

ANALYSER UNE RESSOURCE DE FORMATION : EXEMPLE DE LA « SITUATION DES NAPPERONS »

Nicolas DE KOCKER

PESPE, ESPE de Lorraine

COPIRELEM

nicolas.dekocker@univ-lorraine.fr

Claire WINDER

PESPE, ESPE de Nice

COPIRELEM

claire.winder@unice.fr

Résumé

Le travail au sein de cet atelier avait pour but d'enrichir la réflexion sur l'appropriation et la conception de ressources mises à la disposition des formateurs.

Dans un premier temps, l'atelier a permis aux participants de s'approprier une « situation de formation » éprouvée (Peltier M-L., 2003), dans le cadre de stratégies basées sur l'homologie (Kuzniak, 1995). Le questionnement proposé à la suite a conduit à faire émerger les potentialités de la situation en termes de potentiels notionnels, pédagogiques et didactiques (Imbert J-L., Masselot P., Ouvrier-Buffet C. & Simard A., 2011), ou encore de motivation. La transposition de l'activité dans des manuels scolaires (Euromaths CE2-CM1-CM2, Hatier) a pu ensuite être étudiée. Enfin différents indicateurs ont été explicités en vue de s'approprier un cadre d'analyse de « situations de formation » en cours d'élaboration (Aubertin & Girmens, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015).

Les réflexions menées, notamment par la COPIRELEM depuis plus de trente ans, dans le domaine de la formation en mathématiques des enseignants du premier degré, alliées à la nécessité de leur diffusion, ont conduit à la production d'un grand nombre de documents à destination des enseignants du premier degré ainsi qu'à l'intention de leurs formateurs¹. En outre, la plus grande partie de ces documents ont été produits dans des contextes institutionnels, des conditions et des formats de formations différents de ceux que nous connaissons aujourd'hui. En effet « la mastérisation a assujéti la formation professionnelle au moule des maquettes de master, imposées par chaque université » (Houdement ; 2013 ; p. 23-24), ce qui semble notamment avoir pour conséquence la transformation de la « logique de formation à un métier unique (si on occulte la diversité des terrains sur lesquels il s'exerce et qui engage d'autres spécificités : maternelle ou élémentaire, milieux reconnus difficiles...) qui prévalait dans les instituts en une logique de certification » (ibid). Il nous a alors semblé nécessaire de créer de nouveaux outils qui permettraient aux utilisateurs de ces ressources, de mieux appréhender et de s'approprier de manière plus fidèle aux intentions des concepteurs, les enjeux de formation sous-jacents.

¹ On peut citer plus particulièrement :

- *Documents pour la Formation des Professeurs des Écoles en Didactique des Mathématiques* (de 1991 à 1997) ;
- *Cahiers pour le Formateur* (1999 à 2005), rédigés suite à des stages de formation des formateurs organisés par la COPIRELEM avec le soutien des IUFM ;
- *Concertum* (2003) présentant une sélection d'articles déjà publiés dans différentes brochures issues de manifestations organisées par la COPIRELEM et qui rend compte de l'évolution des questions soulevées par l'enseignement des mathématiques à l'école ;
- *Actes des Colloques* (rédigés tous les ans à partir de 1974) ;
- *Annales des sujets de mathématiques des concours de recrutement* (avec corrigés et compléments didactiques) à partir de 1992 ;
- *Calcul mental à l'école primaire* (2012) ainsi qu'une clé USB « Géométrie » (2014), dont la diffusion est assurée par l'ARPEME.

Cet atelier s'inscrit dans la continuité de ceux présentés lors du précédent colloque COPIRELEM (Aubertin & Girmens, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015). Il présente un exemple de situation de formation et cherche à éclairer le travail du formateur lors de la conception d'un module de formation en s'appuyant sur le cadre d'analyse de situations de formation élaboré par la COPIRELEM et explicité dans ce même colloque lors d'une communication (C26) également proposée par la COPIRELEM.

Une « situation² de formation » est pour nous une situation impliquant des étudiants ou stagiaires et des formateurs au sein d'une institution de formation (ESPE par exemple). Elle consiste en un ensemble d'activités proposées par le formateur et construites autour d'une activité « amorce ». Un « module de formation » peut intégrer plusieurs situations de formation. Le scénario de l'atelier visait à amener les participants à envisager successivement différents niveaux de lecture des activités proposées.

Dans un premier temps, il s'agissait de faire vivre une activité qui a déjà plusieurs fois été mise à l'épreuve, aussi bien en formation que dans le cadre de la formation de formateurs, pour permettre aux participants de se l'approprier. Cette activité n'est pas l'objet principal de l'atelier donc le nombre de phases de cette situation de formation a été réduit.

Dans un deuxième temps, en s'appuyant sur ce premier travail, les participants ont été amenés à identifier « à chaud » les potentialités de cette activité particulière proposée dans le cadre d'une formation de professeurs d'école.

La réflexion s'est ensuite prolongée par l'analyse de situations de formation de ce type dans le but de se donner des indicateurs pour éclairer les choix qu'il est possible de faire en tant que formateur parmi des ressources existantes ou lors de la conception de nouvelles ressources.

Nous considérons que cette activité ne constitue qu'un prétexte, une amorce, un « déclencheur », pour aider les enseignants (ou les futurs enseignants) à s'approprier des savoirs de différentes natures. Pour le formateur, il nous semble nécessaire d'éclairer d'une part, ce qu'il pourra « institutionnaliser » à différents niveaux à la suite de la mise en œuvre de ce scénario, et d'autre part, la manière de penser son intégration dans un processus plus large de formation. Pour cela nous avons cherché à ne pas en rester à l'analyse de l'activité elle-même en proposant un cadre pour analyser toute « situation de formation ».

I - ETAPE 1 : ACTIVITE MATHEMATIQUE

Cette mise en activité prend appui sur une situation de formation qui a été présentée lors de stages de formation de formateurs de professeurs d'école en didactique des mathématiques organisées par la COPIRELEM (Stage de formation Besançon 1997, Séminaire de formation des nouveaux formateurs Pau 2000) et qui a fait l'objet de publications (Peltier, 1998, 2003). Le déroulement qui figure en Annexe 1 est extrait de (Peltier, 2003). Les adaptations spécifiques à l'atelier sont précisées dans ce qui suit.

1 Phase de recherche

1.1 *Dévolution : napperon possédant un axe de symétrie (exemple 1)*

Le « napperon » ci-après (Figure 1) est vidéoprojeté.

Consigne : Vous devez reproduire le napperon qui est affiché. Pour cela vous devez effectuer tous les pliages que vous jugez nécessaires, puis, sans déplier, vous devez effectuer tous les découpages que vous jugez nécessaires, enfin vous déplierez et comparerez votre réalisation avec le modèle. S'il y a conformité, vous avez « gagné », sinon, vous conservez votre réalisation, sans la froisser, sans la jeter, pour pouvoir l'étudier et vous recommencez avec un autre papier.

² Nous utilisons ici le mot « situation » au sens de (Brousseau, 2010) : « Une situation est caractérisée dans une institution par un ensemble de relations et de rôles réciproques d'un ou de plusieurs sujets (élève, professeur, etc.) avec un milieu, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Le milieu est constitué des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation. Le sujet détermine une certaine évolution parmi des états possibles et autorisés de ce milieu, vers un état terminal qu'il juge conforme à son projet. (...) ». La situation permet de « comprendre » les décisions du professeur et des élèves, erronées ou appropriées. »

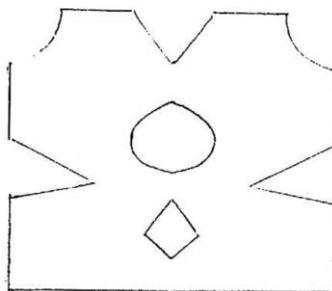


Figure 1. Premier napperon à reproduire (cf Annexe 2 - exemple 1)

La réussite est rapide et permet une bonne dévolution de la tâche sans qu'il soit besoin de préciser les critères de réussite.

1.2 Napperons possédant plusieurs axes de symétrie (exemples 3, 7)

Un deuxième napperon (Figure 2) est projeté en conservant une vignette du précédent. Nous procédons de la même manière par la suite afin que les participants, travaillant à des rythmes différents, puissent toujours visualiser le napperon qu'ils cherchent à reproduire.

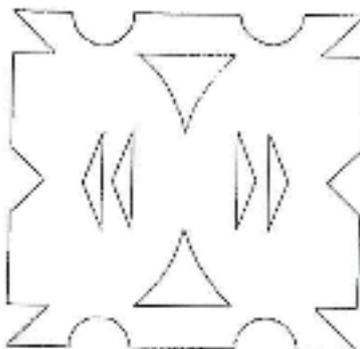


Figure 2. Deuxième napperon à reproduire (cf Annexe 2 - exemple 3)

Les critères de réussite sont précisés : un napperon sera considéré comme « conforme » au modèle si les formes géométriques des découpes sont respectées ainsi que leur nombre, leurs positions relatives, leur orientation.

Lorsque nous menons cette activité en formation, les stratégies sont nombreuses et variées :

- certains identifient rapidement le nombre d'axes de symétrie et font des pliages en conséquence ;
- d'autres plient seulement en deux et essaient de reproduire les découpes sur ce pliage en deux ;
- d'autres sont encore plus déroutés et effectuent un premier pliage en deux ou quatre, découpent certaines parties ouvrent et, oubliant la contrainte imposée par la consigne, complètent les découpages sur la feuille dépliée.

Lors de l'atelier, même s'il avait bien été précisé qu'on pouvait faire autant d'essais qu'on le souhaitait et que de nombreuses feuilles carrées étaient à disposition, tous les participants ont cherché à réussir du premier coup et ne se sont pas autorisés à faire des erreurs pour ensuite les corriger. Beaucoup se sont appuyés sur une reproduction à main levée du modèle affiché pour repérer les axes et isoler le motif minimum.

Avec le troisième napperon proposé Figure 3, comportant 4 axes de symétrie, les premières difficultés apparaissent. Lors du dépliage, certains napperons sont bien différents du modèle. Les erreurs peuvent porter sur la forme des découpes, leur nombre, leurs positions relatives, ou encore leur orientation. C'est le cas dans le napperon produit par un participant de l'atelier où les triangles ont leurs sommets principaux orientés vers l'extérieur du carré (voir Figure 3).

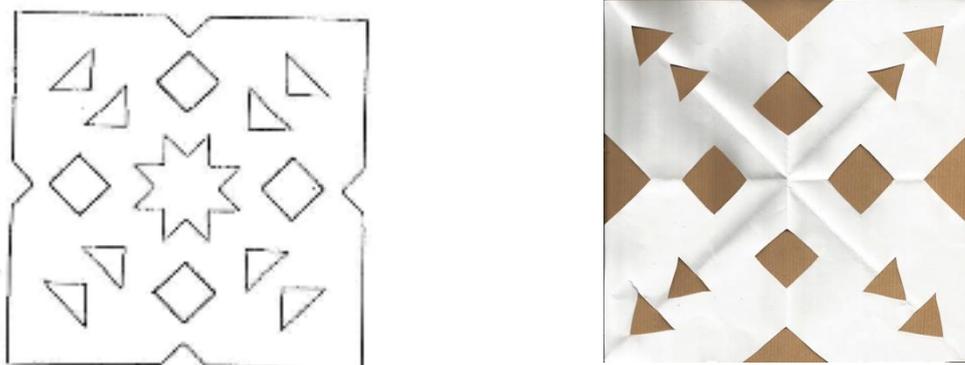


Figure 3. Troisième napperon à reproduire (cf Annexe 2 – exemple 7) et une production incorrecte

La principale difficulté réside dans la réalisation de l'étoile centrale. Dans le napperon présenté en Figure 4, l'étoile souhaitée se retrouve en effet partagée en quatre morceaux aux quatre sommets du carré : les découpes sur le napperon plié n'ont pas été faites au centre du carré, même si elles correspondent au motif minimum requis.

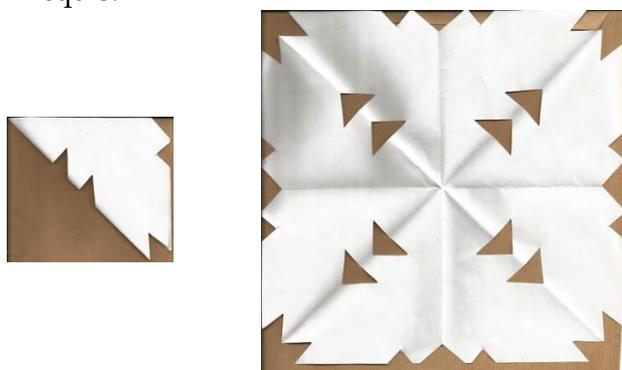


Figure 4. Deuxième production incorrecte

Une photocopie de l'Annexe 2 représentant l'ensemble des napperons est ensuite distribuée aux participants qui éprouvent des difficultés. C'est là une première forme de différenciation car elle permet de dessiner les axes et d'extraire le motif minimum sur une reproduction disponible du napperon demandé. Aucun participant n'utilisera cette possibilité.

1.3 Différenciation : Napperon rond

Un dernier napperon plus complexe est proposé aux participants les plus rapides pour permettre aux autres de terminer l'activité. Il est présenté Figure 5.

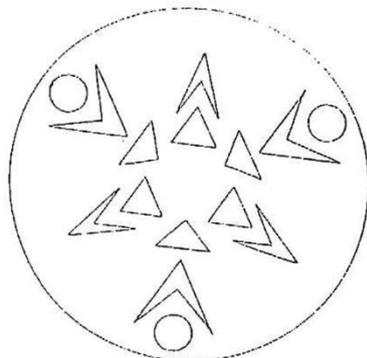


Figure 5. Quatrième napperon à reproduire (cf Annexe 2 – exemple 8)

2 Mise en commun des productions

Même si la totalité des stagiaires n'a pas obtenu un résultat satisfaisant pour le troisième napperon (Figure 3), une mise en commun des différentes stratégies utilisées, qu'elles aient abouti ou non, et des productions correspondantes est faite à partir des productions erronées qui relèvent de types différents.

Lors de cette mise en commun, les participants proposent deux types de stratégies :

- Repérer les axes de symétries, déterminer un domaine fondamental dans lequel se trouve le motif minimum, déterminer le pliage à effectuer pour obtenir ce domaine fondamental (voir Figure 6), puis positionner le papier plié de manière à pouvoir exécuter les découpes en fonction du motif identifié dans le domaine fondamental. Cette stratégie est efficace et experte.

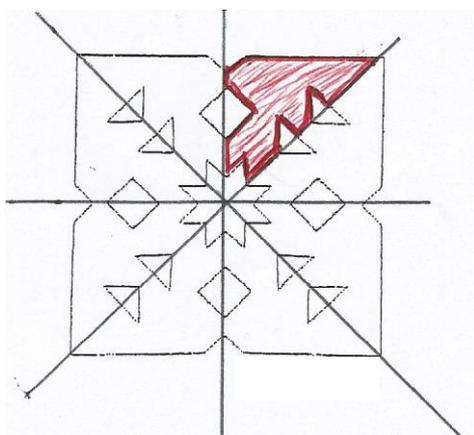


Figure 6. Une stratégie experte

- Identifier les découpes qui se répètent, plier en fonction du nombre de répétitions, découper des moitiés ou des quarts de motifs à partir de l'analyse des répétitions. Cette stratégie peut être efficace, mais dans de nombreux cas, les participants ont tellement fait tourner le papier plié que les découpes qui devraient se trouver au centre se trouvent sur les bords et vice versa comme dans l'exemple présenté Figure 4.

Les productions correspondantes sont étudiées collectivement. Pour celles qui ne sont pas conformes au modèle, les erreurs sont repérées et analysées (nombre de découpes, place des découpes, positions relatives, forme, orientation).

En formation d'enseignants (et conformément au scénario présenté dans l'Annexe 1), l'activité se conclut par une mise en évidence des connaissances mathématiques utilisées en acte dans les phases de recherche. Une deuxième étape de la situation de formation (« Synthèse/Point de vue mathématique ») est consacrée à l'institutionnalisation des connaissances mathématiques explicitées lors de la synthèse³. De même le scénario de l'Annexe 1 met en évidence une troisième étape présentant une analyse didactique et pédagogique (« Synthèse/Point de vue didactique » et « Transfert à l'école élémentaire »), ainsi qu'une « Conclusion » (étape 4) portant sur les caractéristiques de l'apprentissage par la résolution de problèmes.

Pour cet atelier s'adressant à des formateurs, nous avons fait le choix de ne pas mettre en œuvre ces étapes, mais de faire réaliser par les participants une analyse mathématique, didactique et pédagogique de l'activité mathématique.

II - ANALYSE DE L'ACTIVITE MATHÉMATIQUE

1 Mise en activité

Les participants travaillent de nouveau en groupe et sont invités à répondre à la consigne suivante : Dégagez les potentiels de cette situation pour une formation d'enseignants (initiale ou continue).

³ Certains participants ont d'ailleurs souligné la difficulté pour le formateur à faire émerger ces connaissances.

Pourquoi choisiriez-vous de faire vivre cette situation ? Dans quel but ? Chaque groupe présente ses choix dans un cadre imposé (une feuille A4 maximum).

Les différents potentiels peuvent être regroupés en trois catégories :

Potentiels notionnels

En formation initiale tout particulièrement mais aussi en formation continue, les notions mathématiques visées par cette activité concernent essentiellement la symétrie axiale : la notion d'axe de symétrie, certaines propriétés de la symétrie axiale (conservation des formes, des alignements, des angles), ainsi que les propriétés de symétrie de certaines figures « simples » (les médianes et les diagonales sont axes de symétrie du carré ; les diagonales sont axes de symétrie du losange ; le triangle isocèle possède un axe de symétrie ; le demi-cercle possède un seul axe de symétrie ; le cercle possède une infinité d'axes de symétrie qui sont ses diamètres ; une droite est symétrique par rapport à une droite qui lui est perpendiculaire). Un lien peut également être établi entre symétrie axiale et symétrie centrale puisque lorsqu'une figure admet exactement deux axes de symétrie perpendiculaires, leur point commun est centre de symétrie.

Potentiels pédagogiques et didactiques

En formation initiale ou continue, une situation telle que celle proposée peut permettre d'engager une discussion sur les notions d'enjeux et d'objectifs. Elle peut également servir de base à l'introduction de concepts de didactique des mathématiques (situation problème, variable didactique, dévolution, validation, rétroaction, théorème en acte, connaissances/savoirs ...). On peut en effet s'intéresser :

- aux consignes : façon de présenter la consigne ainsi que le napperon à réaliser, vocabulaire employé ;
- au choix des contraintes ici pliage puis découpage ;
- au choix des variables didactiques⁴ : nombre d'axes de symétrie, forme du napperon, choix des découpes notamment ;
- au rôle de l'anticipation dans la réalisation de la tâche ;
- au rôle de la manipulation dans l'apprentissage ;
- au statut de l'erreur en lien avec la démarche essai-erreur.

Le lien avec les programmes est également mis en évidence et les thèmes de « résolution de problème », « recherche en groupe » et « différenciation » sont mis en avant. La nécessité d'une analyse *a priori* approfondie et de la création d'une fiche de préparation peut être soulignée.

Autres potentiels

Le potentiel de motivation de cette situation peut également être pointé, ce qui conduit à s'intéresser :

- à la notion de consistance d'un problème ;
- à l'engagement dans la tâche ;
- au caractère attractif de la situation.

Conclusion

Ce travail d'analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique mené dans l'atelier fait ainsi apparaître trois types de « *savoirs utiles pour enseigner* » (Houdement 2013, pp.12) :

Le *savoir mathématique* correspond aux mathématiques nécessaires à l'enseignant pour préparer, réguler et évaluer sa séance et ses élèves.

Le *savoir didactique* (...) nourri par les recherches en didactique sur les mathématiques du primaire (...) a vocation à être théorique mais (...) une transposition est nécessaire pour rendre accessible en centre de formation

⁴ Les participants ont en particulier souligné que certains choix de variables ne disqualifiaient pas la procédure erronée.

des « savoirs utiles » (...).

Le *savoir pédagogique* ou « savoir d'expérience » (Portugais, 1995) (...) se caractérise par son oscillation entre deux pôles, l'un théorique mais parfois très éloigné de la pratique future des étudiants (...), l'autre proche du sens commun et de la pratique (...) mais privée de l'adaptabilité d'un modèle plus théorique.

(Houdement 2013, pp. 12-13)

2 Exemples d'exploitation de la situation des napperons en formation

Le travail précédent est complété dans cet atelier par la présentation d'exploitations de la situation des napperons en formation.

2.1 En M1- Master MEEF (ESPE de Nice – Centre de Draguignan)

En formation avec les étudiants de M1, la mise en activité se déroule selon le modèle présenté : la succession des reproductions suivie d'une mise en commun portant sur les stratégies et les procédures utilisées.

Les connaissances sur la symétrie mises en acte implicitement pendant les phases d'action (et analysées dans le paragraphe ci-dessus), sont alors explicitées en contexte.

Puis une institutionnalisation mathématique portant sur la symétrie axiale et ses propriétés est réalisée.

Par ailleurs le formateur revient avec ses étudiants sur le rôle de l'erreur ainsi que celui de la manipulation.

Ce travail est prolongé par une nouvelle activité : une analyse de production d'élèves qui débouche notamment sur la mise en évidence d'obstacles à l'apprentissage de la symétrie.

2.2 En M2- Master MEEF (ESPE de Lorraine – Centre d'Epinal)

En formation avec des stagiaires de M2, cette activité permet de dégager un certain nombre d'éléments de didactique des mathématiques en lien avec les gestes professionnels : le rôle de l'anticipation, le rôle de l'erreur, le rôle de la manipulation, la validation, la gestion du temps (Peltier, 2003).

Elle sert d'introduction à un module de géométrie et constitue une situation-problème en géométrie au même titre que l'activité des « feuilles qui coulissent » (ERMEL, 2006) qui pourra être présentée par la suite.

3 En stage de formation continue premier degré en cycle 3 (IUFM de Nice – Centre de Draguignan)

En formation continue, la mise en activité se déroule comme présenté dans l'atelier.

Elle est suivie d'une analyse pédagogique et didactique conduisant à une réflexion sur une transposition dans la classe. Les stagiaires sont en effet invités à identifier les variables didactiques de la situation puis à proposer une mise en œuvre de cette activité dans leur niveau d'enseignement en spécifiant le déroulement, la(les) consigne(s), les modèles de napperons retenus, la(les) trace(s) écrite(s) envisagée(s). En guise d'illustration des productions d'élèves de CE2 sont présentées (Peltier, 2000-2001).

III - ETUDE DE LA TRANSPOSITION DE L'ACTIVITE MATHEMATIQUE DANS UN MANUEL SCOLAIRE

On trouve dans la collection Euromaths en cycle 3 (Euromaths CE2, 2012 ; Euromaths CM1, 2009 ; Euromaths CM2, 2009), des séances qui concernent spécifiquement la situation des napperons. On trouvera en Annexe 6 la présentation de la place de l'activité des napperons dans le travail sur la symétrie du CE1 au CM2 dans cette collection.

Dans cette nouvelle partie de l'atelier, il s'agissait d'étudier comment les auteurs de la collection Euromaths avaient transposé l'activité des napperons dans le cadre de la rédaction de manuels au sein d'une progression de cycle. Plus particulièrement il s'agissait d'appréhender la manière dont les auteurs avaient choisi de faire évoluer les variables de l'activité de découverte des napperons pour travailler la symétrie au cycle 3.

Par manque de temps cette phase de l'atelier n'a pas pris toute la place qui lui était dévolue au départ, mais nous présentons ci-dessous quelques éléments d'analyse.

Une analyse détaillée des fichiers (Annexes 3, 4 et 5) et livres du maître de CE2, CM1, CM2 permet de dégager les variables suivantes :

- le nombre d'axes de symétrie (de un à quatre) ;
- les formes à découper (triangles quelconques, triangles isocèles, triangles rectangles, triangles isocèles rectangles, carrés, rectangles, losanges, cercles, demi-cercles) ;
- la position des découpes des formes (sur le pli ou sur le bord) ;
- la position des axes de symétrie (médianes ou diagonales du carré) ;
- la présentation du napperon modèle (l'objet ou une représentation) ;
- la situation (présentation du napperon et recherche ou identification des découpes nécessaires) ou la situation « retournée » (anticiper le résultat de la découpe pour retrouver le napperon) ;
- les modalités de validation.

Le tableau ci-après présente leurs valeurs dans les différents niveaux de la collection au cycle 3.

	CE2	CM1	CM2
<i>Nombre d'axes de symétrie</i>	1	2	4
<i>Position des axes de symétrie</i>	L'axe de symétrie est une médiane du carré.	Les axes de symétrie sont les deux médianes du carré.	Les axes de symétrie sont les médianes et les diagonales du carré.
<i>Formes à découper</i>	triangles isocèles ; demi-cercles ; carrés.	triangles isocèles ; triangles isocèles rectangles ; cercles ; carrés ; losanges.	triangles isocèles rectangles ; triangles rectangles ; carrés ; rectangles.
<i>Position des découpes</i>	D'abord sur le bord puis sur le pli.	Sur les plis et les bords.	Sur les plis et les bords.
<i>Présentation du napperon</i>	Napperon agrandi + représentation sur fichier	Napperon agrandi + représentation sur fichier.	Napperon agrandi + représentation sur fichier.
<i>Situation ou situation « retournée »</i>	1- Présentation du napperon et identification du pliage. 2- Présentation du napperon et recherche des découpes.	1- Présentation du napperon et identification du pliage. 2- Présentation du napperon et recherche des découpes.	1- Présentation du napperon et recherche des découpes. 2- Associer à la découpe le napperon correspondant.
<i>Modalités de validation</i>	1- Ouverture des napperons pliés. 2- Confrontation au modèle en s'appuyant sur les critères de réussite.		1- Confrontation au modèle en s'appuyant sur les critères de réussite. 2 - Réalisation effective du pliage et des découpages.

IV - MISE EN PERSPECTIVE

Dans cette partie, nous cherchons à mettre en évidence les potentialités de formation de la situation mise en œuvre en utilisant le cadre d'analyse élaboré par la COPIRELEM (Guille-Biel Winder, Petitfour,

Masselot, 2015), dont la présentation a fait l'objet d'une communication dans ce colloque (Communication C26). Après l'avoir rapidement évoqué, nous présentons une analyse de la situation de formation.

1 Explicitation du cadre

Le cadre d'analyse d'une situation de formation prend en compte l'ensemble des activités proposées par le formateur. Il a pour objectif de clarifier les potentialités de formation d'une situation pour pouvoir les adapter à un public choisi dans le contexte de contraintes de formation imposées. À terme, il s'agit de permettre aux utilisateurs de ces ressources de mieux appréhender et de s'approprier les enjeux de formation sous-jacents. Il contribue ainsi à clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre, enjeux liés à des objectifs de formation mathématiques, didactiques ou pédagogiques.

Le cadre d'analyse d'une situation de formation prend en considération les différentes activités successivement proposées en :

- caractérisant chaque activité en fonction de sa nature ;
- en explicitant pour chacune d'entre elles le positionnement du formé (élève ou enseignant) ;
- en explicitant pour chacune d'entre elles les connaissances convoquées (mathématiques, didactiques ou pédagogiques).

La structure retenue est sous forme de « paliers emboîtés » : chaque palier correspond à une mise à distance, mettant en jeu des connaissances mathématiques et/ou didactiques et/ou pédagogiques, à partir de l'étude du palier précédent. Le passage d'un palier n à un palier $n + 1$ s'accompagne : soit d'un changement de positionnement du formé (d'élève à enseignant ou d'enseignant à chercheur avec parfois des intermédiaires), soit d'une mise à distance dans un positionnement donné en lien avec le degré de décontextualisation (en acte, explicité en contexte, décontextualisé) des connaissances.

Le cadre est présenté dans le tableau ci-dessous.

Paliers	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Activité mathématique	Elève	<i>Utilisées en acte puis explicitées en contexte</i>		
1	Analyse réflexive de l'activité mathématique. Synthèse mathématique	Elève Enseignant	<i>Décontextualisées</i>	<i>En acte</i>	
2	Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique	Enseignant		Gestes professionnels, connaissances, <i>explicités en contexte</i>	
3	Analyse réflexive de l'analyse didactique	Enseignant		<i>Décontextualisées</i>	
4	Problématisation d'une question professionnelle	Chercheur			

La structure *ne témoigne pas d'une chronologie* : par exemple il est envisageable de proposer une formation en entrant par une activité amorce de niveau 2, mais il faudra revenir à des niveaux antérieurs, voire faire des allers-retours entre différents niveaux. De même, on peut ne pas « pousser » l'analyse jusqu'au bout... selon le public et le moment de la formation...⁵

En revanche nous faisons l'hypothèse qu'il n'est pas possible d'exploiter une situation à un palier $n + 1$ si les formés ne possèdent pas les acquis correspondants du palier n . Pour réaliser une activité se situant à un palier $n + 1$, le formé doit en effet faire appel à des connaissances relatives aux paliers précédents.

Nous présentons dans ce qui suit l'application de ce cadre à une exploitation possible de la situation des napperons.

2 Analyse des potentialités de la situation des napperons

Dans la « situation des napperons », nous pouvons en effet distinguer des activités de natures différentes qui induisent (implicitement ou explicitement) des positionnements spécifiques (attendus du formateur) de la part du formé dont ce dernier peut ou non être conscient. Dans cet atelier nous avons également mis en évidence la potentialité de la « situation des napperons » en terme de types de « savoirs utiles pour enseigner » (Houdement, 2013).

L'activité « amorce » consiste en la réalisation des napperons (étape 1). Il s'agit d'une activité mathématique composée de la consigne avec les différents napperons à réaliser, des mises en commun successives et des synthèses locales. Dans cette activité, les formés ont un positionnement élève face à la tâche mathématique. La notion de symétrie axiale, les propriétés de la symétrie axiale, les axes de symétrie de figures usuelles sont utilisés en acte par le pliage effectif ou évoqués (images mentales d'expériences déjà réalisées) puis explicités en contexte lors des moments de formulation. Cette activité « amorce » se situe donc au palier 0.

Dans un deuxième temps (étape 2), le formateur organise une analyse réflexive de l'activité mathématique qui conduit à une synthèse sur les contenus mathématiques et donc à une décontextualisation des connaissances mathématiques. Le formé a un positionnement élève puisqu'il vérifie ses connaissances mathématiques propres. Dans cette phase des connaissances didactiques sont aussi utilisées en acte : utilisation des essais, réajustements (nécessaires à la résolution d'un problème de géométrie) ; explicitation des obstacles rencontrés (attendus ou provoqués). Ces connaissances en actes initient le changement de positionnement du formé vers une position d'enseignant puisque celui-ci met en perspective les apprentissages des élèves. L'étape 2 se situe au palier 1.

L'analyse des conditions de mise en œuvre de l'activité mathématique se situe au palier 2 car correspond à une analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique (étape 3). Elle place le formé dans une posture enseignant. Les connaissances didactiques et pédagogiques sont explicitées en contexte :

- choix des valeurs des variables : nombre, orientation, positions relatives des découpes, position des axes, nombre d'axes ; contraintes ; consignes successives ; ordre des consignes, ... ;
- explicitation de ce qui est mis en évidence et de ce qui est « laissé de côté » ;
- prise en compte des obstacles (difficultés prévisibles) ; aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel moment) ;
- modes de validation retenus ; prise en charge de la validation ;
- mise en évidence de la possibilité de réajustement ;
- gestion des mises en commun : choix des productions, ordre des interventions ;
- rôle de l'enseignant : ce que l'enseignant dit, fait dire, laisse dire... ce qu'il retient, oublie, met en valeur... ; comment il organise la prise de parole, en fonction de quels critères...
- la gestion de l'hétérogénéité (différenciation par le volume de la tâche, par les aides apportées).

⁵ Pour d'autres analyses de situations, on pourra se référer au compte-rendu de l'atelier C26 de ce colloque ainsi qu'à (Guille-Biel Winder, Petitfour, Masselot & Girmens, 2015 ; Aubertin & Girmens, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015).

L'analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique précédente (étape 4) correspond à une décontextualisation des connaissances des niveaux précédents et se situe donc au palier 3 : progression sur la symétrie axiale; enjeux des programmes ; variables didactiques spécifiques à la symétrie ; mais également rôle de l'expérience, rôle de l'erreur et conception sur le traitement de l'erreur ; conceptions d'apprentissage... Ainsi l'analyse se présente comme un questionnement sur les pratiques de classe (situations d'apprentissage spécifiques, gestes professionnels, ...), ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou de plusieurs contenus (programmes, progressions, ...) ou sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (types de tâches, variables didactiques liées à certains types de tâche ...). Elle nécessite toujours un positionnement enseignant du formé.

Enfin, la problématisation d'une question professionnelle en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique permettrait un positionnement de « chercheur » notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse de cette question et d'en inférer des résultats. Elle se situerait alors au palier 4.

Le tableau donné en Annexe 7 propose une présentation synthétique de l'analyse réalisée. Tel qu'il est théoriquement présenté dans cette analyse, le parcours de formation apparaît donc « ascendant » comme le schéma Figure 7 le représente :

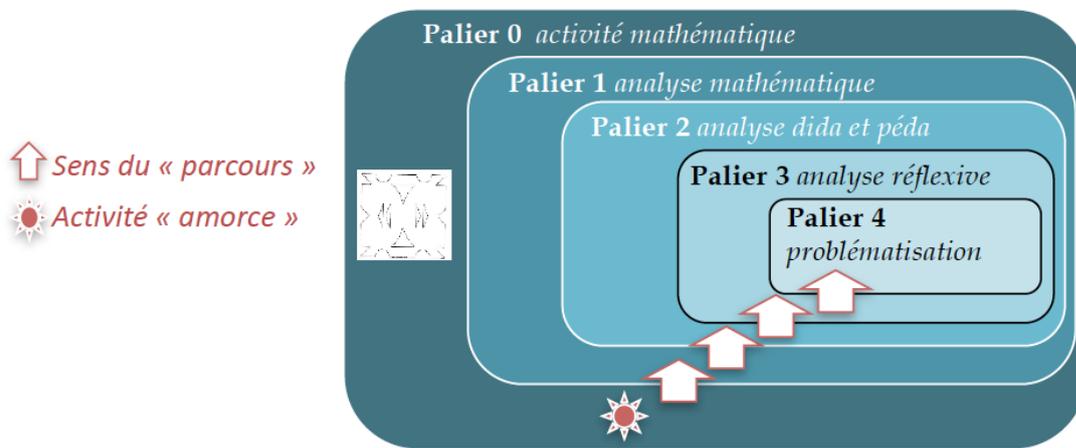


Figure 7. Schéma du parcours théorique de formation

Dans l'exploitation effective de la situation réalisée en M1-MEEF à Draguignan, les paliers 2 et 3 sont seulement abordés, et celle réalisée en M2-MEEF à Epinal s'arrête au palier 2.

Le parcours de formation peut également prendre en charge une recontextualisation des différents savoirs dans des prolongements de la situation, comme c'est le cas lorsqu'il est envisagé de réaliser cette activité en classe (formation continue cycle 3 à Draguignan) ou lorsque le formateur fait analyser la transposition de la situation dans un manuel ou une collection (ce qui a été proposé dans l'atelier). Dans ce cas, le schéma du parcours pourrait être celui de la Figure 8.

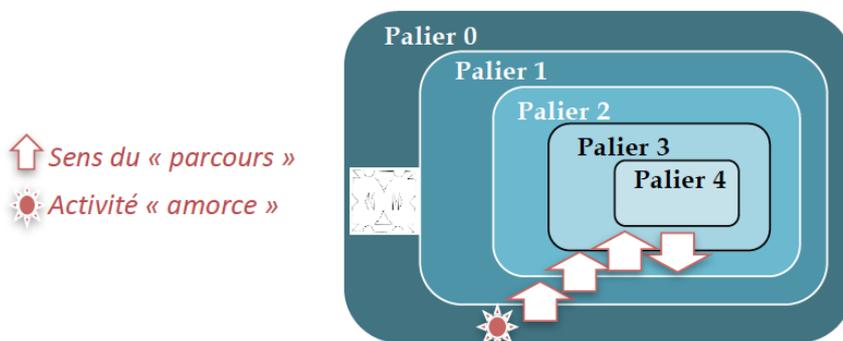


Figure 8. Schéma du parcours de formation proposé dans l'atelier

Le formateur peut également recontextualiser le savoir en mettant en place une nouvelle situation de formation, par exemple une analyse de productions d'élèves, créant ainsi des « parcours de formation » que l'on pourrait schématiser comme suit (Figure 9).

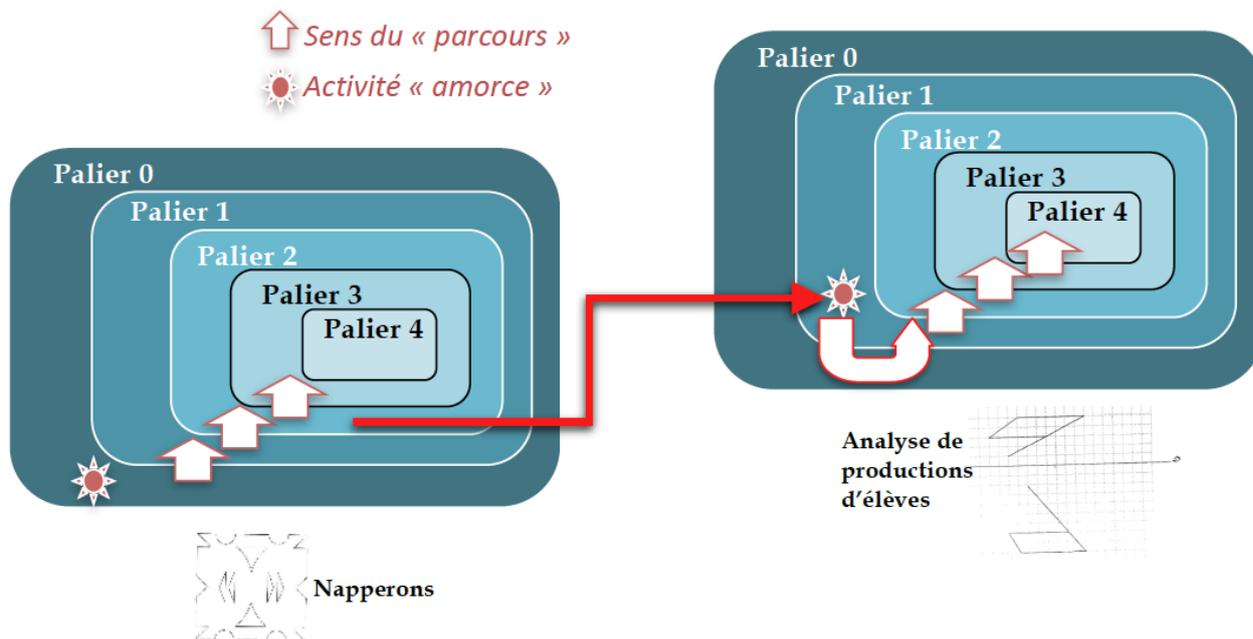


Figure 9. Schéma d'un troisième parcours de formation

V - CONCLUSION

La situation des napperons est riche en ce qu'elle permet de nombreuses exploitations en formation initiale ou continue en s'adaptant au public, au moment et à la durée de la formation. Que ce soit au niveau mathématique, didactique ou pédagogique le formateur peut utiliser la situation des napperons comme situation de référence pour illustrer différents concepts. L'idée de l'atelier est de proposer un cadre d'analyse des activités pour permettre à l'utilisateur de faire des choix éclairés. Ce cadre est exemplifié sur la situation des napperons. Les participants vivent succinctement cette situation avant de l'analyser avec de plus en plus de recul.

Le cadre d'analyse élaboré a tout d'abord permis de mettre en évidence les différents degrés d'exploitation possibles de la situation des napperons, du point de vue des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques. Les stagiaires ont pu alors constater la richesse de cette situation de formation, même si son utilisation a pu faire débat. Ce cadre d'analyse, présenté dans la communication C26 de ce colloque, semble être adapté aux situations s'inscrivant dans le cadre d'une stratégie de formation par homologie-transposition.

Par ailleurs, l'utilisation du cadre d'analyse a conduit les participants de l'atelier à des échanges plus pointus sur l'identification des potentialités de la situation au regard des besoins supposés des futurs professeurs d'école. Ceci semble confirmer que les indicateurs retenus dans le cadre proposé pourraient être reconnus par le formateur comme pertinents pour choisir sciemment la ressource étudiée. Le travail d'analyse de situations de formation initié lors du colloque COPIRELEM de Mont-de-Marsan se poursuit au regard d'autres situations de formation.

VI - BIBLIOGRAPHIE

- AUBERTIN J-C. & GIRMENS Y. (2015). Une situation d'homologie-transposition : le solide caché. *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM Mont-de-Marsan 2014*, IREM de Bordeaux.
- BROUSSEAU G. (2010) *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998)*. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf.
- DANOS P., MASSELOT P., SIMARD A. & WINDER C. (2015). Analyser une ressource de formation : exemple de la situation des annuaires. *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM Mont-de-Marsan 2014*, IREM de Bordeaux.
- ERMEL (2006). Les feuilles qui coulisent. *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes*, Hatier, 230-235
- GUILLE-BIEL WINDER C., PETITFOUR E., MASSELOT P., GIRMENS Y. (2015). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles. *Actes du Colloque EMF2015 Tipaza*.
- HOUEMENT C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note d'habilitation à diriger des recherches. Université Paris Diderot – Université de Rouen.
- IMBERT J-L., MASSELOT P., OUVRIER-BUFFET C., SIMARD A. (2011). Quelles modalités de contrôle des connaissances dans la formation en mathématiques des professeurs d'école ?. *Actes du XXXVII^e Colloque COPIRELEM La Grande Motte 2010*, ARPEME.
- KUZNIAK A. (1995). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Actes du XXI^e Colloque COPIRELEM Chantilly 1994*.
- MANGIANTE-ORSOLA C. & PETITFOUR E. (2015). L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ?. *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM Mont-de-Marsan 2014*, IREM de Bordeaux.
- PELTIER M-L (1998). Le napperon. *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques (tome 6)*. IREM PARIS 7. 59-66.
- PELTIER M-L (2000-2001). Le napperon - Un problème pour travailler la symétrie axiale. *Grand N* 68. Irem de Grenoble. 17-27.
- PELTIER M-L (2003). « Le napperon » - Un problème pour travailler la symétrie axiale. *Concertum, Carnets de route de la COPIRELEM (tome 2)*. ARPEME. 161-172.
- PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2009). *Euromaths CM2* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.
- PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2009). *Euromaths CMI* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.
- PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2010). *Euromaths CE2* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.
- PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2012). *Euromaths CE1* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.
- PETITFOUR E. (2014). Enseignement de la géométrie à des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux *Actes du XL^e Colloque COPIRELEM Nantes 2013*, IREM de Nantes.

VII - ANNEXE 1

Le « napperon » - Un problème pour travailler sur la symétrie axiale, Peltier M-L. (2003)

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

1 Description de l'activité

Les stagiaires doivent reproduire un "napperon" en papier qui est affiché au tableau. Il est précisé que ce napperon doit être réalisé en pliant une feuille de papier et en découpant tout ce que l'on souhaite, puis de déplier et de comparer avec le modèle. Une contrainte est imposée : les stagiaires doivent effectuer tous les pliages souhaités avant de découper puis tous les découpages souhaités avant de déplier le napperon.

2 Analyse

2.1 Les variables de la situation

Le choix des découpes du napperon est très important. En fonction de ce choix, la réflexion pourra être centrée :

- sur les positions relatives des différentes découpes et sur des questions d'orientation
- sur la forme des découpes : celles-ci peuvent être choisies de telle sorte que l'exécutant utilise implicitement des « théorèmes en acte »⁶ relatifs à l'existence d'axe(s) de symétrie dans certaines figures pour obtenir le résultat souhaité. Par exemple pour obtenir une découpe ayant la forme d'un triangle isocèle, on coupe perpendiculairement au pli, ce qui revient à appliquer la propriété suivante « dans un triangle isocèle l'axe de symétrie est également hauteur ».

Le nombre d'axes de symétrie du napperon est également une variable à étudier :

- Un seul axe rend la tâche trop aisée pour être proposée en formation (Annexe 2- exemple 1)
- Le choix de deux axes est intéressant dans la mesure où le degré de complexité est raisonnable et le temps est assez facile à gérer (Annexe 2- exemples 2, 3)
- Le cas de 4 axes, également intéressant, peut être choisi pour travailler sur les axes de symétrie des polygones usuels. (Annexe 2- exemples 4, 5, 6, 7).
- Celui de 6 axes (Annexe 2- exemple 8) nécessite un pliage en trois qui permet de proposer la situation en tant que prolongement aux stagiaires les plus rapides.

Le fait de laisser apparents ou non les plis du modèle, d'introduire des plis parasites, ou de les supprimer complètement peut avoir une incidence sur les stratégies des stagiaires dans la mesure où ils sont des indices pertinents ou non à prendre en compte.

Une photocopie du modèle pour chaque stagiaire est souhaitable de manière à permettre une analyse individuelle précise, mais cette reproduction du modèle doit être de dimension différente de celle des feuilles qui seront distribuées pour être découpées afin d'éviter le recours au décalquage des découpes sur le modèle.

2.2 Les critères de conformité au modèle

Les réalisations seront considérées comme conformes au modèle lorsque les éléments suivants auront été respectés :

- le nombre de pliages
- le nombre de découpes
- la forme des découpes
- les positions relatives des différentes découpes

⁶ Notion empruntée à G.VERGNAUD

- l'orientation des découpes.

2.3 Les procédures envisageables

- Identification du nombre d'axes de symétrie et réalisation des pliages associés, repérage des éléments à découper.
- Pliage en deux quel que soit le nombre d'axes de symétrie et reproduction des découpes sur ce pliage en deux.
- Pliage en deux ou en quatre puis reproduction par découpage sur le papier ainsi plié de toutes les découpes du modèle complet.
- Pliage en deux ou en quatre, découpes de certaines parties, dépliage et rectification sur la feuille dépliée.

2.4 La validation

La validation se fait par confrontation visuelle au modèle. Bien évidemment les réalisations obtenues ne sont pas superposables au modèle. Ce qui doit être respecté, comme il a été indiqué ci-dessus, ce sont les formes géométriques des découpes, leur nombre, leurs positions relatives, leur orientation.

Il est nécessaire de proposer des modèles tels que les stagiaires puissent décider tout seuls s'ils ont ou non réussi, il est donc important que les erreurs éventuelles soient visibles et pour cela il importe de choisir des napperons avec des découpes de formes différentes et en nombre différent sur chacun des axes et sur deux côtés consécutifs du carré.

2.5 La prise en compte des essais et des erreurs

Les essais erronés sont intéressants à conserver. Ils ont plusieurs fonctions.

- La première, tout à fait fondamentale, est de permettre à son auteur de mener une réflexion et une analyse fine des effets d'un découpage sur un papier plié en 2, en 4, ou en 6. L'erreur peut alors être un point de départ pour affiner la réflexion : en analysant l'effet de telle découpe sur le papier déplié, le stagiaire fera des hypothèses sur les modifications à effectuer pour obtenir le résultat souhaité⁷. L'erreur acquiert ainsi un statut positif, voisin du statut qu'elle a dans la recherche.
- Une seconde fonction provient du fait que chaque réalisation, ayant été obtenue par pliage, admettra au moins un axe de symétrie. Il sera donc possible dans une seconde partie du travail de mettre en évidence les axes de symétrie des différents napperons, de faire des constats sur le motif minimum à conserver dans chaque cas pour obtenir le napperon complet en appliquant à ce motif les symétries axiales mises en évidence.

3 La synthèse et l'institutionnalisation

La synthèse portera à la fois sur les aspects mathématiques et didactiques.

Point de vue mathématique

Notion d'axe de symétrie d'une figure plane.

Éléments de symétrie des figures usuelles (triangle isocèle, losange, rectangle, carré, demi-cercle, cercle, etc.)

Lien entre symétrie axiale et symétrie centrale : lorsqu'une figure admet deux axes de symétrie et deux seulement, ces axes sont perpendiculaires et leur point commun est un centre de symétrie de la figure.

⁷ Ainsi par exemple, si un stagiaire effectue une découpe en forme de demi-cercle sur un bord du papier plié en quatre au lieu de l'effectuer sur un pli, il constate en ouvrant qu'il n'obtient pas les cercles souhaités mais des demi-cercles sur les bords du napperon. Lors de l'essai suivant le stagiaire prend en compte la position du cercle à découper par rapport au pli effectué, donc à l'axe de symétrie concerné.

Point de vue didactique

Le rôle de l'anticipation : l'anticipation est nécessaire pour répondre à la consigne et effectuer le découpage demandé.

Le rôle de l'erreur : dans cette situation, le rôle positif de l'erreur est mis en évidence. En effet, c'est bien souvent en analysant une production erronée qu'il est possible de prévoir ce qu'il faudrait faire pour obtenir tel ou tel résultat.

La validation : elle est ici en partie à la charge du stagiaire.

La notion de théorème en acte. Donnons deux exemples.

-Pour obtenir une découpe ayant la forme d'un triangle isocèle, le stagiaire découpe perpendiculairement au pli. Il utilise ici en acte une propriété relative au triangle isocèle : « l'axe de symétrie d'un triangle isocèle est également hauteur du triangle ».

-Pour obtenir un carré à partir d'un pliage en quatre, le stagiaire découpe en formant un angle de 45° , il utilise ici implicitement la propriété relative au carré : « les diagonales du carré sont axes de symétrie et bissectrices des angles ».

Le rôle des manipulations en géométrie. Il est clair que pour la majorité des stagiaires que les manipulations en géométrie ont pour rôle de permettre aux élèves de se constituer un lot d'expériences. Il est nécessaire de rappeler cependant que ces expériences ne pourront être mobilisées que si elles ont été décrites au moment de l'action et surtout évoquées après avoir été menées, de manière différée et sans retour à la manipulation. Mais les manipulations ont d'autres fonctions qu'il est nécessaire de mettre en avant : elles peuvent servir de support à l'anticipation, ce qui est le cas dans cette situation du napperon, elles peuvent également permettre une forme de validation pragmatique à l'école élémentaire.

La gestion du temps : le temps pour réaliser correctement la tâche est très variable. Il est donc nécessaire de prévoir des prolongements, ici d'autres napperons, pour les plus rapides afin de gérer convenablement le temps de la séance et l'hétérogénéité du groupe.

Transfert à l'école élémentaire

Une adaptation de cette situation est envisagée pour des élèves de classes de cycle 2 et 3. L'article de Peltier (2000-2001) est distribué. Le rôle des variables didactiques est alors mis en avant. L'activité des élèves au cours de cette situation est étudiée.

Une première phase de manipulation libre permettant l'entrée dans l'activité est nécessaire pour pouvoir dévoluer la tâche de reproduction aux élèves. Dans cette phase d'accumulation d'expériences, la main travaille, mais l'esprit est peu sollicité. Au moment de l'observation de leurs réalisations, certains élèves peuvent développer une activité de pensée en cherchant à justifier les constats qu'ils peuvent faire, mais cette activité n'est pas à proprement parler requise pour réaliser la tâche demandée.

Dans la deuxième phase, lorsqu'il s'agit de reproduire le modèle, l'esprit est mobilisé en même temps que la main. L'enfant développe une réelle activité cognitive, il anticipe son action, il la prévoit, la manipulation sert à réaliser matériellement cette anticipation et à la valider. C'est dans cette deuxième phase que l'on peut parler d'activité mathématique.

Pour prendre tout son sens dans une progression sur la symétrie axiale, la situation présentée ici, devra être adaptée à la classe dans laquelle elle sera proposée et devra bien sûr être suivie de nombreux exercices d'entraînement et de nouveaux problèmes avant de donner lieu à des exercices d'évaluation qu'il sera d'ailleurs judicieux de différer dans le temps. Ce n'est pas en effet après une seule rencontre avec une notion qu'il est possible de savoir si les élèves se sont appropriés certaines propriétés de cette notion. Il faudra de même attendre que d'autres notions aient été étudiées, pour évaluer la capacité des élèves à reconnaître par eux-mêmes des situations relevant de la symétrie axiale et à les traiter correctement.

4 Conclusion

Pour conclure cette séance, le formateur revient sur la notion de problème et sur l'activité mathématique. Les points suivants sont mis en avant.

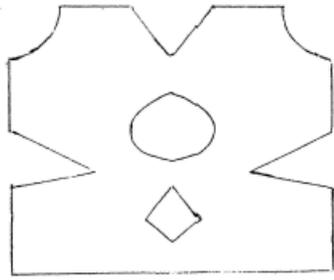
Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes en développant un raisonnement. Pour que cette activité cognitive puisse avoir lieu le problème doit vérifier certaines caractéristiques⁸ notamment :

- Le problème doit mettre en jeu la connaissance (la notion, la technique) dont l'apprentissage est visé. Ici, une reproduction conforme au modèle du napperon nécessite la reconnaissance de l'existence d'un ou plusieurs axes de symétrie, et l'utilisation de ces axes comme droite de pliage.
- Le problème doit être "consistant", c'est à dire que la réponse ne doit pas être évidente sinon ce serait simplement un exercice d'entraînement. Dans l'activité proposée, c'est le choix du modèle pour le niveau de classe déterminé qui assurera la consistance.
- L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution avec ses connaissances antérieures, mais il doit aussi avoir à chercher pour les adapter et les faire évoluer. La phase initiale de manipulation libre permet aux élèves de s'engager dans la tâche de reproduction, mais les critères de conformité au modèle le conduisent à éprouver ses connaissances et éventuellement à les faire évoluer.
- La validation doit être le plus possible à la charge de l'élève (on parle d'auto-validation). Dans la situation du napperon, cette auto-validation est assurée pour un grand nombre d'élèves. Mais pour certains autres élèves, le professeur devra jouer son rôle de médiateur en questionnant l'élève de manière à le guider vers les bonnes questions.
- Le problème doit pouvoir servir de référence pour la notion et pour la classe. Cet aspect me paraît très important à souligner. En effet, s'il est nécessaire de penser l'enseignement en prenant en compte l'hétérogénéité des élèves et en prévoyant de différencier certaines tâches, une différenciation a priori au moment où les élèves vont avoir à travailler sur une notion nouvelle (ou reprise d'une année antérieure), à construire certaines de ses propriétés ou à se les approprier, serait très regrettable et il serait dommageable d'exclure certains élèves des situations censées permettre de construire du sens et d'hypothéquer ainsi toutes possibilités ultérieures de faire appel à cette situation pour mobiliser la mémoire de tous les élèves. Par ailleurs, il me semble important que chaque élève ait à chaque fois "sa chance" sur l'étude d'une nouvelle notion et n'ait pas à subir son éventuelle image d'élève faible ou en difficulté⁹ avant même d'avoir été confronté au problème posé.

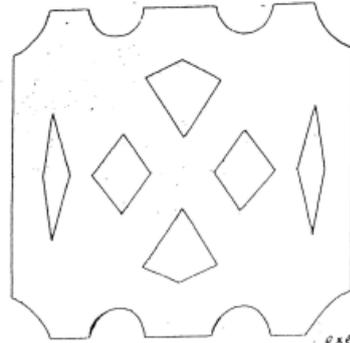
⁸ Ces caractéristiques ont été mises en évidence par R. DOUADY, RDM.7.2. La pensée sauvage (1987).

⁹ « L'effet Pygmalion » a été mis en évidence par plusieurs chercheurs, notamment ROSENTHAL et JACOBSON (1975). Les prédictions négatives des enseignants sur certains de leurs élèves se vérifieraient d'autant plus qu'elles seraient "attendues" et par certains aspects construites par les enseignants eux-mêmes. On pourrait dire que certains enfants se conformeraient à l'image que l'enseignant leur renvoie.

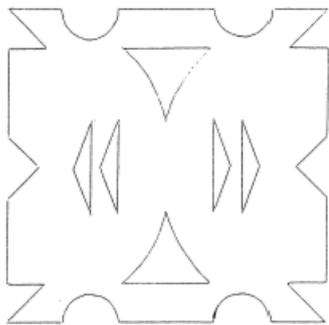
VIII - ANNEXE 2



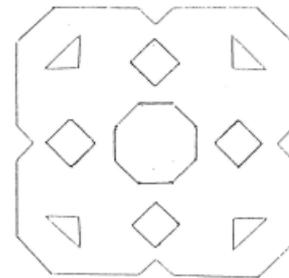
exemple 1



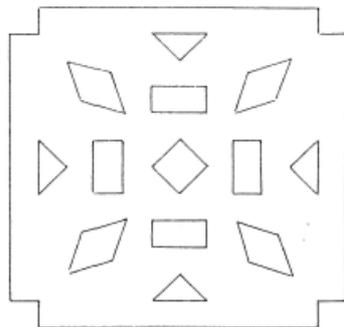
exemple 2



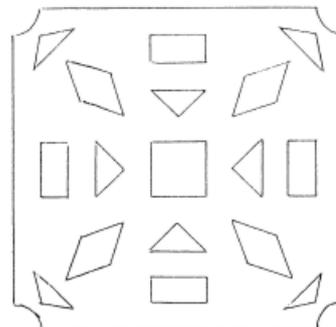
exemple 3



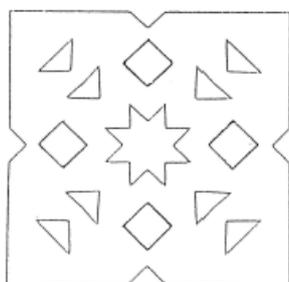
exemple 4



exemple 5



exemple 6



exemple 7



exemple 8

IX - ANNEXE 3 : EXTRAITS-EUROMATHS CE2 (2010)

Axes de symétrie d'une figure

Fiche LP

Objectif : anticiper l'effet d'un découpage sur du papier plié.

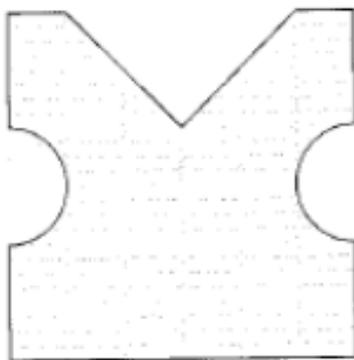
ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE : pliages et découpages.

DÉCOUVERTE

1 Dans un carré de papier plié en deux, Alice a fait des découpes pour réaliser des napperons.

Les côtés du carré de papier sont bordés de rouge.

Quel napperon, une fois ouvert, sera identique au modèle ?
Note ta prévision, puis vérifie en réalisant les pliages et les découpages.



Modèle



A



B

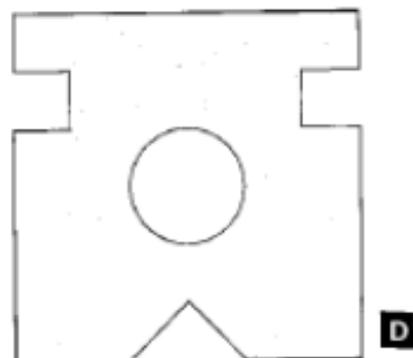


C



Quand on plie une figure en deux et que les deux parties se superposent exactement, le pli est un axe de symétrie.

2 Prends un carré de papier de côté 12 cm. Par pliage et découpage, réalise un napperon qui ressemble au napperon D. Pour vérifier regarde le nombre de découpes, leurs formes et leurs positions respectives. Tu peux faire plusieurs essais.



D

3 Trace les axes de symétrie de tous les napperons que tu as réalisés.

X - ANNEXE 4 : EXTRAITS - EUROMATHS CM1 (2009)

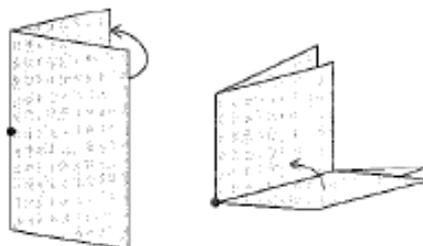


Symétrie par rapport à un axe

Activité préparatoire de découverte: Revoir différentes manières de faire des pliages en deux, en quatre, en huit (pliage rosace, pliage accordéon). Proposer aux élèves de faire des découpes de leur choix dans du papier plié et faire commenter les réalisations en rappelant ce qu'est un axe de symétrie.

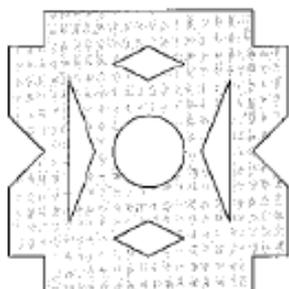
Découverte

1. Dans des carrés de papier pliés en quatre, Théo a effectué des découpes pour réaliser des « napperons ». Les côtés des carrés sont bordés de rouge, le centre du carré est marqué par le point vert (sauf quand il a été découpé).



Pliage en deux

Pliage en quatre (rosace)



Modèle



A



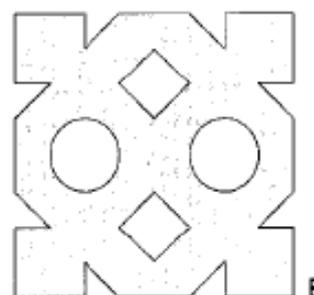
B



C

Parmi les napperons pliés A, B et C, quels sont ceux qui, une fois ouverts, ressembleront au modèle ? Note tes prévisions puis vérifie en réalisant les pliages et les découpes.

2. Voici un nouveau napperon. Prends un carré de papier de 15 cm de côté. Par pliage et découpage, construis le napperon E. Pour vérifier, regarde le nombre de découpes, leurs formes et leurs positions respectives. Tu peux recommencer plusieurs fois.



Une figure a un axe de symétrie si, quand on la plie suivant cet axe, les deux parties sont superposables.

3. Trace les axes de symétrie de tous les napperons que tu as réalisés.

XII : ANNEXE 5 : EXTRAITS - EUROMATHS CM2 (2009)

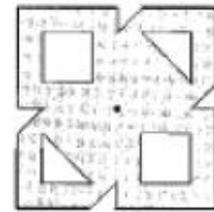
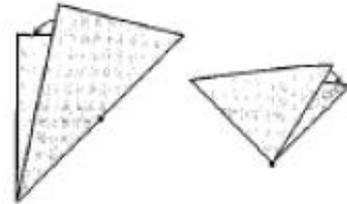
46

Symétrie par rapport à un axe

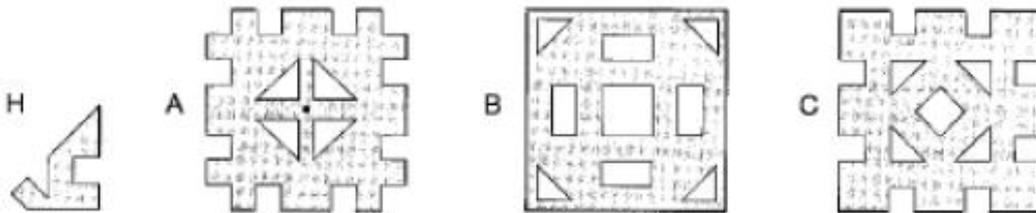
Problème

1. Leïla a plié un carré de papier en quatre selon les diagonales, puis elle a effectué des découpes pour réaliser un « napperon ». Les côtés du carré sont bordés de rouge, le centre du carré est marqué par un point vert (sauf s'il a été découpé).

En dépliant le carré de papier, Leïla a obtenu ce napperon. Prends un carré de papier de 16 cm de côté. Par pliage et découpage, construis un napperon semblable en plus grand à celui de Leïla. Conserve les essais qui n'ont pas abouti.



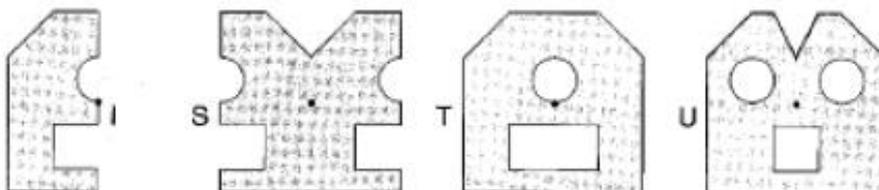
2. Théo a lui aussi confectionné un napperon, mais il a plié son carré de papier en huit. Pour cela, il l'a plié d'abord en quatre selon les diagonales, puis en deux en superposant les sommets du carré. Il a effectué les découpes que l'on voit sur la figure H. Lequel des trois napperons A, B, C va-t-il obtenir en dépliant son papier ? Note ta prévision puis vérifie-la en réalisant les pliages et les découpes.



3. Trace les axes de symétrie de tous les napperons que tu as réalisés.

Exercices

1 Dans un carré de papier plié en deux, dont les côtés sont bordés de rouge, Alice a effectué les découpes que tu vois sur la figure I. Quel napperon obtiendra-t-elle lorsque le papier sera déplié ? Note ta prévision, puis vérifie-la en réalisant les pliages et les découpes.



XI - ANNEXE 6

L'activité des napperons dans la progression de la collection Euromaths sur la symétrie du CE1 au CM2

CE1 (Euromaths 2012)	CE2 (Euromaths 2010)	CM1 (Euromaths 2009)	CM2 (Euromaths 2009)
<p><u>Découverte de la symétrie</u> Découvrir l'effet d'un découpage sur un papier plié une ou plusieurs fois. Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié en deux. Repérer un axe de symétrie.</p>	<p><u>Découverte de la symétrie</u> Re-découvrir l'effet d'un découpage sur un papier plié.</p> <p>Les napperons Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié. Identifier les axes de symétries d'une figure plane. <u>Exercices de renforcement</u> Rechercher les axes de symétries d'une figure plane. Utilisation du papier calque.</p>	<p><u>Découverte de la symétrie</u> Re-découvrir l'effet d'un découpage sur un papier plié.</p>	<p>Les napperons Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié. Identifier les axes de symétries d'une figure plane. <u>Exercices de renforcement</u> Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié. Identifier les axes de symétrie d'une figure plane.</p>
		<p><u>Axes de symétrie de figures usuelles</u> Identifier les éventuels axes de symétrie d'une figure plane.</p>	
<p><u>Tracés</u> Compléter un dessin ou une figure par symétrie par rapport à un axe sur quadrillage (axe horizontal ou vertical).</p>	<p><u>Symétrie sur quadrillage</u> (1 seul axe) Construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe (horizontal ou vertical). Vérification par pliage ou en utilisant un transparent.</p>	<p><u>Compléter une figure par rapport à un axe de symétrie</u> Construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe (horizontal, vertical ou oblique), ou à deux axes, sur quadrillage ou sur papier blanc en utilisant le calque.</p>	<p>Savoir qu'une figure qui admet au moins un axe de symétrie se superpose à elle-même après retournement et réciproquement. Identifier les éléments symétriques d'une figure admettant un axe de symétrie.</p>
			<p><u>Transformer une figure par symétrie par rapport à un axe</u> Aspect transformation de la symétrie axiale (sur papier quadrillé ou blanc) Utiliser les propriétés locales de la symétrie. Prendre des repères pour construire la figure symétrique d'une figure donnée.</p>

XII - ANNEXE 7

Présentation synthétique des potentialités de la situation des napperons

L'activité « amorce » est repérée par une étoile.

Palier	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	 <p>Activité mathématique Phases d'action, de validation, de formulation (décomposition des connaissances mobilisées au cours des différents temps : analyse du modèle, recherche des axes de symétrie du modèle, lien avec le pliage, « forme » des trous, axes de symétrie, comment « donner les coups de ciseaux »...).</p>	<p><i>Elève</i></p>	<p><i>Utilisées en acte puis explicitée en contexte</i> Notion de symétrie axiale. Axes de symétrie de figures usuelles et propriétés de la symétrie axiale utilisés <i>en acte</i> par le pliage effectif ou évoqué (images mentales d'expériences déjà réalisées) <i>puis explicités en contexte</i>.</p>		
1	<p><i>Analyse réflexive de l'activité mathématique du palier 0.</i> Comment vous avez fait ? Synthèse mathématique.</p>	<p><i>Elève</i> Il vérifie ses connaissances propres.</p> <p><i>Enseignant</i> Il met en perspective les apprentissages des élèves.</p>	<p><i>Décontextualisées.</i> Définition mathématique de la symétrie axiale. Eléments de symétrie des figures usuelles (triangle isocèle, losange, rectangle, carré, demi-cercle, cercle, ...) Et aussi statut du pliage... et du découpage. Lien entre symétrie axiale et symétrie centrale.</p>	<p><i>En acte.</i> Explicitation des obstacles rencontrés (attendus ou provoqués). Utilisation des essais.</p>	<p>Pas de connaissances pédagogiques car le formé n'est pas en situation d'enseignement (évoquée ou vécue).</p>
2	<p><i>Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique.</i> Analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou possible) de l'activité du palier 0. Comment vous a-t-on fait travailler ?</p>	<p><i>Enseignant</i> Il analyse les conditions de mise en œuvre.</p>		<p><i>Explicitées en contexte</i> Choix des valeurs des variables : analyse des modèles, contraintes, consignes successives, ordre des consignes, ... Explicitation de ce qui est mis en évidence et de ce qui est « laissé de côté » : ce que l'enseignant dit, fait dire, laisse dire... ce qu'il retient, oublie, met en valeur, ... Prise en compte des obstacles (difficultés prévisibles). Aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel</p>	

			<p>moment).</p> <p>Modes de validation retenus (et prise en charge de la validation).</p> <p>Mise en évidence de la possibilité de réajustements.</p> <p>Gestion des mises en commun : choix des productions, ordre des interventions.</p> <p>Organisation de la prise de parole par l'enseignant, identification de critères, ...</p> <p>Gestion de l'hétérogénéité (différenciation).</p>
3	<i>Analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique du palier 2.</i>	<i>Enseignant.</i>	<p><i>Décontextualisées</i></p> <p>Variables didactiques spécifiques au travail sur la symétrie.</p> <p>Symétrie à l'école primaire, progression.</p> <p>Rôle de l'expérience.</p> <p>Rôle de l'erreur en résolution de problème.</p> <p>Conceptions sur le traitement de l'erreur.</p> <p>Conceptions de l'apprentissage.</p>
4	<i>Problématisation d'une question professionnelle en lien avec le palier 3.</i>	<i>Chercheur.</i>	Enseignement de la géométrie à des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux (Petifour, 2014).