QUELLES STRATEGIES DE FORMATION POUR GERER L'HETEROGENEITE DES APPRENTISSAGES DES ETUDIANTS EN MATHEMATIQUES EN M1 MEEF 1ER DEGRE ?

Julia PILET
Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
julia.pilet@u-pec.fr

Brigitte GRUGEON-ALLYS
Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

Résumé
L'importante hétérogénéité des étudiants de l'académie de Créteil se destinant aux métiers de professeurs des écoles nous a conduites à développer un dispositif de formation plus attentif à la diversité des profils des étudiants. L'objectif de l'atelier a été de permettre aux participants de s'approprier et d'analyser les outils à destination des formateurs que nous avons conçus et testés. Après avoir présenté le contexte, nous développons les deux temps principaux de l'atelier. Le premier concerne l'analyse de l'évaluation diagnostique des connaissances et compétences mathématiques des étudiants entrant en master MEEF premier degré que nous avons conçue. Le deuxième temps concerne l'analyse des situations de formation que nous avons conçues pour déstabiliser des conceptions erronées repérées dans l'évaluation diagnostique et construire celles attendues. Deux domaines mathématiques sont retenus : celui de la géométrie et celui des nombres (numération, entiers, décimaux et fractions).

Avertissement au lecteur ! Cet atelier est complémentaire de la communication C14 présentée dans ces mêmes actes et intitulée «Evaluation diagnostique et gestion de l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques en M1 MEEF 1er degré » par les mêmes auteurs. Nous invitons le lecteur à s'y reporter notamment pour tous les apports théoriques et l'analyse des résultats des étudiants ayant suivi le dispositif.

I - PRESENTATION DE L'ATELIER

Cet atelier s'appuie le dispositif ORPPELA[1] conçu dans le cadre d'un dispositif IDEA[2] de l'Université Paris Est Créteil visant à « Organiser une Progressivité des Parcours de formation des Etudiants en master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation (MEEF) et leur Accompagnement » en mathématiques. Ce projet s'inscrit dans le contexte spécifique de la formation initiale des enseignants du premier degré de l'académie de Créteil.

[1] Cette recherche est réalisée dans le cadre du projet IDEA *ORPPELA*, à l'ESPE de Créteil – Université Paris Est Créteil, coordonné par B. Grugeon-Allys avec l'équipe des enseignants C. Moussy, M.C. Marillier, B. Galin, F. Brugier, et enseignants-chercheurs, J. Pilet et J. Horoks. http://espe.u-pec.fr/l-espe/innovation-pedagogique/projet-orppela-organiser-une-progressivite-des-parcours-de-formation-des-etudiants-en-master-metiers-de-l-education-et-de-la-formation-et-leur-accompagnement-682061.kjsp?RH=1412862302533

[2] Dans le cadre des Initiatives d'Excellence en Formations innovantes (IDEFI) du Programme Investissements d'Avenir, Université Paris-Est met en œuvre le dispositif IDEA.

1 Le contexte du MEEF dans l'académie de Créteil

Les étudiants de l'académie de Créteil inscrits en MEEF 1er degré sont pour la plupart issus de filières non scientifiques et nous faisons l'hypothèse qu'ils ont souvent un passé douloureux avec les mathématiques. De plus, de nombreux étudiants reprennent des études dans le cadre d'une reconversion professionnelle. La formation a pour enjeu de faire évoluer leur rapport aux mathématiques, de leur permettre de construire les savoirs mathématiques et didactiques nécessaires à la profession mais aussi de leur redonner le goût et l'envie de faire des mathématiques pour qu'ils les transmettent à leurs élèves. Il s'est donc avéré nécessaire de mettre en place un dispositif de formation plus attentif aux parcours antérieurs et à la diversité des profils d'étudiants. La maquette de la première année de master 1 à Créteil prévoit 66 heures d'enseignement sur les mathématiques et leur didactique pour préparer au concours ce qui pose une contrainte de temps supplémentaire pour former les futurs enseignants.

Dans ce contexte, nous nous sommes interrogées sur la formation à mettre en place pour faire évoluer le rapport aux mathématiques des étudiants et leur permettre de construire les savoirs mathématiques et didactiques nécessaires à la profession.

2 Le scénario de formation dans le dispositif ORPPELA

La formation organisée dans le cadre du dispositif ORPPELA suit un scénario spécifique.

Premièrement, dès leur accueil à l'ESPE le jour de la rentrée, les étudiants passent une évaluation diagnostique de leurs connaissances et compétences en mathématiques. Cette évaluation a un double objectif, pour l'étudiant de s'auto-positionner, et, pour le formateur de pouvoir adapter son enseignement en ayant une connaissance des profils de ses étudiants dès la rentrée.

Deuxièmement, les séances de travaux dirigés s'organisent en séquences selon les thèmes mathématiques du programme (nombres et numération décimale, géométrie, grandeurs, etc.). Chaque séquence est sur le même modèle. Des exercices préparatoires avec correction ainsi qu'une synthèse des savoirs et savoir-faire indispensables à la suite de la formation sont proposés aux étudiants avant les cours en présentiel. Cela permet aux étudiants qui en ont besoin de travailler les prérequis. Ils ne sont pas abordés en travail dirigé sauf si les étudiants demandent d'y revenir. Une feuille d'exercices mathématiques et didactiques est distribuée en TD. Elle contient plusieurs situations clefs pour remettre en question des rapports inadaptés aux savoirs mathématiques et permettre aux étudiants de poursuivre la construction de ces savoirs. C'est là une des forces du dispositif, les situations sont adaptées aux acquis et besoins d'apprentissage repérés des étudiants mais elles s'adressent à tous. La feuille d'exercices contient également des exercices d'entrainement de difficulté croissante. Toutes les corrections des exercices sont déposées sur EPREL[3] à la fin du TD ainsi qu'un document de cours reprenant les différentes notions mathématiques et didactiques qui sert de point d'appui à l'institutionnalisation des savoirs. Les feuilles d'exercices sont régulièrement complétées de devoirs à faire à la maison. En début ou en fin de séquence, le formateur revient sur les exercices du test correspondant aux contenus de la séquence.

Troisièmement, le dispositif comprend un accompagnement des étudiants en dehors des séances présentielles. Sont proposés aux étudiants :

- des entretiens personnalisés pour répondre à leurs questions sur leurs travaux, les aider à organiser leur travail personnel mais aussi leur redonner confiance et les encourager,
- des exercices à traiter chez eux et à rendre en groupe ou individuellement et qui sont ensuite corrigés et commentés par le formateur,
- un suivi à distance sur le forum de la plateforme de l'université pour accompagner les feuilles d'exercices. Les étudiants peuvent y poser leurs questions. Cela permet de réguler

[3] Plateforme en ligne pour la formation à l'ESPE de Créteil.

l'enseignement à distance et si besoin de revenir sur certains aspects des notions abordées en travaux dirigés.

Ces modalités spécifiques de formation sont expliquées aux étudiants dès la rentrée afin de mettre en place le plus rapidement possible un contrat qui les engage dans la formation.

3 Le déroulement de l'atelier

Après la présentation du dispositif ORPPELA, l'atelier s'est déroulé en deux temps. Le premier temps a porté sur l'évaluation diagnostique, conçue pour le dispositif, des connaissances et compétences et étudiants à l'entrée en master. Les participants ont eu à réaliser des analyses de certains exercices du test. Ces exercices sont présentés en annexe 1. Notre objectif était, d'une part, de mettre en avant en quoi les choix théoriques et méthodologiques de conception du test et d'analyse des réponses nous permettent de dégager des profils dominants des étudiants sur plusieurs domaines mathématiques, et, d'autre part, de montrer en quoi ces profils présentent des potentialités pour organiser une formation qui prenne en compte l'hétérogénéité des étudiants. Dans un deuxième temps, après avoir présenté nos principaux choix de formation, les participants ont analysé les stratégies de formation que nous avons conçues. Elles sont présentées dans les annexes 2 et 3. Les participants devaient dégager les potentialités des stratégies pour déstabiliser des conceptions erronées repérées par le test et construire celles attendues. L'atelier s'est déroulé an alternant des modalités de travail en groupe, les participants étaient répartis par groupes de 4, avec des mises et en commun et des synthèses collectives.

Nous revenons sur ces deux temps dans la suite du texte. Nous présentons les analyses réalisées et nous complétons par les apports, remarques ou questions soulevés par les participants pendant les discussions collectives.

II - PREMIER TEMPS : UN TEST DIAGNOSTIC DES CONNAISSANCES ET COMPETENCES EN MATHEMATIQUES DES ETUDIANTS

1 Présentation générale du test

1.1 La répartition des exercices du test par domaine mathématique

Nous avons retenu quatre domaines mathématiques dans le test : celui de la géométrie, celui des nombres et de l'arithmétique en primaire, celui de l'algèbre et celui de la proportionnalité et des fonctions. Ces domaines structurent les programmes mathématiques français et leur maîtrise tant mathématique que didactique est au cœur du développement professionnel des futurs enseignants. Même si le domaine de l'algèbre n'est pas au programme de l'école primaire, nous l'avons conservé dans le test, des travaux de didactique des mathématiques (Chevallard, 1985 ; Grugeon, 1997) soulignant le rôle de l'algèbre pour étudier les nombres, les opérateurs et leurs propriétés. De plus, le domaine des grandeurs et mesures n'est pas traité à part entière dans la version actuelle du test. Plusieurs exercices de géométrie et de proportionnalité y font néanmoins appel.

Nous avons constitué l'évaluation d'exercices représentatifs des quatre domaines mathématiques pour déterminer des caractéristiques du développement conceptuel des étudiants. Le test est prévu pour une durée d'une heure de passation. Il est composé de 29 exercices répartis en une moitié sur le numérique, un cinquième sur la géométrie, autant sur la proportionnalité et sur l'algèbre (voir tableau 1). Les exercices sont choisis pour recouvrir les types de problèmes du domaine. Ils sont pour la plupart sous forme de QCM ce qui permet un traitement informatique. Certains sont ouverts (6/29) : les étudiants doivent soit entrer un nombre soit un raisonnement. Dans ce dernier cas les questions sont codées par un humain et non par une machine.

Domaine	Nombre d'exercices
Géométrique	6/29
Numérique (entiers, fractions, décimaux)	14/29
Proportionnalité et fonction	5/29
Algébrique	4/29

Tableau 1. Répartition des exercices par domaine

Le nombre d'exercices est limité mais il est selon nous suffisant au regard de notre cadrage théorique et méthodologique pour que le test puisse établir les traits dominants de l'activité mathématique de l'étudiant que nous appelons profil de l'étudiant.

Ce test est informatique, c'est-à-dire que les étudiants passent le test en ligne et leurs réponses sont analysées automatiquement et leur profil est créé selon un algorithme que nous avons défini.

Durant l'atelier, seuls les domaines géométrique et numérique ont été analysés.

1.2 La définition d'un référentiel par domaine mathématique

Pour chaque domaine mathématique, nous définissons un référentiel qui nous permet de concevoir les exercices du test, d'anticiper *a priori* les réponses des étudiants à chaque item et de les analyser transversalement, pour tout le domaine afin d'établir le profil de l'étudiant. Pour cela nous retenons plusieurs approches théoriques :

- Une approche cognitive du savoir pour caractériser chaque domaine comme un champ conceptuel (Vergnaud, 1990) et considérer les conceptions des étudiants en lien avec des ruptures d'ordre épistémologique et avec des démarches et des raisonnements au cours de l'apprentissage ;
- Une approche épistémologique et didactique est faite du côté du savoir. Cette étude s'appuie sur les travaux en didactique des mathématiques dans les différents domaines ;
- Une approche anthropologique conduit à considérer les institutions dans lesquelles les étudiants ont appris et apprennent. Elle permet de prendre en compte les attentes curriculaires mais aussi de considérer des décalages de l'activité mathématique attendue lors de la transition entre institutions (école/collège, collège/lycée, lycée/université) et de repérer des implicites ignorés pourtant incontournables dans les curriculums et qui peuvent expliquer des difficultés chez les étudiants (Pilet, 2012).

Nous renvoyons le lecteur à la communication C14 de ces actes pour une présentation plus développée de ces approches théoriques. Pour chaque domaine, nous définissons un référentiel qui pointe les aspects épistémologiques à prendre en compte pour résoudre les types de tâche et qui décrit trois niveaux d'activité selon le développement conceptuel et les rapports construits aux objets mathématiques. Chaque niveau donne des indicateurs pour situer le développement conceptuel d'un étudiant dans un domaine donné relativement à la résolution des problèmes du domaine, à la construction et au traitement des propriétés des concepts mobilisés lors de la résolution et aux gestions de représentation sémiotiques associés aux concepts. Ces indicateurs traduisent des cohérences de fonctionnement dominantes des étudiants (Grugeon, 1997) sur l'ensemble des exercices du domaine. Il s'agit de traits « dominants » ou « majoritaires » dans le sens où certaines connaissances peuvent être instables et mobilisées ou non en fonction du contexte de résolution d'exercice.

1.3 Le référentiel pour deux domaines

Pour le domaine géométrique

Dans la recherche en didactique de la géométrie, Houdement et Kuzniak (1999, 2006) ont travaillé la question du rapport entre l'espace physique et l'espace géométrique et ont montré que des difficultés d'apprentissage proviennent souvent d'une confusion entre les savoirs issus de l'expérience directe avec le monde réel et les savoirs géométriques. Ils ont défini plusieurs géométries pour caractériser les différents rapports aux objets géométriques et les ruptures de contrats sous-jacents. Le référentiel reprend cette catégorisation pour définir une échelle d'activités mathématiques sur les objets de la géométrie selon trois dominantes que nous avons définies :

- Géométrie dominante A : connaissances et compétences liées majoritairement à une géométrie du raisonnement
- Géométrie dominante B : connaissances et compétences liées majoritairement à une géométrie instrumentée ou raisonnement déductif incorrect
- Géométrie dominante C : connaissances et compétences liées majoritairement à une géométrie perceptive.

Nous décrivons plus précisément chacun de ces profils dans le tableau suivant.

A	Bonne connaissance des propriétés des figures géométriques. Distinction entre figure et dessins. Bonne articulation entre les différents modes de représentation. Appréhension séquentielle et discursive des figures en jeu dans les problèmes permettant d'organiser une démonstration avec un raisonnement déductif.
B	Connaissance fragile des propriétés des figures géométriques, des différents modes de représentation. Distinction entre figure et dessins connue mais peu articulée avec les propriétés. Résolution de problèmes de géométrie utilisant prioritairement sur les instruments ou un raisonnement déductif souvent incorrect.
C	Visualisation des figures sans distinction entre propriétés spatiales (position) et géométriques, les propriétés étant peu structurées. Peu d'articulation entre différentes représentations. Résolution des problèmes de géométrie utilisant davantage la perception (« je vois que ») et la mesure (usage des instruments) qu'un raisonnement déductif.

Tableau 2 : référentiel en géométrie

Pour le domaine numérique

Nous étudions comment les étudiants donnent du sens, interprètent, mobilisent et utilisent dans des problèmes les entiers, les décimaux et les quatre opérations élémentaires (addition et soustraction, multiplication et division). Pour le domaine du numérique (numération et nombres), nous appuyons sur les travaux de Tempier (2013), Mounier (2012), Perrin-Glorian (1986) ou encore Vergnaud (1986). À partir de ces travaux nous définissons trois niveaux d'activité mathématique dominants pour le numérique :

- Niveau A : connaissances et compétences liées à une interprétation majoritairement symbolique des nombres
- Niveau B : connaissances et compétences liées à une représentation majoritairement iconique des nombres
- Niveau C : connaissances et compétences liées à une représentation majoritairement intuitive des nombres.

Nous décrivons plus précisément chacun de ces profils dans le tableau suivant.

A	Bonne connaissance des nombres entiers et décimaux et des modes de représentation. Utilisation des nombres et de leurs propriétés dans la résolution des différents types de problèmes mettant en jeu les quatre opérations.
B	Connaissance des nombres entiers et de leurs propriétés. Utilisation de modes de représentation

	différents de ces nombres pour résoudre différents types de problèmes mettant en jeu les quatre opérations. Connaissance fragile des fractions et décimaux et des difficultés à les utiliser.
C	Connaissance fragile des règles de numération de base. Peu de lien entre groupements / échanges et numération. Des conceptions erronées sur les décimaux, les notions numériques, les modes de représentation. Des difficultés à les utiliser dans la résolution de problèmes numériques mettant en jeu les quatre opérations.

Tableau 3 : référentiel pour le numérique

1.4 L'analyse des réponses

L'analyse des réponses s'effectue en deux temps, toujours par domaine mathématique, et s'appuie sur les trois niveaux d'activité mathématique du référentiel. D'abord pour chaque exercice, nous réalisons une analyse *a priori* et nous envisageons les réponses possibles, correctes ou non, et les associons à une des trois dominantes du référentiel. Ensuite, nous réalisons une analyse transversale pour l'ensemble des questions de chaque domaine selon un algorithme qui calcule le nombre de codage A, B ou C sur chaque domaine. Le nombre le plus grand positionne l'étudiant sur une des trois dominantes. Seule cette dernière analyse est renvoyée à l'étudiant.

Les participants de l'atelier ont eu à réaliser la première étape des analyses pour les exercices du domaine géométrique et ceux du numérique.

2 Présentation et analyse de plusieurs questions du test

L'ensemble des questions du test pour le domaine géométrique et celui du numérique sont présentés en annexe 1. Nous présentons ici l'analyse de quelques exercices.

2.1 Pour la géométrie

Les participants à l'atelier ont souligné le faible nombre d'exercices pour la géométrie (6/29). C'est un choix pour équilibrer le nombre d'exercices par domaine (le nombre d'exercices sur le numérique est plus important afin de pouvoir traiter les entiers, les opérations, les décimaux et les fractions) et d'assurer un temps de passation qui ne dépasse pas une heure. Les participants soulignent que la différence dessin/figure est bien évaluée par l'ensemble des items. Nous revenons sur l'analyse des exercices 5 et 6 parce qu'ils ont fait l'objet de davantage de discussions pendant l'atelier et soulèvent la complexité de la conception d'une évaluation diagnostique.

Commençons par l'exercice 6 dont nous rappelons l'énoncé ci-dessous (cf. figure 1). Cet exercice a notablement retenu l'attention des participants de l'atelier. En effet, il est particulièrement pertinent au regard des objectifs d'évaluation qui sont de repérer dans quelle géométrie travaille l'étudiant.

Exercice 6

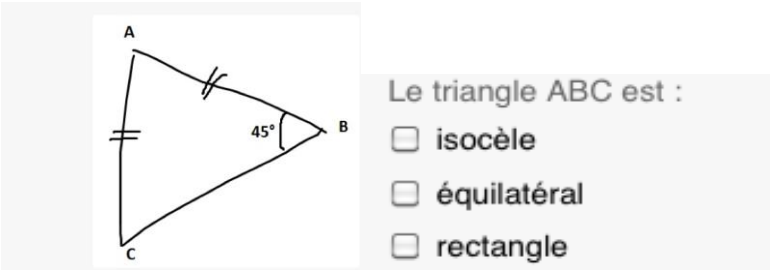


Figure 1. L'énoncé de l'exercice 6 en géométrie

Cet exercice vise à repérer sur quelles informations s'appuie l'étudiant pour déterminer la nature d'un triangle à partir d'un codage sur un dessin à main levée. En effet, le caractère isocèle est visible perceptiblement et est directement interprétable à partir du codage. Mais ce triangle est également rectangle et cette deuxième propriété n'est pas représentée sur le dessin, seul un raisonnement à partir du codage et des propriétés des angles d'un triangle isocèle permet de répondre. De plus, le dessin peut être trompeur puisque, perceptiblement, les trois côtés semblent égaux alors que le triangle n'est pas équilatéral. Cette analyse permet de justifier le choix du QCM et permet d'établir le tableau des réponses

anticipées suivant. Un tableau d'analyse de ce type a été réalisé par l'équipe ORPPELA pour chaque exercice du test.

Réponse	Niveau	Analyse didactique
Isocèle et rectangle	A	Réponse correcte. Appui sur un raisonnement déductif pour calculer la mesure de l'angle A.
Isocèle	B	Appui sur le codage mais pas de raisonnement à partir de l'angle pour démontrer que le triangle est rectangle
Rectangle	B	Raisonnement à partir du codage du triangle isocèle et des propriétés sur la somme des angles d'un triangle pour démontrer que le triangle est rectangle. Plusieurs hypothèses pour expliquer que le fait que « isocèle » n'a pas été coché : - l'étudiant considère qu'un triangle ne peut être isocèle et rectangle en même temps - l'étudiant considère que la propriété d'être un triangle rectangle l'emporte sur celle d'être isocèle.
Equilatéral	C	Géométrie perceptive globale. Pas de raisonnement à partir du codage. L'étudiant ne sait pas qu'un triangle équilatéral a tous ses angles de 60°.
Isocèle et équilatéral	C	Géométrie perceptive. Utilisation du codage pour l'égalité sur la longueur de deux côtés mais utilisation du perceptif pour le troisième côté L'étudiant ne sait pas qu'un triangle équilatéral a tous ses angles de 60°.
Rectangle et équilatéral	C	Géométrie perceptive et contradiction

Tableau 4. Les réponses anticipées de l'exercice 6 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

L'exercice 5[4] (cf. figure 2) a soulevé plusieurs controverses principalement parce que le contrat n'est pas celui habituellement attendu et n'est pas celui attendu pour la suite des exercices du test, l'exercice 6 notamment. Dans cet exercice, une figure est donnée et il est demandé de repérer les carrés et de les citer. Ce repérage ne peut se faire que perceptivement. Le principal intérêt, et c'est selon nous un argument pour conserver l'exercice, est qu'un des carrés, CNHO, est dans une position non prototypique ce qui permet de repérer si l'étudiant associe les propriétés d'une figure à son orientation dans le plan. Le tableau 5 présente l'analyse des réponses anticipées.

Exercice 5

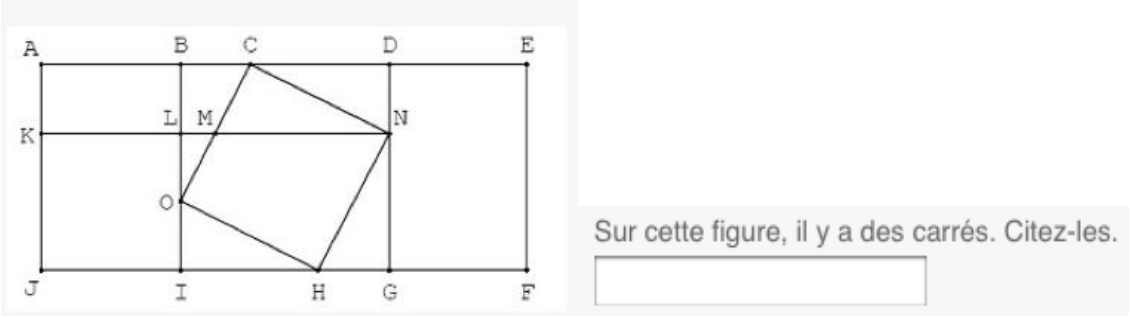


Figure 2. L'énoncé de l'exercice 5

Réponse	Niveau	Analyse
BDGI, KLIJ, CNHO	1	Géométrie du raisonnement. N'est pas pris par l'orientation du carré CNHO Reconnaissance de 3 carrés (deux sur la base et un orienté sur la pointe)

[4] Cet exercice est tiré de l'ouvrage de préparation au concours de Charnay & Mante (1995).

BDGI, CNHO Ou KLIJ, CNHO	B	Reconnaissance de 2 des 3 carrés (un sur la base et un orienté sur la pointe)
Pas CNHO	C	Géométrie perceptive. Un carré sur « la pointe » est interprété de façon prioritaire comme losange

Tableau 5. Les réponses anticipées de l'exercice 5 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

Pour éviter ce changement de contrat, les participants ont suggéré de remplacer la figure par un tableau à la manière de l'artiste Mondrian qui pourrait faire apparaître les figures géométriques en des formes colorées. L'étudiant pourrait par un clic sélectionner les formes qui lui semblent être des carrés. Nous n'avons pas retenu cette solution parce qu'elle nécessite un développement informatique conséquent que nous ne sommes pas en mesure de déployer actuellement. Nous avons finalement décidé, au sein de l'équipe de conception, de conserver l'exercice en modifiant légèrement la consigne pour signifier que la réponse attendue est validée perceptivement. La nouvelle consigne est « Il semble y avoir des carrés sur cette figure. Citez-les ».

Les participants à l'atelier ont regretté que peu d'exercices évaluent les étudiants qui valideraient par les instruments. Les contraintes informatiques nous ont obligées à faire ce choix. En effet, il est complexe d'évaluer informatiquement l'usage des instruments de mesure par les étudiants et l'ajout de modules informatiques supplémentaires qui pourraient le permettre complique le développement informatique.

2.2 Pour le numérique

Concernant la numération, nous illustrons notre démarche avec l'exercice 23 (cf. figure 3 et tableau 6) qui sert à déterminer si l'étudiant distingue chiffre d'unité d'ordre donnée et nombre d'unité d'ordre donnée dans la numération de position décimale.

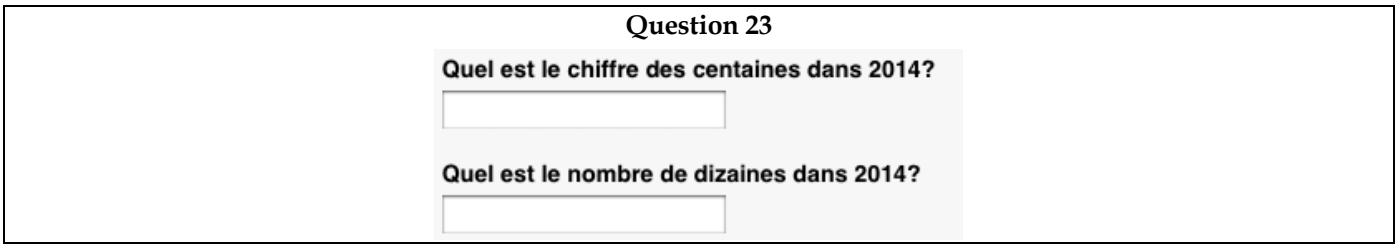


Figure 3. L'énoncé de l'exercice 23

Réponse	**Niveau**	**Analyse**
0 et 201	A	
0 et 1 ou 0 et 14	B	Ne reconnaît pas le « nombre de » mais reconnaît le chiffre
autre	C	Confusion entre chiffre et nombre Pas de sens donné à l'écriture chiffrée d'un nombre

Tableau 6. Les réponses anticipées de l'exercice 23 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

Des participants proposent d'ajouter un exercice qui permette d'évaluer la maîtrise de la valeur associée à un chiffre en fonction de sa place dans le nombre. Par exemple : « Avec 2014 œufs, combien remplit-on de boites de 10 œufs ? »

Concernant la numération, nous illustrons notre démarche avec l'exercice 19 (cf. figure 4 et tableau 7) qui sert à repérer les conceptions des étudiants sur les décimaux.

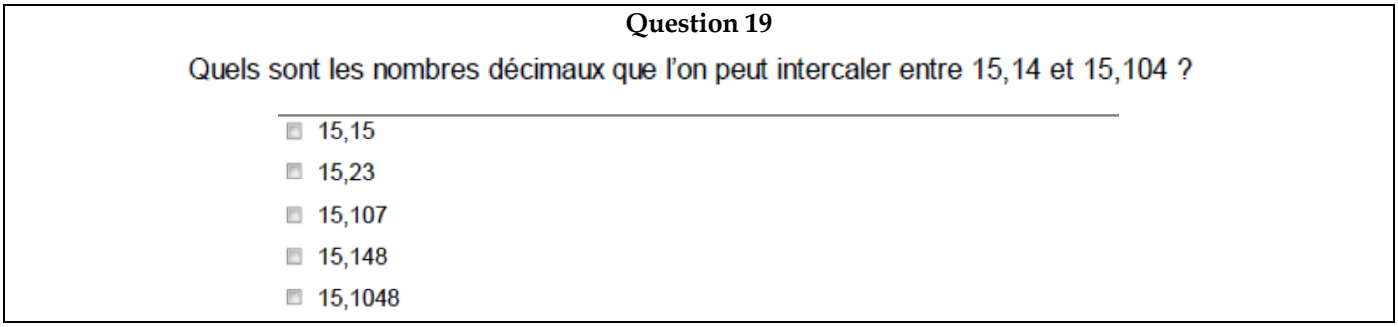


Figure 4. L'énoncé de l'exercice 19

Réponses	Niveau	Analyse
C et E	A	Réponse correcte
C ou (exclusif) E	A	Une réponse correcte (C, E) sans réponse incorrecte Effectivement est plus proche de 1 que de 2 (comme on ne raffine pas sur les dimensions, il faut mieux garder 1...)
(C ou E) et (A ou B ou D)	B	Au moins une réponse incorrecte (A, B, D) et une réponse correcte (C, E)
A ou B ou D	C	Au moins une réponse incorrecte (A, B, D) sans réponse correcte

Tableau 7. Les réponses anticipées de l'exercice 19 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

Sur les décimaux, les participants notent qu'un seul exercice porte sur les fractions. Ils suggèrent d'ajouter une question à l'exercice pour évaluer le lien entre les écritures fractionnaire et décimale. Nous informons que ce type de question était présent dans une version du test mais que face au nombre important d'exercices sur fractions et décimaux déjà présents nous avons décidé de l'enlever. De même, les participants soulignent n'y a pas d'exercice du type « 3 est-il un décimal ? » C'est un choix délibéré, ce type d'exercice est travaillé directement en formation.

D'une manière générale, les participants s'interrogent sur la place de cette évaluation avant toute « remise en route » et réactivation des connaissances. Cela constitue une difficulté pour les étudiants car de nombreuses connaissances anciennes sont « enfouies » et ne sont pas mobilisables sans une réactivation minimale. Selon nous, ce test est avant tout un outil d'auto-positionnement. Pour éviter tout malentendu, il doit être introduit et son usage expliqué dès la rentrée pour rassurer les étudiants. Après deux années d'expérience, il ressort que les étudiants sont plutôt encouragés et satisfaits de constater leurs évolutions au cours de l'année et principalement au premier semestre. Nous leur faisons régulièrement comparer leur réponse en début d'année avec ce qu'ils répondraient maintenant. Actuellement seul le test de début d'année existe. Il serait envisageable d'en concevoir une autre version à faire passer en cours d'année avec les mêmes types d'exercices mais avec des données numériques différentes. Cela demande un nouveau développement informatique que nous n'avons pu réaliser jusqu'à présent.

III - DEUXIEME TEMPS : LES STRATEGIES DE FORMATION

Les stratégies de formation que nous avons conçues visent à prendre en compte la diversité des besoins d'apprentissage des étudiants dans les séquences d'enseignement. Nous le présentons pour les deux domaines de la géométrie et du numérique.

1 Nos principaux choix

Nos choix de formation consistent à proposer des situations d'introduction clefs pour donner des raisons d'être aux notions en jeu et les faire fonctionner en tant qu'*outils* avant de les institutionnaliser comme *objets* (Douady, 1987). Elles visent, pour les étudiants des profils B et C, à leur permettre de comprendre

les limites de leurs démarches et de leurs raisonnements, à les remettre en question et à commencer à construire les connaissances et compétences attendues. Pour les étudiants de niveau A mais aussi pour les autres, ces situations doivent les conduire à une première réflexion didactique sur les notions étudiées et à un premier développement de compétences professionnelles. Ces situations clefs sont ensuite suivies d'exercices d'application directe, de réinvestissement et des exercices de didactique. Souvent trop nombreux pour tous être traités dans le peu d'heures disponibles, ces exercices permettent aux étudiants, notamment ceux de profil A, d'avancer à leur rythme. Ainsi, les profils des étudiants sont pris en compte en amont, dès la conception des séquences, à la fois en ce qui concerne la nature des situations proposées que leur gestion. Nous n'avons pas fait le choix de proposer des exercices différents en fonction des profils parce que quels que soient leurs profils, les étudiants tirent parti des situations clefs.

La prise en compte des profils des étudiants se concrétise par le choix de situations clefs mais également par la gestion en classe des situations. Cette gestion consiste à s'appuyer sur la diversité des procédures dans les mises en commun. Elle se rapproche des travaux de Charnay (1995) sur la gestion de l'hétérogénéité des apprentissages. La mise en œuvre consiste à laisser les étudiants produire des solutions puis à en débattre tous ensemble. Nous leur proposons de présenter leurs solutions en classe entière et d'argumenter leur point de vue. Ces temps de mise en commun avec confrontation des procédures et des raisonnements mis en œuvre par les étudiants, validation et hiérarchisation des procédures, sont l'occasion d'interroger les connaissances et compétences erronées. Ils sont suivis d'une institutionnalisation des savoirs visés. Les modes de formulation, validation et de justification jouent donc un rôle primordial pour motiver la reprise et la construction de notions mathématiques. Ils permettre de donner une vision de la culture mathématique attendue à la préparation au concours de recrutement des professeurs des écoles ainsi que dans leur futur métier.

2 Exemple de stratégie en géométrie

La séquence de géométrie est prévue pour 3 séances d'une durée de 3 heures soit 9 heures en tout. Ce nombre d'heures peut paraître faible mais il est adapté aux 66 heures de mathématiques prévues dans la maquette. Nous présentons ici les trois situations clefs d'entrée pour chacune des séances. Elles sont présentées dans l'annexe 2. Ces situations sont accompagnées d'exercices d'application et de réinvestissement eux aussi nécessaires pour permettre aux étudiants de redécouvrir les définitions, les propriétés et les constructions élémentaires. Les trois séances couvrent les types de tâches de la géométrie. La séance 1 est sur la reproduction de figures, la séance 2 est sur la description de figure et la construction de figure à partir d'une description ou d'un programme de construction ou d'un schéma, la séance 3 est sur la conjecture et la démonstration. Avant la séance 1, les étudiants ont pu travailler sur des exercices préliminaires pour réviser des notions élémentaires et des constructions de base comme savoir tracer une perpendiculaire ou une parallèle à une droite passant pas un point avec l'équerre ou reconnaître des droites parallèles ou perpendiculaires dans des positions non prototypiques.

La première situation de la séance 1 (cf. énoncé en annexe 2) se décompose en une tâche de reconnaissance de figures puis une tâche de reproduction. Cette dernière nécessite de retrouver le centre d'un cercle et donc d'utiliser les propriétés géométriques (caractérisation et point de concours des médiatrices d'un triangle). C'est un de ces intérêts majeurs puisque près de la moitié des étudiants des 490 ayant passés le test valident en géométrie perceptive ou instrumentée. Cette situation a donc un double objectif. Le premier est d'amener les étudiants qui privilégient le perceptif et la mesure à prendre conscience des limites de ce rapport aux objets de la géométrie, de les amener à distinguer les propriétés spatiales des propriétés géométriques et de faire émerger les procédés de construction. Elle présente donc des potentialités à montrer les limites de la perception et de la mesure pour reproduire puis démontrer des propriétés. Le second est d'amener les étudiants à travailler l'implicite des dessins, à comprendre la nécessité de prendre des informations supplémentaires (ajout de tracés, de points), à coder les figures, à distinguer les propriétés spatiales des propriétés géométriques, à préciser le vocabulaire géométrique, à percevoir l'insuffisance de l'essai pour reproduire et la nécessité de s'appuyer sur des propriétés géométriques. Il y a donc une première rencontre avec des connaissances

didactiques de l'enseignement de la géométrie à l'école. Cette situation est suivie d'exercices d'application sur des constructions élémentaires qui sont l'occasion de (re)familiariser (et d'institutionnaliser) les étudiants avec les propriétés des figures élémentaires.

La situation d'entrée de la séance 2 est une situation de communication émetteurs-récepteurs qui conduit à la réalisation d'un programme de construction. La figure construite doit vérifier les propriétés indiquées sur la figure modèle. Il s'agit d'amener les étudiants à analyser la figure : identifier les figures de base, les relations entre les figures et identifier une chronologie dans les étapes de construction et à utiliser un vocabulaire adapté pour rédiger le programme de construction. La distinction entre propriétés spatiales et géométriques est également un enjeu important comme dans la séance 1. L'organisation didactique de la situation s'appuie sur des allers et retours entre émetteur et récepteur avec des mises en commun qui s'appuient sur les productions des étudiants. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique peut être utilisé pour tester la validité de la construction d'une figure.

La situation d'entrée de la séance 3 porte sur la conjecture et la démonstration. Elle vise à faire évoluer le rapport perceptif aux figures et à remettre en question l'évidence de propriétés qui semblent vraies. Le jeu sur les variables didactiques comme l'agrandissement d'une figure permet de créer la nécessité de la démonstration en géométrie et de distinguer ce qui relève d'une conjecture et ce qui relève d'une démonstration. Concernant la démonstration, il s'agit d'amener les étudiants à déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'un raisonnement déductif en utilisant les propriétés des figures géométriques (Duval, 1993 & 2000). C'est une nouvelle occasion pour les étudiants qui pratiquent une géométrie perceptive ou instrumentée de prendre conscience des limites de ces géométries pour démontrer. La situation est suivie d'exercices de démonstration à partir des propriétés de base puis dans des exercices de difficulté progressive. La mise en œuvre s'appuie comme pour les autres séances sur des mises en commun qui visent à une confrontation et une hiérarchisation des raisonnements.

Les participants ont été très intéressés par ces situations. Ils ont proposé plusieurs idées pour les faire évoluer. Celles qui concernent la formulation des énoncés (simplification, reformulation) ont été prises en compte dans les énoncés présentés en annexe 1. Les discussions ont beaucoup porté sur le statut de dessin ou de figure. Comme ce statut change souvent dans les exercices, il nous semble que c'est une potentialité supplémentaire pour amener les étudiants à appréhender ces différents statuts. Certains suggèrent que la situation 1 soit l'occasion de travailler sur des connaissances didactiques en proposant de travailler en géométrie naturelle (selon Houdement et Kuzniak) et de mettre en place des procédures de pliage et de calque pour la reproduction. Cela pourrait permettre de renforcer l'articulation entre connaissances mathématiques et didactiques, et, peut-être, à amener les étudiants à mieux appréhender les différentes géométries et les différents contrats de validation dans l'enseignement de la géométrie.

3 Exemple de stratégie sur la numération

La séquence sur la numération est prévue pour une unique séance de 3 heures. Elle contient trois situations clefs pour remettre en question les conceptions erronées des étudiants et les amener à rencontrer les principes de notre système de numération. Les situations sont présentées dans l'annexe 3. Il a été demandé aux participants de repérer en quoi ces situations permettent de prendre en compte les besoins d'apprentissage repérés des étudiants (profils B et C principalement). Nous leur avons également demandé quelles pouvaient être les potentialités de ces situations par rapport aux objectifs de formation des étudiants en mathématique, en didactique et pour la formation à leur futur métier.

La première situation est classique et s'avère déjà connue des participants. L'apport pour eux a été de pouvoir la situer par rapport aux besoins des étudiants de profil C notamment. La situation consiste en une étude comparée de plusieurs systèmes de numération. Elle permet de motiver le fait qu'il n'existe pas une représentation des nombres mais plusieurs, de donner du sens à l'expression « système de numération », à identifier et utiliser les propriétés d'un système de numération et à décrire les règles de notre système de numération décimale en particulier dans cette situation la valeur des chiffres selon leur position dans l'écriture des nombres et la présence du zéro. C'est l'occasion d'amener les étudiants, notamment ceux de profils C, à concevoir les propriétés des nombres et à distinguer chiffre et nombre. L'étude de système de numération autre notre système de numération décimal permet de mieux

comprendre notre propre système de numération et est un levier pour aider les futurs enseignants à concevoir les difficultés rencontrées par les élèves en cours d'apprentissage.

La situation 2 est un problème de dénombrement d'une grande collection et de groupement. La confrontation des procédures des étudiants permet de motiver le groupement face aux limites du dénombrement un à un et de faire le lien entre la représentation chiffrée du nombre et la valeur du chiffre en fonction de sa position dans le nombre. Elle permet de dégager les règles d'écritures des nombres en base dix et les relations entre les différentes unités d'ordre. Les principes de notre système de numération décimale déjà rencontrés dans la situation 1 sont renforcés. Cette seconde situation a particulièrement retenu l'attention de plusieurs participants parce qu'elle est peu utilisée en formation. Les participants sont revenus sur le fait qu'elle permet de travailler avec les étudiants sur le type de groupement qu'ils proposent et leur lien avec le système de numération décimale. Les participants ont également souligné qu'il était important de leur proposer une collection suffisamment grande (au moins 300) pour qu'ils aillent jusqu'à grouper les dizaines en centaines.

La troisième situation est une analyse de document pédagogique sur la numération. Elle vise le développement de connaissances didactiques sur l'enseignement de la numération comme les principaux types de tâches. La réalisation d'une analyse a priori pour anticiper les procédures des élèves est l'occasion d'amener les futurs enseignants à l'existence de variables didactiques et à la nécessité de bien choisir les valeurs de ces variables pour que les élèves comprennent le fonctionnement de notre système de numération.

IV - CONCLUSION ET PESPECTIVES

Cet atelier visait à présenter et faire analyser les outils conçus dans le cadre d'un dispositif appelé ORPPELA visant à prendre en charge l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques à l'entrée en M1 MEEF 1er degré. Nous avons présenté les deux principaux outils au cours du projet : une évaluation diagnostique des connaissances et compétences des étudiants sur les principaux domaines mathématiques et des stratégies de formation par domaine. Ces outils ont été mis en place depuis deux ans à l'ESPE de Créteil et les résultats des étudiants ayant suivi le dispositif sont positifs. Nous souhaitons par la suite les diffuser plus largement voire les adapter à d'autres niveaux scolaires.

Les participants de l'atelier ont pu découvrir nos outils à partir d'analyses didactiques. Le fait de faire un état des lieux des connaissances et compétences des étudiants à l'entrée en master MEEF 1er degré, de confronter les étudiants à leurs résultats et de les prendre compte dans l'organisation de la formation a été favorablement perçu par les participants. Pour la plupart formateurs, ils disent également avoir à gérer des étudiants faibles en mathématiques en première année de master. Le contexte de l'académie de Créteil est peut-être moins particulier que nous ne le pensions. Les participants nous ont d'ailleurs encouragées à diffuser non seulement nos outils pour qu'ils soient accessibles aux formateurs des différentes ESPE mais aussi les choix théoriques qui fondent nos outils. Cette diffusion nécessite de notre côté de rédiger des documents d'accompagnement pour rendre plus explicites nos choix notamment ceux relevant des approches épistémologique et cognitive. Comme nous l'avons souligné au fil du texte, les analyses et regards extérieurs des participants nous donnent quelques pistes pour continuer à faire évoluer nos outils. Ces pistes concernent certaines formulations d'exercices de l'évaluation diagnostique ou de situations de formation ainsi que des idées de nouveaux exercices.

De plus le dispositif ORPPELA est une opportunité pour donner aux futurs enseignants une autre vision de l'évaluation, davantage au service des apprentissages, et de la formation, plus en appui sur leurs procédures. Ces différents aspects du dispositif ORPPELA ont bien été perçus par les participants. Le dispositif s'est également avéré être une opportunité pour la formation de formateurs. La production de documents de préparation communs a conduit à un travail en équipe conséquent des formateurs de l'ESPE de Créteil et a permis d'accueillir plus sereinement les nouveaux formateurs. L'intérêt des participants pour l'atelier va de soi. Il y a de réels enjeux à produire des outils à destination des formateurs toujours pour être au final au service des apprentissages des élèves.

V - BIBLIOGRAPHIE

CHARNAY, R. (1995). De la diversité. Dans R. Charnay et al. (Eds.), *Chacun, tous... Différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages* (p. 9-29). Lyon : I.N.R.P.

CHARNAY, R., MANTE, M. (1995). *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles*. Tome 1. Hatier.

CHEVALLARD Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Première partie. L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, n°5, 51-94.

CHEVALLARD Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* n°19, 43-75.

CHENEVOTOT-QUENTIN F., GRUGEON B., DELOZANNE E. (2011). Vers un diagnostic cognitif dynamique en algèbre élémentaire. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation (827842). Dakar, Sénégal, du 5 au 10 avril 2009.*

DOUADY, R. (1987). Jeux de cadres et Dialectique outil-objet. Recherches en didactique des mathématiques, 7(2), 5-32.

DUVAL R. (1993). Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive, *Petit x,* n° 31, 37-61.

DUVAL R. (2000). Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20(2).

GRUGEON B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Vol.17.2, pp. 167-210, Grenoble : La Pensée Sauvage.

GRUGEON-ALLYS B., PILET J., CHENEVOTOT-QUENTIN F., DELOZANNE E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire : bilan et perspectives* (137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1999). Sur un cadre conceptuel inspiré de Gonseth et destiné à étudier l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres, *Educational Studies in Mathematics*, 40.3, 283-312.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 175-195.

MOUNIER, E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique, application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 17, 27-58.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1986). Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège. *Petit x*, 10, 5-29.

PILET, J. (2012). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2012, 871p.

TEMPIER, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2013, 427p.

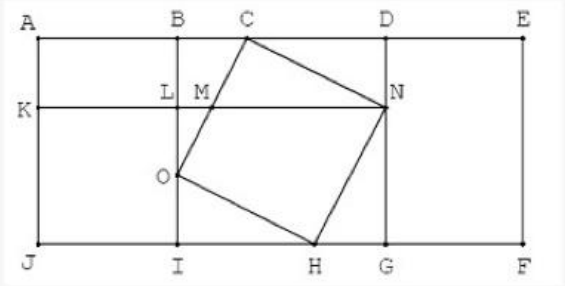
VERGNAUD G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/1.2, 133-170, Editions La Pensée Sauvage.

VERGNAUD G. (1986). Psychologie du développement cognitive et Didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x*, 38, 21-40.

ANNEXE 1 : LES EXERCICES DU TEST DIAGNOSTIC ANALYSES DANS L'ATELIER

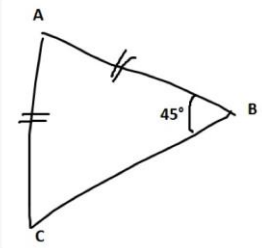
1 Domaine géométrique

Question 5



Sur cette figure, il y a des carrés. Citez-les.

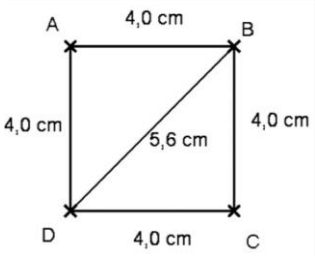
Question 6



Le triangle ABC est :

- ☐ isocèle
- ☐ équilatéral
- ☐ rectangle

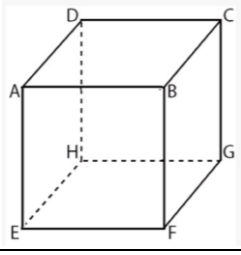
Question 20



Avec les seules données de la figure, on peut affirmer que

- ○ ABCD est un losange car ses 4 côtés sont de même longueur
- ○ ABCD est un carré car c'est un losange qui a un angle droit.
- ○ ABCD est un rectangle car ses diagonales sont de même longueur.

Question 27



ABCDEFGH est un cube. Quelles sont les affirmations vraies ?

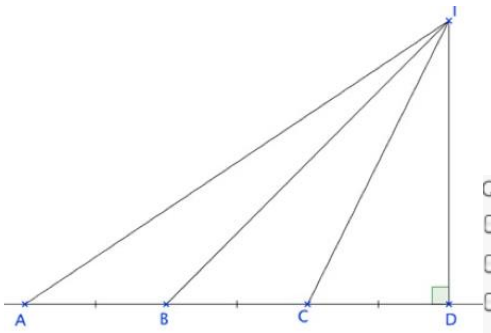
- ☐ BCGF est un carré.
- ☐ ADGF est un rectangle.
- ☐ ACF est un triangle équilatéral.
- ☐ ACF est un triangle rectangle.
- ☐ EFH est un triangle rectangle

Question 28

Quelles sont les affirmations vraies?

- ☐ Tous les carrés sont des rectangles.
- ☐ Tous les losanges sont des carrés.
- ☐ Tous les carrés sont des parallélogrammes.
- ☐ Tous les losanges sont des parallélogrammes.

Question 29



Quelles sont les affirmations vraies?

- ☐ L'aire du triangle ABI est égale à l'aire du triangle BCI.
- ☐ L'aire du triangle BCI est égale à l'aire du triangle CDI.
- ☐ L'aire du triangle ABI est strictement inférieure à l'aire du triangle BCI.

2 Domaine numérique : entiers et numération

Question 1

Comment s'écrit en chiffres dans le système décimal le nombre entier : cent quatre milliards quatorze millions quatorze ?

Question 2

« Je suis un nombre entier dont le chiffre des unités est zéro. Mon chiffre des dizaines est le double du chiffre des unités et mon nombre de centaines est 20. Qui suis-je ? »

- ○ 200
- ○ 2 000
- ○ 2 020
- ○ 20 000
- ○ 20 220

Question 8

Calculer 23+23+23+23+23+23+23+23+23+23.

Question 9

Un marchand de tableaux achète un tableau 10 000 € ; il le revend 12 000 €. Quelques jours plus tard, il le rachète 14 000 € puis finalement le revend 16 000 €. Que peut-on affirmer à propos de la vente du marchand?

- A : il n'a ni perdu ni gagné d'argent
- B : il a gagné 2 000 €
- C : il a gagné 4 000 €
- D : il a perdu 2 000 €
- E : il a perdu 4 000 €

Question 11

S désigne la somme des carrés des chiffres du nombre 523. Les égalités suivantes sont-ellesvraies

	Oui	Non
$S = (5+2+3)^2$		
$S = 10+4+9$		
$S = 5^2+2^2+3^2$		
$S = 523^2$		
$S = 38$		

Question 17

Voici un produit, 23x23x23x23x23x23x23x23x23x23. Parmi les écritures suivantes, quelles sont celles qui lui sont égales ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
23^{10}	23×10	230	23+10	10×23

Question 23

Quel est le chiffre des centaines dans 2014?

Quel est le nombre de dizaines dans 2014?

Question 24

Quel est le plus petit des nombres à trois chiffres qu'elle peut montrer avec ces cartes? Elle ne peut utiliser chaque carte qu'une seule fois.

3 Domaine numérique : fractions et décimaux

Question 12

Peut-on intercaler des nombres décimaux entre 36,52 et 36,53 ?

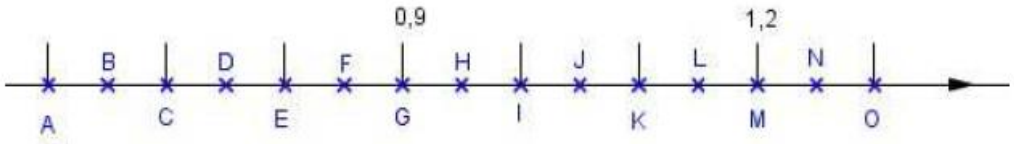
- Oui
- Non

Question 13

Quel est le quotient de 50 000 par 0,01 ?

- A : 5 000 0000
- B : 50 000,01
- C : 5 000
- C : 500
- E : 50

Question 14



Quel est le point d'abscisse 1?

Quel est le point d'abscisse 0,75 ?

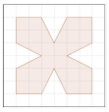
Question 15

Le nombre 12 unités et 37 millièmes peut s'écrire

- A. 12,37
- B. 12,3700
- C. 12,037
- D. 12,0037
- E. 12+0,037

Question 16

Quelles sont les fractions qui correspondent à l'aire de la partie grisée par rapport à l'aire totale du carré ?



- 1/2
- 7/16
- 9/16
- 14/32

Question 19

Quels sont les nombres décimaux que l'on peut intercaler entre 15,14 et 15,104 ?

- 15,15
- 15,23
- 15,107
- 15,148
- 15,1048

ANNEXE 2 : LES TROIS SITUATIONS CLEFS EN GEOMETRIE

4 Séance 1 : Reproduction de figure

L'objectif de cette activité est de reproduire la figure ci-dessous sur une feuille de papier blanc, en respectant les consignes suivantes :

- les seuls instruments disponibles sont la règle non graduée et le compas,

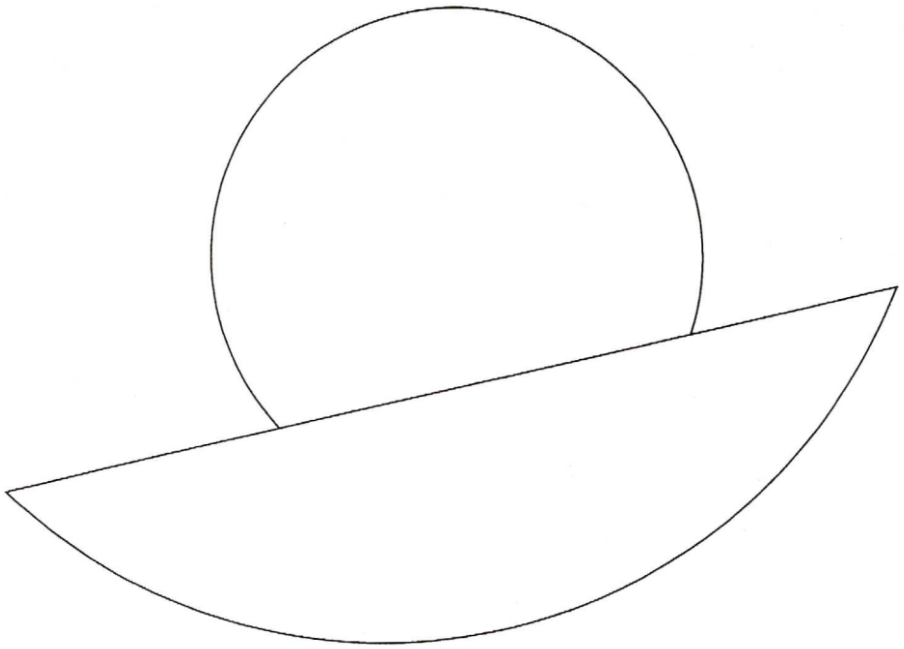
- le papier calque n'est pas autorisé,

- en revanche, il est possible d'écrire et de rajouter des tracés et des traits de construction sur le dessin à reproduire.

Modalités de travail :

- Vous effectuez individuellement la recherche.

- Vous effectuez la vérification lorsque vous serez sûr de vous. Pour valider votre reproduction, vous superposez la figure obtenue à l'original : elles doivent se correspondre complètement.



5 Séance 2 : Décrire une figure – la construire à partir d'une description ou d'un programme de construction ou d'un schéma

Exercice 1 : situation de communication émetteur-récepteur

Consigne : Donner une suite d'instructions pour qu'une personne qui n'a pas vu cette figure puisse refaire une figure analogue. Instruments autorisés : compas- règle non graduée. Voir figure en annexe

Annexe distribuée par le formateur (pour un binôme émetteur-récepteur, la figure 1 est donnée à l'un des membres, la figure 2 est donnée à l'autre membre)

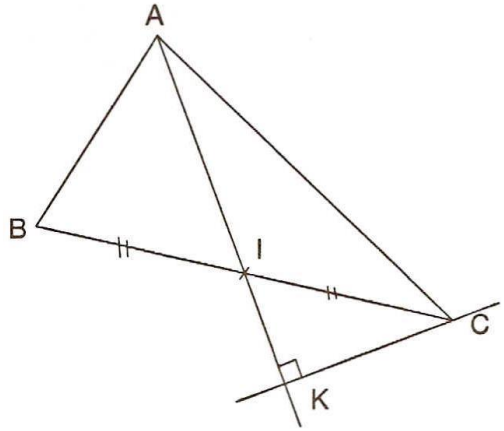


Figure (1)

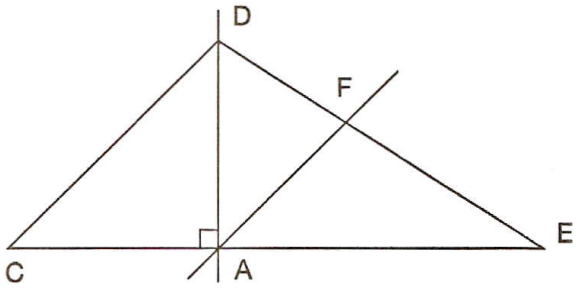


Figure (2) : (AF)//(CD)

6 Séance 3 : Conjecturer et démontrer (d'après une idée de M. H. Salin)

Les instruments utilisés sont la règle graduée et le compas. Le papier est non quadrillé.

1. Construisez un segment [AC] de 6 cm de longueur.

Construisez un triangle ARC tel que [AR] ait pour mesure en centimètre 4,8 et [RC] 3,6.

Construisez un triangle TAC tel que [TA] et [TC] aient pour mesure en centimètre 4,2.

Quelles conjectures pouvez-vous formuler sur :

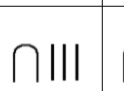
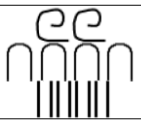
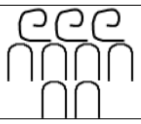
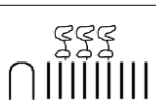
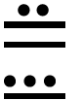
- La nature du triangle ARC : triangle rectangle ou pas ?
- La nature du triangle TOR : isocèle ou pas ? O désignant le milieu de [AC].
- L'appartenance des points T et R au cercle de diamètre [AC].

2. Refaites la figure en multipliant les mesures par 2. Que constatez-vous ? Donnez-vous les mêmes réponses aux questions précédentes. Conclure et prouver.

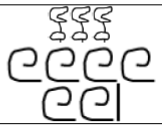
ANNEXE 3 : LES TROIS SITUATIONS CLEFS SUR LA NUMERATION

7 Situation 1

Voici cinq nombres écrits dans différents systèmes de numération.

Système actuel	13	40	248	360	3 019
Egyptien (-3000)					
Babylonien (-2000) Issu la numération sumérienne (-10000)	< III	<<<<	IIII IIIIIIII	IIIIII	<<<<< <IIIIIIIII
Romain (-100)	XIII	XL	CCXLVIII	CCCLX	MMMXIX
Maya (-400 à + 900)					

1. Utiliser les informations sur ces cinq nombres pour compléter le tableau suivant :

Système actuel		99			
Egyptien (-3000)					
Babylonien (-2000)				<IIIIIII <<<<II	
Romain (-100)			CXXI		
Maya (-400 à + 900)					

2. Analyser et comparer de ces systèmes de numération à partir des éléments suivants

- le nombre de signes pour écrire les nombres et leur signification
- la présence ou l'absence de zéro
- la base utilisée (type de groupements sous-jacents)
- la nature du système : additif, multiplicatif
- la nécessité ou non de considérer la position du symbole par rapport aux autres
- contraintes et limites : aisance pour lire, écrire un nombre, comparer les nombres ou pour calculer avec les nombres écrits
- Comparaison des numérations

8 Situation 2

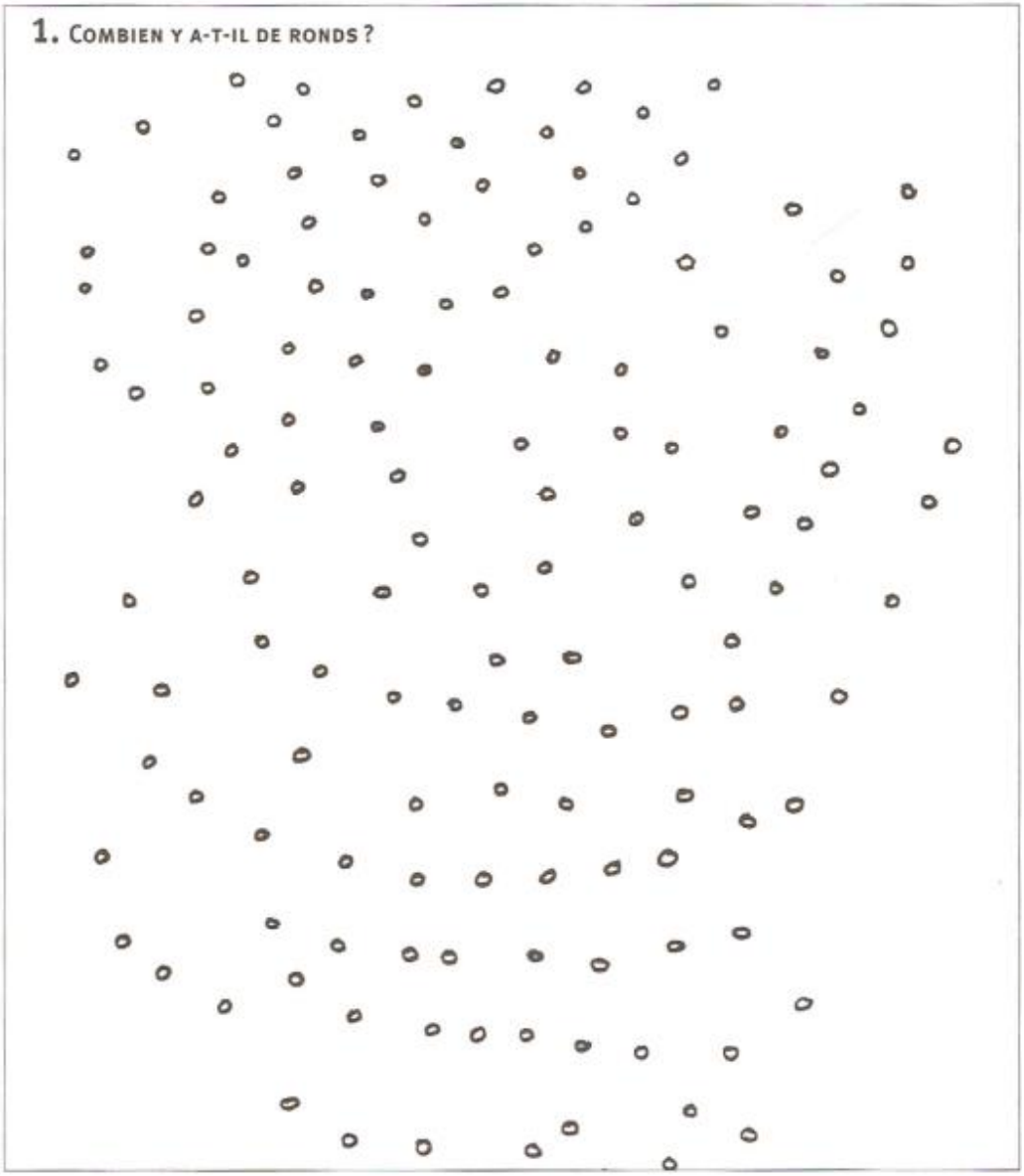
Déterminer le nombre de trombones de la collection que l'enseignant vous a remis. Dégager les règles d'écriture des nombres en base 10.

9 Situation 3 (Annale de Limoges)

Dans une classe de CE1, avant de commencer la première période de travail sur la connaissance des nombres, plus particulièrement sur les nombres à trois chiffres, l'enseignant procède à une évaluation diagnostique reproduite dans le document ci-après.

Questions:

1- Quelles sont les fonctions d'une évaluation diagnostique et quelles en sont les conséquences pratiques au niveau de l'organisation de la classe?
2- En référence aux programmes, indiquez pour chaque exercice la compétence de l'élève que l'enseignant souhaite vérifier.
3- Quelles sont les difficultés que l'élève peut rencontrer?



Document (suite)

2. Observe et complète

226	227	228
.....	345	.....
.....	603	.....
.....	230	.....
.....	139	.....
.....	200	.....
.....	99	.....
.....	501	.....

3. Le maître dicte les nombres :

246 - 120 - 500 - 63 - 275 - 895
709 - 314

4. Ecris du plus petit au plus grand

326 - 157 - 609 - 98 - 328 - 700 - 240 - 620

5. Observe les exemples et complète

Dans 387, le chiffre des dizaines est ... Dans 387, le nombre de dizaines est ...

Dans 246, le chiffre des centaines est ... Dans 246, le nombre de centaines est ...

Dans 253, le chiffre des unités est ... Dans 253, le nombre d'unités est ...

6. Observe et continue

160 - 162 - 164 - - - - - -

275 - 280 - 285 - - - - - -

90 - 92 - 94 - - - - - -

360 - 370 - 380 - - - - - -