

MATÉRIELS PÉDAGOGIQUES AYANT INSPIRÉ MA (LONGUE) CARRIÈRE

Bernard BETTINELLI

Enseignant retraité

Ancien P.E.N. puis P.I.U.F.M.

b.bettinelli1@gmail.com

Résumé

Certains matériels pédagogiques ont eu, pour moi, une importance capitale tout au long de ma carrière professionnelle et surtout entre les années de l'Ecole normale 1971-1990 où je ne m'occupais que de la formation initiale et continue des instituteurs, ainsi que de la préparation au Certificat d'Aptitude à l'Education des enfants et adolescents déficients ou Inadaptés (C.A.E.I.).

Ce fut pour moi l'occasion de chercher puis inventer des supports pédagogiques permettant aux enfants, même les plus démunis, de rentrer en communication directe avec les mathématiques, de les comprendre et, du coup, y prendre plaisir tout en découvrant des relations rendant leur environnement plus compréhensible à travers un regard nouveau.

Après l'explosion de mai 1968, tout paraissait possible ; les carcans avaient sauté, et c'est dans ce climat d'euphorie que j'ai été nommé, pour mon premier poste, à l'école normale de Besançon en septembre 1971.

L'idéal de liberté qui enveloppait cette période m'a permis d'exprimer et de réaliser mes convictions dans le domaine de la pédagogie.

Parmi celles-ci, en première place, se trouve le rôle de l'enseignant. Le français entretient une ambivalence dans la définition de mots incontournables de notre métier. Ainsi, le mot « compter » signifie parfois la capacité à énumérer les noms des nombres (« Je sais compter jusqu'à 100 ! ») et surtout la capacité à dénombrer un ensemble fini (« J'ai dix doigts »).

Le mot « jeu » désigne en général une activité ludique, mais est aussi employé par tout artisan pour désigner un ensemble d'outils lui donnant le choix de l'outil approprié à une tâche particulière en fonction de ses besoins (jeu de tournevis, de clés, de ciseaux à bois, ...). J'emploierai ce terme « jeu » en pensant le plus souvent à ce sens technique, même si l'activité ludique peut s'y ajouter.

De même, le verbe « apprendre » a pour sujet, soit l'élève, soit le maître (« J'ai appris à lire » ou « **Ma maîtresse** m'a appris à lire » ?). Et cela change complètement le sens de l'apprentissage. Etymologiquement, apprendre, c'est attraper, prendre à soi ; et c'est ce que font les enfants naturellement quand ils apprennent à parler, à courir, à dessiner, à découper, ... Je me suis toujours senti « enseignant » c'est-à-dire quelqu'un qui accroche des enseignes pour permettre aux élèves d'apprendre le maximum de connaissances avec un minimum de temps et d'efforts. L'enseignant, à la manière d'un catalyseur en chimie, a un rôle essentiel (sans lui, le temps ne serait pas changé en expériences), mais il n'est pas celui qui agit. Il cherche à déclencher des déclics, des éclairs de compréhension à partir de quoi l'élève fera des liens nouveaux et aura grandi.

C'est dans ce contexte que le choix des matériels pédagogiques trouve sa place essentielle : ils sont des déclencheurs. Ils sont des outils dont se serviront les enfants pour résoudre des défis que nous leur préparons. J'ai trop souvent vu le changement de regard de nombreux adultes en apprenant que j'étais « prof de maths », traduisant une blessure laissée par leur éducation. J'ai souhaité créer un enthousiasme qui ne peut naître que de la compréhension. Voici, à ce sujet, ce que Condorcet a écrit au début de la préface d'un ouvrage sur l'apprentissage numérique, dont je reparlerai :

Il m'a paru qu'en général on ne devrait rien enseigner aux enfants, sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs. Ce principe me semble très essentiel dans l'instruction, mais je le crois surtout fort avantageux en arithmétique et en géométrie. Ainsi des éléments de ces sciences ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin, mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique, et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse.

Une autre occasion de mettre ce principe en pratique me fut donnée, dès mon arrivée à l'Ecole normale, car elle disposait d'un centre associé, préparant des instituteurs titulaires au C.A.E.I. (Certificat d'Aptitude à l'Education des enfants et adolescents déficients ou Inadaptés), qui formait des instituteurs titulaires à la conduite de classes de l'enseignement spécialisé. J'ai eu la charge de ce stage et ce fut pour moi une interrogation constante sur ce que je pourrais apporter à des enfants que l'enseignement primaire « normal » n'avait pas réussi à entraîner et qui se trouvaient rejetés dans un cadre qui devait leur offrir une « rééducation ».

De nombreux livres m'ont aidé à mettre en œuvre ces idées, mais je dois une grande reconnaissance à Caleb Gattegno pour ses écrits, et tout particulièrement « Ces enfants, nos maîtres » qui m'a fait découvrir que c'est d'abord en regardant les enfants apprendre qu'on apprend à enseigner.

I - LES REGLETTES CUISENAIRE

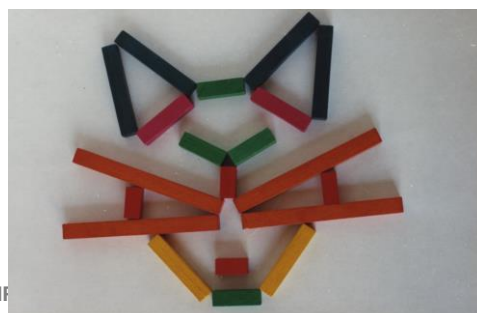
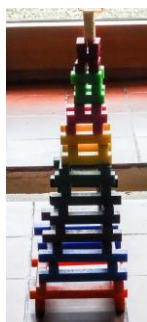
En 1945, Georges Cuisenaire, instituteur dans la ville belge de Thuin, invente un matériel révolutionnaire pour enseigner le calcul aux élèves du Primaire. D'apparence simple et anodin, cet ensemble de bâtonnets de bois de 1 à 10 cm de long, colorés à l'aide d'une couleur par longueur, a permis l'acquisition d'une dextérité extraordinaire dans le maniement des nombres à des enfants de 5 à 12 ans. Très utilisé en Suisse, et diffusé à travers le monde par l'intermédiaire de Caleb Gattegno, il prit son essor en France, dans les années 60 grâce aux stages de Madeleine Goutard.

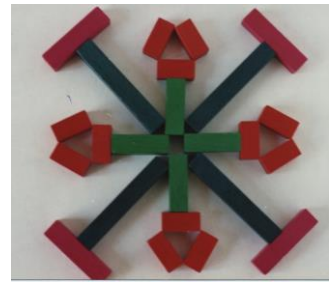
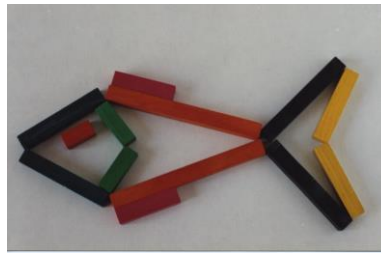


C'est ainsi que j'ai pu voir quel support pouvaient apporter ces petits bâtons colorés pour des activités intellectuelles chez des enfants mentalement déficients. J'ai toujours proposé l'emploi de ce matériel à mes stagiaires, que ce soit pour leur emploi dans des classes normales ou spécialisées. Et j'ai toujours, chez moi, une boîte de réglettes que mon épouse ou moi-même sortons chaque fois qu'un adolescent ou adulte en difficulté nous est confié pour le « remettre sur les rails ».

1 Organisation spatiale

Les multiples dispositions en 3D de ces bâtons de 10 longueurs permettent une variété infinie de réalisations : constructions libres, reproductions d'un modèle présenté, photographié ou décrit par le langage.





2 Les nombres en couleurs

Mais si cette utilisation spatiale offre une grande richesse de situations, c'est pour fixer des images mentales numériques dès le CP qu'il a été conçu : image des nombres, mais aussi des opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication, fractions).

Les réglettes ne représentent pas des nombres, mais 10 longueurs, chacune repérée par une couleur.



Ainsi, sur la proposition de construire un « mur » sur la base d'une réglette vert foncé, les participants ont produit, à l'aide du code : blanc = b ; rouge = r ; vert clair = v ; rose = R ; jaune = j ; vert foncé = V, les écritures suivantes :

$$V = j + b$$

$$V = R + r$$

$$V = r + R$$

$$V = 6b$$

$$V = 2v$$

$$V = 3r$$

$$V = v + 3b$$

$$V - r = R$$

$$V - R = r$$

$$V - 3b = v$$

Cette lecture spontanée de la construction montre que les opérations arithmétiques permettent une description du « mur » et qu'il est naturel qu'elles interviennent simultanément.

Les nombres, comme noms pour les longueurs, interviendront ensuite en proposant : « Si le blanc s'appelle 1, quel nom donnerez-vous au rouge ? Au vert clair ? ... »

Le lecteur pourra se reporter à une vidéo de 1961, où Gattegno s'adresse à une classe de GS, dont un extrait a été présenté :

<https://www.youtube.com/watch?v=Kw94gmzRrOY>

Ou encore : <http://www.rts.ch/archives/tv/information/3459877-l-as-des-reglettes.html>

Malheureusement, les années 70 ont balayé cet essor, et beaucoup de boîtes de réglettes ont été rangées dans les placards de nombreuses écoles pour n'en pas ressortir. Peut-être était-ce dû aux trop grands perfectionnements apportés à leur emploi par Cuisenaire et Gattegno qui ne furent compris que par les stagiaires de Madeleine Goutard et Gattegno, stagiaires encore convaincus aujourd'hui de la supériorité des modèles offerts par les réglettes ?

Mais c'est surtout l'explosion, en 1970, des « Maths modernes », le basculement complet des programmes et la grande vague des « recyclages d'instituteurs » à l'origine des IREM qui a donné à penser qu'un monde nouveau était arrivé et que la construction de LA Mathématique devait se faire d'abord par la logique : en témoigne l'essor des « blocs logiques » de Dienes. On ne parle plus alors que d'ensembles et de bases, les systèmes de numération devant permettre, en partant de groupements par 3 (le binaire étant jugé à part), puis 4, 5, 6, ..., 9 au CP pour atteindre le nirvana avec dix !

II - LES IDEES ORIGINALES DE GEORGES ET FREDERIQUE PAPY

Voici ce que Delédicq a écrit à la mort de Georges Papy (Le Bulletin Vert n° 499 (parution 2012) :

Ce couple bouleverse profondément l'idée que se faisaient les mathématiciens de l'enseignement de leur discipline, et surtout du niveau auquel on pouvait l'enseigner ; dommage alors que la fascination d'un « système axiomatique généralisé de la géométrie » soit venue polluer l'esprit des réformes en Belgique et en France ; cependant l'aspect positif fut que, tout d'un coup, chacun comprit que les enfants pouvaient rencontrer les mathématiques très tôt, les aimer, s'amuser avec, et y prendre plaisir.

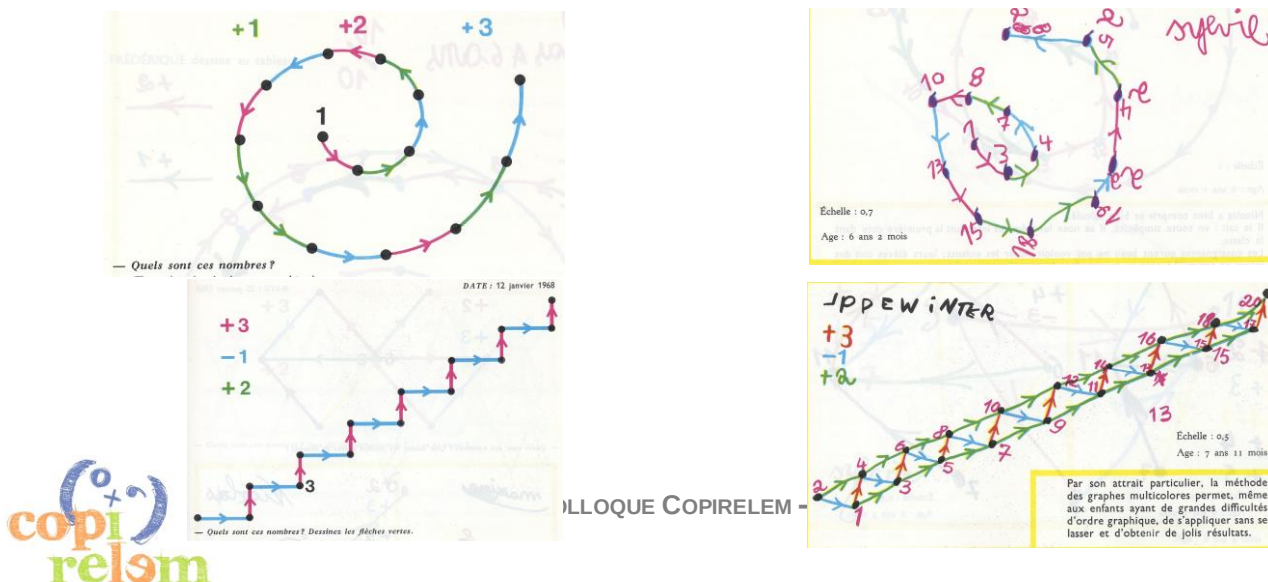
Pour ma part, c'est en ouvrant L'enfant et les graphes que j'ai appris ce que pouvait être une « mathématique en couleurs », c'est-à-dire une mathématique pour laquelle la couleur n'est pas qu'un ornement esthétique mais une composante signifiante du plaisir de chercher et du raisonnement qu'elle illustre.

Merci à Georges et Frédérique Papy pour leur vision, leur travail et leur engagement !

Ils aimaient les mathématiques ; ils aimaient les enfants ; et ils aimaient les voir tester leur intelligence, chercher les chemins de la rigueur, essayer leurs intuitions, ou laisser rêver les ailes de leurs pensées, ... les papillons peuvent voler disait Papy.

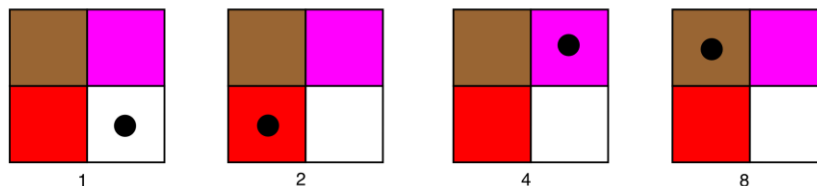
1 Les graphes de Frédérique

Cette progression ne m'ayant pas convaincu, je n'ai gardé, à côté des réglettes, que l'approche de Frédérique Papy qui, en Belgique puis aux Etats-Unis, a développé une version originale et créative des maths modernes, donnant aux élèves une feuille blanche (non lignée) et une série de feutres colorés. Le challenge consistait en la complétion d'un « dessin » affiché au tableau avec gros points noirs et flèches colorées. Les points étaient de nombres dont un seul portait son nom ; la signification des flèches, opérateurs arithmétiques, était donnée en légende. J'ai guidé un CP en 1974 selon ces principes et les enfants avaient vraiment le sentiment de réaliser un dessin en faisant leur exercice ; en témoigne les nombreuses fioritures : soleils, fleurs, étoiles, ... dont ils agrémentaient leurs feuilles.



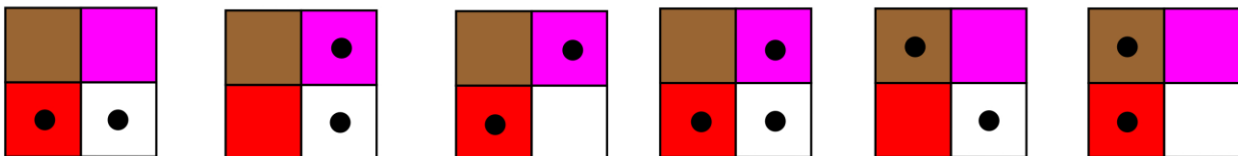
2 minicomputer

Les dix premiers nombres, comme chez Cuisenaire, étaient pris ensemble comme les pièces d'un jeu de construction à bien connaître dans leurs relations mutuelles. Mais l'accès au monde des nombres était fait par la compréhension de la numération décimale. Pas de « base 3 ou 4 » chez Papy, mais la pratique d'un instrument de calcul, appelé minicomputer, invention extraordinaire de Georges Papy, formé de plaques carrées partagées en 4 carrés colorés aux couleurs blanche, rouge, mauve et marron des réglettes, sur lesquelles les enfants placent – puis déplacent – quelques pions.

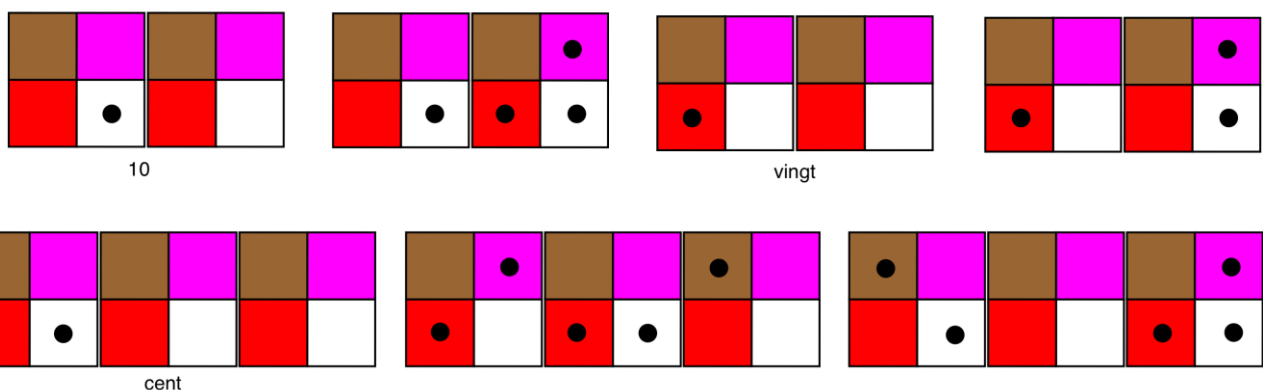


Voici la règle :

À l'aide de ce code et de 3 pions, chacun peut deviner les nombres représentés sur une plaque :



Et en acceptant l'équivalence : $8 + 2 = 10$, qui se représente par un pion sur la case blanche d'une deuxième plaque, tous les nombres jusqu'à 99 peuvent être posés et écrits. Pour les lire, laissant de côté, provisoirement 11, 12, ...16, il suffit d'admettre que 20 se dit « vingt », 30 se dit « trente » ... en français. Comme pour les réglettes, ce qui est à privilégier, c'est ce qui peut être découvert par les enfants. C'est pourquoi il est préférable de laisser de côté les scories de langage (11, 12, ..., 70, 71, ...) dans un premier temps au profit d'une compréhension. En particulier, passer le cap de 100 qui ne crée aucune aberration de langage et permet de représenter tous les nombres jusqu'à 999. (Les zéros intercalaires ne posent pas de problème.)

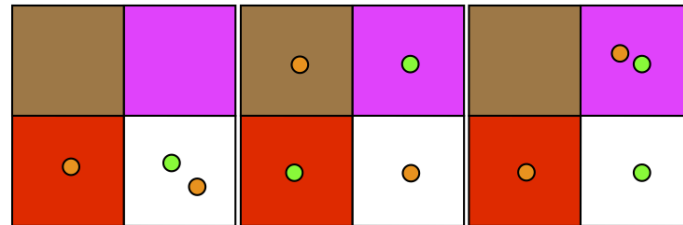


(ci-dessus : 10 ; 17 ; 20 ; 25 ; 100 ; 638 ; 907)

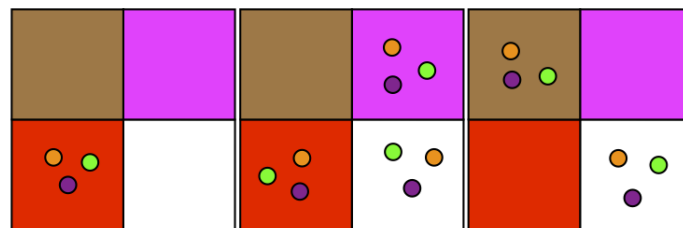
Il est remarquable que la décomposition binaire de la base 10 conduise à une telle économie de pions. Les participants ont eu à trouver le premier nombre qu'ils ne pourraient représenter s'ils ne disposaient que de 6 pions.

L'instrument est utile pour représenter la numération décimale de position, mais n'aurait pas reçu le nom pompeux de minicomputer, s'il ne servait à calculer. Pour faire la somme de 2 nombres, il suffit de les placer simultanément sur les plaques et de réduire au maximum le nombre de pions utilisés en agissant les règles : $1 + 1 = 2$; $2 + 2 = 4$; $4 + 4 = 8$; $8 + 2 = 10$ sur chaque plaque.

La multiplication par un petit nombre se fait par addition répétée.



$$396 + 165$$



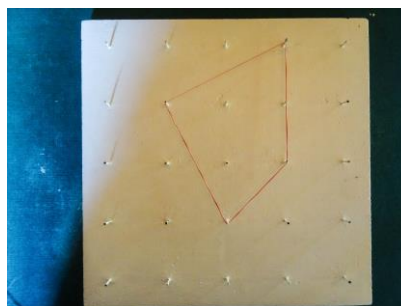
$$3 \times 279$$

Plus tard, le même instrument permettra aux élèves de découvrir des pratiques plus sophistiquées : glissements entre les plaques pour multiplier par 10, 100, ... ou prendre le dixième, le centième, ... Et, à partir de là, comme le fit Stevin, il y a 400 ans, inventer les nombres décimaux !

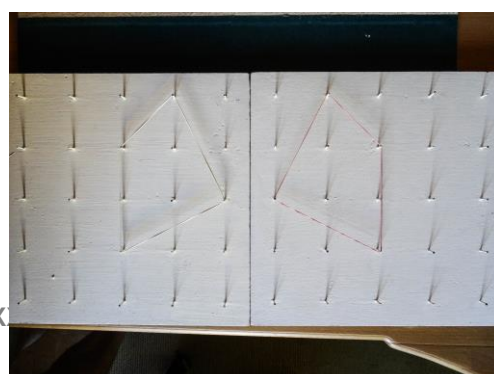
III - GEOMETRIE SUR GEOPLANS

1 Planches à clous

Par ailleurs, comme la géométrie était la grande absente de ces activités, je me suis intéressé à un autre matériel inventé par Caleb Gattegno : les géoplans, planches plantées d'un réseau de clous (à la base, réseau carré de 5×5 clous ; mais aussi cercle portant un réseau régulier de 12 clous et son centre un treizième). Ce support individuel permet à chacun de créer des polygones divers et des segments en tendant des élastiques, d'en faire des inventaires (ex. : tous les carrés, ...)

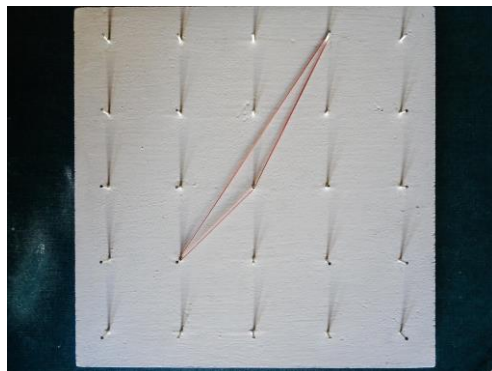


De les transformer par symétrie (axiale)



(On remarquera que si on prend la précaution de choisir ses dimensions pour que les planches dépassent d'un demi-espace les lignes extérieures de clous, au besoin, le quadrillage est extensible, par accollement de planches.)

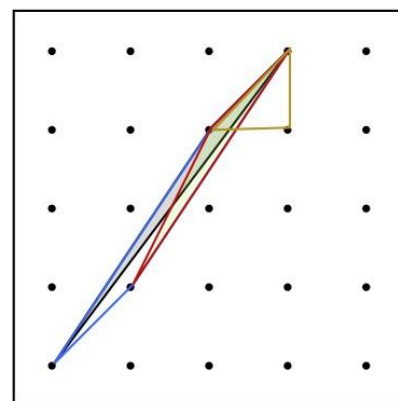
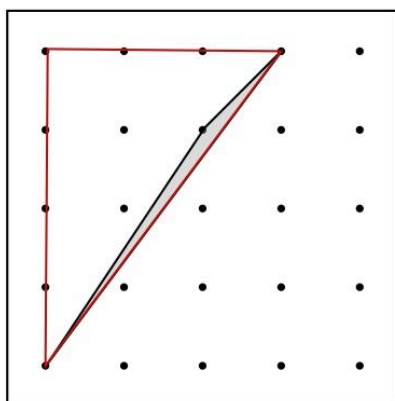
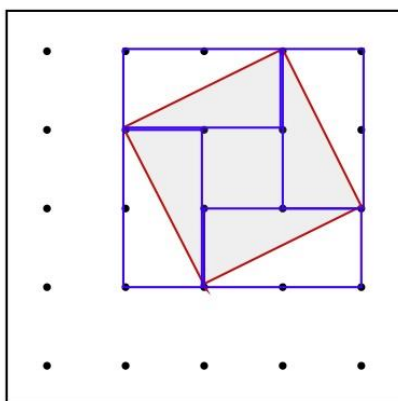
L'exercice suivant a été proposé : copier le triangle que je montre ci-dessous sur une planche. Je mets un cache devant ce triangle et je montre clairement que je fais subir un demi-tour à ma planche. Sans tourner la seconde planche, montrer la position d'arrivée à l'aide d'un second élastique (et comprendre la relation des sommets correspondants des 2 triangles).



2 Mesure des aires

Autre activité riche sur le géoplan : la mesure des aires. Avec pour unité, la maille du réseau de clous, les polygones dont tous les côtés sont parallèles aux bords de la planche sont les figures simples. Je les désignerai par Q. Parmi elles, les rectangles Q sont les plus simples : pas besoin de compter, la multiplication y pourvoit ! Et donc les triangles moitiés de rectangles Q (que j'appellerai aussi triangles Q) aussi.

Pour certains polygones, comme le carré rouge ci-dessous, on peut créer un découpage en figures Q et donc calculer l'aire. Mais on peut aussi l'inscrire dans une figure Q et calculer son aire par différence. Lorsque le découpage est impossible (ex. du triangle gris), l'inscription est toujours possible et les parties à ôter sont des figures Q. C'est une solution générale.



Sur le géoplan de droite, j'ai montré une dynamique originale, basée sur le fait que tout triangle est un demi-parallélogramme et que tout parallélogramme peut être coupé en 2 triangles superposables de 2 façons, selon le choix de la diagonale. Ainsi, le même triangle gris peut être mesuré avec un seul élastique : on double son aire en un parallélogramme, puis on décroche le sommet de l'angle pour créer un triangle rouge de même aire que le gris. En recommençant trois fois l'opération, on transforme le triangle gris en le marron, clairement demi-carré.

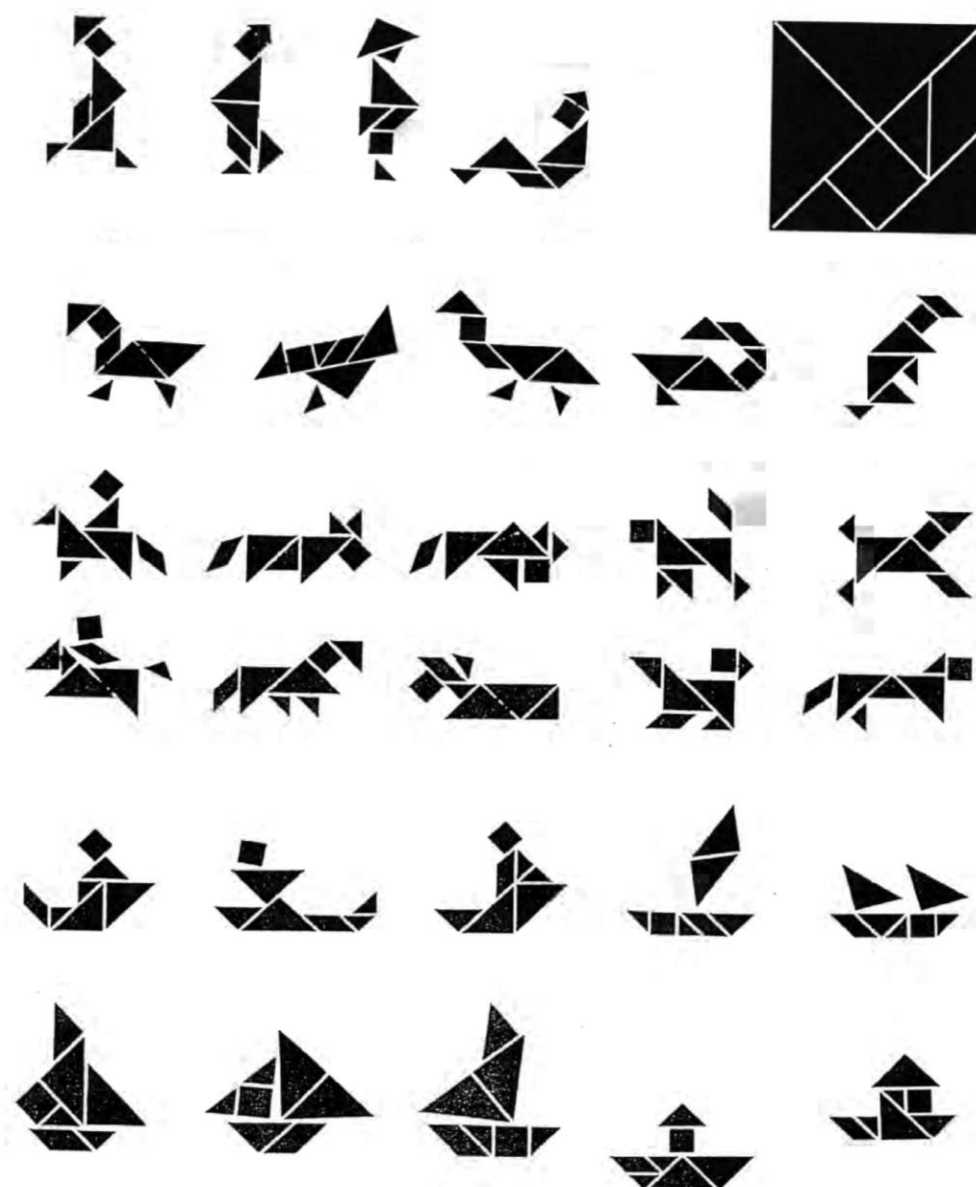
IV - MOISSON DES FORMES

1 Jeux de société

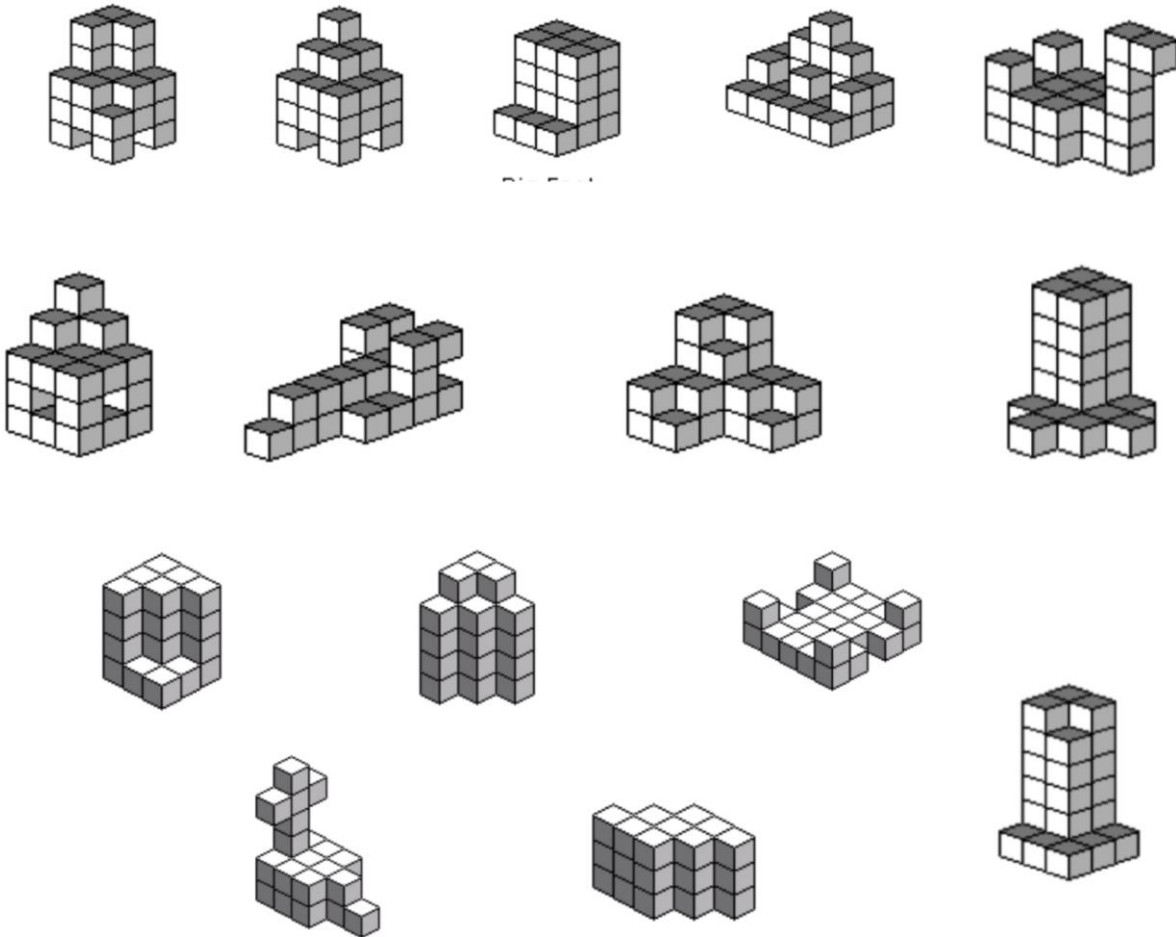
Une autre source d'inspiration m'a été fournie par les jeux de société, domaine où les enfants entrent naturellement en activité pendant leurs loisirs. L'étendue et la variété des défis offerts par les jeux sont étonnantes : terrains et pièces, règles souvent arbitraires auxquelles on se soumet, buts qu'ils nous imposent renouvellent chaque fois le plaisir de jouer. Est-il possible que les activités mathématiques, scolaires, puissent s'apparenter à des jeux de société, tout en gardant leurs finalités éducatives ?

C'est la question qui m'a lancé dans l'étude des jeux et dans la capacité de certains à fournir des activités mathématiques. Et le premier qui a répondu à cette attente est le tangram chinois. Comment, à partir du découpage en 7 parties simples d'un simple carré pouvait-on obtenir une si grande variété de modèles ?

Le jeu de retrouver la place des 7 pièces dans un contour noir met en branle les images mentales de ces formes, de les tourner et retourner afin qu'elles s'agencent. Quand on propose, à des plus grands, un modèle réduit de la composition à obtenir, il faut en plus voir les pièces par la similitude des formes et leur aire relative à celle du modèle.



Curieusement, un jeu inventé en 1933 par le danois Piet Hein, réalise un équivalent spatial du tangram. Un cube, appelé SOMA, est découpé en 7 polycubes et permet, lui aussi, un grand nombre de réalisations. L'un et l'autre peuvent permettre à chacun de réaliser ses propres inventions ou de résoudre des problèmes en réalisant des modèles imposés.



2 La Moisson des Formes

Le pouvoir géométrique se base sur la disponibilité d'images mentales. L'essentiel est de **voir**. Par exemple, je regarde un dodécaèdre régulier, admirable solide découvert, analysé depuis l'Antiquité grecque, et je peux ne voir que 12 pentagones réguliers qui se referment parfaitement. Mais je peux aussi **voir** un cube (et même cinq) ou un icosaèdre inscrits ou encore, comme le fit Kepler, voir des étoiles (pentagrammes) prolongeant les faces pour former la première des 4 étoiles solides régulières dont les 12 faces sont des étoiles (planes) imbriquées.



L'idée m'est venue, au cours d'un stage de formation continue, de concevoir un ensemble de formes mobiles, comme les pièces du tangram, permettant de composer des figures géométriques montrant la variété des formes géométriques développées par les géomètres grecs qui sont toujours à la base de notre enseignement.

J'ai construit, en bois, des prototypes, regroupés par familles, chacune ayant un générateur et j'ai repris l'idée de Cuisenaire d'associer une couleur à chaque famille. La difficulté fut alors d'associer les dimensions de ces familles afin que les pièces « jouent entre elles ». Une production industrielle s'est imposée - et le plastique comme matière - afin que les pièces de ce jeu permettent un dessin précis et la perception de relations géométriques qu'elles entretiennent.

Les enfants s'en servent, soit comme pièces de puzzles (comme le tangram) soit comme outils de dessin (en tournant autour ou, plus tard, en en extrayant des lignes remarquables). Ils font des compositions libres, souvent riches et harmonieuses



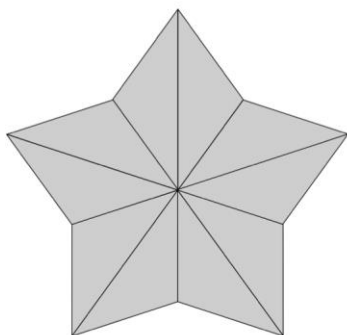
ou répondent à des défis composés à l'avance comme dessins à réaliser précisément. (Nombre de ces dessins m'ont été inspirés par les inventions libres des enfants.)

Après avoir composé des cahiers de modèles, j'ai réalisé des fiches de problèmes (280) de deux types.

Les premières proposent un modèle (réduit) à réaliser en choisissant la (ou les) bonne(s) pièce(s) dans la boîte.

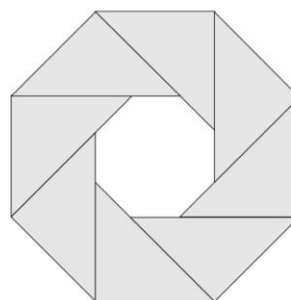
M2 Problème 9

A l'aide d'une seule pièce de la boîte, faire un dessin semblable à ce modèle



M2 Problème 10

A l'aide d'une seule pièce de la boîte, faire un dessin semblable à ce modèle



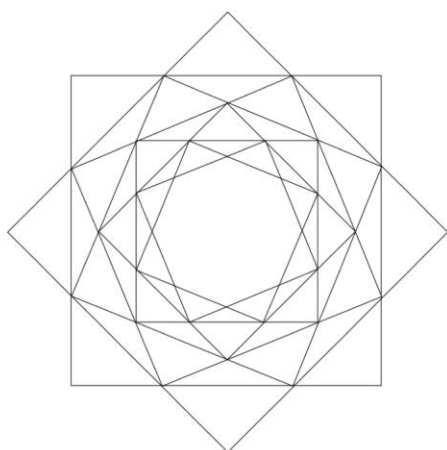
Les secondes imposent les instruments à utiliser.

I2 Problème 11

Instruments



Construction

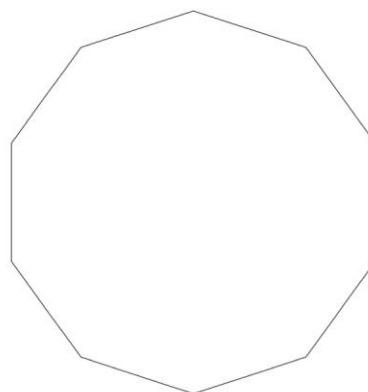


I2 Problème 12

Instruments



Construction



Comme je n'ai plus, aujourd'hui, beaucoup d'occasions de faire connaître ce matériel et ses possibilités, j'ai proposé aux participants de l'atelier de leur envoyer ces séries de problèmes – et je le propose aussi à tous ceux qui souhaitent participer à la diffusion ou à l'utilisation de la « Moisson » - sur simple demande.

V - NUMERATION

Aussi extraordinaire que fut minicomputer, son acceptation par la majorité des instituteurs me parut vite illusoire. Et j'ai, moi-même, quelques réticences vis à vis d'un procédé technique sophistiqué, mais éloigné de la perception du concept de nombre.

J'ai donc cherché d'autres moyens de rendre perceptible la numération décimale de position.

Il faut distinguer l'écriture positionnelle, d'une logique parfaite, de la désignation orale dépendante de la langue et surtout de l'histoire de la langue. Voici ce que Condorcet a écrit à ce sujet en 1799 dans l'ouvrage dont j'ai cité la préface plus haut :

Voici quel est le système de numération actuellement usité en France.

Un ajouté à dix, dix et un s'appellent ... Dix-Un .

Un ajouté à dix-un, ou deux ajoutés à dix, dix et deux, s'appellent ... Dix-Deux.

Un ajouté à dix-deux, ou trois ajoutés à dix, dix et trois, s'appellent ... Dix-trois .

Un ajouté à dix-trois, ou quatre ajouté à dix, dix et quatre, s'appellent ... Dix-Quatre .

Un ajouté à dix-quatre, ou cinq ajouté à dix, dix et cinq, s'appellent ... Dix-Cinq .

Un ajouté à dix-cinq, ou six ajouté à dix, dix et six, s'appellent ... Dix-six .

Un ajouté à dix-six, ou sept ajouté à dix, dix et sept, s'appellent ... Dix-Sept.

Un ajouté à dix-sept, ou huit ajouté à dix, dix et huit, s'appellent ... Dix-Huit .

Un ajouté à dix-huit, ou neuf ajouté à dix, dix et neuf, s'appellent ... Dix-Neuf.

Arrivés à ce terme, nous ne disons pas dix-dix, pour exprimer un ajouté à dix-neuf, ou dix et dix ; il est aisé de voir que ce moyen, si on le continuoit longtems, conduiroit à former des noms trop longs, trop difficiles à reconnoître et à prononcer ; on l'appèle donc duante :

ainsi, Un et dix-neuf, dix et dix, s'appellent ... Duante .

Un et duante s'appèlent ... Duante-Un .

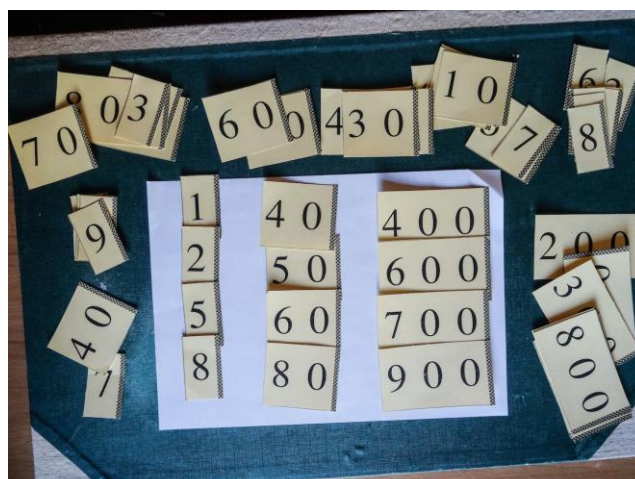
Un et duante-un, duante et deux, s'appellent ... Duante-Deux .

Un et duante-deux, duante et trois, s'appellent ...Duante-Trois, etc...

200 ans plus tard, malheureusement, les enfants français ont encore à intégrer des mots dont la logique ne peut que leur échapper : pourquoi dire soixante treize ? (et nous avons appris qu'ils ont plus de chance que les petits Danois !).

1 Cartes numériques

Parmi ces moyens, j'ai créé un jeu de 27 cartes de trois largeurs - publié parmi 80 autres, dans « Le carrousel des nombres ».



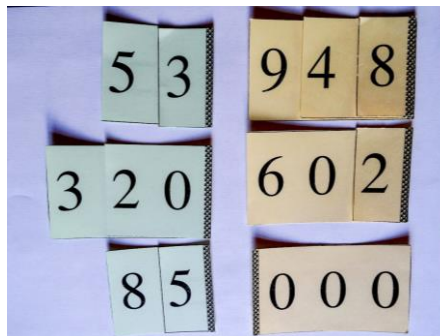
Il faut apprendre les noms écrits et oraux des nombres 1, 2, ..., 10, 20, 30, 40, 50, 60, 200, et les repérer sur les cartes. On peut alors former tous les nombres de 1 à 999 par superposition de 1, 2 ou 3 cartes, la bande fantaisie, à droite, servant de repère.



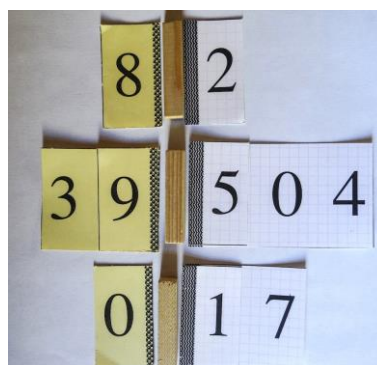
La lecture et l'écriture de tous les nombres, exception faite des onze, douze, ... seize, soixante-dix, quatre-vingt, ... et de leurs composés, ne pose aucun problème ; les seuls éléments inconnus : 300, ..., 900 étant faciles à deviner en les comparant avec 200. Pour 100, l'usage veut, qu'en français, on dise « cent » et non « un cent ». Mettre d'emblée les centaines, dès le CP, n'est pas compliquer la tâche, mais plutôt l'éclairer. (Les zéros des écritures sont simplement des « zéros non cachés » par d'autres cartes.)

Pour les aberrations de langage, on peut, comme Condorcet, faire entendre « dix-sept » ou « dix-huit » et faire inventer « dix-un, dix-deux, ... » ou les éviter pour les intégrer plus tard lorsque la construction logique est acquise. Pour les nombres de 70 à 99, j'ai toujours proposé d'entendre « cinquante », seul régulier de la suite des dizaines, et de faire inventer provisoirement « sept ante, huit ante et neuf ante » pour libérer au maximum les activités de lecture, d'écriture et de décomposition. Toujours partir de cette grande partie compréhensible et maîtrisable par les enfants pour faire jouer les nombres, et garder pour plus tard les inévitables « scories » de langage.

Le même jeu de cartes pourra être repris plus tard pour la compréhension des « grands nombres »



puis celle des nombres décimaux.



2 Le « boulier vivant »

Ces dernières parties n'ont été évoquées que brièvement, faute de temps. Je propose de les développer dans un article publié par l'IREM de Franche-Comté.

Les cartes numérales permettent, par démontage de l'écriture, de décomposer un nombre :

$$245 = 200 + 40 + 5 ; 510 = 500 + 10 ; 57 = 50 + 7 ; 803 = 800 + 3$$

et on peut compléter cette décomposition à la manière du boulier chinois (suan pan) mais en personnalisant les tiges.

Spontanément, les petits enfants montrent les premiers nombres sur leurs doigts, même s'ils n'en connaissent pas encore le nom. Cette observation des nombres montrés sur une main, puis deux, affermit le lien aux nombres 5 et 10. 10 n'est pas un nombre simple, partager un segment en 10, ou une tarte, construire un pentagone régulier, sont des opérations difficiles. La seule simplicité de 10 se situe dans ces langages gestuels immémoriaux des nombres dont parle Georges Ifrah.

Quant à montrer un nombre supérieur à 10, soit on doit s'y prendre à plusieurs, soit on « lance les dix » pour s'arrêter sur les unités du nombre. Et c'est le départ de l'activité du « boulier vivant ». Pour qu'un tel nombre laisse une trace instantanée, ces « 10 lancés » par un enfant sont comptabilisés par un second enfant qui lève un doigt pour chaque 10. Le nombre – à 2 chiffres – est ainsi montré par les deux enfants, l'un étant le porteur des « dix », l'autre des « un ».

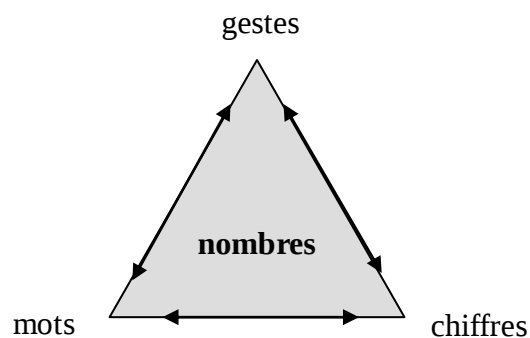


47



60

On dispose ainsi d'un triple langage : écrit, oral et gestuel entre lesquels s'établit l'équivalence.



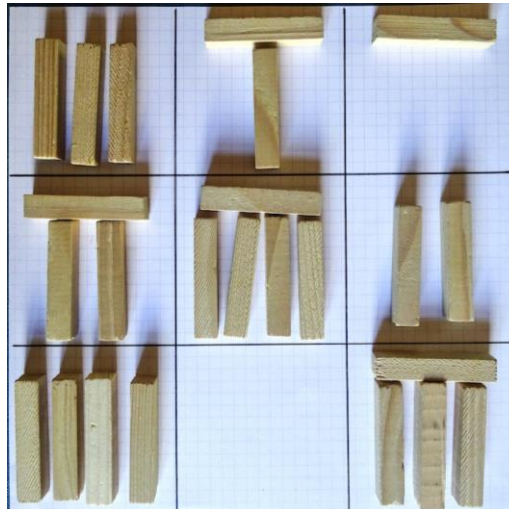
L'envie de dynamiser le jeu nous prend : ajoutez ou retranchez 1, 2, ... (c'est le porteur des « un » qui s'active) ; ajoutez ou retranchez 10, 30, ... (le porteur des « dix » se réveille) ; ajoutez ou retranchez 32, 25, ... (tous deux s'activent, chacun prenant du nombre la part qui lui revient).

À un certain moment, un problème se pose : j'ai 6 « un » et je dois en ajouter 7. Comme je n'ai que 10 doigts, je peux ajouter 4 et retenir en mémoire les 3 restants. Comme sur le suan pan : 10 « un » forment 1 « dix » que je peux passer au porteur des « dix », vidant mes mains pour y mettre le 3 retenu.

Ensuite, le même problème se posera au porteur des « dix », qui appellera un porteur des « cent » et le jeu se poursuivra à trois porteurs : 10 « dix » forment 1 « cent ».

3 L'abaque à jonchets

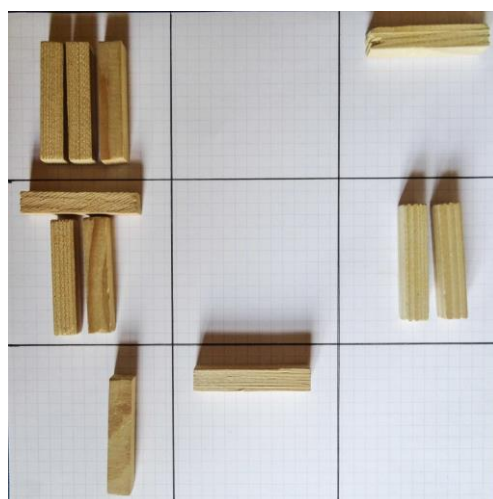
Dernière étape de cette quête de la numération, ne plus être seulement un des acteurs du jeu du « boulier vivant », mais le metteur en scène de la pièce. Et, pour cela, j'ai repris la méthode des anciens comptables chinois qui a engendré le suan pan. Ils disposaient des baguettes en ivoire, appelées « jonchets » sur un quadrillage : le chou suan. Et la disposition (simplifiée) de ces jonchets rappelle les nombres montrés sur les doigts.



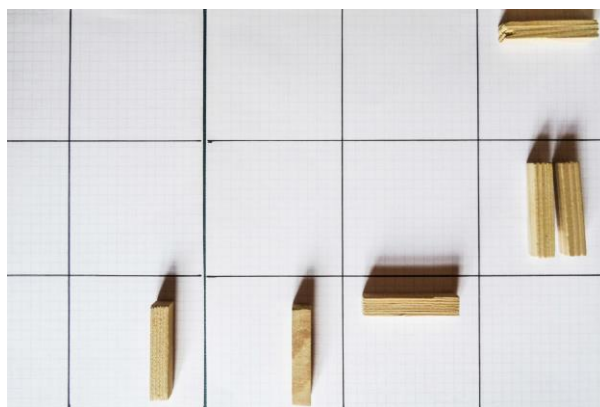
Voici 3 nombres, un sur chaque ligne : 365 ; 792 ; 408. Il est facile de repérer qu'un jonchet vertical est un doigt levé, un horizontal est une main.

On tire avantage de ces trois lignes superposées pour agir de façon claire les opérations. Au lieu de superposer, sur les mêmes cases, les deux nombres d'une addition, on peut les disposer chacun sur une ligne, gardant celle du bas pour « verser » dans un ordre quelconque les jonchets d'une colonne dont on réduit le nombre par les échanges : « $5 \times 1 = 5$ » et « $2 \times 5 = 10$ ». Le passage à la technique opératoire en découle facilement.

À titre d'exemple, pour effectuer l'addition des deux nombres du haut de la photo ci-dessus et « verser la somme » dans la ligne du bas, on peut, au gré de sa fantaisie, commencer par la colonne du milieu



puis celle de gauche, en adjoignant une seconde plaque



et enfin celle de droite.

À voir quand on a une économie de gestes en partant de la droite ! Mais, quel que soit le choix, sauf erreur d'échange, le résultat est correct.

Je renvoie le lecteur à l'article de l'IREM pour plus de précisions, pour des techniques pour les autres opérations, la comparaison des nombres, la multiplication et division par 10, 100, ... la découverte des nombres décimaux, voire des nombres relatifs, les conversions de mesures.

VI - BIBLIOGRAPHIE

GATTEGNO C. (1967). *Enfin, Freddy comprend l'arithmétique*, Delachaux et Niestlé.

GATTEGNO C. (1972). *Ces enfants : nos maîtres ou la subordination de l'enseignement à l'apprentissage*, Delachaux et Niestlé.

GATTEGNO C. (1973). *The common sense of teaching mathematics*, Educational Solutions.

CONDORCET N. (1989). *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*, Art, Culture, Lecture – Editions.

FREDERIQUE (1970). *L'enfant et la mathématique*, Marcel Didier.

ELFFERS J. (1973). *Tangram*, Le casse-tête du Chêne.

IFRAH G. (1981). *Histoire universelle des chiffres*, Seghers.

BETTINELLI B. (2006). *Maths en formes*, Presses Universitaires de Franche-Comté.

BETTINELLI B. (1993). *La Moisson des Formes*, Aléas Editions.

BETTINELLI B. (2007). *Le carrousel des nombres*, Presses Universitaires de Franche-Comté.

MARTZLOFF J.-C. (1987). *Histoire des mathématiques chinoises*, Masson.