

EXEMPLE D'UTILISATION DANS DES CLASSES D'ÉQUERRES SPECIFIQUES EN FORME DE L

Erik KERMORVANT

Prag, ESPE de Bretagne

erik.kermorvant@espe-bretagne.fr

Résumé

Cet article a pour but de présenter des expérimentations menées dans plusieurs classes de l'école élémentaire concernant l'utilisation de l'équerre. En tant qu'enseignant, j'ai pu constater qu'en 6^{ème}, beaucoup de mes élèves rencontraient des difficultés à tracer des droites perpendiculaires avec leur équerre. D'après les évaluations à l'entrée en 6ème de 1999, seuls 64,1% des élèves savent tracer une perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné extérieur à la droite et 67,2 % des élèves y arrivent si le point appartient à la droite ; on peut alors se demander si ces taux de réussite relativement faibles sont dus aux difficultés notionnelles liées aux concepts d'angle droit et de perpendicularité (et à la façon dont ils sont enseignés) et/ou à la manipulation du matériel de tracé, en particulier les équerres utilisées dans les classes.

En formation continue à l'ESPE, le constat est le même concernant l'utilisation de l'équerre pour tracer des angles droits et tracer des droites perpendiculaires ; bon nombre d'enseignants du primaire me font part des difficultés de leurs élèves à utiliser correctement l'équerre.

Les équerres du commerce, utilisées en général dans les classes, cumulent plusieurs fonctions : contrôler ou construire des angles droits (ou d'autres angles fixés pour les élèves de 6ème), tracer des traits droits, mesurer et, en association avec une règle, tracer des parallèles. Toutes ces fonctions sont présentes simultanément dès le début de l'utilisation de l'outil et permettent des usages détournés de l'artefact, dans un but d'économie gestuelle et conceptuelle. On peut se demander si la multiplicité des fonctions de certaines équerres ne risque pas de gêner la mise en place des schèmes d'utilisation de l'artefact, ce qui pourrait expliquer les difficultés rencontrées.

Partant de ce constat, la conception d'une équerre en forme de L a été réalisée et son utilisation dans plusieurs classes a été analysée, dans le cadre d'un stage de master 2 MEEF en classe de CE2, et dans une classe de CM2 chez des enseignants titulaires conscients des difficultés de leurs élèves. Les résultats obtenus dans ces classes sont présentés ici.



Enluminure du XIV^e Siècle

Dans le milieu scolaire, plusieurs modèles d'équerres ont été utilisés dans le passé. Jusque dans les années 1940, en France, deux types d'équerres coexistaient dans les classes et les manuels scolaires : l'équerre en forme de L et l'équerre triangulaire.

Voici par exemple, un extrait du manuel « L'arithmétique en riant, au cours élémentaire », de 1933 :

LES ANGLES (Suite) 95

Les angles égaux. — Deux angles sont égaux lorsque les côtés présentent le même écartement.

Remarques. — 1° Deux angles peuvent être égaux **tout en ayant des côtés de longueur Inégale.**
2° Tous les angles **droits** sont égaux.

LES ÉQUERRES

Pour construire des angles droits, pour tracer des droites perpendiculaires, on emploie **des équerres.**

EXERCICES

331. Construire un *fil à plomb* avec un bout de fil et un petit baillon.

332. Construire une *équerre* en découpant le coin d'une ouverture de cabinet. S'en servir pour tracer un **angle droit** dont l'un des côtés mesure 6 cm, et l'autre côté 4 cm.

333. Dessiner ces 2 *bordures*.

DEVINETTE

Dans quel métier utilise-t-on souvent le *fil à plomb*? Et l'*équerre*?

Puis, dans les années 1950, l'usage de l'équerre en forme de L semble avoir disparu et seule a subsisté l'équerre triangulaire.

Extrait du manuel « Le nouveau calcul vivant, cours moyen », de 1960 :

Le rectangle

Le rectangle a 4 côtés et 4 angles droits.

- Citer des figures rectangulaires observées autour de vous.
- Vérifier par pliage l'égalité des 4 angles.

Au lieu d'appeler les dimensions du rectangle **longueur** **largeur**, on peut aussi les appeler **base** et **hauteur**.

Propriétés Vérifiez à l'aide du double-décimètre et de l'équerre :

- que les côtés sont parallèles et qu'ils mesurent deux.
- que les médianes sont perpendiculaires ou au contraire en longueur.
- que les diagonales sont égales et se coupent en leur milieu.

Construction

Construire un rectangle de 4 cm sur 3 cm.

Des points A et B distants de 4 cm, lève deux perpendiculaires de 3 cm de longueur, je joins leurs extrémités.

Périmètre

Le périmètre est égal à 2 fois la longueur plus deux fois la largeur

Périmètre = 2 longueurs + 2 largeurs $P = 2L + 2l$
 Périmètre = 1/2 périmètre x 2 $P = (L + l) \times 2$

Exercices et problèmes

764. — Construisez un rectangle de 42 mm sur 64 mm. Tracez les médianes et les diagonales

765. — Calculez le périmètre des rectangles ayant pour dimensions :

| | | | | | | |
|------------|------|------|-------|--------|-------|-----------|
| Largeur : | 15 m | 18 m | 42 mm | 6,80 m | 182 m | 4,500 km |
| Longueur : | 18 m | 27 m | 54 mm | 8,75 m | 375 m | 4,500 km. |

766. — Je désire faire un cadre rectangulaire de 52 cm sur 80 cm. Quelle longueur de baguette faudra-t-il acheter? (On ne vend la baguette que par nombre entier de mètres.)

767. — Complétez le tableau suivant :

| | | | | | | | |
|------------------------|--------|---------|-------|--------|-------|----------|----------|
| Largeur | 0,75 m | 6,95 m | 143 m | 58 mm | 42 m | 74,50 m | ? |
| Longueur | 0,95 m | 12,20 m | 218 m | 293 mm | ? | ? | 32,5 cm |
| Périmètre du rectangle | ? | ? | ? | ? | 216 m | 375,50 m | 115,6 cm |

768. — Mon jardin rectangulaire a 13 m de long et 9 m de large. Je veux l'entourer de 3 rangs de fil de fer. Quelle sera la longueur du fil nécessaire? (La perte a 2 m de large.)

769. — On veut encadrer un tableau rectangulaire de 0,45 m sur 0,62 m en l'engageant d'un centimètre sous la baguette du cadre. Calculer : 1° les dimensions extérieures du cadre si la baguette a 5 cm de large; 2° la longueur de la baguette utilisée. (Faire un croquis.)

On pourrait se demander pourquoi un seul de ces deux types d'équerres a subsisté (question de solidité de l'outil dans le cartable ? autre chose ?), et quels sont les types d'équerres utilisées actuellement dans l'enseignement et quelle est leur pertinence ? (Hameau 1996).

I - LES DIFFERENTS TYPES D'ÉQUERRES UTILISÉES ACTUELLEMENT DANS LE CADRE SCOLAIRE

Cette première partie de présentation a pour but de recenser les différentes équerres existantes, en particulier dans le milieu scolaire.

1 Etymologie du mot équerre

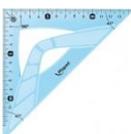
Equerre, du préfixe é (venant du latin e(x) marquant le point dont est issue une chose) et du latin quadrare (rendre carré).

2 Usage de l'équerre

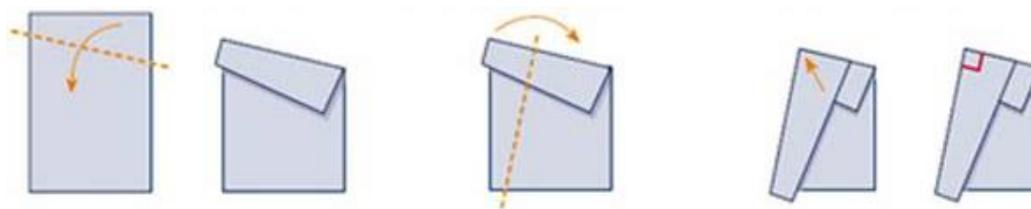
Vérifier la présence d'angle droit ou réaliser des angles droits.

3 Les équerres utilisées actuellement dans le cadre scolaire

Les artefacts commercialisés permettant de vérifier la présence d'angles droits et d'en tracer (aspect 2D) (CASTELA C. et HOUEMENT C. 2004), ainsi que la vérification de la perpendicularité et le tracé de droites perpendiculaires (aspect 1D) sont :

| | | | | | |
|--|--|--|---|--|--|
| Vérifier la présence d'angles droits ou tracer des angles droits | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |
| Equerre triangulaire non graduée (transparente ou pas) | Equerre triangulaire graduée sur un seul axe (transparente ou pas) | Equerre triangulaire transparente graduée sur les deux axes | Téquerre (Equipe ERMEL) | Réquerre | Thamographe |
| Vérifier la perpendicularité de droites ou tracer des droites perpendiculaires | | | | | |

A ces équerres du commerce, on peut ajouter l'équerre en papier que l'on peut se fabriquer par pliage double d'une feuille de papier (un premier pli, puis un second sur le premier). La fabrication et l'utilisation de cette équerre est préconisée dans plusieurs manuels scolaires, au tout début de l'utilisation de « l'équerre » par les élèves, elle permet de vérifier la présence d'angles droits, mais elle est très peu pratique pour les tracés d'angles droits.



II - L'UTILISATION DE L'ÉQUERRE PAR LES ÉLÈVES

1 Un instrument est la résultante de trois composantes

Pierre Rabardel (Rabardel 2014) a défini à quoi correspond un instrument de géométrie ; il est la résultante de trois composantes : **un artefact, des schèmes d'utilisation, des représentations du concept en jeu.**

- **L'artefact** est l'objet qui a été conçu dans un but déterminé.
- **Les schèmes d'utilisation** : *c'est l'ensemble des modes d'utilisation standard de l'outil.* (Ermel 2006)
- **Les représentations du concept** : ce sont les connaissances mathématiques sur lesquelles l'élève s'appuie pour utiliser l'instrument.

La difficulté de certains instruments est le cumul des concepts en jeu (par exemple pour le Thamographe, voir ci-après : alignement, mesure de longueurs, angle droit, et tracés de cercles !)

L'équerre scolaire

En ce qui concerne l'équerre graduée en forme de triangle qui semble être la plus répandue dans les classes :

- L'artefact est (la plupart du temps) l'objet matériel en forme de triangle évidé dont l'un de ses axes est gradué.
Il est conçu pour vérifier la présence d'angles droits ou de perpendiculaires et pour tracer des angles droits ou des perpendiculaires ; tracer des angles de 30° et 60° (ou encore de 45° selon la forme du triangle) (cette utilisation n'est plus tellement d'actualité, même en classe de 6^{ème}). Mais également, pour mesurer des distances entre deux points (par rapport à l'instrument graduation sur la règle).
- Exemple de schème d'utilisation : *Pour tracer un rectangle ABCD dont le côté [AB] est donné, un schème possible d'utilisation est : « mettre un côté de l'angle droit de l'équerre le long du côté [AB] ; faire glisser l'équerre le long du côté jusqu'à ce que le second côté de l'angle droit vienne sur le point A ; maintenir (fermement) l'équerre et tracer la ligne le long du second côté, décaler l'équerre le long de cette ligne pour la prolonger et tracer le côté [AD] ; continuer ainsi pour les deux autres côtés ».* (Ermel 2006)
- Représentation du concept : dans l'exemple précédent, il s'agit du concept d'angle droit pour tracer les angles du rectangle (le concept de mesure de longueur est également présent).

Quand un élève utilise l'équerre (ou un autre instrument), il fait intervenir les trois aspects de manière plus ou moins claire.

Par exemple, si on demande à un élève de tracer un triangle rectangle sur papier uni (en utilisant l'équerre) et qu'on lui demande ce qu'il a fait, les réponses peuvent être diverses et souvent complémentaires : « j'ai tracé ici un angle droit » (le concept principal) ; « avec mon équerre » (l'artefact utilisé) ; « j'ai tracé un premier côté, puis au bout j'ai posé l'équerre, puis j'ai tracé le deuxième côté » (un schème d'utilisation).

Le manque de liaison entre ces composantes amène parfois les élèves à rencontrer des difficultés pour penser à utiliser l'outil adéquat. Cela est particulièrement vrai lorsque

L'artéfact n'est pas un référent perceptif de la figure qu'il permet de construire (par exemple un compas pour tracer un cercle (TAVEAU C. (2012)). L'élève ne voit pas dans l'équerre les droites parallèles qu'elle permet de construire, il voit assez difficilement les droites perpendiculaires (bords de l'équerre) mais plus facilement l'angle droit (considéré comme secteur angulaire), même si la présence des angles aigus peut compliquer son identification. (Ermel 2006)

2 Processus d'instrumentalisation et processus d'instrumentation

La maîtrise de l'instrument participe de deux processus évoluant en interaction : **le processus d'instrumentalisation** et **le processus d'instrumentation**.

- **Le processus d'instrumentalisation** correspond à la prise de conscience progressive des fonctions propres de l'artéfact ; dans le cas de l'équerre, l'objet peut d'abord être utilisé pour ses bords droits reliés aux notions de droite et d'alignement. Puis il est utilisé plus spécifiquement pour son angle droit, qui sera associé plus tard à la notion de perpendicularité de droites.
- **Le processus d'instrumentation** correspond à l'évolution des schèmes d'utilisation, façons prévues ou non par le concepteur d'utiliser l'objet matériel ; dans le cas de l'équerre, certains élèves peuvent utiliser la perpendicularité des graduations avec le bord de l'équerre pour tracer des angles droits ; façon non prévue d'utilisation de l'outil.

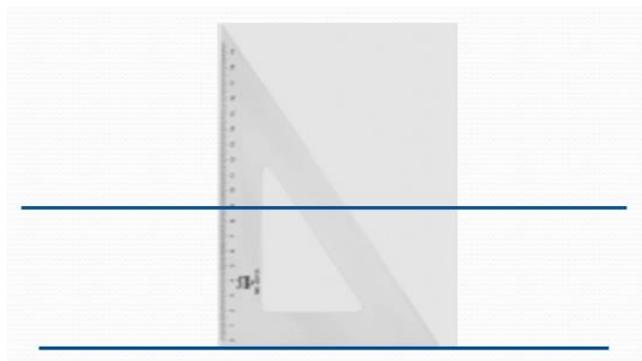
La coordination de ces deux éléments rend délicate la construction d'activités destinées à faire prendre conscience à l'élève de la nécessité de l'usage d'un nouvel instrument : l'élève peut ressentir l'intérêt de l'utiliser (par exemple utiliser l'équerre pour tracer des angles droits correctement réalisés), mais les schèmes associés à cet instrument n'étant pas encore opérationnels, il n'arrive pas au résultat escompté et abandonne ainsi le nouvel instrument. Ce point constitue une difficulté de gestion spécifique à la géométrie.

L'utilisation d'images mentales anticipatrices est également importante pour réussir un tracé avec un instrument. Par exemple, c'est parce qu'un élève « voit mentalement » un angle droit qu'il sera capable d'utiliser convenablement son équerre pour tracer un rectangle. (Ermel 2006)

3 Economie gestuelle et conceptuelle

Les instruments ont plusieurs usages courants corrects, auxquels s'en ajoutent d'autres en détournant leur usage usuel pour les adapter à ses fins dans un souci d'économie gestuelle ou conceptuelle.

L'économie gestuelle correspond à la limitation des gestes à accomplir pour un tracé ou la vérification de propriétés. Par exemple, pour vérifier que deux droites sont parallèles en utilisant une équerre dont un axe est gradué, un élève peut faire coïncider l'une des droites avec un côté de l'angle droit de l'équerre et vérifier si un petit trait de graduation se superpose avec la seconde droite :



Sur le plan technique, pour vérifier ou tracer des angles droits, l'équerre demande de contrôler deux directions, ce qui empêche en général de la placer correctement du premier coup et demande des déplacements. **Son utilisation correcte est donc coûteuse en gestes.** (OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M. J., VERBAERE O. 2006)

L'économie conceptuelle correspond à la limitation des connaissances à mettre en œuvre pour réussir la tâche entreprise. Par exemple un élève qui utilise son équerre comme une règle pour tracer un carré, en ne traçant que quatre côtés de même longueur (et donc un losange), sans se servir de l'angle droit de l'équerre.

4 Autres fonctions des équerres

Elle possède les mêmes fonctions que celle de la règle, à savoir :

- Outil de tracé
- Outil de vérification du rectiligne et de l'alignement

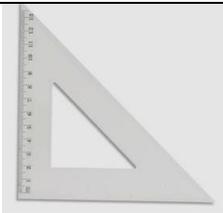
Si de plus elle est graduée, elle devient également un outil de mesure.

Toutes ces fonctions réunies en font un outil complexe à utiliser par les élèves, ce qui peut expliquer les difficultés constatées dans les classes.

III - CRITIQUE DES EQUERRES ACTUELLEMENT DISPONIBLES DANS LE COMMERCE

1 Les équerres triangulaires

1.1 Les deux sortes d'équerres triangulaires

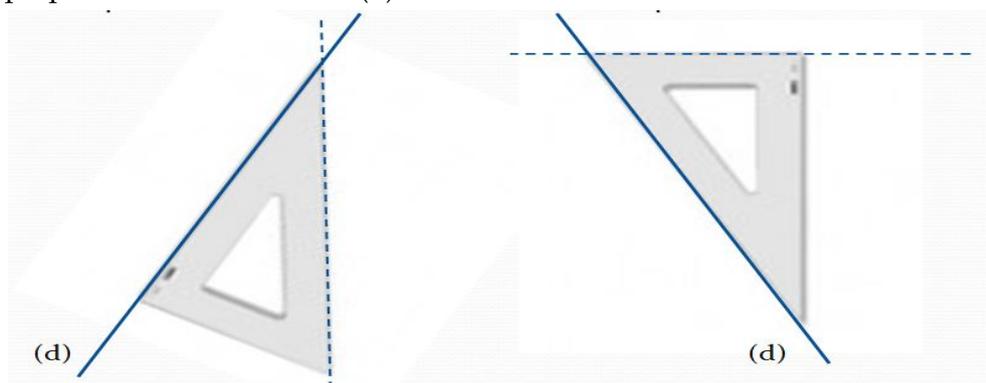
| | |
|---|--|
|  |  |
| <p align="center">Equerre asymétrique</p> | <p align="center">Equerre « symétrique » (en faisant abstraction des graduations)</p> |

Leurs formes sont dues au fait qu'elles doivent permettre de tracer des angles de 30° et 60° pour l'une et de 45° pour l'autre. Fonction qui n'est pas utilisée à

l'école et très peu au collège, les élèves se servant du rapporteur pour tracer ces angles.

- La forme triangulaire n'aide pas à faire le lien entre l'image mentale de l'angle droit et l'aspect de l'outil.
- La présence des angles aigus peut générer un mauvais positionnement de l'outil.

Exemples de mauvais positionnement de l'équerre pour tracer une perpendiculaire à la droite (d) :

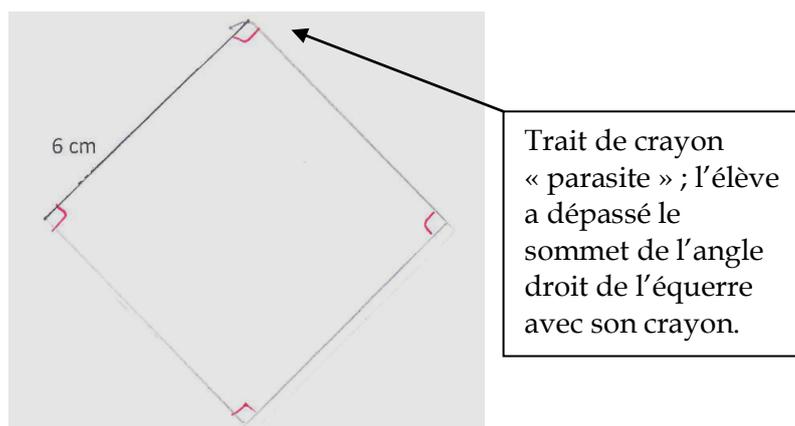


Ces erreurs peuvent être dues à un concept erroné de la perpendicularité souvent assimilé aux notions de verticalité ou d'horizontalité et à la présence de l'hypoténuse de l'équerre qui permet ce mauvais positionnement de l'outil.

Il semble donc que l'usage de l'équerre triangulaire, lorsque le concept de droites perpendiculaires n'est pas totalement maîtrisé par un élève, risque de lui permettre de commettre des erreurs rendues possibles par l'artéfact.

- Le geste graphique n'est pas facilité pour deux raisons :
Le sommet de l'angle droit est souvent abîmé et ne permet pas un tracé net des figures. En principe, l'élève doit décaler son équerre pour tracer avec précision la zone proche du sommet de l'angle droit qu'il veut représenter, mais dans la pratique, par économie gestuelle, peu d'élèves le font.
Les élèves ne sont pas stoppés dans leur geste lors du tracé et ils ont tendance à dépasser le sommet de l'angle droit, ce qui entraîne rature et utilisation de la gomme (ou pas !).

Exemple de production d'un élève de CM2 à qui l'on a demandé de tracer un carré de 6 cm de côté en utilisant son équerre triangulaire :



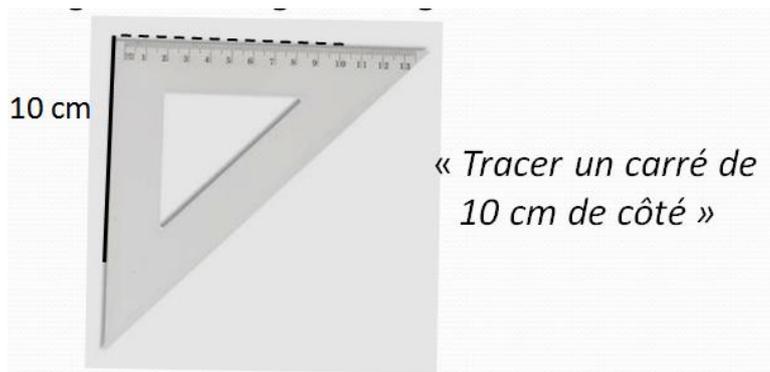
1.2 Les graduations

- La fonction première des équerres étant la vérification ou le tracé d'angles droits et de perpendiculaires, les équerres ne devraient pas être graduées ; en tout cas, pendant toute la période d'apprentissage du maniement de l'outil ; une fois l'angle droit tracé, les élèves devraient changer d'outil et prendre la règle afin de tracer les segments de longueur voulue (côté du carré par exemple).

Toutefois, par économie gestuelle, les graduations présentes sur l'équerre sont très pratiques lorsqu'il s'agit de tracer des segments de longueur donnée (quand les élèves ont appris à utiliser l'équerre non graduée).

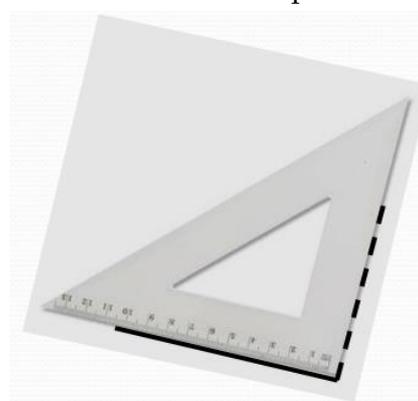
- L'origine des graduations sur l'équerre peut aussi être problématique ; sur bon nombre d'équerres graduées, l'origine des graduations est décalée du sommet de l'angle droit de quelques millimètres (FAVRAT J. F. 1992); on peut émettre deux hypothèses pour expliquer ce décalage :
 - Soit les fabricants ont reproduit les graduations des règles, qui elles non plus ne commencent pas au bout de la règle, et pour lesquelles on retrouve la même particularité (et difficulté pour certains élèves !) liée au décalage de l'origine.
 - Soit ce décalage est volontaire et a été créé pour que l'élève trace d'abord son angle droit, puis fasse glisser son équerre le long de son tracé afin de faire correspondre l'origine des graduations avec le sommet de l'angle droit et ainsi se servir de la fonction « règle » de l'équerre dans ce second temps.

Sauf que dans l'usage que font certains élèves de l'équerre graduée, ce décalage à opérer n'est pas toujours réalisé, ce qui peut entraîner une erreur de mesurage (si l'origine des graduations est décalée par rapport au sommet de l'angle droit de l'outil). Par exemple :



Cet élève crée un segment de 10,5 cm en raison du décalage du zéro sur l'équerre.

- Si l'équerre ne possède qu'un seul axe gradué, son maniement peut s'avérer compliqué du fait de son asymétrie si l'élève privilégie le côté gradué pour effectuer ses tracés. Par exemple :



Il est impossible à l'élève de tracer ce second côté du carré avec la bonne longueur sans avoir à déplacer son équerre non transparente (pour mesurer le côté après avoir tracé l'angle droit).

1.3 La question de la transparence des équerres

On peut penser que la transparence de l'outil doit permettre aux élèves de positionner plus facilement et précisément leurs équerres grâce à une meilleure vision à travers l'outil des tracés déjà présents sur la feuille de papier; cela permet un contrôle de l'élève du positionnement de son équerre, juste avant de passer au tracé. Ce point a été discuté à la fin de la communication, l'ensemble des personnes présentes étant unanimes sur la nécessité d'utiliser un outil transparent. Il faudrait mener une recherche pour mesurer l'effet de la transparence des outils (règle, équerre) lors de la construction de figures géométriques.

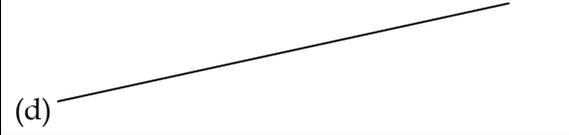
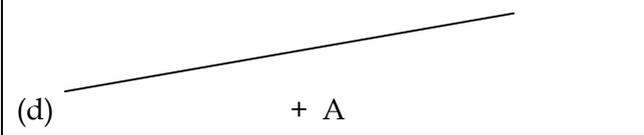
1.4 L'équerre retournable

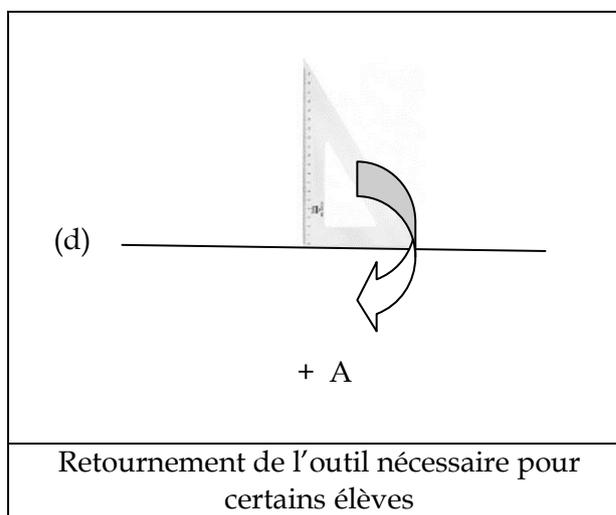
Un autre élément propre aux équerres est le fait de pouvoir retourner l'outil (et pas seulement la tourner sur elle-même).

Par exemple, si des élèves ont à tracer une perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné lorsque le point est « au dessus » de la droite, la plupart du temps, ils n'éprouvent pas trop de difficulté ; mais lorsque le point est

situé « en dessous » de la droite, ils semblent moins bien réussir à réaliser leur tracé et peuvent ressentir le besoin de retourner leur équerre.

Ainsi, pour la même consigne : « En utilisant ton équerre, trace la droite perpendiculaire à (d) qui passe par A », selon le positionnement du point A par rapport à (d) les réussites semblent ne pas être les mêmes (les élèves éprouvant apparemment plus de difficulté dans le second cas) :

| | |
|--|--|
| <p style="text-align: center;">A +</p>  | <p style="text-align: center;">(d) + A</p>  |
| <p style="text-align: center;">Exercice qui semble mieux réussi.</p> | <p style="text-align: center;">Exercice qui semble moins bien réussi ; les élèves ressentant le besoin de retourner l'équerre et ne le pouvant pas du fait du matériel inadapté.</p> |



Il serait toutefois intéressant de vérifier quelles sortes d'équerres les élèves utilisent lorsqu'ils éprouvent cette difficulté : équerres symétriques (triangles rectangles isocèles non gradués ou « bi-gradués », ou alors équerres non symétriques (qui peuvent favoriser un des côtés de l'angle droit au détriment de l'autre et peuvent limiter la possibilité de rotation de l'outil).

Peut-être également que cette difficulté est liée au fait que la seconde configuration est moins courante dans l'ensemble des exercices de géométrie proposés aux élèves.

En tout cas, les équerres du commerce ont leur bordure qui est affinée (et arrondie) ce qui empêche de pouvoir les utiliser lorsqu'elles sont retournées (les tracés étant très difficiles à réaliser du fait d'un vide sous le bord de l'équerre retournée).

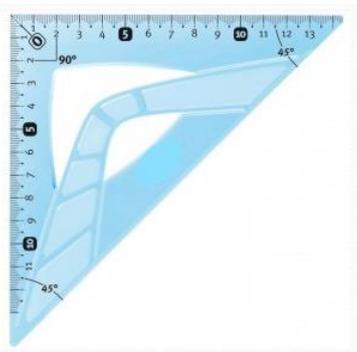
Ce point a été également discuté par les personnes présentes lors de la communication et il est apparu que la possibilité de retourner l'équerre doit être un élément important à prendre en compte.

Là encore une étude dans les classes serait à mener pour mesurer l'influence de la position du point par rapport à la droite sur la réussite à l'exercice, le type d'équerre utilisée et la possibilité ou non de l'utiliser lorsqu'elle est retournée.

1.5 L'équerre du commerce qui semble avoir le plus « d'avantages cumulés »

Comme on l'a vu précédemment, lors de l'apprentissage de l'utilisation de l'équerre, il serait préférable d'utiliser une équerre non graduée, transparente et sans autre angle que l'angle droit, afin de limiter les fonctions de l'outil ; cette équerre pourrait ressembler à une « équerre arrondie » (quart de disque, ou trois-quarts de disque), mais elle ne semble pas être commercialisée actuellement.

Toutefois, si l'on considère que les élèves savent utiliser une équerre non graduée correctement, on pourrait ensuite leur proposer ce type d'équerre :

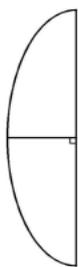


| | |
|---|---|
| <p>Ses aspects positifs sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> - outil symétrique ; - gradué sur les deux axes ; - zéro au sommet de l'angle droit ; - transparence. | <p>Ses aspects « négatifs » sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> - trois angles présents (dont deux seulement sont différents) ; - présence de l'hypoténuse ; - indication de la valeur des angles (non utile à l'école primaire) ; - geste graphique non facilité (lors de l'utilisation de l'angle droit « externe ») ; - outil non retournable (du fait de ses bords légèrement arrondis et des motifs en relief qui empêchent d'utiliser l'objet à l'envers). |
|---|---|

2 Les autres types d'équerres

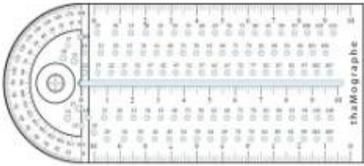
2.1 La Téquerre

C'est une demi-ellipse en plastique transparent sur laquelle on a tracé l'axe de symétrie et le symbole de l'angle droit.



Cette équerre est particulièrement adaptée aux tracés des perpendiculaires ; elle permet en particulier d'éviter les difficultés citées dans le 1.4 (point A « au dessus » de la droite ou « en dessous » de la droite) du fait de son axe de symétrie. Elle permet aussi de tracer des angles droits ; toutefois, les élèves ne sont pas stoppés dans leur geste lors des tracés des angles droits (ils peuvent aller au-delà du sommet de l'angle droit avec leur crayon et devoir gommer ensuite), et l'outil n'est pas pourvu de graduations ce qui nécessite de changer d'instrument si l'on doit produire des segments de longueur déterminée. Ce dernier aspect est une volonté de l'équipe Ermel (Ermel, 2006) qui propose cet outil (Ermel, géométrie cycle 3, matériel collectif) de façon à bien distinguer les différents concepts en jeu au moment des tracés. Chose qui est compréhensible au début de l'utilisation des outils, mais qui doit pouvoir évoluer par la suite avec des outils aux fonctions « multiples ».

2.2 Les « rectangles »

| | |
|---|---|
|  |  |
| Réquerre | Thamographe |

Ces deux outils cumulent plusieurs fonctions :

Pour la Réquerre : règle, outil de mesure, équerre, outil de tracés de parallèles (présence de droites perpendiculaires et de droites parallèles sur la Réquerre) ; et pour le Thamographe : règle, outil de mesure, équerre, rapporteur et outil pour tracer des cercles (présence d'un centre de cercle et de points pour choisir un rayon particulier sur l'outil).

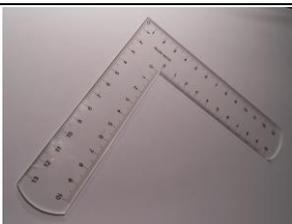
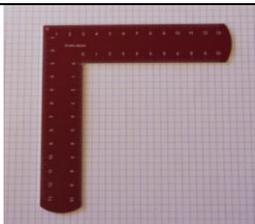
La Réquerre, du fait de son axe gradué symétriquement, permet aussi de construire le symétrique d'un point par rapport à une droite et la médiatrice d'un segment.

Ces outils nécessitent donc de bien avoir assimilé les différents concepts et l'usage individuel de chaque outil de tracé avant d'être donné aux élèves.

En particulier, le fait que sur un même outil soient présentes des droites parallèles et des droites perpendiculaires comme sur la Réquerre, nécessite d'être utilisé uniquement par des élèves de collège à partir du moment où les deux concepts ne posent plus de problèmes.

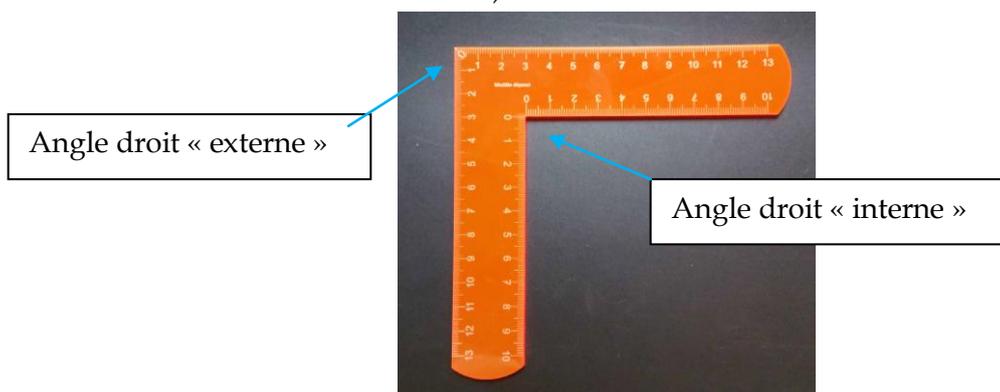
IV - L'EKER, L'EQUERRE EN FORME DE L (QUE J'AI DEVELOPPEE)

Plusieurs modèles ont été créés :

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Eker transparente non graduée | Eker transparente graduée | Eker non transparente, graduée sur une face et non graduée sur l'autre face |

Ses caractéristiques, en réponse à tout ce qui précède, sont les suivantes :

- Uniquement des angles droits : un angle droit « externe » et un angle droit « interne » (pas d'angles aigus parasites; pas d'hypoténuse; extrémités arrondies des deux branches).



- Absence d'hypoténuse, de façon à ce que les élèves ne puissent s'en servir lors des tracés d'angles droits.
- Utilisation de l'angle droit interne pour tracer (l'élève est stoppé dans son geste graphique et l'angle droit tracé est très bien réalisé) et utilisation possible de l'angle droit externe pour vérifier la présence d'angles droits.
- Outil symétrique (pas de branche avec un statut particulier par rapport à l'autre) de manière à ce que l'Eker soit facilement pivotable.
- Equerre évolutive : sans graduations dans un premier temps d'utilisation (sur la face unie de l'équerre non transparente, ou en utilisant le modèle transparent non gradué), puis graduée sur ses quatre axes dans sa version la plus aboutie (sur la seconde face de l'équerre non transparente, ou en utilisant le modèle transparent gradué).

Cet aspect évolutif de l'utilisation de l'Eker non graduée dans un premier temps, puis graduée par la suite est essentiel. En effet, l'Eker graduée cumulant plusieurs fonctions (tracés d'angles droits, règle et mesure), elle

ne doit pas être utilisée par des élèves apprenant à se servir de l'outil pour tracer des angles droits.

- Pour les Ekers graduées : Origine des graduations au sommet de l'angle droit « extérieur » (pour ne pas avoir à décaler l'outil lors des tracés qui nécessitent des mesures); origine des graduations légèrement décalée du sommet de l'angle droit « intérieur » (pour tenir compte de l'épaisseur du crayon) mais non perceptible visuellement.
- Grâce à sa forme en L, l'outil doit aussi permettre aux élèves de l'associer plus facilement à l'image mentale de l'angle droit (l'outil est facilement associable au tracé d'angle droit qu'il permet de produire).
- L'Eker est également retournable (si nécessaire) car ses bords ne sont pas légèrement incurvés comme c'est le cas dans le commerce, les tracés peuvent être réalisés côté recto ou côté verso.

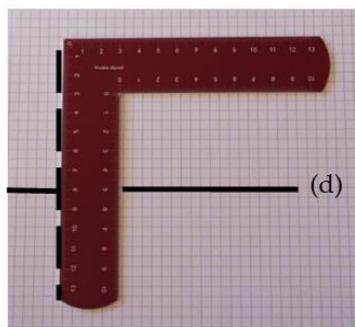
Au niveau de la sécurité dans les classes, l'Eker est également moins dangereuse car elle n'a pas d'angles aigus potentiellement blessants.

L'Eker se veut donc être un outil pratique, plus simple à utiliser, permettant de produire des tracés plus précis.

Ses différentes variantes en font un outil qui s'adapte à chaque niveau de classe ; elle s'utilise d'abord sans les graduations pour que les élèves n'accèdent qu'aux fonctions d'angles droits et de tracés ; puis lorsque l'outil non gradué est correctement utilisé l'Eker fournie aux élèves est alors graduée.

Ses inconvénients potentiels :

- L'Eker n'est pas une équerre, mais deux équerres : une sur les côtés extérieurs et une sur les côtés intérieurs ; cela pourrait être a priori perturbant pour les élèves qui ne sauraient pas quel angle droit utiliser ; toutefois l'un ou l'autre des angles droits permet de vérifier la présence d'angle droit, et de tracer des angles droits, même si l'angle droit interne est plus approprié pour effectuer les tracés.
- L'Eker contient des bords parallèles qui ne sont pas destinés à être utilisés en tant que tels pour tracer des parallèles, mais certains élèves pourraient tout de même en faire usage (comme pour toute règle à bords parallèles).
- L'Eker graduée, si elle est donnée en début d'apprentissage du maniement de l'outil, peut voir l'usage de ses graduations détourné pour tracer des perpendiculaires (à la manière du double décimètre qui est parfois utilisé pour tracer des perpendiculaires) ; de la manière suivante :



La droite (d) étant donnée, un élève peut utiliser deux graduations « opposées » (ici le 5 et le 8) par lesquelles il fait passer la droite (d), ce qui lui permet ensuite de tracer une perpendiculaire.

Il est donc primordial de fournir une Eker graduée uniquement aux élèves qui savent positionner correctement une Eker non graduée pour tracer des angles droits.

V - L'EKER DANS LES CLASSES : PREMIERES EXPERIMENTATIONS

Comme on peut le constater dans cet article, la réflexion menée porte sur l'utilisation de l'équerre par les élèves et pas sur l'étude des différentes façons d'amener la notion d'angle droit et plus généralement les différentes façons d'enseigner la géométrie, même si instrument et enseignement sont liés (PERRIN-GLORIAN M.J., MATHE A. C. & LECLERCQ R. 2013).

Tout le travail consistant à introduire la notion d'angle droit, l'utilisation de gabarits (qui permettent de vérifier la présence d'angles droits, mais difficilement de tracer des angles droits), travail préalable à l'usage de l'équerre (du commerce), n'est pas abordé ici.

Cette réflexion devrait être menée dans les mois et les années à venir pour intégrer totalement l'Eker à l'enseignement de la notion d'angle droit et de perpendiculaires par un groupe de formateurs et de maîtres-formateurs de l'ESPE de Bretagne.

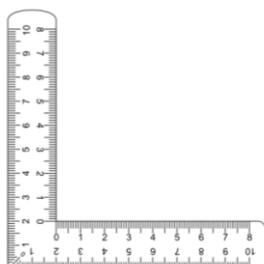
Les expérimentations d'utilisation de l'Eker par les élèves décrites ici, ont été menées en CM2 et en CE2 après que la notion d'angle droit ait été enseignée (et la notion de perpendiculaires pour les CM2).

1 L'expérimentation menée en CM2 en 2014

Cette première expérimentation menée en CM2 a eu lieu au mois de mai 2014. Elle a duré trois semaines et a servi à stabiliser les propriétés de l'Eker (forme, graduations, transparence...) et à mesurer les effets bénéfiques (ou pas) de l'utilisation de l'équerre en géométrie dans le cadre de reproduction de figures planes et de constructions de figures à partir d'instructions.

A l'issue des trois semaines d'expérimentation, les élèves devaient produire un texte leur permettant d'exprimer leurs ressentis concernant l'Eker.

Les élèves ont eu à leur disposition une Eker de petite taille (10,5 cm de long pour chacune des branches), non transparente et graduée uniquement tous les centimètres (de 0 à 10 sur les côtés extérieurs et de 0 à 8 sur les côtés intérieurs), ressemblant à celle-ci (mis à part les graduations millimétriques) :

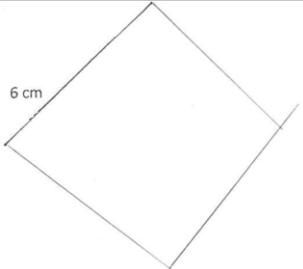
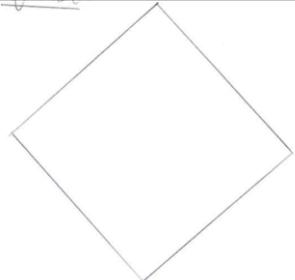


Les élèves de cette classe n'ayant pas de difficulté particulière concernant le concept d'angle droit, les progrès réalisés l'ont été d'un point de vue graphique. Par exemple,

les élèves ont eu à terminer la construction d'un carré de 6 cm de côté, à partir de la donnée d'un de ses côtés (voir tableau ci-dessous). Pour un certain nombre d'élèves, il y avait un manque de précision dans l'élaboration des angles droits (pas vraiment droits) en utilisant leur équerre triangulaire ; alors qu'en utilisant l'Eker et son angle droit interne (imposé dans la consigne), les angles dessinés étaient parfaitement droits. De même, les sommets des angles droits étaient dessinés de façon plus nette et précise grâce à l'utilisation de l'angle droit interne de l'Eker.

L'enseignant de cette classe a lui-même noté une nette amélioration des productions des élèves en termes de qualité graphique : « *dessins réalisés plus précis, angles droits plus « droits »* » ; il a surtout noté une plus grande rapidité d'exécution des tracés, et ceci pour tous les élèves de la classe. Les élèves habituellement « en difficulté » n'ayant plus à hésiter sur le bon angle à utiliser (comme avec l'équerre triangulaire utilisée habituellement). Le fait d'utiliser les côtés intérieurs de l'angle droit, nouveauté pour les élèves, a tout de suite été adopté, permettant des tracés « nets » sans avoir à gommer des surplus de segments tracés.

Exemple « spectaculaire » de progrès d'un élève en difficulté ; l'un des côtés de 6 cm d'un carré étant tracé, les élèves devaient terminer la construction.

| | |
|---|--|
| Au début de l'expérimentation, avec l'équerre triangulaire transparente graduée, non symétrique (angles de 90°, 30° et 60°) : | A la fin des trois semaines d'utilisation de l'Eker non transparente, graduée : |
|  |  |

Les 24 élèves de cette classe ont tous été enthousiastes d'utiliser cette nouvelle équerre ; d'abord parce qu'ils étaient des « précurseurs » dans l'usage de l'Eker et aussi parce que l'outil leur a paru plus facile à utiliser ; les seuls « bémols » exprimés étaient : la taille de l'objet, un peu petit, ce qui a été pris en compte dans le modèle définitif (13,5 cm de long au lieu de 10,5 cm et 3 cm de largeur au lieu de 2 cm pour les deux branches), l'absence de graduations millimétriques pour ce premier prototype et l'absence de transparence (de ce prototype) pour un élève.

Les points positifs que les élèves ont notés sont :

- « *Equerre plus pratique* » (sans précision supplémentaire) (12 élèves)
- « *Il n'y a pas le grand côté encombrant* » (1 élève)
- « *L'angle est parfaitement droit* » (8 élèves)
- « *Elle est très facile à manier, elle va dans tous les sens* » (3 élèves)
- « *Les graduations sont au début de l'équerre* » (7 élèves).

On retrouve ici toutes les caractéristiques visées que les élèves ont réussi à identifier et à exprimer avec leurs mots.

Les points d'amélioration cités par les élèves :

- « *Les équerres sont bien, mais trop petites* », ce qui a été pris en compte dans le modèle « définitif » (13,5 cm de long au lieu de 10,5 cm et 3 cm de largeur au lieu de 2 cm pour les deux branches) (18 élèves)
- « *Ce serait mieux de rajouter des millimètres* », le premier mode de fabrication du prototype (à l'aide d'imprimantes 3D) ne permettait pas de matérialiser les graduations millimétriques (2 élèves)
- « *Les équerres pourraient être transparentes pour voir nos traits* », le mode de fabrication de ces prototypes ne le permettait pas (1 élève).

Point de vigilance :

- « *le truc en plus de vos équerres est que l'on peut faire facilement des parallèles* », (1 élève) cet élève de CM2 a perçu les bords parallèles de l'Eker et la possibilité de tracer des droites parallèles dont l'écart est fixé par l'instrument, ce qui tend à montrer que l'Eker doit être utilisée avant le CM2 pour sa fonction « angle droit » avant de voir avec les élèves le concept de droites parallèles... ou qu'il faut proposer un autre modèle d'Eker qui ne comporte qu'un angle droit interne et pas de côtés parallèles (Eker arrondie sur son « extérieur »).

2 L'expérimentation menée en CE2 en 2015

Cette seconde expérimentation a eu lieu dans le cadre d'un mémoire de master 2. Deux étudiants en stage chez des maîtres d'accueil temporaires ont pu faire utiliser l'Eker par les élèves dans les classes dans lesquelles ils étaient en stage.

Les élèves de CE2 de ces deux classes (à double niveau CE1/CE2) avaient connaissance de la notion d'angle droit depuis le CE1 où ils avaient aussi utilisé le gabarit d'angle droit et également l'équerre triangulaire.

La progression choisie s'inspirait de CAP Maths CE2, unités 5 et 6 (Cap Maths 2008). Les séances menées étaient identiques dans les deux classes.

Un pré-test/post-test (voir annexe 1) a été mis en place pour mesurer les progrès des élèves (même test donné en début et fin d'expérimentation); celui-ci consistait à évaluer les élèves sur leur capacité à :

- reconnaître de façon perceptive des angles droits isolés, puis des angles droits faisant partie de polygones ;
- tracer des angles droits isolés puis faisant partie de polygones.

Lors du post-test, les élèves devaient noter leurs temps de travail.

Lors du pré-test, les élèves ont utilisé leur équerre triangulaire ; lors du post-test, ils avaient le choix entre l'équerre triangulaire ou l'Eker, mais ils devaient indiquer quelle équerre ils avaient utilisée.

L'équerre triangulaire des élèves était celle présentée au III 1.5 décrite plus haut (transparente, symétrique, bi-graduée) et l'Eker fournie était le modèle « grand format » (branches de 13,5 cm de long), non transparente (on ne disposait pas alors des modèles transparents), comportant 4 graduations millimétriques (celle représentée plus haut), fabriquée à l'aide d'imprimantes 3D. Les Ekers fournies étaient en nombre limité (10 au total à se répartir entre les deux classes ou à utiliser dans une seule des deux classes selon l'organisation du travail de géométrie).

Lors de la séquence, le protocole choisi par les étudiants consistait à faire utiliser l'équerre triangulaire pendant trois séances par la moitié de la classe, alors que l'autre moitié de la classe utilisait l'Eker, puis on intervertissait les deux types d'équerres,

pendant les trois autres séances, et ainsi de suite. Les corrections collectives des exercices étaient effectuées en utilisant systématiquement les deux types d'équerres au tableau (une grande Eker réalisée dans du carton avait été fabriquée pour chaque classe).

Ce protocole a été mis en place pour aider l'ensemble des élèves des deux classes à mieux utiliser leur équerre triangulaire le reste de l'année, sachant que les étudiants finissaient leur stage en mars et que les Eker ne pouvaient pas rester dans les classes par la suite.

L'hypothèse de travail étant que l'usage de l'Eker permettrait une meilleure utilisation de l'équerre triangulaire.

Les résultats de cette seconde expérimentation ont été les suivants :

- Le concept d'angle droit n'a pas posé de difficultés aux élèves lors du pré-test (réussite de reconnaissance perceptive d'angles droits dans différentes configurations sauf pour un élève).
- C'est surtout l'utilisation de l'équerre triangulaire qui a posé des problèmes lors du pré-test (de façon plus marquée pour les élèves « en difficulté »).
- Lors des séances, le fait d'utiliser les deux types d'équerres (pour chacun des élèves alternativement et au tableau systématiquement) a permis aux élèves de mieux utiliser l'équerre triangulaire à l'issue de la séquence (retour fait par les titulaires des classes).
- L'ordre d'utilisation des deux types d'équerres n'a, semble-t-il, pas eu d'influence sur les progrès des élèves à la fin de cette séquence. Les différents groupes d'élèves (ceux qui ont d'abord commencé à utiliser l'équerre triangulaire et ceux commençant par l'Eker) ont obtenu globalement les mêmes progrès au post-test.
- Tous les élèves ont progressé entre le pré-test et le post-test et la progression a été plus importante pour les élèves « en difficulté » lors du pré-test (ceux-ci ont utilisé l'Eker lors du post-test).
- Les élèves qui ont utilisé l'Eker au post-test ont gagné en précision des tracés ; par rapport aux autres élèves les angles droits sont plus précis. Mais c'est surtout en terme de vitesse de travail (pour la vérification de la présence d'angle droits et la réalisation des tracés d'angles droits) que l'utilisation de l'Eker a joué un rôle important : lors du post-test, les élèves ont effectué les exercices et ont noté le temps qu'ils ont mis à réaliser l'ensemble des travaux (on leur a bien précisé dans la consigne que ce n'était pas une course, mais qu'ils devaient noter le temps affiché par un chronomètre projeté au tableau) ; les élèves ayant utilisé l'Eker ont fini plusieurs dizaines de secondes avant leur camarades ayant utilisé l'équerre triangulaire.

Ce dernier point est toutefois à considérer avec précaution car certains élèves sont plus habiles que d'autres et il aurait fallu comparer pour chaque élève ses performances avec les deux types d'équerres. Là encore, il faudrait mener une autre étude, pour être objectif, mais ce résultat va dans le sens de ce qu'avait perçu l'enseignant de CM2 lors de la première expérimentation (meilleure précision des tracés et gain de temps).

Lors du pré-test, il n'y a pas eu de relevé de temps de travail, donc pas de comparaison possible avec le post-test.

Toutefois

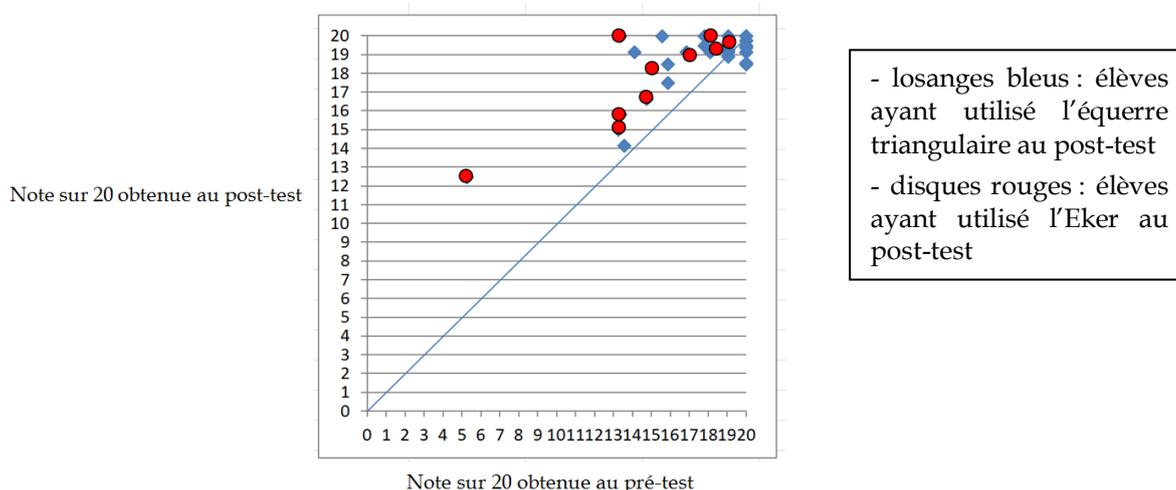
- Il est apparu la nécessité d'expliciter les schèmes d'utilisation (de chacune) des équerres (équerre triangulaire et Eker) par écrit : « image par image » avec commentaire écrit (réalisé par les élèves), afin que l'utilisation correcte des équerres se fasse plus rapidement chez tous les élèves lors de la séquence.
- Lors de l'utilisation de l'Eker, un élève a détourné l'usage des graduations ; cet élève s'est servi des graduations opposées, tête bêche, sur une même branche pour tracer des angles droits (comme prévu au II dernier point); il est donc vraiment nécessaire de s'assurer que tous les élèves utilisent correctement l'Eker sans graduations avant d'utiliser les Ekers graduées.

Pour mesurer les progrès des élèves, plusieurs compétences ont été définies :

- Etre capable d'utiliser l'équerre pour tracer un angle droit sur papier uni ;
- Etre capable d'utiliser l'équerre pour tracer un angle droit sur papier uni, l'un des côtés de l'angle étant déjà tracé ;
- Etre capable d'utiliser l'équerre pour vérifier la présence d'angles droits dans des quadrilatères ;
- Etre capable d'utiliser l'équerre pour compléter un carré ou un rectangle (un ou plusieurs côtés étant déjà tracés).

Pour chaque compétence, un degré de maîtrise a été défini (précision des tracés...), ce qui a permis d'attribuer des points à chaque élève (note sur 20) afin de mesurer la différence de réussite entre les deux tests.

Les résultats obtenus sont visibles sur le graphique ci-dessous :



On peut observer que pratiquement tous les élèves ont progressé entre les deux tests ; les quelques-uns pour lesquels les résultats ont légèrement régressé étaient des élèves qui avaient très bien réussi au pré-test, mais qui ont voulu aller très vite au second test du fait du chronométrage de « l'épreuve », au détriment de la précision des tracés.

VI - CONCLUSIONS DU TRAVAIL MENE

A l'issue des expérimentations menées dans ces classes, l'Eker semble avoir un intérêt pédagogique dans l'enseignement ; elle semble faciliter le placement de l'outil (équerre triangulaire et équerre en forme de L), et la réalisation des tracés (rapidité d'exécution et précision des tracés). Les expérimentations dans les classes vont encore se poursuivre, en particulier en essayant de vérifier l'importance d'avoir des outils translucides et de pouvoir les retourner.

Une étude spécifique de l'utilisation de l'Eker dans le domaine de l'ASH auprès d'élèves dysgraphiques devrait également être menée, après s'être aperçu qu'un élève dysgraphique d'une des classes de CE2 arrivait nettement mieux à positionner l'Eker sur les figures de géométrie, par rapport à son équerre triangulaire.

Lors des échanges qui ont suivi la communication, certains formateurs et chercheurs ont reconnu l'aspect technologique intéressant de l'outil, mais ont indiqué qu'il faudrait que l'Eker soit accompagnée de séquences spécifiques d'utilisation en classe (adaptées suivant le niveau de classe et prenant en compte l'hétérogénéité des élèves). Ce travail (conséquent) va maintenant être mené, afin que l'enseignement de la notion d'angle droit et de perpendiculaires, ainsi que l'utilisation de l'Eker forme un tout cohérent.

Je tiens particulièrement à remercier les enseignants, et leurs élèves qui ont permis ces expérimentations et une première analyse des résultats obtenus.

Pour plus de renseignements sur l'Eker, merci de me contacter par courrier électronique (adresse de messagerie en début d'article).

VII - BIBLIOGRAPHIE

OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M. J., VERBAERE O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, Grand N, n° 77, p. 7 à 34.

HAMEAU C. (1996). La géométrie par le dessin au cycle 3, Nathan pédagogie, chapitre « l'équerre en procès », p. 18 à 24.

RABARDEL P. (2014). Les hommes et les technologies une approche cognitive des instruments contemporains, HAL, p. 48 à 162.

CHARNAY R., DOUAIRE J. (2006). ERMEL Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, p 66 à 77.

CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M.P., MADIER D. (2008). CAP MATHS CE2 Guide de l'enseignant, Hatier, p102 à 147.

CASTELLA C., HOUEMENT C. (2004). Thème Géométrie, ARDM et IREM de Paris 7, Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, p. 5 à 109.

PERRIN-GLORIAN M.J., MATHE A. C., LECLERQ R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans, Le jeu sur les supports et les instruments, Repère IREM n° 90, p. 5 à 41.

TAVEAU C. (2012). Contribution au débat sur l'enseignement de la géométrie, CS des Irem, annexe 5.

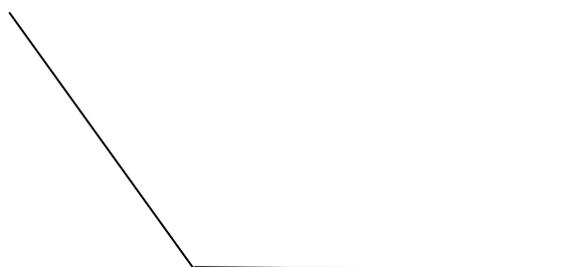
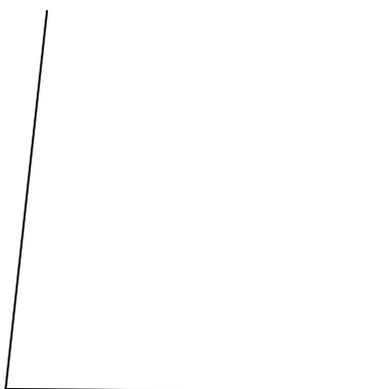
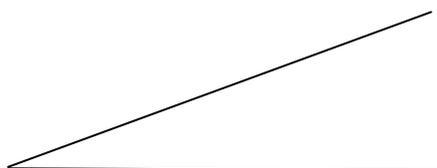
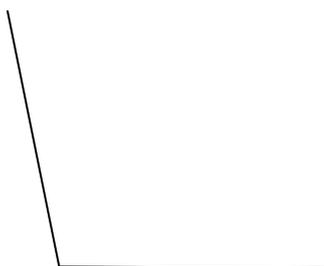
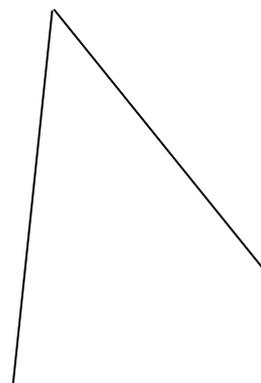
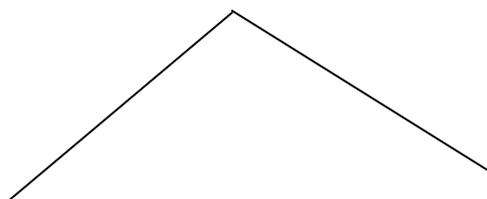
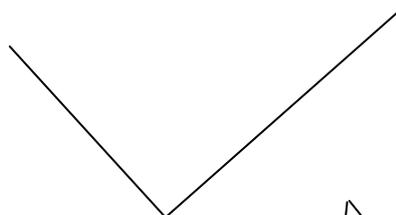
FAVRAT J. F. (1992). Tracés aux instruments et raisonnements géométriques, Grand N, n° 49, p. 11 à 35.

ANNEXE

Pré-test, post-test CE2

Exercice 1 :

Entoure les angles droits et barre ceux qui ne sont pas droits.



Exercice 2 :

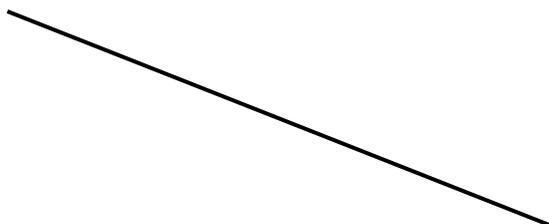
Trace sur ta feuille trois angles droits à main levée.

Exercice 3 :

Trace sur ta feuille trois angles droits avec ton équerre.

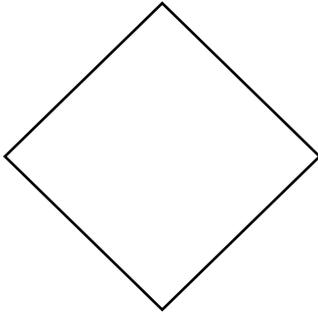
Exercice 4 :

Pour chaque trait ci-dessous, trace son angle droit en utilisant ton équerre.

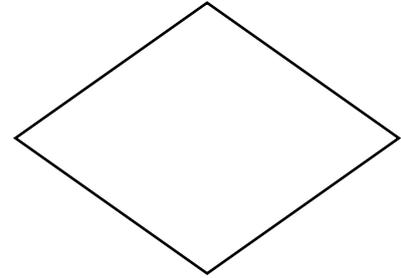


Exercice 5 :

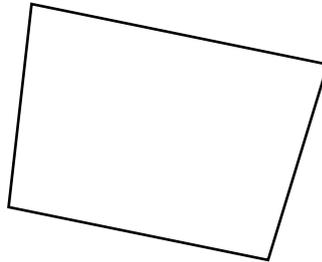
- À l'aide de ton équerre, cherche s'il y a des angles droits dans ces figures et colorie-les en bleu.
- Entoure les figures géométriques qui te semblent être des carrés ou des rectangles.



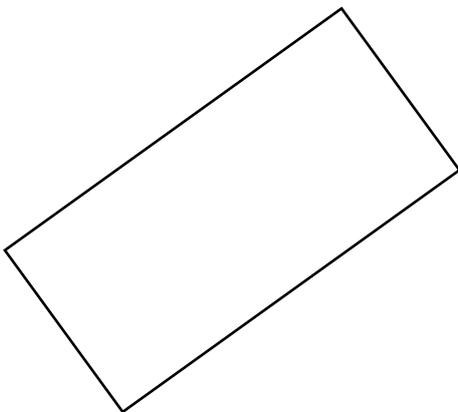
Nombre d'angles
droits :



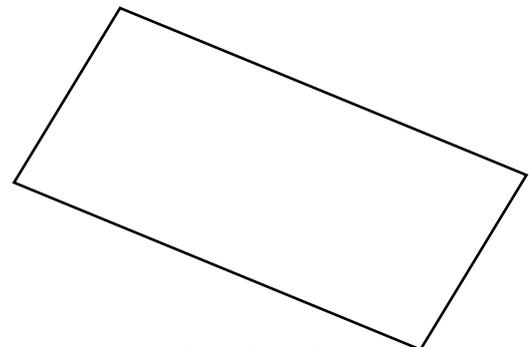
Nombre d'angles
droits :



Nombre d'angles
droits :



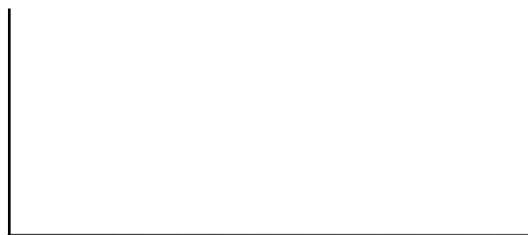
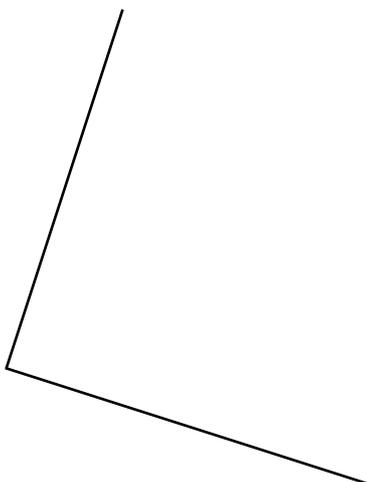
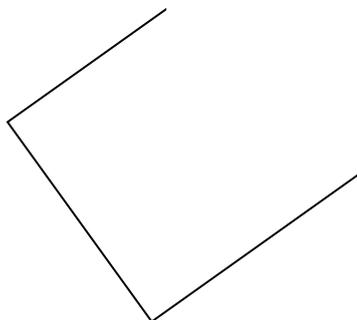
Nombre d'angles
droits :



Nombre d'angles
droits :

Exercice 6 :

Complète les figures suivantes pour obtenir des carrés ou des rectangles.



Exercice 7 :

Trace avec ton équerre un carré de 6 cm de côté et un rectangle de 8 cm de longueur et 3 cm de largeur.