

UN LOGICIEL DE GEOMETRIE DYNAMIQUE COMME SUPPORT DE REFLEXION DIDACTIQUE PROFESSEURS- CHERCHEUR

Francine ATHIAS

Formatrice, ESPE Besançon

ADEF

francine.athias@univ-fcomte.fr

Résumé

Cette communication présente un travail de recherche, qui prend appui sur l'introduction d'un logiciel de géométrie dans le cadre d'un stage de formation continue et dans une classe de cycle 3. Nous nous intéressons au rôle que peut avoir un environnement dynamique pour construire ou réactiver des connaissances géométriques, que ce soit au cours des échanges entre les professeurs et le chercheur ou entre le professeur et les élèves. Le déroulement des séances est analysé à l'aide du modèle du jeu (Sensevy 2011).

Ce travail en cours arrive après la thèse que je viens de soutenir (Athias 2014). Par rapport au projet initial (un logiciel de géométrie dynamique comme support de réflexion didactique entre des professeurs des écoles et un chercheur), la communication a évolué. Je vais présenter non seulement les échanges entre le chercheur et les professeurs des écoles au cours d'un stage de formation continue, mais également le travail dans la classe de géométrie d'une des professeurs des écoles présente à la session.

Je vais décrire tout d'abord le contexte de l'étude. Depuis deux ans, avec le même groupe de professeurs des écoles, j'organise un stage de formation continue autour de la géométrie, avec le logiciel Tracenpoche pour la géométrie dynamique et la plateforme LaboMep pour la mise en place. La formation a d'abord été organisée selon une stratégie d'homologie (Houdement 2013) : au cours des premières séances, les professeurs ont découvert le logiciel Tracenpoche à travers une initiation proche de celle proposée aux élèves. Ils ont construit différentes figures simples, tels que le rectangle, le triangle équilatéral ou le carré. Cette phase d'initiation nous a permis de découvrir les différents boutons du logiciel d'une part, et de montrer la validation de la construction par le déplacement des points déplaçables d'autre part. Une figure est construite correctement lorsqu'elle conserve ses propriétés quelle que soit la position des points déplaçables. Cette connaissance instrumentale, n'ayant pas d'équivalent dans l'environnement papier-crayon, a été particulièrement travaillée. Puis, rapidement, nous avons analysé les tâches des élèves dans des séquences de géométrie incluant l'environnement Tracenpoche. Enfin, nous avons étudié comment des exercices repérés dans un manuel, choisis par le chercheur et prévus pour l'environnement papier-crayon pouvaient être utilisés dans l'environnement Tracenpoche. Les professeurs avaient alors du temps pour élaborer des séances, adaptées à leur classe et à leur progression. Un des professeurs des écoles s'est approprié un des exercices pour proposer une séance de géométrie dans un processus de genèse documentaire (Gueudet & Trouche 2010).

La communication comporte quatre parties. Dans une première partie, je vais présenter rapidement les éléments théoriques et méthodologiques, ainsi que le questionnaire. Dans une deuxième partie, je montre comment l'environnement Tracenpoche permet de travailler sur des concepts de géométrie plane avec des professeurs des écoles dans le cadre de la formation continue. Dans une troisième partie, j'expose comment l'environnement Tracenpoche sert d'appui pour faire de la géométrie en classe de cycle 3. Dans une quatrième et dernière partie, je conclurai.

I - ÉLÉMENTS THEORIQUES ET METHODOLOGIQUES

Lorsque les professeurs des écoles s'inscrivent dans un stage de géométrie autour de la géométrie dynamique, ils s'attendent à découvrir ce que c'est. Ils savent qu'ils vont utiliser les TICE¹. Une première partie de mon questionnaire est relatif au rôle que peut avoir l'introduction de la géométrie dynamique dans le cadre de la formation continue du point de vue de la réactivation des connaissances géométriques pour le professeur des écoles. Par ailleurs, ces professeurs vont utiliser la géométrie dynamique dans leur classe. La géométrie est alors étudiée dans la classe, dans les deux environnements, l'environnement papier-crayon et l'environnement Tracenpoche. Une deuxième partie de mon questionnaire est relatif au rôle de la géométrie dynamique du point de vue des connaissances géométriques des élèves. Pour tenter d'apporter des éléments de réponse, nous allons mener l'enquête. La visée est exploratoire, tant du point de vue de la formation continue que de la classe. Pour décrire et analyser les transactions, l'action conjointe du Professeur et des Élèves est analysée à l'aide du modèle du jeu (Sensevy 2012). Le Professeur et les Élèves sont ici envisagés au sens générique (Sensevy 2011). Le Professeur (P) pourra être le formateur (FA) au cours du stage ou le professeur des écoles dans sa classe (SP), l'Élève (E) pourra être le stagiaire en formation continue (SP, SC, HC...) ou l'élève de la classe du professeur des écoles (S, J, A...). Conformément au modèle, nous considérons que l'action du Professeur et de l'Élève peut être décrite de façon générique sous forme de jeu didactique (premier niveau du modèle du jeu). Ce jeu didactique spécifie la grammaire de l'action. Le Professeur est soumis à un paradoxe (Brousseau 1998) : il sait mais ne doit pas le dire. Il sait ce qu'il y a à apprendre et l'Élève, pour manifester son apprentissage, doit réaliser ce qu'il y a à dire ou à faire de son propre mouvement (clause *proprio motu*). Pour arriver à cette fin, le Professeur va engager l'Élève dans une action. Le jeu d'apprentissage (deuxième niveau du modèle du jeu) permet de modéliser ce que fait faire le Professeur à l'Élève pour lui permettre de produire des stratégies gagnantes qui correspondent au savoir. Ce jeu d'apprentissage est déterminé par la confrontation de l'élève à un certain milieu sous un certain contrat, en constante évolution pour atteindre un enjeu, l'enjeu du jeu d'apprentissage (Brousseau 1998, Sensevy 2011). Ce qui relève du contrat, ce sont les attentes réciproques du professeur et des élèves pour la plupart implicites dans le jeu. C'est ce sur quoi ils peuvent prendre appui. Ce qui relève du milieu c'est ce qui nourrit l'action ou qui pose problème à l'élève. C'est précisément à ce niveau de jeu que nous allons nous intéresser.

Du point de vue méthodologique, nous avons effectué une analyse *a priori* en trois temps (Assude & Mercier 2007) du problème de géométrie. Dans un premier temps, elle permet de décrire les enjeux institutionnels et mathématiques. Dans un deuxième temps, elle permet de voir les techniques possibles que les élèves peuvent mettre en œuvre (Chevallard 1998). Ces deux temps, nous permettent de mettre à jour certains problèmes didactiques, dans un troisième temps. Concernant le recueil des données, nous avons utilisé le film d'étude (Sensevy 2011). Nous pouvons préciser notre question de recherche : au cours des transactions, en quoi l'environnement Tracenpoche permet au Professeur d'orienter le regard de l'Élève vers des connaissances géométriques ?

II - DISCUSSION ENTRE LES STAGIAIRES ET LE FORMATEUR

Le support de discussion concerne l'exercice suivant, extrait d'un manuel :

Exercice : Utilise tes instruments de géométrie pour construire une figure qui correspond à ce schéma, en respectant les propriétés codées.

¹ TICE : Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement

1 Analyse a priori

Premier temps

Le rectangle et le cercle sont deux objets géométriques particulièrement travaillés à l'école primaire, dès le CE2. Par ailleurs, la reproduction de figures est une des compétences travaillées à l'école primaire. Pour reproduire la figure (dans l'environnement papier-crayon ou dans l'environnement Tracenpoche), différentes étapes sont nécessaires.

Pour faciliter les explications, et pour la suite de l'exposé, je vais nommer les différents points de la figure de la manière suivante :

Deuxième temps

Pour reproduire la figure dans l'environnement papier-crayon, il est nécessaire de :

- repérer dans la figure les deux sous-figures : le cercle de centre A et de rayon AD, le rectangle ABCD.
- repérer les relations entre les deux sous-figures : le point I est le milieu de [AB], les longueurs AI, IB et AD sont égales.
- établir une chronologie des tracés
- effectuer les tracés

Deux techniques sont possibles, en utilisant la règle non graduée, l'équerre et le compas :

- soit on commence par le cercle de centre A et de rayon AI, on trace la perpendiculaire à (AI) passant par A, on place un point d'intersection D entre cette perpendiculaire et le cercle, on place B tel que I soit le milieu de [AB], on termine le rectangle ABCD ;
- soit on commence par le rectangle, on trace un segment [AB], on trace la perpendiculaires à (AB) passant par A, on place I le milieu de [AB], on trace le cercle de centre A et qui passe par I, il coupe la perpendiculaire en D, on termine alors le rectangle.

Pour reproduire la figure dans l'environnement Tracenpoche, ces quatre étapes sont nécessaires. Les traits de construction restent alors visibles.

On peut commencer par le cercle. Dans ce cas, les connaissances instrumentales sont : tracer un cercle de centre A et passant par I, tracer un segment, tracer des perpendiculaires ou des parallèles, placer des points d'intersection, placer le symétrique d'un point par rapport à un point.

On peut commencer par le segment [AB]. Dans ce cas, les connaissances instrumentales sont : tracer un cercle de centre A et passant par I, tracer un segment, tracer des perpendiculaires ou des parallèles, placer des points d'intersection, placer le milieu d'un segment.

Troisième temps

Le rectangle a la caractéristique d'avoir une longueur double de la largeur. Si l'on choisit de commencer par tracer le rectangle, il faut s'arrêter pour tenir compte de cette contrainte. Il faut tracer le cercle pour déterminer la largeur du rectangle à partir de sa longueur. Si l'on choisit de commencer par tracer le cercle, les points A et I étant placés, il est nécessaire de placer B tel que I soit le milieu de [AB]. C'est une première difficulté pour les élèves.

Dans l'environnement papier-crayon, la validation de la figure ne peut pas se faire par superposition au calque (technique possible à l'école primaire) dans la mesure où les dimensions ne sont pas données. Elle passe donc par le contrôle avec les instruments.

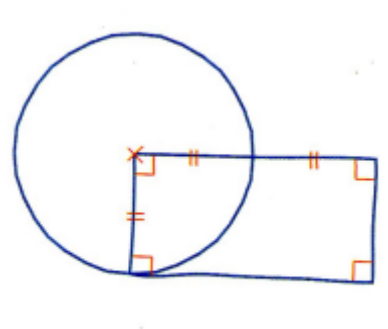
Dans l'environnement Tracenpoche, la validation de la figure passe par la résistance de la figure au cours du déplacement de tous les points déplaçables.

Ces techniques de validation, dépendantes de l'environnement, sont à mettre en place que ce soit en formation continue ou dans la classe.

2 Déroulement de la séance

À un moment, au cours du stage de formation continue, le formateur propose aux stagiaires, sur feuille, l'exercice que nous venons de présenter, extrait d'un manuel.

Exercice : Utilise tes instruments de géométrie pour construire une figure qui correspond à ce schéma, en respectant les propriétés codées.



La session de formation continue se déroule de la manière suivante. Dans une première phase, le formateur présente collectivement l'exercice en l'accompagnant des questions suivantes : « Quels sont les objectifs mathématiques ? Est-il pertinent d'utiliser la géométrie dynamique ? Pour quelles raisons ? » Dans une deuxième phase, chaque stagiaire réfléchit sur cet exercice, sachant qu'il dispose d'un ordinateur et d'un cahier. Dans une troisième phase, un des stagiaires est sur l'ordinateur du stage, l'écran étant vidéoprojeté. Il a pour tâche de construire la figure dans l'environnement Tracenpoche. À l'issue de cette construction, dans une dernière phase, chaque stagiaire prépare une séance de classe pour ses élèves, entrelaçant les deux environnements.

La séance de travail est présentée sous forme de tableau synoptique en fonction des changements de modalités.

Temps (en minutes)	Phases	Modalités
0-2	Phase 1 : consignes	collectif
2-14	Phase 2 : recherche	individuel
14-25	Phase 3 : construction dans l'environnement Tracenpoche	collectif
25-40	Phase 4 : préparation de la figure pour les élèves	individuel

Nous nous interrogeons sur le rôle de l'environnement Tracenpoche pour expliciter des relations et propriétés géométriques. Nous focalisons notre attention sur la phase 3, phase pendant laquelle les échanges ont lieu au moment de la construction dans l'environnement Tracenpoche.

3 Description et analyse de la phase 3

Description rapide :

Les stagiaires viennent de réfléchir au problème posé. Ils ont tous construit la figure dans l'environnement Tracenpoche. Un des stagiaires, HC, reproduit la figure sur l'ordinateur du stage, l'écran étant vidéoprojeté.

L'enjeu est de faire établir par les professeurs des écoles certaines propriétés géométriques de la figure.

Les professeurs des écoles connaissent le formateur (chercheur) puisqu'il s'agit d'une formation qui est à sa deuxième année. Ils savent que faire l'exercice dans l'environnement Tracenpoche va permettre de faire de la géométrie, c'est-à-dire d'expliciter des relations géométriques. Ils savent également qu'ils pourront enregistrer leur travail en vue de préparer une séance auprès de leurs élèves. Ils savent que le

formateur répondra à leurs sollicitations. Ils ont une certaine familiarité avec le logiciel : ils ont déjà construit différentes figures dans l'environnement Tracenpoche. Ils ont validé – ou non – la construction en utilisant le déplacement des points déplaçables. Ils sont en salle informatique. Ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du contrat.

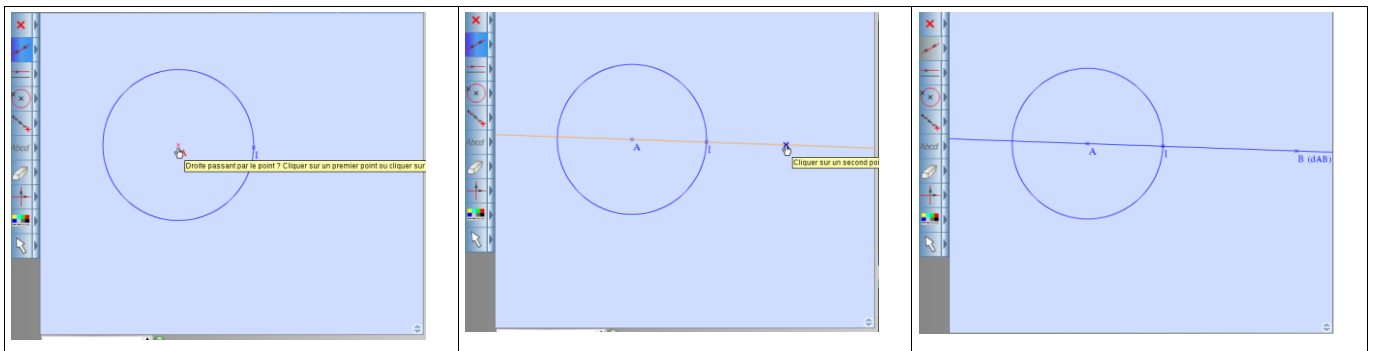
Ce qui va nourrir l'action, c'est la construction de la figure en direct par un des stagiaires dans l'environnement Tracenpoche. Ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du milieu.

J'ai choisi deux moments de cette phase 3, où les échanges entre le formateur et les stagiaires sont particulièrement denses du point de vue de la géométrie. Chacun de ces moments sera introduit par une description, puis sera suivi par une analyse fondée sur les manipulations effectuées par le stagiaire et les échanges que ces manipulations suscitent dans le collectif stagiaires-formateur. Pour des raisons de lisibilité, nous gardons les initiales des différents acteurs, tout en gardant en tête le modèle du jeu didactique (P Professeur, E élève).

3.2 Moment 1 : un problème de mathématique, tracer la droite (AI)

Description

Le stagiaire HC est sur l'ordinateur du stage, l'écran est vidéoprojeté. Il commence la construction. Il a d'abord tracé le cercle de centre A passant par I (tdp 3, HC : « Je trace le cercle. Ensuite je trace un rayon »). Puis, il sélectionne le bouton « droite », sélectionne et valide le point A. Il fait passer la droite orange par le point I, il valide le point B proposé par le logiciel. Il pense avoir tracé la droite (AI) (tdp 5, HC : « Je pense que les enfants prolongeraient le rayon ... »).



Après une diversion sur le report des longueurs avec le cercle, le formateur annonce que la construction est fautive (tdp 41, FA : « Regardez votre droite (AI). Elle ne me plaît pas »). Le stagiaire HC propose d'abord d'effacer ce qu'il vient de faire (tdp 44, HC : « Alors je l'enlève »). Le formateur insiste (tdp 45, FA : « Pourquoi est-ce qu'elle ne plaît pas ? »). HC reconnaît qu'en déplaçant, il pouvait le déduire (tdp 46, HC : « Parce que si je bouge ... »). Un autre stagiaire, CP, explique que le point B n'est pas le symétrique (de A par rapport à I). Finalement HC recommence en sélectionnant successivement le point A et le point I et valide la construction (tdp 59, HC : « Je la fais passer par I. Ah ça y est, elle est accrochée »). Une des stagiaires, CP, conclut alors que la droite doit passer par les deux points A et I (tdp 60, CP : « Pour que ce soit la même direction, il faut qu'elle passe par deux points »).

Analyse

Au moment de la construction de la droite (AI), le stagiaire HC se place plutôt du point de vue du professeur dans sa classe (« Je pense que les enfants prolongeraient le rayon ... »), tout en se prêtant au jeu du formateur. Il essaie donc de construire la droite (AI) dans l'environnement Tracenpoche. Le formateur affirme que la droite tracée n'est pas la droite attendue. Cette affirmation déstabilise dans un premier temps le stagiaire, qui est prêt à tout effacer. La demande d'explication supplémentaire de la part du formateur est le déclencheur d'un échange intéressant entre les stagiaires. Autrement dit, le milieu organisé autour de la construction de la droite (AI) met en lumière comment des connaissances géométriques peuvent être réinvesties à travers des connaissances instrumentales. HC se place du côté des connaissances instrumentales, en lien avec la validation ou la non-validation par le déplacement. CP,

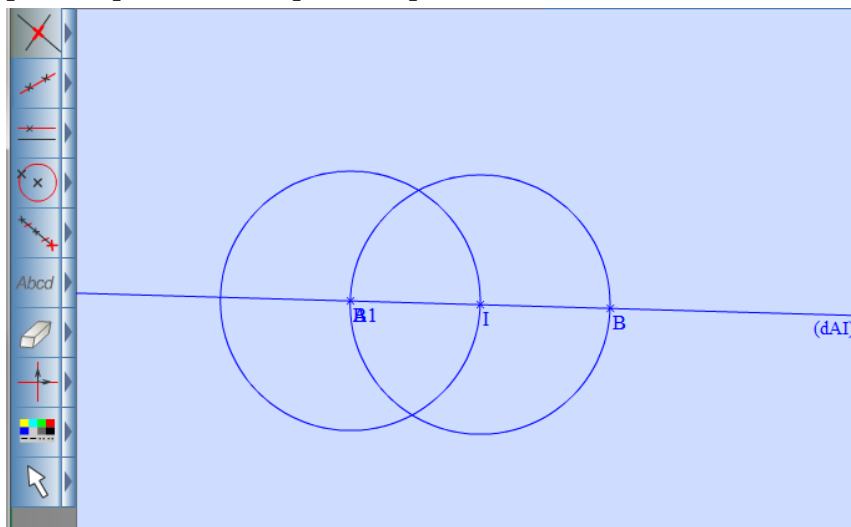
quant à elle, se place du côté des connaissances géométriques, en lien avec l'unicité de la droite lorsqu'elle est définie par deux points. Cette connaissance mathématique est implicite dans l'environnement papier-crayon. En effet, utiliser la règle pour tracer la droite (AI) revient à prendre appui sur le segment [AI], sans expliciter que seuls deux points sont suffisants. Lorsque le stagiaire HC trace la droite (AI) la première fois, il n'établit pas le lien entre la droite qui passe par le point I, en sélectionnant le point I, et la droite « orange » qui passe perceptivement par le point I. Autrement dit, il transpose la propriété d'alignement des points, « portée » par la règle dans l'environnement papier-crayon à la définition d'une droite à travers la « droite orange » dans l'environnement Tracenpoche.

Au départ, nous notons que le formateur prend la responsabilité de la non-validation de la construction. Puis rapidement, il intervient *a minima* pour permettre aux stagiaires d'explicitier une connaissance mathématique (la nécessité de deux points pour définir la droite) en appui sur la droite dans l'environnement Tracenpoche. Mais il n'intervient pas pour dire ce qu'il y a à faire. Autrement dit, il compte sur les rétroactions du logiciel (même si elles ne sont évoquées que par le stagiaire HC) pour faire évoluer les techniques des stagiaires. Par exemple, il est possible de se rendre compte que la droite « orange » ne passe pas par le point I puisque le point I ne change pas de couleur : le passage au rouge est le signe de la sélection. Ou encore le déplacement du point A modifie l'écran de sorte que la droite ne passe plus par I. Ce sont les échanges dans l'environnement Tracenpoche qui permettent à HC de modifier le début de la construction.

3.3 Moment 2 : un problème instrumental, tracer le point B tel que I soit le milieu de [AB]

Description

Le stagiaire HC est toujours sur l'ordinateur du stage, l'écran étant vidéoprojeté. Il a tracé le cercle de centre A et passant par le point I. Il a tracé la droite (AI). Il trace maintenant le cercle de centre I et passant par A. Il veut placer le point B à l'intersection de la droite (AI) et du cercle qu'il vient de tracer.



À ce moment, à l'initiative du formateur, une discussion s'engage autour du deuxième point qui vient se superposer au point A. Le formateur pointe un problème (tdp 67, FA : « *Quel est le problème que les élèves rencontrent ?* »), au moment où l'écran affiche le résultat de la construction. Une première idée des stagiaires est éventuellement de ne pas tenir compte de cette superposition de points (tdp 94, CP : « *Est-ce que les élèves, ça leur pose problème le fait qu'il y ait une sorte de gribouillis ?* ») Les stagiaires demandent l'avis du formateur, qui ne souhaite pas une telle construction (tdp 97, FA : « *Proposer quelque chose qui n'est pas lisible, ça m'ennuie* »). Une deuxième idée est de ne pas travailler avec le cercle pour reporter la longueur AI mais d'utiliser la notion de symétrie centrale (tdp 85, HC : « *Alors on prend le symétrique, comme j'ai fait au début* »). Le formateur écarte cette proposition (tdp 86, FA : « *Le symétrique, ils ne connaissent pas* »).

Analyse

Comme précédemment, le formateur pointe une difficulté au cours de la construction de la figure, qui advient parce qu'elle est posée dans l'environnement Tracenpoche. Il se place maintenant du côté des professeurs des écoles (tdp 67, FA : « *Quel est le problème que les élèves rencontrent ?* »). Il prend appui sur le résultat obtenu à l'écran sans énoncer le problème, ni chercher à le faire dire. Il compte sur les rétroactions du logiciel pour faire préciser le problème des points qui se superposent. Plusieurs stagiaires l'ont bien noté (tdp 69 et 70, HC et SC : « *Il y a deux points* »). Une ambiguïté est présente sur la dénomination des « deux points ». Faut-il comprendre qu'il y a deux points d'intersection entre le cercle de centre I qui passe par A et la droite (AI) ? Faut-il comprendre qu'il y a deux points qui se superposent, l'un étant le point d'intersection entre le cercle de centre I qui passe par A et l'autre le point A ?

Dans l'environnement papier-crayon, cette question ne se pose pas. Si la règle graduée n'est pas autorisée, le point B pourra certes être placé à l'intersection du cercle et la droite, sous-entendu le point d'intersection qui n'est pas A. Autrement dit, le problème que l'on rencontre dans l'environnement Tracenpoche donne à voir ce qui est fait implicitement dans l'environnement papier-crayon. Les stagiaires ne pouvaient pas anticiper ces deux points d'intersection et leurs conséquences implicites.

La question initiale posée aux stagiaires concernait les élèves. Jusque-là, il n'en avait pas été question. Puis, un des stagiaires posent la question au formateur de ce qui ferait signe aux élèves tdp 94, CP : « *Est-ce que les élèves, ça leur pose problème le fait qu'il y ait une sorte de gribouillis ?* ». Cette question pose le problème de ce que l'on peut accepter dans l'usage du logiciel. La superposition des points tient à une contrainte instrumentale : un point défini d'une certaine manière ne peut pas être réinvesti s'il est défini d'une autre manière. Le point A est un point du cercle, il ne peut pas être défini comme le point d'intersection d'un diamètre du cercle passant par A et du cercle. Il est nommé autrement par le logiciel, même si les deux points sont superposés. Un bouton du logiciel permet d'éviter cette superposition. Cette connaissance instrumentale est explicitée par une des stagiaires (tdp 70, C : « *Il faut le faire en évitant le point* »). Au cours d'une séance précédente, nous avons convenu qu'elle n'était pas à proposer aux élèves. Pour conclure, le formateur clôt cette possibilité.

Une autre manière de placer ce point B est alors proposée par un des stagiaires, à savoir utiliser le bouton « symétrique d'un point par rapport à un point ». Il insiste « *C'est ce que j'ai fait au début* ». Le formateur écarte d'emblée cette proposition en se plaçant du côté des élèves « *le symétrique, ils ne connaissent pas* ». En effet, la symétrie centrale est hors programme. Le stagiaire insiste « *C'est le moment de découvrir* ». Nous voyons ici un effet de l'environnement Tracenpoche : la facilité de l'usage de certains boutons peut permettre d'introduire de nouvelles notions, même si elle n'est pas connue.

3.4 Moment 3 : un problème de professeur des écoles, définir les objectifs de la construction

Description

Finalement, au vu des difficultés rencontrées, le formateur envisage de ne pas construire cette figure dans l'environnement Tracenpoche (tdp 88, FA : « *Vous comprenez, si c'est insurmontable, on n'utilise pas Tracenpoche dans cet exercice* »). Et là, une des stagiaires, SP, explique que l'exercice est intéressant en fonction des objectifs que l'on se fixe (tdp 92, SP : « *Ça dépend des objectifs* »). En particulier, elle précise le travail que l'on peut être amené à faire sur les milieux de segments (tdp 92, SP : « *Si on travaille sur les milieux, c'est intéressant* »). Une autre stagiaire SC ajoute que la présence du codage permet aux élèves de se rendre compte que le point I est le milieu du segment [AB] (tdp 99, SC : « *Ton milieu, c'est la première chose qu'ils voient* »). Puis, un autre stagiaire, JLB, conclut par la possibilité d'imposer une chronologie pour la construction dans l'environnement Tracenpoche, en donnant le segment [AB] comme figure initiale (tdp 101, JLB : « *Il faut donc donner le début, commencer par AB* »).

Analyse

La construction de la figure dans l'environnement Tracenpoche est problématique. Nous pouvons dire que ce qui fait le milieu, c'est l'avancée de la construction dans l'environnement Tracenpoche et les

difficultés rencontrées. Le formateur s'appuie donc sur ces résistances, mais en faisant preuve de réticence. À un moment où le milieu semble trop résistant, l'accommodation par les stagiaires apparaît problématique. Le formateur suggère d'écarter l'exercice. La provocation, suggérant l'abandon, fait réagir d'abord une des stagiaires, SP, qui rappelle que l'on choisit un exercice en fonction des objectifs que l'on se fixe. Une seconde, SC, prend appui sur la figure de départ pour préciser certaines connaissances en jeu. Le codage de l'égalité des longueurs peut faire signe aux élèves sur la présence du milieu du segment [AB]. Autrement dit, au cours de la séance de stage, ce qui a permis aux stagiaires d'évoquer le milieu de [AB], comme tâche première, ce sont les contraintes instrumentales. Mais par ailleurs, de leur point de vue, les codages de la figure donnés dans l'énoncé indiqueraient aux élèves la présence du milieu du segment. Pour finir, un des stagiaires se place alors du point de vue du professeur qui pourrait proposer cet exercice à ses élèves. Il résume tous les échanges par une adaptation de l'exercice, reproduire la figure est maintenue, mais elle est à faire à partir d'un segment [AB] donné.

3.5 Conclusion

La stratégie d'homologie permet au formateur de faire mettre en évidence des connaissances mathématiques ou des connaissances instrumentales. Il pointe les problèmes rencontrés dans l'environnement Tracenpoche (« *votre droite ne me plaît pas* », « *les élèves vont avoir un problème* », « *Donc on abandonne Tracenpoche* »). Mais ce sont les connaissances mathématiques qui sont travaillées (une droite est définie par la donnée de deux points, un cercle et une droite ont deux points d'intersection quand la droite n'est pas tangente au cercle, le codage de la figure). Les échanges commencent en lien avec ce qui se passe dans l'environnement Tracenpoche (le déplacement, les deux points, le gribouilli). La validation passe par la construction effective dans l'environnement Tracenpoche. L'institutionnalisation est parfois présente (« pour que ce soit la même direction, il faut qu'elle passe par deux points », « Il faut donner le début »). Cette construction pas à pas dans l'environnement Tracenpoche met en évidence des propriétés géométriques, souvent implicites dans l'environnement papier-crayon.

L'analyse *a priori* nous a certes rendu attentifs à la chronologie de la construction. Cependant, comme nous l'avons décrit et analysé, ce sont des contraintes instrumentales (tracer la droite (AI), tracer le point B tel que I soit le milieu de [AB]) qui ont servi d'appui pour envisager une chronologie de construction pour les élèves. Cet artifice a permis de mettre en évidence que le choix de reproduction de la figure peut être intéressant pour réinvestir la notion de milieu du segment, du point de vue des élèves. Dans le même temps, l'environnement Tracenpoche a servi de support d'échanges sur des connaissances mathématiques (définir une droite par deux points) ou sur des connaissances didactiques (définir une chronologie dans la construction d'une figure).

Il se trouve qu'un des professeurs présent au stage a accepté de me recevoir dans sa classe de CM1-CM2 pour observer. Le hasard a voulu que ce soit cet exercice qui a été fait à ce moment. J'ai donc choisi cette opportunité pour étudier comment des connaissances mathématiques sont mises en œuvre en appui sur l'environnement Tracenpoche, cette fois-ci dans la classe.

III - DANS LA CLASSE DE SP

1 Déroulement

Le professeur a choisi d'organiser une séance autour de cet exercice. Il projette la figure (cf illustration 1) qu'il a préparée dans l'environnement Tracenpoche. Les élèves ont à décrire la figure (phase 1) et à la construire dans l'environnement papier-crayon avec les instruments usuels (règle non graduée, équerre, compas) (phase 2). Ils reproduisent ensuite la figure dans l'environnement Tracenpoche (phase 3). De retour en classe, ils reproduisent collectivement la figure dans l'environnement Tracenpoche (phase 4) avant de le refaire en binômes dans l'environnement Tracenpoche (phase 5). Pour terminer, ils reproduisent une seconde fois la figure dans l'environnement papier-crayon avec les instruments usuels. Le déroulement de la classe est présenté sous forme d'un tableau synoptique en fonction de l'environnement et des modalités :

Temps (en minutes)	Phases	Modalités	Environnement
0-9	Phase 1 : description de la figure	collectif	TEP
9-22	Phase 2 : construction de la figure	individuel	P/C
22-46	Phase 3 : construction dans l'environnement Tracenpoche	binômes	TEP
46-71	Phase 4 : reproduction dans l'environnement Tracenpoche	collectif	TEP
71-87	Phase 5 : reproduction dans l'environnement Tracenpoche	binômes	TEP
87-101	Phase 6 : reproduction de la figure	individuel	P/C

Nous rappelons la question de recherche : au cours des transactions, en quoi l'environnement Tracenpoche permet-il au Professeur d'orienter le regard des Élèves vers des connaissances géométriques ? À l'instar de ce qui s'est passé en formation, nous allons étudier si l'environnement Tracenpoche est le support d'échanges sur des relations géométriques en classe. Nous allons centrer l'analyse sur la phase 4, moment où les échanges sont nombreux, en appui sur l'environnement Tracenpoche. Comme précédemment, nous présentons une description de cette phase, puis menons une analyse fondée sur les manipulations effectuées par l'élève et les échanges que ces manipulations suscitent entre les élèves et le professeur des écoles.

2 Description et analyse de la phase 4

Description de la phase 4

Le professeur organise le retour en classe de la manière suivante : S, un élève de CM1 est sur l'ordinateur de la classe dont l'écran est vidéoprojeté. Les élèves proposent des phrases géométriques. S doit construire avec le logiciel les éléments géométriques proposés. Voici les étapes de la construction :

Heure (en min sec)	Temps (en min, sec)	Éléments géométriques
47:21- 50:18	2:57	Construire le cercle de centre A et passant par B.
50:18- 50:54	0:36	Construire le segment [AB]. Construire la perpendiculaire à (AB) passant par A.
50:54- 51:51	0:03	Placer I un point d'intersection de la droite que l'on vient de tracer et du cercle.
51:51- 52:01	0:10	Construire la parallèle à (AI) passant par B.
52:01- 53:30	0:59	Construire D le symétrique du point A par rapport à I.
53:30- 54:34	1:04	Construire la perpendiculaire à (AD) passant par D.
54:34- 55:05	0:31	Placer le point d'intersection des deux droites qui viennent d'être construites.
55:05- 59:23	4:18	Valider la construction en déplaçant les points déplaçables.

Analyse

Les élèves ont d'abord décrit la figure (phase 1). Ils ont construit la figure, une première fois dans l'environnement papier-crayon (phase 2), une deuxième fois dans l'environnement Tracenpoche (phase 3). Ils ont donc maintenant une certaine familiarité avec cette figure. Ils savent qu'ils doivent utiliser le

vocabulaire. Si l'on considère la dialectique contrat-milieu, ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du contrat.

Les phrases prononcées par les élèves sont traduites en termes d'action sur le logiciel par un élève. Chacun des élèves (et le professeur) voit ce que fait S : les déplacements du curseur, les boutons et les objets géométriques sélectionnés et validés à l'écran. La figure géométrique évolue au fur et à mesure de la construction. Ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du milieu.

L'enjeu est de faire dire aux élèves des phrases comportant les éléments caractéristiques des objets géométriques.

On peut attribuer aux interventions du professeur différentes fonctions.

La première fonction est définitoire : il s'agit d'établir la règle du jeu. Les élèves ont à dire à la personne qui manipule la souris comment reproduire la figure dans l'environnement Tracenpoche. Au départ c'est le professeur qui était prévu aux commandes de la souris (tdp 1, P : « *J'aimerais que vous me disiez ce que je dois faire pour reconstruire le travail* »). Puis il délègue immédiatement son rôle à un élève de CM1, S (tdp 1, P : « *Je vais envoyer quelqu'un à ma place* »). Il devient ainsi l'élève-sherpa (Trouche 2007) : tous ses mouvements de la souris sont visibles à l'écran. Cependant, ses mouvements sont guidés par un autre élève, qui doit formuler une phrase mathématique pour S. Ce dernier doit alors transposer cette phrase en action avec le logiciel. Les élèves échappent parfois à la règle initiale. Le professeur garde le cap (tdp 15, P : « *Non, qu'est-ce qu'il trace ? Les boutons, c'est ses affaires à lui. Qu'est-ce qu'il trace ?* ») Autrement dit, la règle du jeu annoncée par le professeur (tdp 1, P : « *Ce que je dois faire pour construire le travail* ») est différente de la règle du jeu que le professeur attend, c'est-à-dire expliciter les éléments caractéristiques des objets géométriques.

La deuxième fonction va être de faire compléter des phrases incomplètes. Par exemple :

27	P	<i>Quoi d'autre ?</i>
28	A	<i>Il fait une droite parallèle.</i>
29	P	<i>Ouh là là, il faut que tu sois plus précis. Parce qu'il ne va pas pouvoir faire ce qu'on lui dit.</i>
30	A	<i>Il fait la parallèle à (AI) passant par le point I.</i>

Cet exemple illustre la manière dont le professeur engage l'action des élèves. Il demande à l'élève de faire des phrases en utilisant un vocabulaire géométrique dans un but précis, il faut que l'élève S puisse faire la construction dans l'environnement Tracenpoche. Ce qui motive la précision de la phrase, ce n'est pas l'objet mathématique. Ce n'est pas non plus le professeur qui la demande. C'est la nécessité de pouvoir le tracer dans l'environnement Tracenpoche. Ce ne sont pas les exigences professorales, mais des exigences instrumentales : l'environnement Tracenpoche devient le prétexte à rendre nécessaire les éléments caractéristiques des objets géométriques.

Une troisième fonction est de faire avancer le temps didactique. Par exemple :

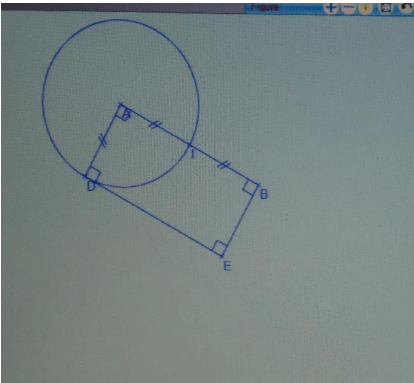
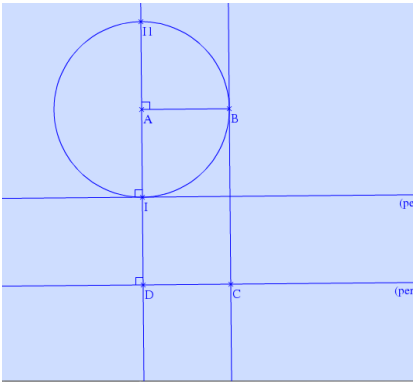
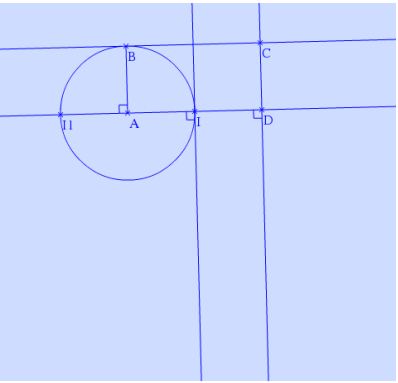
11	P	<i>Quelqu'un d'autre après ? Jordan ?</i>
19	P	<i>Ensuite, qu'est-ce qu'il fait d'autre ? Céline ?</i>
27	P	<i>Quoi d'autre ? Axel ?</i>

Au moment de la définition de la règle du jeu, le professeur délègue son rôle à l'élève S (tdp 1, P : « *Je vais donner ma place à quelqu'un* »). Au cours de la construction, tandis que l'élève S reste aux commandes du logiciel, le professeur donne la responsabilité à différents élèves de produire des assertions permettant à S de construire la figure. Autrement dit, le professeur cherche à instaurer un dialogue entre deux élèves, l'un donnant l'ordre et l'autre exécutant cet ordre. Ainsi, bien que le professeur fasse preuve de réticence (il ne dit pas ce qu'il y a à faire), il est omniprésent. Effectivement, les élèves proposent des ordres à destination du professeur (tdp 18, G : « *On trace...* », tdp 30, A : « *Il fait ...* »). L'effacement

programmé du professeur n'est pas réalisé. Au contraire, c'est lui qui impulse le rythme en prenant appui sur le changement d'élèves.

La quatrième fonction du professeur est de faire valider la construction.

La figure étant construite (cf illustration 3), le professeur engage le travail de validation par le déplacement (tdp 51, P : « *C'est terminé ou pas ? Quels points il faut déplacer pour vérifier ?* ») S déplace un point (cf illustration 4). Le support de discussion n'est donc pas la figure telle qu'elle pourrait l'être dans l'environnement Tracenpoche. C'est la figure déplacée au fur et à mesure du mouvement impulsé par S. Les effets du déplacement sont interprétés de manière contradictoire (tdp 51, P : « *Est-ce qu'on a la même figure que tout à l'heure ?* ») : les élèves répondent par oui et par non.

		
Illustration 2	Illustration 3	Illustration 4
Figure proposée par le professeur dans la phase 1	Figure construite par S sous la dictée des élèves	Figure obtenue après le déplacement du point B.

Au cours de la construction, la question de l'erreur n'a jamais été évoquée. Le professeur ne s'attend probablement pas à ce problème. Il lui faut donc trouver les moyens de convaincre tous les élèves, les différentes figures ne font pas signe à tous les élèves : ils ne reconnaissent pas la figure initiale (cf illustration 2). Le professeur reprend alors les propriétés énoncées dans la première phase (tdp 63, P : « *Est-ce qu'on a bien les angles droits ? Est-ce que I est le milieu de [AD] ?* », tdp 69, P : « *Est-ce que cette distance-là est le même que celle-là ?* »). Elle fait ainsi appel à la mémoire didactique de la classe. La validation des propriétés de la construction à l'écran passe par différents moyens.

D'abord, elle valide les angles droits (non tracés par le logiciel en A, I et D) en les traçant avec le logiciel. Autrement dit, elle s'appuie sur une connaissance instrumentale : tracer un angle dans l'environnement Tracenpoche est symbolisé par un arc de cercle qui devient le symbole de l'angle droit lorsque les droites sont perpendiculaires. On peut faire le parallèle dans l'environnement papier-crayon. Une vérification de l'angle droit passe par l'usage de l'équerre. Une technique ancienne est revisitée par une technique nouvelle transposée.

Puis elle valide les égalités de longueurs AB et DC d'une part et AD et BC d'autre part de manière perceptive (tdp 67 et 69, P : « *Est-ce que cette distance-là est la même que celle-là ?* »). Comme précédemment, on peut comparer avec ce qui se fait habituellement dans l'environnement papier-crayon. Le professeur n'utilise pas une connaissance instrumentale, usage de la règle pour mesurer un segment, alors que l'usage de la règle permettrait d'attester de l'égalité des longueurs dans l'environnement papier-crayon. Cette technique ancienne n'est pas revisitée par une technique nouvelle transposée. Par contre, elle fait valider les égalités des longueurs AB et AI en faisant évoquer l'égalité des rayons du cercle. Cette technique s'appuie sur un discours technologique relatif à la définition des rayons du cercle.

Enfin, en appui sur ces éléments, elle conclut rapidement sur la validité de la construction (tdp 79, P : « *Oui* »). Elle enchaîne sur une question d'orientation de la figure (tdp 79, P : « *C'est pas tout à fait clair parce que ce n'est pas dans le bon sens* »). Nous pouvons interpréter cette conclusion au vu des réactions des élèves, toutes les propriétés sont vérifiées, mais ils ne semblent pas convaincus.

IV - CONCLUSION - DISCUSSION

La question qui nous préoccupe est de donner à voir comment le Professeur prend appui sur l'environnement Tracenpoche pour orienter l'Élève vers des connaissances géométriques. C'est pour approfondir cette question que nous avons voulu rapprocher le dispositif en formation continue et le dispositif en classe (classe de SP).

Les deux situations que nous avons présentées ici, sont organisées globalement sur le même principe, un élève-sherpa qui est sur l'ordinateur de la classe, dont l'écran est vidéoprojeté (le stagiaire HC, l'élève S), des intervenants (un stagiaire, un des élèves désigné par le professeur), un professeur (le formateur, le professeur de la classe SP).

Différents exemples de discussions ont été présentés, qui adviennent en fonction de ce qui se passe à l'écran : déterminer une droite, placer un point, prévoir une chronologie de la construction au cours du stage de formation continue, donner les éléments caractéristiques des objets géométriques, valider une construction.

Les analyses dans deux contextes différents nous amènent à nous interroger sur différents points.

1°) Une des questions didactiques évoquées au cours du stage de formation continue concernait la construction du point B sachant que I est le milieu de [AB]. Le formateur, à ce moment, a été assez explicite quant à l'usage de la symétrie centrale (tdp 86, FA : « *les élèves ne connaissent pas* »). Pourtant, dans la classe de SP, le bouton « symétrique d'un point par rapport à un autre point » avait été utilisé. Dans quelles conditions a-t-il été introduit ? Pouvait-on s'en dispenser ? Faut-il choisir un autre exercice dans l'environnement Tracenpoche ? Toutes ces questions ne peuvent trouver une réponse qu'en menant l'enquête entre les professeurs des écoles et le formateur (ici le chercheur).

2°) Une deuxième question concernait le codage de la figure. Au cours du stage de formation continue, une stagiaire SC a expliqué que le codage sur la figure permettrait aisément aux élèves de voir que I était le milieu de [AB]. Effectivement, dans la classe de SP, le milieu a été repéré en premier au moment de la phase 1 au cours de la description de la figure. Pourtant, cette prise d'indice n'est pas partagée par tous les élèves. On s'en rend compte, dans la phase 2, lors de la construction de la figure dans l'environnement papier-crayon, 8 élèves (sur 24 élèves) n'ont pas placé le point I en tant que milieu de [AB]. Mais, dans la phase 3, lors de la même construction dans l'environnement Tracenpoche, tous les élèves ont une figure où le point I est le milieu de [AB], soit en utilisant le bouton « milieu », soit en utilisant le bouton « symétrique ». Nous pouvons donc constater que des élèves peuvent « voir » des propriétés sans pour autant les réinvestir au moment de la construction, ni se rendre compte d'une erreur éventuelle. Par contre, dans l'environnement Tracenpoche, le déplacement éclaire l'absence d'une prise en compte de « quelque chose ». Autrement dit, une technique perceptive de construction dans l'environnement papier-crayon devient problématique dans l'environnement Tracenpoche. L'élève est amené à prendre en compte des propriétés géométriques, c'est-à-dire à élaborer une technologie sur la technique. Mais ces effets ne sont repérés que dans une classe. Une autre prolongation de l'enquête consisterait à l'étendre à plusieurs classes et à plusieurs professeurs des écoles.

3°) Une dernière question concerne la validation de la construction.

Figure obtenue	Figure visée

Dans la classe de SP, les élèves ne reconnaissent pas la figure obtenue après le déplacement des points (cf illustration 5). Le professeur fait rappeler les propriétés qui avaient permis de décrire la figure (cf illustration 6) et les vérifie sur la figure obtenue. Malgré ces précisions, les élèves restent dubitatifs. Finalement, le professeur fait refaire la figure « dans le bon sens ». Dans le stage de formation continue, nous n'avons pas évoqué la question de la validation. Or, comme nous le voyons ici, elle est problématique. Nous avons décrit et analysé l'ingéniosité du professeur, qui choisit de vérifier d'abord les propriétés pour tenter de convaincre les élèves. Mais il décide quand même de refaire la figure dans le « bon sens ». Au cours du stage de formation continue, la question de l'orientation n'a pas été abordée,

alors qu'elle est cruciale. Quels sont les critères de validité d'une figure en mathématiques ? Comment vérifier qu'une construction est juste, tant dans l'environnement papier-crayon que dans l'environnement Tracenpoche ? Il nous semble que le problème présenté ici est réel. Dans l'environnement papier-crayon, la superposition de la construction avec une construction sur un papier calque « retourné » est une possibilité. Cependant, l'absence de données sur la longueur ne permettrait pas d'utiliser cette méthode. Quelles sont alors les connaissances mathématiques sous-jacentes ? Comment aborder ces questions en formation continue ? En classe ?

La puissance d'agir du Professeur semble dépendre étroitement de sa connaissance des enjeux mathématiques. Qu'il s'agisse du professeur des écoles dans sa classe de cycle 3 ou du formateur au cours du stage de formation continue, dans le contexte de la géométrie dynamique, le Professeur oriente l'action vers des connaissances géométriques qu'il a repérées, en prenant appui sur des connaissances instrumentales (le déplacement, la définition d'une droite, le milieu d'un segment, ...). Cependant, dans l'étude que nous avons menée, nous voyons des limites à cette expérimentation. La question de la validation par le déplacement des points déplaçables a été largement travaillée en formation continue. Pourtant, la mise à l'épreuve dans la classe de cycle 3 est problématique, puisque les élèves ne valident pas la construction. Les rétroactions du logiciel ne sont pas analysées par les élèves dans un but de validation, malgré la présence du professeur, qui oriente l'action des élèves vers des propriétés mathématiques. Il est donc souhaitable de retravailler collectivement, professeurs et formateur, cette articulation connaissances instrumentales et connaissances géométriques. Autrement dit, ce résultat est convergent avec ce qui est expérimenté par ailleurs (Sensevy & al 2013) : il s'agit de développer une démarche où les chercheurs et les professeurs sont associés dans la construction et le développement d'une ressource.

V - BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T., MERCIER A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques, In G. Sensevy & A. Mercier (eds). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 153-185). Rennes : Presses Universitaires.

ATHIAS F. (2014). La géométrie dynamique comme moyen de changement curriculaire, thèse de doctorat, Université Aix-Marseille.

BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. Université d'été 1998 (pp. 91-118). Actes de l'Université d'été La Rochelle, IREM de Clermont-Ferrand, France.

GUEUDET G., TROUCHE L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. Dans G. Gueudet et L. Trouche (Eds). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Presses Universitaires de Rennes. pp. 57-74.

HOUEMENT C. (2013). Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques. History and Overview. Université Paris-Diderot - Paris VII, HDR. <tel-00957166>

SENSEVY G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.

SENSEVY G. (2011). Chapitre 6 : comprendre l'action didactique. Méthode et jeux d'échelle. *Le sens du savoir*. Récupéré le 29/08/2015. <http://python.espe-bretagne.fr/sensevy/sensdusavoir/LeSensDuSavoirChap6.pdf>

SENSEVY G., FOREST D., QUILIO S., MORALES G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 1031-1043.

SENSEVY G. (2012). Le jeu comme modèle de l'activité humaine et comme modèle en théorie de l'action conjointe en didactique. Quelques remarques. *NPPS*, vol7/2, pp. 105-132.

TROUCHE L. (2007). Environnements informatisés d'apprentissage : quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques ? In R. Floris & F. Conne (Eds). *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*. (pp. 19-38). De Boeck.