des nombres, frise de numération, compteurs, pascalines, calculatrices). L'enseignant utilise donc de nombreux objets ostensifs du nombre certains mettant en avant l'aspect cardinal du nombre, d'autres l'aspect ordinal mais son discours est davantage centré sur cet aspect cardinal. Pendant la première moitié de l'année, l'enseignant a proposé à ses

[8] Le prototype de la simulation utilisé est présenté en détail dans la partie III - LA SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « BÛCHETTES ».

[9] http://numerationdecimale.free.fr , cette ressource est conçue pour les enseignants de CE2, CM1, CM2 et 6ième.

[10] Nous avons fait le point chaque semaine avec l'enseignant sur ce qu'il faisait en numération. Nous avons également observé 10 séances. Nous avons choisi de ne pas observer ce qui relevait du calcul mais nous nous sommes régulièrement informés de ce que l'enseignant faisait en calcul et en avons discuté.

[11] Pour cette base d'exercice le texte des énoncés et les rétroactions faites à l'élève ont été paramétrés par l'enseignant.

élèves deux séances de numération de 45 minutes chaque semaine :

- une première séance correspondant à des exercices sur ardoises et une leçon sur une « famille[12] »,
- une deuxième séance correspondant à des exercices à l'oral ou sur ardoise et à des exercices sur fiches pour lesquels les élèves sont autonomes (exercices permettant de travailler davantage l'aspect ordinal du nombre).

Sur la deuxième moitié de l'année les séances spécifiques de numération ont disparu mais l'enseignant a proposé régulièrement des activités mentales rapides faisant intervenir des savoirs de numération.

4.2 Utilisation du matériel de numération « bûchettes » tangible

Dans la classe considérée, dans le cadre de la numération, le matériel de numération « bûchettes » est utilisé :

- tous les jours lors du rituel « chaque jour compte » (cf : Figure 1)
- pour chaque leçon de numération sur une ligne de la maquette[13] (cf : Figure 2)
- pour les explications, lors des corrections d'exercices sur l'ardoise
- pour les élèves qui en ont besoins lors des séances d'exercices en autonomie

Il s'agit donc d'une utilisation régulière du matériel de numération « bûchettes » dont l'objectif est de représenter le nombre dont il est question dans la leçon ou l'exercice proposé mais peu d'élèves manipulent. Les manipulations sont effectuées soit par un élève qui est interrogé et présent à côté de l'enseignant au tableau soit directement par l'enseignant lui-même. Remarquons cependant que lors de l'introduction de la centaine les élèves ont dû par groupe de deux dénombrer une collection dont le cardinal est supérieur à 100 : ils ont donc tous manipulé au moins une fois à cette occasion.

Dans la ressource en ligne de (Tempier, s. d.)[14] « Enseigner la numération décimale », conçue pour des enseignants de CE2 à 6ième, trois utilisations du matériel de numération « bûchettes » sont envisagées. Il est proposé d'utiliser le matériel pour dénombrer une collection en situation d'introduction avec la remarque suivante :

> « il est important que les élèves aient l'occasion de réaliser au moins une fois ces groupements » à propos de l'activité dénombrer une collection.

Cette situation d'introduction à partir d'une collection en vrac[15] est couteuse en temps c'est pourquoi il n'est pas envisagé de la répéter.

Ce matériel est également utilisé en entrainement en classe entière, l'enseignant présentant aux élèves une collection totalement groupée[16] ou partiellement groupée[17] qu'ils doivent dénombrer.

Enfin, il est conseillé de revenir au matériel pour des élèves en difficultés dans des activités décontextualisées.

L'utilisation du matériel de numération « bûchettes » proposée dans cette ressource est donc assez proche de l'utilisation qu'en a fait l'enseignant de CE1 avec lequel nous avons travaillé. Nous remarquons que, concernant l'utilisation en entrainement en classe entière, les élèves ne manipulent pas. En effet, la manipulation individuelle demanderait à l'enseignant de préparer, pour chaque élève, le matériel dans une configuration spéciale ce qui semble difficile.

---

[12]Une famille correspondant à tous les nombres ayant le même nombre de dizaines. L'enseignant a passé une semaine pour la construction de la dizaine ; une semaine ou deux suivant les « familles » jusqu'à 100 ; deux semaines sur la construction de la centaine ; puis trois semaines pour atteindre 999.

[13] Cette maquette est également utilisée plus tard dans l'année pour expliquer les algorithmes des additions et soustractions posées.

[14] http://numerationdecimale.free.fr

[15] la collection ne contient pas de groupement

[16] la collection contient différents objets et le nombre d'objets de chaque type ne dépasse pas 9

[17] la collection contient au moins un groupement et le nombre d'objets d'au moins un type dépasse 9 objets

4.3 Utilisation de la simulation

Dans la classe de CE1 que nous avons observée, l'enseignant a utilisé la simulation du matériel de numération « bûchettes »:

- en début d'année pour les élèves en très grosses difficultés (3 élèves) dans le cadre d'un travail différencié en faisant intervenir les nombres jusqu'à 20.
- un peu plus tard dans l'année il a organisé du travail en atelier (4 ateliers de 7 élèves chacun) ; lors de ces séances hebdomadaires à 3 reprises il a proposé un atelier où chaque élève a eu une série d'exercices via la simulation.
- la simulation a été également utilisée lors de notre expérimentation
- et pour finir avec des élèves faibles dans le cadre des APC.

L'utilisation de la simulation est plus ponctuelle que l'utilisation du matériel de numération « bûchettes » ; l'enseignant l'a utilisé soit pour des séances d'exercices d'entraînements soit pour revenir sur des points déjà travaillés en classe avec des élèves plus faibles. Par contre les élèves ont manipulé contrairement au matériel où ils ont passé beaucoup de temps à regarder quelqu'un manipuler.

L'enseignant constate que la résolution d'un même exercice avec le matériel tangible et la simulation est plus rapide avec la simulation qu'avec le matériel tangible : il est ainsi possible d'utiliser la simulation pour des exercices d'entrainement. L'enseignant met également en avant l'intérêt de l'utilisation de la simulation pour les élèves peu habiles manuellement (voire dyspraxiques), et le fait que les élèves sont très motivés quand ils travaillent sur une tablette. Concernant l'aisance et la motivation des élèves qui utilisent un outil numérique ce point est déjà mis en avant en 2002 par Clements et Samara cités par Petit (2013). En revanche il faudrait étudier de manière plus approfondie les facilités d'utilisation d'une simulation pour des élèves dyspraxiques.

4.4 Utilisation d'une simulation, conclusion

Pour finir, situons l'utilisation d'une simulation du matériel de numération « bûchettes » par rapport aux moments de l'étude (Chevallard, 2002). Une telle simulation permet de proposer en classe des activités d'étude et de recherche (exploration d'une tâche et élaboration d'une technique – il s'agit de notre expérimentation -) ou des exercices d'entraînements (travail de la technique) pour lesquels chaque élève manipule. De plus, une simulation peut prendre en charge certains types de rétroactions, ce qui permet une relative autonomie des élèves.

En conclusion, l'utilisation d'une simulation permet à l'enseignant :

- de proposer des exercices qui pourraient être fastidieux avec le matériel tangible (pour les élèves construction facile des groupements et duplication possible de ces groupements une fois construits) ;
- de proposer des exercices d'entraînement (pour les élèves la résolution d'un exercice prend moins de temps)
- de proposer des exercices où chaque élève manipule (la configuration initiale du matériel est définie dans l'exercice) ;
- d'enrichir le milieu de l'élève (rétroactions prises en charge par le système).

III - LA SIMULATION DU MATERIEL DE NUMERATION « BÛCHETTES »

Dans cette partie nous présentons le prototype de la simulation du matériel de numération « bûchettes » que nous avons utilisé dans la classe de CE1 pour l'année scolaire 2015-2016 et pendant l'atelier, nous discutons des limites et des améliorations possibles de ce prototype ainsi que des évolutions possibles d'une telle simulation.

1 Le prototype

Nous présentons d'abord les objets et les actions possibles sur ces objets, puis l'interface de la simulation et enfin les rétroactions.

Les objets de la simulation sont : la « bûchette », le « paquet de 10 » (constitué de 10 bûchettes) et le « paquet de 100 » (constitué de 10 paquets de 10). Il est naturellement possible de déplacer tous ces objets, les actions significatives d'un point vue didactique sont « grouper » (construire un paquet à partir de 10 objets du même type), « casser un groupement » (obtenir 10 objets du même type en cassant un paquet) et « dupliquer » (à partir d'un objet donné obtenir une copie du même objet). On retrouve dans le tableau (Figure 3) une comparaison des objets et des actions de la simulation par rapport aux objets et aux actions avec le matériel tangible.

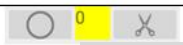
		Matériel tangible	Simulation
Objets	Bûchettes		
	Paquets de 10		
	Paquets de 100		
Actions possibles	Grouper	Mettre un élastique	 Autorise uniquement les groupements de 10 objets d'un même type
	Casser un groupement	Enlever l'élastique	
	Dupliquer		Zone spécifique où l'on peut dupliquer n'importe quel objet

Figure 3 : Tableau comparatif des objets et actions possibles pour le matériel tangible et pour la simulation

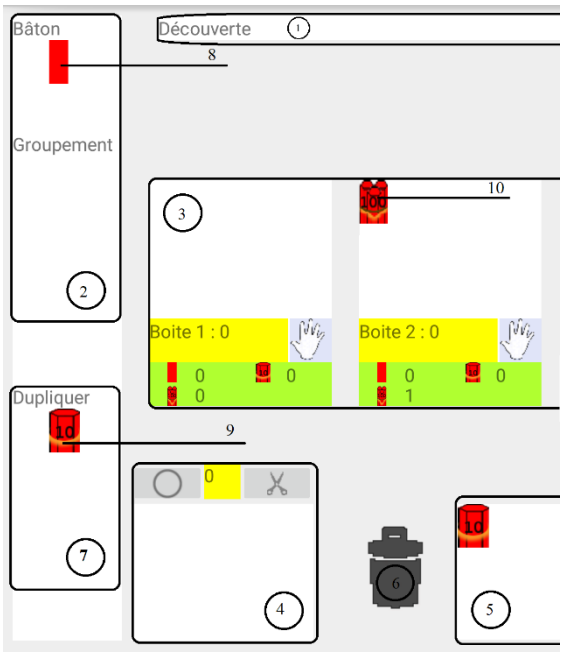
Photos du matériel tangible : http://numerationdecimale.free.fr

Quelques remarques concernant ces objets et ces actions :

Pour cette simulation les paquets de 1000 et au-delà n'ont pas été implémentés, en effet la simulation a été développée pour être utilisée dans des classes de CE1 dans le cadre d'une recherche sur les décisions didactiques des enseignants.

L'action « grouper » ne fonctionne que pour 10 objets d'un même type dans la mesure où l'enjeu d'apprentissage est l'itération du groupement de 10. On constate ici que la simulation ne simule pas seulement les objets mais également les relations didactiques que ces objets entretiennent entre eux.

Enfin une action « dupliquer » qui n'existe pas avec le matériel tangible a été ajoutée, cette action permet de proposer des exercices qui auraient demandé trop de temps en particulier pour la construction de paquets avec le matériel tangible mais côté élève cette action correspond déjà à un certain niveau d'abstraction.



L'interface élève de la simulation (Figure 4) est constituée de plusieurs zones fixes : une zone de texte (1) – pour l'énoncé par exemple –, une réserve (2), une zone de travail composée d'au maximum 4 boîtes (3), une zone de groupement (4), une table (5), une poubelle (6), une zone de duplication (7). L'élève peut agir (déplacer et déposer, grouper, casser un groupement, dupliquer) sur tous les objets du matériel de numération : bûchettes (8), paquets de 10 (9), paquets de 100 à partir de paquets de 10 (10).

Figure 4 : Copie d'écran de l'interface élève de la simulation

Plusieurs types de rétroactions ont été envisagés dans la simulation : en cours d'exercice (rétroactions immédiates) ou après que l'élève appuie sur le bouton *terminé* (rétroactions différées). Les rétroactions permettent : d'afficher des informations à l'élève tout au long de l'exercice – contenu des boîtes, par exemple - ; d'autoriser ou d'interdire des actions à l'élève en lui fournissant ou pas des messages ; de lui fournir des messages par rapport à des configurations obtenues.

2 Les exercices

La simulation est un environnement dans lequel on définit des exercices.

Pour créer un exercice il faut choisir : les éléments à disposition de l'élève dans la réserve, les boîtes utilisées, l'affichage sur ces boîtes, le contenu initial des boîtes, la présence ou pas des zones de groupement et duplication ainsi que de la poubelle, les actions autorisées/interdites et les messages correspondants, les configurations attendues[18] ainsi que les rétroactions correspondantes.

Les boîtes sont définies et prennent du sens lors de la définition de l'exercice : contenant des unités, contenant des dizaines, contenant tout type d'objets, etc.

Notons que l'action « déposer » n'existe pas dans l'environnement simulation, cette action est précisée pour chaque boîte et pour chaque objet[19]. Il revient donc au concepteur de l'exercice de définir cette action et il est possible de la paramétrer afin qu'elle traduise une relation didactique entre un objet et une boîte.

3 Les limites et les évolutions possibles du prototype

Concernant l'interface élève de la simulation il n'est pas possible de voir tous les éléments disponibles dans la réserve. Ainsi s'il reste, par exemple, des bâtons dans la réserve l'élève voit un bâton et dès qu'il n'y en a plus l'élève voit un emplacement vide. Il n'a donc pas accès au contenu de la réserve. Tant que le nombre d'objets dans la réserve reste raisonnable, il pourrait être possible de contourner le problème en disposant sur la table tous les objets disponibles c'est-à-dire d'utiliser la table comme réserve. Dès que le nombre d'objets de la réserve est trop important cette solution ne peut plus fonctionner…

La simulation présentée ci-dessus est un outil de recherche. Certaines fonctionnalités n'ont pas encore été développées mais présentent un intérêt didactique (dépasser les paquets de 100, augmenter le nombre de boîte, permettre à l'élève de déplacer les boîtes) ou un intérêt pédagogique (lecture des énoncés et des messages de rétroaction).

Il pourrait également être intéressant afin de varier le type d'exercices pris en charge par la simulation : d'une part de pouvoir effectuer des additions et soustractions posées avec cette simulation comme les enseignants avec lesquels nous avons travaillé le font avec la maquette Figure 2 et d'autre part de permettre à l'élève d'entrer une réponse sous forme de texte.

Nous avons choisi d'utiliser une simulation du matériel de numération sur tablettes. Les tablettes sont mobiles et faciles d'utilisation mais une contrainte demeure : la taille de l'écran de la tablette. Celle-ci

[18] Les configurations attendues peuvent correspondre à des configurations correctes mais également des configurations incorrectes.

[19] Nombre d'objets d'un type donné qu'il est possible de déposer dans une boîte donnée

conditionne la taille des objets, la taille de l'énoncé et la taille des différentes zones ; cette contrainte ne doit pas être sous-estimée et doit être prise en compte dans les évolutions possibles.

IV - DES TYPES DE TÂCHES FAISANT INTERVENIR LE PRINCIPE DE POSITION ET LE PRINCIPE DECIMAL

Nous pouvons organiser les types de tâches proposés aux élèves concernant la numération autour de trois pôles : les types de tâches permettant de travailler le nombre sous sa forme cardinale (dénombrement de collection par exemple), les types de tâches permettant de travailler le nombre sous sa forme ordinale (placer des nombre sur une droite graduée par exemple) et enfin les traductions d'écriture (Tempier, 2013, p. 43).

Nous présentons pour commencer deux types de tâches de la catégorie traductions d'écriture, puis pour chaque type de tâches les exercices associés, leurs paramétrages et les principes en jeu dans chaque exercice. Enfin nous signalons d'autres types de tâches, dont certains proposés par les participants de l'atelier, permettent de travailler le principe décimal.

1 Les traductions d'écritures

Dans les traductions d'écriture il s'agit de traduire un nombre d'un *objet ostensif de départ* vers un *objet ostensif d'arrivé*. Chaque objet ostensif est déterminé par sa nature (écriture chiffrée : EC, écriture en unité de numération : EUN, écriture en matériel de numération : EMN, etc) et son type (canonique ou pas). L'*objet ostensif de départ* et *objet ostensif d'arrivé* sont fixés afin de définir un type de tâches.

Exemples : 72 correspond à EC, l'écriture chiffrée est forcément canonique.

5d22u correspond à EUN, non canonique.

7d2u correspond à EUN, canonique.

Les types de tâches que nous avons retenus et les énoncés[20] correspondants sont :

T1 : Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique.

Enoncé : Victor a déposé des bâtons et des paquets dans les boîtes sans faire attention. Aide-le à corriger son travail.

T2 : Traduire un nombre de EC vers EMN canonique.

Enoncé : Représente le nombre *EC du nombre* avec le matériel.

2 Les exercices

2.1 T1 : Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique

Pour ces 5 exercices la quantité représentée est fixe pour tout l'exercice ainsi la réserve est vide, la poubelle n'est pas disponible et il n'y a pas de zone de duplication. La zone de groupement est active, l'un des objectifs de la série d'exercices est d'amener l'élève à construire des groupements. Trois boîtes (deux pour l'exercice 3) sont disponibles nommées centaines, dizaines et unités ; ces boîtes structurent l'espace de travail de l'élève. (cf : Figure 5, configuration initiale de l'exercice 2).

Les colonnes du tableau qui suit (Tableau 2) correspondent :

- au numéro de l'exercice[21],

- au nombre représenté (les élèves n'ont pas l'information correspondant à l'écriture chiffrée de ce nombre),

[20] Les énoncés proposés ici sont ceux rédigés par l'enseignant qui a utilisé la simulation dans sa classe.

[21] Les numéros des exercices ne correspondent pas à une progression.

- à la configuration initiale des boîtes c'est-à-dire l'EMN non canonique (ce que voit l'élève au début de l'exercice),

- au travail qu'il a à réaliser pour obtenir l'EMN canonique

- aux principes en jeu dans la résolution de l'exercice.

Exercice	Nombre représenté	Configuration initiale des boîtes Correspond à EMN non canonique			A faire pour obtenir EMN canonique	Principe en jeu
		Centaines	Dizaines	Unités		
Ex 1	254	1 P100[22]	14 P10[23]	14 B[24]	1 paquet de 10 Construire 1 paquet de 100	décimal (position)
Ex 2	376	1 P100 2 P10 2 B	1 P100 2 P10 2 B	1 P100 3 P10 2 B	Ranger les objets dans la bonne boîte	position
Ex 3	82		3 P10 6 B	4 P10 6 B	Ranger les objets dans la bonne boîte 1 paquet de 10	position décimal
Ex 4	631	1 P100 4 P10 4 B	2 P100 4 P10 4 B	2 P100 4 P10 3 B	Ranger les objets dans la bonne boîte 1 paquet de 10 1 paquet de 100	position décimal
Ex 5	105	3 P10 5 B	3 P10 5 B	3 P10 5 B	Ranger les objets dans la bonne boîte 1 paquet de 10 1 paquet de 100	position décimal

Tableau 2 : Les exercices correspondant au type de tâches « Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique »

Les exercices 1 et 2 permettent de travailler le principe décimal et le principe de position de façon indépendante. Le principe décimal est en jeu dès qu'il faut construire un paquet, nous remarquons que le principe de position intervient alors quand on dépose le paquet fabriqué[25].

Les exercices 3, 4 et 5 font intervenir les deux principes. Dans les exercices 4 et 5 il faut construire des paquets de 100 ce qui ajoute un degré de difficulté (réitération du groupement) à l'utilisation du principe décimal. Dans l'exercice 5 il faut laisser la boîte des dizaines vide ce qui rend l'exercice plus difficile relativement à l'utilisation du principe de position.

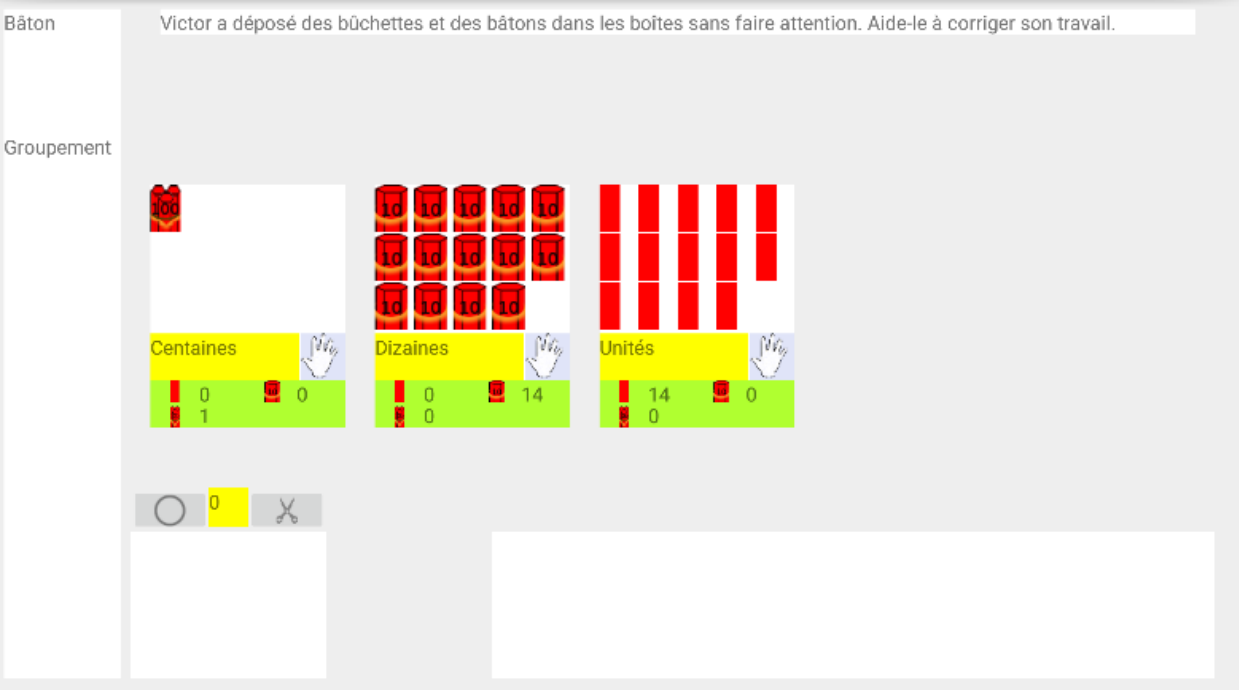
[22] P100 pour paquet de 100.

[23] P10 pour paquet de 10.

[24] B pour bâton.

[25] D'où les parenthèses dans le tableau pour principe de position pour l'exercice 1.

Figure 5 : T1 exercice 2



2.2 T2 : Traduire un nombre de EC vers EMN canonique

Pour ces 6 exercices les boîtes sont initialement vides ; à partir de la réserve, l'élève, doit récupérer la bonne quantité de bâtons. La poubelle n'est pas disponible ; en effet, jeter certains objets peut, dans certains cas, empêcher la résolution de l'exercice. Trois boîtes (deux pour l'exercice 3) sont disponibles nommées centaines, dizaines et unités ; comme pour les exercices précédents ces boîtes structurent l'espace de travail. La zone de groupement est active pour les exercices 3, 4, 5 et 6 ; la zone duplication est active pour les exercices 2, 5 et 6.

Les colonnes du tableau qui suit correspondent :

- au numéro de l'exercice[26]

- au nombre à représenter

- au contenu de la réserve (la première ligne correspond au contenu au début de l'exercice, infinité signifiant qu'il n'y a pas de limitation pour le nombre d'objets du type considéré ; la seconde ligne correspond au contenu potentiel en utilisant l'action dupliquée à partir d'un objet du type considéré)

- au travail qu'il doit réaliser pour obtenir l'EMN canonique (nous signalons que « 1 paquet de 10 », « 1 paquet de 100 » signifient fabriquer le paquet de 10 ou paquet de 100 contrairement à « dupliquer le paquet de 10 » ou « dupliquer le paquet de 100 » ; pour « des paquets de 10 », « des paquets de 100 » plusieurs procédures sont correctes. La procédure la plus couteuse est de fabriquer tous les paquets, la moins couteuse en temps est de fabriquer un paquet de chaque type puis de dupliquer pour obtenir les autres paquets).

- aux principes en jeu dans la résolution de l'exercice.

Les exercices 1 et 2 permettent de travailler uniquement le principe de position. L'exercice 2 contraint l'élève à utiliser la fonction « dupliquer ».

[26] Les numéros des exercices ne correspondent pas à une progression.

Les exercices 3, 4, 5 et 6 font intervenir les deux principes. Par rapport à l'utilisation du principe décimal : pour l'exercice 3 il faut construire un paquet de 10, pour l'exercice 4 il faut construire un paquet de 100 (réitération du groupement) ce qui présente une difficulté pour certains élèves ; pour les exercices 5 et 6 il est nécessaire de construire plusieurs paquets de 10 et plusieurs paquets de 100 et de s'organiser pour fabriquer un paquet de 100, ce dernier élément correspond à une nouvelle difficulté. L'utilisation de la fonction dupliquer[27] lors de ces deux derniers exercices paraît nécessaire (la résolution de l'exercice 5 sans utiliser la fonction dupliquer correspond à 211 actions et celle de l'exercice 6, 375 actions). Par rapport à l'utilisation du principe de position, dans l'exercice 6 il faut laisser la boîte des dizaines vide ce qui ajoute un degré de difficulté.

Exercice	Nombre à représenter	Contenu de la réserve			A faire pour obtenir EMN canonique	Principe en jeu
		Paquet 100	Paquet 10	Bâton		
Ex 1	891	9	9	9	Ranger le bon nombre d'objet par boîte	position
Ex 2	345	1 (Infinité)	Infinité	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte Dupliquer le paquet de 100	position
Ex 3	46		2	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte 1 paquet de 10	position décimal
Ex 4	631	5	Infinité	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte 1 paquet de 100	position décimal
Ex 5	175	0 (Infinité)	0 (Infinité)	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte Des paquets de 10 Des paquets de 100	position décimal
Ex 6	309	0 (Infinité)	0 (Infinité)	Infinité	Ranger le bon nombre d'objet par boîte Des paquets de 10 Des paquets de 100	position décimal

Tableau 3 : Les exercices correspondant au type de tâches « Traduire un nombre de EMN non canonique vers EMN canonique »

2.3 Les exercices, conclusion

Les exercices que nous venons de présenter permettent tout en travaillant sur le même type de tâches de proposer à chaque élève des exercices spécifiques à ses besoins. Ainsi dans certains exercices l'accent est mis sur le principe de position ou sur le principe décimal, ces principes intervenant à différents niveaux de difficulté.

Pour parvenir à ce résultat, nous modifions, pour un type de tâches donné :

[27] Plusieurs niveaux d'utilisation : pour les paquets de 10 uniquement ; pour les paquets de 100 uniquement ; pour les deux.

- les éléments présents dans l'interface élève (zone de groupement, zone de duplication pour T2)

- le nombre (représenté pour T1 et à représenter pour T2)

- la configuration initiale (le contenu des boîtes pour T1 et le contenu de la réserve pour T2)

Pour ces exercices il est possible pour T2 de configurer la réserve de façon à obliger l'élève à casser des groupements[28] ce qui présente une difficulté supplémentaire.

Pour finir et avec une version plus aboutie de la simulation (cf : paragraphe III - 3) il pourrait être intéressant : d'une part de laisser à la charge de l'élève le soin de placer les boîtes et mettre ainsi en avant le principe de position ; d'autre part de travailler avec nombres dépassant 999 et insister ainsi sur la réitération du groupement.

3 D'autres types de tâches

Les types de tâches présentés ici ne sont pas forcément des traductions d'écriture. Certains d'entre eux correspondent à des exercices que les participants de l'atelier ont proposés.

T3 : « Faire des groupements en cascade »

A partir d'une EMN canonique demander à l'élève d'ajouter 1 bâton afin d'obtenir EMN canonique du nombre suivant.

Ce type de tâches est intéressant pour les nombres qui se terminent par 9 et encore plus par 99.

T4 : « Défaire des groupements en cascade »

A partir d'une EMN canonique demander à l'élève d'enlever 1 bâton afin d'obtenir EMN canonique du nombre précédent.

Ce type de tâches est intéressant pour les nombres qui se terminent par 0 et encore plus par 00.

Remarque : il est possible de proposer T3 et T4 en demandant à l'élève d'ajouter ou d'enlever plus d'un bâton.

T5 : « Atteindre un nombre N2 à partir d'un nombre N1 »

A partir d'une EMN canonique d'un nombre N1 demander à l'élève de représenter le nombre N2.

Suivant que N1 est plus petit ou plus grand que N2, l'élève peut être amené à faire ou défaire des groupements. Un changement de dizaine ou de centaine entre N1 et N2 peut amener l'élève, en fonction du contenu de la réserve et des éléments présents dans l'interface, à fabriquer ou défaire des paquets de 10 ou des paquets de 100.

4 Les types de tâches, conclusion

Les types de tâches que nous venons de présenter permettent d'illustrer la variété des situations qu'il est possible de proposer avec le prototype actuel de la simulation du matériel de numération « bûchettes » en faisant intervenir uniquement les objets ostensifs EC et EMN et mettant en jeu le principe décimal et le principe de position[29].

La simulation que nous utilisons actuellement est un outil de recherche ; il n'est pas possible de l'utiliser dans une classe. Nous pensons cependant que dans le cadre des APC, en prenant peu d'élèves, il est possible de proposer les exercices que nous avons présentés avec quelques adaptations en utilisant le matériel de numération « bûchettes », l'enseignant ayant la charge d'organiser et présenter le matériel à l'élève pour chaque exercice.

[28] Non présenté dans cet article

[29] Les enseignants avec lesquels nous avons travaillé pendant l'année scolaire 2014-2015 ont également proposé d'autres types de tâches (décomposition d'un nombre, compléments à 10, irrégularités de la numération orale, etc.) nous ne les présentons pas ici.

V - CONCLUSION

La manipulation est une première étape dans le développement de l'abstraction. Utiliser du matériel de numération pour permettre à chaque élève de manipuler présente un intérêt en termes d'apprentissage mais peut être difficile à gérer pour un enseignant. Or une simulation du matériel de numération prend en charge des rétroactions. Ainsi l'utilisation d'une simulation, tout en permettant à chaque élève de manipuler, propose un milieu plus riche et permet une relative autonomie des élèves ce qui peut faciliter la gestion de classe.

Pendant l'atelier, lors de la discussion sur les limites de la simulation, certains participants ont souligné la pauvreté des rétroactions des logiciels en général. Nous pensons comme eux que les rétroactions de la machine ne sont pas suffisantes et envisageons deux types de rétroactions : d'une part les rétroactions prises en charge par le logiciel ; d'autre part les rétroactions prises en charge par l'enseignant. Ainsi pour une réponse correcte de l'élève, la rétroaction prise en charge par le logiciel permet de valider et l'élève continue son travail, l'enseignant n'a pas besoin d'intervenir. Par contre, si l'élève ne comprend pas ce que l'on attend de lui, que sa réponse n'est pas correcte et qu'il a des difficultés à faire le lien entre les explications proposées par le système et son travail, l'intervention de l'enseignant reste nécessaire.

Dès lors les interventions de l'enseignant doivent être ciblées auprès des élèves qui sont en difficultés par rapport au travail demandé ou aux explications fournies par le système. Afin de pouvoir intervenir à propos, l'enseignant doit avoir un outil lui permettant d'obtenir des informations sur le travail des élèves et d'intervenir: il s'agit d'un outil d'orchestration[30]. Un tel outil doit lui permettre de suivre, sur sa tablette, le travail de chaque élève. En fonction de l'avancement du travail et des difficultés rencontrées par chacun, l'enseignant peut choisir d'intervenir :

- soit via le dispositif informatique (il peut modifier les paramètres[31] de l'exercice en cours - ce qui revient à modifier le milieu pour l'élève - ou proposer un autre exercice à l'élève en choisissant les paramètres)
- soit directement auprès de l'élève.

Remarquons qu'un tel outil facilite également la différentiation en permettant de proposer à chaque élève des exercices correspondant à ses besoins.

Nous pensons qu'un outil d'orchestration pour l'enseignant est nécessaire et nous avons utilisé un tel outil dans les expérimentations en classe de CE1 ; afin que cet outil d'orchestration joue pleinement son rôle, faciliter la gestion de la classe, plusieurs questions se posent : Quelles informations concernant le travail des élèves doit-on fournir à l'enseignant ? Quand doit-on les fournir ? Comment l'enseignant intervient-il ? Certaines de ces interventions peuvent-elles être prises en charge par l'outil d'orchestration ?

Revenons sur la simulation… nous avons mis en évidence l'intérêt que peut avoir l'utilisation d'une simulation du matériel de numération « bûchettes » articulée avec l'utilisation du matériel de numération « bûchettes ». Avec la simulation nous avons vu qu'il est possible de proposer des exercices d'entraînement permettant à chaque élève de manipuler, de telles séances d'exercices pourraient difficilement être envisageables avec le matériel tangible. Nous avons vu également que ces exercices peuvent être facilement adaptés aux besoins de chacun. Enfin, les rétroactions prises en charge par la simulation facilitent la gestion de classe.

Plus généralement, nous pensons qu'un enseignement articulant l'utilisation de matériel tangible et de logiciel a un sens. La gestion de classe dans des séances collectives peut être une difficulté pour

[30] Dillenbourg (2013) définit la notion d'orchestration ainsi : « how a teacher manages, in real-time, multi-layered activities in a multi-constraints context. »

[31] Dans le cadre de notre travail avec la simulation du matériel de numération « bûchettes » l'enseignant peut ainsi interdire ou pas une action - il peut, par exemple, contraindre ou pas l'élève à respecter le principe décimal ou le principe de position - ; envoyer ou pas des messages pour les actions autorisées ou interdites.

l'enseignant, aussi nous croyons que l'utilisation d'un outil d'orchestration (y compris avec du matériel tangible si celui-ci est tracé) est indispensable pour de telles séances en classe.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BARTH, B.-M. (2013). *L'apprentissage de l'abstraction*. RETZ.

BEDNARZ, N., & Janvier, B. (1984a). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage ; une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension. *Grand N*, (33), 5-31.

BEDNARZ, N., & Janvier, B. (1984b). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage ; une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension. *Grand N*, (34), 5-17.

BO, bulletin officiel de l'éducation nationale. (2015, novembre 26). Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4).

BRUNER, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Harvard University Press.

CHEVALLARD, Y. (1994). Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. *Séminaire de l'Associazione Mathesis*, 1993–1994.

CHEVALLARD, Y. (2002). Organiser l'étude 1. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (Éd.), *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 3–22). Corps (Isère): La pensée sauvage, Grenoble.

CNESCO. (2015a). *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Recommandations du jury*. (p. 24). Consulté à l'adresse http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Recommandations-du-jury.pdf

CNESCO. (2015b). *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Synthèse des recommandations.* (p. 12). Consulté à l'adresse http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Synth%C3%A8se-des-recommandations.pdf

DILLENBOURG, P. (2013). Design for classroom orchestration. *Computers & Education*, *69*, 485-492.

Petit, M. (2013). Comparing Concrete to Virtual Manipulatives in Mathematics Education. *Sciencelib*, *5*(130911).

TEMPIER, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, (86), 59-90.

TEMPIER, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Paris-Diderot - Paris VII, French. Consulté à l'adresse

TEMPIER, F. (s. d.). Numération du CE2 à la 6eme : ressources pour les enseignants. Consulté 2 février 2016, à l'adresse http://numerationdecimale.free.fr/

FAIRE DES MATHÉMATIQUES AVEC DES CARTES ET UN ROBOT, LE PROJET OCINAEE

Jean-Pierre RABATEL
PEMF, chargé d'étude Institut Français de l'Education de Lyon
EducTice
jean-pierre.rabatel@ens-lyon.fr

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maître de Conférences, Institut Français de l'Education, ENS DE Lyon
ESPE de l'Académie de Grenoble
sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr

Résumé
Le projet OCINAEE a développé et testé dans des classes du CP à la 6e plusieurs jeux mathématiques dans les domaines du calcul, de la numération et du repérage dans le plan. La particularité de ces jeux est d'utiliser un dispositif hybride d'objets connectés, cartes, jetons, plateaux de jeu, stylets, qui communiquent avec une plateforme informatique par l'intermédiaire d'un petit robot mobile, d'un téléphone et de tablettes. Les élèves peuvent utiliser des objets matériels, tels que des cartes sur lesquelles sont écrits des nombres, ou des interfaces numériques, nombres affichés, pour agir sur le système et résoudre les problèmes qui leur sont posés. Le système produit des rétroactions matérielles, comme le déplacement d'un robot, et virtuelles, comme des messages sur le smartphone ou des affichages sur les tablettes.
Le compte rendu de cet atelier présente les éléments clefs de ce projet, les questions de recherche traitées puis expose en détail la réflexion menée au sein du projet et reprise dans l'atelier à propos des rétroactions matérielles produites par le déplacement du robot et leur possible signification mathématique dans la résolution de problème.

Les objets connectés, c'est-à-dire des objets du monde tangible capables de communiquer un minimum d'informations à un environnement informatique, constituent une avancée technologique qu'il apparaît maintenant tout à fait possible d'expérimenter dans un cadre pédagogique. Cette avancée technologique rencontre l'intérêt important et ancien qu'ont eu les pédagogues, les psychologues et les didacticiens pour la manipulation et l'expérience concrète dans l'apprentissage en particulier celui des mathématiques. L'apparition des objets connectés permet de reconsidérer la séparation entre d'une part le monde de la manipulation d'objets, des expériences tangibles et des phénomènes physiques et d'autre part le monde de l'interaction avec un environnement numérique, accessible à travers la manipulation directe de représentations sur un écran. Le travail émergent sur les duos d'artefacts tangibles et numériques, qui propose de concevoir des situations didactiques combinant des versions matérielles et informatisées d'outils mathématiques, est une première avancée pour mettre en relation ces deux mondes jusqu'à présents considérés séparément (pour des exemples de duos d'artefacts dans le domaine numérique voir (Soury-Lavergne & Maschietto, 2013) ou (Riou-Azou & Soury-Lavergne, 2015), dans le domaine géométrique, voir (Voltolini, 2014) ou (Soury-Lavergne & Maschietto, 2015)).

Le projet OCINAEE pour l'apprentissage des mathématiques à l'école élémentaire avance encore d'un pas en connectant les deux mondes, tangible et virtuel, avec un petit robot mobile. Dans ce dispositif de réalité mixte, les objets tangibles sont du type cartes, plateaux de jeu, dés, stylos et l'environnement informatique est accessible par des tablettes et un smartphone. Plusieurs jeux mathématiques exploitant les possibilités offertes par le dispositif ont été conçus. Leurs usages par une équipe d'enseignants et leurs élèves, dans le cadre scolaire ont été étudiés dans le cadre d'un projet financé de 2014 à 2016 par la Banque Publique d'Investissement France sur le programme Investissement d'avenir e-éducation « Services et contenus numériques innovants pour les apprentissages fondamentaux à l'École ». Ce

projet a été conduit par quatre partenaires lyonnais : les entreprises digiSchool et Awabot, le centre ERASME en charge des questions numériques pour la métropole de Lyon et l'Institut Français de l'Éducation. L'IFÉ, en collaboration avec le centre ERASME, a pris en charge le travail avec les enseignants du terrain.

Le compte rendu de cet atelier présente successivement : l'organisation du projet, le dispositif et les jeux conçus, puis les questions de recherches traitées dans le projet, enfin des éléments du traitement de l'une des questions relatives au choix de rétroactions tangibles et virtuelles du dispositif pour faire évoluer les stratégies de résolution des élèves, qui a été abordée avec les participants de l'atelier.

I - LES OBJETS CONNECTÉS À L'ÉCOLE

Dès le début du projet, la conception des jeux a été menée en collaboration avec les enseignants qui allaient ensuite tester le dispositif dans leur classe. Au lancement du projet, les enseignants ont été impliqués dans les boucles de conception d'expérimentation et d'analyse des résultats, prenant part à toutes les étapes. Ce choix de collaboration avec les enseignants pour mener la recherche n'est pas anodin. Il relève d'un courant méthodologique de "recherche orientée par la conception" (Sanchez & Monod-Ansaldi, 2014). En procédant ainsi, l'objectif est de prendre en compte les difficultés avérées de dissémination des innovations dans le monde éducatif et d'intégration des technologies dans les pratiques des enseignants du premier degré (Ravenstein & Ladage, 2014).

Mais l'implication des enseignants et la collaboration avec les entreprises créent aussi des contraintes propres. Ainsi, le projet s'est-il développé en cherchant à atteindre simultanément deux objectifs : la production d'applications effectives pour le terrain - des jeux diffusables, robustes et répondant aux attentes des enseignants - et le développement de questions de recherche dans le champ de la didactique.

1 Un projet de recherche et son impact sur le terrain

Une caractéristique majeure des projets menés par l'Institut Français de l'Éducation est de fortement impliquer les enseignants du terrain, pour que les travaux menés produisent à la fois des résultats pour la recherche et contribuent à l'évolution de l'école et du monde éducatif. Pour OCINAEE, il s'est agi, d'une part, de concevoir, développer et diffuser des jeux mathématiques pour l'école et en dehors de l'école. Les jeux devaient donc être suffisamment robustes et attractifs et ne pas répondre uniquement aux préoccupations didactiques de l'équipe de recherche. D'autre part, pour son volet recherche, il a fallu identifier les questions relatives aux apprentissages des mathématiques avec un dispositif hybride qui seraient traitables dans le cadre du projet. Dans ce type de projet, les questions ne sont pas forcément premières, elles ne déterminent pas complètement le contenu du projet. De plus, le développement et la production de jeux diffusables ne sont pas forcément compatibles avec la conduite d'expérimentations visant la production de résultats de recherche. Une des tâches du projet a été d'identifier des questions de recherche intéressantes et traitables dans le cadre du projet. Elles sont présentées en partie 2. Les expérimentations conduites combinent la recherche d'informations nécessaires à l'avancée du projet et la production de données analysables selon un cadre théorique didactique. Ces deux dimensions ne sont pas toujours entièrement compatibles. Nous avons mis en place une méthodologie d'expérimentation à plusieurs niveaux pour pouvoir traiter les deux aspects avec les enseignants.

2 Démonstrateur de terrain, collaboration et processus itératif

La collaboration dans le projet a été menée à trois niveaux différents simultanément. Premièrement entre les quatre partenaires engagés dans le projet ; la proximité géographique ayant fortement contribué à des rencontres régulières et une dynamique au sein du projet. Entre les partenaires et les enseignants également, la collaboration s'est construite à travers plus de 40 ateliers de co-conception, soit lors de rencontres plénières avec tous les enseignants et les partenaires, soit en sous-groupes, autour d'une question ou d'un développement particulier. Enfin, la collaboration a également été construite avec l'institution "éducation nationale" par la mise en place d'un comité de suivi local, rassemblant les IEN et

les différentes instances de la DSDEN concernées par le projet qui a permis d'informer et de partager les points de vue entre l'institution scolaire et l'équipe du projet.

Le démonstrateur de terrain est constitué de la population d'enseignants et d'élèves participant au projet (Tableau 1), de l'équipement qui leur a été fourni au cours du projet et des processus de recueil de données mis en place. Ces trois éléments ont évolué tout au long du projet, donnant lieu au final à cinq itérations successives de boucle de conception-expérimentation- analyse.

Tableau 1. Les participants au démonstrateur de terrain

2014-2015	2015-2016
15 enseignants 15 classes du CP au CM2 6 écoles 390 élèves 152 en cycle 2 238 en cycle 3	35 enseignants 39 classes du CP à la 6e 14 écoles et 4 collèges 969 élèves 320 en cycle 2 428 en cycle 3 221 en 6e

La mission des enseignants a été de co-concevoir les jeux et les scénarios d'usage, de les expérimenter dans leur classe et d'observer leurs élèves ou de permettre l'observation par des tiers. Pour favoriser l'engagement des enseignants, nous avons choisi de recruter deux ou trois enseignants d'une même école. Cela avait plusieurs avantages pour le déroulement du projet, en plus de permettre d'équiper plus d'enseignants avec le même matériel, les jeux pouvant facilement passer d'une classe à l'autre au sein d'une même école. Le premier avantage a été de favoriser la collaboration entre les enseignants au sein du projet et entre les enseignants au sein d'une école. Le deuxième avantage est l'engagement d'enseignants peu technophiles. En effet, les enseignants motivés pour participer au projet ont dû s'adresser à leurs collègues de l'école pour former un groupe. Du coup, certains enseignants ont adhéré au projet pour l'intérêt qu'ils trouvaient à travailler ensemble, sur les mathématiques, plus que pour l'aspect innovant de la technologie. C'est assez rare dans les projets et néanmoins crucial pour l'appropriation des technologies. Le troisième avantage est la pérennisation des écoles dans le projet, au fur et à mesure des années et par-delà les changements d'enseignants (pour tout type de cause comme maternité, mutation, nouvelles missions…).



Figure 1. Contenu d'une mallette OCINAEE avec au centre le robot, le smartphone, les tablettes, ainsi que les plateaux, jeux de cartes et autres matériels tangibles.

Le démonstrateur de terrain est également constitué des équipements mis à disposition des enseignants et de leur classe. Ces équipements ont évolué au cours du projet. En décembre 2016, une mallette OCINAEE propose quatre jeux différents et contient un robot, un smartphone, deux tablettes, cinq plateaux de jeu, des jeux de cartes, jetons, stylet et autre matériel papier, ainsi qu'une documentation, dont des guides pédagogiques pour chacun des jeux. Chaque école du projet disposait de trois mallettes.

La mise en place du démonstrateur de terrain a eu deux objectifs, celui de suivre et évaluer les usages du dispositif OCINAEE mais aussi de faire avancer la recherche et les connaissances sur l'apprentissage avec ce type de dispositif innovant. Pour atteindre ces objectifs, le démonstrateur de terrain inclut une méthodologie de recueil et d'analyse que nous avons organisé en 3 volets.

- Un volet quantitatif nous a permis d'évaluer le volume d'utilisation pour pouvoir attester d'un usage qui dépasse quelques séances isolées. Le recueil de données a été fait auprès de tous les utilisateurs. En l'absence de remontée automatisée des informations, nous nous sommes appuyés sur les déclarations des enseignants principalement via un questionnaire en ligne. Un total de 6508 élève.séance a été enregistré.
- Un volet qualitatif nous a permis d'avoir des données sur les usages du dispositif en classe que nous avons utilisées dans les itérations successives du projet pour faire évoluer les jeux et le dispositif. Nous avons organisé des campagnes d'observations de classe, des interviews d'enseignants et des interviews d'élèves pour obtenir ces données, qui ont concerné toutes les classes du démonstrateur.
- Un volet recherche a permis de travailler des questions plus précises, à partir de protocoles expérimentaux spécifiques. Par exemple, une étude des stratégies d'interaction des élèves de CP avec le dispositif et leur prise en compte de la rétroaction tangible que constitue le déplacement du robot (Mandin, De Simone, & Soury-Lavergne, 2016). Nous présentons les questions prises en charge par le projet en partie II.

3 Présentation des jeux OCINAEE

Une présentation de ces jeux est à retrouver sur le blog du projet : http://ocinaee.blogs.laclasse.com/ ou sur le site EducMath : http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/equipes-associees-16-17/ocinaee/

Lors de l'atelier, en juin 2016, la mallette contenait : un robot, un téléphone, deux tablettes, un crayon optique, trois plateaux de jeu, un paquet de 39 cartes, une notice de démarrage et les règles de deux jeux.

Les deux jeux disponibles dans ces mallettes étaient :

- La course au calcul, pour l'automatisation des calculs ;
- Le nombre cible, pour les sommes de trois nombres entiers ou décimaux (voir description en III.).

Deux autres jeux étaient en cours de développement, mais pas encore utilisés dans les classes :

- Le voyage dans le plan, pour le repérage dans le plan et le codage des positions et des trajectoires d'un robot ;
- Le chiffroscope, un jeu sur la numération décimale des entiers et des décimaux qui permet de travailler les unités de numération.

II - QUESTIONS DE RECHERCHE

Les questions traitées dans le projet, dans le cadre théorique fourni par la théorie des situations (Brousseau, 1998), concernent d'une part l'articulation du tangible et du virtuel dans le dispositif, leurs rôles respectifs dans la situation d'apprentissage construite avec le jeu, d'autre part des questions relatives aux apprentissages mathématiques et connaissances construites par les élèves lorsqu'ils jouent.

1 Questions relatives à l'articulation du tangible et du virtuel

Puisque le dispositif utilisé pour les jeux est un dispositif hybride, qui utilise aussi bien du matériel tangible que des interfaces numériques, accessibles sur un smartphone ou des tablettes, à chaque étape de la conception des jeux, les concepteurs ont dû et pu faire des choix quant à l'entité matérielle ou numérique qui devait porter la possibilité d'action de la part du joueur ou la rétroaction du dispositif.

- Quels choix de moyen d'action pour les joueurs sur le dispositif : tablette, smartphone, ou cartes et autre matériel tangible ?
- Quels choix de rétroaction par le dispositif : via les interfaces numériques (tablette, smartphone) ou via le comportement du robot (déplacement, son, lumière) ?

En particulier à propos des rétroactions matérielles, telles que le déplacement du robot et sa position sur le plateau :

- Les rétroactions matérielles sont-elles utiles pour l'apprentissage, c'est-à-dire permettent-elles de faire évoluer les stratégies de résolution des élèves ? A quelles conditions ?
- Quelle médiatisation de concepts mathématiques (droite des nombres et déplacement du robot, structuration du plan (grille) et positions du robot) les jeux peuvent-ils offrir ?

Plus généralement, il s'agit de décrire les relations et d'évaluer les apports respectifs du matériel et du virtuel dans l'expérience d'apprentissage mathématique de l'élève (Mandin, De Simone, & Soury-Lavergne, *op. cit.*) (Mandin, 2016).

2 Questions relatives aux apprentissages mathématiques des élèves et la génération automatique des parties de jeu

A partir de l'hypothèse que les jeux peuvent être analysés comme des situations d'apprentissage, les questions plus précises relatives à la situation didactique ont été formulées.

- Quelles sont les variables didactiques des situations problèmes proposées aux élèves ?
- Dans le cas du jeu du nombre cible, comment caractériser de manière générique les tirages des nombres afin de contrôler le tirage "aléatoire" des parties ? Comment regrouper ces tirages en partie de jeu faciles ou difficiles ?

Les variables didactiques du jeu du nombre cible ont été identifiées et utilisées pour générer les parties de jeu : nature du nombre cible (entier, décimal non entier), la distance entre les six nombres (distance importante ou pas), l'appui sur l'entier ou la dizaine (solution telle que la somme de deux des trois nombres est un entier ou un multiple de 10 ou pas), existence d'un distracteur (il existe ou pas une somme de deux nombres qui est égale au nombre cible) (De Simone, Guillaume, & Soury-Lavergne, 2016). L'étude, toujours en cours dans le projet, ainsi que les stratégies de résolution des élèves ont été discutées pendant l'atelier mais ne font pas l'objet de ce compte rendu.

III - ARTICULATION DU TANGIBLE ET DU VIRTUEL POUR MÉDIATISER LES CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le jeu du nombre cible est inspiré des travaux de l'équipe ERMEL (Charnay, Douaire, Valentin, Guillaume, & Colomb, 2005). Le but du jeu est d'atteindre un nombre cible en additionnant trois nombres choisis parmi six nombres proposés. Il s'agit d'un jeu collaboratif qui se joue avec un plateau et un robot, le nombre cible apparaissant sur le smartphone du robot. Puis, selon la version du jeu choisie, avec carte ou avec tablettes (Figure 2), les six nombres possibles sont présentés sur des cartes ou affichés sur une tablette et leur sélection pour atteindre la cible diffère. Avec les cartes matérielles, le joueur doit les présenter aux capteurs situés sous le robot pour qu'elles soient lues et identifiées par le système. La version tablette nécessite de faire glisser avec le doigt des boules-nombres dans une zone dédiée sur la tablette, représentée par un sac au dos du robot. A chaque instant, les joueurs peuvent modifier leur

combinaison ou la valider. Le système présente des rétroactions lorsque les joueurs ont validé leur combinaison.



Figure 2. Le jeu du nombre cible. A gauche la version carte. A droite la version tablette. Dans les deux cas, le plateau est identique et le smartphone est maintenu sur le devant du robot.

Ce jeu se décline sur les nombres entiers et les nombres décimaux (écriture décimale ou fractionnaire). Au cours de l'atelier, nous n'avons traité que les menus relatifs aux nombres entiers, avec la version cartes et la version tablettes.

1 Quelles rétroactions du robot peuvent être mathématiquement significatives ?

Dans ce dispositif d'objets connectés, le robot tient une place particulière pour la plupart des élèves. Quand le robot est coiffé de sa perruque, les élèves le caressent, parfois le câlinent, lui parlent, le dessinent, lui fabriquent une maison ou d'autres perruques. Pour construire des situations qui permettent aux élèves d'attribuer à ce robot un rôle plus riche et plus intéressant que celui d'une mascotte ou d'un simple pion sur un plateau, en particulier un rôle dans la situation mathématique, nous avons dressé un inventaire de ses fonctionnalités. Pour créer des rétroactions, il est possible d'agir :

- sur les yeux du robot : changer leur couleur, dissocier l'éclairage d'un œil de l'autre, les faire clignoter, temporiser les éclairages,....
- sur les éclairages de ses flancs de la même manière.
- sur les sons et les messages émis par le robot : il peut parler ou émettre des sons, il peut afficher des messages écrits sur le téléphone qu'il porte devant (Figure 2).
- sur les déplacements du robot : le robot peut se déplacer sur un plateau dont la taille, le graphisme et l'impression sont choisis par les concepteurs. Ce déplacement est contraint par les dimensions du plateau, le robot ne peut pas sortir du plateau.

Ces différentes rétroactions peuvent être utilisées pour concevoir des situations d'apprentissages. Cependant, les travaux précédemment conduits par l'équipe de l'IFÉ ont montré qu'il était très utile de distinguer et d'implémenter trois types de rétroactions pour obtenir des environnements d'apprentissage de qualité : des rétroactions de manipulation directe, des rétroactions d'évaluation et des rétroactions de stratégie (Mackrell, Maschietto, & Soury-Lavergne, 2013) (Mandin et al., 2016) (Soury-Lavergne, 2016). Dans les trois cas, il s'agit de rétroactions produites par le dispositif en réponse à l'action de l'élève. Mais cette action de l'élève peut être la manipulation directe d'un élément du dispositif, la mise en œuvre d'une stratégie ou la demande d'une évaluation. Nous présentons les trois types de rétroaction pour détailler comment elles ont été implémentées dans le dispositif OCINAEE ou comment elles pourraient être utilisées pour l'analyser.

Les *rétroactions de manipulation directe* sont tous les phénomènes sensibles (affichage, mouvement, son) générés par l'environnement en réponse à l'action de l'utilisateur. Ce sont les rétroactions de base que le dispositif doit produire pour toute action de l'utilisateur, afin que celui-ci sache que son action a été prise en compte. Il s'agit par exemple du clignement des yeux du robot lorsqu'une carte lui est soumise, ou bien l'apparition d'un nombre dans la sacoche du robot sur la tablette lorsque le nombre est déplacé.

Ces rétroactions résultent des choix de développement. Elles peuvent être combinées pour produire les rétroactions des deux autres types.

Les *rétroactions d'évaluation* concernent l'évaluation finale par le système de la tâche accomplie par l'utilisateur. C'est une évaluation de la réponse apportée par les élèves au problème mathématique posé, ici est-ce que la cible est atteinte. Elles doivent être suffisantes pour que l'élève sache par lui même s'il a réussi. Les utilisateurs, élèves et enseignants, attendent d'un système informatique un verdict entre termes de « réussi » ou « non réussi », un système qui ne le proposerait pas serait considéré comme insuffisamment développé. Le dispositif OCINAEE évalue la réponse des élèves par rapport au problème posé et la communique à la demande de l'utilisateur par un affichage sur le smartphone (Figure 3) de messages comme « Bravo » ou « Essaie encore ! » ou « Dommage ! J'aurais joué… », associé à un déplacement et un clignotement des yeux, qui sont symboles de réussite ou d'échec. Ces phénomènes sont d'abord des rétroactions de manipulation directe au fait que l'élève a cliqué sur le bouton « valider ». Mais leur sens dans l'interaction avec l'utilisateur est celui d'une évaluation finale de la tâche accomplie. Le message « Essaie encore ! » ne porte aucun jugement de valeur sur la non réussite au jeu. Il demande simplement aux élèves de reprendre leurs calculs et de proposer une nouvelle combinaison. Il n'est pas stigmatisant comme pourrait l'être une remarque de l'enseignant. Mais il ne donne aucune piste pour que les élèves reprennent leur travail et adoptent une stratégie différente. Au bout de trois essais, il n'est plus possible de recommencer. Le système invalide la combinaison et propose une des solutions possibles. Bien que fournissant une rétroaction sur la solution, l'information n'est plus utilisable pour modifier les stratégies.



Figure 3. A gauche, rétroaction d'évaluation donnée par le robot via le smartphone pour un nombre cible donnée. A droite bilan final des six tours joués avec les cibles réussies marquées d'une coche verte accompagnées de la solution correcte donnée par l'élève et les cibles échouées marquées d'une croix rouge et accompagnées d'une solution possible.

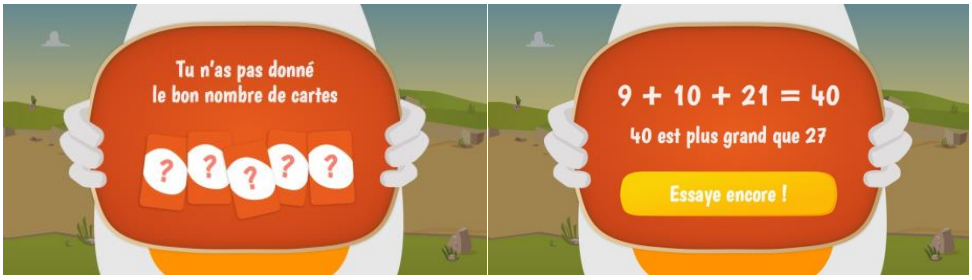


Figure 4. A gauche, rétroaction de stratégie invitant les élèves à reconsidérer le nombre de cartes soumises au robot. A droite, le message compare la solution proposée par les élèves avec la cible.

Les *rétroactions de stratégie* sont les phénomènes produits par le système pour étayer et faire évoluer la stratégie de résolution de l'élève au cours de la résolution de la tâche. Pour produire ce type de rétroaction, le système doit être capable de (i) faire un diagnostic de la stratégie de résolution utilisée, à partir d'informations disponibles dans le système, comme les nombres proposés par les élèves, (ii) déterminer une réponse permettant de faire évoluer cette stratégie, c'est-à-dire disposer d'une analyse didactique relative à cette stratégie, (iii) implémenter cette réponse à travers un affichage, un déplacement, un son etc. Une telle rétroaction peut consister en des messages d'aide ou un effet visuel, mécanique, sur l'interface numérique ou sur les objets tangibles, dont le robot. Ce type de rétroaction

utilise donc les rétroactions de manipulation directe, mais son objectif dans l'interaction avec les élèves est de lui faire modifier sa stratégie en cours, sans toutefois lui indiquer une autre stratégie ou résoudre le problème à sa place. Ce sont les rétroactions les plus fortement didactiques et les plus complexes à concevoir dans un environnement numérique, en particulier un dispositif d'objets connectés. Les difficultés pour les concepteurs se situent aux trois niveaux, celui du diagnostic qui ne peut passer que par les actions de l'utilisateur à l'interface du dispositif, celui de savoir comment répondre à la difficulté diagnostiquée et enfin celui de savoir comment implémenter cette réponse dans le système. Dans le cas du nombre cible, l'analyse didactique disponible permet le diagnostic à partir des nombres sélectionnés par les élèves. Cependant, la réponse à apporter est plus complexe à déterminer. Un choix simple est de rappeler les contraintes du problème qui n'ont pas été respectées (Figure 4, à gauche). Il arrive que les élèves oublient la contrainte du problème d'une solution avec 3 termes et proposent une combinaison de 2 ou 4 cartes. La rétroaction leur signale qu'ils n'ont pas donné le bon nombre de cartes sans leur préciser à nouveau qu'ils doivent associer 3 cartes. La collaboration entre élèves résout souvent cette question, soit au sein du binôme, soit par les échanges hors du binôme et hors du temps de jeu. Actuellement, le système compare également la somme des nombres choisis par les élèves avec le nombre cible. D'autres informations pourraient être données sur les caractéristiques de la solution produite par les élèves. Enfin, il faut également choisir comment signifier cette information à l'interface du dispositif. Actuellement, cet ordre est affiché sur le smartphone et, simultanément, il est représenté sur le plateau par le déplacement du robot avant ou après la cible (Figure 5). L'intérêt de ce choix de rétroaction par déplacement est à l'étude.

Nous avons donc posé aux participants de l'atelier la question des rétroactions de stratégie qu'il serait possible d'implémenter dans le dispositif :

- Comment rendre le déplacement du robot porteur d'une information significative du point de vue mathématique à destination des élèves ?
- Est-il possible d'utiliser le déplacement du robot comme aide à la résolution pour produire un étayage mathématique relatif à la comparaison entre la somme de trois nombres proposés par les élèves et le nombre cible visé ?

Au cours de l'atelier, les solutions explorées par les concepteurs du jeu ont été présentées, ainsi que les difficultés rencontrées. Les participants ont alors élaboré de nouvelles solutions.

2 Difficultés rencontrées dans la conception des rétroactions du robot

Au cours de la conception, il a été nécessaire de veiller à ce que les diverses rétroactions possibles ne rentrent pas en concurrence et ne contribuent pas à une perte de signification et d'utilité finale pour les élèves. Or cela était le cas de la version du jeu disponible à la date du colloque de la COPIRELEM (juin 2016). En effet, les rétroactions initialement implémentées étaient : une rétroaction lumineuse de yeux du robot (qui s'allumaient d'une couleur verte en cas de bonne réponse et orange en cas d'erreur) et un déplacement. Mais dès que l'élève avait validé la combinaison de cartes soumise au robot, le robot produisait la rétroaction lumineuse au niveau des yeux. Ce n'est qu'ensuite que le robot se déplaçait sur le plateau de jeu vers une position correspondante à la somme des cartes soumises (Figure 5) : si la somme des cartes soumises est égale au nombre cible, le robot se déplace sur la piste jusqu'au drapeau, dans une partie centrale de la piste et du plateau, si elle est plus petite le robot s'arrête avant et si elle est plus grande, il s'arrête après.

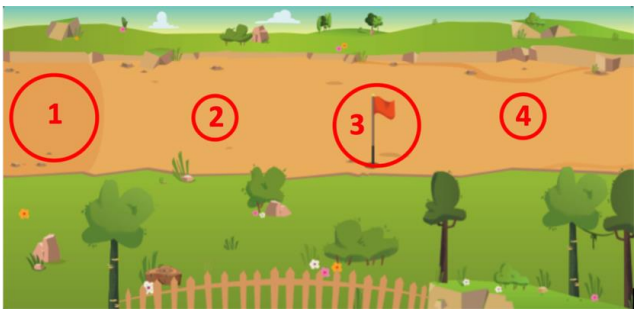


Figure 5. Plateau final du jeu du nombre cible avec l'indication des quatre positions repérées pour le robot : position de départ du robot (1), position (2) indiquant une somme trop petite, position sur le drapeau (3) en cas de bonne réponse et position (4) indiquant une somme trop grande.

Ainsi, dans cette version du jeu, avec la lumière des yeux, le dispositif renvoie à l'élève une première rétroaction qui valide ou invalide la réponse et rend inutile car redondante la rétroaction par déplacement du robot. Après quelques tours, les élèves savent très vite si leur combinaison est correcte ou pas, sans attendre le déplacement du robot. Par conséquent, l'information que le robot apporte par sa position n'est plus prise en compte. Or la rétroaction du dispositif via les yeux du robot, bien que ludique, n'est pas rattachée à un argument mathématique. Il s'agit d'une évaluation de la part du système et pas d'une rétroaction relative à la stratégie mathématique mise en œuvre. Dans une version ultérieure du jeu, la rétroaction des yeux a été différée jusqu'à l'arrêt du robot sur sa nouvelle position pour redonner de l'intérêt à la rétroaction par déplacement.

3 Le déplacement du robot

Le déplacement du robot sur le plateau est l'une des rétroactions tangibles du dispositif qu'il n'est pas possible de produire à l'interface de l'environnement numérique. Pour que le déplacement du robot puisse avoir une signification mathématique dans le jeu, la solution la plus évidente semble être celle d'un déplacement proportionnel à la somme des trois nombres sur une droite numérique (représentée ou pas sur le plateau), en direction de la cible. Dans les faits, cela s'est révélé impossible pour plusieurs raisons.

Les déplacements du robot nécessitent un codage du support de déplacement que le robot lit à l'aide de ses capteurs pour connaître sa position et se déplacer d'un point à un autre. Il n'est pas possible par exemple de poser le robot sur le sol d'une grande salle pour des déplacements de grande ampleur, limités par les seules dimensions de la salle. Les concepteurs du jeu ont donc programmé ces déplacements dans l'espace fini et déterminé d'un plateau pouvant tenir sur une table ou un bureau de salle de classe. Sur un plateau, la distance entre la zone de départ du robot et la cible est forcément fixe, dès que la cible est représentée graphiquement.

De plus, le robot mesure près de 11 cm de long, une dimension qu'il est nécessaire de prendre en compte pour rendre visibles ses déplacements. Si le nombre cible est inférieur à 20, la longueur du déplacement attribuée à chaque valeur numérique entre 6 et 20 sera significative et perceptible visuellement. Mais si le nombre cible est proche de 100, la longueur du déplacement attribuée à chaque unité peut être très faible et non perceptible par les élèves, en particulier pour les cibles jusqu'à 100, le dispositif perdant ainsi son sens. Pour que le déplacement du robot soit visible, il faut que les cibles soient petites, ce qui limite trop fortement le corpus de cibles.

Le déplacement proportionnel et continu a donc été abandonné par les concepteurs au profit du déplacement du robot sur seulement quelques positions repérées sur le plateau. La question a donc évolué vers : quel plateau serait pertinent pour donner un sens mathématique au déplacement du robot ?

4 Quel plateau, combiné au déplacement du robot, constituerait un étayage à la réalisation de la tâche mathématique ?

Dans l'état actuel du jeu, puisque le robot est contraint de se déplacer sur quelques positions repérées sur le plateau, les concepteurs du jeu ont cherché quelles seraient les organisations possibles de ces quelques positions qui pourraient avoir un sens mathématique par rapport aux nombres en jeu (nombre cible et sommes) et à la stratégie de résolution de problème des élèves.

4.1 Premiers plateaux du jeu du nombre cible : décor de montagne et six positions distinctes pour le robot

Sur le premier plateau conçu au cours du projet, six positions différentes pour le robot ont été repérées. Ces six positions matérialisent une représentation de la droite numérique sur l'arête de la montagne. Les six positions sont repérées graphiquement sur le plateau par des personnages ou un chalet, à l'exception de la position initiale en bas à gauche (Figure 6). La taille croissante des objets a été choisie pour illustrer l'ordre sur la droite numérique (les nombres sont rangés du plus petit au plus grand). Ainsi selon la position du robot, l'information sur la somme des nombres présents sur les cartes est la suivante : la position initiale (zone 1) lorsqu'aucune carte n'est soumise, position sur la marmotte (zone 2) lorsque la somme est trop petite et éloignée de la cible, position sur le mouton (zone 3) lorsque la somme est trop petite mais proche de la cible, position sur le chalet au soleil (zone 4) lorsque la somme est égale au nombre cible, position sur le bonhomme de neige (zone 5) lorsque la somme est trop grande mais encore proche de la cible, position sur le yeti (zone 6) lorsque la somme est trop grande et éloignée de la cible.

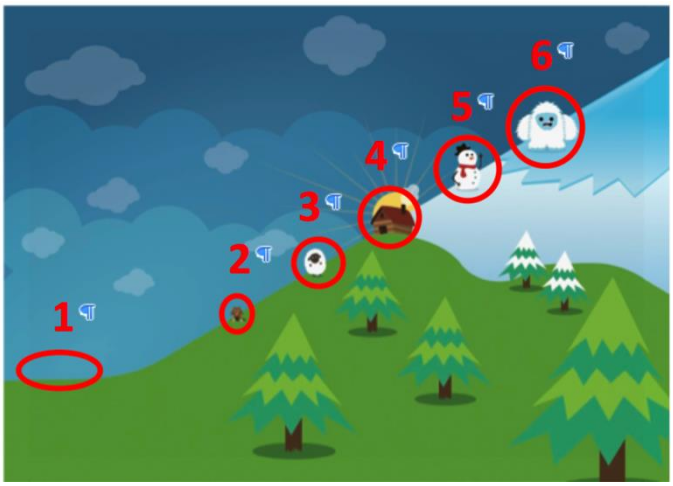


Figure 6. Premier plateau du jeu du Nombre cible. Décor de montagne et six positions possibles pour le robot : au départ dans la plaine (1), sur la marmotte (2), sur le mouton (3), sur le chalet au soleil (4), sur le bonhomme de neige (5) et sur le yéti (6).

En raison de problèmes d'impression du plateau, le robot ne parvenant pas à lire le codage du plateau, ce plateau n'a pas pu être testé tel quel dans les classes. Un plateau remanié, plaçant les personnages à l'horizontale, a été utilisé pour une campagne expérimentale qui a révélé que les élèves ne comprenaient pas la signification des positions du robot sur le plateau (Mandin et al., 2016). Ils voulaient tous atteindre le yéti.

4.2 Plateau du jeu du nombre cible : décor de mini-golf et quatre positions distinctes pour le robot

Avec le troisième plateau créé au cours du projet (Figure 5), quatre positions pour le robot ont été distinguées : position de départ du robot (1), position (2) indiquant une somme trop petite, position sur le drapeau (3) en cas de bonne réponse et position (4) indiquant une somme trop grande. Seule la position correspondant à la bonne réponse, signifiant que la cible est atteinte, est graphiquement explicite et matérialisée par un drapeau. Les expérimentations conduites dans les classes du CP à la 6e montrent que le déplacement du robot reste incompris et n'est globalement pas perçu comme significatif mathématiquement. La métaphore du mini-golf ne semble guère plus adaptée que celle de la montagne et présente bien des inconvénients.

Dans les utilisations actuelles du jeu, il faut donc que ce soit l'enseignant de la classe qui s'empare de l'interprétation des déplacements du robot et de la métaphore de la piste de mini-golf pour représenter la droite numérique. Il faudrait ainsi qu'il conduise des bilans pour mettre en relation les observations des déplacements du robot avec les combinaisons de nombres testées par les élèves, afin qu'ils puissent utiliser cette information pour faire évoluer leurs stratégies.

Par ailleurs, des améliorations peuvent être apportées au plateau existant, sans nouvelle impression, au moyen d'indications graphiques écrites sur le plateau : identifier et matérialiser la zone de départ, localiser et nommer explicitement une zone "trop petit" et une zone "trop grand" sur la piste, agrandir la zone cible pour obtenir un espace compatible avec la taille du robot, matérialiser une droite numérique sans indication autre que "trop petit" ou "trop grand" en raison de l'impossibilité de représenter la proportionnalité entre les nombres.

4.3 Propositions de plateau par les participants à l'atelier COPIRELEM

Les participants de l'atelier ont retenu la solution de positions identifiées sur le plateau pour surmonter l'impossibilité du déplacement d'une longueur proportionnelle à la distance position de départ-position cible. Ils ont choisi d'associer chaque position du robot sur le plateau (positions fixes pour toutes les parties) à un des nombres sélectionné par les élèves.

Dans la proposition des participants, le robot est une grenouille qui se déplace par bond et qui est initialement posée sur la berge d'une marre. Le nombre cible est représenté par un nénuphar qu'elle veut atteindre. Pour cela, les élèves choisissent trois cartes qui permettent à la grenouille de faire trois sauts. L'objectif est que la grenouille se retrouve sur le nénuphar-cible à son 3e saut. Si la somme est trop grande, elle tombe à l'eau au-delà du nénuphar-cible. Si la somme est trop petite, elle tombe à l'eau avant d'atteindre le nénuphar-cible. Les positions intermédiaires de la grenouille sont représentées par des feuilles sur l'eau. Le premier déplacement de la grenouille, sur une première feuille, correspond au premier nombre choisi. Le deuxième déplacement, sur une deuxième feuille, correspond au second nombre et le troisième déplacement sur le nénuphar, ou plouf avant (inférieur au nombre cible) ou plouf après (supérieur au nombre cible) (Figure 7 à Figure 11). Une fois les cartes choisies et validées, le robot-grenouille se déplace en marquant les positions successives. Le robot ne se déplace pas comme sur le jeu actuel d'un seul mouvement. L'intérêt d'un déplacement en trois parties est qu'il peut donner aux élèves des informations sur chaque nombre en rapport avec la cible. Ils pourraient ainsi voir quel nombre (ou quelle somme de nombres) amène le robot au-delà du nénuphar-cible.

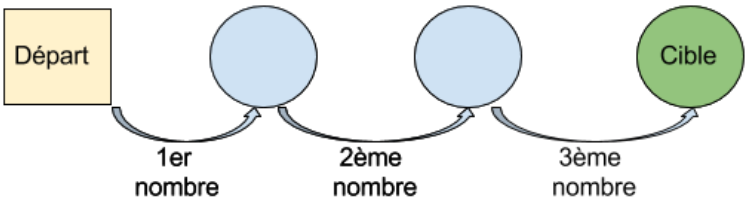


Figure 7. En cas de réussite, chaque position intermédiaire correspond à un des termes de la somme.

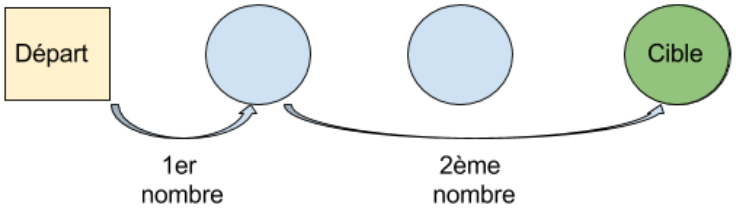


Figure 8. Si les élèves n'ont soumis que deux cartes pour atteindre le nombre cible, le robot atteint la cible. Mais le problème n'est pas résolu car les trois positions n'ont pas été utilisées.

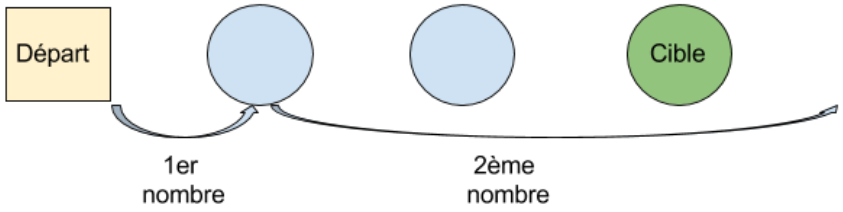


Figure 9. Si les élèves proposent un premier nombre inférieur au nombre cible et un second dont la somme avec le premier est supérieure au nombre cible, la grenouille tombe dans l'eau derrière le nénuphar.

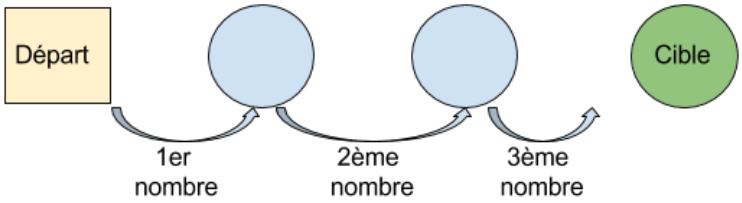


Figure 10. Si les élèves proposent trois nombres dont la somme est inférieure au nombre cible, la grenouille tombe dans l'eau avant le nénuphar.

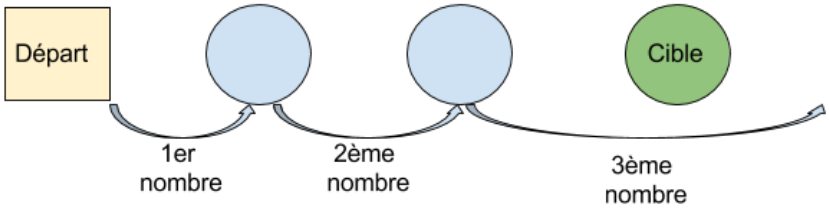


Figure 11. Si les élèves proposent deux nombres dont la somme est inférieure au nombre cible et un troisième dont la somme avec les deux premiers est supérieure au nombre cible, la grenouille tombe dans l'eau après le nénuphar.

Cependant, la proposition des participants ne permet pas de surmonter la difficulté due au fait que les représentations, ici les feuilles ou le nénuphar, sont graphiquement fixes. Ainsi, les élèves peuvent choisir de une à six cartes. Or les positions possibles pour la grenouille ne sont que trois, donc au final chaque bond ne sera pas mis en relation avec un nombre. Par ailleurs, les sauts de la grenouille (déplacement du robot) ont une dimension fixe sur le plateau alors qu'ils représentent des nombres différents, que ce soit d'un tour de jeu à l'autre, ou bien pour le même tour de jeu. En revanche, ce choix matérialise sur le plateau la nécessité des trois termes de la somme.

Une autre limite de la métaphore de la grenouille sauteuse est qu'elle rentre en contradiction avec l'aspect physique du robot ressemblant davantage à un canard ou à un escargot.

D'autres propositions des participants sont :

- Indiquer sur le smartphone ou une tablette, les écarts entre la somme des nombres choisis par les élèves et le nombre cible, par exemple au moyen d'une jauge dont le remplissage est proportionnel à la somme des 3 termes et qui indique avec un repère la position relative au nombre-cible. Cette jauge est complémentaire aux quatre positions fixes sur le plateau (départ, inférieure, égale, supérieure).
- Identifier clairement sur le plateau les quatre positions (départ, avant (ou inférieur...), égale, après (ou supérieur)) et ajouter une flèche sur le plateau pour indiquer un axe.
- Indiquer sur le plateau 5 positions : deux positions avant (inférieur), la cible (égale) et deux positions après (supérieur). Chaque position est associée à un des termes de la somme. Le déplacement du robot se fait pour chaque nombre soumis. Le robot réalise un déplacement par

nombre ce qui permet aux élèves de voir quel nombre fait dépasser la cible. Cette proposition pourrait constituer une aide, offerte par le dispositif après le constat de difficulté.

5 Pourquoi vouloir malgré tout un déplacement du robot ?

L'intérêt du déplacement du robot pour le problème mathématique posé par le jeu reste limité voire peu convaincant, au stade actuel du développement de ce jeu. Le déplacement ne constitue pas une rétroaction explicite et compréhensible du dispositif en réponse à une action des joueurs. Ce constat a amené les concepteurs du jeu à proposer un bouton pour désactiver le déplacement du robot pour permettre de jouer alors que les plateaux étaient inutilisables. Ce bouton, présent sur le menu du téléphone, continu d'être utilisé maintenant que les problèmes de plateau ont été résolus.

De fait, dans la version tablette, si le robot et son déplacement n'est pas utilisé, le jeu fonctionne uniquement avec une tablette. Dans ce contexte, il pourrait être tentant de vouloir se passer des autres objets matériels, le robot, le plateau et les cartes car leur gestion matérielle et leur manipulation peuvent être contraignantes, sources de bugs et de mauvaises manipulations. De plus, le travail sur tablettes est suffisamment récent pour qu'il reste très attrayant pour les élèves, comme pour les enseignants, qui pourraient donc être tentés d'aller vers la facilité… matérielle.

Pourquoi dans ce contexte vouloir persister à proposer des jeux utilisant le tangible ? Et parmi les usages du tangible celui du déplacement du robot ?

Manipuler des objets est fondamentalement différent de la "manipulation" de leur image sur une interface numérique. Les interviews des élèves et les parties de jeu filmées montrent qu'environ la moitié des élèves préfèrent la version carte et que les stratégies de jeu développées sont différentes dans les deux environnements (Soury-Lavergne, Guillaume, Rabatel, & Martinez, 2016). Cette étape est nécessaire pour les apprentissages des élèves même si l'on doit également proposer des situations allant vers l'abstraction. Il est indispensable d'articuler ces manipulations de cartes matérielles ou le glisser-coller de nombres sur des interfaces numériques avec la matérialisation d'un déplacement ayant une signification mathématique pour venir renforcer les apprentissages. La difficulté n'en demeure pas moins.

Le jeu Voyage dans le plan dont le développement a suivi celui du Nombre cible, apporte des réponses à cette question de manière plus argumentée. Sans déplacement du robot, le jeu n'existe pas car c'est lui qui rend visibles les actions des joueurs.

IV - CONCLUSION

Le projet OCINAEE a permis d'initier un nouveau questionnement didactique sur l'articulation du tangible et du numérique dans les situations d'apprentissage des mathématiques. Des pistes ont été explorées avec la création de quatre jeux qui combinent des objets concrets et des outils numériques pour résoudre des problèmes de calcul, de numération et de déplacement dans le plan. Les premiers résultats montrent tout l'intérêt de cette combinaison matériel et numérique, tant du côté de l'appréciation positive des utilisateurs enseignants et élèves que du côté des chercheurs. Une des questions de recherche traitée concerne les rétroactions qui permettent de faire évoluer les stratégies de résolution de problème des élèves au cours d'un jeu. Malgré la multiplicité des possibilités offertes par le dispositif, toute implémentation n'est pas forcément pertinente au regard des mathématiques.

Par exemple, il est difficile de concevoir un déplacement tangible d'un robot qui puisse avoir une signification mathématique dans le jeu du nombre cible. Il faut combiner la cohérence mathématique tout en tenant compte des contraintes matérielles telles que la taille minimum d'un déplacement pour qu'il soit visible. Les solutions qui ont été testées par le projet n'ont pas encore permis d'identifier les solutions optimales et ont même parfois été détournées par les élèves. Les solutions proposées par les participants à l'atelier rencontrent les mêmes difficultés liées à l'interprétation mathématique du déplacement du robot. Elles explorent un autre modèle possible pour le déplacement et utilisent la complémentarité entre le tangible (choix d'un plateau fixe) et le numérique (une jauge dynamique sur smartphone).

Ces constats nous invitent à poursuivre les premières réflexions engagées dans le projet OCINAEE pour mieux identifier l'intérêt de dispositifs hybrides pour l'apprentissage et renforcer la complémentarité entre le tangible et le numérique.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BROUSSEAU, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée Sauvage.

CHARNAY, R., DOUAIRE, J., VALENTIN, D., GUILLAUME, J.-C., & COLOMB, J. (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes cycle 2*. Hatier.

DE SIMONE, M., GUILLAUME, L., & SOURY-LAVERGNE, S. (2016, avril). Monde numérique et monde tangible pour l'apprentissage des mathématiques. *Bulletin de La CFEM Avril 2016.* Retrieved from http://www.cfem.asso.fr/liaison-cfem/lettre-cfem-avril%202016

MACKRELL, K., MASCHIETTO, M., & SOURY-LAVERGNE, S. (2013). The interaction between task design and technology design in creating tasks with Cabri Elem. In C. MARGOLINAS (Ed.), *ICMI Study 22 Task Design in Mathematics Education* (pp. 81–90). Oxford, Royaume-Uni.

MANDIN, S. (2016, September 21). Apprendre par la manipulation physique grâce aux robots. Retrieved from https://www.reseau-canope.fr/agence-des-usages/apprendre-par-la- manipulation-physique-grace-aux-robots.html

MANDIN, S., De SIMONE, M., & SOURY-LAVERGNE, S. (2016). Robot moves as tangible feedback in a mathematical game at primary school. In *Proceedings of RIE*. Vienne, Autriche.

RAVENSTEIN, J., & LADAGE, C. (2014). Ordinateurs et Internet à l'école élémentaire française. *Education & Didactique*, *8*(3), 9–21.

RIOU-AZOU, G., & SOURY-LAVERGNE, S. (2015). Mallette d'outils mathématiques, le boulier et la pascaline. In *XXXXIe colloque de la COPIRELEM*. Mont de Marsan, France.

SANCHEZ, E., & MONOD-ANSALDI, R. (2014). Recherche collaborative orientée par la conception. Un paradigme méthodologique pour prendre en compte la complexité des situations d'enseignement-apprentissage. *Éducation et Didactique*, *9*(2), 73–94.

SOURY-LAVERGNE, S. (2016). Duos of artefacts, connecting technology and manipulatives to enhance mathematical learning. Presented at the 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburg, Germany: Springer.

SOURY-LAVERGNE, S., GUILLAUME, L., RABATEL, J.-P., & MARTINEZ, J.-L. (2016). *OCINAEE Livrable Tâche 5.4. Analyse des usages pédagogiques du démonstrateur* (p. 109). Institut Français de l'Education, ENS de Lyon. Retrieved from http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/equipes-associees-16-17/ocinaee/Livrable%205.4_OCINAEE%20Analyse%20des%20usages_V14.pdf

SOURY-LAVERGNE, S., & MASCHIETTO, M. (2013). A la découverte de la « pascaline » pour l'apprentissage de la numération décimale. In C. OUVRIER-BUFFET (Ed.), *XXXIXe colloque de la COPIRELEM, Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*. Quimper, France.

SOURY-LAVERGNE, S., & MASCHIETTO, M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in problem solving with technology at primary school. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, *47*(3), 435–449. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0694-3

VOLTOLINI, A. (2014). Un duo d'artefacts virtuel et matériel pour apprendre à construire un triangle à la règle et au compas. *Grand N*, *94*, 25–46.

USAGE D'UN CADRE D'ANALYSE POUR S'APPROPRIER, CONCEVOIR ET ENRICHIR DES SITUATIONS DE FORMATION

Laetitia BUENO-RAVEL
ESPE de Bretagne, COPIRELEM
CREAD
laetitia.bueno-ravel@espe-bretagne.fr

Christine MANGIANTE
ESPE Lille Nord de France, COPIRELEM
Laboratoire de Mathématiques de Lens
christine.mangiante@espe-lnf.fr

Pascale MASSELOT
ESPE de Versailles, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Edith PETITFOUR
ESPE de Lorraine, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
edith.petitfour@univ-lorraine.fr

Frédérick TEMPIER
ESPE de Versailles, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
frederick.tempier@u-cergy.fr

Claire WINDER
ESPE de Nice, COPIRELEM
Laboratoire de Didactique André Revuz
claire.winder@unice.fr

Résumé
Le cadre d'analyse des situations de formation utilisé dans cet atelier (Mangiante & al., 2016) vise à interroger les potentialités de ces situations à la lumière des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques en jeu (Houdement, 2013), et à clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre ainsi que leur articulation. Il permet d'étudier des modalités d'exploitation par le formateur de différents supports utilisables en formation (vidéos, productions d'élèves, extraits de manuels, etc.).
Le travail au cours de l'atelier vise à utiliser ce cadre pour concevoir de nouvelles situations à partir de supports fournis par les animateurs et en demandant aux participants d'analyser la pertinence de cet outil dans le cadre de ce travail d'élaboration collective de situations de formation. Ce travail a permis d'aborder différents domaines mathématiques (espace et géométrie, nombres et calculs) à différents niveaux (maternelle et élémentaire).

Le cadre d'analyse des situations de formation présenté et mobilisé au cours de cet atelier a déjà été présenté par notre équipe lors de différentes manifestations nationales et internationales au cours des trois dernières années. Cependant il est toujours en cours d'évolution et les écrits diffèrent sensiblement selon le moment où ils ont été produits. Il est probable que ce cadre continue à s'enrichir au fur et à mesure de l'avancée de notre travail et en fonction des retours qu'il suscite. La présentation retenue et la terminologie utilisée sont encore susceptibles de se préciser.

Cet atelier diffère de ceux qui l'ont précédé par ses objectifs. Il ne s'agit plus de mobiliser le cadre d'analyse pour analyser des situations de formation dont la robustesse est déjà avérée mais de l'utiliser

pour concevoir de nouvelles situations à partir de supports fournis par les animateurs et en demandant aux participants d'analyser la pertinence de cet outil dans le cadre de ce travail d'élaboration collective de situations de formation.

La structure de ce texte (présentation du cadre d'analyse, analyse succincte d'une situation de formation, conception de situations de formation) reprend la chronologie du déroulement de l'atelier en intégrant les analyses des productions des participants et des compléments non proposés au cours de la séance par manque de temps.

I - PRÉSENTATION DU CADRE D'ANALYSE

Notre cadre d'analyse est un outil conçu pour analyser des *situations de formation*. Nous appelons ainsi des situations[1] qui impliquent des formés (étudiants en formation initiale ou enseignants en formation continue), et des formateurs (professeurs, maîtres formateurs, conseillers pédagogiques, etc.) au sein d'une institution de formation d'enseignants. De telles situations consistent en un ensemble de tâches pouvant être proposées par un formateur à des formés autour d'une activité que nous nommons *activité amorce*. Il peut s'agir, par exemple, d'une situation de formation par homologie telle « La situation des annuaires » (Houdement et Peltier, 2003 ; Masselot et al., 2016), d'une situation basée sur la comparaison de manuels scolaires (Mangiante et Petitfour, 2015), d'une situation dont l'amorce est une analyse de travaux d'élèves, ou une analyse d'extraits d'une vidéo tournée en classe, etc. À partir d'une situation de formation, le formateur peut alors élaborer un *scénario de formation*. Il s'agit d'un ensemble de tâches, sous-ensemble de l'ensemble des tâches qui constituent la situation de formation, organisées chronologiquement.

Pour une situation de formation donnée, nous considérons différents enjeux d'apprentissage, en lien avec les trois types de « savoirs utiles pour enseigner » identifiés par Houdement (2013) :

- le savoir mathématique correspondant aux mathématiques nécessaires à l'enseignant pour préparer, réguler et évaluer sa séance et ses élèves ;
- le savoir didactique nourri par les recherches en didactique sur les mathématiques du primaire et transposé pour être rendu accessible en centre de formation ;
- le savoir pédagogique oscillant entre deux pôles, l'un théorique et l'autre proche du sens commun et de la pratique.

Les différentes tâches prescrites dans une situation de formation convoquent des connaissances[2] relatives à ces savoirs. Nous analysons alors chacune des tâches possibles d'une situation de formation en considérant quatre facteurs :

- le type de connaissances convoquées ;
- le degré de décontextualisation de ces connaissances ;
- la posture du formé dans l'activité ;
- la nature des tâches.

1 Le type de connaissances convoquées

Dans les différentes tâches d'une situation de formation, nous distinguons les connaissances mathématiques ainsi que les connaissances didactiques et pédagogiques, que l'on vise à faire acquérir aux formés.

1 Au sens de Brousseau (2010).

2 En accord avec Margolinas (2012), « une connaissance est ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu, ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation ». En ce sens, une connaissance est intimement liée au sujet, alors qu'un « savoir est une construction sociale et culturelle qui vit dans une institution. (…) [Il est] dépersonnalisé, décontextualisé, détemporalisé ».

Les *connaissances mathématiques* correspondent aux connaissances mathématiques que les formés enseigneront à leurs élèves et à des connaissances mathématiques non enseignées aux élèves mais nécessaires aux formés pour enseigner.

Les *connaissances pédagogiques* relèvent des conceptions de l'apprentissage, de l'organisation et de la gestion de la classe, indépendamment des contenus disciplinaires : par exemple envisager différentes modalités de travail (individuel, en petits groupes pour favoriser les interactions, en grand groupe), différentes gestions de la mise en commun (par affichage – ou pas – des productions, par une prise en compte de toutes les productions ou d'une partie), différents supports de travail (cahier de brouillon, affiches, ardoises ; éphémères ou pas), etc.

Les *connaissances didactiques* sont spécifiques au contenu mathématique enseigné. Ces connaissances sont des connaissances pour l'enseignant : elles correspondent à des transpositions de savoirs didactiques initialement conçus dans le cadre de la recherche. Par exemple le concept de variable didactique donne à l'enseignant le moyen d'identifier et de hiérarchiser les différents paramètres à considérer et de faire des choix des valeurs de certains en fonction de ses objectifs en termes d'apprentissage à provoquer.

Connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques sont intimement liées au cœur des pratiques enseignantes et ne peuvent être abordées de façon vraiment indépendante dans le cadre des situations de formation.

2 Le degré de décontextualisation des connaissances convoquées

Selon les moments de la mise en œuvre, les connaissances convoquées peuvent être :

- mobilisées en contexte implicitement (en acte) ;
- mobilisées en contexte explicitement ;
- décontextualisées (pour devenir mobilisables dans d'autres contextes).

On définit ainsi trois degrés de décontextualisation des connaissances convoquées. Les connaissances mathématiques sont mobilisées en acte lorsqu'elles sont utilisées comme outil (Douady, 1986) dans l'activité mathématique considérée. Cette dernière peut être soit vécue, avec la réalisation effective de ce qui est demandé (réalisation de manipulations, élaboration et rédaction d'une solution), soit évoquée, avec une résolution mentale. Les connaissances mathématiques sont explicitées en contexte lorsque leur utilisation dans l'activité en tant qu'outil est formulée et elles sont décontextualisées lorsqu'elles sont présentées en tant qu'objet, généralement dans une phase d'institutionnalisation. Concernant les connaissances didactiques ou pédagogiques, elles sont mobilisées en acte dans l'identification des choix didactiques ou pédagogiques effectués dans l'activité mathématique considérée, elles sont explicitées en contexte dans une analyse des implications de ces choix et elles sont décontextualisées dans la mise en évidence et l'explicitation des concepts didactiques ou pédagogiques sous-jacents.

3 La posture du formé

En liaison avec les différentes manières dont un formateur peut s'adresser à des stagiaires (en formation initiale ou continue) dégagées par Sayac (2010), nous distinguons, dans une situation de formation, plusieurs postures spécifiques attendues du formateur de la part du formé, dont ce dernier peut ou non être conscient. Ainsi, le formé est placé dans une *posture d'élève* par rapport aux connaissances mathématiques lorsqu'il doit réaliser l'activité mathématique ou lorsqu'il s'intéresse aux connaissances mathématiques décontextualisées de cette activité. Il est placé dans une *posture d'élève-enseignant* (au sens de « élève ingénieur ») lorsqu'il étudie des activités à destination des élèves ou des productions d'élèves, lorsqu'il analyse les conditions de mise en œuvre en classe de l'activité mathématique considérée. Il est placé dans une *posture d'enseignant* lorsqu'il entre dans un questionnement plus large sur les pratiques de classe ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques. Enfin, il est placé dans une *posture* de *praticien-chercheur* lorsqu'il s'agit de problématiser une question professionnelle en lien avec les pratiques de classe et les enjeux d'apprentissage.

4 La nature des tâches

Dans une situation de formation, nous distinguons des tâches de natures différentes qui induisent (implicitement ou explicitement) des postures spécifiques attendues du formateur de la part du formé. Les différentes tâches peuvent se répartir dans cinq paliers caractérisés par la nature de l'activité du formé :

Palier 0 - *Activité mathématique* : elle peut être vécue ou évoquée (réalisée mentalement), le formé étant placé en posture d'élève (par rapport aux connaissances mathématiques) ; les connaissances mathématiques convoquées sont contextualisées, elles peuvent être implicites ou explicites.

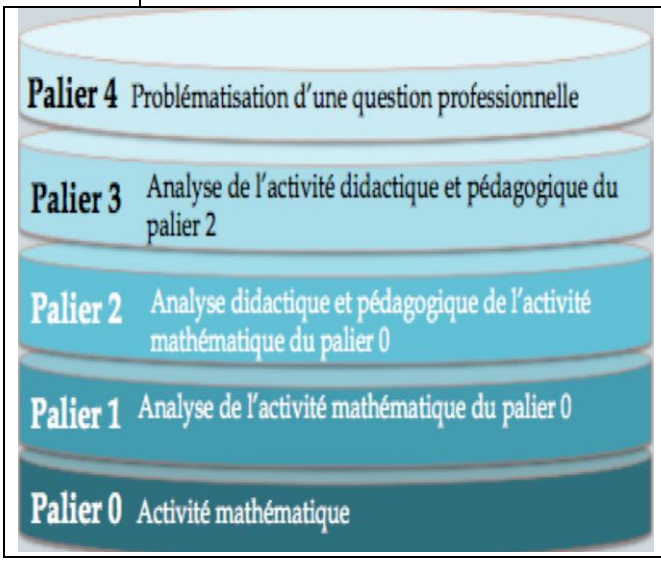
Palier 1 - *Analyse de l'activité mathématique de palier 0* : elle fait apparaître les connaissances mathématiques décontextualisées (ce qui place le formé en posture d'élève apprenant les mathématiques), ainsi que des connaissances didactiques et/ou pédagogiques en acte (initiant le changement de posture du formé vers une posture d'élève-enseignant).

Palier 2 - *Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique de palier 0* (analyse des conditions de mise en œuvre – effective ou seulement anticipée – de cette activité mathématique) : elle nécessite une posture d'élève-enseignant de la part du formé ; les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont explicitées en contexte.

Palier 3 - *Analyse de l'activité pédagogique et/ou didactique du palier 2* : elle conduit à la décontextualisation des connaissances didactiques et/ou pédagogiques ; elle peut se présenter sous la forme d'un questionnement plus large portant sur les pratiques de classe (situations d'apprentissage spécifiques, gestes professionnels, …), ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou de plusieurs contenus (programmes, progressions, …) ou bien encore sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (phases d'une situation didactique, types de tâches, …) ; le formé a une posture d'enseignant.

Palier 4 - *Problématisation de questions professionnelles* en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique : elle permet une posture de praticien-chercheur notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse de cette question et d'en inférer des résultats.

Le tableau 1 récapitule les caractéristiques des cinq paliers d'étude que nous distinguons même si une analyse plus fine de la mise en œuvre effective de situations de formation révèle une certaine « porosité » entre eux.



Nature de l'activité	Posture du formé	Connaissances		
		mathématiques	didactiques	pédagogiques
Palier 4 Problématisation d'une question professionnelle	Praticien - chercheur	Décontex-tualisées	Décontex-tualisées	Décontex-tualisées
Palier 3 Analyse de l'activité didactique et pédagogique du palier 2	Enseignant			
Palier 2 Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique du palier 0	Élève - enseignant		Explicitées en contexte	Explicitées en contexte
Palier 1 Analyse de l'activité mathématique du palier 0	Élève - enseignant Élève		Implicites en contexte	Implicites en contexte
Palier 0 Activité mathématique	Élève	En contexte		

Tableau 1. Cadre d'analyse : caractéristiques des cinq paliers d'étude

Chaque palier correspond à une mise à distance, mettant en jeu des connaissances mathématiques et/ou didactiques et/ou pédagogiques, à partir de l'étude de l'activité du palier précédent. Le passage d'un palier *n* à un palier *n + 1* s'accompagne :

- soit d'un changement de posture du formé,
- soit d'une mise à distance dans une posture donnée en lien avec le degré de décontextualisation (implicite en contexte, explicité en contexte, décontextualisé) des connaissances de différents types.

II - ANALYSE D'UNE SITUATION DE FORMATION SUR LE CALCUL MENTAL

Pour initier le travail constituant le temps principal de l'atelier, et permettre aux participants de « faire fonctionner » les éléments du cadre présenté, nous avons proposé aux participants d'analyser la trame d'une situation de formation sur le calcul mental, extraite d'une publication de la COPIRELEM (2012).

1 Le scénario de formation sur le calcul mental à analyser

Le scénario de formation choisi est un enchaînement de quatre activités complété par des apports sur le calcul mental :

Activité 1 – ajouter 9 : *cinq calculs du type n + 9 sont proposés. L'objectif de formation est d'identifier les différentes procédures pour ajouter 9 et de montrer l'effet sur le choix des procédures de changements de valeur d'une variable de la situation.*

Activité 2 – jeu du furet des multiples de 7 : *il est demandé d'énoncer à tour de rôle les multiples de 7 dans l'ordre croissant ou décroissant. L'objectif de formation est de montrer l'importance de la mémorisation des tables (ici, la table de 7) pour trouver les multiples de 7 ou identifier le multiple de 7 dont il s'agit.*

Activité 3 – jeu des intrus : *une liste de nombres, multiples de 7 et un intrus à identifier est proposée. L'objectif de formation est de réinvestir les connaissances construites dans l'activité « jeu du furet des multiples de 7 ».*

Activité 4 – jeu de la boîte : *à partir d'un nombre donné, une suite d'opérations est donnée et il est demandé d'énoncer le résultat final. L'objectif de formation est de proposer une situation de référence dans le domaine des structures additives et son utilisation, et aussi de montrer l'importance de la concentration et de l'entraînement dans les activités de calcul mental.*

Quelques apports sur le calcul mental : *cette partie donne des pistes pour les synthèses à mener suite aux activités précédentes.*

Dans le cadre de l'atelier, les participants ont été invités, par groupe, à analyser l'activité 1 (annexe 1) en complétant une grille.

2 Résultats de l'analyse du scénario de formation sur le calcul mental

Le tableau 2 ci-dessous est la grille d'analyse du scénario de formation sur le calcul mental (activité 1 – ajouter 9 et quelques apports sur le calcul mental) remplie lors d'une mise en commun des propositions des participants à l'atelier. Ces derniers ont fait part de leur difficulté à renseigner le niveau 4 de la grille d'analyse qui concerne les connaissances didactiques et pédagogiques décontextualisées, le formé étant dans une position de praticien-chercheur. Un formé peut, par exemple, être dans cette position lors de la rédaction d'un mémoire professionnel de M2.

	Nature de l'activité	Connaissances		
		mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Ajouter 9	Résultats + Procédures contextualisées		
1	Analyse « ajouter 9 »	Propriétés mathématiques. Connaissance des nombres et numération.	Diversité des procédures (en contexte). Construit / automatisé. L'écrit en calcul mental.	Gestes professionnels (mise en commun, synthèse, traces). Implicites.

2			Ordre des nombres proposés. Choix des nombres. Variable didactique en contexte. Explicite. Dévolution/institutionnalisation	Gestes professionnels (potentialités de l'activité de formation).
3			Automatisation. Procédures de calcul mental. Variable didactique.	Différenciation et modalités.

Tableau 2. Grille d'analyse remplie lors de la synthèse du travail des groupes

Ce travail, tout comme l'analyse que nous proposons en Annexe 2, donne à voir les potentialités de l'activité 1 pour développer chez les formés des connaissances mathématiques, didactiques ou professionnelles, plus ou moins contextualisées sur le calcul mental. Suivant les choix du formateur, un scénario de formation utilisant cette activité « ajouter 9 » n'abordera pas nécessairement l'ensemble des connaissances qu'il semble possible de travailler à partir de cette activité.

Après cette phase d'appropriation du modèle, les participants ont travaillé par groupes sur la conception de situations de formation s'appuyant sur différents supports, différents thèmes et différents niveaux scolaires :

- la structuration de l'espace en Grande Section de maternelle (GS), à partir de vidéos (2 groupes) ;
- la proportionnalité, à partir d'extraits de manuels (2 groupes) ;
- la proportionnalité, à partir de travaux d'élèves (2 groupes).

III - CONCEPTION D'UNE SITUATION DE FORMATION À PARTIR D'UNE VIDÉO PORTANT SUR LA STRUCTURATION DE L'ESPACE EN GS

Dans ce deuxième temps de l'atelier, les participants été amenés à utiliser le cadre d'analyse non plus pour analyser une formation déjà conçue mais comme aide à la conception d'une situation de formation sur un thème donné lors de l'atelier.

Dans cette partie, nous présentons tout d'abord les travaux des deux groupes dont le thème concernait la structuration de l'espace en GS. Les documents mis à disposition sont brièvement présentés ci-dessous :

- Une fiche intitulée Situation « La poupée » décrivant la situation, les compétences évaluées chez les élèves, le matériel nécessaire et la présentation des trois extraits vidéos retenus (Annexe 3). Dans cette situation, il s'agit de placer un objet dans la même position relative par rapport à une poupée, l'emplacement étant donné par une photo ;
- Trois extraits vidéos donnés sur clé USB ;
- La situation amorce proposée était le visionnage par les formés d'un ou plusieurs extraits vidéos.

Nous complétons ce travail en proposant des exemples d'alternatives pour élaborer un scénario en utilisant le cadre d'analyse pour identifier des contenus de formation potentiels en s'appuyant sur ces mêmes vidéos (Annexe 4).

1 Groupe 1 : Choix d'un travail sur les consignes et la dévolution de la tâche, à partir d'une situation amorce différente de celle proposée

Dans ce groupe, les formateurs ont élaboré les grandes lignes d'un scénario de formation initiale en Master MEEF-PE. Pour ce scénario, ils semblent viser deux objectifs de formation :

- un apport mathématique sur la structuration de l'espace et plus particulièrement le repérage par rapport à un objet orienté ;
- un travail sur les consignes : importance de la consigne pour amorcer la dévolution d'une situation.

Les formateurs ont proposé une première situation amorce « Les playmobils » au palier 0 et ont « remonté » jusqu'au palier 1 à propos du repérage par rapport à un objet orienté. Ils ont ensuite proposé une nouvelle situation amorce « La poupée » au palier 2, en ayant pour objectif la question de la formulation des consignes, de la dévolution de la tâche et de la régulation. Ce choix semble être guidé par le fait de vouloir exploiter les extraits vidéo essentiellement pour mettre en avant les connaissances didactiques et pédagogiques de façon explicite, dans le contexte de la situation « La poupée ». En ayant fait travailler les étudiants dans un premier temps sur les connaissances mathématiques en jeu par le biais d'une autre situation, le formateur peut alors proposer les extraits vidéo avec une volonté d'amorcer la formation au palier 2 du cadre d'analyse. Deux extraits seraient privilégiés pour mettre notamment en évidence les modifications dans la formulation de la consigne. La notion de contrat didactique dans le cas des élèves de maternelle (objet caché mais réel) a également été évoquée.

2 Groupe 2 : Choix d'un travail sur les variables didactiques, à partir d'un extrait vidéo

Nous reproduisons l'affiche produite par le groupe 2 lors de l'atelier :

Public : étudiants stagiaires M2

Palier visé : 2

Etape 1 : (palier 1 vérification du prérequis)

Consigne : « On va visualiser 1 vidéo. Vous aller chercher les compétences concernées dans les programmes »

Déroulement : vidéo Balthazar

Etape 2 :

On suppose connu le CONCEPT de VARIABLE DIDACTIQUE

Consigne : « On va regarder deux vidéos complémentaires… Déterminer des variables didactiques. »

Déroulement : individuel (5 minutes) travail de groupes (3⁄4)

Mise en commun :

Réponses attendues : facilité de mouvement autour de la poupée – possibilité de bouger la poupée – possibilité de déplacer la photo – formulation de la consigne – identité des points repères

Evaluation…

Reproduction de l'affiche produite par le groupe 2

Dans ce groupe, les formateurs ont conçu les grandes lignes d'un scénario en formation initiale Master MEEF-PE, pour des PE stagiaires en M2. On peut repérer deux objectifs de formation :

- mathématique et pédagogique : identifier les connaissances mathématiques en jeu dans une situation et repérer ces connaissances dans les programmes de l'école maternelle (il s'agit pour nous d'une activité se situant au palier 2, concernant les connaissances pédagogiques) ;
- didactique : identifier les variables didactiques d'une situation.

L'amorce du dispositif est située au palier 1 (connaissances mathématiques décontextualisées) et il est proposé ensuite aux formés un travail d'identification des variables didactiques de la situation qui correspond au palier 2 (connaissances didactiques explicitées en contexte).

Il n'y a pas de retour prévu au palier 0 pour « revisiter » des connaissances mathématiques en lien avec la structuration de l'espace car les formateurs s'adressent à des étudiants-stagiaires en M2 MEEF-PE. Il n'y a pas de retour prévu non plus au palier 1 pour les connaissances didactiques car la notion de variable didactique est supposée déjà connue des formés (notamment dans le domaine numérique), il s'agit de la « réactiver » dans ce nouveau contexte. Il aurait également été possible d'utiliser cette situation amorce pour introduire la notion de variable didactique.

Le scénario proposé liste les variables didactiques attendues lors de la mise en commun du travail des PE stagiaires. Ces derniers devront ensuite choisir des « valeurs » de ces variables et anticiper les effets de ces choix sur les procédures des élèves.

Les deux scénarios proposés ont des objectifs de formation très différents et font intervenir différemment les extraits des vidéos proposés. Il est possible d'en avoir d'autres comme le montrent les pistes proposées en Annexe 4 : de nombreuses connaissances, tant mathématiques que didactiques ou pédagogiques, peuvent guider l'observation des formés. Devant une situation amorce aussi riche, il est important de clarifier les objectifs de formation que le formateur choisit de cibler.

IV - CONCEPTION D'UNE SITUATION DE FORMATION PORTANT SUR LA PROPORTIONNALITÉ

Dans cette partie, nous présentons les travaux des groupes dont le thème d'étude concernait la proportionnalité :

- deux groupes ont travaillé à partir d'un extrait du manuel Capmaths CM2 (2010) et du livre du maître correspondant : il s'agit du descriptif d'une séance en différentes phases (donné en Annexe 5), portant sur la résolution d'un problème de proportionnalité « La tablette de chocolat » ;
- deux groupes ont travaillé à partir de productions d'élèves de CM2 (voir Annexe 6), cherchant à résoudre les deux premières questions du même problème.

Nous complétons ce travail en proposant un exemple d'utilisation du cadre d'analyse pour concevoir un scénario à partir du dispositif particulier des « jeux de rôles » (Lajoie et Pallacio, 2001) que nous explicitons.

1 Travaux des groupes à partir de l'extrait de manuel

Dans le premier groupe, les formateurs ont élaboré les grandes lignes d'un scénario en formation initiale M2 Master MEEF-PE. Les formés sont en possession de l'extrait de manuel sans le livre du maître. La consigne donnée est la suivante : quelles sont les mises en œuvre envisageables dans la classe ? L'activité amorce proposée se situe donc au palier 2. L'idée de ce dispositif est de faire prendre conscience aux étudiants que lorsqu'ils choisissent une ressource destinée aux élèves, il peut être intéressant de regarder le guide du maître car même s'il est imparfait il peut les aider ! Plus précisément les objectifs des formateurs sont multiples :

- mathématique : « revisiter » les connaissances sur la proportionnalité ;
- didactique : comprendre les choix des auteurs (situation « concrète », variable didactique, choix de l'image, la procédure la plus « attendue » par le guide du maître) ;
- pédagogique : assurer la dévolution du problème (pour un problème non textuel mais donné avec une image), organiser les mises en commun (liste des procédures possibles, les analyser, les hiérarchiser).

Le dispositif consiste à poser différentes questions aux stagiaires afin de les amener à faire une analyse *a priori* du problème du manuel, puis à les mettre en situation de dévolution du problème et d'organisation d'une mise en commun à travers un jeu de rôle. Les éléments à institutionnaliser par le formateur relèvent alors des trois niveaux : retour sur la proportionnalité (mathématique), sur les procédures possibles, donner des formulations pour les élèves, choix des variables (didactiques), le guide même imparfait est une aide, un appui pour la préparation et la mise en œuvre de la séance (pédagogique).

Le deuxième groupe a cherché à compléter les cases de la grille d'analyse de manière ascendante. Le dispositif envisagé consiste à commencer par une activité située au palier 0 : il s'agit de faire résoudre le problème par les formés. Dans un deuxième temps, les formés sont invités à analyser le problème ainsi que leurs productions (et/ou éventuellement des productions d'élèves), ce qui correspond à une activité de palier 1. Le troisième temps (palier 2) correspond à une mise en perspective concernant les procédures envisageables pour résoudre un problème de proportionnalité, en relation avec les programmes (contenus et progressivité), mais aussi les obstacles et les erreurs qui y sont associés. Les objectifs des formateurs sont alors multiples : mathématiques (« revisiter » les connaissances sur la

proportionnalité) ; didactiques (identifier procédures et obstacles) ; pédagogiques (envisager l'étayage et des pistes de différenciation). Ce groupe a également envisagé une entrée au palier 3 en invitant les formés à comparer la séquence de « La tablette de chocolat » (Annexe 5) avec une autre situation du type « Le puzzle » (Brousseau, 1981).

2 Travaux des groupes à partir des productions d'élèves

Le premier groupe propose une organisation en trois temps :

Temps 1 : En prenant appui sur la ressource fournie mais transformée puisque seule la question a. serait reprise, les formés doivent analyser l'activité du point de vue des procédures mobilisables au CM2. Cette activité amorce se situe au palier 2 mais l'analyse des procédures attendues et leur comparaison conduisent les formés à mobiliser des connaissances à la fois mathématiques et didactiques et par conséquent à investir les paliers inférieurs.

Temps 2 : Étudier la ressource dans sa globalité, comparer les réponses fournies aux questions a. et b. par les différents élèves afin d'y repérer d'éventuelles persistances, faire des hypothèses sur l'origine des erreurs repérées et proposer une organisation des procédures effectivement mises en œuvre dans la classe. Cette activité, qui sollicite un traitement plus didactique, conduit les formés à s'interroger à deux niveaux : celui d'élèves particuliers et celui de la classe dans son ensemble.

Temps 3 : Identifier les variables didactiques de la situation proposée et analyser la ressource au regard des nouveaux programmes. Cette dernière activité s'apparente à la problématisation d'une question professionnelle. Les nouveaux programmes indiquant que la proportionnalité doit être traitée dans chacun des trois grands domaines cités, il s'agira de repérer dans cette ressource, les contextes auxquels il est fait référence. Enfin, une dernière question possible, pouvant servir de moyen de différenciation pour le formateur, consiste à demander aux formés de jouer sur certaines variables didactiques et d'envisager les réponses pouvant être fournies par tel ou tel élève.

Le deuxième groupe a envisagé une formation pour des PE stagiaires en M2 avec les trois types d'objectifs suivants :

- mathématique : retour sur la proportionnalité ;
- didactique : étude des procédures, des obstacles, notamment celui du choix de l'unité de grandeur, ouverture sur les questions d'étayage et de différenciation ;
- pédagogique : construction de gestes professionnels (Comment est-ce qu'on s'y prend pour analyser des productions d'élèves, les exploiter en classe, etc. ?)

Les M2 commencent par travailler en groupe et en autonomie puis une mise en commun est faite. L'activité amorce peut se situer soit au palier 0, soit au palier 1 :

- Amorce au palier 0 *:* Les formés résolvent d'abord le problème donné aux élèves en imaginant des procédures de résolution. Une analyse de leurs productions et du problème permet ensuite de construire une grille d'analyse pour les productions d'élèves. De cette façon, on passe au palier 1 avec des gestes professionnels implicites.
- Amorce au palier 1 : Les formés commencent par analyser les travaux d'élèves. La diversité des procédures est explicitée d'un point de vue mathématique avec les différences d'interprétation entre la part et le tout, le choix de l'unité. D'un point de vue didactique, les erreurs, les obstacles et les conceptions sont explicités de manière contextualisée.

Une deuxième étape de mise en perspective (palier 2) a lieu ensuite lors de la mise en commun avec une institutionnalisation autour de la notion de proportionnalité. Au niveau didactique, une institutionnalisation porte sur la typologie des problèmes de proportionnalité, le type de procédures, les erreurs et les obstacles avec la question de l'unité de grandeur. Puis, les PE stagiaires en M2 sont amenés à repérer les connaissances visées sur la proportionnalité dans les programmes et à identifier parmi leurs procédures de résolution du problème celles qui sont exigées à l'école (retour au palier 0). Enfin, les gestes professionnels sur l'analyse des productions et leur exploitation sont explicités.

3 Un exemple de scénario de formation : le « jeu de rôles »

Afin de compléter les scénarios des participants à l'atelier, nous proposons un exemple d'utilisation de la grille d'analyse pour concevoir un scénario à partir d'un dispositif de type « jeux de rôles », notamment utilisé au Québec dans la formation initiale des étudiants. Il s'agit de « la mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages ayant un rôle donné. (…) Des étudiant-e-es doivent se glisser dans la peau de personnages plongés dans une situation donnée et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir » (Lajoie et Pallacio, 2001). Le point de départ du jeu de rôles est une situation professionnelle. Ici il s'agit de la gestion d'une mise en commun des procédures utilisées par les élèves suite à la recherche d'un problème de proportionnalité en CM2. L'activité amorce se situe donc au palier 2. Voici les différentes phases :

Introduction de l'activité. Les documents mis à disposition des étudiants sont l'extrait de Cap Maths et des différentes productions d'élèves distribués dans l'atelier. Le problème d'enseignement est posé aux étudiants : « Vous devez préparer, par groupes, la mise en commun. À l'issue de votre travail, je choisirai plusieurs étudiants qui joueront le rôle des élèves et un autre qui jouera celui de l'enseignant ».

Préparation du jeu de rôles, en groupes. La préparation de la mise en commun doit amener les étudiants à faire des allers-retours entre les paliers 0, 1 et 2 : résoudre le problème et l'analyser du point de vue mathématique, analyser les productions des élèves (procédures, erreurs) puis préparer la mise en commun.

Le jeu de rôles : un enseignant et cinq élèves. Au moment où le jeu de rôles se joue, tous les étudiants n'ont pas la même activité : certains observent et prennent des notes et d'autres jouent le rôle de l'enseignant et des élèves.

Discussion collective. La discussion collective vise à faire émerger les choix réalisés par l'enseignant lors du jeu de rôles et à les discuter à partir, par exemple, des questions suivantes : Qu'est-ce qui a « bien marché » dans l'intervention ? Qu'est-ce qui n'a pas « bien marché » ? Qu'est-ce a été particulièrement difficile ? Qu'est-ce qui a été particulièrement important ? Qu'auriez-vous fait (ou feriez-vous désormais) de manière différente ? Ces questions amènent les étudiants à se positionner au palier 2, pour analyser la mise en commun suite à ce problème de proportionnalité. Ceci peut amener à redescendre aux paliers inférieurs pour discuter des procédures, des difficultés, des erreurs et de leur exploitation dans la mise en commun. Des éléments plus généraux sur la gestion des mises en commun, relevant du palier 3, peuvent également apparaître dans la discussion.

Synthèse. Plusieurs niveaux d'institutionnalisation sont prévus en lien avec les connaissances développées dans les différents paliers. Les éléments d'institutionnalisation sont plus ou moins développés selon les objectifs du formateur, sa progression, les connaissances des étudiants, etc. Voici des propositions organisées par ordre croissant de paliers. En lien avec les connaissances en jeu au palier 1, le formateur peut institutionnaliser des savoirs mathématiques liés à la proportionnalité : les différentes techniques pour déterminer une quatrième proportionnelle, les justifications mathématiques et les théories mathématiques sur lesquelles elles s'appuient. Il peut situer les situations de proportionnalité dans le champ des problèmes multiplicatifs (recherche d'une quatrième proportionnelle) et expliciter certaines variables didactiques des situations de proportionnalité (palier 3). Il peut également situer, en lien avec les connaissances en jeu aux paliers 2 et 3, les difficultés repérées dans les productions d'élèves fournies par rapport à des difficultés « classiques » dans les situations de proportionnalité et des conceptions erronées des élèves : identification des grandeurs, choix d'une procédure adaptée, persistance du « modèle additif », etc.

Enfin, par rapport à l'objectif annoncé du jeu de rôles, le formateur institutionnalise des savoirs didactiques relatifs à l'organisation d'une mise en commun : sur la formulation et la validation en mathématiques, sur les tâches de l'enseignant en amont, pendant et après la mise en commun, etc. (palier 3).

V - CONCLUSION

Nous sommes conscients que le travail d'élaboration d'une situation de formation n'est pas abouti à l'issue de l'atelier. Malgré tout, les productions des différents groupes, auxquels des supports de différentes natures ont été proposés, semblent conforter la pertinence de ce cadre d'analyse pour envisager les enjeux d'une situation de formation, pour dégager et organiser les connaissances susceptibles d'être mises en évidence par le formateur et disposer d'une référence commune permettant aux formateurs de mieux se comprendre afin de partager des pratiques ou d'élaborer des scénarios de formation.

La discussion finale de l'atelier a en effet permis aux formateurs de s'exprimer sur l'utilisation du cadre d'analyse pour concevoir des situations. Selon certains, cet outil n'a pas forcément permis d'aboutir à un scénario différent que celui qui aurait été réalisé sans lui, mais a permis de structurer le travail de conception, de faciliter les échanges au sein du groupe et donc de gagner du temps. Pour d'autres, l'intérêt se situe surtout sur l'identification des objectifs de formation et de leur articulation favorisée par ce cadre. L'institutionnalisation des savoirs peut alors en être facilitée. Il permet aussi de s'interroger sur la mise en œuvre de différents types de connaissances : quand il y a des « trous » dans le tableau de préparation, cela les amène à se questionner sur les raisons et éventuellement à enrichir le scénario pour travailler d'autres connaissances. Il permet enfin d'outiller le formateur pour justifier les choix qu'il effectue en les rendant plus explicites.

Même si le cadre a été davantage utilisé dans cet atelier comme outil de conception d'une situation de formation, il peut aussi servir à mettre en évidence les différentes potentialités de « situations » déjà utilisées par le formateur pour les questionner à nouveau. Il permet aussi de prendre du recul sur les mises en œuvre en formation et de rendre compte du travail conjoint du formateur et du formé via notamment la description de l'évolution des attentes du premier et des postures occupées par le second.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998). http://math.unipa.it/~grim/Gloss_fr_Brousseau.pdf

COPIRELEM (2012). *Calcul mental à l'école primaire*. Ressources et Formation. ARPEME.

DOUADY R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 7(2). Grenoble : La Pensée Sauvage.

HOUDEMENT C. & PELTIER M-L. (2003). Aires de surfaces planes. *Concertum, Carnets de route de la COPIRELEM (tome 2)*. ARPEME. 199-221.

HOUDEMENT C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques.* Note d'habilitation à diriger des recherches. Université Paris Diderot – Université de Rouen.

LAJOIE C. & PALLASCIO R. (2001). Le jeu de rôles : une situation-problème en didactique des mathématiques pour le développement de compétences professionnelles. *Actes du colloque GDM* (Groupe de didactique des mathématiques du Québec).

MANGIANTE C. & PETITFOUR E. (2015). *L*'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? *Actes du XLI*ème *Colloque de la COPIRELEM, Mont-de-Marsan 2014*. IREM de Bordeaux.

MANGIANTE C., MASSELOT P., PETITFOUR E. & WINDER C. (*à paraître*). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. *Actes séminaire national de didactique des mathématiques, janvier 2016*.

MARGOLINAS C. (2012). Des savoirs à la maternelle, oui mais lesquels ? *XXXIX*ème *Colloque COPIRELEM*, *Quimper 2012*, IREM de Brest.

MASSELOT P., PETITFOUR E. & WINDER C. (2016). Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles, *Actes du XLII*ème *Colloque de la COPIRELEM, Besançon 2015*, ARPEME.

SAYAC N. (2010). Appréhender la formation des professeurs des écoles en France à travers la pratique des formateurs en mathématiques. *Actes du congrès de l'AREF, Université de Genève*.

VII - ANNEXE 1 : MODULE DE FORMATION INITIALE ET CONTINUE SUR LE CALCUL MENTAL

Référence : COPIRELEM (2012). Calcul mental à l'école primaire. Ressources et formations. ARPEME. Pages 43 à 50.

Dans ce dispositif, les stagiaires vivent des activités de calcul mental qui sont ensuite analysées et mises en lien avec des apports théoriques et des pistes de mise en œuvre dans les classes.

Voici les quatre activités proposées en formation ainsi que leurs liens avec des apports théoriques et des mises en œuvre dans la classe. Les apports théoriques, parmi lesquels il est nécessaire d'inclure les références aux programmes et au socle commun, sont donnés à des moments variables suivant le déroulement des situations dans les groupes auxquels ils s'adressent.

Activité 1 : ajouter 9

Objectifs de formation :

- Faire prendre conscience que spontanément différentes procédures émergent pour ajouter 9 à un nombre donné.
- Montrer l'importance du choix des valeurs proposées et envisager les effets de ce choix.

Ces deux objectifs doivent conduire les stagiaires à prendre conscience que la procédure n'est pas unique, qu'elle est très liée aux calculs à effectuer, et les amener ainsi à repenser la place de l'automatisation.

Modalités de passation : Le formateur énonce un premier nombre et demande aux stagiaires d'ajouter 9 mentalement. Un tour de table permet de présenter les différentes procédures employées qui sont transcrites au tableau puis analysées pour faire apparaître les propriétés mathématiques sous-jacentes. Le nombre suivant est proposé, permettant de mettre en évidence les éventuels changements de procédures qui sont de nouveau analysées. Ainsi de suite, jusqu'au dernier nombre.

Exemples de nombres à proposer : 27 ; 258 ; 795 ; 121 ; 350.

Exemples de procédures observées en formation pour le calcul de 27 + 9 :

Procédures	*Analyse*
27 + 10 – 1	Décomposition de 9 en 10 – 1. (utilisation très fréquente)
27 + 3 + 6	Décomposition de 9 permettant le passage à la dizaine supérieure.
20 + 7 + 9	Décomposition canonique du nombre 27 pour utiliser le fait numérique mémorisé « 7 + 9 = 16 ».
….	….

Synthèse de l'activité : Cette situation de formation, même si elle apparaît très simple, voire simpliste, permet une analyse didactique riche. La synthèse du formateur peut faire ressortir que :

- la multiplicité des procédures « naturelles » est en lien avec les connaissances mathématiques disponibles propres à chacun ;
- même s'il semble pertinent de faire automatiser une stratégie pour ajouter 9, pour certains nombres, celle-ci ne sera pas la plus efficace.

De cette analyse, les stagiaires peuvent déduire des pistes pour une mise en œuvre immédiate dans les classes.

Activité 2 : Jeu du furet des multiples de 7

Objectifs de formation :

- Faire prendre conscience de la difficulté à mémoriser certaines tables de multiplication dans les deux sens (par exemple trouver le produit $6 \times 7 = \ldots$; mais aussi compléter la décomposition multiplicative $42 = 7 \times \ldots$).
- Faire prendre conscience de la nécessité de mémoriser la table de 7 :
  - pour trouver un nouveau multiple de 7 ;
  - pour identifier comme multiple de 7 un nombre donné (supérieur à 70).

Modalités de passation : Il s'agit d'énoncer à haute voix la liste des « premiers » multiples de 7 dans l'ordre croissant ou dans l'ordre décroissant. A tour de rôle, chaque participant cite le multiple qui suit (ou qui précède) le multiple de 7 qui vient d'être énoncé. À certains moments, le « meneur de jeu » interrompt la récitation et demande à celui qui vient d'énoncer un nombre de préciser de quel multiple de 7 il s'agit.

Exemples proposés : 7, 14, 21, …

Le « meneur du jeu » arrête à 224 et demande de quel multiple de 7 il s'agit. Une possibilité de réponse s'appuie sur la décomposition suivante : $224 = 210 + 14 = 7 \times 30 + 7 \times 2 = 7 \times 32$.

Synthèse de l'activité : Face aux difficultés rencontrées par les stagiaires, cette activité renforce l'idée de la nécessité de mémoriser certaines tables, en particulier la table de 7. La connaissance de la table d'un nombre permet de reconstruire une partie du répertoire des multiples de ce nombre, et ainsi, par décomposition, de répondre à la question posée : « de quel multiple s'agit-il ? ». Cette synthèse peut être complétée par une réflexion sur l'organisation des apprentissages des tables de multiplication.

Activité 3 : Jeu des intrus

Objectifs de formation : Proposer une nouvelle activité permettant le réinvestissement des connaissances construites précédemment par exemple dans l'activité 2.

Modalités de passation : Le « meneur de jeu » écrit une famille de nombres liés par une relation arithmétique, en y glissant des « intrus ». Les joueurs repèrent les intrus et justifient leur choix.

Exemple de famille proposée : « Voici une liste de multiples de 7 comportant un ou plusieurs intrus, à vous de les retrouver. Vous devrez justifier votre choix : 112 ; 140 ; 98 ; 126 ; 188 ; 24 ; 147 ; 196 ; 84 ; 235 ».

Exemples de procédures observées en formation :

Le nombre 112 n'est pas un intrus :

- Procédure 1 : $112 = 70 + 42$ donc 112 est un multiple de 7 car somme de deux multiples de 7.
- Procédure 2 : $112 = 2 \times 56 = 2 \times 7 \times 8$ donc 112 est un multiple de 7 car dans la décomposition multiplicative trouvée l'un des facteurs est 7.

Le nombre 188 est un intrus :

- Procédure : $188 = 140 + 48$ et $42 < 48 < 49$ donc $140 + 42 < 188 < 140 + 49$. 188 n'est pas un multiple de 7 car on a réussi à l'encadrer strictement par deux multiples de 7 consécutifs.

Synthèse de l'activité : Cette activité, « Chercher les intrus », présente un enjeu original et illustre un réinvestissement de connaissances mobilisées dans des situations plus complexes (ici sur les multiples de 7). Elle peut aussi permettre de faire émerger des propriétés mathématiques sur les multiples qui ne sont pas explicitement enseignées à l'école primaire (somme de multiples et multiple de multiples). Trouver un intrus met également en œuvre la recherche de preuve, activité souvent difficile pour les élèves. La synthèse reprend aussi des éléments de réflexion sur les tables de multiplication (voir ci-après).

Activité 4 : Jeu de la boîte

Objectifs de formation :

- Présenter une situation de référence et son utilisation pour l'entrainement à certains calculs additifs et soustractifs dans le cas d'une situation mettant en jeu une transformation selon la typologie de Vergnaud.
- Faire émerger la difficulté de gérer mentalement une suite d'opérations et la nécessité de développer concentration et entraînement.

Modalités de passation : Le formateur évoque le jeu de la boîte pour contextualiser les exercices suivants. Il énonce un nombre, puis une suite d'opérations et demande le résultat final. Les stagiaires ne disposent d'aucun support écrit.

Exemples proposés :

Pour entraîner à ajouter ou retrancher 9, 10 et 11 : on démarre de 0 et on annonce en respectant un certain rythme : « + 11, + 11, – 10, – 11, + 9, + 11, – 9, + 10, – 11, + 9, – 11, + 10. Quel est le résultat final ? ».

Pour entraîner à ajouter ou retrancher un nombre de dizaines : on démarre de 6 et on annonce : « +20, + 10, – 30, – 10, + 20, – 1, + 30, – 10, + 30, – 20, + 40, – 5, – 20, + 30, – 20. Quel est le résultat final ? ».

Synthèse de l'activité : L'analyse de cette activité permet d'insister sur la nécessité de la relier à la situation didactique « Jeu de la boîte », situation de référence pour aborder une catégorie de problèmes additifs. C'est une activité de réinvestissement de connaissances déjà travaillées dans laquelle l'évocation de la boîte peut constituer une aide à la représentation du problème et à l'élaboration et l'explicitation des procédures. Cependant cette activité ne peut en aucun cas se substituer à la mise en place de la situation de référence elle-même. Par ailleurs l'analyse de l'activité montre qu'elle permet le développement de la concentration chez les élèves liée à la longueur de la chaîne de calculs.

Parmi les variables possibles, on peut noter : la longueur de la chaîne pour l'adapter au niveau de la classe, le nombre de départ, la nature et l'ordre des calculs dans la chaîne et la répétition d'un même calcul.

Quelques apports sur le calcul mental

Lors des différents moments de synthèse, des apports théoriques sont faits portant sur :

- les différents modes de calcul dont le calcul mental ;
- les objectifs de l'enseignement du calcul mental ;
- la place du calcul mental dans les programmes ;
- une réflexion sur les tables de multiplication ;
- les différents types de séances ;
- les supports possibles ;
- les activités et les jeux de calcul mental...

La plupart de ces points renvoient à la première partie de la brochure.

ANNEXE 2 : ANALYSE DE L'ACTIVITÉ 1 DU MODULE DE FORMATION SUR LE CALCUL MENTAL

Palie	Nature de l'activité	Posture	Type de connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Activité mathématique (actio réalisée effectivement o mentalement) Résoudre le problème mathématique (action effectivement ou mentalement réalisée) Activité amorce 1 : ajouter 9.	Élève	Connaissances mathématiques convoquées par les activités proposées (*implicites en contextes*) : - mettre en œuvre une procédure de calcul pour ajouter 9 à un nombre donné ; - calculs (résultats additifs).		
1	Analyse de l'activité mathématique du palier 0. Analyser des procédures transcrites au tableau. Même tâche avec d'autres nombres	Élève Elève-enseignant	Connaissances mathématiques *décontextualisées* sur les propriétés des nombres et des opérations. Formulation des procédures. Techniques de calculs. Prendre conscience que la procédure n'est pas unique. Apports sur le calcul mental	Prendre conscience que la procédure n'est pas unique. Distinguer des procédures. Transcrire des procédures de calcul mental au tableau (rendre visible le calcul mental). Effet du choix des nombres sur les procédures dans ce cas particulier (vécu). Domaine de validité d'une procédure (implicite).	Homologie sur modalités de mise en commun (vécue).
2	Analyse didactique et pédagogique de l'activité du palier 0. Analyser l'activité. Déduire des pistes pour une mise en œuvre.	Elève-enseignant		*Explicitées en contexte* : relations entre procédure mobilisée et choix du nombre (variable didactique en contexte). Repenser la place de l'automatisation de procédures pour «ajouter 9». Calcul mental : pourquoi écrire les procédures au tableau.	*Explicitées en contexte.* Utilisation du tableau.
3	Analyse de l'activité didactique et pédagogique du palier 2.	Enseignant		*Décontextualisées* Repenser la place de l'automatisation en calcul mental Variables didactiques. Différents types de séances en calcul mental	*Décontextualisées* Repenser la place de l'automatisation en général dans l'apprentissage.
4	Problématisation d'une question professionnelle.	Élève-chercheur		Repenser la place de l'automatisation : paradoxe de l'automatisme.	

ANNEXE 3 : SITUATION « LA POUPÉE »

Références :

VAULTRIN M., LAURENÇOT-SORGIUS I., IMBERT J-L., BILLY C., BERGEAUT J-F. (2011) *Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2 –Géométrie Vol 2*. DVD et livret d'accompagnement du film « Évolution des compétences géométriques et spatiales en Grande Section de maternelle. IUFM Toulouse2-IREM de Toulouse.

FENICHEL M., PAUVERT M. & PFAFF N. (2004). *Donner du sens aux mathématiques - Espace et géométrie. Tome 2*. Bordas Pédagogie.

Description de la situation « La poupée »

Il s'agit de placer un objet dans la même position relative par rapport à une poupée, l'emplacement étant donné par une photo.

L'élève est placé face à une poupée assise sur la table, face à lui, et reçoit une photo de la poupée avec un objet placé devant ou à gauche ou à droite ou derrière la poupée.

L'élève n'a pas le droit de bouger la poupée.

L'élève doit placer l'objet à l'endroit indiqué par la photo.

L'élève a le droit de se déplacer.

Exemples de photos données aux élèves :



Compétences évaluées[3]

Repérage : positions relatives et orientation, parcours et plus spécifiquement orientation dans l'espace représenté

Q17 : Lire des photos et positionner un objet comme sur une photo par rapport à un objet orienté.

Matériel

1 poupée et 1 objet.

20 photos d'une poupée avec un objet placé à côté (4 positions de l'objet : devant, à droite, derrière, à gauche / 5 prises de vues : au-dessus, vue de droite, vue de gauche, vue de devant, vue de derrière).

Présentation des extraits de films

L'évaluation a été faite en novembre puis en juin, de façon individuelle. Nous proposons, dans l'atelier, trois évaluations :

- Balthazar au mois de novembre – 2 min et 31 s
- Manon au mois de novembre – 1 min et 56 s
- Manon au mois de juin – 1 min et 39 s

3 D'après Vaultrin & al. (2011).

Consigne Novembre : « On a une poupée et un objet, on a pris des photos de la poupée et de l'objet. Tu vas replacer l'objet comme sur la photo. »

ANNEXE 4 : « LA POUPÉE » – EXEMPLES D'ALTERNATIVES POUR ÉLABORER UN SCENARIO

La tâche amorce proposée ici peut se situer à différents paliers et différentes connaissances peuvent être abordées ensuite en fonction du moment de la formation et de l'objectif du formateur.

1 Alternatives relatives à la tâche amorce

Tâche amorce : Visionner les 3 extraits de film (Manon + Balthazar) proposés avec consigne et questions.

Le choix de la consigne ou des questions posées conduira à aborder un scénario de formation à un palier ou à un autre. Par exemple :

- Quel est l'objectif de l'activité ? → palier 2
- Concernant l'activité elle-même : faire un arrêt sur image « quelle est la photo ? » → palier 0
- Quelles sont les modalités d'évaluation en maternelle ? → palier 3
- Comment envisager la passation de la consigne ? → palier 2 ou 3
- Quelles sont les variables de la situation : contraintes de la consigne, choix des photos, du matériel → palier 2

2 Alternatives relatives aux connaissances potentiellement ciblées à différents paliers

* Connaissances en lien avec les programmes de maternelle / de l'école primaire :

- Savoir identifier des savoirs mathématiques dans différents domaines du programme (difficile sur ce savoir mathématique. Pas clairement identifié dans le domaine 4 en maternelle. Des éléments intéressants dans d'autres disciplines dans les programmes de cycle 2 et de cycle 3). *Palier 3 mathématique*
- Apprendre à se référer au programme et à faire le lien entre une tâche très ciblée et des compétences souvent rédigées de manière plus large. *Palier 2 pédagogique*
- Repérer les éléments de progressivité de cette compétence dans les programmes (ce que l'on fait avant, ce que l'on fait après) *Palier 2 didactique et pédagogique*
- Identifier à la lecture des programmes, ce que la majorité des élèves devrait maîtriser avant de proposer la tâche. *Palier 2 didactique et pédagogique*
- Comprendre comment cette compétence s'articule avec les autres compétences en lien avec la structuration de l'espace à l'école (cf. lien notamment avec le vocabulaire) *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec le contenu mathématique

- Savoir qu'il existe différents types d'espaces (cf. Brousseau), de repérages *Palier 2 didactique*
- Connaître les propriétés d'un espace donné (réel en 3D / représenté / imaginé / …) *Paliers 0 et 1 mathématique et didactique*
- Prendre conscience que l'on peut développer des savoirs relatifs à la structuration de l'espace sans introduire de vocabulaire spatial *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec l'analyse de la tâche

- Savoir identifier les variables d'une situation *Palier 1* si implicite, seulement constater les effets selon la photo. *Palier 2* si explicite
- Connaître les principales variables en lien avec des situations en lien avec les changements de point de vue et les positions relatives *Palier 3 didactique*
- Savoir identifier l'effet d'un changement de valeur d'une variable sur les procédures et/ou difficultés des élèves *Palier 2 didactique*

Différentes variables :

- choix des photos (cf. vue de dessus)
- ordre de présentation des photos
- déplacement de l'élève possible ou non
- déplacement avec ou sans la photo
- déplacement de la poupée possible ou non
- proposer plusieurs poupées avec 1 objet placé différemment et demander de choisir celle qui correspond à la photo
- choix de la poupée sur la table par rapport à la poupée photographiée (exactement ou sensiblement la même) et forme de l'objet à placer (cube et cylindre)
- choix du vocabulaire du PE (objet / poupée)
- passation de la consigne : avec des exemples ou non
- taille de la photo : taille A4 ou format photo
- forme de la table
- positionnement de la poupée sur la table
- type d'espace
- présence ou non d'un autre repère sur la table (par exemple un playmobil ou autre) pour avoir plusieurs indices (différents repérages)
- poupée objet orienté ou autre choix : tabouret…

* Connaissances en lien avec la validation

- Prendre conscience de l'importance de savoir si c'est l'élève qui valide sa réponse ou le maître (qui « l'évalue » (Claire Margolinas)) Palier 3 didactique
- Prévoir des outils pour que l'élève puisse valider sa réponse (quand cela est possible). Soit prendre 1 photo soit sous une boite : une poupée avec une photo... Palier 3 mathématique et didactique

* Connaissances en lien avec l'institutionnalisation / synthèse

Savoir construire une synthèse adaptée à l'activité vécue par les élèves et aux élèves. *Paliers 2 et 3 mathématique et didactique* par rapport à la clarification de l'enjeu mathématique et à sa formulation pour les élèves de cycle 1. *Palier 2 pédagogique* par rapport à la prise en compte des élèves de maternelle pour faire une synthèse. (Si c'est difficile, je peux me déplacer pour voir la poupée comme sur la photo et placer l'objet. Je peux essayer de placer l'objet et me déplacer pour vérifier si je vois bien tout comme sur la photo)

* Connaissances en lien avec des gestes professionnels (formulation et passation des consignes / observables et prise d'informations sur les élèves / gestion des évaluations en maternelle / évaluation diagnostique vs sommative)

- Savoir concevoir une consigne adaptée aux élèves sans dénaturer la situation mathématique ni introduire de difficultés *Palier 2 didactique et pédagogique*
- Savoir anticiper les éléments sur lesquels portera la prise d'information pour faire l'évaluation de l'élève (élaborer une grille d'évaluation) *Palier 3 didactique*
- Savoir mener une évaluation individuelle en maternelle sans support de type « fiche » *Palier 3 didactique et pédagogique*
- Savoir mesurer les acquis, les progrès des élèves en utilisant la même évaluation en début et fin d'apprentissage (ne pas tout faire bouger) *Palier 3 didactique et pédagogique*
- Savoir concevoir et adapter son enseignement en fonction des informations apportées par l'évaluation diagnostique (cf. taux de réussite / procédures observées / nature des difficultés) *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec l'élaboration d'une progression (Lister des situations à proposer entre novembre et juin pour permettre à tous les élèves de réussir, ou à partir d'un ensemble de situations sur cet enjeu, envisager une progressivité)

- Si les ressources sont fournies, savoir s'approprier des ressources et les organiser *Palier 3 mathématique et didactique*
- Savoir identifier l'objectif d'une situation pour savoir si elle permet de mener l'apprentissage souhaité *Palier 2 mathématique et didactique*
- Savoir identifier l'objectif d'une situation pour savoir comment la positionner dans la progression *Paliers 2 et 3 mathématique et didactique*
- Savoir qu'une même situation peut être déclinée pour organiser une progressivité (savoir identifier et construire un jeu sur les variables de la situation) *Palier 3 didactique*
- Se construire un répertoire de situations (de référence) *Palier 3 mathématique, didactique et pédagogique*

* Connaissances en lien avec l'élaboration d'une programmation sur ce thème sur l'ensemble des cycles.

- Se construire un répertoire de situations (de référence) *Paliers 3 et/ou 4 mathématique, didactique et pédagogique*
- Prendre conscience que l'on construit les choses petit à petit. Ce n'est pas fini une fois que l'on a fait, une fois, la situation de la poupée en GS. *Paliers 3 et/ou 4 mathématique, didactique et pédagogique*

* Connaissances en liens avec l'analyse des procédures effectives des élèves : difficulté d'observation des procédures élèves (cf. Manon qui ne parle pas) et anticiper des aides. (le formateur peut proposer une modalité de type « jeux de rôles » ou de type « homologie »)

- Savoir anticiper sur les procédures des élèves *Palier 3 mathématique et didactique*
- Savoir anticiper sur les difficultés prévisibles *Palier 3 mathématique et didactique*
- Savoir anticiper sur les aides à apporter (matériel / manipulation de la part du PE / Vocabulaire utilisé par le PE / …) *Palier 3 mathématique, didactique et pédagogique*
- Savoir identifier les éléments d'observation des élèves pour identifier la procédure qu'ils utilisent, les difficultés qu'ils ont (Manon ne parle pas, Balthazar parle) *Palier 3 mathématique et didactique*

* Connaissances en lien avec la prise en compte des distracteurs : observer finement les élèves et le PE.

Savoir articuler (relier) les observations de l'élève et du PE et l'objectif d'apprentissage (est-ce qu'on s'éloigne, qu'on avait des éléments sur lesquels réagir et que l'on a laissé passer ? Etc.) *Palier 2 et 3 mathématique, didactique et pédagogique*

Ressources complémentaires

FÉNICHEL M., PAUVERT M., PFAFF N. (2004) *Donner du sens aux mathématiques – Espace et géométrie Tome 2*. Bordas Pédagogie.71-76. (La séquence « Poupée » au cycle 2)

BETTINELLI B., CHAMBOND L., DORNIER J-M., LE BORGNE P., SIMARD A., TUFFEL E. (2016) La structuration de l'espace aux cycles 1 et 2 de l'école primaire : étude en GS et CP. *Actes du XXXXII*^{ième} *colloque COPIRELEM, Besançon 2015*. ARPEME. (activités sur la latéralisation et la structure gauche/droite)

MASSELOT P., ZIN I. (2008) Exemple d'une situation de formation pour aborder la structuration de l'espace aux cycles 1 et 2. *Actes du XXXIV*^{ième} *colloque COPIRELEM, Troyes 2007.* ARPEME (une situation d'homologie « le clown »).

EMPRIN-CHAROTTE F., EMPRIN F. (2009) *Un rallye mathématique à l'école maternelle ? Oui c'est possible* !. SCEREN CRDP Champagne-Ardennes. (une situation pour la classe « le photographe»).

BERGEAUT, BILLY C., LAURENÇOT-SORGIUS I., VAULTRIN M. (2011) Comment évaluer les compétences géométriques et spatiales en maternelle ?. *Actes du XXXVI*^{ième} *colloque COPIRELEM, La Grande Motte 2010*. ARPEME (présentation du DVD)

VAULTRIN M., LAURENÇOT-SORGIUS I., IMBERT J-L., BILLY C., BERGEAUT J-F. (2011) *Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 1 – Géométrie Vol 2*. IUFM Toulouse2-IREM de Toulouse (DVD sur évaluation en début et fin de GS (dont « la poupée »))

Articles de Grand N :

HOUDEMENT C., PELTIER M-L. (1992-1993) Du rite de l'appel... a des activités mathématiques en grande section d'école maternelle. *Grand N 51*. 13-23.

SAYAC N., MIRANDA F. (2002) De l'exploration du quartier à la structuration de l'espace en grande section. *Grand N 69.* 7-13.

LEROYER L. (2005) S'approprier le vocabulaire spatial et temporel par « le faire et le dire ». *Grand N 75.* 31-43.

URRUTY P. (2008) Des graines cachées dans un jardin en Grande Section. *Grand N 81*. 41-56.

ANNEXE 5 : SÉANCE SUR LA PROPORTIONNALITÉ

Référence : CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M-P., MADIER D. (2010) *CapMaths CM2*. Manuel de l'élève (p. 43) et livre du maître (pp. 85-86). Hatier.

Manuel de l'élève



Voici la part de chocolat prise par chacun

Figurine Millie Logix

Decimus

1 Combien pèse la part :
a. de Figurine ? b. de Millie ?

2 Combien pèse la part :
a. de Logix ? b. de Décimus ?

3 Combien pèse la part de chocolat restante ?

Exercices

Alex et Lisa ont acheté une tablette de chocolat identique à la précédente.

5 Lisa veut 55 g de chocolat. Combien de carrés doit-elle prendre dans cette tablette ?

4 Alex veut 80 g de chocolat. Combien de carrés doit-il prendre dans cette tablette ?

Livre du maître

APPRENDRE Problèmes	**Proportionnalité : passage par l'unité** (procédure dite « règle de trois ») ▶ Du chocolat pour chacun	– résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité	Chercher 1 individuel, puis collectif 2 par 2, puis collectif 3 individuel, puis collectif Exercices individuel	**Manuel p. 43 questions 1 à 3 / exercices 4 et 5** par élève : – feuille de recherche – cahier de maths

CHERCHER — Manuel p. 43 questions 1 à 3



INDIVIDUEL, PUIS COLLECTIF

1 Les parts de Figurine et de Millie

Question 1

• Préciser la tâche :

➡ *Vous connaissez le poids total de la plaque (240 g). Cherchez le poids de chaque part.*

• Indiquer, si nécessaire, que plusieurs procédures sont possibles.

• Lors de la **mise en commun**, faire expliciter les procédures utilisées et analyser les erreurs de procédure, puis présenter les raisonnements utilisés :

– **Pour Figurine** :
- remarquer que 12 est le quart de 48 (soit par le calcul, soit par report des 2 barres « verticales » sur la plaque complète), donc le poids est le quart de 240 g, soit 60 g ;
- chercher le poids d'une barre « verticale », puis calculer le poids de 2 barres ;
- chercher d'abord le poids d'un carré de chocolat…

– **Pour Millie**, le recours aux « barres verticales » est possible, mais plus difficile (il faut ensuite prendre un sixième de la 2e barre), ce qui revient à chercher le poids d'un carré.

• Aucune procédure n'est valorisée à ce moment du travail.

• Conserver les résultats au tableau.

Réponse : Figurine : 60 g ; Millie : 35 g.

permettre des raisonnements purement numériques et d'autres qui prennent appui sur le découpage de la plaque de chocolat.

Les raisonnements utilisés dans ces problèmes peuvent être formulés sous des formes diverses :

– mise en mot du raisonnement « J'ai d'abord calculé le poids d'une barre, j'ai trouvé 30 g car 240 divisé par 8 = 30, puis j'ai cherché le poids de 2 barres, j'ai trouvé 60 g, car 30 × 2 = 60 » ;

– calculs commentés : « 8 barres pèsent 240 g ; or 2 barres, c'est 4 fois moins que 8 barres, donc le poids de 2 barres, c'est 4 fois moins que le poids des 8 barres égal à 240 g ; 2 barres pèsent donc 60 g » ;

– utilisation d'une représentation (flèches, tableau…) :

48 carrés → 240 g
1 carré → 5 g
12 carrés → 60 g

avec des calculs annexes comme 240 : 48 = 5 et 12 × 5 = 60.

ÉQUIPES DE 2, PUIS COLLECTIF

2 Les parts de Logix et de Décimus

Question 2

Même déroulement que la phase 1.

• **Le débat et la synthèse** sont centrés sur :

➡ **les procédures incorrectes** : par exemple celle qui consiste, pour 9 carrés, à déterminer le poids d'une « barre horizontale » faite de 8 carrés (240 divisé par 6) et à ajouter 1 g au poids de 8 carrés (ce qui revient à considérer que 1 carré pèse 1 g…, la plaque complète pèserait alors 48 g) ;

➡ **les procédures correctes** : par exemple celles qui consistent, pour 9 carrés, à s'appuyer sur le poids de 8 carrés en y ajoutant le poids d'1 carré ou à calculer le poids d'1 carré (soit 5 g) et ensuite à le multiplier par 9.

➡ **les méthodes utilisées pour calculer le poids d'un carré** :
– division de 240 par 48 ;
– division d'un résultat obtenu à la question 1 par le nombre de carrés correspondants, par exemple 60 divisé par 12 ;
– divisions successives par 6 puis par 2, à partir de 60.

➡ **En conclusion**, à partir des procédures utilisées, souligner les deux catégories de raisonnements utilisés :
– ceux pour lesquels on ne cherche pas le poids d'un carré ;
– ceux pour lesquels on cherche le poids d'un carré.

Réponses : Logix : 45 g ; Décimus : 75 g.

Très souvent, la résolution des problèmes de proportionnalité ne nécessite pas le « passage par l'unité ». Mais celui-ci apparaît comme une méthode judicieuse dans certains cas, en particulier lorsque les rapports entre les données ne sont pas entiers ou sont difficiles à déterminer. La situation présente l'originalité de

Le choix des nombres est destiné à favoriser le recours au poids d'un carré de chocolat. En effet, 9 et 15 ne sont pas des diviseurs de 48, ni des multiples des nombres déjà étudiés dans la question 1.
Le programme précise que les élèves doivent connaître la « règle de trois ». Telle qu'elle était enseignée généralement dans les années 1950-1960, celle-ci n'est pas envisageable en CM2 car elle s'appuie sur une mise « en fraction » du raisonnement et la maîtrise de calculs sur les fractions qui ne sont pas enseignés actuellement. Le commentaire du programme actuel de sixième précise qu'il faut simplement entendre par « règle de trois » la procédure qui consiste à calculer l'image de l'unité (ici poids d'un carré). Cette procédure n'est alors pas nouvelle dans le programme et peut parfaitement être envisagée au CM2, préparant ainsi le travail qui sera repris en sixième.

INDIVIDUEL, PUIS COLLECTIF

3 Quel est le poids du chocolat restant ?

Question 3

Même déroulement, plus rapide.
Le poids peut être obtenu :
– en utilisant les mêmes procédures que pour les questions 1 et 2 pour les carrés restants ;
– par différence entre le poids total de chocolat distribué et le poids total.
Réponse : 25 g.

INDIVIDUEL

EXERCICES Manuel p. 43 exercices 4 et 5

Alex et Lisa ont acheté une tablette de chocolat identique à la précédente.

4 Alex veut 80 g de chocolat. Combien de carrés doit-il prendre dans cette tablette ?

5 Lisa veut 55 g de chocolat. Combien de carrés doit-elle prendre dans cette tablette ?

Exercice 4

Les nombres choisis permettent le recours à une très grande variété de procédures.
Réponses : 80 g représente un tiers de 240 g (donc un tiers de 48 carrés) ou encore le poids de 16 carrés à 5 g chacun.

Exercice 5

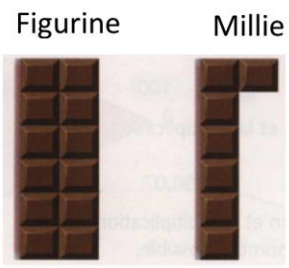
L'utilisation du poids d'un carré est plus appropriée dans ce cas.
Réponses : 11 carrés à 5 g chacun.

ANNEXE 6 : PRODUCTIONS D'ÉLÈVES DE CM2 DANS LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE LA TABLETTE DE CHOCOLAT

Le problème ci-contre a été donné à des élèves d'une classe de CM2.



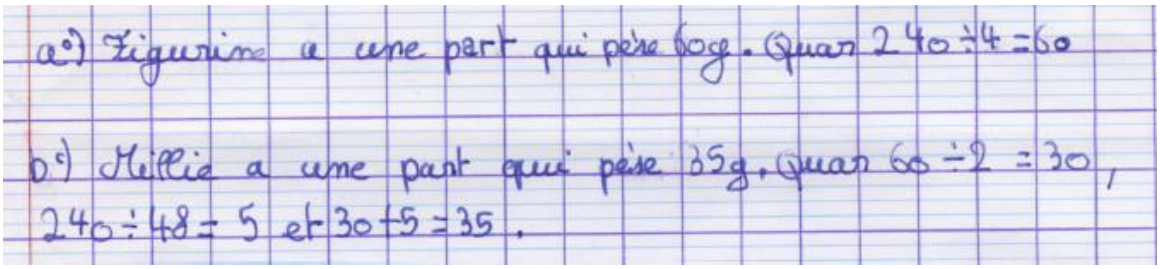
Voici la part de chocolat prise par chacun



Combien pèse la part :
a. de Figurine ?
b. de Millie ?

(CapMaths CM2, Hatier, 2010, p.43)

Productions de quelques élèves :


a) Figurine a une part qui pèse 60g. Quar 240 ÷ 4 = 60

b) Millie a une part qui pèse 35g. Quar 60 ÷ 2 = 30,
240 ÷ 48 = 5 et 30 + 5 = 35.

a. La part de Figurine pèse 60 g.

b. La part de Millie pèse 35 g

8 X 6 = 48

2 4 0 | 48
-2 4 0 | 5
0 0 0

7 X 5 = 35 g

12 X 5 = 60 g

J'ai cherché le resultat d'un carreau et je l'ai multiplier part le nombre de carreau.

a. • J'ai cherché combien de fois il y avait la part de Figurine dans la plaquette entière de chocolat.
• 240 : 4 = 60
• La part de Figurine pèse 60 g.

b. • J'ai cherché combien de fois il y avait la part de Millie dans la plaquette entière de chocolat.
• 240 : 6 = 40
• La part de Millie pèse 40 g.

240 g | 2
2 | 12
04
4
00

La part de figurine pèse 12 g.

12
15
07

La part de figurine pèse 7 g

a- la part de Figurine pèse 12 g. On fait 2x6=12 g.

b- la part de Millie pèse 7 g. On fait 6x1=6+1=7 g.

a J'ai diviser 48÷12 et 48÷7.

48 | 12
-48 | 4
00

Ça fait 4 grammes.

b
48 | 7
-42 | 6
06
-0
06

Ça fait 6 grammes.

A J'ai fait 240÷12=20 grammes

240 | 12
-24 | 20
000
-0
000

B J'ai fait 240÷7=34

240 | 7
-24 | 34
030
-28
02

Figurine a 20 grames de chocolat.
Millie a 34 grame de chocolat.

ACTES

43ème Colloque international des Professeurs et des Formateurs de Mathématiques chargés de la Formation des Maîtres

Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : Quelles orientations ? Quels enjeux ?

Le Puy en Velay

Site ESPE, Université Clermont Auvergne, 8 rue J.B Fabre
mardi 14, mercredi 15 et jeudi 16 juin 2016

TEXTES DES COMMUNICATIONS

Colloque International

COMMUNICATIONS

C11	Formation à l'enseignement des mathématiques au baccalauréat en adaptation scolaire et sociale à l'Université de Sherbrooke : enjeux, actions et perspectives.	Adihou Adolphe	P. 347
C12	La question des ressources pour la formation dans le travail des conseillers pédagogiques.	Leroyer Laurence	P. 368
C14	Accompagner une recherche – action en didactique des mathématiques dans le cadre du mémoire professionnel de fin d'études: quels objectifs de formation pour de futures enseignantes primaires et quelle posture d'accompagnement?	Stierli-Cavat Elisabeth	P. 383
C15	Formation des Professeurs des écoles et développement de compétences mathématiques.	Choquet Christine	P. 395
C16	De la situation-problème à l'analyse didactique : exemple du patron de cône en formation initiale des M1.	Jore Françoise	P. 410
C17	Le Journal des Mathématiques : un outil pour produire des mathématiques.	Kermovant Erik	P. 425
C18	Le rallye maths IREM 95 : des épreuves pour les classes, un outil de formation pour les enseignants.	Batton Agnès	P. 455
C21	Une situation de formation d'enseignants pour apprendre à voir en géométrie.	Coutat Sylvia	P.484
C23	La formation initiale de maîtres au Québec : une autre structure, d'autres enjeux.	Braconne-Michoux Annette	P. 499
C24	L'enseignent des maths par l'enseignant polyvalent : inventaire de différentes types de séances. Illustration au CP.	Blanchouin Aline	P. 509
C25	La pascaline comme moyen d'entrée dans une formation sur l'enseignement de la numération et du calcul au CP.	Soury-Lavergne Sophie	P. 523
C26	Quelle prise en compte des gestes professionnels du maître dans la production de ressources issues de recherches ?	Douaire Jacques	P. 534
C27	Une analyse d'un dispositif de formation initiale : des Ateliers de Pratique Professionnelle de mathématiques en maternelle.	Tisserand Ludovic	P.542

FORMATION À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU BACCALAURÉAT EN ADAPTATION SCOLAIRE ET SOCIALE À L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE : ENJEUX, ACTIONS ET PERSPECTIVES

Adolphe ADIHOU
Professeur, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
Adolphe.Adihou@USherbrooke.ca

Patricia MARCHAND
Professeure, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
Patricia.Marchand@USherbrooke.ca

Jeanne KOUDOGBO
Professeure, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
CREAS (Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des sciences)
Jeanne.Koudogbo@USherbrooke.ca

Anne-Julie LEROUX
Chargée de cours, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation,
Département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale (DEASS)
Anne-Julie.Leroux@USherbrooke.ca

Résumé
L'article présente le dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques au baccalauréat en adaptation scolaire et sociale (BASS) à l'Université de Sherbrooke (UdeS). Nous précisons d'abord les enjeux de la formation à l'enseignement des mathématiques. Ensuite, nous décrivons le dispositif, les actions menées tout en justifiant les choix qui ont été faits pour sa mise en place et son opérationnalisation par des exemples. Enfin, nous présentons les perspectives de cette formation pour sa pérennité.

Mots clés : formation, enseignement, mathématiques, didactique, pratique

I - INTRODUCTION

Au Québec, la formation initiale à l'enseignement au primaire et au secondaire s'appuie sur une formation théorique (cours disciplinaires et didactique en classe) et une formation pratique (stage). Au terme de cette formation, une autorisation d'enseigner et un diplôme de baccalauréat sont décernés aux étudiants[1]. Dans le cadre de cette formation à l'enseignement au primaire et au secondaire, plus particulièrement, la formation à l'enseignement en adaptation scolaire et sociale (ASS) vise à former des enseignants pouvant intervenir auprès d'élèves HDAA[2]. Cette formation s'étale sur 4 ans et s'articule autour de 12 compétences professionnelles à développer (MEQ, 2001a; MEQ, 2001b) avec l'autorisation du Comité d'Agrément des Programmes de Formation à l'Enseignement (CAPFE). Pour assumer son rôle de formation à l'enseignement, chaque institution universitaire québécoise propose diverses

[1] La forme masculine utilisée dans le texte désigne aussi bien les étudiantes que les étudiants ou plus loin, les enseignantes et enseignants ou encore les superviseures et superviseurs. Elle n'est utilisée que pour alléger le texte.
[2] Élèves handicapés ou en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage

modalités de formation. Les cours disciplinaires et didactiques et les stages sont quelquefois déconnectés, ce qui fait que les étudiants en formation ne sont pas toujours en mesure de les réinvestir de manière transversale ou de percevoir leur pertinence au regard de leur future profession.

Par ailleurs, bon nombre d'étudiants se dirigeant vers l'enseignement en adaptation scolaire et sociale (ASS) ont de la difficulté en mathématiques et/ou un rapport aux mathématiques pas toujours positif, voire une peur des mathématiques, alors qu'ils sont appelés à intervenir auprès d'élèves en difficulté. Certains étudiants ne perçoivent pas les différents liens au regard de leurs formations mathématique, didactique et pratique. Comme formateurs, nous sommes fréquemment appelés à revenir sur les contenus mathématiques dans les cours de didactique des mathématiques ou lors des stages.

Dans ces conditions, notre contribution dans cet article permettra de répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le profil de l'enseignant de mathématiques en ASS et qu'est-ce qui le distingue ? Que doit maîtriser et enseigner l'enseignant ? Quels sont les enjeux de la formation mathématique des futurs maîtres en ASS?
2. Quelles sont les actions menées en formation initiale pour promouvoir la formation mathématique des futurs maîtres en ASS?
3. Quel est le rôle de la formation didactique, mathématique et pratique dans la formation des futurs enseignants?
4. Quelles sont les perspectives envisagées dans le recours au dispositif de la formation mathématique des futurs enseignants en ASS à l'Université de Sherbrooke (UdeS)?

Pour cela, nous exposerons, d'abord, dans la problématique, les enjeux de la formation initiale des futurs enseignants en ASS en mathématiques. Ensuite, nous présenterons brièvement le cadre de référence sur lequel s'appuient nos actions. Puis, nous décrirons le *dispositif global* structuré en termes d'articulation formations didactique-mathématique-pratique, tout en soulignant les actions menées. Enfin, nous pointerons les perspectives et les limites du recours à un tel dispositif dans la formation.

II - PROBLÉMATIQUE

Les dernières réformes des programmes de formation du primaire et du secondaire au Québec ont contraint les programmes universitaires à former les étudiants à partir des deux grandes orientations proposées par le ministère de l'Éducation du Québec (MEQ, 2001a, 2001b), à savoir, l'approche culturelle de l'enseignement et la professionnalisation de l'enseignement. L'approche culturelle de l'enseignement vise la culture des enseignants et les savoirs de nature disciplinaire liés au domaine d'enseignement, dont les mathématiques. La professionnalisation de l'enseignement, quant à elle, devrait se réaliser à travers le développement des douze compétences professionnelles. Plusieurs chercheurs se sont intéressés aux éléments contributoires à la formation initiale en mathématiques : nature, chronologie, articulation (Adihou, 2010; Adihou et Arsenault, 2012; Arsenault, Adihou, Pelletier et Rossignol, à paraître; Bednarz, 2012; DeBlois, 2010; Koudogbo, 2016; Marchand, 2010; Morin, 2008; Morin, Theis et Francoeur-Rosa, 2012; Proulx et al, 2012). Cet intérêt suscité chez les didacticiens de mathématiques et les contributions qui en découlent ont permis d'engager des actions distinctes en formation initiale dans différentes universités québécoises. C'est le cas, par exemple, du programme de formation à l'enseignement des mathématiques au baccalauréat en adaptation scolaire et sociale (BASS) à l'UdeS.

À l'UdeS, dans le cadre d'une étude menée au BASS (2012-2013 et 2013-2014) auprès des étudiants, des enseignants associés et des superviseurs de stage, sur leurs attentes et leurs satisfactions, au regard de la formation mathématique des étudiants, il ressort de l'analyse des résultats du sondage auprès des étudiants de première année des cohortes 2012 et 2013, qu'une prise en charge urgente de ces étudiants s'impose (Adihou, 2013). Pour répondre à ce besoin manifesté par les étudiants, un dispositif de formation en mathématiques a été conçu et mis en place. Ainsi, les étudiants de première année, majoritairement, comptent sur la formation pour être en mesure d'enseigner les mathématiques, pour vaincre leur peur. Plus précisément, 71 % des étudiants pensent qu'ils seront d'excellents enseignants en mathématiques lorsqu'ils termineront leurs études universitaires alors qu'ils ont des lacunes en

mathématiques. Les étudiants s'attendent à ce que la formation leur donne des trucs pour être de bons enseignants en mathématiques alors que l'enseignement ou l'intervention auprès d'élèves en difficulté ne se limite pas à des trucs. En outre, 82 % pensent qu'ils seront prêts à enseigner les mathématiques à la fin de leur baccalauréat. Ce constat nous renvoie à l'importance de la formation en mathématiques des étudiants et à la mise en place de mesures d'accompagnement. Les étudiants (94,5 %) affirment qu'ils jouent un rôle de premier plan dans leur formation mathématique, soit « qu'ils reconnaissent aussi l'importance de leur formation mathématique» (95,5 %), soit « qu'ils sont les premiers responsables de leur formation » (88,2 %).

Par ailleurs, l'évaluation du programme du BASS fait ressortir une certaine faiblesse des étudiants en mathématiques, ce qui risque d'influencer l'apprentissage chez leurs futurs élèves; par exemple, le maintien des élèves à un niveau moins avancé comparativement à leur potentiel en mathématiques. En termes de réponse, le programme du BASS promeut un niveau suffisant des futurs enseignants dans les domaines de l'enseignement des mathématiques. À cette fin, il a mobilisé des « ressources » afin d'articuler les formations didactique, mathématique et pratique. La philosophie qui sous-tend son approche est l'implication des étudiants dans une démarche personnelle. D'ailleurs, plusieurs enjeux demeurent actuels et confortent les nouvelles orientations du programme de BASS à l'UdeS :

- Malgré une formation articulant mathématique, didactique et pratique, s'étalant sur quatre années, plusieurs étudiants ne semblent pas démontrer une maîtrise suffisante des mathématiques pour intervenir efficacement auprès des élèves en difficulté. Ceci a pu être constaté lors des stages de troisième année en classe ou en contexte d'orthopédagogie et lors d'un cours de fin d'étude où ils sont amenés à réaliser des jeux de rôles dans un contexte orthopédagogique.
- Le manque de confiance en leurs compétences mathématiques a des répercussions sur leur enseignement : ils hésitent devant l'élève, ils retournent très fréquemment à leurs notes personnelles pour intervenir, ils reviennent à une application technique des mathématiques en jeu, ils laissent l'élève exprimer sa solution, mais par la suite réalise une modélisation sans tenir compte de la solution de l'élève, ils ont recours à la calculatrice alors qu'elle n'est pas permise à l'élève ou encore quelques étudiants se laissent influencer par un raisonnement erroné d'un élève et lui donne raison.
- Il y a encore beaucoup de temps de formation en didactique et pratique qui sont détournés vers l'approfondissement des concepts mathématiques et donc, vers la formation mathématique. Cette dérive a un impact direct sur la formation didactique et pratique des étudiants. En effet, dans l'ensemble, les étudiants affirment, à la fin de leur formation en quatrième année, qu'ils ne se sentent pas assez outillés pour intervenir en mathématiques au primaire et, moins encore au secondaire. En revanche, 82 % des étudiants de première année des cohortes 2012 et 2013 pensent être prêts à enseigner les mathématiques à la fin de leur baccalauréat.

Ce qui précède nous indique qu'il y a encore des améliorations à apporter au dispositif de formation à l'enseignement en mathématiques au BASS. Surtout que, dans leur pratique future, les étudiants du BASS seront amenés de manière itérative à analyser le dossier antérieur de leurs élèves en difficulté, à analyser ce qui a été réalisé en classe (choix des activités mathématiques, sens des concepts, raisonnements et difficultés en jeu), à planifier et réaliser des interventions « efficaces » auprès de ces élèves, à interpréter les résultats, à prévoir un suivi, à faire un compte rendu à l'enseignant et à lui apporter son support. Les actions entreprises au BASS indiquent que le programme s'insère dans une voie prometteuse, quoique des défis restent à relever.

III - CADRE DE RÉFÉRENCE

Si les difficultés en mathématiques des futurs enseignants sont, depuis plusieurs années, reconnues et identifiées dans plusieurs universités québécoises, elles ont aussi été étudiées par des chercheurs en didactique des mathématiques (Adihou, Arsenault et Marchand, 2006; Héraud, 2000; Lajoie et Barbeau, 2000; Morin et Theis, 2006; Nantais, 2000; Proulx, Corriveau et Squalli, 2012; Proulx et Gattuso, 2010). Or, ces futurs enseignants sont appelés à intervenir auprès d'élèves en difficulté. En plus, en ce qui concerne

les mathématiques, des études ont montré que ces derniers transmettent leur anxiété à leurs élèves (Adihou, 2011).

Pour assumer son rôle de formation à l'enseignement, chaque institution universitaire québécoise propose divers dispositifs de formation. À ce propos, pour développer les compétences professionnelles à l'enseignement des mathématiques chez les futurs enseignants en ASS à UdeS, un dispositif de formation en mathématique nommé *dispositif global* (Adihou et Arsenault, 2012 ; Marchand, 2010) a été conçu. Dans son rapport de 2013, le CAPFE souligne les forces du programme du BASS ou celles de l'équipe de formateurs, entre autres, la présence d'activités d'intégration qui constituent une stratégie intéressante pour appuyer le développement des compétences et l'intégration de la théorie à la pratique. Afin de permettre une formation à la hauteur des attentes du MEES (ministère de l'Éducation et de l'Enseignement Supérieur) et de la société en matière de développement des compétences professionnelles en enseignement des mathématiques et une prise en charge des étudiants, il s'avère pertinent de leur donner des moyens pour mieux intervenir auprès des élèves en difficulté en mathématiques.

Les fondements de ce dispositif reposent sur trois principes. Le premier principe est celui de l'*alternance* (Malo, 2010, Portelance et al. 2016). Selon ce principe, la formation à l'enseignement se déroule en contexte universitaire et en milieu de pratique (Stage et clinique au BASS à l'UdeS). Le deuxième est celui de l'articulation, *théorie-pratique* en formation professionnelle (Bednarz, 2012), à travers quatre volets où cohabitent la formation mathématique (connaissances mathématiques), didactique et pratique. Le dernier principe renvoie à la nature des connaissances mathématiques à l'enseignement, leurs liens et leurs usages en formation (Ball et al, 2008). Ces principes mettent en évidence le fait que les étudiants possèdent des connaissances communes et élargies des mathématiques, mais surtout qu'ils doivent construire des connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement et développer des compétences qui y sont relatives en différents lieux et faire le lien entre les connaissances théoriques et pratiques. Ces éléments sont complémentaires aux connaissances et aux compétences pédagogiques, didactiques et pratiques visées par la formation initiale.

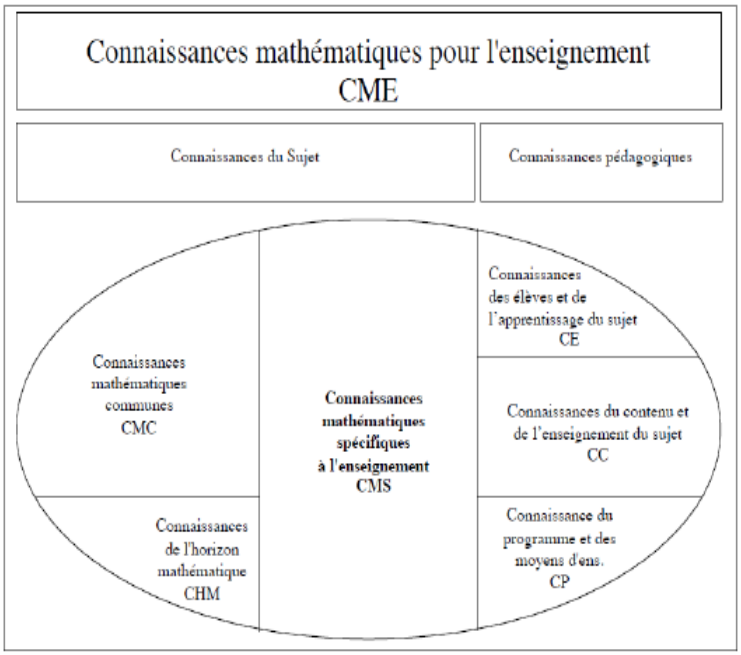


Figure 1: Connaissances mathématiques pour l'enseignement (Clivaz (2011), traduit de Ball et al. (2008))

Le dispositif fournit des outils mathématiques favorisant la maîtrise des contenus en mathématiques et des moyens pouvant susciter la réflexion sur les concepts mathématiques et leur enseignement-apprentissage d'un point de vue d'analyse didactique. Il permet aux étudiants de porter un regard différent sur l'activité mathématique, car la maîtrise des contenus mathématiques permet potentiellement à l'enseignant d'imaginer et de contrôler les situations didactiques (Conne et Lemoyne, 1999).

IV - MÉTHODOLOGIE : DÉMARCHE ET OPÉRATIONNALISATION

1 Description du dispositif

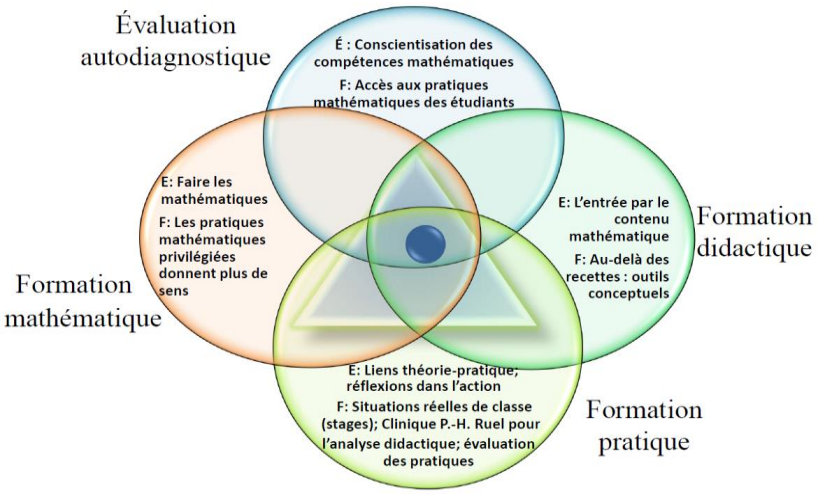


Figure 2 : Dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques au BASS[3]

La figure 2 présente une schématisation du dispositif. Il comprend quatre volets :

1. Une évaluation des connaissances et des compétences en mathématiques (évaluation auto diagnostique) visant à informer l'étudiant de son niveau de compréhension des mathématiques et à susciter une démarche de développement dont il est responsable.
2. Une formation mathématique pour pallier les lacunes en fournissant des outils conceptuels.
3. Une formation didactique pour développer des compétences à enseigner les mathématiques et à intervenir auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage.
4. Une formation pratique pour permettre d'actualiser les compétences dans l'action, favoriser les liens entre les aspects théoriques et les situations réelles en classe ou en contexte orthopédagogique à la clinique Pierre-H.-Ruel, des réflexions dans l'action et des analyses didactiques qui reposent sur des situations concrètes.

2 Processus de la mise en place du dispositif

La mise en place du dispositif de formation en mathématiques s'est faite par :

- La conception d'une évaluation auto diagnostique[4] en mathématiques en vue d'émettre un diagnostic aux étudiants dès leur entrée dans le programme.
- L'élaboration, la conception et la scénarisation de quatre métacours[5] (théorie, activités pratiques, résolution de problèmes, solutions et démarches) et des ateliers sur un site Internet.
- L'élaboration d'un mécanisme de prise en charge des étudiants, favorisant leur autonomie.
- L'articulation entre évaluation auto diagnostique, métacours, cours de didactique des mathématiques et interventions à la clinique.

[3] Légende : É pour Étudiant et F pour Formateur

[4] L'évaluation auto diagnostique est une évaluation non certificative administrée aux étudiants dès leur entrée dans le programme. Elle vise à provoquer chez ces derniers une prise de conscience du travail qu'ils doivent accomplir et une démarche personnelle pour s'autoformer en approfondissant les compétences mathématiques spécifiques et importantes à leur future profession d'enseignants en adaptation scolaire et sociale. L'évaluation est suivie d'un bilan diagnostique.

[5] Les métacours sont des cours conçus et mis en ligne sur le site moodle. Ils comportent la théorie et des activités pour les étudiants en lien avec les domaines mathématiques du primaire et du secondaire (arithmétique, algèbre, géométrie, mesure, probabilité et statistique).

- L'organisation des ateliers en petits groupes et des rencontres individuelles échelonnées sur des thèmes précis en mathématiques.
- La création et la gestion d'un centre d'aide aux étudiants en mathématiques (par les pairs ou des professionnels de mathématiques), visant le développement des compétences en mathématiques.

3 Opérationnalisation du dispositif

3.1 Évaluation auto diagnostique

L'évaluation auto diagnostique poursuit minimalement quatre visées. La première visée est de s'assurer d'un niveau de compétence suffisant pour des futurs enseignants dans le domaine des mathématiques et de prendre des décisions concernant le cheminement des étudiants dans le programme selon le niveau de compétence démontré. À ce propos, un bilan est envoyé aux étudiants à la suite de l'évaluation. La deuxième visée est d'établir un bilan de compétences mathématiques permettant aux étudiants de tirer profit des cours de didactique des mathématiques. Les questions de l'évaluation sont articulées autour de la question suivante : « Que doit-on maîtriser comme contenus pour tirer profit des cours de didactique des mathématiques et pour intervenir auprès des élèves? » La troisième visée permet d'élaborer, si nécessaire, un projet de formation en mathématiques adapté aux besoins de chaque étudiant et soutenu par des ressources offertes par le programme du BASS de l'UdeS. La quatrième visée permet d'articuler évaluation auto diagnostique, formation mathématique (aide et accompagnement en mathématiques : métacours, ateliers, rencontres individuelles et en petits groupes, contenus mathématiques), formation didactique (contenus des cours de didactique des mathématiques) et formation pratique. Comment rendre le dispositif opérationnel tout en prenant en compte les informations issues de l'évaluation auto diagnostique?

Les contenus mathématiques abordés dans l'évaluation portent sur les concepts, processus et savoirs essentiels à l'enseignement aux ordres du primaire et du premier cycle du secondaire selon le *Programme de formation de l'école québécoise* (voir Annexe A). Les questions de l'évaluation sont construites ainsi : questions à choix multiples, questions vrai-faux, questions de recherche d'expressions équivalentes, questions à réponse courte, questions sur des constructions géométriques et résolutions de problèmes. Ces questions (voir Annexe B) permettent d'évaluer le niveau de maîtrise des connaissances mathématiques et la compréhension des savoirs essentiels des différents domaines de la mathématique propre à l'enseignement et à l'intervention, entre autres, les concepts, les processus, l'application des processus, le vocabulaire et les symboles.

Les réponses aux questions de l'évaluation ont été conçues en ayant recours aux erreurs des étudiants à l'issue des évaluations que nous avons administrées antérieurement (en mathématiques et en didactique), des recherches sur la maîtrise des contenus mathématiques, des fausses conceptions mises en évidence dans les recherches, etc. L'évaluation fournit aussi des outils pour alimenter les cours de didactique des mathématiques. Administrée aux étudiants dès leur entrée dans le programme, l'évaluation est destinée à provoquer chez ces derniers une prise de conscience du travail qu'ils doivent accomplir pour approfondir les compétences mathématiques spécifiques à leur future profession d'enseignants en adaptation scolaire et sociale. Aucune note n'est attribuée à l'évaluation (mais le taux de réussite est très faible : 5%). Après l'évaluation, les étudiants sont invités à participer activement aux activités offertes dans le cadre du dispositif. Les informations relatives à leur participation sont consignées aux fins de suivi.

3.1.1 Description des domaines visés

La définition des domaines couverts par l'évaluation auto diagnostique en mathématiques s'apparente à celle des programmes de formation en mathématiques du primaire et du premier cycle du secondaire en tenant compte du fait que l'évaluation s'adresse à des adultes devant démontrer des capacités métacognitives plus développées que celles qu'on retrouve chez des enfants. Le tableau 1 présente la description des domaines de l'évaluation.

Contenus					
Arithmétique			Algèbre	Géométrie et mesure	Statistique et probabilité
Sens et écriture des nombres	Sens des opérations sur des nombres	Opérations sur des nombres Propriétés	Développement Réduction Équations	Figures géométriques et sens spatial Transformation. Équivalence de mesures. Conversions	Dénombrement Probabilité Mesure de tendance

Tableau 1 : Aperçu des domaines

3.1.2 Référentiel de l'évaluation auto diagnostique

Un référentiel (voir Annexe A) présente en détail les notions (savoirs essentiels, vocabulaire et symboles) dont la maîtrise est essentielle pour la formation à l'enseignement des mathématiques au primaire et au premier cycle du secondaire. Cette liste détaillée (voir Tableau 1 et Annexe A) permet à l'étudiant de se préparer à l'évaluation. De plus, en mettant en relief les notions, le référentiel permet de compléter précisément le bilan auto diagnostique de l'évaluation. L'étudiant peut, ultérieurement, s'en servir pour élaborer, si nécessaire, un projet individualisé de développement des compétences en mathématiques et de maîtrise des contenus mathématiques. Il faut mentionner qu'il ne s'agit pas de se limiter aux connaissances et définitions de ces contenus, mais plutôt faire appel à leur compréhension. Ainsi, lorsque le référentiel mentionne, par exemple, les fractions, il ne s'agit pas simplement d'être en mesure de les reconnaître ou de les utiliser, mais de comprendre le concept même de la fraction et d'être en mesure d'y référer et de l'exploiter, au besoin, de manière pertinente.

3.1.3 Administration : consignes, durée et matériel autorisé

L'évaluation se déroule au premier trimestre de la première année de la formation. La date et les salles de cours pour la passation de l'évaluation sont indiquées à l'horaire des étudiants du BASS. Elle est d'une durée de trois heures. Le matériel requis est le suivant : crayons de plomb ou stylos, gomme à effacer ou correcteur, ensemble de géométrie (règle, équerre, rapporteur d'angle, compas, …). Si d'autres instruments sont nécessaires, les étudiants sont avisés. Aucun échange de matériel n'est permis lors de l'évaluation. Des feuilles de brouillon sont mises à leur disposition pour l'évaluation, mais sont récupérées à la fin de la période par le surveillant. Aucun document de référence n'est autorisé pour l'évaluation[6]. La calculatrice[7] n'est pas permise pour la partie ciblant les algorithmes de calcul. Une pièce d'identité avec photo est obligatoire. Des exemples de questions, sont dans l'Annexe B.

3.1.4 Correction, interprétation et diffusion des résultats

À la suite de la correction, le tableau 2 est joint au bilan afin de permettre à l'étudiant de mettre en place un plan de développement personnel et de planifier en conséquence sa formation.

<table>
<tr><td colspan="3">Arithmétique</td><td colspan="2">Statistique et probabilité</td><td colspan="2">Algèbre</td><td colspan="2">Géométrie et mesure</td></tr>
<tr><td>Sens et écriture des nombres</td><td>Sens des opérations sur des nombres</td><td>Opérations sur des nombres Propriétés</td><td colspan="2">Dénombrement Probabilité Mesure de tendance</td><td colspan="2">Développement et réduction d'expressions Résolution d'équations</td><td colspan="2">Figures géométriques et sens spatial. Transformation Équivalence de mesures Conversions</td></tr>
<tr><td colspan="9">Cours de didactique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Arithmétique 1
Arithmétique 2</td><td>Session 2
Session 3</td><td>Probabilité et statistique</td><td>Session 4</td><td>Algèbre</td><td>Session 5</td><td>Géométrie et mesure</td><td>Session 6</td></tr>
<tr><td colspan="9">Synthèse</td></tr>
<tr><td colspan="4">Cours de soutien à l'apprentissage</td><td colspan="5">Session 7</td></tr>
</table>

Tableau 2 : Lien entre contenu mathématique et cours de didactique des mathématiques[8]

[6] Dans le cadre de la passation de 2016, les étudiants sont invités à avoir un aide-mémoire contenant entre autres des formules mathématiques.

[7] Dans le cadre de la passation de 2016, l'évaluation se fait en deux temps et en deux parties. Dans un premier temps (en première année) les contenus de l'examen traiteront de l'arithmétique et de la géométrie. Il se fera en deux parties : avec calculatrice et sans calculatrice. Dans un deuxième temps (en deuxième année) les contenus de l'examen traiteront de l'algèbre, de la probabilité et statistique. Il se fera aussi en deux parties : avec calculatrice et sans calculatrice.

[8] Dans le cadre de la réorganisation du programme, en 2016, l'ordre des cours a été modifié (Voir la nouvelle réorganisation en Annexe C).

Lors de la correction des réponses pour chacune des questions, une base de données est conçue pour retourner un message particulier lorsque la réponse est erronée ou incomplète. Un bilan auto diagnostique est transmis aux étudiants dans les meilleurs délais. Avec ce bilan, l'étudiant peut faire le point sur ses forces à la lumière de la grille de description des domaines concernés et compléter à l'aide du référentiel.

3.1.5 Fiche d'évaluation auto diagnostique

La fiche sert à dresser un bilan auto diagnostique partiel des forces et des difficultés des étudiants en mathématiques. Elle positionne les contenus à travailler afin de tirer profit des cours de didactique des mathématiques et surtout d'aider les étudiants dans leurs interventions auprès des élèves en difficulté. Nous rappelons que les questions de l'évaluation sont articulées autour de la question suivante : « Que dois-je maîtriser comme contenu pour tirer profit des cours de didactique des mathématiques et pour intervenir auprès des élèves ? » Les éléments ressortis de l'évaluation auto diagnostique des compétences en mathématiques sont mis en évidence au moyen d'une fiche (Figure 3). Nous invitons ainsi les étudiants à revoir les notions relatives aux thèmes suivants :

Nom de l'étudiant (e) : _____

Évaluation auto diagnostique en mathématiques

Voici les concepts ou processus associés aux différents cours de didactique de votre formation qui seraient important de travailler à la suite de votre évaluation auto diagnostique. Cette préparation est nécessaire pour bien comprendre les cours de didactique.

Arithmétique I

- ☐ Valeurs de position (numération décimale)
- ☐ Opérations sur les nombres (addition, soustraction, multiplication et division)
- ☐ Ordre (croissant, décroissant)
- ☐ Priorités d'opérations
- ☐ Caractéristiques de l'ensemble des naturels

Arithmétique II

- ☐ Propriétés des opérations (associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, élément absorbant)
- ☐ Fraction réduite
- ☐ Notation décimale, nombre décimal
- ☐ Pourcentage (définitions, calcul de pourcentage)
- ☐ Critères de divisibilité
- ☐ Changement de notation (fraction, notation décimale, pourcentage, notation scientifique…)
- ☐ Fractions équivalentes
- ☐ Caractéristique des ensembles de nombres (entiers, décimaux, réels, rationnels, irrationnels…)
- ☐ Multiples, diviseurs
- ☐ PPCM, PGCD
- ☐ Proportionnalité

Figure 3 : Fiche évaluation auto diagnostique

3.2 Formation mathématique

Les compétences professionnelles en enseignement nécessitent la mobilisation de ressources de l'ordre de la culture et des compétences disciplinaires. On entend par disciplinaire les différents domaines d'apprentissage définis dans les programmes scolaires, dont les mathématiques. Certaines de ces ressources disciplinaires sont préalables au développement même des ressources psychopédagogiques, didactiques et pratiques. La formation mathématique repose sur la maîtrise des concepts et le suivi à la suite de l'évaluation, et ce, sous la responsabilité de chaque étudiant qui se doit d'être autonome. L'équipe enseignante en didactique des mathématiques ne s'attend pas à ce que les étudiants maîtrisent tous les concepts mathématiques dès leur entrée au BASS. Toutefois, il est important qu'ils se mettent à

jour pour chacun des cours. L'équipe est orientée vers le soutien aux étudiants, à condition bien sûr qu'ils se prennent en main. En somme, en offrant aux étudiants des ressources et en leur proposant des cours, des ateliers, etc., ils ont à leur disposition des outils et des occasions pour se former. La figure 4 présente le cheminement au regard du développement des compétences en mathématiques.

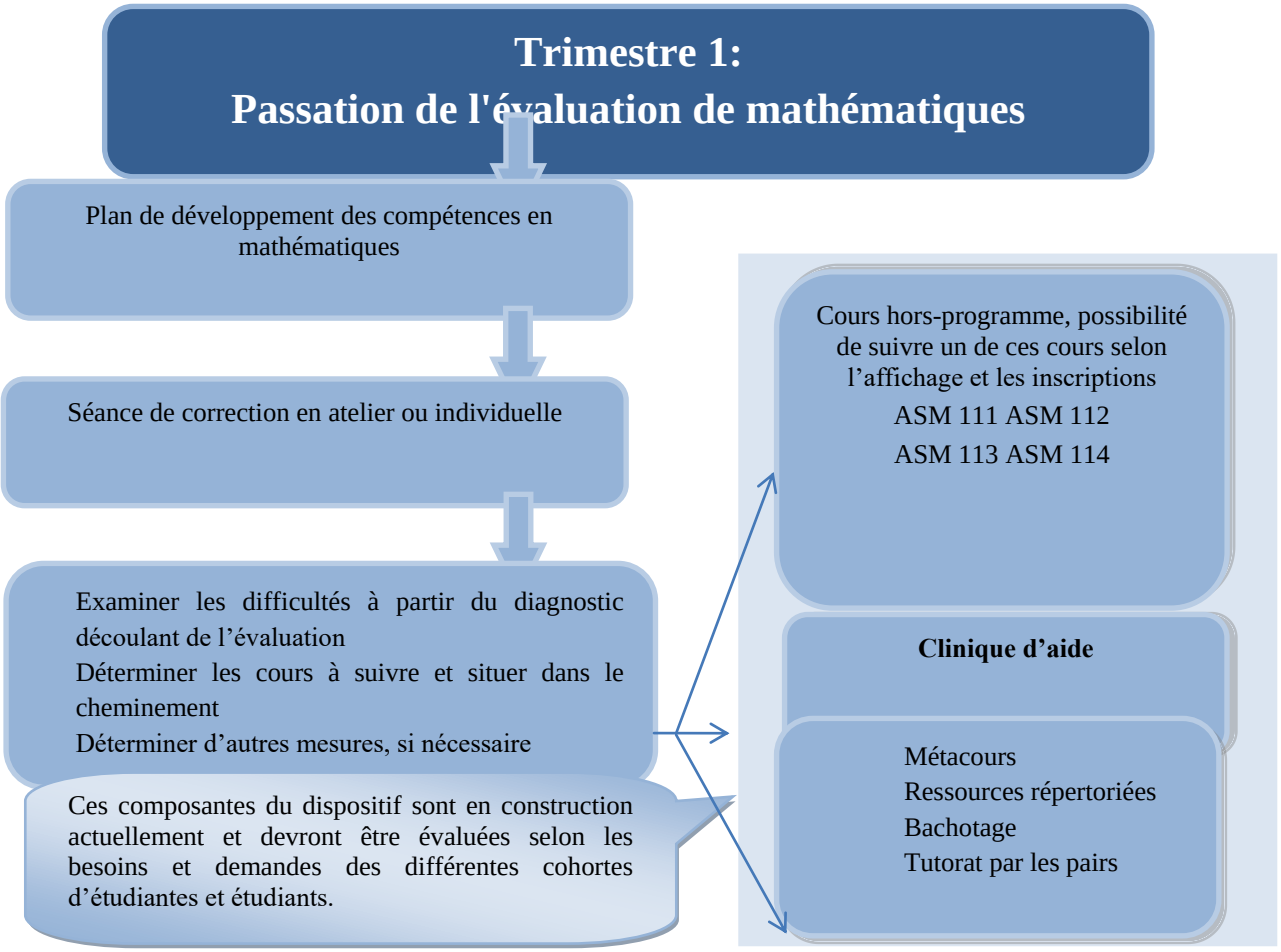


Figure 4 : Cheminement au regard du développement des compétences en mathématiques

3.3 Formation didactique

L'évaluation permet aux formateurs de se référer aux procédures et erreurs effectives relevées dans les copies pour appuyer leurs analyses didactiques. De plus elle permet d'amener les étudiants à réfléchir sur ces erreurs, à avoir une meilleure compréhension des contenus mathématiques, à prévoir des activités pertinentes et à les amener, dans les cours didactiques, à anticiper les activités didactiques qui pourraient aider des élèves qui commettraient ces erreurs, étant donné que les contenus mathématiques de cette évaluation portent sur ceux du primaire et du premier cycle du secondaire. Ainsi, l'évaluation auto diagnostique, les rencontres individuelles et les suivis en mathématiques offrent l'occasion d'analyser les situations et activités[9] proposées, mais aussi les procédures, les raisonnements et les erreurs des étudiants. D'ailleurs, les procédures, les raisonnements et les erreurs des étudiants rejoignent ceux que des élèves du primaire ou du secondaire pourraient produire.

Pour les analyses, nous utilisons la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986a, 1986b, 1998). Pour cela, nous nous référons aux concepts de variables didactiques pour analyser et questionner d'un

[9] Elles sont de niveau primaire ou secondaire, susceptibles d'être proposées aux élèves de ces ordres d'enseignement.

point de vue didactique les situations et les activités soumises dans le cadre de l'évaluation auto diagnostique, les rencontres individuelles et les suivis en mathématiques. Nous utilisons aussi la modélisation de l'activité mathématique développée par Chevallard (1999) avec la notion de praxéologie constituée de quatre dimensions articulées (types de tâches, techniques, technologies, théorie) pour analyser les démarches possibles (Bronner, 2016). Les situations et les activités soumises positionnent des types de tâches. Les types de tâches appellent des techniques de résolution (des manières de faire pour résoudre les tâches particulières). Le concept de technologie, au sens de Chevallard (1999), est le discours sur la technique qui permet de la justifier, de l'éclairer, de la produire. La théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1991) nous permet, lors de nos analyses conceptuelles, de mieux cerner les enjeux conceptuels des connaissances et savoirs (Conne, 1999) en jeu, par la recherche de sens sur le plan des concepts et des processus en mathématiques.

3.4 Formation pratique

Les étudiants interviennent en classe dans le cadre des stages et en contexte orthopédagogique à la clinique Pierre-H.-Ruel. La formation compte quatre stages. Le premier, *Stage 1*, est un stage d'observation qui dure 10 jours. C'est une initiation à la profession et la validation du choix professionnel. Le deuxième, *Stage 2*, est une immersion socioprofessionnelle qui s'étend sur 25 jours de présence en classe, dont 10 jours de prise en charge. Quant au troisième, *Stage 3*, il concerne l'intégration socioprofessionnelle et dure 35 jours, dont 10 jours de prise en charge. Le dernier, *Stage 4*, vise l'insertion socioprofessionnelle, avec une prise en charge complète de 70 jours.

Les contextes de stage sont variés. Ils peuvent être réalisés au primaire, au secondaire ou à la section des adultes, en classes régulières ou en classes spéciales. Ils peuvent ainsi viser des élèves en difficulté d'apprentissage, de comportements et/ou d'handicap. En plus des stages, une des particularités de la formation au BASS à l'UdeS réside dans l'existence d'une clinique qui offre une véritable opportunité de professionnalisation aux étudiants. En effet, à la clinique Pierre-H.-Ruel, les étudiants s'impliquent, dans des pratiques d'évaluation-intervention en contexte orthopédagogique. Plus précisément, lors de leur deuxième année de formation, ils sont d'abord amenés à développer des compétences d'ordre orthopédagogiques. Cela s'effectue par la conception et l'exploitation de récits et de grilles d'observation pour huit évaluations-interventions d'une cinquantaine de minutes réalisées auprès d'un élève ayant des difficultés d'apprentissage ou de comportement suivi à cette clinique. Puis, lors de la troisième année, ils interviennent, en dyade, auprès d'un élève en difficulté pour treize évaluations-interventions. C'est alors qu'ils planifient et pilotent des situations d'évaluation intervention. L'équipe-clinique qui gravite autour d'un élève est donc composée d'un superviseur, de deux ou trois étudiants de deuxième année et de deux étudiants de troisième année.

En ayant une bonne compréhension et maîtrise des contenus mathématiques et en étant conscients de leur pertinence dans la réflexion didactique, les étudiants peuvent exploiter efficacement leurs connaissances mathématiques, afin de tirer profit des différentes expériences et des observations réalisées auprès des élèves et de mieux comprendre leurs difficultés. En retour, les observations faites en stage et à la clinique Pierre-H.-Ruel viennent nourrir les cours de didactique des mathématiques par un regard critique.

Ce regard, exploitant la méthodologie d'analyse des pratiques enseignantes et des situations d'enseignement lors des retours réflexifs, facilite l'analyse des séquences d'enseignement et d'intervention dans le cadre des expérimentations et des interventions dans les stages et à la clinique Pierre-H.-Ruel par les étudiants. À cette fin, nous tirons profit de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1992, 1999) et de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986a. 1986b, 1998) pour l'étude générale des situations et de la transposition didactique des objets mathématiques. La méthodologie s'inscrit dans la confrontation entre une analyse *a priori* et une analyse *a posteriori* et est articulée autour de **cinq grandes étapes** non indépendantes (Bronner, 2006) : 1) l'analyse *a priori*, 2) la trame de la séance observée, 3) la description et l'analyse des organisations mathématiques selon l'approche anthropologique, 4) l'analyse de l'organisation didactique selon la méthodologie dite des quatre composantes et 5) le repérage de gestes d'étude d'élèves et de gestes professionnels de

l'enseignant, des évènements et des ajustements (Bronner, 2016). Nous articulons aussi nos analyses autour des concepts de dévolution et de contrat didactique de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986a, 1986b, 1998).

V - DISCUSSION

Pour réussir à l'école, il faut réussir en mathématiques. Les élèves qui ne parviennent pas à répondre aux attentes formulées dans les programmes de formation en mathématiques sont « étiquetés » et se désinvestissent des tâches de mathématiques qui leur sont dévolues (Adihou, 2011). Ces élèves font partie des élèves en adaptation scolaire et sociale qui rencontrent des difficultés dans l'institution scolaire. L'école se doit de remettre ces élèves, qui ont été écartés des voies « normales », dans une perspective de réussite. Ils constituent actuellement un nombre important d'élèves en échec scolaire et représentent un pourcentage considérable de personnes qui ne s'insèrent pas toujours de façon satisfaisante dans le monde du travail. Pour aider ces élèves en difficulté en mathématiques, les enseignants en adaptation scolaire et sociale doivent maîtriser les contenus mathématiques. Ces derniers sont appelés à évaluer et à intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers en mathématiques. Il est donc pertinent d'exiger un niveau de maîtrise « élevé » des contenus mathématiques du primaire et du secondaire, car « faire faire des mathématiques à ces élèves » (Conne, 1999) est une activité qui exige une bonne connaissance de la discipline en plus de la formation pratique, didactique, psychologique et transversale déjà présente dans la formation actuelle. La maîtrise des contenus mathématiques peut permettre à l'enseignant d'imaginer et de contrôler aisément les situations didactiques (Conne et Lemoyne, 1999).

Le but ultime du dispositif est d'articuler évaluation auto diagnostique, formation mathématique (aide et accompagnement en mathématique : métacours, ateliers, rencontres individuelles, contenus mathématiques), formation didactique (contenus des cours de didactique des mathématiques) et formation pratique. L'articulation entre la formation mathématique, les cours de didactique et les différents moyens mis en place contribue au développement des compétences chez les étudiants pour l'enseignement des mathématiques auprès des élèves en difficulté. Cela permet, en outre, d'établir une relation de confiance entre les étudiants et les personnes impliquées dans leur formation. Cette relation est particulièrement importante lorsque l'on travaille avec des étudiants qui ont développé des attitudes négatives par rapport aux mathématiques et/ou qui ont connu des difficultés dans leur parcours scolaire. L'articulation entre la formation mathématique et didactique favorise une meilleure compréhension des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage, tant du point de vue des contenus mathématiques que du point de vue didactique. La prise en compte constante et permanente de la formation pratique articulée à la formation mathématique, didactique et à l'évaluation auto diagnostique est une avenue à considérer pour que le dispositif soit opérationnel. Cette articulation favorise une meilleure compréhension de la pertinence des activités conduites dans les cours de didactique des mathématiques, pertinence qui n'est pas toujours reconnue ni comprise par les étudiants. De plus, ce processus d'articulation favorise l'arrimage théorie-pratique qui reste encore un défi à relever dans la formation à l'enseignement.

Pour relever ce défi, il faudra probablement avoir de nouvelles perspectives pour ce qui est des ressources humaines et technologiques et mettre sur pied d'autres moyens, comme le centre d'aide, des ateliers ou des cours hors programme arrimés aux cours de didactique. Nous sommes aussi conscients des limites du dispositif en qui concerne son opérationnalisation. Toutefois, les étudiants qui bénéficient de ce dispositif peuvent approfondir les compétences mathématiques nécessaires aux pratiques d'intervention en mathématiques. Ils peuvent accorder, par conséquent, une plus grande importance à la maîtrise des contenus mathématiques, à leur compréhension et à leur dimension didactique. Ces étudiants, nous l'espérons, seront plus à l'aise et développeront une attitude plus positive à l'égard des mathématiques et de leur enseignement puisqu'actuellement, ils identifient clairement ce malaise à la fin de leur parcours universitaire. D'ailleurs, la modification du rapport aux savoirs mathématiques est une réussite importante pour tous les acteurs contribuant à cette démarche. Des effets pourront, nous l'espérons, être également ressentis lors des stages, étant donné que la carence sur le plan des

compétences mathématiques a été clairement identifiée par les personnes superviseures œuvrant dans le programme.

Dans les cours de didactique des mathématiques, le glissement ou le passage actuellement obligé vers des activités mathématiques de contenus serait réduit et laisserait place presque entièrement aux activités axées sur l'analyse didactique (analyse des situations, des solutions, des difficultés des élèves, de la mise en place et de l'expérimentation de scénarios efficaces d'apprentissage-évaluation-intervention pour les élèves en difficulté, etc.). Ceci permettra davantage une centration sur l'objectif premier des cours, soit la formation didactique des étudiants. De plus, il y aura, grâce à l'implication des didacticiens comme superviseurs à la clinique Pierre-H.-Ruel, plus de possibilités d'effectuer l'arrimage entre la formation didactique et pratique que les étudiants reçoivent.

Dans ce qui précède, quelles sont les limites en lien avec le dispositif ? Quelles sont les perspectives de la mise en place d'un tel dispositif pour ce qui est de la pertinence de la formation en ASS et en matière de recherche?

VI - LIMITES ET PERSPECTIVES

Pour ce qui est des limites, le dispositif misant sur une démarche personnelle de formation, il se pose alors la question du contrôle des apprentissages. Le manque de contrôle est une limite : comment s'assurer de la formation mathématique des étudiants ? La pérennité du dispositif implique un travail de concertation, de collaboration et de partenariat, en d'autres termes une adhésion des enseignants et intervenants des différents lieux de formation, mais également une implication des étudiants. Cette adhésion n'est pas garantie, car même dans une approche-programme, l'adhésion est tributaire à la posture épistémologique des acteurs et à leur rapport aux savoirs mathématiques.

En ce qui concerne les perspectives relativement à la pertinence de la formation en ASS, le dispositif tel que conçu permettrait plus d'intégration et d'articulation des différents volets de la formation. Dans le cadre de la formation mathématique, il favorise la mise à l'épreuve des concepts dans différents contextes et assure l'arrimage des contenus des cours transversaux avec les cours de didactique des disciplines et les cours intégrateurs. Ces derniers sont des cours ayant des visées multidisciplinaires, interdisciplinaires et arrimage théorie-pratique, et dont les champs d'actualisation sont les stages et la Clinique P-H.-Ruel. Dans le programme, les cours intégrateurs décloisonnent déjà les cours des champs de la didactique, de l'orthodidactie du français et des mathématiques et les activités d'intervention en stage ou à la clinique. Le dispositif permettra encore de décloisonner les différents lieux de formation où les mathématiques se font, mais, décloisonnerait aussi les différents domaines et contenus des mathématiques enseignés.

En ce qui concerne les perspectives de recherche, le dispositif offre des avenues pour la recherche. Il s'agit de comprendre le dispositif, c'est-à-dire de le questionner. Ainsi, il est possible de l'étudier, d'un point de vue du triplet des genèses (Chevallard, 1999) : méso – topo et chrono – génétiques[10], les organisations mathématiques et didactiques en lien avec le dispositif, les rapports institutionnels aux savoirs mathématiques, didactiques et en lien avec la formation pratique (stage et clinique), les rapports personnels des formateurs aux savoirs mathématiques, didactiques et en lien avec la formation pratique (stage et clinique).

[10] Mésogenèse (Entre autres : Processus par lequel on crée le milieu pour la formation)
Topogenèse (Entre autres : Comment l'étudiant s'engage dans la formation en lieu et place)
Chronogenèse (Entre autres : Processus par lequel les formateurs organisent le temps).

VII - CONCLUSION

Bon nombre de futurs enseignants éprouvent des difficultés quant aux contenus disciplinaires. Le dispositif de formation au baccalauréat en adaptation scolaire et social de l'Université de Sherbrooke vise une perception plus positive des mathématiques par les intervenants et par les élèves, un élargissement de la vision de ce que sont les mathématiques et leur enseignement et une meilleure compréhension de ce qu'impliquent l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques avec des élèves en difficulté. Ces éléments sont d'une importance capitale et devront guider les futurs enseignants tout au long de leur carrière et permettront potentiellement une amélioration du rapport au savoir mathématique, une implication constante dans l'institution et une meilleure compréhension de ce qu'implique la formation universitaire pour les étudiants.

Un développement du dispositif à court terme est la mise en ligne des outils de formation qui ont été construits sous forme de capsules mettant en évidence des contenus et leur lien avec les contenus en didactique des mathématiques, l'élaboration de moyens d'enseignement ou encore de vidéos offrant aux étudiants des moyens et des ressources leur permettant de s'autoformer dans une démarche personnelle afin de les aider dans leur apprentissage des contenus mathématiques (ensembles de nombres, proportionnalité, pourcentages, grandeurs, mesure, algèbre, géométrie, probabilité et statistique). En tant que formateurs, notre réflexion sur la formation mathématique des futurs enseignants en adaptation scolaire et sociale se poursuit et l'élaboration de ce *dispositif global* nous fournit un cadre sur lequel il est possible de s'appuyer tout en étant conscient que plusieurs défis restent à relever et que notre rôle se limite à la formation initiale. Toute une autre réflexion pourrait être entamée pour la formation continue des enseignants.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

ADIHOU, A. (2013) *Que faire quand l'affect gouverne cognition en mathématiques?* Communication présentée au colloque international en éducation, Montréal, 2-3 mai 2013.

ADIHOU, A. (2011) Enseignement/apprentissage des mathématiques et souffrance à l'école. *Actes* du Premier colloque international « La souffrance à l'école » du *Cercle interdisciplinaire de recherches phénoménologiques*, Université du Québec à Montréal, Canada, 3, 4, 5 mars 2010. *Les Collectifs du Cirp*, **2**, 90- 102.

ADIHOU, A. (2010) Quelle formation à l'enseignement des mathématiques au primaire en milieu francophone minoritaire*? In* J. Proulx et L. Gattuso (Éds), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles*, (p. 215-224). Sherbrooke : Éditions du CRP.

ADIHOU, A. & ARSENAULT, C. (2012). Dispositif de formation mathématique pour les enseignants du primaire : choix, caractéristiques, résultats et impacts *In* J. Proulx, C. Corriveau, et H. Squalli (Éds), *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques : Pratiques, orientations et recherches,* **(p. 225-253).** Québec : Les Presses universitaires du Québec.

ADIHOU, A. ARSENAULT, C. & MARCHAND, P. (2006) Réflexion sur un dispositif de formation pour le développement de compétences en mathématiques chez les futurs maîtres. *In* N. Bednarz et C. Mary (dir.) *Acte du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés »*. [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

ARSENAULT, C., ADIHOU, A., PELLETIER, M.-A. & ROSSIGNOL, É. (A paraître) Le développement et l'évaluation des compétences professionnelles à l'enseignement : de la création à l'évaluation d'un dispositif à l'enseignement des mathématiques. *In* G. Thésée et al. (dir.) *« La formation à l'enseignement au Québec : bilan des 25 dernières années et perspectives pour l'avenir »* COLLECTIF CAPFE - 83e congrès de l'Association francophone pour le savoir (ACFAS), Québec : Presses de l'Université du Québec.

BEDNARZ, N. (2012) Formation mathématique des enseignants – état des lieux, questions et perspectives. *In* J. Proulx, C. Corriveau et H. Squalli (dir.), *La formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques*, Québec : Presses de l'Université du Québec.

BRONNER, A. (2016) Développement de la pensée algébrique. *In Actes du colloque de l'Espace Mathématique Francophone (EMF 2015)*, Alger.

BRONNER, A. (2006) Installation et régulation par l'enseignant de l'espace parole-pensée-actions-relations. Gestes d'étude, Gestes professionnels, évènements et ajustements. *Actes des journées d'études Interaction Verbales Didactiques et Apprentissage du 19 au 20 mai* 2005 à Lyon. Presses universitaires de Franche-Comté.

BROUSSEAU, G. (1998) Théorie des situations didactiques. *Recherche en Didactique des mathématiques 1970-1990.* Éditions : La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU, G. (1986a) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **7(2)**, 33-115, Éditions : La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU, G. (1986b) La relation didactique : le milieu. *In Actes de la 4e école d'été de didactique des mathématiques*. (54-68). Éditions : IREM de Paris 7.

CHEVALLARD, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **19.2**. La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, **12/1**, 73-112.

CLIVAZ, S. (2011) *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire* (Thèse de doctorat), Université de Genève, Genève, <http://archive-ouverte.unige.ch/unige:17047>.

COMITÉ D'AGRÉMENT DES PROGRAMMES DE FORMATION À L'ENSEIGNEMENT (2013) *Rapport annuel de gestion 2011-2012*. Québec : ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

CONNE, F. (1999) Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne. *In* G. Lemoyne et F. Conne (dir.). *Le cognitif en didactique des mathématiques.* (p. 30-69). Montréal : Presses de l'Université de Montréal.

CONNE, F. et LEMOYNE, G. (1999) Introduction. *In* G. Lemoyne et F. Conne (Éds.). *Le cognitif en didactique des mathématiques* (p. 7-28). Montréal : Presses Université de Montréal.

DeBLOIS, L. (2010) Développer une formation à l'enseignement : trois entrées possibles. *In* J. Proulx et L. Gattuso (2010). *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles.* (p. 31-36). Sherbrooke : Éditions du CRP, Faculté d'éducation.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (2001). *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles.* Québec : ministère de l'Éducation.

HÉRAUD, B. (2000) Quelles approches doit-on privilégier dans la formation initiale des enseignants au primaire pour l'enseignement des mathématiques? *In* P. Blouin et L. Gattuso (dir.), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants* (p. 41-52). Montréal : Modulo.

KOUDOGBO, J. (2016) *Quels usages possibles d'outils conceptuels de la Théorie des situations didactiques ou de la Théorie anthropologique du didactique en formation initiale en adaptation scolaire et sociale, en recherche et quels apports* ? Conférence scientifique, Séminaire ADEF, Université d'Aix-Marseille, 5 février 2016.

LAJOIE, C. & BARBEAU, E. (2000) Des cours de mathématiques pour les futurs enseignants et enseignantes du primaire. *In* E. Simmt, B. Davis et J.G. McLoughlin (dir.), *Actes de la 24e rencontre annuelle du Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques (GCEDM*). (p. 35-41). Edmonton : Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques (CMESG).

MALO, A. (2010) Appréciation des stagiaires au sujet des apprentissages effectués en contexte de stage en enseignement. Éducation et francophonie, **38**, 78-95, <http://www.acelf.ca/c/revue/pdf/EF-38-2-078_MALO.pdf>.

MARCHAND, P. (2010) Quelle formation mathématique en formation des maîtres au primaire et en adaptation scolaire et sociale? *In* J. Proulx et L. Gattuso (dir), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (p. 31-36). Sherbrooke : Éditions du CRP.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (2001a) *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire. Enseignement primaire*. Québec : Gouvernement du Québec, ministère de l'Éducation.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (2001b). *Programmes d'études. Mathématiques. Présecondaire.* Québec : Gouvernement du Québec, ministère de l'Éducation, Direction de la formation générale des adultes.

MORIN, M.-P. (2008) Les connaissances mathématiques et didactiques chez les futurs maîtres du primaire : quatre études de cas. *Canadian Journal of Education, **31*(3)**, 537-566.

MORIN, M-P. & THEIS, L. (2006) Mesures d'aide en mathématiques pour soutenir les étudiantes et étudiants de la formation initiale qui présentent des difficultés. *In* N. Bednarz et C. Mary (dir.) *Acte du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés »*. [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

MORIN, M.-P., THEIS, L. & FRANCOEUR-ROSA, J. (2012) Intégrer les connaissances mathématiques et didactiques : le cas de la formation en enseignement au préscolaire et au primaire de l'Université de Sherbrooke. *In* J.-L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle. Actes du colloque EMF 2012*. (p. 195-205). Genève, Suisse.

NANTAIS, N. (2000) Vers une formation des enseignants mieux intégrée en didactique des mathématiques. *In* P. Blouin & L. Gattuso (dir), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants* (p. 82-86). Montréal: Modulo.

PORTELANCE, L. & P. CHANDONNET (2016) « Acquis de formation de futurs enseignants », Revue Éducation et formation, e-305, avril 2016, p. 39-52, <file:///Users/cathyarsenault/Downloads/e305_00.pdf>.

PROULX, J., CORRIVEAU, C. & SQUALLI, H. (2012) *La formation mathématique des enseignants,* Québec, Les Presses universitaires du Québec.

PROULX, J. & GATTUSO, L. (2010) *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles,* Sherbrooke : Éditions du CRP.

VERGNAUD, G. (1991) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **10.2-3**, 133-170.

IX - ANNEXE A

Référentiel des composantes incluses dans la définition du domaine de l'évaluation auto diagnostique en mathématiques.

MAÎTRISE DES CONTENUS MATHÉMATIQUES

Arithmétique

Sens et écriture des nombres

Nombres naturels
Nombres naturels inférieurs à 1 000 000 (centaine de mille) : lecture, écriture, représentation, comparaison, classification, ordonner des nombres naturels, trouver des expressions équivalentes d'un même nombre, décomposition, trouver une régularité dans une suite de nombres, trouver le résultat d'une exponentiation.

Fractions
Lecture, écriture, numérateur, dénominateur, représentations variées, placer en ordre des fractions, comparaison, trouver des expressions équivalentes et des fractions équivalentes, pourcentage.

Nombres décimaux
Nombres décimaux : lecture, écriture, représentations variées, ordonner des nombres décimaux, trouver des expressions équivalentes, décomposition.

Utilisation des nombres
- Choisir une forme d'écriture selon le contexte d'un problème.
- Passage d'une forme d'écriture à une autre : notation décimale, notation fractionnaire, pourcentage, notation exponentielle.
- Passage d'une base à une autre.
- Repérage de nombres sur la droite numérique, abscisse d'un point.
- Caractères de divisibilité (par 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 25).
- Règles des signes pour les nombres écrits en notation décimale.
- Racine carrée.
- Relation d'égalité, règles de transformation des égalités numériques ou principe de la balance.

Sens des opérations sur des nombres

Nombres naturels
- Sens des opérations : multiplication (addition répétée, produit cartésien, etc.), produit, facteur, multiples d'un nombre naturel, division (soustraction répétée, partage, contenance), quotient, reste, dividende, diviseur, ensemble des diviseurs d'un nombre naturel, caractères de divisibilité.
- Choix de l'opération, relations entre les opérations.
- Opérations inverses : addition et soustraction, multiplication et division, carré et racine carrée.
- Priorité et propriétés des opérations : commutativité et associativité, distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction.

Opérations sur les nombres

Nombres naturels
- Approximation du résultat d'une opération : addition, soustraction, multiplication, division.
- Calcul mental, processus personnels : addition, soustraction, multiplication, division.

- Calcul écrit, processus conventionnels : multiplication d'un nombre à plusieurs chiffres par un autre nombre à plusieurs chiffres.
- Calcul écrit, processus conventionnels diviser un nombre à plusieurs chiffres par un autre nombre à plusieurs chiffres, exprimer le reste sous la forme d'un nombre en écriture décimale sans dépasser la position des millièmes.
- Suite d'opérations en respectant leur priorité.
- Régularités : suite de nombres, familles d'opérations.
- Décomposition en facteurs premiers.

Nombres décimaux

- Calcul mental : multiplication et division des nombres décimaux par 10, 100, 1 000.
- Calcul écrit : addition, soustraction, multiplication et division.

Fractions

- Établissement de fractions équivalentes.
- Réduction de fractions, fraction irréductible.
- Calcul écrit : addition, soustraction, multiplication et division de fractions.

Algèbre

- Sens des expressions algébriques : variable, coefficient, degré, terme, termes semblables, égalité, équation et inconnue.
- Équation du premier degré à une inconnue se ramenant à la forme $ax + b = cx + d;$
- Construction d'une expression algébrique.
- Reconnaissance et recherche d'expressions algébriques équivalentes.
- Valeur numérique d'une expression algébrique.
- Addition et soustraction d'expressions algébriques.
- Multiplication et division d'expressions algébriques par une constante.
- Multiplication de monômes de degré 1.
- Manipulation de formules.
- Résolution d'équations du premier degré à une inconnue : essais et erreurs, équation algébrique (principe de la balance, méthode de recouvrement), dessin, opérations inverses ou équivalentes.
- Validation de la solution obtenue par substitution.
- Repérage de couples de nombres dans le plan cartésien (abscisse et ordonnée d'un point).
- Représentation globale d'une situation par un graphique.

Géométrie

Figures géométriques et sens spatial

Espace

- Repérage sur un axe, repérage dans un plan cartésien.

Solides

- Faces, sommets, arêtes, bases.
- Reconnaissance du développement de polyèdres convexes.
- Expérimentation de la relation d'Euler (relation entre les faces, les sommets et les arêtes d'un polyèdre convexe).
- Prismes droits, pyramides droites, boules, cônes et cylindres droits.
- Solides décomposables.
- Développements possibles d'un solide.
- Constructions géométriques.

Figures planes

- Description de triangles : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle scalène, triangle équilatéral.
- Triangles, quadrilatères, polygones réguliers convexes, côté, base..

- Segments et droites remarquables : parallèle, perpendiculaire, bissectrice, médiatrice, médiane, hauteur.
- Cercle, disque et secteur.
- Rayon, diamètre, corde, arc, circonférence.

Frises et dallages

- Transformations géométriques : translation, rotation, réflexion.
- Homothétie de rapport positif.
- Observation et production (grilles, papier calque) de frises par translation : translation, flèche de translation (longueur, direction, sens).
- Observation et production de dallages à l'aide de la translation.
- Segments provenant d'une isométrie ou d'une similitude.

Figures isométriques et semblables

Mesure

Aire

- Aire de polygones décomposables en triangles et en quadrilatères. Aire de disques et de secteurs.
- Aire de figures décomposables en disques, en triangles ou en quadrilatères.
- Aire latérale ou totale de prismes droits, de cylindres droits et de pyramides droites.
- Choix approprié de l'unité de mesure pour les longueurs ou les aires.
- Relations entre les unités de longueur du SI[11].
- Relations entre les unités d'aire du SI.
- Mesure manquante d'un segment d'une figure plane.

Angles

- Classification des angles.
- Mesure d'angles en degrés à l'aide d'un rapporteur d'angles.
- Angles complémentaires, supplémentaires.
- Angles créés par deux droites sécantes : opposés par le sommet, adjacents.
- Angles créés par une droite sécante à deux autres droites : alternes-internes, alternes-externes, correspondants.

Longueurs : estimation et mesurage

- Unités et sous-unités conventionnelles.

Surfaces : estimation et mesurage

- Unités et sous-unités conventionnelles, relations entre les unités de mesure.

Volumes : estimation et mesurage

- Unités et sous-unités conventionnelles, relations entre les unités de mesure.
- Unités non conventionnelles.

Capacités : estimation et mesurage

- Unités et sous-unités conventionnelles, relations entre les unités de mesure.

Masses : estimation et mesurage

- Unités et sous-unités conventionnelles.

Temps : estimation et mesurage

- Unités conventionnelles, durée (jour, heure, minute, seconde, cycle quotidien, cycle hebdomadaire, cycle annuel).
- Relations entre les unités de mesure.

Températures : estimation et mesurage

- Unités conventionnelles (°C).

11 Système international d'unités.

Statistique

- Formulation de questions d'enquête.
- Collecte, description et organisation de données à l'aide de tableaux.
- Interprétation des données à l'aide d'un diagramme circulaire.
- Sens et calcul de la moyenne arithmétique.
- Population, échantillon; sondage, recensement.
- Représentation d'un échantillon; méthodes d'échantillonnage : aléatoire simple, systématique.
- Lecture d'un tableau : caractères, effectifs, fréquences.
- Lecture de représentations graphiques : diagramme à bandes, diagramme à ligne brisée, diagramme circulaire.
- Traitement de données tirées de relevés statistiques.
- Réalisation d'un sondage, collecte de données sur une population ou un échantillon.
- Organisation et choix de certains outils permettant de rendre compte des données : construction de tableaux.
- Construction de représentations graphiques : diagramme à bandes, diagramme à ligne brisée, diagramme circulaire.

Probabilité

- Expérimentation d'activités liées au hasard.
- Prédiction d'un résultat (certain, possible ou impossible).
- Probabilité qu'un événement simple se produise (plus probable, également probable, moins probable).
- Comparaison des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus.
- Simulation avec ou sans l'aide de l'ordinateur.
- Expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes (avec ou sans remise, avec ou sans ordre).
- Types d'événements : élémentaires, complémentaires, compatibles, incompatibles, dépendants, indépendants.
- Probabilité théorique et probabilité fréquentielle.
- Traitement de données tirées d'expériences aléatoires.
- Dénombrement : arbre, réseau, grille, etc.

XI - ANNEXE B

Exemples de questions

Les questions sont de différents types : choix multiples, vrai-faux ou réponse courte. Certaines questions comportent des sous-questions. Pour la résolution de problèmes, une démarche est exigée. Voici neuf exemples de questions de l'évaluation ainsi que le domaine auquel ces questions correspondent dans la grille de description de domaine ainsi qu'au référentiel en annexe du présent document.

Arithmétique

Quelle est le résultat de cette chaine d'opérations ?

$$3^2 \times \left[4 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{17-5}{2} \right) \div 2 + 7 \right] - 2 \times (1+3)^2 =$$

a) 63
b) 58
c) 90
d) 76
e) 35

Arithmétique, mesure et algèbre

Dans un rectangle où *2 dm* représente la mesure de la longueur et *7 cm* la mesure de la largeur, quelle est la phrase mathématique qui peut être associée à :

a) son périmètre?
b) son aire?

Arithmétique et algèbre

Trois amis jouent aux billes. Ils ont ensemble 198 billes. Pierre a 6 fois plus de billes que Denis. Georges a 2 fois plus de billes que Denis. Combien de billes possèdent chacun des amis?

Géométrie

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

9.1 Un carré est un rectangle particulier
9.2 Un parallélogramme est un losange particulier
9.3 Un rectangle est un parallélogramme particulier
9.4 Un losange est un trapèze particulier

XII - ANNEXE C : NOUVELLE RÉORGANISATION

<table>
<tr><td colspan="3">Arithmétique</td><td colspan="2">Géométrie et Mesure</td><td colspan="2">Statistique et probabilité</td><td colspan="2">Algèbre</td></tr>
<tr><td>Sens et écriture des nombres</td><td>Sens des opérations sur des nombres</td><td>Opérations sur des nombres Propriétés</td><td colspan="2">Figures géométriques et sens spatial
Transformation
Équivalence de mesures
Conversions</td><td colspan="2">Dénombrement
Probabilité
Mesure de tendance</td><td colspan="2">Développement et réduction d’expressions
Résolution d’équations</td></tr>
<tr><td colspan="9">Cours de didactique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Arithmétique 1</td><td>Session 2</td><td rowspan="2">Géométrie et Mesure</td><td rowspan="2">Session 4</td><td rowspan="2">Probabilité et statistique</td><td rowspan="2">Session 5</td><td rowspan="2">Algèbre</td><td rowspan="2">Session 6</td></tr>
<tr><td colspan="2">Arithmétique 2</td><td>Session 3</td></tr>
<tr><td colspan="9">Synthèse</td></tr>
<tr><td colspan="5">Cours de soutien à l’apprentissage</td><td colspan="4">Session 7</td></tr>
</table>

Lien entre contenu mathématique et cours de didactique des mathématiques

LA QUESTION DES RESSOURCES POUR LA FORMATION DANS LE TRAVAIL DES CONSEILLERS PÉDAGOGIQUES

Laurence LEROYER
MCF, ESPE Académie de Caen
CERSE (EA965), Unicaen
laurence.leroyer01@unicaen.fr

Résumé
Dans le cadre de la formation continue des enseignants du premier degré, les conseillers pédagogiques conçoivent et mettent en œuvre des dispositifs de formation relatifs à l'enseignement des mathématiques. Lorsqu'ils conçoivent ces dispositifs, la question des ressources et des supports de formation se pose à eux. Quelles ressources mobilisent-ils et comment y accèdent-ils ? Quels supports de formation créent-ils et pour quels usages ? Ces questions fondent notre recherche actuelle, recherche qui prend appui sur les travaux portant sur la question des ressources dans le travail des enseignants en mathématiques. Cette recherche est basée sur l'analyse d'entretiens menés auprès de six conseillers pédagogiques, entretiens fondés sur l'explicitation de leur travail relatif à l'élaboration des supports de formation dans le cadre de la conception d'un dispositif de formation. Nous présentons ici de premiers résultats qui reposent sur l'étude comparée de ce travail mené par deux conseillers pédagogiques, résultats qui interrogent la formation de formateurs.

Dans le premier degré, les conseillers pédagogiques ont, entre autres, pour mission d'assurer la formation continue des enseignants. La circulaire relative à leurs missions précise qu'ils sont amenés à concevoir et à mettre en œuvre des « animations pédagogiques » et des « actions de formation continue », dans le cadre des « plans académiques et départementaux de formation des enseignants » (MEN, 2015a).

Former requiert des compétences professionnelles spécifiques définies dans le référentiel de compétences professionnelles du formateur de personnels enseignants et éducatifs (MEN, 2015b). Quatre domaines de compétences sont identifiés : « penser – concevoir – élaborer », « mettre en œuvre – animer », « accompagner l'individu et le collectif » et « observer – analyser – évaluer ». « Penser – concevoir – élaborer » pose la question des ressources. Le terme « ressource » apparaît d'ailleurs dans le référentiel. Ainsi le formateur doit « concevoir le scénario et les ressources spécifiques pour une formation hybride ou à distance » et également « élaborer des écrits professionnels en lien avec les différents volets de l'activité de formation et construire des ressources pédagogiques ». Cette question des ressources dans le travail de conception des formateurs d'enseignants est au cœur de la recherche que nous menons actuellement.

I - CADRES THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES

Dans le champ de la didactique des mathématiques, la question des ressources dans le travail des enseignants a fait et fait l'objet de recherches. En témoignent les contributions constitutives de l'ouvrage de Gueudet et Trouche (2010), le projet ANR[1] 2013 ReVEA « ressources vivantes pour l'enseignement et l'apprentissage » ou bien encore les thématiques des colloques COPIRELEM de 2014 et 2015 « Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ? » et « Former et se former … quelles ressources pour enseigner les mathématiques à l'école ? ». Centrée sur le travail des formateurs, notre recherche s'appuie sur ces travaux et sur le travail que nous avons mené sur la question des ressources dans le travail de préparation des enseignants du premier degré en mathématiques (Leroyer, 2013).

1 ANR Agence nationale de la recherche

1 De la question des ressources dans le travail de préparation de l'enseignant à la question des ressources dans le travail de conception du formateur

S'appuyant sur le travail des professeurs de mathématiques, Gueudet et Trouche (2010) considèrent que les interactions des professeurs avec des ressources sont des éléments majeurs de leur activité professionnelle, activité qui dépasse la cadre de la classe. L'approche documentaire du didactique qu'ils développent prolonge l'approche instrumentale élaborée dans le champ de l'ergonomie cognitive et prend également appui sur l'ingénierie documentaire. Ils considèrent ainsi que dans une classe de situation donnée, un enseignant interagit avec un ensemble de ressources qu'il va sélectionner, modifier, recombiner et donne naissance à un document d'où l'équation « document = ressources recombinées + schème d'utilisation ». Au cours de cette genèse documentaire, ils interrogent les processus de transformation des ressources au cours de leur appropriation par les enseignants, ce qui réfère à l'instrumentation ainsi que les évolutions professionnelles induites par un travail sur ces ressources en lien avec l'instrumentation. Le projet de recherche ANR ReVEA étudie quant à lui la question des ressources chez les enseignants du second degré dans quatre disciplines (mathématiques, physique-chimie, anglais et Science et technologie industrielle). En lien avec ce projet, une revue de littérature sur les recherches centrées sur la notion des ressources pour enseigner a été réalisée dans le cadre d'un dossier de veille de l'IFÉ[2] (Reverdy, 2014). Dans ce dossier, une typologie des ressources prenant appui sur les travaux de Adler (Adler, 2000 cité par Reverdy, 2014, p. 2) est proposée. Sont distingués trois types de ressources : matérielles, humaines et culturelles. Les ressources imprimées, et numériques selon certains chercheurs, les objets didactiques et les objets de la vie quotidienne composent les ressources matérielles. En se référant à ces travaux, interrogeant les interactions entre les ressources et les enseignants et les processus générés, mais également à notre travail centré sur la question des supports d'enseignement tels que les manuels scolaires dans le travail de préparation en mathématiques des enseignants du premier degré (Leroyer, 2013), nous pouvons penser la question des ressources matérielles dans le travail de conception du formateur et plus spécifiquement du conseiller pédagogique. Ce travail de conception du formateur fait d'ailleurs l'objet de recherches dans le champ de la didactique professionnelle comme en témoigne le numéro 204 de la revue Education permanente intitulé « conception et activité du formateur » où dès l'éditorial, les notions de conception et de ressource sont présentes (Petit & Parage, 2015).

Dans la conférence d'ouverture du 41ème colloque COPIRELEM, Bueno-Ravel et Gueudet (2014) mettent en exergue les divers types de questionnements sur les ressources. Dans notre travail, nous ciblons quatre questions :

- quelles sont les différentes ressources matérielles mobilisées par les formateurs ? (Cette question pose la question d'une typologie de ressources) ;

- comment les formateurs accèdent-ils à ces ressources ?

- quels documents les formateurs créent-ils à partir de ces ressources ? (Il s'agit ici d'observer ce que le formateur produit à partir des ressources dont il dispose et non d'apprécier la qualité de ces documents ou leur adéquation/pertinence avec les objectifs de formation) ;

- quels usages les formateurs envisagent-ils des documents créés ?

2 Cadres théoriques

Nous appréhendons cette question des ressources dans le travail de conception des formateur en nous référant à la double approche de Robert et Rogalski (2002), approche utilisée dans notre travail de thèse, où nous mobilisons deux cadres théoriques, celui de la didactique des mathématiques et celui de la psychologie ergonomique.

Dans le champ de la didactique des mathématiques, le modèle des niveaux d'activité du professeur développé par Margolinas (1995) à partir des travaux sur la structuration du milieu de Brousseau peut nous permettre de situer le travail de conception du formateur lorsqu'il doit concevoir un dispositif de

[2] IFÉ Institut français de l'éducation

formation, modèle présent dans le travail mené par Margolinas et Wozniak (2010) sur le rôle de la documentation dans la situation du professeur. Dans un modèle similaire qui porterait sur les niveaux d'activité du formateur, ce travail de conception pourrait se rapporter aux niveaux 1 et 2 du modèle des niveaux d'activité du professeur, niveaux qui réfèrent respectivement au projet de séance et à la construction du thème. Dans ce travail de conception, ce que Gueudet et Trouche (2010) nomment « le travail documentaire » est présent. Le formateur va interagir avec des ressources et produire des « documents ». La dimension matérielle de ces documents constitue ce que nous nommerons « support de formation », c'est-à-dire l'artefact (Rabardel, 1995) qui sera sous les yeux ou entre les mains des formés lors de la formation tels que un corpus de textes ou de manuels ou bien encore une feuille distribuée avec un tableau à compléter, un diaporama projeté, etc. A l'identique des supports d'apprentissage en classe, ces supports, lors de la formation, « supportent » le travail des formés.

La psychologie ergonomique (Clot, 1999) nous permet d'appréhender le travail de conception dans la complexité de l'activité, c'est-à-dire en nous centrant sur ce qui est à faire (la tâche), ce qui est fait, (l'activité) mais aussi sur le réel de l'activité.

> « Le réel de l'activité c'est aussi ce qui ne se fait pas, ce qu'on ne peut pas faire, ce qu'on cherche à faire sans y parvenir – les échecs – ce qu'on aurait voulu faire, ce qu'on pense ou qu'on rêve de pouvoir faire ailleurs. Il faut y ajouter – paradoxe fréquent – ce qu'on fait pour ne pas faire ce qui est à faire ou encore ce qu'on fait sans vouloir le faire. » (Clot, 1999, p. 119)

En nous référant au modèle d'analyse de l'activité de préparation de l'enseignant que nous avons élaboré dans notre travail de thèse, nous pouvons considérer l'activité de conception du formateur comme la résultante d'un système de ressources et de contraintes composé de trois sous-systèmes en interaction : le sujet, le contexte et le genre professionnel ; la tâche prescrite étant ici « concevoir un dispositif de formation en mathématiques ». Le conseiller pédagogique exerçant est considéré comme un sujet caractérisé par des valeurs et des croyances, des connaissances, des émotions dont les savoirs professionnels. Le contexte se compose d'un environnement organisationnel, matériel et relationnel (Chatigny & Vézina, 2008). Le genre professionnel est constitué des formes communes de la vie professionnelle.

En nous appuyant sur cette modélisation, nous considérons le support de formation non seulement comme un produit de l'activité de conception mais aussi comme l'expression visible d'une configuration et d'une relation particulière entre les différents éléments constitutifs du système du travail documentaire du formateur. Toutefois, dans ces configurations, nous pensons que le sous-système de ressources et de contraintes lié au formateur considéré en tant que sujet est prépondérant. Nous pensons que les savoirs professionnels du formateur mais aussi ses conceptions sur la formation fondent le choix des ressources mobilisées et la manière d'y accéder ainsi que les supports de formation produits à l'intention des formés et l'usage qui en est prévu.

3 Méthodologie de recherche

Notre recherche repose sur l'analyse du discours des formateurs fondés sur la présentation et l'explicitation du travail qu'ils ont réalisé lors de la conception d'un dispositif de formation en mathématiques (animation pédagogique ou stage). Pour ce faire, ils s'appuient sur le scénario de formation, sur les supports de formation qu'ils ont conçus et sur la liste des ressources utilisées pour concevoir ces supports, ce qui facilite l'explicitation du travail documentaire.

Ce discours est recueilli au cours d'entretiens semi-directifs où plusieurs autres points sont abordés : parcours professionnel et universitaire, place des mathématiques dans ce parcours, sentiment de compétences en mathématiques du point de vue des savoirs disciplinaires et didactiques, formation personnelle et institutionnelle en mathématiques, caractéristiques de la formation conçue (durée, objectifs, …). Enfin un regard réflexif du formateur est recherché en lui demandant de dire « en quoi la formation conçue lui correspond ». Nous disposons également des scénarios et des supports de formation conçus.

Ces entretiens ont été menés auprès de six conseillers pédagogiques. Les dispositifs de formation, choisis par chaque formateur, relèvent de stage ou d'animation pédagogique et réfèrent à des interventions de 3 à 6 heures auprès du public de primaire. Deux thématiques sont présentes : la géométrie et la résolution de problème. Le traitement des données recueillies repose sur une analyse et une synthèse relative aux caractéristiques de la formation et du formateur à partir de la retranscription de chaque entretien. S'ajoute une synthèse qui met en lien les supports de formation et les ressources matérielles mobilisées pour chaque formateur analysée à partir d'une typologie conçue *a priori* et enrichie par le contenu des entretiens, typologie présentée en annexe 1. Dans cette typologie nous distinguons cinq types de ressources matérielles : les textes, les vidéos – catégorie qui devra être encore précisée-, les productions des enseignants « pour et de la classe », les supports d'enseignements édités et les objets du quotidien. Une fois ce travail réalisé, nous avons procédé à une analyse thématique horizontale des entretiens.

II - ÉTUDE DU TRAVAIL DOCUMENTAIRE DE DEUX CONSEILLERS PÉDAGOGIQUES

Nous faisons le choix de présenter de premiers résultats centrés sur l'étude du travail de conception et plus spécifiquement du travail documentaire de deux conseillers pédagogiques celui d'Agnès et celui de Pierre qui ont chacun mené une action de formation relevant d'un stage. Le stage conçu par Agnès porte sur les apprentissages géométriques. D'une durée de six heures, il s'adresse à une équipe d'école. Celui de Pierre d'une durée équivalente est destiné à des enseignants de cycle 2 et 3 et porte sur la résolution de problème.

1 Un contexte de formation qui présente des similarités

Il nous a semblé intéressant d'analyser et de confronter leur travail car les caractéristiques du système de ressources et de contraintes lié au contexte dans lequel ces deux conseillers pédagogiques évoluent présentent de nombreuses similarités. Ainsi, ils répondent tous deux à une commande institutionnelle : il s'agit de concevoir une action de formation de 6 heures liée à un stage inscrit au plan de formation avec des objectifs de formation prédéfinis. Les formés sont des enseignants volontaires que les formateurs ne connaissent pas. Ainsi, lorsque nous interrogeons Agnès pour savoir si le matériel qu'elle va utiliser est connu des enseignants et est présent dans leur classe, elle répond : *« Non mais bon on peut imaginer qu'il y a des cubes dans les écoles, des géo plans aussi, on en voit parfois dans les ateliers d'accueil en maternelle le matin et puis les blocs géométriques, on sait qu'il y en a aussi »*. Du point de vue de l'environnement relationnel, le dispositif de formation est conçu en quasi-totalité voire en totalité par le formateur. En ce qui concerne l'environnement matériel, ces deux conseillers pédagogiques font intervenir un même partenaire : Canopé. Voici ce que dit Pierre : *« Canopé c'est un partenaire que je sollicite souvent pour qu'il me prépare une biblio sur le sujet et c'est les seuls qui ont des versions numériques des manuels […] et ils ont aussi des TBI »*. Quant à Agnès, elle indique : *« Quand j'ai monté cette formation, j'ai demandé à ce que le cddp* [ancienne dénomination relative au réseau canopé*] puisse acheter ce matériel là (tétra cubes, géo plans, polydrons, pentaminos, blocs géométriques). Il y avait déjà du matériel empruntable, je l'ai fait compléter par le cddp »*.

Malgré ce système de ressources et de contraintes lié au contexte similaire, on peut observer des différences, ce qui interroge.

2 Une mobilisation des ressources qui diffère selon les formateurs

La confrontation des ressources mobilisées par les six conseillers pédagogiques avec lesquels nous nous sommes entretenus met en évidence la récurrence de certaines ressources : les textes institutionnels, des supports de formation créés par d'autres formateurs tels que des diaporamas en ligne sur des sites de circonscription ou des sites académiques, des textes issus de la recherche en didactique. Notons que ces ressources sont essentiellement des ressources en ligne. S'il apparaît que les savoirs issus de la recherche en didactique sont des incontournables dans l'ensemble des formations conçues par les six conseillers pédagogiques avec lesquels nous nous sommes entretenus, la manière dont les formateurs y accèdent diffère.

2.1 Les ressources mobilisées par Agnès

En nous appuyant sur la synthèse des ressources mobilisées par Agnès et des supports de formation produits, présentée en annexe 2, nous constatons qu'elle mobilise essentiellement une ressource : les supports de formation conçus par un formateur et présentés par ce formateur dans le cadre d'un groupe académique de formateurs premier et second degrés auquel Agnès a participé. Toutefois, elle juge nécessaire de les compléter par des *« apports théoriques »* qu'elle considère absents. Pour ce faire, elle mobilise des savoirs didactiques présents sur des supports de formation également conçus par d'autres formateurs et plus précisément un diaporama en ligne issu d'un site de circonscription, et d'une présentation/compte rendu d'une conférence de Boule en ligne sur un site académique. S'ajoute un article sur la géométrie provenant d'une encyclopédie collaborative. Nous pouvons donc noter que les références didactiques qu'elle utilise sont systématiquement médiées, ce qui interroge. Son propos fournit des éléments de réponse. Pour accéder à ces ressources et les exploiter, voici ce qu'elle indique : *« J'ai tendance plutôt à aller dans Google, taper des choses et j'ouvre, je pense que c'est pas forcément la bonne entrée. L'IREM [3], des sites comme çà, j'y vais pas plus que çà [...] j'ai du mal à m'y retrouver des fois, c'est parce que je sais pas trop ce que je cherche non plus. Quand je fais une formation, j'ai toujours envie d'aller chercher […] ce que la recherche peut nous apporter […], alors je vais parfois fouiller mais [...] je n'arrive pas à trouver. Ça m'arrive d'être pendant trente minutes à lire un article et puis de me dire bon finalement, qu'est-ce que ça va m'apporter ? […] j'ai peut être pas les codes... cette articulation recherche/formation, je sens bien que c'est quelque chose qui pêche un peu ».* Ces propos donnent à voir une formatrice qui interroge l'efficience de sa pratique relative à « Comment chercher ? », « Où chercher ? » et « Comment exploiter et mobiliser les savoirs issus de la recherche ?».

2.2 Quelques caractéristiques d'Agnès

Qu'observe-t-on lorsque nous croisons ces propos avec les caractéristiques d'Agnès ? Agnès, titulaire d'un CAFIPEMF [4] généraliste est âgée de 52 ans. Après un bac médico-social, elle est entrée à l'école normale et a aujourd'hui une ancienneté professionnelle de 33 ans dont 15 ans d'enseignement en cycle 2 et 3. Nous intéressant à sa relation aux mathématiques (Nimier, 1988) nous constatons que cette formatrice n'aime pas trop les mathématiques et qu'elle estime ne pas maîtriser suffisamment les savoirs disciplinaires. Elle indique ainsi en parlant des mathématiques : *« Ce n'est pas ma discipline préférée, mais je ne suis pas anti-mathématiques », « J'ai quand même souffert pour corriger les écrits du concours en mathématiques ».* Par contre, c'est une formatrice qui a beaucoup expérimenté lorsqu'elle était enseignante sans pour autant avoir lu beaucoup d'ouvrages didactiques. Elle dit ceci : *« J'ai bien aimé tout ce que je faisais avec mes élèves en cycle 2 » « j'ai expérimenté* [en lien avec les formations continues en mathématiques menées dans le département où elle enseignait] *et j'en ai vu des effets ». « J'ai pas lu énormément de livres sur les mathématiques en dehors de Brissiaud* [« Premier pas vers les maths »] *et puis des apprentissages numériques de Corbenois* [« Jeux de société et apprentissages numériques »], *j'ai lu aussi un autre ouvrage* [ne se remémore pas le titre, et indique :], *comme quoi c'est pas intégré ».*

2.3 Les ressources mobilisées par Pierre

Les ressources mobilisées par Pierre et la manière dont il y accède diffèrent (cf. annexe 3). Pierre sait quoi et où chercher. Il mobilise deux vidéos dont une de Baruk. A l'identique d'Agnès, il mobilise des savoirs issus de la recherche en didactique des mathématiques (la classification des problèmes additifs et soustractifs de Vergnaud) par l'intermédiaire de supports de formation conçus par d'autres formateurs et mis en ligne. Mais on voit aussi qu'il exploite « directement » un article issu de la revue de l'APMEP [5] et des extraits d'ouvrages didactiques de Descaves et Brissiaud.

---

3 IREM Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques

4 CAFIPEMF Certificat d'aptitude aux fonctions d'instituteur ou de professeur des écoles maître formateur

5 APMEP Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public

2.4 Quelques caractéristiques de Pierre

Pierre, également titulaire d'un CAFIPEMF généraliste, a 36 ans et une ancienneté professionnelle de 13 ans dont 5 années d'enseignement en CE1, CE2 et CM1. Après un bac S et une licence de psychologie, il a intégré l'IUFM [6]. A l'inverse d'Agnès, Pierre est un formateur qui a réalisé un cursus universitaire, qui aime les mathématiques et estime maîtriser les savoirs disciplinaires et leurs enseignements. Voici ce qu'il indique : « *à l'université, j'avais pris études statistiques car ça me plaisait de pouvoir aller manipuler les nombres* », « *sur les connaissances mêmes, oui j'ai des connaissances, pour corriger le CRPE*[7]*, aucun souci* ». Il a d'ailleurs lors de son CAFIPEMF pour l'épreuve pratique en classe mené une séance de mathématiques en souhaitant « *montrer des éléments de différenciation et une approche différente dans l'enseignement des mathématiques avec un groupe* [d'élèves] *fragile* ». C'est un formateur qui a réalisé beaucoup de lectures personnelles et donc possède des savoirs didactiques, lors de l'entretien il dit qu'il a « *lu les incontournables : Brissiaud, Vergnaud, Baruk, Petit, Charnay […]* » mais aussi « *tout ce qui tourne autour des rapports de l'IGEN* [8] *et IGAENR* [9] *sur les résultats des élèves et l'enseignement des maths* » car il essaie « *d'avoir toujours ces deux côtés : l'enseignement et les résultats* ». Notons que Pierre indique qu'étant lui-même au sein de l'institution Éducation nationale, il fait le choix de mobiliser des ressources issues de sites institutionnels ou partenaires de l'institution. Le rapport à l'institution de ce formateur apparaît ici important.

L'étude comparée des ressources mobilisées par Pierre et Agnès dans le cadre de la conception d'un dispositif de formation montre qu'ici les savoirs professionnels du formateur, notamment les savoirs disciplinaires et didactiques mais également le cursus universitaire influent sur l'accès aux ressources et sur le type de ressources mobilisées.

3 Des supports et des usages qui diffèrent selon les formateurs

La poursuite de notre analyse nous conduit à identifier des supports de formation ainsi que des usages envisagés qui diffèrent selon les formateurs. Pour étayer notre propos nous présentons successivement les grandes étapes des scénarios de formation ainsi que les supports de formation d'Agnès et de Pierre, supports qui sont référés dans les annexes 2 et 3.

3.1 Scénario et supports de formation d'Agnès

Le stage d'Agnès est intitulé « Enseigner la géométrie à l'école primaire ». Les objectifs de formation prédéfinis sont les suivants : assurer la continuité des apprentissages en géométrie de la maternelle au cycle 3 ; se repérer dans l'espace et passer d'une représentation des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure. Après avoir présenté les objectifs de formation, Agnès met en activité les formés. Ces derniers doivent résoudre une des cinq situations problèmes qui leur est soumise (ces situations problèmes sont des situations problèmes données à des élèves). Ils disposent de matériel géométrique de manipulation (tétracubes, géoplans associés avec des feuilles comportant des grilles pointées, polydrons, pentaminos associés avec des feuilles quadrillées et enfin des blocs géométriques). Ils ont aussi une feuille A4 où sont écrites les situations problèmes à résoudre. Suite à ce travail, Agnès opère une mise en commun : les formés indiquent les réussites et difficultés rencontrées. Ensuite, à partir de l'analyse des items d'évaluations en géométrie présents dans les grilles de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun, elle demande aux formés de repérer les verbes. Ils procèdent à cette analyse sur une fiche, réalisée et distribuée par la formatrice, qui comporte les items ciblés par cette dernière dans les grilles de références. On trouve ainsi les verbes suivants : reproduire, décrire, représenter, trier, classer. A partir de ce relevé, elle distribue un support qui définit ces verbes. Elle complète son propos par un diaporama composé de dix diapositives faisant le point sur ce qu'est la géométrie, son origine, les différentes géométries et les trois types d'espace selon

6 IUFM Institut universitaire de formation des maîtres

7 CRPE Concours régional de professeurs des écoles

8 IGEN Inspection générale de l'éducation nationale

9 IGAENR Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche

Brousseau. A partir des grilles de références, des programmes et des verbes relevés et définis, les formés doivent ensuite élaborer pour chaque matériel une progression pour les trois cycles. Elle donne pour cela une fiche comportant un tableau vierge à deux entrées à compléter (verbes relevés/cycles concernés). Une mise en commun est réalisée. Puis des fiches contenant des propositions de progression pour chaque matériel sont distribuées pour compléter et enrichir le travail. Ces fiches et les supports qui vont suivre, comme nous l'avons vu, émanent du groupe académique auquel a participé Agnès. Elle propose ensuite une autre situation problème à résoudre. Les formés ont une feuille comportant deux figures géométriques avec la consigne suivante « construis la figure géométrique suivante » et disposent du matériel suivant : compas, équerre, règle graduée, ciseaux, gomme et crayon à papier. Suite à ce travail une mise en commun est réalisée. Puis Agnès projette une autre situation problème qu'il est possible de mener avec des élèves de cours moyen. Les formés ont à disposition une photocopie de l'article de Petit issu du bulletin n°466 de l'APMEP, ressource qu'ils conserveront à l'identique, des fiches contenant des progressions avec le matériel utilisé en début de formation.

3.2 Scénario et supports de formation de Pierre

Qu'en est-il du scénario de formation de Pierre et des supports de formation qu'il a créés et utilise ? La formation conçue comporte quatre temps centrés successivement sur des apports théoriques sur la résolution de problèmes, la typologie des problèmes, l'étude des énoncés de problèmes dans les manuels et la rédaction de problèmes. Un diaporama de 32 diapositives comportant des textes, des liens vers d'autres documents, etc… sous-tend intégralement le stage. Dans un premier temps, le formateur fait un rappel des textes officiels à l'aide d'extraits des programmes présentés sur trois vignettes du diaporama, puis il demande aux formés de définir ce qu'est un problème et les questionne pour s'approcher au plus près des définitions qu'il leur soumet ensuite. Ces définitions font l'objet d'une vignette du diaporama. Dans un second temps, à partir de vidéos proposant des situations de classe analysées par Baruk, il demande aux formés de compléter une carte mentale sur la résolution de problème. Cette carte est composée de cinq branches qui correspondent aux cinq grands problèmes identifiés par le chercheur, les formés doivent réaliser les branches secondaires. Pierre a préalablement réalisé cette carte mentale. Puis, à partir du contenu d'une vignette du diaporama contenant un exemple, le formateur montre qu'un même problème peut prendre une signification différente (problème ouvert, situation problème, problème d'application) selon le niveau de classe. Après un intermède ludique ayant pour objectif de découvrir une application numérique (Plickers), et après avoir rappelé les principes sur lesquels se fonde la typologie des problèmes, il demande à chaque stagiaire de schématiser trois énoncés qui lui sont attribués et de remettre ceux-ci à un collègue qui devra identifier le problème schématisé. Les énoncés de problèmes sont distribués sous format papier. Après ce travail et la mise en commun, les formés doivent compléter un tableau sur une feuille qui leur est distribué. Ce tableau, également présenté sur une vignette du diaporama comporte une colonne complétée avec chaque type de problème schématisé et deux colonnes vierges « numéro des problèmes » et « type de problème », à compléter. Ceci se fait en référence à la typologie des problèmes additifs et soustractifs de Vergnaud. A la fin de l'activité les formés ont a disposition une feuille comportant un tableau synthétique sur la classification des problèmes. A partir de ce travail, et de l'analyse de quelques pages de manuels réalisée par les enseignants mais aussi par le formateur, il montre que certains types de problème sont sous-représentés et qu'il convient d'en tenir compte dans sa pratique. Il propose ensuite deux exemples de programmation, programmations en ligne sur des sites institutionnels (site de circonscription et site académique). La journée se termine sur la question de la rédaction de problèmes pour mieux les comprendre, question qui fait l'objet de dix diapositives du diaporama où on trouve une synthèse de l'article et des ouvrages lus par le formateur.

3.3 Supports de formation et postures des formés

Si nous nous référons aux travaux en cours de Guille-Biel Winder, Petitfour, Masselot et Girmens (2015) nous constatons que les situations de formations conçues par Agnès et les supports qui les sous-tendent amènent les formés à adopter plusieurs postures dont celle d'élève lors de l'activité amorce. Ainsi, les formés doivent résoudre un problème destiné à des élèves. Ceci les amène à adopter une posture

d'élève, posture dans laquelle les formés ne se retrouvent pas dans les situations de formation conçues par Pierre. Les postures qu'il privilégie référent systématiquement à l'enseignant. Il conduit les formés à comprendre et à reproduire des situations de résolution de problème en s'appuyant sur une progression proposée. Les propos se rapportant à la conception qu'ils ont de la formation témoignent de deux approches différentes. Agnès qui a beaucoup expérimenté en classe, qui a peu de connaissances en didactique des mathématiques accorde une place importante à la pratique. Elle dit ainsi qu'*« il faut mettre en situation pour se poser le problème »*, que *« c'est en faisant qu'on apprend »* et qu'*« il faut se poser des questions par des situations concrètes »* mais qu'il faut aussi *« apporter »* aux formés. Pierre, lui, accorde une place importante à la théorie et à son articulation avec la pratique. Dans les formations qu'il conçoit, il indique qu'il a « un ancrage théorique systématique », pour lui, il faut *« Montrer que dans la pratique de classe il y a des fondements scientifiques : pas de théorie sans pratique et pas de pratique sans théorie »*, et qu'*« il est important de prendre en compte les dernières recherches et de montrer comment les prendre en compte dans la pratique »*. A l'identique d'Agnès, il indique *« apporter des outils »* en ajoutant *« après que les besoins aient été constatés »*, il indique qu'il travaille *« à partir des représentations, des réponses des enseignants »*.

III - SUPPORTS DE FORMATION ET POSTURES DE FORMATEUR

Deux conceptions de la formation transparaissent à travers ces deux propos mais également à travers les scénarios et les supports de formation conçus. En se référant à la modélisation élaborée par Bailleul et Thémines (2013), nous pouvons caractériser les postures adoptées ici par ces deux formateurs. Bailleul et Thémines distinguent quatre postures de formateur : une posture d'accompagnateur, une posture d'ingénieur, une posture de didacticien et une posture d'épistémologue, postures qui « à des degrés divers et dans des jeux de tensions contribuent à forger l'identité professionnelle du formateur ». Voici ce qu'ils écrivent :

> « Quand l'accompagnateur privilégiera la continuité, l'épistémologue préférera la rupture épistémologique, quand l'ingénieur cherchera la maîtrise des situations qu'il met en place, l'accompagnateur laissera l'initiative au formé. Quand l'ingénieur veut être certain du déroulement d'une action, le didacticien fait tout pour que puisse surgir l'imprévu ou que les formés soient mis en position de création alors que l'épistémologue voudra, lui , chercher à reproduire les situations qu'il sait favorables à l'émergence de tel ou tel savoir académique ou professionnel ». « Les quatre postures renvoient respectivement le formateur à la science, à ses rapports à l'autre (aux autres), au temps et à l'organisation, et aux outils ». (Bailleul & Thémines, 2013, pp. 110-111)

A partir de cette modélisation, nous pouvons questionner la pratique professionnelle du formateur de deux points de vue : celui des fondements (rapport à l'autre (aux autres) et rapport à la science) et celui du fonctionnement de cette pratique (rapport au temps et à l'organisation, rapport aux outils). En nous référant aux propos des formateurs et aux supports de formation qu'ils ont conçus et de l'usage envisagé dans le cadre de leur dispositif de formation, nous pouvons dire que du côté des fondements de la pratique professionnelle, Agnès développe plutôt une posture d'accompagnateur et Pierre, une posture d'épistémologue, et que du point de vue du fonctionnement de la pratique professionnelle, la posture de didacticien caractérise le mieux Agnès et celle d'ingénieur, la pratique de Pierre.

Nous pouvons donc à partir de l'étude de ces deux cas et en nous appuyant sur cette modélisation, penser un lien entre postures de formateurs et supports de formation, les supports apparaissant comme un élément central, à l'articulation entre le formateur et le formé, le formé composant le contexte. Détournant une citation célèbre nous pourrions alors dire : « Dis-moi quel support de formation tu crées et l'usage que tu en fais et je te dirai quel formateur tu es ».

IV - CONCLUSION : DE PREMIERS RÉSULTATS DE RECHERCHE QUI INTERROGENT LA FORMATION DE FORMATEURS

Ces premiers résultats génèrent des interrogations. Pierre et Agnès sont des formateurs qui n'ont pas bénéficié de formation de formateurs « institutionnelle » lors de leur prise de fonction. La mobilisation

de savoirs didactiques issus de la recherche de manière « directe » par Pierre et de manière « indirecte » par Agnès que nous avons observée est-elle à mettre en lien avec la formation qu'ils ont reçue en tant qu'enseignants ? Nous pouvons ainsi interroger le rôle de la formation initiale (non universitaire pour Agnès – école normale – et universitaire pour Pierre – IUFM) dans le travail de conception du formateur du point de vue de l'accès aux ressources relatives aux savoirs issus de la recherche en didactique. Nous avons également pu constater qu'accéder à ces ressources ne suffit pas. Ainsi, Agnès exprime le fait que même si elle se saisit de textes issus de la recherche, elle ne sait pas les intégrer dans son travail de formateur. Ceci pose donc également la question de la transposition didactique de ces savoirs par le formateur. Cette question renvoie alors à la formation de formateurs comme l'écrivent Bailleul et Thémines (2013) : « On n'est pas spontanément et intuitivement formateur, relativement à un domaine donné de savoirs et de pratiques, quelle que soit l'expertise qui peut par ailleurs, nous avoir été reconnue dans ledit domaine. On le devient, c'est le rôle de la formation de formateurs ». La formation de formateurs, initiale et continue, apparaît donc essentielle de la professionnalisation des formateurs, notamment dans un contexte institutionnel où leurs missions et les compétences professionnelles requises pour exercer cette fonction ont été précisées. De plus, comme le rappelle Tardif et Zourhal (2005), la formation de formateurs constitue un vecteur de diffusion de la recherche sur l'enseignement en milieu scolaire. Selon eux, les conseillers pédagogiques ont un rôle à jouer, ils pourraient être considérés comme des « passeurs » c'est-à-dire « des personnes qui œuvrent sur les frontières entre les universités et les écoles et qui les connaissent tous deux », ce qui contribuerait à la diffusion des recherches universitaires sur l'enseignement dans le milieu scolaire.

V - BIBLIOGRAPHIE

BAILLEUL, M. & THÉMINES, J-F. (2013). L'ingénierie de formation : formalisation d'expériences en formation d'enseignants, in A. Vergnioux (dir). *Traité d'ingénierie de la formation*. Paris : L'Harmattan, 85-112.

BUENO-RAVEL, L. & GUEUDET, G. (2014). Quelles ressources pour les professeurs des écoles et leurs formateurs ? Apports de la recherche en didactique, in *Actes du XXXXI*ème *colloque COPIRELEM des formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres*, 15-36, IREM de Bordeaux.

CHATIGNY, C. & VEZINA, N. (2008). L'analyse ergonomique de l'activité de travail : un outil pour développer les dispositifs de formation et d'enseignement, in Y. Lenoir & P. Pastré (dir.), *Didactique professionnelle et didactiques disciplinaires en débats, un enjeu pour la professionnalisation des enseignants*. Toulouse : Octarès, 269-284.

CLOT, Y. (1999). *La fonction psychologique du travail*. Paris : PUF.

GUEUDET, G. & TROUCHE, L. (2010). R*essources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques.* Rennes : PUR.

GUILLE-BIEL WINDER, C., PETITFOUR, E., MASSELOT, P. & GIRMENS, Y. (2015). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles, in L. Theis (Ed.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT2, 159-172.

LEROYER, L. (2013). Le rapport au support dans le travail de préparation en mathématiques des enseignants du premier degré. *Education & Didactique*, vol.7**, 1**, 147-164.

MARGOLINAS, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, in C. Margolinas (ed*). Les débats de didactique des mathématiques*. Grenoble : La pensée sauvage, 89-102.

MARGOLINAS, C. & WOZNIAK, F. (2010). Rôle de la documentation dans la situation du professeur, in G. Gueudet & L. Trouche (dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR, 233-249.

NIMIER, J. (1988). *Les modes de relations aux mathématiques.* Paris : Méridiens klincksieck.

PETIT, L. & PARAGE, P. (2015). L'activité de conception : un point de vue didactique (Editorial), *Education permanente*, **204**, 3, 5-18.

RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains.* Paris : Armand Colin.

REVERDY, C. (2014). Du programme vers la classe : des ressources pour enseigner [en ligne], *dossier de veille de l'IFÉ*, **96.** En ligne : http://ife.ens-lyon.fr/vst/DA-Veille/96-novembre-2014.pdf

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 2, **4**, 505-528.

TARDIF, M. & ZOURHLAL, A. (2005). Enjeux et difficultés de la diffusion de la recherche sur l'enseignement entre les milieux scolaires et universitaires, *Les sciences de l'éducation – Pour l'Ère nouvelle*, vol. 38, **4**, 87-107.

Textes institutionnels

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (2015a). Circulaire n° 2015-114 du 21-7-2015 - Missions des conseillers pédagogiques du premier degré, *Le Bulletin officiel*, n°30, 23 juillet 2015. En ligne : http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=91512

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (2015b). Annexe 1, circulaire n° 2015-109 du 21-7-2015 – Référentiel de compétences professionnelles du formateur de personnels enseignants et éducatifs, *Le Bulletin officiel*, n°30, 23 juillet 2015. En ligne : http://cache.media.education.gouv.fr/file/30/30/3/perso4093_annexe1_452303.pdf

VI - ANNEXES

Annexe 1 : Typologie des ressources matérielles possibles lors de l'activité de conception d'une formation

A. Textes	A1. Textes institutionnels	Programmes Socle commun Documents d'accompagnement des programmes Rapports (IGEN, IGAER...) …
	A2. Textes issus de la recherche en didactique / en pédagogie	Articles scientifiques Thèses, mémoires Ouvrages …
	A3. Supports de formation conçus par d'autres formateurs	Diaporamas Comptes rendus de formation Scénarios de formation …
	A4. Autres	Articles d'encyclopédies collaboratives Articles de presse Articles syndicaux …
B. Vidéos		
C. Productions d'enseignants « pour la classe » / « de la classe »		Fiches de préparation enseignant Supports d'apprentissage élève Cahiers d'élève Affiches Photographies de tableau …
D. Supports d'enseignement édités		Manuels et guides du maître Matériel de manipulation …

E. Objets du quotidien	Balances Plaquette des horaires d'une ligne de train …

Annexe 2 : Synthèse des ressources et supports de formation d'Agnès

La source de chaque ressource est indiquée en italique, l'adresse des ressources en ligne est précisée par un renvoi.

Ressources mobilisées	Support de formation
Support de formation conçu par un autre formateur *(groupe académique mathématiques 1er/2nd degré)* Matériel de manipulation *(Canopé)*	- Feuille A4 recto/verso avec énoncés des situations problèmes - Matériel de manipulation – Tétracubes - Géoplans + grilles pointées – Polydrons - Pentaminos + feuille quadrillée - Blocs géométriques
Texte institutionnel sur la mise en œuvre du socle commun *(site Eduscol)*	- Feuille A3 composée des items de géométrie extraits des grilles de références palier 1 et 2
	- Feuille A4 avec tableau vierge à compléter avec les verbes repérés dans les paliers
Support de formation conçu par un autre formateur : « lexique mathématiques » de C. Gastard, IEN *(site académique de Rennes [1])*	- Fiche A4 – « lexique mathématiques » comportant les définitions de chaque verbe
- Autre : Article sur la géométrie extrait d'une encyclopédie collaborative – *(Site Wikipédia [2])* - Support de formation conçu par un autre formateur : Synthèse « La structuration de l'espace en maternelle » comprenant les 3 types d'espace de G. Brousseau de P. Sirieix, CPC *(Site de circonscription – Etampes [3])* */académie Versailles)* - Texte de présentation d'une conférence par F. Boule «Construction de l'espace, activités logiques et remédiation » *(site académique de Versailles 4)* et notes prises par des participants à cette conférence.	- Diaporama « la géométrie » composé de dix vignettes.
	- Feuille A4 avec tableau vierge à double entrée à compléter - Programmes de géométrie de l'école primaire
Support de formation conçu par un autre formateur *(groupe académique mathématiques 1er/2nd degré)*	- 5 feuilles A4 comportant chacune un tableau avec des propositions de progression pour chaque matériel géométrique de manipulation utilisé
Support de formation conçu par un autre formateur *(groupe académique mathématiques 1er/2nd degré)*	- Feuille comportant trois figures géométriques et une consigne - Matériel de géométrie (compas, équerre, règle

	graduée, ciseaux, gomme, crayon papier)
Support de formation conçu par un autre formateur : article de S. Petit extrait du bulletin de l'APMEP *(groupe académique mathématiques 1er/2nd degré)*)	- Article « Le tilleul et le marronnier » photocopié
	Bibliographie / sitographie

Adresses des ressources disponibles en ligne et mobilisées par le formateur :

1. http://www.ia22.ac-rennes.fr/jahia/webdav/site/ia22/shared/maternelle/Fiches%20pedagogiques/decouverte%20du%20monde/Lexique%20maths%20C%20Gastard%20dernier%20jet.pdf
2. https://fr.wikipedia.org/wiki/G%C3%A9om%C3%A9trie
3. http://www.ien-etampes.ac-versailles.fr/IMG/pdf/Structuration_de_l_espace_en_maternelle.pdf1.
4. http://www.ac-versailles.fr/public/upload/docs/application/pdf/2014-01/04-francois_boule.pdf

Annexe 3 : Synthèse des Ressources et supports de formation de Pierre

La source de chaque ressource est indiquée en italique, l'adresse des ressources en ligne est précisée par un renvoi.

Ressources mobilisées	Support de formation
	- Un diaporama de 32 vignettes sous-tend l'ensemble de la formation. Les principaux éléments présents sur les vignettes sont spécifiés ci-dessous.
Textes institutionnels : Programmes	- Textes officiels (3 vignettes)
Définition de J. Brun – Université de Genève 1996 *(?)*	- Définitions du terme problème (1 vignette)
Vidéos de S. Baruk *(Site Canopé [1])*	- Vidéos (liens sur une vignette) - Carte mentale à compléter
Support conçu par un autre formateur : Extrait du diaporama de E. Touchard, CPC. *(Site académique de Grenoble [2])*	- Rôle du problème (1 vignette)
Site lié à l'application « Plickers »	- Photo d'une classe utilisant l'application « Plickers » (lien vers l'application sur une vignette) - Cartes liées à l'application - Feuille avec deux énigmes « enseignants » à résoudre
Support conçu par un autre formateur : « la classification des problèmes selon G. Vergnaud » de S. Guffond, CPC Bonneville 74 *(Site académique de Grenoble [3])*	- Principes qui sous-tendent la typologie des problèmes (structure mathématique d'un problème, classe et catégories de problèmes (1 vignette) - Tâche à réaliser par les formés (1 vignette)

	« Représenter un problème par un schéma» - Feuille avec les énoncés de problèmes proposés - Feuilles vierges où chaque stagiaire devra schématiser trois énoncés qui lui sont attribués, remettre ceux-ci à un collègue qui devra identifier le problème schématisé. - Tableau où sont indiqués les problèmes à schématiser par chacun (idem pour l'identification) - Tableau (sur une vignette) comportant une colonne complétée avec chaque type de problème schématisé et deux colonnes vierges « numéro des problèmes » et « type de problème », à compléter. - Feuille de synthèse comportant les types de problèmes schématisés, le numéro des problèmes à trier et la définition de chaque type de problème.
Support conçu par d'autres formateurs : « 8 séquences pour résoudre des problèmes au cycle 3 », de S. Moissan, CPC et de M-C. Jollivet, prof de maths. *(Site académique de Poitiers [4])*	- Exemples de problèmes classés (lien sur une vignette)
?	- Les obstacles à la résolution de problème (1 vignette) Les aides à la résolution (3 vignettes)
Vidéo « séance de résolution de problèmes en mathématiques » (Site CNDP – Ecole numérique [5])	- Exemples de mises en œuvre (lien avec une vidéo sur une vignette)
Supports conçus par un autre formateur : Exemples de problèmes classés par type en cycle 2 et cycle 3 *(Site de circonscription de Saverne et site académique de Grenoble [6]).*	- Aides à la programmation Cycle 2 / Cycle 3 (lien sur une vignette)
Textes issus de la recherche en didactique Article de la revue de l'APMEP [7] n° 456 – Lire et écrire des énoncés de problèmes – A. Camensisch et S. Petit. *(Site de l'APMEP)* Extraits de deux ouvrages (A. Descaves et R. Brisssiaud) *(Ouvrages personnels)*	- 10 vignettes comportant une synthèse d'un article et de deux ouvrages.
	Bibliographie / sitographie

Adresses des ressources disponibles en ligne et mobilisées par le formateur :

[1] *https://www.reseau-canope.fr/mathematiques-stella-baruk/)*

[2] *http://www.ac-grenoble.fr/ien.g4/IMG/pdf/RESOL_PB_Pour_le_site_G4_SEPT_2011.pdf*

[3] http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/IMG/pdf/vergnaud_champ_additif-1.pdf

[4] http://ww2.ac-poitiers.fr/ia16-pedagogie/spip.php?article881

[5] http://www.cndp.fr/ecolenumerique/tous-les-numeros/collecticites/toutes-les-videos-dapplications-novatrices/article/sceance-de-resolution-de-problemes-en-mathematiques.html)

[6] http://www.iensaverne.site.ac-strasbourg.fr/IMG/pdf/exemples_de_problemes_cycle_3_classes-2.pdf
http://www.ac-grenoble.fr/ien.hautgresivaudan/IMG/pdf/exemples_de_problemes_cycle_2_classes.pdf

[7] http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Petit_Camenich_bulletin_456-2.pdf

ACCOMPAGNER UNE RECHERCHE – ACTION EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES DANS LE CADRE DU MÉMOIRE PROFESSIONNEL DE FIN D'ÉTUDES

Elisabeth CAVAT
Professeure formatrice HEP Lausanne Suisse
elisabeth.stierli-cavat@hepl.ch

Résumé

Ma communication est un témoignage de ma pratique de formatrice-accompagnante d'étudiants qui entreprennent une recherche – action pour leur mémoire professionnel de fin d'étude à la Haute École Pédagogique du canton de Vaud en Suisse. L'objectif de ma présentation est de montrer, à travers deux exemples, les effets formateurs qui résultent de la réalisation de ce type de mémoire. Tout au long de l'opérationnalisation du travail des mémorantes, j'ai interagi et gardé des traces de nos échanges et réalisé plusieurs lectures des documents qu'elles me soumettaient. Cela m'a permis de choisir quelques extraits représentatifs à la fois des apprentissages des élèves et des compétences construites par leur enseignante dans la séquence de mathématiques. Convaincue que la recherche – action est productrice de savoirs et de gestes professionnels et tout en m'appuyant sur ces deux expériences d'accompagnement, j'ai opté pour un changement de posture passant ainsi de directrice à accompagnante de mémoires professionnels. D'autres expériences sont venues enrichir mes convictions que la Recherche-Action-Formation a un sens pour tous les acteurs dans la formation en alternance.

I - PARCOURS ET CONTEXTE PROFESSIONNELS

Depuis 2001, je suis formatrice à la Haute Ecole Pédagogique et interviens auprès des étudiants qui se destinent à devenir enseignants généralistes à l'école primaire. Mes enseignements se situent dans deux contextes, l'un est la didactique des mathématiques et l'autre le développement des compétences et la construction de l'identité professionnelle.

1 Mon parcours

C'est en 1976 que je suis devenue enseignante du primaire et pendant une quinzaine d'années, j'ai enseigné dans des classes ordinaires d'élèves de 9-10 ans. Les difficultés mathématiques que rencontraient mes élèves étaient pour moi une source de questionnement et de motivation à rechercher des ressources pour l'apprentissage de cette discipline à la fois dans la littérature et dans la formation continue. C'est assez naturellement que je suis devenue une enseignante itinérante de soutien, intervenant auprès d'enfants qui le nécessitaient et ainsi à même de partager des pratiques avec les collègues qui le souhaitaient. Ces expériences professionnelles m'ont permis dans les années 90 d'être engagée en tant que co-auteure de manuels pédagogiques en mathématiques, encore en vigueur dans les classes aujourd'hui (Ging, Sauthier et Stierli, 1996-1997). Ce travail de rédactrice de situations et activités mathématiques a contribué au développement de mes intérêts et connaissances en didactique des mathématiques et en formation continue et initiale des enseignants généralistes. Pour approfondir et comprendre ce que je découvre dans la littérature scientifique et les concepts de sciences de l'éducation, je m'engage dans un parcours à l'université de Genève où j'obtiens une licence en 2004, avec une orientation formatrice d'adultes et une spécialisation en recherche et intervention.

A la fin du mois de janvier 2017, je quitterai mon poste de formatrice pour vivre une nouvelle période de ma vie, la retraite, après 40 années au service de l'éducation de canton de Vaud. C'est donc naturellement que me sont venues l'envie et l'idée de cette communication, témoignage d'une pratique

d'accompagnement de mémoires professionnels, activités faisant partie de mon cahier des charges que je conduis depuis environ dix ans.

2 Le contexte

La Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud se situe à Lausanne en Suisse. Notre école a pour but de former tous les enseignants intervenant dans la scolarité obligatoire et post obligatoire en Suisse Romande et de développer des recherches s'y rapportant.

La formation des enseignants du primaire se déroule pendant 6 semestres, alternant cours et séminaires à caractère théorique et stages sous la responsabilité d'enseignants de terrain. L'alternance consiste à faire interagir, dans une perspective dialectique, différents espaces-temps de formation (Maubant, 2007, p. 78). Le diplôme obtenu comporte 180 crédits ECTS dont 9 sont attribués au mémoire professionnel. Il permet de travailler à l'école primaire auprès d'enfants âgés de 4 à 8 ans pour le cycle 1 et de 8 à 12 ans pour le cycle 2.

Les étudiants entrent en formation après l'obtention de leur bac (ou maturité fédérale) et sont âgés de 18-19 ans pour la majorité d'entre eux. Depuis plusieurs années, nous accueillons aussi des personnes ayant accompli d'autres parcours professionnels ou académiques qui choisissent de se réorienter pour devenir enseignants du primaire.

2.1 Le mémoire professionnel

Le mémoire professionnel est décrit selon des principes et une base juridique assurant un cadre institutionnel commun pour toute la communauté des étudiants et les directeurs. Le choix d'un thème est initié dans un séminaire de préparation au mémoire professionnel au 4e semestre et aboutit à la rédaction d'un projet qui se concrétise tout au long de la 3e année de formation. Les buts et une définition de ce travail sont exprimés ainsi dans les documents officiels : (https://candidat.hepl.ch/cms/accueil/formations-a-lenseignement/bachelor-ens-prescolaire-primair/memoire-professionnel.html).

Les buts :

> « Le mémoire professionnel doit permettre à l'étudiant en fin de formation de base, d'appréhender certains aspects de sa future profession en s'appuyant sur une démarche méthodique. Il contribue à enrichir ses connaissances et ses pratiques en matière d'enseignement. Il permet de vérifier ses capacités à identifier une question ou un problème lié à l'enseignement, à l'analyser et à proposer des pistes de réflexion ou d'action en se référant aux travaux scientifiques existant dans le domaine. Il s'inscrit dans son projet de formation. »

La définition :

> « Le mémoire professionnel fournit une occasion de réflexion personnelle ou collective de longue haleine. Il nécessite un travail d'écriture, de lectures croisées et de réécriture. Il est l'occasion, en fin d'études, d'établir des liens entre des aspects théoriques et aspects pratiques de l'enseignement, ce qui aide grandement à une appropriation personnelle des questions pédagogiques ou didactiques. De plus, il impose de se confronter à des exigences méthodologiques strictes, ce qui contribue à développer une attitude réflexive indispensable à tout professionnel de l'enseignement. »

De plus,

> « Le mémoire est dirigé ou co-dirigé par un membre du corps enseignant de la HEP, à l'exception des assistants. En fonction de sa compétence et de ses disponibilités, le directeur de mémoire sollicité donne son accord sur la base du sujet de mémoire et du plan que l'étudiant lui soumet. »

2.2 Formation et recherche

Les étudiants bénéficient, durant leurs cursus de formation, d'enseignements en lien avec la recherche en sciences de l'éducation. Les objectifs de ceux-ci sont de les introduire à divers champs de recherches pédagogiques et didactiques et de leur présenter des résultats et perspectives innovantes à intégrer pendant et après leur formation. Il leur est aussi présenté dans le séminaire de préparation au mémoire professionnel diverses méthodologies de recherche leur permettant ainsi d'envisager l'opérationnalisation de leur travail de mémoire. Au terme du 4e semestre, ils choisissent un formateur

pour diriger leur mémoire selon les principes définis, et présentent les résultats lors d'une soutenance se déroulant out à la fin de leur parcours.

3 La problématique

Les premiers mémoires que j'ai dirigés étaient relativement homogènes sur le plan de leur forme et présentation seul le contenu différait selon le thème choisi par le mémorant. J'ai donc pendant plusieurs années suivi les normes en vigueur sans trop me poser de question mais tout en gardant les objectifs qui pour moi sont essentiels dans une telle démarche : apprendre et comprendre un phénomène d'apprentissage et/ou d'enseignement afin d'enrichir ses ressources et ses compétences et manifester un intérêt de connaissance qui a du sens.

Avec le temps et mon expérience de chercheuse, j'ai apprivoisé la démarche de la recherche – action pour questionner mes pratiques de formatrices, les modifier, les faire évoluer tout en approfondissant mes propres connaissances par des lectures scientifiques. Je précise ici que je ne réalise pas de recherche en didactique des mathématiques proprement dite. Depuis 2005, avec ma collègue Geneviève Tschopp, nous menons des recherches sur l'alternance en formation et le développement de l'identité professionnelle, en lien avec notre dispositif « séminaire d'intégration », un espace tiers entre formation pratique et formation théorique. Nous avons conçu ces séminaires dans un esprit d'ouverture, où nous accompagnons un groupe d'étudiants dans le développement et la construction de leurs compétences durant leur formation (Tschopp et Stierli, 2009). Le travail considérable, voire patient, que nous avons accompli pour étayer nos postures de formatrices m'ont amenée à reconsidérer ma place dans l'interaction formatrice et étudiants. En effet, dans notre dispositif nous adoptons un rôle d'accompagnantes « destiné à susciter une mise en mouvement de l'accompagné, un parcours, où se greffent des apprentissages plus ou moins prévus, clandestins et parfois opaques aux protagonistes eux-mêmes. […] Le processus d'apprentissage devient une dimension du parcours de l'accompagné » (Vial, 2007, p. 141).

J'ai alors choisi de considérer mon rôle de directrice de mémoire professionnel sous un autre angle, en laissant de côté la fonction de « directrice » pour devenir « accompagnante » d'un processus de formation construit avec et pour l'accompagné.

Dans mes premières rencontres avec les étudiants pour leur mémoire, j'ai constaté qu'ils n'entendaient jamais parler de « recherche – action » comme si cette expression ou méthode de recherche n'était pas considérée comme suffisamment sérieuse scientifiquement. Pourtant des auteurs (Barbier 1997, Lavoie et al. 1996, Pelt et Poncelet 2011) lui ont apporté éclairages et définitions théoriques tout en démontrant son intérêt dans le champ éducatif et social. Notamment, elle construit des passerelles entre l'enseignement et la recherche, elle se recentre sur la pratique avec des finalités en matière d'action, de formation et de recherche. Elle permettrait aussi une meilleure adéquation de la recherche empirique à la complexité du monde éducatif (Pelt et Poncelet, 2011).

II - DEUX OPPORTUNITÉS DE RECHERCHE - ACTION - FORMATION

En 2009-2010, une première opportunité d'accompagnement de recherche – action se présente puis une seconde en 2011-2012. Je rencontre Valérie dans les séminaires de mathématique en 1re puis en 2e année. Nous discutons régulièrement de l'enseignement – apprentissage des mathématiques destiné aux jeunes enfants et des activités à disposition des enseignants dans les classes. Très vite, Valérie me fait part de sa volonté de réaliser un mémoire autre que ceux qu'elle a déjà rédigés dans la formation à son 1er métier ainsi que de sa motivation à travailler avec moi un thème relatif à la didactique des mathématiques. Comme elle a obtenu des équivalences pour les enseignements liés à la recherche, elle n'est pas inscrite dans un séminaire de préparation au mémoire professionnel. C'est une belle occasion de lui présenter la recherche – action et de lui proposer la lecture de l'ouvrage de Lavoie *et al*. (1996). Nous conviendrons par la suite d'un thème pour son travail se rapportant à l'enseignement de l'espace, domaine qui l'intéresse et qui est peu développé dans les manuels scolaires en vigueur dans les classes. Son mémoire soutenu en juin 2010 porte le titre :« *Construction d'objets avec des multicubes : Approche de la géométrie avec*

des élèves du Cin au CYP1 [du cycle 1]». La seconde rencontre est celle avec Sabine qui tout comme Valérie a choisi de changer de profession après avoir travaillé en tant qu'ingénieure et chercheure dans l'industrie chimique. Elle a aussi obtenu des équivalences et se trouve donc dans la même situation au moment de choisir un thème pour son mémoire de fin d'études. Assez spontanément, elle m'explique sa motivation à entreprendre la réalisation d'une séquence d'enseignement en géométrie avec une démarche de recherche-action et nous convenons de notre mode de travail. Soutenu en juin 2012, le mémoire de Sabine s'intitule : *« Se représenter l'espace à 7 ans : recherche-action dans une classe de CYP1[élèves âgés de 6-7 ans]».*

1 Deux mémoires professionnels

Dans ma communication, j'ai présenté ces deux mémoires et les ai fait circuler auprès des collègues présents afin d'exemplifier mes propos. Ici, je reprends quelques éléments qui me semblent intéressants pour soutenir ma posture d'accompagnante, des bénéfices en termes de formation de ces démarches qui me motiveront à poursuivre l'accompagnement dans cette voie pour d'autres mémoires entre 2010 et 2016. Aujourd'hui, je suis convaincue que la recherche-action est source d'apprentissages à la fois pour l'auteur du mémoire et l'accompagnant. Les questions et interactions avec les collègues présents à la communication ont renforcé mon point de vue, notamment une intervention de Laurent Theis à propos de la recherche-action très présente au Québec.

1.1 Le mémoire de Valérie : « Construction d'objets avec des multicubes : Approche de la géométrie avec des élèves du Cin au CYP1 »

Valérie expérimente dans son mémoire une séquence d'enseignement qu'elle a construite a priori pour ses élèves âgés de 4-5 ans. La démarche qu'elle adopte dans ce travail de planification et d'anticipation s'appuie sur une première activité qui permet aux élèves de découvrir le matériel et de l'apprivoiser. La séquence composée de 6 tâches est alors planifiée et prend appui sur un canevas, aide à la conception d'une séquence d'enseignement – apprentissage que nous travaillons dans les séminaires de mathématique de 3e année. On y retrouve les dimensions décrites dans les articles de Houdement et Peltier (1996-1997), petit guide pour fiche de préparation, avec notamment une analyse préalable succincte, la rédaction des consignes, le matériel, le mode d'organisation de la classe, etc.

En lien avec la méthodologie, elle détermine la manière de récolter des données et écrit dans son journal de bord les observations et le vécu en classe tout au long de l'expérimentation. Ces notes et les traces récoltées en classe (dessins, plans, photos, enregistrement audio d'interactions entre élèves) l'amènent à penser quelques aménagements au fur et à mesure qu'elle avance dans sa séquence. La méthodologie qu'elle suit, inspirée de Lavoie, Marquis et Laurin (1996, pp. 135-136) se résume en quelques points présentés ci-dessous :

1. Expérience première effectuée avec une classe de 1re année du cycle.

2. Construction de la séquence « a priori » : en fonction de cette première expérience, j'ai tenté d'élaborer et de construire une séquence de plusieurs séances et adaptée aux élèves de cet âge.

3. Expérimentation de la séquence dans la classe : prise de notes, observations et récoltes de traces.

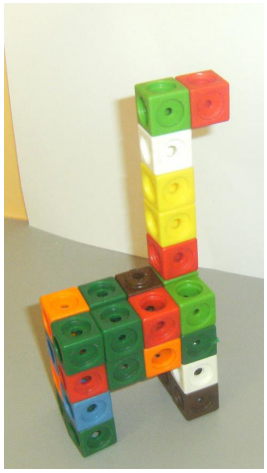
4. Actions et observations : des régulations sont effectuées pendant l'expérimentation en fonction du vécu et des apprentissages des élèves.

5. Evaluation et discussion en fonction des observations, des notes du journal de bord et des expériences.

6. Nouvelle proposition de séquence en tenant compte de l'évaluation et de la discussion.

Pour le point 3, des traces sont récoltées afin de garder un souvenir de ce qui s'est passé en classe, d'en discuter avec les élèves lors de mises en commun et de les analyser pour avancer dans la séquence.

L'illustration qui suit est une photo de l'activité « phare » de la séquence que je lui avais présentée et que j'avais personnellement expérimentée avec des élèves.



Description de l'activité « *Au zoo des multicubes* » : les élèves construisent dans un premier temps un animal de leur choix, puis en font le plan. L'animal est photographié et conservé. Dans un 2e temps, les plans sont transmis à d'autres élèves qui auront à reconstruire un animal selon le dessin reçu. Une mise en commun est ensuite proposée pour comparer les productions de tous les élèves (annexe 1).

Pour le point 4, Valérie rédige des constats en lien avec les apprentissages des élèves après chaque activité. Voici un exemple de constat :

« Les contraintes, progressivement apportées dans les activités de la séquence, ont engagé les élèves à faire des projets de construction puis à les réaliser. Passer de la manipulation de l'objet à sa représentation les a amenés à se détacher et à se décentrer de l'objet pour en faire un plan. Cet apprentissage, peu exploré dans le premier cycle de la scolarité, pourrait être répété régulièrement afin que les enfants se familiarisent avec le dessin du plan. »

En parallèle de la démarche empirique, elle convoque différents auteurs pour cadrer sa recherche et construire des pistes de réflexion sur ce qui se joue dans les tâches proposées aux élèves et leurs apprentissages. Sa formation de psychologue l'amène assez naturellement à explorer les écrits de Piaget notamment. Elle se réfère aussi au plan d'études vaudois pour construire des liens entre les tâches et les compétences visées par le programme. Cette partie du mémoire se divise en chapitres révélant ainsi les intérêts de connaissances de Valérie dont voici un extrait de la table des matières :

« Mathématiques et géométrie (liens entre programme et tâches).

Le développement de la notion de l'espace chez l'enfant : de la naissance à 7-8 ans.

De l'espace multisensoriel à la géométrie. »

Sur le plan didactique, elle se réfère aux dimensions de la préparation d'une séquence que nous avons travaillées en séminaire soit : les objectifs de chaque séance, les choix pédagogiques, les objectifs opérationnels, les consignes, l'analyse a priori, la mise en commun, la dévolution de la tâche.

Dans la conclusion, elle exprime l'intérêt d'avoir mené cette expérimentation en classe et l'analyse qui s'est déroulée tout au long de l'action. Prévue initialement pour des élèves plus âgés (7-8 ans), elle a maintenu son projet qu'elle a opérationnalisé avec des élèves de 4-5 ans et fait le projet de la mener dans une prochaine classe de fin cycle 1.

Cet accompagnement a été pour moi une belle expérience de co-formation. Nos interactions ont porté à la fois sur le contenu du mémoire, les choix didactiques de Valérie, les traces et les régulations apportées tout au long de l'expérimentation. Elle m'a invitée à venir en classe pour observer la tâche « Au zoo de multicubes », ce que j'ai particulièrement apprécié. Nous avons ainsi cheminé ensemble jusqu'au bout de la réalisation de ce projet de mémoire professionnel. La soutenance orale a été un moment de débat intéressant, les questions soulevées nous ont engagées à poursuivre la réflexion et à nous revoir.

1.2 Le mémoire de Sabine : « Se représenter l'espace à 7 ans : recherche-action dans une classe de CYP1 [élèves âgés de 6-7 ans].»

« Très vite, dans mon parcours de formation, j'ai beaucoup apprécié d'enseigner les mathématiques. D'un projet de classe mené au cycle initial, durant mon stage de 1re année, je retiens la manière dont les élèves en ont fait leur projet, leur besoin de manipuler pour se représenter le problème et les multiples démarches entreprises afin d'aboutir à une solution. Le choix des mathématiques, comme branche de mémoire professionnel, m'est donc rapidement paru clair. […]

C'est en discutant des possibilités avec ma directrice de mémoire que la structuration de l'espace s'est rapidement présentée comme choix. Notamment de par l'intérêt que je lui porte, de par l'importance d'une construction solide des compétences spatiales (car elles préparent à l'orientation dans l'espace graphique) et également de par le peu d'activités proposées dans les moyens officiels. »

Ces quelques phrases issues du mémoire de Sabine expriment l'origine du choix et les motivations à entreprendre un mémoire professionnel en didactique des mathématiques.

Sabine souhaite vivre une expérience en classe avec une démarche dynamique impliquant les élèves dans le projet d'enseignement-apprentissage qu'elle construit. La méthodologie s'inspire aussi de l'ouvrage de Lavoie, Marquis & Laurin (p.129-138), dans lequel elle sélectionne des constantes qu'elle définit en cinq principales phases faisant partie de la structure méthodologique de la recherche-action:

- la définition du problème,
- la planification de l'action,
- l'action,
- l'évaluation,
- la redéfinition du problème.

En lien avec la problématique qu'elle souhaite traiter, elle pose deux questions de recherche en ces termes : De quels outils ont besoin les élèves du CYP1 pour se repérer dans l'espace et pour le représenter ? De quoi ont-ils besoin pour développer leurs compétences spatiales ? Elle schématise ainsi ce qu'elle souhaite explorer dans son projet d'enseignement :

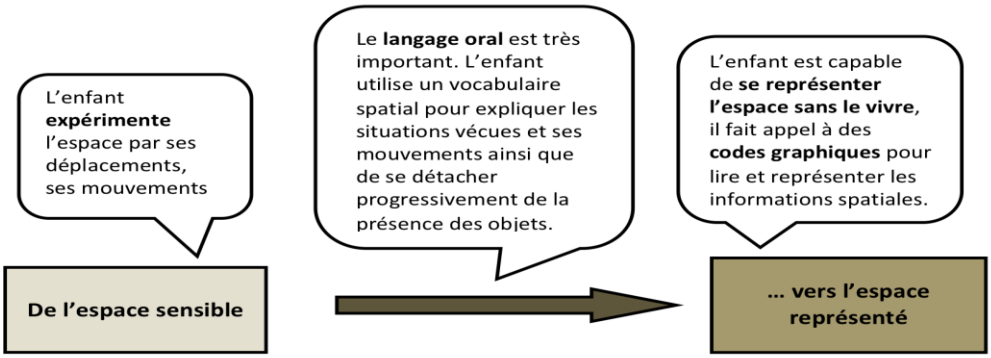


Figure 1 : passage de l'espace sensible à l'espace représenté.

Afin d'enrichir ses connaissances en géométrie, elle sollicite des ressources théoriques variées et diverses se rapportant : aux liens entre savoirs mathématiques et enseignement ; au développement de la notion d'espace chez l'enfant de la naissance à 7-8 ans ; au passage de l'espace multisensoriel à la géométrie ; à des aspects didactiques ainsi qu'au plan d'étude en vigueur dans nos classes. Plusieurs auteurs sont ainsi convoqués pour l'étayage théorique de la problématique du mémoire, lui permettant ainsi l'analyse des données, le choix des tâches et leurs régulations.

A priori et en parallèle, elle planifie une séquence d'enseignement en trois parties :

1. Représenter la classe, se repérer dans la classe
2. Du plan de la classe au plan de l'école
3. Du plan de l'école au plan de la commune.

Chacune d'elles comporte des tâches variées, présentées dans le mémoire selon un modèle (fiche de préparation) qu'elle conçoit personnellement. Certaines activités menées en classe sont enrichies d'observations, de productions d'élèves, de protocoles d'interactions entre élèves ainsi que des commentaires ajoutant ainsi la part du vécu en classe. Elle s'est inspirée d'une séquence décrite dans la main à la pâte (2011)[1] tout en précisant :

> « Déjà, avant de débuter la partie empirique de ce mémoire, il était clair que la séquence n'allait pas se dérouler exactement selon la trame initialement prévue. Je voulais cette séquence dynamique et sensible aux besoins des élèves. C'est pourquoi je qualifiais la trame, donnée par le dossier « *Maquettes et plans* » de la Main à la pâte (2011), de fil rouge auquel viendraient se greffer des situations de réinvestissement ou d'approfondissement nécessaires aux élèves pour construire – étoffer leurs connaissances spatiales. »

1 http://www.fondation-lamap.org/fr

Je considère cette partie du mémoire comme étant le cœur du travail de recherche-action mené par Sabine. La modélisation progressive des fiches de préparation (annexe 2) aboutit à *un livre du maitre complet,* un guide pédagogique pour tout enseignant qui souhaiterait proposer la séquence à ses élèves. D'ailleurs, le mémoire de Sabine est déposé à la bibliothèque de la HEP.

Le travail final restitue ce qui s'est passé durant la première partie de l'année scolaire, mais la séquence d'enseignement sera prolongée au printemps, le projet emportant l'adhésion des élèves. A l'écoute de ses élèves, Sabine profite de cette opportunité de les emmener plus loin dans leurs apprentissages. C'est à la soutenance, au mois de juin 2012, qu'elle relatera la suite et la fin du projet avec notamment une participation active de plusieurs parents à certains moments de celui-ci (parent architecte, responsable communal des bâtiments, etc).

En ce qui concerne son développement professionnel, Sabine exprime les apports nombreux de ce projet dont voici quelques extraits :

> « La confrontation à des situations de référence, celles où l'élève doit d'abord se rendre compte de l'insuffisance de ses connaissances actuelles, permet de construire de nouvelles connaissances. La validation est au cœur du processus d'apprentissage de l'élève. […]. Par de fréquents allers-retours entre le réel et le représenté, le concret et l'abstrait, l'expérience et la réflexion, les différents types d'espace (micro-, méso-, macro-espace) et le faire et le dire, les élèves participent à la construction des concepts. Les interactions langagières et l'utilisation d'un vocabulaire spatial, adapté à la situation vécue, sont importantes. La mise en mots est nécessaire à la mémorisation et à la conceptualisation des situations spatiales vécues. »

De plus de nouvelles perspectives s'annoncent pour elle :

> « Les outils renforçant le développement de l'acquisition des compétences spatiales chez les élèves devront avoir une place prépondérante dans la séquence à venir et ils seront images de références. Les obstacles et difficultés continueront à accompagner les élèves sur le chemin de leurs apprentissages spatiaux, il est donc primordial de ne pas les sous-estimer et de tenter de les limiter. »

Enfin, elle décrit les apports personnels que la démarche lui a procurés :

> « La problématique traitée dans mon mémoire professionnel est délicate pour les élèves de ce cycle primaire. Je peux difficilement évaluer le réel impact du travail réalisé sur les apprentissages des élèves, mais je peux affirmer qu'ils ont progressé et que je peux le détailler grâce aux outils dégagés.
>
> Je suis convaincue que c'est à l'école que revient le rôle de mettre en œuvre des contextes particuliers dans lesquels les activités spatiales deviennent moments d'apprentissages.
>
> Longtemps je n'ai pas su par quel bout empoigner la rédaction de ce mémoire ! Est-ce là une des caractéristiques de la recherche-action nécessitant un long temps de réflexion, afin de construire des ponts entre théorie et pratique ? Ou est-ce le fait d'avoir mis mes idées en action et d'avoir pu lâcher le cadre strict que je m'impose parfois ?
>
> Un des cycles suivants me permettra, peut-être, de lever le voile sur ces interrogations … »

L'accompagnement de ce mémoire a été pour moi un vrai révélateur de ce que la recherche-action produit comme effets formateurs auprès des futurs enseignants qui s'y engagent. Certes ces deux exemples sont particuliers au vu de la situation de Valérie et Sabine, étudiantes bénéficiant déjà d'une expérience professionnelle antérieure et d'une formation à la recherche. Mais, rassurée et convaincue que la recherche-action comporte un réel impact en termes de formation dans l'alternance entre théorie et pratique, je me suis mise à en parler dans les séminaires de mathématiques et aux étudiants qui me sollicitaient comme directrice. Depuis, j'ai accompagné d'autres étudiants motivés à se lancer dans une telle démarche méthodologique.

III - DISCUSSION

Comme je l'écrivais dans l'annonce de ma communication, je confirme qu'un mémoire professionnel réalisé selon la recherche-action est une expérience formatrice pour les acteurs qui s'y engagent formateurs et étudiants. C'est ainsi que j'associe les trois termes : Recherche-Action-Formation. En constante évolution, la recherche-action n'est pas réductible à une définition ou une simple méthodologie (Pelt et Poncelet, 2011). Ses points forts sont les liens qu'elle produit entre la pratique et la

théorie, un projet d'enseignement qui s'ancre dans la réalité de la classe et un passage vers une élaboration conceptuelle de l'expérience. Autrement dit, Bailleul (2005) l'exprime ainsi : « l'écriture du projet didactique et la formalisation de l'expérience engagent les auteures dans une compréhension et un (ré-)aménagement de la séquence. Le mémoire professionnel est ainsi un objet « vivant », une recherche impliquée produisant des effets formateurs autant pour les auteures que l'accompagnante cheminant à leur côté ».

Mon rôle dans le suivi de mémoire professionnel s'est transformé avec le temps et les expériences vécues, passant de directrice à accompagnante notamment en veillant au cadre (contrat), en clarifiant d'où nous parlons (posture), en nous inscrivant dans une relation éducative (de guidage ou d'accompagnement), où la position du formateur devient signifiante (Vial, 2013). D'ailleurs ce même auteur, dit que « L'accompagnement est destiné à susciter une mise en mouvement de l'accompagné, un parcours, où se greffent des apprentissages plus ou moins prévus, clandestins et parfois opaques aux protagonistes eux-mêmes. […] Le processus d'apprentissage devient une dimension du parcours de l'accompagné » (Vial, 2007, p. 141).

Dans un texte écrit avec ma collègue Mme Tschopp, je remplace séminaire par mémoire afin d'expliciter ma posture (Tschopp et Stierli, 2014)

> « **Le mémoire** (séminaire) est une opportunité de co-formation pour confronter ses idées, engager sa réflexivité, auto-évaluer ses compétences, écouter la différence, mieux se connaitre.
>
> L'accompagnement des **mémorants** (étudiants) s'articule à la construction de leur identité professionnelle, au rôle des pratiques réflexives dans le développement personnel et professionnel (Danvers 2010).
>
> L'accompagnant(e) chemine à côté, s'aventure sur un chemin construit ensemble en laissant de côté la posture de celui ou celle qui sait. […]
>
> Notre posture d'accompagnante apporte de l'étayage et des propositions de signification aux étudiant(e)s pour qu'ils ou elles construisent à leur tour le sens de ce qu'ils ou elles font. »

Cette posture n'est pas aisée dans nos institutions où une tendance à l'inflation des directives ou protocoles contribue à réduire l'autonomie du professionnel. La reconnaissance des diplômes au niveau intercantonal et de nos institutions au niveau tertiaire (la tertiarisation) a eu pour effet de favoriser la conception de mémoires plus académiques que professionnels. Mais nous formons avant tout de futurs enseignants qui s'engageront dans nos écoles auprès d'élèves, la part « professionnelle » de la formation comprend autant d'aspects pratiques que théoriques.

J'ai donc tenté de démontrer avec les deux exemples de mémoire décrits brièvement dans cette communication que ceux-ci comportent certes une grande part d'expérimentation pratique, mais aussi des ressources théoriques, amenant les deux auteures à produire un écrit atteignant les buts et respectant la définition, formalisés dans les documents officiels.

Avant de conclure ce texte, j'aimerai remercier les participants qui sont venus m'écouter. C'était pour moi un moment intéressant, voire émouvant, car une unique et belle occasion de témoigner de ma pratique de formatrice dans l'accompagnement de mémoires professionnels s'appuyant sur la Recherche-Action-Formation. J'ai terminé ma communication par une question qui m'habite depuis plusieurs années et à laquelle chacun y répondra à sa manière :

Quels espaces de liberté et d'innovation nous laissent nos institutions sans nous pousser vers une posture contrebandière ?

IV - BIBLIOGRAPHIE

BAILLEUL, M. (2005). L'accompagnement du mémoire professionnel : un « bout de chemin ». *Le mémoire professionnel*, Revue des Hautes Écoles Pédagogiques, pp.11-26, n°2, Berne.

HOUDEMENT, C. & PELTIER M.-L. (1996-1997). Petit guide pour « fiche de prép ». *Grand N*, n°59, pp.77-84 et n° 60, pp. 57-65.

LAVOIE, L., MARQUIS, D. & LAURIN, P. (1996). *La recherche – action : théorie et pratique. Manuel d'autoformation.* Sainte-Fois : PUQ (Québec).

MAUBANT, PH. (2007). Penser l'alternance comme logique de professionnalisation des enseignants. Dans F. Merhan et al. (dir.), *Alternances en formation*, pp. 67-82. De Boeck : Raisons éducatives.

PAUL, M. (2004). *L'accompagnement : une posture professionnelle spécifique*. Paris : L'Harmattan.

PELT, D. & PONCELET, D. (2011). Une recherche-action : connaitre, accompagner et provoquer le changement en sciences de l'éducation. *Varia*, Revue suisse des sciences de l'éducation, pp. 495-510.

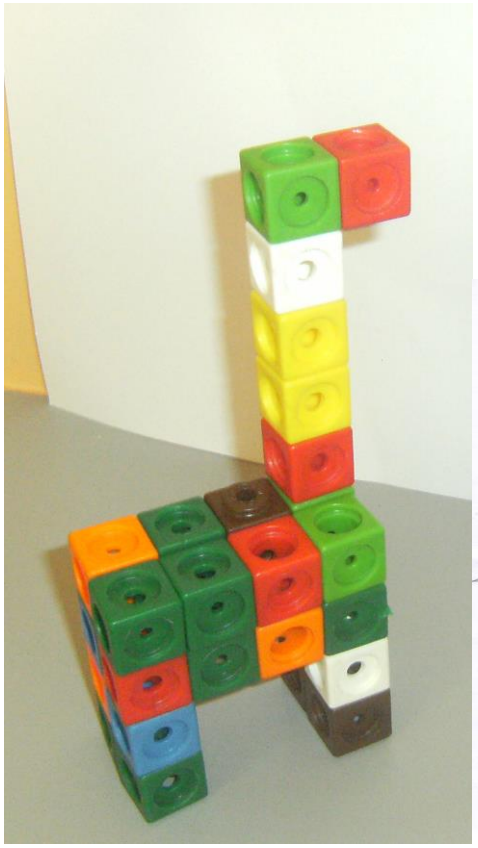
TSCHOPP, G. & STIERLI, E. (mai 2009). L'accompagnement dans la formation initiale des enseignants généralistes. *Prismes*. 10, 23-26.

TSCHOPP, G. & STIERLI, E. (2014). Posture clinique et accompagnement dans le champ de la formation. Jaillon (dir) *du coaching à l'accompagnement professionnel personnalisé, le Sujet dans la Cité*. Paris : L'harmattan.

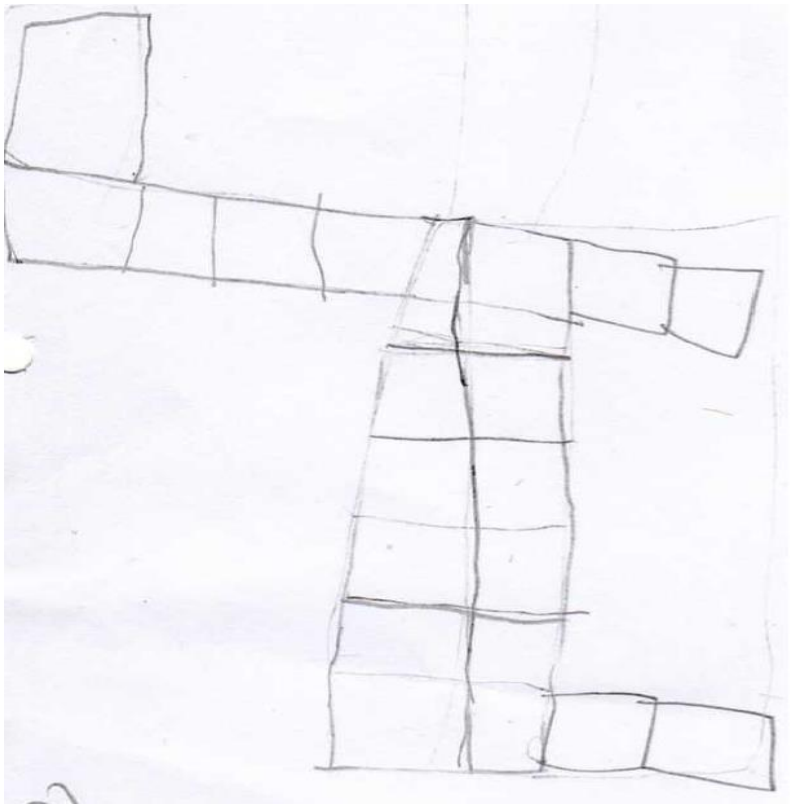
VIAL, M. & CAPARROS-MENCACCI, N. (2007). *L'accompagnement professionnel ? Méthode à l'usage des praticiens exerçant une fonction éducative*. Bruxelles : De Boeck.

I - Annexe

1. Valérie : Au zoo des multicubes – photos des productions d'élèves – construction et dessins du plan.







2. Arnold Sabine : 2 fiches de préparation - 1re production du plan de la classe + traces d'élèves + plans de la classe dessinés après l'intervention d'un parent architecte.

Séance : trouver un objet caché dans la classe

Objectifs spécifiques :

- Communiquer par écrit à un destinataire absent la position d'un objet caché dans la classe
- Représenter sa classe/une partie de sa classe

Faire comprendre la nécessité de recourir à un message écrit clair

Matériel :

- ✓ Feuilles A4 vierges pour le message
- ✓ Objet à cacher (une pincette)

Organisation :

- ⇨ Individuel (chacun à sa place)/
- ⇨ Collectif (tapis)

30 min.

1. Phase individuelle ⌛ 15 min.

- Les élèves notent des indications sur la position de l'objet caché à un destinataire absent (mots, dessins, schémas, flèches, ...).
- La possibilité des mettre des légendes est laissée libre aux élèves.

2. Au retour du destinataire : mise en commun ⌛ 15 min.

- Toutes les productions sont affichées. Observation en silence.
- Le destinataire (l'enseignante titulaire) choisit des messages et tente de retrouver l'objet caché en explicitant à haute voix ses constatations.

Ne pas attendre des plans achevés de la classe.
Limiter l'écriture d'indices, comme les prénoms, peut favoriser une représentation de la classe, même partielle.

Exemples de messages écrits :

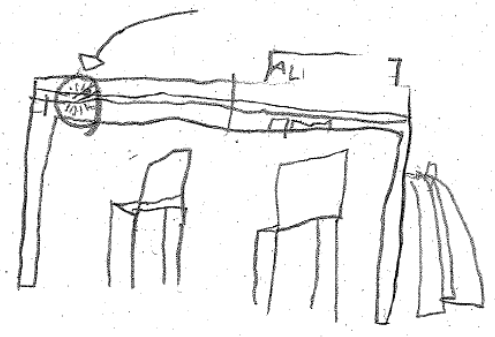


Figure 9 : Message écrit de l'élève Jean.

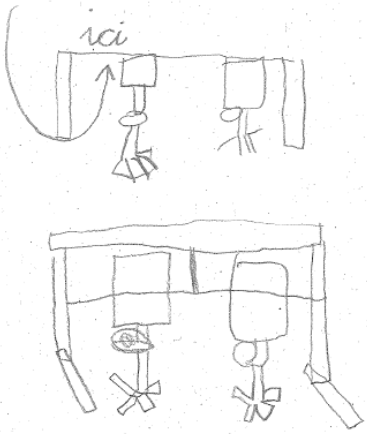


Figure 10 : Message écrit de l'élève Luc.

séance : faire seul le plan de la classe

Objectifs spécifiques :

- Représenter à main levée des volumes simples vue de dessus

Rappeler les expériences passées dans le but de les réinvestir

Matériel :

- ✓ Feuilles A4 avec les contours du plan de la classe
- ✓ Crayons gris et gommes
- ✓ Règles

Organisation :

- ⇨ Individuel

45 min.

- Les élèves dessinent, à main levée, le plan de la classe.
- Ils ont à leur disposition une feuille A4 avec les murs de la classe.
- Si besoin, ils peuvent se déplacer pour prendre des repères.
- Quelques élèves ont été interviewés quant à leur manière de procéder, aux aides utilisées et aux difficultés rencontrées.

Si besoin : détailler les plans par une dictée à l'adulte.

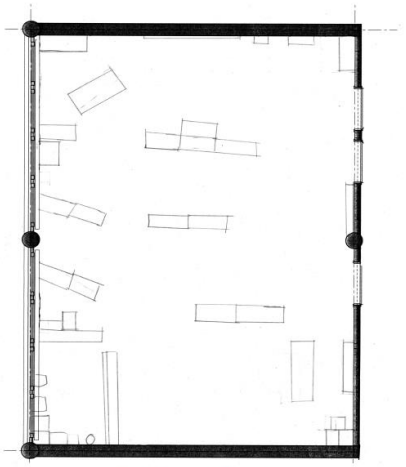


Figure 18 : Plan de l'élève Zoé.

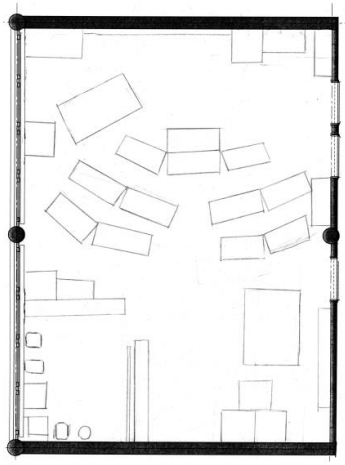


Figure 19 : Plan de l'élève Eloïze

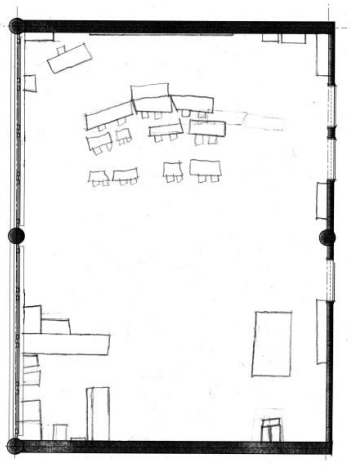


Figure 20 : Plan de l'élève Sara.

FORMATION DES PROFESSEURS DES ECOLES ET DÉVELOPPEMENT DE COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES

Christine CHOQUET
Formatrice, ESPE de l'académie de Nantes
CREN, Université de Nantes
christine.choquet@univ-nantes.fr

Résumé
Les programmes de l'année 2015 pour l'école élémentaire et le collège incitent les professeurs à développer chez tous les élèves des « *compétences mathématiques : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer* » (MEN, 2015, p. 79 (cycle 2), p. 203 (cycle 3) et p. 372 (cycle 4)). Nous avons conçu et mis en place, dans le cadre de la formation initiale des professeurs des écoles, un module visant parallèlement à développer ces compétences chez les étudiants de M1 (1ère année de Master MEEF) et à étudier avec eux des moyens de les développer chez les élèves des cycles 2 et 3. D'un point de vue didactique se pose la question de la transposition didactique (Chevallard, 1991 ; Conne et Brun, 1999 ; Conne, 2004) mais également celle de la représentation des mathématiques et de leur enseignement par les étudiants de ce Master. Dans cette communication, après avoir exposé notre module de formation, nous présentons les questions qu'il pose et le travail de recherche engagé pour y répondre dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002). Les résultats obtenus permettent d'engager une réflexion sur les bénéfices que peuvent retirer des étudiants de leur formation initiale.

Depuis quelques années, la formation initiale des professeurs des écoles s'effectue, en France, dans le cadre universitaire des Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation (ESPE). Les conditions de recrutement ont été modifiées : il est nécessaire pour les étudiants d'obtenir un Master MEEF[1] et, parallèlement, de réussir un concours (CRPE[2]). Le 43ème colloque de la COPIRELEM proposait de réfléchir à cette formation en termes d'enjeux pour les élèves, pour les futurs enseignants ainsi que pour les formateurs intervenant dans celle-ci. Notre communication porte sur des contenus de formation proposés aux étudiants lors de la première année du Master quand ils préparent simultanément les volets mathématique et didactique du concours ainsi que leur entrée dans le métier. Il s'agit pour nous, dans le cadre d'une recherche en cours, d'engager une réflexion sur ces contenus afin notamment de repérer les bénéfices que peuvent retirer les futurs professeurs des écoles de cette formation.

Après avoir présenté le cadre théorique de cette recherche et la méthodologie d'étude mise en œuvre, nous détaillons les contenus de la formation proposée puis analysons une séance en particulier. Les résultats de ces analyses permettent ensuite d'engager une discussion sur les éléments utiles pour la préparation au concours et l'entrée dans le métier.

I. PRÉSENTATION DE LA RECHERCHE

L'intérêt que nous portons dans le cadre de nos recherches aux pratiques des professeurs des écoles (Choquet, 2014, 2017) nous a conduit à interroger leur formation initiale. Dans cette partie, nous explicitons les questions posées, présentons le cadre théorique choisi ainsi que la méthodologie mise en œuvre afin d'y répondre.

1 Master MEEF : Métiers de l'Enseignement, de l'éducation et de la Formation

2 Concours de Recrutement au Professorat des Ecoles

1. Origine et questionnement

Les questions posées ici sur la formation initiale des professeurs des écoles sont à la fois liées à nos recherches sur leurs pratiques et à nos réflexions de formateur sur les contenus à proposer lors de la première année du Master.

L'année 2016 a vu la réorganisation des cycles d'enseignement de l'école et du collège, avec l'introduction notamment de deux nouveautés significatives : un nouveau cycle 3 à l'articulation école/collège qui comprend les classes de CM1, CM2 et 6ème (élèves de 8 à 11 ans) et l'injonction de d'articuler l'enseignement des mathématiques autour de six compétences (MEN, 2015). Ces nouvelles orientations nous ont conduit à repenser quelques éléments de la formation initiale des étudiants afin de les préparer notamment à la mise en œuvre de ces nouveaux programmes. La première question, directement issue de ce travail de formateur sur les contenus, est la suivante :

Q1 : Comment engager une réflexion avec des étudiants sur les injonctions officielles et notamment comment interroger en formation initiale les *six compétences mathématiques* à développer chez tous les élèves (MEN, 2015) ?

Il s'agit de déterminer et d'étudier des moyens de transmettre des savoirs, des savoir-faire aux étudiants en formation initiale ; ces savoirs et savoir-faire étant mathématiques ou didactiques.

Ce premier questionnement, directement lié à la lecture et compréhension des programmes en vigueur, interroge les compétences professionnelles en construction chez les futurs professeurs des écoles et leur pratique en devenir. Il rejoint en cela notre étude sur les pratiques des professeurs des écoles (Choquet, 2014) et s'inscrit dans le prolongement de recherches existantes sur les pratiques des enseignants débutants (Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012). Ces derniers soulignent notamment que « *les difficultés mises en évidence dans les pratiques des débutants nous incitent, en tant que formateurs et chercheurs, à réfléchir davantage aux* ***différents types de savoirs*** *véhiculés en formation* » (Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012, p. 15). Mais de quels types de savoirs est-il question ? Il convient de déterminer si certains savoirs et savoir-faire permettraient aux étudiants de devenir plus efficaces, plus performants dans leur pratique, dans leur enseignement des mathématiques. Pour cela, dans la recherche présentée lors de cette communication, nous étudions plus particulièrement les bénéfices de la formation proposée et faisons des hypothèses sur les savoirs et savoir-faire qui peuvent (ou pourraient) s'avérer utiles dans la construction de la pratique des futurs enseignants. Ce qui amène à poser une deuxième question :

Q2 : Dans quelle mesure les éléments étudiés en formation initiale permettent-ils un développement de compétences professionnelles chez un étudiant/futur professeur-stagiaire ?

Les deux questions interrogent la transmission et les conditions de transmission à des étudiants de différents types de savoirs mathématiques et didactiques utiles voire nécessaires à leur pratique future. En tenant compte du fait que « *[…] toute transmission de savoir comporte une part de re-création dévolue à son destinataire, qu'il s'agisse d'un individu ou d'une institution. Le problème didactique majeur consiste donc à comprendre les conditions de cette transmission / re-création. La didactique des mathématiques ne voit pas la création de savoirs nouveaux (invention) comme antérieure aux échanges des savoirs, mais au contraire, englobe les phénomènes de production dans ceux de diffusion* » (Conne, 2004, p. 63), nous considérons que ces questions renvoient en cela à un problème de transposition didactique (Chevallard, 1991) pour l'enseignement des mathématiques. La recherche en didactique des mathématiques peut contribuer à la questionner et à y apporter des éléments de réponse.

2. Cadrage théorique

Afin de répondre à ces deux questions, nous plaçons cette recherche dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogaski, 2002). Les deux approches permettent d'aborder ce travail du point de vue de la didactique des mathématiques tout en tenant compte des spécificités du métier (d'enseignant). Robert et Rogalski (2002) considèrent les pratiques comme

complexes et cohérentes. Elles proposent de les étudier selon cinq composantes (cognitive, médiative, institutionnelle, sociale et personnelle) afin de les décrire et de les comprendre.

Les composantes cognitive et médiative concernent plus particulièrement l'enseignement proposé dans la classe. Avant la séance, l'enseignant fait des choix quant aux activités à proposer et au déroulement : il organise, prévoit « l'itinéraire cognitif » des élèves lors de la séance à venir qui renseigne la composante cognitive. Pendant la séance, il continue à faire des choix : il aide plus ou moins, il accélère par rapport au déroulement prévu ou, au contraire, laisse plus de temps aux élèves pour s'acquitter de leurs tâches. La composante médiative renvoie à ce qui est réellement proposé et demandé aux élèves. Ces deux composantes permettent de reconstituer quelles mathématiques sont proposées à la classe.

Les trois autres composantes permettent de tenir compte, dans les analyses des pratiques, des contraintes liées au métier. La composante institutionnelle examine les contraintes externes à la classe telles que les injonctions officielles, les horaires imposés et également les ressources disponibles. La composante sociale considère les individus entourant l'enseignant comme des groupes sociaux avec des règles de fonctionnement propres et des exigences envers l'enseignant. Il s'agit du groupe constitué par les élèves de la classe avec leur niveau scolaire, leurs origines sociales, leurs habitudes en termes de travail scolaire. Il s'agit également des groupes constitués par les parents d'élèves, par les collègues qui peuvent influer sur les choix de l'enseignant. La composante personnelle s'attarde sur les représentations personnelles de l'enseignant des mathématiques et de leur enseignement, sur son niveau personnel en mathématiques. Elle prend en compte en particulier le fait que la plupart des professeurs des écoles n'ont pas reçu de formation mathématique à l'université (Artigue, 2011) et se sentent même, pour certains d'entre eux, en difficulté par rapport à cette discipline et son enseignement.

Dans cette communication, en nous intéressant par une étude de cas à la formation initiale de professeurs des écoles, nous renseignons plus spécifiquement les composantes institutionnelle et personnelle de leur pratique. Nous obtenons des éléments sur ce qu'ils peuvent apprendre en formation initiale et également sur les contraintes institutionnelles qui pèsent déjà sur eux dès la première année de formation, du fait du Master et du concours.

3. Méthodologie d'étude

Nous sommes le formateur de ce groupe pour ce qui concerne l'unité d'enseignement intitulée « *Maîtriser les mathématiques et comprendre leur enseignement / apprentissage* ». Afin d'engager cette recherche, nous avons constitué un corpus au regard des données recueillies lors de le formation initiale d'un groupe de trente quatre étudiants en première année de Master MEEF. Le corpus retenu comprend :

- les contenus (prévus et réalisés) des séances de travaux dirigés (TD) ;
- l'enregistrement vidéo d'une séance de deux heures réalisée par une personne externe à la formation ;
- les productions des étudiants réalisées lors de la séance observée et lors d'évaluations (travaux réalisés en TD et concours blancs participant à l'évaluation notée de l'UE) ;
- plusieurs entretiens réalisés avec le groupe d'étudiants tout au long de l'année.

II. DÉROULEMENT DE LA SÉANCE OBSERVÉE

Dans cette partie, nous détaillons les enjeux de l'unité d'enseignement à travers des activités proposées aux étudiants puis nous présentons le déroulement et le contenu de la séance observée.

1. Présentation de l'Unité d'Enseignement

Cette communication s'intéresse à la formation d'un groupe d'étudiants en première année de Master MEEF EPD[3]. L'unité d'enseignement que nous questionnons, « *Maîtriser les mathématiques et comprendre leur enseignement / apprentissage* », fait partie d'un premier bloc interdisciplinaire intitulé « *Maîtriser et enseigner les savoirs des domaines d'apprentissage de* l'école ». Elle a pour double objectif de préparer au volet du concours de recrutement dédié aux mathématiques et à la prise en main de l'enseignement des mathématiques lors de stages.

Les enseignements sont répartis sur deux semestres, de septembre à mars, avant l'épreuve écrite du concours. Chaque étudiant bénéficie de 42 heures d'enseignement lors du premier semestre et de 28 heures d'enseignement lors du second semestre -en Travaux Dirigés (TD) et Travaux Pratiques (TP)-.

Les enjeux de formation sont répartis comme suit :

- Une appropriation et/ou une remobilisation de savoirs mathématiques
- Une approche par la didactique des savoirs mathématiques à maîtriser
- Un entraînement spécifique à des problèmes de « type concours »

Pour les atteindre, plusieurs types d'activités sont proposés aux étudiants. Les exemples détaillés ci-après sont disponibles en annexes (Annexe 1). Nous conseillons au lecteur de s'y référer afin de faciliter la lecture de ce paragraphe.

1.2 Aborder des savoirs et savoir-faire mathématiques

Des fiches (cf. figures 8 et 9 en annexe) rassemblant des exercices et des problèmes, sur des thèmes mathématiques du programme du concours, sont proposés deux semaines avant les Travaux Dirigés sur une plate-forme numérique *Madoc*[4]. Elles sont ensuite étudiées et partiellement corrigées lors des cours puis des éléments de correction sont déposés sur la plate-forme.

2.2 Remobiliser des savoirs mathématiques anciens par la didactique

Des documents favorisant la remobilisation et la compréhension de savoirs mathématiques au regard d'une étude didactique sont proposés (cf. figure 10). Dans ces énoncés, les points de vue mathématique et didactique des notions sont étudiés simultanément. Il s'agit par exemple ici de définir mathématiquement la notion de proportionnalité (par une fonction linéaire) puis d'envisager les procédures mobilisables par des élèves de l'école primaire. Le but est d'étudier des productions d'élèves selon deux enjeux (cf. figure 11) : d'une part, comprendre les différentes démarches et relever d'éventuelles erreurs ; d'autre part, faire le lien entre les procédures utilisées et des « *propriétés mathématiques implicitement mobilisées* ». L'objectif n'est pas seulement d'étudier une notion du point de vue de ce qu'en font les élèves à l'école primaire. Il s'agit d'engager les étudiants dans une réflexion sur le lien existant entre ce qu'en font les élèves à l'école (donc l'aspect didactique) et les propriétés mathématiques à étudier pour le concours.

3.2 S'entraîner à des sujets de type concours

Les sujets du CRPE, en plus d'évaluer une maîtrise des connaissances mathématiques, demandent aux candidats de montrer leurs capacités à analyser des productions d'élèves, des extraits de préparations de séances ou des extraits de manuels. Nous présentons ici un exemple dédié à l'analyse didactique d'un extrait d'un manuel existant (cf. figure 12).

Les questions posées par la grande majorité des sujets des années précédentes s'apparentent à une analyse *a priori* de la situation proposée : il s'agit d'indiquer la (ou les) procédure(s) attendue(s) des élèves, les savoirs mathématiques en jeu, les aides à prévoir. Elles engagent également une réflexion

3 Enseignement du Premier Degré

4 Plate-forme d'enseignement de l'Université de Nantes destinée à un usage pédagogique

didactique sur des thèmes mathématiques (telles qu'ici sur la technique opératoire de la soustraction). Cette réflexion ne peut être improvisée, elle nécessite un travail spécifique lors de la formation initiale des étudiants avant l'écrit du concours.

2. Déroulement de la séance analysée

Afin de contribuer à une réflexion sur la didactique des mathématiques, une séance est proposée lors du premier semestre, en novembre. Les enjeux de cette séance concernent l'approche des mathématiques par la résolution de problèmes et une première appropriation des nouveaux programmes proposés pour l'école primaire (MEN, 2015).

Nous montrons pour cela aux étudiants quels types de problèmes peuvent être proposés dans le premier degré, amorçons avec eux une lecture des programmes en attirant leur attention sur les *six compétences mathématiques* (Cf. Annexe 2) enfin les exerçons à ce que peut être, en didactique des mathématiques, une analyse *a priori*.

1.2 Premier temps : résolution par les étudiants d'un problème atypique

Après avoir présenté aux étudiants les enjeux de la séance, un problème est proposé sous forme d'un vidéogramme (visionné à deux reprises).



Figure 1 Le problème « La course »



Figure 2 Présentation de la séance

Afin de faciliter la compréhension du travail proposé et du problème « *La course* », nous avons transcrit ci-après l'énoncé. Nous rappelons qu'à aucun moment pendant la séance, les étudiants n'ont accès à cette transcription, ils ne disposent que du vidéogramme.

« *Nous sommes vendredi 12 juin. Il est très exactement midi et ce week-end, ont lieu les 24 heures du Mans automobiles. Il suffit de regarder le défilé incessant de voitures passant à proximité du Mans pour se rendre compte de l'impact de cette organisation sur la ville. Et ce flot ne s'arrêtera pas avant le départ de la course samedi. Si les retombées sont avant tout sportives, elles sont aussi économiques. En effet, ce sont huit voitures sur dix circulant sur cette portion d'autoroute qui passeront le week-end sur le circuit. De ce fait, tous les hôtels de l'agglomération mancelle sont complets depuis des mois, les restaurants seront ouverts une bonne partie de la nuit. L'institut de sondage MathSarthe estime qu'en moyenne chaque voiture se rendant à la course rapportera près de 750 euros net à la communauté urbaine du Mans. Quelle somme d'argent les voitures empruntant cette portion d'autoroute d'ici le départ des 24 heures rapporteront à la communauté urbaine du Mans ?* »

Une recherche individuelle (5 minutes) est engagée afin de mettre en avant les difficultés, les questions qui se posent et, éventuellement, des éléments de réponse. Des feuilles vertes sont distribuées à chaque étudiant. Une mise en commun intermédiaire (5 minutes) permet de recenser au tableau les questions et les différentes réactions des étudiants face à ce problème :

La question n'est pas claire.
Il manque des données : le nombre de voitures par minute, par heure.
Quelle est l'heure de départ de la course ?
Est-ce qu'on doit mettre en équation ?
La mise en équation est impossible.
On prend seulement 8/10 des voitures ou compte-t-on également les camions ?

Figure 3 Transcription du tableau après la mise en commun intermédiaire

Elle est suivie d'une recherche en petits groupes (20 minutes) pendant laquelle des ordinateurs sont disponibles afin de visionner à nouveau l'énoncé du problème (des feuilles bleues sont distribuées à chaque groupe) :

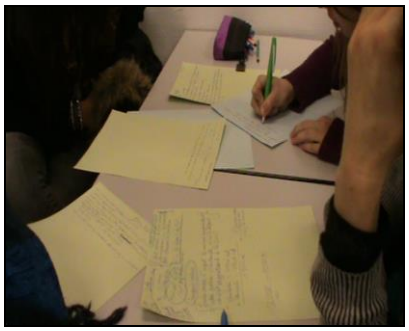


Figure 4 Recherche en groupes

Une mise en commun des procédures et des résultats est ensuite organisée (10 minutes). Elle permet à chaque étudiant de réaliser que diverses approches sont possibles et que le résultat annoncé dépend des choix faits par chaque groupe. Ce constat est ensuite approfondi lors du deuxième temps de travail sur ce problème.

2.2 Deuxième temps : analyse a priori du problème

En menant une analyse *a priori* du problème, nous visons le repérage et la compréhension des enjeux d'une telle activité pour des étudiants mais également les objectifs d'apprentissage pour des élèves de cycle 3. La discussion collective, suite à la mise en commun des résultats, s'oriente autour de ces questions :

- Quels savoirs sont-ils en jeu lors de la recherche/résolution de ce problème ?
- Quelles procédures sont-elles envisageables chez des élèves de cycle 3 (CM1/CM2/6e) ?
- Quelle mise en œuvre peut-on imaginer dans une classe de primaire ?

Un rappel par certains étudiants de l'expérience vécue juste avant permet d'imaginer ce que pourrait être cette séance dans une classe de cycle 3. Les principaux éléments sont notés au tableau :

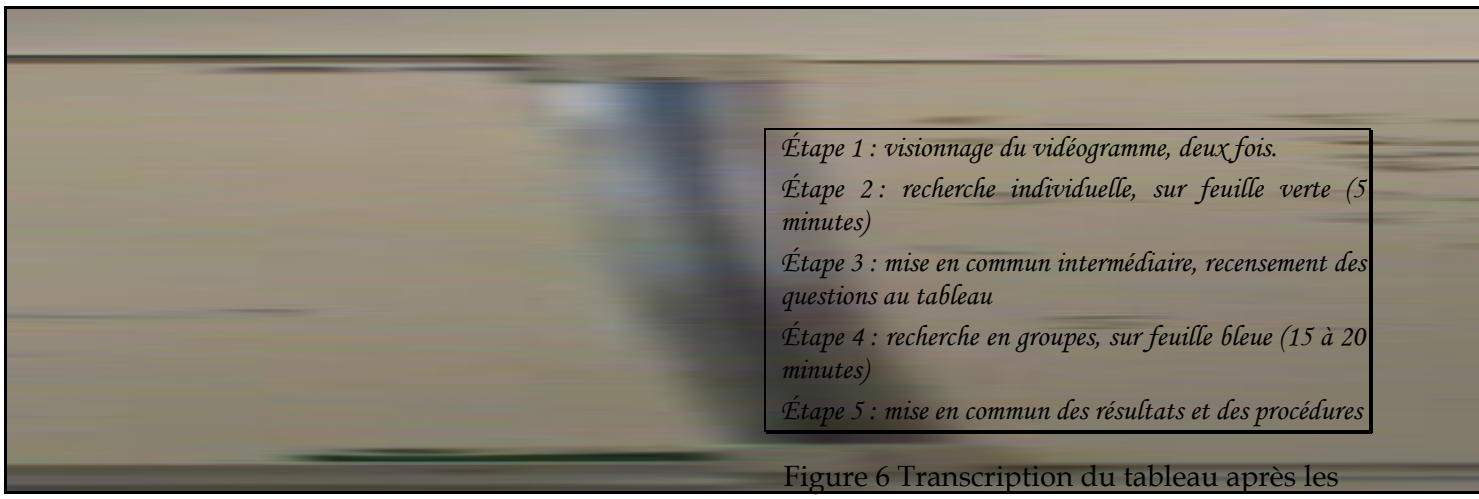


Figure 5 Tableau

Figure 6 Transcription du tableau après les échanges entre étudiants

La présentation par le formateur d'un autre problème du même type traité dans une classe de CE2/CM1/CM2 accompagnée de photos de la séance observée permet à chacun de visualiser ce qu'il est possible d'entreprendre en classe avec des élèves de cet âge.

La question des savoirs et savoir-faire en jeu conduit le groupe à interroger les instructions officielles en termes de résolution de problèmes, de savoirs et de compétences mathématiques. Elle engage alors à une lecture et une analyse des programmes de mathématiques.

3.2 Troisième temps : analyse d'un extrait des programmes

Les étudiants s'engagent dans un repérage de tout ce qui concerne la résolution de problèmes en mathématiques dans les instructions officielles et notamment dans la lecture de la page présentant *six compétences mathématiques* (MEN, 2015, p. 203).

Le travail d'analyse consiste dans un premier temps en la précision des termes utilisés. Il porte ensuite sur l'usage qui peut être fait du problème étudié précédemment afin de permettre un développement des six compétences mathématiques, en particulier des compétences *chercher*, *calculer* et *communiquer*.

Le bilan de cette séance de deux heures consiste, en rappelant les enjeux de la séance, à faire le parallèle entre un travail effectué par les étudiants et une séance envisageable en cycle 3 (en termes de gestion des différentes étapes de travail individuel et en groupes, de savoirs et compétences en jeu dans la recherche/résolution du problème, d'usage du tableau, …).

III. RÉSULTATS D'ANALYSE

1. La résolution du problème par les étudiants

Les étudiants lors de la recherche individuelle ont rencontré pour la plupart des difficultés pour entrer dans la résolution du problème (« *il manque des données* », « *c'est impossible à mettre en équation* », …). La mise en commun intermédiaire a permis de lever la majorité de ces difficultés et ils ont fait preuve ensuite d'une bonne maîtrise des savoirs mathématiques en jeu pour résoudre le problème.

Le fait de proposer un vidéogramme au lieu d'un énoncé « papier » les a déstabilisés, ils ont eu du mal à décider par eux-mêmes de visionner à nouveau le problème. L'encouragement du formateur à utiliser plusieurs fois le vidéogramme a donc été nécessaire pendant la recherche en groupes.

2. L'analyse *a priori* du problème en vue d'une séance en classe de cycle 3

Pour ce qui concerne l'analyse *a priori* du problème, plusieurs étapes de réflexion ont été nécessaires. Les étudiants ont bien cerné les savoirs mathématiques en jeu (conversion en heures/minutes, calcul de

sommes en euros, dénombrement). En revanche, le lien avec un travail sur des compétences mathématiques telles que chercher et communiquer a été difficile à établir : c'est cette difficulté – prévue par le formateur du fait d'étudiants au tout début de leur formation initiale – qui les a poussés ensuite à la lecture et l'étude des programmes de mathématiques en termes de résolution de problèmes et de développement de compétences.

De même, du fait du peu d'expérience de ces étudiants, les difficultés pour envisager des procédures d'élèves de cycle 3 et pour imaginer une mise en œuvre de l'activité en classe étaient prévues par le formateur. Le support d'un autre exemple, traitant du même type de problème sous forme d'un vidéogramme, a été utile pour repérer les interventions des élèves, leurs procédures et pour comprendre comment l'enseignant organise le travail autour du problème à résoudre. Il permet sans doute également à quelques étudiants, surpris par le vidéogramme, de se rendre compte que ce procédé est utilisé en classe par des professeurs des écoles (et que les élèves non seulement adhèrent au procédé mais surtout réussissent, avec ou sans l'aide de l'enseignant, à résoudre le problème).

3. Le travail sur les programmes de mathématiques

L'analyse *a priori* du problème a conduit naturellement l'ensemble des étudiants à entrer dans une lecture des instructions officielles avec une réelle envie de comprendre les termes utilisés. La première partie de la séance autour de la résolution et l'analyse du problème « *La course* » permet donc de dévoluer le travail sur les programmes.

L'étude d'un extrait (court) des programmes (cf. annexe 2) a montré aux étudiants outre l'ampleur du travail à accomplir afin de se préparer à la prise en main d'une classe mais surtout sa nécessité afin de préparer des activités, des séances au plus près des instructions officielles en vigueur.

Le travail a permis également d'engager une réflexion sur les questions à se poser, en tant qu'enseignant, pour préparer une séance : comment choisir un énoncé ? Quelle analyse a priori doit-on réaliser ? Quel support doit-on privilégier ? Quelles tâches peut-on proposer aux élèves ? Quel déroulement va-t-on prévoir ? Etc. Et pourquoi ?

Les enjeux de la séance proposée aux étudiants étaient de les faire entrer dans une lecture et analyse de instructions officielles ainsi que dans une réflexion sur l'enseignement des mathématiques centré sur la résolution de problèmes. Étant donnés les questions soulevées par le groupe et les échanges entre les étudiants tout au long de la séance, ces enjeux peuvent être considérés comme atteints.

IV. CONCLUSION ET DISCUSSION

Nous posions lors de cette communication deux questions Q1 et Q2. Nous avons présenté puis analysé une expérimentation réalisée avec un groupe d'étudiants de première année de Master MEEF. Nous concluons par le repérage, en lien avec le cadre théorique de la double approche, des bénéfices que les étudiants peuvent en retirer en termes mathématiques et didactiques, pour le concours comme pour leur future prise en main des classes. Nous revenons également sur la transposition didactique qui a lieu lors de ce type de séance en formation initiale ainsi que sur la discussion engagée avec les participants lors de notre communication. L'ensemble de ces résultats permet d'apporter des éléments de réponse à nos questions Q1 et Q2 qu'il reste à approfondir et à confronter à d'autres recherches en cours sur la formation initiale (des professeurs des écoles ainsi que des professeurs de mathématiques de collège/lycée).

1. Quels bénéfices pour la construction professionnelle des professeurs débutants ?

Nous avons placé cette étude dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique. Suite à nos analyses, nous pensons que ce type de séances non seulement aident les étudiants à préparer le concours de recrutement mais qu'il peut également avoir des répercussions positives sur leur pratique en devenir. Les bénéfices de la séance renseignent notamment deux des composantes de leur pratique ou future pratique : les composantes institutionnelle et personnelle.

1.4 La composante institutionnelle

La réflexion engagée lors de la séance observée conduit les futurs professeurs des écoles à entrer dans la lecture des programmes en vigueur. Ils cherchent tous à comprendre les injonctions officielles en termes de résolutions de problèmes et de développement de compétences mathématiques. Ils se rendent ainsi compte de l'ampleur du travail à accomplir pour avoir une idée personnelle juste des attentes officielles et de sa nécessité afin d'envisager leur pratique des mathématiques en classe dans de bonnes conditions.

2.4 La composante personnelle

En résolvant le problème « *La course* », les étudiants se préparent au concours tout en développant pour eux-mêmes des compétences mathématiques. De plus, le travail proposé lors de la séance permet d'envisager une autre image de l'enseignement des mathématiques. Les étudiants peuvent ainsi réaliser qu'il ne s'agit pas seulement de proposer en classe des exercices d'entraînement mais que l'enseignement des mathématiques repose sur la résolution de problèmes, les recherches personnelles des élèves ainsi que sur le développement de compétences en particulier ici liées au raisonnement, à la communication de démarches et à la justification de procédures. Ces éléments en cours de construction chez la majorité des étudiants enrichissent la représentation qu'ils ont des mathématiques et de son enseignement, ils alimentent ainsi la composante personnelle de leur future pratique des mathématiques.

2. Quelle transposition didactique ?

Charles-Pézard, Butlen et Masselot (2012) engagent les formateurs à réfléchir eux différents types de savoirs véhiculés en formation. Nous pensons, après ce travail, que certains savoirs ou savoir-faire (liés à la didactique) sont à transmettre aux professeurs débutants afin de les engager dans un enseignement des mathématiques efficace, favorisant les apprentissages chez tous les élèves. Il s'agirait de les amener notamment à

- une lecture, une analyse et une compréhension des instructions officielles
- une représentation différente de l'enseignement des mathématiques
- une représentation de l'enseignement des mathématiques basée sur la résolution de problèmes et par suite sur le développement de compétences mathématiques.

Une tentative de transmission est présentée dans cette communication. Néanmoins, il nous reste à étudier plus précisément le phénomène de transposition didactique de ce type de savoirs et savoir-faire didactiques et à évaluer leurs conditions de transmission, par exemple en suivant et observant des étudiants tout au long de leur formation initiale jusqu'à leurs premières années de pratiques.

3. Discussion lors de la communication

Le problème proposé est apparu à la majorité des participants à l'atelier comme un moyen de développer des compétences mathématiques chez les étudiants et chez des élèves de cycle 3. Les étudiants construisent ces compétences pour eux-mêmes et la confrontation à ce type de problème engage dans la lecture et l'analyse des instructions officielles. Il permet le lien avec les programmes en vigueur en insistant notamment sur un moyen de répondre à l'injonction de centrer l'enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes.

Le lien voulu avec la vie courante dans le problème « *La course* » a été interrogé en termes de modélisation et de validation. Ce problème pose la question de la validation des solutions proposées. En effet, lorsque des réponses sont exposées par les groupes d'étudiants (ou d'élèves), qui doit les valider ou les invalider ? L'enseignant ? Est-il possible de prélever des réponses ailleurs (dans la réalité, sur Internet) et de les confronter à ce qui est exposé par les groupes ? Un lien a notamment été établi avec un travail effectué à partir de l'étude du problème *le géant* sur la compétence *modéliser* à l'école primaire (Wozniak, 2012). Il permet de prolonger la réflexion sur l'enseignement/apprentissage des mathématiques adossé au développement de *compétences mathématiques* préconisé dans les injonctions officielles de l'année 2015.

Nous concluons en soulignant que les échanges avec les participants lors de cette communication et les nombreuses questions soulevées montrent que la formation initiale des futurs professeurs des écoles est un sujet riche et passionnant. En effet, de nombreuses tentatives de formation sont mises en place dans les différentes ESPE en France, malgré toutes les contraintes existantes. La recherche en didactique des mathématiques se doit de continuer à faire de cette formation initiale un de ses terrains d'étude afin d'analyser, de comprendre les différentes actions menées et de valoriser celles qui permettent de développer chez les futurs professeurs des écoles des compétences professionnelles solides.

V. BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE, M. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Unesco. http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776f.pdf

CHARLES-PÉZARD, M., BUTLEN, D. & MASSELOT, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble, La pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. (2ème éd.) Grenoble. La pensée sauvage.

CHOQUET, C. (2014). Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3, Thèse de Doctorat, Université de Nantes. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01185671/

CHOQUET, C. (2017). Profils de professeurs des écoles proposant des problèmes ouverts en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36, 11-47.

CONNE, F. & BRUN, J. (1999). La notion de compétence, révélateur de phénomènes transpositifs dans l'enseignement des mathématiques. In *L'énigme de la compétence en éducation*. J. Dolz J. et E. Ollagnier (Eds). *Raisons éducatives,* n°2, 1-2. Louvain-La-Neuve : De Boek université, 95-114. Disponible en ligne : http://www.unige.ch/fapse/publications-ssed/files/2314/1572/5507/Pages_de_95_ENCOED.pdf

CONNE, F. (2004). Problèmes de transposition didactique, *Petit x*, 64, 62-81.

MEN (2015). Programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège. *Bulletin Officiel Spécial* n°11.

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2 (4), 505-528.

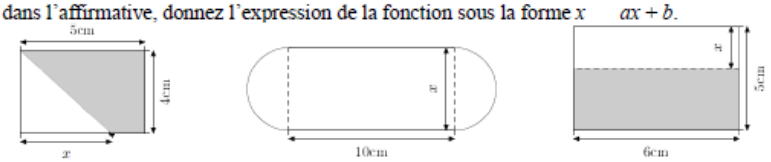
WOZNIAK, F. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école : une étude de cas. Éducation *et Didactique*. 6 (2), 65-88. Disponible en ligne : https://educationdidactique.revues.org/1471

VI. ANNEXE

ANNEXE 1

Exercice 4

Dites si les situations suivantes sont modélisables par des fonctions affines de la variable x ; dans l'affirmative, donnez l'expression de la fonction sous la forme $x \quad ax + b$.



1. l'aire du polygone grisé dans la figure n°1
2. le périmètre de la figure n°2
3. l'aire de la figure n°2
4. l'aire du rectangle grisé dans la figure n°3
5. le périmètre du rectangle grisé dans la figure n°3

Exercice 5 (d'après DNB)

Teva roule en scooter et tout à coup, il aperçoit un piéton. La distance de réaction est la distance parcourue entre le temps où Teva voit l'obstacle et le moment où il va ralentir ou freiner. Teva est en bonne santé, il lui faut une seconde en moyenne pour réagir.

1) Quelle est (en m) la distance de réaction de Teva s'il roule à 54 km/h ?
2) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Vitesse en km/h	45	54	90	108
Distance de réaction en mètres				

3) On appelle x la vitesse, exprimée en km/h, à laquelle roule un conducteur. Exprimer, en fonction de x, la distance de réaction $d(x)$ (il faut une seconde en moyenne pour réagir) et tracer la représentation graphique de la fonction d.

4) Un conducteur roule à la vitesse de 30 km/h.
a. Déterminer graphiquement la distance de réaction de ce conducteur en m. On laissera apparents les traits de construction.
b. Retrouver le résultat de la question précédente par le calcul (en m). Le présenter sous forme de fraction irréductible, puis l'arrondir à l'unité.
c. En utilisant le graphique (on laissera apparents les traits de construction), donner la vitesse à partir de laquelle la distance de réaction est supérieure à 20 m.

Figure 7 Extrait Fiche de TD

1) Ce polygone est un trapèze (rectangle). Son aire est $((5 + (5 - x)) \times 4) / 2$, soit $((10 - x) \times 4) / 2$, ou $20 - 2x$. C'est l'expression de la fonction affine : $x \to -2x + 20$.
2) Le périmètre est la longueur de deux demi-cercles de diamètre x, soit la longueur d'un cercle de diamètre x, augmentée de deux fois 20 cm : $\pi x + 20$, expression de la fonction affine $x \to \pi x + 20$.
3) L'aire de cette figure est celle d'un rectangle de dimensions x et 10, augmentée de celle d'un disque de rayon $x / 2$: $10x + \pi(x / 2)^2 = 10x + \pi x^2 / 4$. Ce n'est pas l'expression d'une fonction affine.
4) Cette aire est $6(5 - x) = -6x + 30$, expression de la fonction affine $x \to -6x + 30$.
5) Ce périmètre est $2 \times 6 + 2 \times (5 - x) = 12 + 10 - 2x = -2x + 22$;
C'est l'expression de la fonction affine $x \to -2x + 22$.

1) 54 *km/h* = 54000 *m/h* = $\frac{54000}{3600}$ *m/s* = 15 *m/s*. La distance de réaction de Teva est 15 *m*.
2) Des calculs analogues à ceux-ci-dessus permettent de remplir le tableau :

Vitesse en *km/h*	45	54	90	108
Distance de réaction en mètres	12,5	15	25	30

3) $d(x)$ est la distance parcourue en une seconde : x *km/h* = $1000x$ *m/h* = $\frac{1000}{3600} x$ *m/s* = $\frac{5}{18} x$ *m/s*. Donc $d(x) = \frac{5}{18} x$.

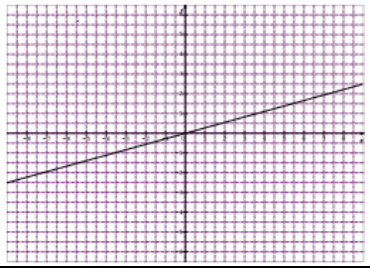


Figure 8 Extrait de Éléments de correction

I. Situation A

Le problème ci-dessous a été donné en évaluation à des élèves de cycle 3.

Énoncé A

À chaque saut, une sauterelle avance de 30 cm. Combien de sauts doit-elle faire pour parcourir 15 mètres ?

1-Dans cet énoncé, qu'est-ce qui indique que la situation est une situation de proportionnalité ?

2-Le problème a été proposé à 4 élèves, E1, E2, E3 et E4 dont les productions sont données en **annexe 2**. Pour chacun des 4 élèves

a. Expliquer, en argumentant à partir des traces écrites de l'élève, si la procédure qui semble avoir été utilisée témoigne d'une mise en œuvre correcte des propriétés mathématiques de la proportionnalité.

b. Émettre une hypothèse sur la cause des erreurs éventuelles.

3-D'un point de vue théorique, cette situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire du nombre de sauts.

c. Expliciter cette fonction.

d. Donner la réponse attendue en utilisant cette fonction.

II. Situation B

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves à l'entrée en sixième.

Énoncé B

6 objets identiques coûtent 150 €. Combien coûtent 9 de ces objets ?

1-Dans cet énoncé, qu'est-ce qui indique que la situation est une situation de proportionnalité ?

2-D'un point de vue mathématique, qu'est-ce qui différencie cet énoncé du précédent ?

3-Proposer trois méthodes possibles pour résoudre cet exercice en cycle 3, et pour chacune expliciter les propriétés mathématiques utilisées.

Figure 9 Exemple d'énoncés remobilisant la notion de proportionnalité

C. L'enseignant propose un autre exercice :

Lorsque je fais une mousse au chocolat pour 8 personnes, j'utilise 6 œufs.
Quand je fais une mousse au chocolat pour 12 personnes, j'utilise 9 œufs.
Combien faudra-t-il d'œufs si je fais une mousse au chocolat pour 20 personnes ?

Analyser les quatre productions des élèves ci-dessous, en précisant les propriétés mathématiques implicitement mobilisées.

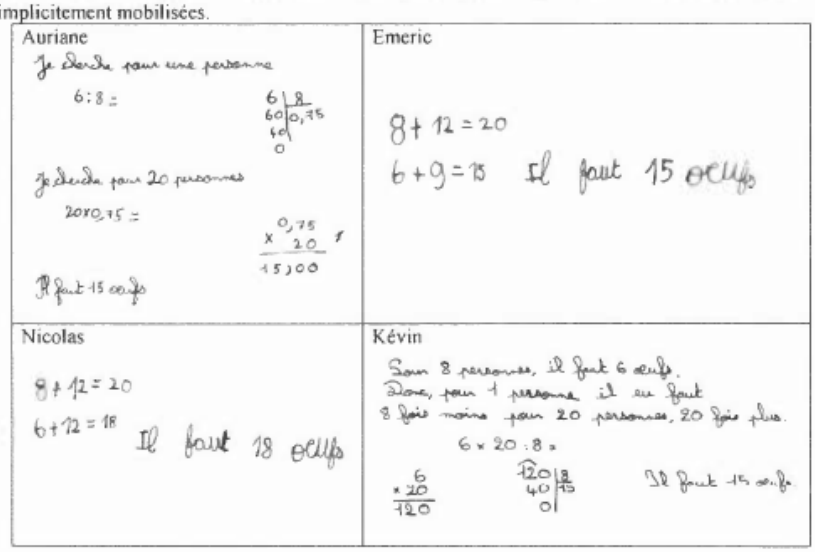
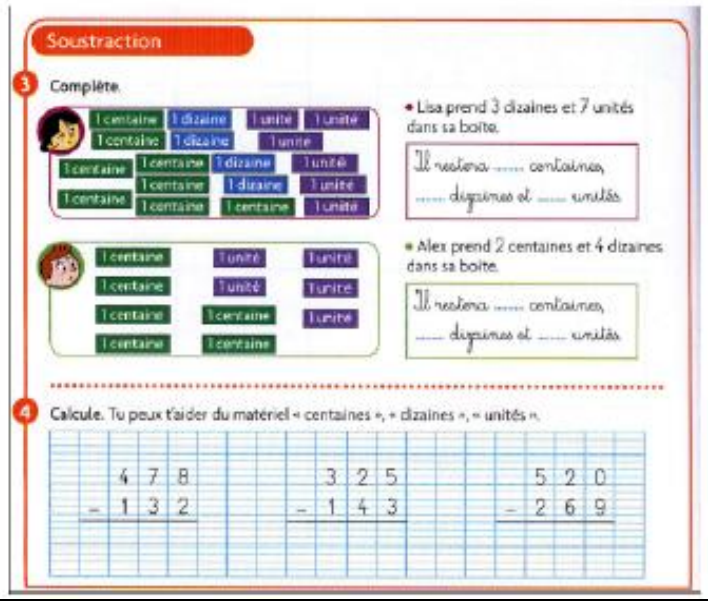


Figure 10 Exemple d'étude de productions d'élèves

Voici un extrait du manuel Cap Maths CE1 (Hatier):



Exercice 1 : (*extrait du Cap maths CE1, Hatier*)

Concernant l'exercice 3 :

Indiquer la procédure qui semble attendue en CE1 pour résoudre cet exercice 3.

Sur quelle propriété de notre système de numération, cette procédure s'appuie-t-elle ?

Quelle aide pourrait-on prévoir afin de palier aux difficultés de certains élèves ?

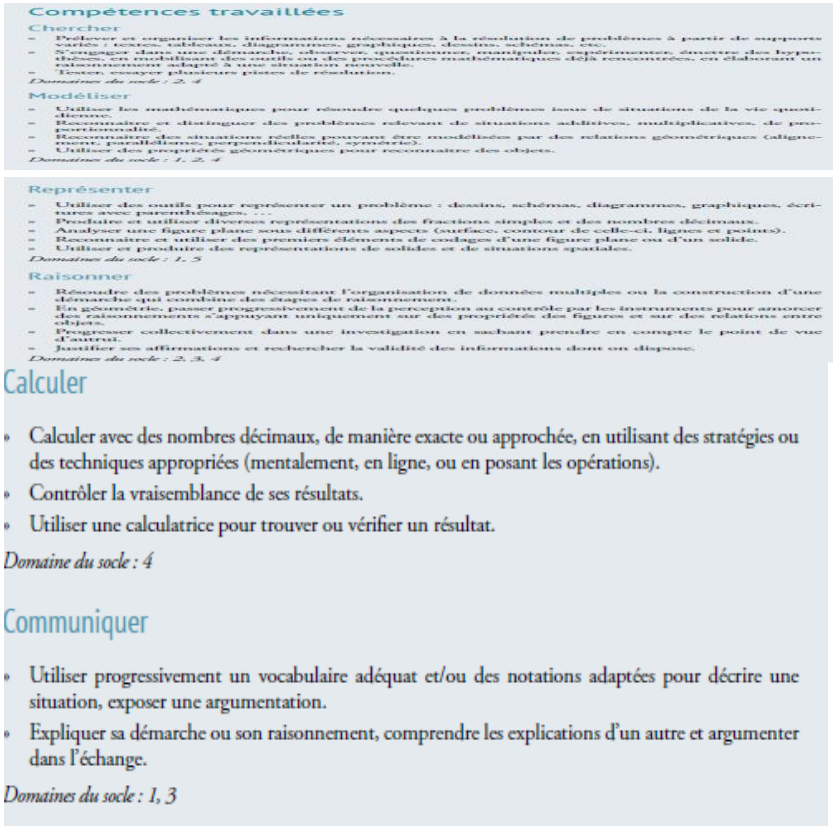
Concernant l'exercice 4 :

L'exercice 3 sert à préparer le travail sur une technique opératoire de la soustraction à utiliser dans l'exercice 4. Est-ce la technique traditionnelle française de la soustraction qui est travaillée ici ? Si ce n'est pas le cas, de quelle technique s'agit-il ?

Dans tous les cas, justifier la réponse en s'appuyant sur l'exemple de la soustraction posée dans l'exercice : 325 – 143.

Figure 11 Sujet s'inspirant du CRPE : analyse d'extrait de manuel scolaire

ANNEXE 2



Compétences travaillées

Chercher

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Domaines du socle : 2, 4

Modéliser

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
- Reconnaître des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).
- Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.

Domaines du socle : 1, 2, 4

Représenter

- Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthèses, ...
- Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.
- Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).
- Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.
- Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.

Domaines du socle : 1, 3

Raisonner

- Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.
- Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

Domaines du socle : 2, 3, 4

Calculer

- Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Domaine du socle : 4

Communiquer

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Domaines du socle : 1, 3

Figure 12 Extrait Bulletin Officiel Spécial n°11, cycle 3, p.203

DE LA SITUATION-PROBLÈME À L'ANALYSE DIDACTIQUE : EXEMPLE DE LA CONSTRUCTION DU CÔNE EN FORMATION INITIALE DES M1

Françoise JORE
Maître de Conférences, Université Catholique de l'Ouest - Angers
Equipe PESSOA UCO
jore@uco.fr

Isabelle TRIN-DAGUE
Formateur, ISFEC IND-E -Angers
i.dague@ind-esperance.org

Résumé
Dans les séances de géométrie dans l'espace pour les étudiants de M1 du Master MEEF, parcours premier degré, une séance de construction de cône est proposée. Il s'agit ensuite de faire une analyse didactique détaillée de la situation avec les étudiants. Les concepts didactiques peuvent alors être un outil d'analyse, qui permet de mieux comprendre certains éléments du déroulement de la séance, dans le but d'un transfert dans des activités pour la classe mais également de favoriser l'appropriation des connaissances et compétences mathématiques en jeu dans la construction demandée. Celles-ci sont nouvelles pour une majorité d'étudiants, ce qui va favoriser du point de vue du formateur la mise en œuvre d'une « stratégie d'homologie-transposition » (Kuzniak, 1994) ou plus précisément une « stratégie d'homologie enrichie par des réflexions d'ordre didactique », (Celi & Jore, 2014). Ce texte explicitera l'analyse mathématique et didactique de la situation proposée, proposera quelques résultats de mises en œuvre de cette séance, et mettra en évidence les divers concepts didactiques pouvant être travaillés avec les étudiants dans le cadre de cette activité.

Si la formation des professeurs des écoles a évolué ces dernières années en France, notamment suite à la nécessité d'obtenir un master, il reste un problème constant pour les formateurs : optimiser le peu de temps dont ils disposent pour former les étudiants, à la fois sur le plan mathématique et didactique, les préparer à obtenir le concours de recrutement de professeur des écoles, mais aussi à être enseignant ; l'expérience nous incitant à penser que les deux ne sont pas nécessairement liés. C'est dans cet esprit que s'insère ce texte, à la suite des communications à la COPIRELEM sur l'utilisation de pliages et de constructions à la règle et au compas (Jore, 2013), ou de la règle à bords parallèles (Celi & Jore, 2014), en formation des M1. Il s'agit cette fois d'exploiter une autre situation : la construction d'un cône.

La consigne donnée aux étudiants est simple : « Vous devez construire un cône dont la base a un rayon de 6 cm et de hauteur 8 cm ». Les lecteurs qui ne sont pas familiers de cette situation pourront lire directement une solution en annexe.

Remarque. Un problème se pose quant à l'utilisation du mot patron. Celui-ci est sans aucune difficulté utilisé pour les polyèdres. Il s'agit d'une figure plane en un seul morceau qui, par pliage, va permettre de construire le solide attendu, sans trou ni recouvrement. Pour le cône, il faudra accepter que le contact entre les deux éléments (disque pour la base du cône et portion de disque pour la surface latérale), ne se fasse qu'en un seul point. Du point de vue théorique, puisqu'il y a un point de contact, on peut considérer qu'il n'y a qu'un seul morceau. Bien sûr, du point de vue pratique, c'est un plus compliqué au moment du découpage… L'expression « représentation plane » étant trop vague parce qu'elle recouvre différents types de représentations, et n'ayant pas trouvé de terme spécifique pour le cône ou le cylindre par exemple, nous avons choisi de garder ce terme de patron pour le cône.

I - POUR QUI ? POUR QUOI ?

1 Le contexte

La population qui nous intéresse est celle des futurs professeurs des écoles, dans leur première année de formation en Master, l'année où ils présentent le concours de professeur des écoles.

1.1 Une population hétérogène, peu scientifique

Ces étudiants ont des parcours très variés, puisqu'ils peuvent avoir passé un diplôme à Bac + 3 dans n'importe quel domaine, voire pas de diplôme du tout pour certains cas particuliers. Certains peuvent avoir fait des suppléances, allant de quelques semaines à quelques années. Certains ont suivi en licence des enseignements de formation préprofessionnelle aux métiers de l'enseignement, avec ou non des stages en établissement scolaire, en école ou ailleurs. Mais la différence la plus significative pour ce qui nous intéresse ici est leur niveau de connaissances et de compétences en mathématiques, et plus particulièrement en géométrie dans l'espace. Si quelques-uns d'entre eux sont titulaires d'un baccalauréat puis d'une licence scientifique, ils sont peu nombreux. La plupart ont fait très peu de mathématiques depuis le lycée, parfois même déjà au lycée, et quasiment jamais de géométrie après leur baccalauréat. Une difficulté se pose donc pour le formateur s'il veut proposer à tous ses étudiants une activité qui permette de travailler ensemble, sans que les uns s'ennuient (parce qu'elle serait trop simple pour les scientifiques), ni que les autres soient perdus (parce qu'elle serait trop complexe pour les moins armés en mathématiques).

1.2 Des objectifs multiples dans un temps limité

L'objectif de cette première année de master est double : permettre aux étudiants de réussir le concours de recrutement de professeur des écoles, c'est leur préoccupation majeure, mais aussi de se former pour être enseignant, ce qui est surtout la préoccupation des formateurs. Ces deux objectifs ne sont pas toujours faciles à faire cohabiter, certaines questions du concours étant parfois loin des problèmes du terrain. Proposer des activités qui permettent de faire les deux simultanément est alors le travail du formateur, d'autant plus que le temps qui lui est imparti est souvent assez limité.

2 Une certaine idée de la formation

La stratégie de formation qui répond à ces objectifs multiples relève de plusieurs modèles. Nous reprenons ici la classification de Kuzniak (Kuzniak, 1994) pour décrire les différents aspects de notre situation de formation.

2.1 Stratégie culturelle

Dans le cadre de la préparation du concours, il s'agit avant tout de rendre l'étudiant capable d'effectuer un patron de cône. Il y a là une connaissance mathématique qu'il faut construire, car elle est inexistante chez la plupart des étudiants, même les scientifiques. La stratégie utilisée peut donc être d'abord de ce point de vue considérée comme culturelle, du fait que : *« Les stratégies culturelles […] privilégient l'accroissement des connaissances dans le domaine mathématique sans préjuger de la mise en œuvre opérée dans les classes par les étudiants […] Ces stratégies intègrent avant tout le savoir qui fait l'objet de tous les efforts des formateurs : les mathématiques » (Kuzniak, 1994, p. 47).*

2.2 Stratégie basée sur l'homologie

Là où nous nous différencions de stratégies seulement culturelles, c'est que nous nous soucions de la mise en œuvre des connaissances mathématiques dans les classes par les étudiants. Il s'agit donc en partie d'une situation d'homologie : *« Stratégie où le professeur utilise (ou tente d'utiliser) un mode de transmission identique à celui qu'il souhaite voir utiliser par ses étudiants lorsque ceux-ci enseignent dans les classes* (*Kuzniak, 1994, p. 51)*. Le modèle que nous retenons est le modèle constructiviste ou socio-constructiviste. Il s'agit donc de faire vivre aux étudiants une situation mathématique qui soit une situation-problème, nous reviendrons un peu plus loin sur cet aspect, dans le cadre d'un travail de

groupe qui doit favoriser des interactions permettant ainsi à l'élève de faire avec les autres ce qu'il n'aurait pas pu faire seul.

2.3 Stratégie basée sur la transposition

« Les stratégies basées sur la transposition se différencient radicalement des précédentes par l'insistance qu'elles accordent à la transmission d'un savoir de référence. Elles se rapprochent ainsi des stratégies culturelles mais prennent en compte la professionnalisation des étudiants à la différence de ces dernières uniquement fixées sur les connaissances mathématiques. » (Kuzniak, 1994, p. 53). Parmi elles, Kuzniak distingue : *« les stratégies basées sur l'homologie enrichies par la didactique » (Kuzniak, 1994, p. 54)*. C'est dans ce type de stratégies de formation que nous nous inscrivons, dans la mesure où nos objectifs sont multiples : développer des connaissances et compétences mathématiques (autour du patron de cône), mais aussi pédagogiques et didactiques, dirigées vers la troisième partie de l'écrit de mathématiques du concours de professeur des écoles mais aussi vers la formation professionnelle de ces futurs enseignants. Nous développerons dans la suite les aspects pédagogiques et didactiques qui vont pouvoir être travaillés à partir de cette situation de formation.

II - ASPECTS MATHÉMATIQUES

Nous allons dans cette partie présenter la première partie de la séance.

1 Construction d'une pyramide

À la séance précédente, un autre patron est travaillé : celui d'une pyramide. La consigne est : construire une pyramide à base carrée de 15 cm de côté et de 10 cm de hauteur. Il n'est pas précisé dans l'énoncé si la pyramide doit être droite. C'est en général cependant ce que les étudiants construisent, au moins dans un premier temps. Les groupes les plus rapides sont ensuite invités à construire un « coin de cube » respectant les mêmes contraintes, c'est-à-dire une pyramide à base carrée dont le sommet se projette perpendiculairement sur un sommet de la base. En dernière intention, quand un groupe résout rapidement ces deux problèmes, un dernier défi est proposé : un point A est marqué de manière aléatoire sur la base carrée de 15 cm de côté sur une des pyramides construites précédemment et il s'agit alors de construire la pyramide à base carrée de 15 cm de côté et de hauteur 10 cm dont le sommet se projette perpendiculairement sur le point A.

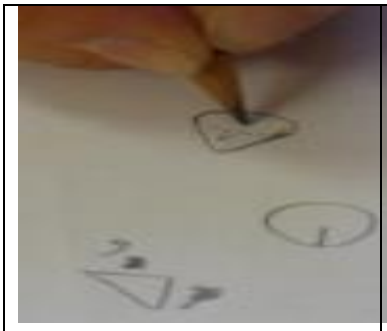
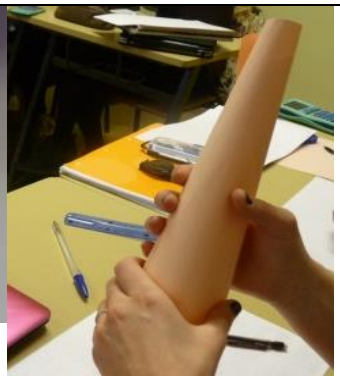
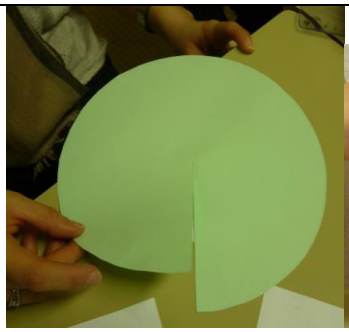
La construction de la première pyramide permet de faire émerger une difficulté : comment obtenir la bonne hauteur ? Elle permet en particulier de faire la distinction entre la hauteur de la pyramide et le côté d'une face triangulaire, ou la hauteur d'une face triangulaire. Nous ne détaillerons pas cette séance mais nous comprenons ainsi que, lorsque les étudiants vont ensuite travailler sur le cône, la différence entre hauteur du cône et longueur des segments de génératrices qui délimitent le cône doit être facilement repérée.

2 Construction d'un cône

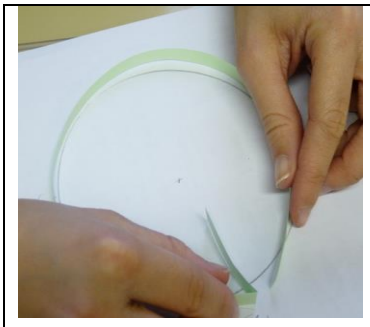
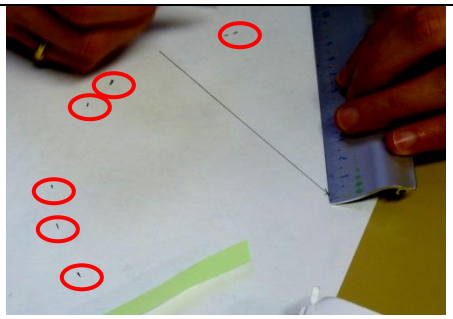
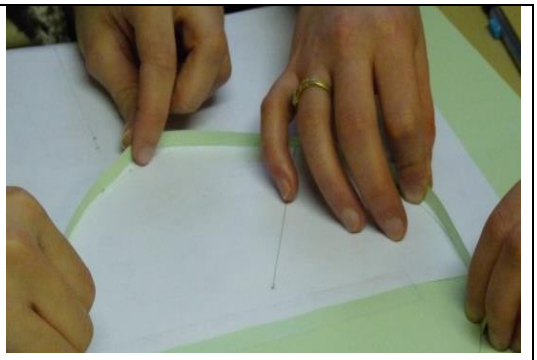
La séance sur le cône commence par la consigne : « Vous devez construire un cône dont la base a un rayon de 6 cm et de hauteur 8 cm ». Les étudiants sont installés par groupes de 3 ou 4. Du matériel est disposé sur une table au centre de la salle : feuilles de papier A3, scotch, ciseaux, pour éviter que le matériel ne soit un souci.

2.1 Un premier patron par tâtonnement

Très vite, les groupes se mettent au travail, avec des productions variées. Pour une partie des groupes, le premier enjeu est de prendre conscience que le patron va être constitué d'un disque et d'une portion de cône, ce qui n'est pas évident pour tous *a priori* !

		 
Groupe 1 Dessin d'un cône en perspective.	Groupe 2 Rouler la feuille pour se donner une idée de la forme du patron.	Groupe 3 Inspiration chapeau chinois : tracer un cercle, découper, faire une fente jusqu'au centre et superposer.

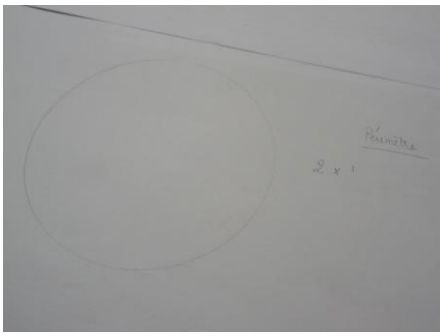
Pour certains, le nombre de connaissances non disponibles[1] est assez important. Prenons l'exemple de ce groupe 4 :

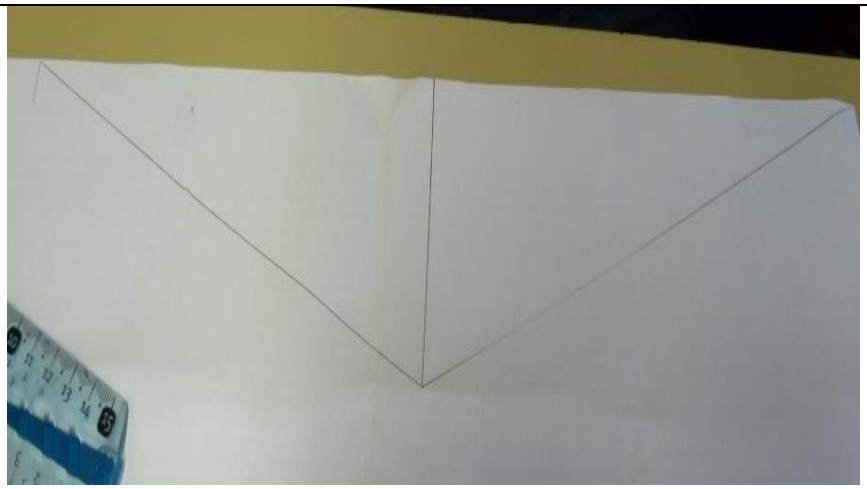
		
Ils ne sont pas à l'aise dans les calculs et il faut leur suggérer des outils pour reporter une mesure.	Bien sûr, ils savent que les points d'un cercle sont tous à la même distance du centre mais quand il s'agit de placer des points à 10 cm du centre, le compas n'est pas l'instrument qui leur vient à l'esprit…[2]	Avec ce groupe, l'objectif de travail sur la proportionnalité entre longueur de l'arc et mesure de l'angle sera momentanément laissé de côté au profit d'une réflexion sur le cercle.

Petit à petit, les groupes construisent le cône attendu, comme le montre cet exemple pour le groupe 5 :

[1] Robert (1995, p. 12) définit ainsi les connaissances mobilisables et les connaissances disponibles : *« Nous distinguons pour les élèves : le fait d'utiliser des connaissances indiquées ; le fait de penser à utiliser des connaissances alors que rien n'est indiqué à leur propos. Dans le premier cas, nous dirons que les élèves savent* mobiliser *leurs connaissances (par exemple employer un théorème ou une technique clairement signalés). Nous parlerons de connaissances mobilisables. Dans le second cas, nous parlerons de connaissances* disponibles*. Cela ne peut être le cas que si les documents fournis aux élèves ne sont pas extraits d'un chapitre du manuel ».*

[2] Les cercles ont été ajoutés pour montrer le travail des étudiants qui placent un à un une dizaine de points à 10 cm du centre avant de se rendre compte qu'ils auraient pu utiliser le compas !





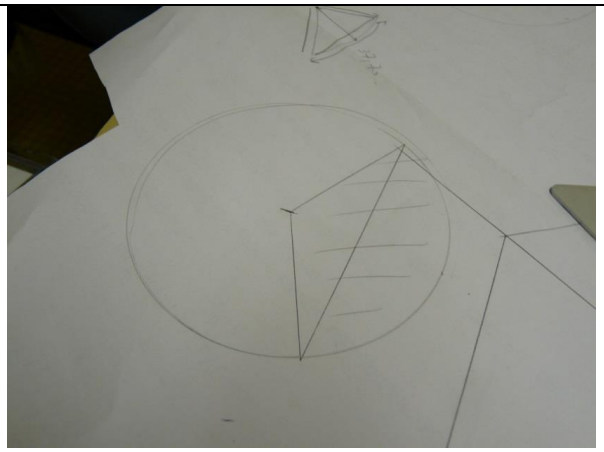
Étape 1 : « *On trace un cercle de rayon 6 cm.* »

Étape 2 : « *On calcule le périmètre du cercle.*

Ensuite on trace un triangle de base le périmètre du cercle de 6 cm et de hauteur 8 cm. On découpe mais cela n'aboutit pas. »



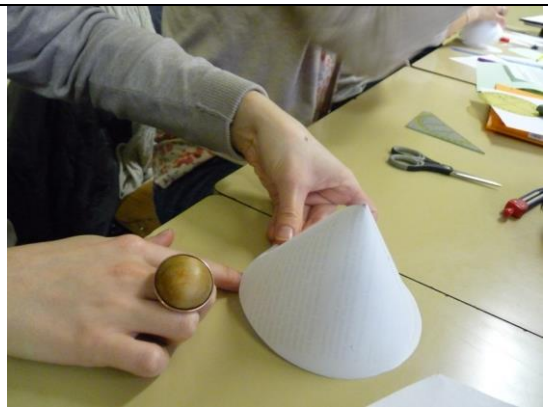




Étape 3 : « *On fait une petite maquette de cône, on découpe pour le poser à plat et on se rend compte que dans le patron, il y a un arrondi.* »

Étape 4 : « *On cherche à connecter le périmètre du cercle de 6 cm et l'arrondi qu'il doit y avoir dans le patron.*

On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle dont les côtés mesurent 6 cm et 8 cm, on trouve 10 cm et on trace un cercle de rayon 10 cm. On se rend compte qu'il faut « enlever » une partie de ce disque. »

	
Étape 5 : « *Par tâtonnement, on enlève en découpant une partie du disque pour que le « cône » s'ajuste avec la base du disque de rayon 6 cm.* »	Étape 6 : « *On mesure avec un rapporteur l'angle sur la partie que l'on a découpée et on trouve 146 degrés.* »

2.2 Un second patron par calcul

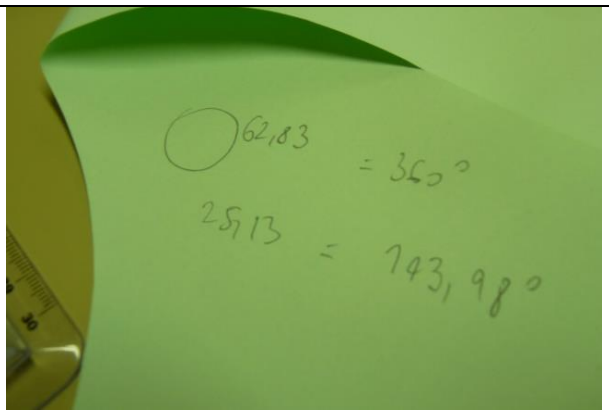
Au fur et à mesure que les groupes ont obtenu un patron par tâtonnement, ils sont invités à en obtenir un directement en déterminant l'angle du secteur de disque *a priori*. Même si la plupart des groupes met en œuvre la méthode décrite en annexe, il est intéressant de repérer quelques démarches qui permettent d'obtenir le résultat, et qui ne sont pas forcément celles attendues *a priori*. Elles sont favorisées par les valeurs numériques choisies, et en particulier le rapport simple $(\frac{6}{10})$ entre le rayon et par conséquent le périmètre des deux cercles qui entrent en jeu.

Le groupe 6, par exemple, construit un tableau de proportionnalité, qui n'est pas celui attendu *a priori* :

Rayon (en cm)	10	6
Périmètre du cercle (en cm)	$2\times\pi\times10$	$2\times\pi\times6$

puis formule ainsi son raisonnement : « *pour passer de* 20π *à* 12π*, il y a une baisse de 40 %. Il faut donc enlever 40 % du disque de rayon 10 cm. 10 %, c'est 36°, donc 40 %, c'est* $4\times36°=144°$ ».

Reprenons le groupe 5 cité précédemment et regardons la suite de leur travail. Ce groupe travaille également sur ce qu'il faut enlever, mais de manière un peu différente du précédent.

	
Étape 7 : « *On cherche à retrouver ces 146° par le calcul.* *Suite à la remarque d'un autre étudiant, on cherche à faire le lien avec 360° ».*	Étape 8 : « *Le périmètre du cercle de rayon 10 cm est d'environ 62,8 cm.* *62,8 cm cela correspond à 360°.* *La longueur de l'arc de cercle que l'on a enlevé est : 62,8 – 37,7 (valeur approchée du périmètre du cercle de rayon 6 cm), c'est-à-dire 25,1 cm.*

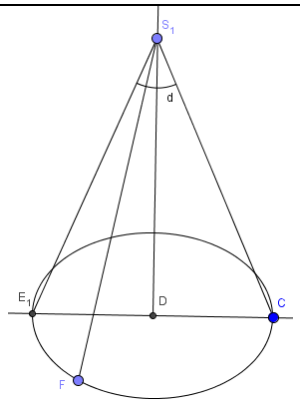
	25,1 cm, cela correspond à environ 144°. *Ça marche on avait mesuré au rapporteur 146° et par le calcul, on trouve 144° »*

2.3 Mise en commun

Quand tous les groupes ont obtenu un patron de cône, avec ou sans calcul de l'angle qui détermine la portion de disque, une phase de mise en commun des procédures et de mise en évidence de la procédure experte va être faite. Elle est l'occasion d'insister sur plusieurs aspects.

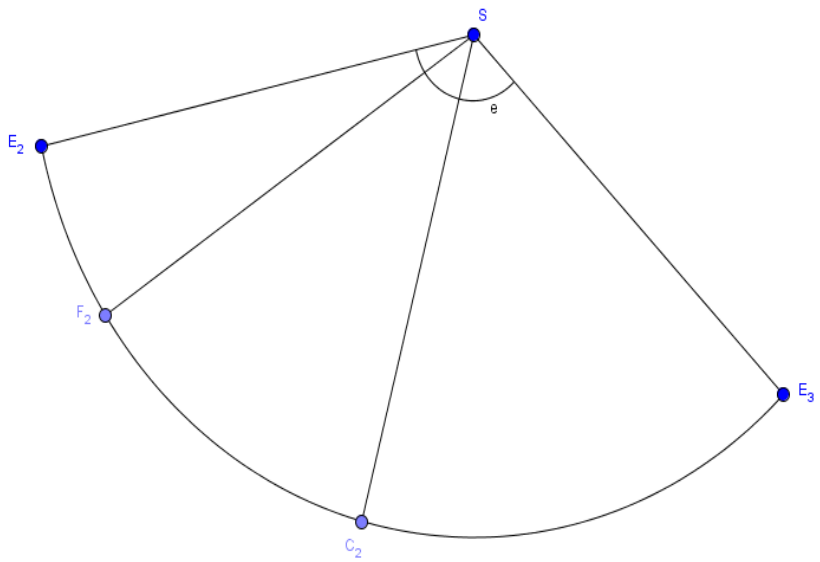
Le premier d'entre eux est bien sûr l'élément qui a posé le plus de difficultés aux étudiants : le repérage de la proportionnalité entre la longueur de l'arc et l'angle qui intercepte cet arc sur un cercle, en faisant observer l'effet sur la longueur de l'arc si on prend le disque entier, ou la moitié, ou le quart. Il s'agit de faire verbaliser que prendre un quart de cercle, c'est aussi prendre un quart de l'angle, mais aussi un quart de la longueur de l'arc. Cette relation est alors certes formalisée dans un tableau de proportionnalité (cf. annexe), mais aussi sous la forme d'une égalité qui met en évidence cette proportionnalité : pour un cercle de rayon fixé R, la longueur L en centimètres de l'arc α intercepté par l'angle est $L = R\alpha$ si α est exprimé en radians et R en centimètres. Cette formule a peu d'intérêt du point de vue pratique dans la suite puisque les angles sont rarement exprimés en radians, mais elle permet de mettre en évidence la linéarité de la relation, pour peu qu'un travail ait été fait sur la proportionnalité et les fonctions linéaires par ailleurs.

Un second aspect est mis en évidence, qui est la nécessité dans cet exercice de travailler sur différents types de représentations planes du cône, et de faire des liens entre ces différentes représentations. On utilise en général un dessin en perspective cavalière pour rassembler les informations dont on dispose. Sur cette représentation en perspective, on va pouvoir mettre en évidence un triangle rectangle qui permettra de déterminer la longueur des segments de génératrices du cône. On a alors implicitement superposé une vue de face ou, si on préfère, une vue en coupe du cône, selon un plan perpendiculaire à la base et qui passe par l'axe de symétrie du cône. Dans un second temps, il faudra obtenir le patron du cône, qui est une autre forme de représentation plane du cône. Une des difficultés est de faire le lien entre ces trois types de représentations, voir sur chacune d'elles les segments de génératrices, ne pas voir sur le morceau de patron l'angle au sommet qui apparaît sur la représentation en perspective cavalière (les étudiants, au moment de déterminer l'angle de la portion de disque qui va constituer la partie non plane du cône, notée e sur la figure ci-dessous à droite, pensent en première intention que cet angle est égal à l'angle, noté d ci-dessous à gauche, qui apparaît au sommet du cône sur la perspective cavalière. Certains se lancent dans des calculs de trigonométrie pour essayer de le déterminer).



Superposion de **deux** représentations :

- Une perspective cavalière du cône
- Une coupe selon un plan vertical passant par l'axe du cône.



Représentation plane d'un morceau du patron de cône.

III - SYNTHÈSE DIDACTIQUE

Dans la première partie de la séance, les étudiants ont construit un patron de cône puis le formateur a explicité ou fait expliciter une procédure experte pour résoudre le problème. La seconde partie va consister en une analyse didactique de cette première partie. Le postulat est que cette analyse peut permettre simultanément de renforcer les connaissances mathématiques travaillées précédemment mais aussi de favoriser la construction de concepts didactiques utiles pour les professeurs des écoles.

1 Les difficultés de la situation

Une première entrée est celle des difficultés de la situation.

1.1 Une connaissance non disponible[3]

La première de ces difficultés est la proportionnalité entre la longueur de l'arc de cercle et l'angle qui l'intercepte sur le cercle. D'une part, il est intéressant de faire repérer comment certains groupes ont exploité de manière implicite cette proportionnalité (groupe 6, par exemple), sans être capables de la verbaliser. Les étudiants peuvent alors prendre conscience que reconnaître une situation de proportionnalité n'est pas nécessairement un préalable à sa résolution. De ce fait, l'institutionnalisation est indispensable : c'est elle qui permet de passer de l'implicite à l'explicite, étape nécessaire à défaut d'être suffisante pour un réinvestissement de la connaissance.

D'autre part, les différentes étapes que le formateur a mises en place peuvent être explicitées :

- faire émerger cette relation au travers d'un raisonnement du type : si l'angle est deux fois plus grand, la longueur de l'arc de cercle est deux fois plus grande, raisonnement caractéristique de la proportionnalité, très souvent utilisé avec les élèves à l'école ;
- formaliser cette relation dans un tableau ;
- formaliser cette relation par une relation algébrique, et faire le lien entre fonction linéaire et proportionnalité.

L'idée est ici de montrer comment on a multiplié les points d'appui, les cadres en jeu, pour favoriser la construction et la mémorisation de la connaissance visée.

1.2 Multiplicité des concepts en jeu

Une deuxième difficulté est la multiplicité des concepts mathématiques qui entrent en jeu dans cette situation. Une liste, probablement non exhaustive, peut être faite dans un tableau comme le suivant :

Domaines mathématiques	Connaissances	Capacités
Organisation et gestion de données	Proportionnalité	Repérer la proportionnalité entre angle et longueur de l'arc Déterminer une quatrième proportionnelle (Utiliser les pourcentages)
Nombres et calculs	Carrés Racines carrées Nombre π	Calculer avec le théorème de Pythagore : utiliser les carrés et les racines carrées Calculer avec des valeurs exactes/approchées
Géométrie plane	Théorème de Pythagore Cercle Secteur angulaire	Appliquer le théorème de Pythagore pour déterminer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle Utiliser le compas pour tracer des (grands) cercles et des arcs de cercles

[3] au sens de Robert (1995, p. 12)

Géométrie dans l'espace	Cône, génératrice Patron Perspective cavalière Coupe	Se représenter l'objet cône dans l'espace Passer de l'espace au plan, du plan à l'espace Passer d'un mode de représentation du cône à un autre
Grandeurs et mesures	Formule de la longueur du cercle Angle Longueur	Appliquer la formule de la longueur du cercle Utiliser le rapporteur pour construire un angle de mesure donnée

Ce tableau met en évidence la complexité, et donc la richesse, de la situation. C'est en outre l'occasion de retravailler avec les étudiants différents domaines mathématiques, et notamment de distinguer celui des grandeurs et mesures et celui de la géométrie : l'angle est plus souvent attaché par les étudiants à la géométrie qu'au domaine des grandeurs. Les concepts de connaissance et de capacité (ou compétence) peuvent également être revus.

1.3 Représentations planes des solides

Une troisième difficulté, déjà signalée, est le fait que plusieurs représentations planes du cône sont nécessaires parce que complémentaires, dans cet exercice, et il faut s'entraîner à passer de l'une à l'autre. Comme toute représentation plane d'un solide, chacune d'elles conserve certaines des propriétés du solide, mais jamais toutes. On peut notamment repérer que :

- La perspective cavalière ne conserve pas toutes les longueurs : les segments [SE] et [SF] par exemple sont représentés par des segments qui ne sont pas de la même longueur.
- Elle ne conserve pas non plus les angles. Si l'angle SDC est facilement reconnu comme un angle droit, l'angle SDF qui en est un aussi est représenté par un angle obtus.
- Sur le patron, certains points apparaissent plusieurs fois (le point E dans l'exemple ci-dessus).

2 Une situation-problème

Une deuxième entrée est celle de la typologie des problèmes. Nous avons annoncé, dans ce texte et aux étudiants, que la situation présentée est une situation-problème, au sens de Arsac & al. (1991). Ce type de situation est souvent conseillé aux étudiants pour leur permettre de faire construire aux élèves des connaissances mathématiques. Il est intéressant d'en étudier les principales caractéristiques, pour que les étudiants puissent en prendre conscience et mieux appréhender leurs effets à partir de l'expérience qu'ils viennent de vivre. Les caractéristiques ci-dessous sont reprises à partir de Arsac & al. (1991, p. 99) et Douady (1986, p. 13) et spécifiées à cet exemple.

2.1 Construire une connaissance nouvelle…

Situation-problème signifie qu'elle a pour fonction :

- de permettre à l'apprenant de construire une (voire plusieurs) connaissance(s) nouvelle(s). Les principales, dans notre exemple, sont :

1. Le patron d'un cône est constitué d'un disque et d'une portion de disque.
2. La longueur d'un arc sur un cercle est proportionnelle à l'angle qui intercepte cet arc,

- et de développer une compétence qui leur est associée, construire un patron de cône.

2.2 … à partir de connaissances anciennes…

Les connaissances sur lesquelles les étudiants peuvent s'appuyer pour construire ces nouvelles connaissances sont :

1. la distinction entre génératrice et hauteur, cette connaissance devant avoir été construite lors de la construction d'une pyramide ;
2. le concept de patron : les étudiants ont déjà eu l'occasion de construire des patrons de polyèdres avant cette séance ;
3. la proportionnalité ;

et nous pourrions citer ici toutes les connaissances apparaissant dans le tableau précédent mettant en évidence la multiplicité des concepts en jeu.

2.3 … en faisant intervenir des jeux de cadres

Deux cadres au moins sont en interaction permanente dans cette situation : le cadre géométrique des solides et celui des grandeurs proportionnelles.

2.4 Engagement dans la tâche

« *L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème. L'élève peut envisager ce qu'est une réponse possible au problème.* » (Arsac & al., 1991, p. 99). Avant la séance de construction du cône, les étudiants ont été invités à construire un patron de pyramide sous certaines contraintes. Ils savent ce qu'est un patron et peuvent faire des essais. C'est d'ailleurs ce qui se passe à chaque fois : les étudiants n'hésitent pas à tracer, découper, plier, etc. La consigne est simple et chacun envisage sans difficulté à quoi doit ressembler le résultat attendu, chacun peut s'engager immédiatement dans la tâche.

2.5 Connaissances insuffisantes

« *Les connaissances de l'élève sont en principe insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème.* » (Arsac & al., 1991, p. 99). De fait, même dans le cas le plus favorable où les étudiants envisagent directement le patron comme étant constitué d'un disque et d'une portion de disque, le calcul de l'angle permettant d'obtenir la portion de disque n'est quasiment jamais immédiat.

2.6 Validation autonome

« *La situation-problème doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou pas.* » (Arsac & al., 1991, p. 99). En effet, les étudiants savent ce qu'est un cône. Il leur suffit donc de mettre deux petits morceaux de scotch pour vérifier que la forme obtenue est bien un cône d'une part, et de mesurer sa hauteur pour vérifier qu'elle fait bien environ 8 cm, d'autre part. Les groupes qui commencent par tracer un triangle isocèle, comme le groupe 5 par exemple, n'ont pas besoin de l'intervention du formateur pour se rendre compte que « *ça n'aboutit pas* ». Ces contrôles permettent non seulement d'invalider une conjecture, mais aussi d'enrichir la réflexion en suggérant des pistes nouvelles. En revanche, il faut avouer que c'est parfois le formateur qui doit mesurer devant eux la hauteur du cône pour qu'ils prennent conscience que celle-ci ne mesure pas 8 cm.

2.7 Connaissance adaptée

« *La connaissance que l'on désire voir acquérir par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève.* » (Arsac & al., 1991, p. 99). Dans le cas du patron de cône, les connaissances qui ont été citées précédemment sont bien celles qui sont nécessaires pour construire le cône demandé.

3 La théorie des situations

Il ne suffit pas que la situation ait les bonnes caractéristiques pour qu'elle produise des effets, il faut également que la mise en œuvre respecte quelques conditions. Une entrée pour étudier cette mise en œuvre peut être celle de la *théorie des situations* de Brousseau (Briand & Chevalier, 1995, p. 28 et p. 145 à 147). Cette théorie est riche et complexe et il n'est pas question avec les futurs enseignants de tout développer. Les phases de dévolution, action, formulation, validation, institutionnalisation nous paraissent néanmoins être des outils efficaces pour l'analyse et la construction de séances de mathématiques à l'école et méritent donc d'être travaillées avec les étudiants en formation. On peut faire

repérer les différentes phases qui ont eu lieu dans la situation de construction du cône et faire verbaliser les effets, attendus mais aussi effectifs. C'est aussi l'occasion de travailler sur d'autres concepts riches en didactique : les paradigmes géométriques ou la dialectique outil-objet.

3.1 Dévolution

Dans un premier temps, le problème de la construction du cône doit devenir celui des étudiants. Ils doivent en prendre la responsabilité. Cela passe par une acceptation de la tâche à réaliser. Celle-ci ne doit pas leur apparaitre trop simpliste ; ce n'est pas parce qu'il faut faire du découpage que le formateur les prend pour des enfants. Les étudiants doivent accepter l'idée qu'en effectuant la tâche, ils vont apprendre quelque chose d'important. Elle ne doit pas apparaître non plus trop difficile. Si le formateur leur donne ce problème, c'est parce qu'il sait qu'ils peuvent le résoudre. L'ambiance dans la classe, le matériel disponible, la résolution lors d'une séance préalable d'un patron de pyramide, sont autant d'éléments, dans le cas présent, qui favorisent la dévolution du problème aux étudiants.

3.2 Action

Très vite, les étudiants sont entrés en action. Un élément constitutif de cette situation d'action est le milieu, ici constitué, entre autres, des autres étudiants et du matériel à disposition. Ce sont les interactions avec toutes les facettes de ce milieu qui permettent à chacun de construire petit à petit une solution au problème.

3.3 Formulation

Il n'y a pas eu de situation spécifique de formulation mise en œuvre dans cette activité, dans le sens où il n'a pas été explicitement demandé aux étudiants d'expliquer à la classe ce qu'ils avaient fait, comment ils l'avaient fait, pourquoi, etc. Mais bien entendu, les étudiants travaillant par groupes, ont discuté, au minimum à l'intérieur du groupe, parfois avec les autres groupes, souvent avec le formateur. On peut donc leur faire repérer le rôle des interactions langagières dans la résolution du problème.

3.4 Validation et paradigmes géométriques

Le travail sur la validation est l'occasion d'un pas de côté vers les paradigmes géométriques. Nous nous appuierons ici sur un tableau extrait de Jore (2006, p. 97) qui définit les paradigmes G1 et G2, construit dans le cadre de la géométrie plane.

	G1 : Géométrie spatio-graphique	G2 : Géométrie proto-axiomatique
Statut du dessin	objet géométrique étudié	représentant d'un objet géométrique théorique
Nature de l'objet géométrique étudié	dessin (réalité spatio-graphique)	objet géométrique théorique défini par une formulation discursive
Type de validation	essentiellement perceptif	uniquement hypothético-déductif
Outils de validation	règle (graduée ou non), équerre, compas, papier calque, papier quadrillé, …	règles de la logique et théorèmes de la géométrie euclidienne
Nature des expériences	effectives (le plus souvent)	mentales, virtuelles
Constructions	réalisation effective (physique, matérielle) d'un tracé	algorithme d'obtention d'un objet sous contraintes fixées
Instruments de construction	règle (graduée ou non), équerre, compas, papier calque, papier quadrillé, …	objets et théorèmes de la géométrie euclidienne
Définitions	basées sur la perception et l'exclusion, par opposition	basées sur les propriétés géométriques et l'inclusion, par caractérisation

On a en effet vu apparaître deux types de résolution du problème. Les uns ont fonctionné par tâtonnement (groupe 6, étape 3), ou par découpage d'un rayon, enroulement du disque sur lui-même pour adapter à la base puis découpage pour éviter la superposition (groupe 3). Leur mode de validation est essentiellement perceptif. Ils fonctionnent spontanément dans le paradigme G1. La plupart des groupes ont, dans un second temps, effectué des calculs pour calculer l'angle de la portion de disque. Ils travaillent majoritairement dans G2. L'objet obtenu n'est pas nécessairement plus précis que celui obtenu en travaillant dans G1, mais il n'a plus le même statut. L'objet matériel construit n'est pas l'objet géométrique théorique, il n'en est qu'un représentant. Les validations sont de type déductif. Il est intéressant de faire repérer ces deux paradigmes aux étudiants pour qu'ils en prennent conscience, que ce soit pour se positionner dans le paradigme attendu dans les exercices du concours (en général G2) ou pour qu'ils soient attentifs aux consignes qu'ils proposent aux élèves et aux paradigmes dans lesquels ils leur demandent, trop souvent implicitement, de se situer.

3.5 Institutionnalisation et statut outil-objet

La phase d'institutionnalisation permet d'abord d'expliciter les connaissances construites qui sont restées implicites, ici la proportionnalité entre angle et longueur de l'arc correspondant. Cette explicitation est l'occasion de faire passer la connaissance du statut d'outil (on a utilisé la connaissance pour résoudre le problème) à celui d'objet (quelles sont les caractéristiques de cette relation de proportionnalité ?). Nous utilisons ici ces concepts d'outil et objet au sens de Douady (Douady, 1986, p. 9) : *« Nous disons qu'un concept est outil lorsque nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait… Par objet, nous entendons l'objet culturel ayant sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement. »*.

L'institutionnalisation permet également de décontextualiser la connaissance. Ce qui a été construit dans le patron de cône doit pouvoir vivre indépendamment du cône pour pouvoir être réinvesti dans une autre situation.

4 Les variables de la situation

Analyser les marges de manœuvre de l'enseignant et étudier l'effet des choix opérés est indispensable pour améliorer son enseignement et le rendre le plus efficient possible. Le concept de variable, que celle-ci soit didactique ou pédagogique[4], est pour cela utile et mérite donc également d'être travaillé avec les futurs enseignants. Il fait d'ailleurs souvent l'objet de questions dans la troisième partie du concours de professeurs des écoles.

4.1 Variables didactiques

Par exemple, les valeurs numériques et le rapport entre la hauteur et le rayon de la base du cône sont des variables didactiques. Les valeurs 6, 8 et 10 constituent un triplet pythagoricien. Elles permettent ainsi que la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle, de côtés de longueur 6 cm et 8 cm, soit également exprimée avec un nombre entier de centimètres, ce qui simplifie les calculs ultérieurs. Nous avons montré comment le groupe 6, par exemple, utilise le rapport 6/10 pour enlever une partie du disque de rayon 10 cm afin d'obtenir le patron du cône. Cette proportion simple permet quelques procédures variées qui ne pourraient être mises en œuvre avec une valeur donnant lieu à un nombre rationnel non décimal. Les valeurs sont également choisies pour obtenir un solide suffisamment haut pour que, si les étudiants confondent hauteur et longueur des segments de génératrices qui délimitent le cône, la hauteur obtenue soit significativement différente de 8 cm et que l'on puisse mettre en évidence que le résultat ne correspond pas aux contraintes annoncées.

4.2 Variables pédagogiques

Bien sûr, le formateur a également fait des choix dans la mise en œuvre. Nous pourrions par exemple, détailler avec les étudiants le fonctionnement du travail de groupe, la disposition des tables et du

[4] Nous reprenons ici la terminologie de Charnay (Charnay, 2003).

matériel dans la classe, etc. Un élément peut notamment être analysé : la construction au préalable d'une pyramide. Si l'intention didactique était de faire repérer la différence entre hauteur et génératrice, il s'agissait également, du point de vue pédagogique, de faire comprendre aux étudiants que la tâche proposée est accessible et pertinente à leur niveau.

5 Des compléments liés au déroulement particulier de cette séance avec ce groupe

Tous les éléments qui ont été cités précédemment peuvent faire l'objet d'une analyse *a priori* de la situation. Il peut être intéressant de compléter ce travail par une analyse *a posteriori*, par exemple du fonctionnement d'un groupe. Cette partie ne peut se faire qu'en fonction de ce qui se passe dans la classe au moment de la séance. Nous avons détaillé précédemment le travail du groupe 4 et nous allons pouvoir sur cet exemple montrer les compléments qui peuvent être apportés à l'analyse précédente.

5.1 Différenciation pédagogique

La différenciation pédagogique est un thème récurrent dans la formation des maîtres, que notre situation va nous permettre d'illustrer. Intéressons-nous à l'attente portée sur le résultat produit par les étudiants. L'objectif de la séance est certes de mettre en place et d'exploiter la proportionnalité entre l'angle et la longueur de l'arc correspondant. Mais nous avons vu comment les difficultés des étudiants du groupe 4 les mettaient loin de cette préoccupation. Pour eux, le travail sur le patron de cône a permis de comprendre quelle était la forme du patron de cône d'une part, et de retravailler sur le cercle d'autre part. Il s'agit là d'un exemple de différenciation pédagogique. La tâche était la même pour tous mais le degré d'exigence, ici le paradigme géométrique de travail attendu, n'était pas le même. Nous considérons que la séance a été positive pour ce groupe, même si nous avons conscience qu'un travail sur le patron de cône devra être repris dans G2 dans le cadre de la préparation au concours.

5.2 Enseignement spiralaire

Aujourd'hui, l'organisation des mathématiques à l'école est très spiralaire. Il s'agit de commencer à travailler sur un thème, de le laisser de côté quelques temps et d'y revenir, plusieurs fois le plus souvent. Un des arguments avancés est que, pendant ce temps, les concepts travaillés mûrissent, et ce qui n'était pas compris à un moment donné va peut-être se développer au hasard d'une autre rencontre, dans un autre thème, parce que les concepts mathématiques ne sont pas isolés mais en interaction. Ici le travail était clairement sur le cône, pas sur le cercle. Celui-ci n'était pas repéré comme une difficulté de l'exercice. Et pourtant, pour ce groupe, c'est certainement là que l'apprentissage a été le plus important. Le cercle et le cône sont bien évidemment liés et le travail engagé sur le cône a en fait développé des connaissances sur le cercle, connaissances qui seront alors maîtrisées la prochaine fois qu'il s'agira de travailler sur le cercle.

5.3 Connaissances disponibles, connaissances mobilisables

On ne peut imaginer que les étudiants de ce groupe 4 ne connaissent pas la définition d'un cercle. S'il leur est demandé d'en tracer un, de désigner le centre, un rayon, s'il leur est demandé ce qu'on peut dire des points du cercle, ils n'auront aucune difficulté. Le cercle est très certainement une connaissance mobilisable pour eux, mais cette expérience a montré qu'elle n'est pas disponible (Robert, 1995, p. 12). Comme beaucoup d'élèves de cycle 3, et peut-être même de cycle 4, ils n'ont pas pensé à utiliser le compas pour placer les points à 10 cm d'un point donné. Ils comprennent, au travers de cet exemple, comment réciter un texte de connaissances, une définition par exemple, ne dit rien de l'appropriation de cette connaissance. C'est seulement quand les élèves sont amenés à utiliser cette connaissance que l'on peut juger de sa maîtrise.

IV - CONCLUSION

Nous avons présenté comment l'activité de construction d'un patron de cône avec des futurs professeurs des écoles en formation initiale, dans le cadre du Master 1 MEEF, peut permettre de développer des connaissances et des compétences mathématiques et didactiques. Dans le débat qui a suivi la

présentation de la communication lors du colloque, le groupe s'est accordé sur le fait que tous ces concepts didactiques pouvaient être abordés si la situation était traitée en fin de formation et qu'ils avaient déjà été travaillés en cours de formation. Dans le cas contraire, il faudra choisir quelques éléments didactiques seulement pour une bonne appropriation des concepts choisis.

V - BIBLIOGRAPHIE

ARSAC, G. & AL. (1991). *Problèmes ouverts et situations problèmes,* Irem de Lyon.

BRIAND, J. & CHEVALIER, M.-C. (1995). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques.* Hatier. Paris 1995.

CELI, V. & JORE, F. (2014). Les constructions à la règle à bords parallèles en formation initiale des professeurs des écoles. Pourquoi ? Comment ? Atelier A3.4. *pp. 248-265,* in *Actes du XXXXI^e colloque COPIRELEM*, IREM de Bordeaux.

CHARNAY, R. (2003). L'analyse *a priori*, un outil pour l'enseignant, in *Math École, n° 209, disponible à l'adresse : http://www.ssrdm.ch/mathecole/wa_files/209-5_Analyse_20_C3_A0_20priori.pdf*

DOUADY, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *in Recherches en didactique des mathématiques, n°7.2*, *pp 5-31*, La pensée sauvage.

JORE, F. (2006). *Paradigmes géométriques et formation initiale des professeurs des écoles, en environnements papier-crayon et informatique*, thèse de doctorat, Université Paris 7.

JORE, F. (2013). Analyse d'un dispositif de formation en géométrie plane pour les futurs professeurs des écoles autour de pliages et de constructions à la règle et au compas, Communication C2.8, *pp. 197-209*, in *Actes du XXXX^e colloque COPIRELEM*, IREM de Nantes.

KUZNIAK, A. (1994). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré, *pp. 37-62*, in *Actes du XXI^e colloque COPIRELEM*, IREM de Picardie

PARZYSZ, B. (2002). Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. *Actes du 28ème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres.* Tours. Mai 2001. pp. 9-110. Ed. Presses Universitaires d'Orléans

ROBERT, A. (1995). *L'épreuve sur dossier à l'oral du CAPES de mathématiques.* Tome I. Géométrie. Ed. Ellipses.

VI - ANNEXE : CONSTRUCTION DU PATRON DE CÔNE

La base du cône est un disque de rayon r = 6 cm. Son périmètre est donc $P = 2\pi r = 12\pi \text{ cm}$.

On peut considérer le cône comme engendré par un triangle rectangle tournant autour d'un axe. La hauteur de ce triangle est celle du cône : 8 cm. La base de ce triangle est le rayon du cône : 6 cm. L'hypoténuse de ce triangle nous est donnée par le théorème de Pythagore. Les valeurs numériques choisies correspondent à un triplet pythagoricien et permettent d'obtenir une hypoténuse dont la mesure est un nombre entier de centimètres : 10 cm.

La seconde partie du patron est une portion de disque. Le rayon de ce disque est la longueur de l'hypoténuse trouvée précédemment : 10 cm.

La longueur de l'arc de cercle délimitant cette portion de disque doit correspondre au périmètre de la base pour qu'il n'y ait ni trou ni recouvrement, elle doit donc être 12π cm. Il s'agit donc de déterminer l'angle qui permettra, sur un cercle de rayon 10 cm, d'obtenir une longueur d'arc de 12π cm. Il y a proportionnalité, pour un rayon donné R (ici R = 10 cm), entre la longueur de l'arc L (ici $L = 12\pi$ cm) et l'angle α qui intercepte cet arc. On peut alors faire un tableau de proportionnalité pour mettre les différents éléments en relation. Pour un cercle de rayon R = 10 cm fixé on a :

Angle en radians	2π	α
Longueur de l'arc en cm	$2\pi R = 20\pi$	$\alpha R = 10\alpha$

On veut : $\alpha R = 10\alpha = 2\pi r = 12\pi$.

On a ainsi $\alpha = \frac{r}{R} \times 2\pi \text{ rad} = \frac{r}{R} \times 2\pi \times \frac{360°}{2\pi} = \frac{r}{R} \times 360° = 216°$.

LE JOURNAL DES MATHÉMATIQUES

Erik KERMORVANT
PRAG, ESPE de Bretagne
erik.kermorvant@espe-bretagne.fr

Résumé
Le journal des mathématiques (Sensevy 1996) est un outil intégré à l'enseignement des mathématiques, depuis 2011 dans le cadre de la recherche ACE-Arithmécole (2017) sur l'enseignement du nombre et du calcul en CP et CE1.
Cet outil est un cahier spécifique dans lequel chaque élève est amené à produire des mathématiques à partir d'incitations données par le professeur. Ces productions peuvent ensuite être reprises, discutées, et servir de point de départ pour de nouvelles incitations pour toute la classe.
Le journal des mathématiques n'est pas réservé au cycle 2, mais est aussi utilisé en cycle 3 et peut également l'être au cycle 4 et au lycée.
Cette communication a pour but de présenter l'utilisation du Journal des Mathématiques dans le cadre d'ACE-Arithmécole, mais également son usage dans des classes qui ne suivent pas la progression ACE du cycle 2 au cycle 3.

« J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir » (Le journal du Nombre 2015).

I - INTRODUCTION

Le journal des mathématiques a été développé dans le cadre de la recherche ACE (Arithmétique et compréhension à l'école élémentaire) initiée en 2011 au niveau du CP et qui perdure encore actuellement au niveau du CP et également au niveau du CE1 depuis l'année scolaire 2015-2016.

L'objectif de cette recherche est de créer une progression permettant aux élèves de maitriser la numération et le calcul.

La progression ACE CP est accessible sur le site : python.espe-bretagne.fr/ace/ .

Les documents que vous trouverez sur ce site ont été conçus dans le cadre d'une recherche nationale « ACE » financée par le fond d'expérimentation de la jeunesse.

Ce site regroupe l'ensemble des ressources nécessaires à la mise en œuvre d'une progression en mathématiques au CP (cycle 2 de l'école primaire). Une progression en CE1 est en cours d'expérimentation. Elle sera disponible à la rentrée 2017 sur ce site.

L'équipe de recherche impliquée dans ce travail est la suivante :

– Pour l'académie de Lille : Bruno Vilette, Professeur en psychologie du développement (Université de Lille 3), Samantha Meyer, doctorante en psychologie du développement et Marie Hild ;

– Pour l'académie de Nancy : Jean-Paul Fischer, Professeur émérite en psychologie du développement (Université de Lorraine);

– Pour l'académie de Versailles : Emmanuel Sander, Professeur en psychologie du développement et de l'éducation (Université Paris 8), Jean-François Richard (Professeur Emérite, Université Paris 8), Jérôme Bastong (CP mission Mathématiques, Conflans-Sainte-Honorine), Martine Boucher (IEN mission Mathématiques, Conflans-Sainte-Honorine) et Katarina Gvozdic (doctorante en psychologie du développement);

– Pour l'académie de Rennes : Gérard Sensevy, Professeur en sciences de l'éducation (Université de Bretagne occidentale, ESPE de Bretagne), Sophie Joffredo-Le Brun (doctorante en Sciences de l'Éducation), Patricia Defives (PEMF), Josiane Ruellan (PEMF), Nathalie Vigot (PEMF et docteure en Sciences de l'Éducation), Valérie Ollivier (professeure des écoles), Erik Kermorvant (formateur en mathématiques, ESPE de Bretagne);

– Pour l'académie d'Aix-Marseille (IA 13) et l'académie de Nice (IA 83) : Serge Quilio Maître de conférences à l'Université de Nice Sophia Antipolis, Alain Mercier, Professeur émérite à l'Ifé, ENS Lyon, Yves Matheron, Professeur à l'Ifé, ENS Lyon, Mireille Morellato (PEMPF, doctorante en Sciences de l'Education). Cette équipe travaille en collaboration avec l'équipe de l'Université de Bretagne Occidentale.

Le journal des mathématiques, présenté ci-après, a été développé lors de cette recherche et est issu des travaux de Gérard Sensevy en 1996 dans lesquels il avait créé avec ses élèves de CM un journal des fractions. Le journal des mathématiques a été également analysé dans une thèse réalisée par Nathalie Vigot en 2014.

Cet article décrit le journal des mathématiques tel qu'il a été explicité lors d'animations pédagogiques et mis en œuvre dans les classes par des enseignants de cycle 2 et de cycle 3 ayant suivi ces animations pédagogiques et également tel qu'il est présenté dans le module magistère « Journal du nombre » depuis la rentrée 2016.

Le journal des mathématiques est un cahier spécifique dans lequel chaque élève est amené à produire des mathématiques à partir d'incitations données par le professeur. Ces productions peuvent ensuite être reprises, discutées, et servir de point de départ pour de nouvelles incitations pour toute la classe. Le journal des mathématiques n'est pas réservé au cycle 2, mais est aussi utilisé en cycle 3 et peut également l'être au cycle 4 et au lycée.

Cette communication a pour but de présenter l'utilisation du Journal des Mathématiques dans le cadre d'ACE-Arithmécole, mais également son usage dans des classes qui ne suivent pas la progression ACE du cycle 2 au cycle 3.

II - LA PROGRESSION ACE AU CP

Cette partie permet de préciser les spécificités de la progression ACE CP afin de mieux s'approprier les exemples de travaux d'élèves présentés par la suite.

1. Les 5 domaines de la progression ACE CP

La progression ACE est constituée de 5 domaines :

- Le domaine « situation » (dont le fil rouge est le jeu des annonces)

  Lors du jeu des annonces, chaque joueur réalise avec les doigts une annonce qu'il oralise ; par exemple, un élève montre 2 doigts sur sa main droite et 3 doigts sur sa main gauche, il annonce à l'oral « 3 et 2, ça fait 5 » (il fait ensuite « statue des doigts », c'est-à-dire qu'il ne bouge plus ses doigts sur la table) ; quand tous les joueurs ont fait une annonce, l'arbitre lance un dé à 6 faces (constellations de 1 à 6) et les annonces sont comparées au lancer du dé. Un joueur gagne un jeton si son annonce est égale au lancer du dé.

  Les élèves jouent pendant plusieurs séances au jeu des annonces avant de passer à l'écrit et d'utilise les symboles mathématiques et différents systèmes de représentation pour retranscrire leurs actions (voir ci-après).

  Le jeu évolue au fur et à mesure de l'année de façon à travailler différentes notions mathématiques.

Deux joueurs choisissent un nombre qu'ils produisent avec leurs deux mains, en produisant ainsi une *annonce*.	Comparaison des *annonces* avec un lancer de dé. Le joueur gagne un pion si l'annonce est égale au lancer. Validation par l'arbitre.
	

- Le domaine « estimation » (qui permet de travailler la « numérosité »)

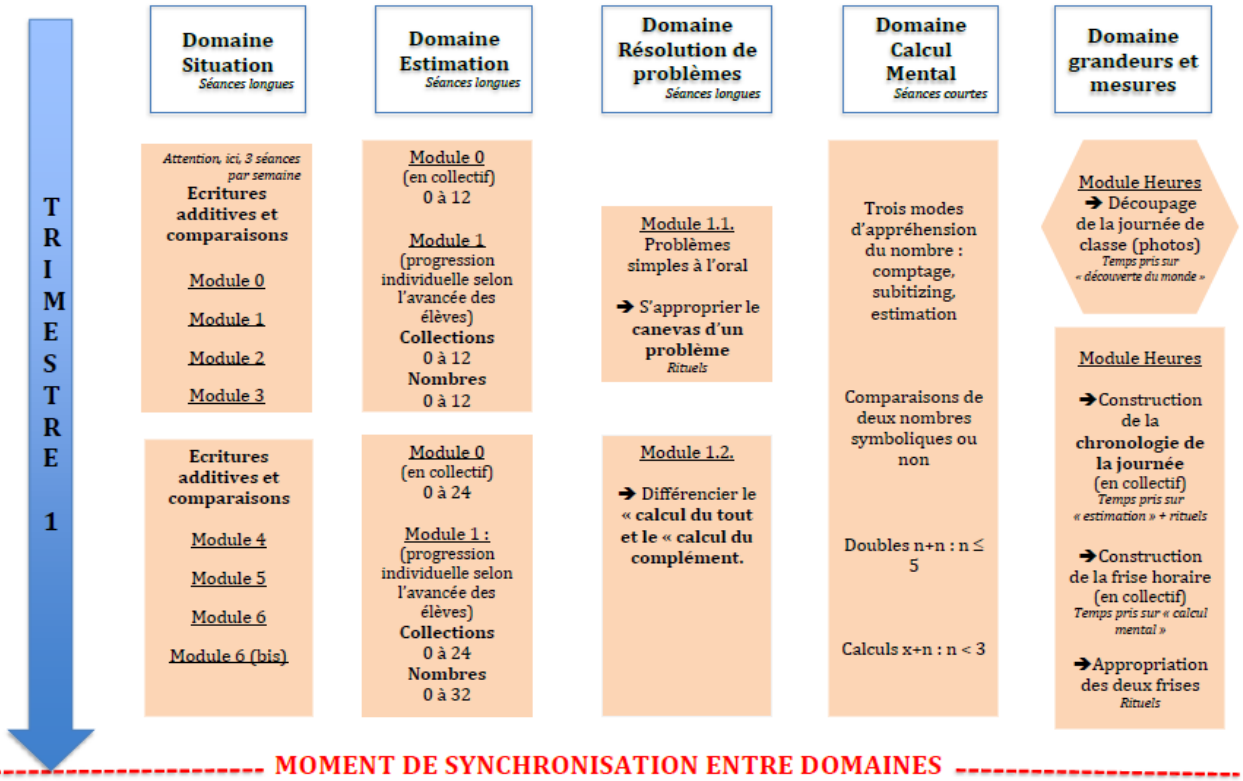
  Avec deux aspects :

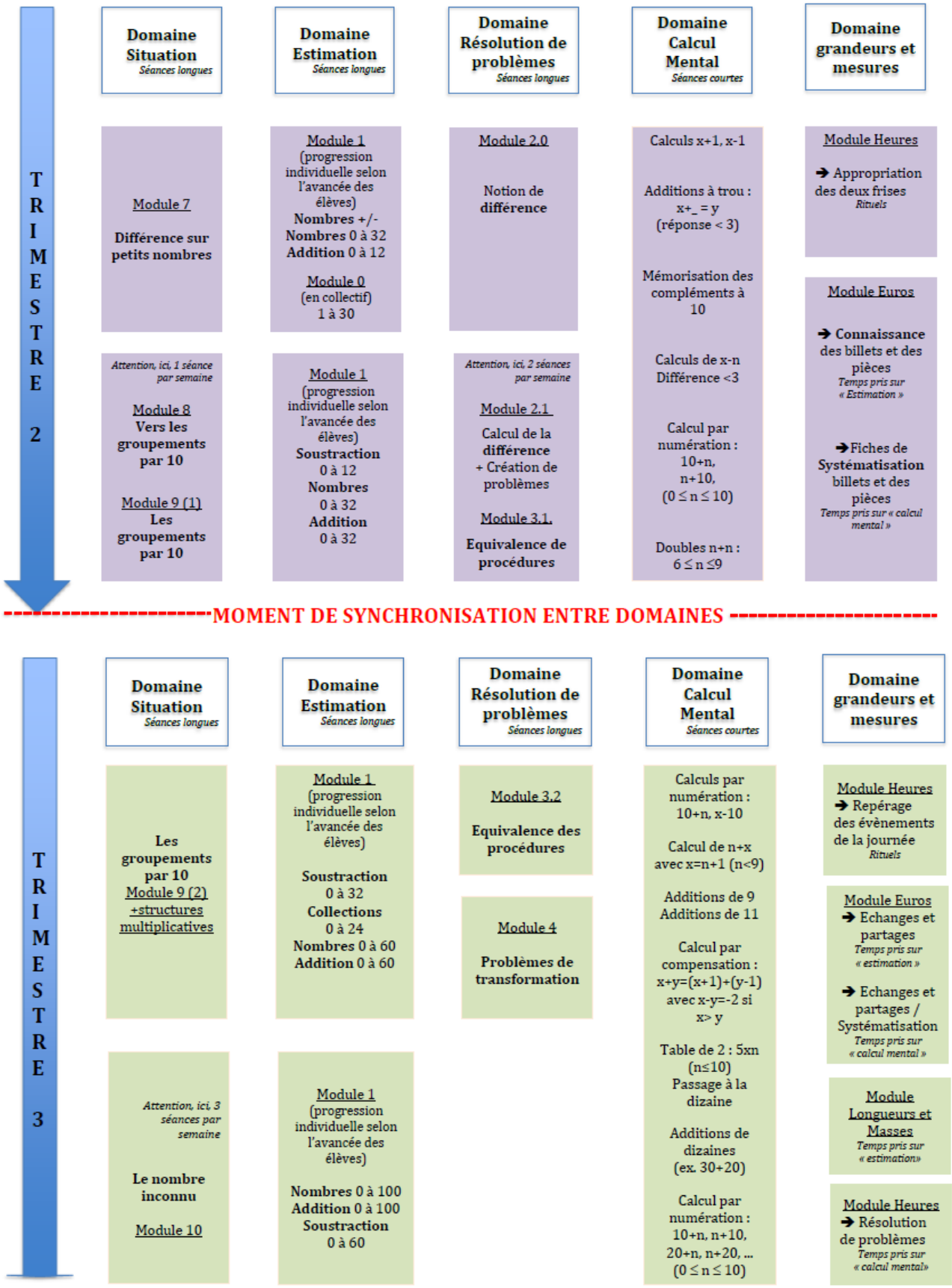
  • l'aspect cardinal (comparer en estimant des collections d'objets)

  • l'aspect ordinal (exemple: estimer où est situé 10 sur la droite numérique connaissant le 0 et le 30)

- Le domaine « résolution de problèmes » (additifs et soustractifs)
- Le domaine « calcul mental »
- Le domaine « grandeurs et mesures »

La progression est la suivante :





2. Le domaine « situation »

Le domaine « situation » et le jeu des annonces va être davantage développé maintenant afin de pouvoir mieux comprendre les extraits de journaux de mathématiques présentés ci-après.

Le domaine « situation » et le jeu des annonces se présentent ainsi :

11 modules sont prévus dans ce domaine

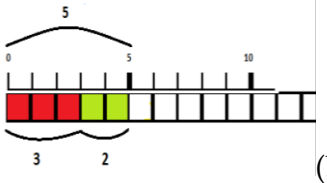
Le fil rouge est le jeu des annonces qui évolue au cours du temps (les élèves font une annonce en la montrant sur les doigts des mains ; cette annonce est comparée au score réalisé par un ou plusieurs dés)

Plusieurs systèmes de représentation des nombres (et des calculs) sont utilisés simultanément (mais amenés progressivement)

- Les doigts
- Les écritures mathématiques (symboles: +, =, ≠, >, < et -)
- Le train, la ligne graduée



(Train composé de 3 wagons rouges et de 2 wagons verts)



(Ligne graduée associée au train dans un premier temps)

- La boite

5	
2	3

(Cette boite permet de mettre en relation les nombres 5, 2 et 3 : 5=2+3 ou 5=3+2 ou 5-2=3 ou encore 5-3=2)

- Une grande part de l'activité des élèves consiste à décomposer et/ou recomposer les nombres. Par exemple 7+4+9 = 7+3+1+9 = 10+10.

Les 11 modules du domaine « situation » :

Module 0 : La situation train/tour

Les élèves doivent reconstituer un train formé de wagons de 4 couleurs différentes (exemple: 4 rouges, 3 verts, 2 jaunes, 2 rouges, 1 bleu, 3 jaunes) à partir d'un modèle

- en dessinant,
- puis en trouvant un moyen de coder leur demande (par exemple: 4 3 2 2 1 3).

Ensuite, on représente le nombre de wagons comme ceci, dans le but de préparer à l'utilisation de la ligne graduée.



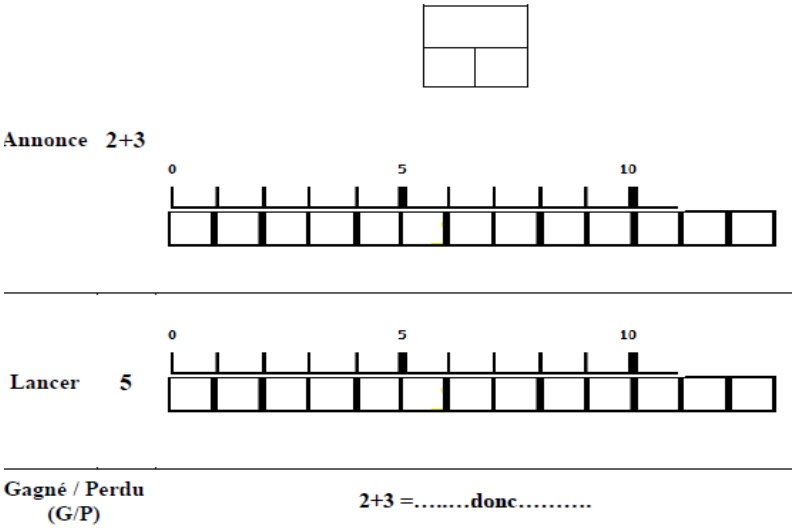
Module 1 : Jeu des annonces à deux mains et un dé



Les élèves font une annonce en utilisant les doigts de leurs deux mains ; cette annonce est comparée au score d'un dé à six faces (constellations de 1 à 6)

Module 2 : Jeu des annonces à deux mains avec support de l'écrit

On code le jeu des annonces du module 1 en utilisant les symboles +, = et ≠ et les systèmes de représentation :



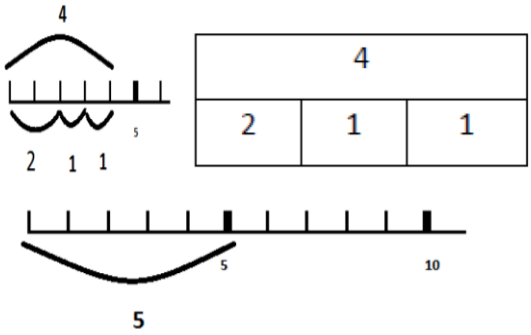
Module 3 : Jeu des annonces à trois mains et un dé à 6 faces (numérotées de 1 à 6)



Les trois joueurs doivent se concerter…

Module 4 : Jeu des annonces à trois mains avec écriture des signes > et < (on peut gagner si l'annonce est inférieure (ou supérieure, selon la règle du jeu choisie) au score du dé)

Annonce : 2+1+1 2+1+1<5 Lancer du dé : 5



Module 5 : Jeu des annonces à deux mains et lancer à deux dés

Module 6 : Jeu des annonces à 2 mains, 2 dés avec écrit

On obtient des écritures du type:

5 + 5 > 6 + 2 ou 5 + 4 > 6 + 2 ou 4 + 4 = 6 + 2 ou encore 2 + 5 < 6 + 2 etc.

Module 7 : La différence

Par exemple entre deux annonces à deux mains (soustraction vue comme différence entre les nombres, pas comme retrait).

Module 8 : Comparaison de deux écritures additives de 2 à 7 termes

Exemple : 2+6+4+5+10 à comparer à 3+2+2+4+5+1+1

Module 9 : La dizaine

Module 10 : Le nombre inconnu (5 + 4 = 8 + ?)

III - LE JOURNAL DES MATHÉMATIQUES AU CP

2. La nature du journal des mathématiques

1.1 Écrire pour comprendre, pour soi-même et pour les autres

Le petit texte suivant introduit le Journal du nombre, il apparait au début du journal de chaque élève, et peut constituer sa raison d'être.

« J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir ».

L'enseignant explique ainsi le rôle du journal aux élèves, produire des mathématiques pour soi et pour la classe.

1.2 Écrire des mathématiques qu'on sait

Dans le journal des mathématiques, l'élève est mis en position d'écrire des mathématiques, pour lui-même, et pour les autres élèves. Il se livre à une exploration des « potentialités » du nombre et des signes mathématiques. Il enquête sur le nombre.

Par exemple, un élève écrit « de son propre mouvement », à l'incitation du professeur qui dit aux élèves « d'écrire des mathématiques dans le journal des mathématiques, une égalité mathématique ».

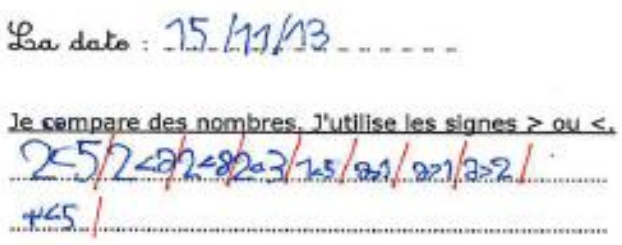
Il écrit 3 + 1 = 4.

Il écrit ainsi une égalité mathématique dont il est raisonnablement sûr, qu'il a certains moyens de prouver. Cette égalité peut être un point de départ pour en écrire d'autres.

C'est toujours l'élève qui choisit les nombres et les symboles qu'il utilise dans le journal, tout en respectant l'incitation donnée par le professeur.

La compréhension de l'incitation par les élèves est primordiale ; l'enseignant doit consacrer un temps non négligeable à son explicitation ; il doit demander à quelques élèves de venir produire au tableau des exemples de réponses adéquates avant de laisser travailler ses élèves de manière individuelle.

Exemple de production d'une élève de CP (ACE) :



1.3 Lorsqu'on écrit dans le journal des mathématiques, on réussit

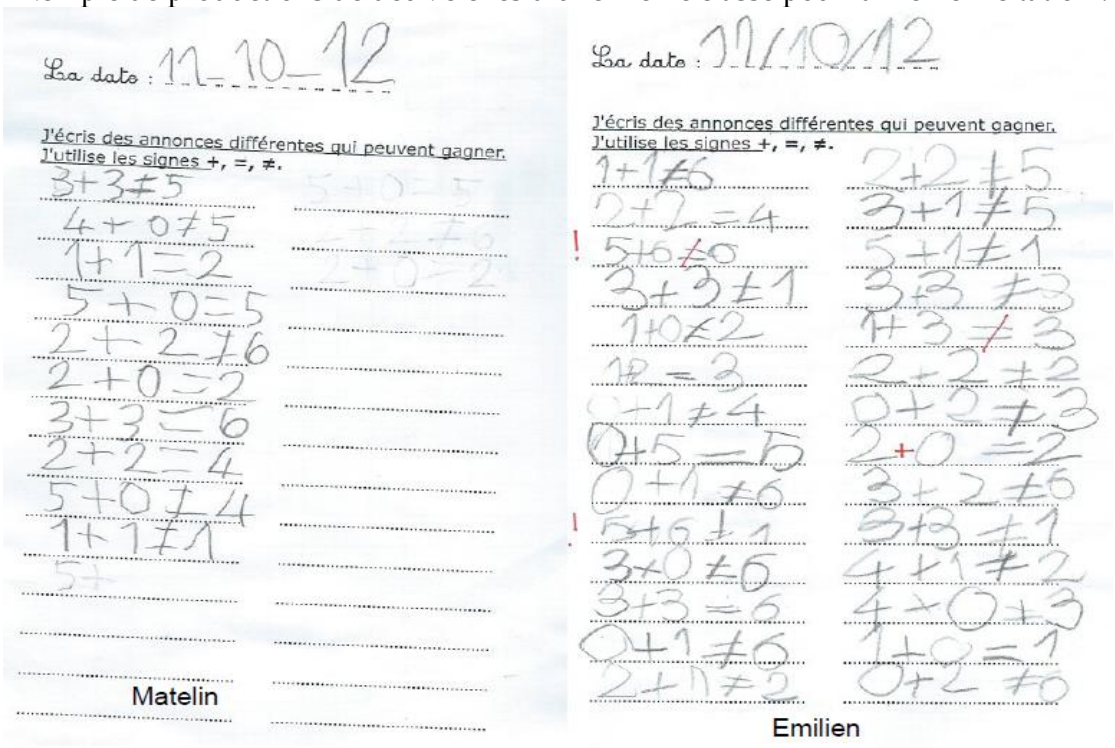
L'élève est mis en position de « réussite » au sens où il éprouve des potentialités des nombres et des signes, il se montre à lui-même et il montre aux autres des choses qu'il sait faire.

Il est donc en principe impossible d'être « en difficulté », lorsqu'on travaille dans le journal du nombre, même si l'on peut bien entendu faire des erreurs.

Par exemple, après avoir joué au jeu des annonces à trois mains et un dé, si un élève produit une écriture de ce type : 2+2=2=6, il n'est pas vraiment en difficulté mathématique car il a voulu signifier que 2+2+2 = 6, mais il a commis une erreur d'écriture qui sera traitée en collectif avec toute la classe si l'enseignant estime qu'il est nécessaire de le faire, sinon son erreur d'écriture lui sera simplement indiquée sur son journal.

Ainsi, le journal prend en compte, sans modalités spécifiques, l'hétérogénéité des productions d'élèves : tous les élèves savent quelque chose.

Exemple de productions de deux élèves d'une même classe pour la même incitation :



1.4 Le journal des mathématiques n'est pas de la résolution de problème au sens habituel du terme

Le journal des mathématiques ne doit pas être conçu comme une sorte de présentation, à l'élève, par le professeur, d'un problème de mathématique.

Dans le Journal des mathématiques, insistons-y, l'élève *exprime ce qu'il sait faire*.

L'enquête, la recherche, le questionnement, prennent leur source dans ce point de départ, mais le journal du nombre *n'est pas* de la résolution de problème au sens habituel du terme, puisqu'il ne consiste pas à résoudre un problème posé par le professeur.

1.5 Le journal des mathématiques n'est pas un exerciseur

Les connaissances manifestées dans le journal pourront donc être des connaissances personnelles, culturelles, en cours d'apprentissage. Elles résulteront pour beaucoup, grâce aux *incitations* du professeur, du travail accompli au sein des activités mathématiques de la classe. Une question posée par un ou plusieurs élèves dans le cours normal de la classe peut donner lieu à une activité spécifique dans le journal des mathématiques, de même qu'un exercice ou un problème présent dans la vie de la classe. Mais attention, si un exercice ou un problème présent dans la vie de la classe devient un élément de travail dans le journal des mathématiques, c'est parce qu'il a été bien compris par tous les élèves, et qu'il peut servir de base à une étude accomplie par tous les élèves.

Par exemple, si des élèves ont bien compris le sens des symboles < et >, ils peuvent produire par eux-mêmes des écritures mathématiques dont ils sont raisonnablement sûrs. Des élèves de CP peuvent alors produire par exemple une écriture comme « 8+4 < 8+5, puisque 4 < 5 ».

Le journal n'est donc pas un exerciseur, mais plutôt le lieu d'une certaine forme d'expérience et d'interrogation du savoir mathématique par les élèves.

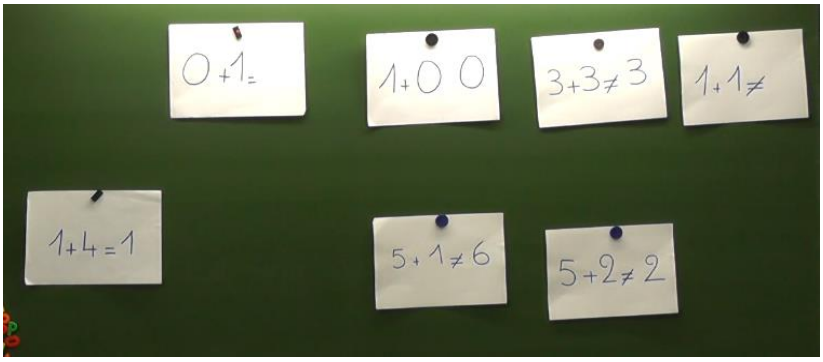
3. L'évaluation du journal des mathématiques

2.1 Le journal des mathématiques est systématiquement étudié par le professeur, mais il n'est pas évalué

Le journal des mathématiques est systématiquement lu par le professeur, éventuellement « commenté ». Il est donc étudié, mais il n'est pas « évalué » dans le sens qu'il ne sera jamais noté, ni évalué en terme de compétences acquises ou pas. Il s'agit d'une sorte de jeu sur les nombres, une sorte de « jeu de recherche ».

Par exemple, si un élève écrit « 4 + 5 = 10 » dans le Journal, le professeur lui signifiera que ce n'est pas une égalité correcte et pourra par exemple le faire réfléchir à partir de deux écritures qu'il lui fournira (par exemple 4 + 1 = 5, et 4 + 4 = 8) afin que l'élève puisse modifier sa proposition. Il pourra également lui demander de représenter l'égalité sur une ligne (droite numérique). Selon le cas, ce travail pourra être adressé au collectif (sans mention de l'auteur de l'erreur), ou à l'élève lui-même. Si l'erreur commise lui paraît importante (si ce n'est pas une « étourderie »), le professeur peut en faire le point de départ d'un travail spécifique avec le ou les élèves concernés.

Au-delà d'éventuelles erreurs commises, le travail dans le journal du nombre doit pouvoir constituer le point de départ de discussions collectives, centrées sur *des écritures mathématiques pertinentes*, qu'on va décrire, sur lesquelles et à propos desquelles on va parler, en produisant peu à peu un langage mathématique adéquat pour cela.

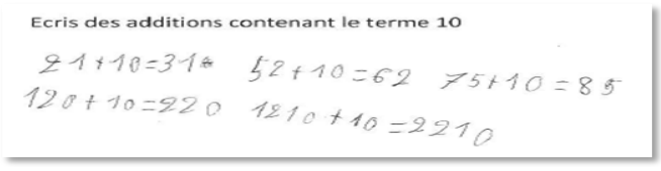


Exemple de productions d'élèves qui ont été discutées en groupe classe (CP) à la suite d'une séance de travail dans le journal des mathématiques ayant comme incitation : « produire des annonces à deux mains avec les signes +, =, ≠ » (ACE CP, domaine situation, module 2).

2.2 Le journal des mathématiques ne sert pas d'abord de relevé des conceptions des élèves

Le journal des mathématiques peut constituer une « fenêtre » sur les conceptions, idées, procédures, erreurs, etc. des élèves, mais ce n'est pas sa fonction principale.

Exemple de « fenêtre » sur la conception erronée de l'ajout de 10 d'un élève de CP (en fin d'année) :



Cet élève pense qu'ajouter 10 à un nombre a pour effet de d'augmenter d'une unité son chiffre de gauche

4. Les fonctions du journal des mathématiques et le travail du professeur

3.1 La première fonction du journal des mathématiques : viser l'émancipation de l'activité productrice, en mathématique, de l'élève.

La fonction principale du Journal, indissociablement individuelle et collective, est donc bien de rendre les élèves capables de constituer, à partir des mathématiques qu'ils étudient en classe, un « rapport de première main » aux mathématiques, qui leur permette par exemple de travailler en autonomie, à partir d'incitations professorales ou non, à la production d'écritures mathématiques comme *faits mathématiques* (« trouvailles mathématiques »). L'élève n'est plus « consommateur » d'exercices ou problèmes fournis par le professeur, mais il est « producteur » de l'activité mathématique.

Le travail à partir d'un « jeu » dont les élèves sont familiers.

Lorsque les élèves ont pris l'habitude de travailler dans le journal des mathématiques, certaines familles d'activité peuvent être désignées sous forme de « jeux », et l'incitation pourra consister simplement à demander aux élèves de pratiquer un jeu d'une forme donnée. Par exemple, le « jeu des signes » peut consister à écrire des mathématiques avec tels ou tels signes ; le « jeu des représentations » peut consister à mettre en relation une écriture symbolique avec une représentation graphique de cette écriture (droite graduée, quadrillage, etc.) ; le « jeu de fabrication de problèmes » peut consister à inventer un énoncé de problème qu'on résout, etc.

Le travail « libre »

Lorsque les élèves disposent d'une expérience importante dans le journal, ils peuvent écrire librement, par exemple en explicitant des questions mathématiques qu'ils se posent, et en essayant d'y répondre.

3.2 La deuxième fonction du journal des mathématiques: la communication mathématique dans la classe.

C'est le professeur qui organise cette communication. Cela peut se faire de la manière suivante :

a) À la fin d'une séance sur le Journal, le professeur ramasse les Journaux et étudie les productions d'élèves.
b) Parmi ces productions, il en choisit une (éventuellement plusieurs) qui lui parait manifester, par elle-même ou en relation avec d'autres, des propriétés mathématiques pertinentes.
c) Il la présente à la classe, en coopération avec son auteur, comme *incitation* en début de la séance suivante. C'est une phase essentielle (cf. ci-dessous).
d) Une fois qu'il s'est assuré que tous les élèves de la classe ont bien saisi « la nature » et la « logique » de la production, le professeur demande aux élèves d'« imiter » cette production.

3.3 Le travail du professeur : le choix des productions, l'incitation

Lorsque le professeur étudie les journaux des mathématiques produits par les élèves, il le fait avec l'idée de relever des productions qui expriment une propriété mathématique pertinente, afin de faire travailler cette propriété par l'ensemble de la classe.

Par exemple, lors de la séance du journal du nombre dont le professeur a étudié les productions, l'incitation professorale était, au CP, « *Écrire un nombre qu'on décompose sous la forme d'une addition* ».

Le professeur a choisi une production dans laquelle l'élève a écrit systématiquement des doubles de la manière suivante : 6 = 3 + 3 ; 8 = 4 + 4 ; 10 = 5 + 5.



En lisant cette production, le professeur remarque d'une part l'emploi systématique des doubles (un élément essentiel au CP), et le placement du terme unique (ici 6, 8, 10) à gauche du signe « égal », en début d'égalité, ce qui peut favoriser une conception de l'égalité comme équivalence. Il choisit donc cette production.

Le professeur donne à la classe cette production, et demande aux élèves de l'étudier et de la commenter, en dialogue avec l'auteur. *Cette phase, l'étude et l'appropriation de l'incitation, est essentielle*. Elle doit amener tous les élèves, dans la discussion collective, à bien comprendre comment l'écriture mathématique a été produite, et quel est son sens. Le professeur peut d'ailleurs, « pour voir », demander à quelques élèves de venir au tableau pour produire des écritures de même type, qui sont discutées dans la classe, pour s'assurer qu'elles relèvent bien du même type d'écriture. Après la reconnaissance du mode de production de l'écriture et de sa signification, une nouvelle séance du Journal des mathématiques peut s'engager, avec *l'incitation* « Écrire des nombres sous la forme de doubles ». Il est aussi possible et fructueux, dans certains cas, de donner directement la production écrite (6 = 3 + 3 ; 8 = 4 + 4 ; 10 = 5 + 5), avec l'incitation générique « J'observe et j'imite ».

Une incitation pourrait être ensuite, selon le moment de la progression, et en fonction des productions effectives des élèves : « *écrire une égalité dans laquelle on fait voir un double dans un nombre* », et on attend des élèves qu'ils écrivent par exemple 15 = 6 + 6 + 3. L'incitation, toujours en fonction des même critères peut devenir « *écrire une égalité dans laquelle on fait voir le plus grand double possible dans un nombre* », et on attend des élèves qu'ils écrivent par exemple 15 = 7 + 7 + 1, etc. L'important, ici, n'est pas la résolution du problème « écrire une égalité dans laquelle on fait voir le plus grand double possible dans un nombre », mais le fait de comprendre rapidement ce « jeu d'écriture », et de se confronter *un grand nombre de fois* à ce jeu.

En fonction de leur niveau d'avancement mathématique, les élèves vont produire divers types de propositions, mais *aucun ne devra être dans l'impossibilité de travailler adéquatement.* Dans un second temps, le fait de rendre publiques certaines productions mathématiquement plus raffinées que d'autres, de les commenter et d'en comprendre finement la nature, permettra à chacun, dans l'étude et la compréhension de ces productions, de progresser.

5. Le journal des mathématiques et l'activité mathématique de la classe

Le Journal des mathématiques doit pouvoir accueillir des *questions* ou *raisonnements* produits par les élèves, qu'ils aient eu lieu dans le Journal des mathématiques, ou dans l'activité normale de la classe.

Les élèves n'ayant pas toujours les moyens linguistiques et scripturaux de les poser, certaines séances du Journal des mathématiques peuvent se centrer sur la discussion collective de productions, qui amènent à des questions ou hypothèses mathématiques.

Le journal peut constituer ainsi un moyen de diffuser des raisonnements mathématiques énoncés par les élèves et pleinement compris de tous.

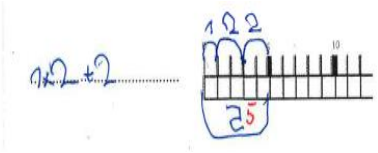
Par exemple, dans la discussion mathématique, les élèves peuvent être amenés à travailler sur certains éléments du « principe opposé », c'est-à-dire le fait que a – b + b = a (par exemple, 8 – 3 + 3 = 8). *Il n'est donc pas besoin de calculer* pour obtenir la solution de l'égalité, « il suffit de regarder », « ça saute aux yeux ».

Ce principe peut donner lieu à un « jeu » dans le journal des mathématiques, dénommé par les élèves, qui consiste donc à écrire des égalités qui « sautent aux yeux », fondées sur le principe opposé, ou sur d'autres éléments, à étudier et expliciter.

Certaines incitations peuvent être explicitement dévolues à un travail intégrant les systèmes de représentation (par exemple la demi-droite graduée) qui concrétisent les recherches.

L'incitation peut être alors par exemple : « Ecrire une égalité mathématique, puis la représenter sur la demi-droite graduée », ou bien « représenter une égalité sur la demi-droite graduée, puis l'écrire ».

Par exemple, au CP, les élèves montrent par le tracé de « ponts » sur la droite graduée de 1 en 1 que 1+2+2 =5.



6. *Remarque :*

Au fur et à mesure de l'année, la droite numérique évolue, les graduations disparaissent, on ne conserve que les graduations 0, 5, 10, 15 ..., puis 0, 10, 20, ..., puis enfin uniquement la graduation 0.L'écrit dans le journal des mathématiques

Le passage à l'écrit dans le journal des mathématiques est important en particulier parce qu'il permet un retour sur les écrits antérieurs des élèves.

De cette manière, l'élève peut prendre conscience de l'accroissement de ses connaissances, qu'il pourra justifier, *mais aussi de ce dont il pense être certain, sans laisser la responsabilité de la certitude uniquement au professeu*r.

Le journal est donc un outil pour la mémoire individuelle et collective, puisque la symbolisation et l'usage de représentations fixe momentanément ce que l'on pense « savoir » mais que l'on peut modifier.

L'écrit constitue le partage d'une expérience vécue d'abord individuellement puis collectivement.

7. La progression dans le Journal des mathématiques

La progression dans le Journal des mathématiques est donc directement ancrée dans les productions des élèves, dans les idées mathématiques qu'elles révèlent, dont le professeur fait prendre conscience aux élèves, avant de demander à chacun de les travailler.

C'est par de nouvelles *incitations*, qui prennent leurs sources dans les propriétés mathématiques des productions antérieures, que le professeur fait mathématiquement avancer les élèves. Ces incitations sont fondées à la fois sur les productions relevées dans le journal, et sur des discussions, dans la classe, fondées sur des productions ou des questions dont le professeur a relevé la pertinence.

8. La périodicité du Journal des mathématiques, la durée des séances

D'une part, le Journal des mathématiques requiert une certaine quantité d'expériences mathématiques pour que l'élève soit en possibilité d'écrire des mathématiques « nouvelles » par rapport à ce qu'il sait déjà faire.

D'autre part, le Journal doit devenir une habitude, habitude de production et d'enquête, pour les élèves.

La périodicité des séances doit donc tenir compte de ces deux contraintes. Le rythme d'une ou deux fois par semaine paraît pertinent.

La durée des séances peut être variable, selon le temps accordé à l'incitation. Mais elle doit être suffisante pour permettre à chaque élève de s'approprier individuellement l'incitation et de faire ses propres expériences, de s'inscrire dans *une enquête sur le nombre*. On peut considérer qu'une séance peut durer entre 20 et 30 minutes (explicitation de l'incitation comprise).

Par ailleurs, des moments de retour décrochés des séances du journal proprement dites, consacrés à l'analyse d'une ou plusieurs productions particulièrement intéressantes, paraissent indispensables.

9. Le journal des mathématiques et la communication mathématique au-delà de la classe

Le travail accompli dans le Journal des mathématiques peut être communiqué au-delà de la classe.

Les trouvailles des uns et des autres peuvent être partagées et servir d'incitations nouvelles dans d'autres classes, qui peuvent sur cette base établir une correspondance scolaire.

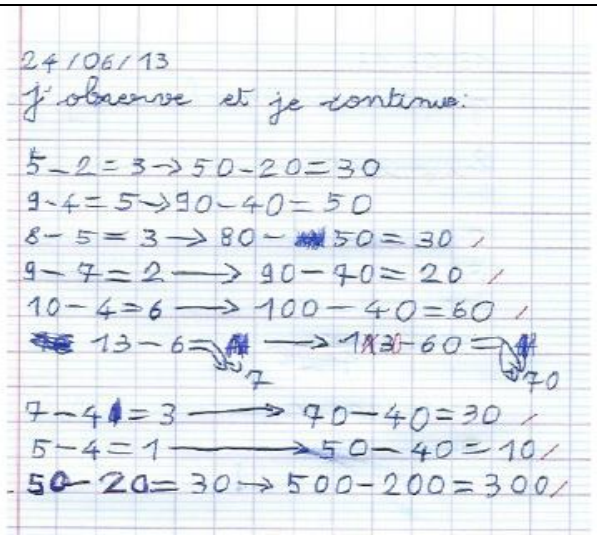
10. Le journal des mathématiques et les élèves moins avancés

Les élèves moins avancés doivent *nécessairement* travailler dans le journal des mathématiques, comme chaque élève.

Comme le travail dans le journal des mathématiques est un moment d'autonomie, chaque élève travaillant sans appui sur le professeur, celui-ci peut accorder une attention particulière, dans le travail du journal, aux élèves moins avancés. Il peut alors « accompagner » ces élèves dans leur production, en s'assurant qu'ils ont bien saisi l'incitation, et en leur suggérant éventuellement certaines façons d'agir. Mais ces suggestions n'ont qu'un seul but : permettre à ces élèves moins avancés de travailler seuls, *avec une certaine intensité et une certaine densité mathématique*, sur *des productions de même type* (même si elles sont éventuellement moins nombreuses ou moins complexes) que celles des élèves plus avancés de la classe.

Par exemple en fin d'année de CP, les élèves de cette classe ont eu comme incitation :

« J'observe et je continue : 5-2=3 → 50-20=30 9-4=5 → 90-40=50 »

Voici la production d'un élève avancé	et celle d'un élève moins avancé
	

On s'aperçoit que l'élève moins avancé a eu beaucoup plus de difficultés pour produire de nouvelles égalités et qu'il a finalement retiré 0 à chacun des nombres qu'il a choisis pour répondre à l'incitation dans un contexte particulier.

Pour accompagner cet élève moins avancé, un enseignant aurait pu ajouter dans le journal de l'élève (sur plusieurs lignes) d'autres égalités du même type (7-1=6 → 70-10=60 etc.) afin de l'aider à percevoir la logique des écritures (sans nécessairement oraliser cette logique). Même si cette pratique est marginale, elle est utilisée par certains enseignants pour « accompagner » encore un peu certains élèves avant de les laisser produire seuls dans leurs journaux.

11. Ce que disent les enseignants de CP du journal des mathématiques

Ce que disent les enseignants de CP (ACE et non ACE) du journal des mathématiques (propos recueillis lors d'animations pédagogiques « journal des mathématiques » après que les enseignants aient mis en œuvre le journal dans leurs classes) :

<u>Points forts</u>

- réinvestissement et éventuellement approfondissement des connaissances acquises au cours des modules

- tout le monde y trouve son compte, les plus avancés qui manipulent des notions pas forcément systématisées en classe (ils vont plus loin), les moins avancés qui produisent parfois peu mais peuvent montrer quand même leurs connaissances mathématiques
- une grande liberté au sein d'un cadre précis
- souple d'utilisation : moment court ou plus long à n'importe quel moment de la journée, variable d'ajustement pendant que d'autres finissent un travail, rebondissement par rapport à quelque chose vu en classe, utilisation spontanée « dans le feu de l'action pédagogique »
- rebondir sur des erreurs collectées pour une reprise en grand groupe : les élèves progressent grâce à ça, comprennent que se tromper peut faire avancer
- pas de blocage, de culpabilisation par rapport aux erreurs
- la mise en valeur nominative de certaines productions d'élèves leur plaît beaucoup.

Points à améliorer

- la correction peut être fastidieuse.

Pour ce dernier point, beaucoup d'enseignants limitent la place de production des élèves à un demi-cahier de brouillon de manière à restreindre les élèves dans leur envie de produire des mathématiques.

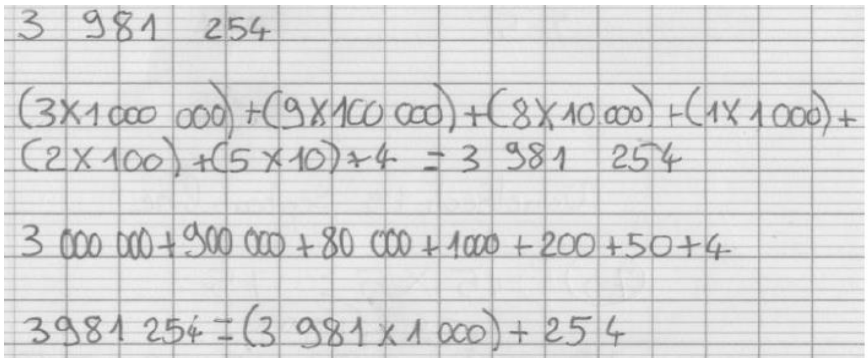
IV -LE JOURNAL DES MATHÉMATIQUES A D'AUTRES NIVEAUX DE CLASSE

Comme il était indiqué précédemment, les élèves de n'importe quel niveau de classe peuvent utiliser un journal des mathématiques ; lors d'animations pédagogiques en cycle 2, cycle 3, également dans l'ASH, des enseignants de tous niveaux de classes ont déjà utilisé, avec efficacité le journal des mathématiques ; certains collègues ne se sont pas restreints au domaine numérique, mais ont aussi créé des incitations en géométrie ou dans le domaine des grandeurs et mesures de grandeurs ; voici quelques exemples possibles :

1. Premier exemple en CM2

Incitation : « *Choisis un nombre assez grand et trouve plusieurs façons possibles de le décomposer* »

Exemple de production d'élève :



Cette incitation pourrait être plus contraignante en demandant aux élèves de trouver au moins trois décompositions du nombre choisi afin d'éviter d'avoir un élève qui se contenterait de décompositions canoniques.

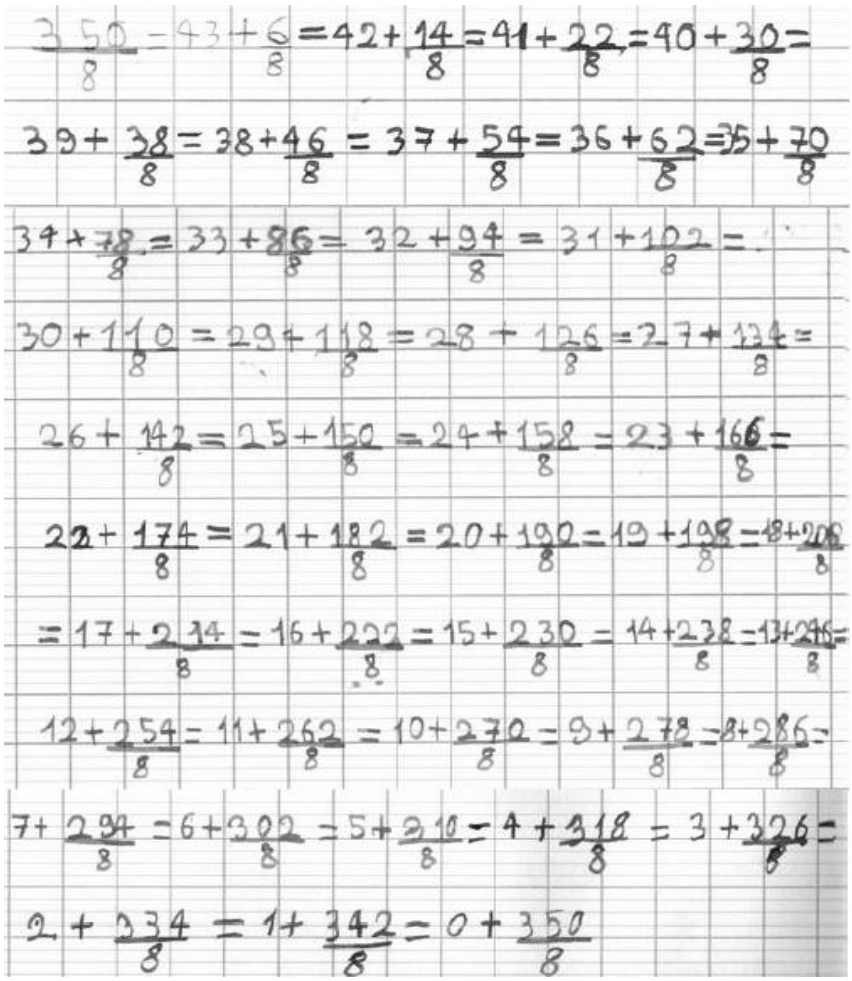
2. Deuxième exemple en CM2:

Incitation :

Observe et imite (ou continue) le travail d'Erwann :

$$\frac{350}{8} = 43 + \frac{6}{8} = 42 + \frac{14}{8} = 41 + \frac{22}{8}$$

Production d'un élève :

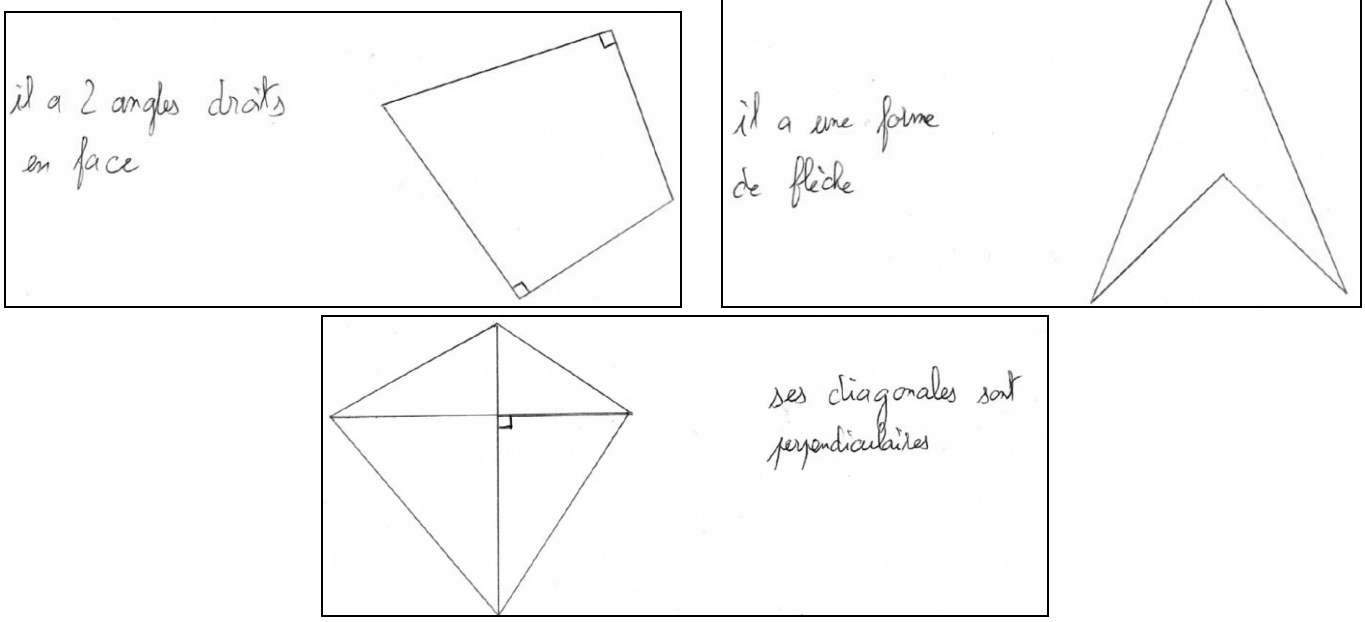


On peut penser que cet élève a compris qu'une unité était égale à huit huitièmes et qu'il le fait savoir !

3. Troisième exemple en CM2

Incitation: « *Trace des quadrilatères et indique leurs propriétés* »

Production d'un élève :



L'enseignante qui a proposé cette incitation a été surprise de la créativité de ses élèves par rapport aux années précédentes où la leçon sur les propriétés des quadrilatères ne permettait d'étudier que les

figures classiques (carré, rectangle…). Ce travail de production de quadrilatère a permis à la classe de revenir sur la définition d'un quadrilatère, ainsi que sur leurs propriétés, tout en découvrant de nouveaux quadrilatères « non classiques ».

4. Exemple en ULIS

Plus qu'un exemple, c'est une façon de procéder qu'une enseignante d'ULIS a mis en place avec ses élèves : une même incitation reprise tous les jours d'une même semaine ; les élèves produisaient très peu les premiers jours, mais en prenant confiance en eux arrivaient à des productions très pertinentes en fin de semaine.

5. Bilan provisoire de la mise en œuvre dans les classes

Tous les enseignants qui ont mis en œuvre le journal des mathématiques dans leur classe sont impressionnés par l'investissement de leurs élèves à répondre aux incitations ; ils sont également étonnés de la pertinence des productions de certains élèves. Dans certaines classes comportant beaucoup d'élèves moins avancés, certains enseignants précisent l'incitation du jour, font travailler les élèves pendant une dizaine de minutes en accompagnant certains élèves moins avancés, interrompent le travail personnel et demandent à quelques élèves d'écrire une de leur production au tableau, redonnent dix minutes aux élèves pour produire des mathématiques ; on s'aperçoit donc que cet outil est « vivant » et adaptable en fonction des différents profils de classes ; l'analyse de son utilisation ne fait donc que commencer !

Grande satisfaction : Dans certaines classes de CP, le cadeau à la maitresse n'est plus un beau dessin, mais une page de calculs que certains élèves réalisent le soir chez eux pour l'offrir à l'enseignante !!

V - ECHANGES AVEC LES PERSONNES PRÉSENTES À CETTE COMMUNICATION

A la fin de la communication, les personnes présentes ont posé un certain nombre de questions sur la progression ACE CP (rôle des différents systèmes de représentation, articulation des différents domaines…) ; je ne ferai pas part de ces échanges ici, car il est question dans cet article de décrire le journal des mathématiques.

Les collègues ont demandé quelle forme prenait ce journal. Dans toutes les classes où il est utilisé, il s'agit d'un cahier spécifique, en général de petit format (afin de limiter l'espace de production des élèves, pour ne pas rendre trop fastidieuses les vérifications des productions qui sont plus longues à effectuer que pour un fichier par exemple). Dans certaines classes les enseignants utilisent tout de même un cahier grand format afin que les élèves aient suffisamment de place pour répondre aux incitations (par exemple en CE1, lorsque les élèves fabriquent des « nombres-rectangles » par découpages de grilles rectangulaires qui représentent les multiplications, voir ACE-CE1 accessible en ligne en septembre 2017).

Nous avons également eu le temps de voir ensemble quelques exemples d'incitations qui pourraient être données dans les classes ; c'est ce point qui est délicat au départ lorsque les enseignants décident d'utiliser le journal des mathématiques dans leurs classes ; en effet, les incitations ne doivent pas être trop ouvertes (par exemple : « Ecrit tout ce que tu connais en mathématiques », ni trop fermées ce qui s'approcherait davantage d'exercices à réaliser (par exemple : « Trace un rectangle qui a un périmètre égal à 12 cm et une aire égale à 8 cm² »). Dans le domaine des aires et des périmètres, en CM2, une proposition d'incitation a été donnée par un collègue : « Dessine des rectangles et indique pour chacun son périmètre et son aire » ; cette incitation correspondait tout à fait à ce qui est demandé dans le journal des mathématiques, car elle est suffisamment explicite pour que tous les élèves s'engagent dans une production, et suffisamment ouverte pour qu'ils puissent expérimenter des faits géométriques (même aire mais périmètres différents etc.), ce qui permettrait ensuite à l'enseignant de créer d'autres incitations mettant en évidence la non corrélation de l'aire et du périmètre (exemple : « Choisis une aire et dessine plusieurs rectangle qui ont cette aire ; compare leurs périmètres »).

Les personnes présentes ont également perçu l'intérêt d'un tel dispositif dans les classes, son aspect interactif entre productions individuelles et travail collectifet souhaitaient le faire connaitre dans leur lieu d'exercice.

Je remercie en tout cas la COPIRELEM de m'avoir permis de faire connaitre cet outil lors de ce colloque.

VI -BIBLIOGRAPHIE

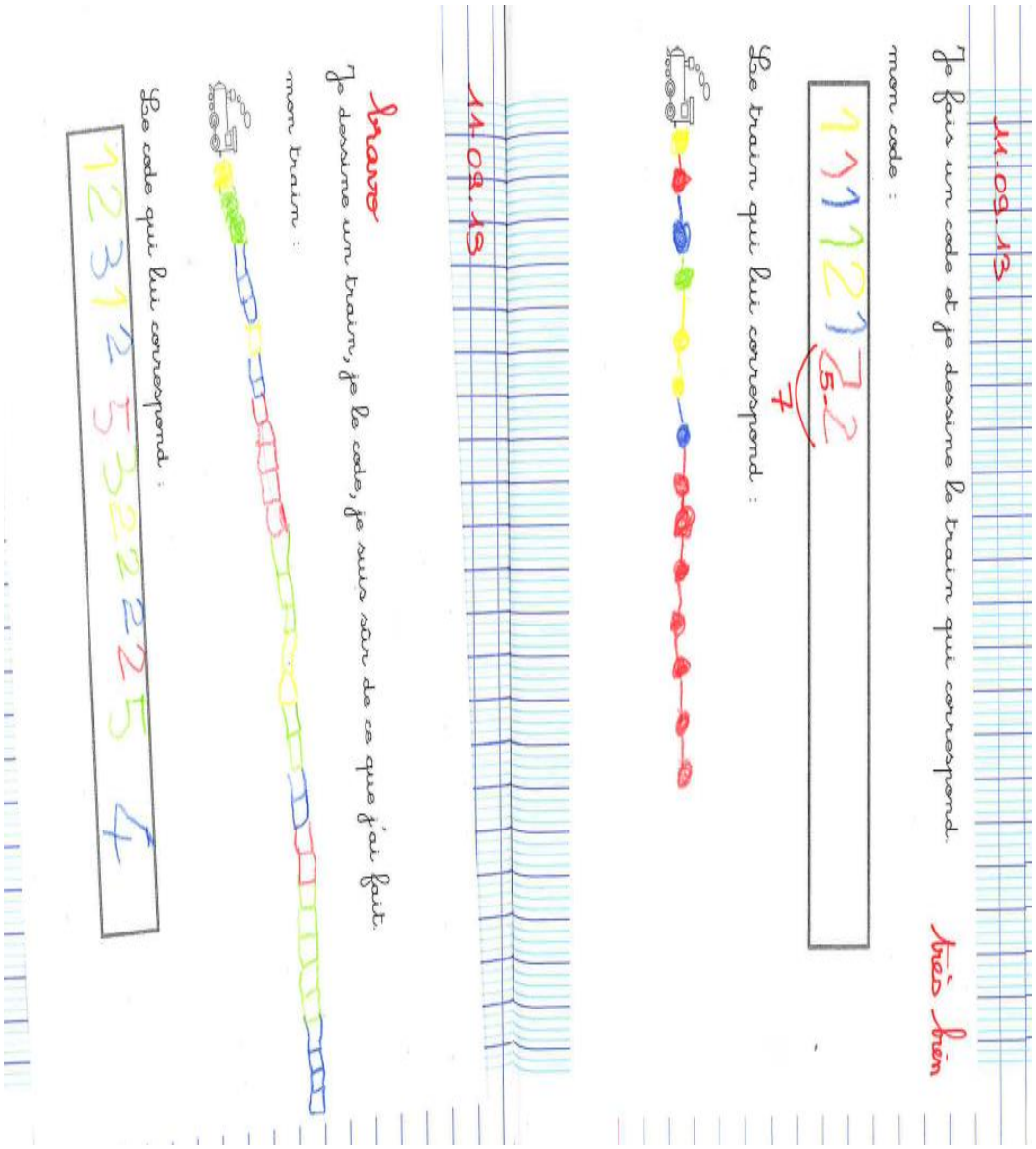
ACE-Arithmécole (2017) http://python.espe-bretagne.fr/ace/ Consulté le 16/04/17

Le journal du Nombre (2015) http://python.espe-bretagne.fr/ace/wp-content/uploads/Pre%CC%81sentation-du-Journal-du-Nombre.pdf Consulté le 16/04/17

SENSEVY, G. (1996). Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au Cours Moyen : Le Journal des Fractions. *Recherches en didactique des mathématiques 16*(1) 7-46.

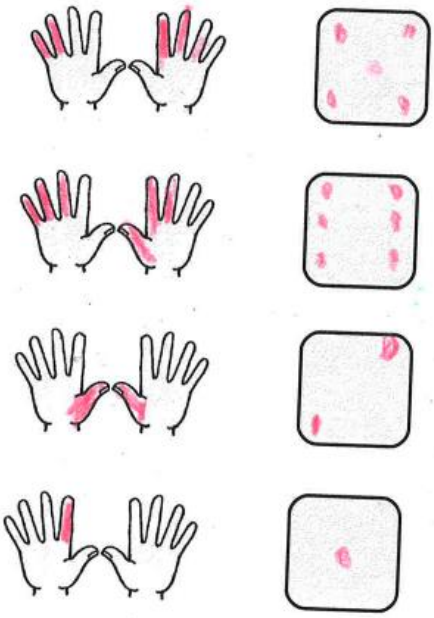
VIGOT, N. (2014). Temps des pratiques de savoir, dispositifs et stratégies professorales : une étude de cas en mathématique au cours préparatoire : Journal du Nombre et Anticipation. *Thèse en Sciences de l'Éducation*. Université de Brest.

VI - ANNEXE (JOURNAL DES MATHÉMATIQUES DE LOUISE, LORS DE SON ANNÉE DE CP ACE)



La date : 25/09/13 bravo

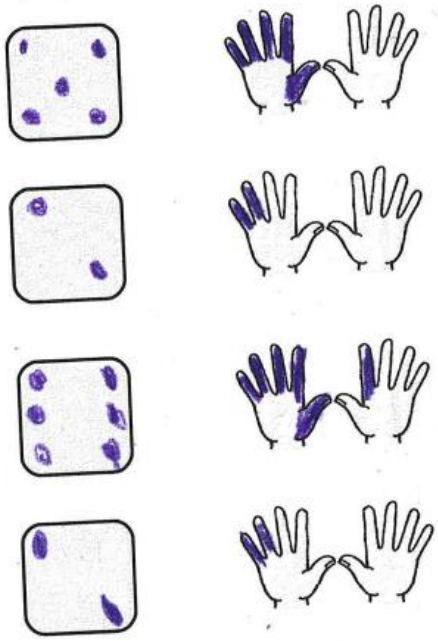
Fais une annonce en coloriant les doigts que tu lèves et dessine les points du dé pour que ton annonce soit gagnante.



bravo

La date : 25/09/13

Dessine les points du dé et colorie les doigts pour faire une annonce gagnante.



La date : 03/10/13

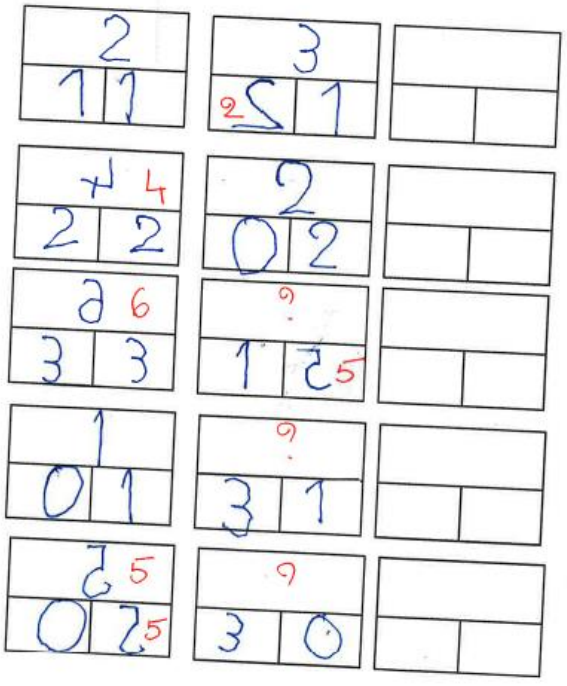
J'écris des annonces différentes qui peuvent gagner.

2+2
3+0
2+3
3+3
2+0
1+3
1+2 annonce perdante
1+1
1+2
1+0

bien

La date : 10/10/13

Fais le plus possible d'annonces différentes et gagnantes et complète les boîtes.

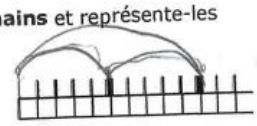


Louise

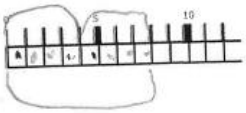
La date : 15/10/13

Ecris des annonces à **2 mains** et représente-les sur la ligne graduée.

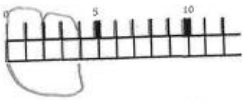
5+5=10



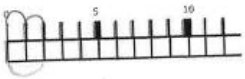
4+4=8



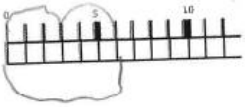
2+2=4



1+1=2



3+3=6



très bien

La date : 17/10/13

Dans son journal du nombre, Sarah a écrit
1+1 = 2
2+1 = 3
3+1 = 4
Observe, imite et complète les boîtes à compter.

0+1=1

4++1=25

25+1=26

26+1=7

11+1=21 (12)



Attention à l'écriture des chiffres!

La date : 8/11/13

écritures additives à 2 termes

J'écris des annonces à 2 mains différentes.
J'utilise les signes +, =, ≠.

1+3=06	1+2 ≠ 4
2+2=4	2+2≠06
1+1=2	1+1≠1
0+1=1	0+1≠2
0+2=25	0+2≠36
0+8=26	033 x
8+0=8	8+03
1+2=3	12+8
0+7=7	07≠7
8+2=9	22≠26
1+2=26	2+1≠10
1+3=4	
5+5=10	5+5≠4
0+10=10	0+10=25 x

très bien

La date : 15/11/13

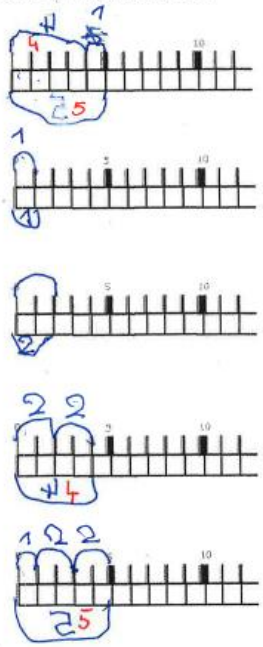
Je compare des nombres. J'utilise les signes > ou <.

2<5/2<22<82<3/25/21/22/32/

4<5/

La date : 22/11/13

Ecris des annonces à **3 mains** et représente-les sur la ligne graduée.



La date : 22/11/13

Dans son journal du nombre, Louise a écrit

1+5 = 6 1+5≠4
5+5 = 10 5+5 ≠ 4
1+2 = 3 1+2≠8

Observe,explique et imite Louise.

La date : _____

Dans son journal du nombre, Anaïs a écrit

1+2 ≠ 2
3+4 ≠ 4
6+7 ≠ 7

Observe,explique et imite Anaïs.

La date : 7/12/13

J'écris des additions à 2 termes égales. J'utilise les signes + et =.

La date : 9/12/13

Observe, explique et continue : 5+3 ≠ 1+1

5+5≠1+1
1+0≠2+0
2+4≠5+1
0+0≠2+2
5+3≠7+1
2+0≠0+0
1+7≠5+3
10+10

La date : 10/12/13

très bien

Ecris des annonces qui font **10**

1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=10
2+2+2+2+2=10
1+9=10
10+0=10
1+2=10
8+2=10

La date : 08/01/14

Ecris des soustractions et les différences auxquelles elles correspondent

10-1=9
10-0=8
10-3=8
10-4=6
10-10=0
1-1=0
2-2=0
4-4=0

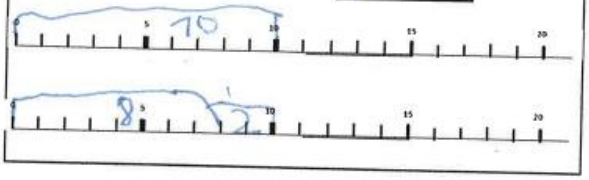
La date : 10/01/14

« **Fais voir le nombre** »

Je fais voir 8 dans 10

10=8+2
10-8=2
10-2=8

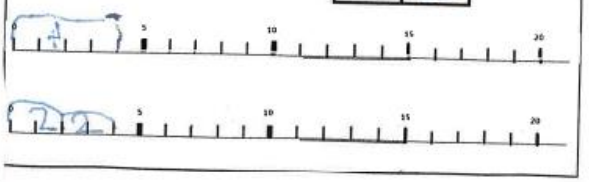
10	
8	2



Je fais voir 2 dans 4

4=2+2
4-2=2

4	
2	2



La date : 16/01/14

« Fais voir le nombre »

Je fais voir 1 dans 6

2-5=1

2-1=5

2-5=7

6
1 | 5

Je fais voir 2 dans 26

26
24 | 2

La date : 16/01/14

« Fais voir le nombre »

Je fais voir 2 dans 20

26
2 | 2

Je fais voir 2 dans 10

10
26 | 24

La date : 27/01/14 bien

Jeu de la boîte :

Complète la boîte et écris des mathématiques en utilisant les nombres de la boîte.

5
4 | 1

5>1 5+4=1

4>1 4+1=5

1<5

4<5

impossible 1+4=5

4+1=5

1+4=5

5+1=4

1=4

La date : 17/01/14

Dans son journal du nombre, Gabriel a écrit :

7+3-3=7

7+1-1=7

7+5-5=7

Observe, explique et imite Gabriel.

8+3-3=8 7+5-5=7

8+4-4=8

8+7-7=8

8+2-2=8

8+1-1=8

8+7=8

8+7-7=8

8+2-2=8

7+1-1=7

7+2-2=7

7+3-3=7

7+4-4=7

La date : 27/01/14

Jeu de la boîte :

Complète la boîte et écris des mathématiques en utilisant les nombres de la boîte.

7	
6	1

Tu n'as pas utilisé les nombres de la boîte.

La date : 25/01/14

Choisis une différence et écris le plus possible de soustractions qui lui correspondent.

1

Attention, tu oublies parfois d'écrire + et on ne lit pas le bon nombre $10 \neq 1+0$!

La date : 05/02/14

Observe, explique : 5+4 = 2+3+2+2

Ecris un lancer à 2 termes et dégroupe les nombres pour obtenir une addition égale avec plus de termes.

La date : 06/02/14

Observe, explique : 2+3+1+ 6 = 5 + 7

Ecris un lancer à 4 termes et écris une addition égale à 2 termes.

La date : 7/10/2014

Observe, explique, imite :

7 >4 alors 4+3 > 2+2

4+5 alors 2+2 < 4+1 -

4<0 alors 2+2 > 4+1 -

4>1 alors 2+2 > 4+1

5>4 alors 7+1+1+1 > 7+2+2+1 -

2>1 alors 1+1+2+1+1 > 2+1+1+1

La date : 12/02/2014

Le nombre caché

Je montre le nombre 6 caché dans d'autres nombres

6 / 3+3	8-2≠6 ; 2+6≠8
7 / 6 1	7-1=6 ; 1+6=7
10 / 6 4	10-4=6 ; 4+6=10
13 / 6 7	13+13-7≠7 ; 7+6≠13
9 / 6 3	9-3=6 ; 3+6=9
11 / 6 5	11+11-5≠6 ; 11+11+5≠6=11
12 / 6 6	12-6=6 ; 6+6=12

La date : 14/02/14

Observe, explique, imite :

6 – 3 = 3 alors 26 - 23 = 3

6-3=3 alors 26-23=3

6-3=3 alors 46-43=3

6-3=3 alors 16-13=3

6-3=3 alors 66-63=3

6-3=3 alors 86-83=3

La date : 19/02/14

Additions et soustractions

Je complète les boîtes et j'écris les additions et les soustractions possibles :

6 / 3 3	6-3=3 ; 3-3≠6	3+3=6 ; 6+3≠3
12 / 6 6	12-6=6 ; 6-6≠12	6+6=12 ; 12+6≠6
5 / 3 2	5-3=2 ; 3-2≠5	3+2=5 ; 5+3≠2
6 / 5 1	6-5=1 ; 5-1≠6	5+1=6 ; 1+5≠1
2 / 1 1	2-1=1 ; 1-1≠2	1+1=2 ;
4 / 2 2	4-2=2 ; 2-2≠4	2+2=4 ; 4+2≠2
8 / 7 1	8-7=1 ; 7-1≠8	7+1=8 ; 8+7≠1

La date : 18/03/14

Complète le tableau avec des additions égales à **10**.

additions à 2 termes	additions à 4 termes
2+2=10	7+1+1+2+1+1+3
9+1=10	2+3+1+1=10
7+3=10	2+4+1+0=10
6+2=10	2+2+2+1=10
6+4=10	3+2+2+2=10
4+6=10	2+2+5+1=10
8+2=10	
additions à 3 termes	**additions à 5 termes**
2+2+3=10	1+1+1+1+
3+1+1=10	
2+4+1=10	
7+2+1	
6+2+2=10	
2+2+6=10	
8+1+1=10	

La date : 24/03/14

Fais voir 2

Choisis des nombres et écris-les en montrant tous les 2 qui s'y cachent :

2=2+1
4=2+2
5=2+2+1
6=2+2+2
7=2+2+2+1
8=2+2+2+2
9=2+2+2+2+1
10=2+2+2+2+2
11=2+2+2+2+2+1
12=2+2+2+2+2+2
13=2+2+2+2+2+2+1
14=2+2+2+2+2+2+2
15=2+2+2+2+2+2+2+1

La date : 27/03/14

Observe, explique, imite :

10+10+10+10+3 = 4d 3u = 43

10+10+10+10+3=2d3u=43
10+10+10+3=3d3u=33
10+10+10+10+10+3=3d3u=33
10+10+10+10+10+10+3=3d3=303
10+10+10+10=4d0u=40

La date : 28/03/14

Observe, explique, imite :

58 = 5d 8u = 10+10+10+10+10+8

10=1d0u=10+0
11=1d1u=10+1
12=1d2u=10+2
13=1d3u=10+3
14=1d4u=10+4
15=1d5u=10+5
16=1d6u=10+6
17=1d7u=10+7
18=1d8=10+8
19=1d9u
20=2d0u=10+10+0
21=2d1u=10+10+1
23=2d3u=10+10+3
24=2d4u=10+10+4

La date : 3/02/14

Additions et soustractions

Je complète les boîtes et j'écris les additions et les soustractions possibles :

99 / 90 | 9	9+90=95 99	90+9=95	
	95-99=9 99-9=90	95-9=99 99-90=9	
57 / 50 | 7	57-50=7	57-7=50	
	50+7=57	7+50=57	
87 / 80 | 7	87-80=7	87-7=80	
	80+7=87	7+80=87	
47 / 40 | 7	47-7=40	47-40=7	
	40+7=47	7+40=47	
97 / 90 | 7	97-7=90	97-90=7	
	90+7=97	7+90=97	
42 / 40 | 2	42-2=40	42-40=2	
	2+40=42	40+2=42	

La date : 10/04/14

Observe, explique, imite :

37 + 10 = 47
59 + 10 = 69

59+10+10=79
34+10=44
50+10+10+10=80
20+30+10=40
40+10=50
29+10=39
39+10=49
49+10=59
59+10=69
69+10=79
79+10=99
33+10=43
43+10=53
53+10=63

22+10=32
20+20=40
30+10=40
40+11=71
20+10=30
12+10=22
10+10=20
10+10+10+11=41
47+10+10=81
51+10=01
81+10=71

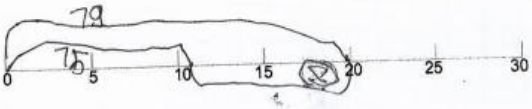
La date : 19/03/14

Ecris des sommes et dessine les pièces et les billets que tu utiliserais pour les payer.

40	20 20
41	20 20 1
42	20 2
43	20 20 1 2
44	20 20 2 2
45	20 5 1 2 2

La date : 15/05/14

12 + ? = 19



19 − 8 = 12

19 − 12 = 7

8 + 12 = 20

12 + 8 = 19



10 + 2 + ? = 10 + 9

10 + 2 + ? = 10 + 9

La date : 21/02/14

Observe, explique, imite :

6 + 6 + 4 = 10 + 2 + 4

10 + 1 + 10 = 0 + 1 + 20

10 + 2 + 4 = 12 + 0 + 4 −

10 + 10 + 10 = 30 + 10 + 0 à discuter

4 + 11 + 5 = 15 + 4 + 0

10 + 9 + 1 = 15 + 4 + 1 −

12 + 18 = 11 + 9 + 1 −

73 + 1 + 2 = 70 + 1 + 8 −

14 + 1 + 10 = 20 + 4 + 1 −

15 + 1 + 11 = 15 + 2 + 10 −

La date : 25/05/14

Calculs avec 9

Dans la classe tout le monde ne réfléchit pas pareil pour calculer **9+6** :

Procédure 1 :
Je sais que **10+6=16 alors 9+6=15**

Procédure 2 :
9+6= 9+1+5=10+5=15

Ecris des calculs avec 9 et choisis l'une des deux procédures pour calculer.

9 + 8 je sais que 10 + 8 = 18 alors 9 + 8 = 17

je sais 9 + 2 je sais que 10 + 2 = 12 alors 9 + 2 = 11 −

9 + 4 je sais que 10 + 4 = 14 alors 9 + 2 = 12 ?

9 + 7 je sais que 10 + 7 = 17 alors 9 + 7 = 16 −

La date : 22/05/14

Ecris des soustractions avec des grands nombres et aide-toi de ton quadrillage pour calculer la différence.

58 − 28 = 30 −

59 − 39 = 20 −

51 − 32 = 19 ×

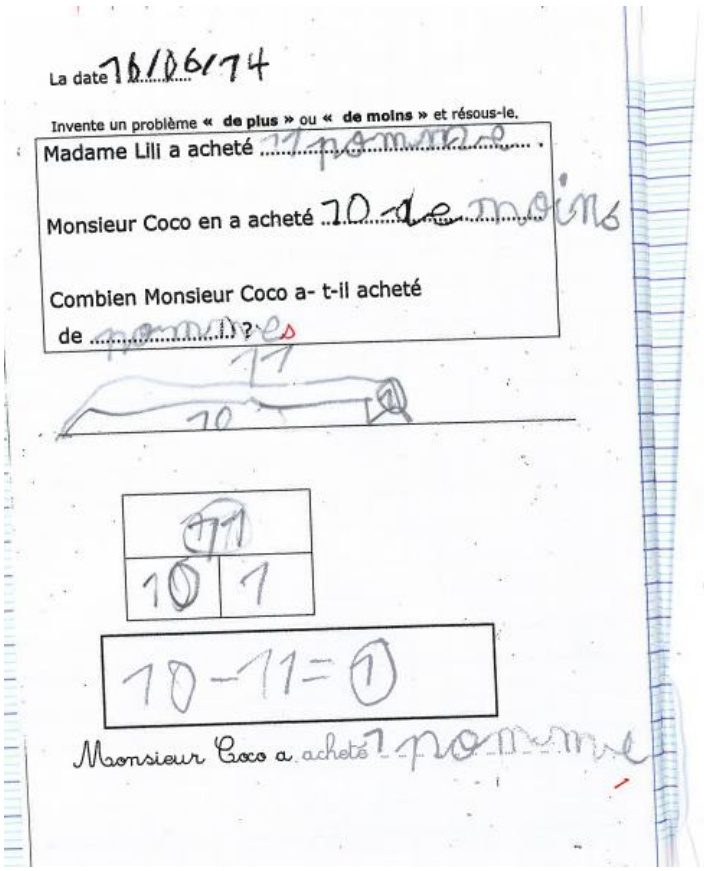
89 − 70 = 9 ? ce n'est pas lisible !

25 − 19 = 8 −

29 − 19 = 10 −

90 − 27 = 58 à revoir

23 − 22 = 2 −


La date 16/06/14

Invente un problème « de plus » ou « de moins » et résous-le.

Madame Lili a acheté 11 pommes.

Monsieur Coco en a acheté 10 de moins

Combien Monsieur Coco a- t-il acheté de pommes ?

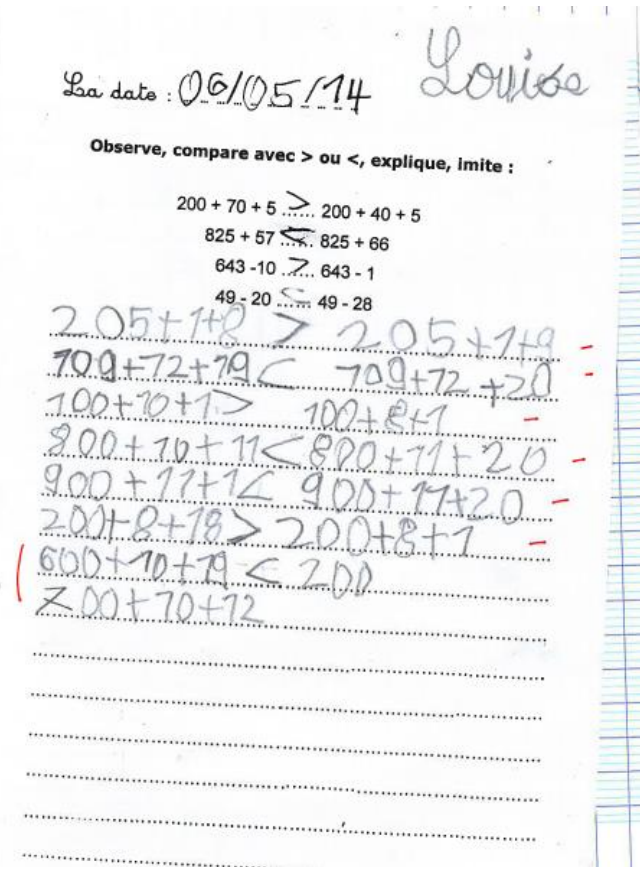
11

10 1

11	
10	1

10 - 11 = 1

Monsieur Coco a acheté 1 pomme


La date : 06/05/14 Louise

Observe, compare avec > ou <, explique, imite :

200 + 70 + 5 > 200 + 40 + 5

825 + 57 < 825 + 66

643 -10 > 643 - 1

49 - 20 < 49 - 28

205+1+9 > 205+1+9

709+72+79 < 709+72+20

100+10+1 > 100+9+1

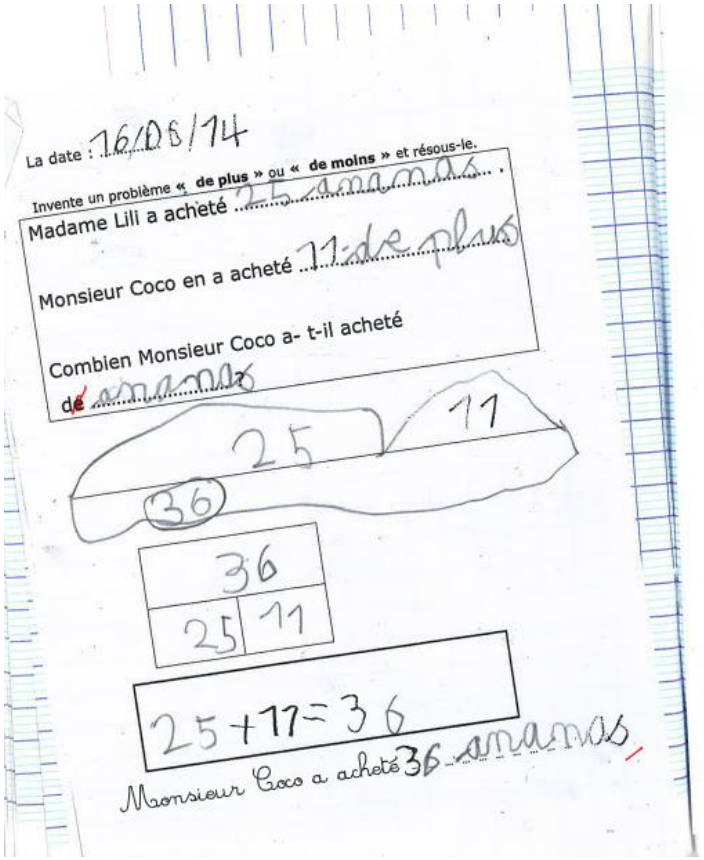
800+10+11 < 800+11+20

900+11+12 < 900+11+20

200+8+19 > 200+8+1

600+10+79 < 200

200+70+72


La date : 16/06/14

Invente un problème « de plus » ou « de moins » et résous-le.

Madame Lili a acheté 25 amandes.

Monsieur Coco en a acheté 11 de plus

Combien Monsieur Coco a- t-il acheté de amandes

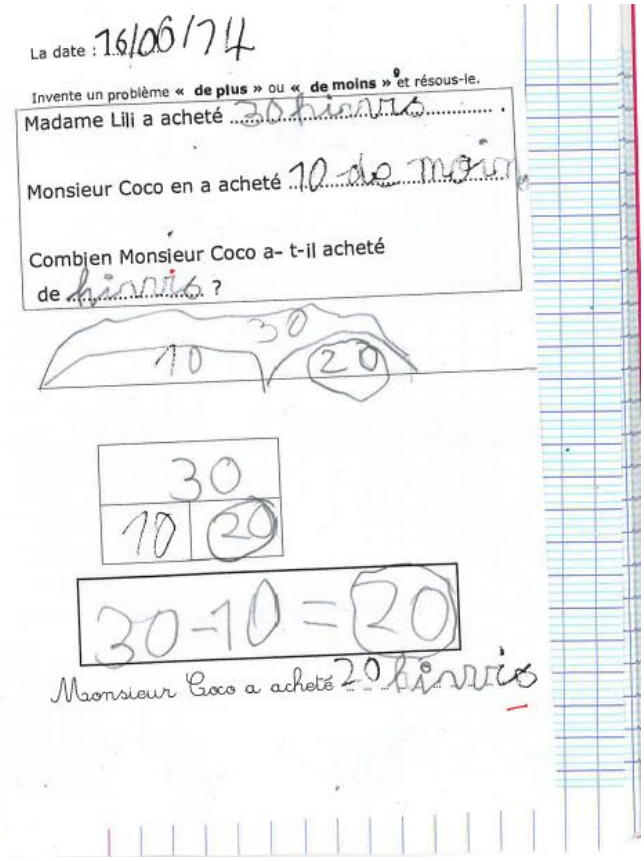
25 11

36

36	
25	11

25 + 11 = 36

Monsieur Coco a acheté 36 amandes


La date : 16/06/14

Invente un problème « de plus » ou « de moins » et résous-le.

Madame Lili a acheté 30 livres.

Monsieur Coco en a acheté 10 de moins

Combien Monsieur Coco a- t-il acheté de livres ?

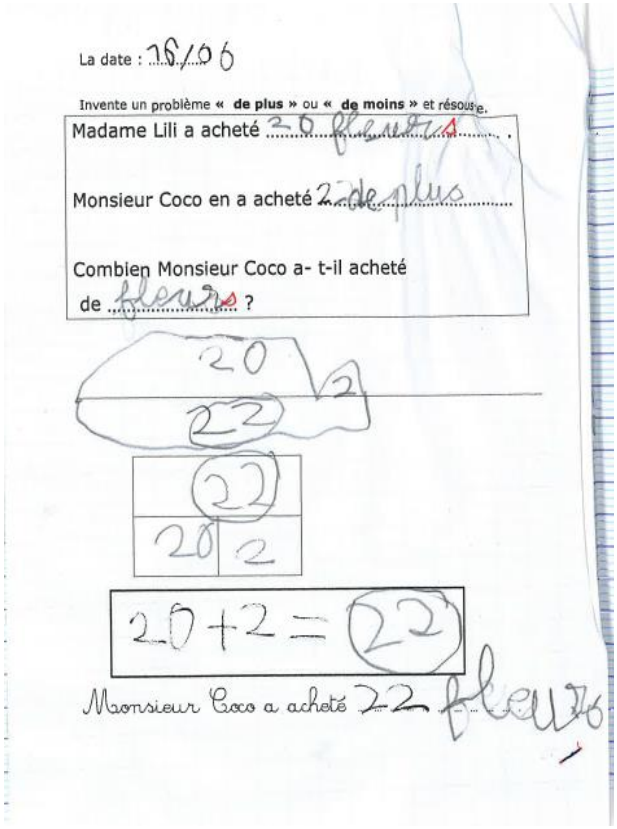
10 30

20

30	
10	20

30 - 10 = 20

Monsieur Coco a acheté 20 livres


La date : 16/06

Invente un problème « **de plus** » ou « **de moins** » et résous-le.

Madame Lili a acheté 20 fleurs .

Monsieur Coco en a acheté 2 de plus .

Combien Monsieur Coco a- t-il acheté de fleurs ?

20 2 22

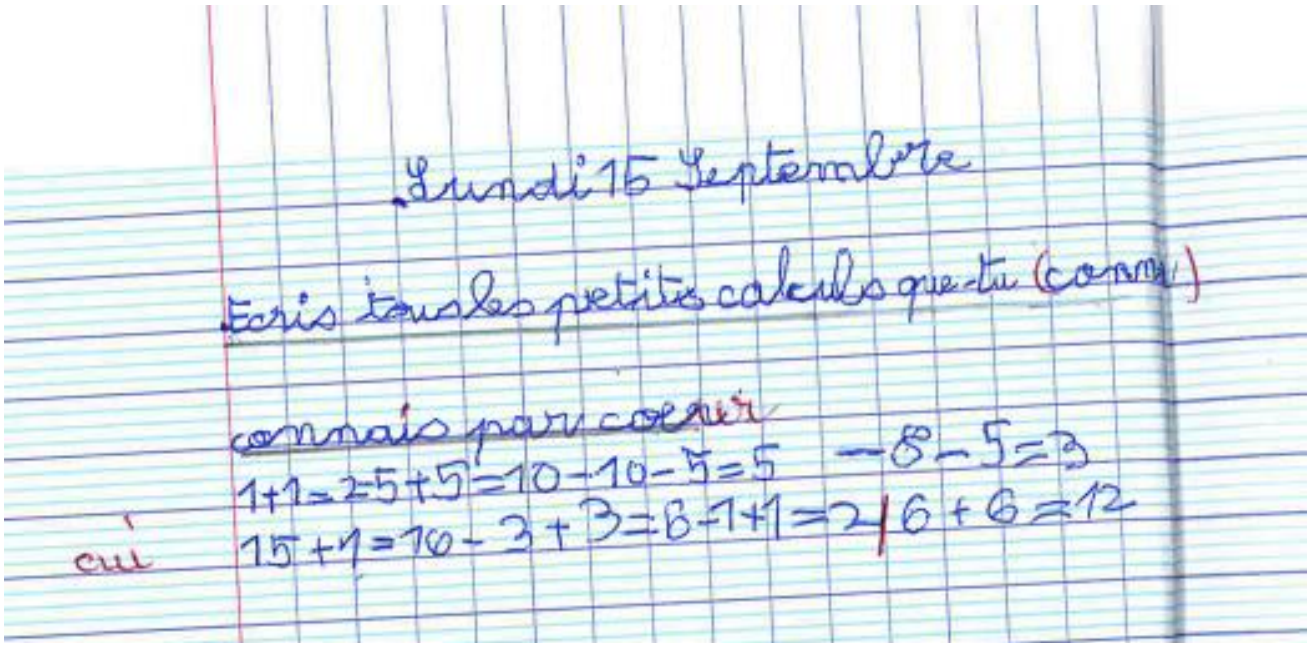
22

20 2

20+2=22

Monsieur Coco a acheté 22 fleurs

Suite en CE1


Lundi 15 Septembre

Ecris tous les petits calculs que tu connais

connais par coeur

1+1=2 5+5=10 10-5=5 8-5=3

15+1=16 3+3=6 1+1=2 6+6=12

Remarque :

On peut constater que l'enseignante de CE1 qui a produit cette incitation débute dans l'utilisation du journal avec ses élèves, car son incitation est un peu trop ouverte. Il faut réussir à trouver un juste milieu entre une incitation trop fermée (du type exercice « *écris tous les nombres de 1 à 10 et ajoute 3 à chacun de ses nombres* ») et trop ouverte (du type : « *écris tout ce que tu sais en mathématiques* ») ; l'incitation doit être en lien avec le savoir mathématique qui vient d'être construit et doit permettre aux élèves une certaine prise d'initiative et une adaptation à son niveau de maîtrise du concept.

La création d'incitations s'améliore avec la pratique ; c'est en faisant qu'on apprend… élève comme enseignant !

LE RALLYE MATHS IREM 95 : DES ÉPREUVES POUR LES CLASSES, UNE FORMATION POUR LES ENSEIGNANTS

Agnès BATTON
ESPÉ de Versailles
agnes.batton@u-cergy.fr

Résumé
Créé en 2012, le Rallye Mathématiques IREM 95 s'adresse maintenant aux élèves de la Moyenne Section de maternelle à la sixième ainsi qu'à tous les élèves relevant de l'enseignant spécialisé.
Il s'agit de résoudre quatre problèmes, en classe entière mais avec des modalités spécifiques : travail en petits groupes puis mise en commun et débat argumentatif de manière à ce que les élèves communiquent et argumentent sur les procédures utilisées pour ensuite se mettre d'accord sur une seule production. L'enseignant régule la séance mais n'intervient pas. Les élèves sont autonomes et ont le droit de demander tout le matériel dont ils ont besoin.
Dans cette communication, une découverte de cette ressource et certaines des exploitations possibles en formation d'enseignants ou vers d'autres publics sont proposées.
En guise de préambule, nous présentons nos objectifs ainsi que la démarche qui ont conduit à la réalisation du Rallye puis nous décrivons les modalités de son utilisation par les classes. Ensuite nous exposons quelques uns des énoncés présentant des caractéristiques différentes (niveau de classe, notions mathématiques visées) et pour lesquels nous avons reçus des réponses variées. Ces réponses de classes sont examinées en termes de conception d'élèves mais également en termes de degrés d'analyse des diverses postures et procédures d'élèves par leur enseignant. Puis nous décrivons rapidement les journées de jeux mathématiques du Rallye qui, sous une autre forme, permettent aux élèves d'être dans une nouvelle posture de résolution de problème. Enfin nous décrivons des formations susceptibles de favoriser le transfert d'une posture de recherche auprès des élèves : en contexte de classe auprès de PE (en formation continue), PES (en formation initiale), mais aussi hors classe, en médiation (Master 1) et animation (centre de loisirs) culturelle mathématique afin de développer, dans différents milieux, scolaire et non scolaire, la démarche d'investigation en mathématiques.

Les épreuves et les modalités du Rallye Mathématique IREM 95 sont produites par un groupe pluricatégoriel lié à l'IREM de Paris Diderot. Il a pour objectif, pour les enseignants comme pour les élèves, de « donner envie » de faire des mathématiques par la résolution de problèmes dans une démarche particulière.

Nos objectifs pour les élèves sont de :

- les confronter à des problèmes de recherche pour lesquels différents types de démarches sont possibles et qui favorisent l'initiative, l'imagination et l'autonomie ;

- les placer dans un contexte qui valorise le travail en équipe, qui les implique dans un esprit de coopération et non de rivalité.

« Au cœur même de la notion de culture mathématique se trouve la capacité de poser, de formuler et de résoudre des problèmes… les élèves devraient non seulement être à même de résoudre des problèmes, mais aussi de se les poser. »[1]

Pour les enseignants, le Rallye est utilisé comme un outil de formation qui permet de les faire entrer dans un processus de réflexion sur la résolution de problème dans l'enseignement des mathématiques notamment. C'est en particulier un moyen d'envisager, avec les enseignants, les questions de complexité

[1] Rapport PISA http://www.pisa.oecd.org/

et de niveaux d'abstraction. Il permet également d'enclencher, chez les enseignants qui l'utilisent pour leur(s) classe(s), une interrogation sur leurs pratiques.

I - BREF HISTORIQUE

En 2011, la circonscription de Sarcelles Sud demande de construire des animations afin d'organiser un rallye mathématique pour les élèves de Cycle 2. En 2012, le Rallye s'ouvre au département entier, s'élargissant aux élèves de cycle 3, de CLIS et de SEGPA : c'est la première année du Rallye Maths IREM 95. Nouvelle étape en 2014, les élèves de maternelle Moyenne Section et Grande Section sont concernés, ainsi que tous les élèves relevant de l'enseignement spécialisé, les binômes de classes inter-cycles (GS-CP ou CM2-6ème) et les groupes d'inclusion (CP-CLIS par exemple).

Depuis juin 2014, un temps supplémentaire s'est organisé en fin d'année scolaire, les « journées de jeux mathématiques », pendant lesquelles des classes s'étant impliquées dans les épreuves du Rallye ont la possibilité, durant une demi-journée, de participer à des ateliers de manipulation et de jeux.

II - DESCRIPTIF DE LA RESSOURCE

1 Des problèmes pour les élèves : un travail tout au long de l'année

Le Rallye Maths IREM 95 propose des épreuves de résolution de problèmes ouverts. Ces problèmes sont répartis en quatre champs : nombres et calculs (construction du nombre en maternelle), grandeurs et mesures, géométrie (espace et plan), logique et cela, suivant quatre degrés de difficulté (vert, bleu, jaune, rouge) ; cinq pour le Cycle 3 (en ajoutant Arc-en-ciel). Des archives (énoncés et corrigés) sont disponibles sur le site[2].

Une organisation commune est proposée aux classes : il y a d'abord une période d'entrainement, qui peut débuter dès septembre, et qui nécessite au moins deux semaines d'entrainement consécutives, similaires à celles de l'épreuve de mars et utilisant les archives de sujets sur le site.

Les épreuves en tant que telles ont lieu autour de la semaine des mathématiques (autour de la mi-mars). Les classes ont deux semaines pour résoudre quatre problèmes (un par champ) de leur cycle. Les enseignants de l'enseignement spécialisé peuvent complètement adapter le niveau de difficulté des épreuves à leur public. La résolution se fait en classe, encadrée par le maître titulaire de la classe (qui peut être accompagné par exemple par un enseignant du dispositif « plus de maîtres que de classes » afin de faciliter l'observation des différents groupes d'élèves). L'enseignant doit constituer des groupes hétérogènes et favoriser la participation de chacun au sein du groupe.

Chaque classe ne doit renvoyer qu'une seule réponse à chacun des problèmes, réponse commune élaborée à partir d'un débat sur les productions des différents groupes de travail de la classe.

Pendant les épreuves, l'enseignant est observateur. Il observe et note les réactions, les démarches, les procédures des élèves en vue d'enrichir sa connaissance des élèves ; il ne donne pas d'indication, pas de conseil ; il gère et anime le débat relatif à la confrontation des réponses mais il n'intervient pas dans la rédaction de celles-ci ; l'enseignant ne doit donner **aucune aide ni mathématique, ni méthodologique**, il n'est que le secrétaire de la classe. En effet, la nécessité de fournir une seule réponse pour toute la classe et de s'accorder sur les solutions est une incitation au **débat mathématique**.

La responsabilité de l'organisation de la recherche est laissée à la classe. Les élèves ont accès au matériel dont ils ont besoin (voir l'exemple de la « mallette aux trésors »[3] sur le site). La classe doit produire une réponse argumentée pour chacun des problèmes (voir Annexe 1).

L'évaluation des réponses reçues en provenance des classes est faite par le groupe des collègues concepteurs des sujets accompagnés par l'équipe du groupe IREM.

[2] Site du Rallye Maths IREM 95 : http://blog.ac-versailles.fr/rallyemathssarcellessud/index.php/

[3] http://blog.ac-versailles.fr/rallyemathssarcellessud/public/Etape_2_2014/Mallette_aux_tresors.pdf

Pour chaque classe, il doit y avoir un problème par domaine (Géométrie, Grandeurs et mesures, Nombres et calculs, Logique). Le non-respect de cette consigne implique des points de pénalités. Il y a également des points d'engagement selon la difficulté de l'énoncé (un point s'il s'agit d'un énoncé de la série verte, celle des problèmes les plus simples ; deux points pour les énoncés de la série suivante…) ; et le même nombre de points pour la solution, pour la démarche et l'argumentation (trois points).

Au mois de juin, chaque élève reçoit un diplôme personnel et chaque classe, un diplôme de classe. Selon les demandes des écoles ou des circonscriptions et les disponibilités des collègues de l'équipe du Rallye, des remises de diplômes sont organisées dans certaines villes ou certaines écoles (voir Annexe 2).

Le rallye mathématique est un levier pour changer les représentations des mathématiques des élèves, leur rapport au savoir et développer leur posture de chercheur.

Pour Perrin D. (2015), « Faire des mathématiques c'est poser et, si possible, résoudre des problèmes ». Il propose alors une « expérience mathématique » en deux phases : une phase expérimentale suivie d'une phase d'observation des résultats de l'expérience.

Pour Charlot B. (1987), « L'activité mathématique n'est donc pas simplement recherche de la réponse correcte. Elle est aussi élaboration d'hypothèses, de conjectures, qui sont confrontées à celles des autres et testées dans la résolution du problème. Un concept approximatif est forgé pour résoudre un certain type de problème. Puis la pensée rebondit quand l'élève utilise ce concept pour résoudre d'autres problèmes, ce qui exige transferts, rectifications, ruptures, etc., selon un processus analogue à celui que l'on peut observer dans l'histoire des mathématiques. ».

C'est en suivant, entre autres, les arguments de ces deux chercheurs que nous avons conçu le rallye afin qu'il permette aux élèves :

- d'utiliser des outils mathématiques pour agir, choisir, décider ;

- d'exercer un regard critique face à des résultats mathématiques trouvés par eux-mêmes et par d'autres ; d'exprimer un résultat, une démarche ;

- de débattre du vrai et du faux en utilisant des connaissances partagées ;

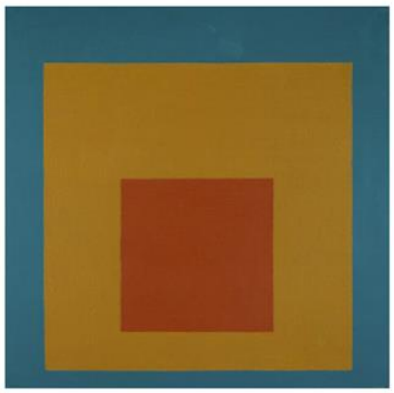
- d'aborder la question de la preuve ou de la justification

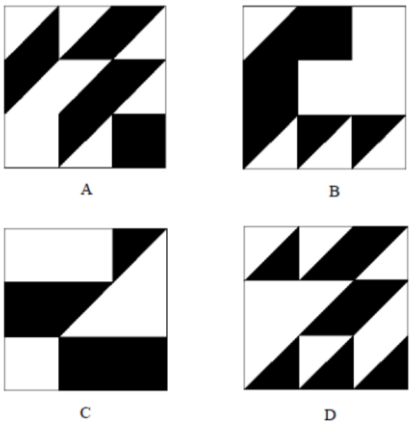
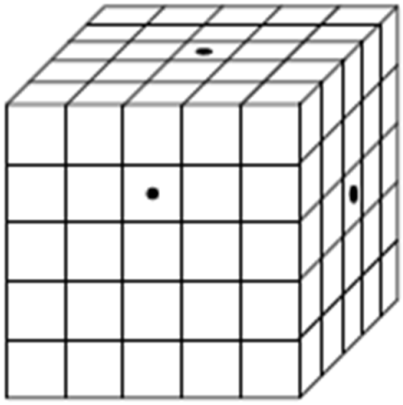
- de chercher à mieux connaître certains « objets mathématiques »

- de construire des connaissances solides sur certaines notions ainsi que d'apprendre à choisir les outils nécessaires pour résoudre un problème.

1.1 Des problèmes pour la classe : des exemples d'énoncés

Dans cette partie, nous présentons les consignes et illustrations de quatre problèmes.

LES CARRÉS DE JOSEPH ALBERS Consigne : « Joseph Albers est un artiste qui a présenté une série de « carrés » de différentes couleurs. En voici un. Vous avez à votre disposition des feuilles de couleurs. Vous devez en superposer trois et trouver le maximum de « carrés » différents. Attention, il ne doit pas y en avoir deux qui soient identiques.	

NOIR C'EST NOIR Consigne : « Quel carré a la plus grande surface noircie ? » Source : fichier EVARISTE école, APMEP	
LA VISITE AU ZOO Consigne : « Au zoo, Zoé voit dans un enclos des girafes et des autruches. Elle compte vingt-quatre pattes. Combien y a-t-il de girafes et d'autruches dans cet enclos. Trouve au moins trois réponses différentes. » Source : http://gdm-62.etab.ac-lille.fr/Enigmathic	
La chignole Consigne : « J'ai construit ce cube avec des petits cubes. Avec ma perceuse, je perce ce cube de part en part, suivant le modèle. Combien de petits cubes sont percés ? Source : « Rallye mathématique des écoles des Ardennes », 1996	

Ces quatre problèmes portent sur des domaines mathématiques différents (logique, grandeurs et mesures, nombres et calculs).

Une analyse a été menée pour identifier le cycle pour lequel l'énoncé était construit (qui n'était pas indiqué dans la présentation initiale des énoncés), les compétences et connaissances mathématiques en jeu, les procédures possibles ou attendues, les erreurs et les conceptions sous-jacente sur la notion visée potentiellement à l'origine de ces erreurs. Par exemple, pour « Noir c'est noir », la notion visée, l'aire, n'est pas enseignée en tant que notion au programme en cycle 2 mais c'est justement pour ce niveau de classe qu'a été proposé cet énoncé. Les réponses des classes permettent d'avoir accès à certaines conceptions erronées sur les aires.

Le matériel et l'accès au matériel sont aussi des points à questionner lorsqu'on élabore des épreuves. Par exemple, pour les élèves de MS ou GS de maternelle, des précisions sont données systématiquement en fin d'énoncé et des planches à reprographier sont en général jointes au sujet (exemple pour les carrés d'Albers : « Disposer de carrés de trois tailles et de trois couleurs différentes. Les faire coller sur une grande feuille après validation par le groupe. Nous faire parvenir le document ou une photographie. »).

1.2 Des problèmes pour la classe : des exemples de réponses de classe, de retours d'enseignants

Différentes productions de classes ont ensuite été présentées et analysées en collectif (voir Annexe 2). Elles permettent, s'appuyant sur un même énoncé, de comparer plusieurs solutions de classes, d'avoir accès à différentes procédures mais surtout, elles mettent en évidence différents niveaux de discours des enseignants : certains enseignants renvoient les productions d'élèves quasi brutes (même si une des consignes du Rallye précise que les réponses qui sont envoyées doivent permettre de rendre compte des procédures utilisées par les classes). Dans certaines productions présentées, les procédures des élèves sont décrites par les enseignants ; dans d'autres écrits reçus, une analyse des conceptions erronées sous-jacentes à des productions d'élèves est proposée.

Par exemple, dans une des productions de « Noir c'est noir », on voit les traces au stylo des « découpes » qui ont permis de dénombrer les triangles rectangles isocèles qui ont servi d'unités pour mesurer les aires des différentes surfaces. Mais les écritures A = 9, B = 8 incitent à se poser la question de la place qu'a prise l'enseignante dans la rédaction (et la recherche ?) de la solution. Ces écritures ne sont pas des écritures d'élèves de ce niveau. Il n'y a aucun commentaire ajouté. Une autre classe a donné la mauvaise réponse mais la procédure choisie sert d'argumentaire à la réponse : « celle qui a la plus grande surface c'est celle qui a le plus de formes » et cet argument est illustré par le découpage des différentes parties noircies et par le dénombrement de ces « formes ». L'enseignante n'a pas non plus envoyé de commentaires mais la conception sous-jacente à la réponse apparait : plus il y a de formes, plus la surface est grande (nombre de formes et non somme des aires des formes). Une troisième production a été envoyée accompagnée par l'analyse qu'en a faite l'enseignante. On y voit d'abord une description des modalités de travail « cinq groupes hétérogènes » et du matériel mis à disposition « règles, feutres et photocopies de carrés et de triangles ». Elle y détaille ensuite les procédures utilisées par les élèves, les erreurs commises mais aussi la manière dont a été utilisé le matériel mis à disposition. Même si tous ces commentaires ne sont pas demandés par le groupe Rallye, il est intéressant d'y avoir accès.

Pour « les carrés de Joseph Albers », l'enseignante a détaillé certains points cruciaux qui avaient fait débat dans la classe de Moyenne Section : peut-on avoir plusieurs carrés de la même couleur dans une production ? Les élèves ont décidé que non ; « on ne peut pas mettre en bleu car il y a déjà du bleu »…

Pour « La chignole », la production présentée laisse apparaitre à nouveau des observations concernant les modalités de passation de l'épreuve (groupes hétérogènes) mais explicite la représentation du problème qui a été choisie (une représentation en perspective transparente) ainsi que la procédure utilisée. Elle ajoute également un certain nombre d'erreurs commises qui permettent d'imaginer certaines conceptions erronées sous-jacentes : confusion de vocabulaire, cube et carré ainsi qu'une représentation « vide » du cube.

Pour « La visite au zoo » un binôme d'enseignantes de Grande Section et de CP, qui ont fait travaillé leurs élèves en décloisonnement, ont envoyé la réponse des élèves sous forme d'un diaporama dans lequel on peut suivre pas à pas les étapes des différents groupes et qui sont commentées par les enseignantes. Elles y décrivent les étapes : séance 1 : première recherche individuelle, premier bilan collectif, deuxième recherche individuelle ; séance 2 : reformulation du problème et recherche par petits groupes ; mise en commun. Elles y incluent également des annotations : « Des élèves entrent dans la schématisation », « En groupe, ceux qui n'avaient pas compris l'enjeu du problème se sentent plus concernés et entrent dans le « recomptage » des pattes pour réussir. ». Les différentes étapes sont illustrées par des photos et des productions intermédiaires d'élèves accompagnées de morceaux choisis de paroles d'élèves qui décrivent leur procédure : « Nous, on a fait des girafes et des autruches et après, j'ai compté. Il y avait 8 autruches et 1 girafe. *(Elle recompte)* Ah non, ça fait 20. ».

Il est clair, au travers de ces productions, que la question de la place de l'enseignant lors de la recherche, lors de l'écriture de la réponse reste ouverte. On ne peut que faire confiance aux enseignants qui participent au Rallye ! Mais on voit bien que le choix du matériel, proposé ou préparé sans forcément le proposer, va également influencer la recherche. Les collègues ont fait des choix différents pour présenter

les réponses de leurs élèves en nous donnant plus ou moins accès à l'observation et à l'analyse qu'ils en ont fait.

On peut voir, au travers de certains retours d'enseignants accompagnant les productions des élèves, par exemple pour « Noir c'est noir » ou « La chignole », qu'une partie de nos objectifs sont atteints :

- côté élèves : ils se sont mis en posture de chercheur, ont pris des initiatives, ont fait des choix concernant la représentation de leur solution, ont développé des arguments pour convaincre la classe ;

- côté enseignants des classes : certains enseignants dépassent le simple envoi de réponse, y associent une description d'une partie des recherches, des argumentations des élèves ainsi qu'une analyse de différentes productions présentées avec conceptions (erronées) sous-jacentes.

2 Des jeux mathématiques

Comme l'indique le document d'accompagnement des programmes *Les mathématiques par le jeu*, document ressource cycle 3 et 4 (2016) « La pratique du jeu permet de gagner du temps dans la compréhension des connaissances, rend plus pérennes les savoir-faire essentiels en mathématiques et leur permet de développer des compétences diverses : faire des choix, prendre des décisions, anticiper un résultat sont autant d'attitudes que l'on attend d'un élève lors de la résolution de problèmes ou de tâches complexes. Le jeu développe donc les prises d'initiatives des élèves. »

Les classes qui ont participé au Rallye peuvent, si elles le souhaitent, et dans la limite des places disponibles, s'inscrire aux « Journées de jeux mathématiques ». Les classes viennent sur une demi-journée, les élèves répartis par groupe de six élèves maximum, changent toutes les vingt minutes d'atelier. Ils sont pris en charge par un encadrant (Professeur d'École Stagiaire, Professeur d'École, Maitre Formateur, Conseiller Pédagogique de Circonscription, mais également des étudiants de M1, des lycéens ou adultes ayant accepté de venir aider…). Ces jeux sont des jeux du commerce, des jeux pédagogiques construits ou des activités de manipulations : masses, contenances… (voir Annexe 3).

Ces jeux proposent aux élèves un autre support et d'autres modalités pour la résolution de problème. Ils permettent également aux enseignants, qui préparent ces jeux avec l'équipe du Rallye, d'analyser ces jeux d'un point de vue pédagogique et didactique (construction de fiches d'analyse de jeux). Ils donnent accès aux adultes de tous âges qui encadrent les groupes de « faire des mathématiques autrement ».

III - DES FORMATIONS ASSOCIÉES

Plusieurs types de formations sont construits autour des problèmes du Rallye Maths IREM 95.

1 Pour des transferts en classe

Historiquement, le Rallye s'est construit grâce à la volonté de l'équipe de la circonscription de Sarcelles Sud de faire travailler les mathématiques dans les classes de manière plus approfondie, plus ambitieuse. Le Rallye est donc un des moyens de faire entrer les enseignants dans un processus de réflexion sur la résolution de problème, en mathématiques notamment. C'est un moyen d'envisager, avec les enseignants, comment aborder la conduite de séances de résolution de problèmes (complexes) ainsi que de réfléchir à certaines notions.

1.1 En formation continue

En formation continue, deux types de formation sont actuellement engagées pour les enseignants en poste.

Un premier type de formation pour les collègues intéressés mais non encore engagés ou qui viennent de s'engager dans le Rallye, est construit sous forme de conférence dialoguée présentant les enjeux du Rallye, les modalités de fonctionnement, ainsi que des épreuves et des productions de classes. Ainsi les débats ont lieu sur l'observation des élèves par le maître lors de la recherche, l'autonomie des élèves lors des différents temps (recherche individuelle, recherche en groupe, présentation à la classe, choix de la solution à envoyer), la place du matériel, l'organisation et la gestion des phases de mise en commun

amenant au choix d'une réponse, le débat argumentatif… Ce type de présentation a également servi à proposer le Rallye Maths IREM 95 comme un objet commun fédérateur pour faire fonctionner des liaisons école-collège (voir Annexe 4).

Le deuxième type de formation se fait sous la forme d'un parcours hybride à destination des Professeurs des écoles qui élaborent les énigmes. En effet il avait été dès le départ prévu que les énigmes soient construites par des enseignants qui avaient choisi de faire participer leur classe au Rallye. Ainsi, en plus des objectifs visant l'enseignement des notions mathématiques intervenant dans la résolution des problèmes choisis, il s'agit de former les enseignants à la conception de sujets pour le Rallye et à la pratique de la résolution de problèmes selon cette modalité particulière.

Cette formation (anciennement 9 h, maintenant 6 h) est structurée en trois temps « présentiels » entrecoupés de moments « distanciels » pendant lesquels les formés ont des tâches à accomplir :

- un temps de mise en situation d'homologie (au sens de Houdement et Kuzniak, 1996) et de compléments didactiques et pédagogiques ;

- un temps de construction des épreuves du Rallye (énoncés et éléments de correction) ;

- un temps de retour sur les expériences en classe, sur des productions d'élèves et des corrections.

Le scénario est le suivant.

Lors d'un premier « présentiel », les enseignants formés sont en situation de recherche de résolution de problème avec une consigne particulière : « Résoudre en se regardant résoudre : repérer les compétences en résolution de problème ; les tâches et compétences mathématiques sous-jacentes ; formuler les procédures attendues : correcte(s) ou non, et les erreurs possibles ; expliciter les variables qui permettraient de faire évoluer le problème et en proposer des variantes. Les formés travaillent d'abord seuls puis se mettent en petits groupes de deux à quatre personnes. Suit une mise en commun avec débat argumentatif. Après à cette discussion, des compléments didactiques et pédagogiques sur la résolution de problèmes sont apportés sous forme d'extraits d'articles notamment celui sur la démarche expérimentale (Gardes et Grenier, 2013), sur les enjeux de la résolution de problèmes mathématiques du point de vue d'un sociologue de l'éducation (Charlot, 1987) , sur la mise en place en classe de résolution de problèmes ouverts (Perrin, 2015), sur les dérives méthodologiques en résolution de problèmes (Houdement et Coppé, 1999).

Des recommandations pour le fonctionnement du Rallye sont alors explicitées : veiller à impliquer tous les élèves de façon à ce que chacun puisse s'investir, organiser un temps d'appropriation et d'exploration du problème. Les enseignants peuvent faire un retour sur les débats et les productions.

Un point est fait sur les enjeux du Rallye pour les élèves : être en situation de recherche de façon autonome, élaborer des procédures de résolutions personnelles, construire une démarche scientifique: émettre des hypothèses, élaborer une démarche de résolution, vérifier, échanger des procédures, argumenter ; utiliser, enrichir le langage mathématique (vocabulaire, schémas, graphiques...) ; lire en mathématiques en s'adaptant à la diversité des formes d'énoncés de problèmes ; prendre conscience de la puissance de ses connaissances même si celles-ci sont modestes ; écrire en mathématiques : des écrits pour chercher, des écrits pour argumenter, des écrits destinés à être communiqués.

Le Rallye permet aux enseignants une prise de recul par rapport à des pratiques habituelles en mettant d'autres formes de travail en place, un repérage et une valorisation des capacités de leurs élèves face à ce type de situations. Les enseignants doivent également faire confiance à tous les élèves pour réussir, en adoptant une posture d'accueil des propositions, en se retenant d'intervenir sur les discussions. Ils observent et notent les réactions de leurs élèves, leur organisation, leurs démarches, leurs conceptions, leurs compétences pour pouvoir enrichir et diversifier ultérieurement leur propre pratique (voir Annexe 5).

Un bilan donnant quelques éléments nécessaires pour la construction d'énoncés de problèmes pour les épreuves du Rallye clôture cette séance.

Le deuxième temps (qui est un moment à distance) consiste alors en une première recherche de sujets de problèmes, avec une contrainte supplémentaire : essayer d'avoir des contextes se rapprochant du thème proposé pour la semaine des maths (Mathématiques et langages en 2017, Maths et Sport en 2016…). Les enseignants travaillent en équipe (de deux ou trois) par cycle et par thème afin de proposer au final tous les problèmes sur l'intégralité des niveaux de difficulté.

Le troisième temps, séance en présentiel cette fois, consiste à finaliser les sujets : les collègues en plus grand groupe discutent ainsi du niveau de difficulté (critères de complexité), des consignes, du matériel nécessaire (prévoir des planches annexes), et écrivent des commentaires supplémentaires pour les collègues en maternelle notamment.

Le quatrième temps, à distance, consiste à faire passer les épreuves choisies aux élèves de la classe et à les observer. Il s'agit ensuite de mener une première analyse (voir annexe 4 : éléments d'observation).

Le cinquième temps, en présentiel, permet aux enseignants d'échanger sur leurs observations d'élèves en classe lors des temps de recherche et de débat qui ont lieu lors de la passation des épreuves du Rallye. Il s'agit ensuite de découvrir les productions d'autres classes afin de construire une analyse *a posteriori* notamment des procédures et argumentations des classes et des analyses de leur enseignant. Les productions sont ensuite « corrigées » (voir Annexe 6) afin de produire un classement par niveau de classe.

1.2 En formation initiale (voir Annexe 7)

Les étudiants de master MEEF, futurs professeurs d'école, ou les Professeurs d'école stagiaires peuvent également être destinataires d'une formation utilisant une partie des documents du Rallye.

Un sujet sur des notions et des procédures d'élèves explicitées ou à expliciter peut être proposé (Annexe 7.1). Une notion donnée, un choix d'énoncés de différents cycles issus du Rallye peuvent servir à l'introduction d'un TD sur cette même notion et son « filage » tout au long de la scolarité (Annexe 7.2). La consigne peut être : « Expliciter les apprentissages visés à partir de l'analyse des problèmes proposés. ». Ces analyses permettent de faire émerger des discussions autour de la progression sur la notion étudiée mais aussi sur l'activité de résolution de problème, sur l'usage du matériel et de la manipulation.

2 Pour une diffusion de la culture mathématique

2.1 En médiation culturelle

Les étudiants de master MEEF Pratiques et ingénierie de la formation - Médiation culturelle : concevoir des projets éducatifs et culturels en partenariat ont en Master 1 une Unité d'Enseignement nommée « Connaissances relatives à la médiation artistique et culturelle » avec notamment des European Credits Transfer System (ECTS) Éducation et médiation scientifique. Dans ces ECTS, plusieurs modules sont proposés, notamment un sur les jeux mathématiques. Un encadrement de groupes d'élèves lors des ateliers de jeux mathématiques du Rallye Maths IREM 95 leur est ensuite proposé.

Dans ce module, les étudiants ont à leur disposition des jeux mathématiques. Ils ont un premier temps de familiarisation avec ces jeux ; ils les testent en jouant par groupe puis, toujours par groupe, une grille d'analyse de jeu leur est proposée. Cette grille a été construite à partir de celle de Bolon (1993) (voir un exemple en annexe 9).

Il s'agit alors de réaliser une analyse *a priori* du jeu. Après avoir présenté le matériel, le but du jeu, le déroulement d'une partie, les étudiants doivent analyser les notions mathématiques sollicitées, les compétences mathématiques et transversales mises en jeu, les variables et variantes du jeu, les difficultés possiblement rencontrées par les élèves, les étayages (étayage langagier, matériel et supports), les erreurs et leur explicitation en action.

Dans un second temps, lors des ateliers de jeux mathématiques, les étudiants animent un atelier sur un des jeux déjà rencontrés avec un groupe de six élèves maximum et peuvent ainsi prolonger leur réflexion par une analyse *a posteriori*.

L'an passé, les étudiants avaient également travaillé en partenariat avec l'association 2AMAJ Val de France autour d'une exposition sur la Géométrie des bâtisseurs. Ils avaient ensuite construit des médiations culturelles et en avaient présenté certaines aux journées de jeux du Rallye, autour de la corde à nœud par exemple.

2.2 Pour les animateurs de centre de loisirs et les bénévoles

Des conseillers pédagogiques membres du groupe Rallye Maths IREM 95 ont proposé à toutes les personnes qui encadraient, et donc aux animateurs culturels de la ville, une journée de formation.

En première partie, des conseillers pédagogiques départementaux TICE ont proposé une formation sur le numérique : initiation à l'utilisation des BEEBOT, du langage de programmation scratch junior, ainsi que des logiciels de mathématiques et notamment de calcul mental. La deuxième partie est centrée sur le jeu mathématique, comme avec les étudiants de médiation culturelle : prendre connaissance des règles d'un jeu, l'analyser en vue d'y faire jouer des élèves en s'attachant aux objectifs mathématiques et langagiers notamment. La formation se termine par un point sur l'organisation de la journée « jeux et ateliers mathématiques du Rallye 95 » : horaires, organisation… (voir annexe 9)

Sur la ville, l'action a « fait des petits » : le centre de loisirs a acheté des jeux mathématiques pour les Activités sur Temps Périscolaires et le périscolaire de manière à ce que les animateurs qui ont été formés puissent continuer à utiliser ces jeux avec les élèves. Un partenariat s'est engagé entre l'éducation nationale et les équipes périscolaires dans le cadre du PEDT (projet éducatif territorial).

3 En « auto-formation » : le site

Le site est accessible à tous. Il est pensé comme un outil à usage autonome mais également un outil d'autoformation. Il possède plusieurs rubriques. L'espace central est dédié aux actualités : les documents d'organisation et d'inscription en début d'année, les sujets des problèmes organisés par cycle, le niveau de difficulté et ce pour chacun des quatre champs. Il y a également un espace d'archives disponibles au téléchargement (sujets d'épreuves des années précédentes associées à leur corrigé). On y trouve des outils ou matériel pour la classe comme la mallette au trésor, le mode d'emploi pour construire une balance avec un cintre et des cubes à l'aide d'enveloppes 11 cm x 22 cm[4], mais également des outils pour l'enseignement : des conseils pour l'organisation des épreuves du Rallye en classe, des articles concernant la résolution de problèmes en mathématiques et l'utilisation des rallyes mathématiques en classe.

IV - CONCLUSION

Cette communication a permis de faire découvrir aux participants la ressource que constitue le site du Rallye, de lancer des discussions sur les choix d'organisation du groupe Rallye Maths IREM 95, sur les liens avec le terrain et l'Inspection académique mais aussi sur l'organisation en classe, le niveau de difficulté des épreuves, l'évaluation des copies, l'organisation des ateliers jeux. Les documents accessibles en ligne peuvent être utilisés par les enseignants pour mettre les élèves en situation de résolution de problème, les mettre en recherche individuelle puis collective, permettre un débat argumentatif utilisant des explicitations de procédures. Ils peuvent également servir à construire diverses formations d'enseignants initiales ou continues.

La formation des étudiants de master Médiation culturelle ainsi que celle des animateurs de ville et des militants associatifs a permis une diffusion plus large de la culture mathématique.

[4] avec l'aimable autorisation de Didier Boursin

V - BIBLIOGRAPHIE

BATTON A. (2015), Rallye Maths IREM 95, *Panoramaths 6*, éd. CIJM, 199-206

BOLON J. (1993) Comment analyser un jeu mathématique ? *in Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques tome* III

CHARLOT B. (1987) *Qu'est-ce que faire des maths ?*, in Bulletin de l'APMEP

http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Faire_des_maths_Charlot_.pdf

GARDES D, et GRENIER D. (2013) La démarche expérimentale en mathématiques et dans l'enseignement, *in La réforme des programmes du lycée et alors ?* Actes du colloque, IREM de Lyon

COPPE S. HOUDEMENT C. (1999) Réflexions sur les activités concernant la résolution de problème à l'école primaire. In Grand N n°69, IREM de Grenoble

MEN (2016) *Les mathématiques par le jeu, document ressource cycle 3 et 4*

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Maths_par_le_jeu/92/4/01-RA16_C3_C4_MATH_math_jeu_641924.pdf

VI - SITOGRAPHIE

Association 2AMAJ Val de France : http://2amajvaldefrance.blogspot.fr/

Médiation culturelle : concevoir des projets éducatifs et culturels en partenariat

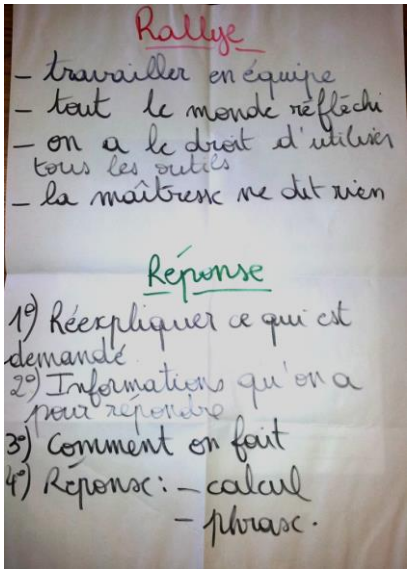
https://www.u-cergy.fr/fr/formations/schema-des-formations/master-lmd-XB/sciences-humaines-et-sociales-SHS/master-meef-pratiques-et-ingenierie-de-la-formation-mediation-culturelle-concevoir-des-projets-educatifs-et-culturels-en-partenariat-program-f02-113.html

PERRIN D. (2015) « Problèmes ouverts : pourquoi et comment ? », conférence de l'IREM de Paris Diderot, http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/videos/problemes_ouverts_pourquoi_et_comment/

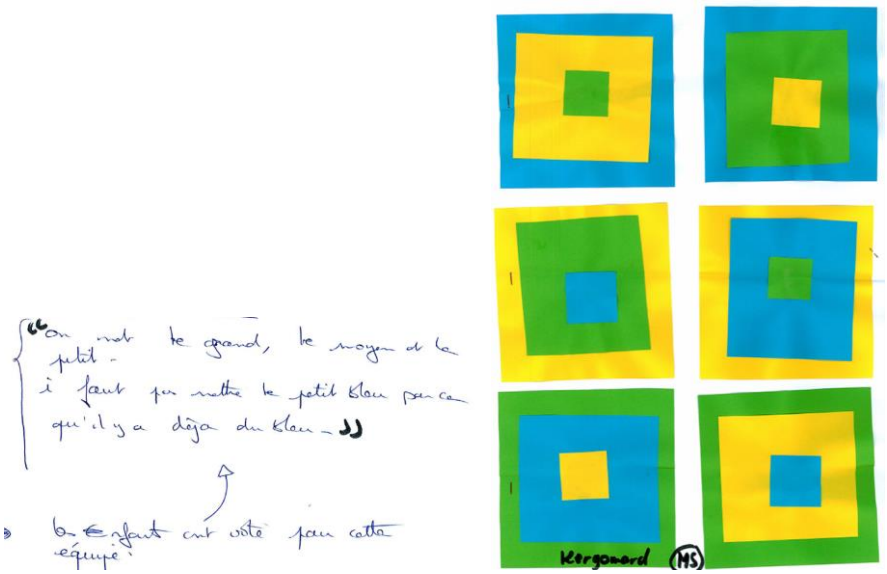
Rallye Maths IREM 95 : http://acver.fr/rallyemaths95

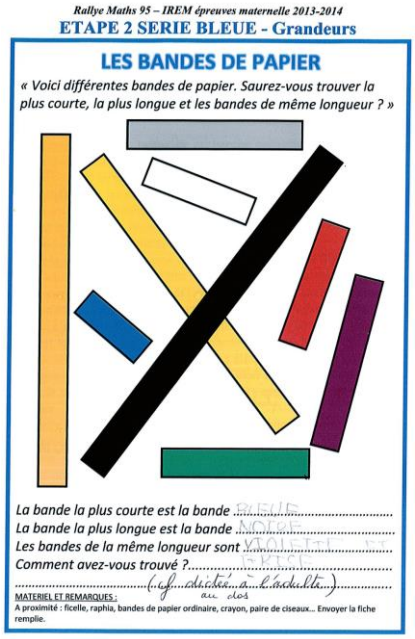
VII - ANNEXES

ANNEXE 1 (UN EXEMPLE D'AFFICHAGE DE CLASSE)



ANNEXE 2 (DES EXEMPLES DE PRODUCTIONS DE CLASSE ET D'ANALYSES D'ENSEIGNANTS)

énoncés	Productions de classes et analyses des enseignants
 *Rallye Maths 95 – IREM épreuves maternelle 2013-2014* **ETAPE 2 SERIE BLEUE - Logique** **LES CARRES DE JOSEF ALBERS** *« Joseph Albers est un artiste qui a réalisé toute une série de carrés de différentes couleurs. En voici un.* *Vous avez à votre disposition des feuilles de couleur. Vous devez en superposer 3 et trouver le maximum de carrés différents. Attention, il ne doit pas y en avoir deux qui soient identiques.»* MATERIEL ET REMARQUES : Disposer des carrés de 3 tailles différentes et de 3 couleurs différentes. Les faire coller sur une grande feuille après validation par le groupe, nous faire parvenir le document ou une photographie.	 Les enfants se sont posés la question de savoir s'ils pouvairnt utiliser des carrés de même couleur dans une même composition. Il a été décidé en collectif de n'utiliser que des carrés de couleur différentes dans cette version.  « On met le grand, le moyen, le petit ; il faut pas mettre le petit bleu car il y a déjà du bleu. » Les enfants ont voté pour cette équipe.



Rallye Maths 95 – IREM épreuves maternelle 2013-2014

ETAPE 2 SERIE BLEUE - Grandeurs

LES BANDES DE PAPIER

« Voici différentes bandes de papier. Saurez-vous trouver la plus courte, la plus longue et les bandes de même longueur ? »

La bande la plus courte est la bande BLEUE

La bande la plus longue est la bande NOIRE

Les bandes de la même longueur sont VIOLETTE ET GRISE

Comment avez-vous trouvé ? (c'est dictée à l'adulte)

MATERIEL ET REMARQUES : au dos

A proximité : ficelle, raphia, bandes de papier ordinaire, crayon, paire de ciseaux... Envoyer la fiche remplie.

Réponse d'une classe :

Dictée à l'adulte :

D'abord, on a vu tout de suite que la bande bleue était la plus petite. Après on a pris une bande de papier et on a mesuré toutes les bandes même la bleue. On a pris le feutre bleu pour mesurer et on a fait un trait bleu sur la bande. On a mis la bande à côté (blanche) de la bande bleue. Et on a fait pareil pour toutes les autres bandes. On a fait des traits avec chaque couleur.

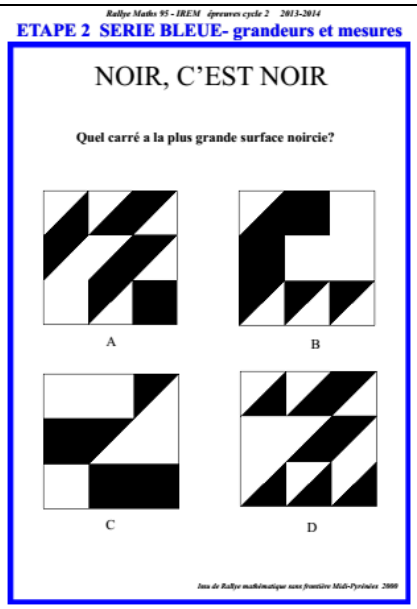
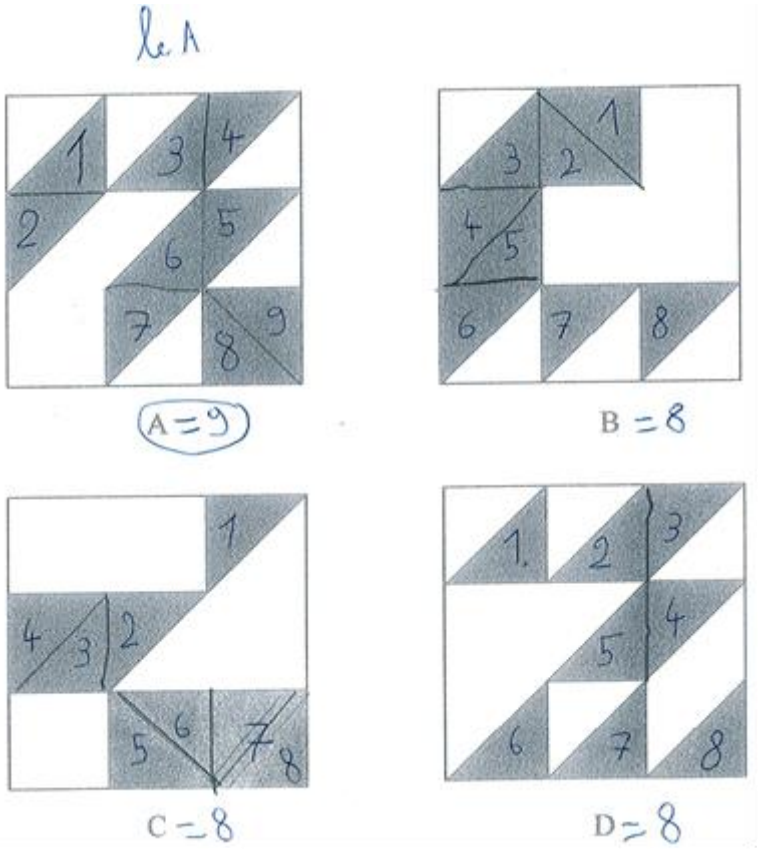
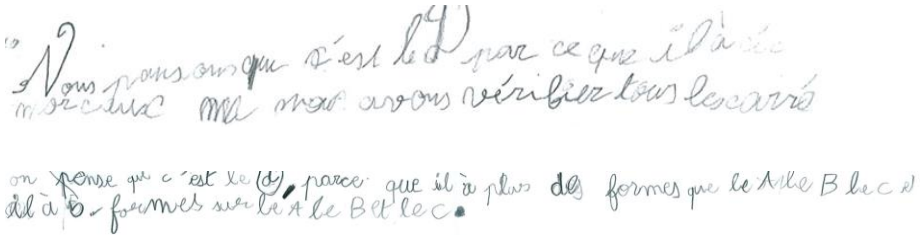
On a vu que la bande bleue c'était la plus petite (courte) et que la noire, c'était la plus grande (longue).

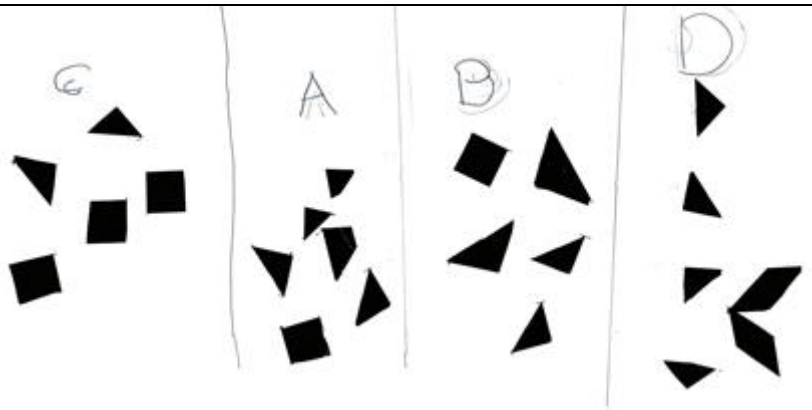
Après, on a vu que la grise et la violette c'était pareil. Elles sont "moyennes" toutes les deux ...

Analyse d'un enseignant :

Observations sur le temps de recherche collective :

Les élèves ont été répartis en petits groupes de trois.
Ils ont décrit ce qu'ils voyaient sur la feuille et ont émis des hypothèses sur les consignes. Tous ont bien repéré les bandes de couleurs différentes ainsi que des tailles différentes.
Après la lecture de l'énoncé du problème, les élèves ont de suite répondu instinctivement à la première affirmation.
D'après eux, la bande la plus courte est la bande bleue car elle est la plus « petite » et ils justifient cela en disant « ça se voit ».
Pour compléter la deuxième affirmation, là les avis ont été partagés, tous n'étaient pas d'accord. Certains groupes ont répondu « c'est la noire, c'est sûr », « ça se voit ». D'autres groupes ont pensé que c'était la bande jaune, d'autres la bande orange en hésitant avec la bande noire. C'est à ce moment que les élèves ont décidé d'utiliser le matériel mis à leur disposition et qu'il fallait comparer les longueurs pour le savoir. Un seul groupe a pensé qu'il y avait deux bandes jaunes.

	Prendre des repères avec la ficelle a été compliqué pour la plupart des groupes car la ficelle ondulait. Les crayons étaient soient trop grands, soit trop petits par rapport aux bandes et les élèves n'arrivaient pas à garder la marque de la mesure sur le crayon. Les bandes de papier ont pratiquement toujours été utilisées. Par contre les stratégies ont été très différentes : certains ont posé une bande mobile sur chaque bande représentée et ils ont découpé avec des ciseaux approximativement pour avoir à peu près la même longueur (certains ont déchiré) puis d'autres ont fait une trace avec le crayon noir sur la bande blanche pour prendre les mesures et seulement après ont découpé la bande au niveau de la marque du trait.
	Réponse d'une classe :  Réponse d'une deuxième classe : 



Réponse et analyse de l'enseignant d'une autre classe :

Noir c'est noir

5 groupes hétérogènes

Matériel mis à disposition : règles, feutres et photocopies de carrés et de triangles

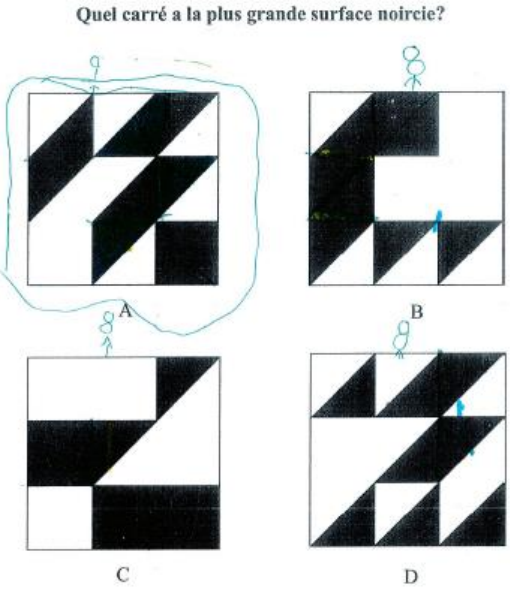
Problème de compréhension de la consigne : confusion entre carrés A,B,C,D et carrés noircis.

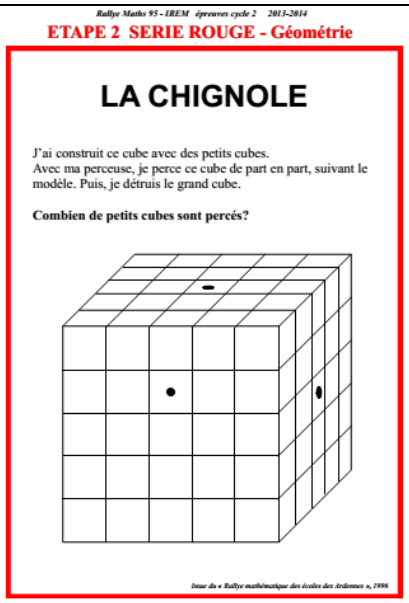
2 groupes ont été choisis mais l'un des 2 n'a pas eu le temps de compter les triangles de D et n'a finalement pas été validé.

Ces 2 groupes avaient choisi de tracer des triangles sur toutes les formes noircies ; toutefois l'un des 2 a manqué de temps car il a dans un 1er temps compté pour 1 chaque triangle et chaque carré ; 1 des enfants de ce groupe a eu beaucoup de mal à se faire comprendre par les autres pourtant lui avait bien saisi qu'un carré valait 2 triangles .

Les photocopies ont peu été utilisées ou de façon peu efficace.

1 groupe a compté chaque forme noircie pour 1 et a donc tt de suite été éliminé lors de la mise en commun





Rallye Maths 95 - IREM épreuves cycle 2 2013-2014

ETAPE 2 SERIE ROUGE - Géométrie

LA CHIGNOLE

J'ai construit ce cube avec des petits cubes.
Avec ma perceuse, je perce ce cube de part en part, suivant le modèle. Puis, je détruis le grand cube.

Combien de petits cubes sont percés?

Issue du « Rallye mathématique des écoles des Ardennes », 1996

Réponse d'une classe de CE1-CE2 et analyse de l'enseignante :

Organisation de la classe :

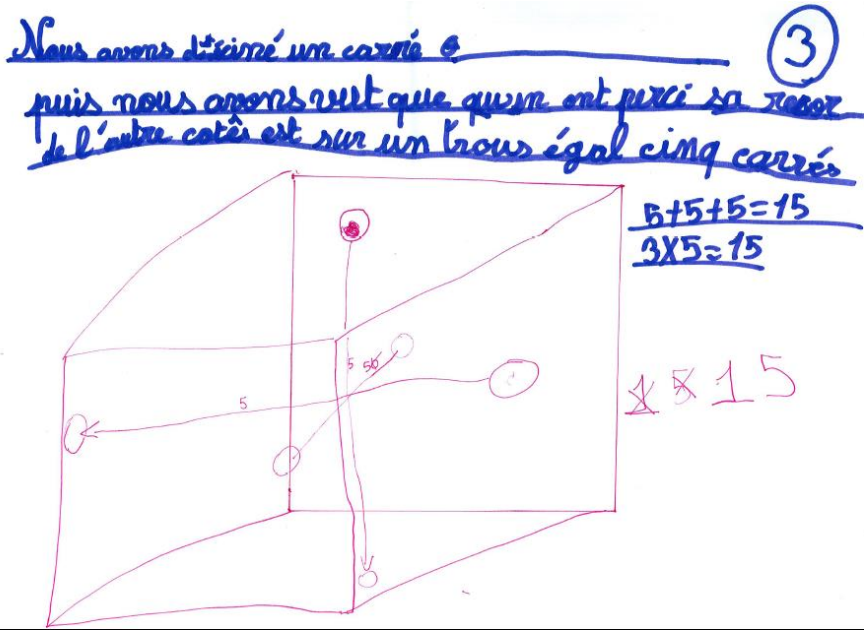
Pour chaque épreuve, la classe était organisée en 6 groupes hétérogènes de 4 ou 5 enfants mêlant enfants de CE1 et de CE2.

La chignole :

La « solution » choisie par l'ensemble de la classe est celle qui offrait une représentation « transparente » du cube transpercé de 3 flèches visibles de part en part et indiquant chacune le nombre de cubes percés soit 3 fois 5. Aucun élève n'a perçu que deux cubes étaient plusieurs fois troués et que par conséquent, il ne pouvait y avoir 15 cubes percés.

Les conceptions erronées dénotent :

- une confusion de vocabulaire entre cube et carré. Ainsi certains groupes ont comptés le nombre de faces carrées percées.
- une confusion de représentation : malgré le nombre de cubes énoncé au préalable, certains ont pensé que l'intérieur du cube était creux. Cette conception était appuyée pour certains par la représentation de ce cube en papier à l'aide de papier quadrillé petits carreaux reprenant le nombre apparent de « carrés » comme dimension du patron.



Rallye Maths 95 - IREM épreuves Cycle II 2015 - 2016

Série ROUGE- Nombres et calculs

La visite au zoo



Au zoo, Zoé voit dans un enclos des girafes et des autruches

Il compte vingt-quatre pattes en tout.

Combien y a-t-il de girafes et d'autruches dans cet enclos ?

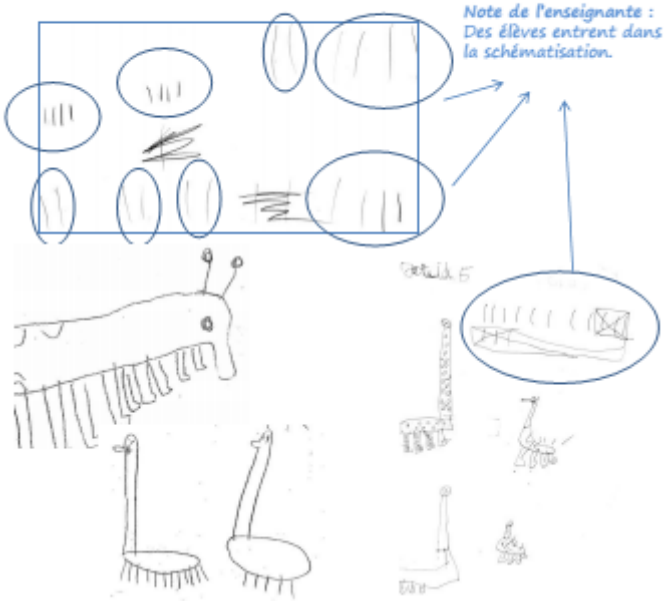
Trouvez au moins trois solutions différentes.

D'après : http://gdm-62.etab.ac-lille.fr/Enigmathic

Séance 1 : 1er temps de recherche individuelle

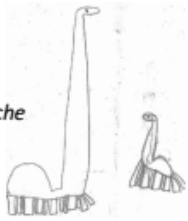
La visite au zoo

Séance 1 - 1er temps : recherche individuelle



2ème temps : bilan collectif

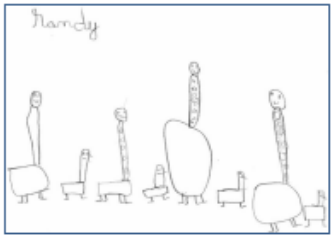
« - J'ai réussi, j'ai fait 24 pattes.
- Non une girafe ça a 4 pattes!
- Moi j'ai réussi j'ai fait une girafe avec 4 pattes et une autruche avec 2 pattes. »
- Ça fait 6 pattes! C'est pas réussi.
- Il en faut encore, il en faut beaucoup!
- On peut faire des traits pour aller plus vite.»



3ème temps : recherche individuelle bis



Note de l'enseignante : les élèves vont comparer leur solution lorsqu'ils pensent en avoir trouvée une.





Séance 2 - 1er temps : Reformulation du problème et recherche en petits groupes.



Il en faut encore 2... C'est une autruche!

1,2,3,4,[...]22.

Note de l'enseignante : En groupe, ceux qui n'avaient pas compris l'enjeu du problème se sentent plus concernés et entrent dans le « recomptage » des pattes pour réussir.



« On fait 6 autruches et 3 girafes. »



« Nous, on a fait 4 girafes et 4 autruches. »

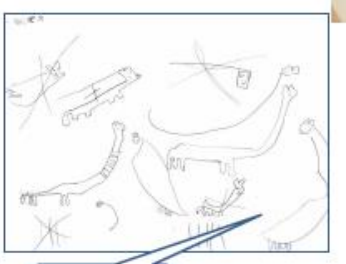


« Nous, on a fait des girafes et des autruches et après, j'ai compté. Il y avait 8 autruches et 1 girafe. *(Elle recompte)* Ah non, ça fait 20. »

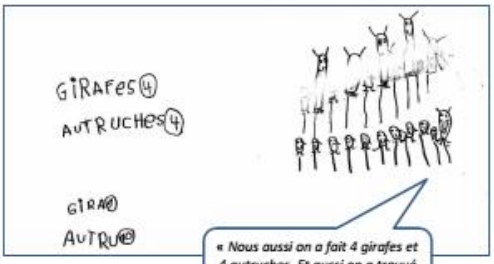




« On a fait pareil que l'autre groupe : 4 et 4. »



«On n' a pas trouvé. »

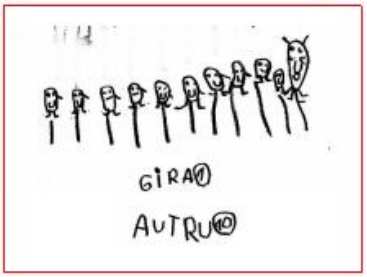


« Nous aussi on a fait 4 girafes et 4 autruches. Et aussi on a trouvé 1 girafe et 10 autruches.

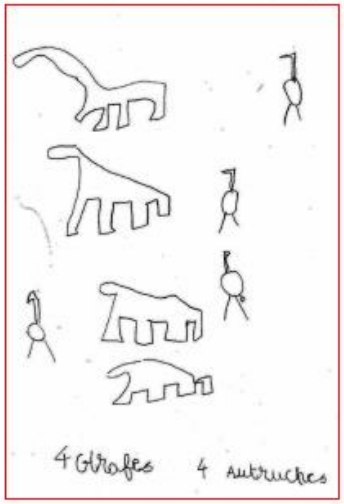
2ème temps : La mise en commun

« Voici les trois solutions choisies : »





- *4 girafes et 4 autruches*
- *1 girafe et 10 autruches*
- *3 girafes et 6 autruches*



ANNEXE 3 (JEUX MATHÉMATIQUES)

Quelques photos des « journées d'ateliers et de jeux mathématiques, Sarcelles, Espace Champ de foire



construction avec les *polydrons*



jeu de calcul mental *Opération Pharaon*, Gigamic



programmation sur *BeeBot*



jeu *Schatten-Bauspiel* (Dusyma) : construction en 3D à l'aide des pièces du jeu à partir de trois vues.

ANNEXE 4 (LE RALLYE À LA LIAISON ECOLE-COLLEGE)

Extraits de formation :

COMMISSION MATHS
ECOLE COLLEGE VOLTAIRE

Dans le cadre
des commissions école-collège maths,
pour travailler la continuité des apprentissages dans un dispositif où l'enfant est chercheur:

proposition de mettre en place de la moyenne section jusqu'en 6ème
le rallye mathématique

STRATÉGIE MATHÉMATIQUES

LOI POUR LA REFONDATION DE L'ÉCOLE

STRATÉGIE MATHÉMATIQUES

Une nouvelle image des mathématiques

LA PROMOTION D'UN ENVIRONNEMENT PLUS FAVORABLE À L'APPRENTISSAGE
Un apprentissage plus ludique et l'utilisation du numérique seront favorisés pour motiver et autonomiser les élèves, notamment à l'école élémentaire, en lien avec les nouvelles modalités d'évaluation. Les expérimentations pédagogiques seront accompagnées et diffusées.

UN COMBAT CONTRE LES STÉRÉOTYPES SEXUÉS
L'égalité femmes / hommes en mathématiques fera l'objet d'attention dans les programmes et manuels scolaires. La recherche et les outils pédagogiques accompagneront aussi les enseignants. La promotion des filières et des métiers scientifiques auprès des filles sera accentuée.

LA VALORISATION ET LE DÉVELOPPEMENT DES ACTIONS ÉDUCATIVES MATHÉMATIQUES SCOLAIRES ET PÉRISCOLAIRES
Les mathématiques seront valorisées et encouragées par les actions éducatives, les partenariats scolaires et périscolaires, dès la maternelle.

LA CRÉATION D'UN PORTAIL NATIONAL DÉDIÉ AUX MATHÉMATIQUES
Entièrement dédié aux mathématiques, un portail national mettra en valeur l'actualité, les ressources pédagogiques et les actions phares pour les enseignants, les élèves et leurs parents.

LA PROMOTION D'UN ENVIRONNEMENT PLUS FAVORABLE À L'APPRENTISSAGE
Un apprentissage plus ludique et l'utilisation du numérique seront favorisés pour motiver et autonomiser les élèves, notamment à l'école élémentaire, en lien avec les nouvelles modalités d'évaluation. Les expérimentations pédagogiques seront accompagnées et diffusées.

3 - Une nouvelle image des mathématiques

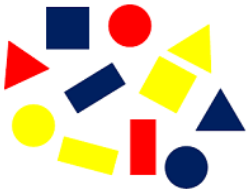
Mesure 7 : la promotion d'un environnement plus favorable à l'apprentissage

La **dimension ludique** des mathématiques et l'utilisation du numérique seront développées afin de motiver davantage les élèves et d'encourager leur autonomie. La **place du jeu** dans l'enseignement des mathématiques, notamment à l'école élémentaire, sera renforcée.
Les expérimentations pédagogiques seront mieux accompagnées et diffusées à travers le réseau des conseillers académiques en Recherche-développement, innovation et expérimentation (CARDIE).
Par ailleurs, des modalités d'évaluation des élèves plus positives et formatrices seront favorisées dans le prolongement de la Conférence nationale sur l'évaluation des élèves.

Rallye Maths 95 – IREM épreuves maternelle 2013-2014
ETAPE 2 SERIE VERTE - Espace et géométrie

QUI EST ABSENT ?

« Voici des formes. L'une d'elles s'est sauvée et est allée se cacher. Laquelle ? Expliquez comment vous avez trouvé. »



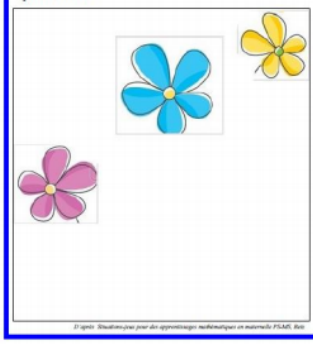
La forme qui manque est :.....
Parce que .....

MATERIEL ET REMARQUES :
L'enseignant mettra des objets réels à proximité si les élèves souhaitaient les utiliser.
L'intérêt de cette activité est l'argumentation donnée par le groupe. Envoyer la fiche remplie.

Rallye Maths 95 - IREM épreuves maternelle 2014-2015
ETAPE 1 BLEUE - Grandeurs et mesures

LA FRISE DES FLEURS

Un agrandissement du cadre de la frise des trois fleurs a été accroché sur un mur de la classe.
Pouvez-vous reproduire sur le même mur mais à côté ces trois fleurs de façon à ce que les hauteurs des fleurs restent les mêmes que sur le modèle.



Cycle 2

Rallye Maths 95 - IREM épreuves cycle 2 2013-2014
ETAPE 2 SERIE JAUNE- grandeurs et mesures

LA SORTIE SCOLAIRE

L'école de la Forêt va faire une sorte au zoo d'Amnécourt.
Les maîtresses préparent les boissons pour la journée.

- Pour la classe des Petits Sapins, la maîtresse Natacha a prévu du sirop de menthe:
→ 2 petites bouteilles, 1 moyenne bouteille et une grande bouteille.

- Pour la classe des Moyens Bouleaux, la maîtresse Marie-Alice a prévu du sirop de grenadine:
→ 1 petite bouteille et 2 grandes bouteilles.

- Pour la classe des Grands Chênes, la maîtresse Olivia a prévu du sirop de citron:
→ 5 petites bouteilles, 1 grande bouteille.

Quelle est la classe qui a préparé le plus de boisson?



Rallye Maths 95 - IREM épreuves cycle 2 2014-2015
ETAPE 1 ROUGE- géométrie

PROGRAMME DE CONSTRUCTION

Reproduis cette figure.
Pour cela, tu peux t'aider des images ci-dessous qui sont dans le désordre.







Cycle 3

Rallye Maths 95 - IREM épreuves cycle 3 2014-2015
ETAPE 1 BLEUE- grandeurs et mesures

LA PANNE DE COURANT



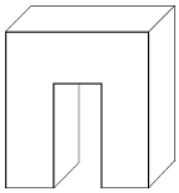
Lorsque je suis partie ce matin, ma montre, l'horloge du four et celle du micro-onde affichaient la même heure.
A mon retour, ma montre indiquait 19 h 12, l'horloge du four indiquait 18 h 54 et celle du micro-onde indiquait 03 h 39.

Je me suis alors souvenue qu'en cas de panne de courant :
- l'horloge du four s'arrête le temps de la panne puis se remet en route à l'heure où elle s'est arrêtée;
- le micro-onde repart à 00 h 00 lorsque le courant est rétabli.
Il n'y a eu qu'une seule coupure de courant dans la journée.

À quelle heure a débuté la panne de courant ?
Justifie ta réponse.

Rallye Maths 95 - IREM épreuves cycle 3 2014-2015
ETAPE 1 ROUGE- géométrie

L'ARCHE DE LA DEFENSE

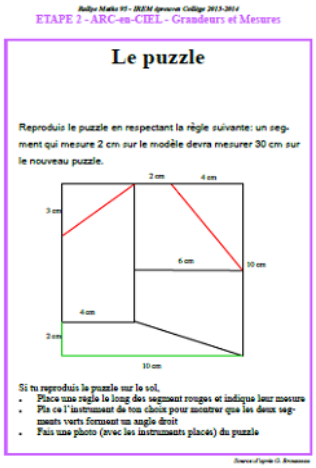


Etape 1 :
En t'aidant de patrons de plusieurs solides, fabrique le solide qui représente cette arche.

Etape 2 :
Fabrique le solide à l'aide d'un seul patron.

Remarque :
Le patron doit être en vraie grandeur.
On sait que les bases des pieds de l'arche sont des carrés.

Exemples pour un groupe mixte
CM2-6ème


ETAPE 2 - ARC-en-CIEL - Grandeurs et Mesures

Le puzzle

Reproduis le puzzle en respectant la règle suivante: un segment qui mesure 2 cm sur le modèle devra mesurer 30 cm sur le nouveau puzzle.

2 cm
4 cm
3 cm
6 cm
10 cm
4 cm
2 cm
10 cm

Si tu reproduis le puzzle sur le sol,
- Place une règle le long des segment rouges et indique leur mesure
- Pia ce l' instrument de ton choix pour montrer que les deux segments verts forment un angle droit
- Fais une photo (avec les instruments placés) du puzzle


ETAPE 2 - SERIE ARC-en-CIEL - LOGIQUE

LE GARDIEN

Un gardien travaille quatre jours de suite et se repose le cinquième jour.
Après un dimanche de repos, il reprend son travail le lundi.

Combien de jours après ce lundi lui faudra t-il attendre avant de se reposer à nouveau un dimanche?

Jeu de Nathan Kangourou CM2 - 2004

APPRENTISSAGES CONCERNES

a/ en mathématiques
Élaborer une démarche originale à partir d'un problème de recherche
Développer le raisonnement mathématique
Investir des connaissances géométriques, logiques, numériques
Organiser les étapes essentielles à la résolution
Choisir et utiliser un outil adapté (matériel ou connaissance mathématique) en vue de résoudre le problème
b/ en apprentissage de la langue
Communiquer ses démarches
Expliciter ses procédures
Participer au débat
Justifier son point de vue
Expliquer aux autres
Faire un compte-rendu
c/ en traitement de l'information
Sélectionner les informations et les organiser
Savoir utiliser des documents
Savoir lire un plan, une carte, un schéma, un tableau...
d/ en apprentissage du vivre et travailler ensemble
Se répartir les tâches
Communiquer des démarches
Prendre des responsabilités au sein du groupe
Considérer ses pairs comme partenaires
e/ Apprendre à travailler en autonomie

ANNEXE 5 (AIDE À L'OBSERVATION DES ÉLÈVES)

Source : d'après Rallye MathEssonne », archive 2004

http://blog.ac-versailles.fr/rallyemathssarcellessud/public/RMI_2015-2016/Rallye_Maths_IREM95_2015-2016-def.pdf

Des pistes possibles d'organisation et d'observation

	Domaines	**Remarques**
Organisation des groupes	Comment les groupes s'organisent-ils ? • de façon aléatoire • groupes d'affinité • groupes de compétences (niveau) • autres	Voir p 2
Répartition des problèmes	Comment le travail est-il réparti ? • tous les groupes cherchent tous les problèmes • chaque groupe choisit « ses » problèmes • les groupes se répartissent équitablement les problèmes • les groupes se partagent les problèmes en fonction de la difficulté de résolution supposée • autres	
Appropriation de l'énoncé	• la lecture des énoncés est individuelle • un enfant lit et explique pour les autres • il y a discussion autour de l'énoncé • autres	Il faut s'assurer de la compréhension de l'énoncé par les élèves.
En situation de recherche	Relations entre enfants : • aide et collaboration • écoute • désaccord • passivité de certains • hyperactivité • décisions autoritaires	L'enseignant est observateur Voir p 2
Mise en commun	Comment les propositions sont-elles recensées ? • par affichage collectif (avec temps d'appropriation) • par présentation : chaque groupe présente sa solution et justifie la réponse • confrontation des procédures et débat Comment le choix de la réponse se fait-il ? • par vote • le leader décide • par choix mathématiques : - c'est la bonne réponse - efficacité des procédures - affirmation de la preuve - argumentation convaincante Comment les quatre problèmes à renvoyer sont-ils choisis ? • par vote	Prévoir un espace (mural ou autre) pour la mise en commun.

	• problème non résolu : - non traité (trop difficile, trop long, pas intéressant…) - évalué comme faux • bien présenté • au hasard • choix par barème • autres	
Débat et argumentation	• climat d'écoute • positions individualistes • échanges fructueux faisant avancer le débat, évoluer les idées	
Oral	• formulation et reformulation • vocabulaire mathématique utilisé • ce qui n'a pas pu être exprimé • formes de communication (geste, regard, mimique…) • formes des prises de paroles (spontanées, structurées…)	
Trace écrite	• <u>Ecrits de travail</u> : - statut du brouillon (tracé à main levée, ratures…) - choix des supports (feuille blanche, quadrillée…) • <u>Ecrits pour être communiqués</u> - types de textes utilisés • types d'écrits mathématiques privilégiés : schémas, dessins, textes, graphiques…	Sous forme de dictée à l'adulte ou sous une autre forme
Regard sur l'élève	• étonnement, déception, agacement… • investissement • concentration ou dispersion • persévérance • autres	
Constat mathématique	• utilisation d'outils : règle, équerre, gabarit, ficelle, pâte à modeler • autre regard sur les maths • travailler les problèmes autrement • perspectives et prolongements • mise au point sur les apprentissages • regard sur les stratégies et l'analyse de procédures • autres	

ANNEXE 6 (EN FORMATION INITIALE)

- Un sujet de réflexion sur la résolution de problème :

ESPE École supérieure du professorat et de l'éducation Académie de Versailles

UNIVERSITÉ de Cergy-Pontoise UFR éducation

Les pièces d'or

« Vous devez répartir les pièces dans chaque panier de façon à ce qu'il y ait autant de pièces dans chaque panier. Il existe une tirelire pour y mettre les pièces en trop s'il y en a. »

Matériel et remarques :
mettre à disposition les outils habituels de la classe (boulier, jetons…) ; pièces, paniers, tirelire si nécessaire.

Proposition de mise en œuvre en classe :
… Le travail en équipe :

- Plusieurs équipes travaillent en même temps, le même jour sur le même problème.
- Les groupes de recherche sont hétérogènes pour favoriser les échanges et la recherche.
- Le travail en groupes permet aux élèves de se rendre compte que les échanges limitent les risques d'erreurs par rapport au travail individuel.
- Il est important de répartir les rôles et que les rôles tournent: un rapporteur, un secrétaire qui écrit ou dessine pour le groupe, un vérificateur, un maître du temps.
- Le temps de recherche des groupes doit se limiter à 30 minutes maximum (mieux vaut faire 2 fois 20 minutes qu'un temps trop long). Une recherche qui s'étale sur plusieurs temps permet aux élèves de prendre de la distance et de revenir sur les épreuves avec un regard neuf.
- Les groupes hétérogènes favorisent les échanges et la diversité des réponses. En favorisant l'interaction entre élèves, on peut plus facilement permettre aux élèves de se forger leur propre expérience mathématique, d'éprouver des relations mathématiques entre des objets.

Epreuves du Rallye Maths IREM 95 2015 issue de Circonscription de Saint Pierre 2, la Réunion, 2013

QUESTIONS :

1) Résoudre le problème. Expliciter au moins deux procédures d'élèves de classes d'élémentaire.
2) Cette activité est proposée en GS de maternelle, citer deux objectifs relatifs au(x) champs disciplinaire(s) et une compétence transversale pour cette activité (BO en annexe).
3) a) Vous trouverez en annexe les travaux de deux groupes d'élèves.
   Les solutions proposées correspondent-elles aux consignes données ? Justifier.
   b) Expliciter au moins deux procédures possibles mises en œuvre par ces élèves.
   c) La classe ne doit produire qu'une seule réponse, quels arguments pourraient développer les élèves pour justifier leur choix ?

Réponses de la classe :

Solution du groupe 1 :

4 dans chaque panier et 2 dans la tirelire.

Solution du groupe 2 : 5 ; 4 et 5.

Éléments apportés aux stagiaires lors d'une correction :

Démarches observées par une collègue dans une classe :

- Les élèves ont tous demandé à découper les pièces.
- Certains n'ont pas compris la notion « d'autant » et la confondent avec « beaucoup, plein »
- Certains comptent la totalité des pièces au lieu de compter par panier
- Certains auraient mis dans la tirelire … pour le plaisir d'utiliser la tirelire !
- Les équipes ayant mis 4, 5, 5 pièces se sont contentées d'avoir deux paniers identiques.
- Plusieurs équipes ont procédé progressivement, un dans chaque panier, puis deux, puis trois … en évoquant la notion de partage.
- Les expressions (« Y en a plus, deux pareils, on en rajoute, on en met un peu à coté, on coupe, y'a plus de place, il en manque encore. Il faut mettre le nombre qu'on peut, il faut mettre un autre) ont été utilisées.

- Un choix de trois sujets pour introduire une séance de Master 2 PE sur grandeurs et mesures (temps et durées) :

Rallye Maths 95 - IREM épreuves Maternelle 2015 2016

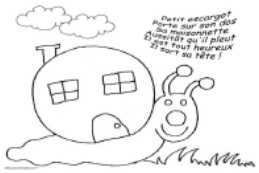
Série ROUGE – GRANDEURS ET MESURES

LES DEUX CHANSONS

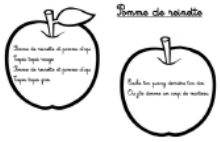
Nous avons écouté deux chansons.

« Petit escargot » et « Pomme de reinette ».

https://www.youtube.com/watch?v=LLm7MgBibME



https://www.youtube.com/watch?v=K2wiLOV-Y2I



Trouvez la chanson qui dure le plus longtemps.
Expliquez comment vous avez fait pour trouver.

Remarque et matériel : L'enseignant notera les procédures des élèves et indiquera s'ils ont trouvé la réponse juste.
Si souci d'écoute des comptines proposées, en utiliser deux autres, de moins d'une minute avec un écart d'une dizaine de secondes environ.
Mettre à disposition des élèves du matériel proposé dans la mallette aux trésors sur le blog Rallye Maths : sabliers, minuteurs, appareils d'enregistrement et d'écoute, sable, semoule, bouteilles, comptes-gouttes, bouliers,…

Rallye Maths 95 - IREM épreuves cycle 2 2013-2014

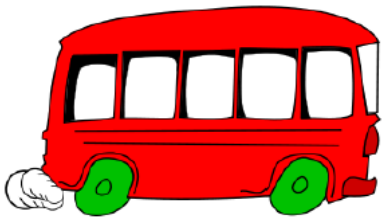
ETAPE 2 SERIE ROUGE - Grandeurs et mesures

A PIED OU EN AUTOBUS

Si Charlie va au Collège à pied et qu'il revient en autobus, il met en tout une heure et demie.

S'il fait l'aller-retour en autobus, il met en tout une demi-heure.

Combien mettrait-il de temps s'il faisait l'aller-retour à pied ?



Issu du *Tournoi de Vireux Wallerand, 1988*

Rallye Maths 95 - IREM épreuves cycle 3 2014-2015

ETAPE 1 Série bleue - Grandeurs et mesures

LA PANNE DE COURANT



Lorsque je suis partie ce matin, ma montre, l'horloge du four et celle du micro-onde affichaient la même heure.
À mon retour, ma montre indiquait 19 h 12, l'horloge du four indiquait 18 h 54 et celle du micro-onde indiquait 03 h 39.

Je me suis alors souvenue qu'en cas de panne de courant :
- l'horloge du four s'arrête le temps de la panne puis se remet en route à l'heure où elle s'est arrêtée;
- le micro-onde repart à 00 h 00 lorsque le courant est rétabli.
Il n'y a eu qu'une seule coupure de courant dans la journée.

À quelle heure a débuté la panne de courant ?
Justifie ta réponse.

Issu de Mathématiques sans frontière Entraînement 2012

ANNEXE 7 (EXEMPLE DE GRILLE D'ANALYSE DE JEU)

Fiche d'analyse du jeu Halli Galli (Gigamic) produite par…

A/ Présentation

Description du matériel :

- 56 cartes
- 1 cloche
- 1 règle de jeu

Règle du jeu :

Chaque joueur retourne une carte à tour de rôle. Dès qu'un total exact de 5 fruits identiques figure parmi les cartes retournées, le premier joueur qui sonne la cloche gagne l'ensemble des cartes retournées. Le but du jeu est de gagner le plus de cartes possible.

2 à 6 joueurs

Déroulement du jeu :

Le joueur se trouvant à la gauche de celui qui distribue commence. Chacun retourne à tour de rôle la première carte de son tas et forme avec cette carte un deuxième tas à découvert. Les cartes suivantes sont déposées sur ce nouveau tas de façon à ce que seule la dernière carte soit visible.

Notions mathématiques sollicitées :

Halli Galli est un jeu de complément à 5. Pour ce faire, il sollicite les trois compétences suivantes :

- Connaissance des premières tables d'addition (jusqu'à 5)
- Dénombrer (donner le nombre)
- Anticipation des compléments à cinq

B/ Analyse

1) Présentation du jeu :

Le jeu se joue entre deux et six joueurs. Le but du jeu est de gagner toutes les cartes ou au moins plus que les autres joueurs. L'enjeu pour l'enfant est de dénombrer les fruits sur les cartes et d'appuyer sur la sonnette le plus rapidement possible pour récolter les cartes avant ses adversaires. Le jeu se termine quand il n'y a plus de carte en jeu.

2) Qu'y a-t-il à savoir et/ou à apprendre ?

Ce jeu nécessite de connaître - et aide à - travailler les premières tables d'addition. Il entraîne également la reconnaissance immédiate de configuration spatiale, la capacité de dénombrement et l'anticipation de complément de chiffre. Faisant de fait travailler le calcul mental, il entraîne la réactivité de l'enfant : il faut être le plus rapide à piocher la bonne carte pour effectuer les compléments à cinq.

3) Le jeu est-il un jeu de hasard ou un jeu de stratégie ?

Il s'agit d'un jeu de hasard : l'enfant ne choisit pas ses cartes.

Mais lors d'un arrêt sur image, on montre aux élèves l'intérêt de développer une stratégie permettant d'être le plus rapide : analyser les cartes (repérage des familles de fruits, dénombrement sur l'ensemble des cartes des fruits de la même famille, anticipation du complément à cinq des différentes familles de fruits de manière à le reconnaitre immédiatement lors de la présentation d'une nouvelle carte)

4) Quels savoirs l'enseignant peut-il faire émerger lors d'un « arrêt sur image » ?

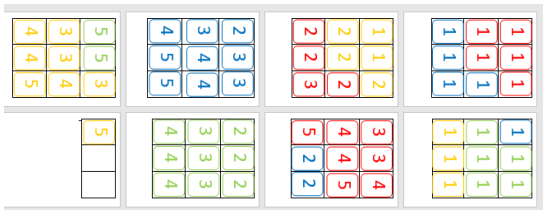
L'enseignant peut demander à l'enfant d'expliciter le calcul qu'il a réalisé avant d'appuyer sur la sonnette. Il s'agit d'un bon entraînement à la lecture de configuration. Il peut également montrer l'intérêt de l'anticipation du complément à cinq sur les familles de fruits présentes (voir 3).

5) Quelles pourraient être les modalités d'une évaluation des acquis des enfants quant aux savoirs mis en jeu ?

Les modalités d'évaluation des savoirs pourraient être un test de calcul mental qui peut se faire soit à l'écrit, soit à l'oral. L'enseignant peut aussi organiser une séance de calcul mental sur ardoise, qui est un outil très souvent utilisé dans ce cadre : l'enseignant propose une opération et chacun des élèves inscrivent leur réponse sur une ardoise et la lève au signal de leur professeur. Les opérations à effectuer doivent porter sur les compléments à cinq, à l'instar du jeu. Dans ces deux cas, les mêmes compétences sont sollicitées et entraînées.

6) Proposer des variantes ou modifications qui permettraient de rendre plus facile ou plus difficile l'activité

Pour complexifier le jeu, d'autres représentations des nombres peuvent être choisies pour travailler le complément à cinq comme l'écriture chiffrée, sans quantité imagée (voir cartes ci-dessous).



D'autres compléments peuvent être entrainés, notamment le complément à dix.

Pour cela, il faut faire varier les cartes en utilisant par exemple un mélange de plusieurs jeux de cartes du commerce (cartes de 1 à 10 avec écriture chiffrée et quantités en constellations) ou bien des cartes uniquement en écritures chiffrées par exemple.

ANNEXE 8 (PAGE D'ACCUEIL DU SITE)



UNE SITUATION DE FORMATION D'ENSEIGNANTS POUR APPRENDRE À VOIR EN GÉOMÉTRIE

Sylvia COUTAT
Chargée d'enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
Equipe DIMAGE
Sylvia.Coutat@unige.ch

Céline VENDEIRA
Chargée d'enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
Equipe DIMAGE
Celine.Marechal@unige.ch

Résumé
Ce texte présente une situation de formation utilisée dans la formation initiale d'enseignants du premier degré sur la reconnaissance de formes géométriques. Cette formation vise à entrainer chez les étudiants à un changement de regard sur les formes géométriques afin de construire une situation d'apprentissage pour des élèves de 4-8 ans autour de la reconnaissance de formes. Cette situation de formation s'appuie sur les travaux de Houdement et Kuzniak (1998) concernant les paradigmes géométriques ainsi que sur les travaux de Duval et Godin (2006) autour de la déconstruction dimensionnelle des formes. Selon nous, ce changement de regard des formes géométriques permettra d'accompagner le changement de paradigmes (entre GI et GII). Ces éléments théoriques sont finalement mis en pratique par les futurs enseignants à travers la préparation de différentes tâches (jeu du « qui est-ce ? » puis « jeu des familles » et « retrouve la bonne forme » (Coutat, Vendeira, 2016)). Ces tâches initialement conçues pour le primaire ont été adaptées aux enseignants en formation dans le but de faire émerger questionnements et réflexions autour de la reconnaissance de formes à l'école primaire. L'ensemble de cette formation est finalement motivée et analysée à travers les travaux de la didactique professionnelle (Pastré 2011) que nous présentons brièvement.

Cet article expose une situation de formation initiale d'enseignants du premier degré. Cette formation s'appuie sur une recherche en cours concernant l'apprentissage des premières propriétés géométriques à l'école maternelle (caractéristiques, Coutat, Vendeira 2016). Dans la première partie nous présentons les éléments théoriques qui sous-tendent notre propos. Tout d'abord les paradigmes géométriques développés par Houdement et Kuzniak (1998) permettent d'aborder les différentes pratiques en géométrie et de les rapprocher des apprentissages en classe. Ainsi les élèves s'initient à la géométrie à travers la manipulation d'objets géométriques tels que les formes géométriques et les instruments. Progressivement les propriétés sont introduites et la géométrie devient plus abstraite et théorique. Cette évolution dans la géométrie s'accompagne d'une évolution de la vision des objets géométriques. Les travaux de Duval et Godin (2005) ont permis d'identifier 3 visions des objets géométriques, une vision première et naturelle et deux visions qui nécessitent un réel apprentissage. Ces deux premiers éléments théoriques problématisent les contraintes et objectifs de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Puis nous présentons brièvement le contexte de formation à Genève avec les ressources disponibles pour les enseignants. Afin d'associer les contraintes de formation et les contraintes d'enseignement, nous utilisons le cadre de la didactique professionnelle (Pastré, 2011). Ces travaux nous permettent d'identifier quels sont les gestes professionnels auxquels les futurs enseignants doivent être sensibilisés au cours de leur formation. Dans la seconde partie nous présentons la situation de formation en nous appuyant sur les éléments présentés de la didactique professionnelle. Quelques exemples de productions d'étudiants sont présentés et analysés dans la troisième partie. Enfin nous concluons sur les éléments prometteurs d'une telle situation pour des futurs enseignants.

I - ÉLÉMENTS THÉORIQUES

1 Les paradigmes géométriques

Les connaissances géométriques des élèves évoluent au cours de la scolarité portées par l'évolution de la déduction et de la nature de l'expérience sollicitée. Les paradigmes géométriques développés par Houdement et Kuzniak (1998) reprennent ces différents éléments de réflexion. Chaque paradigme implique des spécificités de résolution d'un problème géométrique. Les trois paradigmes sont présentés dans le tableau 1.

Paradigmes	**Géométrie naturelle GI**	**Géométrie axiomatique naturelle GII**	**Géométrie axiomatique formaliste GIII**
Intuition	Sensible et perceptive	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Aspect privilégié	Évidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets

Tableau 1 : extrait de Houdement, Kuzniak (1998)

Ces paradigmes n'ont pas été identifiés à partir des contraintes scolaires, cependant il est possible d'associer des cycles d'étude à ces paradigmes. À l'école primaire, les élèves ont une première approche de la géométrie basée sur l'observation, le sensible et les instruments. Les élèves s'appuient sur une intuition perceptive avec une expérience liée à un espace mesurable, ils se placent dans le paradigme GI. Le secondaire (élèves de 11-15 ans) est une étape charnière dans le passage au paradigme GII avec la construction d'une première axiomatique et le développement d'une déduction utilisant la démonstration. En France le passage au paradigme GII peut être amorcé dès les dernières années du primaire (Braconne-Michoux 2008). Ainsi même si les instruments et la perception restent prépondérants, les propriétés font leur apparition.

2 La déconstruction dimensionnelle

Conjointement aux paradigmes, la pratique de la géométrie évolue aussi avec la vision des figures géométriques. Selon Duval (2005) il existe différentes visions d'une même figure géométrique. La vision première, mobilisée instinctivement, repose sur les surfaces des formes, éléments 2D. Une autre façon de voir est de prendre en compte les droites qui composent les formes, appelée vision 1D. Enfin il est aussi possible de d'identifier les formes à partir de points spécifiques, la vision 0D. Selon Duval & Godin :

> Ce qui, d'emblée, est reconnu comme une forme 2D, ne se décompose pas perceptivement en un réseau de formes 1D. Autrement dit, il y a une priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D. Quant aux points n'en parlons pas ! (Duval, Godin, 2006, p. 7)

Ce changement de regard n'est pas anodin dans la pratique de la géométrie dès le paradigme GI. En effet, ce changement de regard doit être amorcé dès l'école primaire. Des recherches (Perrin-Glorian & Godin, 2014) démontrent que l'utilisation des instruments dans des activités de reconstruction permet de relier la géométrie physique aux concepts géométriques, cela s'appuyant sur l'évolution de la vision. Ces

tâches de reconstruction sont introduites auprès d'élèves de 9-11 ans. D'autres recherches (Coutat & Vendeira, 2016) visent un travail sur les différentes visions avec des élèves de 4-6 ans en utilisant des formes spécifiques (Image 1). La spécificité de ces formes réside dans le fait que les élèves de 4-6 ans n'ont pas les connaissances géométriques pour les nommer. Ainsi leur perception de ces formes s'appuie sur ce qu'ils peuvent reconnaitre en utilisant une vision 2D et en associant la forme à un objet connu (flèche, montagne, vase, …). Il est possible de contraindre les élèves à mobiliser une vision 1D en proposant une collection de formes aux contours proches et perceptivement proches (Image 2). Ainsi la vision 2D n'est plus suffisante pour distinguer les formes et identifier les différences entre les formes. Ces différences portent sur les caractéristiques des formes (symétrie, convexité, longueur de côtés, …) et sont identifiables par une vision 1D voire 0D.

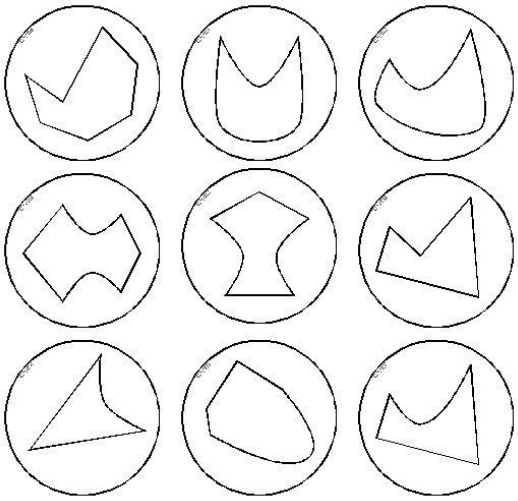


Image 1

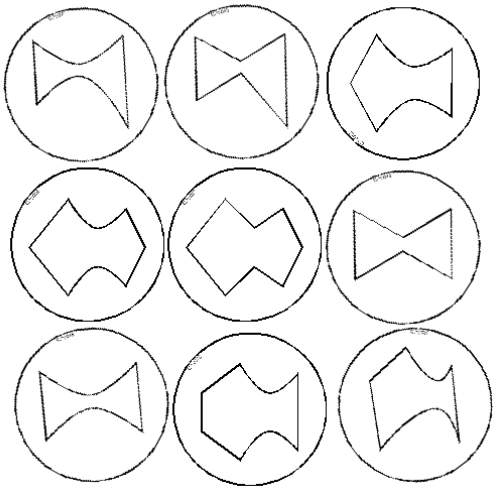


Image 2

Ce changement de regard nécessaire sur les figures, est l'un des points clé de l'entrée dans la géométrie axiomatique naturelle.

Dans la suite nous revenons brièvement sur les ressources disponibles pour les enseignants afin d'identifier dans quelle mesure ils peuvent accompagner les élèves dans ces différentes évolutions.

3 La didactique professionnelle

Selon Pastré (2011) la didactique professionnelle se démarque des didactiques disciplinaires dans le sens où elle ne se centre pas sur les savoirs et leurs transmissions mais sur les connaissances construites par le sujet dans son rapport à l'activité. Ainsi ce sont l'analyse et la transmission des actions et des gestes professionnels qui sont au centre de la didactique professionnelle. Les connaissances visées sont alors des connaissances opératoires qui émergent de l'activité, guident et orientent l'action. Ainsi, la didactique professionnelle s'appuie fortement sur le concept de schème développé par Vergnaud (1990), qui permet de définir les invariances dans l'activité pour une classe de situation données. Les méthodologies d'analyse en didactique professionnelle s'appuient aussi sur la psychologie ergonomique en distinguant la tâche prescrite de la tâche réelle. En effet, les descriptions des tâches ou leurs objectifs prescrits ne contiennent en général pas l'ensemble des actions, il est aussi possible que les actions évoluent et s'adaptent progressivement.

L'analyse du travail en didactique professionnelle s'appuie sur une analyse de la tâche et de sa description. Cette première analyse définit les *concepts organisateurs* qui forment le squelette de la tâche. Certaines actions y sont décrites formellement. Cependant, certaines actions spécifiques émergent au cours de la réalisation de la tâche. Ces tâches n'ont pas de statut officiel mais sont pourtant partagées socialement. Afin d'identifier ces tâches spécifiques, une deuxième analyse se centre sur les actions mobilisées et transmises dans l'action, elle permet de définir les *concepts pragmatiques*. Ainsi selon Pastré

(2011) l'ensemble des concepts, organisateurs et pragmatiques, qui orientent l'action pour une classe de situations données, définissent la *structure conceptuelle* d'une situation (Image 1). L'analyse de l'assimilation par un acteur de la structure conceptuelle d'une situation donnée, donne le *modèle opératif* de l'acteur pour cette classe de situations.

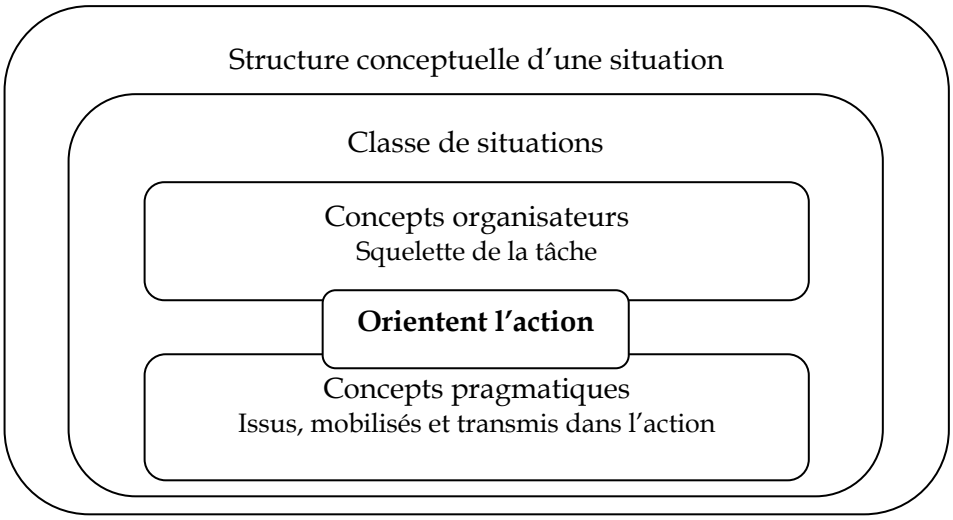


Image 1

Dans le contexte de l'apprentissage professionnel, l'objectif est que le modèle opératif de l'acteur soit le plus complet possible. Pour cela il s'agit de faire rencontrer à l'acteur plusieurs classes de situations afin qu'il construise un ensemble de concepts pragmatiques et organisateurs conséquent. Les concepts organisateurs peuvent être acquis lors d'analyses de tâches. Les concepts pragmatiques étant liés à l'action de l'acteur, c'est aussi dans et par l'action que les apprentissages professionnels se construisent. L'enrichissement de ce modèle opératif est appelé *genèse conceptuelle*.

Si on se place dans le cas particulier des étudiants en formation initiale d'enseignants du premier degré, leur modèle opératif peut être très pauvre en ce qui concerne les concepts pragmatiques. En effets, ceux-ci s'acquièrent au cours des éventuels stages suivis par l'étudiant. La genèse conceptuelle de l'étudiant est donc à prendre en compte lors de sa formation en visant aussi bien des concepts organisateurs que des concepts pragmatiques. Pour cela plusieurs dispositifs de formation peuvent être envisagés (jeux de rôles, analyses de séances de classes, analyses de tâches…) leurs ambitions devant être que les étudiants mobilisent des actions guidées par des concepts organisateurs et pragmatiques.

Notre préoccupation initiale concerne la formation initiale des enseignants genevois à l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. La séance que nous avons mise en place repose d'une part sur une analyse du plan d'étude et de la ressource scolaire afin d'identifier les concepts organisateurs (issus de la tâche prescrite). D'autre part cette séance repose sur une situation dans laquelle les étudiants doivent construire un milieu propice aux apprentissages visés, cette mise en situation visant l'émergence de concepts pragmatiques. Nous présentons ces analyses et la séance dans la partie suivante.

II - LA SITUATION DE FORMATION

En Suisse romande, les enseignants de l'école primaire disposent, pour la classe de mathématiques, de moyens d'enseignement officiels communs et unifiés (Daina, Dorier, 2016). Cette ressource unique pour toute la scolarité obligatoire a été conçue en s'inspirant des travaux de Brousseau[1]. Elle se présente comme un ensemble d'activités de type situations-problèmes organisées en différents thèmes (des problèmes pour connaitre l'addition, des problèmes pour mesurer, …) avec peu d'éléments de cours. Les éléments théoriques sont pour la majeure partie à la charge des enseignants. Les activités proposées ne

[1] Ces moyens d'enseignement pour l'école primaire sont actuellement en cours de réécriture afin de s'harmoniser au mieux avec le dernier plan d'étude, en vigueur depuis 2011.

doivent pas être toutes utilisées, c'est à l'enseignant de sélectionner celles qui s'accorderont le mieux avec sa planification. Ainsi, c'est aux enseignants d'organiser ces activités dans leur planification des séquences d'apprentissage. Les spécificités de cette ressource impliquent la participation des enseignants dans une étape supplémentaire du processus de transposition didactique (Ravel, 2003) qui d'ordinaire est pris en charge par les concepteurs des manuels (avec des progressions pas à pas). Cette étape supplémentaire réclame des réflexions sur les contenus mathématiques d'un ordre supérieur et nécessite de construire une technologie didactique leur permettant de justifier leurs choix. Afin de définir la structure conceptuelle relative à l'enseignement de la géométrie au début de l'école primaire, nous présentons une première analyse des ressources disponibles pour l'enseignant. Cette première analyse définit les concepts pragmatiques. Dans un second temps nous présentons une situation de formation initiale d'enseignants du premier degré. L'objectif du dispositif est de mettre les étudiants dans une situation de préparation d'une activité et d'enrichir leurs concepts pragmatiques relatifs à l'enseignement de la géométrie au début du primaire.

1 Les concepts organisateurs

Notre objectif étant l'enseignement de la géométrie chez les 4 – 6 ans nous nous sommes focalisées sur le moyen d'enseignement pour les classes de 4-6 ans et le plan d'étude des degrés correspondants.

Le plan d'étude romand (PER) présente comme attentes fondamentales de fin de cycle 1 (élèves de 4 à 8 ans) que les élèves reconnaissent et nomment le rond, le carré, le triangle et le rectangle. Dans les descriptions du cycle 2 (élèves de 8-12 ans), on retrouve les références aux quadrilatères avec en plus les propriétés liées aux symétries, parallélismes, perpendicularités et égalité de longueurs.

Alors que les élèves de cycle 1 travaillent sur les formes, les élèves de cycle 2 travaillent sur les figures. Ces deux termes sont définis comme suit dans le plan d'étude : « La **forme** est liée à la perception d'ordre visuel d'un objet; c'est l'ensemble de ses contours résultant de son organisation » ; « (…) la **figure** est un objet immuable et idéal. Elle existe indépendamment des représentations (dessin*, croquis*, …) qui en sont faites. ». Ainsi au cycle 1, les élèves développent particulièrement leur perception des formes et leur contour alors que dans la suite de leur scolarité ils commencent à identifier les premières propriétés géométriques pour s'approcher du concept de figure. Cette évolution de la perception des figures géométriques se retrouve dans les programmes français. La ressource destinée aux enseignants des deux premières années de l'école (4-6 ans), propose des activités où les formes sont travaillées principalement à travers des tâches de décomposition-recomposition de surface (Coutat, Vendeira, 2015-a). Les futurs enseignants seront amenés à choisir et mettre en œuvre des situations dans lesquelles les élèves doivent manipuler, reconnaitre, nommer des figures géométriques en s'appuyant dans un premier temps sur la perception seule puis sur quelques propriétés simples. Cette évolution des objets géométriques au cours de l'école primaire s'accompagne d'une évolution de la vision portée sur les figures géométriques. Ainsi les tâches du cycle 1 favorisent une vision 2D. Les tâches du cycle 2 favorisent une vision 1D voire 0D qui permet une prise en compte de propriétés des figures simples. Lorsqu'un enseignant doit définir sa planification des activités, il doit pouvoir identifier quelles activités favorisent quelles visions. Afin de les entrainer sur ces actions de choix et de mises en œuvre, nous avons adapté une situation d'apprentissage pour le cycle 1 (Coutat, Vendeira, 2015-b). Nous présentons dans la partie suivante l'adaptation de cette situation en une situation de formation professionnelle.

2 Les concepts pragmatiques

Afin d'enrichir les concepts pragmatiques des étudiants nous avons mis en place une séance de formation initiale portant sur la reconnaissance de formes et pouvant mobiliser une vision 2D ou une vision 1D. Notre scénario se compose de deux mises en activité. La première s'inspire du jeu « Qui est-ce ? », elle a pour objectif de sensibiliser les étudiants aux différentes visions (2D/1D/0D) et de les expliciter. La deuxième mise en activité repose sur la préparation d'une activité de géométrie destinée à des élèves de 4-6 ans.

1.1 Activité d'introduction

La première activité repose sur des tâches de classification organisées autour du jeu du « Qui est-ce ? ». Un étudiant choisit une image de la planche et les autres posent des questions pour retrouver cette image dans la planche que chacun possède. Après quelques questions, le formateur fait le point sur le nombre d'images restantes chez les étudiants.

Une première planche recycle des images déjà présentes dans les moyens d'enseignement (Image 3. Planche 1).



Image 3. Planche 1

Cette première planche a pour but de stabiliser les règles du jeu et de présenter un exemple simple de classification à partir de 3 critères. Le critère couleur définit 4 groupes (jaune, vert, bleu et rouge), le critère forme géométriques 3 groupes (carré, triangle, cercle), le critère accessoire 2 groupes (balais, seau). Chaque image peut être décrite à partir de ces 3 critères simples, aucune ambiguïté n'est possible et tous les étudiants parviennent en même temps à la solution exacte. Une autre planche est ensuite proposée (Image 4. Planche 2). Cette deuxième version du jeu permet l'explicitation des connaissances géométriques des étudiants autour des propriétés géométriques.

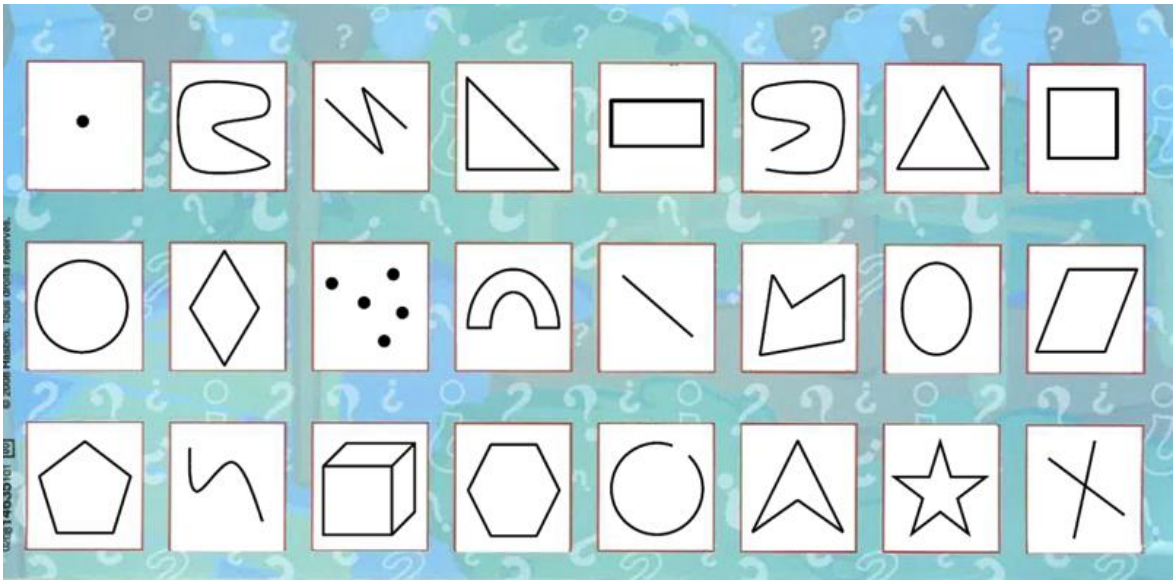


Image 4. Planche 2

Cette deuxième planche de jeu offre une grande disparité dans les traitements des réponses voire dans la sélection de l'image finale ! Elle intègre bien plus de propriétés qui ne sont pas forcément perçues de la même façon chez les étudiants. Ces différences impliquent des échanges entre les étudiants. Ces échanges peuvent intervenir uniquement à la fin du jeu pour comprendre les éventuelles différences dans la solution obtenue. Par exemple dans la planche 2, l'Image 5 extraite de la planche 2 peut représenter un segment, une droite, un angle plat, une forme ouverte ou fermée. Ces différentes figures géométriques pourraient être considérées comme la même figure pour certains ou comme 5 objets géométriques distincts pour d'autres.



Image 5. Une image de la planche 2

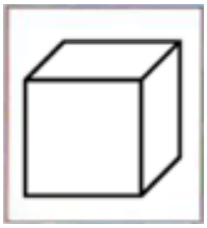


Image 6. Une image de la planche 2

Un autre exemple, l'Image 6, extraite de la planche 2, peut représenter un cube ou un assemblage de 3 quadrilatères. La complexité de cette planche repose sur les différentes interprétations possibles des représentations proposées.

Cette première étape de la séance permet aux étudiants d'échanger sur leurs divergences dans leur perception des objets géométriques représentés sur les images. Ces échanges prennent appui sur les propriétés géométriques. Il n'est pas forcément obligatoire de chercher un consensus entre les étudiants, les connaissances personnelles de chacun étant centrales dans leurs perceptions. Le débat autour des propriétés géométriques, la classification des figures de la planche 2, les différentes visions de ces figures peuvent être plus ou moins approfondis sachant que certaines questions pourront admettre différentes réponses. L'objectif de cette première étape est principalement de provoquer les discussions.

Les deux planches peuvent être comparées par les critères qu'elles tendent à faire travailler. Les connaissances géométriques impliquées dans la première planche concernent la reconnaissance du carré, cercle et triangle. Ces formes usuelles peuvent être reconnues ici avec une vision 2D. Dans la deuxième planche les connaissances géométriques s'appuient sur les propriétés géométriques, les visions 1D et 0D deviennent plus pertinentes.

Une fois que les étudiants sont sensibilisés à des tâches de classifications, utilisant soit une vision 2D (planche 1) soit une vision 2D et/ou 1D et/ou 0D (planche 2), ils sont impliqués dans une activité de préparation d'une activité de classification pour des élèves de primaire. Nous présentons dans la prochaine partie l'activité de classification en question et les choix auxquels les étudiants seront confrontés. Selon nous, la confrontation des étudiants à cette préparation devrait avoir un impact sur leurs concepts pragmatiques.

2 Activité à préparer

La situation que les étudiants doivent finaliser s'inspire de deux tâches (Coutat, Vendeira, 2016) proposées à des élèves de 4-8 ans en Suisse romande. Dans la première tâche, appelée « jeu des familles », les élèves doivent construire trois (ou un nombre à définir) familles à partir d'une collection de formes géométriques. Dans la deuxième tâche appelée « retrouve la bonne forme », les élèves doivent retrouver une forme particulière dans une collection de formes géométriques. Les deux tâches utilisent des formes géométriques comme celles présentées dans l'image 1, l'image 2 et l'image 7.

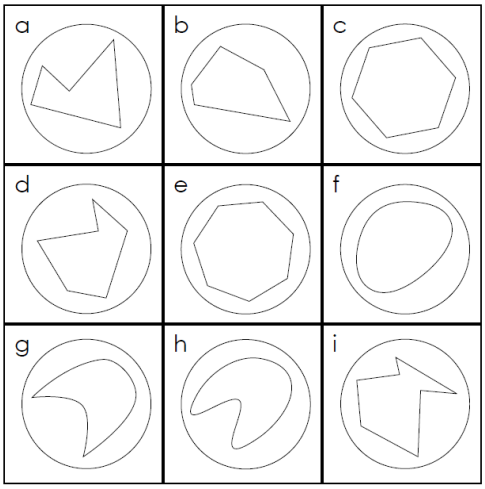


Image 7. Collection de formes 1

La collection de formes 1 présente un exemple collection. Elle propose des formes aux contours proches, comme les formes a et d, qui peuvent être perçues comme identiques, ou les formes c et e, de même que les formes g et h. la proximité de contour de ces formes incite la mobilisation d'une vision 2D dans une tâche de classification. Ainsi, les formes (a, d) peuvent former la famille des montagnes, (c, e, f) la famille des presque ronds, (g, h) la famille des lunes. Il reste les formes b et i qui ne peuvent pas être associées dans une même famille car très différentes de par leurs contours. La proximité des contours de certaines formes de la collection (a, d) associée à une forte différenciation des contours pour d'autres formes (a, f) incite l'utilisation d'une vision 2D. Cette vision 2D est aussi suffisante pour le jeu de « retrouve la bonne forme » si on demande de retrouver l'une des formes (b, f, i). Ainsi cette collection n'est pas optimale si on vise la mobilisation d'une vision autre que la vision 2D. Par conséquent, si on envisage un travail sur les changements de regard sur les formes géométriques, différentes collections doivent être utilisées.

Partant de ce constat, une collection de 70 formes est proposée aux étudiants et leur tâche est de composer une nouvelle collection (de maximum une vingtaine de formes) qui sera pertinente pour le « jeu des familles » ou pour « retrouve la bonne forme » avec la mobilisation d'une vision 1D et/ou 0D. Pour résoudre cette tâche les étudiants doivent anticiper les différentes procédures d'élève possibles et choisir des formes qui rendront les procédures où la vision 2D est inopérante. Les collections sont ensuite échangées entre binômes. Chaque binôme teste la collection qu'il reçoit en fonction de la tâche choisie. L'objectif ici est que les concepteurs de collection aient un retour sur les choix qu'ils ont effectués dans la sélection des formes.

Étant donné que la vision 2D est la vision première mobilisable par tous les élèves, il s'agit de construire une collection qui implique une vision 1D et/ou 0D et une réflexion sur les caractéristiques (Coutat, Vendeira 2016). À partir des 70 formes proposées, les étudiants doivent dans un premier temps identifier les caractéristiques exploitables. Ces caractéristiques peuvent être : les formes convexes et les formes non convexes, les formes symétriques ou non, le nombre de côtés/sommets, les polygones, les formes complexes avec uniquement des bords[2] courbes ou celles avec des bords courbes et bords rectilignes. D'autres caractéristiques, comme la longueur des côtés, pourraient être prises en compte selon la collection choisie. Les étudiants doivent ainsi jongler entre une vision 2D, fortement mobilisable par les élèves, et une vision 1D et/ou 0D qui s'appuie sur les caractéristiques, objectif essentiel de la tâche à finaliser.

[2] Nous nous plaçons dans le paradigme GI, c'est-à-dire un espace sensible et perceptif, avec non pas des propriétés mais des caractéristiques. Dans ce contexte nous utilisons alors le terme bord et non côté. De plus le terme « côté » pour désigner des bords courbes pourrait être en contradiction avec la définition usuelle de côtés pour les polygones.

Nous présentons dans la prochaine partie quelques collections proposées par les étudiants. Ces collections sont analysées afin d'identifier dans quelle mesure la vision 2D est effectivement mise en difficulté ou non et quel potentiel autour des caractéristiques est exploitable.

3 Quelques exemples de productions d'étudiants

Chaque binôme d'étudiants choisit une tâche puis sélectionne les formes qui leur semblent les plus appropriées. Ci-dessous nous présentons trois exemples de collections pour la tâche « jeu des familles » puis trois exemples pour la tâche « retrouve la bonne forme ». Nous analysons les propositions à travers les réponses possibles d'élèves que nous avons rencontrées lors d'observations en classes et la vision associée à ces réponses.

3.1 Le jeu des familles

Les collections suivantes sont conçues pour la tâche « jeu des familles ». Selon notre analyse a priori, des formes aux contours proches (perceptivement proches) peuvent rendre la vision 2D inopérante. Des formes aux contours très distincts peuvent aussi rendre la vision 2D peu efficace car les élèves seront contrariés d'associer des formes perceptivement très différentes.

L'Image 8, collection de formes 2, se compose de 13 formes. Les formes proposées diffèrent par leur nombre de côtés, leur convexité, leur symétrie interne, les caractéristiques des côtés (rectilignes ou non). A partir de la proposition des étudiants plusieurs réponses sont possibles. Il est possible de créer une classification en utilisant uniquement une vision 2D (1ère proposition). Il est aussi possible de créer une classification en utilisant des caractéristiques comme bords droits ou bords courbes, ou selon la convexité des formes (propositions 2 et 3).

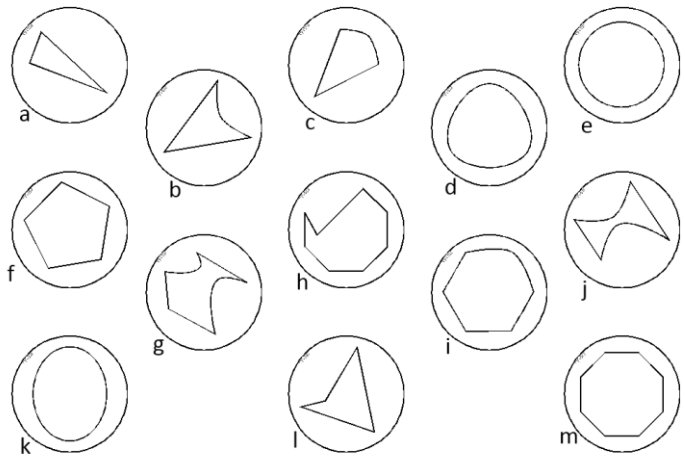


Image 8. Collection de formes 2

Exemple de familles possibles :

Vision 2D – 5 familles

Flèches (a, b, c, l), Ronds (d, e, k), Presque ronds (f, i, m), Nœud papillon (g, j), une famille sans nom (h)

Utilisation partielle des caractéristiques – 4 familles

Presque ronds et ronds (d, e, k, f, i, m), courbes entrants (non convexe) (b, g, j), pics entrants (h, l), pointes (a, c).

Utilisation des caractéristiques – 3 familles

Formes avec bords droits (a, f, h, l, m), formes avec bords arrondis (d, e, k), formes avec bords droits et courbes (b, c, g, i, j)

Le nombre de familles autorisées peut influencer la vision mobilisée. Plus ce nombre est petit plus il faudra que l'élève regroupe des formes qui vont ensemble non pas seulement parce qu'elles se ressemblent mais aussi car elles partagent certaines caractéristiques. Si le nombre de familles n'est pas imposé, les familles proposées peuvent renseigner sur la vision mobilisée.

La collection de formes 3 (image 9) peut aboutir à deux classifications, chacune résultant de l'une ou l'autre vision.

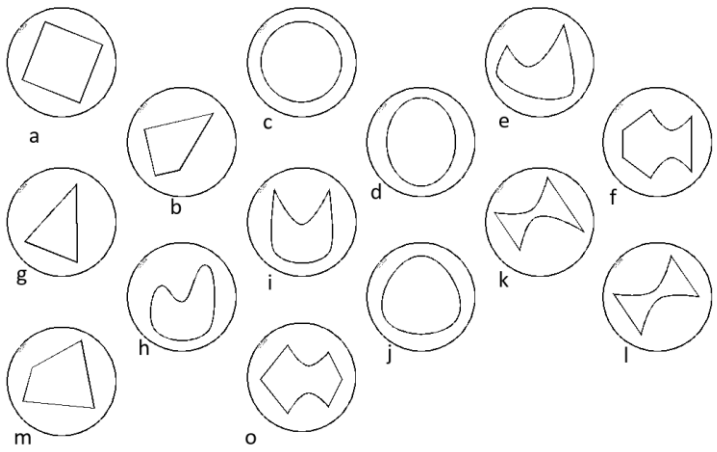


Image 9. Collection formes 3

Familles possibles :

Vision 2D – 4 familles

Formes connues (a, b, g, m), ronds (c, d, j), vases (f, k, l, o), montagnes (e, i, h)

Utilisation des caractéristiques – 4 familles

Polygones convexes (a, b, g, m), lignes courbes convexes (c, d, j), lignes courbes et droites (f, k, l, o), lignes courbes non convexes (e, i, h)

En effet les familles obtenues sont les mêmes mais les justifications invoquées sont différentes. Ainsi sans justification orale les deux interprétations sont possibles. Cet exemple met en exergue la nécessité d'un minimum d'échanges avec les concepteurs des familles.

L'exemple de la Collection de formes 4 présente une collection avec peu de caractéristiques différentes (nombre de côtés et convexité). Cette collection vise la caractéristique « nombre de côtés » des formes proposées. Pourtant il est aussi possible de résoudre la tâche en utilisant uniquement une vision 2D qui ne tient pas compte des caractéristiques pour obtenir 5 familles au lieu des 3 familles visées.

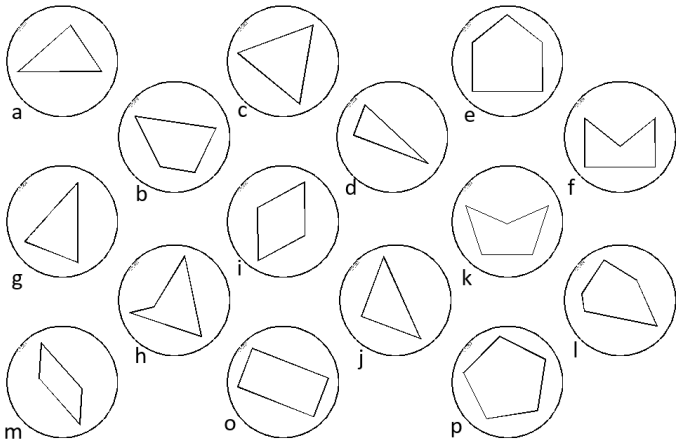


Image 10. Collection de formes 4

Familles possibles :

Vision 2D, contours proches – 5 familles

Flèches (a, c, d, g, h, j, l) maisons (e, p), montagnes (f, k), carrés (b, i), rectangles (m, o)

Utilisation des caractéristiques – 3 familles

Triangles (a, c, d, g, j), quadrilatères (b, h, i, m, o), pentagones (e, f, k, l, p)

La première classification avec les familles flèches, maisons, montagnes, carrés et rectangles regroupe des formes qui ont des contours proches mais ne partagent pas forcément des caractéristiques autres que d'être des polygones (c, h). À l'opposé, la deuxième classification regroupe des formes qui peuvent avoir des contours différents mais qui partagent la caractéristique du nombre de côté (f, l). Pour la famille des triangles, un élève qui maitrise la figure (objet mental) triangle peut se contenter d'une vision 2D. Pour les familles des quadrilatères et pentagones, il est probable que l'élève compte le nombre de côtés ce qui implique une vision 1D.

Dans tous les exemples la vision 2D peut être la seule vision mobilisée. Il est parfois possible de favoriser la prise en compte des caractéristiques et une vision 1D et/ou 0D en restreignant le nombre de familles.

3.2 Retrouve la bonne forme

La deuxième tâche « retrouve la bonne forme » permet aussi un travail sur la mobilisation d'une vision 1D et/ou 0D selon la collection choisie. Les 3 exemples ci-dessous présentent des collections représentatives des choix des étudiants. Pour chaque collection plusieurs procédures peuvent être envisageables. Les procédures que nous présentons sont le résultat de nos analyses. Elles exploitent au maximum la vision 2D, première chez les élèves. En effet, l'objectif de l'activité étant la mobilisation d'une vision 1D et/ou 0D, la vision 2D peut être investie au début de la résolution, mais elle doit ensuite être mise en difficulté voir inutilisable. Chaque collection se compose de formes qui peuvent être regroupées en sous-collections, ce qui permet une ouverture dans le choix de la vision à mettre en œuvre. Cependant, une fois qu'une sous-collection est isolée, les questions doivent se focaliser sur une caractéristique spécifique. Nous présentons dans les tableaux ci-dessous un ensemble de sous-collections construites par les étudiants ainsi que des exemples de classifications qui pourraient être utilisées par des élèves.

Pour la collection de formes 5 (image 11), il est possible de concevoir 4 sous-collections, en utilisant une vision 2D dans un premier temps puis une vision 1D et/ou 0D pour distinguer la forme cherchée.

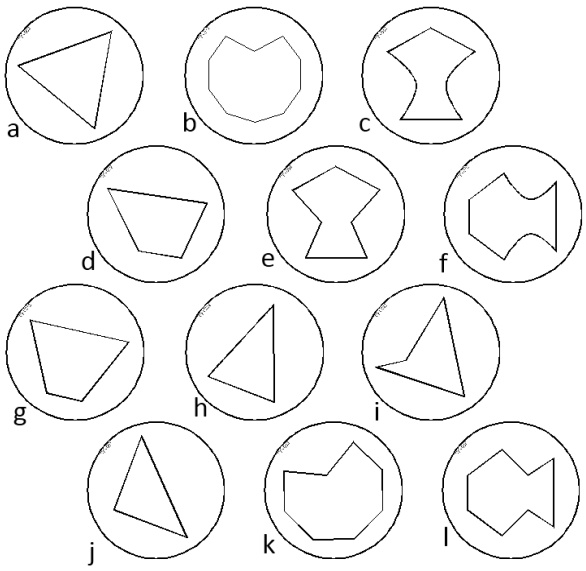


Image 11. Collection de formes 5

Les sous-collections et leurs caractéristiques

Les flèches (a, h, i, j)

- 3 côtés égaux (a)
- 2 côtés égaux (h, j)
- Non convexe (i)
- 1 angle droit (j)

Les pyramides tronquées (d, g)

- Non symétrique
- 1 axe de symétrie (g)

Les poissons (c, e, f, l)

- Bords courbes (c, f)
- Nez pointu (c, e)
- Nez plat (f, l)
- Uniquement des bords droits (e, l)

Les « pacman » (b, k)

- 8 côtés (k)

Pour chaque sous-collection présentée la discrimination entre les formes restantes repose chaque fois sur des caractéristiques spécifiques. Cette collection se compose de groupes de formes très différentes visuellement ce qui rend la vision 2D pertinente dans un premier temps. Une fois qu'une sous-collection est isolée, une réflexion sur les caractéristiques devient obligatoire. Les caractéristiques accessibles par cette collection sont variées : longueur des côtés, convexité, angle droit, symétrie, parallélisme, bords droits ou courbes.

Pour la collection de formes 6 (image 12), quatre sous-collections s'appuyant principalement sur une vision 2D peuvent être construites. D'autres collections utilisant le nombre de côtés sont envisageables mais peu probables dans le cas d'un travail avec de jeunes élèves.

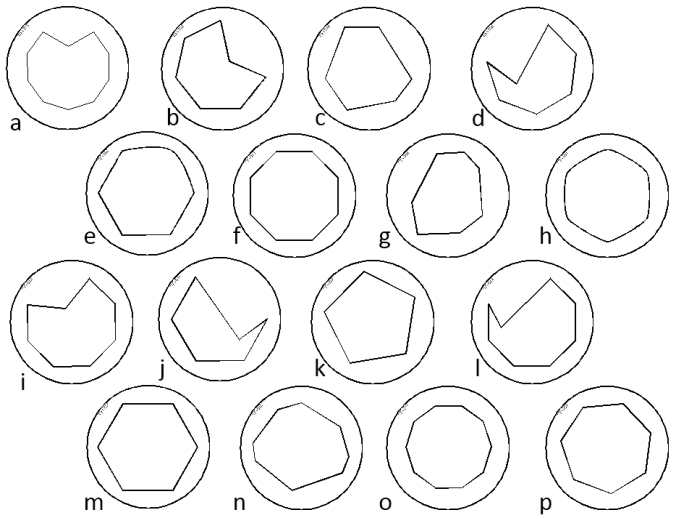


Image 12. Collection de formes 6

Les sous-collections et leurs caractéristiques

Formes presque rondes (e, f, h, k, m, o, p)

- 8/5/6/10/7 côtés
- Bords droits et courbes (e)
- Bords courbes (h)

Les « pacmans » (a, b, i,)

- 10/7/8 côtés

Formes avec becs (d, j, l)

- 7/6/8 côtés

Des cailloux (c, g, n)

- 6/7/8 côtés

Cette collection de formes est aussi intéressante dans le sens où la vision 2D permet de s'impliquer facilement dans la tâche. Cependant une fois une sous-collection isolée, la vision doit évoluer pour utiliser les caractéristiques. Ici les caractéristiques concernées sont principalement le nombre de côtés et, pour deux formes, les bords droits et/ou courbes. Une collection qui vise peu de caractéristiques peut aussi trouver son avantage car elle permet à l'enseignant de cibler des caractéristiques spécifiques.

La dernière collection, collection de formes 7 (image 13), peut se décomposer en 5 sous-collections.

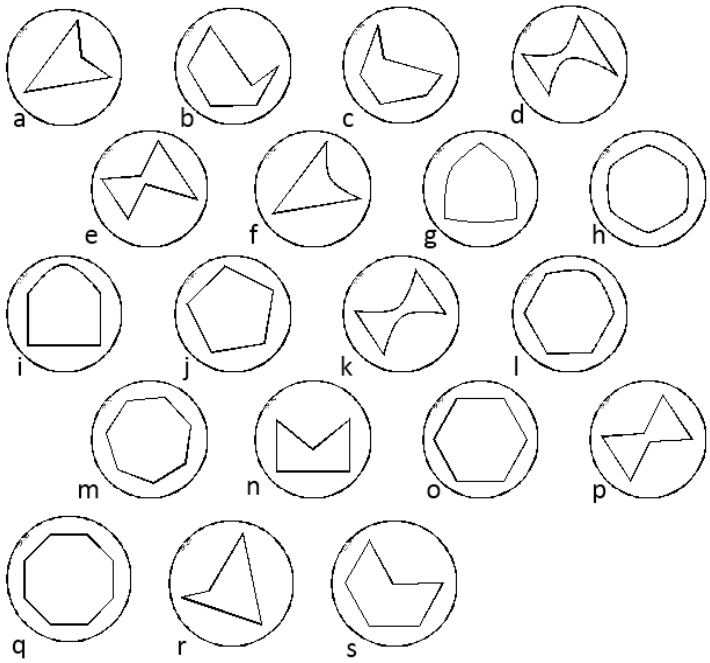


Image 13. Collection de formes 7

Les sous-collections et leurs caractéristiques

Flèches (a, f, r)

- Axe de symétrie (a, f)
- Un bord courbe (f)

Formes avec becs (b, c, n, s)

- Axe de symétrie, côtés parallèles (n, s)
- 6 côtés (b, c, s)
- Angle droit (b, n)

Les nœuds (d, e, k, p)

- Axe de symétrie (e, k, p)
- Bords courbes et droits (d, k)

Les maisons (g, i, j)

- Bords ronds (g)
- Toit rond (i) / pointu (j)

Les presque ronds (h, l, m, o, q)

- Sans pointe (h)
- Bords courbes et droits (l)
- 7/6/8 côtés (m, o, q)

Les formes b et c sont très proches, l'une (b) possède un angle droit contrairement à l'autre (c), cette différence de caractéristique est assez complexe car pas toujours évidente à distinguer perceptivement. Les caractéristiques travaillées seraient : nombre de côtés, bords courbes et/ou droits, axe de symétrie, parallélisme, angle droit.

Ces trois exemples présentent une grande diversité dans le nombre de formes à traiter (entre 12 et 19) ainsi que dans la nature et le nombre de caractéristiques visées. Il n'est pas forcément plus pertinent d'avoir un grand nombre de caractéristiques parmi la collection, un nombre restreint de caractéristiques peut être tout à fait suffisant pour s'assurer du changement de vision sur les formes.

3 Le modèle opératif des étudiants

Les exemples ci-dessus présentent une diversité dans les collections choisies par les étudiants ainsi que la diversité dans le traitement de ces collections. La première tâche semble être plus difficile pour les étudiants car les collections construites ne sont pas toujours pertinentes dans un objectif de changement de vision. Pour la deuxième tâche les collections permettent la présence de plusieurs visions au cours de la résolution de la tâche.

Une fois les collections conçues, elles sont testées par un autre groupe d'étudiants. Cette dernière étape permet d'obtenir un retour immédiat de la robustesse des actions de choix des étudiants concernant les variables de la situation (le choix des formes, le nombre de familles, imposé ou non). Nous n'avons pas d'informations concernant cette étape qui s'est déroulée oralement.

Les analyses des exemples présentés démontrent une réflexion intéressante des étudiants. Ils doivent sélectionner un ensemble de formes dans une collection de 70 formes. Au cours cette sélection, les ils doivent prendre en compte les différentes visions possibles et ajuster leur collection pour orienter les procédures vers une vision spécifique. Parallèlement à cette réflexion sur les visions mobilisables, ils doivent identifier les caractéristiques impliquées dans la procédure de résolution et là encore ajuster la collection pour atteindre les objectifs d'apprentissage qu'ils se fixent. Beaucoup de collections d'étudiants provoquent un changement de vision et un travail sur les caractéristiques. Le « jeu des familles » semble poser d'avantage de difficultés que le jeu « retrouve la bonne forme ». En effet la vision 2D pour la résolution du premier jeu peut parfois être suffisante. On peut alors s'interroger sur les choix des étudiants. Est-ce des choix délibérés (collection 2, collection 4) ? En effet les procédures d'élèves renseignent l'enseignant sur la vision mobilisée par les élèves.

Les deux tâches utilisent une collection de formes géométriques, cependant étant donnés les objectifs spécifiques à chaque tâche, les collections ne peuvent pas être les mêmes si on envisage un travail sur les changements de regard sur les formes géométriques. Ce résultat qui émane de l'analyse des deux tâches et des collections proposées n'a que très peu été explicité lors de la formation. Le retour sur les propositions des étudiants n'a pas donné lieu à des échanges et on peut se questionner sur l'impact réel que ce retour a eu sur les concepts pragmatiques. Si on vise un réel effet sur la genèse conceptuelle du modèle opératif des étudiants il est nécessaire d'investir aussi les retours des étudiants-testeurs des collections proposées. Ces retours permettent de revenir sur les choix opérés par les étudiants-concepteurs, choix reposant sur les analyses des formes en lien avec la tâche choisie. Il nous semble que dans cette situation de formation les concepts pragmatiques et organisateurs doivent s'enrichir l'un de l'autre pour agir sur la genèse conceptuelle de leur modèle opératif.

III - CONCLUSION

Les travaux de Duval & Gaudin (2006) ainsi que ceux de Houdement & Kuzniak (1998) éclairent le cadre du travail géométrique à l'école primaire. Différentes visions (2D/1D/0D) peuvent être mobilisées, chacune ayant leur pertinence selon des tâches spécifiques. La vision 2D est suffisante pour distinguer globalement des formes ou des formes aux contours très distincts. La vision 1D et/ou 0D devient plus centrale pour l'explicitation des propriétés des figures géométriques. Les visions 1D et/ou 0D ne sont pas première chez les élèves. Elles doivent faire l'objet d'un apprentissage. La maitrise de ces différentes visions est essentielle pour le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie basée sur les axiomes. Les enseignants de l'école primaire doivent mettre en œuvre des tâches d'apprentissages qui accompagnent ces changements. En nous inspirant des travaux de la didactique professionnelle (Pastré 2011) et de la didactique des mathématiques (Coutat, Vendeira, 2016), nous avons mis en place une

situation de formation qui a pour but d'enrichir le modèle opératif des étudiants en formation initiale d'enseignants du premier degré.

Les concepts organisateurs et les concepts pragmatiques sont présentés comme dissociés dans l'image. Pourtant, au vu des productions des étudiants, il nous semble que les analyses théoriques des tâches et des objectifs d'apprentissages doivent être impliqués dans les choix effectifs au cours de la préparation et de la mise en œuvre des tâches. Tout comme les observations nourrissent a posteriori les analyses des tâches. Dans la mise en œuvre de la situation de formation, les retours sur les choix des étudiants n'ont que très peu été exploités. Il nous semble que ces retours doivent être d'avantage formulés et investis afin de revenir sur la pertinence des choix initiaux, voire sur les analyses des tâches.

IV - BIBLIOGRAPHIE

BRACONNE-MICHOUX A (2008) *Evolution des conceptions et de l'argumentation en géométrie chez les élèves : paradigmes et niveaux de van Hiele à l'articulation CM2-6ème*, thèse de l'Université Paris 7.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage.

COUTAT S. & VENDEIRA C. (2016) Quelles tâches pour travailler les caractéristiques des formes à la maternelle ? *Actes du XXXXIIème colloque COPIRELEM* – Besançon 2015.

COUTAT S. & VENDEIRA C. (2015-a) Quelles ressources pour la reconnaissance de formes en maternelle ? *Actes du XXXXIème colloque COPIRELEM* – Mont de Marsan 2014.

COUTAT S. & VENDEIRA C. (2015-b) Des pics, des pointes et des arrondis en 1P-2P, *Math-Ecole*, **223**, 14-19.

DAINA A. & DORIER J.-L. (2016) Une recherche sur l'utilisation des ressources dans le contexte de l'enseignement primaire genevois, *Actes du XXXXIIème colloque COPIRELEM* – Besançon 2015.

DUVAL R (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **10**, 5-53.

DUVAL R. & GODIN M. (2006) Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, **76**, 7-27.

HOUDEMENT C. & KUZNIAK A. (1998) Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maitres, *Grand N*, **64**, 65-78.

PASTRE P. (2011) La didactique professionnelle - Un point de vue sur la formation et la professionnalisation. *Education Sciences & Société*, **2(1)**, 83-95.

PERRIN-GLORIAN M-J, GODIN M (2014) De la reproduction de figure géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés, *Math-Ecole*, **222**, 26-36.

RAVEL L. (2003) *Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne, exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique.* Thèse, Université Joseph Fournier – Grenoble I.

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, **10**, 133-170.

Plan d'Etude Romand : http://www.plandetudes.ch/

LA FORMATION INITIALE DES MAÎTRES AU QUÉBEC : UNE AUTRE STRUCTURE, D'AUTRES ENJEUX

Annette BRACONNE-MICHOUX
Professeure, UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
annette.braconne-michoux@umontreal.ca

Résumé
Pour être enseignant au Québec, il faut détenir un brevet d'enseignement émis par le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). Nous présentons ici les conditions dans lesquelles les étudiants à l'Université de Montréal obtiennent ce Brevet. Parmi tous les programmes de formation offerts à l'université, nous nous attarderons plus particulièrement sur celui qui conduit à l'enseignement au niveau primaire en adaptation scolaire. Ce programme est un programme de 1er cycle universitaire de 4 années, comprenant des cours théoriques et des stages. Dans le contexte d'une formation par approche programme, une certaine cohérence a été recherchée dans la répartition entre les stages et les cours théoriques assurés par les 3 départements de la faculté. Les cours de didactique participent pour un tiers à la formation initiale des enseignants (40 crédits sur 120). Si l'on prend on compte le niveau académique des étudiants admis dans ce programme, on constate que les enjeux de la formation initiale sont très grands. Ceci n'est sans doute pas étranger au fait que, même si le taux de diplomation est assez élevé (70% sur 5 ans), il n'en reste pas moins vrai que 25% des étudiants qui ont obtenu le Brevet d'enseignement démissionnent dans les 5 ans qui suivent leur entrée sur le marché du travail.

Pour être enseignant au Québec, il faut détenir un brevet d'enseignement émis par le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). Pour ce faire, le candidat doit avoir suivi et réussi une formation proposée par une université, membre de l'Association des universités et collèges du Canada. Le programme de formation est défini par le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport et présenté dans le document « La formation à l'enseignement »[1] (2001). L'université de Montréal est habilitée à former les futurs enseignants au primaire, au secondaire (Français, Mathématiques, Sciences, EPS, Univers social et Éthique et Culture religieuse), en adaptation scolaire (primaire et secondaire) et en Français langue seconde. Dans ce texte, nous présenterons l'une de ces formations : l'Enseignement en Adaptation Scolaire au primaire (BEAS). Il s'agit d'un programme de 1er cycle universitaire d'une durée de 4 ans (baccalauréat de 120 crédits auquel il faut ajouter deux cours de 3 crédits obligatoires mais hors programme), qui comprend une partie théorique sous forme de cours dispensés à l'université et des stages de formation pratique dans les écoles associées à l'université.

Dans le texte qui suit, nous présenterons successivement la structure administrative dans laquelle s'inscrit ce programme de baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire au primaire, le profil des étudiants admis dans ce programme et leurs conditions d'apprentissage, le profil des enseignants intervenant dans le programme, la place de la didactique dans la formation, et, brièvement, le devenir des étudiants après diplomation.

1 http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/reseau/formation_titularisation/formation_enseignement_orientations_EN.pdf (consulté sur Internet le 21/12/2016)

I - ORGANISATION ADMINISTRATIVE

À l'université de Montréal, la Faculté des sciences de l'éducation a la responsabilité de tous les programmes de formation des enseignants. Toutefois, certains cours de baccalauréat en enseignement au secondaire relèvent d'autres facultés, comme le BES-Maths où les cours de mathématiques pures sont assurés par le département de mathématiques de la Faculté d'Arts et Sciences (FAS).

La faculté des sciences de l'éducation est organisée en trois départements : didactique, psychopédagogie-andragogie, administration et fondements de l'éducation. La faculté offre des cours de 1er, 2e et 3e cycle. C'est donc dans cette même faculté que les étudiants peuvent faire une maîtrise – recherche ou un doctorat en didactique ou autre.

La formation des enseignants relevant du 1er cycle universitaire, à l'Université de Montréal, tous les baccalauréats en enseignement sont gérés par le Centre de Formation Initiale des Maîtres (CFIM). Celui-ci a la responsabilité de l'organisation des enseignements et des stages proposés aux étudiants au cours de leurs quatre années d'études. Les cours théoriques relèvent des trois départements. Le département de didactique assure les cours de didactique des disciplines (DID)[2], à l'exception de l'éducation physique et sportive (EPS), soit 43 crédits pour le baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire. Le département de psychopédagogie-andragogie (PPA) a la responsabilité des enseignements liés à la psychologie et au développement de l'enfant, et à la pédagogie générale (gestion de classe, différenciation, évaluation, etc.), soit 40 crédits. Enfin, le département d'administration et fondements de l'éducation (ETA) a celle des enseignements relevant de la législation de l'enseignement au Québec, de l'administration scolaire (Loi sur l'instruction publique, politique éducative québécoise, etc.), soit 14 crédits. Le lecteur trouvera en annexe 1 le cheminement de l'étudiant au fil des 4 années de formation dans le cas particulier du baccalauréat en adaptation scolaire (BEAS) où en fin de 2e année, l'étudiant choisit l'ordre dans lequel il poursuivra sa formation.

II - PROFIL DES ÉTUDIANTS

Nous présentons ici les conditions d'admission des étudiants dans le programme, le parcours qui a pu être le leur avant d'arriver à l'université et surtout les conditions dans lesquelles ils peuvent travailler, c'est-à-dire profiter au mieux de la formation qui leur est proposée.

1 Les conditions d'admission

Les programmes en enseignement sont des programmes contingentés : le nombre de places offert aux étudiants est limité. À ce nombre limité de places s'ajoute une autre contrainte : la cote R (note sur 40) qui situe le niveau de l'étudiant à sa sortie du CEGEP (Collège d'Enseignement Général Et Professionnel qui termine en deux ans la scolarité au secondaire qui est, elle, de 5 ans). Au baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire à l'Université de Montréal (BEAS), la cote R minimale d'admission est de 24. Quand on sait qu'en médecine, la cote R minimale est de 32, en droit, 31 et en travail social, 28, on peut imaginer que les étudiants qui choisissent la formation à l'enseignement ne sont pas ceux qui ont été « têtes de classe » au CEGEP ; c'est aussi l'une des cotes R les plus basses pour l'admission dans les programmes contingentés. Les programmes en enseignement étant contingentés, comme pour tous les programmes de cette nature, les étudiants font des demandes (des choix de programmes) qui seront respectées, ou non, selon leur cote R et les effectifs attendus. En effet, la cote R moyenne des étudiants admis est de 26,9 ; plus de la moitié des étudiants (57%) arrivent avec une cote R inférieure à 27. Dans le cas du baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire, on peut toutefois nuancer ce propos en indiquant que pour la très grande majorité des étudiants (environ 85%), ce choix d'études est leur premier choix. On peut donc considérer que la majorité des étudiants qui sont inscrits dans ce

[2] Les acronymes DID, PPA et ETA sont utilisés pour identifier les cours. Pour des raisons historiques, les cours donnés par le département d'administration et fondements de l'éducation ont ETA comme acronyme. C'est ainsi que dans le cheminement de l'étudiant on peut lire : DID 2031 – didactique de la géométrie en adaptation scolaire; PPA 2110 – Gestion de classe; ETA 1001 – Histoire et philosophie de l'éducation.

programme l'ont fait par choix et sont donc motivés pour devenir enseignant en adaptation scolaire, à moins qu'ils n'aient fait ce choix en toute connaissance de cause relativement à leur cote R. Mais on peut nuancer ces propos en prenant en compte le fait que près d'un étudiant sur trois (27%) est admis dans ce programme alors qu'il ne vient pas du CEGEP et donc se situe dans une démarche de réorientation, voire de retour aux études. Ce sont des étudiants qui ont déjà fait des études universitaires dans un autre programme ou arrivent de l'étranger. À l'automne 2016, 187 étudiants ont été admis dans ce programme. À titre de comparaison, 325 étudiants ont été admis au Baccalauréat en Enseignement Préscolaire Et Primaire (BEPEP) à la même session avec les mêmes cotes R.

2 Le parcours des étudiants

Les étudiants admis au baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire viennent donc majoritairement du CEGEP où ils ont terminé leur scolarité secondaire. Dans les CEGEP, différentes filières sont proposées aux étudiants : sciences de la nature, informatique et mathématiques, sciences humaines, arts et lettres, etc. Les informations demandées aux étudiants ne permettent pas de déterminer quelle filière ils ont suivie au CEGEP. Mais il suffit de les interroger en classe pour constater que la majorité d'entre eux ont un DEC (Diplôme d'Etudes Collégiales) en sciences humaines donc sans cours de mathématiques. Ceci a pour conséquence qu'un grand nombre d'étudiants n'a pas fait de mathématiques depuis plusieurs années, soit depuis l'école secondaire voire depuis l'avant-dernière année du secondaire (secondaire 4 – élèves de 15 ans), puisque dans la dernière année (secondaire 5 – élèves de 16 ans), ils peuvent déjà faire des choix d'orientation où il n'y a pas de cours de mathématiques.

De plus, les étudiants qui choisissent la formation en enseignement en adaptation scolaire pour de « mauvaises raisons » ne sont pas rares. En effet, plusieurs d'entre eux ont eu des conditions de scolarité difficiles, ont réussi à surmonter ces difficultés et se sentent légitimés « pour aider les élèves en difficultés parce qu'ils l'ont vécu ». Ainsi, une étudiante a été admise avec une cote R de 28 en ayant bénéficié de mesures d'accommodements tout au long de sa scolarité au secondaire et au CEGEP, a échoué à plusieurs cours et stages, a été exclue du programme, mais sa demande de réadmission a été rejetée parce que le calcul de sa nouvelle cote R donnait 14.

Le règlement pédagogique prévoit qu'en cas de double échec à un même cours (le même cours est échoué à deux reprises), un étudiant est exclu du programme. Toutefois, quelques années plus tard, le même étudiant peut demander sa réadmission dans le programme, et, à de très rares occasions, elle peut lui être accordée.

3 Les conditions d'études et de travail des étudiants

Les inscriptions au baccalauréat en enseignement sont obligatoirement des inscriptions à temps plein, soit environ 15 crédits par trimestre (1 crédit équivaut à 15 heures de cours par trimestre). Les droits de scolarité pour un étudiant québécois s'élèvent environ à 1 500 $ par trimestre, soit 12 000 $ pour les quatre années de baccalauréat sans aucun échec aux cours ou aux stages. Si certains étudiants ont accès à des bourses gouvernementales au vu de l'excellence de leur dossier (leurs résultats au CEGEP ou en cours de scolarité à l'université), nombreux sont ceux qui financent leurs études par un prêt accordé par une banque. Pour ces étudiants, une solution consiste à travailler à temps partiel dans un bureau, une boutique ou un restaurant ou encore à faire des remplacements de courte durée dans les écoles à partir de leur 3e année de formation à l'université. Or, d'après le guide de l'étudiant, pour réussir ses études, il faut partir du principe qu'à une heure de cours doivent être associées deux heures de travail personnel. Étant inscrit à temps plein, chaque trimestre l'étudiant doit suivre l'équivalent de 15 crédits de cours soit 225 heures de présence et 450 heures de travail personnel ou, ramené sur une semaine, un équivalent d'environ 15 heures de présence auxquelles il faut ajouter 30 heures de travail personnel soit une semaine de 45 heures de travail quand, dans de nombreuses branches professionnelles, la semaine de travail peut être de 37 ou 39 heures. On peut facilement imaginer que pour les étudiants qui doivent travailler à l'extérieur ou pour ceux qui ont des responsabilités familiales, ces exigences sont très fortes,

voire trop fortes, et ne sont pas sans conséquence sur la qualité de leurs apprentissages et de la formation professionnelle à laquelle ils aspirent.

III - PROFIL DES ENSEIGNANTS

Les cours sont assurés par deux catégories d'enseignants distinctes : d'une part, les professeurs qui sont tous titulaires d'une thèse de doctorat et ont une garantie d'emploi à l'université ; d'autre part, les chargés de cours qui doivent avoir au minimum une maîtrise dans la discipline qu'ils enseignent et n'ont pas de garantie d'emploi. Tous les enseignants font l'objet d'une évaluation de leur prestation par les étudiants en fin de trimestre.

1 Les professeurs

Comme tous les départements à l'université, le directeur est un professeur du département, élu par ses pairs. Le département de didactique est composé 25 professeurs et de dizaines de chargés de cours. En effet, ceux-ci sont embauchés en grand nombre pour assurer une grande partie des cours compte tenu du faible nombre de professeurs qui ont aussi la responsabilité des enseignements aux 2e et 3e cycle et du nombre de groupes d'étudiants, en particulier dans les programmes d'enseignement au préscolaire et au primaire et en adaptation scolaire. Les cours de didactique des mathématiques de tous les programmes de baccalauréats sont sous la responsabilité de 5 professeurs qui ont aussi la charge de coordonner le travail des chargés de cours. Les professeurs rédigent les plans de cours cadres qui définissent les contenus et les compétences professionnelles développées dans chacun des cours et veillent à ce que ceux-ci soient respectés par les chargés de cours. Dans le contexte de l'approche programme préconisée par le Ministère, les plans de cours cadres ont été revus et rédigés de façon à établir une cohérence et une progression dans les apprentissages des étudiants au fil des quatre années.

Les professeurs appartiennent tous au SGPUM (Syndicat Général des Professeurs de l'Université de Montréal).

2 Les chargés de cours

Les chargés de cours peuvent être des étudiants au doctorat, des enseignants ou des conseillers pédagogiques ; tous doivent avoir au minimum une maîtrise dans le domaine. Le recrutement d'un chargé de cours se fait sur la base des EQE (Exigences de Qualification pour l'Enseignement) qui lui sont reconnues à la lecture de son CV : niveau d'études et activités d'enseignement en lien avec le cours pour lequel il postule. Un chargé de cours n'a pas de garantie d'emploi auprès de l'université. Il est payé au prorata du nombre de cours qu'il donne dans une session. Leurs EQE étant établies, les chargés de cours choisissent les cours qu'ils vont donner dans les limites des cours offerts au département et de leur ancienneté comme chargé de cours à l'université. Un cours leur ayant été attribué, ils sont obligés de se plier au calendrier établi par le CFIM et c'est là la seule contrainte qu'ils doivent respecter. En effet, au nom de la liberté académique, un chargé de cours est totalement libre dans son activité d'enseignant et les professeurs responsables des cours n'ont aucun moyen de contrôle ou de coercition à l'égard de ceux qui ne respectent pas le plan de cours cadre. Même si le phénomène est assez rare, il peut avoir de lourdes conséquences sur la formation de certains étudiants.

IV - PLACE DE LA DIDACTIQUE DANS LA FORMATION

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons plus particulièrement aux cours théoriques et autres moments dans la formation où la didactique joue un rôle c'est-à-dire les activités d'intégration et les stages.

1 Les cours disciplinaires théoriques

Selon les disciplines et souvent pour des raisons de sécurité, les étudiants sont rassemblés pour former des groupes de tailles variables. Ainsi en sciences, les groupes ne dépassent pas 24 étudiants, en arts, ils

ne sont pas plus de 35 quand, dans les autres disciplines (français ou mathématiques), les groupes peuvent atteindre 70 étudiants pour des cours de 3 heures. Les enseignements s'appuient autant sur des manuels spécifiques souvent rédigés par le professeur responsable du cours (Lefrançois, 2015) que sur des recueils de notes préparés eux aussi par le responsable du cours. Pour tous les cours, les contenus disciplinaires et didactiques sont précisés dans les plans de cours cadres. Comme nous l'avons signalé dans la présentation des enseignants, les contenus et modalités d'enseignement dans chaque cours sont très variables et dépendent de l'enseignant. Mais les conditions matérielles peuvent aussi jouer (locaux éloignés de la faculté, salles inadaptées, etc.) et favoriser certaines modalités de fonctionnement, ou au contraire les entraver totalement, comme le transport de matériel géométrique dans un bâtiment situé à 20 minutes de marche de la didacthèque.

Les cours de didactique des mathématiques

Après avoir été admis à pour pouvoir continuer leurs études dans le programme, les étudiants doivent réussir le cours DID1002 – Notions de mathématiques pour adaptation scolaire. Ce cours hors-programme (donc non comptabilisé dans les 120 crédits) permet aux étudiants de revisiter les mathématiques du primaire et du secondaire, tout en faisant quelques liens avec la didactique comme des obstacles ou difficulté d'apprentissage bien connus.

La formation en didactique des mathématiques comprend 4 cours de 3 crédits chacun (15 rencontres de 3 heures) soit un total de 180 heures en classe. Les titres des cours successifs permettent de comprendre la structure du programme : DID1001 – Fondements de la didactique des mathématiques; DID2031 – Didactique de la géométrie; DID1220 – Didactique de l'arithmétique et DID3280 – Didactique des rationnels. L'approche programme a demandé une réécriture des plans de cours cadres afin de coordonner les contenus tant du point de vue disciplinaire que didactique sur l'ensemble des 4 années de formation. Selon les cours et les choix pédagogiques des enseignants, les étudiants sont amenés à refaire des exercices de mathématiques pures de niveau primaire ou début secondaire, à analyser des travaux d'élèves, des propositions d'activités extraites de manuels ou de toute autre provenance (Internet, recherche en didactique, etc.), à organiser une séance (ou une séquence) d'enseignement suivie d'une évaluation (SAÉ - Situation d'Apprentissage et d'Évaluation), à étudier le cas d'un élève à l'issue d'une entrevue diagnostique avec celui-ci, etc. (Braconne-Michoux, 2016). Ces différents travaux peuvent être réalisés individuellement ou en équipes de 3 ou 4 étudiants, en travail à la maison, en travaux pratiques en classe ou en examen en temps limité. Les taux de réussite aux cours de didactique des mathématiques, comme dans tous les cours, sont élevés (de l'ordre de 90%) à l'exception du cours de remise à niveau DID1002 où le taux de réussite est d'environ 75%. On peut trouver diverses explications à cette réussite qui peut sembler exceptionnelle quand on prend en compte les connaissances initiales des étudiants. Non seulement les enseignants accompagnent beaucoup les étudiants dans leurs apprentissages (rendez-vous, discussions sous forme de forum sur la plateforme StudiUM, examens exclusivement liés aux contenus abordés en classe, etc.) mais les modalités d'évaluation leur sont aussi plutôt favorables. En effet, plusieurs évaluations reposent sur des travaux en équipe réalisés en dehors des heures de cours. De plus, il n'est pas rare que certains chargés de cours soient plus « généreux » dans l'évaluation des étudiants : leur propre évaluation en fin de session en dépend et leur embauche à l'Université de Montréal tout autant.

2 Les stages (et la didactique)

Chaque année, les étudiants font un stage dans un milieu de pratique différent : classe d'adaptation scolaire, classe régulière avec élèves à risques ou élèves HDAA intégrés (élèves Handicapés ou en Difficulté d'Adaptation ou d'Apprentissage). Les stages sont sous la responsabilité du CFIM (Centre de Formation Initiale des Maîtres) : placement, supervision, évaluation. Le partenariat entre la CSDM (Commission Scolaire de Montréal) et l'université de Montréal permet d'offrir une place de stage à tous les étudiants dans tous les milieux de pratique. Les lieux de stage sont choisis au mieux des intérêts de l'étudiant, que ce soit dans le choix du milieu de pratique (« clientèle spécifique ») ou dans le lieu de stage pour éviter des déplacements difficiles. Au cours de leur 3ème année, après étude de leur dossier

par le CFIM, les étudiants ont la possibilité de faire un stage à l'étranger (Europe, Amérique du Sud, Afrique).

Pour tous les stages, l'étudiant doit assister à des journées de pré-stage et à des séminaires avant, pendant et après le stage. Les journées de pré-stage et les séminaires augmentent au fil des 4 années. Ces rencontres obligatoires sont assurées par le superviseur de stage. C'est le même superviseur de stage qui assure les visites des étudiants lors de leur prise en main de la classe : une visite pour les deux premiers stages et deux visites au cours des deux derniers stages. Pour effectuer son 3ème stage, l'étudiant doit avoir réussi un test de français écrit, le TECFÉE (TEst de Certification en Français Ecrit pour l'Enseignement). Ce test en deux parties (QCM et épreuve de rédaction) est assez difficile et il n'est pas rare que les étudiants doivent le passer plusieurs fois au cours de leur 2ème année pour pouvoir faire leur stage 3.

Dans la mesure où les deux premières années sont un tronc commun avant la spécialisation primaire-secondaire en 3e et 4e année, les deux premiers stages ont lieu, successivement, dans les deux ordres d'enseignement. Ce sont deux stages de 18 jours. Pendant le stage 1, l'étudiant observe et doit prendre la classe en main pendant 4 demi-journées. Pendant le stage 2, la prise en main est de 7 jours dont 3 jours consécutifs sous la supervision du maître associé. Le stage 3 dure 32 jours et l'étudiant assure un enseignement qui équivaut à une demi-tâche d'enseignement temps plein soit 16 jours de classe. Enfin, pendant le dernier stage (stage 4), l'étudiant prend la classe en main pendant 52 jours consécutifs. Afin de témoigner de la progression dans la professionnalisation, les crédits liés aux stages augmentent au fil des années : 3 crédits pour chacune des deux premières années, 6 crédits pour le stage 3 et 9 crédits pour le stage 4.

Les directions d'école sont responsables du choix des enseignants associés qui accueillent les étudiants en stage. Elles en font la proposition à la commission scolaire de Montréal (CSDM) qui la transmet à l'Université de Montréal. Pour être enseignant associé, il suffit d'avoir enseigné 5 ans et d'avoir suivi la formation à l'accompagnement de stagiaires.

Les superviseurs de stage sont recrutés par le CFIM et appartiennent au syndicat des chargés de cours. En général ce sont d'anciens enseignants qui ont déjà accueillis des stagiaires dans leur classe. Ils doivent avoir suivi une formation en accompagnement des stagiaires.

À l'issue du stage, l'évaluation de l'étudiant est consignée dans un rapport rédigé par le superviseur en collaboration avec l'enseignant associé. Les stages sont évalués en termes de réussite/échec et l'étudiant ne peut faire un autre stage tant qu'il n'a pas réussi le précédent. S'il échoue deux fois de suite au même stage, il se voit exclu du programme. Si ses résultats académiques le permettent, il peut se voir offrir la conversion de son baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire en un baccalauréat en enseignement de 90 crédits qui ne lui donnera pas le permis d'enseigner mais pourra lui permettre de poursuivre ses études dans d'autres programmes universitaires où ses crédits seront reconnus.

Les enseignants associés comme les superviseurs de stage n'ont pas à prouver leurs compétences professionnelles, et il arrive que les étudiants vivent en stage des situations peu encourageantes, voire en opposition avec certains principes discutés dans les cours de didactique. Ainsi, dans certaines classes, l'étudiant a comme consigne de la part de son enseignant associé : « Demain, tu fais les pages … du cahier d'exercices … » sans autre précision. Quand on regarde les contenus mathématiques abordés, force est de constater que l'on est dans un enseignement des mathématiques ostensif, ou behavioriste mais certainement pas socioconstructiviste comme le préconise le programme. D'autres situations de stage sont nettement plus enrichissantes pour les étudiants, mais elles ne sont pas la majorité.

3 Les activités d'intégration (et la didactique)

Afin de lier les enseignements théoriques (cours) et la formation pratique (stage), une activité d'intégration est proposée chaque année aux étudiants (EDU1210 ; EDU2210 ; EDU3210 ; EDU4210). Ce cours de 1 crédit est assuré par des enseignants des trois départements (professeurs ou chargés de cours) et par des superviseurs de stage. Les étudiants sont amenés à : 1) élaborer une grille d'observation d'une séance d'enseignement, 2) préparer une séance d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ); 3) organiser un

plan d'intervention auprès d'un élève en difficulté et 4) développer et présenter un projet d'enseignement dans une classe d'adaptation scolaire (colloque des finissants).

Dans la mesure où les enseignants intervenant dans ces cours ne sont pas tous sensibilisés au rôle de la didactique dans l'activité de l'enseignant, celle-ci n'a que peu de place dans les activités d'intégration. En particulier, il est étonnant que les enseignants de didactique ne participent pas aux activités d'intégration 2 et 3 qui sont directement en lien avec l'activité d'enseignement et les apprentissages des élèves.

V - DEVENIR DES ÉTUDIANTS

Dans ce dernier paragraphe, nous reprendrons les quelques informations dont nous disposons sur le devenir des étudiants au sortir de l'université.

1 La diplomation et la recherche d'emploi

Le taux de diplomation des étudiants en 4 ans est de 55%. Ceci signifie qu'un peu moins d'un étudiant sur deux ne termine pas sa formation dans les délais prévus. On peut trouver diverses raisons à ce phénomène. La première d'entre elles est un ou plusieurs échecs à des cours ou des stages, ce qui allonge d'autant la scolarité. Parmi les autres raisons, on trouve le congé maternité (la très grande majorité des étudiants sont des étudiantes) ou toute autre raison liée à la vie personnelle des étudiants (enfants malades, séparations, etc.).

Si l'on prend en compte les étudiants qui ont obtenu un diplôme en enseignement en adaptation scolaire en 5 ans, on arrive à 70% d'une cohorte. Dans les 30% restants, on trouve quelques étudiants qui obtiennent leur diplôme au bout de 6 ou 7 ans mais la plupart ont abandonné ou ont été exclus du programme (double échec à un cours ou un stage). Le règlement pédagogique prévoit qu'un même étudiant ne peut pas mettre plus de 7 ans pour obtenir son diplôme en enseignement.

Diplôme en poche et brevet d'enseignement établi par le ministère, l'étudiant entre sur le marché du travail. Pour ce faire, dans le service public, il s'adresse aux Commissions scolaires qui sont les employeurs potentiels. Il présente son brevet d'enseignement, le portfolio qu'il a constitué au cours de sa formation à l'université et dans lequel il présente les compétences professionnelles qu'il a développées (voir annexe 2), les situations d'enseignement qu'il a créées, etc. L'étudiant n'a pas à présenter son dossier académique dans sa demande d'emploi. À la Commission Scolaire de Montréal (CSDM), l'un des plus gros employeurs de la province du Québec et qui couvre la partie centrale de l'île de Montréal, les situations d'embauche sont très variables parmi les écoles. En effet, cette commission scolaire regroupe près de 200 établissements scolaires (primaire, secondaire, professionnels et éducation aux adultes) aux besoins très variés. Ainsi dans certaines écoles, des étudiants se voient offrir des contrats à temps partiel sur des niveaux de classe très divers (un jour en 2ème année (élèves de 7 ans), une matinée en 6ème année (élèves de 11 ans), et deux après-midis en 4ème année (élèves de 9 ans)), des contrats à temps plein (6 mois dans la même école en 3ème année (élèves de 8 ans)). Pratiquement tous les contrats obtenus par les étudiants sont des contrats à durée déterminée, voire de très courte durée (1 semaine) et la permanence de l'emploi est un rêve qui met des années à se réaliser. La situation à la CSDM n'est pas unique dans la province.

2 Le décrochage

Comme le disent Karsenti, Collin et Duouchel (2013) : « Pour résumer, l'enseignant débutant a donc les mêmes responsabilités qu'un enseignant expérimenté mais pas son expérience, ce qui signifie qu'il est censé exploiter sa pleine compétence à enseigner quand celle-ci est justement en cours de construction, le tout dans un contexte professionnel éventuellement instable. » Il ne faut donc peut-être pas s'étonner que selon les enquêtes (Karsenti, 2013), dans la province du Québec, entre 25% et 30% des enseignants démissionnent dans les 5 ans qui suivent l'obtention de leur brevet d'enseignement. Parmi les facteurs de décrochage, on peut identifier, entre autres, ceux qui sont liés à la tâche enseignante, à la personne

enseignante, l'environnement social. À propos de la tâche, on retrouve le fait que la profession enseignante est exigeante et chronophage. Par exemple, le temps nécessaire aux travaux extrascolaires (préparations, corrections, rédaction des bulletins, réunions, etc.) représente une lourde charge de travail. La gestion de classe et des conditions de travail insatisfaisantes sont d'autres raisons de décrochage des jeunes enseignants. En effet, ils se voient souvent confier les classes les plus difficiles de l'école alors qu'ils n'ont pas acquis les compétences nécessaires pour les gérer de manière satisfaisante pour eux-mêmes et pour les élèves. Le salaire et la lourdeur des aspects administratifs liés à la tâche sont d'autres facteurs de décrochage des jeunes enseignants. Parmi les facteurs liés à la personne enseignante, on trouve « des caractéristiques émotionnelles et psychologiques difficilement compatibles avec la profession enseignante » (Karsenti, 2013). Les jeunes enseignants éprouvent des difficultés à décrocher du travail, à trouver un équilibre entre leur vie professionnelle et leur vie privée et/ou à assumer la position d'autorité dans laquelle ils se trouvent face aux élèves, les situations de rejet qu'ils peuvent ressentir de la part de certains élèves, etc. Parmi les autres facteurs liés au décrochage des jeunes enseignants, on trouve aussi le fait que ceux-ci se sentent souvent isolés, comme si la communication avec leurs partenaires professionnels (collègues, direction d'école, conseiller pédagogique) était difficile ou inexistante. Ce ressenti est d'autant plus fort que les populations scolaires sont de plus en plus variées et que des élèves à besoins particuliers sont intégrés dans les classes. La relation avec les parents peut aussi être à l'origine du décrochage. Enfin, n'oublions pas de dire que la faiblesse du salaire, ajoutée à la précarité de l'emploi, est un facteur de décrochage important.

VI - CONCLUSION

Les conditions d'accès à la formation d'enseignant en adaptation scolaire (ou dans tout autre baccalauréat en enseignement) sont plutôt faciles, et rares sont les étudiants à qui l'admission est refusée. Les cours et les stages sont organisés de manière progressive, même si les enseignements ne se déroulent pas toujours au mieux de ce que le programme prévoit. Les taux de réussite et de diplomation sont élevés mais le taux de décrochage aussi. On peut alors se poser la question de l'adéquation de la formation initiale avec la réalité du métier. Même si les étudiants sont avertis dès leur entrée dans le programme que la formation dispensée ne pourra répondre à tous leurs besoins et à toutes les questions qui se poseront à eux dès leur entrée sur le marché du travail, force est de reconnaître que cet avertissement est oublié au fil des années et la déception peut être grande. On peut alors se poser la question de savoir comment aider les enseignants débutants et limiter le décrochage. Karsenti *et al.*[3] (2012) font plusieurs propositions comme mettre en place un système de mentorat dans les écoles qui accueillent de jeunes enseignants ou un horaire allégé, etc. Mais, dans un contexte de restrictions budgétaires, ce genre de propositions reste à tester.

VII - BIBLIOGRAPHIE

BRACONNE-MICHOUX, A. (2016). *La géométrie à l'école primaire ; des pistes pour l'enseignement*. Québec : JFD Editions.

KARSENTI, T., COLLIN, S., DUOUCHEL, G. (2013). Le décrochage enseignant : état des connaissances. *International Review of Education,* **59,** 549-568.

LEFRANÇOIS, P. (2015). *Français écrit pour futurs enseignants* (2ème édition). Québec : JFD Editions.

[3] http://www.frqsc.gouv.qc.ca/documents/11326/552404/PRS_KarsentiT_rapport_decrochage-nouveaux-enseignants.pdf/fb366eb3-f22e-4f08-8413-48b6775fc018

VIII - ANNEXE 1

Cheminement de l'étudiant à l'Université de Montréal

ADMIS 2015-2016

B. Éd. enseignement en adaptation scolaire 1-857-1-0 et 1-857-1-9

CHEMINEMENT OBLIGATOIRE

Une dérogation à ce cheminement entraînera un retard dans l'obtention de votre diplôme

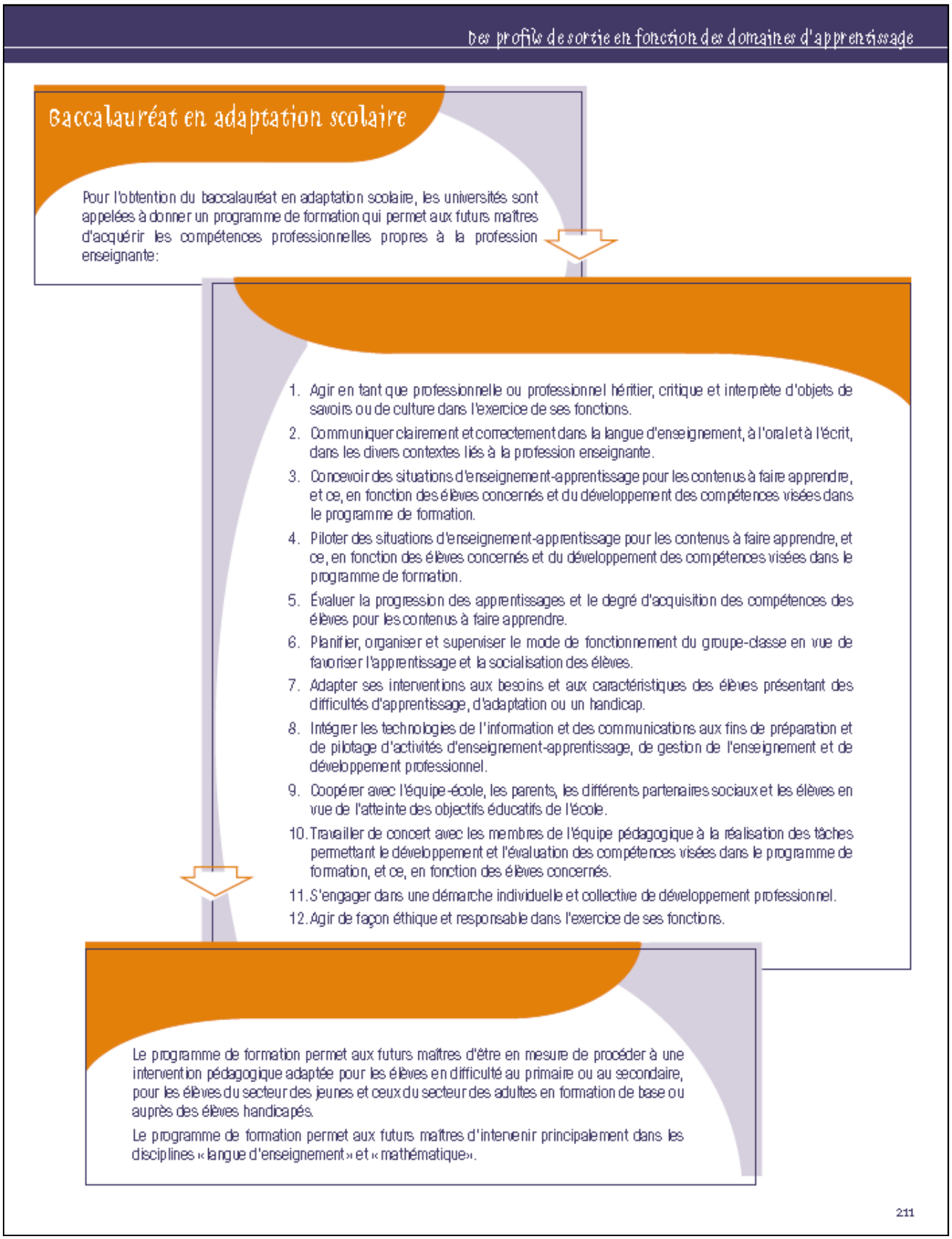
1ère année 2015-2016	2e année 2016-2017	3e année 2017-2018		4e année 2018-2019	
Automne	**Automne**	**Automne**		**Automne**	
		Orientation PRIMAIRE	**Orientation SECONDAIRE**	**Orientation PRIMAIRE**	**Orientation SECONDAIRE**
DID1001(*) 3cr Fond. maths DID1002(*) 3cr (Notions maths. pour Adaptation scolaire) (hors-programme) DID1009 3cr Notions gramm. (hors-programme) Ou DID10101(*) 1,5cr Français écrit futurs ens. ETA1001 3cr Hist. et philo. éduc ETA1111(*) 1cr Écrits sur prat. ens. PPA1111(*) 3cr EHDAA modèles serv.	DID2000 (*) 1cr. Oral DID2031(*) 3cr Did. géométrie en AS C : DID1002 DID2240(*) 3cr Did. français BEAS 2 P : DID1217 PPA1114 3cr. TIC et adapt. scol. PPA1384(*) 3cr Apprentissage et ad. scol. PPA3205(*) 3cr Diversité soc. ethnoc. prim.	DID3230(*) 3cr Sc. hum. au prim. EDU3003(*) 6cr Stage 3 en AS prim P : EDU2410 PPA3232(*) 2cr Coopération école-famille plan d'interv. P : PPA1111 C : PPA3205 PPA3380(*) 3cr Élèves, incapacités intellectuelles	DID3130 3cr Sc. hum. au sec. DID3140(*) 3cr Franç. 3 au sec. P : DID2240 EDU3110(*) 6cr Stage 3 en AS sec. P : EDU2410 PPA3232(*) 2cr Coopération école-famille, plan d'interv. P : PPA1111 C : PPA3205 PPA3380(*) 3cr Élèves, incapacités intellectuelles	DID3280(*) 3cr Nbr rat prim. P : DID1220 DID4252(*) 3cr Franç. allo. prim. P : DID3238 DID4940 3cr Did. arts plast. prim. ETA4111(*) 1cr Rech. et prat. enseign. P : ETA1111 PPA4300(*) 3cr Pré-projet des finissants PPA4406 3cr Inc.prat. intégration Ou PPA4407 3cr Diff. grave comp. P : PPA2403	DID3120(*) 3cr Alg. au sec. P :DID2030 DID4040(*) 3 cr Franç. allo . sec P : DID3140 DID4950 3cr Did. des arts plast. Au sec. ETA4111(*) 1cr Rech. et prat. ens. P : ETA1111 PPA4300(*) 3cr Pré-projet des finissants
14.5 ou16 crédits	**16 crédits**	**14 crédits**	**17 crédits**	**16 crédits**	**13 crédits**
		Orientation PRIMAIRE	**Orientation SECONDAIRE**	**Orientation PRIMAIRE**	**Orientation SECONDAIRE**
DID10102 1,5cr Français écrit futurs ens. P: DID10101 DID1217(*) 3cr Did français BEAS 1 EDU1210 (*) 1cr Lab. d'init. à l'ens en AS P: DID1001 ET ETA1111 ET PPA1111 C : EDU1410 ET DID1217 ET PPA2110 ET PPA2208 EDU1410(*) 3cr Stage1 Adapt. Scol. ETA1900 3cr Système éduc. PPA2110(*) 3cr Gestion de classe PPA2208(*) 3cr. Dével. de l'enfant et inadapt. soc.	EDU 2210(*) 1cr Lab. Init. ch.de l'ordre d'ens. en AS P: EDU1210 ET DID2000 ET DID2031 ET DID2240 ET PPA1384 C: ETA1250 ET ETA2250 ET PPA2020 ET PPA2209 ET PPA2403 EDU2410(*) 3cr Stage 2 en AS P : EDU1410 C : PPA2020 ETA1250(*) 1cr Enjeux actuels de l'éval. des apprentissages ETA2200 3cr École et env. social ETA2250(*) 1cr Régulation des apprentissages C : ETA1250 PPA2020(*) 2cr Microenseig. au. BEAS P : DID2000 PPA2209(*) 3cr Modèles d'enseign. en adapt. P: PPA1111 et PPA1384 PPA2403(*) 3cr Élèves en diff. du comp. P : PPA2110	DID1220(*) 3cr Arith prim P: DID1001 ET DID2031 DID3220 3cr Sciences prim. DID3238(*) 3cr Français 3 prim. P: DID2240 EDU3210 (*) 1cr Lab. inti.ens/gest classe en AS P: EDU2210 ET PPA3232 ET PPA3380 ET (DID3140 OU DID3230) C: ETA3250 ET ((DID1220 ET DID3238 ET PPA2401) OU (DID2030 ET PPA2402 ET PPA4415)) ETA3250(*) 2cr Instrum. éval. en AS P: ETA2250 PPA2401 (*) 3cr Diff. appr. prim. P : PPA2209 ET PPA2208	DID2030(*) 3cr Nbr ration. sec. P: DID1001 et DID1002 DID2040 3cr Sciences sec. EDU3210 (*) 1cr Lab. inti. ens/gest classe en AS P: EDU2210 ET PPA3232 ET PPA3380 ET (DID3140 OU DID3230) C: ETA3250 ET ((DID1220 ET DID3238 ET PPA2401) OU (DID2030 ET PPA2402 ET PPA4415)) ETA3250(*) 2cr Instrum. éval. en AS P : ETA2250 PPA2402(*) 3cr Diff. appr. sec. P: PPA2209 ET PPA2208 PPA4415(*) 3cr Ado. diff.	DID3309 (*) 3cr Éthique et cult. rel. EDU4103 9cr Stage 4 en AS au prim. P: EDU3003 ET 107 CRÉDITS DU PROGRAMME C: DID3309 ET EDU4210 EDU4210(*) 1cr Lab. init. à l'insert P : EDU3210 ET ETA4111 ET PPA4300 ET ((DID3280 ET DID4252) OU (DID3120 ET DID4040)) C: DID3309 OU PPA4675	EDU4210(*) 1cr Lab. init. à l'insert P : EDU3210 ET ETA4111 ET PPA4300 ET ((DID3280 ET DID4252) OU (DID3120 ET DID4040)) C: DID3309 OU PPA4675 EDU4310 9cr Stage 4 en AS au sec. P: EDU3110 ET 107 CRÉDITS DU PROGRAMME C: PPA4675 ET EDU4210 PPA4675(*) 3cr Adulte diff. appr. P : PPA2209 ET PPA2208
16 ou17,5 crédits	**17 crédits**	**15 crédits**	**15 crédits**	**13 crédits**	**13 crédits**
32 crédits	**33 crédits**	**29 crédits**	**32 crédits**	**29 crédits**	**26 crédits**

NB Le choix des milieux de stages est soumis à l'obligation d'offrir au stagiaire la possibilité de se familiariser avec deux des trois clientèles cibles : difficultés d'apprentissage, difficultés d'adaptation et incapacité intellectuelle.

Ce cheminement est à titre indicatif seulement, il peut être modifié sans préavis.

IX - ANNEXE 2

Les compétences professionnelles dans les profils de sortie



L'ENSEIGNEMENT DES MATHS PAR L'ENSEIGNANT POLYVALENT : INVENTAIRE DE DIFFÉRENTS TYPES DE SÉANCES. ILLUSTRATION AU CP

Aline BLANCHOUIN
Professeur agrégée d'EPS, ESPE de Créteil-Upec-Paris XII
Experice
aline.blanchouin@wanadoo.fr

Résumé

L'enjeu de cette communication est double :

1/ Proposer une typologie de séances observées au cours d'une année de CP spécifiées comme « séance de mathématiques » par l'enseignant polyvalent dans son cahier journal (ce qu'il s'était donné à faire, « l'auto-prescrit ») puis après coup (lors d'entretiens) ;

2/ Poser que chaque type de séances est légitime du point de vue du professeur des écoles (PE) car lui permettant de « tenir » le pari de la programmation quotidienne de l'ensemble du curriculum (Blanchouin, 2015a).

Dans cette perspective, nous distinguons cinq types de séances ou configurations de situations d'enseignement-apprentissage (Pastré, 2011) à partir de l'opposition que fait Reuter (2007) entre « pratiques à vivre pour les élèves et séances formelles ». Nous définissons puis illustrons donc les moments mathématiques correspondant à des séances : canoniques ; de jeux ; d'entraînement autonome ; de différenciation ; ou encore de pratique à vivre. Nous montrons dès lors que la pluralité de ces configurations au cœur de la dynamique du procès quotidien de « la classe », est incontournable à prendre en compte (même si éloignée des prescriptions de la sphère de formation) pour que les mathématiques soient réellement programmées à la hauteur de l'attendu institutionnel.

I - INTRODUCTION

À partir d'un espace-temps collaboratif d'une année (2011-2012) avec 6 PE de CP du département 93 portant *sur l'identification du curriculum réel quotidien et sur la compréhension de la dynamique du procès de la journée*, nous avons identifié une sous programmation annuelle des maths, très marquée en début d'année puis s'estompant surtout au 3ème trimestre (Blanchouin, 2015b). Pour recueillir des éléments compréhensifs, nous nous proposons d'investiguer **la pluralité des près de 80 moments « maths »** qui ont constitué le curriculum réel des 36 journées observées et filmées.

Pour ce faire, *dans une première partie*, nous situons théoriquement notre approche de l'activité enseignante (Clot 2008 ; Vinatier 2013). Ce qui nous permet d'introduire **le concept de configurations de situations** (Pastré, 2011) d'enseignement-apprentissage tout d'abord au niveau du curriculum d'une journée de classe (ou niveau 1). C'est ainsi que nous opposons les configurations didactiques (dont font parties les séances de maths a priori) aux configurations proto didactiques (les temps dits de transitions et de déplacements). Puis au sein de chacune des deux catégories, nous formulons, cette fois-ci au grain de la séance, des configurations de niveau 2.

La deuxième partie est alors l'occasion **de présenter les 5 configurations principales** repérées puis de revenir sur les configurations constitutives des 6 programmations annuelles, et plus particulièrement sur celle de la seule PE qui a fait des math à la hauteur de l'attendu des programmes

Nous concluons sur la fécondité d'un tel outil pour décrire le curriculum réel et pour comprendre la programmation mathématique en lien avec l'exercice quotidien de la polyvalence, spécialement marqué au CP, par les enjeux de l'apprentissage de la lecture.

II - REPÉRER LES MATHS DU CURRICULUM QUOTIDIEN : ANCRAGES ET CONCEPTS THEORIQUES

1 Analyser l'activité du PE en croisant traditions ergonomique, didactique et sociologique

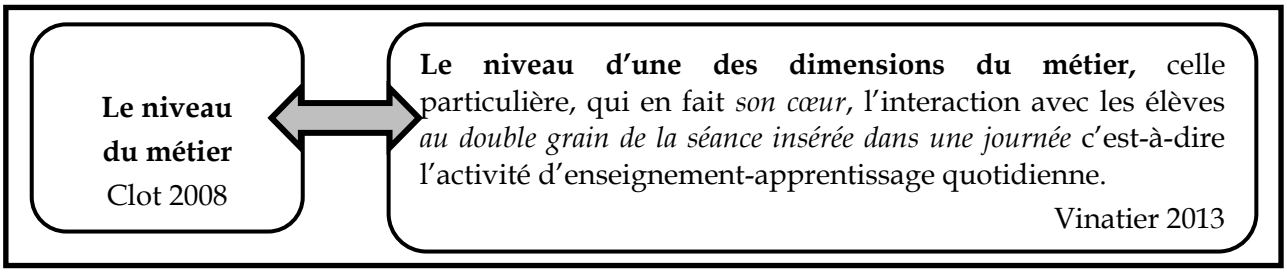
1.1 L'ancrage premier de l'ergonomie

En écho à la conférence introductive du colloque de Wozniak (2017) nous partageons la visée « de créer les conditions de développement professionnel en partant des problèmes de la profession ». Ajoutons, que nous cherchons à repérer également les **solutions trouvées** (forcément insatisfaisantes pour le chercheur en didactique…) **par les professionnels eux-mêmes** pour « bien faire leur travail et bien-être au travail » en référence aux travaux d'Yves Clot. Car, avant de se demander « pourquoi le prof fait ce qu'il fait », **l'ancrage ergonomique invite à poser qu'il a de bonnes raisons de le faire.**

C'est ainsi que notre travail s'inscrit dans un paradigme de recherche qualifié d'alternatif par Yvon et Durand (2012, p13) posant la « compatibilité d'une approche empirique placée sous le signe de la collaboration avec un programme de recherche sur l'activité » (p21).

Plus précisément, notre dessein est *d'une part*, d'œuvrer à dessiner les contours de l'exercice réel de la polyvalence du professeur d'école (PE) à partir du repérage du curriculum réellement proposé aux élèves et des motifs et préoccupations situées de l'enseignant, et *d'autre part*, de dégager des règles génériques pour l'intervention en classe. Pour cela, nous faisons dialoguer les deux niveaux d'analyse du métier (Clot 2008, 2015) et de la situation d'interaction avec les élèves (Vinatier 2013) :

Figure 1 : Le dialogue entre deux niveaux d'analyse



Ainsi, notre approche si elle s'inscrit dans la tradition ergonomique française (Leplat), postule avec Clot (2008) que **l'activité n'est pas réductible au réalisé.** Clot propose de parler du **réel de l'activité** pour ne pas oublier de prendre en compte également l'empêché, le laisser de côté, l'évité… :

> « le réel de l'activité c'est aussi ce qui ne se fait pas. Ce qu'on *ne peut pas faire,* ce qu'on *cherche à faire sans y parvenir* –les échecs-, ce qu'on *aurait voulu ou pu faire* ce qu'on *pense ou rêve pouvoir faire ailleurs*. Il faut y ajouter-paradoxe fréquent- ce qu'on *fait pour ne pas faire ce qui est à faire ou encore* ce *qu'on fait sans vouloir le faire. Sans compter ce qui est à refaire* ».

L'enjeu de prendre en compte le réel de l'activité est de caractériser **le pouvoir ou potentiel d'agir** (capacité à se développer ou encore le rayonnement de son action) du professionnel en questionnant **le sens qu'il donne à son activité** et la **définition qu'il a de l'efficacité** de son intervention au regard des coûts (matériels, temporels, émotionnels, cognitifs) perçus qu'il y engage.

1.2 Trois présupposés pour investiguer l'activité du PE

L'avancée du scénario didactique est le fruit d'une co-activité « enseignant-élèves » (Assude et co 2007). Du point de vue des acteurs, l'intrigue didactique se déroule entre contrainte et contingence[1]. Ainsi, la situation d'enseignement-apprentissage est caractérisée comme intersubjective et définie par des rapports de communication entre l'enseignant, le groupe classe, chaque élève.

Plus précisément, **du côté du PE**, **son activité in situ** est marquée par la gestion du dilemme « faire classe-faire apprendre » (Durand 1996), qui suppose l'arbitrage entre 3 logiques d'actions selon Vinatier : **épistémique** (de transmission du savoir), **inter-subjective** (de préservation ou de menace de la face[2]) et **pragmatique** (d'avancée et de gestion).

Ces enjeux en tant que préoccupations situées sont l'objet de compromis opératoires, et ce donc à chaque séance mais aussi lors de tous les autres moments que les enseignants nomment « transitions ». Dans cette perspective, nous revisitons l'opposition entre **les temps d'apprentissage** (les séances précisées dans le cahier journal) et **les transitions, perçues comme du temps perdu** par la sphère des praticiens. En effet, nous qualifions (Blanchouin, 2015a) ces dernières de **proto didactiques** en référence à Marchive (2003) lorsqu'il parle des rituels d'entrée en classe. Car, en plus de « leur fonction sociale (de régulation de la communication inter-individuelle) ou instrumentale (d'obtention de l'ordre et de la discipline) », ces moments « sont une des conditions de l'ordre didactique, c'est-à-dire du fonctionnement des situations d'enseignement… ils constituent les formes rudimentaires et primitives sur lesquelles s'édifieront les règles spécifiques des différents contrats didactiques (p. 25) ».

Ces 3 présupposés (co-activité ; la triple logique d'action du PE en classe ; l'interdépendance entre temps d'apprentissage-didactique- et de transition-protodidactique-) posent la légitimité de notre travail de recherche à propos de l'activité quotidienne de l'enseignant. Ils régissent également notre méthode générale, investiguer l'empan de la journée pour lire le curriculum réel du point de vue du « sens du moment opportun », c'est-à-dire d'une posture de disponibilité au présent (à lui-même ; aux élèves ; à l'avancée du savoir en jeu) que traduisent ses gestes d'ajustements (Bucheton 2009) et de sa définition « de continuation qui débouche sur le changement ».

2 Inventorier les moments de classe du procès de la journée : un double niveau de configuration de situations d'enseignement-apprentissage

2.1 Le concept de configuration de situations d'enseignement-apprentissage [sE/A]

Pour ce faire, nous empruntons le concept à Pastré (2011, p.237-241), pour qui, « l'activité ne peut être réduite à une réponse à une situation déterminée, mais est le couplage entre ce que la situation apporte (ou ses contraintes-ressources) et ce que le sujet en fait ». (…) *Concomittant,* « du côté de la situation, *le couplage situation-sujet* aboutit à la constitution de configurations singulières et mouvantes, dans un couplage en perpétuel devenir » et non à la constitution « de classes qui ne retiendrait de la situation que sa dimension donnée, s'imposant de façon statique au sujet ».

Nous retenons la définition qu'il donne ensuite, **« une configuration de situations** peut être analysée, comme le résultat d'un processus de conceptualisation qui n'arrive pas à établir une relation stable entre le domaine empirique des situations et le niveau d'abstraction atteint par les concepts. Autrement dit, dans une configuration de situations on a bien réussi à détacher des totalités singulières des propriétés pertinentes, mais ce travail reste ouvert, inachevé et en devenir » (p243).

---

[1] Élèves comme enseignant évoluent dans un cadre a priori défini (institutionnellement, socialement, épistémologiquement) qui pour autant s'écrit à chaque instant sous la dynamique de l'interaction insérée dans l'histoire annuelle de la classe.

[2] En référence à Goffman. La « face » est constituée de l'image narcissique du soi et des territoires de pouvoir symboliques et physiques de la personne.

2.2 Un ensemble de configurations au double grain de la journée et de la séance[3]

Au grain de la journée (annexe 1)

Le procès de la journée de classe est composé de trois types de moments d'interactions entre l'enseignant et les élèves autour d'objets d'enseignement relevant d'une ou plusieurs disciplines scolaires ou non, soient de **configurations [sE/A] didactiques** (moments nommés d'apprentissage) et **proto didactiques** (moments nommés généralement de transitions).

Figure 2 : Configurations de situations [sE/A] de niveau 1, au grain de la journée

Proto didactiques d'entrée et sortie de classe (pe/s)	**Proto didactiques d'Encadrement (pE)**	**Didactique d1Fr ; d1Math & d2**
Moments qui correspondent aux déplacements pour se rendre ou sortir de l'espace –temps de travail.	Tout moment dans l'espace-temps de travail qui ne correspond pas à un « cours », très souvent nommé de « transition » dans le métier.	Moments qui correspondent à ce que les professionnels nomment « les séances » pour enseigner le programme. En référence à leur statut socio-institutionnel, nous distinguons les disciplines du noyau central (d1 français, d1 Mathématiques) et les disciplines périphériques (d2, toutes les autres)[4].

Au grain de la séance

En fonction de la nature de l'objet d'enseignement, chacune des trois configurations de niveau 1 s'actualise sous plusieurs configurations [sE/A] de niveau 2.

Nous les présentons de façon exhaustive en annexe 1 pour nous arrêter ici plus longuement et ostensiblement sur les configurations didactiques (qui intéressent en premier chef les mathématiques).

Le critère retenu pour distinguer des configurations [sE/A] de 2ème niveau est une modalisation de la forme scolaire « canonique » au niveau des outils, ou des catégories de pratique ou encore du caractère scriptural-scolaire. Car nous retenons avec (Reuter 2013)[5], que la forme scolaire structure d'abord, **de manière spécifique**, la relation pédagogique **en rendant formelle** (intentionnelle, consciente, explicite, réglée…) la transmission entre un maître (défini par son statut et sa qualification) et des élèves (regroupés par âge, niveau, classe) (…) Cette transmission formelle s'organise autour **de grandes catégories de pratiques** telles l'exposition des savoirs (par le maître ou le manuel), les exercices, les leçons et les contrôles, en s'appuyant **sur des outils spécifiques** (tableau, cahiers, fichiers…) et en **construisant un rapport distancié ou scriptural**-scolaire dans la mesure où cela s'effectue principalement au travers une « culture écrite qui favorise l'objectivation, la codification, l'accumulation et la transmission des savoirs », p107-108). Ajoutons, en référence à Vinatier (2013) que sa visée première est avant tout épistémique. Les configurations non canoniques dégagées sont :

- *D'ateliers de différenciation*. L'enjeu principal est de prendre en charge l'hétérogénéité des élèves au regard d'un apprendre visé.

- *D'entraînement autonome*. Si l'enjeu est de consolider des apprentissages en cours, il est également de gérer la dynamique collective et /ou le cours d'action de la journée.

- *De Jeux*.

- *De Pratique à vivre*. Nous reprenons Reuter (2007, p67) lorsqu'il évoque le fait que l'Education Civique est d'autant moins identifiée (disciplinairement) « qu'une partie de ses composantes (vie

3 Ce paragraphe s'appuie sur les résultats de notre thèse (Blanchouin, 2015a).

4 Cette distinction est proposée par Garnier (2003, p.163) en référence à l'anthropologue L.Dumont (1986). Elle invite à dépasser l'acception commune de la « hiérarchie des disciplines scolaires » (échelle de classement du plus ou moins fondamental) pour intégrer l'idée « d'englobement du contraire, combinant une unité et une distinction entre le « fondamental » et le « reste ».

5 En référence aux travaux de Vincent, Lahire, Thin (1994) qui définissent la forme scolaire comme « le mode de socialisation caractérisé par une relation inédite-pédagogique-entre un maître, ses élèves et des savoirs, au sein d'un espace et un temps spécifiques, codifiés par un système de règles impersonnelles » (…).

de la classe, la citoyenneté scolaire…) ne fait pas l'objet d'un enseignement formel, classique mais est incarné sous formes de pratiques à vivre ». Dans cette configuration, le compromis opératoire à trouver est alors entre permettre aux élèves de repérer (contenu, enjeu, finalité) un apprendre (développer une posture seconde) et favoriser leur adhésion (motivation, enrôlement). Ici, l'enjeu intersubjectif vient soutenir l'enjeu épistémique voire le relayer au second plan pour toute ou une partie de l'interaction. Mais, l'enjeu pragmatique (faire le programme ; avancer dans le cours d'action de la journée) peut tout également en être le déclencheur.

3 Le matériau empirique

3.1 A propos du corpus de données

Nous avons constitué **un collectif de travail** (annexe 2) **de 6 enseignants de CP** qui travaillaient dans des établissements sensibles de communes différentes de Seine saint Denis. Afin de favoriser la controverse, 3 critères ont été mobilisés pour composer un groupe hétérogène : l'ancienneté dans l'exercice du métier d'enseignant ; l'ancienneté dans l'enseignement du CP ; l'habitude à communiquer sur et à partir de sa pratique (PEMF).

Le corpus est issu du matériau de notre thèse :

[observation filmée **d'une journée de chacun des 6 PE**] –[**3 strates d'entretiens semi directifs** de type auto confrontation] x **7 périodes** de l'année scolaire 2011-2012 soient 36 journées.

La charte contractualisée après une réunion en amont de la rentrée 2011, en plus des éléments de fonctionnement (fréquences des observations et des entretiens) stipulait des enjeux du travail autour du repérage de ce qu'ils proposaient réellement à leurs élèves et de leurs outils quotidiens. Il n'y avait donc pas de visée spécifique relative à l'enseignement d'une discipline. Il ne s'agissait pas a priori de parler de « math » mais d'évoquer ce qui avait été réalisé, laissé de côté et/ou qui avait émergé dans le cours des journées observées. La seule contrainte pour l'observation de classe était que le PE présente la page du jour de son cahier-journal, laissant voir le déroulé prévu de la journée sans aucune commande de la part du chercheur. **C'est en nous appuyant sur près de 80 « moments de math »** recueillis dans un tel contexte, que nous allons illustrer chacune des configurations. Mais avant de le faire, rappelons en référence au BO de 2008, que la durée moyenne quotidienne d'enseignement des maths est de 1h15 ; soit, 20,8% des enseignements de la journée à réaliser (à côté du français dont la part attendue est de 41,7% avec 2h30 par jour).

3.2 La programmation math annuelle des 6 enseignants

La façon avec laquelle chaque PE s'est réellement emparé, en moyenne sur l'année, d'une telle prescription est synthétisée ci-après :

Figure 3 : durées moyennes et représentativités quotidien des maths des 6 PE

Durée Maths réelles par PE	**E♥** 1h06	**Cé♥** 1h14	**Ca** 1h02	***S*** 56′	R 47′	P 46′
Place des maths accordée par chaque PE[6]	**21, 9%**	**24,3%**	*19,4%*	*19%*	15,5%	15%
Remarques par rapport à m′ (19,2%)	au-dessus +2,7%	au-dessus +4,9%	=	=	en-dessous -3,7%	en-dessous -4,2%

m′ : est la moyenne de la part accordée aux mathématiques dans les curricula des 36 journées observées. Elle est inférieure aux 20,8% prescrit d'environ 1,5 point.

[6] La place accordée aux mathématiques est calculée non sur l'ensemble des 6 heures de la journée de classe mais en y retranchant les moments proto didactiques d'entrées et sorties (pE e/s), soient des durées journalières différentes par PE. Il s'agissait de pouvoir comparer la part des différentes configurations (dont celles des mathématiques) dans les différents curricula.

Nous pouvons distinguer 3 groupes de PE, avec un positionnement de **Ca** variable en fonction de la référence prise (durée ou représentativité dans le curriculum) : la durée moyenne des maths réalisées par **Ca** est de plus d'une heure, ce qui en fait une des plus élevée (rejoignant en cela **Cé et E**) alors que la place des maths dans le curriculum quotidien, elle, est autour des 20,8% attendues (comme pour **S**) et non supérieure. Ce paradoxe apparent est le fruit d'une faible durée moyenne des configurations de situations proto didactiques d'entrées et sorties (**pe/s**). En effet, ces moments sont présents lors de près de 40' dans son curriculum quotidien, alors qu'ils existent à hauteur de près d'une heure dans les 5 autres (soit une représentativité de 15% contre 10%).

Les principaux éléments compréhensifs identifiés relèvent de l'infrastructure (localisation de la classe de pleins pieds par rapport à la cour et donc un déplacement réduit à son minimum entre cour et classe), de la dynamique collective locale (un système de sonneries en 2 temps ; la présence régulière de parents aux grilles de l'école) poussant à prendre les élèves dans la cour, de façon ponctuelle et d'enjeux de reconnaissance professionnelle (première année de PEMF et dans cette école)[7].

III - CONFIGURATIONS DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DE MATHEMATIQUES

1 Les cinq configurations dans la programmation « math » des 6 PE

1.1 Les configurations canoniques (un peu plus de 75%)

Elles représentent 77,6% des moments maths observés. Ces moments sont dans la journée conduits avec une préoccupation majeure épistémique à partir d'une entrée disciplinaire (ici les maths).

Pour les maths, elles sont présentes sous trois registres génériques distingués le plus souvent dans l'écriture du cahier journal : le calcul mental, les séances, les évaluations. Plus particulièrement, pour :

Le calcul mental :

Il est décroché quotidiennement de la séance de math et conduit de façon ritualisée chez 4 des 6 PE. En ce qui concerne, les 2 autres PE :

- **R,** l'enseignant débutant (avec une sous programmation des math annuellement), programme le calcul mental sur 10' selon une *régulation hebdomadaire* et parfois dans l'enclave math.

- Chez **Cé,** Pemf ayant le moins d'ancienneté dans l'enseignement du CP (et la plus forte programmation de math), en fait le support de la première partie d'une enclave math (domaine nombre et calculs) de près d'1h. La ritualisation du moment n'est plus inscrite dans le scénario de la journée, mais dans celui de la séance des math.

Les « Séances »

Ici, au regard du thème du colloque « *Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : quelles orientations, quels enjeux ?* », nous avions choisi de souligner le seul recours aux fichiers des enseignants pour les caractériser, même si nous travaillons actuellement à repérer davantage des formats de tâches (lors du début de séquence vs au cours de celle-ci).

De ce point de vue, nous avons repéré 3 modalités de pratiques :

- L'appui exclusif sur le manuel avec ou non pour les élèves, le fichier. C'était le cas de **Ca** (Pemf travaillant depuis très longtemps avec Cap Math) et **E** (utilisant pour la 1ère fois Piquebille), programmant toutes deux, autour d'1h05 en moyenne les math sur l'année.

- Un usage régulier des exercices du fichier, complété pour les « séances de découverte » de constructions personnelles pour faire « manipuler ». Cela concernait **R** (Vivre les math) et **S** (Diagonale)

[7] L'ensemble des précisions chiffrées et des éléments compréhensifs se situent dans notre thèse : Blanchouin (2015, p80-92- III.1/ plages proto didactiques d'entrée/sorties)

- Aucun usage de fichier pour les élèves et recours à une documentation mixte pour concevoir les séances. **Cé**[8] travaillait avec son collègue également Pemf en croisant 2 manuels et **Pa**[9] désirant les faire jouer davantage cette année pour les faire manipuler, s'inspirait de différents outils récupérés sur internet.

Évaluations (de fin de période, de trimestre)

Pour 4 PE sur 6, les « fiches d'évaluations » étaient co-construites avec leur collègue de CP. C'était le cas :

- des 2 enseignants les plus jeunes dans le métier (**R, E**), avec le désir de trouver là un appui à la conception et des repères rassurants car partagés, pour la programmation ;

- de **P** pour garantir une référence commune aux 2 CP de l'école ;

-de **Cé**, dans le cadre d'une collaboration avec son collègue Pemf sur l'ensemble de la conception des contenus d'enseignement.

Ca (arrivant dans une nouvelle école -d'application-) et **S** (dans l'école depuis au moins 20 ans) construisaient leurs fiches, à partir du manuel pour **Ca** et de façon beaucoup plus empirique pour **S**, à partir des outils construits lors de ses différentes années d'enseignements et de ses constats quotidiens sur les apprentissages des élèves.

A présent, centrons nous sur les 4 autres configurations, soient un peu moins du quart (23,4%) des moments quotidiens de math.

1.2 Les quatre autres configurations canoniques (un peu moins de 25%)

Les configurations d'entraînement autonome

Lors de ces moments insérés dans journée, il s'agit de travailler avec un élève ou avec un petit groupe, tout en gardant le contrôle sur le groupe classe qui est « en autonomie » à partir de fiches ou d'exercices, ici, de maths. Nous avons repéré 3 types de propositions faites aux élèves chez 4 des 6 enseignants :

- Toute l'année (**P**) ou juste en début d'année (chez **Cé**), la mise à disposition de coloriages magiques (nombre, opérations) soit de façon exclusive, soit au choix avec une fiche de français voire de la lecture au coin regroupement ou à sa table (plutôt au 3ème trimestre).

- En début d'année (**E**), la possibilité de fiches « maternelle » relevant d'apprentissages mathématiques (entrainement à l'écriture chiffrée, autant / plus que…) et de français, en « libres service ».

- Au 3ème trimestre, des fiches de travail supplémentaires pour les élèves les plus rapides, toujours au choix entre math et français (**R**)

Ainsi, lors de ces moments, les fiches math proposés sont, avant le 3ème trimestre, des prototypes introduits en maternelle et ne concernent pas forcément les apprentissages en cours. Ensuite, seul **R** conçoit des fiches en français et en math de consolidation, les autres PE faisant d'autres choix pour gérer les élèves ayant terminé le travail du moment : lecture libre, dessin, écriture dans son carnet, fiche de lecture-compréhension (qui elles apparaissent dès le 1er trimestre chez **Cé, P et E**). En fait ce type de configuration est surtout investi pour le français.

Les configurations de différenciation

Annoncées sous forme « d'ateliers » par 2 enseignants (**E, P**), nous n'avons vu cette configuration strictement qu'une seule fois, chez **Cé** en mars lors de laquelle elle avait composé différents groupes, en assignant à chacun un jeu mobilisant des compétences de français (lecture compréhension) ou de math (loto des nombres, échecs et mat), tout en ayant pensé sa présence auprès d'eux en fonction de l'aide qu'elle a souhaitée leur donner.

En fait, plus encore que précédemment, cette configuration, qui en plus de l'enjeu épistémique a une visée inter-subjective (de préservation de la face, de réassurance et de motivation) est très peu mobilisée en math alors qu'elle l'est en français sous deux formes : partition du groupe classe avec des « niveaux

8 La PE dont la représentativité des mathématiques est la plus forte dans le curriculum quotidien

9 La PE dont la représentativité des mathématiques est la plus faible dans le curriculum quotidien

de tâches » (cas récurrent en lecture : le groupe le moins avancé reste avec le PE au coin regroupement tandis que les autres ont une fiche de travail qui peut- elle même être différenciée **–Ca-**) ou encore dans le cadre d'un maître surnuméraire dans l'école, lors d'un dédoublement de l'effectif (**E**).

Les configurations de pratiques à vivre (précisions en annexe 3)

Insérées dans la journée, elles répondent à l'enjeu pragmatique de « gagner du temps sur le programme à faire » et épistémique de « manipulation du savoir, en contexte réel ».

Elles sont repérables pour 4 des 6 enseignants à l'occasion de tissages disciplinaires avec le français (**Cé, Ca, S**), l'EPS (**Cé, Ca, S**) ou la découverte du monde(**R**), et ce d'autant plus que l'enseignant pilote son enseignement à partir de projets annuels de classe. Nous faisons l'hypothèse est que la propension à mobiliser l'entrée par projet, favoriserait la présence de tels moments math.

Le second constat est que les moments de transitions en classe (ou proto didactiques d'encadrement) offrent également des opportunités pour « manipuler » certaines notions : tableau à double entrée lors de l'appel (Cé), la construction du nombre (Ca) ou encore la durée (S). Nous devinons d'ailleurs une forte potentialité de ritualisation, en terme de programmation quotidienne / hebdomadaire d'un format d'entraînement « en situation » à partir d'une tâche « fonctionnelle », c'est à dire servant le fonctionnement de la classe.

Les configurations de jeux

Nous n'avons observées ces configurations que chez **Cé,** qui n'utilise pas de fichier en math et qui s'inspire de plusieurs manuels d'une part et de l'autre qui a été maître E[10]. Le recours à des formes jouées et aux jeux (de société ou fabriqués pour déclencher une séquence) lui sert triplement à : rompre avec les « exercices scolaires » pour favoriser un autre rapport à l'école (de plaisir), au travail (de réflexion) ; solliciter les compétences d'autonomie, d'écoute, de respect des règles ; enfin, insérer dans la journée des « respirations », des temps moins contraints notamment par l'invitation faite à l'élève, en tout premier lieu (lors du lancement au moins), d'un rapport ludique à la tâche.

Ces préoccupations étaient tenues ensembles lors d'enclaves horaires situées à 13h30, explicitement nommées comme « jeux » aux élèves. D'ailleurs celles-ci étaient même formalisées dans le cahier journal

> **Cj Octobre** : bataille à 2
> **Cj Nov** Jeux collectifs / lotos / Memory
> *Fr/Lecture : jeu du pendu, les mots des lectures ; Math : jeu de l'oie, calculs additifs.*
> **Cj en Mars et Juin** Echecs

Notons que **R, E et P** ont affirmé avoir mis en place une telle enclave (jeu mais non formulée ainsi à l'emploi du temps et dans le cahier journal–ateliers de différenciation-) lors d'un après-midi par semaine à partir du second semestre, dès lors que les apprentissages en lecture leur paraissaient suffisamment avancés.

Terminons en disant que le jeu en math s'invite aussi lors des séances canoniques, mais, ici, le ressort de son usage est davantage l'enrôlement (cognitif et psycho-socio-affectif) que la conviction de faire apprendre autrement ou encore que le désir de solliciter moindrement les élèves. Ainsi, dans ce contexte, des formes jouées ou des jeux ont été observés comme entrées ou supports principaux de séances canoniques chez tous (cartes, machine de tirage du loto, bataille navale, jeu de pistes…) sauf chez **Ca.** Les raisons identifiées sont du côté math, l'usage exclusif et rigoureux de Cap Math à partir des kits matériel référés aux différentes unités, archivés d'une année sur l'autre ; du côté du contexte d'enseignement et de la gestion de ce temps : le pilotage de son enseignement autour du projet annuel de correspondance (français) ; un mobilier et un espace classe favorisant peu le travail à plus de 2 ; et

[10] Titulaire d'un certificat d'aptitude professionnelle pour les aides spécialisées, les enseignements adaptés et la scolarisation des élèves en situation de handicap (CAPA-SH), le maître E est chargé au sein du réseau, de l'aide à dominante pédagogique de nature spécialisée. Il intervient avec l'enseignant de la classe qui reste responsable des apprentissages sur les domaines « déficitaires » concernant les stratégies d'apprentissage mises en oeuvre par les élèves qui se révèlent inefficaces (travail au niveau du cognitif et du méta cognitif : outils et méthodes de travail).

enfin, la conduite de la classe à mi-temps avec un changement de demi-décharge en cours d'année (problématique de boucler le programme exacerbée).

2 Le jeu des configurations [sE/A] pour caractériser la programmation « math » des 6 PE

2.1 Les différentes configurations au sein des 6 curricula (variations inter individuelles)

Le tableau ci-dessous résume la présence des différentes configurations dans les curricula des différents PE.

Figure 4 : existence des différentes configurations [sE/A] maths dans les curricula des 6 classes

PE*E*		**E♥ 1h06**	**Cé♥ 1h14**	**Ca 1h02**	**S 56'**	R 47'	P 46'
CANONIQUES		CM *rituel* Fichier	**X** Personnel	CM *rituel* Fichier	CM *rituel* Mixte	**X** Mixte	CM *rituel* Personnel
Entrainement autonome		**OUI** *Fin + plage*	**OUI** *fin début année*			**OUI** *fin Fin d'année*	**OUI** *fin tte l'année*
Différenciation		OUI *non vu*	**OUI**				OUI *non vu*
Pratique à vivre			**OUI** (**pE**), *projet*	**OUI** **pE**, *projet*	**OUI** **pE**, *liens ponctuels*	OUI *Projet non vu et donc comptabilisé*	
Jeux	Autonomie		**OUI**			OUI *non vu et donc comptabilisé*	
	Couplage	***OUI-***	**OUI**		**OUI**	***OUI-***	**OUI**

Légende :

CM : calcul Mental ; **X** : absence de configuration ; **OUI** : présence de la configuration

Non vu : l'existence de la configuration a été mise à jour à l'occasion des entretiens qui rappelons ne portait pas sur l'enseignement des mathématiques mais sur le quotidien de la classe.

Pe : objet mathématique présent lors d'une configuration proto didactique d'encadrement (appels ; vie de classe)

Nous pouvons remarquer que **Cé** qui accorde aux mathématiques la plus grande place dans le curriculum journée est la seule pour laquelle la durée moyenne quotidienne est celle prescrite (1h15).

Dans notre thèse, nous établissons que le fait de tisser des liens entre disciplines au sein de projets et de saisir le fonctionnement quotidien du groupe classe (moments proto didactiques d'encadrement de l'appel, notamment) est un facteur favorisant une programmation curriculaire proche de l'attendu scolaire. Il resterait à regarder la pertinence de ce qui peut s'y jouer du point de vue des apprentissages des élèves qu'ils soient conçus dans une perspective d'acculturation progressive (la manipulation de l'horloge chez **S** avant d'aborder le thème), d'entraînement dans les apprentissages en cours (problèmes additifs) ou encore de mobilisation de connaissances antérieures (tableau à double entrée).

2.2 Resituer la programmation annuelle math dans l'exercice quotidien de la polyvalence

Dans une visée compréhensive de l'activité du polyvalent enseignant les math, nous proposons de mettre en synergie les caractéristiques du curriculum quotidien, soit de la programmation de l'ensemble des disciplines (et au Cp plus particulièrement du français) et la carte des configurations maths repérées.

Attachons aux résultats de la PE qui accorde le plus de place aux mathématiques quotidiennement, **Cé.**

Du côté fonctionnel, le groupe d'élèves s'élevait à un peu moins de 20 élèves, et l'espace classe était spacieux avec un coin regroupement dans lequel tous les élèves pouvaient être assis sur un banc. En tant que PEMF, **Cé** ne prenait en charge que deux jours par semaine la classe, la conduisant à : n'enseigner en mathématiques que les domaines calcul et nombre et la géométrie ; à ne pas prendre en charge l'enseignement de l'anglais ni des sciences.

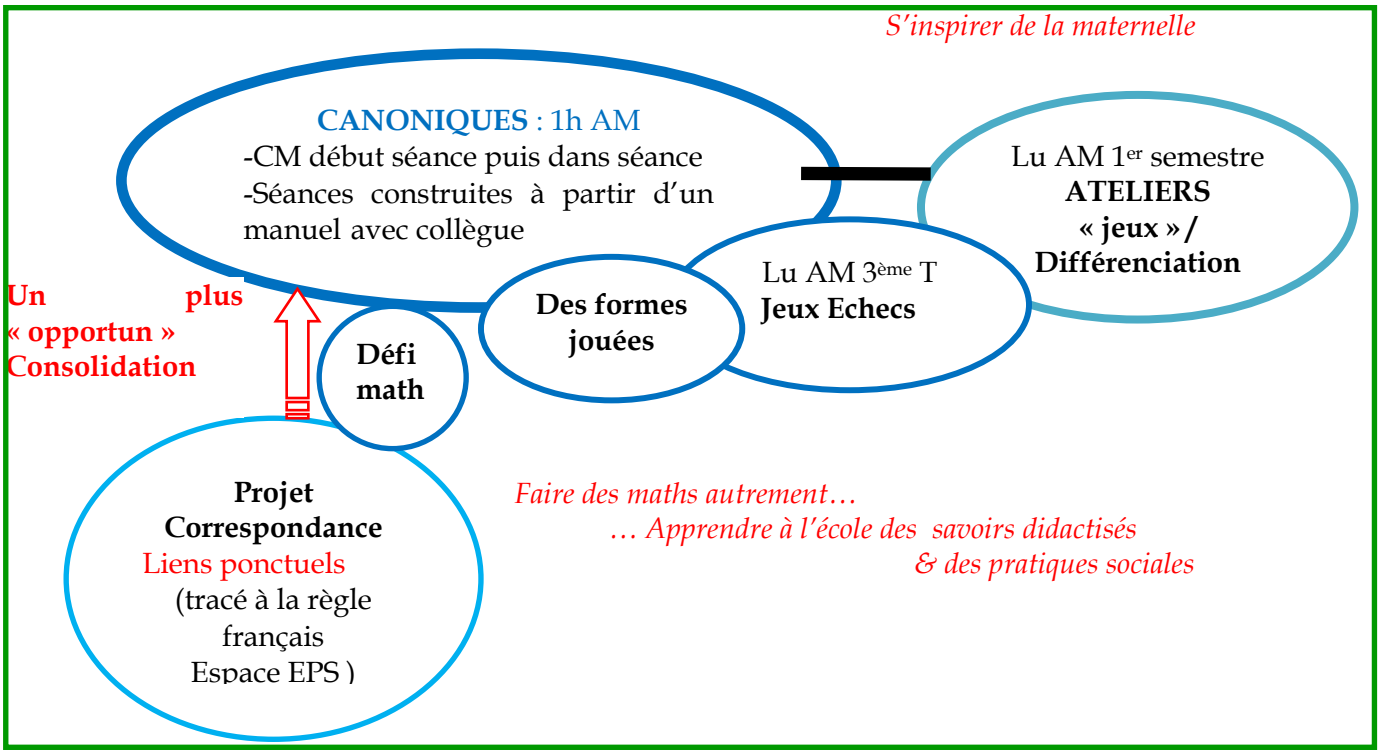
Pour ce qui est du curriculum quotidien de Cé, *sur l'année en moyenne, il est composé à plus de 70%* (contre 62,5% prescrit dans le BO) du noyau central que sont les enseignements *de français et de maths*

selon des horaires conformes en math et légèrement amputés en français (-8,6%). Les deux programmations annuelles sont composées d'une variété de configurations tant en français (lecture, écriture mais aussi « journal des apprentissages », « activités d'attention et de mémorisation », jeux) qu'en math comme vu précédemment. **Précisons que pour le français**, **Cé** pilote cet enseignement à partir de lectures d'albums et d'un projet de correspondance qui lui sert d'ailleurs de levier pour des séances d'arts Plastiques puis au 3ème trimestre d'EPS (projet de course d'orientation au parc floral). D'ailleurs, la place (16% contre 35% prescrits par le BO) et la durée (moins de 50' contre 2h15 attendues) **accordées aux disciplines périphériques** (APlastiques, Découverte du monde, anglais, musique) **sont les plus faibles du groupe de PE.**

Enfin, **ajoutons en ce qui concerne le fonctionnement quotidien en math,** qu'après le 1er trimestre, **Cé** a stabilisé une enclave d'une heure en 2ème partie d'après-midi pour la séance canonique de maths, conçue sur le même modèle que celle du français le matin (quatre à cinq phases variant support, forme de travail et type de tâche) ; et qu'en termes de documents ressources, elle n'a pas repris le fichier Cap maths pour ses élèves cette année et a choisi d'introduire un cahier (grand format) de mathématiques. Enfin, elle s'inspire du manuel qu'elle croise avec un autre (« jouer avec les mathématiques ») pour concevoir *avec son collègue de Cp*, la programmation, les progressions et les évaluations.

Pour visualisation, voici la cartographie de Cé après entretiens portant sur l'ensemble du curriculum quotidien que nous venons de caractériser.

Figure 5 : cartographie des configurations « math » de Cé



IV - CONCLUSION

Pour conclure cette communication, nous proposons de nous appuyer sur deux remarques faites par Wozniak (2017) lors de la conférence introductive du colloque.

La première remarque invitait à reconnaître comme problème vif du métier d'enseignant, le fait de devoir « *dépasser les contraintes chronogénétiques (contraction du temps didactique) sans en rabattre aux niveaux mésogénétique (fabrication conjointe du milieu) et topogénétique (classe comme communauté d'étude)* ». Une des réponses pour résoudre l'équation sans compromissions mais à partir de compromis opératoires entre logiques pragmatique (d'avancée du temps didactique), intersubjective (de préservation de la « face » de

chacun) et épistémique (de fabrication conjointe du milieu en tant que communauté de partages), nous apparaît être justement la pluralité des configurations (au double niveau de la journée et de la séance) mises à jour. Effectivement, il nous semble que la variété des configurations est un outil (au sens d'artéfact) au service d'une planification et d'une mise en œuvre du curriculum pour « faire apprendre le programme » *tout* en :

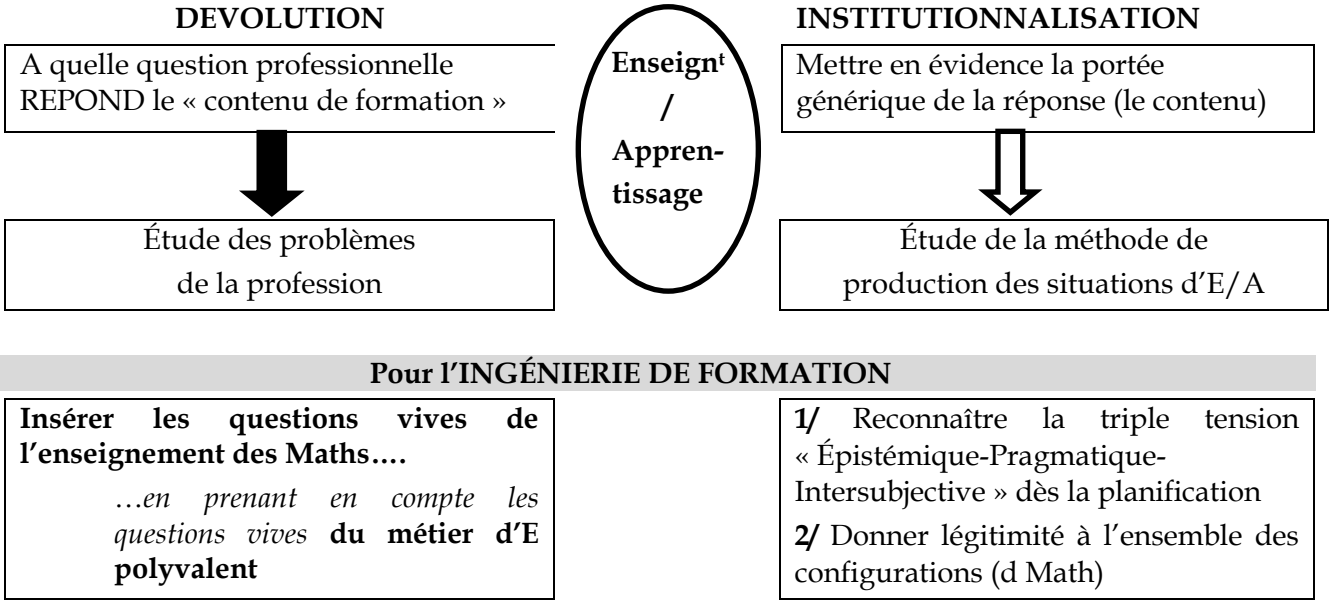
- « tenant » l'empan du face à face (la question des rythmes) ;
- « résolvant » les questions vives du métier (différentiation, gestion du groupe classe)
- « gardant le cap » de ce qui fonde son identité de polyvalent (prendre l'élève dans sa globalité ; travailler en projets ; enseigner d'autres disciplines que le Français et les Maths)

La seconde remarque posait qu'à l'instar de l'enseignant, *« le formateur est un professeur qui a à tenir la tension « dévolution-institutionnalisation »,* en invitant à étudier les problèmes de la profession (dont le précédent) et la méthode de production des situations d'enseignement/apprentissage.

Dans cette perspective, notre première remarque invite à poser, pour l'ingénierie de formation que :

- *la dévolution* (du contenu de formation aux formés) serait favorisée si on s'appuyait sur les **questions vives de l'enseignement des mathématiques dans le cadre de l'exercice de la polyvalence**.
- *les contenus (de formation) à institutionnaliser* gagneraient en transposition pragmatique (dans la classe) si on prenait en compte d'une part, que l'activité du PE en classe n'est pas guidée par la seule logique épistémique et d'autre part, que les diverses configurations didactiques à l'œuvre (et pas seulement canoniques) ont leur raison d'être comme instruments de travail de la programmation quotidienne et hebdomadaire de l'ensemble des enseignements du programme.

Figure 6 : schématisation inspirée par (Wozniak 2017), complétée de nos propositions pour l'ingénierie de formation



V - BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T., MERCIER A., SENSEVY G. (2007): L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques* **Vol.27**, n°**1** p222-252. La Pensée Sauvage

BLANCHOUIN A. (2015a) La journée de classe de l'enseignant polyvalent du primaire : étude sur une année scolaire du cours d'action quotidien en Cours Préparatoire. *Thèse d'état*. Université Paris 13 - Sorbonne Paris Cité

BLANCHOUIN A. (2015b) Évolution annuelle de la place des enseignements mathématiques dans le curriculum quotidien au cours préparatoire, in *Actes du XXXXI^{ème} colloque de la COPIRELEM,* Mont de Marsan.

BUCHETON D. (Dir.) (2009) *L'agir enseignant : une question d'ajustement*. Paris, OCTARES.

CLOT Y. (2008) : *Travail et pouvoir d'agir.* Paris, PUF.

GARNIER (2003) : *Faire la classe à plusieurs*. *Maîtres et partenariats à l'école élémentaire*. Rennes, PUR.

MARCHIVE A. (2005) : Le rituel, la règle et les savoirs. Ethnographie de l'ordre scolaire à l'école primaire, *Ethnologie Française,* XXXVII, **4**, 597-604.

MERCIER A., SCHBAUER-LEONI, SENSEVY G. (2002) Vers une didactique comparée, *Revue Française de Pédagogie*, n°**141**, 5-16.

PASTRE P. (2011) *La didactique professionnelle*. PUF.

REUTER Y. (2007) La conscience disciplinaire. *Éducation et didactique,* vol1-n°**2**, 57-71.

VINATIER I. (2013) *Le travail de l'enseignant. Une approche par la didactique professionnelle*. Bruxelles, De Boeck.

WOZNIAK F. (2017) Former les professeurs : aller à l'idéal et comprendre le réel, in *Actes du XXXXIIIème colloque de la COPIRELEM, Le Puy-en-Velay.*

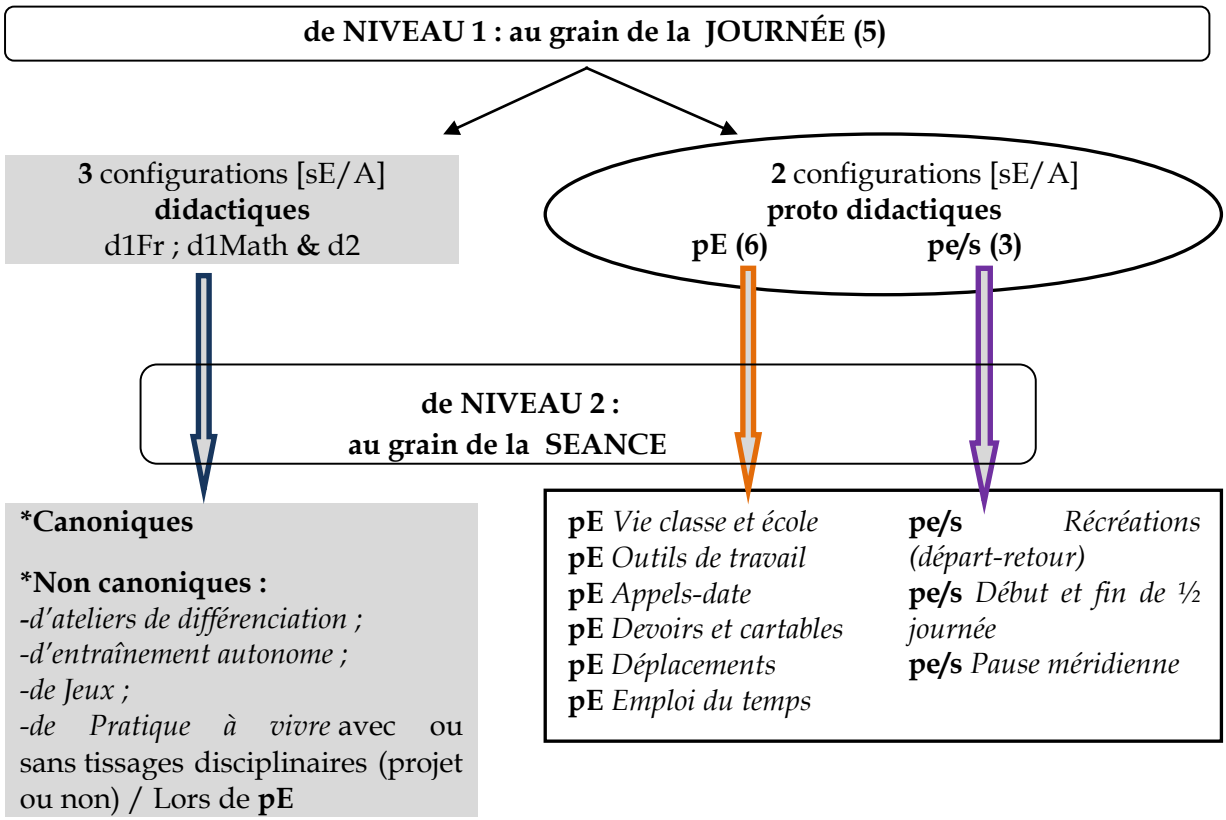
VI - ANNEXES

ANNEXE 1 : l'ensemble des configurations [sE/A] au double grain de la journée et de la séance

ANNEXE 2 : présentation générale des 6 enseignants du collectif de travail

ANNEXE 3 : précisions sur les configurations de pratiques à vivre des 4 enseignants concernés

ANNEXE 1 : l'ensemble des configurations [sE/A] au double grain de la journée et de la séance



Précisions pour les **configurations de niveau 2 proto didactiques**

- **Proto didactiques d'Encadrement (pE).**

La fonction principale de la transition au sein de l'espace-temps de travail permet de distinguer six moments d'interactions autour : du *fonctionnement quotidien de la classe* (la vie de classe et d'école) ; de la *gestion des outils de travail* (entretien, manipulations de rangement-sortie) ; des appels et de la date lors de *l'arrivée en classe du matin ;* de la *manipulation des cartables* (rangement et sortie des fournitures ; la gestion de son positionnement) et *des devoirs* (prise des devoirs sous quelques formes que ce soient) ; des *déplacements* au sein de la classe ou pour se rendre-sortir d'un autre espace de travail (dans ou à l'extérieur de l'école) ; *l'annonce de l'emploi du temps* (journée ou demi-journée sous quelques formes que ce soient).

- **Proto didactiques d'entrée et sortie de classe (pe/s).**

La nature des enjeux et le contexte spatio-temporel des entrées et sorties dans l'espace de travail permettent de distinguer trois moments d'interactions autour : des départs en *récréations* et de leurs retours ; des *débuts et fins de ½ journées* ou arrivées à l'école et départs ; de la *pause méridienne*.

ANNEXE 2 : présentation générale des 6 enseignants du collectif de travail

Circonscription Spécificité école	1 Zep	2 Non classée	3 Ecole éclair	4 Zep	5 Zep	6 Ecole ++

PE	P	S	E	R	Cé	Ca
Statut	PE (T6)	PE très expérimentée	PE (T4)	T2 débutant	MF ½ tps	MF 1/2 tps
Ancienneté Niveau CP	4ème année	10 ans	2ème année	2ème année	3ème année	8ème année (dont en plus CP/CE1
Ancienneté PE au 1er sept 2011	Début de 6ème année	35ème année	Début de 4 ème année	Début de 2ème année	Environ 15ème année dont 3 en tant que MF et Maître E	Environ 14ème année dont la 1ère en tt que MF

ANNEXE 3 : précisions sur les configurations de pratiques à vivre des 4 enseignants concernés

	Sans tissage disciplinaire	Avec tissage disciplinaire
Cé	**pE** *appels* 3ème T : Délégation appel (tableau double entrée)	Dans le cadre de leur projet commun de *« correspondance scolaire »*, pour chacune : -EPS-Math (repérage espace avec une séquence sur la course d'orientation) -Math-Fr (tracer des traits pour ligner la feuille sur laquelle écrire aux correspondants ; tracer le cadre du portrait à réaliser pour se présenter aux correspondants)
Ca	**pE** *appels* 3ème T : -Problèmes additifs lors de l'appel en mars et juin -Équivalence de quantité (autant que) tickets salon en mars	
S	**pE** *fonct't quotidien* 3ème T juin : Manipulation de l'horloge ind 9x/j (13')	*EPS-Math (Numération-course de durée)* Fr-Math (problèmes inventés pour travailler la technique opératoire de l'addition en juin). Nb : l'enseignante en parallèle mène *2 projets annuels* (liaison avec la maternelle autour du seul français ; chorale avec une classe de Ce1)
R		*M-DDM (Projet Argonimaux sur l'année, quadrillage pour repérer le positionnement des manchots au 1er semestre)*

En italique, figurent des moments non observés mais évoqués lors des entretiens.

LA PASCALINE COMME ENTREE DANS UNE FORMATION SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMERATION ET DU CALCUL AU CP

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maîtresse de conférences
Institut Français de l'Education ENS DE Lyon
ESPE de l'Académie de Grenoble
Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

Isabelle NOYGUES
Professeur des Ecoles, Maison pour la Science en Auvergne
Isabelle.Noygues@ac-clermont.fr

Résumé
La pascaline est une machine arithmétique utilisée pour l'apprentissage de la numération décimale. A partir des travaux de recherche menés par l'IFE sur l'utilisation de la pascaline, le groupe de recherche de la MPSA, maison pour la science en Auvergne, a étudié l'intégration de cet outil dans une progression des apprentissages au CP proposée par le manuel *CAP Maths* (Hatier, 2009). Pour dénombrer une collection inaccessible, les élèves ont été amenés à produire une collection de sons éphémères, les clics de la pascaline, dont la quantité est mesurée par la pascaline à la manière d'un compteur. La réflexion sur l'introduction de cet outil de dénombrement dans la séquence d'activités numériques ordinaires a été l'occasion de compléments de formation pour les enseignants participant au groupe de travail sur des thèmes tels que : fonctions des nombres entiers, systèmes de numération, grandeurs et mesures.

Cette communication présente les travaux menés par le groupe « pascaline » de la Maison pour la Science en Auvergne (MPSA) depuis 2013. A partir des recherches conduites par l'Institut Français de l'Education (IFE) sur les usages de la pascaline (Figure 1), une petite machine arithmétique, pour l'apprentissage de la numération décimale et du calcul (Soury-Lavergne & Maschietto, 2013) (Riou-Azou & Soury-Lavergne, 2015), le groupe a étudié le rôle que pouvait jouer la pascaline dans les séquences d'enseignement du cycle 2 et du cycle 3.



Figure 1. La pascaline

Le choix des participants à ce groupe IREM, rassemblant enseignants du primaire, du secondaire, conseillers pédagogiques, formateurs et chercheurs en didactique et en mathématiques, a été de partir des pratiques effectives ordinaires des enseignants et d'étudier comment la pascaline pourrait être intégrée et contribuer aux apprentissages, dans le cadre défini par les programmes scolaires. Ainsi, pour les niveaux de GS, CP et CE1, le point de départ a été d'utiliser la pascaline dans une progression existante pour l'apprentissage de la numération. Pour les CM1 et CM2, il s'est agi d'utiliser la pascaline pour reprendre l'apprentissage de la numération avec les élèves en difficulté. En 6e, c'est une entrée par

l'outil et la compréhension de son fonctionnement qui a été choisie comme moyen de réviser la numération et les opérations.

D'un point de vue méthodologique, lors de la première année de travail, les enseignants du cycle 2 se sont appuyés sur les séances issues des ressources produites par l'IFE (http://ife.ens-lyon.fr/sciences21) (Soury-Lavergne, 2014) pour initier les premières séances avec leurs élèves. Au cours de ce travail au sein du groupe, sont apparus des besoins d'apports relatifs à la pascaline mais surtout des besoins et des discussions plus théoriques à propos des nombres, de la numération et de la relation entre nombres, grandeurs et mesures. La deuxième année, l'équipe a conçu de nouvelles séances, intégrant la pascaline dans les progressions existantes, en particulier celle proposée par le manuel *CAP Maths* pour le CP (Hatier 2009). Les séances menées ont été rédigées de façon détaillée par l'enseignante puis présentées au groupe de travail. Elles ont fait l'objet de discussions sur le rôle de la pascaline dans la construction du concept de nombre. A la suite de ces discussions au cours de la seconde année de travail, un document de synthèse sur « Le nombre comme mesure d'une quantité » a été rédigé par Annie Noirfalise (Noirfalise, 2017) et une analyse des séances à partir de la *théorie anthropologique du didactique* (Chevalard, 1999) a été conduite. La troisième année de travail du groupe a permis la reprise des séances de classe à partir de leur analyse et des évolutions qui avaient suivi. Au final, ce travail a conduit à la production de ressources et la construction de connaissances partagées au sein du collectif d'enseignants et de chercheurs, qui pourraient s'analyser comme l'émergence d'une praxéologie méta-didactique (Aldon et al., 2013). Le développement de connaissances et de savoirs communs s'observe à travers la production collective de ressources, de séances d'enseignements et d'actions de formation (formations à la MPSA en 2013, 2014 et 2015, dans les circonscriptions du Puy en Velay en 2014, d'Aurillac en 2016 et de Mauriac en 2017).

Nous présentons dans ce texte certains éléments de cette *praxélogie* (Chevalard, 1999) avec, en partie I, des éléments du cadre théorique formalisé par les membres du groupe à propos du concept de nombre comme mesure d'une grandeur. Puis, en partie II, nous exposons les éléments clés du rôle de la pascaline dans les ressources d'enseignement, à travers une présentation des séances de classe de CP dans laquelle elle est utilisée comme compteur d'une collection inaccessible pour l'introduction de la numération décimale, en particulier de la dizaine. Enfin, en partie III, nous concluons sur les nouvelles ressources et connaissances qui sont apparues dans le groupe de travail de la MPSA, en particulier le développement professionnel des enseignants.

I - LE NOMBRE ENTIER NATUREL COMME MESURE D'UNE GRANDEUR

Il est bien difficile de répondre simplement à la question « qu'est-ce qu'un nombre ? » qui s'est posée dans le groupe de travail sur la pascaline. Cependant, plusieurs didacticiens (Vergnaud, 1990), (Balacheff & Margolinas, 2005) ont élaboré des cadres théoriques pour « attraper » la notion de concept en mathématiques et ces cadres peuvent s'appliquer en particulier au concept de nombre. Pour expliquer ce qu'est un nombre, il faut donc décrire :

- Les problèmes que les nombres permettent de résoudre : mémoriser la quantité ou la position, anticiper une augmentation, une diminution, un partage, faire une comparaison…
- Les opérateurs ou invariants opératoires qui composent les procédures de résolution des problèmes : estimation, comparaison, comptage, calcul, opération…
- Les différents symboles et systèmes sémiotiques qui désignent les nombres : écriture chiffrée, dénomination orale, icône, représentations analogiques (constellation du dé ou doigt de la main) ou symboliques…

Pour Vergnaud (op. cit), ces trois premières catégories suffisent à caractériser un concept. Balacheff et Margolinas (op. cit) ajoutent la catégorie des contrôles, qui rend opérationnelle le concept pour résoudre des problèmes :

- Les contrôles qui déterminent quels opérateurs doivent être mobilisés et si le problème est résolu : dans le cas du nombre, il s'agit par exemple d'énumération, de correspondance terme à terme…

Pour tous les didacticiens, la construction du concept de nombre passe par la résolution de problèmes (Vergnaud, 1990, p. 135) : « *C'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant.* ». Dans le document de travail rédigé pour le groupe, Noirfalise (2017, p. 1) fait aussi référence aux problèmes concrets que l'on résout avec les nombres : « *Pourquoi enseigner les nombres ? Je dirais qu'on enseigne les nombres, (et plus tard des mathématiques plus complexes), parce que ça sert à répondre à des questions que l'on se pose sur le monde qui nous entoure, essentiellement, dans un premier temps, des questions qui portent sur des* ***grandeurs*** *: qu'est-ce qui est aussi grand que ? Quelle quantité restera-t-il si j'enlève ça ? Quelle quantité j'aurai si je partage en plusieurs parties ?.... Et les nombres, entiers tout d'abord, décimaux et rationnels ensuite, sont de prodigieux outils pour évaluer et prévoir la valeur de grandeurs, soumises à des manipulations : partages, réunions, ..., sans avoir à faire effectivement ces manipulations.* ».

Noirfalise (op. cit) s'appuie sur la notion de grandeur et en particulier la quantité à propos des nombres entiers. Dans les travaux sur l'acquisition du concept de nombre, la notion de quantité est centrale (Fayol, 2012) (Margolinas & Wosniack, 2012). Si l'on considère les mathématiques comme une modélisation possible du monde physique, alors le nombre entier naturel peut être considéré comme un modèle d'une collection d'objets du monde sensible, plus précisément l'aspect commun entre plusieurs collections équipotentes. Cependant, le nombre comme modèle mathématique de cette collection peut servir à mesurer plusieurs caractéristiques différentes de cette collection d'objets, telles que la masse, le volume ou la quantité d'objets de la collection. La quantité, vue comme une propriété parmi d'autres de la collection d'objets est alors une grandeur particulière, distincte d'autres grandeurs, et qui est mesurée par les nombres entiers.

Ainsi, nous proposons de séparer trois champs pour définir le nombre comme mesure d'une grandeur (Figure 2) :

(i) le champ des collections d'objets du monde réel, tangibles, sur lequel l'humain peut agir en déplaçant et transformant les objets ;

(ii) le champ des grandeurs et des différentes propriétés que l'on peut distinguer, évaluer, repérer, comparer à propos des objets et collections d'objets du monde réel ;

(iii) le champ des mesures, c'est-à-dire des nombres, qui permettent d'appliquer un nombre à chaque quantité et du coup d'utiliser les opérations sur les nombres pour traiter les problèmes de quantité.

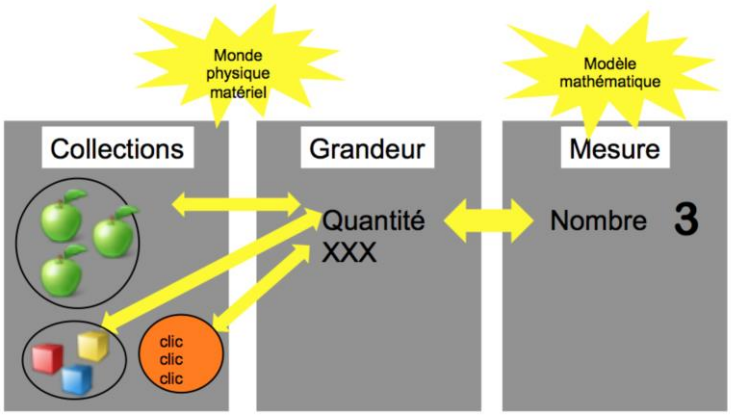


Figure 2. Trois champs permettent de distinguer les notions de collection, grandeur et mesure et de considérer le nombre entier naturel 3 comme la mesure d'une grandeur « quantité » XXX, obtenue comme classe d'équivalence des collections qui sont toutes équipotentes à un ensemble qui contient « trois » éléments.

Deux collections ont la même quantité d'éléments (le même cardinal qui est la caractéristique commune à ces deux collections) si on peut mettre leurs éléments en correspondance terme à terme dans le monde réel (collections équipotentes). Cette relation « correspondance terme à terme » entre collections définit des classes d'équivalence pour la grandeur quantité. Elle peut s'appliquer à différentes collections du monde sensible, collections d'objets ou de sons par exemple (Figure 3).

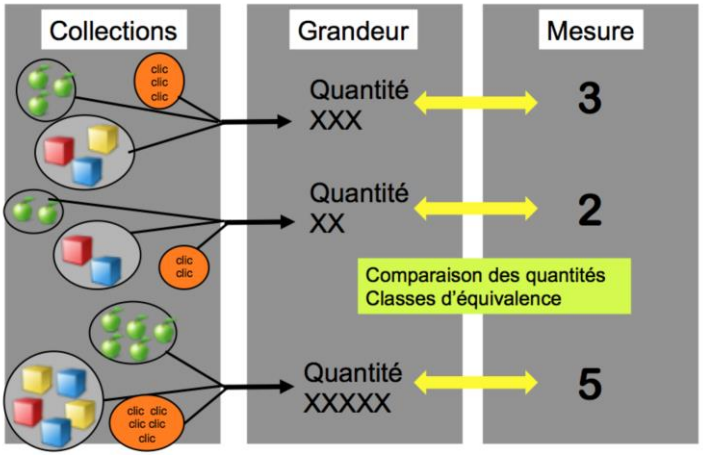


Figure 3. Les collections équipotentes définissent des quantités différentes, mesurées par des nombres différents.

Dans le champ des collections d'objets, les actions ou opérations sur les objets sont des réunions et des mises en correspondance terme à terme. Il apparaît alors du côté du monde physique que l'expérience de la réunion d'une collection de XX éléments avec une collection de XXX éléments, produit toujours une collection qui peut être mise en correspondance terme à terme avec les collections de XXXXX éléments (Figure 4). C'est ainsi que, du côté mathématique, l'opération d'addition sur les entiers peut être construite comme un modèle permettant d'anticiper le nombre d'éléments d'une collection construite comme la réunion de deux collections.

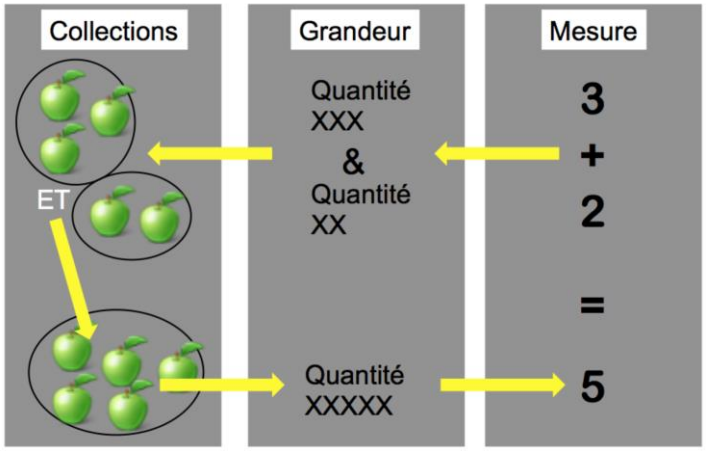


Figure 4. Définition de l'addition comme modélisation mathématique de la réunion de deux collections d'objets. La collection obtenue par réunion d'une collection de XX éléments avec une collection de XXX éléments est mise en correspondance terme à terme avec une collection de XXXXX éléments, d'où l'égalité 2+3=5.

Pour l'introduction de l'addition, le raisonnement suit un chemin qui part des nombres (les deux termes), passe par la grandeur et les deux collections et revient vers le nombre qui mesure la quantité de la réunion des deux collections. Ainsi, les nombres et l'addition rendent compte d'une manipulation d'objets et l'effet de cette manipulation sur la grandeur quantité. Elle peut alors être définie et c'est pour

rendre compte du résultat de cette manipulation qu'elle a été construite : rendre compte du fait que si l'on met ensemble une collection à trois éléments et une collection à deux éléments, alors on obtient toujours une collection qui est en correspondance terme à terme avec toutes les collections à cinq éléments (Figure 4).

Sur la base de cette réflexion, le groupe de travail a étudié les collections en jeu dans la séquence d'enseignement pour les élèves de CP et les manipulations qui étaient réalisées avec la pascaline.

II - SÉQUENCE « LES SONS DES CUBES QUI TOMBENT DANS LA BOÎTE » EN CLASSE DE CP AVEC LA PASCALINE

Dans la progression de l'enseignante, la séquence proposée par *CAP Maths* CP est précédée de l'introduction de la pascaline comme outil de dénombrement au cours de rituels et outil de désignation d'un nombre. Dès le début de l'année scolaire, les élèves ont utilisé la pascaline, par exemple, pour mémoriser le nombre de jours d'école, en parallèle avec l'utilisation d'autres outils tels qu'un calendrier sous forme de tableau ou une collection de jetons dans un seau (Figure 5 à gauche et au milieu). Ce premier usage n'est pas problématisé. Les élèves ont aussi fait correspondre les nombres sur la bande numérique avec une image de la pascaline affichant le même nombre (Figure 5 à droite).



Figure 5. La pascaline a été ajoutée à différents outils utilisés lors d'activités rituelles dès le début de l'année scolaire. A gauche, le calendrier avec les jours de classe, au milieu la pascaline affiche le décompte des jours et le seau contient autant de jetons que de jours de classe. A droite, une image de la pascaline est associée au nombre 5 sur la bande numérique.

Après que la pascaline a été utilisée comme objet rituel, deux séances (n°1 et n°2) ont été consacrées à la découverte de la pascaline comme objet mécanique et exemple d'engrenage, sur le modèle des séances proposées dans le plan sciences en Côte d'Or (Soury-Lavergne, 2014). Les deux séances suivantes (n°3 et n°4) ont permis aux élèves d'utiliser la pascaline comme outil pour dénombrer des collections jusqu'à 9 éléments et ajouter ou retirer une unité. Enfin, la séance n°5, correspondant à l'unité 3 de la progression *CAP Maths*, a concerné l'utilisation de la pascaline comme outil de dénombrement de collections au-delà de 10 éléments avec appuis sur la dizaine. La suite du texte présente des éléments d'analyse des séances 3, 4 et 5.

1 Trame de la séquence « Les sons des cubes qui tombent dans la boite »

L'idée centrale du rôle de la pascaline dans cette séquence est le fait qu'une collection d'objets matériels est pérenne et porte en soi l'information de la quantité. Cela ne permet pas de faire sentir aux élèves en quoi le nombre peut être utile, voire nécessaire, pour mémoriser la quantité puisque l'information est disponible dans les collections présentes. Pour reprendre la proposition de modélisation du nombre entier comme mesure d'une quantité (Figure 3), tant que la quantité est présente, le recours à la mesure peut être contourné. En revanche, une collection de « sons » est une collection éphémère, qui une fois réalisée devient inaccessible. Pour mémoriser la quantité de sons émis, il faut un outil, comme un compteur ou disposer du nombre. Ainsi, la séquence est basée sur le fait de dénombrer les sons que font les cubes quand ils tombent au fond d'un seau. La collection de sons est associée terme à terme avec la collection de cubes, qui peut alors être utilisée pour valider le dénombrement.



Figure 6. Une collection de cubes et un seau. Lorsqu'un cube tombe dans un seau il fait un son.

Le savoir visé par cette séquence est l'écriture décimale des nombres mesurant une collection de plus de 9 éléments et la correspondance entre un groupement par 10 des éléments de la collection avec l'écriture du chiffre 1 au rang des dizaines, c'est à dire la « dizaine » comme nouvel outil pour dénombrer.

La tâche proposée consiste à dénombrer une collection inaccessible, dont les éléments ne sont connus que par le bruit que fait chacun d'eux en tombant dans un seau opaque (nommé « boîte » par la maitresse) (Figure 6).

Le matériel utilisé est un seau et une collection de cubes, ainsi que des outils de dénombrement : pascaline, barquette bâtonnets et élastiques permettant le groupement par dix, bande numérique avec les chiffres des dizaines en rouge, ardoise et crayon : Figure 7).



Figure 7. Outils matériels pour le dénombrement. De gauche à droite, une pascaline, un lot de bâtonnets, d'élastiques et une barquette, une bande numérique, une ardoise et un crayon.

2 Phase 1. Dénombrer des collections de moins de 9 éléments

Déroulement de la phase 1 dans la classe : chaque élève dispose de l'un des outils de dénombrement (Figure 7). La maîtresse annonce le problème : « Je vais mettre des cubes dans une boîte en les faisant tomber les uns après les autres. Vous ne me verrez pas faire cette action car je serai derrière vous au fond de la classe. Je ne parlerai pas. […]. Quand je m'arrêterai, vous devrez me dire combien il y a de cubes dans ma boîte ».

Avant de lancer la tâche, la maîtresse fait préciser individuellement à chaque élève la technique à mettre en œuvre, suivant le matériel disponible, pour chaque bruit entendu quand un cube tombe dans la boîte : il faut faire un clic dans le sens des aiguilles d'une montre sur la roue jaune de droite de la pascaline ; il faut avancer le doigt d'une case sur la bande numérique ; il faut mettre un bâtonnet dans la barquette ; il faut dessiner une croix sur l'ardoise. La maîtresse explicite également l'initialisation de la tâche, des outils et de la procédure : « Ma boîte est vide, mimer cet état sur votre outil ! Toutes les roues sont à zéro sur la pascaline. Le doigt est sur le zéro de la bande numérique. La boîte de bâtonnets est vide. Rien n'est dessiné sur l'ardoise. »

La maîtresse placée en fond de classe, derrière les élèves, fait alors tomber les cubes dans la boîte un par un. Les élèves dénombrent en utilisant l'une des quatre techniques précédemment présentée. La maîtresse demande alors aux élèves de lire le nombre affiché sur la pascaline ou la bande numérique ou de dénombrer les croix ou les bâtonnets. Elle demande également : « A quoi correspond ce nombre ? Comment vérifier ? » La réponse attendue est qu'il s'agit du nombre de cubes tombés dans la boîte et que l'on peut vérifier en comptant les cubes. La tâche est répétée pour plusieurs nombres jusqu'à 9.

La mise en commun de cette première phase comprend la description par les élèves des techniques utilisées pour faire « et encore un » et la justification de la validité des techniques utilisées par le fait qu'elles aboutissent à la même quantité partout, y compris à la quantité de cubes dans la boîte. Les quantités d'objets de chaque collection sont mises en relation avec l'écriture du nombre.

L'analyse de cette phase de la séquence consiste en l'identification des tâches et techniques proposées aux élèves. La tâche est de dénombrer une collection de cubes. Mais cette collection n'est accessible que par une collection intermédiaire, équipotente et éphémère, celle des « sons » que font les cubes tombant dans la boîte. Il s'agit donc d'une tâche de dénombrement d'une collection éphémère de sons à l'aide d'un matériel concret disponible. Suivant le matériel, les techniques ne seront pas les mêmes, ni les justifications. La collection de sons des cubes est elle-même mise en correspondance avec : soit une collection de clics sur la pascaline qui produisent aussi des sons, soit une collection de cases sur la bande numérique, soit une collection de bâtonnets, soit une collection de croix. Cependant, ces techniques sont toutes basées sur la correspondance terme à terme entre des collections visibles et pérennes ou invisibles et éphémères. Des éléments de justification sont apportés par la maîtresse par des formulations telles que : « il y a la même quantité de croix que de cubes ». Pour cette tâche, la technique utilisant la pascaline permet de matérialiser le nombre de clics (collection équipotente à la collection de cubes) par l'affichage sur la pascaline. La particularité de la pascaline est de transformer une collection éphémère et inaccessible, celles des clics sur la pascaline en un affichage de nombre. C'est le cas aussi pour la technique utilisant la bande numérique. Ce n'est pas le cas des deux autres matériels utilisés qui restent à une collection d'objets équipotente.

Ainsi, ce qui se joue dans cette première phase de la situation, c'est la construction de plusieurs collections équipotentes du point de vue de leur cardinal, leur mise en correspondance comme technique et la matérialisation du nombre de clics par l'affichage sur la pascaline et la bande numérique.

3 Phase 2. Dénombrer des collections d'au moins 10 éléments à partir d'une collection de 9 éléments

Déroulement de la phase 2 dans la classe : une fois que les élèves ont pu dénombrer des collections de 9 éléments, toute la classe s'assure que les outils de dénombrement affichent 9 et qu'il y a 9 cubes dans la boîte. Puis la maîtresse ajoute un cube de plus dans la boîte en disant « et encore un ». Les élèves utilisent les techniques déjà vues pour dénombrer un cube de plus.

La maîtresse demande alors aux élèves qui n'ont pas de pascaline : « Combien y a-t-il de cubes dans la boîte ? ». Aux élèves qui ont une pascaline, la maîtresse demande : « Où lisez-vous le dix ? » puis « Que s'est-il passé quand vous êtes passés de 9 à 10 ? ». Les élèves ont pu alors dire qu'ils ont ressenti une force plus importante et que la roue du milieu a tourné. Lorsque tous les élèves disposent d'une pascaline, ils effectuent l'ajout d'une unité à partir de 9 pour ressentir la force dans les roues lors du passage de 9 à 10.

La mise en commun permet de mettre en relation l'apparition du 1 sur la roue du milieu de la pascaline avec les 10 cubes, les 10 bâtonnets, les 10 croix et les 10 premières cases de la bande numérique (Figure 8).



Figure 8. Représentation de la dizaine avec différent matériel de numération.

L'analyse de cette phase fait apparaître que la pascaline est le seul outil qui, dans la mise en œuvre de la technique de dénombrement, crée une rupture lors de l'ajout d'une unité entre 9 et 10. Avec les autres outils disponibles, rien ne différencie l'ajout d'une unité à 9 de l'ajout d'une unité à 8. La technique s'effectue de façon continue, sans rupture, lors du passage de 9 à 10. Pour les groupes sans pascaline, il est donc nécessaire que ce soit la maîtresse qui introduise une nouvelle technique pour matérialiser le paquet de 10 : il s'agira de lier par un élastique les dix bâtonnets, d'entourer d'un trait les dix croix sur l'ardoise ou de repérer par une marque les dix premières cases de la bande numérique. En revanche, il

n'y a pas de technique spéciale à mettre en œuvre avec la pascaline puisqu'elle produit elle-même une modification lors du passage à la dizaine grâce à des rétroactions différenciées : retour d'effort plus important, roue du milieu qui tourne et affichage du chiffre 1 sur la roue du milieu.

4 Phase 3. Dénombrer des collections de plus de 10 éléments

Déroulement de la phase 3 dans la classe : chaque enfant dispose d'un des outils de dénombrement (pascaline, bande numérique, boîte de bâtonnets, ardoise) et le scénario se poursuit de façon identique aux phases précédentes, par ajout des cubes un à un, de 10 jusqu'à 19. La maîtresse demande à chaque ajout d'un cube : « Combien de cubes ? », « Où le voyez-vous inscrit ? », « Que s'est-il passé lorsque vous avez fait l'ajout ? ». La vérification s'opère par comparaison avec le nombre de cubes contenus dans la boîte. La séance se termine par une question aux élèves : « Que signifie le nombre affiché sur la pascaline ? ». La réponse attendue est que la pascaline indique sur la roue du milieu le chiffre « 1 » pour le paquet de dix cubes et sur la roue de droite le nombre de cubes tous seuls.

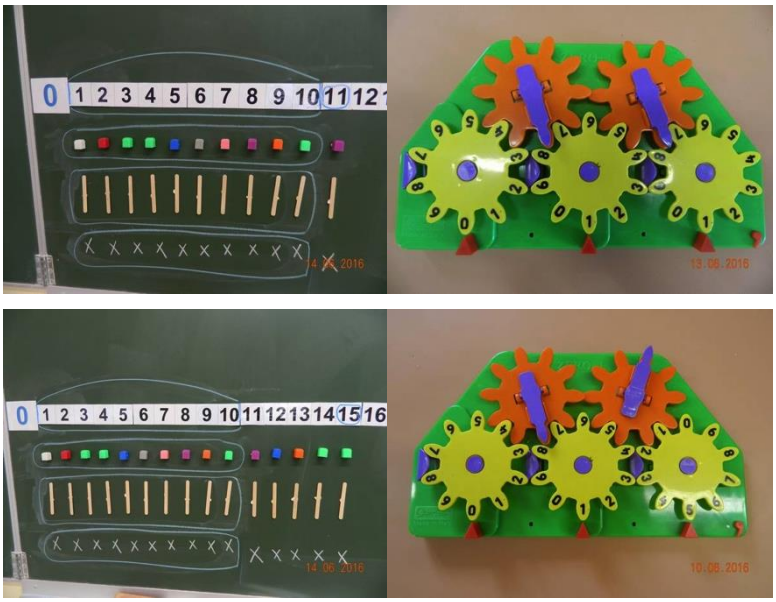


Figure 9. Correspondance entre collections d'objets et affichages de la pascaline pour les nombres 11 et 15.

L'analyse de cette phase fait ressortir l'introduction par la maîtresse ou par l'outil d'une nouvelle technique : la réalisation d'un groupement par dix dans une collection. Cette technique n'est pas nécessaire pour résoudre le problème donné, car la collection est petite. Mais elle est justifiée dans la situation par sa cohérence avec le fonctionnement de la pascaline qui introduit une rupture au moment du passage à la dizaine. La pascaline permet de préparer l'introduction d'une nouvelle unité pour dénombrer : la dizaine (Figure 10). Elle permet la construction d'un patrimoine d'expériences pour les élèves, d'un vécu avec la manipulation des objets de la collection. Du côté de la collection d'objets, il s'agit de différencier les paquets de dix et les « tous seuls ». La technique de mise en paquets de 10, introduite au cours de cette séance, sera reprise plus tard dans l'année, au mois de janvier avec les élèves, pour expliquer et justifier la valeur positionnelle des chiffres dans l'écriture d'un nombre. C'est à ce moment-là que sera introduit le lexique « dizaine » et « unité ». Du côté du nombre, on pourra compter en dizaines et on pourra mesurer une quantité en indiquant le nombre de dizaines et le nombre d'unités.

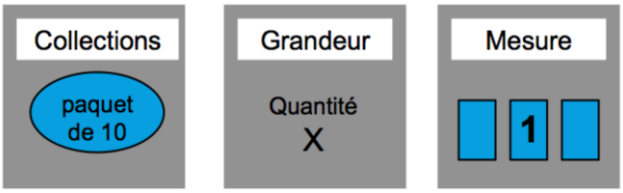


Figure 10. Correspondance entre les collections de 10 éléments, la grandeur quantité X et la mesure pour le nombre 10.

5 Synthèse sur les justifications des techniques de dénombrement

Cette séquence repose sur la mise en relation de différentes techniques de dénombrement, liées à l'utilisation de matériels concrets. Chaque technique dispose d'une justification particulière.

La possibilité de dénombrer une collection inaccessible, car éphémère, avec des croix sur une ardoise ou des bâtonnets dans une barquette, repose sur le fait qu'il s'agit de collections d'objets que l'on peut grouper ou pas et qu'il est possible de mettre en correspondance terme à terme spatialement avec la collection initiale de cubes. Il s'agit donc de collections intermédiaires visibles et pérennes. Cependant, elles ne permettent pas de mettre en œuvre une autre technique de dénombrement que celle qui est déjà possible directement sur la collection de cubes.

La bande numérique permet de dénombrer à condition de correctement initialiser le processus : pour dénombrer avec les cases sur la bande numérique, il faut partir de « 0 ». Or quel que soit le choix fait pour la bande numérique, départ à zéro ou départ à un, une difficulté apparaît. Si zéro est dans une case, alors l'initialisation de la technique est facile, mais le nombre de cases jusqu'à n n'est pas n mais n+1. Le lien ordinal cardinal n'opère pas. Si la bande numérique démarre à 1, ce lien ordinal-cardinal fonctionne : à la n-ième case on a n cases avant. En revanche, l'initialisation du processus se fait sans mettre le doigt sur la bande pour pouvoir associer la première case (qui porte le nombre 1) avec le premier son et le premier cube qui tombe dans la boite. La justification de la validité de cette technique repose sur le lien cardinal-ordinal (l'ensemble formé par les 10 premiers nombres, le premier, le deuxième… le dixième, contient 10 éléments) et sur l'itération de l'unité pour générer la suite des nombres. La bande numérique, lorsqu'elle démarre à 1, permet de convertir le cardinal de la collection en un nombre avec son écriture décimale. Mais que la bande numérique commence à 0 ou 1, la technique pour dénombrer ne fait pas apparaître de rupture ou de rétroaction particulière lors de l'ajout d'une unité à 9.

La pascaline, quant à elle, permet de dénombrer en associant un clic à un cube qui tombe dans la boîte et génère simultanément l'écriture décimale du nombre. La justification de la validité de la technique est mécanique, liée au nombre de dents sur chaque roue : il y a 10 dents numérotées de 0 à 9. Mais le plus important est que la pascaline génère une rétroaction particulière, visuelle, sonore et haptique[1] et lors du passage à la dizaine. Ce phénomène bien identifié par les élèves est ensuite utilisé pour justifier le groupement par dix et la dizaine des autres collections utilisées dans la séquence.

III - LES APPRENTISSAGES AU SEIN DU GROUPE PASCALINE DE LA MAISON POUR LA SCIENCE EN AUVERGNE

Les résultats de ce travail concernent les séances d'enseignement et l'introduction de la pascaline dans une progression sur la numération décimale en CP. Les séances conduites et leur analyse ont permis d'identifier des spécificités résultant de l'utilisation de la pascaline intéressantes pour l'apprentissage de la numération et en particulier l'introduction de la dizaine. La manipulation des différents outils, pascaline, bâtonnets, bande numérique, ardoise par les élèves fait apparaître la spécificité de la pascaline. Elle permet d'associer gestes et sons et ainsi de fonder une action symbolique, l'écriture du

[1] L'haptique désigne la science du toucher, par analogie à l'acoustique ou l'optique. Le sens haptique englobe le toucher et les phénomènes kinesthésiques. Son rôle dans l'apprentissage est étudié en sciences cognitives, en particulier avec les travaux de Gentaz (2014).

nombre avec un 1 aux dizaines, sur une action concrète qui passe par le corps. Plus précisément, le passage à la dizaine est ressenti physiquement par une rupture combinant la vue (sur la pascaline, la roue du milieu bouge), l'ouïe (le bruit émis est plus fort) et le sens haptique (le retour de force dans le geste est plus important). Enfin, la pascaline garde en mémoire le cardinal d'une collection et l'affiche par un nombre, comme un compteur. Mais par rapport au compteur papier disponible dans certains manuels, elle est plus fiable lors des manipulations et au final les élèves produisent peu d'erreurs de dénombrement une fois qu'ils ont appris à manipuler l'outil.

Les résultats de ce travail concernent également le développement de connaissances et savoirs au sein du collectif d'enseignants, formateurs, conseillers pédagogiques et chercheurs du groupe pascaline de la MPSA. Il y a d'une part les ressources produites par le collectif pour les enseignants et les formateurs (actuellement disponibles uniquement de façon interne). L'objectif de la dernière année de travail est de mettre à disposition, par une publication, le fruit de l'activité du groupe. Mais la production concerne également le développement professionnel des membres du groupe, qu'ils soient enseignants, formateurs ou chercheurs. De nouvelles connaissances ont été construites par les enseignants qui déclarent, par exemple, être maintenant plus attentifs à bien présenter la tâche à accomplir aux élèves et, lors des mises en commun, à veiller à ce que les élèves verbalisent les procédures qu'ils ont utilisées pour accomplir la tâche en s'appuyant sur les outils utilisés. Cette prise de conscience chez les enseignants de la différence entre la tâche donnée et la technique à utiliser pour la réaliser (que faut-il faire et comment le faire), comme la distinction entre la technique et la justification de la technique (comment faire et pourquoi ça marche) résulte de l'analyse théorique que le groupe a conduite en distinguant les tâches, les techniques et les justifications selon la théorie anthropologique du didactique (Chevalard, 1999). Pour les chercheurs apparaissent également de nouvelles connaissances par rapport aux travaux antérieurs (Soury-Lavergne & Maschietto, 2015). Par exemple, une particularité de la pascaline est de générer une collection éphémère de sons, ce que ne font pas les autres outils de dénombrement habituellement utilisés en classe. C'est cette propriété qui n'avait pas émergée dans les projets précédents avec la pascaline, qui a été utilisée dans le groupe de travail de la MPSA pour concevoir des situations d'apprentissage. Une autre connaissance développée par les formateurs du groupe de travail est relative au fait qu'il est possible et utile de distinguer collection, grandeur et mesure pour former les enseignants.

IV - RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ALDON G., ARZARELLO F., CUSI A., GARUTI R., MARTIGNONE F., ROBUTTI O., SOURY-LAVERGNE S. (2013) The Meta-Didactical Transposition: A Model for Analysing Teachers Education Programs. In *Proceedings of PME 37*. Kiel, Germany.

BALACHEFF N., & MARGOLINAS C. (2005) cK¢ Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In C. Margolinas & A. Mercier (Eds.), *Ecole d'Ete de Didactique des Mathématiques* (pp. 1–32). Corps, France: La pensée Sauvage Grenoble, France.

CHEVALARD Y. (1999) Analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherche En Didactique Des Mathématiques*, *19*(2), 221–266.

FAYOL M. (2012) *L'acquisition du nombre*. Paris: Presses universitaires de France.

GENTAZ E. (2014) Comment aider les enfants de 5-6 ans à connaitre les figures géométriques planes ? Un point de vue des sciences cognitives de l'éducation. In *XLe colloque de la COPIRELEM* (pp. 81–86). Nantes, France.

MARGOLINAS C., & WOSNIACK F. (2012) *Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique.* (De Boeck). Bruxelles.

NOIRFALISE A. (2017) Mesures et grandeurs, système de numération. Publication de la Maison pour la science en Auvergne.

RIOU-AZOU G., & SOURY-LAVERGNE S. (2015) Mallette d'outils mathématiques, le boulier et la pascaline. In *XXXXIe colloque de la COPIRELEM*. Mont de Marsan, France.

SOURY-LAVERGNE S. (2014) *MOM pascaline et e-pascaline, une Mallette d'Outils Mathématiques pour la numération et le calcul en CP*. Rapport IFE Canopé. http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/equipes-associees-13-14/mallette

SOURY-LAVERGNE S., & MASCHIETTO M. (2013) A la découverte de la « pascaline » pour l'apprentissage de la numération décimale. In C. Ouvrier-Buffet (Ed.), *XXXIXe colloque de la COPIRELEM*. Quimper.

SOURY-LAVERGNE S., & MASCHIETTO M. (2015) Number system and computation with a duo of artefacts: The pascaline and the e-pascaline. In X. Sun, B. Kaur, & J. Novotna (Eds.), *The Twenty-third ICMI Study: Primary Mathematics Study on Whole Numbers* (pp. 371–378). Macau, China: ICMI.

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, *10*(2.3), 133–170.

QUELLE PRISE EN COMPTE DES GESTES PROFESSIONNELS DU MAÎTRE DANS LA PRODUCTION DE RESSOURCES ISSUES DE RECHERCHES ?

Henri-Claude ARGAUD
Equipe ERMEL (Ifé)
Hargaud@gmail.com

Jacques DOUAIRE
Equipe ERMEL (Ifé)
Jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
Equipe ERMEL (Ifé), ESPE de l'académie de Reims, URCA-CEREP
Fabien.emrpin@univ-reims.fr

Résumé
Les ressources produites par l'équipe ERMEL s'appuient sur l'analyse des pratiques enseignantes qu'elles visent à transformer et nécessitent des gestes professionnels pour la conduite des situations didactiques.
Comment identifier ces gestes pour permettre à l'enseignant d'utiliser de tels dispositifs ?
Comment dans une ressource accompagner l'enseignant dans des choix liés aux caractéristiques de sa classe ?
Nous présentons des éléments d'analyse et qui pourraient contribuer à une réflexion sur ces questions.

I - INTRODUCTION

1 Des problématiques

Les recherches menées par l'équipe ERMEL visent à produire des ressources privilégiant notamment le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages. Ces ressources présentent une certaine robustesse (Douaire et Emprin, 2015) pour des enseignants du primaire non spécialistes des mathématiques ; c'est à dire qu'elles permettent d'anticiper et de produire une réelle activité mathématique des élèves et ainsi d'atteindre les apprentissages annoncés. Cela suppose bien entendu que les enseignants en comprennent les enjeux. Toutefois, plusieurs constats récents modulent ces affirmations.

D'une part, dans le domaine des apprentissages spatiaux ou géométriques de la GS au CE1 sur lequel porte notre recherche actuelle, des objectifs en termes de savoir mathématique, sont parfois moins explicitables. Certaines activités constituant davantage des expériences.

D'autre part nos dispositifs supposent implicitement une gestion spécifique de la classe, par exemple des moments de dévolution ou de mises en commun, gestion qui est en construction chez des enseignants débutants.

Aussi comment prendre en compte, dans la production de nos ressources, ce travail de l'enseignant dans la conduite en classe de ces situations, compte tenu de la diversité des contenus et des publics ? Ce sont ces questions actuelles sur la production de ressources que nous souhaitons partager dans cette communication.

2 Une continuité

Elle se situe dans la continuité de nos précédentes interventions aux colloques de la COPIRELEM, nous avions déjà cette double interrogation d'une part sur la nature des apprentissages spatiaux et géométriques et d'autre part sur la production de ressources.

Le tableau ci-dessous rappelle les thèmes abordés.

Colloque	Thèmes relatifs au spatial ou au géométrique	Questions sur la production de ressources
Dijon (communication)	3 D - Rectitude et alignement au cycle 2	Appropriation par les enseignants débutants
Nantes (atelier)	Angle droit - Gestes de l'élève	Robustesse des situations
Nantes (communication)	Spatio-graphique	Spécificité des activités en GS
Mont-de-Marsan (communication)		Recherche et production de ressources
Besançon (atelier)	Spatio-graphique Expérience	Contextualisation - Dévolution - Mise en commun

3 Analyse du travail de l'enseignant

Nous avons besoin d'expliciter quels sont les besoins d'un enseignant pour s'approprier les enjeux de la situation. Notre analyse porte sur la compréhension :

- du problème mathématique posé et sa contribution à un apprentissage sur le long terme ;
- des procédures, représentations et propriétés dont disposent les élèves pour pouvoir le résoudre ;
- de la description de l'activité mathématique de l'élève : élaborer une solution, la contrôler, formuler ses résultats et méthodes…

Lors de la mise en œuvre de la situation d'autres choix ou décisions sont à prendre :

- adapter aux possibilités et caractéristiques de la classe : envisager des différenciations, décider des formes de travail ;
- favoriser un contrat didactique adéquat aux différentes phases de l'activité ;
- assurer la dévolution du problème (par exemple : s'assurer de l'appropriation de l'énoncé sans guider les élèves…) ;
- analyser ce que les élèves produisent, préalablement à la mise en commun, la conduire (organiser les échanges) ; choisir de privilégier, par exemple, des procédures auxquelles tous les élèves peuvent accéder ;
- prévoir la synthèse et l'institutionnalisation, et les reprises ou entraînements nécessaires.

Ces gestes professionnels s'acquièrent-ils par la pratique ? Sont-ils généralisables ? Et, dans ce cas, comment permettre leur acquisition à partir d'une ressource ?

Dans les enquêtes que nous avions menées auprès des enseignants sur les apprentissages spatiaux et géométriques de la GS au CE1, ceux-ci souhaitaient faire autre chose que de privilégier le vocabulaire, les tracés et quelques situations de repérage spatial. Mais deux demandes étaient aussi exprimées : disposer de « vrais » problèmes pour ces apprentissages et d'une vision des buts principaux de l'enseignement qui dépasse celui d'une année.

Aussi illustrons-nous ces interrogations sur la nature des apprentissages en jeu à partir d'un exemple d'activité spatiale au CP et sur le niveau de description d'un dispositif avec l'analyse d'une situation numérique au CP.

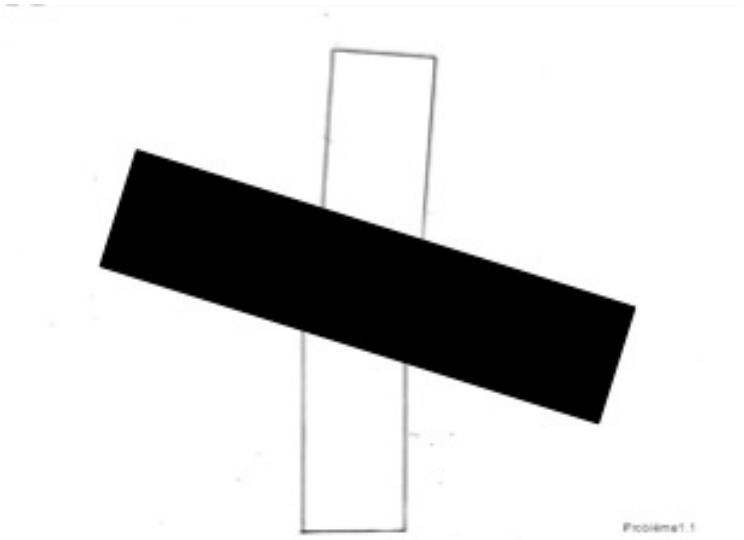
II - PREMIER EXEMPLE : D'UNE SITUATION SPATIALE À L'APPRENTISSAGE GÉOMÉTRIQUE INCERTAIN

Dans notre recherche actuelle nous avons expérimenté des activités, en GS ou en CP, qui constituent souvent des problèmes où les élèves s'investissent, anticipent des déplacements dans l'espace, ou des

mouvements, mais pour lesquelles un savoir ne semble pas toujours institutionnalisable ? Comment accompagner les élèves dans ces échanges ?

1 Présentation de la situation : les bandes cassées

Un cache rectangulaire noir est posé sur une bande.



La question suivante est posée aux élèves :

« Est-ce que les morceaux sous la bande ont été déplacés ?

Oui – Non -Je ne peux pas dire. Écris pourquoi. »

2 Nos interrogations

Quelles procédures les élèves peuvent-ils employer ? Que celles-ci soient correctes, inadaptées, erronées ou traduisent une indécision :

- Rejoindre les points correspondants de part et d'autre du rectangle gris (qui laisse apparaître les traits faits dessus) qui cache au moyen d'une ligne droite ou brisée.
- Prolonger un segment (apparent d'un côté du rectangle blanc) pour le traverser et voir si on rejoint le segment d'en face et comment (ligne droite ou brisée)
- Et avec quels instruments ? Coup d'œil, règle, fil de laine, autre ?
- Et quelle mise en œuvre pour que les élèves puissent dégager des arguments (en travaillant par exemple par 2 ou 4), et les échanger (mise en commun) ?

Quels savoirs peuvent être visés ?

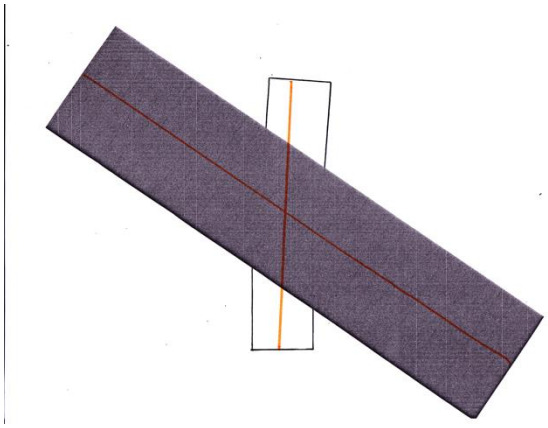
- Sur des déplacements dans le plan ou leurs effets sur des objets rectilignes.
- Sur des propriétés des rectangles

Comment prendre en compte les besoins liés à l'appropriation de la situation lors de son élaboration ? En l'expérimentant ?

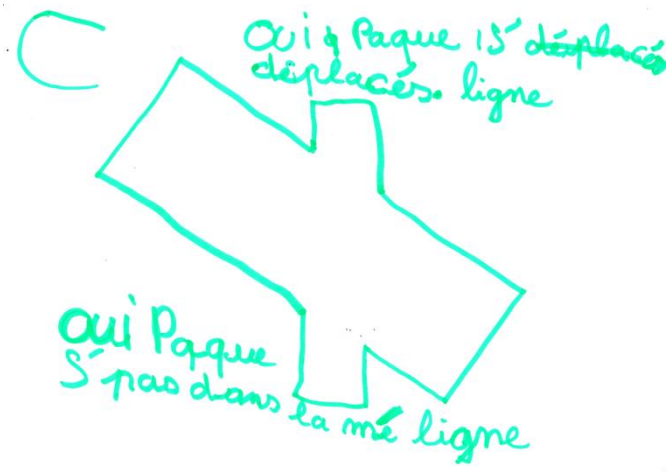
Comment la décision du vrai et du faux peut-elle s'opérer ?

Quelle est la nature des connaissances mobilisées ?

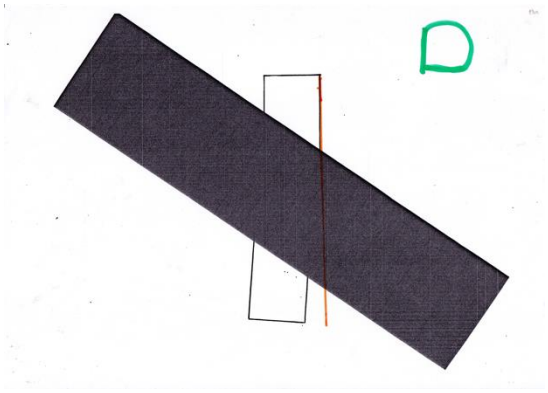
3 Présentation de quelques productions d'un CP



E : « Non parce que le trait il est tout droit »



C : « oui parce que ce n'est pas dans la même ligne »



D : « Oui parce que l'on a vu que c'était écarté »

4 Analyse des procédures produites

La situation a été proposée en septembre 2015 aux 16 élèves de CE1 d'une classe de CE1-CE2 (Audrey SARTRE Ecole de Saint Uze) : les élèves ont travaillé par groupes de 2.

- **Procédures inadaptées :**
  - **Réponse fausse ON NE PEUT PAS DIRE (1 groupe)** Jugé par perception visuelle (G) ;
  - **Réponse fausse, NON (3 groupes)**
    - Tracé d'un trait médian, (« parce que le trait il est tout droit » (E) (H)
    - Tracé d'un trait approximatif en bord unifiant les deux traits : « on a mis la règle droite et on a vu que c'était bien » (F)
- **Procédures sans tracé, réponse juste OUI (**3 groupes):
  - Jugé par perception visuelle : « parce que ce n'est pas droit » (B) ;
  - Comparaison des supports : « Parce que ce n'est pas dans la même ligne » (C)
  - Évaluation d'écart entre supports de traits : « Il y a encore du blanc » (A)
- **Procédures avec tracé, réponse juste OUI** (1 groupe):
  - Évaluation d'écart entre supports de traits : « Parce qu'on a vu que c'était écarté » (D)

Ces procédures peuvent donc s'appuyer sur la perception visuelle sur un tracé d'un trait.

5 Questions sur la situation et les apprentissages visés

Ces productions seraient-elles modifiées par des actions préalables dans la présentation de la situation ? Par exemple :

- Reproduire devant les élèves la suite des actions faites (le matériel pris, la « casse » de la bande, son « déplacement » éventuel, le positionnement du « cache »).
- Indiquer ce qui a été fait du montage : une photocopie ; montrer la photocopie, support du travail à venir.

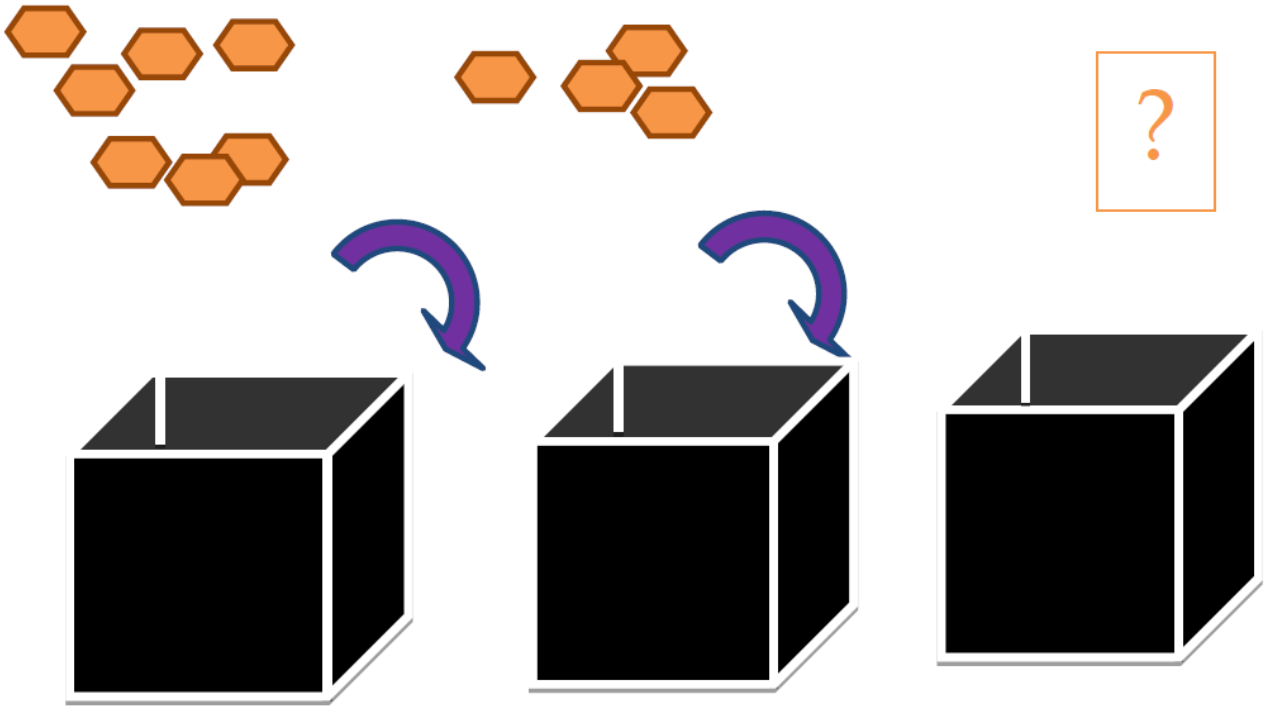
Compte tenu des incertitudes sur les potentialités des élèves, que permet de lever en partie des expérimentations, on est en droit de s'interroger sur la nature des apprentissages et sur les incertitudes pesant sur les choix de l'enseignant.

Les élèves ont résolu le problème en mobilisant la rectitude (celle des instruments employés ou de la bande). Mais que conclure après cette situation : cet apprentissage relève-t-il d'expériences pour que l'élève appréhende l'utilisation de représentations graphiques ? Ou constitue-t-il une étape dans une progression sur l'apprentissage d'une notion géométrique au moyen de situations didactiques ?

C'est à cet ensemble de questions que nous avons à répondre dans ce domaine avant de produire une ressource pour les enseignants et les formateurs.

III - ANALYSE D'UN DISPOSITIF

Dans le domaine des apprentissages numériques, même lorsque les finalités des apprentissages sont définies (ici permettre aux élèves de prendre conscience que l'on peut « anticiper » avec les nombres), l'état de leurs connaissances et procédures connu, des questions se posent sur la description des situations. Dans la situation Boîte-Noire, proposée dans ERMEL CP pour le mois de novembre les élèves ont à déterminer un état final (ou une transformation) sans pouvoir voir ou à plus forte raison manipuler les objets concernés dans ce problème additif.



1 Quel accompagnement par le maître lors des échanges ?

Nous reportons ici le descriptif d'échanges menés dans une classe de CP, qui illustrent quelques difficultés des élèves à formuler leurs stratégies. Nous repérons aussi des interventions de l'enseignante qui constituent des gestes professionnels importants pour les accompagner dans leur expression.

1.1 Mettre en confiance et ne pas trop insister

Ens : « Alors Céline alors toi est-ce que tu as trouvé combien il y a dedans ? Oui ? »

Céline n'ose pas parler

Ens : « Qu'est-ce qui te pose souci ? Tu arrives à nous parler d'habitude. Clothilde tu as réussi aussi ? »

Clothilde : Oui

Ens : « Alors qui pense avoir trouvé ? »

Des élèves : Moi

Seuls deux ou trois élèves ne lèvent pas la main (dont Céline)

Ens : « Céline alors on n'est pas trop sûrs, tu peux me dire ce que j'ai fait avec cette boîte ? »

Céline : « T'as mis 4 pions dans la boîte »

Ens : « C'est tout ce qui s'est passé dans cette boîte noire depuis que tu es arrivée ? »

1.2 Conduire à expliciter

Quelques échanges ultérieurs dans la même séance :

Ens : Il y a 11 jetons ? Est-ce que tu peux expliquer comment tu as trouvé que cela faisait 11 ?

Eloi : Parce que j'ai calculé ; au départ j'ai compté 7 jetons, après j'ai compté les 4 jetons et je me suis dit que ça faisait 11.

Ens : D'accord, comment tu fais quand tu dis j'ai calculé ; qu'est-ce que tu fais ?

Eloi : J'ai compté dans ma tête

Ens : Tu peux le faire pour que l'on comprenne ce que ça veut dire avec le 7 et le 4 comme tu as fait ; vas-y !

Eloi : j'ai compté.

L'élève bouge les doigts en même temps qu'il dit mais de façon peu visible.

Ens : Vas y fais le avec tes mains si c'est avec tes mains

Eloi : J'ai fait déjà 7.

L'élève fait 7 mais avec les mains contre sa table et avec les manches qui cachent presque les mains.

Ens : montre avec tes doigts, les autres ne peuvent pas voir, montre-leur comment tu as fait 7 avec tes doigts, vas-y !

2 Questions posées sur les ressources :

En regardant le descriptif d'ERMEL CP pour lequel cette activité est considérée comme un des « petits problèmes » préalable à la situation « Le nombre-cible » il est indiqué dans le déroulement de l'étape 1 :

« Un élève est invité à mettre x objets (x est annoncé à la classe et/ou écrit au tableau) dans la boîte ; un autre élève met à son tout y objets (y est annoncé à la classe et/ou écrit au tableau) dans la boîte sans les mettre un à un ; la boîte est fermée et il est demandé aux élèves de trouver combien il y a d'objets dans la boîte. Il est annoncé qu'on vérifiera ensuite en comptant dans la boîte. Au départ les nombres sont compris entre 1 et 20 et y un nombre compris entre 1 et 5 ».

Et sept lignes plus loin :

« La taille des nombres joue un rôle important dans le choix des procédures de résolution ; ainsi on favorisera l'utilisation du surcomptage en proposant d'abord d'ajouter à x un petit nombre : 1,2 ou 3, par exemple (avec x assez grand pour éviter le surcomptage) »

Ici c'est à l'enseignant de choisir les valeurs, dans ces champs numériques, et ceci est illustré par des exemples, ainsi que les modalités possibles de déroulement (en collectif, en atelier…) ; la durée des activités et les interventions de l'enseignant relevant de ses initiatives. Aussi, comme nous voulons donner une place plus importante à cette situation pour les apprentissages numériques, nous nous interrogeons sur les décisions que peut prendre l'enseignant si elles ne figurent pas dans le descriptif, bien qu'elles puissent être exposées de façon plus générale dans des parties théoriques de l'ouvrage.

IV - DES CHOIX SUR LA PRODUCTION DE RESSOURCES

Cette double interrogation sur la compréhension des apprentissages possibles et sur les marges de manœuvre d'un enseignant, notamment débutant, par rapport à un descriptif nous a conduit à présenter un certain nombre de choix que doit faire un enseignant au fur et à mesure du déroulement de la situation. De plus il nous paraît nécessaire d'expliciter non seulement les variables didactiques, mais aussi les choix d'organisation, les médiations nécessaires de l'enseignant. Nous cherchons donc à rendre visibles les interventions nécessaires de l'enseignant selon, par exemple, les productions des élèves. Présenter l'intégration du savoir visé dans une progression globale ; proposer des choix de progressions en explicitant leur statut ; décrire les situations en prenant en compte les compétences professionnelles en construction (par exemple pour un débutant en début d'année…) nous semble à privilégier avec le choix d'une description précise des actions de l'enseignant garantissant une activité robuste, des adaptations nécessaires selon les caractéristiques de la classe.

Ces gestes professionnels mis en œuvre dans des situations sont-ils généralisables ? Notre objet d'analyse n'est pas seulement constitué par un recueil des actions d'enseignants observées mais aussi par l'analyse de ce que des dispositifs d'enseignement supposent comme prises de décision.

V - DÉBAT

Nous transcrivons ci dessous des éléments des échanges qui ont eu lieu durant la présentation.

1 Proposition de questions précises pour amorcer le débat

Notre choix de proposer un descriptif plus précis est-il approprié ?

Notre hypothèse d'une description fine des compétences professionnelles est-elle partagée ?

La mise en œuvre de situations (pas seulement les nôtres) conduit-elle à des développements repérables de compétences professionnelles ?

Comment ces questions pourraient-elles être prises en charge au sein de la communauté didactique ?

2 Des interactions langagières… au rôle du maître[1]

Remarque : vous parlez de gestes pédagogiques et de gestes didactiques et à la lecture des diapos il y a quelque chose qui apparaît ici, ce sont les gestes professionnels et langagiers et l'importance des interactions langagières, si on fait le parallèle avec ce qui est dit en français, par exemple les interactions langagières, les travaux de Goigoux cela apparaît aussi. En didactique du français, les interactions langagières sont toujours là, alors que pour nous avec les situations didactiques nous plaçons aussi les élèves dans le faire, dans l'action …

Réponse : En effet, ici il n'y a pas que du langagier : par exemple dans boîte-noire il faut fermer la boite. Et aussi, c'est tout un art pour le maître de présenter comme il faut (exemple du recouvrement cité en géométrie), cela pose toute la question de savoir comment on va le dire. Quelquefois, dans les situations didactiques on voit beaucoup l'interaction entre la situation et l'élève, mais l'enseignant est dehors ; nous on veut s'obliger à décrire cette part de silence… ou cette part d'activation langagière.

[1] Nous résumons sous la rubrique « remarque » les principales remarques ou questions formulées par les participants et en général sous la rubrique « réponses » les commentaires des intervenants

3 Relation entre expérience spatiale et apprentissage géométrique

Remarque : Opposition entre expérience et apprentissage

Réponse : dans les apprentissages spatiaux et géométriques, dès l'analyse a priori il y a un certain nombre de savoirs géométriques qui sont présents portant par exemple sur l'alignement, sur les formes, sur les transformations… Est-ce qu'une institutionnalisation va se faire lors de la situation ? Ou beaucoup plus tard ? Par exemple dans cette situation, si un élève dit « droit » est-ce que cela ne vaut pas le coup d'aller plus loin ; « droit » cela conduit à explorer la polysémie du terme, c'est une chose, mais en faire un objet d'apprentissage pour tous ?

Pourtant on repère tant dans les productions que dans les formulations liées à leur explication ou leur justification que les élèves ont mis en œuvre des connaissances de différents ordres (perception de la rectitude, propriété de figures, recours à des instruments et à un vocabulaire). Et si on ne vise pas un savoir déclaratif comment les acquisitions des élèves s'inscrivent-elles dans des apprentissages à plus long terme ? Et comment qualifier les contributions de ces problèmes ?

Actuellement nous essayons de construire une grille d'analyse des actions de l'élève concernant certains apprentissages spatiaux…

4 Sur la forme des ressources

Remarque : si on en reste à de l'écrit, on va passer de 3 à 4 pages à quelque chose de conséquent… il y a des situations dans lesquelles le verbal n'est pas forcément le plus efficace : des fois une vidéo est préférable.

Réponses : par rapport à l'état actuel d'ERMEL cela nous semblerait important de réduire tous les choix qui ne sont pas déterminants. Ensuite que la tâche de l'enseignant soit, si nécessaire, précisée, puis que les techniques pour mettre en place ces tâches puissent être décrites ; dans un troisième temps il peut y avoir un discours qui lui permette de comprendre que ces techniques ne sont pas locales.

Perez et l'équipe de Bordeaux dans un document de 1985 «Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle » retracent les échanges dans une classe. C'est un exemple de document qui peut être utilisé par un enseignant débutant ou en formation pour comprendre comment l'enseignant « agit » et « réagit ».

Remarque : moi, je salue l'initiative, par rapport à la question, de l'appropriation. Vous pointez du doigt quelque chose de fondamental : l'idée de prendre la chose dans l'autre sens, ne pas présenter cela de façon trop théorique, éviter ce qui est parasite…

Cette dernière remarque nous permet de revenir sur une des questions du départ : quelle place peut prendre le questionnement sur l'appropriation des produits de la recherche, dans le travail de la communauté des didacticiens ?

VI - BIBLIOGRAPHIE

ERMEL. (2006). Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, Hatier.

ARGAUD H.-C, BARBIER L., DOUAIRE J., EMPRIN F., GERDIL-MARGUERON G., VIVIER C. (2016). « Ressources pour la résolution de problèmes et les apprentissages géométriques au cycle 2 : une approche spatiale des figures courbes et du cercle » . Actes du XLIIe colloque COPIRELEM, Besançon, 2015.

ARGAUD H.-C,, COMBIER G., DOUAIRE J., DUSSUC M.-P., EMPRIN F., GERDIL-MARGUERON G., MAZUY C., VIVIER C. (2014). « Angle droit à l'articulation du cycle 2 et du cycle 3». Actes du XLe colloque COPIRELEM, Nantes, 2013.

DOUAIRE J., EMPRIN F., . (2015). Quels critères de validité, quelle appropriation par les enseignants de ressources issues de recherches en didactique. Actes du XLI e colloque de la COPIRELEM, Mont-de-Marsan, 2014.

UNE ANALYSE D'UN DISPOSITIF DE FORMATION INITIALE : DES ATELIERS DE PRATIQUE PROFESSIONNELLE EN MATERNELLE AVEC DES ÉTUDIANTS DE M1

Ludovic TISSERAND[1]
PEMF, Academie de Paris
ludovic.tisserand@ac-paris.fr

Anne BILGOT et Emmanuelle SERVAT
PRAG-PESPE, ESPE de Paris
anne.bilgot@espe-paris.fr
emmanuelle.servat@espe-paris.fr

Résumé
A l'ESPE de Paris, chaque étudiant participe au cours de l'année de M1 à deux Ateliers de Pratique Professionnelle. Ce texte décrit certains aspects du travail qui est conduit depuis plusieurs années lors d'Ateliers de Pratique Professionnelle de mathématiques en maternelle par des binômes constitués d'un formateur en mathématiques et d'un maître-formateur. Il explique en particulier, en quoi, selon ces formateurs, ces dispositifs peuvent contribuer :

- à la formation initiale des professeurs des écoles sur la construction du nombre ;
- à questionner certaines modalités pédagogiques concernant les apprentissages en maternelle (les « rituels » et la place du jeu par exemple) ;
- à la formation de formateurs, par les échanges qui s'opèrent lors de ce travail conjoint entre un PESPE et un PEMF.

Ce texte présente un travail issu de plusieurs Ateliers de Pratique Professionnelle (APP) en mathématiques conduits ces dernières années à l'ESPE de Paris auprès d'étudiants de M1. Ces ateliers sont des dispositifs de formation de quinze heures, conduits sous la responsabilité conjointe d'un maître formateur et d'un formateur en mathématiques de l'ESPE. Ces ateliers se déroulent dans la classe du maître-formateur. Nous présentons succinctement ce dispositif, en mentionnant d'autres dispositifs de formation des maîtres en mathématiques, se déroulant également dans des classes, que l'on peut trouver dans la littérature. Nous détaillons ensuite les objectifs de formation que nous avons à ce jour assignés à ces ateliers, en nous appuyant sur plusieurs exemples d'ateliers conduits ces dernières années en maternelle. Nous présentons d'abord le point de vue d'un maître-formateur, puis celui de deux formatrices en mathématiques, à travers des exemples d'ateliers portant sur la construction du nombre. Nous terminons en explicitant pourquoi selon nous ce dispositif de formation est bénéfique, tout en dégageant des questions qu'il suscite.

[1] Le travail présenté lors de la communication est le fruit de plusieurs collaborations : il a été élaboré avec Christine Bajard et Laurence Gaudet, maître-formatrices, et avec Caroline Girardot et Jean-Baptiste Mayenson, formateurs à temps partagé en mathématiques à l'ESPE de Paris, que les auteurs remercient vivement.

I - FORMER LES PROFESSEURS DES ÉCOLES EN MATHÉMATIQUES EN LES ACCOMPAGNANT DANS DES CLASSES : QUELQUES DISPOSITIFS

Plusieurs travaux rédigés ces dernières années présentent des dispositifs de formation des professeurs des écoles en mathématiques dans lesquels le formateur accompagne les formés dans des classes. Nous recensons rapidement quelques-uns de ces exemples, en formation continue puis en formation initiale, sans chercher cependant à détailler ici leurs modalités : nous invitons le lecteur intéressé à se référer aux articles cités. Nous présentons ensuite l'organisation de notre dispositif de formation : les Ateliers de Pratique Professionnelle que nous menons à l'ESPE de Paris.

1 Quelques dispositifs de formation en mathématiques des PE dans les classes

1.1 En formation continue

Eysseric (2014) décrit les *Chantiers Maths'Ernelle* mis en place dans plusieurs circonscriptions des Bouches du Rhône. Une douzaine de professeurs des écoles volontaires et un formateur ESPE travaillent ensemble durant une année. Quatre modalités sont utilisées : des temps de formation en présentiel pour le choix des thèmes travaillés, la présentation de ressources, puis la présentation des travaux réalisés ; des temps à distance d'échanges autour des préparations ; des temps de préparations individuelles ; et enfin, dans les écoles, des temps d'observation et d'analyse avec le formateur ESPE. Ces chantiers ont débouché sur la diffusion de matériel et de séquences, par exemple pour la construction du nombre en maternelle.

Batteau (2015) décrit le dispositif des *Lesson Studies* expérimenté dans le canton de Vaud. Un petit groupe d'enseignants (par exemple huit) construit une leçon qui pose des difficultés pour les élèves ou les enseignants. Cette leçon est ensuite mise en œuvre dans la classe d'un des enseignants du groupe et est observée par les autres membres du groupe. Le groupe peut ensuite décider d'essayer d'améliorer la leçon et la boucle recommence.

1.2 En formation initiale

Mangiante (2007) présente et analyse un scénario de formation : les Ateliers d'Analyse de Pratique Professionnelle, alors conduits à l'IUFM d'Orléans-Tours avec des stagiaires PE2, avant leurs stages en responsabilité. Vingt heures étaient consacrées à ces ateliers pour les mathématiques. Les stagiaires, par petits groupes (de quatre à sept), concevaient, mettaient en œuvre puis analysaient des séances dans la classe d'un maître-formateur, avec l'appui d'un formateur IUFM. Les séances étaient filmées.

Clivaz (2015) décrit une adaptation à la formation initiale des *Lesson Studies* pratiquées dans le canton de Vaud, auprès d'étudiants-stagiaires. Le dispositif, centré sur l'observation et l'analyse des erreurs des élèves, est présenté de la manière suivante : "*un groupe de quatre étudiants étudie une erreur typique en calcul réfléchi produite par un élève réel et planifie une interaction avec cet élève afin de le guider dans son apprentissage, en particulier en utilisant des éléments de métacognition. Un des étudiants vivra ensuite cette interaction dans sa classe de stage avec l'élève concerné, enregistrera et transcrira cette interaction. Cette transcription sera analysée par le groupe en séminaire afin d'identifier les effets des interventions de l'enseignant sur les apprentissages des élèves et de préparer une nouvelle version de l'interaction qui sera vécue par un deuxième étudiant avec un autre élève la semaine suivante, et ainsi de suite.*"

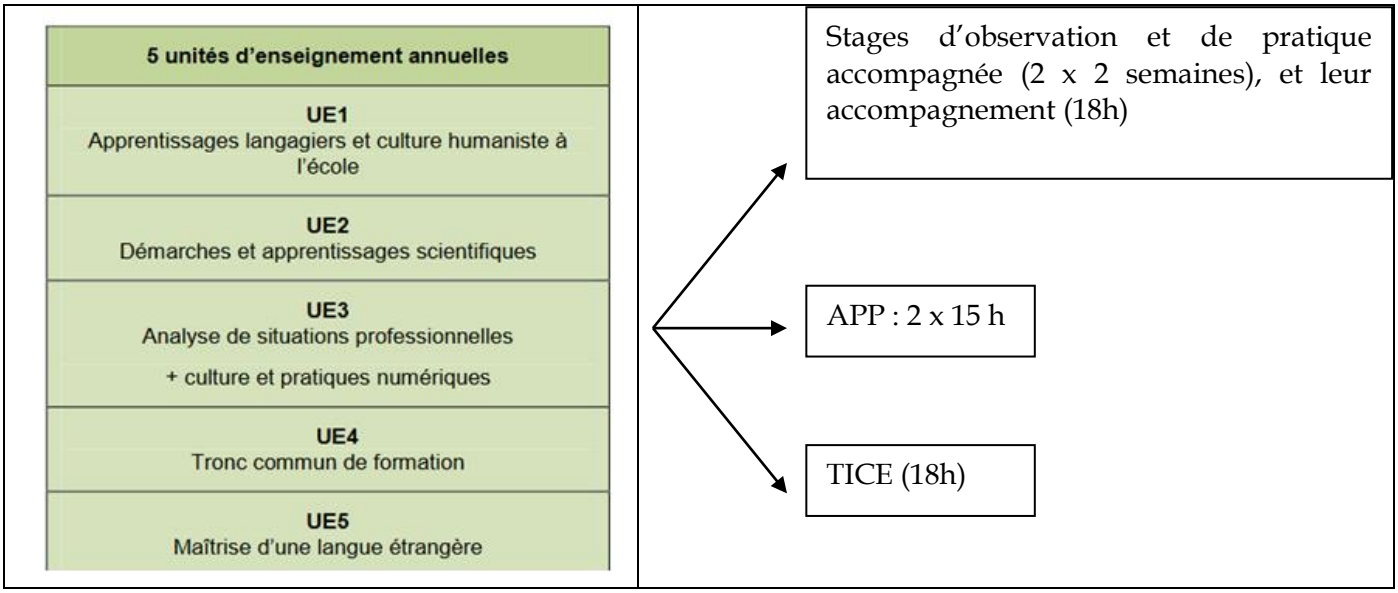
2 Notre dispositif

Par rapport aux dispositifs que nous avons recensés ci-dessus, les Ateliers de Pratique Professionnelle (APP) auxquels nous nous intéressons dans ce texte sont aussi des dispositifs de formation dans les classes, mais sont destinés à des étudiants de M1, qui ne sont donc pas encore stagiaires.

Ces ateliers se déroulent dans la classe d'un maître formateur qui co-encadre l'APP avec un formateur de l'ESPE. Ils ont lieu une matinée par semaine pendant cinq semaines consécutives (soit 15 heures de formation par étudiant). Les groupes sont formés d'environ huit étudiants.

En général, une séance d'APP se découpe de la manière suivante : la première heure et demie a lieu en classe avec les élèves ; la seconde partie de la matinée est consacrée à l'analyse et au bilan de la séance, puis à la préparation de la séance suivante, sans les élèves mais en présence des deux formateurs (en général, la classe du maître-formateur est prise en charge par le directeur de l'école). Lors de la première séance, le maître formateur conduit la classe et les étudiants observent, puis les semaines suivantes, les étudiants, souvent en binôme, prennent le relais. La préparation des séances menées en classe par les étudiants est donc découpée en deux temps : un temps en présence du groupe après la séance en classe ; puis un temps à distance, avec des échanges et des régulations par courrier électronique avec les deux formateurs autour des documents demandés (préparations, documents ou matériel à fabriquer…).

Ces APP s'intègrent dans la maquette de l'année de formation de M1 à l'ESPE de Paris comme le décrit le schéma suivant (organisation 2014 - 2017) :



Au cours de leur année de M1, les étudiants choisissent deux APP (par un système de vœux), souvent dans deux disciplines différentes, et effectuent la plupart du temps un APP en maternelle et un en élémentaire. Globalement, à peu près un tiers des étudiants ont la possibilité de faire un APP en mathématiques au cours de l'année de M1, et un peu moins de la moitié de ceux-ci le font en maternelle.

Les étudiants de M1 ont par ailleurs actuellement dans leur formation 93 heures de mathématiques (enseignement disciplinaire et didactique, réparties en 18 heures de cours magistraux et 75 heures de travaux dirigés) au cours desquelles ils ont à peu près 6 heures de formation portant sur le nombre en maternelle (ce volume variant selon les formateurs)).

Dans la suite, nous nous appuyons essentiellement sur trois APP, pour lesquels nous nous proposons d'analyser, *a posteriori*, le travail que nous avons conduit. Ces trois APP portent sur la construction du nombre en maternelle. Plus précisément : l'un de ces APP, en GS, porte sur la situation de référence du nombre comme mémoire de quantité : "aller chercher juste ce qu'il faut", sous différentes contraintes. En MS-GS un second APP s'intéresse aux problèmes de comparaisons de quantités. Enfin, un dernier APP porte sur l'utilisation de jeux pour construire le nombre en GS. Nous présentons d'abord le point de vue d'un maître-formateur ayant participé au deuxième APP, puis le point de vue de deux formatrices ESPE, ayant participé respectivement au premier et aux deux derniers APP.

II - QUELS OBJECTIFS DE FORMATION POUR UN APP EN M1 ? LE POINT DE VUE D'UN MAÎTRE - FORMATEUR

L'APP est pour la grande majorité des étudiants une première approche de la classe et des élèves de l'école maternelle. Pour le PEMF c'est un dispositif de formation qui offre des possibilités concrètes pour réfléchir à ce qu'il veut montrer d'une pratique possible, et qui soulève des questions : comment rendre « lisible » la séance que je vais proposer à l'observation ? Comment y insérer les prémices d'une réflexion sur les idées préconçues, les « stéréotypes » associés à ce que serait « forcément » l'Ecole Maternelle ?

Notre réflexion s'appuie sur le rapport de l'IGEN sur l'École Maternelle paru en octobre 2011 (Bouysse, Claus, et Szymankiewicz). Celui-ci questionne certaines facettes de la pédagogie développée à l'Ecole Maternelle ces dernières années : les ateliers, les « fiches », les « rituels », l'habillage des situations, etc. et plus généralement la question de l'apprentissage *vs* l'activité.

1 Les modalités de mise en activité des élèves

Le rapport souligne que l'organisation pédagogique de l'École Maternelle peut sembler immuable : un accueil, un regroupement prétexte à des activités collectives ritualisées (pour fournir des repères aux élèves), des ateliers (groupes d'enfants souvent sollicités par des tâches individuelles, ateliers « tournants », de « couleur »…) et un regroupement pour dresser un bilan des différentes activités réalisées. L'APP est selon nous l'occasion de questionner ces habitudes, et de montrer et mettre en œuvre une organisation qui peut se moduler en fonction des apprentissages envisagés.

1.1 Le « regroupement » et les moments collectifs

C'est un moment complexe à gérer pour les PE, que ce soit pour capter l'attention des élèves ou pour proposer des contenus d'apprentissages adaptés à chacun. En APP, nous orientons l'observation des M1 d'une part sur la forme : l'organisation spatiale, la légère théâtralisation de l'enseignant, la modulation de la voix, la présence de repères visuels. Nous explicitons d'autre part des choix relatifs au contenu de ces moments. Nous distinguons ainsi des activités véritablement collectives (chants, comptines, lectures, jeux mathématiques préparant au calcul mental), sur lesquelles il faut selon nous s'appuyer dès la Petite Section, des mises en communs construites et régulées d'apprentissages qui ont eu lieu à d'autres moments de classe (avec la mise en mots de procédures et/ou de découvertes…), qui ne peuvent selon nous être introduites en classe que progressivement.

Nous faisons également vivre des « rituels », que nous interrogeons. Comme l'indique le rapport de 2011, *« les « rituels » de début de journée ne sont imposés par aucun texte. Ils s'inscrivent pourtant dans tous les emplois du temps. On y traite systématiquement de la présence et de l'absence des élèves et de leur dénombrement, de la date du jour, parfois du comptage de ceux qui déjeunent sur place, parfois du temps qu'il fait. »*. Lors d'un APP, nous nous attachons à expliciter les intentions liées à ces rituels (par exemple travail sur le dénombrement, sur la construction de repères temporels, mais aussi sur la construction de la cohésion du groupe-classe), sans masquer auprès des M1 les difficultés liées à ces moments : comment prendre en compte les différences significatives entre élèves ? Comment inscrire ces « rituels » dans des apprentissages structurés prenant en compte d'autres moments de classe (accueil, jeux, situations fonctionnelles) ?

1.2 La nécessité d'envisager différentes formes pour les moments individuels et/ou par groupes

Le rapport (Bouysse, Claus, et Szymankiewicz) de l'IGEN de 2011 insiste sur l'aspect sclérosant de certains dispositifs de mise en activité de l'élève, notamment les groupes de « couleur » ou « ateliers tournants » (des petits groupes d'élèves ayant une tâche à effectuer, souvent en individuel, et qui auront à réaliser l'ensemble des activités prévues à un moment de la journée et/ou de la semaine). Lors d'un APP, nous questionnons cette habitude de fonctionnement de l'école maternelle, en la faisant vivre pour en dégager des avantages (du point de vue de la répartition du matériel dans la classe, et du

développement de l'autonomie des élèves), mais aussi pour en cerner les limites évoquées dans le rapport, en proposant d'autres dispositifs possibles :

- nous proposons ainsi des moments où les élèves travaillent par îlots, mais où l'activité (jeu, problème) est la même pour tous : par exemple un jeu de bataille, inspiré de celui qui est proposé en moyenne section dans un extrait du DVD réalisé pour *Cap Canal* par Lemaître et Meirieu (2007), que nous évoquons dans la partie III à suivre ;

- nous proposons également des moments où une même compétence est travaillée par tous mais avec des modalités (individuel, par groupe) et des supports différents : par exemple un travail commun sur la comparaison de quantités, dont des éléments sont également détaillés dans la suite de cet article.

2 Les modalités d'apprentissage

L'APP permet de questionner ce qu'est apprendre pour un élève de 3 à 6 ans : remplir une fiche permet-il d'apprendre ? Si ce n'est pas le cas comment construire la progressivité nécessaire à l'élaboration des connaissances ? Quelles modalités d'apprentissage proposer pour des élèves ne sachant ni lire ni écrire ?

2.1 Fiches vs manipulation

Le rapport (Bouysse, Claus, et Szymankiewicz) de l'IGEN de 2011 souligne les points suivants : « *Avec de jeunes enfants, s'il n'y a pas un ancrage dans la manipulation, dans la progressive symbolisation à partir de l'observation, de la manipulation ou du « vécu », il y a de fortes chances que l'on aboutisse non pas à une formalisation de l'expérience (les mots prenant sens à partir de l'expérience) mais à un formalisme dénué de sens pour les enfants et qui ne laissera ni trace ni structure en mémoire. […] Avec les fiches en particulier, les résultats deviennent plus prégnants que les procédures et les stratégies, la méthodologie est peu enseignée. S'il n'y a pas un temps d'explicitation des bonnes procédures, des voies sans issue, des relations entre des moyens et un but, etc., il ne peut y avoir structuration d'acquisitions transférables.* »

Lors de la séance inaugurale de l'APP menée par le PEMF, nous choisissons souvent de proposer un travail sur fiche (par exemple en mathématiques, sur une feuille A4 où six arbres sont représentés, on demande « Dessine 3 pommes dans chaque arbre »). Cette fiche est ensuite analysée afin d'en montrer des limites en terme d'apprentissage :

- pas de possibilité d'essai, d'ajustement en cas d'erreur ;
- un accent mis sur la tâche (dessiner) au détriment de ce que l'on veut véritablement travailler (constituer une collection de cardinal donné) ;
- la possibilité qu'un manque de connaissance (représentation d'un arbre/du fruit inconnue des élèves) empêche la mobilisation du savoir-faire en jeu.

Une alternative est ensuite suggérée : par exemple préparer des collections de trois objets avec différents matériels (jeux de construction, jetons, etc.) permettant des rectifications en cas d'erreurs, et un travail explicite sur la quantité « trois » présentée sous différents aspects.

2.2 La place du jeu

Le rapport (Bouysse, Claus, et Szymankiewicz) de l'IGEN de 2011 formule des préconisations quant à la place du jeu dans les apprentissages à l'école maternelle : « *Ces apprentissages qualifiés d'a-didactiques, le plus souvent régulés par l'enfant, pourraient s'enrichir plus encore si l'enseignant prenait le temps de jouer avec les enfants pour complexifier les rôles, expliciter et faire comparer des manières de faire, aider à prendre conscience des stratégies gagnantes, etc. Il n'est pas sûr que beaucoup d'enfants aient des expériences de jeu avec un partenaire compétent dans la vie courante ; nombre d'enseignants assurent que des enfants ne savent plus jouer… sans considérer qu'ils seraient dans leur rôle en leur apprenant à jouer pour que ces enfants puissent ensuite apprendre en jouant, et que ce ne serait pas du temps perdu.* »

Dans la continuité de ce texte, les programmes de 2015 et notamment le document d'accompagnement *Jouer et apprendre* (MENSR, 2015) insistent sur la place du jeu à l'école maternelle et proposent des modalités de mise en œuvre du jeu à l'école maternelle. Ce document insiste notamment sur la

nécessaire progression du jeu libre au jeu structuré, et propose une démarche : la trame M.A.R.T., « Mise en situation – Action – Retour sur action – Trace » (détaillée page 11 de MENSR, 2015).

L'APP est selon nous une occasion d'illustrer ce passage du jeu libre au jeu structuré : il est par exemple possible lors de la séance inaugurale de laisser les élèves utiliser librement un matériel, puis de faire introduire progressivement des règles par les étudiants au cours des séances suivantes. Un exemple est présenté en partie III, avec l'évolution d'un jeu de construction vers une situation de construction d'une collection de cardinal donné.

3 PE en maternelle : Un positionnement spécifique de l'enseignant(e)?

Un objectif du dispositif de formation qu'est l'APP est d'aider à la construction de gestes professionnels adaptés à l'âge des élèves, dont un qui nous paraît essentiel : se laisser du temps pour observer, écouter et analyser les énoncés et les procédures des élèves pour agir ensuite plus efficacement. Il s'agit presque d'une posture « à la périphérie », d'inspiration Montessorienne. Pour sensibiliser les étudiants de M1 à cette démarche, nous avons fait le choix de privilégier dans les APP les moments où les étudiants travaillent avec un petit groupe d'élèves, souvent suivis d'une séance à l'autre, plutôt que de privilégier un travail de gestion du groupe entier. Ce choix, sur lequel nous reviendrons dans la partie IV, n'est cependant pas partagé par tous les formateurs : certains voient l'APP comme un moment dans lequel chaque étudiant doit s'entraîner à gérer une classe comme s'il était seul dans cette classe.

III - QUELS OBJECTIFS DE FORMATION POUR UN APP EN M1 ? LE POINT DE VUE DE DEUX FORMATEURS EN MATHÉMATIQUES

Les APP constituent pour nous des moments importants pour apporter des éléments de formation initiale sur l'enseignement des mathématiques en maternelle, aussi bien pour la préparation au concours que pour la préparation au métier. A ce titre, leur préparation soulève donc des questions : comment les articuler avec les heures « classiques » de cours et de TD ? Quels objectifs leur assigner ?

Lors de la préparation de cette communication, nous avons analysé les APP que nous avons conduits ces dernières années. Il en ressort qu'en l'état actuel des choses, les APP sont pour nous des dispositifs permettant :

- de faire travailler les étudiants sur des problèmes de référence, en faisant conduire une réflexion sur les variables didactiques associées à ces problèmes, et en faisant observer et analyser des procédures, des difficultés et des erreurs d'élèves ; dans la suite, parmi ces problèmes, nous développons des exemples autour de la construction du nombre : des problèmes autour de la constitution d'une collection équipotente à une collection donnée et des problèmes de comparaison de deux collections du point de vue de la quantité ;
- d'illustrer les différentes modalités de travail en mathématiques à l'école maternelle identifiées par Houdement et Peltier (1992), à savoir des « situations spécifiques », des « situations rituelles » et des « situations fonctionnelles ».

Nous détaillons ces axes de travail dans les deux paragraphes qui suivent.

1 Apporter ou renforcer des éléments didactiques sur la construction du nombre en APP (problèmes de référence, variables didactiques, difficultés et erreurs des élèves)

Les APP de M1 que nous conduisons se déroulent en général sur deux périodes : certains ont eu lieu à l'automne, avant que la construction du nombre n'ait été abordée dans les séances de mathématiques du master (dans la progression commune, nous abordons en général ce thème en janvier) ; d'autres ont lieu en mars-avril, alors que la construction du nombre a déjà été abordée.

Selon la période, nous cherchons soit à introduire, soit à renforcer la compréhension des éléments présentés en cours ou en TD sur la construction du nombre, et à leur donner de l'authenticité : en faisant témoigner lors des cours ou des TD des étudiants ayant participé aux APP de l'automne, ou en faisant mettre en œuvre des situations présentées auparavant en cours ou en TD dans l'année pour les APP du

printemps. Dans cette partie, nous illustrons à travers quelques exemples de moments vécus en APP comment nous travaillons sur la construction du nombre.

1.1 Premier exemple : construction d'une collection équipotente à une collection donnée.

Après analyse des APP sur le nombre que nous avons conduits ces dernières années, nous avons constaté que le problème de la construction d'une collection équipotente à une collection donnée a été présent systématiquement dans nos APP, de deux manières : en fil rouge ou de manière ponctuelle ; nous présentons dans la suite plusieurs exemples d'exploitation de ce problème.

L'un de nos APP a été construit intégralement autour de ce problème, comme une introduction à des éléments traditionnels d'un cours de M1 sur la construction du nombre, tels qu'on peut les observer par exemple dans les différentes étapes de la vidéo « Voitures et garages » (Briand, 2000).

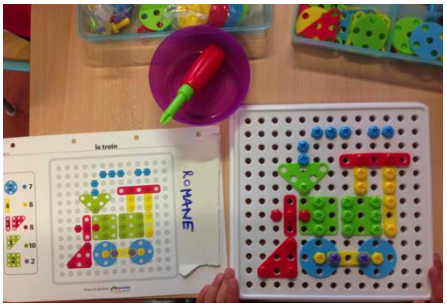
L'objectif était alors d'illustrer les effets des variables didactiques classiques dans ce type de problème (éloignement ou non des deux collections ; nombre de voyages autorisés ; nécessité ou non d'une commande, et le cas échéant, commande orale ou écrite). Le planning des séances était alors planifié *a priori* par le binôme de formateurs, et au fil des cinq séances, les nouvelles contraintes étaient imposées aux étudiants. Nous pouvons donc considérer avoir choisi de conduire un apprentissage « par imprégnation » sur ces variables didactiques auprès des étudiants ; le travail de ces derniers portait alors essentiellement sur la formulation des consignes et des bilans.

Dans un autre APP, nous avons utilisé ce problème de manière ponctuelle, comme un exemple de situation spécifique portant sur la reconnaissance des très petites quantités, préalable au travail sur le dénombrement par comptage. Nous l'avons fait mettre en œuvre en suivant le scénario proposé par (Fénichel, Mazollier 2011) dans la situation dite de *La boîte à remplir,* illustrée ci-contre.



Deux étudiants devaient travailler avec quelques élèves de début de MS, en difficulté relativement à la reconnaissance des très petites quantités (le diagnostic ayant été effectué préalablement par le maître-formateur de la classe). Le travail des étudiants portait alors sur la mise en œuvre de la situation, à travers les tâches de formulation des consignes et de verbalisation des actions des élèves. Il fut l'occasion d'appréhender la diversité des réactions qui peuvent être rencontrées auprès d'un petit groupe d'élèves pour une même situation : un élève exécute la tâche demandée et enchaîne sans difficulté des commandes successives formulées par l'adulte ; un autre éprouve de la lassitude au bout de deux commandes et refuse de continuer ; un autre refuse d'emblée d'entrer dans la tâche (adulte inconnu ? tâche qui ne fait pas sens - pourquoi aller chercher des jetons pour les ranger dans des boîtes d'œufs ? …)

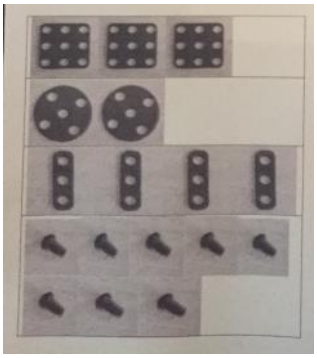
Dans ce même APP, d'autres étudiants travaillaient avec d'autres élèves sur une adaptation d'un jeu de construction présent dans la classe et connu des élèves. Dans la version initiale du jeu, un assemblage de formes planes est dessiné sur un modèle et doit être reproduit en vissant différentes pièces sur un support quadrillé. Sur le modèle figure également le nombre de pièces de chaque forme mobilisées dans l'assemblage (illustration ci-contre).

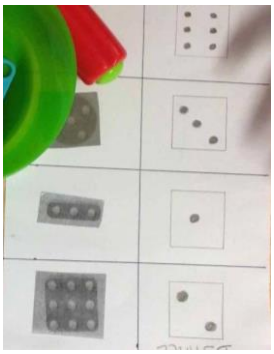
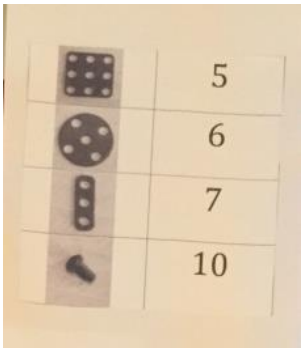


Dans le cadre de l'APP, nous avons proposé aux étudiants de travailler sur une adaptation de ce jeu, en en reprenant le matériel, mais en transformant la tâche de reproduction en une tâche de construction sous contraintes : chaque élève se voyait remettre un bon de commande, et devait aller chercher en une

seule fois « juste ce qu'il fallait » de pièces pour avoir exactement les pièces commandées ; il devait ensuite construire un assemblage de son choix avec les formes ainsi obtenues.

Le travail demandé aux étudiants consistait alors à préparer des bons de commande, et était pour nous l'occasion de travailler sur différentes désignations d'une même quantité (photographies à l'échelle ou non des pièces du jeu, puis représentations analogiques de la quantité sous forme de collections-témoins, puis recours à l'écriture chiffrée). Des exemples de bons de commande obtenus figurent ci-dessous.



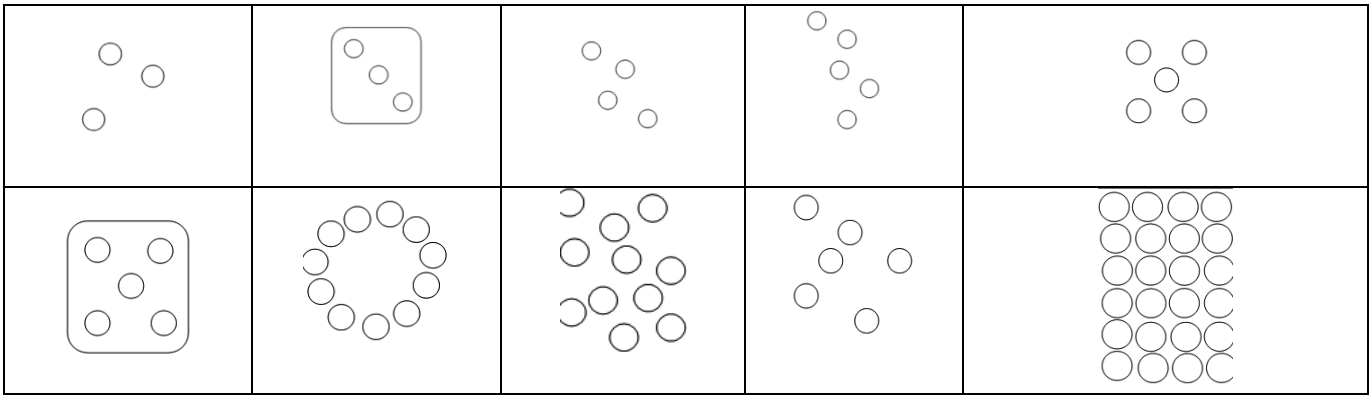
Les désignations étaient adaptées aux élèves et choisies en fonction de compétences préalablement repérées par le maître-formateur de la classe : pour les deux premiers bons de commande ci-dessus, les élèves devaient préparer des collections de pièces équipotentes aux collections photographiées (avec des pièces en taille réelle et donc une superposition possible, puis avec une taille réduite) ; pour les deux autres bons de commande, les élèves devaient se référer à la seule désignation de la quantité pour préparer la commande demandée. Cet APP s'étant déroulé en tout début d'année de M1, le choix des désignations fut très guidé par les formateurs. Ici encore nous pouvons considérer que nous avons conduit auprès des étudiants un travail sur différentes désignations d'une même quantité « par imprégnation », ainsi qu'une sensibilisation à une modalité de différenciation pédagogique.

Dans un troisième APP, effectué celui-ci au printemps, nous avons utilisé le problème de construction d'une collection équipotente à une collection donnée sous la forme d'un dispositif de diagnostic de compétences numériques chez des élèves de MS/GS, puis comme un dispositif se prêtant facilement en classe à un travail différencié, à partir du scénario de la situation « Juste assez » dont le lecteur pourra trouver un descriptif dans (Hersant et Thomas, 2015) ou sur le site primaths.fr (consulté en septembre 2017).



Le travail des étudiants dans le cadre de l'APP consistait alors en l'analyse du matériel proposé par les formateurs lors de la première séance (les planches à remplir), puis en la fabrication de nouvelles planches pour les séances suivantes, en fonction de difficultés constatées chez les élèves lors de tâches de dénombrement.

Des exemples de planches ainsi construites sont fournies ci-dessous : les six premières ont été construites pour mettre en évidence les procédures de dénombrement utilisées par les élèves pour des collections de petites quantités (reconnaissance immédiate ou non, favorisée ou non par la présence d'un cadre pour les constellations du dé ; recours ou non à un comptage) ; les suivantes ont été pensées pour mettre au jour les stratégies d'énumération utilisées (ou non) par les élèves dans des tâches de dénombrement de collections plus grandes.



Ce travail d'analyse et de fabrication de matériel nous a permis d'aborder ou de revenir avec les étudiants sur les différentes procédures de dénombrement travaillées à l'école maternelle, sur les principes énoncés par Gelman et Gallistel (1986) pour mener à bien un dénombrement par comptage, et sur la nécessité de conduire le travail sur l'énumération identifié et décrit par Briand (2000) : pour remédier à des difficultés liées à l'énumération d'une collection fixe, constatées par les étudiants chez des élèves lors de la situation du « Juste assez ». Nous avons ainsi ensuite présenté des situations visant à travailler sur l'énumération, situations que les étudiants ont expérimenté avec les élèves lors de séances ultérieures.

Lors de la conférence qu'elle a faite pendant le colloque (Wozniak 2016), F. Wozniak a défendu l'idée qu'un formateur doit être soucieux de proposer aux étudiants et aux stagiaires des problèmes dont la résolution passe par une réflexion sur des variables didactiques essentielles pour l'enseignement des contenus mathématiques dont la formation fait l'objet. Il nous semble qu'une tâche de fabrication de matériel dans un souci de différenciation, telle que celle que nous venons de décrire, peut fournir un point de départ pour un scénario de formation initiale construit avec cette préoccupation : le besoin de s'intéresser aux principales variables didactiques associées à des problèmes de dénombrement à l'école primaire émerge selon nous naturellement.

Signalons enfin que dans ce troisième APP au cours duquel, nous, formateurs, expérimentions pour la première fois en classe la situation « Juste assez », nous avons constaté l'appropriation extrêmement rapide par les élèves du dispositif (le matériel est suffisamment inducteur pour que la phase de dévolution soit quasi instantanée, et il est auto-validant), et une utilisation spontanée et autonome par les élèves de ce matériel lors de l'accueil des matinées qui ont suivi son introduction. Ceci nous a donc permis de proposer aux étudiants un exemple de situation permettant un travail autonome des élèves, situations dont on connaît d'une part le besoin fréquemment exprimé par les enseignants débutants, et d'autre part la difficulté d'élaboration.

1.2 Deuxième problème de référence : comparaison de deux collections du point de vue de la quantité

L'objectif initial de l'un des APP que nous avons conduits était de faire travailler les étudiants autour d'une diversité possible de situations pour travailler une même compétence dans une classe de MS/GS hétérogène, la compétence étant « comparer des quantités ». Nous expliquons succinctement dans la suite comment nous avons travaillé avec les étudiants dans ce cadre, en expliquant comment nous avons essayé d'amener les étudiants à s'intéresser à différentes variables didactiques dans un problème de comparaison, sous une contrainte, que nous nous étions fixés : partir de jeux présents dans la classe, connus des élèves, et les faire évoluer (comme déjà décrit dans le deuxième exemple du paragraphe précédent).

Le jeu du serpent

Le premier jeu que nous avons choisi d'adapter était le « jeu du serpent », un jeu de cumul dans lequel, dans sa version initiale, chaque joueur lance un dé à constellations, puis gagne autant de jetons que de

points indiqués sur le dé, afin de recouvrir progressivement les cases de son serpent…. le serpent devant à la fin être complété exactement, sans surplus de jetons.

Nous avons demandé aux étudiants d'introduire un deuxième dé, de telle sorte que l'élève, après avoir lancé les deux dés, soit mis en position de choisir le dé portant la quantité « la plus intéressante ». Dans un premier temps les dés étaient deux dés à constellation, puis, dans un second temps, un seul portait des constellations, l'autre ayant des écritures chiffrées (l'idée d'utiliser simultanément les deux codages revenant à Laurence Gaudet et ayant été testée dans un précédent APP, à l'occasion d'un travail sur l'introduction progressive de stratégie dans les jeux de hasard).

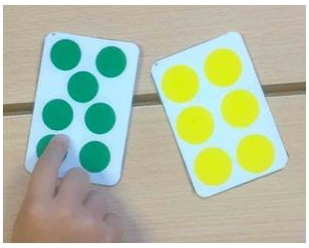


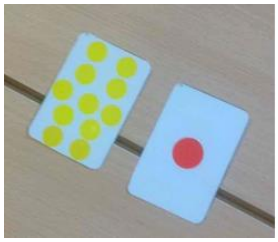
Le travail demandé aux étudiants consistait alors essentiellement à produire une grille d'observation des procédures des élèves, en fonction des désignations et des quantités rencontrées. Pour certains élèves, cette situation a semblé être un déclencheur de la prise de conscience qu'une écriture chiffrée code une quantité (au début, certains élèves préféraient choisir un dé avec quatre points plutôt qu'un dé avec le seul symbole « 6 », puis, en s'intéressant aux choix de leurs adversaires, ou sous l'étayage de l'adulte, ont remis en question ce choix) ; l'APP a été l'occasion pour les étudiants d'observer cette prise de conscience, puis d'accompagner la prise en main par les élèves d'une bande numérique individuelle avec les deux codages, mise à leur disposition pour la première fois à cette occasion.

Le jeu de la bataille

Lors du lancement de l'APP, certains élèves de GS connaissaient les règles du jeu de la bataille, et savaient jouer avec un jeu de cartes traditionnel. Ces élèves devaient apprendre à jouer à quelques élèves de MS. Au cours de cette séance, les étudiants ont d'abord pu observer cette modalité d'apprentissage, "entre pairs" et en grand groupe. Ils ont également pu constater que les difficultés rencontrées par les élèves de MS pouvaient relever d'un défaut de connaissances numériques (de 9 ou de 7, quel est le plus grand ?), mais également d'obstacles créés par l'habillage d'un jeu de carte traditionnel, fréquemment observés par le maître-formateur : en cas d'ignorance de l'écriture chiffrée et de recours à une collection-témoin pour déterminer la valeur portée par la carte, quelle collection choisir comme collection-témoin ? (une carte d'un jeu traditionnel comporte en effet des éléments parasites : l'écriture chiffrée, présente deux fois, et le symbole miniature de la famille, présent également deux fois).

Après analyse collective de ces difficultés, nous avons demandé aux étudiants de construire un nouveau jeu de cartes, spécifiquement conçu pour un travail sur les comparaisons de quantités, sans la présence des écritures chiffrées (des exemples figurent ci-dessous).







Par ce travail, nous avons pu aborder des variables didactiques dans des problèmes de comparaison de collections fixes (les cardinaux des collections, mais aussi l'organisation des collections, la taille des objets …). Nous avons également demandé aux étudiants de construire une grille d'observation des procédures observées, en fonction des cartes comparées (comparaison perceptive, appui sur la comptine

et les désignations orales des cardinaux, appui sur la bande numérique après marquage des deux quantités en jeu).

Signalons au passage que cette tâche de construction de matériel a permis de soulever une autre question : celle de l'habillage des situations proposées en maternelle. Spontanément, le binôme d'étudiants chargé de construire les jeux de cartes a proposé des cartes utilisant comme symboles des personnages de marques commerciales, avec l'intention (bienveillante) de susciter l'enthousiasme et l'enrôlement des élèves…

Les boîtes empilées, boîtes alignées



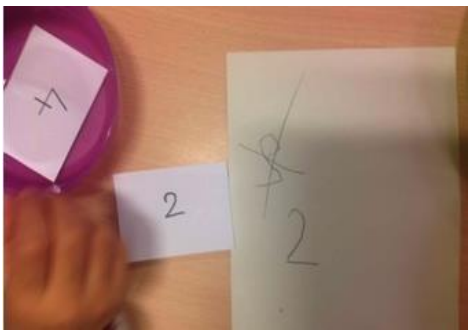
Lors de la première séance de l'APP, un groupe d'élèves de GS constitué par le maître-formateur de la classe a joué pour la première fois à ce jeu décrit dans la collection ERMEL (Colomb, Charnay, Douaire, Valentin, Guillaume 2005). Ces élèves savaient déjà comparer sans difficulté des quantités inférieures à vingt, et la seule résistance que l'on pouvait envisager *a priori* se situait lors du passage à l'alignement des boîtes : les élèves allaient-ils élaborer une stratégie pour choisir à chaque tour la boîte contenant le plus d'objets parmi les boîtes encore disponibles ? Cet atelier a été dirigé par le maître formateur. Les élèves ont réussi sans difficulté à élaborer une stratégie.



Pour rendre l'activité plus consistante, le maître formateur a alors demandé à chaque élève d'écrire à chaque tour sur une feuille combien de jetons il avait remporté. A la surprise des étudiants, c'est à ce stade que des erreurs sont apparues, avec beaucoup de chiffres tracés "en miroir" (un exemple est donné ci-contre). L'analyse de cette situation a ainsi permis de faire émerger la différence entre deux compétences parfois mal distinguées en formation initiale : associer la désignation orale et l'écriture chiffrée d'un nombre (compétence maîtrisée par les élèves du groupe), et savoir tracer les chiffres.

Lors de l'analyse de la séance, les étudiantes qui avaient observé l'atelier ont proposé spontanément une adaptation pour la semaine suivante : remplacer les collections présentes dans les boîtes par des écritures chiffrées et adapter la règle : la boîte n'est remportée que si l'écriture chiffrée est correctement recopiée.

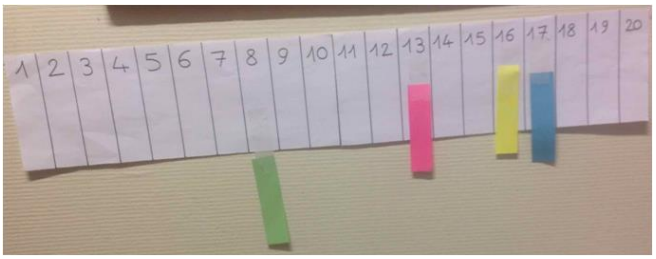




Cette adaptation - que nous, formateurs, n'avions pas prévue *a priori* d'insérer dans l'APP– a fait surgir de nouveaux problèmes mathématiques : un premier, sans difficulté pour les élèves du groupe, de comparaison entre une quantité codée sur un dé à constellation, et une quantité codée par une écriture chiffrée dans les boîtes ; un second, qui, lui, a offert plus de résistance : une fois le jeu terminé, comment déterminer le vainqueur à partir des étiquettes cumulées par chacun ? Face à ce problème, les élèves ont spontanément cherché à déterminer leurs scores individuels, ce qui a permis aux étudiants d'observer des procédures de résolution de problèmes additifs par des élèves de grande section (avec par exemple

appui sur les doigts et la comptine orale). Les étudiants ont alors proposé d'utiliser la bande numérique pour stocker les scores de chacun et les comparer, comme illustré ci-dessous.





2 Faire pratiquer différentes modalités pour faire des mathématiques en maternelle

En complément des situations conçues spécifiquement pour faire des mathématiques que nous avons décrites dans la partie précédente, les APP permettent de montrer aux étudiants que l'on peut faire faire des mathématiques selon les deux autres modalités identifiées par Houdement et Peltier (1992) : des situations rituelles et des situations fonctionnelles.

2.1 Utiliser les rituels et l'accueil pour faire résoudre des problèmes de mathématiques

Dans les APP en maternelle que nous conduisons, les étudiants de M1 sont systématiquement mis en position d'observer puis de s'approprier un moment ritualisé dans la classe, autour de l'appel. Le travail d'analyse d'un rituel installé dans la classe consiste en général en un « décryptage » de ce moment structuré, dont le déroulement apparait comme fluide aux étudiants, avec une analyse des choix et des stratégies mis en place par le maître-formateur pour construire des apprentissages tout en gérant le grand groupe. D'un point de vue mathématique, pour l'analyse du moment de l'appel avec de « simples » tâches de dénombrement des absents ou des présents, nous orientons la plupart du temps l'attention des M1 sur les champs numériques en jeu, les méthodes de dénombrement utilisées par les élèves, les modes de désignations écrites des quantités et les supports utilisés (bande numérique présente ou non), les liens faits ou non entre les aspects cardinal et ordinal du nombre, en les mettant en comparaison avec des alternatives que l'on pourrait rencontrer dans d'autres classes.

L'un de nos APP, conduit dans la classe de Christine Bajard, nous a permis d'analyser un moment ritualisé de mathématiques allant « plus loin » qu'une tâche de dénombrement des absents et des présents. Dans la période dans laquelle se déroulait l'APP, les élèves avaient l'habitude, lors de l'accueil dans la classe, de placer leur étiquette-prénom dans l'un des six emplacements de l'une des maisons colorées (au choix, en séparant les filles et les garçons, comme illustré ci-contre).



Un élève, désigné comme responsable, devait ensuite désigner, par une écriture chiffrée, la quantité d'étiquettes contenue dans chaque maison. En grand groupe, les élèves devaient enfin vérifier le travail du responsable, puis répondre à une question devenue ritualisée : « Que peut-on dire des maisons ? ». Des petits problèmes mathématiques étaient alors abordés : les élèves, sans plus d'indication, comparaient, complétaient, ajoutaient les effectifs des maisons, voire en prenaient le double ….

Pour le rituel décrit ci-dessus, des axes d'analyse avec les étudiants de M1 ont été les suivants :

- pourquoi six emplacements par maison, alors que les élèves de la classe pouvaient en majorité dénombrer de plus grandes collections ? Nous avons alors pu évoquer la différence entre tâches de dénombrement « simples » et résolution de problèmes portant sur des quantités ;

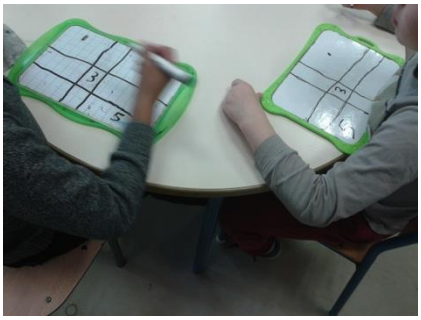
- cet affichage était-il présent depuis le début de l'année, allait-il perdurer ? Cette question a permis de revenir sur le caractère souvent « sclérosant » des rituels évoqué en partie I, dans (MENSR, 2011), et sur leur nécessaire évolution tout au long de l'année (ici, par exemple, une évolution avec un nouvel affichage comportant seulement deux maisons, pour travailler avec des quantités plus importantes, était prévue) ;

- pourquoi une question ouverte plutôt que des questions fermées dans ce travail en grand groupe ? L'intention – et la difficulté – de susciter l'implication du plus grand nombre et de récolter une diversité de réponses ont pu alors être abordées.

Dans la plupart des APP que nous avons encadrés, la conduite d'un moment ritualisé a été confiée à l'un des étudiants du groupe dès la deuxième séance - que ce soit le moment de l'appel, ou un moment de « jeu mathématique » comme « Je suis Ping, tu es Pong, je suis 8, tu es ? » (la réponse attendue étant alors le nombre suivant 8, donc 9). Ceci permet de faire prendre conscience aux étudiants que la fluidité observée en première séance n'est pas facile à conserver, et cela permet de soulever de nouvelles questions, en tête desquelles : comment conserver l'attention de tous les élèves pendant toute la durée du regroupement ? Les besoins et les risques suivants sont alors ressentis :

- besoin d'un certain rythme : quelle alternance mettre en place entre les tâches ? quelle durée passer sur un exercice en grand groupe ?
- besoin de supports visuels (et pratiques) : pour attirer l'attention des élèves, transmettre une partie de la consigne, permettre une correction rapide…
- risque de s'enfermer dans une relation duelle avec un élève qui donne sa solution, au détriment du groupe ;
- risque de ne prêter attention qu'à quelques élèves, en perdant de vue certains élèves moins « performants ».

Une fois ces difficultés perçues, nous proposons des alternatives aux M1, sans masquer le fait que la gestion de ces moments collectifs présente (même pour des enseignants expérimentés) des difficultés. Nous travaillons ainsi par exemple sur les modes de transmission des réponses dans ces moments collectifs, comme moyens de mettre les élèves en situation de travail individuel : plutôt que la désignation orale, on peut privilégier les désignations des quantités sur les doigts, ou les désignations écrites sur ardoise (support de travail que les étudiants n'envisagent pas toujours pour l'école maternelle).



Comme indiqué dans la partie I, avec notamment l'exemple du jeu de bataille, nous montrons également aux M1 qu'il est possible de confier la même tâche à tous les élèves de la classe, hors du coin regroupement : par exemple, dans la classe de Laurence Gaudet, les étudiants ont pu observer une situation d'entraînement ritualisée sur les écritures chiffrées et la structuration de l'espace dans un plan horizontal, avec une dictée des nombres allant de 1 à 9 sur quadrillage (sur ardoise) : « En haut à gauche, écrivez un ; en bas à droite, écrivez cinq ; … » etc. jusqu'à ce que huit cases sur les neuf soient remplies ; les élèves devaient alors compléter la dernière case avec le nombre manquant.

2.2 Montrer l'intérêt de situations fonctionnelles (pour montrer aux élèves l'efficacité de certains outils mathématiques)

Lors de chacun de nos APP, nous faisons en sorte que les étudiants puissent observer ou mettre en œuvre au moins une situation de la vie de la classe ou d'une autre discipline dans laquelle les mathématiques interviennent comme outil de résolution de problèmes. Cela peut être par exemple à l'issue d'une séance de motricité (dénombrement de points, comparaison de scores), pour la préparation

d'un goûter d'anniversaire (deux élèves doivent préparer juste ce qu'il faut d'assiettes pour les présents), ou pour une situation provoquée par l'APP : nous proposons en effet parfois, lors de la dernière séance d'APP, un parcours de quatre ou cinq ateliers mathématiques reprenant des situations travaillées « avec les maîtres et les maîtresses » présents dans la classe pendant l'APP. Les élèves de la classe, répartis en équipe, cumulent des points, sous forme de gommettes, au cours des ateliers ; au fil du parcours, il s'agit alors de déterminer l'équipe qui a obtenu le plus de points, ou de ranger les équipes par ordre croissant de points.

Ceci permet de faire ressortir l'intérêt particulier de ces situations fonctionnelles, qui montrent concrètement aux élèves l'efficacité de certains outils mathématiques : on peut alors aborder la question du sens – pour les élèves – des situations proposées en classe. Il est également possible, à partir de ce type de situation, de montrer le « phénomène » du transfert des procédures et connaissances des élèves : le comptage réussi avec des jetons peut ne plus l'être avec des ballons, « trop gros » ou plus difficiles à énumérer ; un enrôlement dans la tâche de dénombrement peut être réussi en salle de motricité (on veut savoir qui a gagné) et peut échouer dans une situation spécifique en classe. Ceci nous permet aussi d'en montrer les limites (faible proportion d'élèves impliqués dans la tâche mathématique lors d'une situation fonctionnelle, par exemple).

IV - CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce texte des axes de travail que nous avons cherché à développer au cours de nos APP. Cependant des questions qui nous paraissent essentielles restent ouvertes, en lien avec l'efficacité de ces dispositifs dans la formation des étudiants : nous en mentionnons trois pour conclure ce texte, avant de mentionner les apports que ces dispositifs nous paraissent procurer aux formateurs.

1 Des questions soulevées par ce dispositif de formation

1.1 Apprendre à travailler avec un petit groupe ou apprendre à gérer la classe ?

Nous (auteurs de ce texte) avons fait le choix dans nos APP de M1 de faire en sorte que chaque étudiant soit chargé de préparer (en binôme) pour chacune des séances un travail avec un petit groupe d'élèves. Nous faisons ce choix avec trois objectifs : laisser du temps aux étudiants pour observer des élèves, pour s'entraîner à prendre progressivement en charge un groupe d'élèves en ayant la possibilité de le faire chaque semaine, et favoriser un travail d'équipe au sein du groupe d'étudiants ; c'est *tout* le groupe qui est chargé de la préparation de chacune des séances. Par conséquent, dans nos APP, en pratique, il y a rarement un élève laissé en autonomie, et sauf pour quelques moments de travail en grand groupe, un étudiant de M1 n'est pas placé dans la situation réelle d'un professeur des écoles seul dans sa classe.

Ce choix n'est pas celui qui est fait par tous les formateurs de notre ESPE. Certains en élémentaire comme en maternelle, choisissent d'approcher au plus près la situation d'un P.E. dans sa classe, et confient la mise en œuvre exclusive d'une matinée à un ou deux étudiants. Nous ne disposons pas à ce jour d'éléments nous permettant de trancher en faveur de l'un ou l'autre des dispositifs.

1.2 Planifier précisément à l'avance la séquence ou la construire au fur et à mesure avec les étudiants ?

Les APP que nous avons évoqués dans ce texte ont été construits selon deux modalités :

- certains avec l'intention de faire vivre aux étudiants sur cinq semaines les différentes phases d'une « séquence », de l'évaluation diagnostique à l'évaluation finale, en essayant de rendre les plus explicites possible les différentes étapes. Dans ce cas la séquence est planifiée à l'avance par le binôme de formateurs, présentée lors de la séance inaugurale, et les étudiants doivent ensuite la mettre en œuvre, étape par étape. Un objectif associé à ce dispositif est d'apporter aux étudiants de M1 des éléments « structurants » pour la préparation de la classe. Nous en avons cependant éprouvé une limite : dans cette planification d'une séquence sur 5 semaines, les M1 ne sont pas placés en situation de prendre

véritablement en compte les réactions des élèves. En effet, dans nos expériences, suite aux séances en classe, les étudiants formulaient des remarques sur les réussites et échecs des élèves, mais ne pouvaient pas réellement les prendre en compte dans leur préparation, enfermés dans la structure initialement fixée (les remédiations éventuelles étant prises en charge entre deux séances d'APP par le maître-formateur de la classe) ;

- d'autres avec l'intention de laisser en priorité de la place à l'observation des élèves et à la prise d'initiative des étudiants : la première séance est préparée par le binôme de formateurs, les grandes lignes des séances suivantes sont également envisagées avant le début de l'APP, mais la séquence n'est pas présentée aux étudiants au début de l'APP ; seul un thème de travail est énoncé (par exemple « problèmes de comparaison », ou « jouer pour apprendre le nombre »). Un avantage de cette stratégie est selon nous de favoriser la prise d'initiative des étudiants : les formateurs anticipent à chaque fois un contenu possible pour la séance suivante, mais lors des temps de travail de fin de matinée, les étudiants peuvent proposer *d'abord* des idées pour la suite, en fonction de ce qu'ils ont observé dans la première partie de la matinée (cf. par exemple ce que nous avons décrit pour le *jeu des boîtes empilées et alignées*). Une limite réside dans l'apparence un peu « improvisée » qui peut s'en dégager, et son caractère sans doute « peu structurant » en formation initiale (qui va en tout cas à l'encontre des exigences de planification en termes de séquence souvent formulées en M2).

1.3 Quelles régulations entre deux séances ?

Entre deux séances d'APP, les étudiants sont chargés de rédiger des documents de préparation, qu'ils envoient par courrier électronique aux formateurs ; ces derniers les relisent, et les commentent, puis les étudiants reprennent, si nécessaire, des éléments de leur préparation.

Un point sur lequel les régulations des formateurs portent fréquemment concerne les consignes, les étudiants en proposant souvent de trop compliquées. Nous avons ainsi pu insister entre deux séances sur l'intérêt d'une même question répétée dans des situations différentes, qui permet d'intégrer facilement la consigne ; sur le problème des implicites dans les consignes ; sur l'importance d'utiliser un vocabulaire précis et spécifique pour l'apprentissage des élèves ; sur le rôle des supports matériels.

Concernant la formation en mathématiques, ces relectures nous permettent d'évaluer ce que nos étudiants ont compris et retenu des séances de TD ou des précédentes régulations : nous avons ainsi pu observer de manière récurrente la difficulté de compréhension de l'intérêt de la consigne « aller chercher juste ce qu'il faut » par rapport à « aller chercher le bon nombre de … ». Nous observons également fréquemment des difficultés de distinction entre « procédures de résolution » et « procédures de validation ».

Il nous semble cependant que lors de ces régulations les formateurs sont tiraillés entre deux stratégies :

- donner aux étudiants de M1 les moyens d'expérimenter lors d'une séance leurs préparations spontanées, et de prendre conscience par eux-mêmes de leurs maladresses ou erreurs éventuelles (consigne trop compliquée, matériel mal conçu, …). Nous avons fait ce choix pour quelques APP ; ceci conduit alors à peu réagir lors de la réception des documents de préparation, mais nécessite, selon nous, un contrat clair avec les étudiants : vous devez préparer, nous vous laissons vous tromper, et se tromper n'est pas dramatique ; ceci nous paraît « formateur », mais pose un problème : les élèves sont placés dans des conditions d'apprentissage parfois peu favorables ;

- proposer aux élèves de la classe des situations d'apprentissage qui se déroulent dans les meilleures conditions possibles *a priori* ; ceci conduit les formateurs à commenter parfois abondamment les préparations des étudiants. Il nous semble cependant qu'alors, outre le fait que l'étudiant ne pourra pas prendre conscience par lui-même de ses maladresses, on prend le risque de dénaturer complètement la préparation de l'étudiant, qui, par conséquent, peut avoir beaucoup de mal à s'approprier la nouvelle version de la préparation pour la mettre en œuvre.

En pratique, nous essayons de trouver un compromis entre les deux stratégies, mais cette question, comme les deux précédentes, constituent pour nous des axes de travail pour enrichir notre dispositif de formation.

2 Des éléments que les APP peuvent apporter aux formateurs

Conçus pour la formation des étudiants, les APP sont aussi des moments, qui, nous semblent-ils, sont profitables aux formateurs, et contribuent à leur formation. Nous terminons ce texte en mentionnant quelques-uns des apports que nous avons identifiés :

- côté PEMF : un APP permet d'observer ses élèves dans un autre contexte ; il permet également de revisiter et compléter sa formation disciplinaire et didactique ; il permet de questionner ses propres pratiques en classe ;
- côté PESPE : un APP permet de voir ses étudiants dans un autre contexte (des étudiants effacés en TD se « révèlent » en APP) ; il permet de récolter des traces (photos, vidéos) de travaux d'élèves et procure des « expériences de terrain » en maternelle (observation d'élèves, fabrication de matériel, ...), qui permettent ensuite en formation hors classes, d'apporter des éléments pragmatiques. Plus généralement, il permet de compléter sa formation relativement à des gestes professionnels, et permet de se pencher sur des éléments didactiques d'autres domaines que ceux de sa discipline ;
- de manière croisée, enfin : un APP permet de partager des ressources et d'initier et développer des collaborations, au moins pour la préparation d'autres formations, conduites, idéalement, ensemble….

V - BIBLIOGRAPHIE

BATTEAU V. (2015) Le dispositif de formation continue Lesson Study : présentation d'un travail mené autour d'une leçon de numération en CE2, in *Actes du 42e colloque COPIRELEM*, ARPEME.

BRIAND J. (2000) Enseigner l'énumération en moyenne section, *Grand N*, **66,** IREM de Grenoble.

BRIAND J., LOUBET M., SALIN M.H. (2004) *Apprentissages mathématiques en maternelle*, Hatier.

BOUYSSE V., CLAUS P., SZYMANKIEWICZ C. (2011) L'école maternelle*, Rapport de l'Inspection générale de l'éducation nationale et de l'inspection générale de l'administration, de l'éducation nationale et de la recherche au Ministre de l'éducation nationale, de la recherche et de la vie associative,* **2011-108**.

COLOMB J., CHARNAY R., DOUAIRE J., VALENTIN D., GUILLAUME J.-C. (2005) *Ermel - Apprentissages numériques et résolution de problèmes Grande Section*, Hatier.

CLIVAZ S. (2015) Les Lesson Study, Kesako ?, *Math-Ecole (web)*, **224,** Math-Ecole Neuchâtel, Suisse.

EYSSERIC P. (2014) Les mathématiques en formation continue, *Cahiers Pédagogiques*, **517**, Paris : Cercle de Recherche et d'Action Pédagogiques (CRAP).

FÉNICHEL M. ET MAZOLLIER M.-S (2011) *Enseigner les mathématiques en maternelle*, CRDP de Créteil.

GELMAN R. ET GALLISTEL C.R. (1986) *The Child's Understanding of Number*. London : Havard University Press.

HERSANT, M. ET THOMAS, Y. (2015) *Maths à grands pas,* Paris : Retz.

HOUDEMENT C. ET PELTIER M.-L.(1992) Du rite de l'appel … à des activités mathématiques en grande section d'école maternelle, *Grand N*, **51**, IREM de Grenoble.

LEMAÎTRE, M.-T. ET MEIRIEU, P. (2007) *Les mathématiques dès la maternelle*. CRDP de Lyon, Cap Canal, 2007.

MANGIANTE C. (2007) Etude d'un scénario de formation centré sur l'analyse de pratiques, in *Actes du XXXIIIe colloque COPIRELEM*, CRDP de Versailles, CDDP de l'Essonne.

MENSR - MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE (2015) *Ressources maternelle. Jouer et apprendre*. *Cadrage général.* Paris : Direction générale de l'enseignement scolaire (DGESCO).

WOZNIAK F. (2016) Former les professeurs : « Aller à l'idéal et comprendre le réel », in *Actes du 43e colloque COPIRELEM,* ARPEME.

Titre : Actes du 43ème Colloque de la COPIRELEM
Le Puy les 12, 13 et 14 Juin 2016

Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : Quelles orientations ? Quels enjeux ?

Auteurs : Conférenciers, orateurs de communication et animateurs d'atelier du Colloque, COPIRELEM

Mots-Clefs : Formation des enseignants, didactique des mathématiques, ressources, problème, géométrie.

Dépôt légal : Juin 2017

Nombre de pages : 558 pages A4

Editeur : ARPEME

ISBN : 978-2-917294-18-5
EAN : 9782917294185
Public Concerné : Formateurs de mathématiques chargés de la formation des professeurs des écoles

Résumé : Cette brochure contient les textes complets des conférences de Floriane Wozniak, Jean-François Chesné et Laurent Theis ainsi que les textes des ateliers et communications du colloque.