LES ÉCRITS PROVOQUÉS EN CLASSE ET EN FORMATION, UNE RESSOURCE QUI MÉRITE ATTENTION !

Jean-Claude RAUSCHER
Maître de Conférences retraité
IREM Strasbourg
jc.rauscher@wanadoo.fr

Résumé
Le but de l'atelier était de développer une réflexion sur les possibilités offertes par le recours à la production et l'exploitation d'écrits par les élèves (en l'occurrence de cycle 3 ou de début collège) ou par les étudiants (futurs PE) pour développer leurs connaissances. Pour cela, nous nous sommes basés sur l'analyse de cinq situations d'écrits provoqués qui ont été élaborées et expérimentées dans le cadre de travaux à l'IREM et à l'IUFM de Strasbourg (voir bibliographie). Il s'agissait de prendre connaissance de ces situations et de leurs effets, puis d'y repérer les fonctions de l'écrit qui leur donnaient leur efficacité. À ce sujet, en référence aux travaux de Raymond Duval (1995), une attention plus particulière a été portée à une fonction en général plus méconnue mais essentielle, la fonction de traitement de l'écrit, fonction qui permet d'envisager à la fois le développement de la pensée et des connaissances chez les élèves.

Préambule

Au cours de mon parcours de professeur de mathématiques en collège, d'animateur à l'IREM de Strasbourg, de formateur et d'enseignant chercheur à l'IUFM de Strasbourg, la prise en considération de la place de l'écrit dans les apprentissages des élèves ou des étudiants a constitué un fil rouge dans mes travaux tant dans le domaine du numérique que dans le domaine de la géométrie. Ces travaux furent souvent menés en équipe et j'ai eu en particulier le plaisir et la chance d'en mener certains avec mes collègues, Alain Kuzniak et Robert Adjiage. Cet atelier m'a permis de continuer à développer encore ce fil rouge avec les sympathiques et actifs participants et aussi à prendre un peu de recul par rapport aux travaux réalisés dans le passé et à essayer d'en faire une synthèse.

I - POURQUOI CET ATELIER ?

Cet atelier était destiné à développer une réflexion sur les possibilités offertes par le recours à la production et l'exploitation d'écrits pour développer les connaissances des élèves et des étudiants. La motivation à le proposer partait d'un quadruple constat. D'abord j'ai eu le sentiment, dans ma carrière de formateur, que cette ressource était vraiment peu exploitée dans les pratiques des enseignants. Il est vrai, et c'était là mon deuxième constat, que les instructions ou recommandations officielles qui pointent cette ressource comme moteur d'apprentissage en mathématiques sont rares. Ensuite, par rapport aux travaux de recherche, les ingénieries élaborées dans ce domaine ne sont pas facilement transposables dans les pratiques quotidiennes des enseignants. Enfin, un constat majeur pour moi, le plus crucial peut-être, fut que, si les instructions et les travaux de recherches se réfèrent à des fonctions très importantes de l'écrit (communication, mémoire, objectivation), ils ignorent en général la fonction de traitement de l'écrit. Prenons par exemple le document d'application des programmes de mathématiques de 2002 (Ministère de la jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2002, p. 9), qui est ce que l'on peut trouver de plus précis pour évoquer les écrits pouvant étayer les apprentissages en mathématiques. Il évoque trois types d'écrits :

« - Les écrits de type « recherche » correspondant au travail privé de l'élève pour mener sa recherche.

- Les écrits destinés à être communiqués et discutés qui peuvent prendre des formes diverses (affiches, transparents...). Ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation tout en sachant que,

le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées.

- Les écrits de référence élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe. »

Dans cette présentation, on peut repérer les types de situations définies dans la théorie des situations (Brousseau G., 1998) pour conduire graduellement les élèves à préciser les connaissances utilisées pour résoudre un problème. Le premier type d'écrit accompagne la situation d'action où les élèves sont en recherche. Les « écrits destinés à être communiqués et discutés » correspondent à une situation de formulation pour préparer une situation de validation. Enfin par « écrits de référence », on peut comprendre des phases de décontextualisation et d'institutionnalisation.

On retrouve ces dimensions dans nombre de travaux de recherche qui prennent en compte, non seulement les écrits terminaux par lesquels les élèves communiquent leurs démarches et leurs résultats à l'enseignant, mais aussi tout le travail d'élaboration étayé par des écrits intermédiaires destinés à être relus individuellement ou communiqués aux pairs de la classe. L'écriture y apparaît globalement comme étayant une marche vers des processus de conceptualisation, de validation ou encore de décontextualisation des savoirs dans la communauté constituée par la classe. Pour cela, les fonctions principales, attribuées aux écrits des élèves, sont principalement la fonction d'objectivation, la fonction de communication et la fonction de mémoire. On pourrait citer à ce propos les travaux autour de la pratique des narrations de recherches (Chevalier, 1993), les dispositifs menant les élèves à produire « Le journal des fractions » (Sensevy, 1996), « Les bilans de savoir » (Butlen, Pézard, 2003) ou encore des « Écrits réflexifs » (Rauscher, 2006A).

Ce qui est à souligner, c'est que les travaux précédents se centrent en premier lieu sur les idées véhiculées par les écrits. Ces idées peuvent être communiquées, débattues, reformulées. Mais ils ne s'appuient pas sur la fonction de traitement de l'écrit pointée par Duval (2000, p. 135) : « *Pour l'apprentissage des mathématiques, il est crucial de passer à une production écrite qui utilise les possibilités cognitives spécifiques d'organisation et de contrôle qu'offre la représentation visuelle [car écrite] du discours.* ». Par cette fonction de traitement, l'accent est mis en premier lieu sur « comment c'est dit » plutôt que sur « ce qui est dit ». Il s'agit là d'une considération qui enrichit le potentiel cognitif du recours aux productions écrites.

Le but de l'atelier fut donc de permettre aux participants de découvrir ou de faire part de possibilités offertes par le recours à des productions écrites d'élèves ou d'étudiants, de repérer les fonctions de l'écrit alors en jeu et, en particulier, de souligner la fonction de traitement de l'écrit rarement explicitement évoquée dans les pratiques.

Le travail s'est basé sur la prise en considération de productions écrites d'élèves et d'étudiants réalisées dans le cadre de cinq expériences (menées dans le cadre de mes travaux de recherche). Je commencerai donc par présenter succinctement ces expériences. Par la suite, je décrirai le travail auquel étaient appelés les participants, ses résultats, puis, comme dans l'atelier, je ferai une synthèse à propos des fonctions de l'écrit rencontrées dans ces cinq travaux de recherche. Et avant de conclure, j'évoquerai les effets et les perspectives qu'a suscités l'atelier chez les participants.

II - LES CINQ SITUATIONS D'ÉCRITS PROVOQUÉS

1 Évaluation de l'évolution de la notion de nombre décimal par la production d'écrits réflexifs individuels en 6ème (voir document annexe I)

Dans le cadre d'une classe de 6ème, il s'agissait d'évaluer les effets de modalités d'enseignement concernant l'acquisition de la notion de nombre décimal. En référence aux travaux de Raymond Duval (1995) sur les registres, les activités proposées aux élèves avaient pour but de faire dépasser aux élèves le simple traitement algorithmique des calculs et de favoriser la conceptualisation des nombres décimaux (Rauscher, 2002). Pour développer une évaluation partagée entre l'enseignant et les élèves (Rauscher, 2006), ces derniers ont eu à effectuer mentalement dix additions et soustractions de nombres décimaux, puis à revenir sur leur action en se prononçant sur la complexité de ces calculs. Trois mois plus tard, après enseignement, les élèves ont eu à reprendre leurs productions initiales pour en décrire les erreurs.

2 Reprise d'écrits de résolution d'un problème de comparaison de mélanges en CM1/CM2 (voir document annexe 2)

Dans le cadre de l'initiation à la notion de proportionnalité menée dans une classe de CM1/CM2, notre projet initial était d'utiliser les écrits de résolution produits par les élèves à propos de plusieurs problèmes de comparaison de mélanges comme base de débats en classe. Mais, dans cette entreprise, nous nous sommes heurtés au fait que les écrits, majoritairement incomplets ou incompréhensibles, n'étaient pas immédiatement utilisables pour cela. Néanmoins, ces écrits témoignaient de pensées balbutiantes qui méritaient d'être prises en compte. Dans ce but, nous avons réorienté le projet initial. Au lieu de faire travailler les élèves directement sur les procédures de résolution, nous avons mis en place un dispositif de comparaisons de leurs écrits initiaux qui permettait d'attirer leur attention sur la structure des écrits produits. Pour cela, nous avons choisi de centrer les élèves sur les écrits initialement produits à propos d'un problème qui ne nécessitait pas de travail heuristique important pour être résolu et, qu'à juste titre, les élèves avaient estimé « facile » (Rauscher, 2006B).

3 Transmission de messages en géométrie en 6ème (voir document annexe 3)

Un des enjeux des apprentissages en géométrie (Rauscher, 1993 et IREM de Strasbourg, 2013) est de décrire une figure et aussi, plus précisément, de donner son programme de construction. Le scénario mis en œuvre ici dans le cadre d'une classe de 6ème avait pour but d'atteindre cet objectif en deux phases. La première prend appui sur une activité classique dite « figures téléphonées » pour faire produire des écrits destinés à rendre possible la reproduction d'une figure par un autre élève qui ne voit pas la figure décrite. Très souvent, les élèves arrivent à reproduire la figure en devinant des informations qui ne figurent pas dans le message initial. C'est en général à ce stade, que les enseignants, découragés par la qualité des messages proposés par les élèves, reprennent la main, soit en livrant des messages corrects, soit en faisant semblant d'exécuter les messages rédigés par les élèves pour en montrer les manques ou les inexactitudes. Mais les élèves montrent alors peu d'attention : le contrat qui était d'arriver à reproduire la figure à partir du message reçu est après tout rempli quelle que soient les qualités de ces messages ! Pour notre part, dans une deuxième phase de travail, nous nous sommes au contraire appuyés sur les défauts et l'hétérogénéité de ces messages pour en faire un objet d'observation pour les élèves. Nous les avons engagés dans une réflexion sur la qualité d'un échantillon d'écrits initiaux avant qu'ils ne rédigent un nouveau texte. Le but, proposé aux élèves, n'était plus de reproduire la figure mais un message complet du point de vue des informations essentielles à donner. Les deux figures étaient choisies pour leur parenté du point de vue des enjeux principaux : dans la figure 1, il s'agissait de pouvoir définir l'obtention de la « pointe » (par exemple par intersection des diagonales d'un carré) et dans la figure 2, il s'agissait de repérer le centre du demi-cercle et son rayon. Cette situation a aussi été reprise de nombreuses fois dans des classes de fin d'école primaire (CM1/CM2).

4 Un problème de modélisation proposé à des CM1/CM2 (voir document annexe 4)

Le « Problème du géant » est un problème de Fermi : ancré dans le réel, pas de nombres dans l'énoncé, problème ouvert nécessitant de faire des hypothèses et de les valider. Ce problème a été proposé à des élèves de CM1/CM2 pour les initier à une pratique de modélisation. En rupture avec ce qui se pratique habituellement dans les classes, le projet était ambitieux. Notre hypothèse majeure, largement validée (Adjiage, Rauscher, 2013), était qu'une pratique consistant à partager et à reprendre des écrits de pairs, tout au long de la séquence, aiderait les élèves à développer une solution intégrant les modalités du processus de modélisation. Ici nous nous centrons sur la dernière séance de travail où les élèves, avant de reprendre la rédaction d'une solution, avaient à comparer des textes de résolution précédents lacunaires : même si on pouvait y déceler quelques indices de compréhension de la solution du problème, ils ne permettaient pas de dire s'ils témoignaient de l'appropriation d'un raisonnement complet. Seule la capacité des élèves, à expliciter les éléments et les articulations d'un raisonnement rigoureux, permettrait de témoigner des progrès dans la compréhension de la démarche de modélisation. Pour favoriser ces progrès, les textes à observer avaient été choisis car on pouvait trouver, dans leur réunion, la quasi-totalité des éléments d'un raisonnement rigoureux. Même les textes les plus incomplets apportaient des contributions qui ne figuraient pas nécessairement dans les autres textes.

5 Un problème de géométrie de 4ème proposé à des étudiants PE (voir document annexe 5).

L'exercice que nous avons intitulé « Charlotte ou Marie qui a raison » (Hachette Cinq sur Cinq 4ème 1998, p. 164) est un exercice qui a été proposé à des étudiants préparant le CAPE dans le cadre d'un dispositif de formation qui, sur un temps bref, tente de sensibiliser les étudiants à la diversité des approches de la géométrie. Les étudiants devaient résoudre le problème et exprimer leurs difficultés et incertitudes. Leurs réponses et leurs déclarations nous montraient des approches et des connaissances très variées de leur part. Un retour réflexif, sur un panel sélectionné de leurs productions, leur était alors proposé. Ce retour permettait alors, non seulement de revenir sur les savoirs en question, mais surtout de les sensibiliser à l'existence de différents paradigmes géométriques en jeu (Kuzniak, Rauscher, 2003 et 2004).

III - LE TRAVAIL D'ANALYSE DEMANDÉ

J'ai fait le choix, dans la conduite de l'atelier, de ne pas faire d'entrée un exposé théorique sur les fonctions de l'écrit, exposé qui aurait pu servir de repère pour analyser les situations d'écrits provoqués présentés. Un des buts de l'atelier était de laisser une place au recueil des visions *a priori* des participants dans ce domaine, puis d'amener les apports théoriques qui permettraient de développer les réflexions en fonction de ces représentations initiales. Le travail demandé aux participants s'est, pour cela, déroulé en trois phases.

1 Première phase : « Description et analyse des situations »

Dans une première phase intitulée *« Description et analyse des situations »*, les participants ont pris connaissance des cinq situations appelant des écrits provoqués chez les élèves telles qu'elles sont présentées dans les documents annexes. Contrairement aux lecteurs de ce compte rendu d'atelier qui viennent de lire le paragraphe II, les participants ne disposaient d'aucune information sur les motivations qui m'avaient amené à proposer aux élèves ou étudiants ces situations provocantes. Ces présentations ne comportaient pas non plus de productions écrites d'élèves. Au-delà de la prise de contact avec ces situations, il s'agissait, pour les participants, de faire une analyse *a priori* de ce qu'ils y voyaient, eux, comme usages et intérêts possibles. Pour cela, la question posée était la suivante : *Après avoir effectué la tâche proposée, dites quelle exploitation des productions vous envisageriez et dans quel but ?* Cette procédure me permettait de recueillir leurs représentations sur l'usage possible d'écrits provoqués. D'un point de vue pratique, dans un premier temps, les participants ont lu l'ensemble des cinq présentations. Ensuite, par groupe de trois ou quatre, chaque groupe s'est attaché plus précisément à l'une de ces situations avec pour mission de rendre compte de leur analyse à l'ensemble des participants.

2 Deuxième phase : « Analyse de productions d'élèves ou d'étudiants »

Dans une deuxième phase, intitulée *« Analyse de productions d'élèves ou d'étudiants »*, les participants ont pris connaissance des écrits qui avaient été sélectionnés et exploités avec les élèves ou les étudiants dans chacune des cinq situations expérimentales. Chaque groupe retrouvait la situation dont il s'était occupé dans la première phase et avait à répondre aux deux questions suivantes : *« Que nous apprennent ces écrits ? Quelle exploitation envisageriez-vous de ces écrits et dans quel but ? »*. Comme dans la première phase, chaque groupe avait à rendre compte de son analyse.

Ces deux premières phases ont largement permis d'entamer la réflexion et la discussion avec l'ensemble des participants. Enfin, dans la deuxième phase, j'ai eu l'occasion de décrire chaque fois les contextes et les déroulements de ces expériences.

3 Troisième phase : « Comparaison des cinq expériences, similitudes et différences »

Les deux premières phases ayant permis aux participants de connaître les différentes expériences et de partager leurs visions, la troisième phase avait pour but d'approfondir la réflexion à propos des fonctions de l'écrit en jeu dans ces situations. Pour cela, j'ai appelé à un travail de classement des cinq situations pour relever les similitudes et les différences quant aux fonctions de l'écrit utilisées pour favoriser les apprentissages. Cela m'a donné l'occasion de faire une synthèse et, en particulier, de donner des précisions sur la fonction moins connue de traitement sur laquelle s'appuient plusieurs de ces situations et le passage d'une « posture orale à l'écrit » à une « posture écrite à l'écrit ».

IV - ANALYSE DES SITUATIONS PAR LES PARTICIPANTS

Quelles étaient alors les représentations *a priori* des participants relativement à l'utilité du recours aux écrits provoqués dans les cinq situations ? Globalement, de façon implicite ou explicite, les fonctions classiques de communication, de mémoire et d'objectivation ont été évoquées à juste titre. En revanche, la fonction de traitement de l'écrit n'est pas apparue d'emblée. Détaillons cet aperçu global.

Un premier trait à relever est que les collègues ont été très sensibles à la mine de renseignements sur les élèves que donnent ces écrits aux enseignants. Par exemple, « *Ces écrits nous donnent accès aux conceptions spontanées des élèves* » (situation 2, comparaison des mélanges) ; ou encore « *Ils nous montrent que le vocabulaire expert est parfois présent, mais les descriptions sont incomplètes* » (situation 3, transmissions de messages en géométrie).

Un deuxième trait est qu'ils soulignent, surtout par rapport aux situations 1 et 5, la prise de distance par rapport aux savoirs en jeu que provoque, chez les élèves, le passage par l'écrit. L'un des participants l'évoque de la façon suivante : « *Les écrits comme support de réflexion métacognitive, posture incontournable pour décontextualiser les savoirs, pour passer de l'activité au savoir* ». Ainsi, dans la première situation, c'est la « *décentration du travail de l'élève de la tâche qui lui est proposée* » qui est évoquée. Dans la cinquième situation, la confrontation des réponses des étudiants doit amener à la « *distinction entre la géométrie perceptive et la géométrie déductive* ».

De façon générale, c'est *a priori* la possibilité d'organiser des débats en confrontant les productions qui est soulignée. Mais pourtant, dans les cas des situations 2, 3 et 4, les participants, prenant connaissance des écrits réellement produits par les élèves, concluent à l'impossibilité de les utiliser pour une confrontation alimentant les débats. C'est sur ce point que j'ai été amené à m'opposer à l'opinion des participants, en me référant aux expériences menées. Pour illustrer cette opposition, prenons le cas de la situation très exemplaire des comparaisons de mélanges, cas d'ailleurs similaire à la situation 4 (le problème du géant) que je ne développerai donc pas ici.

Le groupe qui a analysé les écrits produits dans cette situation dit qu'ils montrent que « *le langage est déficitaire chez les élèves pour expliciter leur raisonnement, le défendre, l'abandonner* ». Mais en l'occurrence, c'est aussi la complexité de la tâche proposée aux élèves qui est soulignée à juste titre : « *L'écrit est difficilement compréhensible par un lecteur car c'est dû à la situation qui traite d'une relation entre grandeurs et d'une relation entre nombres* ». C'est alors un retour à la situation initiale qui est prôné avec un débat sans recours aux écrits des élèves : « *Ces écrits sont difficilement exploitables car une argumentation sérieuse nécessite la reprise de la situation de départ* ». Alors, des productions écrites utilisables ou pas ? Pour notre part, dans le travail mené alors avec les élèves (Rauscher, 2006A), nous étions aussi très proches d'un abandon de l'exploitation de ces écrits très balbutiants. Nous avons alors décidé de demander aux élèves de comparer les qualités et les défauts de six textes relatifs à l'exercice qui était le plus facile à leurs yeux et où les justifications étaient, sinon complètes, en tout cas plus fournies. Ces textes, chacun incomplet, ont été choisis car on pouvait trouver dans leur réunion la quasi-totalité des éléments d'un raisonnement rigoureux. Le but de la séance était annoncé aux élèves : il s'agit en fin de compte de rendre les argumentations plus compréhensibles et complètes. Le travail de comparaison a d'abord été mené par binômes avec production écrite des remarques. Une mise en commun, dirigée par la maîtresse, au tableau, a permis de dégager les défauts et les qualités des différentes productions soumises aux élèves. À la fin de la séance, après la récréation, nous avons demandé aux élèves de répondre le plus complètement possible à la question du problème et obtenu des textes argumentés complets pour la plupart des élèves. Que s'est-il passé ? La confrontation à la diversité des productions de leurs camarades oblige les élèves à changer de posture par rapport à l'écrit et à se décentrer pour analyser les différentes structures de ces productions. Ces élèves mettent le texte en questions, repèrent la présence ou l'absence d'éléments pertinents, relèvent des imprécisions, font des propositions d'amélioration ; bref, ils s'engagent dans une pratique écrite de l'écrit. Le travail de comparaison des textes est déterminant pour amener les élèves à considérer les éléments et les articulations d'un raisonnement complet. Par la suite, en reprenant le travail de rédaction, les textes se complètent, les sous-entendus se font plus rares. À ce sujet, nous avons entendu une élève dire à sa voisine : *« Mais la maîtresse n'est pas bête, elle comprendra sans que tu parles du deuxième mélange. ».* La voisine a répondu *: « Il faut faire comme si elle n'avait pas compris. ».* Et les productions finales montrent que les élèves ont réussi à développer, en fin de compte, des argumentations complètes et cohérentes dont j'ai présenté des exemples dans l'atelier (Rauscher, 2006A et B). C'était la première fois, dans mes recherches, que je proposais explicitement un tel procédé recourant à la comparaison d'écrits sélectionnés pour initier les élèves au traitement de l'écrit. On retrouve un scénario semblable dans la situation n°4 du problème de modélisation du Géant (Adjiage, Rauscher, 2013). Là aussi, les participants n'ont *a priori* pas suggéré d'utiliser les textes des élèves, bien incomplets à leurs yeux, pour une confrontation ; tout comme dans la situation n° 3 de la transmission de messages décrivant des figures géométriques. En l'occurrence, le groupe, qui s'est occupé de cette situation, a bien évoqué l'utilisation de ces textes, mais non pas pour les mettre en parallèle à des fins de comparaison, pour en repérer les qualités et défauts, mais pour les mettre en débat au cas par cas pour en souligner les manques *« en faisant construire étape par étape les programmes proposés ».*

On constate donc bien que les participants, sensibles à juste titre à d'autres fonctions, n'ont pas évoqué la possibilité de s'appuyer sur les textes produits par les élèves pour enclencher un travail de traitement de leurs écrits. Ce qui, comme nous l'avons exposé dans le paragraphe I (« Pourquoi cet atelier ? »), n'était pas pour nous surprendre. Ce fait s'est confirmé par le classement par les participants des cinq situations où sont apparus des classements qui se référaient surtout aux tâches en jeu. Par exemple : *« Il y a des écrits de communication indispensables à la réussite de la tâche (situation n° 3), des écrits de démonstration (situation n° 5) et des écrits utiles pour accéder aux procédures de résolution (situation n° 4) ».*

V - LES FONCTIONS DE L'ÉCRIT EN JEU DANS LES CINQ SITUATIONS

À la suite des présentations de chaque groupe, j'ai pu montrer la conduite des expériences en faisant apparaitre, dans les faits, la prise en compte de cette fonction dans certains cas et résumer succinctement les résultats obtenus. Le moment était venu de compléter mes propos en proposant une synthèse dressant un panorama des fonctions en jeu dans les cinq situations expérimentées.

1 Point commun et différence

Les écrits des cinq situations ont pour visée commune « *une prise de conscience de quelque chose qui prend alors le statut d'objet* » (Duval 1995, p.24). Ces écrits ont donc une fonction d'objectivation. Mais nous distinguerons les cas où il s'agit en premier lieu d'une objectivation de la forme des écrits, des cas où il s'agit directement d'une objectivation des savoirs en jeu.

Dans cette dernière catégorie, nous plaçons les écrits relatifs à l'exercice « Charlotte et Marie », pour lesquels c'est immédiatement la prise de conscience des différents paradigmes en géométrie qui est visée. Nous y rangeons aussi les écrits relatifs aux calculs sur les décimaux où les élèves sont amenés à objectiver les traitements dans les différents registres d'écriture des nombres. Nous opposons ces deux situations aux situations où il s'agit d'objectiver non pas immédiatement les savoirs en jeu mais d'abord la forme des écrits en jeu. Dans le cas des « comparaisons de mélanges », dans le cas du « problème du géant », ainsi que dans le cas des « messages téléphonés », les textes incomplets sont comparés afin de produire un texte de validation complet dans les deux premiers cas et un programme de construction complet dans le dernier. Quel est l'intérêt essentiel de cette approche par objectivation de la forme des écrits ? C'est de permettre aux élèves de passer d'une pratique orale de l'écrit à une pratique écrite de l'écrit.

2 Pratique orale de l'écrit et pratique écrite de l'écrit

C'est dans la situation « comparaison de mélanges » que notre attention a été attirée par l'incomplétude formelle que revêtaient des raisonnements produits par des élèves relativement à une comparaison de proportions sur un cas qu'ils pensaient bien maitriser. Les élèves communiquaient par écrit ce qu'ils voulaient dire comme ils l'auraient fait à l'oral, laissant implicites des éléments importants du raisonnement. À ce sujet, Raymond Duval (2000) nous rend attentifs à la différence entre une pratique « orale » de l'écrit où l'on écrit comme on parle (mais sans interlocuteur immédiat) et une pratique « écrite » où le texte est repris et travaillé. Il précise : « *Pour l'apprentissage des mathématiques, il est crucial de passer à une production écrite qui utilise les possibilités cognitives spécifiques d'organisation et de contrôle qu'offre la représentation visuelle [car écrite] du discours* ». Cette pratique écrite de l'écrit, Tanguay (2005) la décrit dans le cas de texte de démonstrations comme étant : « *faite de pauses, de retour sur les propositions déjà énoncées, de réaménagements et simultanéisations (pour rapprocher des propositions ou blocs de propositions non contigus dans le texte), de recul, d'appréhension globale (pour saisir certains éléments de macro-organisation) ; bref, de réflexion. Toutes choses que ne permet pas cette « linéarisation de la pensée » (Duval 2001, p.191) imposée par une pratique orale du texte, faite de fluence, de séquencialité, d'irréversibilité. À travers une telle « pratique écrite de l'écrit », l'élève produit le texte de démonstration, non plus à des fins de communication, mais pour en contrôler et la validité et l'absence de lacunes.* » Il cite encore (Duval 2000, p. 146) : « *Écrire devient alors une pratique qui libère les élèves des contraintes temporelles et socio-interactionnelles immédiates et leur permet de se centrer sur la preuve formelle* ». L'accent est mis en premier lieu sur « comment c'est dit » plutôt que sur « ce qui est dit ». Il s'agit là d'une pratique essentielle si l'on veut que les élèves puissent appréhender le caractère objectif et structuré que doit avoir une justification ou un raisonnement en mathématiques.

Cette pratique écrite de l'écrit n'est pas exercée spontanément par les élèves d'où, dans les trois situations, une initiation à ce travail par la mise en commun d'écrits sélectionnés. Dans le cas de la situation « comparaison de mélanges », nous avons précisément choisi un raisonnement qui était à portée des élèves. Il ne s'agit pas d'un étayage de l'heuristique. Duval et Egret (1989) ont développé cette approche dans le domaine de l'apprentissage de la preuve formelle en géométrie en misant sur le contrôle de l'écrit par les graphes (donc en jouant en sur la mise en parallèle de deux registres).

3 Retour sur les utilisations plus classiques des productions écrites

Par contraste et pour mieux comprendre la différence, revenons sur les deux autres situations, dans lesquelles c'est l'objectivation des connaissances et savoirs en jeu qui est visée. Dans le cas de « Charlotte et Marie », ce n'est pas la forme des écrits qui est prise en compte mais leurs contenus. On joue là sur les comparaisons, non pas pour repérer des incomplétudes, la présence ou l'absence d'articulations ou d'éléments pertinents, mais pour rendre compte de différentes démarches et finalement prendre conscience des différents paradigmes en géométrie. Dans le cas des calculs sur les décimaux, les élèves sont appelés à formuler les traitements dans les différents registres de représentation des nombres décimaux. Nous sommes là dans un schéma plus connu de travaux de recherche où l'écriture apparaît comme étayant une marche vers des processus de conceptualisation, de validation ou encore d'institutionnalisation des savoirs dans la communauté constituée par la classe. Dans cette catégorie, évoquons quelques travaux. Dans les « Narrations de recherche » (Chevalier, 1993), les élèves ont à objectiver leur propre action de recherche par description des démarches et des impasses et la mise en commun des écrits a pour but de développer les idées de recherche et enclencher les processus de validation. Dans « Le journal des fractions » (Sensevy, 1996), c'est l'émergence d'une mémoire de la classe et un accroissement de l'épaisseur épistémologique du travail des élèves qui sont visés par un jeu de questionnement écrit partagé par rapport au contenu en jeu. Dans les « Bilans de savoir » (Butlen et Pézard, 2003), c'est une évolution des degrés de décontextualisation et de généralisation chez chaque élève qui est visée par des résumés et des confrontations de ce qui a été appris et de ce qui est à retenir formulés par écrit par les élèves. Pour ma part, j'ai tenté de promouvoir l'objectivation des savoirs et connaissances en jeu par des " Écrits réflexifs " (Rauscher, 2006A) qui demandent du recul par rapport à une tâche première. Comme par exemple de classer des exercices en "faciles/difficiles" et de justifier ce classement. Tous ces travaux précédents se centrent donc en premier lieu sur les idées véhiculées par les écrits. Ces idées sont communiquées, débattues, éventuellement reformulées. Ils ne s'appuient pas sur la fonction de traitement de l'écrit pointée par Duval.

VI - EFFETS ET PERSPECTIVES ÉVOQUÉS PAR LES PARTICIPANTS

Lors des échanges que j'ai eus tout au long de l'atelier et dans une, hélas brève, discussion finale, les participants se sont révélés très sensibles à la possibilité de s'appuyer sur des écrits provoqués pour enseigner. Pour certains, il s'agissait là de la découverte d'une ressource que la diversité des cinq situations leur a montré. Quelques témoignages de pratiques personnelles ont pu être échangés. Des enseignants du primaire ont évoqué le jeu du portrait en géométrie. D'autres envisagent de faire des liens entre les apprentissages en mathématiques et en langue. Un formateur qui m'a fait parvenir ses réflexions après le colloque par écrit s'est trouvé conforté dans l'idée de pratiques de métacognition mais a fait part d'un changement de perspective amené par le travail dans l'atelier : « *J'ai déjà utilisé des écrits mais en restant au premier niveau, en prenant à ma charge (même si cela se faisait dans l'interaction) la réflexion métacognitive au lieu d'en laisser la charge aux apprenants comme tu nous l'as fait faire. Je gérais le niveau métacognitif toujours à l'oral et non à l'écrit comme tu l'as fait émerger* » Et cela lui donne de nouvelles perspectives : « *Au lieu d'amener moi-même les éléments structurants (mes objectifs de formation) à partir du matériau recueilli, je chercherai à faire émerger de façon adidactique (question indirecte sur la validité, l'efficacité, l'efficience, les valeurs sous-jacentes…), par les apprenants eux-mêmes, les savoirs qui sont au cœur de mon objectif* ». Quelques indices montrent aussi que la possibilité de recourir à la fonction de traitement de l'écrit est envisagée et bien comprise. L'un des participants souligne la « *différence entre exploiter les écrits recueillis à l'oral et l'exploitation par confrontation d'écrits* » et définit bien le travail de traitement que permettent ces procédures en pointant « *les écrits, comme lieu de confrontation entre ce qu'on voulait dire, ce que d'autres ont compris de ce que l'on a dit, ce que l'on pense avoir dit, ce qu'on dirait une autre fois* ». Une piste de réflexion est d'ailleurs lancée par un autre participant qui se demande « *si on ne pourrait pas aussi avoir une pratique écrite de l'oral* », ouvrant là les questions importantes de la spécificité et de l'articulation de l'oral et de l'écrit.

On voit là qu'un travail de réflexion a été amorcé dans l'atelier qui suit certainement son cheminement chez tout un chacun dans son contexte professionnel.

VII - CONCLUSION

Ce travail de réflexion à poursuivre peut porter certainement sur toutes les fonctions de l'écrit qui ont été rencontrées dans l'atelier et sur lesquelles on peut tabler pour développer les connaissances des élèves, comme nous l'avons vu dans les situations présentées (nombres décimaux, modélisation, proportionnalité, géométrie). Mais en conclusion, je pense qu'au-delà des connaissances mathématiques atteintes, il est utile de souligner un enjeu important qu'on peut viser en s'appuyant sur des écrits provoqués : le développement de la capacité de penser des élèves. En l'occurrence, ce développement passe dans nos exemples par une initiation à la fonction de traitement de l'écrit en passant d'une posture orale de l'écrit à une posture écrite de l'écrit. Il s'agit là d'une initiation souvent ignorée mais tellement essentielle pour le développement de la capacité de penser des élèves. Cette idée est énoncée par Duval (1995) de la façon suivante : « *Les registres constituent les degrés de liberté dont un sujet peut disposer pour s'objectiver à lui-même une idée encore confuse, un sentiment latent, pour exploiter des informations ou simplement pouvoir les communiquer à un interlocuteur* ». En l'occurrence, la langue naturelle écrite constitue un registre qu'il est important d'apprendre à traiter. On peut reconnaître cette idée dans le dernier projet de socle commun de connaissances dans la rubrique « *Des langages pour penser et communiquer* » : « *L'élève s'exprime à l'écrit pour raconter, décrire, expliquer ou argumenter de façon claire et organisée. Lorsque c'est nécessaire, il reprend ses écrits pour rechercher la formulation qui convient le mieux et préciser ses intentions et sa pensée.* »(J.O. du 2-4-2015) Nous pouvons ici, avec les participants de l'atelier, et fort de nos expérimentations dans ce domaine, évoquer la comparaison d'écrits provoqués comme une piste féconde pour cet apprentissage, comme le décrit si bien notre collègue en évoquant les idées fortes qu'il a retenu de l'atelier : « *les écrits, comme lieu de confrontation entre ce qu'on voulait dire, ce que d'autres ont compris de ce que l'on a dit, ce que l'on pense avoir dit, ce qu'on dirait une autre fois* ». Sans en faire un procédé systématique, ce genre de travail de comparaisons d'écrits où l'accent est mis en premier lieu sur « comment c'est dit » plutôt que sur « ce qui est dit » contribuerait à développer les capacités de penser, et en particulier de saisir la nature des raisonnements en mathématiques. Il peut trouver facilement ses moments dans toutes les perspectives pédagogiques en mathématiques (je pense par exemple aux « parcours d'études et de recherches ») et s'intègre facilement dans les pratiques.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie situation 1 « Additions et soustractions de décimaux »

RAUSCHER J-C. (2002). Le rôle de l'écrit dans les travaux numériques au début du collège, *Repères – IREM* , **48**, 85-108.

RAUSCHER J-C. (2006A). Écrire en mathématiques pour situer et négocier les écarts. Un outil d'évaluation partagé. In Hélot et al. (Eds.) *Écarts de langue, écarts de culture*, Frankfurt am Main : Peter Lang, 87-102.

Bibliographie situation 2 « Comparaisons de mélanges »

RAUSCHER, J-C. (2006B). Dire ou écrire ? Activités d'écritures réflexives dans une situation de résolution de problèmes de proportions dans une classe d'élèves de 9/10 ans, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **volume 11**, IREM Strasbourg, 75-102.

Bibliographie situation 3 « Transmission de messages en géométrie »

PLUVINAGE F., RAUSCHER J-C. (1986). La géométrie construite mise à l'essai, *Petit x*, **11.**

RAUSCHER J-C. (1993). L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes. Le cas de l'enseignement de la géométrie au début du collège, *Thèse USHS*, IREM de Strasbourg.

IREM DE STRASBOURG (2013). Une action de formation continue dans le domaine de la géométrie (pp 81-84) Écrire pour comprendre et apprendre les mathématiques (pp 85-91). In *Brochure « Marie-Agnès Egret et l'enseignement des mathématiques »*, IREM, Strasbourg.

Bibliographie situation 4 « Un problème de modélisation : le pied du géant »

RAUSCHER J.C., ADJIAGE R., BELIAEVA T. (2010). Modélisation et écrits réflexifs : des outils pour apprendre ? Réflexion à partir d'une expérimentation en CM2. In *Actes du XXXVIème colloque COPIRELEM., Auch 2009. L'enseignement des mathématiques à l'école : où est le problème ?* (CEDEROM) ARPEME, Paris.

ADJIAGE R., RAUSCHER J-C. (2013). Résolution d'un problème de modélisation et pratique écrite de l'écrit, *Recherches en didactiques des mathématiques*, volume **33/1**, 9-39.

RAUSCHER JC. ADJIAGE R. (2014). Espaces de travail et résolution d'un problème de modélisation, *Revista Latino americana de Investigación en Matemática Educativa*, **V 17** ,41-64, *(ou encore : Actes en ligne -Laboratoire Turing-Université de Montréal, turing.scedu.umontreal.ca/etm/documents/Actes-ETM3.pdf)*.

Bibliographie situation 5 « Un exercice de géométrie, Marie ou Charlotte : qui a raison ? »

KUZNIAK A., RAUSCHER J-C. (2003). Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école, in *Actes du XXIXème colloque COPIRELEM*, IREM des Pays de la Loire.

KUZNIAK A, RAUSCHER J-C. (2004). Formation des PE1 et anamnèse géométrique, in *Actes du XXXème colloque COPIRELEM* , IREM.

CASTELA C., CONSIGLIERE L., GUZMAN I., HOUDEMENT C., KUZNIAK A., RAUSCHER J-C. (2006). Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France : une étude comparative de l'enseignement de la géométrie dans les systèmes scolaires chiliens et français. *Cahier DIDIREM spécial 6*, IREM Paris 7.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. **Volume 11**, 175-193.

KUZNIAK, A., RAUSCHER, J-C. (2011). How do Teachers' Approaches on Geometrical Work relate to Geometry Students Learning Difficulties? *Educational studies in Mathematics.***77/1.**, 129-147.

Bibliographie générale

BROUSSEAU G. (1998). Théorie des Situations Didactiques, *La pensée sauvage, Grenoble*.

BUTLEN D., PÉZARD M. (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques* **23/1**, 41–78.

CHEVALIER A. (1993). Un nouveau type d'exercices scolaires. *Petit x* **33,** 71–79.

DUVAL R. (1995). Sémiosis et pensée humaine. *Bern : Peter Lang*.

DUVAL R. (2000). Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 20(2) 135–170.

DUVAL R. (2001). *Écriture et compréhension : Pourquoi faire écrire des textes de démonstration par les élèves ?* In Barbin E., Duval R., Giorgiutti I., Houdebine J., Laborde C. (Eds.) Produire et lire des textes de démonstration (pp. 183-206). Paris : Ellipses.

DUVAL R., ÉGRET M.A. (1989). Comment une classe de quatrième a pris conscience de ce qu'est une démarche de démonstration. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg* 2 41–64.

IREM DE PARIS (2002). Expériences de narration de recherche en mathématiques, *ACL - Les éditions du Kangourou, IREM de Paris, Paris, 2002*.

LEGROS, D., PUDELKO, B. (2000). J'écris, donc j'apprends ? in *Cahiers pédagogiques n°388-389* Paris : CRAP, 12-15.

PRESSIAT A. (2001). L'écrit en mathématiques au collège, in *Colomb J. et Martinand J-L. (eds) Eléments pour une didactique comparée. Langue écrite, graphismes et constructions des savoirs, INRP, collection Documents et travaux de recherche en éducation, Paris,* 61-95.

SAUTER M. (1998), Narration de recherche : une nouvelle pratique pédagogique, *Repères – IREM* , **30**, 9-21

SENSEVY G. (1996). Le temps didactique et la durée de l'élève. Étude d'un cas au cours moyen : le journal des fractions. *Recherche en Didactique des Mathématiques* **16/3,** 7–46.

TANGUAY D. (2005). Introduction. In Tanguay D. (Ed.) In Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec GDM 2005, Montréal : UQAM. 1-4.

VYGOTSKI L. (1934). *Pensée et langage.* Rééd. 2002. Paris : La Dispute.

IX - ANNEXE 1 : SITUATION 1 « ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS DE NOMBRES DÉCIMAUX »

***Phase de travail 1** : document pour description et analyse de la situation*

Une classe de 6ème. Dix calculs (calcul mental) sur addition/soustraction de nombres décimaux en début d'année scolaire.

5 additions :	5 soustractions :
a : 15,7 + 23	f : 15,7 – 6
b : 0,7 + 0,3	g : 2,3 – 1,7
c : 0,2 + 0,03	h : 0,48 – 0,3
d : 0,40 + 0,5	i : 5 – 0, 4
e : 1,8 + 0,25	j : 1,7 – 0,05

Les élèves avaient à :

- Calculer mentalement.
- Classer les calculs en "faciles/difficiles" et justifier ce classement.

Ils avaient ensuite la possibilité de modifier les réponses initiales (avec une autre couleur).

***Phase de travail 2** : document pour analyse des productions des élèves*

Productions des élèves en septembre :

Voici comment, en septembre, les élèves ont jugé les questions (chaque « x » correspond à un exercice signalé par un élève selon le cas comme facile ou difficile) :

	Facile	Difficile
a : 15,7 + 23 = 38,7	xxxxxxxxxxxxxxxxxx (18)	xx(2)
b : 0,7 + 0,3 = 1	xxxxxxxxxxxxxxxxx(17)	x(1)
d : 0,40 + 0,5 = 0,9	xxxxxxxxxxx(11)	(0)
c : 0,2 + 0,03 = 0,23	xxxxxxxxxx (10)	x(1)
e : 1,8 + 0,25 = 2,05	xxxxxxx(7)	x(1)
f : 15,7 – 6 = 9,7	xxxxxxx(7)	xxxxxx(6)
i : 5 – 0,4 = 4,6	xxxxx(5)	xxxxxxxx(8)
h : 0,48 – 0,3 = 0,18	xxxx(4)	xxxxx (5)
g : 2,3 – 1,7 = 0,6	x(1)	xxxxxxxxxxxx (12)
j : 1,7 – 0,05 = 1,65	x(1)	xxxxxxxxxxxxx(13)

Quelques justifications en septembre :

1 : *Ce calcul est facile parce que je peux faire le calcul sans le poser dans ma tête.*
2 : *0,40 + 0,5 facile car il suffit d'additionner 40 et 5 et que ça se fait facilement !*
3 : *15,7 + 23 et 15,7 – 6 sont des calculs faciles parce qu'on n'a pas à se soucier du chiffre qui est après la virgule*
4 : *Les calculs faciles sont ceux où il y a de petits nombres comme 0,7 + 0,3 = 1 et 0,40 + 0,5 =0,45, mais que les calculs comme 2,3 -1,7 = 1,4 et 5 - 0,4 = 4,96 sont plus difficiles parce que les nombres sont un peu plus grands*
5 : *0,7 + 0,3 = 10 5 - 0,4 = 0,1 0,2 + 0,03, ces deux additions et cette soustraction sont faciles parce qu'il y a des zéros devant et un chiffre derrière et parce que les zéros ne comptent pas. 0,48 - 0,3 = 0,51 et 15,7 + 23 = 17,6 sont des opérations difficiles parce qu'il n'y a pas beaucoup de 0, avec plus de 0 ça serait un peu moins difficile*

Productions des élèves en janvier :
En janvier, les élèves ont été soumis aux dix mêmes calculs. Ils avaient à nouveau à calculer mentalement. Puis chaque élève retrouvait sa production initiale de septembre (sans annotations du professeur). Sans avoir connaissance des résultats corrects, il devait repérer ses erreurs et les expliquer par écrit et donner enfin sa réponse finale.
Voici les scores de réussite pour chaque calcul en septembre et en janvier. Les calculs sont rangés dans l'ordre décroissant des réussites des réponses finales de début d'année.

Effectif présent aux deux tests : 26 élèves.	Score de réussite en Septembre 1ère réponse	Score de réussite en Septembre 2ème réponse	Score de réussite en Janvier 1ère réponse	Score de réussite en Janvier 2ème réponse
a : 15,7+ 23 = 38,7	22	24	24	25
f : 15,7 – 6 = 9,7	18	21	23	23
b : 0,7 + 0,3 = 1	17	18	21	21
c : 0,2 + 0,03 = 0,23	14	16	24	24
d : 0,40 + 0,5 = 0,9	8	12	22	25
h : 0,48 – 0,3 = 0,18	9	11	22	23
i : 5 – 0, 4 = 4,6	10	10	19	21
e : 1,8 + 0,25 =2,05	7	10	18	19
g : 2,3 – 1,7 = 0,6	4	7	11	14
j : 1,7 - 0,05 = 1,65	6	6	17	19

Quelques explications en janvier :

1 : *Cette fois j'ai plus réfléchi*
2 : *C'était difficile*
3 : *C'est facile quand il suffit de poser dans sa tête*
4 : *Au premier trimestre, j'ai fait 0,2+0,03 = 0,05 et non 0,23*
5 : *Pour 0,2 + 0,03, j'ai additionné le 2 au 3*
6 : *Pour 0,2 +0,03, j'ai fait la faute, j'additionnais les dixièmes et les centièmes*
7 : *Pour 1,8 + 0,25 j'ai fait 2,5 mais si on réfléchit le 5 est en fait 5/100 donc la réponse est 2,05*

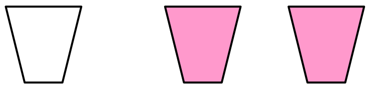
ANNEXE 2 : SITUATION 2 « COMPARAISONS DE MÉLANGES »

***Phase de travail 1** : document pour description et analyse de la situation*

Mise en parallèle d'exercices de comparaisons de mélanges du type :

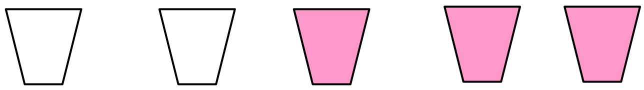
On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec un verre d'eau

N°1



On mélange dans une grande cruche ces trois verres de sirop de grenadine avec deux verres d'eau

N°2



Quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?

Les problèmes proposés avec cette présentation étaient les suivants (le 1^{er} nombre désigne le nombre de verres d'eau, le $2^{ème}$ celui de sirop) :

	Problème 1	Problème 2	Problème 3	Problème 4
1^{er} mélange	1 pour 2	2 pour 1	2 pour 2	2 pour 2
$2^{ème}$ mélange	2 pour 3	4 pour 2	3 pour 3	3 pour 2

Les élèves avaient à désigner dans cette série :

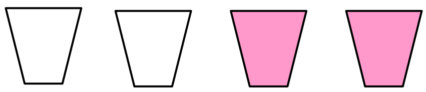
- Les problèmes qui leur paraissaient faciles et les problèmes qui leur paraissaient difficiles
- À justifier leurs appréciations.

***Phase de travail 2** : document pour analyse et exploitation des écrits produits*

Problème n°4 :

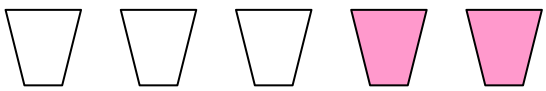
On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec deux verres d'eau

N°1



On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec trois verres d'eau

N°2



Quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?

Les textes produits à propos du problème n°4 :

Le problème 4 est :

Réponse 1 : *plutôt facile car il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine au 2ème mélange, tandis qu'au 1er mélange, il y a deux verres d'eau et 2 verres de grenadine donc c'est sûr.*

Réponse 2 : *plutôt facile car le 1er mélange est égaux, ça a le même goût.*

Réponse 3 : *le plus facile car le 1er mélange a deux verres d'eau et de grenadine.*

Réponse 4 : *plutôt facile car il y a 2 verres d'eau et 2 verres de grenadine donc on sent encore la grenadine et au 2ème mélange il y a 3 verres d'eau et 2 verres de grenadine alors maintenant on ne sent plus le goût alors c'est le premier mélange qui sent la grenadine.*

Réponse 5 : *le plus facile parce qu'au 1er mélange, il y a deux verres d'eau et deux verres de grenadine. Au 2ème il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine.*

Réponse 6 : *le plus difficile car il y a moins de grenadine que de l'eau alors plus d'eau*

ANNEXE 3 : SITUATION 3 « TRANSMISSION DE MESSAGES EN GÉOMÉTRIE »

***Phase de travail 1** : document pour description et analyse de la situation*

Partition de la classe en deux groupes, chaque groupe se voyant distribué respectivement l'une des deux figures suivantes :

Figure 1

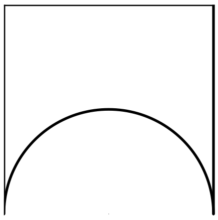
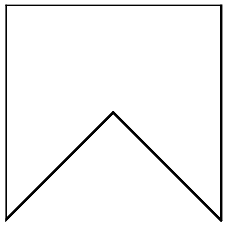


Figure 2



Consigne pour chaque élève :

1) Reproduire cette figure à l'identique.
2) Rédiger un message afin qu'un camarade de l'autre groupe puisse la reproduire à son tour.
3) Possibilité pour le récepteur de transmettre des questions écrites à l'émetteur

***Phase de travail 2** : document pour analyse et exploitation des écrits produits*

Messages produits relatifs à la figure 1 :

Message 1 :
Tracer 2 parallèles de 4,1cm d'écartement. Tracer 1 perpendiculaire aux 2 parallèles (4,1cm. Faire un demi-cercle de rayon 4,1 cm entre les deux parallèles. Précision écrite à la fin de la séance *: le centre du rayon est sur la droite imaginaire. C'est le milieu.*

Message 2 :
- Tracer un segment AB de 4 cm.
- Tracer une perpendiculaire à [AB] passant par B de 4,1cm. Puis nommer [BC].
- Tracer une perpendiculaire à [AB] passant par A. Puis nommer [AD].
- Après, prendre la moitié de DC puis tracer avec le compas.

Message 3 : *Trace un segment de 4 cm. Et nomme le [AB]. Trace un autre segment [BC]. [AB] et [BC] sont consécutifs. Fait un autre segment [AB]. [AB] et [AE] sont consécutifs. Trace un demi-cercle de 2 cm.*

Message 4 : *Faire un carré de longueur 4 cm puis faire un demi-cercle sur l'un des côtés du carré et de rayon 2 cm et gommer juste le côté où tu as tracé le demi-cercle.*

Message 5 : *Former un carré en laissant le côté du bas libre, mesurant 4,1 cm. Tracer un demi-cercle du côté bas libre.*

Travail des élèves :

Relever individuellement ce qui manque et ce qu'il y a de bien dans ces messages. Après synthèse collective de ces remarques, écrire un nouveau message.

X - ANNEXE 4 SITUATION 4 « UN PROBLÈME DE MODÈLISATION : LE PIED DU GEANT»

***Phase de travail 1** : document pour description et analyse de la situation*

Figure. – Le pied du géant

Photographie copiée de http://www.problempictures.co.uk/, avec l'aimable autorisation des auteurs

Enoncé :

Cette photo a été prise dans un parc d'attraction en Angleterre. On y aperçoit une partie de la jambe d'un géant. Quelle est la taille de ce géant ? Justifiez.

***Phase de travail 2** : document pour analyse et exploitation des écrits produits*

Texte 1 : *J'ai fait 1,80 × 7 = 12,60 m. J'ai pris 1,80 car c'est la taille d'un homme et j'ai 7 car un homme rentre 7 fois dans le géant. Et après j'ai fait 1,80 × 7 = 12,60 m. Le géant mesure 12,60 m*

Texte 2 : *Comment je fais ? Je sais que la taille d'un bonhomme c'est 1,80 m et je sais que si je prends un objet qui va à la moitié du mollet et que je le reporte, ça fera 6 fois ma taille donc ça va faire pareil pour le géant.*
La résolution du problème : 1,80 × 6 = 10,80.

Texte 3 : *Il faut d'abord voir sur la photo et voir jusqu'où vont les hommes sur la jambe du géant et ça va jusqu'au mi-mollet donc on imagine qu'on est le géant et on prend un objet qui va jusqu'à la moitié d'un mollet puis après qu'on s'est choisi un objet jusqu'au demi mollet on regarde combien de fois il rentre dans le géant (nous) et ça donne pour tout le monde environ 6 et 7.*
Réponse du problème : 6 × 1,80 = 10,80 m. Le géant fait 10,80 m.

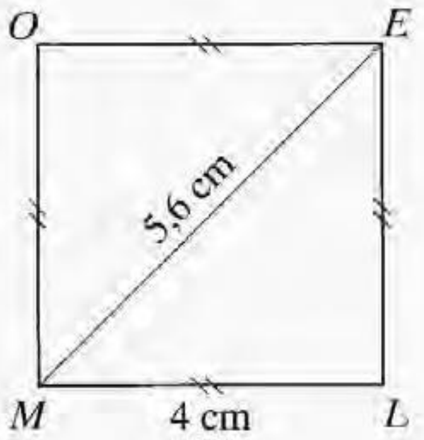
Texte 4 : *Nous avons repris le problème or on a trouvé le mi-mollet.*
L'objet : l'homme 1,80 m
Calcul :
1,80 × 6 = 10,80
1,80 × 7 = 12,60
Le géant mesure entre 10,80 et 12,60.

XI - ANNEXE 5 : SITUATION 5 « UN EXERCICE DE GÉOMÉTRIE,CHARLOTTE OU MARIE : QUI A RAISON ? »

Phase de travail 1 *: document pour description et analyse de la situation*

1° Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère *OELM* est un losange ?

2° Marie soutient que *OELM* est un carré. Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ?



Les étudiants PE avaient à répondre aux deux questions et aussi en 3, à exprimer leurs éventuelles difficultés ou incertitudes.

Phase de travail 2 : *document pour analyse et exploitation des écrits produits*

Réponses de l'étudiant A
1) *OELM est un losange car : ses quatre côtés sont égaux*
ses angles sont droits
ses diagonales se coupent en formant des angles droits
2) *Marie a raison c'est un carré, puisque en plus d'être un losange, OELM a ses diagonales de même longueur, OELM est un losange particulier.*
3) *Incertitude sur la longueur (OL). Est-elle égale à EM ? J'ai supposé que oui.*

Réponses de l'étudiant B
1) *OELM est un losange car ses quatre côtés sont de même longueur.*
2) $4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$ $5{,}6^2 = 31{,}36$
Donc $ML^2 + LE^2 = ME^2$
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle MEL n'est pas rectangle en L. Donc les droites (ML) et (LE) ne sont pas perpendiculaires. Donc OELM n'est pas un carré. Donc Charlotte a raison.
3) *Ici le dessin accompagnant l'exercice peut paraître trompeur.*

Réponses de l'étudiant C
1) *Le quadrilatère OELM est un losange car OE=OM=ML=EL=4 cm*
car OE // ML et OM//EL
2) *OELM est un carré si les diagonales EM et OL ont même longueur et se coupent en leur milieu.*
OL = 5,6 cm et donc OL se coupent en leurs milieux. Il s'agit d'un carré.
3) *Lors de la démonstration*
Définition des caractéristiques des différents quadrilatères.

Réponses de l'étudiant D

1) *Les 4 côtés du quadrilatère OELM ont la même mesure. Ce quadrilatère peut de ce fait n'être qu'un carré ou un losange, or un carré est un losange.*

2) *Les deux ont raison, Marie et Charlotte. En effet, c'est un carré, or un carré est un losange.*

3) *Prouver qu'une figure est un carré, un losange, …alors que cela vous semble évident.*

Savoir classer les quadrilatères dans des familles, avec leurs particularités.

Réponses de l'étudiant E

1) OELM est un losange car ses côtés successifs sont égaux deux à deux.

2) Si OELM est un carré, alors MEL est un triangle rectangle en L. Selon le théorème de Pythagore on aurait alors, $ME^2 = ML^2 + LE^2$ $ML^2 + LE^2 = 16 + 16 = 32$

$ME^2 = 5{,}6^2 = 31{,}36$

L'angle ELM n'est donc pas un angle droit.

Par conséquent, OELM n'est pas un carré et c'est Charlotte qui a raison.

3) Les incertitudes que j'ai rencontrées concernent les caractéristiques du losange, les propriétés qui permettent d'affirmer qu'il s'agit d'un losange.