EVALUATION DIAGNOSTIQUE ET GESTION DE L'HETEROGENEITE DES APPRENTISSAGES DES ETUDIANTS EN MATHEMATIQUES EN M1 MEEF 1ER DEGRE

Brigitte GRUGEON-ALLYS
Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

Julia PILET
Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
julia.pilet@u-pec.fr

Résumé
Le projet ORPPELA[1] présenté ici vise à gérer la très grande hétérogénéité des apprentissages mathématiques des étudiants de l'académie de Créteil en M1 MEEF 1er degré et à permettre à des publics changeant d'orientation (titulaires de licences professionnelles, autres cursus non universitaires, emploi d'avenir professeur, etc.) de réussir leur formation. Nous avons conçu et mis en place un dispositif de formation s'appuyant sur une évaluation diagnostique automatisée des connaissances et compétences des étudiants (Grugeon 1997) à l'entrée en M1, dans quatre domaines mathématiques et des stratégies de formation adaptées aux besoins d'apprentissage repérés des étudiants (Grugeon et al. 2012, Pilet 2012).
Dans une première partie, nous présentons le test diagnostique en développant des éléments théoriques et méthodologiques sur lequel il est fondé, puis les résultats des étudiants de groupes de formation de l'ESPE de Créteil obtenus par traitement informatique (profil des étudiants et géographie cognitive de groupes). Nous précisons ensuite les choix didactiques pour adapter l'enseignement en fonction des besoins mathématiques et didactiques des étudiants afin de favoriser à la fois leur formation mathématique et professionnelle et leur autonomie.

Avertissement au lecteur ! Cette communication a été suivie par l'atelier A31 intitulé « Quelles stratégies de formation pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques en M1 MEEF 1er degré ? ». Nous invitons le lecteur à s'y reporter notamment pour les documents proposés en annexe et le compte rendu de l'atelier.

Cette communication présente les choix théorique et méthodologique qui fondent le projet ORPPELA « Organiser une progressivité des parcours de formation des étudiants et leur accompagnement » réalisé dans le cadre du dispositif IDEA[2] de l'UPEC. Ce projet vise à gérer la très grande hétérogénéité des apprentissages mathématiques des étudiants de l'académie de Créteil en M1 MEEF 1er degré. Ce projet doit permettre à des publics changeant d'orientation (titulaires de licences professionnelles, autres cursus non universitaires, emploi d'avenir professeur, etc.), de construire des connaissances mathématiques et didactiques pour réussir leur formation et développer des premières connaissances professionnelles pour enseigner en primaire. La formation en M1 ne comporte que 66 h de formation, ce qui est un horaire faible pour ces étudiants.

[1] Réalisé dans le cadre des Initiatives d'Excellence en Formations innovantes (IDEFI) du Programme Investissements d'Avenir, Université Paris-Est met en œuvre le dispositif IDEA.

[2] IDEA vise une transformation progressive de l'accueil, la formation, l'évaluation et l'accompagnement à la (ré)insertion.

Trois objectifs principaux structurent le projet ORPPELA :

1. Mieux connaître les caractéristiques du profil des étudiants en mathématiques et en français : pour ceci, ce projet vise à concevoir et mettre en place une évaluation diagnostique des connaissances et compétences des étudiants dans ces domaines pour les caractériser et favoriser un auto-positionnement des étudiants.
2. Expérimenter un dispositif de formation au service des apprentissages des étudiants s'appuyant sur ce repérage, pour favoriser une progressivité des formations prenant en compte les acquis des étudiants et les besoins repérés et organiser un accompagnement renforcé des étudiants : pour ceci, différents temps sont organisés pour chaque séquence autour d'un thème donné. En amont d'une séquence et des séances en présentiel, les étudiants travaillent des exercices préparatoires avec correction ainsi qu'une synthèse des savoirs et savoir-faire indispensables à la suite de la formation. En TD en présentiel, des situations clefs visent à amener les étudiants à remettre en question des rapports inadaptés aux savoirs mathématiques et à poursuivre la construction de ces savoirs. Les situations sélectionnées prennent en compte les acquis et besoins d'apprentissage repérés des étudiants. La gestion didactique doit permettre à tous les étudiants de travailler à la fois les savoirs mathématiques anciens mais aussi les savoirs didactiques et professionnels. Nous envisageons des exercices d'entrainement de difficulté croissante pour gérer l'avancée du temps didactique de l'ensemble des étudiants. Toutes les corrections des exercices sont déposées sur EPREL[3] à la fin du TD ainsi qu'un document de cours reprenant les différentes notions mathématiques et didactiques qui sert de point d'appui à l'institutionnalisation des savoirs. Le dispositif doit prévoir un accompagnement des étudiants en dehors des séances présentielles (entretiens personnalisés, pistes de travail personnel, suivi à distance sur le forum de la plateforme EPREL pour accompagner le travail personnel et répondre aux questions).
3. Elaborer un dispositif à plus grande échelle en s'appuyant sur une évaluation du dispositif initial mis en place en M1 à l'ESPE de Créteil pour le transférer à d'autres types de formation au sein de la COMUE Paris Est.

Ces modalités spécifiques de formation devront être expliquées aux étudiants dès la rentrée afin de mettre en place le plus rapidement possible un contrat qui les engage dans la formation.

Dans une première partie nous présentons la problématique et les fondements théorique et méthodologique du projet. Nous présentons ensuite la conception du test et les résultats des étudiants à ce test en 2014-2015 sur une population de 490 étudiants. Nous explicitons la stratégie de formation et l'accueil d'étudiants ayant répondu à un questionnaire. Pour terminer, nous présentons des premiers résultats sur l'évolution des raisonnements des étudiants en géométrie et proposons quelques perspectives.

I - PROBLEMATIQUE ET CADRE THEORIQUE

Au vu de l'organisation prévue pour ce dispositif, quelles sont les questions posées par la formation d'étudiants présentant une très grande hétérogénéité des connaissances mathématiques et de rapport au savoir mathématique et à son enseignement, dans un contexte de M1 associé à la préparation du concours CRPE.

1 Questions initiales

Comment repérer les connaissances et compétences des étudiants dans différents domaines mathématiques et organiser un enseignement adapté aux besoins d'apprentissages des étudiants ?

En quoi la mise en relation de différents cadres théoriques issus de la didactique des mathématiques permet-il de définir une évaluation diagnostique pour repérer les connaissances et compétences des

[3] Plateforme en ligne pour la formation à l'ESPE de Créteil.

étudiants en mathématiques et d'organiser leur formation en fonction des besoins d'apprentissage repérés ?

Quels sont les effets sur la formation des étudiants et comment les repérer et les identifier de façon précise ?

2 Eléments théoriques

Pour prendre en compte la complexité du problème étudié, nous utilisons une approche multidimensionnelle pour distinguer trois entrées et les éléments théoriques à convoquer pour les étudier : la conceptualisation des concepts du côté de l'étudiant, la prise en compte du savoir, l'étude dans plusieurs institutions. Nous croisons donc des approches cognitive, épistémologique et institutionnelle.

2.1 Une approche cognitive du côté de l'étudiant

Pour évaluer des processus d'apprentissages des étudiants en privilégiant un point de vue épistémologique, nous reprenons le point de vue développé par Vergnaud (1986), c'est-à-dire que, « *comprendre le développement et l'appropriation des connaissances, (nécessite) d'étudier des ensembles assez vastes de situations et de concepts, c'est-à-dire des champs conceptuels. Etudier l'apprentissage d'un concept isolé, ou d'une technique isolée, n'a pratiquement pas de sens* » (Vergnaud 1986, p 28). Vergnaud introduit aussi une hypothèse forte, la dialectique entre la genèse de la connaissance d'un élève et la structure du savoir mathématique. Nous faisons l'hypothèse qu'une évaluation diagnostique est un moyen pour étudier les conceptions personnelles des élèves sur un domaine mathématique donné, en lien avec l'étude des démarches et des raisonnements au cours de l'apprentissage et de ruptures potentielles d'ordre épistémologique. De plus, nous cherchons à décrire les cohérences de fonctionnement des élèves par domaine mathématique.

2.2 Une approche épistémologique du côté du savoir

Nous retenons une approche épistémologique, prenant en compte le développement des savoirs mathématiques savants mais aussi la conceptualisation des concepts chez les apprenants et la nature de leur activité mathématique. Nous nous appuyons sur les travaux en didactique des mathématiques dans les différents domaines, numérique (nombres entiers (Mounier, 2012) et décimaux (Perrin-Glorian, 1986), numération (Tempier, 2013), résolution de problèmes (Vergnaud, 1986, 1990)), Géométrie (Kuzniak et Houdement, 1990, 2006), algèbre élémentaire (Grugeon, 1997 ; Chevallard, 1985, 1989 ; Kieran, 2007 ; Vergnaud, 1987). Ces études permettent de spécifier les aspects épistémologiques à prendre en compte dans l'apprentissage et l'enseignement et les ruptures d'ordre épistémologique à négocier.

2.3 Une approche institutionnelle du côté de l'institution

L'approche cognitive est insuffisante pour prendre en compte l'influence du contexte institutionnel sur les apprentissages de l'élève, ni les liens entre rapport personnel de l'élève au savoir et rapport institutionnel (Maury et Caillot, 2003). Les étudiants ont appris les mathématiques à l'école primaire, au collège et au lycée, voire à l'université. L'approche institutionnelle est incontournable pour caractériser l'activité mathématique des élèves organisée autour de la résolution de tâches qui dépendent fortement, des programmes à ces différents niveaux scolaires et des phénomènes de transposition didactique. Cette approche permet de prendre en compte les attentes curriculaires et les décalages potentiels entre les rapports institutionnels à un savoir lors de la transition entre institutions (école/collège, collège/lycée, lycée/université) et les impacts possibles sur les rapports personnels des apprenants aux objets de savoir. Des études portant sur l'analyse des programmes et des manuels ont permis de repérer des implicites ignorés pourtant incontournables dans les curriculums qui pourraient expliquer des rapports aux objets de savoirs non idoines chez les étudiants. Ces études donnent des pistes pour dégager des situations d'apprentissage pour travailler les besoins d'apprentissages ignorés dans les programmes (Castela, 2008), en lien avec les aspects épistémologiques incontournables pour l'apprentissage des savoirs des domaines mathématiques impliqués dans les programmes.

Dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1999, l'activité mathématique est modélisée en termes de praxéologie mathématique, c'est-à-dire, de types de tâches et de techniques les résolvant (savoir-faire), une technique étant justifiée par un discours technologique, lui même étant justifié par une théorie (savoir) (Chevallard, 1999). Évaluer le développement conceptuel et l'activité dans un contexte scolaire revient à évaluer les rapports personnels des élèves au savoir, c'est-à-dire les praxéologies apprises dans les institutions parcourues.

La conception d'une évaluation diagnostique, nécessite pour des raisons pratiques, de déterminer un échantillon de types de tâches représentatifs des praxéologies visées, pour les domaines mathématiques d'un programme donné, à un niveau scolaire donné (Chevallard 2007). Dans le cadre du projet, nous avons pris en compte ceux représentatifs du programme de l'école élémentaire ou de la formation mathématique de fin de scolarité obligatoire.

Pour situer le rapport personnel des étudiants au savoir, nous nous appuyons sur la caractérisation de références épistémologiques relatives aux domaines mathématiques, en lien avec les types de tâches et problèmes représentatifs du domaine et les éléments théoriques et technologiques (propriétés, modes de raisonnement, modes de représentation sémiotique) pour les résoudre, au cours de l'enseignement du primaire au secondaire.

3 Test diagnostique et référentiels dans les domaines mathématiques

Pour chaque domaine, nous définissons les tâches du test comme un échantillon de types de tâches représentatifs du domaine. Au vu du nombre de tâches du test, certains types de tâches peuvent être absents. Nous prenons en compte à la fois les dimensions *outil* et *objet* des savoirs enseignés.

Pour chaque domaine, nous définissons un référentiel qui pointe les aspects épistémologiques à prendre en compte pour résoudre les types de tâche et qui décrit trois niveaux d'activité selon le développement conceptuel et les rapports construits aux objets mathématiques.

Nous distinguons trois dimensions d'analyse de l'activité mathématique, les propriétés et le raisonnement mis en jeu dans la résolution des types de tâches (*outil*), la gestion d'un type de représentation sémiotique à un autre, les propriétés mobilisées et modes de représentation associés au traitement des objets mathématiques (*objet*). Nous précisons trois niveaux d'activité mathématique, d'usage des propriétés, des raisonnements et des modes de représentation des objets mathématiques dans la résolution de types de tâches du domaine. Pour chaque niveau, nous avons défini des indicateurs pour l'activité mathématique Ces indicateurs permettent de traduire des cohérences de fonctionnement dominantes des étudiants (Grugeon, 1997) sur l'ensemble des tâches d'un domaine. Il s'agit de traits « dominants » dans le sens où certaines connaissances peuvent être instables et mobilisées ou non en fonction du contexte de résolution d'exercice. Ces niveaux d'activité mathématique permettent de situer celle des étudiants par rapport à l'activité et au rapport aux mathématiques attendus en M1.

3.1 Référentiel pour le domaine géométrique

Dans la recherche en didactique de la géométrie, Houdement et Kuzniak (1999, 2006) ont étudié la question du rapport entre l'espace physique et l'espace géométrique. Ils ont défini trois paradigmes géométriques à partir des travaux de Gonseth (1945-1952) qui fondent l'épistémologie sous-tendue par les paradigmes. Ils les étudient à partir de cinq modes, l'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif, le type d'espace, le statut du dessin. Ils définissent ainsi trois géométries, la géométrie naturelle 1, la géométrie axiomatique naturelle 2, la géométrie axiomatique formelle 3, pour caractériser les différents rapports aux objets géométriques et les ruptures de contrats sous-jacents.

	Géométrie naturelle I	Géométrie axiomatique naturelle II	Géométrie axiomatique formaliste III
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Liée à des schémas de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Support du raisonnement et « figural concept »	Schéma d'un objet théorique, outil heuristique
Aspect privilégié	Évidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets

Tableau 1 : les trois géométries (Kuzniak et Houdement, 2006)

Kuzniak et Houdement ont montré que des difficultés d'apprentissage proviennent souvent d'une confusion entre les savoirs issus de l'expérience directe avec le monde réel et les savoirs géométriques. Le référentiel reprend cette catégorisation pour définir une échelle d'activité sur les objets de la géométrie selon trois dominantes :

- Niveau A : activité géométrique majoritairement liée à une géométrie du raisonnement (géométrie2)
- Niveau B : activité géométrique liée majoritairement liée à une géométrie instrumentée ou un raisonnement déductif incorrect
- Niveau C : activité géométrique majoritairement liée à une géométrie perceptive (géométrie 1).

Nous décrivons plus précisément des caractéristiques associées à chaque niveau d'activité dans le tableau suivant.

A	Bonne connaissance des propriétés des figures géométriques. Distinction entre le statut de figure et de dessin. Bonne articulation entre les différents modes de représentation. Appréhension séquentielle et discursive des figures en jeu dans les problèmes permettant d'organiser une démonstration avec un raisonnement déductif.
B	Connaissance fragile des propriétés des figures géométriques, des différents modes de représentation. Distinction entre figure et dessins connue mais peu articulée avec l'usage des propriétés. Résolution de problèmes de géométrie utilisant prioritairement les instruments ou un raisonnement déductif souvent incorrect.
C	Visualisation des figures sans distinction entre propriétés spatiales (position) et géométriques, les propriétés étant peu structurées. Peu d'articulation entre différentes représentations. Résolution des problèmes de géométrie utilisant davantage la perception (« je vois que ») et la mesure (usage des instruments) qu'un raisonnement déductif.

Tableau 2 : référentiel en géométrie

3.2 Référentiel pour le domaine algébrique

Nous nous appuyons sur les travaux de Grugeon (1997) qui structure le champ de l'algèbre en deux dimensions non indépendantes et non hiérarchisées : la dimension outil et la dimension objet. Cette structuration s'inscrit dans les travaux de didactique de l'algèbre des années 90 qui remettent en question un enseignement de l'algèbre comme arithmétique généralisée (Chevallard, 1989; Gascon, 1995). Elle définit la compétence algébrique à la fin de la scolarité obligatoire comme suit

- Sur le plan *outil*, la compétence algébrique s'évalue à travers la capacité à produire des expressions et des relations algébriques pour traduire un problème, à les interpréter puis à mobiliser les outils algébriques adaptés à sa résolution. Différents contextes, différents domaines d'emploi mettent en jeu la dimension outil de l'algèbre aussi bien dans des tâches de formulation, de résolution que de preuve, l'arithmétique traditionnelle n'en étant qu'un parmi d'autres. Un intérêt tout particulier est porté aux capacités à utiliser l'algèbre comme outil pour prouver des conjectures numériques.

- Sur le plan *objet*, il est nécessaire de prendre en compte le double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques pour les manipuler formellement en redonnant sa juste place à la dimension technique (instrumentale et sémiotique) du traitement algébrique. La compétence algébrique s'évalue à travers des capacités techniques d'ordre syntaxique et sémiotique et des capacités interprétatives mettant en jeu dénotation, interprétation et sens des expressions algébriques. Elle peut aussi s'évaluer en termes de capacité à manipuler des ostensifs pilotés par des non-ostensifs.

Nous étudions l'activité algébrique sur les types de tâches du domaine algébrique du côté de l'usage de l'outil algébrique dans des types de tâches de généralisation, de modélisation, de preuve et de la traduction entre registre de représentations sémiotiques et du côté du calcul. Nous distinguons trois niveaux de l'activité algébrique :

- Niveau A : activité liée à une utilisation de l'algèbre adaptée pour résoudre des problèmes et à un calcul algébrique contrôlé et intelligent
- Niveau B : activité liée à une utilisation de l'algèbre peu adaptée pour résoudre des problèmes à un calcul algébrique peu contrôlé, à l'aveugle
- Niveau C : activité liée à une utilisation de l'algèbre immotivée pour résoudre des problèmes ou à l'usage de démarches arithmétique et à un calcul algébrique reposant sur l'arithmétique.

Nous décrivons plus précisément des caractéristiques associées à chaque niveau d'activité dans le tableau 3.

A	Outil algébrique disponible et adapté aux types de tâches du domaine. Pratique intelligente et contrôlée du calcul algébrique. Traduction entre registres sémiotiques adaptée et contrôlée.
B	Usage de l'algèbre adapté dans certains types de tâches et peu adapté dans d'autres. Calcul basé sur des règles syntaxiques souvent à l'aveugle, ne préservant pas l'équivalence des expressions. Traduction pas toujours adaptée et fréquemment sans reformulation.
C	Non disponibilité de l'outil algébrique pour généraliser, prouver ou modéliser. Technologie arithmétique persistante. Traitement mettant en jeu des règles de formation et de transformation incorrectes de type concaténation appuyée sur l'arithmétique. Calcul sans signification et non opératoire. Traduction souvent sans cohérence entre le modèle et la situation

Tableau 3 : référentiel en algèbre élémentaire

II - EVALUATION DIAGNOSTIQUE

L'évaluation diagnostique concerne quatre domaines mathématiques : le numérique (numération, entiers et décimaux, résolution de problèmes arithmétiques), le géométrique, l'algébrique et le fonctionnel. A chaque domaine est associé un référentiel.

1 Conception de l'évaluation diagnostique

Nous avons constitué l'évaluation par des tâches d'un échantillon de types de tâches représentatifs des quatre domaines mathématiques pour déterminer des caractéristiques de l'activité des étudiants par domaine. Le test est prévu pour une durée d'une heure de passation. Il est composé de 29 tâches se répartissant comme indiqué dans le tableau 4. Elles sont pour la plupart sous forme de QCM ce qui permet un traitement informatique. Certaines ont des énoncés ouverts (6/29) : les étudiants doivent, soit entrer un nombre, soit un raisonnement. Dans ce dernier cas les questions sont codées par un humain et non par une machine, les codes étant entrés dans un tableau analysé automatiquement par un traitement informatique.

Domaine	Nombre d'exercices

Géométrique	6/29
Numérique (entiers, fractions, décimaux)	14/29
Proportionnalité et fonction	5/29
Algébrique	4/29

Tableau 4 : Répartition des tâches de l'évaluation diagnostique

Le nombre de tâches est limité pour tenir compte du temps de passage. D'un point de vue théorique, et méthodologique il permet de recueillir suffisamment d'indicateurs pour établir des traits dominants de l'activité mathématique de l'étudiant que nous appelons profil de l'étudiant. Pour des étudiants dont l'activité est très instable, le défi est plus difficile. Ce test est automatisé informatiquement, c'est-à-dire que les étudiants passent le test en ligne. Leurs réponses sont analysées automatiquement et leur profil est créé selon un algorithme permettant de calculer les traits caractéristiques dominants.

Voici les tâches diagnostiques du domaine algébrique :

Je pense à un nombre auquel j'ajoute 2. Je multiplie le résultat par 3, puis j'ajoute le nombre initial et je soustrais 2. Je divise le résultat par 4 et je soustrais le nombre initial. Je trouve 1. Est-ce toujours vrai ? Justifier.

- Vrai
- Faux

Justification

Figure 1 : tâche 4 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1er degré

Les égalités suivantes sont-elles vraies pour toute valeur de a ?

	Oui	Non
a²=2a	○	○
3+5a=8a	○	○
(a+b)²=a²+b²	○	○
0xa=a	○	○
2x(3a)=6a	○	○

Figure 2 : tâche 10 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1er degré

Affirmation : Tout nombre pair est divisible par 4.

- A : Vrai car pour tout n entier naturel, on peut écrire 4n=2x2n
- B : Faux car il suffit de trouver un seul nombre entier pour lequel la propriété est fausse même si par ailleurs cette propriété est vraie pour une infinité de nombres entiers.
- C: Vrai car par exemple 24 est pair et divisible par 4.

Figure 3 : tâche 21 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1er degré

J'ai 94 € dans mon porte-monnaie uniquement en pièces de 2 € et de 5 €. J'ai 29 pièces en tout.Trouver le nombre de pièces de chaque sorte.

Nombre de pièces de 2 €

Nombre de pièces de 5 €

Trace de la méthode utilisée

Figure 4 : tâche 22 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1er degré

Nous renvoyons au compte-rendu de l'atelier A31 pour les tâches diagnostiques pour les domaines numérique et géométrique.

2 Analyse et codage des réponses

Pour effectuer l'analyse des réponses, nous réalisons d'abord pour chaque tâche et chaque item une analyse *a priori* avec les réponses possibles, correctes ou non, en précisant la nature de l'activité mathématique par rapport à celle visée, selon les trois dimensions d'analyse. Nous leur associons un code de 1 à 3 en fonction du niveau de l'activité. Ensuite, nous réalisons une analyse transversale sur l'ensemble des items de chaque domaine selon un algorithme qui calcule le nombre de codes 1 à 3, en tenant compte du poids de chaque tâche. Pour un domaine mathématique, si la somme des codes coefficientés pour un niveau d'activité est strictement supérieur (ou égal) à la somme des coefficients pour les deux autres alors il détermine le profil dans le domaine, **sinon** le profil de l'étudiant est considéré comme « instable » dans ce domaine. Le profil est renvoyé à l'étudiant. Un exemple de profil est proposé en annexe 1.

3 Exemples d'analyse a priori

Nous proposons ici l'analyse *a priori* de la tâche 4 d'algèbre (Figure 5). D'autres analyses *a priori* sont proposées dans le compte-rendu de l'atelier A31. La tâche 4 vise à évaluer l'activité d'un étudiant à résoudre un type de tâche de généralisation puis de preuve. Engage-t-il une démarche arithmétique de preuve par l'exemple ou bien une démarche algébrique pour prouver l'assertion affirmée est vraie, en produisant une expression générale E(x) en montrant que l'égalité E(x) = 1 est vraie pour tout nombre x. la résolution convoque un type de tâche de traduction, les types registres de représentation sémiotique n'étant pas sémantiquement congruents. Nous étudions aussi le type de représentation établi.

Question*4*	Algébrique	Coeff : 3

Je pense à un nombre auquel j'ajoute 2. Je multiplie le résultat par 3, puis j'ajoute le nombre initial et je soustrais 2. Je divise le résultat par 4 et je soustrais le nombre initial. Je trouve 1. Est-ce toujours vrai ? Justifier.

- Vrai
- Faux

Question*:*Est-ce*vrai*pour*n'importe*quel* nombre*?*

Justification

cas*	Réponse*	Niveau*	Analyse*
A*	Solutions du type ((x+2)3 + x-2)/4 – x = 1 nom de la variable peut varier	1 1 1 1 1 2	Réponse correcte même raisonnement pas à pas
B*	Solutions du type (x+2)×3 + x – 2 /4 – x = 3x+6+x-2/4 –x = x+1-x = 1	2 2 2	Incorrect : Généralisation avec traduction comportant des erreurs de parenthésage, ou de distributivité
C*	Solutions du type (x + 2)3= 3x+6 = 9x+x=10x-2 = 8x/2 = 4x-x x+2 × 3 = 6x +x= 7x-2 = 5x.... ou sans parenthèses et sans bloc x+2*3+x -2 /4-x et calcul sans respect des règles de transformation	2 3 3	Incorrect : Symbolisation mais traduction conduisant à des règles de formation incorrectes : x+2 ✐ 2x ; x2+3 ✐ 5x
D*	Solutions du type 1+2 =3 ; 3 x3 = 9 ; 9 +1 = 10 ; 10 – 2 = 8 ; 8 :4 = 2 ; 2 -1 = 1	3 3 3	Incorrect : Pas de généralisation et pas à pas non enchainé
E*	1+2 =3 x3 = 9 +1 = 10 – 2 = 8 :4 = 2 -1 = 1	3 3 3-	Incorrect : Pas de généralisation et calcul enchainé voir avec opérations posées

Tableau 5 : analyse a priori de la tâche 4

4 Profil d'étudiants et géographie de la classe : résultats

L'évaluation diagnostique a été passée à la rentrée 2014 en M1 à l'ESPE de Créteil sur trois sites par 490 étudiants. Voici la répartition des profils selon les 4 domaines (Figure 5)

numérique			Algébrique		
% réponse	% réussite	Profil	% réponse	% réussite	Profil
96%	59%		83%	40%	
63%	309	A	20%	100	A
0%	0	B	9%	44	B
17%	82	C	57%	277	C
20%	99	I	14%	69	I

géométrie			proportionnalité		
% réponse	% réussite	Profil	% réponse	% réussite	Profil
96%	35%		97%	46%	
7%	36	A	33%	163	A
3%	14	B	1%	4	B
46%	225	C	47%	230	C
44%	215	I	19%	93	I

Figure 5 : répartition des 480 profils sur les quatre domaines mathématiques

Nous remarquons que 17% des étudiants à l'entrée en M1 éprouvent des difficultés en numération et sur les décimaux (conception deux entiers séparés par une virgule, et intercalation d'un nombre entre deux entiers ou deux décimaux), 20% ayant des connaissances peu stabilisées. 57% des étudiants privilégient des démarches arithmétiques pour résoudre des problèmes du domaine algébrique ou utilisent l'exemple pour prouver. 46% ont un rapport fort à une géométrie perceptive et seulement 7 % des étudiants engagent un raisonnement déductif de façon autonome pour démontrer. 47% des étudiants ne reconnaissent pas de modèles linéaires. L'évaluation diagnostique donne clairement une géographie de l'ensemble des étudiants de M1 et des informations quant à la stratégie de formation à suivre.

III - STRATEGIE DE FORMATION

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe 1, l'approche anthropologique nous permet de mettre en relation les résultats de l'évaluation avec les ruptures d'ordre épistémologique envisageables, aux aspects épistémologiques implicites mais incontournables pour l'apprentissage des savoirs des domaines mathématiques impliqués dans les programmes, aux besoins d'apprentissages ignorés dans les programmes et qui peuvent expliquer les rapports personnels construits par les étudiants aux objets de savoir dans les quatre domaines. L'étude épistémologique donne des pistes pour déterminer des situations d'apprentissage à proposer aux étudiants pour revenir sur les savoirs anciens, déstabiliser des conceptions erronées, faire évoluer des rapports personnels au savoir vers un rapport idoine.

1 Nos principaux choix

1.1 Des situations d'apprentissage

Nous avons donc sélectionné des situations d'introduction clefs pour permettre aux étudiants de revenir sur certains savoirs anciens en lien avec les besoins d'apprentissage repérés et certains implicites des programmes bien repérés dans les études didactiques (Charnay 1995, Grugeon-Allys et al. 2012, Pilet 2012).

Pour les étudiants des profils B et C, les enjeux de la formation visent à les amener à comprendre les limites de leurs conceptions et les conditions de validité pour l'usage de propriétés ou de techniques en situation de résolution de tâche. Nous cherchons à faire évoluer leurs conceptions et à leur faire construire un rapport personnel au savoir plus idoine en perspective de leur futur métier d'enseignant. Nous voulons motiver l'introduction de certaines notions, (ré)introduire leurs raisons d'être, les faire fonctionner en tant qu'*outil* avant de les institutionnaliser comme *objet* (Douady, 1987) et ainsi mettre en situation les étudiants de poursuivre la construction d'éléments théoriques, de modes de raisonnement, indispensables à l'enseignement de ces notions à l'école élémentaire.

En ce qui concerne tous les étudiants, et particulièrement les étudiants de profil A, il s'agit de conduire avec eux une première réflexion didactique sur le processus de conceptualisation de notions étudiées et sur les étapes de leur enseignement. L'enjeu est de les engager dans le développement de compétences professionnelles.

1.2 Gestion didactique des situations

Un des éléments importants de la stratégie de formation concerne la gestion didactique des séances. La gestion didactique des séances doit permettre de prendre en compte l'hétérogénéité des techniques, les erreurs. Dans le cadre du temps de formation très faible imparti, la mise en œuvre de certaines séances consiste à mettre en place des phases de recherche individuelle ou en groupe pour permettre aux élèves de résoudre les situations, puis des phases de mise en commun pour en débattre. Ces temps de mise en œuvre permettent aux étudiants de formuler les techniques utilisées, les justifications utilisées, de les valider, de comparer les techniques, de les hiérarchiser. Le travail dans le cadre de ces situations permet aussi d'engager la réflexion sur la notion de variable didactique associée à une situation et le choix des valeurs pour faire évoluer les techniques utilisées. C'est l'occasion d'interroger les différents rapports institutionnels à un savoir selon les institutions. Ils sont suivis d'une institutionnalisation des savoirs visés. La gestion de ces situations d'action, de formulation, validation joue donc un rôle primordial pour motiver la reprise et la poursuite de la construction de notions mathématiques en les resituant par rapport à leur enseignement de l'école élémentaire à la fin du collège. Cette stratégie de formation permet de donner une vision de la culture mathématique et des savoirs attendus à la préparation au concours de recrutement des professeurs des écoles ainsi que dans leur futur métier.

2 Un exemple de parcours de formation en géométrie

La première séquence de formation en géométrie s'appuie sur une étude épistémologique et didactique.

2.1 L'organisation globale

La séquence de géométrie est prévue pour 3 séances d'une durée de 3 heures soit 9 heures en tout. Préalablement aux séances en présentiel, les étudiants peuvent résoudre une feuille d'exercices préparatoires avec correction déposée sur EPREL pour travailler des notions élémentaires sur les figures élémentaires de la géométrie, les constructions de base avec l'usage d'instruments (tracer une droite perpendiculaire ou parallèle à une droite passant pas un point avec l'équerre). Une synthèse des savoirs et savoir-faire est proposée. Les trois séances de formation ont trois objectifs de formation complémentaires : la reproduction de figures, la description de figure et la construction de figure à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un schéma, la conjecture et la démonstration. Elles visent à faire évoluer leur rapport personnel à la géométrie en distinguant ce qui relève d'une géométrie 1 d'une géométrie 2. Au-delà des situations d'apprentissage, des exercices d'application et de réinvestissement progressifs visent à poursuivre la construction des savoirs géométriques et didactiques.

2.2 Trois situations clefs

Séance 1 : Reproduire, construire une figure géométrique

Rappelons que près de la moitié des étudiants relèvent d'une géométrie 1 et que moins de 10% des étudiants donnent à voir des raisonnements déductifs.

La première situation de la séance 1 a pour objectif de distinguer propriétés spatiales et propriétés géométriques et de donner des raisons d'être à l'usage de propriétés géométriques pour dégager une stratégie de reproduction de figure

La séance 1 convoque deux situations d'entrée : la première concerne une tâche de reconnaissance de figures, la deuxième une tâche de reproduction (cf. énoncé en annexe 2). Pour dépasser le perceptif, la tâche de reproduction nécessite de déterminer le centre d'un cercle connaissant trois points et d'utiliser des propriétés géométriques relatives à la caractérisation du point de concours des médiatrices d'un triangle. Cette situation a les potentialités didactiques pour amener les étudiants, qui privilégient le perceptif et la mesure, à prendre conscience des limites de ce rapport aux objets de la géométrie en distinguant les propriétés spatiales des propriétés géométriques, à motiver la recherche de propriétés géométriques pour élaborer un procédé de construction. Elle permet aussi aux étudiants de percevoir l'insuffisance de l'essai pour reproduire et la nécessité de démontrer des propriétés. C'est l'occasion de travailler l'implicite des dessins, d'organiser la prise d'informations supplémentaires (ajout de tracé, de points), et le codage des figures, de préciser le vocabulaire géométrique. C'est ainsi pour tous les étudiants une première rencontre avec des connaissances didactiques de l'enseignement de la géométrie à l'école.

Séance 2 : Décrire un objet géométrique

La situation d'entrée de la séance 2 vise à définir les conditions d'une description de figure dans une situation de communication émetteurs–récepteurs : identifier les figures de base, les relations entre elles, identifier une chronologie dans les étapes de construction et utiliser un vocabulaire adapté pour rédiger le programme de construction.

Les étudiants en situation sont amenés à distinguer les propriétés spatiales et géométriques pour analyser chaque figure. Le test du programme de construction amène les élèves à valider ou non les programmes de construction et à interroger les conditions d'une description de figure. La mise en commun entre les différents programmes de construction permet de faire une synthèse sur les savoirs géométriques et didactiques en jeu et leur usage dans l'enseignement de la géométrie en cycle 3. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique, géogébra, donne un autre accès aux critères de validité de construction d'une figure. (distinction entre propriétés spatiales et géométriques)

Séance 3 : Conjecturer et démontrer

Les situations d'entrée de la séance 3 ont pour objectifs de travailler la distinction entre conjecture et démonstration, de faire évoluer le rapport perceptif aux figures et de remettre en question l'évidence de propriétés « qui semblent vraies ». Les situations retenues visent à donner des raisons d'être à la nécessité de démontrer en géométrie et des règles du raisonnement déductif.

La recherche des conditions nécessaires et suffisantes d'un raisonnement déductif s'appuie sur les temps de formulation, de validation des solutions d'étudiants, organisés suite à la recherche de la nature des figures construites et à l'agrandissement d'une figure. C'est l'occasion de poursuivre la réflexion sur les limites du perceptif ou de la mesure, sur la nécessité de démontrer, sur les différents types de raisonnement et leur hiérarchisation.

Les situations sont données dans le compte-rendu de l'atelier A31.

3 Première évaluation de la formation

L'évaluation du dispositif de formation a pris deux formes : l'analyse des raisonnements proposés par les étudiants à un exercice de géométrie, lors de l'examen de fin de semestre en janvier 2015, l'analyse des réponses des étudiants à un questionnaire passé en avril 2015 une semaine avant la fin de la formation.

3.1 Des évolutions du raisonnement géométrique

Nous avons analysé les types de raisonnement engagés par les élèves dans la résolution d'un exercice posé à l'examen du semestre 1.

> ***Enoncé :***
> *Soit (C) un cercle de centre O et de diamètre [AB], tel que AB = 8cm. Soit C un point du cercle tel que AC = 4 cm.*
> *D est le symétrique de A par rapport au point C. E est le le symétrique de B par rapport au point C. Faire la figure*
> *Quelle est la nature du triangle ABC ?*
> *Quelle est la nature du triangle ACO ?*
> *Montrer que les droites (OC) et (BD) sont parallèles.*
> *Montrer que le triangle ABD est équilatéral.*
> *Que représente la droite (BC) pour le segment [AD] ?*
> *Quelle est la nature du quadrilatère ABDE ?*

Nous avons codé les réponses des étudiants : P – Perceptif, I – Instrumenté, R – Raisonnement déductif avec RH – hypothèse non prouvée, RT – inventé ou erroné, RR – raisonnement erroné.

Nous avons dépouillé les solutions de 190 étudiants.

P	I	R	RH	RT	RR
38	12	149	63	70	51

Au vu des résultats, nous constatons que 50 solutions relèvent toujours d'un raisonnement perceptif ou instrumenté. La plupart des raisonnements relèvent d'un raisonnement déductif mais montrent des difficultés liées à la mobilisation d'hypothèses non prouvées, à l'usage de propriétés erronées ou de pas de raisonnement incorrect. Ces résultats mettent en évidence une évolution du contrat didactique sur le raisonnement géométrique mais la nécessité d'un temps long pour stabiliser une évolution du rapport au raisonnement géométrique.

3.2 Un retour globalement positif sur les modalités de la formation

Nous avons fait passer un questionnaire portant sur plusieurs thèmes : le rôle et l'impact du test diagnostique passé en début d'année, les modalités d'organisation des TD, la répartition des contenus abordés, la mise en place des TD dédoublés, l'organisation des entretiens.

Nous avons analysé 73 réponses, ce qui constitue un faible nombre de réponses.

Du côté du test diagnostique

Globalement les résultats du test ont permis aux étudiants de repérer leurs connaissances. De 60% à 70 % ont jugé utile de situer leurs connaissances et compétences par rapport à celles attendues et ont pu mieux cibler leurs besoins d'apprentissage. En revanche, seuls 35% l'ont jugé utile pour organiser leur travail personnel. Le bilan semble trop abstrait aux étudiants.

Modalités de travail

Globalement l'organisation des séances, la comparaison et la validation des procédures (figure 6) et le choix des exercices (figure 7) ont semblé adaptés pour plus de 70% des étudiants. En revanche, les étudiants considèrent qu'il n'y a pas eu suffisamment de contenus didactiques.

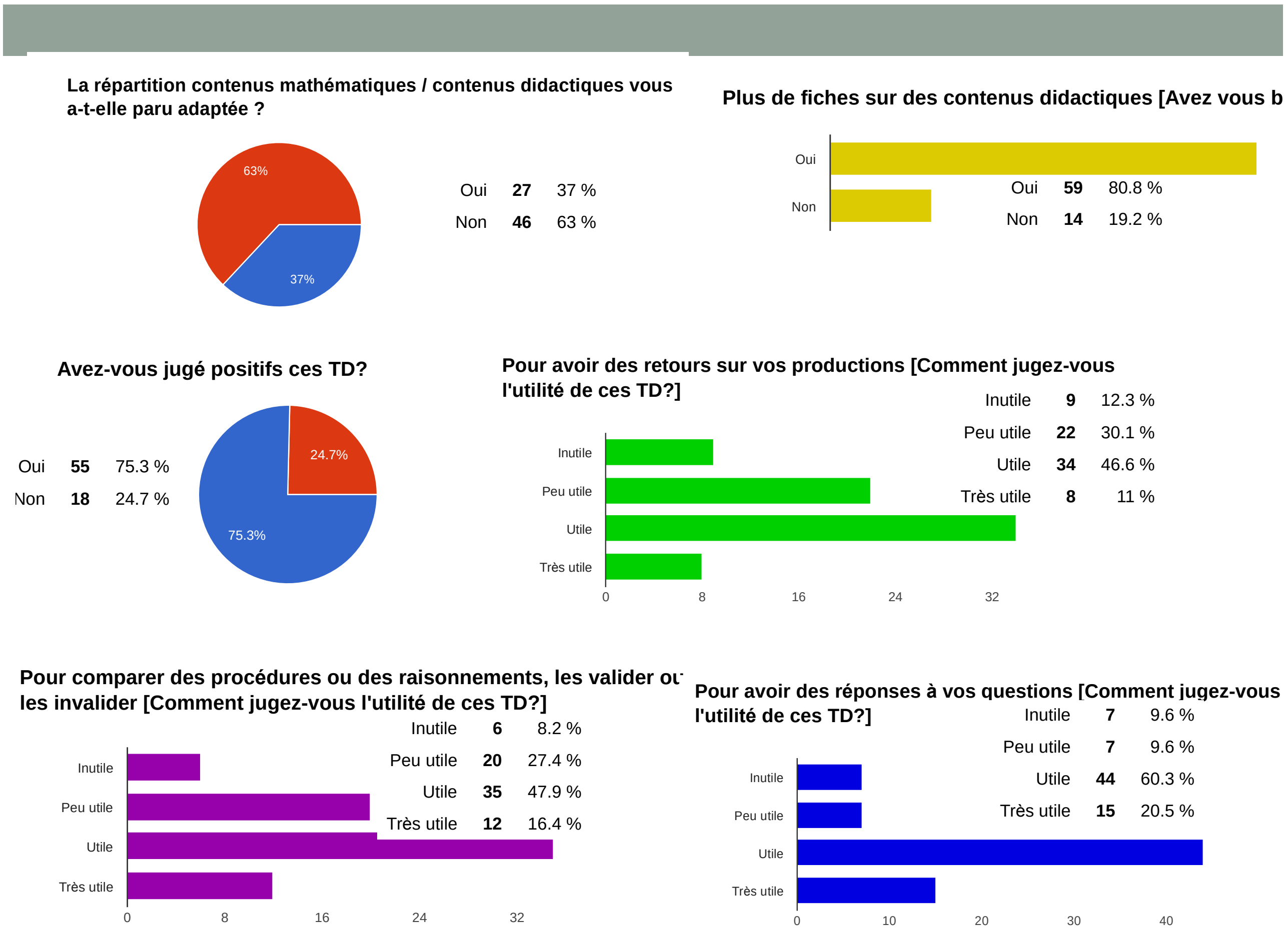


Figure 6 : Modalités de travail

Les exercices pendant les TD : globalement adaptés

Numération

Pas adapté	2	2.7 %
Peu adapté	16	21.9 %
Adapté	37	50.7 %
Très adapté	18	24.7 %

Grandeurs

Pas adapté	1	1.4 %
Peu adapté	11	15.1 %
Adapté	42	57.5 %
Très adapté	19	26 %

Géométrie

Pas adapté	1	1.4 %
Peu adapté	14	19.2 %
Adapté	38	52.1 %
Très adapté	20	27.4 %

Opération

Pas adapté	1	1.4 %
Peu adapté	14	19.2 %
Adapté	40	54.8 %
Très adapté	18	24.7 %

Fonction

Pas adapté	4	5.5 %
Peu adapté	17	23.3 %
Adapté	34	46.6 %
Très adapté	18	24.7 %

Nombres

Pas adapté	3	4.1 %
Peu adapté	14	19.2 %
Adapté	38	52.1 %
Très adapté	18	24.7 %

Géométrie 2

Pas adapté	2	2.7 %
Peu adapté	10	13.7 %
Adapté	40	54.8 %
Très adapté	21	28.8 %

Géométrie espace

Pas adapté	4	5.5 %
Peu adapté	13	17.8 %
Adapté	39	53.4 %
Très adapté	17	23.3 %

Figure 7 : adaptation des exercices

IV - CONCLUSION ET PESPECTIVES

L'approche théorique et méthodologique retenue nous a permis de concevoir une évaluation diagnostique constituée de types de tâches représentatives de quatre domaines mathématiques et de caractériser de façon quantitative et qualitative des profils de l'activité mathématique des étudiants selon trois niveaux technologiques. Malgré les contraintes liées au plan de formation difficiles à gérer (nombre faible d'heures de formation, tension entre préparation d'un master et préparation du CRPE), la stratégie de formation mise en place a facilité, pour les enseignants, la gestion de la très grande hétérogénéité des connaissances mathématiques et du rapport au savoir des étudiants.

Nous avons pointé des évolutions du rapport des étudiants à la géométrie et au raisonnement déductif. Le rapport des étudiants aux mathématiques a aussi évolué dans les autres domaines mathématiques. Le travail engagé, en particulier en amenant les étudiants à formuler leurs démarches, leurs raisonnements puis à étudier leur validité, les a engagés à remettre en question des conceptions, à poursuivre la construction du savoir mathématique, à commencer à réfléchir aux conditions de son enseignement au cours de l'école élémentaire et des savoirs mathématiques et didactiques nécessaires. Mais, cette évolution nécessiterait un temps beaucoup plus long.

Nous continuons à faire évoluer la qualité du diagnostic en prenant appui sur les discussions menées, et à analyser le dispositif de formation mis en place depuis deux ans. L'ensemble des étudiants de M1 MEEF 1er degré suivront cette formation à la rentrée 2015. Ce projet permettra aussi de donner à ces futurs enseignants une autre vision de l'évaluation, davantage au service des apprentissages, et de la formation, plus en appui sur les procédures des apprenants avec comme objectifs les faire évoluer. Nous poursuivrons avec eux la réflexion sur l'articulation entre les différentes fonctions de l'évaluation.

Le projet ORPPELA a été aussi une opportunité pour la formation de formateurs. La production de documents de préparation communs a permis un travail collaboratif et d'accompagner plus sereinement les nouveaux formateurs. Nous étudions maintenant les conditions de son transfert à d'autres niveaux universitaires.

V - BIBLIOGRAPHIE

CHARNAY R. (1995). De la diversité. Dans R. Charnay et al. (Eds.), *Chacun, tous... Différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages* (p. 9-29). Lyon : I.N.R.P.

CHARNAY R., MANTE M. (1995). *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles*. Tome 1. Hatier.

CHEVALLARD Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Première partie. L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, n°5, 51-94.

CHEVALLARD Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* n°19, 43-75.

CHENEVOTOT-QUENTIN F., GRUGEON B., DELOZANNE E. (2011). Vers un diagnostic cognitif dynamique en algèbre élémentaire. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation (827842). Dakar, Sénégal, du 5 au 10 avril 2009.*

DOUADY R. (1987). Jeux de cadres et Dialectique outil-objet. Recherches en didactique des mathématiques, 7(2), 5-32.

DUVAL R. (1993). Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive, *Petit x,* n° 31, 37-61.

DUVAL R. (2000). Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20(2).

GONSETH F. (1945-1955). La géométrie et le problème de l'espace, Éditions du Griffon, Lausanne.

GRUGEON B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Vol.17.2, pp. 167-210, Grenoble : La Pensée Sauvage.

GRUGEON-ALLYS B., PILET J., CHENEVOTOT-QUENTIN F., DELOZANNE E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire : bilan et perspectives* (137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1999). Sur un cadre conceptuel inspiré de Gonseth et destiné à étudier l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres, *Educational Studies in Mathematics*, 40.3, 283-312.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 175-195.

MOUNIER E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique, application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 17, 27-58.

PERRIN-GLORIAN M.-J. (1986). Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège. *Petit x*, 10, 5-29.

PILET J. (2012). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2012, 871p.

TEMPIER F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2013, 427p.

VERGNAUD G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/1.2, 133-170, Editions La Pensée Sauvage.

VERGNAUD G. (1986). Psychologie du développement cognitive et Didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x*, 38, 21-40.

ANNEXES 1 : PROFIL D'ETUDIANT

" " **Torcy"** " **Groupe"!"T1B3"**

!

Numérique!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
100%!	68%!	A!

!

Bonne!connaissance!des!nombres!entiers!et!décimaux!et!des!modes!de!représentation.!Utilisation!des! nombres!et!de!leurs!propriétés!dans!la!résolution!des!différents!types!de!problèmes!mettant!en!jeu!les! quatre!opérations.!

!

Algébrique!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
25%!	100%!	C!

!

Calcul!algébrique!sans!signification!et!peu!opératoire!s'appuyant!sur!des!règles!incorrectes!de!type!«! concaténation!».!Une!traduction!symbolique!peu!cohérente!avec!les!relations.!Très!peu!d'utilisation!de! l'algèbre!pour!résoudre!les!problèmes!de!ce!domaine!et!démarches!arithmétiques!persistantes.!

!

Géométrique!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
100%!	61%!	A!

!

Bonne!connaissance!des!propriétés!des!figures!géométriques.!Distinction!entre!figure!et!dessins.! Bonne!articulation!entre!les!différents!modes!de!représentation.!Appréhension!séquentielle!et! discursive!des!figures!en!jeu!dans!les!problèmes!permettant!d'organiser!une!démonstration!avec!un! raisonnement!déductif.!

!

Proportionnalité!et!fonction!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
100%!	46%!	B!

!

Reconnaissance fragile des modèles de proportionnalité, des propriétés et des modes de représentation (représentation graphique, tableau, etc.). Faible utilisation et mise en œuvre dans la résolution des problèmes.!

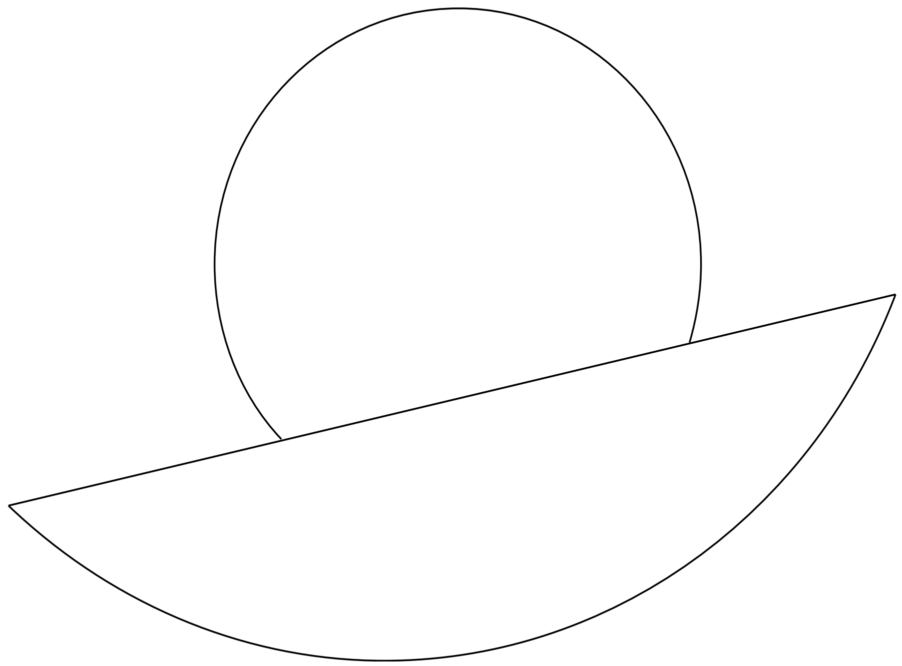
ANNEXE 2 : SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Situation de reproduction (séance 1)

Ex 1.2 : Reproduction de figure

L'objectif de cette activité est de reproduire la figure ci-dessous sur une feuille de papier blanc, en respectant les consignes suivantes :
- les seuls instruments disponibles sont la règle non graduée et le compas,
- le papier calque n'est pas autorisé,
- en revanche, il est possible d'écrire et de rajouter des tracés et des traits de construction sur le dessin à reproduire.

Modalités de travail :
- Vous effectuez individuellement la recherche.
- Vous effectuez la vérification lorsque vous serez sûr de vous. Pour valider votre reproduction, vous superposez la figure obtenue à l'original : elles doivent se correspondre complètement.



Situation : Conjecturer et démontrer (d'après une idée de M. H. Salin) (séance 3)

Les instruments utilisés sont la règle graduée et le compas. Le papier est non quadrillé.

1. Construisez un segment [AC] de 6 cm de longueur.

Construisez un triangle ARC tel que [AR] ait pour mesure en centimètre 4,8 et [RC] 3,6.

Construisez un triangle TAC tel que [TA] et [TC] aient pour mesure en centimètre 4,2.

Quelles conjectures pouvez-vous formuler sur :
- La nature du triangle ARC : triangle rectangle ou pas ?
- La nature du triangle TOR : isocèle ou pas ? O désignant le milieu de [AC].
- L'appartenance des points T et R au cercle de diamètre [AC].

Refaites la figure en multipliant les mesures par 2. Que constatez-vous ? Donnez-vous les mêmes réponses aux questions précédentes. Conclure et prouver.