

# CONSTRUIRE LE NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE : À PARTIR DE QUELLES SITUATIONS EN FORMATION INITIALE ?

**Sophie MAGAGNINI**

IMF-PEMF, Ecole Maternelle J. Morel, Vesoul  
ESPE de Franche-Comté  
Groupe maternelle DSDEN 70  
[sophie.magagnini@ac-besancon.fr](mailto:sophie.magagnini@ac-besancon.fr)

**Catherine PAUTHIER**

[catherine.pauthier@ac-besancon.fr](mailto:catherine.pauthier@ac-besancon.fr)  
PEMF, Ecole Maternelle J. Morel, Vesoul  
ESPE de Franche-Comté  
Groupe maternelle DSDEN 70

**Etienne TUFEL**

[etienne.tufel@univ-fcomte.fr](mailto:etienne.tufel@univ-fcomte.fr)  
Professeur de mathématiques  
ESPE de Franche-Comté  
IREM Besançon

## Résumé

La question de la construction du nombre à l'école maternelle s'inscrit dans un contexte particulier : celui de la parution de nouveaux programmes applicables à la rentrée 2015. Ces derniers s'appuient sur diverses approches théoriques pour faire découvrir les nombres et leurs utilisations. Progressivement, les élèves sont confrontés à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques et numériques. Les préconisations d'enseigner l'itération de l'unité et les décompositions des nombres, en évitant le comptage-numérotage, vont modifier la manière de parler du nombre chez les enseignants. Comment accompagner cette évolution dans le cadre de la formation initiale ? Quelles situations proposer pour une mise en œuvre dans les classes des professeurs stagiaires ?

L'atelier visait à élaborer un glossaire illustré de mots-clés liés à la construction du nombre figurant dans les nouveaux programmes, en en proposant une signification mathématique (par un travail en groupe des participants), en explorant les préconisations des programmes 2015 (par un exposé oral des intervenants) et en illustrant ces mots-clés par des situations de classe (par une discussion autour de séances filmées dans des classes).

## I - INTRODUCTION

Cet écrit restitue la réflexion d'un collectif de travail constitué de formateurs<sup>1</sup> occupant diverses fonctions : maîtres-formateurs et professeur de mathématiques d'une ESPE (tuteurs des professeurs stagiaires) et conseillers pédagogiques de circonscriptions (chargés du suivi des titulaires débutants). Les membres des groupes maternelle<sup>2</sup> et mathématiques<sup>3</sup> du département de la Haute-Saône ont alimenté les échanges et problématisé des questions professionnelles partagées.

<sup>1</sup> C. Ivance, PEMF ; V. Goutte, CPC Lure ; M-P. Amiot, CPC Gray ; G. Ferrand, CPC Vesoul 2.

<sup>2</sup> Sous la responsabilité de E. David, IEN Lure.

<sup>3</sup> Sous la responsabilité de C. Lhôte, IEN Luxeuil.

## 1 Des constats sur les séances observées dans les classes des débutants

### 1.1 Le point de vue des formateurs

Du point de vue des formateurs, lors des visites en classe, les activités observées relèvent essentiellement du dénombrement et de l'acquisition de la suite orale des mots nombres.

- Le moment collectif des rituels est repéré par les enseignants débutants comme une activité mathématique quotidienne : il s'agit de dénombrer les absents, les présents, les filles, les garçons... Ces moments contribuent à la construction des premiers savoirs et savoir-faire (par exemple, être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots nombres avec le pointage des élèves). La procédure de comptage-numérotage est le plus souvent sollicitée.
- C'est aussi le cas lors de la réalisation de nombreuses fiches et dans les activités nombreuses autour de la réalisation d'albums à compter. Il est fréquent de proposer la fiche du 6, du 7, puis du 8..., pour lesquelles les élèves doivent notamment constituer des collections de cardinal donné.
- Nous avons observé une place grandissante de la bande numérique utilisée dans les situations où le comptage-numérotage est sollicité.
- Des situations, conduites en atelier, permettent une « manipulation » d'objets pour réaliser une collection dont le cardinal est donné. Beaucoup de débutants (et d'enseignants expérimentés) que nous avons observés semblent démunis pour proposer des situations susceptibles de poser réellement problème à leurs élèves, et pour identifier précisément ce qu'ils veulent leur faire apprendre. Certains l'expriment ainsi « il manque des étapes entre la manipulation et la réalisation de fiches par l'élève. »
- La mise en œuvre de situations problèmes, par exemple destinées à faire émerger l'intérêt du recours au nombre, est assez rare. Les débutants qui essaient sont, selon nos observations, seulement ceux qui maîtrisent à la fois la tenue de classe et les contenus mathématiques.

### 1.2 Le point de vue des débutants

Nous avons souhaité recueillir, par le biais d'un questionnaire (cf. annexe 1) la parole de professeurs stagiaires débutants exerçant en classe maternelle : parmi ceux que nous avons interrogés, certains sont en service complet (PES 1), d'autres à mi-temps dans le cadre de l'alternance du master 2 MEEF. Le nombre réduit de réponses (une dizaine) ne constitue pas un matériau de recherche. Nous avons cependant choisi de relater les propos présents dans tous les questionnaires ; ceux-ci nous semblent en effet constituer des éléments intéressants pour alimenter la réflexion des formateurs.

- À la question « Quelles activités mathématiques autour des nombres avez-vous mises en place ? », tous mentionnent le moment des rituels lors du regroupement collectif en début de matinée.
- À la question « Qu'est-ce qui vous a posé problème lors de la mise en œuvre d'une situation ? », ils répondent en convoquant des problèmes de gestion, d'organisation du groupe classe : matériel, répartition des rôles, organisation de l'espace de la classe. La dimension matérielle semble primer sur un déroulement pédagogique élaboré.
- À la question « Quelles ressources avez-vous utilisées ? », ils répondent en citant les ouvrages de la collection *Vers les Maths* (Duprey, Duprey et Sautenet, 2011) et des sites académiques. Les programmes 2008 ne sont pas évoqués. Deux enseignants exerçant en grande section ont essayé de mettre en œuvre des situations extraites de la collection *Découvrir le monde avec les mathématiques* (Valentin, 2004) et de l'ouvrage de l'équipe ERMEL (2005) en mentionnant des difficultés de mise en œuvre.

La question : « Comment donner du sens à certaines situations ? » a aussi été posée dans certaines réponses, en lien avec la signification du nombre pour un enfant de trois ans. La difficulté à prendre en compte des différences d'acquisitions entre les élèves a également été mentionnée.

## 2 Des choix de formateurs

Ces constats nous ont conduits à chercher à prendre appui sur le travail réel des débutants. Dans le cadre de la formation initiale, nous avons identifié des leviers susceptibles de leur permettre de s'approprier des situations d'apprentissage autour de la construction du nombre, puis de les mettre en œuvre avec suffisamment de repères (théoriques, issus des programmes, en lien avec la posture et les gestes de l'enseignant, et enfin avec les réactions des élèves qui seront anticipées) pour se sentir en sécurité dans la mise en œuvre en classe.

Nous les avons exprimés ainsi :

- Permettre aux enseignants d'être au clair sur les définitions des mots-clés utilisés dans les programmes pour construire le nombre, en faisant référence à l'activité de l'élève. Exemple : quelle signification donner à l'expression « l'itération de l'unité » ?
- Présenter aux enseignants une analyse des programmes 2015, en identifiant les influences des recherches en didactique des mathématiques sur les préconisations qui sont formulées pour la construction des savoirs pré-numériques et numériques, et en relevant des éléments de progressivité tout au long du cycle 1.
- Proposer des situations d'apprentissage dans toutes les sections y compris la petite section relevant des familles de situations suivantes : situations fonctionnelles, situations rituelles, situations de jeux, situations d'apprentissage construites spécifiquement par l'enseignant pour faire faire des mathématiques. Ces situations sont mises en œuvre dans un contexte d'enseignement avec du matériel ordinaire. Certaines se proposent de faire évoluer la situation des rituels en situation de construction du nombre (avec un objectif mathématique). Elles tentent « d'illustrer » les mots-clés mathématiques sélectionnés.
- Conduire les séances de formation en ayant le souci d'employer un langage « modélisant » correct au niveau de la formulation mathématique et de nature à favoriser la réflexion des élèves.

Ces trois leviers constituent l'objet de l'atelier.

Pour aborder ces éléments dans le cadre de l'atelier, nous avons choisi d'élaborer un glossaire illustré qui articule les programmes 2015, les savoirs mathématiques, les situations de classes. Le tableau ci-dessous, tracé sur une grande affiche en kraft, a servi de support et a été complété au cours de l'atelier.

Glossaire illustré pour construire le nombre à l'école maternelle		
Mots-clés et propositions de définitions	Préconisations des programmes 2015	Situations de classes repères

## II - UNE MISE EN SITUATION POUR ÉLABORER UN GLOSSAIRE

À la lecture des nouveaux programmes, nous avons éprouvé, au sein de nos groupes de travail, le besoin de nous mettre au clair sur les termes mathématiques employés. Ainsi, pour certains d'entre nous, la formulation « itération de l'unité » n'était pas connue, même si la procédure était identifiée. Cette mise au point s'est avérée utile et féconde car elle a suscité des discussions sur les pratiques de classe et la manière de procéder adoptée par de jeunes élèves. Cette démarche nous a paru transférable lors de l'atelier pour proposer une mise en situation permettant d'échanger et de confronter des points de vue.

# 1 Se mettre d'accord sur une définition : travail de groupes

## 1.1 Consigne donnée

Donner une définition de chaque mot-clé (ou expression) ; elle devra être acceptable au niveau des savoirs mathématiques et compréhensible pour les acteurs : formateurs, enseignants débutants et expérimentés.

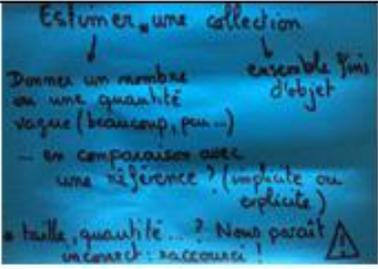
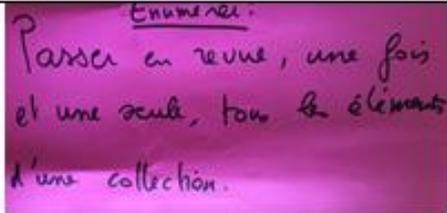
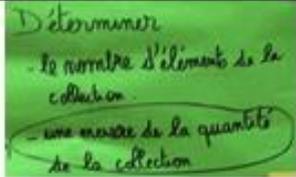
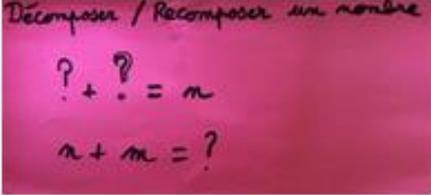
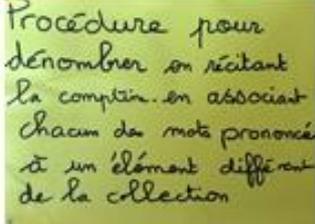
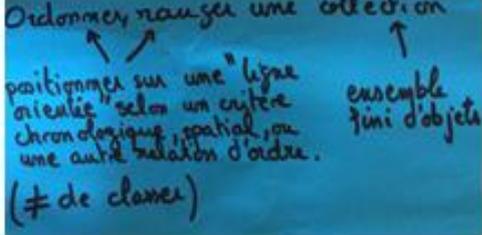
## 1.2 Échange dans les groupes

Les quatre groupes d'environ six à huit participants ont chacun eu à définir deux mots-clés. Cette activité a suscité des discussions parfois vives au sein des groupes constitués de formateurs de statuts différents. Les formulations de trois mots-clés que nous avons proposées ont posé problème et ont été corrigées :

- « Itérer un nombre » a ainsi été reformulé en « Itération de l'unité » ;
- « Estimer une collection » est devenu « Estimer une quantité » ;
- « Comparer des collections » a été reformulé en « Comparer des collections du point de vue de la quantité ».

## 1.3 Définitions proposées

Le tableau ci-dessous présente les propositions recueillies au cours de l'atelier.

<p>Estimer une quantité</p>		<p>Enumérer</p>	
<p>Comparer des collections, des quantités</p>		<p>Dénombrer</p>	
<p>Décomposer un nombre (Recomposer)</p>		<p>Comptage Numérotage</p>	
<p>Itération de l'unité</p>	<p>Construire la suite des nombres entiers par ajout d'une unité à un nombre pour obtenir son successeur</p> 	<p>Ordonner, ranger une collection</p>	

### Retour sur les définitions données

À la suite de cet atelier, plusieurs observations peuvent être faites sur les définitions produites par les participants.

- Les définitions sont formulées de différentes manières : certaines sous forme d'un schéma, d'autres par une phrase courte commençant par un verbe d'action ; d'autres enfin utilisent des flèches pour signifier la distinction entre les mots.
- La consigne donnée a été respectée. Les définitions proposées sont :
  - acceptables au niveau des savoirs mathématiques. Leur lecture n'a pas suscité de controverse.
  - compréhensibles pour les acteurs. Nous avons depuis eu l'occasion de proposer ces définitions à d'autres formateurs, à des enseignants exerçant à l'école maternelle (n'ayant pas participé à l'atelier) qui les ont comprises. Il reste à les tester auprès des enseignants débutants.

## 2 Proposer une idée de situation en lien avec les mots clés : travail de groupes (suite)

### 2.1 Situations proposées par les participants

<b>Estimer une quantité</b>	Combien de feuilles sur un arbre ? Légumes au coin cuisine/marché : combien ? <sup>4</sup>	<b>Enumérer</b>	Les boîtes d'allumettes (Briand, Loubet et Salin 2004) et les situations dérivées. Distribution de matériel.
<b>Comparer des collections du point de vue de la quantité.</b>		<b>Dénombrer</b>	Boîtes à trésor : proposer de dénombrer les objets contenus dans une telle boîte (diversité des objets).
<b>Décomposer un nombre. Recomposer</b>	Boîte à œufs en carton (6 ou 12 emplacements) partiellement remplies : à partir de 2 œufs, combien d'œufs ajouter pour avoir 6 œufs ?	<b>Comptage Numérotage</b>	Compter les présents.
<b>Itération de l'unité</b>	« Je mets 3 objets dans une boîte noire, j'en ajoute un et je ferme la boîte : combien y-a-t-il d'objets dans la boîte ? ».	<b>Ordonner, ranger une collection</b>	?

### 2.2 Retour sur les situations proposées

Les situations proposées sont de deux types :

- celles issues de travaux de recherche, partagées par les formateurs de mathématiques à l'ESPE. Elles constituent des outils très souvent utilisés en formation initiale.
- celles issues de l'environnement proche du jeune élève.

Plusieurs mots-clés n'ont pas été illustrés par une situation.

<sup>4</sup> Formulations utilisées par les participants et non explicitées

### 3 Nos propositions de définitions

Nous indiquons ci-dessous des propositions que nous avons construites dans notre groupe de travail, et que nous avons en partie reformulées suite à l'atelier. Le lecteur pourra se référer au texte écrit par Emprin et Emprin (2010) pour quelques éléments d'illustration supplémentaires qui peuvent être apportés en formation.

<p><b>Estimer une quantité</b></p>	<p>Donner une valeur approximative de cette quantité. Cette valeur peut être un terme non numérique (beaucoup, peu), un nombre, voire une marque de comparaison avec une autre collection (autant que, plus, moins...)</p>	<p><b>Enumérer une collection</b></p>	<p>Parcourir l'ensemble de la collection en désignant ses éléments l'un après l'autre (du doigt, du regard, par pointage) sans en oublier et sans désigner deux fois le même.</p>
<p><b>Comparer deux collections du point de vue de la quantité.</b></p>	<p>Établir laquelle des deux collections contient le plus grand nombre d'objets en utilisant des procédures numériques ou non-numériques.</p>	<p><b>Dénombrer une collection</b></p>	<p>Déterminer le nombre d'éléments de la collection ou une mesure d'une collection. Plusieurs procédures sont possibles.</p>
<p><b>Décomposer un nombre (Recomposer)</b></p>	<p>Séparer les unités formant ce nombre en deux (ou plus) parties dont les cardinaux sont le résultat de la décomposition. <i>Exemple : « quatre, c'est deux et encore deux. »</i></p>	<p><b>Comptage Numérotage</b></p>	<p>Procédure de dénombrement d'une collection qui consiste à réciter la suite des mots-nombres en même temps que l'on énumère les éléments d'une collection. C'est la procédure « traditionnelle » qui diffère de la procédure de dénombrement dite par itération.</p>
<p><b>Itération de l'unité</b></p>	<p>« Toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres » (Programmes 2015, BO du 26 mars 2015). <i>Exemple : 3 perles, et encore une perle, cela fait 4 perles.</i></p>	<p><b>Ordonner, ranger une collection reformulé en Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position</b></p>	<p>Ordonner et numéroter chaque élément d'une collection de manière à pouvoir ensuite repérer les objets de la collection selon la numérotation. La relation d'ordre choisie peut être liée à une grandeur. <i>Exemple : ranger une collection de baguettes selon leur taille.</i></p>

### 4 Se mettre d'accord : possible ou impossible ? De quel point de vue se placer ?

En proposant cette situation de recherche de définitions, nous souhaitons susciter les échanges au sein du groupe et contribuer par l'activité de chaque groupe à « se mettre au clair » sur des définitions. Cet objectif a été atteint. Pourtant, nous n'avons pas conscience de prendre un risque. Nous avons ressenti une certaine insécurité face à des postures de « spécialistes disciplinaires ». Celles-ci sont légitimes au regard de la fonction occupée et des préoccupations de didacticiens soucieux de se référer aux travaux

de recherche. Nous l'avons compris *a posteriori*. Sur le moment, nous étions quelque peu déstabilisés, d'autant plus que la consigne incitait à travailler dans une perspective d'inter-métiers de formateurs et en direction des enseignants débutants et polyvalents du premier degré.

Dans les programmes 2015, les définitions n'apparaissent pas telles quelles. Elles sont formulées à travers l'activité des élèves. Des indications sur le rôle de l'enseignant et sur les composantes d'une situation complètent le propos. Le paragraphe « dénombrer », rappelé ci-dessous, peut illustrer ce procédé. Une définition du dénombrement ne figure pas en tant que telle. C'est l'activité de dénombrement qui est caractérisée par le biais de préconisations basées sur des travaux de recherche.

#### « Dénombrer »

*Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main). Ultérieurement, au-delà de cinq, la même attention doit être portée à l'élaboration progressive des quantités et de leurs relations aux nombres sous les différents codes. Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres. Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée-alignée sur une feuille ou pas). »*

---

### III - PRENDRE CONNAISSANCE DES PROGRAMMES 2015

---

#### 1 Des éléments sur les programmes 2015 : des projets de programmes à leur publication

La loi de refondation crée un cycle unique de la petite à la grande section, fondamental pour la réussite de tous. Le conseil supérieur des programmes publie en deux versions, dès juillet 2014, un projet de programme et recommandations soumis à l'avis des équipes enseignantes au mois d'octobre 2014 et aux analyses des chercheurs. La version longue<sup>5</sup> consacre plus de huit pages à la construction du nombre. Deux contributions nous semblent intéressantes à mentionner en formation : R. Brissiaud<sup>6</sup> analyse le contenu en ces termes : « une avancée significative par rapport aux programmes 2002 et 2008 » et propose certaines modifications. Joël Briand<sup>7</sup> analyse l'architecture du texte de la manière suivante :

---

<sup>5</sup> Projet de programmes : version longue [http://cache.media.education.gouv.fr/file/Organismes/32/4/CSP-Projet\\_de\\_programme-recommandations\\_337324.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/Organismes/32/4/CSP-Projet_de_programme-recommandations_337324.pdf)

<sup>6</sup> Article publié dans le café pédagogique du 28 septembre 2014, consulté en mars 2016 : [http://www.cafepedagogique.net/lemensuel/lenseignant/primaire/maternelle/Pages/2014/155\\_2.aspx#a2](http://www.cafepedagogique.net/lemensuel/lenseignant/primaire/maternelle/Pages/2014/155_2.aspx#a2)

<sup>7</sup> Diaporama de l'intervention de J. Briand de novembre 2014, consulté en mars 2016 : <http://www.ia72.ac-nantes.fr/ecole-maternelle/le-jeu-pedagogique-les-24-heures-de-la-maternelle/3eme-edition-jouer-on-en-fait-tout-un-monde-/du-jeu-aux-situations-d-apprentissage-de-quelles-mathematiques-parlons-nous-a-l-ecole-maternelle-s-agit-il-de-mathematiques--858393.kjsp>

## Projets de programme

### Organiser et prendre des repères

**ORGANISER ET STRUCTURER LES QUANTITÉS** Fixe les grandes orientations.

1. Définition générale
2. Objectifs visés pour les élèves et éléments de progressivité
  - 2.1 Construire le nombre comme mémoire de la quantité
  - 2.2 Stabiliser la connaissance des petits nombres
  - 2.3 Construire le nombre comme mémoire de la positionPonctue à l'aide d'étapes précises, y compris vers le pré-numérique.
3. Conditions et moyens pour permettre aux élèves de réussir
  - 3.1 Organiser des situations pour apprendre (document d'accompagnement)
  - 3.2 Organiser la progressivité des apprentissages et évaluer
  - 3.3 S'appuyer sur le langage oral et écritIncite à une réflexion sur les « situations » à construire et sur le rôle de l'écrit.
4. Attendus de fin de cycle

D'autres contributions peuvent être consultées sur le site du Conseil Supérieur des Programmes<sup>8</sup>. La version définitive des programmes est publiée en mars 2015, applicable à la rentrée 2015.

## 2 Des commentaires sur les nouveaux programmes

Nous mentionnons ci-dessous des éléments d'analyse des programmes qu'il nous semble utile de présenter en formation initiale.

### 2.1 Ceux du professeur de mathématiques à l'ESPE

#### Le contexte de mise en place

Les concepteurs des nouveaux programmes les ont voulus plus détaillés et plus précis que ceux de 2008 sur le sujet pour eux essentiel de la construction du nombre. Le texte des nouveaux programmes est plus long : environ 1 400 mots à comparer aux 800 mots des programmes de 2002 et aux 400 mots des programmes de 2008.

Les auteurs ont souhaité cadrer davantage ces apprentissages :

- en précisant le point de départ des apprentissages : ce que savent (et ne savent pas) les élèves au début de l'année de grande section ;
- en délimitant une frontière claire entre la construction des compétences qui relèvent du cycle 1 et celles dévolues à l'école primaire : « Cette construction [du cycle 1] ne saurait se confondre avec celle de la numération et des opérations qui relèvent des apprentissages de l'école primaire. ». Cette mise en garde a pour objectif d'éviter une dérive vers la « primarisation » de l'école maternelle.

#### Comment faire apprendre ?

De manière générale, les nouveaux programmes insistent sur les modalités d'apprentissage spécifiques à l'école maternelle que sont le jeu et les activités de recherche. Les apprentissages mathématiques s'inscrivent donc dans ce cadre. Deux modalités en particulier nous semblent importantes :

- Les jeux symboliques, jeux de société, jeux à règles sont des vecteurs privilégiés dans le domaine de la construction du nombre en particulier par l'adaptation des jeux de société traditionnels bien connus, voire par la mise en place de jeux créés spécialement pour l'apprentissage ;

<sup>8</sup> <http://www.education.gouv.fr/cid82307/le-conseil-superieur-des-programmes-contributions-des-experts-sollicites-par-les-groupes-charges-de-l-elaboration-des-projets-de-programmes.html>, consulté en mars 2016.

- Les situations où les élèves sont confrontés à un problème leur permettent de prendre progressivement conscience du pouvoir que la maîtrise des nombres leur donne sur la situation proposée, en même temps qu'ils donnent sens et permettent la construction des premiers nombres.

### Les contenus du nouveau programme spécifiques au domaine des nombres

- En premier lieu, le titre de ces programmes concernant le nombre, à savoir « Découverte des nombres et leurs utilisations » et la déclinaison des compétences attendues en fin de cycle en deux catégories qui sont l'utilisation des nombres d'une part et l'étude des nombres d'autre part, peuvent être interprétés selon le cadre de la **dialectique outil/objet** (Douady 1986). Selon Régine Douady, tout savoir mathématique est à la fois un outil qui s'élabore en résolvant des problèmes pour lesquels il est adapté (c'est l'aspect « utilisation des nombres » : les nombres outils pour résoudre des problèmes sur les quantités...), et un objet qui est travaillé pour lui-même (c'est l'aspect « découverte des nombres »). La relation entre ces deux modalités du savoir mathématique est faite des allers-retours successifs entre l'une et l'autre lors du travail mathématique, allers-retours permettant une synergie des apprentissages. Si, par exemple, un élève devient capable de trouver directement le successeur d'un nombre (« après dix, c'est onze »), ce « savoir-objet » peut devenir un « savoir-outil » pour résoudre le problème de la quantification d'une collection de dix jetons préalablement dénombrée par l'élève à laquelle il vient d'être ajouté un jeton, résolution qui n'implique plus nécessairement le dénombrement complet de tous les jetons de la nouvelle collection et qui permet d'élaborer une procédure plus efficace et moins coûteuse.
- Le deuxième point saillant de ces nouveaux programmes est l'importance donnée aux compétences dites de « décomposition-recomposition » des nombres, et en particulier l'importance donnée à la notion de **successeur** d'un nombre dans le contexte cardinal, à savoir, par exemple, que 2 perles et encore 1 perle, cela « fait » 3 perles, ou que 4 doigts, c'est 3 doigts et encore 1 doigt, ou encore que « 4 et encore 1, cela fait 5 »...

On reconnaît là une procédure de dénombrement et une façon « arithmétique » de faire construire le nombre largement défendue par Rémi Brissiaud (Brissiaud, 2007). Les programmes de 2015 déconseillent d'ailleurs explicitement l'utilisation de la procédure « traditionnelle » du « comptage-numérotage » pour dénombrer une collection d'objets (qui consiste à pointer successivement chaque objet en même temps que l'on dit la suite des mots-nombres et de s'arrêter sur le dernier mot-nombre prononcé), procédure qui présente le risque de laisser croire que ce mot-nombre ne s'applique qu'au dernier objet pointé et non à la collection toute entière. Les programmes précisent : « ...la quantité n'est pas la caractéristique d'un objet mais d'une collection d'objets... ».

Toujours selon R. Brissiaud (2007), pour dénombrer une collection déplaçable, une procédure plus adéquate que le comptage-numérotage et qui pourrait être appelée « comptage-gigogne », est de dire « un et un cela fait deux », puis « deux et (encore) un cela fait trois », ... en même temps que l'on groupe deux objets, puis que l'on rapproche un nouvel objet du groupe déjà compté, ... jusqu'à épuisement de tous les éléments de la collection considérée. Progressivement les relations de décompositions plus complexes viennent enrichir la connaissance des nombres ; par exemple « six, c'est trois et encore trois » (en lien avec les constellations du dé), ou « cinq et deux, cela fait sept » en lien avec les doigts de la main... Ainsi met-on l'accent, de manière non formalisée en cycle 1, sur les relations arithmétiques entre les premiers nombres.

- On peut par ailleurs relever que le contexte ordinal n'est pas abandonné : les élèves doivent toujours apprendre à utiliser le nombre pour repérer la position d'un objet dans une « file » ; dans ce contexte le comptage-numérotage reste une procédure pertinente.
- Le dernier point que nous soulignons en formation est l'importance accordée aux activités de dénombrement à partir de situations concrètes et « problématiques ». Les programmes préconisent de faire varier la forme, la taille, la nature et l'aspect déplaçable ou non des collections que l'on va comparer, égaliser, dont on va communiquer la quantité... La notion d'énumération d'une collection, que Joël Briand (2000) a étudiée et qui selon lui faisait partie des « implicites » voire des

« impensés » des programmes, (c'est-à-dire les connaissances implicites nécessaires à la construction de notions mathématiques mais jamais repérées et nommées en tant que telles), fait son apparition dans le texte des nouveaux programmes. Précisons que l'énumération d'une collection est la capacité à pointer successivement sans oubli ni répétition tous les objets d'une collection. Cette compétence qui intervient dans la mise en correspondance terme à terme et surtout dans le dénombrement, mérite elle-même une véritable construction ; l'accent donné par les nouveaux programmes aux activités concrètes nous semble favoriser les activités d'apprentissage de procédures d'énumération.

**En conclusion**, les nouveaux programmes 2015 du cycle 1 concernant « l'étude des nombres et leur utilisation » précisent, détaillent et explicitent les bases et les activités nécessaires selon leurs auteurs à une véritable construction du nombre.

## 2.2 **Ceux des maîtres-formateurs**

La première partie des programmes explicite des modalités spécifiques d'apprentissage aux jeunes enfants et propose des repères pour les équipes enseignantes pour construire un travail commun.

*« Une école qui organise des modalités spécifiques d'apprentissage*

*L'équipe enseignante :*

- *définit une progressivité des enseignements sur le cycle :*
- *construit des ressources et des outils communs afin de faire vivre aux enfants cette progressivité ;*
- *constitue un répertoire commun de pratiques, d'objets et de matériels (matériels didactiques, jouets, livres, jeux) ;*
- *propose au fil du cycle un choix de situations et d'univers culturels à la fois variés et cohérents. »*

La question de la construction du nombre relève d'une réflexion d'équipe. Elle peut être abordée en articulant les quatre points définis ci-dessus.

Un travail autour **d'une progression** qui tient compte des élèves, du contexte d'enseignement et qui s'appuie sur les éléments donnés dans les programmes est à conduire.

- Importance de mettre en place des activités de manipulation afin d'amener l'élève à comparer et à estimer des collections, en préalable au dénombrement.
- Construction d'une progression :
  - jusqu'à 4 ans : activités sur les nombres de 1 à 5 dont manipulation, décomposition, recombinaison, reconnaissance et observation de collections sous diverses représentations ;
  - après 4 ans : mêmes activités sur les nombres jusqu'à 10.
- Pas d'introduction précoce de l'écriture chiffrée.
- Construction d'une suite numérique orale ressource (liste des mots-nombres stable, ordonnée...) induisant de nombreuses situations d'apprentissage et activités autour des comptines numériques, présentées de façon progressive.

Le choix des situations de classe présentées en formation initiale s'avère alors déterminant. La manière dont elles sont analysées en feront (ou pas) un réel outil de formation : utile et utilisable par les enseignants débutants.

---

**IV - PROPOSER ET ANALYSER DES SITUATIONS DE CLASSE**

---

**1 Le choix des situations de classe****1.1 Nos critères**

Nous avons pris appui sur les programmes 2015. Ces derniers donnent un certain nombre de repères concernant l'activité mathématique des élèves : ce qu'ils sont capables de faire (« à leur arrivée à l'école maternelle, ils discriminent des petites quantités... ») et les compétences visées sous forme de comportements observables. Les gestes, la posture de l'enseignant sont également explicités. Il nous a paru intéressant de mettre en relation l'activité des élèves et celle de l'enseignant par le biais de séances filmées en classe.

Les remarques des étudiants (cf. partie I paragraphe 2. 1) nous ont incités à proposer des situations familières qu'ils ont déjà observées et, pour la plupart, conduites dans leur classe. Notre choix de formateurs était de partir de l'existant, du travail réel, pour tenter de mettre en évidence les connaissances, les procédures utilisées par les élèves de la toute petite section à la grande section lors de situations rituelles ou fonctionnelles et de situations de jeux. Certaines se proposent de faire évoluer la situation des rituels (objet culturel) en situation pour construire le nombre (objet mathématique).

Les vidéos que nous proposons en formation et que nous avons utilisées pendant l'atelier « illustrent » en quelque sorte les mots clés mathématiques sélectionnés. Le matériel utilisé est disponible dans la plupart des classes. Le maître-formateur conduit la séance en ayant le souci d'employer un langage « modélisant » correct au niveau de la formulation mathématique et favorisant la réflexion des élèves.

**1.2 Les situations proposées**

Le tableau ci-dessous recense les situations que nous avons prévu de présenter au cours de l'atelier.

N°1	Estimer une quantité, comparer des collections de cubes	En toute petite section et petite section	En atelier	
N°2	Comptage numérotage : Comptons les absents	En toute petite section et petite section	En collectif Lors des rituels	
N°3	Dénombrer Compter les points d'un jeu : « vider les caisses »	En moyenne section	En collectif	
N°4	Décomposer, recomposer les nombres de 1 à 6 avec des jetons et un dé.	En grande section	En atelier	
N°5	Ordonner, ranger S'asseoir sur les bancs dans l'ordre d'arrivée en classe  <i>Cette situation n'a pas été présentée, faute de temps</i>	En grande section	En collectif	

## 2 L'utilisation de la vidéo pour analyser les situations

### 2.1 Lors de l'atelier

Après une présentation rapide par le maître formateur qui a conduit la séance, les participants ont visionné les situations. La consigne donnée était : « *En quoi cette situation peut-elle illustrer le mot-clé correspondant et constituer un outil en formation initiale?* ».

Un document du type de celui qui est retranscrit ci-dessous a permis à l'enseignante, lors des arrêts sur image et lors de l'échange avec les participants, d'explicitier les choix faits lors de la mise en œuvre de la situation en classe.

Exemple, pour la situation n°1 : « Estimer une quantité, comparer des collections de cubes et constituer une collection équipotente à une collection donnée », en classe de TPS/PS.

PHASES	RÉFÉRENCE AUX PROGRAMMES 2015	ACTIVITÉS PROPOSÉES	ACTIVITÉS DE L'ENSEIGNANTE
1 - Manipulation libre		Manipulation libre pendant le temps d'accueil	<b>Observation des activités spontanées des élèves :</b> Quelles constructions ? Tentatives de dénombrement ? Interactions entre les élèves : copie de certaines constructions ?
2- Comparaison par estimation	<i>L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale (plus, moins, pareil,</i>	Comparaison des quantités de deux collections construites par l'enseignante : « <i>Y a-t-il</i>	Validation des comparaisons de collections, <b>verbalisation</b>

	<i>beaucoup, pas beaucoup).</i>	<i>beaucoup ou pas beaucoup de jetons ? Est-ce pareil ? ; où y en a-t-il le plus ou le moins ? ... ».</i>	
3- Construction par estimation	<i>L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup).</i>	Construction d'une collection par les élèves répondant à un critère énoncé par l'enseignante : notions beaucoup/pas beaucoup ; pareil et plus ou moins qu'une collection témoin.	Validation des constructions de collections, <b>verbalisation</b> , Solliciter les interactions entre les élèves et les inciter à valider les constructions de leur pair.
4- Réalisation d'une collection équipotente à une collection témoin	<i>La production d'une collection de même cardinal qu'une autre est une activité essentielle pour l'apprentissage du nombre.</i>	Construction d'une collection équipotente à une collection témoin (1 à 3 éléments) présentée sous différentes formes : <ul style="list-style-type: none"> <li>- cubes dispersés</li> <li>- cubes empilés</li> <li>- cubes alignés écartés</li> <li>- cubes alignés « joints »</li> </ul>	Validation des constructions de collections, <b>verbalisation</b> . Solliciter les interactions entre les élèves et les inciter à valider les constructions de leur pair. <b>Observations des procédures utilisées</b> : estimation globale, perceptive, correspondance terme à terme, décomposition (un, et encore un et encore un, ...) dénombrement, ...
5- Réalisation d'une collection équipotente à une collection vue puis « cachée »	<i>Progressivement, il passe de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités.</i>	Observation d'une collection de 1, 2, ou 3 cubes. Cette dernière est ensuite cachée ; les élèves doivent construire une collection équipotente. Cubes empilés puis alignés.	Observations des procédures utilisées → cf. ci-dessus Aide à la verbalisation des procédures : <i>Comment as-tu fait ?</i>

Nous avons procédé de la même manière pour toutes les vidéos présentées.

Les remarques des participants ont essentiellement porté sur la nature de la tâche et sur les procédures susceptibles d'être mises en œuvre :

- pour la situation 1 : importance du lexique utilisé par l'enseignante : seule une terminologie juste et précise permet à l'élève de réaliser la tâche demandée (le mot *combien* utilisé par l'enseignante dans cette situation induit une procédure numérique et court-circuite une estimation perceptive des quantités).
- Pour la situation 2 : l'expression de la quantité en utilisant les doigts permet-elle réellement la construction du nombre ?
- Pour la situation 3 : les trois cubes ne sont pas dénombrés, la quantité est perçue immédiatement, par reconnaissance visuelle (subitizing)
- Pour la situation 4 : les élèves étaient-ils en situation de décomposer le nombre ou de mémoriser la partie cachée de la constellation du dé reproduite avec des jetons ?

L'échange à propos des potentialités d'utilisation de ces vidéos en formation n'a pas réellement eu lieu. La manière dont nous avons utilisé les vidéos a posé problème ; nous en proposons une analyse ensuite.

## 2.2 L'analyse de l'utilisation de la vidéo

### **Celle qui a été faite à la suite de l'atelier**

Nous pensons qu'il n'était pas utile de proposer une grille d'analyse de la vidéo (nous l'aurions fait en situation de formation initiale). C'était une erreur. Nous avons considéré que les phases précédentes

de l'atelier permettraient d'interpréter les situations et de comprendre les choix de l'enseignante en rapport avec l'activité des élèves. Cela n'a pas été le cas.

Nous souhaitons aborder la question « en quoi ces situations peuvent-elles constituer un matériau dans le cadre de la formation initiale ? ». Les interventions des participants ont porté sur les procédures mathématiques. Nous avons ressenti ce décalage. Vu le nombre réduit d'interventions, nous pouvons présumer que les participants l'ont ressenti, eux aussi. Nous ne sommes pas parvenus à faire de ces vidéos un réel outil de formation de formateurs.

***Celle qui a été faite à la suite de la conférence du 18 juin 2015 de P. Picard<sup>9</sup> pendant le colloque, intitulée « Construire des ressources à partir du travail réel des enseignants, l'expérience de la plateforme Néopass@ction<sup>10</sup> »***

Cet éclairage nous a permis de compléter notre analyse en explorant les conditions pour faire de la vidéo un outil de formation.

Lors de sa conférence du 18 juin 2015, P. Picard a présenté une diapositive intitulée « La vidéo, un outil efficace en situation formative ? », sur laquelle figuraient les réactions suivantes :

« C'est toujours intéressant d'avoir une situation de classe »

« Mais c'est pas un modèle »

« Moi je ne montre pas les vidéos comme ça »

« Il faut une grille d'analyse »

« On peut avoir un pseudo-consensus en formation mais la vidéo permet de lever des ambiguïtés. Ou pas ... »

« Une vidéo vaut par les débats qu'elle génère ».

Ces remarques nous ont semblé faire écho à des questions que nous nous étions posés et que peut-être des participants s'étaient également posés.

Si le choix des situations s'appuyait sur le « principe » énoncé par P. Picard : « Former, c'est d'abord comprendre la complexité du travail réel (comprendre l'écart entre « ce qu'il y a à faire » et « ce qu'on fait réellement »), l'analyse des vidéos aurait gagné à « faire surgir les dilemmes du travail réel, en confrontant l'activité des débutants et celles des chevronnés ». C'est une piste à exploiter.

La démarche proposée pour tirer parti de l'observation en référence à l'analyse de l'activité aurait pu être mise en œuvre pour analyser les vidéos. Dans sa conférence, P. Picard a suggéré les pistes suivantes :

1. Décrire les faits observés le plus précisément possible...
2. Prendre le risque d'interpréter les comportements du maître.
3. S'interroger sur les conflits de critère et sur les dilemmes rencontrés.
4. Rechercher quelles alternatives s'offraient à lui, argumenter en explicitant les savoirs et les valeurs mobilisés (s'efforcer de sortir de l'implicite des doxas pédagogiques et des normes didactiques décontextualisées).

Nous aurions pu extraire des éléments des vidéos de natures différentes : des photos, des paroles d'élèves, de l'enseignante afin de scénariser les situations proposées en choisissant une entrée et une seule. S'interroger sur le moment clé, « remarquable », des situations proposées : qu'est-ce que j'ai envie que les enseignants débutants observent, retiennent ? Pourquoi l'ai-je choisi ? Ce questionnement de formateurs aurait ouvert d'autres perspectives d'analyse et placé le maître-formateur en situation de partage de questionnement, de « lever le voile<sup>11</sup> » en quelque sorte.

<sup>9</sup> Note des relecteurs : Aucune référence puisque le conférencier n'a pas respecté ses engagements et n'a transmis aucun texte pour les actes...

<sup>10</sup> <http://neo.ens-lyon.fr/neo>

<sup>11</sup> En lien avec les travaux de l'équipe de recherche ESCOL (Education Scolarisation) - CIRCEFT (Centre International de Recherche « Culture, Education, Formation, Travail) sur la construction des inégalités scolaires

Nous avons depuis identifié « des pris sur le vif » qui nous paraissent significatifs dans les situations proposées :

N°1	Estimer une quantité, comparer des collections de cubes	Mettre en parallèle les situations 1 et 2 en identifiant une procédure d'élève visée lors des rituels et utilisée dans la situation 2 → utilité des situations rituelles	
N°2	Comptage numérotage : Comptons les absents		
N°3	Dénombrer Compter les points d'un jeu : « vider les caisses »	Mettre en relation ce que dit l'élève : « il y a un cube, il y a encore un cube, ça fait deux et encore un cube, ça fait trois cubes » et ce que fait l'enseignante. Identifier les références didactiques.	
N°4	Décomposer, recomposer les nombres de 1 à 6 avec des jetons et un dé.	Mettre en évidence la difficulté d'une élève qui continue à compter les points du dé pour dénombrer : ce qu'elle fait « dans sa tête », quels sont les signes qui l'indiquent. Ce que l'enseignante lui dit. Comment les repères liés à la position des jetons peuvent aider à la mémorisation ?	En quoi cet outil peut venir compléter l'activité et l'orienter vers la décomposition du nombre ? 

## V - CONCLUSION

Cet atelier contribuait à alimenter la réflexion des formateurs sur la question de la construction du nombre à l'école maternelle. La parution des nouveaux programmes, les commentaires de divers chercheurs ont constitué un de nos sujets d'échanges. L'élaboration du glossaire à partir de mots-clés (énumérer, estimer une quantité, dénombrer...) a permis de proposer une signification mathématique acceptable et d'explorer les préconisations des programmes 2015. La question du choix des situations en formation initiale était centrale. Notre parti pris de formateur était de prendre appui sur le travail réel des débutants. Cette posture, après analyse, nécessite de donner l'opportunité aux participants à l'action de formation de comprendre le point de vue adopté. Nous n'avons pas été assez explicites. Avec le recul, nous pouvons le formuler de la manière suivante : proposer une situation mathématique en petite section pour un débutant : « quel est le problème ? ». L'utilisation de la vidéo, dès le début de l'atelier, aurait peut-être permis de rendre les situations filmées « utilisables » par chaque formateur quel que soit son domaine de compétences. La tâche de l'atelier aurait pu consister à proposer des scénarios pour utiliser les vidéos en formation initiale en s'appuyant sur les préconisations des programmes et en abordant la question de la situation mathématique à l'école maternelle.

Cette démarche favorise une dynamique d'action et peut être transférable avec les professeurs stagiaires. Aussi, il nous semble important de recueillir et d'analyser du matériau issu des classes des débutants : comportement d'élèves (moments filmés ou photos), des paroles de l'enseignant, des traces écrites intermédiaires.

Cette posture est complémentaire avec les travaux en didactique qui visent comme le dit J. Briand « à s'approprier des situations consistantes et à les faire fonctionner en partageant de l'intérêt avec les élèves ».

Nous nous référons ainsi aux dialogues fondamentaux décrits par R. Brissiaud (2007) en petite section « Donne-moi deux jetons comme ça ; un et encore un » en montrant deux doigts », aux situations d'action, de formulation développées par C. Margolinas et F. Wozniak (2012) et aux situations d'apprentissage par adaptation (Briand, Loubet et Salin, 2011) qui nous ont permis en tant qu'enseignants en maternelle de faire évoluer des pratiques parfois trop enfermées dans des programmations calquées et des fiches formelles afin de privilégier l'activité cognitive et langagière des jeunes élèves.

La partie des programmes « apprendre à l'école maternelle en lien avec le développement du jeune enfant : apprendre en jouant, en réfléchissant et en résolvant des problèmes, en s'exerçant, en se remémorant et en mémorisant » nous incite à proposer une approche commune aux différents domaines d'apprentissage. Les situations langagières mais aussi mathématiques (axe de travail affirmé dans le cadre de la refondation de l'Education prioritaire)<sup>12</sup> permettent à ce niveau de la scolarité de construire des habitudes cognitives et langagières et de réduire ainsi les inégalités scolaires (Bautier, 2006).

---

## VI - BIBLIOGRAPHIE

---

- BAUTIER E. (dir) (2006). *Apprendre à l'école, apprendre l'école*, Lyon : Éd. de la Chronique sociale.
- BRIAND J. (2000). Enseigner l'énumération en moyenne section, *Grand N n°66*, 7-22.
- BRIAND J., LOUBET M., SALIN M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques à la maternelle*, Hatier.
- BRISSIAUD R. (2007). *Premiers pas vers les maths. Les chemins de la réussite à l'école maternelle*, Retz.
- DOUADY R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, R.D.M. **7.2**, Grenoble : La pensée sauvage.
- DUPREY S., DUPREY G., SAUTENET C., (2011). *Vers les maths PS, MS, GS*, Accès Editions.
- EMPRIN, F., EMPRIEN, F. (2010). Premières compétences pour accéder au dénombrement, in *Le nombre au cycle 2, collection « ressources pour faire la classe »*, 23-34, Scéren (CNDP – CRDP) Chasseneuil-du-Poitou.
- EQUIPE ERMEL (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes Grande Section*, Hatier.
- MARGOLINAS C., WOZNIAK F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle*, Bruxelles : De Boeck.
- VALENTIN D. (2004). *Découvrir le monde avec les mathématiques*, Hatier.

Les vidéos sont disponibles sur demande : [sophie.magagnini@ac-besancon.fr](mailto:sophie.magagnini@ac-besancon.fr)

---

<sup>12</sup> Référentiel pour l'Education prioritaire <http://eduscol.education.fr/cid76446/referentiel-pour-l-education-prioritaire.html>

---

**VII - ANNEXE 1**

---

**Questionnaire à destination des enseignants débutants - Construction du nombre**

1/Quelles activités mathématiques autour des nombres avez-vous mises en place dans votre classe ?

2/À partir d'une situation que vous avez mise en œuvre (en dehors des rituels), pouvez-vous compléter différents éléments d'analyse ?

Descriptif :

Ce qui vous semble avoir fonctionné et pourquoi ?

Ce qui vous a posé problème ?

3/Quelles ressources avez-vous utilisées tout au long de l'année ?

5/ Quelles sont les difficultés éprouvées par certains élèves pour construire le nombre que vous avez pu identifier ?

6/ Quels besoins en formation ?